S'RĪ HARIKRISHNA NIBANDHA MAṆIMĀLĀ

NO. 3.

THE

LĪLĀVATĪ

A TREATISE ON MENSURAṬION

BY

S'RĪ BHĀSKARĀCHĀRYA

EDITED WITH

Exhaustive and Critical Notes

BY

Pandit S'rī Muralīdhara Ṭhākura

Jyautis'āchārya, Jyautis'atīrtha.

PUBLISHED BY

SRI HARIKRISHNA NIBANDHA BHAWANA

Benares City.

Revised Edition.] Price Rs. 2 [1938.

श्रीगोकुलेश्वरप्रीत्यै तदीयजननोत्सवे ।
श्रीहरिकृष्णदासेन सदानन्दाभिलाषिणा ॥
विक्रमीय-युगवसुनवेन्दुमितशरदि सुतारे
स्थापितमिह शुभसहसि शुक्ल इनतिथिगुरुवारे ।
श्रीहरिकृष्णनिबन्धभवनमिति मणिमालाया
ग्रन्थनाय बुधजनविनोदमतिमङ्गलदायाः ॥

PRINTED BY
JAYA KRISHNA DAS GUPTA,
VIDYA VILAS PRESS, BENARES CITY

1938.

श्रीभास्कराचार्यविरचिता

लीलावती

ज्यौतिषाचार्यज्यौतिषतीर्थपं० श्रीमुरलीधरशर्मकृतया नवीनवासनया
समलङ्कृता तेनैव परिशोधिता च ।

प्रकाशकः—

श्रीहरिकृष्णनिबन्धभवनम्-

बनारस सिटी ।

द्वितीयसंस्करणम्]   मूल्यं २ रुप्यकद्वयम् ।   [संवत् १९९४

INTRODUCTION.

I have great pleasure in presenting a new edition of the Lilavati of Bhaskaracharya to the public. This important work on Indian Mensuration was twice edited with solutions and notes by the late Mahamahopadhyaya Pandit Sudhakara Dvivedi. His extraordinary mathematical genius succeeded in clearing up many difficult points involved in the work. But the notes and solutions were far from exhaustive and systematic. In many places they were meagre and the processes were not fully worked out. With a view to make the book suitable for the requirements of the students, specially for the examinees–the present edition has been undertaken. We have added in very easy language an appendix to initiate the students in the modern methods of multiplying, dividing etc. and have offered solutions of all important problems and alternative methods of working out the same problem. It is hoped that if all the examples given here are intelligently worked out, solutions of other similar examples will become comparatively easy. The reader is requested to go through the entire book and the examples which have been put separately, and frame and solve new problems by himself. No pains have been spared to make the book interesting to the learned and the method of froming magic squares has been added at the end. In short, it has been our endeavour to make this important Mathematical work useful to those for whom it is meant.

A few words with regard to the illustrious author of the book and we have done. Perhaps there is hardly any scholar of Indian Mathematics who does not know the name of Bhaskaracharya. We learn from the end of the Goladhyaya that he was born in 1036 saka in Vijjadabida. The name of his father was Mahesvaropadhyaya. He was a pious Vaishnava and well-versed in the performance of Vaidic and Smarta rites. His life and opinions were ideally simple and full of nobility. Indeed it is difficult for people of our intelligence to estimate them properly. We need hardly speak anything about the keenness and many-sidedness of his intellect. The reader will find the same amply exhibited in his works. The following sloka alone will show how great a scholar he was—

अष्टौ व्याकरणानि पट् च भिपजां व्याचष्ट ताः संहिताः
पट् तर्कान् गणितानि पञ्च चतुरो वेदानधीते स्म यः ।
रत्नानां त्रितयं द्वयं च बुबुधे मीमांसयोरन्तरं
सद्ब्रह्मैकमगाधबोधमहिमा सोऽस्याः कविर्भास्करः ॥

It is a most remarkable point in Bhaskaracharya that new Mathematics (Differential Calculus) to which Leibnitz and Newton claimed to have given brith had already been known to him nearly 300 years earlier.

The value of ÷ , the summation of the Arithemetical and Geomtrical progressions, the method devised for finding out combinations and permutations—all these testify to the great originality and genius of the author.

Bhaskaracharya wrote at the age of 36 in 1072 saka his Siddhanta Siromani of which the present work forms a chapter. I am of opinion that the Lilavati was written after the Text of Ganitadhyaya. There is much difference of opinion with regard to the name of the present work. Some are of opinion that he named the work after his dear daughter in order to perpetuate her memory, while others hold that it was called after the name of his late wife with a view to show his love for her. Whatever be the history of the origin of the name, it is clear that he has taken great care to make the reading of this Mathematical work pleasant to children by interesting examples which may attract them to its study and remove the scare which haunts the brain of juvenile beginners. Nevrtheless there are problems which challenge the most powerful brain. It is not an exaggeration to say that—

भास्करीयगिरां सारं भास्करो वा सरस्वती ।
चतुर्मुखोऽथवा वेत्ति विदुर्नान्ये तु मादृशाः ॥

I would not discharge my duties faithfully if I were not to thank most cordially my friend Pandit Gangadhara Misra, Professor, Vaidya Natha Vidyalaya, Deoghar, for rendering me great help in reding some protions of its proof sheets and in offering valuable suggestions. I would deem my-self amply rewarded if this book proves to be of some help to the reader. I crave the indulgence of the learned readers for any mistake of omission or commission, which, if communicated to the undersigned, would be very gladly acknowledged and rectified in the next edition.

MURALIDHAR THAKUR.

भूमिका ।

अपरोक्षमेवेदं ज्यौतिःशास्त्रविदां विदुषां यज्ज्योतिर्ग्रन्थप्रणेतृषु श्रीमतां भास्कराचार्यस्य नाम प्राथम्येन परिगणनीयतां भजति । एतन्निर्मितगोलाध्यायस्य ग्रन्थान्तपुष्पिकालेखेनेदमवसीयते यदसौ विज्जडविडनामके नगरे १०३६ शाके प्रादुर्बभूव । अस्य पितुर्नाम महेश्वरोपाध्याय इति । महान् वैष्णवोऽयं श्रौतस्मार्तकर्मसु सुतरां प्रवीण आसीत् । श्रीमतो भास्कराचार्यस्य चरितवर्णनमल्पधियामस्मदादीनां तु सर्वथा दुष्करमेव । न केवलमयं ज्योतिःशास्त्र एव पण्डित आसीदपि तु शास्त्रान्तरेष्वपि प्रगाढ़मस्य पाण्डित्यं जगतो विस्मयं जनयति स्म । किं बहुनाऽधःप्रदर्शितेनैकेन श्लोकेनैव कथञ्चिदेतत्पाण्डित्यपरिचयः सम्पद्येत ।

अष्टौ व्याकरणानि षट् च भिषजां व्याचष्ट ताः संहिताः
षट् तर्कान् गणितानि पञ्च चतुरो वेदानधीतेस्म यः ।
रत्नानां त्रितयं द्वयं च बुबुधे मीमांसयोरन्तरं
सद्ब्रह्मैकमगाधबोधमहिमा सोऽस्याः कविर्भास्करः ॥

सत्यमेवेदं यत् परमात्मा यं महान्तं चिकीर्षति प्रायस्तस्मिन् गुणानां सामस्त्यमेव सन्निवेशयति । पाठकमहाभागा एतावतैवेदमनुमातुं प्रभवन्ति यद् यच्चलगणितमधिकृत्य लेबनिजन्यूटनप्रभृतयो गाणितिका मिथो विवदमाना आत्मन एव तदाविष्कर्तॄन् मन्यन्ते स्म गौरवं च परमं तद्द्वाराऽनुभवन्ति स्म च, तदेव चलगणितं श्रीमता भास्कराचार्येण प्रायः शतकत्रयादर्वागेव सूत्ररूपेण सम्पादितमासीत् । अथ षट्त्रिंशे वयसि वर्तमानेनामुना १०७२ शालिवाहनशके सिद्धान्तशिरोमणिर्निरमायि यस्यैवायं प्रकृतग्रन्थः पाट्यध्यायो यश्च प्रायो गणिताध्यायनिर्माणानन्तरमेव निर्मित इति मम प्रतिभाति । 'लीलावती'तिग्रन्थनामकरणविषये बहूनां बहुविधाः विप्रतिपत्तयः सन्ति । केचिदेवं व्याचक्षते यत्स्वदुहितुर्नाम्नैवायं ग्रन्थः प्रणीत इति । अपरे तु स्त्रीनाम्नैव निर्मितं ग्रन्थमिमं व्याहरन्ति । किमप्यस्तु, वयमित्थं वाढं वक्तुं शक्नुमो यत् श्रीमता भास्कराचार्येण तथाविधैः सुललितैर्वृत्तैर्हृदयङ्गमैश्चोदाहरणैः प्रणीतोऽयं प्रबन्धो ज्योतिःसागरं तितीर्षतां प्रवहणमिव परतीरावाप्तये सुखसाधनायते, प्रकटयति च विदुषोऽस्य ज्योतिःशास्त्र इव काव्यशास्त्रेऽपि प्रगाढ़ां व्युत्पत्तिम् । गणिते चास्यानन्यसाधारणं पाटवं प्रकृतप्रबन्धनिवेशितैः शून्यपरिकर्म–श्रेढीव्यवहार–व्यस्तत्रैराशिकसिद्धान्त–भेदकथना–ङ्कपाशरचनाप्रभृतिविषयैः प्रत्यक्षमेव प्रेक्षावताम् । तद्विषयेऽधिकोक्तिः सूर्यस्य दीपदर्शनमिव निष्फलमेव स्यात् । कि बहुना, सर्वथा नीरसो-

ऽपि गणितविषयो येन स्वोक्तिवैदग्ध्येन सरसतामापादितस्तत्प्रशंसायामपि न वयमात्मनः प्रभून् मन्यामहे। तथा च मामकीनोक्तिः—

भास्करीयगिरां सारं भास्करो वा सरस्वती।
चतुर्मुखोऽथवा वेत्ति विदुर्नान्ये तु मादृशाः॥

एतत्कृतिषु लीलावती-बीजगणित-गोलाध्याय-गणिताध्यायाः ग्रन्था बहुकालात् पठनपाठनादौ प्रचलिताः सन्त्येव। सम्प्रति मुद्र्यमाणां लीलावतीमधिकृत्य किञ्चिद्वक्तुमुत्सहामहे। इतः पूर्वमस्य ग्रन्थस्य विषमस्थलटिप्पणीनिवेशपूर्वकं संस्करणद्वयं श्रीमत्सुधाकरद्विवेदिमहानुभावैः कृतमास्ते। एवं स्थितेऽपि बहूनां स्थलानां दुर्बोधतामाकलय्य विशेषतोऽङ्कपाशानां स्पष्टीकरणचिकीर्षयाऽशेषाणामुपपत्तीनां दिदर्शयिषया च प्रवृत्तोऽहं साहसप्रायेऽस्मिन् कर्मणि। आशासे चैतावता परीक्षार्थिनां विद्यार्थिनां सुमहत्साहाय्यं सम्पादितं भवेत्। किं च मध्यमा प्रथमादिपरीक्षार्थिनामुपयोगाय ग्रन्थस्यान्ते परिशिष्टप्रकरणमपि निहितमस्ति, यत्र नव्यप्रणाल्या गुणनादिकं निवेशितं; मूले या काऽपि त्रुटिर्वर्तते साऽपि यथासम्भवं संशोध्योपपत्तिपूर्वकमत्र प्रदर्शिता। अत्र प्रदर्शितान्युदाहरणानि सावधानतया यद्यालोचितानि भवेयुस्तर्हि तत्परिपाटीमभ्यस्यतां छात्राणामुदाहरणान्तरकरणमपि सुकरं भवेत्। विदुषां मनोविनोदाय ग्रन्थस्यान्ते वर्गकोष्ठाङ्कस्थापनविधिरपि निवेशितः।

बहुत्र प्रकृतग्रन्थसंशोधनादिकार्ये साहाय्यं ददते परमप्रियसुहृद्वरवैद्यनाथविद्यालयाध्यापकाय ज्यौतिषाचार्यश्रीगङ्गाधरमिश्रमहोदयाय शतशो धन्यवादान् वितरामि। धन्यवादार्हः परमसुहृदयः श्रीसत्यदेवशर्मा येन ग्रन्थशोधनादिविधौ महान् यत्नः कृत इति। यद्येतेन मामकीनेन परिश्रमेण विदुषां विद्यार्थिनां च कश्चिदुपकारः सम्पद्येत तर्हि सफलो मे परिश्रमो भवेत्। साञ्जलिबन्धं सविनयं च गुणग्रहिलस्वभावान् प्रार्थये विद्वत्तमान् यत्तैर्मानुष्यसुलभस्खलितपराङ्मुखैरनुभूयतां लीलावतीवासनासारसौन्दर्यम्, संसूच्यन्तां च सानुग्रहं स्खलितानि यानि द्वितीयावृत्तौ सुपरिष्कृतानि भवेयुः। अस्य सकलो मुद्रणादिभारो बाबूश्रीहरिकृष्णदासगुप्तमहानुभावैरेव निजव्ययतो गृहीतः सर्वाधिकारोऽप्यस्य प्रबन्धस्य तेनारक्षीत्यलं पल्लवितेन।

विनीतो—

श्रीमुरलीधरः।

सपरिशिष्टलीलावत्याः विषयानुक्रमणिका ।

श्रीगुरुचरणकमलेभ्यो नमः ।

लीलावती ।

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नन् स्मृत-
स्तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।
पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां
संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैर्लालित्यलीलावतीम् ॥ १ ॥

वराटकानां दशकद्वयं (२०) यत् सा काकिणी ताश्च पणश्चतस्रः ।
ते षोडश द्रम्म इहावगम्यो द्रम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः ॥ २ ॥
तुल्या यवाभ्यां कथिताऽत्र गुञ्जा वल्लस्त्रिगुञ्जो धरणं च तेऽष्टौ ।
गद्याणकस्तद्‌द्वयमिन्द्रतुल्यै-(१४)र्वल्लैस्तथैको धटकः प्रदिष्टः ॥ ३ ॥
दशार्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषं माषाह्वयैः षोडशभिश्च कर्षम् ।
कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम् ॥ ४ ॥
यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्‌गुणितैश्चतुर्भिः ।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥ ५ ॥
स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन तथा कराणां दशकेन वंशः ।
निवर्त्तनं विंशतिवंशसंख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिश्च भुजैर्निबद्धम् ॥ ६ ॥
हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्घ्यपिण्डैर्यद् द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञम् ।
धान्यादिके यद् घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥ ७ ॥
द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको द्रोणचतुर्थभागः ।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थाङ्घ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः * ॥ ८ ॥

शेषाः कालादिपरिभाषा लोकतः प्रसिद्धा ज्ञेयाः ।

इति परिभाषा ।

यां देवाः समुपासते हरिहरब्रह्मादयः सर्वदा
स्वस्वाभीष्टफलाप्तये त्रिजगतामाधारभूतां शिवाम् ।
भक्तत्राणपरां वरामभयदामुग्रादितारां हि तां
नत्वा विज्ञमनोरमां प्रकुरुते लीलावतीवासनाम् ॥

---

* पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैर्द्विसप्ततुल्यैः कथितोऽत्र सेरः ।
मणाभिधानं खयुगै-(४०) श्च सेरैर्धान्यादितौल्येषु तुरुष्कसंज्ञा ॥१॥
त्र्यङ्केन्दु-(१९२) संख्यैर्धटकैश्च सेरस्तैः पञ्चभिः स्याद्धटिका च ताभिः ।
मणोऽष्टभिस्त्वालमगीरशाहकृताऽत्र संज्ञा निजराज्यपूर्षु ॥ २ ॥

लीलागलल्लुलल्लोलकालव्यालविलासिने ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥ १ ॥
एकदशशतसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः क्रमशः ।
अर्बुदमब्जं खर्वनिखर्वमहापद्मशङ्कवस्तस्मात् ॥ २ ॥
जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ॥ ३ ॥

अत्र युक्तिः—इह हि गणितशास्त्रे सर्वत्रैव नवमिता अङ्काः परिदृश्यन्ते, अतोऽत्र तथा गुणोत्तरः कल्पनीयो यथा तदन्तर्वर्तिनस्ते ह्यङ्का भवेयुः, कथमन्यथा तत्स्थाननियमव्यवस्था तद्गणनानुकूला भवेदेवं कृते सति तत्रैकाधिकं कृत्वा दशगुणोत्तरा स्थानसंज्ञा कृतेति प्राचीनानां कल्पना त्वतीव रमणीया, तत्क्रमिकाङ्कगणनाव्यवहारोच्छेदापत्तेः । तथा च ग्रहगणितोक्तखकक्षामाने मध्यपर्यन्तं, ब्रह्मणः परायुष प्रमाणे च परार्धपर्यन्तं संख्यास्थानानि जायन्ते, तानि चाष्टादशसमान्येवोपलभ्यन्ते तन्मध्य एव गणितप्रसरणत्वात्तदधिकस्थानकथनाप्रयोजनाच्च प्राचीनैरेकादितः परार्धावध्य ष्टादशस्थानानि तत्पृथक्नामानि च युक्तियुक्तानि विहितानीति ।

अथ सङ्कलितव्यवकलितयोः करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।
कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथ वाऽङ्कयोगो यथास्थानकमन्तरं वा ।

अत्रोद्देशकः ।

अये बाले लीलावति मतिमति ब्रूहि सहितान्
द्विपञ्चद्वात्रिंशत्त्रिनवतिशताष्टादश दश ।
शतोपेतानेतानयुतवियुतांश्चापि वद मे
यदि व्यक्ते युक्तिव्यवकलनमार्गेऽसि कुशला ॥ १ ॥

न्यासः । २ । ५ । ३२ । १९३ । १८ । १० । १०० संयोजनाज्जातम् ३६० ।
अयुता –(१००००) च्छोधिते जातम् ९६४० ।

इति सङ्कलितव्यवकलिते ।

अत्रोपपत्तिः—सजातीयानामङ्कानां योगान्तरे भवतः, साजात्यन्त्विह समस्थानपरम् । अत्रैतदुक्तं भवति, एकस्थानीया अङ्का एकस्थानीयाङ्कैः सजातीयाः शतस्थानीयास्तु शतस्थानीयैः सह सजातीया इत्यादि । अतो यथास्थानकानामङ्कानां योगवियोगकरणं युक्तियुक्तमिति ।

गुणने करणसूत्रं सार्धवृत्तद्वयम् ।

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यादुत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन् ॥ ४ ॥
गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यस्तैः खण्डकैः संगुणितो युतो वा ।
भक्तो गुणः शुध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ॥५॥

द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ।
इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वा ॥ ६ ॥

अत्रोद्देशकः ।

बाले बालकुरङ्गलोलनयने लीलावति प्रोच्यतां
पञ्चत्र्येकमिता दिवाकरगुणा अङ्काः कति स्युर्यदि ।
रूपस्थानविभागखण्डगुणने कल्याऽसि कल्याणिनि !
च्छिन्नास्तेन गुणेन ते च गुणिता जाताः कति स्युर्वद ॥ १ ॥

न्यासः । गुण्यः १३५ । गुणकः १२ ।

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यादिति कृते जातम् १६२० ।

अथ वा गुणरूपविभागे खण्डे कृते ८ । ४ । आभ्यां पृथग् गुण्ये गुणिते युते च जातम् १६२० ।

अथ वा गुणकस्त्रिभिर्भक्तो लब्धम् ४ । एभिस्त्रिभिश्च गुण्ये गुणिते जातं तदेव १६२० ।

अथ वा स्थानविभागे खण्डे १ । २ । आभ्यां पृथग्गुण्ये गुणिते यथास्थानयुते च जातं तदेव १६२० ।

अथ वा द्व्यूनेन १० । गुणेन, द्वाभ्यां च २ पृथग्गुण्ये गुणिते युते च जातं तदेव १६२० ।

अथ वाऽष्टयुतेन गुणेन २० गुण्ये गुणितेऽष्ट-८ गुणितगुण्यहीने च जातं तदेव १६२० ।

इति गुणनप्रकारः ।

अत्रोपपत्तिः—गुणयितुं योग्यो गुण्यस्तथा च येन गुण्यते स गुणक इति । अत्र गुणकस्थानस्थितानां गुण्यानां संकलनमेव गुणनफलं, तच्च गुन्यगुणकयोर्घाततुल्यं भवत्यतः प्रथमः प्रकार उपपन्नः ।

यदि गुणकः = गु = अ + क, तदा प्रथमप्रकारेण गुणनफलम् = गुफ
= गु × गुण्य = (अ + क) गुण्य
= अ गुण्य + क.गुण्य,

अत उपपन्नो द्वितीय प्रकारः ।

वा रेखागणितद्वितीयाध्यायप्रथमक्षेत्रेण सुगमतयोपपद्यते ।

यदि च गु = अ.क

तदा गुणनफलम् = गुण्य.गु = गुण्य. अ. क

अत उपपद्यते तृतीयः प्रकारः ।

चतुर्थप्रकारे तु स्थानवशेन गुणकशकलं विधाय द्वितीयप्रकारेण गुणनफलं साधितमिति ।

यदि तु गु = गु ± इ = इ, कल्प्यते

तदा पूर्वोक्त्या गुणनफलम् = गु × गुण्य

= गुण्य (गु ± इ) ± गुण्य. इ

अत उपपन्नः पञ्चमः प्रकारः ।

भागहारे करणसूत्रं वृत्तम्

भाज्याद्धरः शुध्यति यद्गुणः स्यादन्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे ।
समेन केनाप्यपवर्त्य हारभाज्यौ भजेद्वा सति सम्भवे तु ॥ ७ ॥

अत्र पूर्वोदाहरणे गुणिताङ्कानां स्वगुणच्छेदानां भागहारार्थं

न्यासः । भाज्यः १६२० । भाजकः १२ ।

भजनाल्लब्धो गुण्यः १३५ ।

अथ वा भाज्यहारौ त्रिभिरपवर्त्तितौ । ५४०/४ चतुर्भिर्वा ४०५/३

इहि भागहारः ।

अत्रोपपत्तिः—यद्गुणो भाजको भाज्यात् शुध्यति सा गुणसंख्यैव भागहारे लब्धिर्भवत्येवमेवापवर्त्तितयोर्भाज्यभाजकयोरपि फलविशेषाभावो बोध्यस्तेनोपपन्नम् ।

वर्गे करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

समद्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्नाः ।
स्वस्वोपरिष्टाच्च तथाऽपरेऽङ्कास्त्यक्त्वाऽन्त्यमुत्सार्य पुनश्च राशिम् ॥ ८ ॥
खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वा ।
इष्टोनयुग्राशिवधः कृतिः स्यादिष्टस्य वर्गेण समन्वितो वा ॥ ९ ॥

अत्रोद्देशकः ।

सखे नवानां च चतुर्दशानां ब्रूहि त्रिहीनस्य शतत्रयस्य ।
पञ्चोत्तरस्याप्ययुतस्य वर्गं जानासि चेद्वर्गविधानमार्गम् ॥ १ ॥

न्यासः । ९ । १४ । २९७ । १०००५ । एषां यथोक्तकरणेन जाता वर्गाः । ८१ । १९६ । ८८२०९ । १००१०००२५ ।

अथ वा नवानां खण्डे (४ । ५) अनयोराहति-(२०) द्विनिघ्नी (४०) तत्खण्डवर्गैक्येन (४१) युता जाता सैव कृतिः ८१ ।

अथ वा चतुर्दशानां खण्डे (६ । ८) अनयोराहति-(४८) द्विनिघ्नी (९६) तत्खडवर्गौ (३६ । ६४) अनयोरैक्येन (१००) युता जाता सैव कृतिः १९६ ।

अथ वा खण्डे (४ । १०) तथापि सैव कृतिः १९६ ।

अथ वा राशिः २९७ । अयं त्रिभिरूनः पृथग्युतश्च २९४ । ३०० । अनयोर्घातः ८८२०० । त्रिवर्ग-९ युतो जातो वर्गः स एव ८८२०९ । एवं सर्वत्रापि ।

इति वर्गः ।

अत्रोपपत्तिः—समानाङ्कयोर्गुणनफलं कृतिशब्देनोच्यते ।

यथा कल्प्यते $अ = क + ग$,

$$\therefore अ \times अ = अ^{२} = (क+ग)(क+ग)$$
$$= क(क+ग) + ग(क+ग)$$
$$= क^{२} + क.ग + क.ग + ग^{२}$$
$$= क^{२} + २\, क.ग + ग^{२},$$

एवं, $अ^{२} = (क+ग+घ)^{२} = क^{२} + २\, क.ग + २क.घ + ग^{२} + २ग.घ + घ^{२}$ इत्यादि ।

वा, $अ - इ + इ = अ = (अ - इ) + इ = (अ + इ) - इ$

अतः प्रागुक्त्या $अ^{२} = \left\{(अ-इ)+इ\right\}\left\{(अ+इ)-इ\right\}$

$$= (अ-इ)\left\{(अ+इ)-इ\right\} + इ\,(अ+इ) - इ^{२}$$
$$= (अ-इ)(अ+इ) - इ\,(अ-इ) + इ\,(अ+इ) - इ^{२}$$
$$= (अ-इ)(अ+इ) + इ^{२} ।$$

अथवा वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसममतः--

$अ^{२} - इ^{२} = (अ+इ)(अ-इ)$

$\therefore अ^{२} = (अ+इ)(अ-इ) + इ^{२}$ अत उपपन्नं सर्वम् ।

एषामुपपत्तिस्तु क्षेत्रमितेर्द्वितीयाध्यायस्य चतुर्थप्रतिज्ञया, तथा पञ्चमक्षेत्रानुमानेन च सुसरलैव ।

वर्गमूले करणसूत्रं वृत्तम् ।

त्यक्त्वाऽन्त्याद्विषमात्कृतिं द्विगुणयेन्मूलं समे तद्धृते
त्यक्त्वा लब्धकृतिं तदाद्यविषमाल्लब्धं द्विनिघ्नं न्यसेत् ।
पङ्क्त्यां पङ्क्तिहृते समेऽन्यविषमात् त्यक्त्वाऽऽप्तवर्गं फलं
पङ्क्त्यां तद्द्विगुणं न्यसेदिति मुहुः पंक्तेर्दलं स्यात् पदम् ॥ १० ॥

अत्रोद्देशकः ।

मूलं चतुर्णां च तथा नवानां पूर्वं कृतानां च सखे कृतीनाम् ।
पृथक् पृथग्वर्गपदानि विद्धि बुद्धेर्विवृद्धिर्यदि तेऽत्र जाता ॥ १ ॥

न्यासः ४ । ९ । ८१ । १९६ । ८८२०९ । १००१०००२५ । लब्धानि क्रमेण मूलानि २ । ३ । ९ । १४ । २९७ । १०००५ ।

इति वर्गमूलम् ।

अत्रोपपत्तिः--पूर्वकृतवर्गस्या ($क^२ + २\ क.ग + ग^२$) स्य स्वरूपावलोकनेन स्फुटमवगम्यते यत् किल कस्मिन्नपि वर्गराशौ प्रथममन्त्याङ्कवर्गस्ततो द्विगुणितोपान्तिमान्त्याङ्कघातस्ततः उपान्तिमाङ्कवर्गश्चेति स्थितिः। अतोऽन्त्याद्विषमाद्यस्य कृतिः शुद्ध्यति सोऽन्तिमाङ्कस्ततो द्विगुणेनानेन समे भक्ते सत्युपान्तिमाङ्कलाभः स्यात्ततस्तद्वर्गविशोधनेन यदि शेषाभावस्तदा तदेव तन्मूलम्। शेषसत्वे तु पुनर्मूलं द्विगुणयेदित्यादिविधानेन क्रिया विधेया ततो यावन्मिता विषमसंख्या तन्मितैव वर्गमूलराशौ स्थानसंख्या भवतीत्युपपन्नं सर्वम्।

घने करणसूत्रं वृत्तत्रयम्।

समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्य ततोऽन्त्यवर्गः।
आदित्रिनिघ्नस्तत आदिवर्गस्त्र्यन्त्याहतोऽथादिघनश्च सर्वे॥ ११॥
स्थानान्तरत्वेन युता घनः स्यात् प्रकल्प्य तत्खण्डयुगं ततोऽन्त्यम्।
एवं मुहुर्वर्गघनप्रसिद्धावाद्याङ्कतो वा विधिरेष कार्यः॥ १२॥
खण्डाभ्यां वा हतो राशिस्त्रिघ्नः खण्डघनैक्ययुक्।
वर्गमूलघनः स्वघ्नो वर्गराशेर्घनो भवेत्॥ १३॥

अत्रोद्देशकः।

नवघनं त्रिघनस्य घनं तथा कथय पञ्च घनस्य घनं च।
घनपदं च ततोऽपि घनात् सखे यदि घनेऽस्ति घना भवतो मतिः॥१॥

न्यासः ९। २७। १२५।

जाताः क्रमेण घनाः ७२९। १९६८३। १९५३१२५।

अथ वा राशिः ९। अस्य खण्डे ४। ५। आभ्यां राशिर्हतः १८०। त्रिनिघ्नश्च ५४०। खण्डघनैक्येन १८९। युतो जातो घनः ७२९।

अथ वा राशिः २७। अस्य खण्डे २०। ७ आभ्यां हतस्त्रिघ्नश्च ११३४०। खण्डघनैक्येन ८३४३ युतो जातो घनः १९६८३।

अथ वा राशिः ४। अस्य मूलं २। घनः ८। अयं स्वघ्नो जातश्चतुर्णां घनः ६४।

वा राशिः ९ अस्य मूलम् ३। घनः २७ अस्य वर्गो नवानां घनः ७२९। यो वर्गघनः स एव वर्गमूलघनवर्गः। बीजगणितेऽस्योपयोगः।

इति घनः।

अत्रोपपत्तिः—अत्र त्रयाणां समाङ्कानां घातो घन इति संज्ञा कृता प्राचीनैस्तेनात्रापि कल्प्यते, अ = क + ग,

$$\therefore अ \times अ \times अ = अ^३ = (क + ग)\ (क \times ग)\ (क + ग)$$
$$= (क^२ + २\ क.\ ग + ग^२)\ (क + ग)$$
$$= क^३ + २क^२.ग + क.ग^२ + क^२.ग + २क.ग^२ + ग^३$$
$$= क^३ + ३क^२.ग + ३\ क.ग^२ + ग^३,$$

एवं सर्वत्र।

वा, $अ^{३} = क^{३} + ग^{३} + ३क.ग\ (क+ग)$ ।

तथा च वर्गाङ्कराशेर्यो घनः स एव तन्मूलघनस्य वर्गो भवतीत्यत उपपन्नं सर्वम् ।

रेखागणितेनाप्यस्योपपत्तिर्भवतीति धीरैरवगन्तव्यम् ।

अथ घनमूले करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे पुनस्तथाऽन्त्याद् घनतो विशोध्य ।
घनं पृथक्स्थं पदमस्य कृत्या त्रिघ्न्या तदाद्यं विभजेत् फलं तु ॥१४॥
पङ्क्त्यां न्यसेत् तत्कृतिमन्त्यनिघ्नीं त्रिघ्नीं त्यजेत् तत्प्रथमात् फलस्य ।
घनं तदाद्याद् घनमूलमेवं पङ्क्तिर्भवेदेवमतः पुनश्च ॥ १५ ॥

अत्रोद्देशकः ।

पूर्वघनानां मूलार्थं न्यासः ७२९ । १९६८३ । १९५३१२५ ।

क्रमेण लब्धानि मूलानि ९ । २७ । १२५ ।

इति घनमूलम् ।

इति परिकर्माष्टकं समाप्तम् ।

अत्रोपपत्तिः--पूर्वोक्तस्वरूपस्या ($क^{३} + ३\ क^{२}ग + ३ग^{२}.क + ग^{३}$) स्यावलोकनेनावसीयते यत किल कस्मिन्नपि घनराशौ पूर्वमन्त्याङ्कघनस्ततोऽन्त्याङ्कवर्गत्रिगुणितोपान्तिमाङ्कघातस्तत उपान्तिमाङ्कवर्गत्रिगुणितान्त्याङ्कघातस्तत उपान्तिमघन इति यद्घनाघनचिह्नमुक्तं तत्तु युक्तियुक्तमेव । अतोऽन्त्याद्घनतो यस्य घनो विशुद्ध्येत् सोऽन्तिमाङ्कस्ततस्त्रिगुणतद्वर्गेण विभाजितेऽघने सत्युपान्तिमाङ्कलाभस्ततस्त्रिगुणतद्वर्गान्तिमाङ्कघातस्य शोधनेन यच्छेषं तत्रोपान्तिमाङ्कघनशोधनेन चेच्छेषाभावस्तदा तदेव घनमूलं शेषभावे तु पुनरस्य कृत्या त्रिघ्न्येत्यादिक्रिया विधेयेत्युपपन्नं सर्वम् ।

अथ भिन्नपरिकर्माष्टकम् ।

तत्रादावंशसवर्णनम् । तत्रापि भागजातौ करणसूत्रं वृत्तम् ।

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ राश्योः समच्छेदविधानमेवम् ।
मिथो हराभ्यामपवर्त्तिताभ्यां यद्वा हरांशौ सुधियाऽत्र गुण्यौ ॥१॥

अत्रोद्देशकः ।

रूपत्रयं पञ्चलवस्त्रिभागो योगार्थमेतान् वद तुल्यहारान् ।
त्रिषष्टिभागश्च चतुर्दशांशः समच्छिदौ मित्र वियोजनार्थम् ॥ १ ॥

न्यासः । $\frac{३}{१}$ $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{३}$ ।

जाताः समच्छेदाः $\frac{४५}{१५}$ $\frac{३}{१५}$ $\frac{५}{१५}$ । योगे जातम् $\frac{५३}{१५}$ ।

अथ द्वितीयोदाहरणार्थं न्यासः $\frac{१}{६३}$ $\frac{१}{१४}$ ।

समापवर्त्तिताभ्यां हाराभ्यां ९, २ संगुणितौ, समच्छेदौ $\frac{२}{१२६}$ $\frac{९}{१२६}$ । वियोजिते जातम् $\frac{७}{१२६}$ ।

इति भागजातिः ।

अत्रोपपत्तिः—अत्र कल्प्येते भिन्नराशी $\frac{अ}{क}$, $\frac{घ}{च}$ अनयोर्योगान्तरकरणमभीप्सितं, परन्तु साजातीयाङ्कानामेव योगान्तरं भवत्यतस्ताभ्यां सजातीयाभ्यां भवितव्यं, सजातीयन्त्वत्र समहारपरमित्यतः कल्पितम् $\frac{अ}{क} = ग$, $\frac{अ}{च} = प$

$\therefore अ = क.\ ग,\ घ = प.\ च$

वा $अ.\ च = क.\ ग.\ च$ । $घ.\ क = प.\ च.\ क$

$\therefore अ.\ च \pm घ.\ क = क.\ च\ (ग \pm प)$

$\therefore ग \pm प = \frac{अ.\ च \pm घ.\ क}{क.च}$ एतेन पूर्वार्धमुपपद्यते ।

अथ यदि, $क = न.\ म$, $च = न.\ ज$

$$तदा\ ग \pm प = \frac{अ.\ च \pm घ.\ क}{क.च}$$

$$= \frac{अ.\ न.\ ज \pm घ\ न.\ म}{न.\ म.\ न.ज}$$

$$= \frac{अ.\ ज \pm घ.\ म}{न.म.ज}$$

$$= \frac{अ.\ ज}{न.म.ज} \pm \frac{घ.\ म}{न.म.ज}$$

$$= \frac{अ.\ ज}{क.\ ज} \pm \frac{घ.\ म}{च.\ म}$$ उपपन्नं सर्वम् ।

अथवा हराणां लघुतमापवर्त्येनापि समहरत्वं स्यादिति तावन्नवीनानां सजातीयरीतिरस्तीति बोध्यम् ।

अथ प्रभागजातौ करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

लवा लवघ्नाश्च हरा हरघ्ना भागप्रभागेषु सवर्णनं स्यात् ।

अत्रोद्देशकः ।

द्रम्मार्धत्रिलवद्वयस्य सुमते पादत्रयं यद्भवेत्

तत्पञ्चांशकषोडशांशचरणः संप्रार्थितेनार्थिने ।

दत्तो येन वराटकाः कति कदर्येणार्पितास्तेन मे

ब्रूहि त्वं यदि वेत्सि वत्स गणिते जातिं प्रभागाभिधाम् ॥ १ ॥

न्यासः । $\frac{१}{१}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{२}{३}$ $\frac{३}{४}$ $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{१६}$ $\frac{१}{४}$ ।

सवर्णिते जातम् $\frac{६}{७६८०}$ ।

षड्भिरपवर्त्तिते जातम् $\frac{१}{१२८०}$ । एको दत्तो वराटकः ।

इति प्रभागजातिः ।

अत्रोपपत्तिः—अत्रालापोक्त्या कल्प्यते—

$$\frac{अ}{क} = ग, \quad \frac{ग \times प}{च} = ख, \quad \frac{ख.\,न}{म} = व, \qquad \text{इत्यादि}$$

$$\therefore व = \frac{न.}{म}\ \frac{ग \times प}{च} = \frac{न}{म}\ \frac{प}{च}\ \frac{अ}{क}$$

$$\therefore व = \frac{न.\,प.\,अ}{क.\,च.\,म}$$ अत उपपन्नं सर्वम् ।

अथ भागानुबन्धभागापवाहयोः करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।

छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णमेकस्य भागा अधिकोनकाश्चेत् ॥ २ ॥

स्वांशाधिकोनः खलु यत्र तत्र भागानुबन्धे च लवापवाहे ।

तलस्थहारेण हरं निहन्यात् स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान् ॥ ३ ॥

अत्रोद्देशकः ।

सङ्घ्रि द्वयं त्रयं व्यङ्घ्रि कीदृग्ब्रूहि सवर्णितम् ।

जानास्यंशानुबन्धं चेत् तथा भागापवाहनम् ॥ १ ॥

न्यासः $२\frac{१}{४}$ । $३\frac{\dot{१}}{४}$ । सवर्णिते जातम् $\frac{९}{४}$ । $\frac{११}{४}$ ।

अत्रोद्देशकः ।

अङ्घ्रिः स्वत्र्यंशयुक्तः स निजदलयुतः कीदृशः कीदृशौ द्वौ

त्र्यंशौ स्वाष्टांशहीनौ तदनु च रहितौ स्वैस्त्रिभिः सप्तभागैः ।

अर्धं स्वाष्टांशहीनं नवभिरथ युतं सप्तमांशैः स्वकीयैः

कीदृक् स्याद् ब्रूहि वेत्सि त्वमिह यदि सखेऽशानुबन्धापवाहौ ॥२॥

न्यासः । $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{२}$

$\frac{२}{३}$ $\frac{\dot{१}}{८}$ $\frac{\dot{३}}{७}$ सवर्णिते जातं क्रमेण $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{१}$ ।

$\frac{१}{२}$ $\frac{\dot{१}}{८}$ $\frac{९}{७}$

इति जातिचतुष्टयम् ।

अत्रोपपत्तिः—कल्प्यते $अ \pm \frac{ग}{क}$ ततः समच्छेदविधानेन जातं सवर्णनम्

$$= \frac{अ.\,क \pm ग}{ग}$$ एतेन पूर्वार्धमुपपन्नं भवति ।

अथ यदि $\frac{अ}{क} \pm \frac{अ\ ग}{क\ घ} \pm \left\{ \frac{अ}{क} \pm \frac{अ.\ ग}{क.\ घ} \right\} \frac{न}{म}$ कल्प्यते

तदा $\frac{अ}{क} \pm \frac{अ.\ ग}{क.\ घ} \pm \frac{अ.\ न}{क.\ म} \pm \frac{अ.\ ग.\ न}{क.\ घ.\ म}$

$$= \frac{अ.\ घ.\ म \pm अ.\ ग.\ म \pm अ.\ न.\ घ \pm अ.\ ग.\ न}{क.\ व.\ म}$$

$$= \frac{अ\ (घ \pm ग)\ (म \pm न)}{क.\ घ.\ म}$$ उपपन्नं सर्वम् ।

अथ भिन्नसङ्कलितव्यवकलितयोः करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

योगोऽन्तरं तुल्यहरांशकानां कल्प्यो हरो रूपमहारराशेः ॥

अत्रोद्देशकः ।

पञ्चांशपादत्रिलवार्धषष्ठानेकीकृतान् ब्रूहि सखे ममैतान् ।

एभिश्च भागैरथ वर्जितानां किं स्यात् त्रयाणां कथयाशु शेषम् ॥१॥

न्यासः । $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{६}$

ऐक्ये जातम् $\frac{२९}{२०}$ ।

अथैतैर्विवर्जितानां त्रयाणां शेषम् $\frac{३१}{२०}$ ।

इति भिन्नसङ्कलितव्यवकलिते ।

अत्रोपपत्तिस्तु सुगमैव ।

अथ भिन्नगुणने करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता लब्धं विभिन्ने गुणने फलं स्यात् ॥४॥

अत्रोद्देशकः ।

सत्र्यंशरूपद्वितयेन निघ्नं ससप्तमांशद्वितयं भवेत् किम् ।

अर्धं त्रिभागेन हतं च विद्धि दक्षोऽसि भिन्ने गुणनाविधौ चेत् ॥१॥

न्यासः । २$\frac{१}{३}$, २$\frac{१}{७}$ सवर्णिते जातम् $\frac{७}{३}$ $\frac{१५}{७}$ गुणिते च जातम् $\frac{५}{१}$ ।

न्यासः । $\frac{१}{२}$ $\frac{१}{३}$ । गुणिते जातम् $\frac{१}{६}$ ।

इति भिन्नगुणनम् ।

अत्रोपपत्तिः—कल्प्यते गुणकः $= \frac{अ}{क}$, गुण्यः $= \frac{ग}{घ}$ ततः प्रागुक्त्या गुणन-

फलम् $= \frac{अ}{क} \times \frac{ग}{व} = \frac{अ.\ ग}{क.\ घ}$ अत उपपन्नम् ।

अथ भिन्नभागहारे करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

छेदं लवं च परिवर्त्य हरस्य शेषः कार्योऽथ भागहरणे गुणनाविधिश्च ।

अत्रोद्देशकः ।

सत्र्यंशरूपद्वितयेन पञ्च त्र्यंशेन षष्ठं वद मे विभज्य ।

दर्भीयगर्भाग्रसुतीक्ष्णबुद्धिश्चेदस्ति ते भिन्नहृतौ समर्था ॥ १ ॥

न्यासः $२\frac{१}{३}$, $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{६}$ । यथोक्तकरणेन जातम् $\frac{१५}{७}$ $\frac{१}{२}$ ।

इति भिन्नभागहारः ।

अत्रोपपत्तिः—

$$\text{अत्र भाजकः} = \frac{\text{अ}}{\text{क}},\ \text{भाज्यः} = \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$$

$$\therefore \text{अ} = \text{भाजक}.\text{क}$$

$$\text{ग} = \text{भाज्य}.\text{घ}$$

$$\therefore \frac{\text{ग}}{\text{अ}} = \frac{\text{भाज्य}}{\text{भाजक}} \frac{\text{घ}}{\text{क}}$$

$$\therefore \frac{\text{भाज्य}}{\text{भाजक}} = \frac{\text{ग}.\text{क}}{\text{अ}.\text{घ}.} = \text{लब्धिः}$$ । अत उपपन्नम् ।

अथ भिन्नवर्गादौ करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

वर्गे कृती घनविधौ तु घनौ विधेयौ

हारांशयोरथ पदे च पदप्रसिद्ध्यै ॥ ५ ॥

अत्रोद्देशकः ।

सार्धत्रयाणां कथयाशु वर्गं वर्गात् ततो वर्गपदं च मित्र ।

घनं च मूलं च घनात् ततोऽपि जानासि चेद्वर्गघनौ विभिन्नौ ॥ १ ॥

न्यासः $३\frac{१}{२}$ । छेदघ्नरूपे कृते जातत् $\frac{७}{२}$ ।

अस्य वर्गः $\frac{४९}{४}$ । मूलम् $\frac{७}{२}$ । घनः $\frac{३४३}{८}$ । अस्य मूलम् $\frac{७}{२}$ ।

इति भिन्नपरिकर्माष्टकम् ।

अत्रोपपत्तिस्तु भिन्नगुणनेनातिसुगमा ।

अथ शून्यपरिकर्मसु करणसूत्रमार्याद्वयम् ।

योगे खं क्षेपसमं, वर्गादौ खं, खभाजितो राशिः ।

खहरः स्यात्, खगुणः खं, खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ ॥ १ ॥

शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत् पुनस्तदा राशिः ।

अविकृत एव ज्ञेयस्तथैव खेनोनितश्च युतः ॥ २ ॥

अत्रोद्देशकः ।

खं पञ्चयुग्भवति किं वद खस्य वर्गं ?
मूलं घनं घनपदं खगुणाश्च पञ्च ।
खेनोद्धृता दश च कः खगुणो निजार्ध-
युक्तस्त्रिभिश्च गुणितः खहृतस्त्रिपष्टिः ॥ १ ॥

न्यासः ।० एतत् पञ्चयुतं जातम् ५ । खस्य वर्गः० । मूलम्० । घनः० । तन्मूलम्० ।

न्यासः । ५ एते खेन गुणिता जाताः० ।

न्यासः । १० एते खभक्ताः $\frac{१०}{०}$ ।

अज्ञातो राशिस्तस्य गुणः ० । स्वार्धक्षेपः $\frac{१}{२}$ । गुणः ३ । हरः ० । दृश्यम् ६३ । ततो वक्ष्यमाणेन विलोमविधिना इष्टकर्मणा वा लब्धो राशिः १४ । अस्य गणितस्य ग्रहगणिते महानुपयोगः ।

इति शून्यपरिकर्माष्टकम् ।

अत्रोपपत्तिः--केवलशून्यस्याङ्कानामभावस्थानद्योतकत्वात् खेन सह क्षेपस्य योगे तत्सत्वाद्योगफलं क्षेपसमं भवतीति स्पष्टमेव । शून्यस्य वर्गादयोऽपि शून्यत्वं न त्यजन्तीत्यपि गुणनविधानेन सुगमम् ।

धनात्मकयोर्भाज्यभाजकयोर्मध्ये यथा यथा भाजकस्याल्पत्वं तथैव लब्धेरप्यधिकत्त्वं स्यादेव; तत्र भाजकस्य परमाल्पत्वे शून्यसमे लब्धेरपि परमाधिकत्त्वमानन्त्यं स्यादित्यतः संख्याया मापयितुमशक्यत्वात्खभक्तो राशिः 'खहर' इति कथनं युक्तियुक्तमेव ।

शून्यं कयाचित् संख्यया गुण्यत इत्यर्थतस्तत्संख्यासमस्थानस्थितानां शून्यानां योगः क्रियते स तु शून्यसमं भवतीति समुचितमेव संख्यानर्हत्वात् ।

"खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ"-वित्युपपत्तिस्त्वग्रिमसूत्रोपपत्त्यैव *स्फुटा भविष्यति।

---

* यथा $\frac{०}{०}$ अस्य मानं कुत्रापि शून्यं, कुत्राप्यानन्त्यं, कुत्रापि च सम्भवसंख्यासमं भवितुमर्हति । तत्त्व ($\frac{०}{०}$) स्य स्वरूपतो न तावज्ज्ञायते यत्कतमं मानमत्र कथयितुमुपयुज्यतेऽतोऽत्रा ($\frac{०}{०}$) स्मिन् तद्भिन्नं निहितं वरीवर्त्ति तज्ज्ञानार्थमुपायः ।

यथा—कल्प्यते किमपि भिन्नमानम् $=\frac{\text{फा}(\text{य})}{\text{फि}(\text{य})}$ । यत्र फा, फि, "य" अस्य भिन्ने फले स्तः ।

यद्यत्र य=ग, तदा फा (य) = फा (ग) = ० एवं फि (य)= फि (ग) = ० इति चलगणिततः सिद्ध्यति ।

अथ व्यस्तविधौ करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

छेदं गुणं गुणं छेदं वर्गं मूलं पदं कृतिम् ।
ऋणं स्वं स्वमृणं कुर्याद् दृश्ये राशिप्रसिद्धये ॥ १ ॥
अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः ।
अंशस्त्वविकृतस्तत्र विलोमे शेषमुक्तवत् ॥ २ ॥

अत्रोद्देशकः ।

यस्त्रिघ्नस्त्रिभिरन्वितः स्वचरणैर्भक्तस्ततः सप्तभिः
स्वत्र्यंशेन विवर्जितः स्वगुणितो हीनो द्विपञ्चाशता ।
तन्मूलेऽष्टयुते हृतेऽपि दशभिर्जातं द्वयं ब्रूहि तं
राशिं वेत्सि हि चञ्चलाक्षि ! विमलां बाले ! विलोमक्रियाम् ॥ १ ॥

न्यासः । गुणः ३। क्षेपः $\frac{3}{4}$ । भाजकः ७ ऋणम् $\frac{1}{3}$ । वर्गः । ऋणम् ५२ । मूलम् । क्षेपः ८। हरः १० । दृश्यम् २। यथोक्तकरणेन जातो राशिः २८ ।

इति व्यस्तविधिः ।

अत्रोपपत्तिः—राशौ येनालापेन दृश्यसमं भवेद्व्यस्तेन तेनैव दृश्येऽभीष्टराशिर्भवेदित्युपपन्नं पूर्वार्धम् ।

अथ स्वांशाधिकोने त्वित्यादौ कल्प्यते राशिः = या, तदाऽऽलापबलेन दृश्यम् =

$$द = या \pm \frac{या.\ अ}{क}$$

अत्र समच्छेदीकृत्य समशोधनादिना जातं यावत्तावन्मानम् $= \frac{द.\ क}{क \pm अ}$

$$= द + \frac{द.\ क}{क \pm अ} - द$$

$$= द + \frac{द\ क - द\ (\ क \pm अ\ )}{क \pm अ}$$

$$= द \mp \frac{द.\ क}{क \pm अ}$$

अत उपपन्नम् ।

अथेष्टकर्मणि करणसूत्रं वृत्तम् ।

उद्देशकालापवदिष्टराशिः क्षुण्णो हृतोंऽशै रहितो युतो वा ।
इष्टाहतं दृष्टमनेन भक्तं राशिर्भवेत् प्रोक्तमितीष्टकर्म ॥ १ ॥

अत्रोद्देशकः ।

पञ्चघ्नः स्वत्रिभागोनो दशभक्तः समन्वितः ।
राशित्र्यंशार्धपादैः स्यात् को राशिर्द्व्यूनसप्ततिः ॥ १ ॥

न्यासः । गुणः ५ । ऊन $\frac{1}{3}$ । हरः १० । राश्यंशाः $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ । दृश्यम् ६८ ।

अत्र किल कल्पितराशिः ३। पंचघ्नः १५ स्वत्रिभागोनः १०। दश-भक्तः १। कल्पित –३ राशेस्त्र्यंशार्धपादैः $\frac{३}{३}$ $\frac{३}{२}$ $\frac{३}{४}$ समन्विता हरो जातः $\frac{१७}{४}$। अथ दृष्टम् ६८ इष्टेन ३ गुणितम् २०४। हरेण $\frac{१७}{४}$ भक्तं जातो राशिः ४८।

अतोऽत्र भिन्नमानम् $= \frac{\text{फा}(\text{य})}{\text{फि}(\text{य})} = \frac{०}{०}$ परन्त्वत्र भाज्यहारा (य—ग) वनेन वा (य—ग) अस्य केनापि घातेन चावश्यमेव निःशेषं भज्येते, कथमन्यथा तयोः शून्यत्वं कल्पयितुमुपयुज्यते।

$$\left.\begin{aligned} \text{अतः फा}(\text{य}) &= \text{अ}\,(\text{य—ग})^{\text{न}} \\ \text{फि}(\text{य}) &= \text{क}\,(\text{य—ग})^{\text{म}} \end{aligned}\right\} \quad \text{अत्र अ, क लब्धी,}$$

$$\therefore \frac{०}{०} = \frac{\text{फा}(\text{य})}{\text{फि}(\text{य})} = \frac{\text{अ}\,(\text{य—ग})^{\text{न}}}{\text{क}\,(\text{य—ग})^{\text{म}}}$$

$$\text{यद्यत्र, न} > \text{म तदा } \frac{०}{०} = \frac{\text{अ}\,(\text{य—ग})^{\text{न—म}}}{\text{क}} = \frac{०}{\text{क}} = ०$$

$$\text{यदि न} < \text{म, तदा } \frac{०}{०} = \frac{\text{अ}}{\text{क}\,(\text{य—ग})^{\text{म—न}}} = \frac{\text{अ}}{०} = \infty$$

$$\text{यदि च, न} = \text{म तदा } \frac{०}{०} = \frac{\text{अ}\,(\text{य—ग})^{\text{न}}}{\text{क}\,(\text{य—ग})^{\text{म}}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}},$$

अतोऽत्र तृतीयमानेनेदं ज्ञायते यत् कोऽपि राशिः शून्येन गुणितस्तेन पुनर्भक्तस्तदा राशौ विकारो न भवतीति मदीयकल्पनया सम्यगुपपन्नम्।

अत्रैव स्वव्यक्तवासनायां तत्कर्त्रा "शून्यमिताभ्यां गुणहराभ्यां गुणनभजनयोर्विधाने शून्यत्वात् क्रियावैयर्थ्यापत्तेस्तुल्यत्वाद्गुणहरयोर्नाशे च क्रियायाश्चरितार्थतया हारश्चेत् पुनः" इति वस्तुस्थितिमज्ञात्वैव सर्वं प्रजल्पितम्। नहि शून्ययोर्गुणहरयोस्तुल्यत्वं भवितुमर्हतीति धीरैर्गणितविद्भिर्निष्पक्षपातधिया विवेचनीयमित्युपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम्।

एवं सर्वत्रोदाहरणे राशिः केनचिद् गुणितो भक्तो वा राश्यंशेन रहितो युतो वा दृष्टस्तत्रेष्टं राशिं प्रकल्प्य तस्मिन्नुद्देशकालापवत् कर्मणि कृते यन्निष्पद्यते तेन भजेद् दृष्टमिष्टगुणं फलंराशिः स्यात्। *

---

* अत्र त्रिशतिकाया उदाहरणम्—

षड्भागः पाटलासु भ्रमरनिकरतः स्वत्रिभागः कदम्बे
पादश्चूतद्रुमे च प्रदलितकुसुमे चम्पके पञ्चमांशः।
प्रोत्फुल्लाम्भोजखण्डे रविकरदलिते त्रिंशदंशोऽभिरेमे
तत्रैको मत्तभृङ्गो भ्रमति नभसि चेत् का भवेद्भृङ्गसंख्या ? ॥

अपरोदाहरणम् ।

अमलकमलराशेस्त्र्यंशपञ्चांशषष्ठै-
स्त्रिनयनहरिसूर्या येन तुर्येण चार्या ।
गुरुपदमथ षड्भिः पूजितं शेषपद्मैः
सकलकमलसङ्ख्यां क्षिप्रमाख्याहि तस्य ॥ २ ॥

न्यासः $\frac{१}{३}$ $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{६}$ $\frac{१}{४}$ दृश्यम् ६ ।

अत्रेष्टमेकं १ राशिं प्रकल्प्य प्रागवज्ञातो राशिः १२० ।

शेषजात्युदाहरणम् ।

स्वार्धं प्रादात् प्रयागे, नवलवयुगलं योऽवशेषाच्च काश्यां
शेषाङ्घ्रिं शुल्कहेतोः पथि दशमलवान् षट् च शेषाद् गयायाम् ।
शिष्टा निष्कत्रिषष्टिर्निजगृहमनया तीर्थपान्थः प्रयात-
स्तस्य द्रव्यप्रमाणं वद यदि भवता शेषजातिः श्रुताऽस्ति ॥ ३ ॥

न्यासः—$\frac{१}{६}$ । $\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{४}$ । $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{३०}$ दृश्यम् १ ।

यथोक्त्या लब्धं भृङ्गप्रमाणम् ६० ।

अन्यदुदाहरणम् ।

कामिन्या हारयष्ट्याः सुरतकलहतो मौक्तिकानां त्रुटित्वा,
भूमौ जातस्त्रिभागः शयनतलगतः पञ्चमांशश्च दृष्टः ।
प्राप्तः षष्ठः सुकेश्या, गणक ! दशमकः संगृहीतः प्रियेण,
दृष्टं षट्कं च सूत्रे कथय कतिपयैर्मौक्तिकैरेष हारः ॥

न्यासः—$\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{६}$ । $\frac{१}{१०}$, दृश्यम् ६ ।

अत्र यथोक्तया करणेन लब्धं मौक्तिकप्रमाणम् ३० ।

पुनरन्यदुदहरणम्—

यूथार्धं सत्रिभागं वनविवरगतं कुञ्जराणां च दृष्टं
षड्भागश्चैव नद्यां पिबति च सलिलं सप्तमांसेन मिश्रः ।
पद्मिन्यां चाष्टमांशः स्वनवमसहितः क्रीडते सानुरागो
नागेन्द्रो हस्तिनीभिस्तिसृभिरनुगतः का भवेद्यूथसंख्या ॥

न्यासः—$\frac{१}{२}$ $\frac{१}{६}$ $\frac{१}{८}$ दृश्यम् ४ ।
$\frac{१}{३}$ $\frac{१}{७}$ $\frac{१}{९}$

एतेषां सवर्णनं कृत्वा द्वाभ्यामपवर्त्य जातम् $\frac{२}{३}$, $\frac{४}{२१}$, $\frac{५}{३६}$ पुनरेतेषां सवर्णनमङ्कैरपवर्तितं जातम् $\frac{२५१}{२५२}$ इदमिष्टराशेर्विहीनितम् $\frac{१}{२५२}$ अनेन दृष्टगुणितेष्टे ४ भक्ते हस्तिसंख्याः १००८ ।

न्यासः $\frac{१}{२}$ $\frac{२}{९}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{६}{१०}$ दृश्यम् ६३ । अत्र रूपं १ राशिं प्रकल्प्य भागान् शेषात् शेषादपास्य जातम् $\frac{७}{६०}$ । अथ वा भागापवाहविधिना सवर्णिते जातम् $\frac{७}{६०}$ । अनेन दृष्टे ६३ इष्टगुणिते भक्ते जातं द्रव्यप्रमाणम् ५४० । इदं विलोमसूत्रेणापि सिध्यति ।

अथ विश्लेपजात्युदाहरणम् ।

पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्बमगमत् त्र्यंशः शिलीन्ध्रं तयो-
र्विश्लेपस्त्रिगुणो मृगाक्षि ! कुटजं दोलायमानोऽपरः ।
कान्ते ! केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रिया-
दूताहूत इतस्ततो भ्रमति खे भृङ्गोऽलिसङ्ख्यां वद ॥ ४ ॥

न्यासः $\frac{१}{५}$ $\frac{१}{३}$ $\frac{३}{५}$ दृश्यम् १ ।

जातमलिकुलमानम् १५ । एवमन्यत्रापि ।

इतीष्टकर्म ।

अत्रोपपत्तिः—अत्रादौ कमपीष्टराशिं प्रकल्प्योक्तवत् क्रियाकरणेन यन्निष्पद्यते तदिष्टराश्योर्यः सम्बन्धः, स एवाभीष्टदृश्यतद्राश्योर्भवत्यालापस्य स्थिरत्वात्,

तेन $\frac{\text{इ}}{\text{इ}'} = \frac{\text{रा}}{\text{द}} \therefore \text{रा} = \frac{\text{इ}.\text{द}}{\text{इ}'}$ उपपन्नं सर्वम् ।

अथ द्वीष्टकर्मोपपत्तिः—अत्रालापोक्त्या दृश्यम् $= \text{द} = \text{अ}.\text{य} + \text{क}$, अत्र यदि $\text{य} = \text{इ}$, तदा $\text{द}' = \text{अ}.\text{इ} + \text{क} \therefore \text{द} \backsim \text{द}' = \text{अ}\,(\text{य} \backsim \text{इ}) = \text{शे}$, यदि च $\text{य} = \text{इ}'$, तदा $\text{द}'' = \text{अ}.\text{इ}' + \text{क} \therefore \text{द} \backsim \text{द}'' = \text{अ}\,(\text{य} \backsim \text{इ}') = \text{शे}'$

$$\frac{\text{शे}}{\text{शे}'} = \frac{\text{अ}\,(\text{य} \backsim \text{इ})}{\text{अ}\,(\text{य} \backsim \text{इ}')} = \frac{\text{य} \backsim \text{इ}}{\text{य} \backsim \text{इ}'}$$

$$\therefore \text{शे}\,(\text{य} \backsim \text{इ}') = \text{शे}'\,(\text{य} \backsim \text{इ})$$

$$\text{शे}.\text{य} \backsim \text{शे}.\text{इ}' = \text{शे}'.\text{य} \backsim \text{शे}'.\text{इ}$$

अत्र समशोधनादिना जातं यावत्तावन्मानम् $= \frac{\text{शे}.\text{इ}' \backsim \text{शे}'.\text{इ}}{\text{शे} \backsim \text{शे}'}$ ।

अतः—

आलापकोक्त्या निहतौ विभक्तावभीष्टराशी सहितोनयुक्तौ ।
भागैः स्वदृश्याख्यविहीनितौ तच्छेषौ ततोऽन्योन्यतदिष्टनिघ्नौ ॥

भक्तं तयोरन्तरकं हि शेषान्तरेण शेषप्रमिती धनर्णे ।
चेत्तद्युतिः शेषयुतिप्रभक्ता राशिर्भवेद्द्वीष्टजकर्मणा वा ॥*

इति पद्यमुपपद्यते ।

$$\text{अथ यदि, ह} = \text{रा} - \frac{\text{रा.अ}}{\text{क}} - \left\{ \frac{\text{रा} - \frac{\text{रा. अ}}{\text{क}}}{१} \right\} \frac{\text{न}}{\text{प}}$$

$$= \frac{\text{रा.क} - \text{रा.अ}}{\text{क}} - \frac{(\text{रा. क} - \text{रा. अ})\,\text{न}}{\text{प. क}}$$

$$= \frac{\text{रा}\,(\text{क} - \text{अ})\,(\text{प} - \text{न})}{\text{प. क}}$$

$$\therefore \quad \text{रा} = \frac{\text{ह}}{\frac{(\text{क} - \text{अ})\ \ (\text{प} - \text{न})}{\text{प. क}}} \dagger$$

---

* अत्रोदाहरणम्—

एकस्य रूपत्रिशती षडश्वा, अश्वा दशान्यस्य तु तुल्यमूल्याः ।
ऋणं तथा रूपशतं च तस्य, तौ तुल्यवित्तौ च किमश्वमूल्यम् ! ॥

अत्रादौ कल्पित इष्टराशिः २० अतो द्वयोर्धने ४२०, १००, अनयोरन्तरं ३२० इदमेव प्रथमशेषम् ।

द्वितीयेष्टराशिः २५ तत उक्तवत् द्वयोर्धने ४५० । १५० एतयोरन्तरं ३०० द्वितीयशेषमानम् । तत एतौ ३२० । ३०० परस्परेष्टगुणितौ ८०००। ६००० अनयोर्विश्लेषः २००० शेषान्तरेण २० भक्तो जातमश्वमूल्यम् १०० । इति द्वीष्टकर्म ।

† "छिद्घातभक्तेन लवोनहारघातेन भाज्यः प्रकटाख्यराशिः ।
राशिर्भवेच्छेषवलवे तथेदं विलोसूत्रादपि सिद्धिमेति" ॥

इति कस्यचित्पद्यमुपपद्यते ।

उदाहरणम्—

पद्याक्ष्या प्रियकल्पिताद्वसुलवा भूषा ललाटीकृता
यच्छेषात्त्रिगुणाद्विभागरचिता न्यस्ता स्तनान्तः स्रजि ।
शेषार्धं भुजनालयोर्मणिगणः शेषाब्धिकस्त्र्याहतः
काञ्च्यात्मा मणिराशिमाशु वद मे वेण्यां हि यत् षोडश ॥

अत्र न्यासः— $\frac{१}{८}$।$\frac{३}{७}$।$\frac{१}{२}$।$\frac{३}{४}$। दृश्यम् १६ । यथोक्तवत् क्रियाकरणेन जातो मणिराशिः २५६ ।

संक्रमणे करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धितस्तौ राशी स्मृतं संक्रमणाख्यमेतत् ।

अत्रोद्देशकः ।

ययोर्योगः शतं सैकं, वियोगः पञ्चविंशतिः ।
तौ राशी वद मे वत्स ! वेत्सि संक्रमणं यदि ॥ १ ॥

न्यासः । योगः १०१ । अन्तरम् २५ । जातौ राशी ३८ । ६३ ।

अत्रोपपत्तिः—कल्प्येते राशी या, का ययोर्योगः = यो = या + का, तथाऽन्तरम् = अं = या–का,

$\therefore$ यो + अं = या + का + (या–का) = २या

एवं यो—अं = या + का—(या–का) = २का

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{यो} + \text{अं}}{2} \quad \text{तथा का} = \frac{\text{यो} - \text{अं}}{2}$$

अत उपपन्नं सर्वम् ।

अन्यत्करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योगस्ततः प्रोक्तवदेव राशी ॥ १ ॥

उद्देशकः ।

राश्योर्ययोर्वियोगोऽष्टौ तत्कृत्योश्च चतुःशती ।
विवरं वद तौ राशी शीघ्रं गणितकोविद ! ॥ १ ॥

न्यासः । राश्यन्तरम् ८ कृत्यन्तरम् ४०० । जातौ राशी २१ । २९ ।

इति संक्रमणम् ।

अत्रोपपत्तिः—अत्र कल्प्येते राशी या, का

ययोर्वर्गान्तरम् = वअं = या^{2}–का^{2}

तथाऽन्तरम् = अं = या–का

अथ वा, वअं = या^{2}–या. का + या का–का^{2}

= या (या–का) + का (या–का)

= (या–का) (या + का)

= अं (या + का)··················(१)

एतेन वर्गान्तरं योगान्तरघातसमं भवत्यतः $\frac{\text{वअं}}{\text{अं}}$ = यो = या + का,

अन्तरं तु ज्ञातमेवात्र पूर्वोक्तसंक्रमणगणितेन या, का, राशी सुखेन ज्ञायेते ।

यद्वा क्षेत्रमितेर्द्वितीयाध्यायस्य पञ्चमक्षेत्रानुमानेनापि (१) समीकरणमानं सिध्यत्यत उपपन्नं सर्वम् । एवमेव वर्गयोगज्ञानाद्राश्यन्तरज्ञानाच्च राशियोगतो वा राशिज्ञानं

भवतीति किमु वैचित्र्यमतो मत्सूत्रावतारः—

द्विघ्नवर्गयुतिर्हीनाऽन्तरवर्गेण तत्पदम् ।
राशियोगमितिर्विद्वन्! ततो राशी प्रसाधयेत् ॥

अथ यदि घनान्तरम् $=$ घअं $=$ या$^{३}-$ का^{३}

तथा च राश्यन्तरम् $=$ अं $=$ या$-$का

तदा घअं $=$ या$^{३}-$ का$^{३} = ($ या$-$ का $)$ $($ या$^{२}+$या.का$+$का$^{२})$

$$\therefore \frac{\text{घअं}}{\text{अं}} = \text{या}^{२} + \text{या.का} + \text{का}^{२}$$

$$= (\text{या}-\text{का})^{२} + ३\text{या.का}$$

$$\therefore \frac{\frac{\text{घअं}}{\text{अं}} - \text{अं}^{२}}{३} = \text{या.का}$$

$$= \frac{(\text{या}+\text{का})^{२} - (\text{या}-\text{का})^{२}}{४}$$

$$\therefore \frac{४\left\{\frac{\text{घअं}}{\text{अं}} - \text{अं}^{२}\right\}}{३} + \text{अं}^{२} = (\text{या}+\text{का})^{२}$$

अस्य मूलं राश्योर्योगो भवति, अन्तरन्तु ज्ञातमेवातो राशिमाने सुबोधे ।

अतः सूत्रावतारः ।

घनान्तरं राशिवियोगभक्तं वियोगवर्गेण विहीनितं तत् ।
चतुर्गुणं रामहृतं वियोगकृत्या युतं मूलमतो हि राशी इति ॥

अथवात्रैव यदि—

या $=$ अ $+$ क

तथा का $=$ अ$-$क

तदा या—का $=$ अं $=$ २क $\quad \therefore$ क $= \frac{१}{२}$अं

$\therefore$ या $=$ अ $+ \frac{१}{२}$अं, का $=$ अ$- \frac{१}{२}$ अं

ततो द्वितीयालापेन—

$$\text{या}^{३} - \text{का}^{३} = \left\{\text{अ} + \tfrac{१}{२}\text{अं}\right\}^{३} - \left\{\text{अ} - \tfrac{१}{२}\text{अं}\right\}^{३} = \text{घअं}$$

$$= \frac{\text{अं}^{३}}{४} + ३\text{अ}^{२}.\text{अं}$$

$$\therefore \frac{\text{घअं}}{\text{अं}} = \frac{\text{अं}^{२}}{४} + ३\text{अ}^{२}$$

$$\therefore \frac{घअं}{अं} - \left(\frac{अं}{२}\right)^{२} = ३अ^{२}$$

$$\therefore अ^{२} = \frac{१}{३}\left\{\frac{घ\ अं}{अं} - \left(\frac{अं}{२}\right)^{२}\right\}$$ अस्य मूलं 'अ' मानं स्यात्

'क' मानं तु ज्ञातमेवातो या, का अनयोर्माने सुबोधे । एतेन—

घनान्तरं राशिवियोगभक्तं हीनं वियोगाङ्कदलस्य कृत्या ।
त्रिभिर्विभक्तं च पदं ततोऽस्य वियोगखण्डोनयुतं हि राशी ॥*

इति मदीयसूत्रमुपपन्नं भवति । एवमेव घनयोगराशियोगाभ्यां राशिज्ञानं सुधीभिः कर्त्तव्यं तत्र मत्सूत्रमवतरति—

घनैक्यं राशियोगाप्तं योगार्धकृतिवर्जितम् ।
त्रिभक्तं तत्पदेनोनं योगार्धं संयुतं च तौ ॥*

अथ किञ्चिद्वर्गकर्म प्रोच्यते तत्रार्याद्वयम् ।

**इष्टकृतिरष्टगुणिता व्येका दलिता विभाजितेष्टेन ।
एकः स्यादस्य कृतिर्दलिता सैकाऽपरो राशिः ॥ २ ॥
रूपं द्विगुणेष्टहृतं सेष्टं प्रथमोऽथ वाऽपरो रूपम् ।
कृतियुतिवियुती व्येके वर्गौ स्यातां ययो राश्योः ॥ ३ ॥**

उद्देशकः ।

**राश्योर्ययोः कृतिवियोगयुती निरेके
मूलप्रदे प्रवद तौ मम मित्र ! यत्र ।
क्लिश्यन्ति वीजगणिते पटवोऽपि मूढाः
षोढोक्तवीजगणितं परिभावयन्तः ॥ १ ॥**

**अत्र प्रथमानयने कल्पितमिष्टम् $\frac{१}{२}$ ।अस्य कृतिः $\frac{१}{४}$
अष्टगुणा जातः २ । अयं व्येकः $\frac{१}{१}$ । दलितः $\frac{१}{२}$ ।
इष्टेन $\frac{१}{२}$ हृतो जातः प्रथमो राशिः १ ।
अस्य कृतिः १ । दलिता $\frac{१}{२}$ । सैका $\frac{३}{२}$ । अयमपरो राशिः ।
एवमेतौ राशी $\frac{१}{१}$ । $\frac{३}{२}$ ।**

---

* अत्रोदाहरणम्—

घनान्तरं ययोः सप्त, त्वन्तरं रूपसम्मितम् ।
तत्र राशी समाचक्ष्व पाटीगणितरीतितः ॥

न्यासः—घनान्तरम् ७, अन्तरम् १, ततः सूत्रोक्त्या क्रियाकरणेन जातौ राशी १,२ ।

* अत्रोदाहरणम्—त्रिमितस्तु ययोर्योगो घनैक्यं नवसम्मितम् ।
तत्रराशी वद क्षिप्रं मतिस्ते चेत्पटीयसी ॥

न्यासः—राश्योर्योगः ३, घनयोगः ९, ततःसूत्रवलेन राशी १, २ ।

एवमेकेनेष्टेन जातौ राशी $\frac{७}{२}$, $\frac{५७}{८}$ । द्विकेन $\frac{३१}{४}$, $\frac{९९३}{३२}$ ।

अथ द्वितीयप्रकारेणेष्टम् १ । अनेन द्विगुणेन २ । रूपंभक्तम्, $\frac{१}{२}$ इष्टेन सहितं जातः प्रथमो राशिः $\frac{३}{२}$ । द्वितीयो रूपम् १ । एवं राशी $\frac{३}{२}$ $\frac{१}{१}$

एवं द्विकेन $\frac{९}{४}$ $\frac{१}{१}$ । त्रिकेण $\frac{१९}{६}$ $\frac{१}{१}$ । त्र्यंशेन $\frac{१}{३}$ जातौ राशी $\frac{११}{९}$, $\frac{१}{१}$ ।

अत्रोपपत्तिः—अत्र कल्पितौ राशी या, का तदा द्वितीयालापेन $या^२-का^२-१$ अस्य मूलदृत्त्वात 'सरूपके वर्णकृती तु यत्र तत्रेच्छयैकां प्रकृतिं प्रकल्प्ये'त्यादिना, तथा 'इष्टभक्तो द्विधा क्षेप'—इत्यादिना च ऋणरूपमिष्टं प्रकल्प्य जातं कनिष्ठमानम् $= \frac{का^२+२}{२}$, अत्रेदं प्रकृतिवर्णस्य यावत्तावतो मानम् $= \frac{का^२+२}{२}$ अत उत्थापनेन जातौ राशी $\frac{का^२+२}{२}$, का ततः प्रथमालापेन $\frac{का^४}{४}+२\ का^२$ अयं कस्यापि वर्गसमस्तेनास्य 'द्वितीयपक्षे सति सम्भवे तु कृत्याऽऽपवर्त्ये'—त्यादिना कालकवर्गेणापवर्त्य, तत—'इष्टभक्तो द्विधा क्षेप'—इत्यादिना मूलं साध्यते, अत्रेष्टम् $=-४इ$, ततः कनिष्ठमानम् $= ४\ इ - \frac{२}{४\ इ} = ४\ इ - \frac{१}{२इ} = \frac{८इ^२-१}{२इ}$ इदमेव कालकमानम् $= \frac{८\ इ^२-१}{२इ}$, अयं प्रथमो राशिः । द्वितोयस्तु $= \frac{का^२}{२}+१$, अत उपपन्नः प्रथमः प्रकारः ।

अथ द्वितीयप्रकारे तु राशी या, १ अत्र प्रथमालापः स्वयमेव घटते । द्वितीयालापेन $या^२-२$ अस्य मूलेन भवितव्यम् । अत्रापीष्टभक्तो द्विधा क्षेप इत्यादिना द्विगुणमृणमिष्टराशिं प्रकल्प्य जातं कनिष्ठमानम् $= \frac{२\ इ^२+१}{२इ} = \frac{१}{२इ}+इ$, इदमेव यावत्तावन्मानम्, अत उत्थापितौ राशी $\frac{१}{२\ इ}+इ$, १ अत उपपन्नं सर्वं भास्करोक्तम् ।

अत्रैव यदि इ $=-$ इ कल्प्यते तदा कनिष्ठम् $= \frac{१}{२}\left\{ \frac{२}{इ} + इ \right\}$ इदं यावत्तावन्मानं स्यादेतेन मुनीश्वरीयपद्यमुपपद्यते ।*

अत्रैवास्य प्रकारस्य सूचको मदीयोऽतिचमत्कारको लघुप्रकारः—

इष्टवर्गशरजान्तरभक्तं राशिरब्धिगुणितेष्टकमेकः ।
इष्टवर्गशरयोग इहास्यः स्वान्तरेण भवतीति तदन्यः ॥

---

* इष्टभक्तं द्वयं सेष्टं दलितं प्रथमोऽपरः ।
रूपं तयोर्वर्गयोगान्तरे व्येके पदप्रदे ॥

अथवा सूत्रम् ।

इष्टस्य वर्गवर्गो घनश्च तावष्टसंगुणौ प्रथमः ।
सैको राशी स्यातामेवं व्यक्तेऽथ वाऽव्यक्ते ॥ ४ ॥

इष्टम् $\frac{१}{२}$ । वर्गवर्गः $\frac{१}{१६}$ । अष्टघ्नः $\frac{१}{२}$ । सैको जातः प्रथमो राशिः $\frac{३}{२}$ ।
पुनरिष्टम् $\frac{१}{२}$ अस्य घनः $\frac{१}{८}$ । अष्टगुणो जातो द्वितीयो राशिः $\frac{१}{१}$ ।
एवं जातौ राशी $\frac{३}{२}$ $\frac{१}{१}$ ।

अथैकेष्टेन ९ । ८ । द्विकेन १२९ । ६४ । त्रिकेण ६४९ । २१६ ।

एवं सर्वेष्वपि प्रकारे ष्विष्टवशादानन्त्यम् ।

पाटीसूत्रोपमं बीजं गूढमित्यवभासते ।
नास्ति गूढममूढानां नैव षोढेत्यनेकधा ॥ १ ॥
अस्ति त्रैराशिकं पाटी, बीजं च विमला मतिः ।
किमज्ञातं सुबुद्धीनामतो मन्दार्थमुच्यते ॥ २ ॥

इति वर्गकर्म ।

अत्रोपपत्तिः—अत्र राशी $या + १$, $का$, अनयोर्वर्गयोगवियोगौ निरेकौ $या^{२} + का^{२} + २ या$ । $या^{२} — का^{२} + २ या$, एतौ मूलदौ तदैव स्यातां यदाऽत्र '२या' अयं वर्गाङ्कः स्यात्तन्मूलयावत्तावतोर्द्विघ्नघातः कालकवर्गसमो भवत्यतः

कल्प्यते $२या = नी^{२}$

एवं $२या.नी = का^{२}$

$$\therefore \quad या = \frac{नी^{२}}{२}$$

$$तथा \quad का^{२} = २ \cdot \frac{नी^{२}}{२} \cdot नी = नी^{३}$$

अत्रेष्टं तथा कल्पितं, यथा यावत्तावन्मानमभिन्नं स्यात्तेनात्रेष्टमानम् = $४ इ^{२} = नी$,

$\therefore\ या = ८ इ^{४}$

एवं $का^{२} = ६४ इ^{६}$

$\therefore\ का = ८ इ^{३}$

अत उत्थापनेन राशी $८ इ^{४} + १$, $८ इ^{३}$, उपपन्नं सर्वम् । यद्यत्र $नी = इ^{२}$,

तदा राशी $\frac{इ^{४}}{२} + १, इ^{३}$ ।*

---

* एतेन—

"इष्टस्य वर्गवौ घनश्च तत्र द्विकेनाप्तः ।
आद्यः सैको राशी स्यातां व्यक्तेऽथवाव्यक्ते ॥
इति पद्यमुपपन्नम् भवति

अत्रैव † ज्ञानराजनप्तृबालकृष्णदैवज्ञैस्तु या, ३ राशिमाने प्रकल्प्य यथोक्त्या राशी साधितौ, तत्र रूपद्वयाल्प इष्टे द्वितीयालापो न घटत इति सुधीभिर्विभाव्यम् ।

एवमेव* लक्ष्मीदासमिश्रा अपि '४३, या, आभ्यां राशी साधितवन्तस्तत्रापि रूपार्धाल्प इष्टे द्वितीयालापो व्यभिचरतीति सर्वमिष्टवशाद्गणितिकैरवगन्तव्यम् । किमत्र लेखप्रयासेन ।

अथ गुणकर्म ।

गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशेर्दृष्टस्य युक्तस्य गुणार्धकृत्या ।
मूलं गुणार्धेन युतं विहीनं वर्गीकृतं प्रष्टुरभीष्टराशिः ॥ ५ ॥
यदा लवैश्चोनयुतः स राशिरेकेन भागोनयुतेन भक्त्वा ।
दृश्यं तथा मूलगुणं च ताभ्यां साध्यस्ततः प्रोक्तवदेव राशिः ॥ ६ ॥

यो राशिः स्वमूलेन केनचिद्गुणितेन ऊनो दृष्टस्तस्य गुणार्धकृत्या युक्तस्य दृष्टस्य यत् पदं तद् गुणार्धेन युक्तं कार्यं, यदि गुणघ्नमूलयुतो-दृष्टस्तर्हि हीनं कार्यं, तस्य वर्गो राशिः स्यात् ।

मूलोने दृष्टे तावदुदाहरणम् ।

बाले ! मरालकुलमूलदलानि सप्त तीरे विलासभरमन्थरगाण्यपश्यम् ।
कुर्वच्च केलिकलहं कलहंसयुग्मं शेषं जले वद मरालकुलप्रमाणम् ॥ १ ॥

न्यासः । मूलगुणः $\frac{७}{२}$ । दृष्टम् २ । दृष्टस्यास्य २ गुणार्धकृत्या $\frac{४९}{१६}$ । युक्तस्य $\frac{८१}{१६}$ मूलम् $\frac{९}{४}$ । गुणार्धेन $\frac{७}{४}$ । युतं $\frac{१६}{४}$ वर्गीकृतं हंसकुलमानम् १६ ।

अथ मूलयुते दृष्टे चोदाहरणम् ।

स्वपदैर्नवभिर्युक्तः स्याच्चत्वारिंशताधिकम् ।
शतद्वादशकं विद्वन् ! कः स राशिर्निगद्यताम् ॥ २ ॥

न्यासः । मूलगुणः ९ दृश्यम् १२४० । गुणार्धं $\frac{९}{२}$ मस्य कृत्या $\frac{८१}{४}$ युक्तं जातम् $\frac{५०४१}{४}$ । अस्य मूलं $\frac{७१}{२}$ । गुणार्धेन $\frac{९}{२}$ अत्र विहीनं $\frac{६२}{२}$ वर्गीकृतं $\frac{३८४४}{४}$ । छेदेन हृते जातो राशिः ९६१ ।

उदाहरणम् ।

यातं हंसकुलस्य मूलदशकं मेघागमे मानसं
प्रोड्डीय स्थलपद्मिनीवनमगादष्टांशकोऽम्भस्तटात् ।
बाले ! बालमृणालशालिनि जले केलिक्रियालालसं
दृष्टं हंसयुगत्रयं च सकलां यूथस्य संख्यां वद ॥ ३ ॥

---

† "इष्टः प्रथमो राशिर्निजार्धनिहतः स एवान्यः ।
अनयोः कृतियुतिवियुती रूपयुते मूलदे स्याताम् ॥

* चतुर्गुणेष्टमाद्यः स द्विघ्नोऽभीष्टसंगुणोऽपरो राशिः ।
अनयोःकृतियुतिवियुती रूपयुते मूलदे स्याताम् ॥

न्यासः । मूलगुणः १० । अष्टांशः $\frac{१}{८}$ । दृश्यम् ६ । यदा लवैश्चोनयुत- इत्युक्तत्वादत्रैकेन भागोनेन $\frac{७}{८}$ दृश्यमूलगुणौ भक्त्वा जातं दृश्यम् $\frac{४८}{७}$ मूलगुणः $\frac{८०}{७}$ । गुणार्धम् $\frac{४०}{७}$ । अस्य कृत्या $\frac{१६००}{४९}$ युक्तम् $\frac{१९३६}{४९}$ अस्य मूलं $\frac{४४}{७}$ गुणार्धेन $\frac{४०}{७}$ युक्तं १२ वर्गीकृतं जातो हंसराशिः १४४

अथ भागमूलोने दृष्टे उदाहरणम् ।

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे संदधे
तस्यार्धेन निवार्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान् ।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रिभिरपि छत्रं ध्वजं कार्मुकं
चिच्छेदास्य शिरः शरेण कति ते यानर्जुनः संदधे ॥ ४ ॥

न्यासः । भागः $\frac{१}{२}$ । मूलगुणकः ४ । दृश्यम् १० । यदा लवैश्चोन- युत इत्यादिना जातं बाणमानम् १०० ।

अपि च ।

अलिकुलदलमूलं मालतीं यातमष्टौ
निखिलनवमभागाश्चालिनी भृङ्गमेकम् ।
निशि परिमललुब्धं पद्ममध्ये निरुद्धं
प्रति रणति रणन्तं ब्रूहि कान्तेऽलिसंख्याम् ॥ ५ ॥

अत्र किल राशिनवांशाष्टकं राश्यर्धमूलं च राशेर्ऋणं, द्वयं रूपं दृश्यम् । एतदृणं दृश्यं चार्धितं राश्यर्धस्य भवतीति । तत्रापि राश्यंशार्धे राश्यंशार्धस्यांशः स्यादिति भागः स एव ।

तथा न्यासः । भागाः $\frac{८}{९}$ । मूलगुणकः $\frac{१}{२}$ । दृश्यम् १ राश्यर्धस्य स्यादिति भागन्यासोऽत्र । अतः प्राग्वल्लब्धं राशिदलम् ३६ ।

एतद्द्विगुणितमलिकुलमानम् ७२ ।

उदाहरणम् ।

यो राशिरष्टादशभिः स्वमूलै राशित्रिभागेन समन्वितश्च ।
जातं शतद्वादशकं तमाशु जानीहि पाट्यां पटुताऽस्ति ते चेत् ॥ ६ ॥

न्यासः । भागः $\frac{१}{३}$ मूलगुणकः १८ । दृश्यम् १२०० । अत्रैकेन भाग- युतेन $\frac{४}{३}$ मूलगुणं दृश्यं च भक्त्वा प्राग्वज्जातो राशिः ५७६ ।

इति गुणकर्म ।

अत्रोपपत्तिस्तु यद्यपि वर्गसमीकरणप्रपञ्चेनापि सरला तथाप्यत्र बालावबोधार्थ- मुच्यते । अत्रोद्देशकालापानुसारेण दृश्यमानम् $= दृ = \text{या}^{२} \pm \text{गु}.\text{या}$, अतो वर्गपूर- णेन, $\text{या}^{२} \pm \text{गु}.\text{या} + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^{२} = दृ + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^{२}$

मूलग्रहणेन, $\text{या} \pm \frac{\text{गु}}{२} = \sqrt{दृ + \left(\frac{\text{गु}}{२}\right)^{२}} = $ मूलम् ।

$\therefore$ या $=$ मूल $\pm \frac{\text{गु}}{२}$ अस्य वर्गो राशिरित्युपपन्नं पूर्वार्धम्।

यदि च $\text{ह} = \text{या}^{२} \pm \frac{\text{अ}}{\text{क}}\, \text{या}^{२} \pm \text{गु.या}$

$$\text{वा, ह} = \text{या}^{२} \left\{ १ \pm \frac{\text{अ}}{\text{क}} \right\} \pm \text{गु.या}$$

$$\therefore \frac{\text{ह}}{१ \pm \frac{\text{अ}}{\text{क}}} = \text{या}^{२} + \frac{\text{गु}}{१ \pm \frac{\text{अ}}{\text{क}}} \cdot \text{या}$$

$$\therefore \frac{\text{ह}}{१ \pm \frac{\text{अ}}{\text{क}}} = \text{ह}', \frac{\text{गु}}{१ \pm \frac{\text{अ}}{\text{क}}} = \text{गु}'$$

$$\therefore \text{ह}' = \text{या}^{२} \pm \text{गु}'.\text{या},$$

अतः पूर्वोक्त्या राशिमानं सुबोधम्। अत उपपन्नं सर्वम्। एवं वर्गात्मकानां राशीनामानयनं भवति, नचावर्गात्मकानां प्रष्टुरभीप्सितानां राशीनां ज्ञानमनेन प्रकारेण कर्त्तुं शक्यतेऽतस्तदानयनार्थमुपायः—

अत्र कल्प्यते $\frac{\text{रा}}{\text{अ}} = \text{या}^{२}$, अत उद्देशकोक्त्या

$$\text{अ.या}^{२} + \text{अ.या}^{२} \frac{१}{\text{भा}} \pm \text{गु.या} = \text{ह}$$

$$\therefore \text{या}^{२} \left\{ १ \pm \frac{१}{\text{भा}} \right\} \pm \frac{\text{गु}}{\text{अ}}.\text{या} = \frac{\text{ह}}{\text{अ}}$$

वा $\text{या}^{२} \left\{ १ \pm \frac{१}{\text{भा}} \right\} \pm \text{गु}'.\text{या} = \text{ह}'$ अत्र भास्करोक्त्या यावत्तावद्वर्गमानं समानीय 'अ' अनेन गुणितं प्रष्टुरभीप्सितं राशिमानं भवति। यद्यत्र 'अ गुणितो राशिर्यावत्तावद्वर्गसमो भवेत्तदा यावत्तावद्वर्गः 'अ' भक्तो राशिः स्यात्तेन

यद्गुणो यल्लवो वा स्याद्राशिर्मूलप्रदस्ततः।
तद्गुणौ तल्लवौ कार्यौ दृश्यमूलगुणौ च तौ॥
ताभ्यामुक्तवदेवात्र राशिमानं भवेद्धि यत्।
तल्लवस्तद्गुणो ज्ञेयः प्रश्नकर्तुरभीप्सितः॥

इति मदीयमुपपन्नं भवति ।*

इत्यनेनैव मदीयप्रकारेण "अत्र किलारभ्य राशिः स्या"-दित्यन्तमाचार्योक्तं सम्यगुपपन्नं भवतीत्यलं प्रसङ्गागतविचारेण ।

अथ त्रैराशिके करणसूत्रं वृत्तम् ।

प्रमाणमिच्छा च समानजाती आद्यन्तयोस्तत्फलमन्यजाति ।
मध्ये तदिच्छाहतमाद्यहृत् स्यादिच्छाफलं व्यस्तविधिर्विलोमे ॥ ७ ॥

उदाहरणम् ।

कुङ्कुमस्य सदलं पलद्वयं निष्कसप्तमलवैस्त्रिभिर्यदि ।
प्राप्यते सपदि मे वणिग्वर ! ब्रूहि निष्कनवकेन तत् कियत् ? ॥ १॥

न्यासः ।$\frac{३}{७}$।$\frac{५}{२}$।$\frac{९}{१}$। उक्तविधिना लब्धानि कुङ्कुमपलानि ५२ । कर्षौ २ ।

अपि च ।

प्रकृष्टकर्पूरपलत्रिषष्ट्या चेल्लभ्यते निष्कचतुष्कयुक्तम् ।
शतं तदा द्वादशभिः सपादैः पलैः किमाचक्ष्व सखे ! विचिन्त्य ॥ २ ॥

---

* उदाहरणम्—

वाले ! वालमरालवाणलवतो मूलं प्रिये चाष्टकं
यातं मानसमेव रामगुणिता राशेः शरांशाः खलु ।
प्रोड्डीय स्थलपद्मिनीवनमथो दृष्टं सखे दिङ्मितं.
पाथ्यां चेत् पटुता तदा द्रुततरं यूथस्य संख्यां वद ॥

न्यासः—मूगु ८, भा $\frac{३}{५}$, दृ १०, अत्र दृश्य १० मूलगुणौ ८ पंचभक्तौ जातौ वास्तवौ मूलगुणकदृश्यौ मूगु$\frac{८}{५}$,दृ २ भागः स एव । ततो यथोक्त्या कृते जातो राशिः २५ अयं पंचगुणो जातोऽभीष्टराशिः १२५ ।

अथान्यदुदाहरणम् ।

रामः सीतापहर्तारममितबलिनं रावणं संजिघांसु-
र्बाणान्यान् सन्दधे तद्द्विगुणपदमितेनानलैः संहतेन ।
बाहूँश्चिच्छेद तस्याखिलविशिषदलैस्तच्छिरश्चाथ दृष्टं
भूपैस्तुल्यं तदाऽत्र प्रवद गणक ते सन्ति बाणाः कियन्तः ? ॥

न्यासः—मूगु ३ भा$\frac{१}{२}$, दृश्यम् १६, दृश्यमूलगुणा १६, ३ वेतौ द्विगुणितौ जातौ वास्तवौ दृश्य ३२ मूलगुणौ६ । अत्र भागः स एव । ततआचार्यरीत्या जातोराशिः२५६ अयमर्धितः प्रष्टुरभीप्सितो राशिः १२८ ।

न्यासः । $\frac{६३}{१}$ । $\frac{१०४}{१}$ । $\frac{४९}{४}$ । मध्यमिच्छागुणितं $\frac{५०९६}{४}$ छेदभक्तम् १२७४ आद्येन ६३ हृतं लब्धा निष्काः २० । शेषं १४ षोडशगुणितम् २२४ आद्येन भक्तंजाता द्रम्माः ३ । पणाः ८ । काकिण्यः ३ । वराटकाः ११ $\frac{१}{९}$ ।

अन्यदुदाहरणम् ।

द्रम्मद्वयेन साष्टांशा शालितण्डुलखारिका ।
लभ्या चेत् पणसप्तत्या तत् किं सपदि कथ्यताम् ? ॥ ३ ॥

अत्र प्रमाणसजातीयकरणार्थं द्रम्मद्वयस्य पणीकृतस्य
न्यासः । $\frac{३२}{१}$ । $\frac{९}{८}$ । $\frac{७०}{१}$ लब्धे खार्यौ २। द्रोणाः ७। आढकः १। प्रस्थौ २।

इति त्रैराशिकम् ।

अत्रोपपत्तिः—चतुर्ष्वपि सजातीयेषु राशिषु प्रथमतृतीययोर्यः सम्बन्धः स एव द्वितीयचतुर्थयोर्भवति, तत्रापि प्रथमतृतीयौ तथा द्वितीयचतुर्थौ च समानजातीयौ भवत इति क्षेत्रमितेः षष्ठाध्यायतस्तावत्स्पष्टमेव । ये सजातीयास्त एवानुपाती-याश्चातोऽत्र केषामपि त्रयाणां राशीनां ज्ञानादन्यसाधनार्थं या रीतिस्तदेव त्रैराशिक-मित्यतोऽत्राद्यतृतीयौ प्रमाणेच्छासंज्ञकौ, द्वितीयचतुर्थौ तु तत्फलसंज्ञकावित्युपपन्नम् ।

अथ व्यस्तत्रैराशिकम् ।

इच्छावृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे वृद्धिः फलस्य तु ।
व्यस्तं त्रैराशिकं तत्र ज्ञेयं गणितकोविदैः ॥ ८ ॥

यत्र इच्छावृद्धौ फलस्य ह्रासो ह्रासे वा फलस्य वृद्धिस्तत्र व्यस्त-त्रैराशिकं स्यात् ।

तद्यथा—

जीवानां वयसो मौल्ये तौल्ये वर्णस्य हैमने ।
भागहारे च राशीनां व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत् ॥ १ ॥

उदाहरणम् ।

प्राप्नोति चेत् षोडशवत्सरा स्त्री द्वात्रिंशतं, विंशतिवत्सरा किम् ।
द्विधूर्वहो निष्कचतुष्कमुक्षाः प्राप्नोति धूःषट्कवहस्तदा किम् ? ॥ १ ॥

न्यासः । १६ । ३२ । २० । लब्धम् २५ $\frac{३}{५}$ ।
द्वितीयन्यासः । २ । ४ । ६ । लब्धम् १ $\frac{१}{३}$ ।

उदाहरणम् ।

दशवर्णं सुवर्णं चेत् गद्याणकमवाप्यते ।
निष्केण तिथिवर्णं तु तदा वद कियन्मितम् ? ॥ २ ॥

न्यासः १० । १ । १५ लब्धम् $\frac{२}{३}$ ।

राशिभागहरणे उदाहरणम् ।

सप्ताढकेन मानेन राशौ सस्यस्य मापिते ।
यदि मानशतं जातं तदा पञ्चाढकेन किम् ? ॥ ३ ॥

न्यासः । ७ । १०० । ५ लब्धम् १४० ।

इति व्यस्तत्रैराशिकम् ।

व्यस्तत्रैराशिके तु प्रथमतृतीययोर्द्वितीयचतुर्थयोः सम्बन्धासदृशत्वात् 'व्यस्तविधिर्विलोमे' इत्युक्तं युक्तियुक्तमित्युपपन्नं सर्वम् ।

अथ पञ्चराशिकादौ करणसूत्रं वृत्तम् ।

पञ्चसप्तनवराशिकादिकेऽन्योन्यपक्षनयनं फलच्छिदाम् ।
संविधाय बहुराशिजे वधे स्वल्पराशिवधभाजिते फलम् ॥ ६ ॥

उदाहरणम् ।

मासे शतस्य यदि पञ्च कलान्तरं स्याद्
वर्षे गते भवति किं वद षोडशानाम् ? ।
कालं तथा कथय मूलकलान्तराभ्यां
मूलं धनं गणक ! कालफले विदित्वा ॥ १ ॥

न्यासः ।

१	१२
१००	१६
५	०

अन्योन्यपक्षनयने न्यासः ।

१	१२
१००	१६
०	५

बहूनां राशीनां वधः ९६० । अल्पराशिवधेन १०० अनेन भक्ते लब्धम् ९ । शेषम् ६०/१०० विंशत्याऽपवर्त्य ३/५ जातं कलान्तरम् ९ ३/५ । छेदघ्नरूपे कृते जातम् ४८/५ ।

अथ कालज्ञानार्थं न्यासः ।

१	०
१००	१६
५	४८/५

अन्योन्यपक्षनयने न्यासः ।

१	०
१००	१६
४८	५
	५

बहूनां राशीनां वधः ४८०० । स्वल्पराशिवधेन ४०० भक्ता लब्धा-मासाः १२ ।

मूलधनार्थं न्यासः ।

१	१२
१००	०
५	४८/५

पूर्ववल्लब्धं मूलधनम् १६ । एवं सर्वत्र ।

उदाहरणम् ।

सत्र्यंशमासेन शतस्य चेत् स्यात् कलान्तरं पञ्च सपञ्चमांशाः ।
मासैस्त्रिभिः पञ्चलवाधिकैस्तत् सार्धद्विषष्टेः फलमुच्यतां किम् ? ॥२॥

न्यासः

$१\frac{१}{३}$	$३\frac{१}{५}$
१००	$६२\frac{१}{२}$
$५\frac{१}{५}$	०

छेदघ्नरूपेष्विति कृते न्यासः

$\frac{४}{३}$	$\frac{१६}{५}$
$\frac{१००}{१}$	$\frac{१२५}{२}$
$\frac{२६}{५}$	०

अन्योन्यपक्षनयने न्यासः ।

४	१६
५	३
१००	१२५
२	१
५	२६

तत्र बहुराशिवधः १५६००० स्वल्पराशिवधः २०००० ।
छेदभक्ते लब्धम् $७\frac{४}{५}$ । छेदघ्नरूपे कृते जातं कलान्तरम् $\frac{३९}{५}$ ।
कालादिज्ञानार्थं पूर्ववत् ।

यद्वा प्रकारान्तरेणास्योदाहरणम् ।

न्यासः $१\frac{१}{३}$ । १०० । $५\frac{१}{५}$ । $३\frac{१}{५}$ । $६२\frac{१}{२}$ ।

अत्र सर्वेषां छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णमित्यादिना सवर्णने कृते जातम् $\frac{४}{३}$ । १०० । $\frac{२६}{५}$ । $\frac{१६}{५}$ । $\frac{१२५}{२}$ ।

अन्योन्यपक्षनयनेन बहूनां राशीनां $\frac{२६}{५}$ । $\frac{१२५}{२}$ । $\frac{१६}{५}$ । वधः $\frac{५२०००}{५०}$
अल्पराश्योः $\frac{४}{३}$ । $\frac{१००}{१}$ वधः $\frac{४००}{३}$

भागार्थं विपर्ययेण न्यासः $\frac{५२०००}{५०}$ । $\frac{३}{४००}$ । अंशाहतिः १५६००० । छेदवधेन २०००० भक्ता जातम् $७\frac{४}{५}$ । छेदघ्नरूपे कृते जातं कलान्तरमिदम् $\frac{९}{५}$ । एवं सर्वत्र ज्ञेयम् ।

अथ सप्तराशिकोदाहरणम् ।

विस्तारे त्रिकराः कराष्टकमिता दैर्घ्ये विचित्राश्च चे-
द्रूपैरुत्कटपट्टसूत्रपटिका अष्टौ लभन्ते शतम् ।
दैर्घ्ये सार्धकरत्रयाऽपरपटी हस्तार्धविस्तारिणी
तादृक् किं लभते ? द्रुतं वद वणिक् ! वाणिज्यकं वेत्सि चेत् ।

न्यासः ।

३	$\frac{७}{२}$
८	$\frac{१}{२}$
८	१
१००	०

लब्धो निष्कः ० । द्रम्माः १४ । पणाः ९ ।
काकिणी १ । वराटकाः $६\frac{२}{३}$ ।

अथ नवराशिकोदाहरणम् ।

पिण्डे येऽर्कमिताङ्गुलाः किल चतुर्वर्गाङ्गुला विस्तृतौ
पट्टा दीर्घतया चतुर्दशकरास्त्रिंशल्लभन्ते शतम् ।
एता विस्तृतिपिण्डदैर्घ्यमितयो येषां चतुर्वर्जिताः
पट्टास्ते वद मे चतुर्दश सखे ! मूल्यं लभन्ते कियत् ? ॥ १ ॥

न्यासः ।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१००	०

लब्धं मूल्यं निष्काः । $१६\frac{२}{३}$ ।

अथैकादशराशिकोदाहरणम् ।

पट्टा ये प्रथमोदितप्रमितयो गव्यूतिमात्रे स्थिता-
स्तेषामानयनाय चेच्छकटिनां द्रम्माष्टकं भाटकम् ।
अन्ये ये तदनन्तरं निगदिता माने चतुर्वर्जिता-
स्तेषां का भवतीति भाटकमितिर्गव्यूतिषट्के वद ॥ १ ॥

न्यासः ।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
$\frac{१}{८}$	६
	०

लब्धे भाटके द्रम्माः ८ ।

अत्रोपपत्तिः—अथानुपातीयेषु राशिषु सति पंचानां ज्ञानेऽन्यसाधनार्थं यद्गणितं तदेव पंचराशिकमिति व्यपदिश्यते । एवं सप्तराशिकादावप्यवधेयम् । तत्र पञ्चराशिके तु प्रथमं राशित्रयं गृहीत्वा त्रैराशिकेन गतफलमुत्पद्यते तद्वशेन पुनस्त्रैराशिकेनाभीष्टसिद्धिर्भवतीति दर्शनात्त्रैराशिकाभ्यां फलानयनं व्यावर्णयन्त्याचार्याः ।

यथा प्रमाणकालेन यदि प्रमाणं फलं लभ्यते, तदेष्टकालेन किमिति त्रैराशिकेन जातमिष्टकाले प्रमाणसम्बन्धिफलम् $= \frac{\text{प्रफ} \times \text{इका}}{\text{प्रका}}$, पुनः प्रमाणधनेन यदीदं फलं, तदेष्टधनेन किमिति जातमिष्टधनसम्बन्धीयफलम् ।

$$= \frac{\text{इध}}{\text{प्रध}} \cdot \frac{\text{प्रफ} \times \text{इका}}{\text{प्रका}} = \frac{\text{इध} \times \text{प्रफ} \times \text{इका}}{\text{प्रध} \times \text{प्रका}} ।$$

एवं सप्तराशिकादावपि त्रैराशिकैरेव विभावनीयमित्युपपन्नं सर्वम् ।

अथ भाण्डप्रतिभाण्डके करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

तथैव भाण्डप्रतिभाण्डकेऽपि विपर्ययस्तत्र सदा हि मूल्ये ।

उदाहरणम् ।

द्रम्मेण लभ्यत इहाम्रशतत्रयं चेत्
त्रिंशत् पणेन विपणौ वरदाडिमानि ।
आम्रैर्वदाशु दशभिः कति दाडिमानि
लभ्यानि तद्विनिमयेन भवन्ति मित्र ! ॥ १ ॥

न्यासः ।

१६	१
३००	३०
१०	०

लब्धानि दाडिमानि १६ ।

इति लीलावत्यां प्रकीर्णकानि ।

अत्रोपपत्तिस्तु त्रैराशिकाभ्यां सुगमैव। तत्र स्फुटमेवावसीयते यन्मौल्ये सदा विपर्य्यय इत्युपपन्नम्।

अथ मिश्रकव्यवहारे करणसूत्रं सार्धवृत्तम्।

प्रमाणकालेन हतं प्रमाणं विमिश्रकालेन हतं फलं च ॥ १० ॥
स्वयोगभक्ते च पृथक् स्थिते ते मिश्राहते मूलकलान्तरे स्तः।
यद्वेष्टकर्माख्यविधेस्तु मूलं मिश्राच्च्युतं तच्च कलान्तरं स्यात् ॥११॥

उद्देशकः।

पञ्चकेन शतेनाब्दे मूलं स्वं सकलान्तरम्।
सहस्रं चेत् पृथक् तत्र वद मूलकलान्तरे ॥ १ ॥

न्यासः।

१	१२
१००	१०००
५	०

लब्धे क्रमेण मूलकलान्तरे ६२५। ३७५,

अथवेष्टकर्मणा कल्पितमिष्टं रूपम् १। उद्देशकालापवदिष्टराशिरित्यादिकरणेन रूपस्य वर्षे कलान्तरम् $\frac{३}{५}$। एतद्युतेन रूपेण $\frac{८}{५}$। दृष्टे १००० रूपगुणे भक्ते लब्धं मूलधनम् ६२५। एतन्मिश्रात् १००० च्युतं कलान्तरम् ३७५।

अत्रोपपत्तिः—यथा प्रमाणकालः = प्रका, प्रमाणधनम् = प्रध, प्रमाणफलम् = प्रफ; मिश्रकालः = मिका, मिश्रधनम् = मिध

अत्र त्रैराशिकेन मिश्रकाले प्रमाणधनसम्बन्धीयफलम् $= \frac{\text{मिका} \times \text{प्रफ}}{\text{प्रका}}$,

प्रमाणधनेन युतं जातं सकलान्तरधनम् $= \text{प्रध} + \frac{\text{मिका} \times \text{प्रफ}}{\text{प्रका}}$

$= \frac{\text{प्रका.प्रध} + \text{मिका.प्रफ}}{\text{प्रका}} = \frac{\text{यो}}{\text{प्रका}}$ अनेन यदि प्रमाणधनसमं मूलधनं लभ्यते तदा मिश्रधनेन किमिति जातमभीष्टं मूलधनम्

$= \frac{\text{प्रका.प्रध.मिध}}{\text{यो}}$। एवं कलान्तरमानम् $= \frac{\text{प्रफ} \times \text{मिका} \times \text{मिध}}{\text{यो}}$।

यद्वा मूलधनम् = इ, ततः पञ्चराशिकेनेष्टराशिसम्बन्धीयकलान्तरं प्रसाध्य तेन सहितमिष्टधनं जातं सकलान्तरधनम् = सध, ततस्त्रैराशिकेन मूलधनमानम् $= \frac{\text{इ} \times \text{मिध}}{\text{सध}}$, अनेन हीनं मिश्रधनं कलान्तरं भवतीत्युपपन्नं सर्वम्।

मिश्रान्तरे करणसूत्रम् ।

अथ प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला व्यतीतकालघ्नफलोद्धृतास्ते ।
स्वयोगभक्ताश्च विमिश्रनिघ्नाः प्रयुक्तखण्डानि पृथग् भवन्ति ॥१२॥

उद्देशकः ।

यत् पञ्चकत्रिकचतुष्कशतेन दत्तं
खण्डैस्त्रिभिर्गणक ! निष्कशतं षडूनम् ।
मासेषु सप्तदशपञ्चसु तुल्यमाप्तं
खण्डत्रयेऽपि हि फलं वद खण्डसंख्याम् ॥ १ ॥

न्यासः ।

१	७	१	१०	१	५
१००		१००		१००	
५		३		४	

मिश्रधनम् ९४ । लब्धानि यथाक्रमेण खण्डानि २४ । २८ । ४२ ।
पञ्चराशिकवत्करणेन समकलान्तरम् ८$\frac{२}{५}$ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रालापोक्त्या सर्वत्र फलसमत्वात्प्रथमं रूपसमं फलं प्रकल्प्य ततः पञ्चराशिकेन पृथक् तत्फलसम्बन्धीयानि धनानि—

$$\text{प्रखं} = \frac{\text{प्रका. प्रध}}{\text{व्यका. प्रफ}},\quad \text{द्विखं} = \frac{\text{प्रका}_1 \cdot \text{प्रध}_1}{\text{व्यका}_1 \cdot \text{प्र फ}_1}$$

एवं $\text{तृखं} = \dfrac{\text{प्रका}_2 \cdot \text{प्रध}_2}{\text{व्यका}_2 \cdot \text{प्रफ}_2}$

अत्र प्रथमद्वितीयतृतीयखण्डानां योगो रूपफलसम्बन्धीयमिश्रधनम् = यो, यद्यनेन पृथक् खण्डसमं मूलधनं लभ्यते तदोद्दिष्टमिश्रधनेन किमिति जातं क्रमेण मूलधनमानम्—

$$\text{वा. प्रखं} = \frac{\text{मिध (प्रका. प्रध)}}{\text{व्यका. प्रफ. यो}}$$

$$\text{वा. द्विखं.} = \frac{\text{मिध (प्रका}_1 \text{. प्रध}_1 \text{)}}{\text{व्यका}_1 \text{. प्रफ}_1 \text{. यो}}$$

$$\text{वा. तृ खं} = \frac{\text{मिश्र (प्रका}_2 \text{. प्र ध}_2 \text{)}}{\text{व्यका}_2 \text{. प्रफ}_2 \text{. यो}},$$ अत उपपन्नम् ।

अथ मिश्रान्तरे करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

प्रक्षेपका मिश्रहता विभक्ताः प्रक्षेपयोगेन पृथक् फलानि ।

अत्रोद्देशकः ।

पञ्चाशदेकसहिता गणकाष्टषष्टिः पञ्चोनिता नवतिरादिधनानि येषाम् ।
प्राप्ता विमिश्रितधनैस्त्रिशती त्रिभिस्तैर्वाणिज्यतो वद विभज्य धनानि तेषाम् १

प्रक्षेपकन्यासः । ५१ । ६८ । ८५ । मिश्रधनम् ३०० । जातानि धनानि ७५ । १०० । १२५ । एतान्यादिधनैरूनानि लाभाः २४ । ३२। ४०

अथ वा मिश्रधनम् ३०० । आदिधनैक्येन २०४ ऊनं सर्वलाभयोगः ९६ । अस्मिन् प्रक्षेपगुणिते प्रक्षेपयोग २०४ भक्ते लाभाः २४ । ३२ । ४० ।

अत्रोपपत्तिस्तु—सर्वेषां प्रक्षेपकाणां योगेन मिश्रधनसमं सकलान्तरं मूलधनं लभ्यते, तदा प्रत्येकप्रक्षेपधनेन किमित्यनुपातेन वासनाऽतिविमला, किमत्र लेखबाहुल्येन ।

वाप्यादिपूरणे करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

भजेच्छिदोंऽशैरथ तैर्विमिश्रै रूपं भजेत् स्यात् परिपूर्तिकालः ॥ १३ ॥

उदाहरणम् ।

ये निर्झरा दिनदिनार्धतृतीयषष्ठैः संपूरयन्ति हि पृथक् पृथगेव मुक्ताः ।
वापीं यदा युगपदेव सखे ! विमुक्तास्ते केन वासरलवेन तदा वदाशु ॥१॥

न्यासः । $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{६}$ ।

लब्धो वापीपूरणकालो दिनांशः $\frac{१}{१२}$ ।

अत्रोपपत्तिः । यदि कथितकालैर्निर्झराः पृथक् पृथक् वापीं पूरयन्ति तदैकेन दिनेन किमिति जातानि वाप्यंशपूरणप्रमाणानि । यदि वाप्यंशपूरणयोगेनैकं दिनं लभ्यते तदा पूर्णेनैकेन किमिति जातं वापीपूरणकालमानमित्युपपन्नम् । अत्रान्ये ये ये विशेषास्ते सोदाहरणाः परिशिष्टे प्रदर्शिताः ।

अथ क्रयविक्रये करणसूत्रं वृत्तम् ।

पण्यैः स्वमूल्यानि भजेत् स्वभागैर्हत्वा तदैक्येन भजेच्च तानि ।
भागांश्च मिश्रेण धनेन हत्वा मौल्यानि पण्यानि यथाक्रमं स्युः ॥ १४ ॥

उद्देशकः ।

सार्धं तण्डुलमानकत्रयमहो द्रम्मेण मानाष्टकं
मुद्गानां च यदि त्रयोदशमिता एता वणिक् ! काकिणीः ।
आदायार्पय तण्डुलांशयुगलं मुद्गैकभागान्वितं
क्षिप्रं क्षिप्रभुजो व्रजेम हि यतः सार्थोऽग्रतो यास्यति ॥ १ ॥

न्यासः । पण्ये $\frac{७}{२}$ । $\frac{८}{१}$ । मौल्ये $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । स्वभागौ $\frac{२}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । मिश्रधनम् $\frac{१३}{६४}$ ।

अत्र स्वमूल्ये स्वभागगुणिते, पण्याभ्यां भक्ते जाते $\frac{४}{७}$ । $\frac{१}{८}$ । भागौ च । $\frac{२}{१}$ । $\frac{१}{१}$ मिश्रधनेन $\frac{१३}{६४}$ संगुण्य तदैक्येन भक्ते जाते तण्डुलमुद्गमूल्ये $\frac{१}{६}$ । $\frac{७}{१९२}$ । तथा तण्डुलमुद्गमाने भागौ $\frac{७}{१२}$ । $\frac{७}{२४}$ । अत्र तण्डुल-

मूल्ये पणौ २ । काकिण्यौ २ । वराटकाः १३ १/३ । मुद्गमूल्ये काकिण्यौ २ । वराटकाः ६ २/३ ।

उदाहरणम् ।

कर्पूरस्य वरस्य निष्कयुगलेनैकं पलं प्राप्यते
वैश्यानन्दन ! चन्दनस्य च पलं द्रम्माष्टभागेन चेत् ।
अष्टांशेन तथाऽगुरोः पलदलं निष्केण मे देहि तान्
भागैरेककषोडशाष्टकमितैर्धूपं चिकीर्षास्यहम् ॥ २ ॥

न्यासः । पण्यानि १/१ । १/१ । १/२ । मौल्यानि ३२/१ । १/८ । १/८ भागाः १/१ । १३/१ । ८/१ । मिश्रधनं द्रम्माः १६ । लब्धानि कर्पूरादीनां मूल्यानि १४ १/९ । ८/९ । ८/९ । तथैव तेषां पण्यानि ४/९ । ७ १/९ । ३ ५/९ ।

अत्रोपपत्तिः । तण्डुलपण्यर्यदि तण्डुलमौल्यं लभ्यते तदा तण्डुलभागैः किमिति जातं तण्डुलभागसम्बन्धीयमूल्यत् $= \frac{\text{तमू . तभा}}{\text{तप}}$, एवमेव मुद्गभागसम्बन्धीय मूल्यम् $= \frac{\text{मुमू. मुभा}}{\text{मुप}}$, यद्यत्रानयार्योगसममिश्रधनेन पृथगेते मूल्ये लभ्येते तदाऽभीष्टमिश्रध-नेन के जाते तण्डुलभागयोर्मूल्ये क्रमेण—

$\text{तभामू} = \frac{\text{तमू. तभा. मिध}}{\text{यो}}$, $\text{मुभामू} = \frac{\text{मुमू . मुभा. मिध}}{\text{यो}}$, एवमेव तेन यागेन तण्डुलभागस्तदा मिश्रधनेन किमिति जातं तण्डुलभागमानम् $= \frac{\text{तभा. मिध}}{\text{यो}}$, एवं मुद्ग-भागमानम् $= \frac{\text{मुभा. मिध}}{\text{यो}}$, अत उपपन्नम् ।

रत्नमिश्रे करणसूत्रं वृत्तम् ।

नरघ्नदानोनितरत्नशेषैरिष्टे हृते स्युः खलु मौल्यसंख्याः ।
शेषैर्हते शेषवधे पृथक्स्थैरभिन्नमूल्यान्यथ वा भवन्ति ॥ १५ ॥

अत्रोद्देशकः ।

माणिक्याष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं
सद्वज्राणि च पञ्च रत्नवणिजां येषां चतुर्णां धनम् ।
सङ्गस्नेहवशेन ते निजधनाद्दत्त्वैकमेकं मिथो-
जातास्तुल्यधनाः पृथग् वदसखे ! तद्रत्नमौल्यानि मे ॥ १ ॥

न्यासः । मा ८ । नी १० । मु १०० । व ५ । दानम् १ । नराः ४ । नरगुणितदानेन ४ । रत्नसङ्ख्यासूनितासु शेषाः मा ४ । नी ६ । मु ९६ ।

व १। एतैरिष्टराशौ भक्ते रत्नमूल्यानि स्युरिति। तानि च यथाकथञ्चिदिष्टे कल्पिते भिन्नानि। अत्रेष्टं स्वधिया कल्प्यते। तथाऽत्रापीष्टं कल्पितम् ९६।

अतो जातानि मूल्यानि २४। १६। १। ९६। समधनम् २३३। अथ वा शेषाणां घाते २३०४। पृथक् शेषैर्भक्ते जातान्यभिन्नानि ५७६। ३८४। २४। २३०४ जनानां चतुर्णां तुल्यधनम् ५५९२। तेषामेते द्रम्माः संभाव्यन्ते।

अत्रोपपत्तिः। अत्रालापोक्त्या चतुर्णां वणिजां मिथो ह्येकैकधनदानेन समधनत्वकथनात्तत्राप्येकैकधनवियोगे फलविशेषाभावाच्च शेषाणि नरघ्नदानोनितरत्नसमधनानि भवन्तीति तावत्स्पष्टमेवातस्तन्मानमिष्टं प्रकल्प्य रत्नमौल्यं साधितम्।

अथाभिन्नरत्नमौल्यज्ञानाय शेषघातसममिष्टं प्रकल्पितमाचार्येण, पृथक् शेषैर्निःशेषभजनादित्युपपन्नं सर्वम्। तथात्रैव च शेषाणां लघुतमापवर्त्यसमेऽपीष्टे रत्नमौल्यान्यभिन्नान्यागच्छन्तीति धीररवगन्तव्यम्। लघुतमापवर्त्यज्ञानार्थन्तु परिशिष्टप्रकरणं द्रष्टव्यम्।

अथ सुवर्णगणिते करणसूत्रं वृत्तम्।

सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ स्वर्णैक्यभक्ते कनकैक्यवर्णः।
वर्णो भवेच्छोधितहेमभक्ते वर्णोद्धृते शोधितहेमसङ्ख्या ॥ १६ ॥

उदाहरणानि।

विश्वार्करुद्रदशवर्णसुवर्णमाषा
दिग्वेदलोचनयुगप्रमिताः क्रमेण।
आवर्त्तितेषु वद तेषु सुवर्णवर्ण-
स्तूर्णं सुवर्णगणितज्ञ! वणिक्! भवेत् कः ॥ १ ॥
ते शोधनेन यदि विंशति रुक्तमाषाः
स्युः षोडशाशु वद वर्णमिति स्तदा का?।
चेच्छोधितं भवति षोडशवर्णहेम
ते विंशतिः कति भवन्ति तदा तु माषाः? ॥ २ ॥

न्यासः। $\frac{१३}{१०}$ $\frac{१२}{४}$ $\frac{११}{२}$ $\frac{१०}{४}$।

जाताऽऽवर्त्तितसुवर्णवर्णमितिः १२। एत एव यदि शोधिताः सन्तः षोडश माषा भवन्ति, तदा वर्णाः १५। यदि ते च षोडश वर्णास्तदा पञ्चदश माषा भवन्ति १५।

अत्रोपपत्तिः। अत्र कस्यापि सममाषस्य मौल्यं वर्णपदेन व्यपदिश्यते। अतो भिन्नभिन्नसुवर्णानां यदि वर्णाः अ, क, ग, तथा तन्माषाश्च च, छ, ज तदा त्रैराशिकेन सुवर्णसम्बन्धिधनानि क्रमेण $\frac{अ.च}{समा}$, $\frac{क.छ}{समा}$, $\frac{ग.ज}{समा}$, एषां

योगः $=\dfrac{\text{अ. च + क. छ + ग. ज}}{\text{समा}}=\dfrac{\text{यो}}{\text{समा}}$ अत्र च, छ, ज, मितानां सुवर्णानां योगेन 'सुयो' मितेन $\dfrac{\text{यो}}{\text{समा}}$, धनं लभ्यते तदा सुवर्णयोगसममापामितेन किमिति जातं कनकैक्यवर्णमानम् $=\dfrac{\text{यो}}{\text{समा}}\cdot\dfrac{\text{समा}}{\text{सुयो}}=\dfrac{\text{यो}}{\text{सुयो}}$ अत उपपन्नं पूर्वार्धम् ।

अत्रैव यदि, च + छ + ज = शोधितहेम, तदा वर्णः $=\dfrac{\text{यो}}{\text{शोहे}}$, वा शोहे $=\dfrac{\text{यो}}{\text{व}}$ उपपन्नं सर्वम् ।

अथ वर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

स्वर्णैक्यनिघ्नाद्युतिजातवर्णात् सुवर्णतद्वर्णवधैक्यहीनात् ।
अज्ञातवर्णाग्निजसंख्ययाऽऽप्तमज्ञातवर्णस्य भवेत् प्रमाणम् ॥ १७ ॥

उदाहरणम् ।

दशेशवर्णा वसुनेत्रमाषा अज्ञावर्णस्य षडेतदैक्ये ।
जातं सखे ! द्वादशकं सुवर्णमज्ञातवर्णस्य वद प्रमाणम् ॥ १ ॥

न्यासः । $\begin{matrix}\text{१०} & \text{११} & \text{०}\\ \text{८} & \text{२} & \text{६}\end{matrix}$ । लब्धमज्ञातवर्णमानम् १५ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्राज्ञातवर्णमानम् = या,

$\left.\begin{matrix}\text{अतो वर्णाः अ, क, या}\\ \text{तन्माषाश्च च, छ, ज}\end{matrix}\right\}$ तथा युतिजातवर्णः = युव, ततः सुवर्णवर्णाहतियोगराशावित्यादिविधानेन युतिजातवर्णः $=\dfrac{\text{अ. च + क छ + या. ज}}{\text{च + छ + ज}}$

$\therefore$ युव. सुयो = अ. च + क. छ + या. ज

$\therefore$ या $=\dfrac{\text{युव. सुयो}-(\text{ अ. च + क. छ }),}{\text{ज}}$ अत उपपन्नम् ।

सुवर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

स्वर्णैक्यनिघ्नो युतिजातवर्णः स्वर्णघ्नवर्णैक्यवियोजितश्च ।
अहेमवर्णाग्निजयोगवर्णविश्लेपभक्तोऽविदिताग्निजं स्यात् ॥ १८ ॥

उदाहरणम् ।

दशेन्द्रवर्णा गुणचन्द्रमाषाः किंचित् तथा षोडशकस्य तेषाम् ।
जातं युतौ द्वादशकं सुवर्णं कतीह ते षोडशवर्णमाषाः ? ॥ १ ॥

न्यासः । १० $_{\text{१}}^{\text{४}}$ $_{\text{१०}}^{\text{६}}$ लब्धं माषमानम् १ ।

अत्रोपपत्तिः। अत्राज्ञातसुवर्णमानम् = या,
ततो वर्णाः अ, क, ग
माषाः च, ज, या
अत्रापि सुवर्णवर्णाहतियोगराशावित्यादिना—

$$\text{युतिजातवर्णः} = \frac{\text{अ. च + क. छ + ग. या}}{\text{च + छ + या}} = \text{युव.}$$

$$\therefore \text{युव. या + युव (च + छ) = अ. च + क. छ + ग.या}$$

समशोधनेन—

$$\text{या (युव – ग) = अ. च + क. छ – युव (च + छ)}$$

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{अ. च + क. छ — युव (च + छ)}}{\text{युव — ग}}\text{, अत उपपन्नम् ।}$$

सुवर्णज्ञानायान्यत् करणसूत्रं वृत्तम्।

साध्येनोनोऽनल्पवर्णो विधेयः साध्यो वर्णः स्वल्पवर्णोनितश्च।
इष्टक्षुण्णे शेषके स्वर्णमाने स्यातां स्वल्पानल्पयोर्वर्णयोस्ते ॥ १६ ॥

उदाहरणम्।

हाटकगुटिके षोडशदशवर्णे तद्युतौ सखे जातम्।
द्वादशवर्णसुवर्णं ब्रूहि तयोः स्वर्णमाने मे ? ॥ ६ ॥

न्यासः। $\begin{smallmatrix}१६\\०\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}१०\\०\end{smallmatrix}$। साध्यो वर्णः १२। कल्पितमिष्टम् १। लब्धे सुवर्णमाने $\begin{smallmatrix}१६\\२\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}१०\\४\end{smallmatrix}$।

अथ वा द्विकेष्टेन $\begin{smallmatrix}१६\\४\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}१०\\८\end{smallmatrix}$। अर्धगुणितेन वा $\begin{smallmatrix}१६\\१\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}१०\\२\end{smallmatrix}$। एवं बहुधा।

अत्रोपपत्तिः—
अत्र वर्णौ अ, क
तन्माषौ या, का
ततः सुवर्णवर्णाहतियोगराशावित्यादिना—

$$\text{युतिजातवर्णः} = \frac{\text{अया + कका}}{\text{या + का}}\text{, समच्छेदीकृत्य समशोधनेन–}$$

$$\text{या (अ–युव) = का (युव–क)}$$

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{का (युव–क)}}{\text{अ–युव}} \text{ अत्र कुट्टकेन } \begin{cases}\text{गु} = ०\\ \text{ल} = ०\end{cases}$$

तत इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्त इत्यादिना जाते या, का माने—
इ (युव–क), इ (अ–युव), अत उपपन्नं भास्करोक्तम्।
यदि बहवो वर्णाः अ, क, ग

तन्मापाश्च या, का, नी

तदा पूर्वोक्त्या $युव = \dfrac{अया + कका + गनी}{या + का + नी}$

$\therefore$ अतः समीकरणेन—

$$या = \frac{का\ (क - युव) + नी\ (ग - युव)}{युव - ग}$$

$$= \frac{का\ (क - युव)}{युव - ग} + \frac{नी\ (ग - युव)}{युव - ग}$$

एतेनेदमवसीयते यद्बहूनां वर्णानां मध्ये द्वयोर्द्वयोर्माने पूर्वोक्त्या साधनीये। तत्र यद्येकस्य बहूनि मानान्यागमिष्यन्ति तदा तेषां योगेन तन्मानं भवति. यदि तु व्यस्तशोधनेनैकस्यर्णगता मितिस्तदा तत्र तन्मितीनामन्तरेणैव धनात्मिका मितिर्यथा स्या· त्तथा बुद्धिमद्भिरूहनीया। *

अथ छन्दश्चित्यादौ करणसूत्रं श्लोकत्रयम्।

एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ता भाज्याः क्रमस्थितैः।
परः पूर्वेण संगुण्यस्तत्परस्तेन तेन च ॥ २० ॥
एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युरिदं साधारणं स्मृतम्।
छन्दश्चित्युत्तरे छन्दस्युपयोगोऽस्य तद्विदाम् ॥ २१ ॥
मूषावहनभेदादौ खण्डमेरौ च शिल्पके।
वैद्यके रसभेदीये तन्नोक्तं विस्तृतेर्भयात् ॥ २२ ॥

तत्र छन्दश्चित्युत्तरे किञ्चिदुदाहरणम्।

प्रस्तारे मित्र ! गायत्र्याः स्युः पादे व्यक्तयः कति।
एकादिगुरवश्चाशु कति कत्युच्यतां पृथक् ? ॥ १ ॥

---

* उदाहरणम्—

अष्टाब्धिमन्वङ्कमिताश्च वर्णाः सन्त्यत्र विद्वन् ! युतिनश्च तेषाम्।
अर्काब्धिनर्णा यदि जातरूपं स्यात् वर्णमानानि तदा वदाशु ॥

न्यासः ८।१६।१४।९ वर्णाः। युतिजातवर्णाः १२। अत्र भास्करोक्त्या १६।९ अनयोस्तथा १४। ८ अनयोश्च क्रमेणमिती: ३।४।४।२ सर्वेषामेकैकैव मितिरतो जातानि स्वर्णमानानि ३।४।४।२।

अत्रैवोदाहरणे १६।९ अनयोर्मितिसाधने षोडशवर्णसुवर्णमितिर्धनात्मिका ३। पुनः १६। १४ अनयोर्मितिसाधने तस्यैव सुवर्णस्य मितिरधना २। अन्तरे कृते जाता १। तथा १६। ८ अनयोर्मिती ४। ४ अतः सर्वेषां मानानि ५। ४। ४। ४। एवं सर्वत्र धीरैरुह्यम्।

इह हि षडक्षरो गायत्रीचरणोऽतः षडन्तानामेकाद्येकोत्तराङ्कानां व्यस्तानां क्रमस्थानां च

व्यासः । ६/१ ५/२ ४/३ ३/४ २/५ १/६ ।

यथोक्तकरणेन लब्धा एकगुरुव्यक्तयः ६ । द्विगुरवः १५ । त्रिगुरवः २० । चतुर्गुरवः १५ । पञ्चगुरवः ६ । षड्गुरुः १ । अथैकः सर्वलघुः १ । एवमासामैक्यं पादव्यक्तिमितिः ६४ ।

एवं चतुश्चरणाक्षरसंख्यकानङ्कान् यथोक्तं विन्यस्य एकादिगुरुभेदानां नियतान् सैकानेकीकृत्य जाता गायत्रीवृत्तव्यक्तिसंख्या १६७७७२-१६ । एवमुक्ताद्युत्कृतिपर्यन्तं छन्दसां व्यक्तिमितिर्ज्ञातव्या ।

उदाहरणं शिल्पे ।

एकद्वित्र्यादिमूषावहनमितिमहो ब्रूहि मे भूमिभर्त्तु-
र्हर्म्ये रम्येऽष्टमूषे चतुरविरचिते श्लक्ष्णशालाविशाले ।
एकद्वित्र्यादियुक्त्या मधुरकटुकषायाम्लकक्षारतिक्तै-
रेकस्मिन् षड्रसैः स्युर्गणक ! कति वद व्यञ्जने व्यक्तिभेदाः ? ॥२॥

न्यासः । ८/१ ७/२ ६/३ ५/४ ४/५ ३/६ २/७ १/८ ।

लब्धा एकद्वित्र्यादिमूषावहनसंख्याः ८, २८, ५६, ७०, ५६, २८, ८, १ । एवमष्टमूषे राजगृहे मूषावहनभेदाः २५५ ।

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः ६/१ ५/२ ४/३ ३/४ २/५ १/६ ।

लब्धा एकादिरससंयोगेन पृथग्व्यक्तयः ६, १५, २०, १५, ६, १ एतासामैक्यम् सर्वभेदाः ६३ ।

इति मिश्रकव्यवहारः समाप्तः ।

अत्रोपपत्तिः—अत्र 'न' मितवर्णेषु र, मितस्थानीयभेदा आनीयन्ते । अर्थादेतदुक्तं भवति । न, मितेषु वर्णेषु र मितान् भिन्नभिन्नवर्णान् संगृह्य प्रत्येकस्थाने स्थानापरिवर्तनेन यदि ते निवेश्यन्ते, तदा निवेशनविधिः कियन्मितो भवतीत्येतस्यानयनं क्रियतेऽत्राचार्यैः ।

तथाहि । कल्प्यन्तेऽत्र अ, क, ग, घ इत्यादयो न, मितवर्णा, यत्र प्रथमं अ, गृहीत्वाऽवशिष्टेषु न–१ मितवर्णेषु प्रत्येकेन सह संयोगेन न–१, मिताः स्थानद्वयभेदाः भवन्ति, यत्र सर्वत्र भेदादौ अ वर्तते । एवं क, वर्णग्रहणेन स्थानद्वये न–१, मिता एव भेदा यत्र भेदादौ सर्वत्र क, वर्तते । एवमेव ग, घ इत्यादि वर्णग्रहणेन स्थानद्वये न–१ मिता एव भवन्ति यत्र सर्वत्र भेदादौ क्रमेण ग, घ इत्यादयो वर्णा वर्त्तन्ते । एवं कृते सति न, मिता भेदपरंपराः स्युरतः सर्वभेदयोगः = न (न–१)

पश्चात्र प्रतिभेदपरम्परायाः संदर्शनेन अक, कअ, अग, गअ, अघ, घअ

इत्यादयो भेदा वर्त्तन्त इति स्पष्टमेवातस्तेषां मध्ये स्थानपरिवर्त्तितसमानवर्णद्वयविशिष्टभेदयोर्द्वयोर्द्वयोर्मध्ये ह्येकैकस्यैव भेदस्याङ्गीकारात्पूर्वोक्तभेदा द्विभक्ता-जाता वास्तवभेदाः $= \frac{न(न-१)}{२}$

अथात्रैव यदि प्रतिभेदे ह्यादिमध्यावसानेषु ग, तृतीयो वर्णो निवेश्यते तदा प्रत्येकस्मिन् भेदे त्रयो भेदाः $\frac{न(न-१)}{२}$, मिता एव भवन्ति । एवं च इत्यादि-ग्रहणेनापि $\frac{न(न-१)}{२}$ मिता भेदाः न–२, स्थानपर्यन्तं समजायन्ते । अतः सर्व-भेदयोगः $= \frac{न(न-१)(न-२)}{२}$, अत्रापि प्रागुक्त्या स्थानपरिवर्त्तितसमानवर्णत्रयविशिष्टभेदानां समावेशात्पूर्वभेदा स्त्रिभक्ता जाता वास्तवाः स्थानत्रये भेदाः $= \frac{न(न-१)(न-२)}{२.३}$

एवं चतुःस्थानीयभेदाः $= \frac{न(न-१)(न-२)(न-३)}{२.३.४}$

एवमनयैव दिशा र, स्थानीयभेदाः

$$= \frac{न(न-१)(न-२)(न-३)\ldots\ldots(न-र+१)}{१.२.३.४\ldots\ldots\ldots र}$$

एतेनोपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

अथवोपपत्तिः ।

यदि न, मितेषु वर्णेषु र, मितान् भिन्नभिन्नवर्णान् संगृह्य ये भेदाः समजायन्ते ते च ${}^{न}स_{र}$ अनेन संकेतेन द्योत्यन्ते तदा ${}^{न-१}स_{र-१}$ अनेन न–१ मितेषु वर्णेषु र–१ स्थानीया भेदाः प्रकाश्यन्ते । एवम् ${}^{न-२}स_{र-२}$ अनेन न–२ मितेषु वर्णेषु र–२, स्थानीया भेदा भवन्ति । एवमग्रेऽपि बोध्यम् ।

अथ न, मितेषु वर्णेषु र, स्थानीया ये भेदा भवन्ति तत्र येषु भेदेषु अ, वर्तते तत्र न–१ मितवर्णेभ्यः केऽपि शेषवर्णाः र–१ समा भवन्त्यतोऽत्र र, स्थानीया अ, वर्णोपलक्षिता यावन्तो भेदास्तावन्त एव न–१ मितेषु वर्णेषु र–१ स्थानीयभेदा अ, वर्णोपलक्षिता भेदा भवन्ति ते तु ${}^{न-१}स_{र-१}$ मिता एव । एवं कादिवर्णैरपि तदाद्युपलक्षितास्तावन्त एव भेदा भवन्ति । ते सर्वे भेदा न, मिताः अतस्तेषां योगः $=$ न. ${}^{न-१}स_{र-१}$

अत्रापि भेदसंदर्शनेन स्थानपरिवर्त्तित र, मितसमवर्णनिर्मितभेदानां समावेशात्पूर्वोक्तभेदयोगो र, भक्तस्तदा वास्तवा र, स्थानीयभेदाः

$$= \frac{\text{न}}{\text{र}} . {}^{\text{न}-१}\text{स}_{\text{र}-१} = {}^{\text{न}}\text{स}_{\text{र}}$$

यदि न = न-१, र = र-१

$$\text{तदा}\ {}^{\text{न}-१}\text{स}_{\text{र}-१} = \frac{\text{न}-१}{\text{र}-१} . {}^{\text{न}-२}\text{स}_{\text{र}-२}$$

यदि न = न-२, र = र-२,

$$\text{तदा}\ {}^{\text{न}-२}\text{स}_{\text{र}-२} = \frac{\text{न}-२}{\text{र}-२} . {}^{\text{न}-३}\text{स}_{\text{र}-३}$$

... ...

... ...

$${}^{\text{न}-\text{र}+१}\text{स}_{१} = \frac{\text{न}-\text{र}+१}{१}$$

उत्थापनेन—

$${}^{\text{न}}\text{स}_{\text{र}} = \frac{\text{न}(\text{न}-१)\,(\text{न}-२)\,(\text{न}-३)\ \cdots\cdots(\text{न}-\text{र}+१)}{\text{र}\,(\text{र}-१)\,(\text{र}-२)\cdots\cdots२.१}$$,अत उपपन्नम् ।

अथात्रैव यदि हरभाज्यौ $\underline{|\,\text{न}-\text{र}}$ अनेन गुणितौ तदा लब्धेरपि फल-विशेषाभावात्

$${}^{\text{न}}\text{स}_{\text{र}} = \frac{\text{न}\,(\text{न}-१)\,(\text{न}-२)\cdots\cdots(\text{न}-\text{र}+१).\underline{|\,\text{न}-\text{र}}}{\text{र}\,(\text{र}-१)\,(\text{र}-२)\cdots\cdots२.१.\underline{|\,\text{न}-\text{र}}}$$

$$= \frac{\underline{|\,\text{न}}}{\underline{|\,\text{र}}\ \ \underline{|\,\text{न}-\text{र}}}$$

$$\text{अत्र}\ \underline{|\,\text{न}} = १.\,२.\,३.\,४\cdots\cdots\cdots\cdots\text{न}$$

$$\underline{|\,\text{र}} = १.\,२.\,३.\,४\cdots\cdots\cdots\cdots\text{र}$$

$$\underline{|\,\text{न}-\text{र}} = १.\,२.\,३.\,४\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{न}-\text{र})$$

एतेन—

पदान्तमेकापचिताङ्कघातः स्थानान्तमेकापचिताङ्कभक्तः ।

स्थानोनगच्छान्तमथो विभक्तो रूपोनकैः स्थानभवा विभेदाः ॥ इति मदीयपद्यमुपपन्नं भवति ।

अस्यान्ये कतिचन विशेषाः परिशिष्टे प्रदर्शिताः सन्त्यतो न चात्र लिखिता अस्माभिरिति ।

अथ श्रेढीव्यवहारः ।

तत्र सङ्कलितैक्ये करणसूत्रं वृत्तम् ।

सैकपदघ्नपदार्धमथैकाद्यङ्कयुतिः किल सङ्कलिताख्या ।
सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी स्यात् त्रिहृता खलु सङ्कलितैक्यम् ॥ १ ॥

उदाहरणम् ।

एकादीनां नवान्तानां पृथक् सङ्कलितानि मे ।
तेषां सङ्कलितैक्यानि प्रचक्ष्व गणक द्रुतम् ? ॥ १ ॥

न्यासः । १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ सङ्कलितानि १, ३, ६, १०, १५, २१, २८, ३६, ४५ एषामैक्यानि १, ४, १०, २०, ३५, ५६, ८४, १२०, १६५ ।

अत्रोपपत्तिः—अत्र १, २, ३, ४,...............एषां योगे कर्त्तव्ये तत्र तावत्स्वरूपदर्शनेन स्फुटं यत् किलादिधनम् = १, चयः = १
तथाऽन्त्यधनम् = न, ततो "व्येकपदघ्नचयो मुखयुगित्यादि" आचार्यप्रकारेण—

$$\text{सर्वधनम्} = \frac{\text{न}}{२}\left\{ २ + (\text{न} - १) \right\}$$

$$= \frac{\text{न}(\text{न}+१)}{२}, \text{ इदमेव संकलितमत उपपन्नं पूर्वार्धम् ।}$$

अथवा उत्क्रमस्थापितास्त एवैकाद्यङ्काः क्रमेण—

न, न−१, न−२, न−३..................न−(न−१) एषामपि योगः

$$\text{संकलितम्} = \text{न}^२ - \left\{ १ + २ + ३ + ४ + (\text{न}-१) \right\}$$

$$= \text{न}^२ - (१ + २ + ३ + ४ + - - - + \text{न}-१ + \text{न} - \text{न}) \text{ समयोगवियोगेन}$$

$$= \text{न}^२ - \text{सं} + \text{न} = \text{न}^२ + \text{न} - \text{सं}$$

$$\therefore २\,\text{सं} = \text{न}^२ + \text{न} \quad \therefore \text{स} = \frac{\text{न}(\text{न}+१)}{२}, \text{ अत उपपन्नम् ।}$$

अथवा—

$$\text{सं} = १ + २ + ३ + ४ + - - - - - - - - - - + \text{न}$$

$$\text{सं} = \text{न} + \text{न}-१ + \text{न}-२ + \text{न}-३ + - - - - - - + १$$

योगेन—

$$२\,\text{सं} = (\text{न}+१) + (\text{न}+१) + (\text{न}+१) + \cdots\cdots + (\text{न}+१), \text{ न, पर्यन्तम्},$$

$$\therefore \text{स} = \frac{\text{न}(\text{न}+१)}{२} \text{ उपपन्नम् ।}$$

अथवाऽपि—

१, २, ३, ४, ...न

  १ १, १, ...१   शोधनेन

    ०, ०, ...०,

अथ १, १, ०, एते न, $\frac{न(न-१)}{२}$, $\frac{न(न-१)(न-२)}{१.२.३.}$ इत्यादिभिः क्रमेण गुणितास्तेषां योगः संकलितम् $=न+\frac{न(न-१)}{२}$

$$=\frac{२न+न^२-न}{२}$$

$$=\frac{न(न+१)}{२},$$ अतउपपन्नम्।

एवमनेकानि प्रकारान्तराणि भवन्ति, तानि सुधीभिः स्वयमेव विविच्यावधेयानीति।

अथात्रैव प्रागुक्तसमीकरणेन—

$स=\frac{न(न+न)}{२}=\frac{न^२}{२}+\frac{न}{२}$ यद्यत्र न, स्थाने १, २, ३, ४, इत्यादिभिरुत्थाप्यते तदा—

$$स_१=\frac{१^२}{२}+\frac{१}{२}=१$$

$$स_२=\frac{२^२}{२}+\frac{२}{२}=३$$

$$स_३=\frac{३^२}{२}+\frac{३}{२}=६$$

$$स_४=\frac{४^२}{२}+\frac{४}{२}=१०$$

....

....

सर्वेषां योगः $=१+३+६+१०+------$न पर्यन्तम्

$$=\frac{१}{२}(१^२+२^२+३^२+४^२+-----+न^२)$$
$$+\frac{१}{२}(१+२+३+४+------+न)$$

अत्र "द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्त"मित्यादि वक्ष्यमाणप्रकारेण—

$$१^२+२^२+३^२+४^२+------+न^२=\frac{न(न+१)}{२}\cdot\frac{२न+१}{३}$$

एवं $१+२+३+४+\cdots\cdots+न=\frac{(न+१)न}{२}$

$\therefore १+३+६+\cdots\cdots$ न पर्यन्तम्

$$=\frac{१}{२}.\frac{न(न+१)}{२}+\frac{१}{२}.\frac{न(न+१)}{२}.\frac{२न+१}{३}$$

$$=\frac{१}{२}.\frac{न(न+१)}{२}\left(१+\frac{२न+१}{३}\right)$$

$$=\frac{न(न+१)}{२}.\frac{न+२}{३}$$

$=सं.\frac{(न+२)}{३}$ एतेनोपपन्नं परार्धम् ।

अथवा—

१, ३, ६, १०,................. न पर्यन्तं

२, ३, ४, ... शोधनेन

१, १, ... ,,

०, ... ,,

अत्रापि १, २, १, ०, एते न, $\frac{न(न-१)}{२}$, $\frac{न(न-१)(न-२)}{१.२.३}$ एभिः क्रमेण गुणितास्तेषां योगः संकलितैक्यं भवतीत्यतः—

$$संयो=न+न(न-१)+\frac{न(न-१)(न-२)}{१.२.३}$$

$$=न^{२}+\frac{न^{३}-३न^{२}+२न}{६}$$

$$=\frac{न^{३}+३न^{२}+२न}{६}$$

$=\frac{न(न+१)}{२}.\frac{(न+२)}{३}$ अत उपपन्नम् ।

अथवापि—

$$१+३+६+१०\cdots\cdots+\frac{न(न+१)}{२}=अ.न^{३}+क.न^{२}+ग.न,$$

यदि पदमानम् $=न+१$, तदा—

$$१+३+६+१०+\cdots\cdots+\frac{न(न+१)}{२}+\frac{(न+२)(न+१)}{२}$$

$$=अ(न+१)^{३}+क(न+१)^{२}+ग(न+१)$$

द्वयोरन्तरेण—

$$\frac{(\text{न}+१)(\text{न}+२)}{२}=\text{अ}(३\text{न}^{२}+३\text{न}+१)+\text{क}(२\text{न}+१)+\text{ग}$$

$$\tfrac{१}{२}\text{न}^{२}+\tfrac{३}{२}\text{न}+१=३\text{अ न}^{२}+(३\text{अ}+२\text{क})\text{न}+(\text{अ}+\text{क}+\text{ग})$$

सरूपसमीकरणेन—

$३\text{अ}=\tfrac{१}{२}\;\therefore\;\text{अ}=\tfrac{१}{६},\;\tfrac{३}{२}=३\text{अ}+२\text{क}\;\therefore\;\text{क}=\tfrac{१}{२}$ एवं $\text{क}+\text{अ}+\text{ग}=१$
$\therefore\text{ग}=\tfrac{१}{३}$

अत उत्थापनेन—

$$\text{संयो}=\tfrac{१}{६}\text{न}^{३}+\tfrac{१}{२}\text{न}^{२}+\tfrac{१}{३}\text{न}$$

$$=\frac{\text{न}(\text{न}+१)(\text{न}+२)}{६}$$ अत उपपन्नम् ।

एवमन्यान्यपि प्रकारान्तराणि सुधीभिरुह्यानीति ।

अथ "सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी स्यात्त्रिहृता खलु संकलितैक्य"मित्यादिना

$$\text{संकलितैक्यम्}=\text{संए}=\frac{(\text{न}^{२}+\text{न})(\text{न}+२)}{६}$$

$$=\tfrac{१}{६}\text{न}^{३}+\tfrac{३}{६}\text{न}^{२}+\tfrac{२}{६}\text{न}$$

अत्रापि यदि न स्थाने १, २, ३, ४ इत्यादिभिरुत्थाप्यते तदा—

$\text{सए}_{१}=\tfrac{१}{६}\cdot१^{३}+\tfrac{३}{६}\cdot१^{२}+\tfrac{२}{६}\cdot१=१$

$\text{सए}_{२}=\tfrac{१}{६}\cdot२^{३}+\tfrac{३}{६}\cdot२^{२}+\tfrac{२}{६}\cdot२=४$

$\text{सए}_{३}=\tfrac{१}{६}\cdot३^{३}+\tfrac{३}{६}\cdot३^{२}+\tfrac{२}{६}\cdot३=१०$

$\text{सए}_{४}=\tfrac{१}{६}\cdot४^{३}=\tfrac{३}{६}\cdot४^{२}+\tfrac{२}{६}\cdot४=२०$

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

सर्वेषां योगेन—

$$\text{संकलितैक्ययोगः}=१+४+१०+२०+\cdots\cdots\text{न, पर्यन्तम्}$$

$$=\tfrac{१}{६}(१^{३}+२^{३}+३^{३}+\cdots+\text{न}^{३})$$

$$+\tfrac{३}{६}(१^{२}+२^{२}+३^{२}+\cdots+\text{न}^{२})$$

$$+\tfrac{२}{६}(१+२+३+\cdots+\text{न})$$

अत्रापि "द्विघ्नपदं कुयुत" मित्यादिना "संकलितस्य कृतेः सममेकाद्यङ्कघनैक्य" मित्यादिना च वक्ष्यमाणविधानेन—

$$१^{३}+२^{३}+३^{३}+\cdots\cdots+\text{न}^{३}=\left\{\frac{\text{न}(\text{न}+१)}{२}\right\}^{२}$$

$$१^{२}+२^{२}+३^{२}+\cdots\cdots+\text{न}^{२}=\frac{\text{न}(\text{न}+१)}{२}\;\frac{२\text{न}+१}{३}$$

एवं $१+२+३+\cdots\cdots\cdots+न = \frac{न(न+१)}{२}$

उत्थापनेन—

$$संकलितैक्ययोगः = \frac{१}{६}\left\{\frac{न(न+१)}{२}\right\}^{२}$$

$$+\frac{३}{६}\cdot\frac{न(न+१)}{२}\cdot\frac{२न+१}{३}+\frac{२}{६}\cdot\frac{न(न+१)}{२}$$

$$=\frac{१}{६}\cdot\frac{न(न+१)}{२}\left\{\frac{न(न+१)}{२}+२न+१+२\right\}$$

$$=\frac{१}{६}\cdot\frac{न(न+१)}{२}\cdot\frac{न^{२}+५न+६}{२}$$

$$=\frac{१}{६}\cdot\frac{न(न+१)}{२}\cdot\frac{(न+२)(न+३)}{२}$$

$$=\frac{न(न+१)(न+२)}{६}\cdot\frac{(न+३)}{४}$$

$$=\frac{संयो(न+३)}{४}$$ एतेन-

रामयुक्तपदेनैव निघ्नं संकलितैक्यकम् ।
वेदाप्तं योगमानं स्यात्स्फुटं सङ्कलितैक्यजम् ॥

इत्युपपद्यते ।

अनयैव दिशा सङ्कलितैक्ययुतितोऽपि तद्योगस्याप्यानयनं भवति । अतः संकलितैक्ययुतियोगः $= \frac{संयोयो(न+४)}{५}$ एवमग्रेऽपि धीमद्भिरूहनीयमतस्तद्वासनासूचको मदीयः प्रकारः ।

यदैक्यमेकादिपदान्तकानां समाहृतं त्र्यादिभिरङ्ककानाम् ।
द्विकादिसंयुक्तपदेन निघ्नं तदैक्यसंयोगमितिस्तदा स्यादिति ॥

अथ यदि स $=१+३+५+७+\ldots\ldots न$, पर्यन्तम् तदा श्रेढीदर्शनतः स्पष्टं यत् आदिः $=१$, चयः $=२$, ततो "व्येकपदघ्नचयो मुखयुग्"-त्यादि वक्ष्यमाणविधानेन—

$$सर्वधनम् = \frac{न}{२}\left\{२आ+च(न-१)\right\}$$

$$=\frac{न}{२}\left\{२+२(न-१)\right\}$$

$$=\frac{न}{२}\cdot२न = न^{२}$$

$\therefore$ स $=$ न^{२} वा न $= \frac{\text{विषमसंख्या} + १}{२}$

$\therefore$ स $= \left(\frac{\text{विसं} + १}{२}\right)^{२} = \frac{(\text{वि सं} + १)^{२}}{४}$

एतेन—पदवर्गसमा वा स्यात्सरूपविषमाङ्कजा ।
क्रुतिवेदहृता विद्वन् । विषमांकयुतिः स्फुटा ॥ *

इति सम्यगुपपन्नं भवति ।

एवमेव २, ४, ६, ८, १० एषां योगविचारेऽपि पूर्वप्रकारेण सर्वधनमानम्

$$= \frac{न}{२} \left\{ २आ + च \; (न - १) \right\}$$

$$= \frac{न}{२} \; (४ - २ + २न)$$

$$= न \; (न + १)$$

$\therefore$ स $=$ न (न $+$ १), वा न $= \frac{\text{समसंख्या}}{२}$

$\therefore = \frac{\text{ससं} \; (\text{स सं} + २)}{४}$

अतः † सैकपदघ्नपदं भवतीह द्व्यादिसमांकयुतिर्बुधवर्याः ।
सद्विसमांकहता समसंख्या वेदहृता खलु सैव युतिर्वा ॥

इति सम्यगुपपन्नं भवति ।

अथ संकलितात्पदानयनाय कल्प्यते—

संकलितम् $= \frac{न \; (न + १)}{२} = \frac{न^{२} + न}{२}$

$\therefore$ २सं $=$ न^{२} $+$ न

---

* अत्रोदाहरणम् । एकादीनां नवान्तानां विषमाणां वद द्रुतम् ।
संयुतिं चेत्तदा विद्वन् मतिस्तेऽस्ति पटीयसी ॥

न्यासः १, ३, ५, ७, ९, अत्र पद ५ वर्गः २५ इयमेव युतिः । वा विषमांकः ९ सरूपः १० अस्य कृतिः १०० वेदभक्ता जाता सैव युतिः २५ ।

† अत्रोदाहरणम् ।

द्व्यादीनां षोडशान्तानां समानां संयुतिं वद
यदि सङ्कलनामार्गे कुशला मतिरस्ति ते ॥

न्यासः । २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, अत्र पदं ८ सैकं ९ पद गुणितं ७२ जातं युतिमानम् । वा समांकः १६ द्वियुतः १८ समाङ्केना १६ नेन हतः २८८ वेदहृतः ७२ जातं तदेव युतिमानम् ।

ततो वर्गपूरणेन—

$$२सं + \frac{१}{४} = न^{२} + न + \frac{१}{४} = \left(न + \frac{१}{२}\right)^{२}$$

मूलग्रहणेन—

$$न + \frac{१}{२} = \frac{\sqrt{८सं + १}}{२}$$

$$\therefore न = \frac{\sqrt{८सं + १} - १}{२}$$ एतेन

"गजाहतं संकलितं सरूपं ऽऽमूलितम् ।
एकेन विहृतं द्वाभ्यां पदमानं भवेद्ध्रुवम्" इत्युपपद्यते ।

कृत्यादियोगे करणसूत्रं वृत्तम् ।

द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं सङ्कलितेन हतं कृतियोगः ।
सङ्कलितस्य कृतेः सममेकाद्यङ्कघनैक्यमुदीरितमाद्यैः ॥ २ ॥

उदाहरणम् ।

तेषामेव च वर्गैक्यं घनैक्यं च वद द्रुतम् ।
कृतिसङ्कलनामार्गे कुशला यदि ते मतिः ॥ १ ॥

न्यासः । १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ । वर्गैक्यम् १, ५, १४, ३० ५५, ९१, १४०, २०४, २८५, । घनैक्यम् १, ९, ३६, १००, २२५, ४४१, ७८४, १२९६, २०२५ ।

अत्रोपपत्तिः । अथ $१^{२} + २^{२} + ३^{२} + \cdots\cdots + न^{२}$

अत्र योगकरणे तत्र तावद्द्वियुक्पदसिद्धान्तेन—

$$न^{३} - (न-१)^{३} = ३न^{२} - ३न + १$$

$$(न-१)^{३} - (न-२)^{३} = ३(न-१)^{२} - ३(न-१) + १$$

$$(न-२)^{३} - (न-३)^{३} = ३(न-२)^{२} - ३(न-२) + १$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$१^{३} - ० = ३\cdot १^{२} - ३\cdot १ + १$$

सर्वयोगकरणेन—

$$न^{३} = ३\left\{ न^{२} + (न-१)^{२} + (न-२)^{२} + \cdots\cdots + १^{२} \right\}$$

$$- ३\left\{ न + (न-१) + (न-२) + \cdots\cdots + १ \right\} + न$$

$$= ३\ वर्गयोग - ३\ सं + न$$

$$\therefore ३ \text{वर्गयोग} = न^३ - न + \frac{३ न (न+१)}{२} = \frac{न (न+१)(२ न+१)}{२}$$

$$\therefore \text{वर्गयोग} = \frac{न (न+१)}{२} . \frac{२न+१}{३}$$ अत उपपन्नं पूर्वार्द्धम् ।

अथ वा कल्प्यते—

$$१^२ + २^२ + ३^२ + \cdots + न^२ = अ + क . न + ग . न^२ + घ . न^३ + प . न^४$$

अथ यदि पदमानम् $= न + १$ तथापि पूर्वकल्पनायाः स्थैर्यात्—

$$१^२ + २^२ + ३^२ + \cdots + न^२ + (न+१)^२ = अ + क(न+१) + ग(न+)^२ + घ (न+१)^३ \times प (न+१)^४$$

द्वयोरन्तरेण—

$$न^२ + २न + १ = क + ग (२न+१) + घ (३न^२ + ३न + १) + प (४ न^३ + ६ न^२ + ४ न + १)$$

$$= क + ३ घ . न^२ + न (२ग + ३घ) + ग + घ + प (४न^३ + ६न^२ + ४न + १)$$

अत्र पक्षयोः समत्वात् $न^३$, $न^२$, न एतेषां गुणकाः समा एव भवेयुरतः $३घ = १$, $३घ + २ग = २$, $क + ग + व = १$ तथा च $प = ०$

$$\therefore घ = \tfrac{१}{३}, ग = \tfrac{१}{२}, क = \tfrac{१}{६}$$

$$\therefore १^२ + २^२ + ३^२ + \cdots + न^२ = अ + \tfrac{१}{६}न + \tfrac{१}{२}न^२ + \tfrac{१}{३}न^३$$

यद्यत्र $न = १$

तदा $१^२ = अ + \tfrac{१}{६} + \tfrac{१}{२} + \tfrac{१}{३} = अ + १$

$$\therefore अ = ०$$

$$\therefore १^२ + २^२ + ३^२ + \cdots + न^२ = \tfrac{१}{६} न + \tfrac{१}{२} न^२ + \tfrac{१}{३} न^३$$

$$= \frac{न + ३ न^२ + २ न^३}{६}$$

$$= \frac{न (२ न^२ + ३ न + १)}{६}$$

$$= \frac{न (२ न+१)(न+१)}{६}$$

$$= \frac{न (न+१)}{२} . \frac{२ न+१}{३}$$ उपपन्नम्

अथ च $१^३, २^३, ३^३, \ldots\ldots न^३$ एषां योगविचारे त्वत्रापि द्वियुक्-पदसिद्धान्ते—

$$न^४ - (न-१)^४ = ४ न^३ - ६ न^२ + ४ न - १$$

$(न-१)^४-(न-२)^४=४(न-१)^३-६(न-१)^२+४(न-१)-१$

$(न-२)^४-(न-३)^४=४(न-२)^३-६(न-२)^२+४(न-२)-१$

....

....

सर्वेषां योगकरणेन—

$$न^४ = ४\left\{न^३+(न-१)^३+(न-२)^३\cdots\cdots+१^३\right\}$$
$$-६\left\{न^२+(न-१)^२+(न-२)^२+\cdots+१^२\right\}$$
$$+४\left\{न+(न-१)+(न-२)+\cdots+१\right\}$$
$$-न$$
$$= ४घनैक्य-६वर्गै+४सं-न$$

$$\therefore ४घनैक्य=न^४+न+न(न+१)(२न+१)-२न\tfrac{न}{२}(न+१)$$
$$=न^४+न+२न^३+न^२-न$$
$$=न^४+२न^३+न^२$$

$$\therefore घनैक्यम्=\frac{न^४+२न^३+न^२}{४}=\left\{\frac{न(न+१)}{२}\right\}^२$$

एतेनोपपन्नं घनैक्यानयनम् ।

यदि स $=१^२+३^२+५^२+७^२\cdots\cdots\cdots$ न पदपर्यन्तम्

तदा "व्येकपदघ्नचयो मुखयुग्" इत्यादिवक्ष्यमाणविधिना श्रेढ्या अन्त्यधनम्

$$=\left\{आ+(नि-१)च\right\}^२$$
$$=\left\{१+२(न-१)\right\}^२$$
$$=(२न-१)^२=४न^२-४न+१$$

अत्र यदि न मानं १, २, ३ इत्यादि कल्प्यते तदा—

$१^२=४\cdot १^२-४\cdot १+१$

$३^२=४\cdot २^२-४\cdot २+१$

$५^२=४\cdot ३^२-४\cdot ३+१$

$७^२=४\cdot ४^२-४\cdot ४+१$

....

....

सर्वयोगकरणेन—

$$१^२+३^२+५^२+७^२..+\left\{१+२(न-१)\right\}^२$$

$$=४(१^२+२^२+३^२+४^२+\cdots\cdots+न^२)$$

$$-४(१+२+३+४+\cdots\cdots+न)+न$$

$$=\frac{४न(न+१)(२न+१)}{६}-\frac{४न(न+१)}{२}+न$$

$$=२न(न+१)\left\{\frac{२न+१}{३}-१\right\}+न$$

$$=\frac{४न(न+१)(न-१)+३न}{३}$$

$$=\frac{न(४न^२-१)}{३}$$ एतेन—

"वेदाहता पदकृतिर्निरेका पदसंगुणा ।
रामाप्ता विषमाङ्कानां कृतियोगः प्रजायते" ॥

इति सम्यगुपपन्नं भवति ।

एवमनयैव दिशा घनयोगस्याऽपि सिद्धिर्भवित्रीत्यतस्तद्वासनासूचकः प्रकारः
द्विघ्नः पदघनः कार्यः पदोनः पदसंगुणः ।
जायते विषमाङ्कानां घनयोगः सदा बुध ॥ *

यथोत्तरचयेऽन्त्यादिधनज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

**व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यादन्त्यधनं मुखयुग्दलितं तत् ।
मध्यधनं पदसंगुणितं तत् सर्वधनं गणितं च तदुक्तम् ॥ ३ ॥**

उदाहरणम् ।

**आद्ये दिने द्रम्मचतुष्टयं यो दत्त्वा द्विजेभ्योऽनुदिनं प्रवृत्तः ।
दातुं सखे ! पञ्चचयेन पक्षे द्रम्मा वद द्राक् कति तेन दत्ताः ? ॥१॥**

न्यासः। आ. ४ । च. ५ । ग. १५ । अन्त्यधनम् ७४ । मध्यधनम् ३९। सर्वधनम् ५८५ ।

---

* उदा० । एकादीनां नवान्तानां विषमाणां कृतेर्युतिम् ।
घनयोगं तथा तेषां यदि वेत्सि निगद्यताम् ॥

न्यासः १, ९, २५, ४९, ८१ अत्र पदकृतिः २५ वेदाहता १०० व्येका ९९ पञ्चगुणा ४९५ रामाप्ता १६५ जातो वर्गयोगः । एवमेव घनयोगोऽपि यथोक्तं कृते जातः १२२५ ।

उदाहरणम् ।

आदिः सप्त चयः पञ्च गच्छोऽष्टौ यत्र तत्र मे ।
मध्यान्त्यधनसंख्ये के वद सर्वधनं च किम् ? ॥ २ ॥

न्यासः । आ. ७ । च. ५ । ग. ८ । मध्यधनम् $\frac{४९}{२}$ ।
अन्त्यधनम् ४२ । सर्वधनम् १९६ ।

समदिने गच्छे मध्यदिनाभावान्मध्यात् प्रागपरदिनधनयोर्योगार्धं मध्यदिनधनं भवितुमर्हतीति प्रतीतिरुत्पाद्या ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रादिधनम् = आ, चयः = च, अन्त्यधनम् = अंध, सर्वधनं च = सध ।

$\therefore$ सध = आ + आ + च + आ + २च + · · · · + आ + (न−१)च.

वा, सध = आ + च (न−१) + आ + च (न−२) + · · · + आ

योगेन—

२ सध = २ आ + च (न−१) + २ आ + च (न−१) · · · न पर्यन्तम् ।

$= न \left\{ २\ आ + च\ (न-१) \right\}$

$\therefore सध = \frac{न}{२} \left\{ २\ आ + च\ (न-१) \right\}$

अत्र अंध = आ + च (न−१)

$$मध = \frac{२\ आ + च\ (न-१)}{२} = \frac{आ + अध}{२}$$

$\therefore$ सध = न· मध ।

अत्र मध्यधनशब्देन मध्यदिनसम्बन्धीयधनमतः समदिने गच्छे मध्यदिनाभावादित्यादि ग्रन्थकारोक्तं सुष्ठ्वित्युपपन्नं सर्वम् ।

अत्र यदि सध = १·२ + २·३ + ३·४ + · · · · + न (न + १) तदा-
अन्त्यधनम् = $न^२ + न$.

अत्र न मानं १, २, ३ एभिरुत्थाप्यते तदा—

$१·२ = १^२ + १$

$२·३ = २^२ + २$

$३·४ = ३^२ + ३$

························

························

$\therefore$ १·२ + २·३ + ३·४ + · · + न (न + १)

$= (१^२ + २^२ + ३^२ · · · + न^२)$

$$+(१+२+३\cdots+न)$$

$$=\frac{न(न+१)(२न+१)}{६}+\frac{न(न+१)}{२}$$

$$=\frac{न(न+१)}{२}\left\{\frac{२न+१}{३}+१\right\}$$

$$=\frac{न(न+१)(न+२)}{३}$$

$$\therefore सध=\frac{न(न+१)(न+२)}{३}$$ एतेन—

पदं सैकपदाभ्यस्तं द्वियुक्तपदसंगुणम्।
त्रिभक्तं द्व्यादिनिघ्नानामेकादीनां युतिः क्रमात्॥*

इति सम्यगुपपद्यते।

मुखज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्।

गच्छहृते गणिते वदनं स्याद्व्येकपदघ्नचयार्धविहीने।

उदाहरणम्।

पञ्चाधिकं शतं श्रेढीफलं सप्त पदं किल।
चयं त्रयं वयं विद्मो वदनं वद नन्दन! ॥ १ ॥

न्यासः। आ. ० च. ३। ग. ७। ध. १०५। आदिधनम् ६। अन्त्यधनम् २४। मध्यधनम्। १५।

अत्रोपपत्तिः। अत्र प्रागुक्त्या सर्वधनमानम्

$$=\frac{न}{२}\left\{२आ+(न-१)च\right\}$$

अत्र समीकरणेन—

$$आ=\frac{सध}{न}-\frac{(न-१)च}{२}$$ उपपन्नम्।

चयज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तार्धम्।

गच्छहृतं धनमादिविहीनं व्येकपदार्धहृतं च चयः स्यात्॥ ४॥

---

* एकादीनां नवान्तानां संयुतिं वद सत्वरम्।
द्व्यादिभिर्निहतानां हि पाटीगणितकोविद!॥

न्यासः $१\cdot२+२\cdot३+३\cdot४+४\cdot५+५\cdot६+६\cdot७+७\cdot८+८\cdot९+९\cdot१०$ अत्र पदं ९, सैकं १०, द्वियुक्तं ११ एषां घातः $९\times१०\times११$ त्रिभक्तः $३\times१०\times११=३३०$ जातो योगः।

उदाहरणम् ।

प्रथममगमदह्ना योजने यो जनेश-
स्तदनु ननु कयाऽसौ ब्रूहि यातोऽध्ववृद्ध्या ।
अरिकरिहरणार्थं योजनानामशीत्या
रिपुनगरमवाप्तः सप्तरात्रेण धीमन् ? ॥ १ ॥

न्यासः । आ. २ । च. ० । ग. ७ । ध. ८० । लब्धमुत्तरम् $\frac{\text{२२}}{\text{७}}$ । अन्त्यधनम् $\frac{\text{१५६}}{\text{७}}$ मध्यधनम् । १५ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्राप्यनन्तरोक्तसूत्रेण—

$$\text{आ} = \frac{\text{सध}}{\text{न}} - \frac{(\text{न}-\text{१})\,\text{च}}{\text{२}}$$

$$\therefore \text{च} = \frac{\frac{\text{सध}}{\text{न}} - \text{आ}}{\frac{\text{न}-\text{१}}{\text{२}}} \qquad \text{उपपन्नम् ।}$$

गच्छज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

श्रेढीफलादुत्तरलोचनघ्नाच्चयार्धवक्त्रान्तरवर्गयुक्तात् ।
मूलं मुखोनं चयखण्डयुक्तं चयोद्धृतं गच्छमुदाहरन्ति ॥ ५ ॥

उदाहरणम् ।

द्रम्मत्रयं यः प्रथमेऽह्नि दत्वा दातुं प्रवृत्तो द्विचयेन तेन ।
शतत्रयं शष्ट्यधिकं द्विजेभ्यो दत्तं कियद्भिर्दिवसैर्वदाशु ? ॥ १ ॥

न्यासः । आ. ३ । च. २ । ग. ० । ध. ३६० । अन्त्यधनम् ३७ । मध्यधनम् २० । लब्धो गच्छः १८ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र व्येकपदघ्नचयो मुखयुगित्यादिना—

$$\text{सध} = \frac{\text{न}}{\text{२}} \left\{ \text{२ आ} + \text{च}\,(\text{न}-\text{१}) \right\}$$

$$\therefore \text{२ सध} = \text{२आ} \cdot \text{न} + \text{च} \cdot \text{न}\,(\text{न}-\text{१})$$

$$= \text{२ आ न} + \text{च न}^{\text{२}} - \text{च} \cdot \text{न}$$

$$= \text{न}^{\text{२}} \cdot \text{च} + \text{२ न}\left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{\text{२}}\right)$$

$$\therefore \text{२स} \cdot \text{च} = \text{न}^{\text{२}} \cdot \text{च}^{\text{२}} + \text{२ न} \cdot \text{च}\left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{\text{२}}\right)$$

वर्गपूरणेन—

$$\text{२ स} \cdot \text{च} + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{\text{२}}\right)^{\text{२}}$$

$$= \text{न}^{\text{२}} \cdot \text{च}^{\text{२}} + \text{२ न} \cdot \text{च}\left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{\text{२}}\right) + \left(\text{आ} - \frac{\text{च}}{\text{२}}\right)^{\text{२}}$$

मूलेन —

$$मू = न \cdot च + \left(आ - \frac{च}{२} \right)$$

अतः समीकरणेन—

$$न = \frac{मू - आ + \frac{च}{२}}{च}$$ उपपन्नं सर्वम्।

अथ द्विगुणोत्तरादिवृद्धौ फलानयने करणसूत्रं सार्धार्या।

विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः समेऽर्धिते वर्गः।
गच्छक्षयान्तमन्त्याद् व्यस्तं गुणवर्गजं फलं यत् तत्॥ ६॥
व्येकं व्येकगुणोद्धृतमादिगुणं स्याद्गुणोत्तरे गणितम्।

उदाहरणम्।

पूर्वं वराटकयुगं येन द्विगुणोत्तरं प्रतिज्ञातम्।
प्रत्यहमर्थिजनाय स मासे निष्कान् ददाति कति?॥ १॥

न्यासः। आ २। च. २। ग ३०।

लब्धा वराटकाः २१४७४८३६४६। निष्कवराटकाभिर्भक्ता जाता-
निष्काः १०४८५७ द्रम्माः ९। पणाः ९। काकिण्यौ २। वराटकाः ६।

उदाहरणम्।

आदिर्द्विकं सखे! वृद्धिः प्रत्यहं त्रिगुणोत्तरा।
गच्छः सप्तदिनं यत्र गणितं तत्र किं वद॥ २॥

न्यासः। आ. २। च. ३। ग. ७। लब्धं गणितम् २१८६।

अत्रोपपत्तिः। अत्र प्रश्नोक्त्या—

$$सर्वधनम् = आ + आ \cdot गु + आ\, गु^{२} + आ \cdot गु^{३} + \text{------} + आ \cdot गु^{न-१}$$

$$\therefore सध \cdot गु = आ \cdot गु + आ \cdot गु^{२} + आ \cdot गु^{२} \text{----} + आ\, गु^{न-१} + आ \cdot गु^{न}$$

$$\therefore सध\, (गु - १) = आ \cdot गु^{न} - आ = आ\, (गु^{न} - १)$$

$$\therefore सध = \frac{आ\, (गु^{न} - १)}{गु - १}$$

अत्र यदि न = विषमसंख्या स्यात्तदा न-१ = समसंख्या।

$$\therefore गु^{न} = गु \cdot गु^{न-१} = गु \left\{ गु^{\frac{न-१}{२}} \right\}^{२}$$ अत उपपन्नम्।

अत्राप्यन्त्यमध्यधनयोरानयनाय मदीयः प्रकारः।

श्रीभास्करोक्तं गुणवर्गजातं
फलं निहत्य प्रथमेन भक्तम्।
गुणेन तच्चान्त्यधनं तदादि-
क्षुण्णं पदं मध्यधनं प्रदिष्टम्।

अत्रोपपत्तिस्त्वनन्तरोक्तश्रेढ्याः पर्यालोचनयैव स्पष्टमिति किमत्र प्रयासेन ।

अथ सध $= \frac{\text{आ} (\text{गु}^{\text{न}} - १)}{\text{गु} - १}$ अत्र यदि १ $>$ गु तथा न धनात्मिका-

भवेत्तदा सध $= \frac{\text{आ} - \text{आ} \cdot \text{गु}^{\text{न}}}{१ - \text{गु}}$

$= \frac{\text{आ}}{१ - \text{गु}} - \frac{\text{आ} \cdot \text{गु}^{\text{न}}}{१ - \text{गु}}$ अत्र न मानं यथा २ धिकं

स्यात्तथा २ "गु $^{\text{न}}$" अस्य मानमल्पं भवत्येवं परमाधिकेऽनन्तसमे न माने गु $^{\text{न}}$ अस्य मानमपि परमाल्पं शून्यसमं भवत्यतस्तत्र गुणोत्तरश्रेढ्याः सर्वधनम्

$= \frac{\text{आ}}{१ - \text{गु}}$ एतेन—

आदिर्गुणविहीनेन रूपेण प्रविभाजितः ।
फलं गुणोत्तरे सर्वधनमानन्त्यके पदे ॥*

इति सम्यगुपपन्नं भवति ।

अथात्रापि सर्वधनवैपरीत्येनाद्यादिज्ञानं कर्त्तव्यं सुधीभिः किमत्र लेखबाहुल्येनेति दिक् ।

अत्रैव पदज्ञानायप्रकारः ।

निरेकगुणसगुण्यं गणितं मुखभाजितम् ।
सरूपं तद्गुणच्छिन्नं यावद्रूपं भवेदिह ॥
तद्गुणच्छिन्नसंख्यायाः समं गणितकोविद ।
पदमानं भवेद्धीमन् व्यक्तेन विधिना स्फुटम् ॥ इति ।

समादिवृत्तज्ञानाय करणसूत्रं सार्धार्या ।†

पादाक्षरमितगच्छे गुणवर्गफलं चये द्विगुणे ॥ ७ ॥

---

* आदिर्दलं सखे वृद्धी रूपार्धगुणकोत्तरा ।
प्रत्यहं गणितं तत्र किं वदानन्तके पदे ॥
न्यासः आ $\frac{१}{२}$ । गु $\frac{१}{२}$ । ग ∞ लब्धं गणितम् १ ।

† अङ्घ्रयो यस्य चत्वारस्तुल्यलक्षणलक्षिताः ।
तच्छन्दः शास्त्रतत्वज्ञाः समवृत्तं प्रचक्षते ॥
प्रथमाङ्घ्रिसमो यस्य तृतीयश्चरणो भवेत् ।
द्वितीयस्तुर्यवद्वृत्तं तदर्धसममुच्यते ॥
यस्य पादे चतुष्केऽपि लक्ष्म भिन्नं परस्परम् ।
तदाहुर्विषमं वृत्तं छन्दःशास्त्रविशारदाः ॥

समवृत्तानां संख्या तद्वर्गो वर्गवर्गश्च ।
स्वस्वपदोनौ स्यातामर्धसमानां च विषमाणाम् ॥ ८ ॥

उदाहरणम् ।

समानामर्धतुल्यानां विषमाणां पृथक् पृथक् ।
वृत्तानां वद मे संख्यामनुष्टुप्छन्दसि द्रुतम् ? ॥ १ ॥

न्यासः । उत्तरो द्विगुणः २ । गच्छः ८ । लब्धाः समवृत्तानां संख्याः २५६ । तथाऽर्धसमानां च ६५२८० । विषमाणां च ४२९४९०१७६० ।

इति श्रेढीव्यवहारः समाप्तः ।

अत्रोपपत्तिः । अथैकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ता भाज्या इत्यादिविधिनैकादिलघुगुरुवशेन ये भेदास्तेषामैक्यं सरूपं सर्वभेदयोगो भवति । तत्समा एव समवृत्तभेदास्ते तु * $२^{न}$ एतन्मिता भवन्त्यत उक्तं "पादाक्षरमितगच्छे गुणवर्गफलं चये द्विगुणे । समवृत्तानां संख्या" इति ।

तथा समवृत्तभेदेषु भे मितेषु द्वौ द्वौ भेदौ संगृह्याङ्कपाशीया ये भेदाः समुपपद्यन्ते त एवार्धसमवृत्तभेदाः $=$ भे (भे $-$ १) $=$ भे^{२} $-$ भे एवमेव समवृत्तभेदवर्गसमे भेदमाने येऽर्धसमवृत्तभेदा भवन्ति त एवाचार्यीयविषमवृत्तभेदाः $=$ भे^{२} (भे^{२} $-$ १) $=$ भे^{४} $-$ भे^{२} अत उपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

परन्तु ह्याचार्योक्तविषमवृत्तभेदानयनेन वृत्तरत्नाकरोक्तविषमवृत्तभेदाः समागच्छन्त्यतस्तदानयनार्थं परस्परं लक्ष्मभिन्नेषु समवृत्तभेदेषु चतुरश्चतुरो भेदान् गृहीत्वा येऽङ्कपाशीया भेदास्त एव वास्तवा विषमवृत्तभेदा भवन्त्यतस्तत्स्वरूपम् $=$

$$\text{भे} (\text{भे} - १) (\text{भे} - २) (\text{भे} - ३) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (१)$$
$$= \text{भे}^{४} - ६ \text{भे}^{३} + ११ \text{भे}^{२} - ६ \text{भे} + १ - १$$
$$= (\text{भे}^{२} - ३ \text{भे} + १)^{२} - १$$
$$= \left\{ \text{अर्धसमवृतभेद} - २\text{समवृत्तभेद} + १ \right\}^{२} - १$$

एतेन—

∴ समवृत्तजभेदेन द्विगुणेन" इत्यादि विशेषपद्यं सम्यगुपपद्यते ।

अत्रैव (१) समीकरणेन—

$$\text{वि. वृ. भे} = \text{भे}^{४} - ६ \text{भे}^{३} + ११ \text{भे}^{२} - ६ \text{भे}$$
$$= \text{भे}^{४} - \text{भे}^{२} - ६ \text{भे} (\text{भे}^{२} - २ \text{भे} + १)$$
$$= \text{भास्करीय वि. वृ. भे} - ६ \text{भे} (\text{भे} - १)^{२}$$

एतेन—

समवृत्तभवो भेदो निरेकस्तत्कृतिर्हता ।

* एतदर्थं मत्कृतचापीयत्रिकोणगणितस्य पञ्चाशीतितमं पृष्ठमवलोकनीयम् ।

समवृत्तजभेदेन रसघ्नेन तदूनितः ॥
भेदः श्रीभास्करोक्तानां विषमाणां भवेद्ध्रुवम् ।
वृत्तरत्नाकरोक्तानामसमानां सदैव हि ॥

इति सम्यगुपपद्यते ।

इति श्रेढीव्यवहारे वासना समाप्ता ।

अथ क्षेत्रव्यवहारः ।

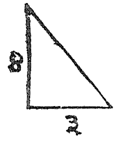
तत्र भुजकोटिकर्णानामन्यतमे ज्ञातेऽन्यतमयोर्ज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

इष्टो बाहुर्यः स्यात् तत्स्पर्धिन्यां दिशीतरो बाहुः ।
त्र्यस्रे चतुरस्रे वा सा कोटिः कीर्त्तिता तज्ज्ञैः ॥ १ ॥
तत्कृत्योर्योगपदं कर्णो दोःकर्णवर्गयोर्विवरात् ।
मूलं कोटिः कोटिश्रुतिकृत्योरन्तरात् पदं बाहुः ॥ २ ॥

उदाहरणम् ।

कोटिश्चतुष्टयं यत्र दोस्त्रयं तत्र का श्रुतिः ।
कोटिं दोःकर्णतः कोटिश्रुतिभ्यां च भुजं वद ॥ १ ॥

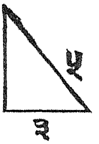
न्यासः ।



कोटिः ४ । भुजः ३ । भुजवर्गः ९ । कोटिवर्गः । १६ । एतयोर्योगात् २५ । मूलम् ५ कर्णो जातः ।

अथ कर्णभुजाभ्यां कोट्यानयनम् ।

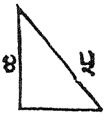
न्यासः ।



कर्णः ५ भुजः ३ । अनयोर्वर्गयोरन्तरम् १६ । एतन्मूलं कोटिः ४ ।

अथ कोटिकर्णाभ्यां भुजानयनम् ।

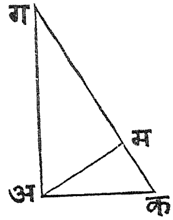
न्यासः ।



कोटिः ४ । कर्णः ५ । अनयोर्वर्गान्तरम् ९ । एतन्मूलं भुजः ३ ।

अत्रोपपत्तिः । तत्स्पर्धिन्यां दिशि तत्प्रतिकूलायां दिश्यर्थादेतदुक्तं भवति यदि भुजो याम्योत्तरस्तदा पूर्वापरो योऽन्यो भुजस्तथा च यदि पूर्वापरो भुजस्तदा

याम्योत्तरो योऽन्यो भुजः सैव कोटिर्भवत्यर्थात्लम्बरूपायां दिशोति तात्पर्यम्। अन्यत्स्पष्टमेव।



कल्प्यते अकग समकोणत्रिभुजं यत्र अक, अग भुजकोटी कग कर्णस्तथा कअग समकोणश्चास्ति। अ समकोणविन्दोः कग कर्णोपरि अम लम्बो निपात्य-स्ततः क्षेत्रमितेः षष्ठाध्यायस्याष्टमीप्रतिज्ञया—

$$\text{अक}^{2} = \text{कग}\ \text{कम}$$

$$\text{एवं}\ \text{अग}^{2} = \text{कग}\cdot\text{गम}$$

$$\therefore\ \text{अक}^{2} + \text{अग}^{2} = \text{कग}\ \text{कम} + \text{कग}\ \text{गम}$$

$$= \text{कग}\ (\text{कम} + \text{गम})$$

$$= \text{कग}\ \text{कग}$$

$$= \text{कग}^{2}.$$

$\therefore\ \text{कग} = \sqrt{\text{अक}^{2} + \text{अग}^{2}} = \sqrt{\text{को}^{2} + \text{भु}^{2}}$ अतो वैपरीत्येन भुज-कोटिमाने साध्ये तेनोपपन्नं 'तत्कृत्योर्योगपद'' मित्यादि सर्वमाचार्योक्तम्।

अथवाऽस्योपपत्तिस्तु क्षेत्रमितेः प्रथमाध्यायस्य सप्तचत्वारिंशी प्रतिज्ञया, षष्ठाध्यायस्यैकविंशीप्रतिज्ञया वा कर्णभुजयोः संपाततः कर्णव्यासार्धवृत्तीयभुज-कोट्योश्चापैक्यज्या साधनेन वा सुसरलैवेति धीमतामतिरोहितं किमत्र लेखप्रायसेन ग्रन्थबाहुल्येन च।

अथवा यदि कग रेखाया मध्यविन्दुः प तदा क्षेत्रमितेर्द्वितीयाध्यायस्य नवमी-प्रतिज्ञया—

$$\text{गम}^{2} + \text{कम}^{2} = २\text{कप}^{2} + २\text{मप}^{2}$$

$$\text{कम}^{2} + \text{अम}^{2} + \text{गम}^{2} + \text{अम}^{2} = २\text{कप}^{2} + २(\text{मप}^{2} + \text{अम}^{2})$$

$$\text{अक}^{2} + \text{अग}^{2} = २\text{कप}^{2} + २\text{अप}^{2}$$

अत्र रेखागणितेन कप = अप सिद्धत्यतः

$$\text{अक}^{2} + \text{अग}^{2} = \text{कग}^{2}$$

अस्य मूलं कर्णमानं भवति। तेनोपपन्नं सर्वम्।

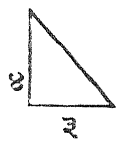
एवमनेकानि प्रकारान्तराणि सुधीभिः कल्पयितुं शक्यानीति।

प्रकारान्तरेण तज्ज्ञानाय करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।

राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः ।
वर्गयोगो भवेदेवं तयोर्योगान्तराहतिः ॥ ३ ॥
वर्गान्तरं भवेदेवं ज्ञेयं सर्वत्र धीमता ॥

कोटिश्चतुष्टयमिति पूर्वोक्तोदाहरणे ।

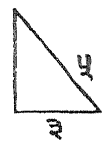
न्यासः ।



कोटिः ४ भुज ३ । अनयोर्घाते १२ । द्विघ्ने २४ । अन्तरवर्गेण १ युते वर्गयोगः २५ । अस्य मूलं कर्णः ५ ।

अथ कर्णभुजाभ्यां कोट्यानयनम् ।

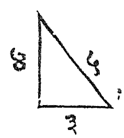
न्यासः ।



कर्णः ५ । भुजः ३ । अनयोर्योगः ८ । पुनरेतयोरन्तरेण २ हतो वा १६ वर्गान्तरमस्य मूलं कोटिः ४ ।

अथ भुजज्ञानम् ।

न्यासः ।

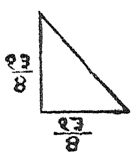


कोटिः ४ । कर्णः ५ । एवं जातो भुजः ३

उदाहरणम् ।

साङ्घ्रित्रयमितो बाहुर्यत्र कोटिश्च तावती ।
तत्र कर्णप्रमाणं किं गणक ? ब्रूहि मे द्रुतम् ॥ २ ॥

न्यासः ।



भुजः $\frac{१३}{४}$ । कोटिः $\frac{१३}{४}$ । अनयोर्वर्गयोगः $\frac{१६९}{८}$ । अस्य मूलाभावात् करणीगत एवायं कर्णः ।

अत्रोपपत्तिः । कल्प्येते राशी या, का अनयोरन्तरम् = या — का ।

ततो वर्गकरणेन—

$अ^{२} = (या - का)^{२} = या^{२} + का^{२} - २ या.का$

$\therefore$ $अ^{२} + २ या का = या^{२} + का^{२}$ अत उक्तं "राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः । वर्गयोगो भवे" दिति । तथा च योगान्तरघातो वर्गान्तरसमो भवतीति तावत्प्रागेव प्रतिपादितमत उपपन्नं सर्वम् ।

अथ वा क्षेत्रमित्याद्यस्य सिद्धिर्भवतीति तावत्सुधीभिः स्पष्टमेव किमत्र पिष्टपेषणेन ।

अस्यासन्नमूलज्ञानार्थमुपायः ।

वर्गेण महतेष्टेन हताच्छेदांशयोर्वधात् ।
पदं गुणपदक्षुण्णच्छिद्भक्तं निकटं भवेत् ॥

इयं वर्गकरणी $\frac{१६९}{८}$ । अस्याः छेदांशघातः १३५२ । अयुतघ्नः १३५२०००० अस्यासन्नमूलम् ३६७७ । इदं गुणमूल-(१००) गुणितच्छेदेन (८००) भक्तं लब्धमासन्नपदम् $४\frac{४७७}{८००}$ । अयं कर्णः । एवं सर्वत्र ।

अत्रोपपत्तिः । कल्प्यते कोऽप्यवर्गाङ्कः $=\frac{अ}{क}$ · अस्यासन्नपदज्ञानाय हर-भाज्यौ क अनेन गुणितौ तदाऽपि फले विकाराभावात्,

$$\frac{अ}{क}=\frac{क.अ}{क^२}=\frac{अ.क.इ^२}{क^२.इ^२}$$

मूल ग्रहणेन—

$\frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{क}}=\frac{\sqrt{अ.क.इ^२}}{क.इ}$ अत्रापरपक्षस्य भाज्यस्य $अ.क.इ^२$ अस्य यन्निरग्रमूलं तद्धरेण भक्तं तदा कल्पितस्यावर्गाङ्कस्यासन्नमूलमानं भवतीत्युपपन्न-माचार्योक्तम् ।

परन्त्वत्र यथा यथा महदिष्टं कल्प्यते तथा तथाऽऽसन्नपदं सूक्ष्ममर्थादवर्गाङ्कस्य प्रकृतिमूलासन्नं भवत्येतदर्थं विचारः ।

यथा पूर्वानीतस्य स्वरूपस्य $अ.क.इ^२$ अस्य वास्तवमूलमानम् $=य$, निरग्रपदं च $=प$, शेषम् $=शे$ ।

$\therefore य^२=प^२+शे=अ.क.इ^२$

एवमेव $\frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{क}}=\frac{\sqrt{अ.क.इ^२ मइ^२}}{क.इ.मइ}$ अत्रापि

$अ.क.इ^२.मइ^२$ अस्य वास्तवमूलम् $=य$ तदा $अ.क.इ^२.मइ^२=य^२$

$$=(प^२+शे)मइ^२$$
$$=प^२ मइ^२+शे.मइ^२$$
$$=(\text{निरग्रपद}^२+\text{शेष})$$

अत्र निरग्रपदम् $=प\cdot मइ+इ_१$, शेष $=इ_१$.

$\therefore$ प्रथमासन्नमूलमानम् $=\frac{प}{क.इ}$

$$\text{द्वितीयासन्नमूलमानम्} = \frac{\text{प. मइ} + \text{इ}_1}{\text{क. इ. मइ}}$$

$$= \frac{\text{प}}{\text{क. इ}} + \frac{\text{इ}_1}{\text{क. इ. मइ}}$$

अत्र प्रथमद्वितीयासन्नमूलयोरवलोकनेन स्पष्टं दरीदृश्यते यत्किल मूलयोर्वास्तवमूलमानादल्पत्वाद्द्वितीयासन्नमूलमाने द्वितीयखण्डस्य धनगतत्वात्प्रथमासन्नमूलापेक्षया द्वितीयासन्नपदं वास्तवमूलासन्नं भवति । तेनोक्तं वर्गेण महतेष्टेनेत्युपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

वस्तुतस्त्ववर्गाङ्कस्यांकात्मकं मूलं न सावयवं न च निरवयवं कथयितुं शक्यते भिन्नवर्गे भिन्नत्वाभिन्नवर्गेचाभिन्नत्वस्य सिद्धेः । किन्तु रेखात्मकं मूलं तस्य भवत्येतदर्थं विशेषज्ञानलिप्सुभिः सिद्धान्ततत्त्वविवेकस्य स्पष्टाधिकारे मूलानयनं विलोकनीयमिति दिक् ।

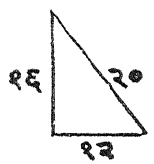
त्र्यस्रजात्ये करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

इष्टो भुजोऽस्माद्द्विगुणेष्टनिघ्नादिष्टस्य कृत्यैकवियुक्तयाऽऽप्तम् ।
कोटिः पृथक् सेष्टगुणा भुजोना कर्णो भवेत् त्र्यस्रमिदं तु जात्यम् ॥४॥
इष्टो भुजस्तत्कृतिरिष्टभक्ता द्विःस्थापितेष्टोनयुताऽर्धिता वा ।
तौ कोटिकर्णाविति कोटितो वा बाहुश्रुती चाकरणीगते स्तः ॥ ५ ॥

उदाहरणम् ।

भुजे द्वादशके यौ यौ कोटिकर्णावनेकधा ।
प्रकाराभ्यां वद क्षिप्रं तौ तावकरणीगतौ ॥ १ ॥

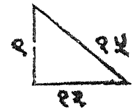
न्यासः ।



इष्टो भुजः १२ । इष्टम् २ । अनेन द्विगुणेन ४ गुणितो भुजः ४८ । इष्ट २ कृत्या ४ एकोनया ३ भक्तो लब्धा कोटिः १६ ।

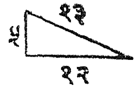
इयामष्टगुणा ३२ भुजोना १२ जातः कर्णः २० ।

त्रिकेणेष्टेन वा



कोटिः ९ । कर्णः १५ ।

पञ्चकेन वा

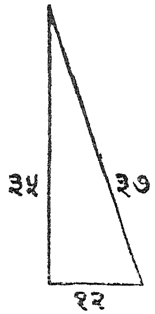


कोटिः ५ । कर्णः १३ ।

इत्यादि ।

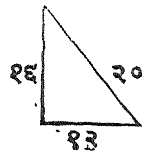
अथ द्वितीयप्रकारेण ।

न्यासः ।



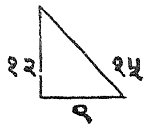
इष्टो भुजः १२ । अस्यकृतिः १४४ । इष्टेन २ भक्ता लब्धम् ७२ । इष्टेन २ ऊन—७० युता-७४ वर्धितौ जातौ कोटिकर्णौ ३५।३७।

चतुष्टयेन वा



कोटिः १६ । कर्णः २० ।

षट्केन वा



कोटिः ९ । कर्णः १५ ।

अत्रोपपत्तिः । भुजः = भु, कोटिः = को, कर्णः = क ततोऽनन्तरकथितसूत्रेण $\text{को}^2 + \text{भु}^2 = \text{क}^2$, अत्रापरपक्षस्य मूलं क, द्वितीय पक्षे $\text{को}^2 + \text{भु}^2$ अस्मिन् वर्णकृती वर्तेते तेनात्र "सरूपके वर्णकृती तु यत्र तत्रेच्छयैकां प्रकृतिं प्रकल्पये" त्यादिना भुजवर्गक्षेपे कोटिवर्गाङ्कसमप्रकृतौ ज्येष्ठकनिष्ठे साधनीये तत्र तावत् "इष्टवर्ग-प्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेद्द्विघ्नमिष्टं कनिष्ठ" मित्यादिना—

रूपक्षेपे कनिष्ठम् $= \dfrac{\text{२इ}}{\text{इ}^2 - 1}$, भुजगुणं जातं

$$\text{भुजवर्गक्षेपे कनिष्ठम्} = \frac{\text{२इ} \cdot \text{भु}}{\text{इ}^2 - 1} \quad \text{ततो ज्येष्ठम्} = \frac{\text{इ}^2 . \text{भु} + \text{भु}}{\text{इ}^2 - 1}$$

$$= \frac{\text{इ}^2 \cdot \text{भु} + \text{भु}}{\text{इ}^2 - 1} + \text{भु} - \text{भु}$$

$$= \frac{\text{२इ}^2 . \text{भु}}{\text{इ}^2 - 1} - \text{भु}$$

अत्र "ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्णमितिस्तथा ज्येष्ठं द्वितीयेन सम" मित्यतः

$$\text{कोटिः} = \frac{\text{२ इ.भु}}{\text{इ}^2 - 1}, \text{क} = \frac{\text{२ इ}^2 \cdot \text{भु}}{\text{इ}^2 - 1} - \text{भु} \text{ उपपन्नम् ।}$$

अथ वा कल्प्यते $\text{को}\cdot\text{इ} - \text{भु} = \text{क}$

$\therefore \quad \text{क}^{2} = \text{को}^{2}\cdot\text{इ}^{2} - २\text{को}\cdot\text{इ}\,\text{भु} + \text{भु}^{2}$

$\therefore \text{क}^{2} - \text{भु}^{2} = \text{को}^{2}\,\text{इ}^{2} - २\text{को}\,\text{इ}\cdot\text{भु}$

वा, $\quad \text{को}^{2} = \text{को}^{2}\cdot\text{इ}^{2} - २\,\text{को}\cdot\text{इ}\;\text{भु}$

$\therefore \quad \text{को} = \dfrac{२\,\text{भु}\cdot\text{इ}}{\text{इ}^{2} - १}$ अनेन कोटिमानेन कर्णमानस्योत्थापनेनोपपन्नं पूर्वार्धम् ।

तथा भुजवर्गस्तु कर्णकोट्योर्वर्गान्तरसमः स च तयोर्योगान्तरघाततुल्यो भवति तत्रान्तरमानमिष्टं प्रकल्प्य वासना सुधीभिरूह्या' अत उपपन्नं सर्वम् ।

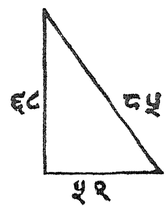
अथेष्टकर्णात् कोटिभुजानयने करणसूत्रं वृत्तम् ।

इष्टेन निघ्नाद्द्विगुणाच्च कर्णादिष्टस्य कृत्यैकयुजा यदाप्तम् ।
कोटिर्भवेत् सा पृथगिष्टनिघ्नी तत्कर्णयोरन्तरमत्र बाहुः ॥ ६ ॥

उदाहरणम् ।

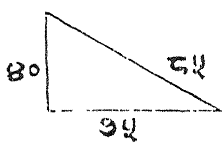
पञ्चाशीतिमिते कर्णे यौ यावकरणीगतौ ।
स्यातां कोटिभुजौ तौ तौ वद कोविद सत्वरम् ॥ १ ॥

न्यासः



कर्णः ८५ । अयं द्विगुणः१७० । द्विकेनेष्टेन हतः ३४० । इष्ट २ कृत्या ४ । सैकया ५ भक्तो जाता कोटिः ६८ । इयमिष्टगुणा १३६ कर्णो-८५ निता जातो भुजः ५१ ।

चतुष्केणेष्टेन वा



कोटिः ४० । भुजः ७५ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि कर्णः $=$ क, कोटिः $=$ को, भुजः $=$ भु ततः "कोटि-श्रुतिकृत्योरन्तरा" दित्यादिना $\text{भु}^{2} = \text{क}^{2} - \text{को}^{2}$ अत्रापि रूपर्णप्रकृतौ कर्णवर्गक्षेपे ये कनिष्ठज्येष्ठे ते कोटिभुजमाने भवत इत्यतस्तावद्रूपक्षेपे कनिष्ठम् $= \dfrac{२\text{इ}}{\text{इ}^{2} + १}$

$$\text{ज्येष्ठम्} = \frac{२\,\text{क}\cdot\text{इ}^{2} - \text{क}}{\text{इ}^{2} + १} = \frac{२\,\text{क}\cdot\text{इ}^{2} - \text{क}}{\text{इ}^{2} + १} + \text{क} - \text{क}$$

$= \dfrac{२\,\text{क}\cdot\text{इ}^{2}}{\text{इ}^{2} + १} - \text{क},$ अत्रापि "ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्ण.मिति" रित्यादिना

$\text{कोटिः} = \dfrac{२\,\text{क}\cdot\text{इ}}{\text{इ}^२+१}$, $\text{भुजः} = \dfrac{२\,\text{क}\cdot\text{इ}^२}{\text{इ}^२+१} - \text{क}$ एतेनोपपन्नं सर्वम् ।

अथवा यदि $\text{को}\cdot\text{इ}-\text{क}=\text{भु}$ कल्प्यते तदा

$$\text{को}^२ = \text{क}^२ - \text{भु}^२$$
$$= \text{क}^२ - (\text{को}\,\text{इ}-\text{क})^२$$
$$= \text{क}^२ - (\text{को}^२\,\text{इ}^२ - २\,\text{को}\cdot\text{इ}\cdot\text{क} + \text{क}^२)$$
$$= २\text{को}\cdot\text{इ}\cdot\text{क} - \text{को}^२\cdot\text{इ}^२$$
$$\therefore \text{को}\,(\text{इ}^२+१) = २\text{इ}\,\text{क}$$
$$\therefore \text{को} = \frac{२\,\text{इ}\cdot\text{क}}{\text{इ}^२+१}$$ एतेनोपपन्नम् ।

अथवा कल्प्यते $\text{को}\cdot\text{इ}-\text{क}=\text{भु}\cdot$

$$\therefore \text{भु}^२ = \text{को}^२\cdot\text{इ}^२ - २\text{को}\,\text{क}\cdot\text{इ} + \text{क}^२$$

समशोधनेन—

$$२\text{को}\cdot\text{क}\,\text{इ} = \text{को}^२\cdot\text{इ}^२ + \text{क}^२ - \text{भु}^२$$
$$= \text{को}^२\,\text{इ}^२ + \text{को}^२$$
$$= \text{को}^२\,(\text{इ}^२+१)$$
$$\therefore \text{को}^२ = \frac{२\text{को}\,\text{क}\,\text{इ}}{\text{इ}^२+१}$$

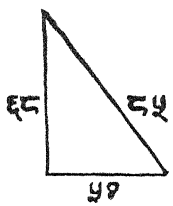
वा, $\text{को} = \dfrac{२\text{क}\cdot\text{इ}}{\text{इ}^२+१}$ एतेनोपपन्नम् ।

पुनः प्रकारान्तरेण तत्करणसूत्रं वृत्तम् ।

इष्टवर्गेण सैकेन द्विघ्नः कर्णोऽथ वा हृतः ।
फलोनः श्रवणः कोटिः फलमिष्टगुणं भुजः ॥ ७ ॥

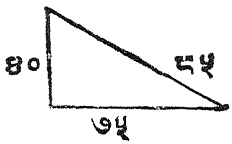
पूर्वोदाहरणे—

न्यासः ।



कर्णः ८५ । अत्र द्विकेनेष्टेन जातौ किल कोटिभुजौ ५१ । ६८ ।

चतुष्केण वा ।



कोटिः ७५ । भुजः ४० । अत्र दोः कोट्योर्नाम भेद एव केवलं न स्वरूपभेदः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि भुजकोटिकर्णाः क्रमेण भु, को, क "ततस्वत्कृत्योर्योगपद" मित्यादिना $क^{२} = को^{२} + भु^{२}$, अत्राप्येकस्य पक्षस्य पदं क, ततो द्वितीय पक्षस्य $को^{२} + भु^{२}$ अस्य वर्गप्रकृत्या मूलं साध्यते तत्र तावत "इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेद्द्विघ्नमिष्टं कनिष्ठ" मित्यादि प्रकारेण जातं रूपक्षपे कनिष्ठम् $= \frac{२इ}{इ^{२}-१}$ इदं कोटिगुणं जातं कोटिवर्गक्षेपे कनिष्ठम् ।

$$= \frac{२\ इ \cdot को}{इ^{२}-१} \text{ ततो ज्येष्ठम्} = \frac{इ^{२} \cdot को + को}{इ^{२}-१}$$

$$= \frac{को\ (इ^{२}+१)}{इ^{२}-१}$$ अत्रापि "ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्णमिति" रित्यादिना

$$भु = \frac{२\ इ \cdot को}{इ^{२}-१},\ क = \frac{को\ (इ^{२}+१)}{इ^{२}-१}$$

$$\text{अतः}\ को = \frac{क\ (इ^{२}-१)}{इ^{२}+१} \ldots\ldots\ldots\ldots (१)$$

$$= \frac{क \cdot इ^{२} - क - क + क}{इ^{२}+१}$$

$$= \frac{क\ (इ^{२}+१) - २क}{इ^{२}+१}$$

$$= क - \frac{२क}{इ^{२}+१}$$ ततः (१) समीकरणेन भुजमानमुत्थापनेन जातं भुजमानम् $= \frac{२\ क \cdot इ}{इ^{२}+१} = \frac{२\ क}{इ^{२}+१} \cdot इ$ एतेनोपपन्नं सर्वं भास्करोक्तम् ।

अथवोपपत्तिः । $क^{२} - को^{२} = भु^{२}$

वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसममित्यतः—

$(क-को)\ (क+को) = भु^{२}$

अत्र यदि $क - को = फ$, तथा $भु = फ.इ$ कल्प्येत

तदा $फ\ (क + को) = इ^{२} \cdot फ^{२}$

वा, $क + को = इ^{२}\ फ$

वा, $२क - फ = इ^{२} \cdot फ$

समशोधनादिना—

$$फ = \frac{२क}{इ^{२}+१}$$

$$\therefore\ को = क - \frac{२\ क}{इ^{२}+१},\ भु = \frac{२\ क}{इ^{२}+१} \cdot इ \text{ उपपन्नम् ।}$$

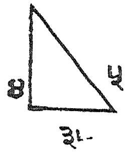
अथेष्टाभ्यां भुजकोटिकर्णानयने करणसूत्रं वृत्तम् ।

इष्टयोराहतिर्द्विघ्नी कोटिर्वर्गान्तरं भुजः ।
कृतियोगस्तयोरेवं कर्णश्चाकरणीगतः ॥ ८ ॥

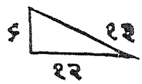
उदाहरणम् ।

यैर्यैस्त्र्यस्रं भवेज्जात्यं कोटिदोःश्रवणैः सखे ।
त्रीनप्यविदितानेतान् क्षिप्रं ब्रूहि विचक्षण ॥ १ ॥

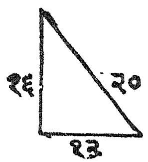
न्यासः ।



अत्रेष्टे २ । १ । आभ्यां कोटिभुजकर्णाः ४ । ३ । ५ ।



अथ वेष्टे २ । ३ । आभ्यां कोटिभुजकर्णाः १२ । ५ । १३



अथ वेष्टे २ । ४ । आभ्यां कोटिभुजकर्णाः १६ । १२ । २० । एवमत्रानेकधा ।

अत्रोपपत्तिः । कल्प्यते कर्णः $= इ^2 + ई^2$, भुजः $= इ^2 - ई^2$ ।

$\therefore 2इ^2 = क + भु,\ 2ई^2 = क - भु$ ।

योगान्तरघातो वर्गान्तरसमस्तेन—

$$क^2 - भु^2 = (क + भु)\ (क - भु)$$
$$= 2इ^2 \cdot 2ई^2$$
$$= 4इ^2 \cdot ई^2$$
$$= को^2$$

$\therefore को = 2\ इ \cdot ई$ एतेनोपपन्नमाचार्योक्तम् ।

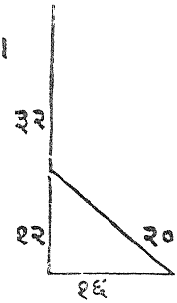
कर्णकोटियुतौ भुजे च ज्ञाते पृथक्करणसूत्रं वृत्तम् ।

वंशाग्रमूलान्तरभूमिवर्गो वंशोद्धृतस्तेन पृथग्युतोनौ ।
वंशौ तदर्धे भवतः क्रमेण वंशस्य खण्डे श्रुतिकोटिरूपे ॥ ९ ॥

उदाहरणम् ।

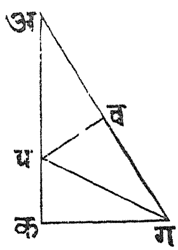
यदि समभुवि वेणुर्द्वित्रिपाणिप्रमाणो गणक पवनवेगादेकदेशे स भग्नः ।
भुवि नृपमितहस्तेष्वङ्ग लग्नं तदग्रं कथय कतिषु मूलादेष भग्नः करेषु ॥ १ ॥

न्यासः ।



वंशाग्रमूलान्तरभूमिः १६ । वंशः ३२ । कोटिकर्णयुतिः ३२ । भुजः १६ । जाते ऊर्ध्वाधःखण्डे २० । १२ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र कोटिकर्णयोर्योगरूपस्य वंशस्य ज्ञानात्तथा वंशाग्रमूलान्तररूपस्य भुजस्य ज्ञानाच्च भुजवर्गः कर्णकोटियोगरूपेण वंशाभिधेन भक्तस्तदा तयोरन्तरं निष्पद्यते । ततः संक्रमणगणितेन भुजकोटिमाने ज्ञातव्ये । तेनोपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।



अथवा कल्प्यते अक = वंशः = वं, कग = वंशाग्रमूलांतरभुजः = भु, अप वा पग = कर्णः = क, तथा कप = कोटिः = को । अथ प स्थानात् अग रेखोपरि पच, लम्बनिष्पादनेन अपच, अकग त्रिभुजे मिथः सजातीये तथा अच, चग रेखे समे भवत इति स्फुटं गणितविदाम् ।

$$\text{अतोऽनुपातेन अप} = \frac{\text{अग} \times \text{अच}}{\text{अक}} \text{ परं च अच} = \frac{\text{अग}}{२}$$

$$\therefore \text{अप} = \frac{\text{अग}}{\text{अक}} \cdot \frac{\text{अग}}{२} = \frac{\text{अग}^२}{२\ \text{अक}} = \frac{\text{अक}^२ + \text{कग}^२}{२\ \text{अक}} = \frac{\text{अक} + \frac{\text{कग}^२}{\text{अक}}}{२}$$

$$= \frac{\text{वं} + \frac{\text{भु}^२}{\text{व}}}{२} \therefore \text{क} = \frac{\text{वं} + \frac{\text{भु}^२}{\text{व}}}{२}$$

$$\text{एवं}\quad \text{को} = \text{अक} - \text{अप} = \text{वं} - \frac{\text{वं} + \frac{\text{भु}^२}{\text{वं}}}{२} = \frac{\text{वं} - \frac{\text{भु}^२}{\text{व}}}{२} \quad \text{एतेनोपपन्नम् ।}$$

अथवा

अकग, पचग कोणयोः प्रत्येकस्य समकोणसमत्वात् प, च, ग, क चत्वारो विन्दवो

वृत्तपरिधौ भविष्यन्तीति तावत्क्षेत्रमितः। स्पष्टमेवातः—

$$अक \,.\, अप = अच \,.\, अग$$
$$= \frac{अग^{२}}{२}$$
$$= \frac{अक^{२} + कग^{२}}{२}$$

$$\therefore अप = \frac{अक^{२} + कग^{२}}{२ अक} = \frac{वं + \frac{भु^{२}}{व}}{२}, \quad एवं\; कप = \frac{वं - \frac{भु^{२}}{वं}}{२}$$

अत उपपन्नं सर्वम् ।

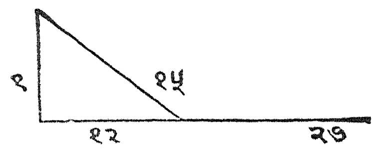
एवमनेके प्रकारा भवन्ति ते तु सुधीभिः स्वयमेव विवेचनीयाः किमत्र ग्रन्थगौरवेण ।

बाहुकर्णयोगे दृष्टे कोट्यां च ज्ञातायां पृथक्करणसूत्रं वृत्तम् ।

स्तम्भस्य वर्गोऽहिविलान्तरेण भक्तः फलं व्यालविलान्तरालात् ।
शोध्यं तदर्धप्रमितैः करैः स्याद्विलाग्रता व्यालकलापियोगः ॥ १० ॥

उदाहरणम् ।

अस्ति स्तम्भतले विलं तदुपरि क्रीडाशिखण्डी स्थितः
स्तम्भे हस्तनवोच्छ्रिते* त्रिगुणितस्तम्भप्रमाणान्तरे ।
दृष्ट्वाऽहिं विलमाव्रजन्तमपतत् तिर्यक् स तस्योपरि
क्षिप्रं ब्रूहि तयोर्विलात् कतिकरैः साम्येन गत्योर्युतिः ॥ १ ॥

न्यासः । 

स्तम्भः ९ । अहिविलान्तरम् २७ जाता विलयुत्योर्मध्ये हस्ताः १२ ।

अत्रोपपत्तिस्तु व्यालविलान्तररूपस्य बाहुकर्णयोर्योगस्य तथा स्तम्भरूपकोटेश्च ज्ञानात्स्तम्भवर्गोऽहिविलान्तरेण बाहुकर्णयोगेन भक्तस्तदा तयोरन्तरं स्यात्ततः संक्रमणविधिना भुजकर्णौ साध्याविति सुगमैव । तथान्यप्रकारा अपि पूर्ववदेवावधेयाः किमत्र पिष्टपेषणेनेत्युपपन्नं सर्वम् ।

कोटिकर्णान्तरे भुजे च दृष्टे पृथक्करणसूत्रं वृत्तम् ।

भुजाद्वर्गितात् कोटिकर्णान्तराप्तं द्विधा कोटिकर्णान्तरेणोनयुक्तम् ।
तदर्धे क्रमात् कोटिकर्णौ भवेतामिदं धीमताऽऽवेद्य सर्वत्र योज्यम् ॥ ११ ॥

---

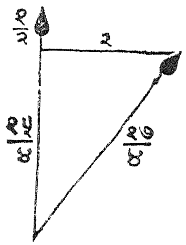
* नन्दकरोच्छ्रिते इति वा पाठः ।

सखे पद्मतन्मज्जनस्थानमध्यं भुजः कोटिकर्णान्तरं पद्मदृश्यम् ।
नलः कोटिरेतन्मितं स्याद्यदम्भो वदैवं समानीय पानीयमानम् ॥१२॥

उदाहरणम् ।

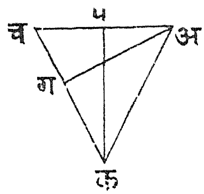
चक्रक्रौञ्चाकुलितसलिले क्वापि दृष्टं तडागे
तोयादूर्ध्वं कमलकलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणम् ।
मन्दं मन्दं चलितमनिलेनाहतं हस्तयुग्मे
तस्मिन् मग्नं गणक कथय क्षिप्रमम्भः प्रमाणम् ॥ १ ॥

न्यासः ।



कोटिकर्णान्तरम् $\frac{1}{2}$ । भुजः २ । लब्धं जलगाम्भीर्यम् $\frac{15}{4}$ । इयं कोटिः $\frac{15}{4}$ । इयमेव कोटिः कलिकामानयुता जातः कर्णः $\frac{17}{4}$ ।

अत्रोपपत्तिः । कर्णकोट्योरन्तरज्ञानात्तथा भुजज्ञानाच्च कर्णकोटयोरन्तरेण भक्तो भुजवर्गस्तयोर्योगः स्यात्ततः संक्रमणगणितेन वासनाऽतिविमलेत्युपपन्नं यथोक्तम् ।



अथवा, कल्प्यते अक = कर्णः = क = कच, कग = कोटिः = को, चग = कर्णकोट्यन्तरम् = अं, अग = भुजः = भु ।

अत्र क स्थानात् अच भुजोपरि कप लम्बोत्पादनेन कचप, अगच त्रिभुजे मिथः सजातीयेऽतोऽनुपातेन—

$$\text{कच} = \frac{\text{चप} \times \text{अच}}{\text{चग}} = \frac{\text{अच}^2}{2\ \text{चग}} = \frac{\text{चग}^2 + \text{अग}^2}{2\ \text{चग}} = \frac{\text{चग} + \frac{\text{अग}^2}{\text{चग}}}{2}$$

$$= \frac{\text{अं} + \frac{\text{भु}^2}{\text{अं}}}{2},\ \text{एवं कग} = \frac{\text{अं} - \frac{\text{भु}^2}{\text{अं}}}{2}\ \text{एतेनोपपन्नम् ।}$$

अथवा क केन्द्रात् कअ कर्णव्यासार्धवृत्तं विधेयं तत्र अग, चग, अच तिस्रोरेखाः कोटिकर्णोत्पन्नकोणस्य चापज्योत्क्रमज्यापूर्णज्या भवन्तीति तावत्स्फुटं गणित-

विदाम् । ततः "त्रिज्योत्क्रमज्यानिहतेर्दलस्य मूलं तदर्धांशकशिञ्जिनी" इत्यादि ज्योत्पत्तिविधिनाऽर्धांशज्यावर्गः

$$= \text{अप}^{२} = \frac{\text{कअ}.\,\text{चग}}{\text{२}} = \frac{\text{चग}^{२} + \text{अग}^{२}}{\text{४}}$$

$$\therefore \text{कअ} = \frac{\text{चग} + \frac{\text{अग}^{२}}{\text{चग}}}{\text{२}} \text{ वा, } \text{कअ} = \frac{\text{अं} + \frac{\text{भु}^{२}}{\text{अं}}}{\text{२}}$$

इदमेव कर्णमानं स्यात्ततः प्रागुक्त्या कोटिमानमपि सुबोधमित्युपपन्नम् ।

अथवाऽपि क केन्द्रात् कग व्यासार्धवृत्तस्य अग भुजः स्पर्शरेखा भवति ततः क्षेत्रमित्या—

$$\text{अग}^{२} = \text{चग} \ (\text{चग} + \text{२कग}) \ \therefore \ \text{कग} = \frac{\frac{\text{अग}^{२}}{\text{चग}} - \text{चग}}{\text{२}}$$

$$\therefore \text{को} = \frac{\frac{\text{भु}^{२}}{\text{अं}} - \text{अं}}{\text{२}}$$

कर्णमानं साध्यं तेनोपपन्नम् । एवमनेके प्रकाराः सुधीभिः कल्पयितुं शक्याः किमत्र लेखेन ।

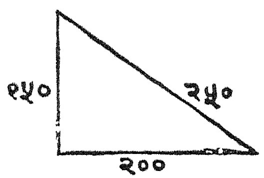
कोट्येकदेशेन युतं कर्णं भुजं च दृष्ट्वा कोटिकर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतं यत् सरोऽन्तरं तेन विभाजितायाः ।
तालोच्छ्रितेस्तालसरोऽन्तरघ्न्या उड्डीनमानं खलु लभ्यते तत् ॥ १३ ॥

उदाहरणम् ।

वृक्षाद्धस्तशतोच्छ्रयाच्छतयुगे वापीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्याथ परो द्रुतं श्रुतिपथेनोड्डीय *किञ्चिद्द्रुमात् ।
जातैवं समता तयोर्यदि गतावुड्डीनमानं कियद्-
विद्वंश्चेत् सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते क्षिप्रं तदाऽऽचक्ष्व मे ॥ १ ॥

न्यासः ।



वृक्षवाप्यन्तरम् २०० । वृक्षोच्छ्रायः १०० । लब्धमुड्डीनमानम् ५० । कोटिः १५० । कर्णः २५० । भुजः २०० ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र तालोच्छ्रितिः = ता
तालसरोऽन्तरम् = अ
उड्डीनमानम् = उ

---

* श्रुतिपथात्प्रोड्डीयेति वा पाठः ।

कोटिः $= \text{ता} + \text{उ}$

कर्णः $= \text{क}$ ।

अत्रालापानुसारेण शाखामृगयोर्गत्योः समत्वात्—

$$(\text{ता} + \text{उ})^{2} + \text{अं}^{2} = \text{क}^{2}$$

तथा च $\text{ता} + \text{अं} = \text{क} + \text{उ}$

$$\therefore \text{ता} + \text{अं} - \text{उ} = \text{क}$$

$$\therefore (\text{ता} + \text{अं})^{2} - 2\,\text{उ}\,(\text{ता} + \text{अं}) + \text{उ}^{2} = \text{क}^{2}$$

$$\therefore (\text{ता} + \text{अं}^{2}) - 2\text{उ}\,(\text{ता} + \text{अं}) + \text{उ}^{2} = (\text{ता} + \text{उ})^{2} + \text{अं}^{2}$$

$$\text{ता}^{2} + \text{अं}^{2} + 2\,\text{ता}\cdot\text{अं} - 2\text{उ}(\text{ता} + \text{अं}) + \text{उ}^{2} = \text{ता}^{2} + 2\,\text{ता}\cdot\text{उ} + \text{उ}^{2} + \text{अं}^{2}$$

समशोधनादिना—

$$\text{उ}(2\,\text{ता} + \text{अं}) = \text{ता}\cdot\text{अं}$$

$$\therefore \text{उ} = \frac{\text{ता}\cdot\text{अं}}{2\,\text{ता} + \text{अं}}$$ अत उपपन्नम् ।

अथवा वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसममित्यतस्तालसरोन्तररूपभुजवर्गः

$$= (\text{क} + \text{को})(\text{क} - \text{को})$$

$$= (2\,\text{ता} + \text{अं})(\text{अं} - 2\text{उ})$$

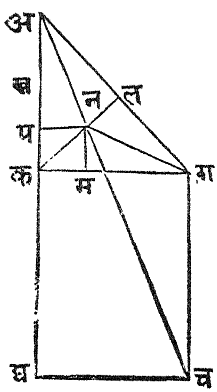
$$\therefore \text{अं} - 2\,\text{उ} = \frac{\text{अं}^{2}}{2\,\text{ता} + \text{अं}}$$

$$\therefore 2\,\text{उ} = \text{अं} - \frac{\text{अं}^{2}}{2\text{ता} + \text{अं}}$$

$$= \frac{2\,\text{ता}\cdot\text{अं}}{2\,\text{ता} + \text{अं}}$$

$$\therefore \text{उड्डीनमानम्} = \frac{\text{ता}\cdot\text{अं}}{2\,\text{ता} + \text{अं}}$$ उपपन्नम् ।

अथवा क्षेत्रगता वासनोच्यते—



अत्र कख = तालोच्छ्रितिः = ता

कग = तालसरोऽन्तरम् = अं

अख = उड्डीनमानम् = उ

अग = कर्णः = क

अथ अक रेखा घ पर्यन्तं वर्धयित्वा अग = कघ कृता, तथा च अकग त्रिभुजान्तःकोणार्धकारिण्यो रेखा न बिन्दौ मिलितास्ततः नम, नर लम्बौ स्वसंमुखभुजोपरि विधेयौ तेन नपकर वर्गक्षेत्रं भवेत् ।

अथ च ग स्थानात् अघ समान्तरां गच रेखां विधाय तस्या वर्धित अन रेखायाश्च योगः च कल्पितः । घच रेखा विधेया । एवं कृते कघचग आयतक्षेत्रं जातं तेन घच = तालसरोऽन्तरम् = अं । अतः घक + अक = क + को = २ता + अं, मग + अप = अग = मग + पख + अख । ∵ अग + अख = क + उ = ता + अं = कम + कख = मग + पख + २कप ।

अत्र गत्योः साम्यात्—

मग + पख + २उ = मग + पख + २कप

उ = कप = पन वर्गक्षेत्रत्वात् ।

∴ अप = ता

अथात्र अघच, अपन क्षेत्रयोः साजात्यतः—

$$\text{पन} = \frac{\text{घच} \times \text{अप}}{\text{अघ}}$$

$$\therefore \text{उ} = \frac{\text{ता} \cdot \text{अं}}{\text{२ता} + \text{अं}}$$ उपपन्नं सर्वम् ।

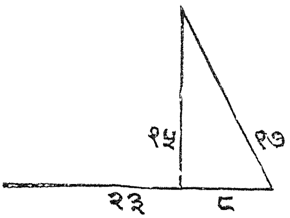
भुजकोट्योर्योगे कर्णे च ज्ञाते पृथक्करणसूत्रं वृत्तम् ।

कर्णस्य वर्गाद्द्विगुणाद्विशोध्यो दोःकोटियोगः स्वगुणोऽस्य मूलम् ।
योगो द्विधा मूलविहीनयुक्तः स्याताां तदर्धे भुजकोटिमाने ॥ १४ ॥

उदाहरणम् ।

दश सप्ताधिकाः कर्णस्त्र्यधिका विंशतिः सखे ।
भुजकोटियुतिर्यत्र तत्र ते मे पृथग्वद ॥ १ ॥

न्यासः ।

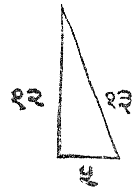


कर्णः १७ । दोःकोटियोगः २३ ।
जाते भुजकोटी ८ । १५ ।

उदाहरणम् ।

दोःकोट्योरन्तरं शैलाः कर्णो यत्र त्रयोदश ।
भुजकोटी पृथक् तत्र वदाशु गणकोत्तम ॥ २ ॥

न्यासः ।



कर्णः १३ । भुजकोट्यन्तरम् ७ । लब्धे भुजकोटी ५ । १२ ।

अत्रोपपत्तिः । भुजकोटियोगः $=$ यो $=$ भु $+$ को । कर्णः $=$ क । अत्र योगवर्गः $=$ यो^2 $\text{भु}^2 + \text{को}^2 + 2\,\text{भु}.\text{को}$ ।

$$\text{परन्तु } \text{क}^2 = \text{भु}^2 + \text{को}^2$$

$$\therefore\ \text{यो}^2 = \text{क}^2 + 2\text{भु}.\ \text{को}.$$

समशोधनेन—

$$-2\text{भु}\cdot\text{को} = \text{क}^2 - \text{यो}^2$$

$$\text{क}^2 - 2\text{भु}\cdot\text{को} = 2\text{क}^2 - \text{यो}^2$$

$$\text{भु}^2 + \text{को}^2 - 2\text{भु}\cdot\text{को} = 2\text{क}^2 - \text{यो}^2$$

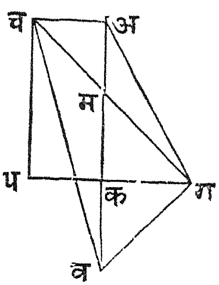
$$(\text{को} - \text{भु})^2 = 2\text{क}^2 - \text{यो}^2$$

$$\therefore\ \text{को} - \text{भु} = \sqrt{2\,\text{क}^2 - \text{यो}^2} = \text{प}$$

ततः संक्रमणगणितेन—

$$\text{भु} = \frac{\text{यो} - \text{प}}{2}.\quad \text{को} = \frac{\text{यो} + \text{प}}{2}$$ अत उपपन्नम् ।

अथ क्षेत्रगतोपपत्तिः ।



अत्र अक $=$ कोटिः $=$ को, कग $=$ भुजः $=$ भु, अग $=$ कर्णः $=$ क.

अत्र अक कोटौ कम $=$ कग विधाय गम रेखां कृत्वा च पर्यन्तं वर्धयेत् ।

गक समानान्तरां अच विधाय वर्धित गक रेखोपरि चप लम्ब उत्पादनीयः । तथा-च अक रेखा व पर्यन्तं बर्धयित्वा कव = कग कार्या, चव विधेया ।

अथात्र कग = कम तेन $<$कमग = ४९° = $<$अमच = $<$अवम

$\therefore$ अच = अम. परन्तु अम = को-भु

$\therefore$ अच = को-भु, अव = को + भु. तथा च

कग = कव $\therefore$ $<$अवग = ४९° $\because$ $<$चगव = समकोणस्तेन

चव^{२} = चग^{२} + गव^{२} परन्तु चग^{२} = पग^{२} + पच^{२} = २पच^{२} = २को^{२}, गव^{२} = कग^{२} + कव^{२} = २कग^{२} = २भु^{२} $\therefore$ चव^{२} = २(भु^{२} + को^{२}) = २क^{२}

$\therefore$ अच^{२} = चव^{२} - अव^{२} = २क^{२} - यो^{२} = (को - भु)^{२}

$\therefore$ को-भु = $\sqrt{\text{२ क}^{२} - \text{यो}^{२}}$ पूर्वोक्त्याऽतो भुजकोटी साध्ये तेनोपपन्नं सर्वम्

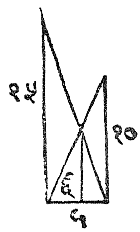
लम्बावबाधाज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगाद्वेण्वोर्वधे योगहृतेऽवलम्बः ।
वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्टभूघ्नौ च लम्बोभयतः कुखण्डे ॥ १५ ॥

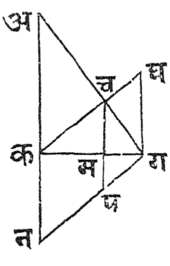
उदाहरणम् ।

पञ्चदशदशकरोच्छ्रयवेण्वोरज्ञातमध्यभूमिकयोः ।
इतरेतरमूलाग्रगसूत्रयुतेर्लम्बमानमाचक्ष्व ॥ १ ॥

न्यासः ।



वंशौ १५ । १० । जातो लम्बः ६ । वंशान्तरभूः ५ । अतो जाते भूखण्डे ३ । २ । अथ वा भूः १० । खण्डे ६।४। वा भूः १५ । खण्डे ९।६। वा भूः २० । खण्डे १२ । ८ एवं सर्वत्र लम्बः स एव । यद्यत्र भूमितुल्ये भुजे वंशः कोटिस्तदा भूखण्डेन किमिति त्रैराशिकेन सर्वत्र प्रतीतिः ।



अत्रोपपत्तिः । कल्प्यते अक = बृहद्वंशः = बृवं, गघ = लघुवंशः = लवं, चम = लम्बः = लं, कन = गघ कार्यः ।

अथ अक रेखा न पर्यन्तं वर्द्धयित्वा गन योजयित्वा चन लम्बं प पर्यन्तं वर्धयेत् ।

अत्र कन, गघ समसमान्तररेखयोरबद्धयोः कघ, नग रेखयोः समसमान्तरत्वात् चघगप समानान्तरचतुर्भुजं जातं तेन चप = गघ = लवं

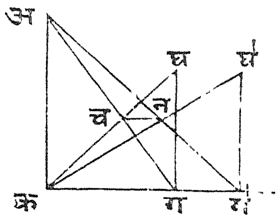
अथ च अगन, चगप त्रिभुजयोः साजात्यतः—

$$\frac{\text{चप}}{\text{अन}} = \frac{\text{चग}}{\text{अग}} \text{ परन्तु } \frac{\text{चग}}{\text{अग}} = \frac{\text{चन}}{\text{अक}} \;\therefore\; \frac{\text{चप}}{\text{अन}} = \frac{\text{चम}}{\text{अक}}$$

$$\therefore \text{चम} = \frac{\text{चप} \times \text{अक}}{\text{अन}} \qquad \therefore \text{लं} = \frac{\text{लवं}\ \ \text{बृवं}}{\text{लवं} + \text{बृवं}} \text{ उपपन्नं लम्बानयनम् ।}$$

अतस्त्रैराशिकेनाबाधाज्ञानं सुबोधमित्युपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

अथ वंशयोः स्थिरत्वे यत्र कुत्रापि भूमौ लम्बमानं सदैव स्थिरमिति विचार्यते । तथाहि—



यथा कग भूमिं प्रचाल्य तदुपरि गघ वंशो ग'घ' रूपेण निवेशितस्तदाऽन्योऽन्य-मूलाग्रगसूत्रसंपातो न बिन्दुः प्रकल्पितः । चन रेखा विधेया ।

अत्र अकच, घगच त्रिभुजयोः साजात्यतः—

$$\frac{\text{गघ}}{\text{अक}} = \frac{\text{गच}}{\text{अच}} \text{ एवमेव } \frac{\text{ग}'\text{घ}'}{\text{अक}} = \frac{\text{ग}'\text{न}}{\text{अन}}$$

$$\text{परन्तु } \frac{\text{गघ}}{\text{अक}} = \frac{\text{ग}'\text{घ}'}{\text{अक}} \text{ वंशयोः स्थिरत्वात् ।}$$

$$\therefore \frac{\text{गच}}{\text{अच}} = \frac{\text{ग}'\text{न}}{\text{अन}}$$

एकान्तरनिष्पत्त्या—

$$\frac{\text{अच}}{\text{अन}} = \frac{\text{गच}}{\text{ग}'\text{न}}$$

∴ चन रेखा गग' समानान्तरा सिद्धा (रे · ६ अ . २ क्षे)

अतः च, न बिन्दुभ्यां कगग' भूम्युपरि लम्बौ समावेव जाताविरयुपपन्नं यथोक्तम् ।

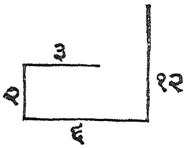
अथाक्षेत्रलक्षणसूत्रम्।

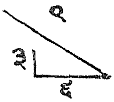
धृष्टोद्दिष्टमृजुभुजं क्षेत्रं यत्रैकबाहुतः स्वल्पा।
तदितरभुजयुतिरथ वा तुल्या ज्ञेयं तदक्षेत्रम्॥ १६॥

उदाहरणम्।

चतुरस्रे त्रिषड्द्वयर्का भुजास्त्र्यस्रे त्रिषण्णव।
उद्दिष्टा यत्र धृष्टेन तदक्षेत्रं विनिर्दिशेत्॥ १॥

एते अनुपपन्ने क्षेत्रे।





भुजप्रमाणा ऋजुशलाका भुजस्थानेषु विन्यस्यानुपपत्तिर्दर्शनीया।

अत्रोपपत्तिः। सर्वत्र त्रिभुजे भुजद्वययोगतस्तृतीयो भुजः सदैवाल्पो भवतीति तावत्क्षेत्रमितेर्विंशीप्रतिज्ञया स्पष्टमेव। चतुर्भुजे तु भुजद्वययोगस्य कर्णतोऽधिकत्वाद्भुजत्रययोगः स्वतश्चतुर्थभुजतो महान् भवति। एवमेव पंचभुजक्षेत्रादावपि धीमद्भिरूहनीयमत उपपन्नं सर्वम्।

आबाधादिज्ञानाय करणसूत्रमार्याद्वयम्।

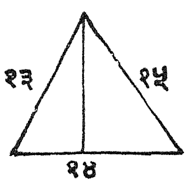
त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणो भुवा हृतो लब्ध्या।
द्विष्ठा भूरूनयुता दलिताऽऽबाधे तयोः स्याताम्॥ १७॥
स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तरमूलं प्रजायते लम्बः।
लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवति॥ १८॥

उदाहरणम्।

क्षेत्रे मही मनुमिता त्रिभुजे भुजौ तु
यत्र त्रयोदशतिथिप्रमितौ च यस्य।
तत्रावलम्बकमथो कथयावबाधे
क्षिप्रं तथा च समकोष्ठमितिं फलाख्याम्॥ १॥

भूः १४। भुजौ १३। १५। लब्धे आबाधे ५। ९। लम्बश्च १२। क्षेत्रफलं च ८४।

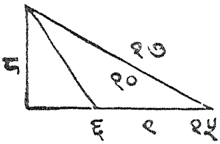
न्यासः।



ऋणाबाधोदाहरणम् ।

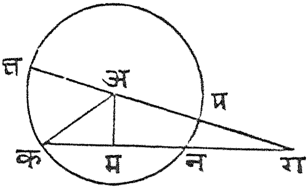
दशसप्तदशप्रमौ भुजौ त्रिभुजे यत्र नवप्रमा मही ।
अबधे वद लम्बकं तथा गणितं गाणितिकाशु तत्र मे ॥ २ ॥

न्यासः ।



भुजौ १० । १७ । भूमिः ९ । अत्र त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिना लब्धम् २१ । अनेन भूरूना न स्यात् । अस्मादेव भूरपनीता शेषार्धमृणगताऽऽबाधा दिग्वैपरीत्येनेत्यर्थः । तथा जाते आबाधे ६ । १५ अत उभयत्रापि जातो लम्बः ८ । फलम् ३६ ।

अत्रोपपत्तिः । भुजवर्गान्तरन्त्वाबाधावर्गान्तरं भवतीति तावत्सुप्रसिद्धमेव गणितविदाम् । वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसममित्यतो भुजयोगान्तरघातस्त्वाबाधायोगेन भूमिमितेन भक्तस्तदाऽऽबाधयोरन्तरं स्यात्ततः संक्रमणगणितेनाबाधे सुखेन ज्ञायेते । ततः स्वाबाधावर्गोनभुजवर्गो लम्बवर्गस्तन्मूलं लम्बमानं भवतीति सुगममित्युपपन्नं लम्बानयनपर्यन्तम् ।



अथवा, कल्प्यते अकग त्रिभुजे अक, अग भुजौ कग भूमिः । अम लम्बः, कम = प्रथमाबाधा = प्रआ, मग = द्वितीयाबाधा = द्विआ । अथ अ बिन्दोः अक व्यासार्धेन कनपच वृत्त कार्यम् । तेन नग = आबाधयोरन्तरम् = आअं, गच = भुजयोगः = भुयो, गप = भुजान्तरम् = भुअं ।

अत्र क्षेत्रमितेस्तृतीयाध्यायस्यैकत्रिंशीप्रतिज्ञया—

गक· नग = गच.गप

∴ भू आअं = भुयो × भुअं

∴ आअं = $\dfrac{\text{भुयो·भुअं}}{\text{भू}}$ अबाधायोगस्तु भू समस्तेन संक्रमणेन कम, गम माने प्रसाध्य ततः प्रागुक्त्यैव अम लम्बमाने सुगमम् । उपपन्नम् ।

तथा चायते भुजकोटिघातसमं फलं भवतीति स्पष्टमतोऽत्र कम, अम भुजकोटिभ्यां यदायतं भवेत्तस्य फलम् = अम · कम = २ △ अकम । एवमेव अम · मग = २ △ अगम ।

द्वयोर्योगेन—

$$\text{अम}\,(\text{कम}+\text{गम})=2\,\triangle\,\text{अकम}+2\,\triangle\,\text{अगम}$$

वा, $\text{अम}\cdot\text{भू}=2\,(\triangle\,\text{अकम}+\triangle\,\text{अगम})$

वा, $\text{लं}\cdot\text{भू}=2\,\triangle\,\text{अकग}$

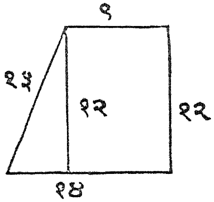
$\therefore\ \triangle\,\text{अकग}=\dfrac{\text{लं}\cdot\text{भू}}{2}$ अत उक्तं लम्बगुणं भूम्यर्धमित्यादि ।

चतुर्भुजत्रिभुजयोरस्पष्टस्पष्टफलानयने करणसूत्रं वृत्तम् ।
सर्वदोर्युतिदलं चतुः स्थितं बाहुभिर्विरहितं च तद्वधात् ।
मूलमस्फुटफलं चतुर्भुजे स्पष्टमेवमुदितं त्रिबाहुके ॥ १९ ॥

उदाहरणम् ।

भूमिश्चतुर्दशमिता मुखमङ्कसङ्ख्यं
बाहू त्रयोदशदिवाकरसम्मितौ च ।
लम्बोऽपि यत्र रविसंख्यक एव तत्र
क्षेत्रे फलं कथय तत् कथितं यदाद्यैः ॥ १ ॥

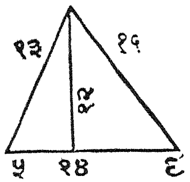
न्यासः ।



भूमिः १४ । मुखं ९ । बाहू १३ । १२ । लम्बः १२ । उक्तवत्करणेन जातं क्षेत्रफलं करणी १९८०० । अस्याः पदं किञ्चिन्न्यूनमेकचत्वारिंशच्छतम् । १४१ । इदमत्र क्षेत्रे न वास्तवं फलं किन्तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डमिति वक्ष्यमाणकरणेन वास्तवं फलम् १३८

अत्र त्रिभुजस्य पूर्वोदाहृतस्य ।

न्यासः ।



भूमिः १४ । भुजौ १३ । १५ । अनेनापि प्रकारेण त्रिबाहुके तदेव वास्तवं फलम् ८४ । अत्र चतुर्भुजस्यास्पष्टमुदितम् ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र "त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणो भुवा हृतो लब्ध्ये" त्याद्याचार्यविधिना पूर्वकल्पित अकग त्रिभुजे लघ्वाबाधा $=\dfrac{\text{ग}^2-(\text{अ}^2-\text{क}^2)}{2\,\text{ग}}$

ततः "स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तमूलं प्रजायते लम्ब" इत्यादिना लम्बवर्गः

$$= क^2 - \left\{ \frac{ग^2 - (अ^2 - क^2)}{2ग} \right\}^2$$

वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसममित्यनेन—

$$लम्बवर्गः = \left\{ क + \frac{ग^2 - (अ^2 - क^2)}{2\,ग} \right\} \times \left\{ क - \frac{ग^2 - (अ^2 - क^2)}{2\,ग} \right\}$$

$$= \frac{(क^2 + 2क\,ग + ग^2 - अ^2) \left\{ अ^2 - (क^2 - 2क\,ग + ग^2) \right\}}{4\,ग^2}$$

$$= \frac{\left\{ (क+ग)^2 - अ^2 \right\} \left\{ अ^2 - (क-ग)^2 \right\}}{4ग^2}$$

$$= \frac{(क+अ+ग)\,(क+ग-अ)\,(अ+क-ग)\,(अ+ग-क)}{4ग^2}$$

अत्र भूम्यर्धवर्गो लम्बवर्गगुणो जातः फलवर्गः

$$= \frac{(अ+क+ग)\,(क+ग-अ)\,अ+क-ग)\,(अ+ग-क)}{16}$$

$$= \frac{अ+क+ग}{2} , \frac{क+ग-अ}{2} . \frac{अ+ग-क}{2} . \frac{अ+क-ग}{2}$$

अत्र यदि $\frac{अ+क+ग}{2} = स$ तदा

$$\frac{क+ग-अ}{2} = स-अ$$

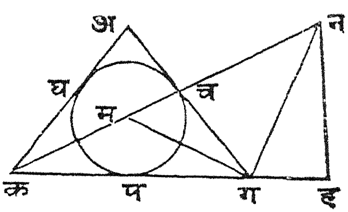
$$\frac{अ+ग-क}{2} = स-क$$

एवं $\frac{अ+क-ग}{2} = स-ग$

$\therefore$ फलवर्गः $= स\,(\,स-अ\,)\,(\,स-क\,)\,(\,स-ग\,)$ अस्य मूलं फलमित्युपपन्नं त्रिभुजफलानयनमिति ।

अथवोपपत्तिः ।

अत्र कल्प्यते अकग त्रिभुजं यदन्तर्वृत्तस्य केन्द्रं म, व्यासार्धं मप, मघ वा मच, तथा च बाह्यवृत्तस्य केन्द्रं न, व्यासार्धं नह । अतोऽत्र कह रेखा भुजयागदल समा भवतीति क्षेत्रमित्या स्पष्टमेव । तथा अक, कग, अग भुजाश्च क्रमेण क, ग, अ इति कल्पिताः । नग, मग रेखे विधेये ।



अथ लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवत्याचार्यविधिना—

$$\triangle \text{कमग} = \frac{\text{कग} . \text{मप}}{2} = \frac{\text{ग} . \text{मप}}{2}$$

$$\text{एवं} \triangle \text{अमक} = \frac{\text{अक} \;\; \text{मप}}{2} = \frac{\text{क} . \text{मप}}{2}$$

$$\triangle \text{अमग} = \frac{\text{अग} . \text{मप}}{2} = \frac{\text{अ} . \text{मप}}{2}$$

सर्वयोगेन—

$$\triangle \text{अकग} = \text{मप} \cdot \frac{\text{अ} + \text{क} + \text{ग}}{2} = \text{मप} \times \text{कह} = \text{त्रिफ}$$

अथ क्षेत्रमित्या मगप, नगह त्रिभुजयोः साजात्यात्—

$$\frac{\text{मप}}{\text{पग}} = \frac{\text{गह}}{\text{नह}} \therefore \text{नह} = \frac{\text{पग} \times \text{गह}}{\text{मप}}$$

एवमेव कनह, कनप त्रिभुजयोः सजातित्वात्—

$$\frac{\text{मप}}{\text{कप}} = \frac{\text{नह}}{\text{कह}} \therefore \text{मप} \;\; \text{कह} = \text{कप} \;\; \text{नह} \;\; = \text{कप} \cdot \frac{\text{पग} . \text{गह}}{\text{मप}}$$

$$\therefore \text{मप}^2 . \text{कह} = \text{कप} \cdot \text{पग} . \text{गह} .$$

$$\therefore \text{मप}^2 . \text{कह}^2 = \text{कप} \;\; \text{पग} . \text{गह} . \text{कह} = \text{त्रिफ}^2$$

परन्त्वत्र $\text{कप} = \text{कह} - \text{पह} = \text{कह} - \text{अ} = \text{स} - \text{अ}$

$\text{पग} = \text{कह} - \text{अक} = \text{कह} - \text{क} = \text{स} - \text{क}$

एवमेव $\text{गह} = \text{कह} - \text{कग} = \text{कह} - \text{ग} = \text{स} - \text{ग}$

$\text{कह} = \text{स}$

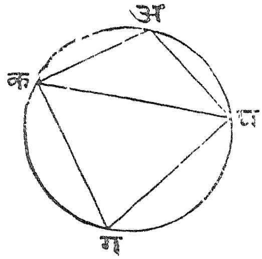
$\therefore \text{त्रिफ}^2 = \text{स} (\text{स} - \text{अ}) (\text{स} - \text{क}) (\text{स} - \text{ग})$ अस्य मूलं फलं भवत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अत्रैव अकग त्रिभुजे सरल त्रिकोणमित्या लम्बमानम् $= \text{क} . \text{ज्या} \angle \text{अकग}$, अत्र त्रिज्यारूपमिता ग्राह्या । तदा त्रिभुजफलम् ।

$$= \frac{\text{लं} . \text{ग}}{2} = \frac{\text{क} . \text{ग} . \text{ज्या} \angle \text{अकग}}{2}$$ इत्यपि भवति ।

एतेन-भुजमध्यगकोणस्य जीवा दोर्घातसंगुणा । दलिताऽन्यप्रकारेण फलं वा स्यात्त्रिकोणके इति पद्यमुपपन्नं भवति ।

अथ वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजस्य फलं प्रदर्श्यते ।



अत्र कल्प्यते अकगघ वृत्तान्तर्गत चतुर्भुजं यस्य अक, कग, गघ, अघ भुजाः क्रमेण अ, क, ग, घ कल्पिताः। अत्र कघ कर्णोभयपार्श्वगतत्रिभुजफलयोरैक्यं वास्तवं अकगघ चतुर्भुजस्य फलं भवतीति स्थितिः।

अतः प्रागुक्त्या—

$$\triangle \text{अकघ} = \frac{\text{अक. अघ. ज्या} < \text{कअघ}}{2}$$

$$= \frac{\text{अ. घ. ज्या} < \text{कअघ}}{2}$$

$$\text{एवं} \triangle \text{ कगघ} = \frac{\text{कग. गघ ज्या} < \text{कगघ}}{2}$$

$$= \frac{\text{क. ग. ज्या} < \text{कगघ}}{2}$$

अत्रापि सर्वत्र रूपमिता त्रिज्याऽवधेया ।

द्वयोस्त्रिभुजयोर्योगेन वास्तवं अकगघ चतुर्भुजफलम्

$$= \frac{\text{अ. घ ज्या} < \text{कअघ}}{2} + \frac{\text{क ग ज्या} < \text{कगघ}}{2}$$

परन्तु क्षेत्रमितेस्तृतीयाध्यायस्यैकविंशीप्रतज्ञया—

$$< \text{कअघ} = 180^\circ - < \text{कगघ}, \therefore \text{ज्या} < \text{कअघ} = \text{ज्या} < \text{कगघ}$$

$$\therefore \square \text{ अकग} = \frac{\text{अ. घ. ज्या} < \text{कअघ}}{2} + \frac{\text{क. ग. ज्या} < \text{कअघ}}{2}$$

$$= \frac{\text{ज्या} < \text{कअघ} (\text{अ घ} + \text{क. ग})}{2}$$

ततः सरलत्रिकोणमित्या—

$$\text{कोज्या} < \text{कअघ} = \frac{\text{अ}^2 + \text{घ}^2 - \text{च}^2}{2\text{अ. घ}} \text{ एवं कोज्या} < \text{कगघ} = \frac{\text{क}^2 + \text{ग}^2 - \text{च}^2}{2 \text{ ग. क}}$$

$$\therefore \text{च}^2 = \text{अ}^2 + \text{घ}^2 - 2\text{अ. घ. कोज्या} < \text{कअघ}$$

$$\text{तथा च}^2 = \text{क}^2 + \text{ग}^2 - 2\text{क. ग. कोज्या} < \text{कगघ}$$

$$\text{परं च} < \text{कअघ} = 180^\circ - < \text{कगघ}, \therefore \text{कोज्या} < \text{कअघ} = -\text{कोज्या} < \text{कगघ}$$

$$\therefore \text{अ}^2 + \text{घ}^2 - 2 \text{ अ. घ. कोज्या} < \text{कअघ}$$

$$= \text{क}^2 + \text{ग}^2 + 2\text{क. ग. कोज्या} < \text{कअघ}$$

अतः समशोधनादिना—

$$\text{कोज्या}\angle\text{कअघ} = \frac{\text{क}^2+\text{ग}^2-(\text{अ}^2+\text{घ}^2)}{2\,\text{क}.\text{ग}+2\,\text{अ}\,\text{घ}}$$

कोटिज्यावर्गोनत्रिज्यावर्गो ज्यावर्गः स्यादित्यतः—

$$\text{ज्या}^2\angle\text{कअघ} = 1-\left\{\frac{\text{क}^2+\text{ग}^2-(\text{अ}^2+\text{घ}^2)}{2\,\text{क}\cdot\text{ग}+2\,\text{अ}\cdot}\right\}^2$$

$$=\left\{1+\frac{\text{क}^2+\text{ग}^2-(\text{अ}^2+\text{घ}^2)}{2\text{क}\cdot\text{ग}+2\text{अ}.\text{घ}}\right\}\times\left\{1-\frac{\text{क}^2+\text{ग}^2-(\text{अ}^2+\text{घ})^2}{2\text{क}\ \text{ग}+2\text{अ}.\ \text{घ}}\right\}$$

$$=\frac{(\text{क}+\text{ग})^2-(\text{अ}-\text{घ})^2}{2\,\text{क}\ \text{ग}+2\,\text{अ}\ \text{घ}}\times\frac{(\text{अ}+\text{घ})^2-(\text{क}-\text{ग})^2}{2\,\text{क}.\text{ग}+2\,\text{अ}\cdot\text{घ}}$$

$$=\frac{(\text{क}+\text{ग}+\text{अ}-\text{घ})(\text{क}+\text{ग}+\text{घ}-\text{अ})(\text{अ}+\text{घ}+\text{क}-\text{ग})(\text{अ}+\text{घ}+\text{ग}-\text{क})}{4\,(\text{क}\cdot\text{ग}+\text{अ}.\text{घ})^2}$$

अत्र यदि $\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+\text{घ}=2\text{स}$ तदा—

$$\text{क}+\text{ग}+\text{अ}-\text{घ}=2\text{स}-2\text{घ}=2(\text{स}-\text{घ})$$

$$\text{क}+\text{ग}+\text{घ}-\text{अ}=2\text{स}-2\text{अ}=2(\text{स}-\text{अ})$$

$$\text{अ}+\text{घ}+\text{क}-\text{ग}=2\text{स}-2\text{ग}=2(\text{स}-\text{ग})$$

$$\text{अ}+\text{घ}+\text{ग}-\text{क}=2\text{स}-2\text{क}=2(\text{स}-\text{क})$$

$$\therefore\ \text{ज्या}^2\angle\text{कअघ} = \frac{4\,(\text{स}-\text{अ})\,(\text{स}-\text{क})\,(\text{स}-\text{ग})\,(\text{स}-\text{घ})}{(\text{क}\cdot\text{ग}+\text{अ}\cdot\text{घ})^2}$$

मूलग्रहणेन—

$$\text{ज्या}\ \angle\text{कअघ} = \frac{2}{\text{क}.\text{ग}+\text{अ}\ \text{घ}}\sqrt{(\text{स}-\text{अ}(\ (\text{स}-\text{क})\,(\text{स}-\text{ग})\,(\text{स}-\text{घ})}$$

अत उत्थापनेन चतुर्भुजफलम्—

$$=\sqrt{(\text{स}-\text{अ})\,(\text{स}-\text{क})\,(\text{स}-\text{ग})\,(\text{स}-\text{घ})}$$

एतेनाचार्योक्त्या वृत्तान्तर्गतस्यैव चतुर्भुजस्य फलं भवति नान्यस्येति । परं च निर्दिष्टभुजेभ्यो यावन्ति चतुर्भुजान्युत्पद्येरन् तत्र वृत्तान्तर्गतस्यैव महत्तमं फलं भवति ।

तथाहि—प्रागुक्त अकगघ चतुर्भुजे सम्मुखकोणयोर्योगो यदि भार्धांशसमो न स्यात्तदा कर्णोभयपार्श्वगयोस्त्रिभुजयोर्योगो हि चतुर्भुजफलं भवतीत्यतः—

$$\text{चफ} = \frac{\text{अ}.\text{घ}\ \text{ज्या}\angle\text{कअघ}}{2}+\frac{\text{क}\cdot\text{ग}\cdot\text{ज्या}\angle\text{कगघ}}{2}$$

$$\therefore\ 4\ \text{चफ}=2\ \text{अ}\ \text{घ}\cdot\text{ज्या}\ \angle\text{कअघ}+2\text{क}\cdot\text{ग}\cdot\text{ज्या}\angle\text{कगघ}\cdots(1)$$

परन्तु सरल त्रिकोणमित्या—

अ^{२} + घ^{२} − २ अ· घ· कोज्या ∠कअघ = क^{२} + ग^{२} − २क· ग· कोज्या ∠कगघ

अत्रापि त्रिज्यारूपमिताऽवधेया ।

समशोधनेन—

अ^{२} + घ^{२} − क^{२} − ग^{२}

= २ अ · घ · कोज्या ∠कअघ − २क ग · कोज्या ∠कगघ · · · · (२)

(१) (२) समीकरणयोर्वर्गयोगेन—

१६ चफ^{२} + (अ^{२} + घ^{२} − क^{२} − ग^{२})^{२} = ४अ^{२}·घ^{२} + ४क^{२}·ग^{२} − ८अ क ग घ

× (कोज्या ∠कअघ · कोज्या ∠कगघ − ज्या ∠क.घ· अज्या ∠कगघ)

= ४ अ^{२}·घ^{२} + ४ क^{२}·ग^{२} − ८अ क·ग·घ· कोज्या(∠अ + ∠ग)

= ४ अ^{२}.घ^{२} + ४ क^{२}·ग^{२} − ८ अ क·ग घ·कोज्या २म

अत्र २म = ∠अ + ∠ग

अतः १६ चफ^{२} + (अ^{२} + घ^{२} − क^{२} − ग^{२})^{२}

= ४अ^{२} घ^{२} + ४क^{२} ग^{२} − ८ अ · क · ग घ · (२कोज्या^{२}म − १)

= ४ (अ घ + क ग)^{२} − १६ अ क ग घ कोज्या^{२}म

अतः समशोधनेन—

१६ चफ^{२} = ४ (अ घ + क.ग)^{२} − (अ^{२} + घ^{२} − क^{२} − ग^{२})^{२}

− १६ अ क.ग घ. कोज्या^{२}म

= १६ (स−अ) (स−क) (स−घ) (स−ग) − १६अक ग घ कोज्या^{२}म

अत्र २स = अ + क + ग + घ तेन—

चफ^{२} = (स−अ)(स−क)(स−ग)(स−घ) − अ क ग घ· कोज्या^{२}म · · · (३

अत्र यदि अ, क, ग, घ भुजाःस्थिरास्तदा (३) समीकरणस्यापरखण्डस्य परमाल्पत्वे चतुर्भुजफलं महत्तमं भवति । परन्तु तत्परमाल्पत्वं तु कोज्याम अस्य परमाल्पतायां स्यात्तेन परमाल्प कोज्याम = ० ∴ म = ९०° ∴ ∠अ + ∠ग = १८०° अतस्तत्र चतुर्भुजफलं वृत्तान्तः परं भवतीत्यत उपपन्नं यथोक्तमिति प्रसङ्गागतविचारेण ।

अत्रैव (३ समीकरणापरपक्षस्याद्यान्यखण्डवशेन नीलाम्बरोक्तं विषमचतुर्भुजफलानयनमप्युपपन्नं भवति । अत्रान्ये ये विशेषास्तदर्थं *परिशिष्टं विलोक्यम् ।

---

* "कोणयोरभिमुखस्थयोर्युतेः खण्डकोटिगुणवर्गसंगुणा ।
सर्वबाहुहतिराद्यसंज्ञिका सर्वदोर्युतिदलं चतुस्थितम् ॥
बाहुभिर्विरहितं च तद्वधश्चान्य आद्यरहितोऽस्य यत्पदं तत्फलं तु विषमे चतुर्भुजे" इति ।

अथ स्थूलत्वनिरूपणार्थं सूत्रं सार्धवृत्तम् ।
चतुर्भुजस्यानियतौ हि कर्णौ कथं ततोऽस्मिन्नियतं फलं स्यात् ।
प्रसाधितौ तच्छ्रवणौ यदाद्यैः स्वकल्पितौ तावितरत्र न स्तः ॥२०॥
तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णावनेकधा क्षेत्रफलं ततश्च ।

चतुर्भुजे हि एकान्तरकोणावाक्रम्याऽन्तः प्रवेश्यमानौ भुजौ तत्संसक्तं स्वकर्णं सङ्कोचयतः । इतरौ तु बहिः प्रसरन्तौ स्वकर्णं वर्धयतः । अत उक्तं तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णाविति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र चतुर्भुजस्यैकान्तरकोणावाक्रम्यान्तः प्रवेश्यमानेन तत्संसक्तकर्णस्य संकोचः स्यात्तथा तदितरस्य च वृद्धिः स्यादिति स्पष्टमेवातश्चतुर्भुजभुजेभ्योऽनेकानि चतुर्भुजानि समुत्पद्यन्ते । अत्रोऽत्र कर्णयोर्लम्बयोर्वाऽनिर्देशे केवलभुजेभ्यः कतमस्य चतुर्भुजस्य फलं भवतीति तत्र तावज्ज्ञातुं न शक्यतेऽत उक्तं "चतुर्भुजस्यानियतौ हि कर्णावित्यादि" ।

लम्बयोः कर्णयोर्वैकमनिर्दिश्यापरं कथम् ।
पृच्छत्यनियतत्वेऽपि नियतं चापि तत्फलम् ॥
स प्रच्छकः पिशाचो वा वक्ता वा नितरां ततः ।
यो न वेत्ति चतुर्बाहुक्षेत्रस्यानियतां स्थितिम् ॥

अत्र युक्तिः । अत्र "चतुर्भुजस्यानियतौ हि कर्णा" वित्याद्याचार्यप्रतिपादितयुक्त्या केवलभुजेभ्योऽनेकानि चतुर्भुजानि जायन्त इति दर्शितमेवातो लम्बयोः कर्णयोवकस्यानियतत्वे तत्फलस्याप्यनियतत्वं स्यादतो लम्बयोः कर्णयोर्वैत्याद्याचार्योक्तं युक्तियुतमित्युपपन्नं सर्वम् ।

अथ च न केवलं कर्णौ लम्बौ वा चतुर्भुजस्य नियतत्वप्रतिपादकावपि तु तत्कोणावप्यतस्तदवगमकं सूत्रम् ।

"लम्बयोः श्रवसोर्वापि कोणयोर्वैकमन्तरा ।
अपरं हि कथं पृच्छत्यहो सुनियतं फलम् ॥" इति ।

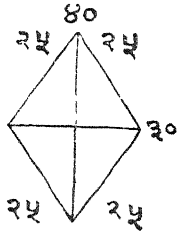
समचतुर्भुजायतयोः फलानयने करणसूत्रं सार्धश्लोकद्वयम् ।
इष्टा श्रुतिस्तुल्यचतुर्भुजस्य कल्प्याऽथ तद्वर्गविवर्जिता या ॥२१॥
चतुर्गुणा बाहुकृतिस्तदीयं मूलं द्वितीयश्रवणप्रमाणम् ।
अतुल्यकर्णाभिहतिर्द्विभक्ता फलं स्फुटं तुल्यचर्भुजे स्यात् ॥२२॥
समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च तथाऽऽयते तद्भुजकोटिघातः ।
चतुर्भुजेऽन्यत्र समानलम्बे लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डम् ॥२३॥

अत्रोद्देशकः ॥

क्षेत्रस्य पञ्चकृतितुल्यचतुर्भुजस्य
कर्णौ ततश्च गणितं गणक प्रचक्ष्व ।
तुल्यश्रुतेश्च खलु तस्य तथाऽऽयतस्य
यद्विस्तृती रसमिताऽष्टमितञ्च दैर्घ्यम् ॥ १ ॥

प्रथमोदाहरणे ॥

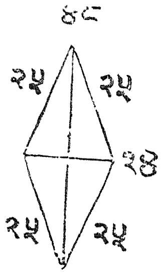
न्यासः ।



भुजाः २५ । २५ । २५ । २५ । अत्र त्रिंशन्मितामेकां ३० श्रुतिं प्रकल्प्य यथोक्तकरणेन जाताऽन्या श्रुतिः ४० । फलञ्च ६०० ।

अथ वा ।

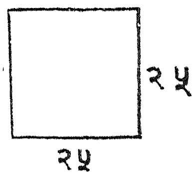
न्यासः ।



चतुर्द्दशमितामेकां १४ श्रुतिं प्रकल्प्योक्तवत्करणेन जाताऽन्या श्रुतिः ४८ । फलञ्च ३३६ ।

द्वितीयोदाहरणे ॥

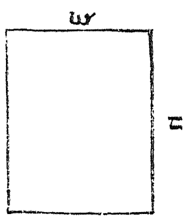
न्यासः



तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण इति जाता करणीगता श्रुतिरुभयत्र तुल्यैव १२५० । गणितञ्च ६२५ ।

अथायतस्य ।

न्यासः ।

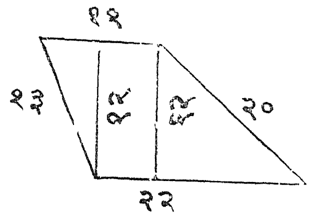


विस्तृतिः ६ । दैर्घ्यम् ८ । अस्य गणितं ४८ ।

उदाहरणम् ।

क्षेत्रस्य यस्य वदनं मदनारितुल्यं
विश्वम्भरा द्विगुणितेन मुखेन तुल्या ।
बाहू त्रयोदशनखप्रमितौ च लम्बः ।
सूर्य्योन्मितश्च गणितं वद तत्र किं स्यात् ॥ २ ॥

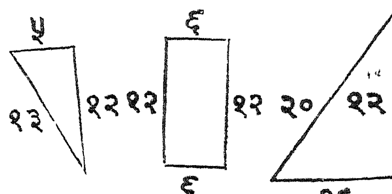
न्यास ।



वदनम् ११।विश्वम्भरा२२। बाहू १३ । २० लम्बः १२ । अत्र सर्वदोर्युतिदलमित्यादिना स्थूलफलं २५० । वास्तवन्तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डमिति जातं फलम् । १९८ । क्षेत्रस्य खण्डत्रयं कृत्वा फलानि पृथगानीय ऐक्यं कृत्वाऽस्य फलोपपत्तिर्दर्शनीया ।

खण्डत्रयदर्शनम् ।

न्यासः ।



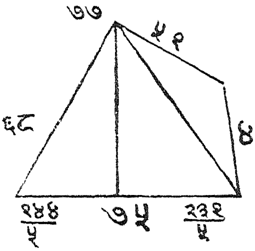
प्रथमस्य भुजकोटिकर्णाः५ । १२ ।१३ द्वितीयस्यायतस्य विस्तृतिः ६ । दैर्ध्यम् १२।

तृतीयस्य भुजकोटिकर्णाः १६ । १२ । २० । अत्र त्रिभुजयोः क्षेत्रयोर्भुजकोटिघातार्धं फलम् । आयते चतुरस्रे क्षेत्रे तद्भुजकोटिघातः फलम्। यथा प्रथमक्षेत्रे फलम् ३० । द्वितीये ७२ । तृतीये ९६ । एषामैक्यं सर्वक्षेत्रे फलम् । १९८ ।

अथान्यदुदाहरणम् ॥

पञ्चाशदेकसहिता वदनं यदीयं
भूः पञ्चसप्ततिमिता प्रमितोऽष्टषष्ट्या ।
सव्यो भुजो द्विगुणविंशतिसम्मितोऽन्य-
स्तस्मिन् फलं श्रवणलम्बमिती प्रचक्ष्व ॥ ३ ॥

न्यासः ।



वदनम् ५१ । भूमिः ७५ ।
भुजौ ६८ । ४० ।

अत्रोपपत्तिः । यस्य समानान्तरचतुर्भुजस्य सर्वे भुजाः समानाः कोणाश्च विषमास्तत्समचतुर्भुजमित्युदीर्यते । तत्र कर्णौ मिथो लम्बरूपावर्धितौ च भवत इति स्पष्टमेव गणितविदाम् । अतस्तत्रैकमिष्टं कर्णं प्रकल्प्य जातोऽन्यः कर्णः $=\sqrt{४\,\text{भु}^{२}-\text{इक}^{२}}=\text{अक}$ ।

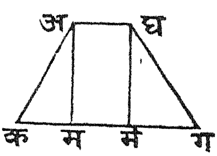
अथ च कर्णोभयतो ये द्वे त्र्यस्रे तयोः फलैक्यं फलमिति ज्ञापकादिहापीष्टकर्णं भूमिं प्रकल्प्य "लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं" मित्यनेनैकस्य त्रिभुजस्य फलम् $=\dfrac{\text{इक}\cdot\text{अक}}{४}$ एतत्सममेव द्वितीयस्यापि भवति । फलयोः समत्वात्तेनेदं फलं द्विगुणं जातं समचतुर्भुजफलम् $=\dfrac{\text{अक}\times\text{इक}}{२}$ परन्तु यत्र कर्णौ मिथोऽवलम्बरूपौ भवतस्तत्र सर्वत्रैव कर्णद्वयघातो द्विभक्तश्चतुर्भुजफलं भवतीति तावत्स्पष्टमेव । तेन "कर्णौ भवेतां किल यत्र लम्बौ परस्परं तत्र विशेष एषः।

अतुल्यकर्णाभिहतिर्द्विभक्ता फलं स्फुटं सर्वचतुर्भुजेषु" इति पद्यमुपपन्नं भवति ।

यत्र तु कर्णौ परस्परं लम्बरूपौ न स्तस्तत्र चतुर्भुजे फलानयनाय मदीयः प्रकारः ।

कर्णमध्यगता जीवा कर्णघातसमाहता ।
दलिताऽन्यप्रकारेण फलं सर्वचतुर्भुजे ॥ इति ॥

एवमायते वर्गक्षेत्रे च भुजकोटिघातसममेव फलं भवतीति रेखागणितेनातिसुगमम् । किमत्र पिष्टपेषणेन ।



अथ च कल्प्यते अकगघ = समलम्बचतुर्भुजम् । यत्र अम, घमं लम्बौ समौ ।

अत्र अकम, अममंघ, घमंग क्षेत्रत्रयाणां योगो वास्तवं अकगघ चतुर्भुजफलं भवतीति क्षेत्रदर्शनतः स्पष्टमित्यतः—

$$\square\,\text{अकगघ}=\triangle\,\text{अकम}+\square\,\text{अममंघ}+\triangle\,\text{घमंग}$$

$$=\frac{\text{अम}\cdot\text{कम}}{२}+\text{अम}\cdot\text{ममं}+\frac{\text{घमं}\cdot\text{मंग}}{२}$$

$$= \frac{\text{अम}}{२}(\text{कम} + \text{म'ग}) + \frac{२\,\text{अम}\cdot\text{मम'}}{२}$$

$$= \frac{\text{अम}}{२}(\text{कम} + \text{म'ग} + २\,\text{मम'})$$

$$= \frac{\text{अम}}{२}(\text{वग} + \text{मम'})$$

$$= \frac{\text{अम}(\text{कग} + \text{अघ})}{२}$$

$= \frac{\text{अम}(\text{कु} + \text{मु})}{२}$ एतेनोपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

अत्र फलावलम्बश्रुतीनां सूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

ज्ञातेऽवलम्बे श्रवणः श्रुतौ तु
लम्बः फलं स्यान्नियतं तु तत्र ।

कर्णस्यानियतत्वाल्लम्बोऽप्यनियत इत्यर्थः ॥

अत्रोपपत्तिस्तु लम्बकर्णयो: कतरस्यापि ज्ञानात्तदितरस्य ज्ञानं स्यादिति परिभाषारूपैव । कथं साध्यत इत्यग्रे प्रतिपाद्यते ।

लम्बज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजेऽवलम्बः
प्राग्वद्भुजौ कर्णभुजौ मही भूः ॥ २४ ॥

अत्र लम्बज्ञानार्थं सव्यभुजाग्राद्दक्षिणभुजमूलगामी इष्टकर्णः सप्तसप्ततिमितः ७७ कल्पितस्तेन चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजं कल्पितम् तत्रासौ कर्ण एको भुजः ७७ । द्वितीयस्तुसव्यभुजः ६८ । भूः सैव ७५ । अत्र प्राग्वल्लब्धो लम्बः $\frac{३०८}{५}$ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र पूर्वकल्पित अकगघ समानलम्बचतुर्भुजे कघ कर्णसंयोगेन यत् घकग त्रिभुजमुत्पद्यते तत्र कघ, गघ कर्णभुजौ भुजौ तथा कग भूश्च भूरिति प्रकल्प्य "त्रिभुजे भुजयोर्योग" इत्यादिविधिना यो लम्बस्तदेव घम वा अम मानं भवेदित्युपपन्नम् ।

लम्बे ज्ञाते कर्णज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तम् ।

यल्लम्बलम्बाश्रितबाहुवर्गविश्लेषमूलं कथिताऽबधा सा ।
तदूनभूवर्गसमन्वितस्य यल्लम्बवर्गस्य पदं स कर्णः ॥ २५ ॥

अत्र सव्यभुजाग्राल्लम्बः किल कल्पितः $\frac{३०८}{५}$ ।

अतो जाताऽऽबाधा $\frac{१४४}{२}$ ।

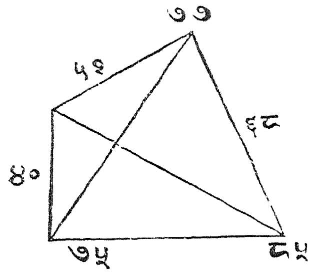
तदूनभूवर्गसमन्वितस्येत्यादिना जातः कर्णः ७७ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि प्रागुक्त अकगघ समानलम्बक चतुर्भुजे घर्मं, घग रेखयोर्वर्गान्तरपदं गर्मं मानं स्यात्तदूना कग भूः कर्मं, घर्म रेखयोर्वर्गयोगमूलं कघ कर्णमानं स्यादित्युपपन्नं सर्वम् ।

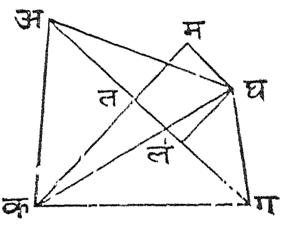
द्वितीकर्णज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तद्वयम् ।

इष्टोऽत्र कर्णः प्रथमं प्रकल्प्यस्त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये ।
कर्णं तयोः क्ष्मामितरौ च बाहू प्रकल्प्य लम्बाववधे च साध्ये ॥२६॥
आबाधयोरेककुप्स्थयोर्यत् स्यादन्तरं तत्कृतिसंयुतस्य ।
लम्बैक्यवर्गस्य पदं द्वितीयः कर्णो भवेत्सर्वचतुर्भुजेषु ॥ २७ ॥

न्यासः



तत्र चतुर्भुजे सव्यभुजाग्राद् दक्षिणभुजमूलगामिनः कर्णस्य मानं कल्पितम् ७७ । तत्कर्णरेखावच्छिन्नस्य क्षेत्रस्य मध्ये कर्णरेखोभयतो ये त्र्यस्रे उत्पन्ने तयोः कर्णं भूमिं तदितौ च भुजौ प्रकल्प्य प्राग्वल्लम्बः आबाधा च साधिता । तद्दर्शनम् । लम्बः ६० । द्वितीयलम्बः २४ । आबाधयो ४५ । ३२ । रेककुप्स्थयोरन्तरस्य १३ कृते १६९ । लम्बैक्य ८४ । कृतेश्च ७०५६ । योगः ७२२५ । तस्य पदं द्वितीयकर्णप्रमाणम् ८५ ।



अत्रोपपत्तिः । अत्र अकगघ चतुर्भुजान्तः अग कर्ण कल्पनेन यत् अकग, अघग त्रिभुजद्वयमुत्पद्यते तत्र प्रागुक्त्या लम्बावबधे साधनीये ।

अथ कल = प्रथमलम्बः = प्रल, अल = प्रथमाबाधा = प्रआ, घलं = द्वितीयोलम्बः = द्विलं, अलं = द्वितीयाबाधा = द्विआ.

कल लम्बं स्वमार्गे म पर्यन्तं वर्धयित्वा घम लम्बो विधेयः । तेन घमललं आयतक्षेत्रं जातं यत्र ललं = घम तथा च लम = घलं = द्विलं, अत्र कम = कल + लम ।

∴ प्रलं + द्वि ं = कोटिः, घम = लल = अलं-अल = द्विआ—प्रआ = भुजः ।
तथा कघ = द्वितायः कर्णः = द्विक.

∴ कघ^{२} = कम^{२} + घम^{२} = (प्रलं + द्विलं)^{२} + (द्विआ-प्रआ)^{२} = द्विकं^{२}
अस्य मूलं द्वितायः कर्णो भवेदित्युपपन्नम् ।

अत्रेष्टकर्णकल्पने विशेषोक्तिसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

कर्णाश्रितं स्वल्पभुजैक्यमुर्वीं प्रकल्प्य तच्छेषमितौ च बाहू ।
साध्योऽवलम्बोऽथ तथाऽन्यकर्णः स्वोर्व्याः कथञ्चिच्छ्रवणो न दीर्घः ॥२८॥
तदन्यलम्बान्न * लघुस्तथेदं ज्ञात्वेष्टकर्णः सुधिया प्रकल्प्यः ।

चतुर्भुजे हि एकान्तरकोणावाक्रम्य सङ्कोच्यमानं त्रिभुजत्वं याति तत्रैककोणलग्नलघुभुजयोरैक्यं भूमिमितरौ भुजौ प्रकल्प्य साधितः स च † लम्बादूनः सङ्कोच्य मानः कर्णः कथञ्चिदपि न स्यात् । तदितरो भूमेराधको न स्यादेवमुभयथाऽपि बुद्धिमता ज्ञायते ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि पूर्वकल्पित अकगघ चतुर्भुजे अ, ग एकान्तरकोणावाक्रम्यान्तः प्रवेशनेन त्रिभुजत्वं स्यात् यत्र कग, गघ भुजौ भुजौ, अक, अघ भुजयोर्योगो भूमिर्भवतीति प्रत्यक्षमेव । तत्र 'त्रिभुजे भुजयोर्योग" इत्यादिना ग स्थानाद्भूम्युपरि लम्बस्ततोऽन्यकर्णश्च साध्यः । अथान्यकर्णतो लम्बस्य सदैवाल्पत्वात्तत्कर्णतोऽधिकेष्टकर्णकल्पनेन चतुर्भुजसत्वात् तदन्यलम्बान्न लघुरित्यपेक्षया तदन्यकर्णान्न लघुरिति पाठः साधीयान् भवति, परन्त्वत्रोदाहृतचतुर्भुजे कर्णयोः परस्परं लम्बरूपत्वात् "तदन्यलम्बान्न लघु"रित्याचार्योक्तं सङ्गच्छते । तथा च त्रिभुजे भुजद्वययोगतस्तृतीयभुजोऽल्पो भवतीति प्रसिद्धत्वादिहापीष्टकर्णो भुजद्वययोगरूपभूमेरधिको न भवितुं युज्यत इति युक्तियुक्तमिति ।

विषमचतुर्भुजफलानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये
तयोः फलैक्यं फलमत्र नूनम् ॥ २९ ॥

अनन्तरोक्तक्षेत्रान्तस्त्र्यस्रयोः फले । ९२४।२३१० ।
अनयोरैक्यं ३२३४ तस्य फलम् ।

अत्रोपपत्तिस्तु स्फुटैव ।

---

* तदन्यकर्णान्न लघुरिति पाठः साधीयान् ।

† अन्यकर्णादून इति पाठः साधुः ।

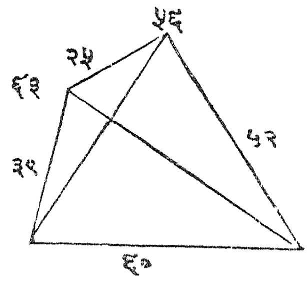
समानलम्बस्याबाधादिज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य
मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिम् ।
भुजौ भुजौ त्र्यस्रवदेव साध्ये
तस्याबधे लम्बमितिस्ततश्च ॥ ३० ॥
आबाधयोना चतुरस्रभूमि-
स्तल्लम्बवर्गैक्यपदं श्रुतिः स्यात् ।
समानलम्बे लघुदोः कुयोगा-
न्मुखान्यदोःसंयुतिराल्पका स्यात् ॥ ३१ ॥

उदाहरणम् ।

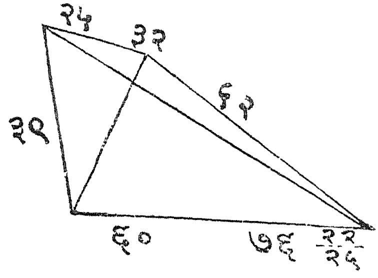
द्विपञ्चाशन्मितत्र्येकचत्वारिंशन्मितौ भुजौ ।
मुखं तु पञ्चविंशत्या तुल्यं षष्ट्या मही किल ॥ १ ॥
अतुल्यलम्बकं क्षेत्रमिदं पूर्वैरुदाहृतम् ।
षट्पञ्चाशत् त्रिषष्टिश्च नियते कर्णयोर्मिती ।
कर्णौ तत्रापरौ ब्रूहि समलम्बं च तच्छ्रुती ॥ २ ॥

न्यासः । अत्र बृहत्कर्णं त्रिषष्टिमितं प्रकल्प्य जातः प्राग्वदन्यः कर्णः ५६ । अथ षट्पञ्चाशत्स्थाने द्वात्रिंशन्मितं कर्णं ३२ प्रकल्प्य प्राग्वत्साध्यमाने कर्णौ ।



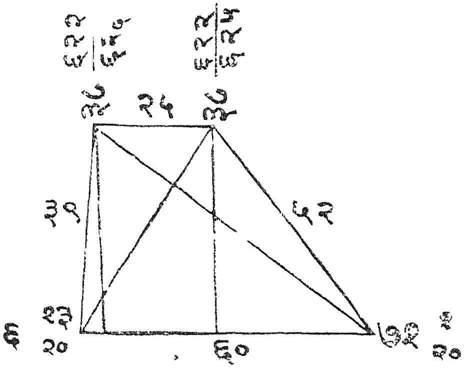
न्यासः ।

जातं करणीखण्डद्वयं ६२१ । २७०० । अनयोर्मूलया २४$\frac{३३}{३५}$ । ५१$\frac{३४}{३५}$ । रैक्यं द्वितीयः कर्णः ७६$\frac{३३}{३५}$ ।



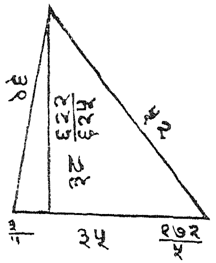
अथ तदेव क्षेत्रं चेत्समलम्बम् ।

न्यासः ।

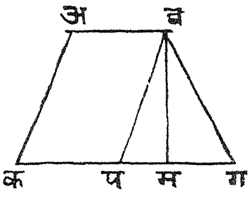


तदा मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिमितिज्ञानार्थं त्र्यस्रं कल्पितम् ।

न्यासः ।



अत्राबाधे जाते $\frac{३}{५}$ । $\frac{१७२}{५}$ । लम्बश्च करणीगतो जातः $\frac{३८०१६}{२५}$ आसन्नमूलकरणेन जातः ३८ $\frac{६}{६}\frac{२}{२}\frac{२}{५}$ अयं तत्र चतुर्भुजे समलम्बः लब्धाऽबाधोनितभूमेः समलम्बस्य च वर्गयोगः ५०४९ अयं कर्णवर्गः । एवं बृहदाबाधातो द्वितीयकर्णवर्गः २१७६ । अनयोरासन्नमूलकरणेन जातौ कर्णौ ७१ $\frac{१}{२०}$ । ४६ $\frac{१२}{२०}$ । एवं चतुरस्रे तेष्वेव बाहुष्वन्यौ कर्णौ बहुधा भवतः ।

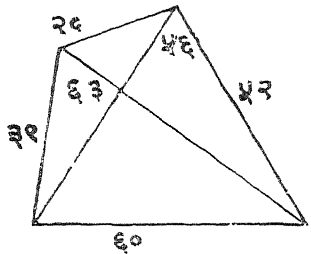


अत्रोपपत्तिः । अत्रापि अकगघ समानलम्बचतुर्भुजे घ स्थानात् अक समानान्तरा घप रेखाकरणेन यत् घपग त्रिभुजं जातं तत्र "त्रिभुजे भुजयोर्योग" इत्यादिना घम लम्बस्तथा गम आबाधा च साधनीया । अत्र कम = कग - गम = भू - आ, घम लम्बश्च पूर्वमेव साधितोऽतोऽनयोर्वर्गयोगमूलं कघ कर्णमानं भवेदित्युपपन्नं सर्वम् ।

एवमनियतत्वेऽपि नियतावेव कर्णावानीतौ ब्रह्मगुप्ताद्यैस्तदानयनं यथा ।

कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथाऽन्योऽन्यभाजितं गुणयेत् ।
योगेन भुजप्रतिभुजबधयोः कर्णौ पदे विषमे ॥

न्यासः ।



कर्णाश्रितभुजघातेति एक वारमनयो २५।३९ घातः ९७५ । तथा ५२।६० अनयोर्घातः३१२० । घातयोर्द्वयोरैक्यम् ४०९५ । तथा द्वितीयवारं २५।५२ अनयोर्घाते जातं १३०० । तथा ३९ । ६० । अनयोर्घाते जातं २३४० घातयोर्द्वयोरैक्यं ३६४० । एतदैक्यं भुजप्रतिभुजयोः ५२ । ३९ । घातः २०२८ पश्चात् २५ । ६० अनयोर्वधः १५०० तयोरैक्यं ३५२८ । अनेनैक्येन ३६४० गुणितं जातं पूर्वैक्यं १२८४१९२० । प्रथमकर्णाश्रितभुजघातैक्येन ४०९५ भक्तं लब्धं ३१३६ । अस्य मूलं ५६ । एककर्णस्तथा द्वितीयकर्णार्थं प्रथमकर्णाश्रितभुजघातैक्यं ४०९५ । भुजप्रतिभुजवधयोग ३५२८ गुणितं जातं १४४४७१६० । अन्यकर्णाश्रितभुजघातैक्येन ३६४० । भक्तं लब्धं ३९६९। अस्य मूलं ६३ द्वितीयः कर्णः । अस्मिन् विषये क्षेत्रकर्णसाधने अस्य कर्णानयनस्य प्रक्रियागौरवम् ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र पूर्वं वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजफलानयने साधिता कअघ कोणकोटिज्या $= \dfrac{\text{अ}^2+\text{घ}^2-\text{च}^2}{2\,\text{अ}\cdot\text{घ}}$ एवं कगघ कोणकोटिज्या $= \dfrac{\text{क}^2+\text{ग}^2-\text{च}^2}{2\,\text{क}\cdot\text{ग}}$

परन्तु वृत्तान्तश्चतुर्भुजे संमुखकोणयोर्योगस्य भार्धांशसमत्वात्—

कोज्या $\angle$ कअघ $=-$कोज्या $\angle$ कगघ.

$$\therefore \frac{\text{अ}^2+\text{घ}^2-\text{च}^2}{2\,\text{अ}\cdot\text{घ}} = -\frac{\text{क}^2+\text{ग}^2-\text{च}^2}{2\,\text{क}\cdot\text{ग}}$$

समच्छेदीकृत्य छेदगमेन—

$$\text{अ}^2\cdot\text{क}\cdot\text{ग}+\text{घ}^2\cdot\text{क}\cdot\text{ग}-\text{च}^2\,\text{क}\cdot\text{ग} = -(\text{क}^2\cdot\text{अ}\cdot\text{घ}+\text{ग}^2\cdot\text{अ}\cdot\text{घ}-\text{च}^2\cdot\text{अ}\cdot\text{घ})$$

समशोधनेन—

$$\begin{aligned}\text{च}^2(\text{अ}\cdot\text{घ}+\text{क}\cdot\text{ग}) &= \text{अ}^2\cdot\text{क}\,\text{ग}+\text{घ}^2\cdot\text{क}\cdot\text{ग}+\text{क}^2\cdot\text{अ}\cdot\text{घ}+\text{ग}^2\cdot\text{अ}\cdot\text{घ}.\\ &= \text{अ}\;\text{क}(\text{अ}\cdot\text{ग}+\text{क}\cdot\text{घ})+\text{घ}\cdot\text{ग}\cdot(\text{अ}\cdot\text{ग}+\text{क}\cdot\text{घ})\\ &= (\text{अ}\cdot\text{ग}+\text{क}\cdot\text{घ})\;(\text{अ}\cdot\text{क}+\text{ग}\,\text{घ})\end{aligned}$$

$$\therefore \text{च}^2 = \frac{(\text{अ}\cdot\text{ग}+\text{क}\cdot\text{घ}(\;(\text{अ}\cdot\text{क}+\text{घ}\cdot\text{ग})}{\text{अ}\cdot\text{घ}+\text{क}\cdot\text{ग}}$$

एवमेव $\text{अग}^2 = \dfrac{(\text{अ}\cdot\text{घ}+\text{क}\cdot\text{ग})\;(\text{अ}\cdot\text{ग}+\text{क}\cdot\text{घ})}{\text{अ}\cdot\text{क}+\text{घ}\cdot\text{ग}}$ एतयोर्मूले क-

र्णमाने भवतः । एतत्कर्णानयनं वृत्तान्तश्चतुर्भुजपरमेवेति धीरैरवगन्तव्यम् ।

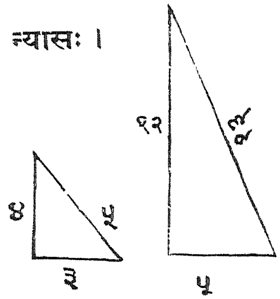
अत्रापि विशेषापपत्त्यर्थं परिशिष्टप्रकरणं द्रष्टव्यम् ।

लघुप्रक्रियादर्शनद्वारेणाह ।

अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोटयः परस्परं कर्णहता भुजा इति ।
चतुर्भुजं यद्विषमं प्रकल्पितं श्रुती तु तत्र त्रिभुजद्वयात्ततः ॥३२॥
बाह्वोर्बधः कोटिवधेन युक् स्यादेका श्रुतिः कोटिभुजाबधैक्यम् ।
अन्या लघौ सत्यपि साधनेऽस्मिन् पूर्वैः कृतं यद्गुरु तन्न विद्मः॥३३॥

जात्यक्षेत्रद्वयम् ।

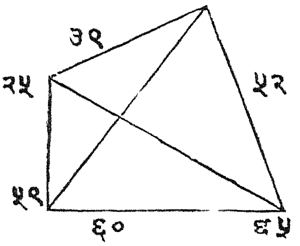
न्यासः ।



एतयोरितरेतरकर्णहता भुजाः कोटयः भुजा इति कृते जातं २५ । ६० । ५२ । ३६ । तेषां महती भूर्लघु मुखमितरौ बाहू इति प्रकल्प्य क्षेत्रदर्शनं इमौ कर्णौ महतायासेनानीतौ ६३ । ५६ । अस्यैव जात्यद्वयस्योत्तरोत्तरभुजकोट्योर्घातौ जातौ ३६ । २० अनयोरैक्यमेकः कर्णः ५६ । बाह्वाः ३ । ५ । कोट्योश्च । ४ । १२ । घातौ १५ । ४८ । अनयोरैक्यमन्यः कर्णः ६३ । एवं श्रुती स्याताम् । एवं सुखेन जाते ।

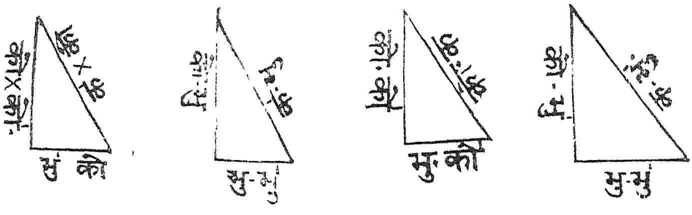
अथ यदि पार्श्वभुजयोर्व्यत्ययं कृत्वा न्यस्तं क्षेत्रम् ।

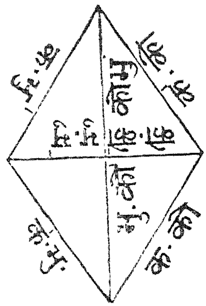
न्यासः ।



तदा जात्यद्वयकर्णयोबधः ६५ द्वितीयकर्णः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र प्रथममिष्टं जात्यद्वयं कल्पितं यत्राद्यस्य भुजकोटिकर्णाः क्रमेण भु, को, क तथा द्वितीयस्य च भुं, को', कं इति कल्पिताः । अथ भु, को, क पृथक् पृथक् को', भुं अभ्यां संगुणनेन ये द्वे जात्यत्रिभुजे समुत्पद्येते ते चाद्यस्य सजातीये भवत इति क्षेत्रमित्या स्पष्टमेव । एवमेव भुं, को', कं पृथक् पृथक् को, भु आभ्यां संगुण्य ये त्रिभुजे ते चापिद्वितीयस्य सजातीये । एवं कृते चत्वारि त्रिभुजान्युत्पद्यन्ते ।





एतेषां जात्यचतुष्टयानां संयोगेन जातं विषमचतुर्भुजम् ।

अत्र चतुर्भुजे ह्याचार्योक्तं कर्णमानं भवतीति प्रत्यक्षमेवात उपपन्नं सर्वम् ।

अथ भु, को, क यदि कं अनेन गुणितास्तथा च भुं, कों, कं यदि क गुणितास्तदा त्रिभुजद्वयं जातं, अनयोः संयोगेन यद्विषमं चतुर्भुजं स्यात्तत्र भुजास्तु पूर्वोक्तभुजसमा एव तथैकः कर्णश्च कर्णयोर्घातसमो भवतीतिस्पष्टमेव । तेन "पार्श्वभुजयोर्व्यत्यय" मित्यादि भाष्यस्थमुपपद्यते ।

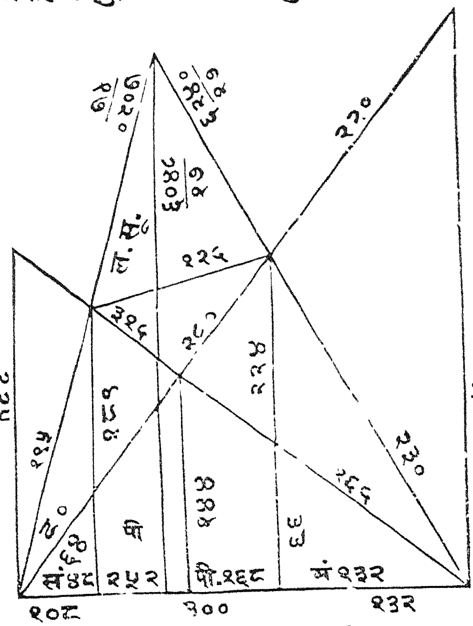
अथ सूचीक्षेत्रोदाहरणम् ॥

क्षेत्रे यत्र शतत्रयं (३००) क्षितिमितिस्तत्त्वेन्दु (१२५) तुल्यं मुखं
बाहू खोत्कृतिभिः (२६०) शरातिधृतिभि (१९५) स्तुल्यौ च तत्र श्रुती ।
एका खाग्नयमैः (२८०) समा तिथि (३१५) गुणैरन्याऽथ तल्लम्बकौ
तुल्यौ गोधृतिभि (१८९)स्तथा जिन (२२४) यमैर्योगाच्छ्रवोलम्बयोः॥१॥
तत्खण्डे कथयाधरे श्रवणयोर्योगाच्च लम्बाबधे
तत्सूची निजमार्गवृद्धभुजयोर्योगाद्यथा स्यात्ततः ।
स्वाबाधे वद लम्बकं च भुजयोः सूच्याः प्रमाणे च के
सर्वं गाणितक प्रचक्ष्व नितरां क्षेत्रेऽत्र दक्षोऽसि चेत् ॥ २ ॥

अथ सन्ध्याद्यानयनाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

लम्बतदाश्रितबाह्वोर्मध्यं सन्ध्याख्यमस्य लम्बस्य ।
सन्ध्यूना भूः पीठं साध्यं यस्याधरं खण्डम् ॥ ३४ ॥

परलम्बः २२४ भूमि ३०० गुणो हारेण $\frac{१७००}{१७}$ भक्तो जातः सूचीलम्बः $\frac{६०४८}{१७}$ । सूचीलम्बेन भुजौ १९५ । २६० । गुणितौ स्वस्वलम्बाभ्यां १८९ । २२४ यथाक्रमं भक्तौ जातौ स्वमार्गे वृद्धौ सूचीभुजौ $\frac{६२४०}{१७}$ । $\frac{७०२०}{१७}$ । एवमत्र सर्वत्र भागहारराशिप्रमाणम् । गुण्यगुणकौ तु यथा-योग्यं फलेच्छे प्रकल्प्य सुधिया त्रैराशिकमुह्यम् ।

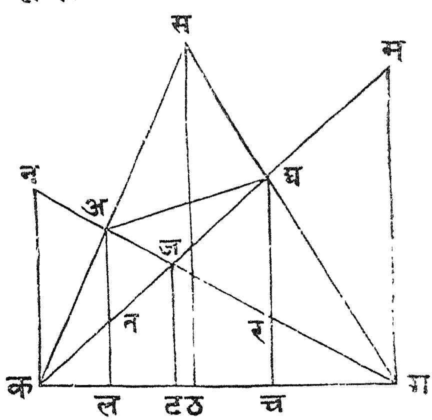


सूच्याबाधे $\frac{१५२६}{१७}$ । $\frac{२५६४}{१७}$ ।

भूमानम् ३०० मुखम् १२५ । बाहू ३६० । १९५ कर्णौ २८० । ३१५ । लम्बौ १८९ । २२४ ।

अथ सूचीक्षेत्रोपपत्तिः ।

अत्र अकगघ चतुर्भुजं यस्य कघ, अग कर्णौ, अल, घच आद्यान्यलम्बौ स्तः । कल = आद्यसन्धिः = आसं, गल = आद्यपीठम् = आपी, गच = अन्यसन्धिः = असं, कच = अन्यपीठम् = अपी ।



अत्र कतल, कघव त्रिभुजयोः साजात्यतः —

$$\text{कत} = \frac{\text{कघ}\ \ \text{कल}}{\text{कच}} = \frac{\text{कघ}\cdot\text{आसं}}{\text{अपी}}$$

$$\text{तथा तल} = \frac{\text{घच}\ \ \text{कल}}{\text{कच}} = \frac{\text{अलं}\ .\ \text{आसं}}{\text{अपी}}$$

अथ क, ग बिन्द्वोः कग भूम्युपरि कन, गम लम्बौ निर्माय गअ, कव कर्णौ न, म पर्यन्तं वर्धनीयौ । तेनात्र गकन, गअल त्रिभुजयोः साजात्यतोऽनुपातेन—

$\text{कन} = \dfrac{\text{अल}\times\text{कग}}{\text{गल}} = \dfrac{\text{आलं}\ .\ \text{भू}}{\text{आपी}}$ एवं $\text{गम} = \dfrac{\text{अलं}\ .\ \text{भू}}{\text{अपी}}$ तत आभ्यां कन, गम दंशाभ्यां "अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगा" दित्याद्याचार्यविधिना जट लम्बस्तथा तदीयाबाधे च साध्ये ।

अथ च घ स्थानात् अक समानान्तरा घह विधानेन अकल; घचह त्रिभुजे मिथः सजातीये तेनानुपातेन—

$$\text{हच} = \frac{\text{कल}\ \ \text{घच}}{\text{अल}} = \frac{\text{आसं}\ .\ \text{अलं}}{\text{आलं}} = \text{सम} = \text{स}$$

ततः हच + गच = असं + स = हारः = हा = गह

त्र घह रेखा अक सामानान्तरा तेन गवह, गसक त्रिभुजे सजातीये । ततः षष्ठाध्यायेन—

$$\frac{\text{कह}}{\text{गह}} = \frac{\text{घस}}{\text{गघ}}\ \text{परन्तु}\ \frac{\text{घस}}{\text{गघ}} = \frac{\text{चठ}}{\text{गच}}$$

$$\therefore \frac{\text{कह}}{\text{गह}} = \frac{\text{चठ}}{\text{गच}}$$

योगनिष्पत्या—

$$\frac{\text{कह} + \text{गह}}{\text{गह}} = \frac{\text{चट} + \text{गच}}{\text{गच}}$$

$$\text{वा}\quad \frac{\text{कग}}{\text{गह}} = \frac{\text{गठ}}{\text{गच}} = \frac{\text{कठ}}{\text{हच}}$$

$$\therefore \text{गठ} = \frac{\text{कग}\ .\ \text{गच}}{\text{गह}} = \frac{\text{भू}\ \ \text{असं}}{\text{हा}} = \text{सूचीआबाधा ।}$$

$$\text{एवं कठ} = \frac{\text{कग}\ .\ \text{गव}}{\text{गह}} = \frac{\text{भू}\ .\ \text{स}}{\text{हा}}\ \ \text{द्वितीयाबाधा ।}$$

तथा च गघच, गसठ त्रिभुजयोः साजात्यतः सूचीभुजलम्बयोर्ज्ञानं सुबोधमित्युपपन्नं सर्वं भास्करोक्तं सूचीप्रपञ्चम् ।

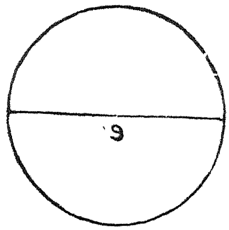
अथ वृत्तक्षेत्रे करणसूत्रं वृत्तम् ।

व्यासे भनन्दाग्नि (३९२७) हते विभक्ते
खबाणसूर्यैः (१२५०) परिधिः स सूक्ष्मः ।
द्वाविंशति (२२) घ्ने विहृतेऽथ शैलैः (७)
स्थूलोऽथवा स्याद्व्यवहारयोग्यः ॥ ४० ॥

उदाहरणम् ।

विष्कम्भमानं किल सप्त (७) यत्र
तत्र प्रमाणं परिधेः प्रचक्ष्व ।
द्वाविंशति-(२२) र्यत् परिधिप्रमाणं
तद्व्याससङ्ख्यां च सखे विचिन्त्य ॥ १ ॥

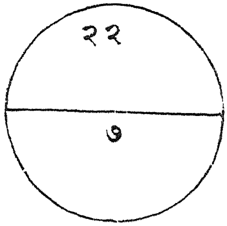
व्यासः ।



व्यासमानम् ७ । लब्धं परिधिमानम् २१ $\frac{१२३९}{१२५०}$ स्थूला वा परिधिर्लब्धः २२ ।

अथवा परिधितो व्यासानयनाय:

व्यासः ।



गुणहारविपर्ययेण व्यासमानं सूक्ष्मं ७ $\frac{११}{३९२७}$ स्थूलं वा ७ ।

अत्रोपपत्तिः । अथ रूपव्यासार्धेऽर्धपरिधिमानम् = प = ३·१४१५९----भवतीत्येतदर्थं मन्निर्मितचापीयत्रिकोणगणितस्य १२२ पृष्ठमवलोकनीयम् । अत्रैव स्थानत्रयस्य दशमलवावयवग्रहणेन स्वल्पान्तरात्परिधिः = ३·१३१६ = $\frac{३९२७}{१२५०}$ एतेन प्रथमः प्रकार उपपन्नः ।

अत्रैव यदि स्थानद्वयस्य दशमलवावयवो गृह्यते तदाऽतिस्थूलः परिधिः = ३·१४२ = $\frac{२२}{७}$ उपपन्नो द्वितीयः प्रकारः ।

अत्रैवाचार्यादपि सूक्ष्मपरिधिमानार्थं मदीयं चापीयत्रिकोणगणितं विलोकनीयं किमत्र पुनः प्रतिपादनेन ।

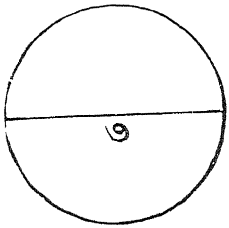
वृत्तगोलयोः फलानयने करणसूत्रं वृत्तम् ।

वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलं तत्
क्षुण्णं वेदैरुपरि परितः कन्दुकस्येव जालम् ।
गोलस्यैवं तदपि च फलं पृष्ठजं व्यासनिघ्नं
षड्भिर्भक्तं भवति नियतं गोलगर्भे घनाख्यम् ॥ ४१ ॥

उदाहरणम् ।

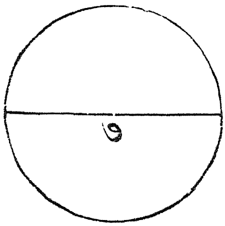
यद्व्यासस्तुरगैर्मितः किल फलं क्षेत्रे समे तत्र किं
व्यासः सप्तमितश्च यस्य सुमते गोलस्य तस्यापि किम् ।
पृष्ठे कन्दुकजालसन्निभफलं गोलस्य तस्यापि किं
मध्ये ब्रूहि घनं फलं च विमलां चेद्वेत्सि लीलावतीम् ॥ १ ॥

वृत्तक्षेत्रफलदर्शनाय

व्यासः ।


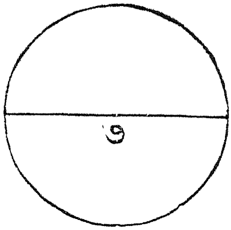
व्यासः ७ ।
परिधिः २१ १२३९/१२५० ।
क्षेत्रफलम् ३८ २४२३/५००० ।

गोलपृष्ठफलदर्शनाय

व्यासः ।


व्यासः ७ ।
गोलपृष्ठफलम् १५३ ११७३/१२५० ।

गोलान्तर्गतघनफलदर्शनाय

व्यासः ।


व्यासः ७ ।
गोलस्यान्तर्गतं घनफलम्
१७९ १४८७/२५०० ।

अत्रोपपत्तिः । कस्यापि वृत्तिपरिधेस्तथा सूक्ष्मविभागो विधेयो यथैकस्य विभागस्य मानं विन्दुरूपं भवेत्तेन तत्राधारवशेन वृत्तकेन्द्रतो जात्यरूपं त्रिभुजं समुत्पद्यते व्यासार्धलम्बयोस्तत्राभेदात् । एवं प्रतिविभागेभ्यस्तत्सङ्ख्यासमानि

तादृशानि त्रिभुजानि जायन्ते तत्रैकस्य फलमानमानीय तत्संख्यया गुणनेन वास्तववृत्तस्य फलं भवतीति स्फुटं गणितविदाम् ।

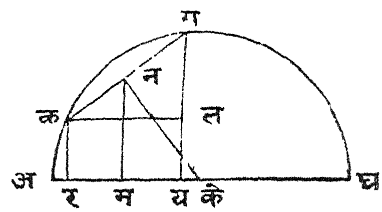
अतः कल्प्यते परिधिः = पं, तादृशविभागसंख्या = न = $\frac{१}{०}$

वृत्तव्यासार्धम् = $\frac{\text{व्या}}{२}$, एकस्य परिधिभागस्य मानम् = $\frac{\text{प}}{\text{न}}$ = भुजः ।

∴ एकस्य त्रिभुजस्य फलम् = $\frac{\text{व्या}}{२} \cdot \frac{\text{प}}{२\,\text{न}} = \frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४\text{न}}$ इदं न संख्यया संगुणं

जातं वृत्तफलम् = $\frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४}$ अत उपपन्नं वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फलमिति

एतदानयनं सरलत्रिकोणगणगतितेनापि भवति । तथाचात्र विशेषोपपत्त्यर्थं परिशिष्टप्रकरणं द्रष्टव्यम् ।



अथ गोलपृष्ठफलानयने तु कल्प्यते अघ व्यासरेखोपरि अकगघ वृत्तार्धचापम् । कग कस्यापि वृत्तान्तस्तुल्य बहुभुजक्षेत्रस्य भुजार्धमानम् । केन = के वृत्तकेन्द्रात् कग रेखोपरि लम्बरेखा । कर, नम, गय व्यासोपरि लम्बरेखाः ।

अत्र अघ व्यासोपरि वृत्तार्धचापभ्राम्यमाणेनैको गोलः तथा कग पूर्णज्यायाः परिभ्रमणेन गोलान्तःक्रमव्यसमतलमस्तकपरिधिक्षेत्रं चोत्पद्यते यस्य मस्तकपरिधिः = मप, तद्व्यासार्धम् = कर, एवं तलपरिधिः = तप, व्यासार्धम् = गय अत्र २प रूपव्यासार्धीयपरिधिर्बोध्यः ।

अथात्राद्यान्तपरिध्योर्योगखण्डं कग पूर्णज्यया गुणं तत्क्षेत्रस्य पृष्ठफलं भवतीति तावत्प्रसिद्धत्वात्—

$$\text{पृष्ठफलम्} = \frac{\text{कग}\ (\text{तप} + \text{मप})}{२}$$

$$= \frac{\text{कग}}{२}\ (\ \text{यग} + \text{कर}\ )\ २\text{प}$$

$$= \text{कग} \cdot २\text{प} \cdot \text{नम}$$

$$\left(\text{अत्र}\ \frac{\text{यग} + \text{कर}}{२} = \text{नम}\right)$$

अत्र कगल, केनम त्रिभुजयोः साजात्यतः—

$$\frac{\text{कग}}{\text{कल}} = \frac{\text{केन}}{\text{नम}} = \frac{\text{कग}}{\text{यर}}\ \therefore \text{कग} \cdot \text{नम} = \text{केन} \cdot \text{यर}$$

∴ पृष्ठफलम् = २प . केन·यर ।

अत्र वृत्तान्तःस्थबहुभुजसंख्यामानं यथा यथोपचीयते तथा तथा कग भुजमानमपचीयते । एवं परमाधिकेऽनन्तसमे बहुभुजसंख्यामाने कग मानं परमाल्पं शून्यसमं भवति, तत्र केन रेखाह्यत्रयमेव गोलव्यासार्धं 'त्रि' समं स्यात्तथाऽऽनीतं पृष्ठफलं तु तलमस्तकपरिध्यन्तर्गतगोलखण्डस्यैव पृष्ठफलं भवत्यतः बलयाकारगोलखण्डपृष्ठफलम् = २प. त्रि. यर. ....(१)

अत्रैव यदि यर, अघ समा कल्प्यते तदा (१) समीकरणागतफलं वास्तवं गोलपृष्ठफलं भवत्यतः—

वा. गो पृ. फ. = २प. त्रि. २त्रि.

= गोलपरिधि. व्या

$$= \frac{\text{गो. प. व्या ४}}{४}$$

= ४ वृत्तक्षेत्रफलम् . उपपन्नम् ।

अथ घनफलसाधनार्थं तु मत्कृतचापीयत्रिकोणगणितस्य त्रिषष्टितमं पृष्ठमवलोकनीयं किमत्र प्रयासेन ।

अथ प्रकारान्तरेण तत्फलानयने करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

व्यासस्य वर्गे भनवाग्निनिघ्ने सूक्ष्मं फलं पञ्चसहस्रभक्ते ।
रुद्राहते शक्रहृतेऽथवा स्यात् स्थूलं फलं तद्व्यवहारयोग्यम् ॥४२॥
घनीकृतव्यासदलं निजैक विंशांशयुग्गोलघनं फलं स्यात् ।

न्यासः ७ । अस्य वर्गं ४९ । भनवाग्निनिघ्ने पञ्चसहस्रभक्ते तदेव सूक्ष्मं फलम् $३८\frac{२४२३}{५०००}$ । अथवा व्यासस्यवर्गं ४९ । रुद्राहते ५३९ । शक्रहृते लब्धं स्थूलं फलम् $३८\frac{१}{२}$ । घनीकृतव्यासदलम् $\frac{३४३}{२}$ निजैकविंशांशयुग्गोलस्य घनफलं स्थूलम् $१७९\frac{२}{३}$ ।

अत्रोपपत्तिः । अ ानन्तरोक्ताचार्यप्रकारेण—

$$\text{वृ. फ.} = \frac{\text{परिधि} \times \text{व्या}}{४} = \frac{\text{व्या} \times ३९२७}{१२५०} \cdot \frac{\text{व्या}}{४} = \frac{\text{व्या}^{२} \cdot ३९२७}{५०००}$$

उपपन्नः प्रथमः प्रकारः ।

$$\text{यदि च परिधिः} = \frac{\text{व्या. २२.}}{७} \text{ तदा}$$

$$\text{वृ. फ.} = \frac{\text{व्य. २२}}{७} \cdot \frac{\text{व्या}}{४} = \frac{११ \text{ व्या}^{२}}{१४} \text{ उपपन्नो द्वितीयः प्रकारः}$$

अथ गोलपृष्ठफलानयनोपपत्तिस्थक्षेत्रे मस्तकपरिधिर्यदि शून्यसमं कल्प्यते तदा क बिन्दुः अ बिन्दावेव स्यात्तदा तत्र (१) समीकरणागत फलं तलपरिध्यावधि गोलखण्डस्य पृष्ठफलं भवत्यतः—

गोलखण्डपृष्ठफलम् $=$ २प. त्रि. अय $=$ गोलपरिधि. वाण ।

एतेन— बाणेन गुणितो गोलपरिधिः पृष्ठजं फलम् ।
गोलीयशकलस्यैव व्यक्तेन विधिना स्फुटम् ॥ इत्युपपद्यते ।

अथ पूर्वस्मिन्नेव क्षेत्रे—

कर $=$ मस्तकपरिधिव्यासार्धम् $=$ ब

गय $=$ तलपरिधिव्यासार्धम् $=$ ब$_1$

यर $=$ उच्छ्रिति. $=$ अय$-$अर $=$ वा$_1-$वा $=$ उ

वा$_1$ $=$ उ $+$ वा तथा च त्रि $=$ गोलव्यासार्धम् ।

ततोऽत्र "त्रिज्योत्क्रमज्या निहतेर्दलस्य मूलं तदर्धांशकशिञ्जिनी" इत्यादि ग्रन्थकारस्य ज्योत्पत्त्या—

$$\text{ज्या}^2\ \tfrac{1}{2}\ \text{अकचाप} = \frac{\text{त्रि. वा}}{2}$$

$$= \frac{\text{कर}^2 + \text{अर}^2}{4}$$

$$\therefore\ \text{त्रि} = \frac{\text{ब}^2 + \text{वा}^2}{2\ \text{वा}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\text{एवमेव ज्या}^2\ \tfrac{1}{2}\ \text{अगचाप} = \frac{\text{त्रि. वा}_1}{2}$$

$$= \frac{\text{गय}^2 + \text{अय}^2}{4}$$

$$= \frac{\text{ब}_1^2 + \text{वा}_1^2}{4}$$

$$= \frac{\text{ब}_1^2 + (\text{उ} + \text{वा})^2}{4}$$

$$\therefore\ \text{त्रि} = \frac{\text{ब}_1^2 + (\text{उ}+\text{वा})^2}{2\text{वा}_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

अत्र (१) (२) समीकरणयोः साम्यकरणेन—

$$\frac{\text{ब}^2 + \text{वा}^2}{2\ \text{वा}} = \frac{\text{ब}_1^2 + (\text{उ}+\text{वा})^2}{2\text{वा}_1}$$

समच्छेदीकृत्य छेदापगमेन—

$$(उ+वा)(ब^{२}+वा^{२}) = वा\left\{ब^{२}_{१} + (उ+वा)^{२}\right\}$$

$$ब^{२}.उ + उ.वा^{२} + वा\,ब^{२} + वा^{३} = वा.ब^{२}_{१} + वा.उ^{२} + २वा^{२}.उ + वा^{३}.$$

$$उ^{२}.वा + वा(ब^{२}_{१} - ब^{२}) + वा^{२}.उ = उ.ब^{२}$$

$$वा,\ वा(ब^{२}_{१} - ब^{२} + उ^{२}) + वा^{२}.उ = उ.ब^{२}$$

$$\therefore ब^{२} = वा^{२} + वा.\frac{ब^{२}_{१} - ब^{२} + उ^{२}}{उ}$$

$$= वा^{२} + वा.\left\{\frac{ब^{२}_{१} - ब^{२}}{उ} + उ\right\}$$

अत्र यदि $गु = \frac{ब^{२}_{१} - ब^{२}}{उ} + उ$ कल्प्येत

तदा $ब^{२} = वा^{२} + वा.गु$

वर्गपूरणेन—

$$ब^{२} + \frac{गु^{२}}{४} = वा^{२} + वा\ गु + \frac{गु^{२}}{४}$$

मूलग्रहणेन—

$$मूल = वा + \frac{गु}{२}$$

$$\therefore वा = मूल - \frac{गु}{२}$$

एतेन—

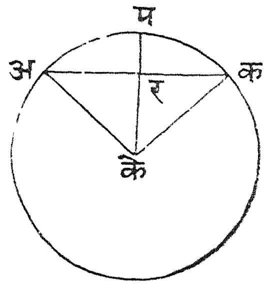
व्यासार्धवर्गान्तरशुद्धच्छ्रयाह्वद्युक्ते गुणस्तद्दलवर्गयुक्तात् ।
मूलं मुखव्यासदलस्य वर्गाद्गुणार्धहीनं हि शरस्तदीयः ॥ इत्युपपद्यते ।

अथानन्तरानीतप्रकारेण शरमानमानीय ततो "ज्याव्यासयोगान्तरघातमूल" मित्यादिवक्ष्यमाणाचार्यविधिवैपरीत्येन गोलव्यासं तत्परिधिं च विज्ञाय गोलपृष्ठ-फलानयनोपपत्तिस्थ (१) समीकरणेन—

बलयाकारगोलखण्डस्य पृष्ठफलम् = २ प. त्रि. यर = गो. परिधि. वेध ।
तथा वप्रफलानयनार्थं तु मत्कृतचापीयत्रिकोणगणितं द्रष्टव्यम् । तेनोपपन्नं

"गोलस्य परिधिर्वेधगुणितः पृष्ठजं फलम् ।
बलये वप्रके व्यासो मध्यान्तश्चापसंगुणः ॥" इतिपद्यम् ।

अथ गोलखण्डघनफलानयनार्थं तु तत्र तावत्कल्प्यते—



मस्तकवृत्तव्यासार्धम् = अर

= कर = ब ।

बाणः = पर = वा

गोलकेन्द्रम् = के

गोलव्यासार्धम् = त्रि ।

अत्र केअपक, के अक सूचीक्षेत्रयोर्घनफलयोरन्तरं वास्तवं अपक गोलशकलस्य घनफलं भवतीति तावत्क्षेत्रदर्शनतः स्फुटं गणितगोलविदाम् ।

अथात्र तावत्प्रथमं यथोक्त्या अपक गोलखण्डस्य पृष्ठफलमानीय तद्वेधगुणं त्रिभिर्भक्तं तदा के अपक सूच्या घनफलं भवतीत्यतः—

$$\text{के अपक सूचीघनफलम्} = \frac{\text{गोलपरिधि}.\ \text{वा}.\ \text{वे}}{३}$$

$$= \frac{\text{गोलपरि}\cdot\ \text{वा}\cdot\ \text{त्रि}}{३}$$

$$\text{एवं के अक सूचीघनफलम्} = \frac{\text{मस्तकपरिधि}.\ २\ \text{ब}\cdot\ \text{वे}}{४\cdot ३}$$

$$= \frac{\text{प}\cdot\ \text{ब}^{२}.\ \text{वे}}{३}$$

$$= \frac{\text{प}\cdot\ \text{ब}^{२}\ (\text{त्रि}-\text{वा})}{३}$$

द्वयोः फलयोरन्तरेण—

$$\text{गोलखण्डघनफलम्} = \frac{\text{गो}.\ \text{परि}.\ \text{वा}.\ \text{त्रि}}{३} - \frac{\text{प}.\ \text{ब}^{२}\ (\text{त्रि}-\text{वा})}{३}$$

$$= \frac{२\ \text{प}\ \text{त्रि}^{२}\ \text{वा}}{३} - \frac{\text{प}.\text{ब}^{२}\ (\text{त्रि}-\text{वा})}{३}$$

$$= \frac{\text{प}}{३}\left\{२\ \text{त्रि}^{२}.\ \text{वा} - \text{ब}^{२}\ (\text{त्रि}-\text{वा})\right\} \quad \ldots (१)$$

$$= \frac{\text{प}}{३}\left\{\text{त्रि}\ (२\ \text{त्रि}\cdot\text{वा} - \text{ब}^{२}) + \text{ब}^{२}.\text{वा}\right\}$$

$$= \frac{\text{प}}{३}\ (\text{त्रि}\ \text{वा}^{२} + \text{ब}^{२}.\ \text{वा})$$

अत्र यदि $\text{त्रि}.\text{वा}^{२} + \text{ब}^{२}\ \text{वा}$ = कस्यापिवृत्तस्य व्यासः

$$= \text{ब}'$$

तदा गोलखण्डघनफलम् $= \dfrac{\text{प}\,\text{ब}'}{३}$

$$= \frac{\text{प}'}{३}$$

(अत्र $\text{प}' = \text{ब}'$ व्यासे परिधिः)

एतेन—

शरव्यासखण्डे स्वनिघ्ने विनिघ्ने क्रमाद्गोलजव्यासखण्डाग्रुगाभ्याम् ।
तयोः संयुतिस्तत्समे व्याससमाने वृतीरामभक्ता घनाख्यं फलं स्यात् ॥ इत्युपपद्यते

अत्रैव (१) समीकरणे $\text{ब}^२ = \text{वा}\,(२\,\text{त्रि} - \text{वा})$ इति स्वीक्रियते तदा—

गोलखण्डघनफलम् $= \dfrac{\text{प}}{३} \left\{ २\,\text{त्रि}^२\,\text{वा} - \text{वा}\,(२\,\text{त्रि} - \text{वा})\,(\text{त्रि} - \text{वा}) \right\}$

$$= \frac{\text{प}\cdot\text{वा}}{३}\,(३\,\text{त्रि}\cdot\text{वा} - \text{वा}^२)$$

$$= \frac{\text{प}\cdot\text{वा}^२}{३}\,(३\,\text{त्रि} - \text{वा})$$

$$= \text{प}\ \ \text{वा}^२ \left(\text{त्रि} - \frac{\text{वा}}{३}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (२)$$

$$= \text{प}\cdot\text{वा}^२ \left(\frac{\text{ब}^२ + \text{वा}^२}{२\,\text{वा}} - \frac{\text{वा}}{३}\right)$$

$$= \frac{\text{प}\cdot\text{वा}}{६}\,(३\,\text{ब}^२ + \text{वा}^२)$$

$$= \frac{\text{प}}{६}\cdot\text{वा}\,(३\,\text{ब}^२ + \text{वा}^२)$$

अत्रापि यदि वा $(३\,\text{ब}^२ + \text{वा}^२) =$ कस्यापिव्यासः स्यात् $= \text{ब}''$ तस्य परिधिः $= \text{प}\cdot\text{वा}\,(३\,\text{ब}^२ + \text{वा}^२) = \text{प}''$ ।

अतः गोलखण्डघनफलम् $= \dfrac{\text{प}''}{६}$

एतेन—व्यासार्धवर्गस्त्रिगुणः शरस्य वर्गेण युक्तो निहतः शरेण ।
तद्व्याससमाने परिधीरसाप्तो गोलीयखण्डस्य घनं फलं वा इत्युपपद्यते ।

अत्रैव (२) समीकरणेन—

शरघ्नद्विघ्नोनगोलीयव्यासखण्डं समाहतम् ।

शरवर्गेण तद्व्यासे परिधिः फलमेव वा ॥ वा इति पद्यं सम्यगुपपद्यते ।

अत्रैव मस्तकतलवृत्तावधि गोलखण्डयोर्यथोक्त्या घनफले आनीय तयोरन्तरेण वलयाकारस्य गोलशकलस्य घनफलं भवतीति तावत्सुप्रसिद्धमतस्तद्वासना सूचको मदीयातिचमत्कारकः प्रकारः ।

व्यासार्धवर्गौ त्रिगुणौ विधेयौ योगस्तयोरुच्छ्रितिवर्गयुक्तः ।
तदुच्छ्रितिघ्नः परिकल्प्य साध्यो व्यास सुधीभि परिधिः सुसूक्ष्मः ।
रसहृत्परिधिः सूक्ष्मं घनात्मकफलं बुधाः ।
वलयाकृतगोलीयशकलस्य भवेद्ध्रुवम् ॥ इति ।

अत्रान्ये ये विशेषास्तदर्थं परिशिष्टप्रकरणं द्रष्टव्यम् ।

अथ घनफलानयने तु । "द्वाविंशतिघ्ने विहृतेऽथ शैलै" रित्यादिना जातः स्थूलः परिधिः $= \dfrac{२२ \text{ व्या}}{७}$ ततो "वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासपादः फल" मित्यादिना—

$$\text{गोलघनफलम्} = \frac{२२ \text{ व्या}}{७} \cdot \frac{\text{व्या}}{४} \cdot ४ \times \frac{\text{व्या}}{६}$$

$$= \frac{२२ \text{ व्या}^{३}}{७ \times ६} = \frac{२२ \text{ व्या}^{३}}{२ \times २१} = \frac{\text{व्या}^{३}}{२} + \frac{\text{व्या}^{३}}{२ \times २१}$$

एतेनोपपन्नामाचार्योक्तम् ।

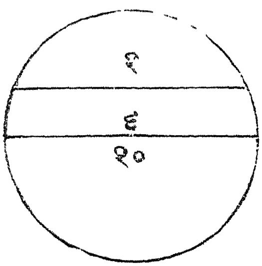
शरजीवानयनाय करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

ज्याव्यासयोगान्तरघातमूलं व्यासस्तदूनो दलितः शरः स्यात् ॥४३॥
व्यासाच्छरोनाच्छरसंगुणाच्च मूलं द्विनिघ्नं भवतीह जीवा ।
जीवार्धवर्गे शरभक्तयुक्ते व्यासप्रमाणं प्रवदन्ति वृत्ते ॥ ४४ ॥

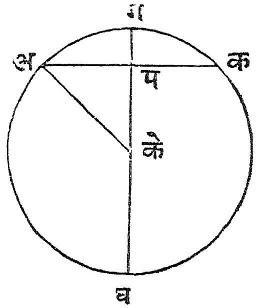
उदाहरणम् ॥

दशविस्तृतिवृत्तान्तर्यत्र ज्या पण्मिता सखे ।
तत्रेषुं वद वाणाज्ज्यां ज्यावाणाभ्यां च विस्तृतिम् ॥ १ ॥

न्यासः



व्यासः १० । ज्या ६ । योगः १६ । अन्तरम् ४ । घातः ६४ । मूलम् ८। एतदूनो व्यासः २ । दलितः १ । जातः शरः १। व्यासात् १०। शरोनात् ९। शर १ संगुणात् ९ । मूलं ३ द्विनिघ्नं जाता जीवा ६ । एवं ज्ञाताभ्यां ज्यावाणाभ्यां व्यासानयनं यथा । जीवार्द्ध ३। वर्गे शर १ भक्ते ९। शर १ युक्ते जातो व्यासः १० ।



अत्रोपपत्तिः । अत्र ज्याशब्देन पूर्णज्या बोध्या । तेनात्र कल्प्यते अक = ज्या, के = वृत्तकेन्द्रम् ।

गप = शरः = श । गव = वृत्तव्यासः = व्या ।

अथ क्षेत्रमित्या—

$$\text{केप}^{2} = \text{अके}^{2} - \text{अप}^{2} ।$$

$$= (\text{अके} + \text{अप})(\text{अके} - \text{अप})$$

$$= ४ \cdot \frac{(\text{अके} + \text{अप})(\text{अके} - \text{अप})}{४}$$

$$= \frac{(२\text{अके} + २\text{अप})(२\text{अके} - २\text{अप})}{४}$$

$$= \frac{(\text{व्या} + \text{ज्या})(\text{व्या} - \text{ज्या})}{४}$$

मूलग्रहणेन—

$$\text{केप} = \frac{\text{मू}}{२} \therefore \text{गप} = \text{केग} - \text{केप} = \tfrac{१}{२}\text{व्या} - \frac{\text{मू}}{२} = \frac{\text{व्या} - \text{मू}}{२} = \text{श}$$

अत उक्तं ज्याव्यासयोगान्तरघातमूलं व्यासस्तदूनो दलितः शर इति ।

$$\text{तथा च अप}^{2} = \text{केअ}^{2} - \text{केप}^{2}$$

$$= (\text{केअ} + \text{केप})(\text{केअ} - \text{केप})$$

$$= \text{घप} \times \text{गप}$$

$$= (\text{व्या} - \text{श})\,\text{श}$$

अतोऽस्य मूलं द्विगुणं अक जीवा स्यात् । एवमस्य वैपरीत्येन

$$\text{व्यासः} = \frac{\text{अप}^{2}}{\text{श}} + \text{श} = \frac{(\tfrac{१}{२}\text{ज्या})^{2}}{\text{श}} + \text{श}$$ अत उपपन्नं सर्वम् ।

अथ यदि चापमानं स्वल्पं तदा शरजीवाभ्यां चापज्ञानार्थमुपायः प्रदर्श्यते ।

कल्प्यते चापमानम् = चा, रूपव्यासार्धेऽस्यमानम् = ष, वृत्तव्यासार्धम् = अ, चापपूर्णज्या = पू, चापार्धपूर्णज्या = $\text{पू}'$ ततः सरलत्रिकोणगणितेन—

$$\text{चा} = \text{ष} \cdot \text{अ},\ \text{पू} = २\,\text{ज्या}\,\tfrac{१}{२}\text{प} \cdot \text{अ},\ \text{एवं}\ \text{पू}' = २\,\text{ज्या}\,\frac{\text{प}}{४} \cdot \text{अ},$$

$$\because \text{पू}.\text{य} = २\,\text{ज्या}\,\frac{\text{प}}{२} \cdot \text{अ}.\text{य},\ \text{पू}'.\text{र} = २\,\text{ज्या}\,\frac{\text{ष}}{४} \cdot \text{अ}.\text{र}.$$

$$\therefore \text{पू}.\text{य} + \text{पू}'.\text{र} = २\,\text{अ}\left(\text{ज्या}\,\frac{\text{प}}{२}.\text{य} + \text{ज्या}\frac{\text{ष}}{४}\,\text{र}\right)$$

ततः सरलत्रिकोणमित्या—

$$\text{ज्या}\frac{\text{प}}{२} = \frac{\text{प}}{२} - \frac{\text{प}^{३}}{२.३.८.} + \frac{\text{प}^{५}}{२.३.४.५.२^{५}} - \cdots\cdots \text{ इत्यादि}$$

$$\text{ज्या}\frac{\text{प}}{४} = \frac{\text{प}}{४} - \frac{\text{प}^{३}}{२.३.४^{३}} + \frac{\text{ष}^{५}}{२.३.४.५.४.^{३}} - \cdots\cdots \text{ इत्यादि}$$

एतदर्थं मत्कृतचापीयत्रिकोणगणितस्य लघुरिक्थप्रकरणं विलोकनीयम् ।

$$\therefore \quad \text{पु·य} + \text{पू·र} = \text{२अ} \left\{ \left(\frac{\text{य}}{\text{२}} + \frac{\text{र}}{\text{४}} \right) \text{प} - \left(\frac{\text{य}}{\text{४८}} + \frac{\text{र}}{\text{६·६४}} \right) \text{प}^{\text{३}} + \cdots \right\} \quad \cdots \quad (\text{१})$$

यद्यत्र $\frac{\text{य}}{\text{२}} + \frac{\text{र}}{\text{४}} = \frac{\text{१}}{\text{२}}, \; \frac{\text{य}}{\text{८}} + \frac{\text{र}}{\text{६४}} = \text{०}$ कल्प्यते तदा $\text{य} = -\frac{\text{१}}{\text{३}}, \; \text{र} = \frac{\text{८}}{\text{३}}$

अतः (१) समीकरणे ह्युत्थापनेन—

$$\frac{\text{८ पू}'}{\text{३}} - \frac{\text{पु}}{\text{३}} = \text{अ·प} - \frac{\text{अ · प}^{\text{५}}}{\text{७६८०}} \quad \text{स्वल्पान्तरात्}$$

$$= \text{चा} - \frac{\text{चा·प}^{\text{४}}}{\text{७६८०}}$$

$$= \text{चा} \left(\text{१} - \frac{\text{प}^{\text{४}}}{\text{७६८०}} \right)$$

$$\therefore \frac{\text{८ पू}' - \text{पू}}{\text{३}} = \text{चा} \quad \text{स्वल्पान्तरात् ।}$$

एतेन—

नागैर्हता चापदलज्यकोना चापज्यया रामविभाजिता स्यात् ।
स्थूलं महच्चापमतो विलोमात्साध्या सुधीभिर्धनुरर्धजीवा ॥ इत्युपपद्यते

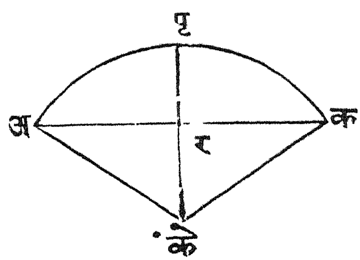
अत्रैव यदि चापचतुर्थांशजीवा $= \text{पू}''$ कल्प्यते, तदाऽपि पूर्वानीतप्रकारेण—

$$\frac{\text{२६९ पू}'' + \text{पू} - \text{४० पू}'}{\text{४९}} = \text{चा} \left(\text{१} + \frac{\text{प}^{\text{६}}}{\text{२०६४३८४०}} \right) \quad \text{इति भवति}$$

$$\therefore \frac{\text{२५६ पू}'' + \text{पू} - \text{४० पू}'}{\text{४९}} = \text{चा} \quad \text{स्वल्पान्तरात् ।}$$

एतेन—

चापाङ्घ्रिजीवा नृपवर्गनिघ्नी चापज्ययाढ्या धनुरर्धमौर्व्या ।
खवेदनिघ्न्या रहितेषुवेदैर्विभाजिता वा धनुरस्फुटं स्यात् ॥ इति सम्यगुपपद्यते ।



अथ धनुःक्षेत्रफलानयनार्थं तु कल्प्यते अक = ज्या, अपृक = धनुः = चा । अत्र अपृक चाप-क्षेत्रं यस्य फलानयनमभीष्टम् । तत्तु केअपृक, केअक क्षेत्रफलयोरन्तरसमं भवतीत्यतः—

$$\text{केअपृकक्षेत्रफलम्} = \frac{\text{वृफ.चा}}{\text{परिधि}}$$

$$= \frac{\text{ज्या · चा}}{\text{४}} \quad \text{एवं } \triangle \text{केअक} = \frac{\text{अक · केर}}{\text{२}} = \frac{\text{ज्या (केपृ−पृर)}}{\text{२}}$$

अनयोरन्तरेणाभीष्टचापक्षेत्रफलम्

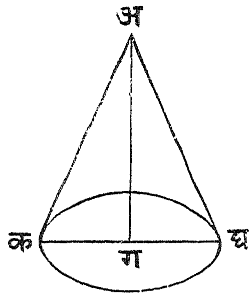
$$= \frac{\text{व्या}\cdot\text{चा}}{\text{४}} - \frac{\text{ज्या}\,(\,\text{केपृ} - \text{पृर}\,)}{\text{२}}$$

$$= \frac{\text{व्या}\,.\,\text{चा} - \text{२ ज्या}\cdot\text{केपृ} + \text{२ ज्या}.\text{पृर}}{\text{४}}$$

$$= \frac{\text{व्या चा} - \text{ज्या व्या} + \text{२ ज्या श}}{\text{४}}$$

$$= \frac{\text{व्या}\,(\,\text{चा} - \text{ज्या}\,) + \text{२ ज्या}\,.\,\text{श}}{\text{४}}$$ एतेनोपपन्नमन्योक्तपद्यम् *

अथ जात्यत्रिभुजस्य कोटिं स्थिरां कृत्वा तत्परितः कर्णरेखाभ्रमणेन यत्क्षेत्रमुत्पद्यते सैव समसूचीति कथ्यते तस्या एव पृष्ठफलानयनार्थमुपायः प्रदर्श्यते ।



कल्प्यते अकघ. समसूची यस्यावेधः = अग तथाऽऽधारवृत्तव्यासार्धम् = कग । अनयोर्वर्गयोगमूलेन कर्णः = अक .

अथाधारवृत्तपरिधेः न विभागं कृत्वा प्रतिभागः $\frac{\text{प}}{\text{न}}$ अयं भूमिरूपः तथा सूचीकर्णौ भुजरूपावेवं न समानि त्रिभुजान्युत्पद्यन्ते तत्रैकस्य फलं न संख्यया गुणं स्थूलं सूचीपृष्ठफलं भवतीति स्थितिः ।

अत एकस्य तादृशत्रिभुजस्य फलम् $= \frac{\text{वृप}}{\text{न}}\cdot\frac{\text{लं}}{\text{२}}$

$\therefore$ इदं न अनेन गुणं जातः

सर्वेषां त्रिभुजफलानां योगः $= \frac{\text{वृप} \times \text{लं}}{\text{२}}$ अत्र न मानं यथा यथाऽधिकं स्यात्तथा तथा पूर्वानीतफलं वास्तवसूचीपृष्ठफलासन्नं स्यात्तेन परमाऽधिकेऽनन्तसमे न माने तु तद्वास्तवपृष्ठफलमेव भवत्यतो वास्तवसूचीपृष्ठलम्

$$= \frac{\text{वृप}\,.\,\text{अक}}{\text{२}}$$

अथ वा क बिन्दौ सूचीं छित्वा भूमौ स्थापनेन सरलाकारकं त्रिभुजं स्याद्यस्य सूच्याधारवृत्तपरिधिरूपा भूमिस्तथा सूचीकर्णौ च भुजौ स्तः । अतोऽस्य यत्फलं तदेव सूचीपृष्ठफलं स्यात्तत्तु पूर्वानीतसमीकरणसममेव ।

* "धनुर्ज्यावान्तराद्व्यासनिहताच्छरजीवयोः ।
घातेन द्विगुणेनाढ्यादङ्घ्रिः स्पष्टधनुः फल"मिति ।

एतेन—

आधारवृत्तपरिधिर्वेधव्यासार्धवर्गयोः ।

योगमूलहतो द्वाभ्यां भक्तः पृष्ठफलं भवेत् । इति ॥ सम्यगुपपद्यते ।

अथ वृत्तान्तस्त्र्यस्रादिनवास्रान्तक्षेत्राणां भुजमानानयनाय करणसूत्रं वृत्तत्रयम् ।

त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रै—(१०३९२३)
स्त्रिबाणाष्टयुगाष्टभिः (८४८५३)
वेदाग्निबाणखाश्वैश्च (७०५३४)
खखाभ्राभ्ररसैः (६००००) क्रमात् ॥४५॥
बाणेषुनखबाणैश्च (५२०५५)
द्विद्विनन्देषुसागरैः (४५९२२)
कुरामदशवेदैश्च (४१०३१)
वृत्तव्यासे समाहते ॥ ४६ ॥
खखखाभ्रार्क (१२००००) संभक्ते
लभ्यन्ते क्रमशो भुजाः ।
वृत्तान्तस्त्र्यस्रपूर्वाणां
नवास्रान्तं पृथक् पृथक् ॥ ४७ ॥

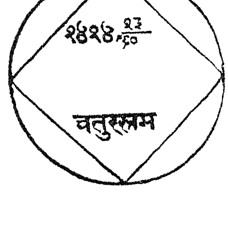
उदाहरणम् ।

सहस्रद्वितयव्यासं यद्वृत्तं तस्य मध्यतः ।
समत्र्यस्रादिकानां मे भुजान् वद पृथक् पृथक् ॥ १ ॥

अथ वृतान्तस्त्रिभुजे भुजमानानयनाय

न्यासः । व्यासः २००० । त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रै-(१०३९२३) गुणितः । (२०७८४६०००) खखखाभ्रार्कै—(१२००००) भक्तो लब्धं त्र्यस्रे भुजमानम् १७३२$\frac{१}{२०}$ ।

वृत्तान्तश्चतुर्भुजे भुजमानानयनाय



न्यासः । व्यासः २००० । त्रिबाणाष्टयुगाष्टभि—(८४८५३) गुणितः (१६९७०६०००) खखखाभ्रार्कै—(१२००००) भक्तो लब्धं चतुरस्रे भुजमानम् १४१४$\frac{१३}{६०}$ ।

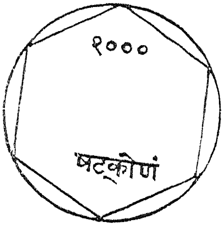
वृत्तान्तः पञ्चभुजे भुजमानानयनाय

न्यासः ।

व्यासः २००० । वेदाग्निबाणखाश्वै--(७०५३४) गुणितः (१४१०६८०००) खख-खाभ्राकैं--(१२००००) र्भक्तो लब्धं पञ्चास्रे भुजमानम् ११७५१७/३० ।

वृत्तान्तः षड्भुजे भुजमानानयनाय

न्यासः ।



व्यासः २००० । खखाभ्राभ्ररसै (६००००) गुणितः (१२०००००००) खखखाभ्रार्कै-(१२००००) र्भक्तो लब्धं षड्भुजमानम् १००० ।

वृत्तान्तः सप्तभुजे भुजमानानयनाय

न्यासः ।

व्यासः २००० । बाणेषुनखबाण--(५२०५५) गुणितः (१०४११००००) खखखाभ्रार्कै--(१२००००) र्भक्तो लब्धं सप्तास्रभुजमानम् ८६७७/१२ ।

वृत्तान्तरष्टभुजे भुजमानानयनाय

न्यासः ।

व्यासः २००० । द्विद्विनन्देषुसागरै-(४५९२२) गुणितः (९१८४४०००) खखखाभ्रार्कै-(१२००००) र्भक्तो लब्धमष्टास्रभुजमानम् ७६५११/३०

वृत्तान्तर्नवभुजे भुजमानानयनाय

न्यासः ।

व्यासः २००० । कुरामदशवेदै (४१०३१) गुणितः (८२०६२०००) खखखाभ्रार्कै (१२००००) भक्तो लब्धं नवास्रे भुजमानम् ६८३ $\frac{१७}{२०}$

एवमिष्टव्यासादिभ्यो ध्रुवकेभ्योऽन्या अपि जीवाः सिध्यन्तीति । तास्तु गोले ज्योत्पत्तौ वक्ष्ये ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र सूक्ष्मज्यासाधनविधिना कोटिमितत्रिज्यायां वृत्तान्तः—

समत्रिभुजे भुजः = २ ज्या ६०° = पूर्णज्या १२०° = १७३२०५०८

समचतुर्भुजे भुजः = २ ज्या ४५° = पूज्या ९०° = १४१४२१३६

समपंचभुजे भुजः = २ ज्या ३६° = पूज्या ७२° = ११७५५७०६

समषड्भुजे भुजः = २ ज्या ३०° = पूज्या ६०° = १००००००००

समसप्तभुजे भुजः = २ ज्या $\frac{१८०}{७}$° = पूज्या $\frac{३६०}{७}$° = ८६७७६७७

समाष्टभुजे भुजः = २ ज्या $\frac{४५}{२}$° = पूज्या ४५° = ७६५३६६८

समनवभुजे भुजः = २ ज्या ३०° = पूज्या ४०° = ६८४०४०२

ततो यदि कोटित्रिज्यायां पूर्वानीतास्त्रिभुजादिभुजास्तदा ६०००० त्रिज्यायां किमिति लब्धा.—

त्रिभुजे भु = $\frac{१७३२०५०८\times६००००}{१००००००००} = \frac{१७३२०५०८\times६}{१०००}$ = १०३९२३ $\frac{६८}{१००}$

४ भुजे भु = $\frac{१४१४२१३६\times६००००}{१००००००००} = \frac{१४१४२१३६\times६}{१०००}$ = ८४८५२ $\frac{८१६}{१०००}$

५ भुजे भु = $\frac{११७५५७०६\times६००००}{१००००००००} = \frac{११७५५७०६\times६}{१०००}$ = ७०५३४ $\frac{२३६}{१०००}$

६ भुजे भु = $\frac{१००००००००\times६००००}{१००००००००} = \frac{१००००००००\times६}{१०००}$ = ६००००

७ भुजे भु = $\frac{८६७७६७७\times६००००}{१००००००००} = \frac{८६७७६७७\times६}{१०००}$ = ५२०६६ $\frac{६३}{१०००}$

८ भुजे भु = $\frac{७६५३६६८\times६००००}{१००००००००} = \frac{७६५३६६८\times६}{१०००}$ = ४५९२२ $\frac{८}{१०००}$

९ भुजे भु = $\frac{६८४०४०२\times६००००}{१००००००००} = \frac{६८४०४०२\times६}{१०००}$ = ४१०४२ $\frac{४१२}{१०००}$ =

अत्रार्धाधिके रूपं ग्राह्यं तथाऽर्धाल्पे त्याज्यमिति नियमेनात्राचार्यमतेन सप्तास्र-नवास्रभुजयोरेकादशान्तरं पतत्यत आचार्येण स्थूलज्यापिण्डं गृहीत्वा ते द्वे भुजमाने साधिते इति ज्यागणितविदामतिरोहितमेवेत्युपपन्नं सर्वम् ।

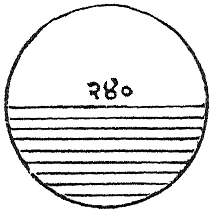
अथ स्थूलजीवाज्ञानार्थं लघुक्रियाकरणसूत्रं वृत्तम् ।

चापोननिघ्नपरिधिः प्रथमाह्वयः स्यात्
पञ्चाहतः परिधिवर्गचतुर्थभागः ।
आद्योनितेन खलु तेन भजेच्चतुर्घ्न-
व्यासाहतं प्रथममाप्तमिह ज्यका स्यात् ॥ ४८ ॥

उदाहरणम् ।

अष्टादशांशेन वृतेः समानमेकादिनिघ्नेन च यत्र चापम् ।
पृथक् पृथक् तत्र वदाशु जीवां खार्कैर्मितं व्यासदलं च यत्र ॥

न्यासः । ७५४



व्यासः २४० । अत्र किलाङ्कलाघवाय विंशतेः सार्द्धार्कशतांशमिलितः सूक्ष्मपरिधिः ७५४ । अस्या अस्याष्टादशांशः ४२ । अत्राप्यङ्कलाघवाय द्वयोरष्टादशांशयुतो गृहीतः । अनेन पृथक् पृथगेकादिगुणितेन तुल्ये धनुषि कल्पिते ज्याः साध्याः ।

अथ वा ऽत्र सुखार्थं परिधेरष्टादशांशेन परिधिं धनूषिं चापवर्त्य ज्याः साध्यास्तथापि ता एव भवन्ति ।

अपवर्त्तिते न्यासः । परिधिः १८ । चापानि च १ । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ । यथोक्तकरणेन लब्धा जीवाः ४२ । ८२ । १२० । १५४ । १८४ । २०८ । २२६ । २३६ । २४० ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि ज्याशब्देन पूर्णज्यैवावधेया । तेन कल्प्यते

$$\text{ज्याचा} = \frac{\text{या}\,(\,\text{परिधि}-\text{चा}\,)\,\text{चा}}{\text{का}-(\text{परिधि}-\text{चा})\,\text{चा}}$$

अत्र यदि $\frac{\text{परिधि}}{६} = \text{चा}$ तदा—

$$\text{ज्याचा} = \frac{\text{या}\,(\,\overset{\prime}{\text{प}} - \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{६}\,)\,\frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{६}}{\text{का} - \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{६}\,(\overset{\prime}{\text{प}} - \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{६})}$$

$$= \frac{९\,\text{या}\cdot\overset{\prime}{\text{प}}^{२}}{३६\,\text{का} - ९\overset{\prime}{\text{प}}^{२}} = \frac{\text{व्यास}}{२} \,\cdots\cdots\cdots\cdots (१)$$

यदि $\text{चा} = \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{२}$ तदा—

$$\text{ज्याचा} = \frac{\text{या}\,(\,\overset{\prime}{\text{प}} - \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{२}\,)\,\frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{२}}{\text{का} - \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{२}\,(\,\overset{\prime}{\text{प}} - \frac{\overset{\prime}{\text{प}}}{२}\,)} = \frac{\text{या}\cdot\overset{\prime}{\text{प}}^{२}}{४\,\text{का} - \overset{\prime}{\text{प}}^{२}} = \text{व्यासः} \cdots\cdots (२)$$

अत्र (१) समीकरणेन—

$$१०\,\text{या}\cdot\overset{\prime}{\text{प}}^{२} = ३६\cdot\text{व्या}\cdot\text{का} - ९\,\overset{\prime}{\text{प}}^{२}\cdot\text{व्या}$$

$\therefore$ या $\cdot$ प^{२} $= \dfrac{३६ \cdot \text{ज्या} \cdot \text{का} - ९ \overset{।}{\text{प}}{}^{२} \cdot \text{ज्या}}{१०}$ ....(३)

एवं (२) समीकरणबलेन—

या $\cdot$ $\overset{।}{\text{प}}$ = ४ का $\cdot$ ज्या–ज्या $\cdot$ $\overset{।}{\text{प}}{}^{२}$ ....(४)

अत्र (३) (४) समीकरणयोः साम्यकरणेन—

$$\frac{३६ \cdot \text{ज्या} \cdot \text{का} - ९ \overset{।}{\text{प}}{}^{२} \cdot \text{ज्या}}{१०} = ४ \text{ का} \cdot \text{ज्या} - \text{ज्या} \cdot \overset{।}{\text{प}}{}^{२}$$

$\therefore$ ३६ ज्या·का – ९ $\overset{।}{\text{प}}{}^{२}$ ज्या = ४० का ज्या – १० ज्या $\overset{।}{\text{प}}{}^{२}$

समशोधनेन—

४ का $\cdot$ ज्या = ९ ज्या $\overset{।}{\text{प}}{}^{२}$

$$\therefore \text{का} = \frac{९ \overset{।}{\text{प}}{}^{२}}{४}$$

$$\text{एवं या} = \frac{४\text{का} \cdot \text{ज्या} - \text{ज्या} \cdot \overset{।}{\text{प}}{}^{२}}{\overset{।}{\text{प}}{}^{२}}$$

$$= \frac{९ \overset{।}{\text{प}}{}^{२} \ \text{ज्या} - \overset{।}{\text{प}}{}^{२}}{\overset{।}{\text{प}}{}^{२}}$$

$$= \frac{४ \overset{।}{\text{प}}{}^{२} \cdot \text{ज्या}}{\overset{।}{\text{प}}{}^{२}} = ४ \text{ ज्या} \cdot$$

अतः या, का आभ्यामुत्थापनतः—

$$\text{ज्याचा} = \frac{४ \text{ ज्या} (\overset{।}{\text{प}} - \text{चा}) \text{ चा}}{\frac{५ \overset{।}{\text{प}}}{४} - (\overset{।}{\text{प}} - \text{चा}) \text{ चा}}$$

अत्र यदि ($\overset{।}{\text{प}}$ – चा) चा = प्रकल्प्यते तदा—

$$\text{चा} = \frac{४ \text{ ज्या} \cdot \text{प्र}}{\frac{५}{४} \cdot \overset{।}{\text{प}}{}^{२} - \text{प्र}} \text{ उपपन्नम् ।}$$

अथ चापानयनाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

ज्यासाङ्घ्रिघातयुतमौर्विकया विभक्तो
जीवाङ्घ्रिपञ्चगुणितः परिधेस्तुवर्गः ।
लब्धोनितात् परिधिवर्गचतुर्थभागा-
दाप्ते पदे वृतिदलात् पतिते धनुः स्यात् ॥ ४९ ॥

उदाहरणम् ।

विहिता इह ये गुणास्ततो वद तेषामधुना धनुर्मितिम् ।
यदि तेऽस्ति धनुर्गुणक्रियागणिते गाणितिकातिनैपुणम् ॥ १ ॥

न्यासः ४२। ८२। १२०। १५४। २८४। २०८। २२६। २३६। २४०। स एवापवर्त्तितपरिधिः १८ व्यासा—(२४०) ब्धि (४) घात ९६० युतमौर्विकया-१००२ ऽनया जीवाङ्घ्रिणा $\frac{२१}{२}$ पञ्चभि ५अ परिधे-१८ वर्गो ३२४ गुणितः १६०१० भक्तो लब्धः (१७) अत्राङ्कलाघवाय चतुर्विंशतेर्द्व्यधिकसहस्रांशयुतो गृहीतोऽनेनोनितात् परिधि-१८ वर्ग-३२४ चतुर्थभागात् ६४ पदे प्राप्ते (८) वृति—(१८) दलात् (९) पतिते (१) जातं धनुः। एवं जातानि धनूंषि १। २। ३। ४। ५। ६। ७। ८। ९। एतानि परिध्यष्टादशांशेन गुणितानि स्युः।

इति श्रीभास्कराचार्यविरचितायां लीलावत्यां क्षेत्रव्यवहारः समाप्तः।

अत्रोपपत्तिः। अत्रानन्तरसूत्रबलेन—

$$\text{ज्या} = \frac{४\cdot\text{व्या}.\ \text{प्र}}{\frac{५\ \text{पं}^{२}}{४} - \text{प्र}}$$

$$४\ \text{व्या}.\ \text{प्र} = \text{ज्या}.\ \frac{५\ \text{पं}^{२}}{४} - \text{ज्या}.\ \text{प्र}$$

$$\therefore \text{प्र}\ (४\ \text{व्या} + \text{ज्या}) = \text{ज्या}\cdot \frac{५\ \text{पं}^{२}}{४}$$

$$\therefore \text{प्र} = \frac{\text{ज्या}.\ ५.\ \text{पं}^{२}}{४\ (४\text{व्या} + \text{ज्या})} = \text{लब्धि}$$

$$\text{वा},\ (\text{पं} - \text{चा})\ \text{चा} = \text{लब्धि}$$

$$\therefore \text{पं}\cdot \text{चा} - \text{चा}^{२} = \text{ल}$$

$$\text{वा}\quad \text{चा}^{२} - \text{पं}\cdot \text{चा} = - \text{ल}$$

$$\text{चा}^{२} - \text{पं}\cdot\text{चा} + \frac{\text{पं}^{२}}{४} = \frac{\text{पं}^{२}}{४} - \text{ल}$$

मूलग्रहणेण—

$$\text{चा} - \frac{\text{पं}}{२} = \sqrt{\frac{\text{पं}२}{४} - \text{ल}}$$

$\therefore \text{चा} = \frac{\text{पं}}{२} - \text{पद}$ उपपन्नं सर्वं भास्करोक्तम्।

अत्रैव यदि $\text{ज्याचा} = \frac{\text{य}\cdot \text{र}\ (१८० - \text{चा})}{\text{क}.\ \text{र} - (१८० - \text{चा})\ \text{चा}}$ कल्प्यते तदा—

यत्र $\text{चा} = \frac{१८०}{२}$ तत्र कल्पितयुक्त्या—

$$ज्या = \frac{य\ र\ (१८० - \frac{१८०}{२})\ \frac{१८०}{२}}{क\cdot र - \frac{१८०}{२}\ (१८० - \frac{१८०}{२})}$$

$$= \frac{य\ .\ र\cdot १८०^{२}}{४\ क\ र - १८०^{२}} = त्रि = \frac{ज्या}{२}$$

$$\therefore २\ य\cdot र\cdot १८०^{२} = ४\ क\ र\ ज्या - १८०^{२}\cdot ज्या \ldots\ldots (१)$$

यदि च चा $= \frac{१८०}{६}$ तदा—

$$ज्या = \frac{य.\ र\ (१८० - \frac{१८०}{६})\ \frac{१८०}{६}}{क\cdot र - \frac{१८०}{६}\ (१८० - \frac{१८०}{६})}$$

$$= \frac{५\ य\ .\ र\cdot १८०^{२}}{३६\cdot क\cdot र - ५\cdot १८०^{२}} = \frac{त्रि}{२} = \frac{ज्या}{४}$$

$$\therefore २०\ य\cdot र\cdot १८०^{२} = ३६.\ क.\ र\ ज्या - ५\ १८०^{२}\ ज्या. \ldots (२)$$

अत्र (१) समीकरणं दशभिः संगुण्य (२) अनेन समम्यते तदा—

$$४०\ क.\ र.\ ज्या - १०\ ज्या\ १८०^{२} = ३६\ क\cdot र\ ज्या - ५\ ज्या\ १८०^{२}$$

$$४\ क.\ र.\ ज्या = ५\ ज्या\cdot १८०^{२}$$

$$\therefore क.\ र = \frac{५.\ १८०^{२}}{४} = ५\ (\frac{१८०}{२})^{२} = ५ \times ९०^{२}$$

$$= ५ \times ८१०० = ४०५०००.$$

$$एवं\ य.\ र = \frac{(५\cdot १८०^{२} - १८०^{२})\ ज्या}{२ \times १८०^{२}} = \frac{४\ ज्या.\ १८०^{२}}{२ \times १८०^{२}} = २\ ज्या$$

यद्यत्र र $= ४$ कल्प्यते तदा य $= \frac{ज्या}{२}$, क $= १०१२५$

अत उत्थापनेन—

$$ज्याचा = \frac{\frac{ज्या}{२}\ (१८० - चा)\ चा}{१०१२५ - \frac{(१८० - चा)\ चा}{४}}$$ एतेन श्रीपत्युक्तं * ।

ज्यानयनमुपपद्यते इति प्रसङ्गागतविचारेण ।

इति लीलावतीवासनायां क्षेत्रव्यवहारः समाप्तः ।

---

* श्रीपतिप्रकारः ।

दोः कोटिभागरहिताभिहताः खनागचन्द्रा स्तदीयचरणोनशरार्कदिग्भिः ।

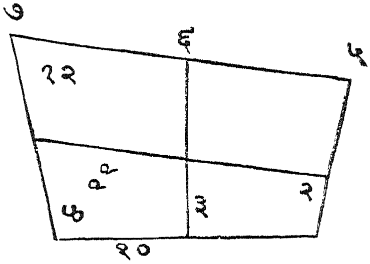
ते व्यासखण्डगुणिता विहृताः फलं तु ज्याभिर्विनापि भवतो भुजकोटिजीवे। इति ॥

अथ खातव्यवहारे करणसूत्रं सार्द्धार्या
गणयित्वा विस्तारं बहुषु स्थानेषु तद्युतिर्भाज्या ।
स्थानकमित्या सममितिरेवं दैर्घ्ये च वेधे च ॥ १ ॥
क्षेत्रफलं वेधगुणं खाते घनहस्तसङ्ख्या स्यात् ।

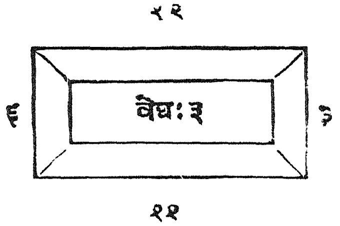
उदाहरणम् ॥

भुजवक्रतया दैर्ध्यं दशेशार्ककरैर्मितम् ।
त्रिषु स्थानेषु षट्पञ्चसप्तहस्ता च विस्तृतिः ॥ १ ॥
यस्य खातस्य वेधोऽपि द्विचतुस्त्रिकरः सखे
तत्र खाते कियन्तः स्युर्घनहस्तान् प्रचक्ष्व मे ॥ २ ॥

तत्क्षेत्रदर्शनम् ।



अत्र सममितिकरणेन विस्तारे हस्ताः ६ । दैर्घ्ये ११ ।
वेधे च ३ । तथा कृते क्षेत्रदर्शनम् ।



अत्रोपपत्तिः । भुजवक्रविशिष्टस्य क्षेत्रस्य फलानयनार्थं तत्र तावत्क्षेत्रस्यानेकेषु स्थानेषु दैर्घ्यविस्तृतिवेधान् गणयित्वा पृथक् पृथक् तद्युतिमानं मापितस्थानसंख्यया भजनेन मध्याभिप्रायिकं दैर्घ्यादिमानं स्यात्तद्वशेन यत्समखाताभिधं क्षेत्रमुत्पद्यते तत्तु वास्तवखातस्य सममेव भवतीति रेखागणितेन स्फुटं गणितविदाम् । परमेवं तदैव-स्याद्यदि क्षेत्रस्य कावपि सम्मुखभुजौ समानान्तररूपौ भवेताम् । कथमन्यथाऽऽचार्योक्ता रीतिः सङ्गच्छते क्षेत्रसुयुक्त्यसिद्धेः । तत्र तु यथोक्त्या सिद्धे समखातक्षेत्रे किञ्चिदन्तरमापततीति रेखागणितविद्भिः स्फुटमेव किमत्र ग्रन्थबाहुल्येनेत्युपपन्नं सर्वम् ।

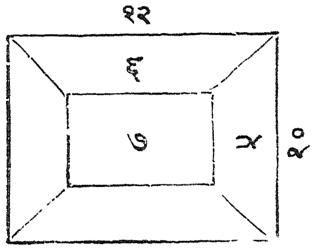
खातान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।

मुखजतलजतद्युतिजक्षेत्रफलैक्यं हृतं षड्भिः ॥ २ ॥
क्षेत्रफलं सममेवं वेधहतं घनफलं स्पष्टम् ।
समखातफलत्र्यंशः सूचीखाते फलं भवति ॥ ३ ॥

उदाहरणम् ।

मुखे दशद्वादशहस्ततुल्यं विस्तारदैर्घ्यं तु तले तदर्धम ।
यस्याः सखे सप्तकरश्च वेधः का खातसङ्ख्या वद तत्र वाप्याम् ॥१॥

न्यासः

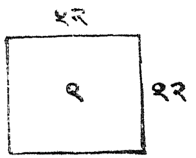


मुखजं क्षेत्रफलम् १२०। तलजम् ३० । तद्युतिजम् २७०। एषामैक्यम् ४२० । षड्भि (६) र्हृतं जातं समफलम् ७० । वेधहतं जातं खातफलं घनहस्ताः ४९० ।

द्वितीयोदाहरणम् ॥

खातेऽथ तिग्मकरतुल्यचतुर्भुजे च
किं स्यात् फलं नवमितः किल यत्र वेधः ।
वृत्ते तथैव दशविस्तृतिपञ्चवेधे
सूचीफलं वद तयोश्च पृथक् पृथक् मे ॥ २ ॥

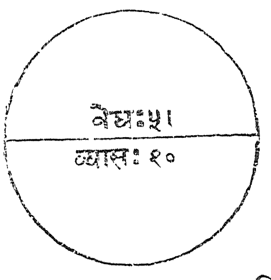
न्यासः



भुजः १२ । वेधः ९ । जातं यथोक्तकरणेन खातफलं घनहस्ताः १२९६ । सूचीफलं ४३२

वृत्तखातदर्शनाय

न्यासः



व्यासः १० । वेधः ५ । अत्र सूक्ष्मपरिधिः $\frac{३९२७}{१२५}$ । सूक्ष्मक्षेत्रफलम् $\frac{३९२७}{५०}$ । वेधगुणं जातं खातफलम् $\frac{३९२७}{१०}$ । सूक्ष्मसूचीफलम् $\frac{१३०९}{१०}$ । यद्वा स्थूलखातफलम् $\frac{२७५०}{७}$ । सूचीफलं स्थूलं वा $\frac{३७५०}{२१}$ ।

इति खातव्यवहारः समाप्तः ।

अत्रोपपत्तिः। यत्र खाते तलविस्तारदैर्घ्याभ्यां मुखविस्तारदैर्घ्यमानेऽल्पे तत्र तलदैर्घ्य-विस्ताराभ्यां स्वस्वाभिमुखधरातलयोः समानान्तरभूतलकर्णेनैका चतुर्भुजाधारिका सूची, तत्पार्श्वे द्वे त्रिभुजरूपे खातक्षेत्रे तथा चैकं तलचतुर्भुजाधारं समखातक्षेत्रमिति क्षेत्रचतुष्टयमुपपद्यते तत्र सर्वेषां घनफलानां योगो हि वास्तवखातस्य घनफलं भवतीति स्थितिः।

तत्र तावत्कल्प्यते मुखविस्तृतिः = वि

,, ,, तलविस्तृतिः = वि'

,, ,, मुखदैर्घ्यम् = दै

,, ,, तलदैर्घ्यम् = दै'

$$\text{ततश्चतुर्भुजाधारसूच्या घनफलम्} = \frac{(\text{वि}-\text{वि}')\,(\text{दै}-\text{दै}')\,\text{वे}}{\text{३}}$$

$$\text{त्रिभुजाकारखातयोर्घनफले} = \frac{(\text{वि}-\text{वि}')\,\text{दै}'\ \text{वे}}{\text{२}},\ \frac{(\text{दै}-\text{दै}')\text{वि}'.\,\text{वे}}{\text{२}}$$

$$\text{तथा तलक्षेत्राधारसमखातफलम्} = \text{वि}'\ \text{दै}'\ \text{वे}$$

सर्वेषां योगो वास्तवखातस्य घनफलम्

$$= \frac{(\text{वि}-\text{वि}')\,(\text{दै}-\text{दै}')\,\text{वे}}{\text{३}} + \frac{(\text{वि}-\text{वि})\text{दै}'\ \text{वे}}{\text{२}} + \frac{(\text{दै}-\text{दै}')\ \text{वि}'.\,\text{वे}}{\text{२}} + \text{वि}'\ \text{दै}'\ \text{वे}$$

$$= \frac{\text{वे}}{\text{६}}\left\{\text{२}\,(\text{वि}-\text{वि}')\,(\text{दै}-\text{दै}') + \text{३}\,(\text{वि}-\text{वि}')\,\text{दै}' + \text{३}\,(\text{दै}-\text{दै}')\text{वि}' + \text{६}\,\text{वि}'.\text{दै}'\right\}$$

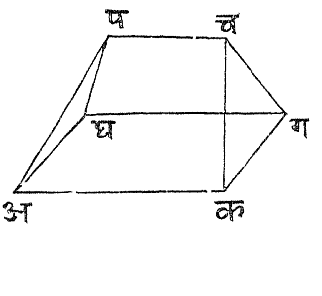
$$= \frac{\text{वे}}{\text{६}}\,(\text{२ वि}.\,\text{दै} + \text{२ वि}'\ \text{दै}' + \text{वि}'.\,\text{दै} + \text{वि}\ \text{दै}')$$

$$= \frac{\text{वे}}{\text{६}}\,(\text{मुफ} + \text{तफ} + \text{वि}.\,\text{दै} + \text{वि}'\ \text{दै}' + \text{वि}'.\,\text{दै} + \text{वि}.\,\text{दै}')$$

$$= \frac{\text{वे}}{\text{६}}\left\{\text{मुफ} + \text{तफ} + \text{दै}\,(\text{वि} + \text{वि}') + \text{द}'\,(\text{वि} + \text{वि}')\right\}$$

$$= \frac{\text{वे}}{\text{६}}\left\{\text{मुफ} + \text{तफ} + (\text{वि} + \text{वि}')\,(\text{दै} + \text{दै}')\right\}$$

$$= \frac{\text{वे}}{\text{६}}\,(\text{मुफ} + \text{तफ} + \text{तद्युतिजक्षेत्रफल})$$ उपपन्नं सर्वम् ।



अथवा, कल्प्यते अकगघ आयतक्षेत्रं तथा तद्भिन्नभूतले चका चप सर रेखा या किल अक, गघ अनयोः प्रत्येकेन सह समानान्तरिताऽस्ति । तदा अकगचपघ घनक्षेत्रस्य फलानयनार्थं तत्र तावत्कल्प्यते—

अक, वा गघ = आधारक्षेत्रस्य दैर्घ्यम् = अ

कग, वा अघ = ,, विस्तृतिः = क

चप = दैर्घ्यसमानान्तरा रेखा = रे

वेधः = वे

ततः च, प बिन्दुभ्यामाधारधरातलोपरि लम्बरूपयोर्द्वयोर्भूतलयोर्विधानेन पार्श्वे तुल्यफलकं चतुर्भुजाधारं सूचीद्वयं तथा मध्ये समतलमस्तकक्षेत्रं चोत्पद्यते तत्र सर्वेषां फलानां योगो हि वास्तवाभीष्टक्षेत्रस्य फलं स्यादित्यतः—

$$\text{सूचीद्वयस्य फलम्} = \frac{\text{क. वे (अ-रे)}}{3}$$

$$\text{समतलमस्तकक्षेत्रफलम्} = \frac{\text{क वे. रे}}{2}$$

द्वयोर्योगेन—

$$\text{अकगचपघ क्षेत्रस्यफलम्} = \frac{\text{क वे (अ-रे)}}{3} + \frac{\text{क. वे. रे}}{2}$$

$$= \frac{\text{क वे (२ अ + रे)}}{6}$$

एतेन—"दैर्घ्यतुल्यान्तरा रेखा द्विघ्नदैर्घ्ययुता हता ।

वेधविस्तृतिघातेन षड्भक्ता स्याद्घनं फलं" मिति पद्यमुपपद्यते ।

अथ प्रकृतिरूपे खाते तलदैर्घ्यरेखां मुखदैर्घ्यरेखायाः समानान्तरां कल्पयित्वा यथोक्त्या क्षेत्र-विन्यासेन तादृशं क्षेत्रद्वयमुत्पद्यते । तयोः फलैक्यं वास्तवखातस्य फलं स्यादित्यतः—

$$\text{प्रथमक्षेत्रस्यफलम्} = \frac{\text{वे. वि (२ दै + दै}')}{6}$$

$$\text{द्वितीयक्षेत्रस्य फलम्} = \frac{\text{वे. वि}'\text{ (२ दै}' + \text{दै)}}{6}$$

द्वयोर्योगेन—

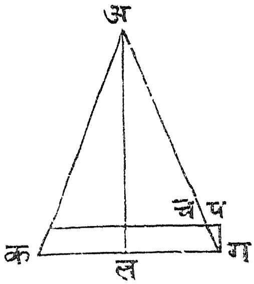
$$\text{वा फ} = \frac{\text{वे}}{6}\left\{ \text{वि (२ दै + दै}') + \text{वि}'\text{ (२ दै}' + \text{दै)} \right\}$$

$$= \frac{\text{वे}}{6}\left(\text{२ वि. दै + वि. दै}' + \text{२ वि}'\text{ दै}' + \text{वि}'\text{. दै} \right)$$

$$=\frac{\text{वे}}{\text{६}}\left(\text{वि दै} + \text{वि}'.\text{दै}' + \text{वि दै} + \text{वि}'.\text{दै}' + \text{वि. दै} + \text{वि}'.\text{दै}\right)$$

$$=\frac{\text{वे}}{\text{६}}\left\{\text{वि दै} + \text{वि}'.\text{दै}' + (\text{वि} + \text{वि}')(\text{दै} + \text{दै}')\right\}$$

$$=\frac{\text{वे}}{\text{६}}\left(\text{मुफ} + \text{तफ} + \text{तद्युतिजफल}\right)$$ उपपन्नम् ।



सूच्या घनफलसाधने तु अकग सूच्या अल वेधस्य न विभागं कृत्वा जातं प्रथमखण्डमानम् $=\frac{\text{वे}}{\text{न}}$, द्विखं $=\frac{\text{२ वे}}{\text{न}}$ एवं सर्वत्र । एवमेव सर्वेषां-खण्डितक्षेत्राणां दैर्घ्यविस्तृती प्रसाध्य क्रमेण क्षेत्र-फलानि—

प्रक्षेफ $=\frac{\text{मुफ}}{\text{न}^{\text{२}}}$, द्विक्षेफ $=\frac{\text{मुफ ४}}{\text{न}^{\text{२}}}$ एवमि-त्यादि । ततो $\frac{\text{वे}}{\text{न}}$ अत्र वेधे क्रमेण घनफलानि—

$$\text{प्रघफ}=\frac{\text{मुफ . वे}}{\text{न}^{\text{३}}},\quad \frac{\text{मुफ . ४ वे}}{\text{न}^{\text{३}}}=\text{द्विघफ},$$

$$\text{एवं सर्वेषां घनफलमानीय योगः}=\frac{\text{मुफ वे}}{\text{न}^{\text{३}}}\left(\text{१}+\text{४}+\text{९}+\cdots+\text{न}^{\text{२}}\right)$$

$$=\frac{\text{मुफ वे}}{\text{न}^{\text{३}}}.\frac{(\text{२न}+\text{१})(\text{न}+\text{१})\text{न}}{\text{६}}$$

$$=\frac{\text{मुफ वे}}{\text{न}^{\text{२}}}.\frac{\text{२ न}^{\text{२}}+\text{३ न}+\text{१}}{\text{६}}$$

$$=\text{मुफ.वे}\left(\frac{\text{१}}{\text{३}}+\frac{\text{१}}{\text{२न}}+\frac{\text{१}}{\text{६न}^{\text{२}}}\right)\cdots(\text{१})$$

अत्र न मानं यथा यथा वर्धते तथा तथा गचप क्षेत्रमपचीयते तथा (१) समीकरणागतं फलं वास्तवसूचीघनफलासन्नं भवति । एवं परमाधिकेऽनन्तसमे न माने फलमानमपि वास्तवसूचीघनफलमेव स्यात्तेनात्र

$$\frac{\text{१}}{\text{२ न}}+\frac{\text{१}}{\text{६ न}^{\text{२}}}=\text{०}$$

$$\therefore \text{सु घ फ}=\frac{\text{मुफ . वे}}{\text{३}}$$ * उपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

इति लीलावतीवासनायां खातव्यवहारः समाप्तः ।

---

* अस्योपपत्तिस्तु क्षेत्रमित्यापि भवतीति गणितज्ञैः स्वयं विविच्य बोध्यं ग्रन्थविस्तरभयान्नात्र प्रतिपादिता ।

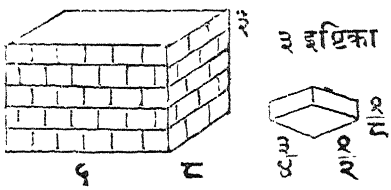
चितौ करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।

उच्छ्रयेण गुणितं चितेः किल क्षेत्रसम्भवफलं घनं भवेत् ।
इष्टिकाघनहृते घने चितेरिष्टिकापरिमितिश्च लभ्यते ॥ १ ॥
इष्टिकोच्छ्रयहृदुच्छ्रितिश्चितेः स्युः स्तराश्च दृषदां चितेरपि ।

उदाहरणम् ।

अष्टादशांगुलं दैर्ध्यं विस्तारो द्वादशाङ्गुलः ।
उच्छ्रितिस्त्र्यंगुला यस्यामिष्टिकास्ताश्चितौ किल ॥ १ ॥
यद्विस्तृतिः पञ्चकराष्टहस्तं दैर्ध्यञ्च यस्यां त्रिकरोच्छ्रितिश्च ।
तस्यां चितौ किं फलमिष्टिकानां सङ्ख्या च का ब्रूहि कति स्तराश्च ॥२॥

न्यासः इष्टिकाचितिः ।



इष्टिकाया घनहस्तमानम् $\frac{3}{64}$ चितेःक्षेत्रफलम् ४० । उच्छ्रयेण ३ गुणितं चितेर्घनफलं १२० । लब्धा २५६० इष्टिकासङ्ख्या । स्तरसङ्ख्याः २४ । एवं पाषाणचितावपि ।

इति चितिव्यवहारः ।

अथ चितिव्यवहारः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र चितेः क्षेत्रफलार्थं तस्या दैर्ध्यविस्तृत्योर्घातं कृत्वा तद्वेधेन तस्याउच्छ्रयमितेन गुणितं तदा तस्या घनफलं भवतीति स्पष्टमेव गणितविदाम् । एवमेवैकस्या इष्टिकाया घनफलमानीय तेन यद्येकेष्टिका लभ्यते तदा चितेर्घनफले कियन्त्य इत्यनुपातेन चिताविष्टिकामितिः स्यात्सर्वत्र सम्बन्धस्य स्थिरत्वकल्पनात् । एवमिष्टिकोच्छ्रित्या यद्येका पंक्तिस्तदा चित्युच्छ्रित्या किमित्यागता चिताविष्टिकापंक्तिरित्युपपन्नं सर्वम् ।

इति लीलावतीवासनायां चितिव्यवहारः सम्पूर्णः ।

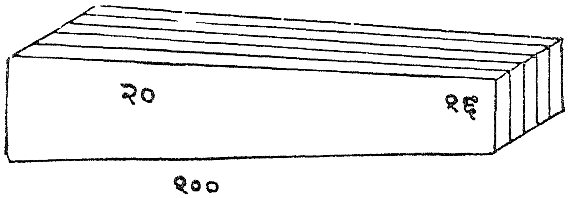
अथ क्रकचव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम् ।

पिण्डयोगदलमग्रमूलयोर्दैर्ध्यसंगुणितमंगुलात्मकम् ॥ २ ॥
दारुदारणपथैः समाहतं षट्स्वरेषु विहृतं करात्मकम् ।

उदाहरणम् ।

मूले नखांगुलमितोऽथ नृपांगुलोऽग्रे
पिण्डः शतांगुलमितं किल यस्य दैर्ध्यम् ।
तद्दारुदारणपथेषु चतुर्षु किं स्या–
द्धस्तात्मकं वद सखे गणितं द्रुतं मे ॥ १ ॥

न्यासः ।



पिण्डयोगदलं १८ दैर्घ्येण १०० संगुणितम् १८०० । दारुदारणपथैः (४) गुणितम् ७२०० ।

षट्स्वरेषु ५७६ । विहृतं जातं करात्मकं गणितम् $\frac{२५}{२}$ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र कस्यापि दारुखण्डस्याग्रमूलयोः पिण्डयोर्योगार्धसममेव मध्यस्य पिण्डमानं भवति, तस्य दैर्घ्यस्य च घाततुल्यमेव तत्फलं भवततीति क्षेत्रमित्या स्पष्टमेव । अथ कर्मकारो हि काष्ठविदारणावसरे सूत्रपातेन तद्दारणपन्थानं विधाय प्रतिचिह्नितमार्गेण दारुपिण्डं विदारयतीति सम्प्रदायः कर्मकाराणाम् । अतः पूर्वप्रकारागतं फलं दारुदारणपथैः समाहतं सद्वास्तवं फलं भवति । अत्राङ्गुलात्मकफलस्य हस्तात्मकविधानार्थं तदे ५७६ तन्मित्या भक्तं कृतमाचार्येण । प्रतिकरे चतुर्विंशत्यङ्गुलकल्पनासत्वादित्युपपन्नम् ।

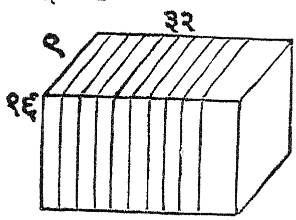
क्रकचान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।

छिद्यते तु यदि तिर्यगुक्तवत्
पिण्डविस्तृतिहतेः फलं तदा ॥ ३ ॥
इष्टिकाचितिदृषच्चितिखातक्राकचव्यवहृतौ खलु मूल्यम् ।
कर्मकारजनसम्प्रतिपत्त्या तन्मृदुत्वकठिनत्ववशेन ॥ ४ ॥

उदाहरणम् ।

यद्विस्तृतिर्दन्तमिताङ्गुलानि पिण्डस्तथा षोडश यत्र काष्ठे ।
छेदेषु तिर्यङ्नवसु प्रचक्ष्व किं स्यात् फलं तत्र करात्मकं मे ॥ १ ॥

न्यासः ।



विस्तारः ३२ । पिण्डः १६ । पिण्डविस्तृतिहतिः ५१२ । मार्ग ९ घ्नी ४६०८ । षट्स्वरेषु ५७६ विहृता जातं फलं हस्ताः ८ ।

इति क्रकचव्यवहारः ।

अत्रोपपत्तिस्तु यत्राग्रमूलयोः पिण्डमाने समाने तत्र पिण्डविस्तृतिहतितुल्यमेव फलं भवतीति सुगमैव । विदारण मूल्यं तु पदार्थस्य मृदुत्वकठिनत्ववशेनज्ञायत इति युक्तियुक्तमेवाचार्योक्तम् ।

इति लीलावतीवासनायां क्रकचव्यवहारः समाप्तः ।

अथ राशिव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम् ।

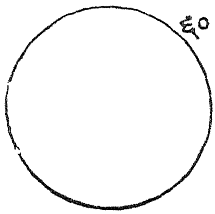
अनणुषु दशमांशोऽणुष्वथैकादशांशः
परिधिनवमभागः शूकधान्येषु वेधः ।
भवति परिधिषष्ठे वर्गिते वेधनिघ्ने
घनगणितकराः स्युर्मागधास्ताश्च खार्यः ॥ १ ॥

उदाहरणम् ।

समभुवि किल राशिर्यः स्थितः स्थूलधान्यः
परिधिपरिमितः स्याद्धस्तषष्टिर्यदीया ।
प्रवद गणक खार्यः किं मिताः सन्ति तस्मि-
न्नथ पृथगणुधान्यैः शूकधान्यैश्च शीघ्रम् ॥ १ ॥

अथ स्थूलधान्यराशिमानावबोधनाय ।

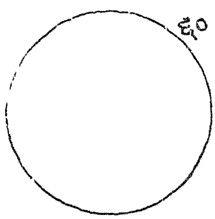
न्यासः ।



परिधिः ६० । वेधः ६ । परिधेः । षष्ठांशः १० । वर्गितः १०० । वेध-६ निघ्नः । लब्धाः खार्यः ६०० ।

अथाणुधान्यराशिमानानयनाय ।

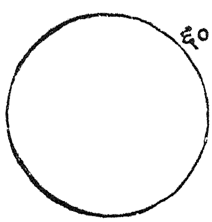
न्यासः ।



परिधिः ६० । वेधः $\frac{६०}{११}$ । जातं फलम् ५४५ $\frac{५}{११}$ ।

अथ शूकधान्यराशिमानानयनाय ।

न्यासः ।



परिधिः । ६० । वेधः $\frac{२०}{३}$ जाताः खार्यः ६६६ $\frac{२}{३}$ ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रानणुधान्यादौ परिधिदशमांशादिको वेधो भवतीत्यत्र प्रत्यक्षोपलब्धिरेव वासना । ततः स्थूलपरिध्यानयनविलोमेन—

$$\text{व्यासः} = \frac{७\text{प}}{२२} = \frac{\text{प}}{३}\ \text{स्वल्पान्तरात्,}\quad \text{ततः क्षेत्रफलम्} = \frac{\text{व्या.प}}{४} = \frac{\text{प}}{३}\cdot\frac{\text{प}}{४} = \frac{\text{प}^{२}}{१२}$$

ततः क्षेत्रफलत्र्यंशः सूच्याकारधान्यराशेः फलं भवत्यतः—

$$\text{सू.धा फ} = \frac{\text{प}^{२}}{१२\ ३} = \frac{\text{प}^{२}}{३६} = \left(\frac{\text{प}}{६}\right)^{२}\ \text{उपपन्नम् ।}$$

अथ भित्त्यन्तर्बाह्यकोणसंलग्नराशिप्रमाणानयने

करणसूत्रं वृत्तम् ।

द्विवेदसत्रिभागैकनिघ्नात् तु परिधेः फलम् ।
भित्त्यन्तर्बाह्यकोणस्थराशेः स्वगुणभाजितम् ॥ २ ॥

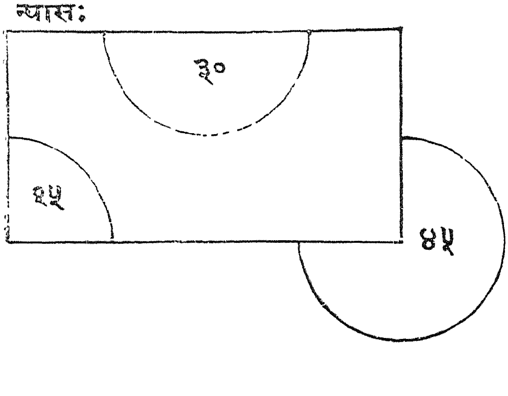
उदाहरणम् ।

परिधिर्भित्तिलग्नस्य राशेस्त्रिंशत्करः किल ।
अन्तःकोणस्थितस्यापि तिथितुल्यकरः सखे ॥ १ ॥
बहिष्कोणस्थितस्यापि पञ्चघ्ननवसम्मितः ।
तेषामाचक्ष्व मे क्षिप्रं घनहस्तान् पृथक् पृथक् ॥ २ ॥

अत्रापि स्थूलादिधान्यानां राशिमानावबोधनाय स्पष्टं क्षेत्रत्रयम् तत्रादावनणुधान्यराशिमानावबोधकं क्षेत्रम् ।

न्यासः । अत्राद्यस्य परिधि- (३०) द्विनिघ्नः ६० ।

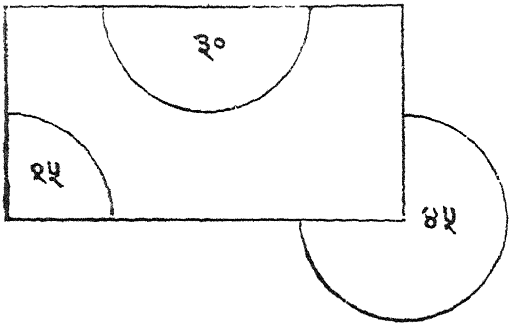
न्यासः



अन्य १५ श्चतुर्घ्नः ६० । अपरः ४५ । सत्रिभागैक $\frac{३}{४}$ निघ्नः ६० । एषां वेधः ६ । एभ्यः फलंतुल्यमेतावत्य एव खार्यः ६०० । एतत्स्वस्वगुणेन भक्तं जातं पृथक् पृथक् फलम् ३०० । १५० । ४५० ।

अथाणुधान्यराशिमानानयनाय ।

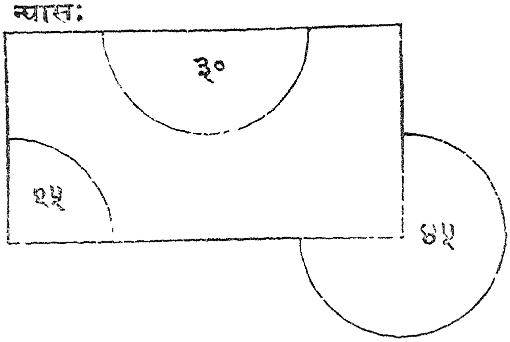
न्यासः ।
न्यासः



पूर्ववत् क्षेत्रत्रयस्य स्वगुणगुणितपरिधिः ६० । वेधः $\frac{६०}{११}$ । फलानि २७२$\frac{८}{११}$ । १३६$\frac{४}{११}$ । ४०९$\frac{१}{११}$ ।

अथ शूकधान्यराशिमानानयनाय

न्यासः ।
न्यासः



अत्रापि पूर्ववत् क्षेत्रत्रयस्य स्वगुणगुणितः परिधिः ६० । वेधः $\frac{२०}{३}$ । फलानि ३३३$\frac{१}{३}$ । १६६$\frac{२}{३}$ । ५०० ।

इति राशिव्यवहारः समाप्तः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र भित्तिलग्नधान्यराशेः परिधिर्वास्तवपरिधेरर्धसमः, कोणगस्य तु चतुर्थांशसमस्तथा बाह्यकोणलग्नस्य पादोनसमो भवतीति प्रत्यक्षमेव । अतो भित्त्यादिलग्नपरिधिर्द्व्यादिगुणो वास्तवः परिधिः स्यात्ततः पूर्वप्रकारेण यत्फलं तद्व्यादिभक्तं वास्तवं भवतीति किंविचित्रमत उपपन्नम् ।

इति लीलावती वासनायां राशिव्यवहारः ।

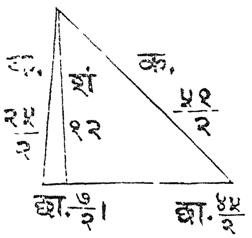
अथ छायाव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम् ।

छाययोः कर्णयोरन्तरे ये तयोर्वर्गविश्लेषभक्ता रसाद्रीषवः ।
सैकलब्धेः पदघ्नं तु कर्णान्तरं भान्तरेणोनयुक्तं दले स्तः प्रभे ॥ १ ॥

उदाहरणम् ।

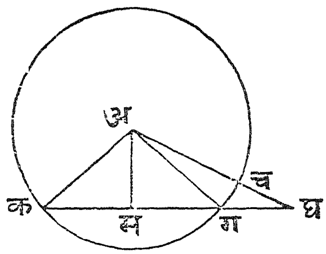
नन्दचन्द्रैर्मितं छाययोरन्तरं कर्णयोरन्तरं विश्वतुल्यं ययोः ।
ते प्रभे वक्ति यो युक्तिमान् वेत्त्यसौ व्यक्तमव्यक्तयुक्तं हि मन्येऽखिलम्॥१॥

न्यासः



छायान्तरम् १९ । कर्णान्तरम् १३ । अनयोर्वर्गान्तरेण १९२ भक्ता रसाद्रीषवः ५७६ । लब्धम् ३ । सैकस्यास्य ४ मूलम् २ । अनेन गुणितं कर्णान्तरं २६ द्विष्ठं भान्तरेण १९ ऊनयुतम् ७ । ४५ । तदर्धे लब्धे छाये $\frac{७}{२}$ । $\frac{४५}{२}$ । तत्कृत्योर्योगपदमित्यादिना जातौ कर्णौ । $\frac{२५}{२}$ । $\frac{५१}{२}$ ।

अत्रोपपत्तिः कल्प्यतेऽत्र कम = लछा, घम = बृछा, अक = लक, अघ = बृक, गघ = छायान्तरम् = छाअं, कघ = छायायोगः = छायो, घच = कर्णान्तरम् = कअं तथा कर्णयोगः = कयो ।



अथ वर्गान्तरस्य योगान्तरघातसमत्वात् भुजवर्गान्तरस्याबाधावर्गान्तरसमत्वात् चात्र कअं कयो = छाअं·छायो.

$$\therefore \text{कयो} = \frac{\text{छाअं}\cdot\text{छायो}}{\text{कअं}} \quad \text{अतो लक} = \frac{\text{छाअं छायो} - \text{कअं}^{२}}{२\ \text{कअं}}$$

$$\text{एवमेव संक्रमगणितेन लछा} = \frac{\text{छायो} - \text{छाअं}}{२}.$$

$$\text{अत्र लक}^{२} - \text{लछा}^{२} = १४४.$$

$$\therefore ११४ = \frac{\text{छाअ}^{२}\cdot\text{छायो}^{२} - २\ \text{छाअं छायो कअ}^{२} + \text{कअ}^{४}}{४\ \text{कअ}^{२}}$$

$$- \frac{\text{छायो}^{२} - २\ \text{छायो}\cdot\text{छाअ} + \text{छाअ}^{२}}{४}$$

$$= \frac{\text{छायो}^{२}\ (\text{छाअ}^{२} - \text{कअ}^{२}) - \text{कअ}^{२}\ (\text{छाअ}^{२} - \text{कअ}^{२})}{४\ \text{कअ}^{२}}$$

$$= \frac{(\text{छाअ}^{२} - \text{कअ}^{२})\ (\text{छायो}^{२} - \text{कअ}^{२})}{४\ \text{कअ}^{२}}$$

$$\therefore \text{छायो}^2 = \frac{५७६\ \text{कअ}^2}{\text{छाअ}^2 - \text{कअ}^2} + \text{कअ}^2$$

$$= \text{कअ}^2 \left(\frac{५७६}{\text{छाअ}^2 - \text{कअ}^2} + १ \right)$$

मूलग्रहणेन—

$$\therefore \text{छायो} = \text{कअ} \sqrt{\frac{५७६}{\text{छाअ}^2 - \text{कअ}^2} + १}$$

ततः संक्रमेण छाये भवत अत उपपन्नं सर्वम् ।

अत्रैव छायायुतिकर्णयुती विज्ञाय छाया ज्ञानार्थं मदीयपद्यावतारः—

"छाययोः कर्णयोर्यं युती स्तस्तयोर्वर्गविश्लेषभक्ता रसाद्रीषवः ।

लब्धहीनेन्दुतो यत्पदघ्नं तु कर्णैक्यकं तेन हीनान्विते भायुती तद्दले स्तः प्रभे"*

अत्रोपपत्तिस्तु पूर्वोपपत्तिबलेनैव सुगमा ।

छायान्तरे करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

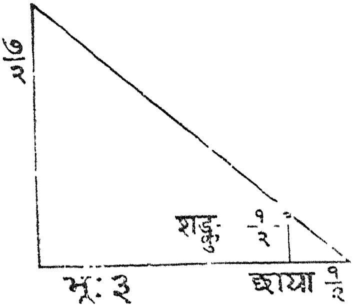
शङ्कुः प्रदीपतलशङ्कुतलान्तरघ्नश्छाया भवेद्विनरदीपशिखौच्च्यभक्तः ।

उदाहरणम् ।

शङ्कुप्रदीपान्तरभूस्त्रिहस्ता दीपोच्छ्रितिः सार्धकरत्रया चेत् ।

शङ्कोस्तदाऽर्काङ्गुलसम्मितस्य तस्य प्रभा स्यात् कियती वदाशु ॥१॥

न्यासः ।



शङ्कुः $\frac{१}{२}$ । प्रदीपशङ्कुतलान्तरम् । ३ अनयोर्घातः $\frac{३}{२}$ । विनरदीपशिखौच्च्येन ३ भक्तो लब्धानि छायाङ्गुलानि १२ ।

अत्रोपपत्तिः अत्र शंकूनदीपौच्च्यकोटौ यदि दीपतलशङ्कुतलान्तरसमं भुजमानं लभ्यते तदा शङ्कौ केत्यागता छायैवेत्युपपन्नं सर्वम् ।

---

* अत्रोदाहरणं यथा—

वाणनेत्रैर्मिता छाययोः संयुतिः कर्णयोः संयुतिः पञ्चलोकैः समा ।

ते प्रभे वक्ति यो युक्तिमान् वेत्यसौ व्यक्तमव्यक्तयुक्तं हि मन्येऽखिलम् ।

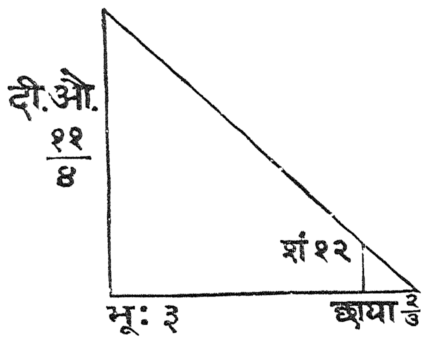
न्यासः छायायुतिः २५ । कर्णयुतिः ३५ यथोक्त्या करणेन लब्धे छाये १६।९

अथ दीपोच्छ्रित्यानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।
छायाहृते तु नरदीपतलान्तरघ्ने
शङ्कौ भवेन्नरयुते खलु दीपकौच्च्यम् ॥ २ ॥

उदाहरणम् ।

प्रदीपशङ्क्वन्तरभूस्त्रिहस्ता छायाऽङ्गलैः षोडशभिः समा चेत् ।
दीपोच्छ्रितिः स्यात् कियती वदाशु प्रदीपशङ्क्वन्तरमुच्यतां मे ॥१॥

न्यासः ।



शङ्कुः १२ । छायाङ्गुलानि १६ । शङ्कुप्रदीपान्तरहस्ताः ३ । लब्धं दीपकौच्च्यं हस्ताः ११/४ ।

अत्रोपपत्तिस्तु पूर्वोक्तवैपरीत्येनाति सुगमा ।

प्रदीपशंक्वन्तरभूमानानयनाय करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।
विशङ्कुदीपोच्छ्रयसंगुणा भा शङ्कूद्धृता दीपनरान्तरं स्यात् ।

उदाहरणम् ।

पूर्वोक्त एव दीपोच्छ्रायः ११/४ । शङ्क्वङ्गुलानि १२ । छाया १६ । लब्धाः शंकुप्रदीपान्तरहस्ताः ३ ।

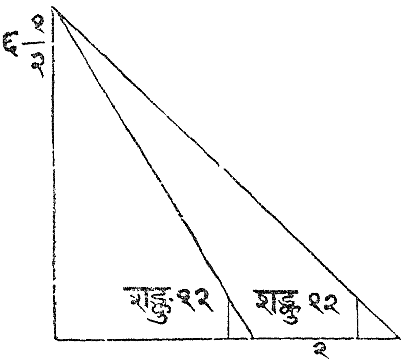
अत्रोपपत्तिरपि पूर्वप्रकारेणातिसरला किमत्र प्रतिपादनेन ।

छायाप्रदीपान्तरदीपौच्च्यानयनाय करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।
छायाग्रयोरन्तरसंगुणा भा छायाप्रमाणान्तरहृद्भवेद्भूः ॥ ३ ॥
भूशंकुघातः प्रभया विभक्तः प्रजायते दीपशिखौच्च्यमेवम् ।
त्रैराशिकेनैव यदेतदुक्तं व्याप्तं स्वभेदैर्हरिणेव विश्वम् ॥ ४ ॥

उदाहरणम् ।

शङ्कोर्भाऽर्कमिताङ्गुलस्य सुमते दृष्टा किलाष्टाङ्गुला
छायाग्राभिमुखे करद्वयमिते न्यस्तस्य देशे पुनः ।
तस्यैवार्कमिताङ्गुला यदि तदा छायाप्रदीपान्तरं
दीपौच्च्यं च कियद्वद व्यवहृतिं छायाभिधां वेत्सि चेत् ॥१॥

न्यासः ।



अत्र छायाग्रयोरन्तरमङ्गुलात्मकम् ५२ । छाये च ८। १२ । अनयोराद्या ८ । इयमनेन ५२ गुणिता ४१६ । छायाप्रमाणान्तरेण ४ भक्ता लब्धं भूमानम् १०४ । इदं प्रथमच्छायाप्रदीपतलयोरन्तरमित्यर्थः । एवं द्वितीयच्छायाग्रान्तरभूमानम्:

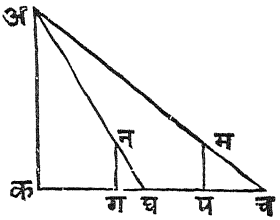
भूः १२/३ । छा १/३ । भूः १३/२ । छा १/२

१५६ । भूशंकुघातः प्रभया विभक्त इति जातमुभयतोऽपि दीपौच्च्यं सममेव हस्ताः ६ १/२ ।

एवमित्यत्र छायाव्यवहारे त्रैराशिककल्पनयाऽऽनयनं वर्तते । तद्यथा । प्रथमच्छायातो ८ द्वितीयच्छाया १२ यावताऽधिका तावता छायावयवेन यदि छायाग्रान्तरतुल्या भूर्लभ्यते तदा छायया किमिति एवं पृथक् पृथक् छायाप्रदीपतलान्तरप्रमाणंलभ्यते। ततो द्वितीयं त्रैराशिकम् यदि छायातुल्ते भुजे शंकुः कोटिस्तदा भूतुल्ये भुजे किमिति लब्धं दीपकौच्यमुभयतोऽपि तुल्यमेव । एवं पञ्चराशिकादिकमखिलं त्रैराशिककल्पनयैव सिद्धम् । यथा भगवता श्रीनारायणेन जननमरणक्लेशापहारिणा निखिलजगज्जननैकबीजेन सकलभुवनभावनगिरिसरित्सुरनरासुरादिभिः स्वभेदैरिदं जगद्व्याप्तं तथेदमखिल गणितजातं त्रैराशिकेन व्याप्तम् । यद्येवं तद्बहुभिः मिकित्याशङ्क्याह ।

यत्किञ्चिद्गुणभागहारविधिना बीजेऽत्र वा गण्यते
तत् त्रैराशिकमेव निर्मलधियामेवावगम्यं विदाम् !
एतद्यद्बहुधाऽस्मदादिजडधीधीवृद्धि बुद्ध्या बुध-
स्तद्भेदान् सुगमान् विधाय रचितं प्राज्ञैः प्रकीर्णादिकम् ॥ ५ ॥

इति श्रीभास्कराचार्यविरचितायां लीलावत्यां छायाधिकारः समाप्तः ।



अत्रोपपत्तिः । अत्र कल्प्यते गव = प्रछा, पच, = द्विछा । तथा घच = छायाग्रान्तरम् = अं । कच = भूमिः = या

अत्र अकघ नगघ त्रिभुजयोः सजातयत्वा—दनुपातेन—

$$\text{कघ} = \frac{\text{गघ , अक}}{\text{गन}} = \text{कच} - \text{घच} = \text{या} - \text{अं}$$

परन्तु अकच, मपच त्रिभुजयोः साजात्यतः—

$$\text{कच} = \frac{\text{पच} \times \text{अक}}{\text{पम}} = \text{या} \therefore \frac{\text{अक}}{\text{पम}} = \frac{\text{या}}{\text{पच}}$$

$$\therefore \frac{\text{गघ} \cdot \text{या}}{\text{पच}} = \text{या} - \text{अं} = \frac{\text{प्रछा} \cdot \text{या}}{\text{द्विछा}}$$

$$\therefore \text{द्विछा (या} - \text{अं)} = \text{प्रछा.या}$$

$$\text{द्विछा.या} - \text{द्विछा.अ} = \text{प्रछा.या}$$

$$\therefore \text{या (द्विछा} - \text{प्रछा)} = \text{द्विछा.अं}$$

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{द्विछा . अं}}{\text{द्विछा} - \text{प्रछा}}$$ उपपन्नम् ।

अथ वा, म स्थानात् अघ समान्तरां रेखां विधाय क्षेत्रमितेः षष्ठाध्यायेनोपपत्ति-रतीव सरला किमत्राव्यक्तकल्पनयेति सुधीभिर्विभाव्यम् ।

अथ कुट्टके करणसूत्रं वृत्तपञ्चकम् ।

भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः केनाप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थम् ।
येन च्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेन क्षेपश्चैतद्दुष्टमुद्दिष्टमेव ॥ १ ॥
परस्परं भाजितयोर्ययोर्यः शेषस्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः ।
तेनापवर्त्तेन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञकौ स्तः ॥ २ ॥
मिथो भजेत् तौ दृढभाज्यहारौ यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम् ।
फलान्यधोऽधस्तदधो निवेश्यः क्षेपस्ततः शून्यमुपान्तिमेन ॥ ३ ॥
स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम् ।
ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादधरो हरेण ॥ ४ ॥
एवं तदैवात्र यदा समास्ताः स्युर्लब्धयश्चेद्विषमास्तदानीम् ।
यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥५॥

उदाहरणम् ।

एकविंशतियुतं शतद्वयं यद्गुणं गणक पञ्चषष्टियुक् ।
पञ्चवर्जितशतद्वयोद्धृतं शुद्धिमेति गुणकं वदाशु तम् ॥ ५ ॥

न्यासः । भाज्यः २२१ । हारः १९५ । क्षेपः ६५ ।

अत्र परस्परं भाजितयोर्भाज्य २२१ भाजकयोः १९५ शेषं १३ । अनेन भाज्यहारक्षेपा अपवर्त्तिता जातो भाज्यः १७ । हारः १५ । क्षेपः ५ । अनयार्दृढभाज्यहारयाः परस्परं भक्तयोर्लब्धान्यधोऽधस्तदधः क्षेपस्तदधः शून्यं निवेश्यमिति जाता वल्ली $\begin{matrix}\text{१}\\\text{७}\\\text{५}\\\text{०}\end{matrix}$ । उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते इत्यादि करणेन जातं राशिद्वयम् $\begin{matrix}\text{४०}\\\text{३५}\end{matrix}$ एतौ दृढभाज्यहाराभ्यां $\begin{matrix}\text{१७}\\\text{१५}\end{matrix}$ तष्टौ जातौ लब्धिगुणौ ६।५ इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते इति वक्ष्यमाणविधिनैताविष्टगुणितस्वतक्षणयुक्तौ वा लब्धिगुणौ २३ । २० । द्विकेनेष्टेन वा ४०।३५ । इत्यादि ।

अत्रोपपत्तिः । द्वौ राशी बहवो राशयो वा यैर्यैरङ्कैर्निःशेपा भवन्ति तत्र योऽङ्कः सर्वाधिकः स एव तयोर्द्वयो राश्योस्तेषां बहूनां राशीनां वा महत्तमापवर्तनं स्यादिति ।

तज्ज्ञानं कथं भवतीति तत्र तावदुच्यते—

कल्प्यते अ, क अनयोर्महत्तमापवर्तनविचारे अ यदि क तोऽधिकस्तदा क अनेन अ विभज्य लब्धिः त, शेषं ग कल्पितम् । पुनः ग अनेन क विभज्य लब्धिः थ शेषं घ । अत्रापि घ अनेन ग विभज्य लब्धिः द, शेषं यदि शून्यसमं भवेत्तदा घ अनेन अ, क निःशेषौ भवेताम् ।

अथाऽत्र अ = क त + ग

तथा च क = ग थ + घ

एवं ग = घ.द + ०

अत्र ग संख्या घ अनेन निःशेपा भवति, तेन घ अनेन क अपि निशेषं स्यात् । परन्तु क, ग अनयोः पृथक् घ अनेन निशेषभजनात् घ अनेन अ अपि निःशेषं च स्यादेव । अतो घ संख्या अ, क अनयोर्महत्तमापवर्तनं भविष्यति । न चेत् तदा कल्प्यते तयोर्महत्तमापवर्नं च ।

∴ अ = प च

तथा क = फ च

अत्र प, फ लब्धी ।

∴ प.च = फ च.त + ग

तथा फ च = ग थ + घ

अत्र स्वरूपयोरवलोकनेन स्पष्टं दरीदृश्यते यत् किल च अनेन ग निःशेषं स्या

$$= २ ह + \frac{३ ह + क्षे}{४} = २ह + श्वे$$

$$\therefore \quad श्वे = \frac{३ ह + क्षे}{४}$$

$$\therefore \quad ह = \frac{४ श्वे - क्षे}{३}$$

$$= श्वे + \frac{श्वे - क्षे}{३} = श्वे + चि$$

$$\therefore चि = \frac{श्चे - क्षे}{३}$$

अत्रैव यदि चि $= ०$

तदा यावत्तावत्कालकादिवशेन—

$$या = नी + पी = \frac{६३ नी - क्षे}{३७}$$

$$का = या + नी = \frac{१०० पी + क्षे}{६३}$$

$$नी = पी + लो = \frac{३७ पी + क्षे}{२६}$$

$$पी = २लो + ह = \frac{२६ लो - क्षे}{११}$$

$$लो = २ह + श्वे = \frac{११ ह + क्षे}{४}$$

$$ह = श्वे + चि = \frac{४ श्वे - क्षे}{३}$$

$$श्वे = \quad क्षे \quad = \frac{३ चि + क्षे}{१}$$

$$चि = \quad ०$$

एतेनोपपन्नं स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यमित्यादि ।

अत्र यावत्तावत्कालकमाने हरभाज्याभ्यां तष्टयित्वा लब्धिगुणकयोर्माने भवत इति वल्लीदर्शनेनैव स्पष्टम् । तथा चात्रैव यत्र समा वल्ली तत्र धनक्षेपेऽन्यथा ऋणे क्षेपे गुणलब्धी यावत्तावत्कालकमाने सिद्धे भवतः ।

अत्रैव कुट्टकप्रश्नानुसारेण—

$$हा . ल = भा . गु + क्षे \quad . \quad . \quad . \quad (१)$$

$$इ भा हर = इ भा हा \quad . \quad . \quad (२)$$

(२) समीकरणे (१) समीकरणं विशोध्यते यदा—

हा (इ · भा–ल) = भा (इ · हा–गु)–क्षे

अत्र यदि इ = १

तदा हा (भा–ल) = भा (हा–गु)–क्षे

$$\text{भा}-\text{ल}=\frac{\text{भा (हा–गु)–क्षे}}{\text{हा}}$$

अत्र यदि हा–गु = गु', भा–ल = ल'

तदा "यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्त" इत्युपपद्यते।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तम्।

भवति कुट्टविधेर्युतिभाज्ययोः समपवर्त्तितयोरपि वा गुणः।
भवति यो युतिभाजकयोः पुनः स च भवेदपवर्त्तनसंगुणः॥ ६॥

उदाहरणम्।

शतं हतं येन युतं नवत्या विवर्जितं वा विहृतं त्रिषष्ट्या।
निरग्रकं स्याद्वद मे गुणं तं स्पष्टं पटीयान् यदि कुट्टकेऽसि॥ १॥

न्यासः भाज्यः १००। हारः ६३। क्षेपः ९०।

जाता पूर्ववल्लब्धिक्षेपाणां वल्ली, १ १ १ २ २ १ ९० ० उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युत इत्यादिकरणेन यातं राशिद्वयम्। २४३० १५३०। जातौ पूर्ववल्लब्धिगुणौ ३०। १८। अथ वा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्त्य भाज्यः १०। क्षेपः ९। परस्परभजनाल्लब्धानि फलानि क्षेपं शून्यं चाधोऽधो निवेश्य जाता—

वल्ली ० ६ ३ ९ ० पूर्ववल्लब्धो गुणः ४५। अत्र लब्धिर्न ग्राह्या यतो लब्धयो विषमा जाताः। अतो गुणः ४५ स्वतक्षणादस्मा ६३ द्विशोधितो जातो गुणः स एव १८। गुणघ्नभाज्ये क्षेप९० युते हर–६३ भक्ते लब्धिश्च ३०। अथ वा हारक्षेपौ ६३। ९० नवभिरपवर्त्तितौ जातौ हारक्षेपौ ७।१०।

अत्र लब्धिक्षेपाणां वल्ली १ ३ १ ० (४, ०) लब्धो गुणः २। क्षेपहारापवर्त्तन ९ गुणितो जातः स एव गुणः १८। भाज्यभाजकक्षेपेभ्यो लब्धिश्च ३०। अथवा भाज्यक्षेपौ पुनर्हारक्षेपौ चापवर्त्तितौ जातौ भाज्यहारौ १०। ७। क्षेपः १।

अत्र पूर्वव-ज्जाता वल्ली $\left.\begin{matrix}१\\२\\१\\०\end{matrix}\right\}$ गुणश्च २। हारक्षेपापवर्त्तनेन गुणितो जातः स एव गुणः १८। पूर्ववल्लब्धिश्च ३०। इष्टाहतस्व-हरेण युक्ते इत्यादिनाऽथवा गुणलब्धी ८१। १३०।

अत्रोपपत्तिः। अत्रापि कुट्टकप्रश्नोत्तया—

$$हा.ल = भा\ गु \mp क्षे$$

अत्र यदि $भा = इ.भा$ तथा $क्षे = इ\ क्षे'$

तदा $हा.ल = इ\ भा' \cdot गु \mp इ\ क्षे'$

$$\because\ ल = \frac{इ\ (\ भा' \cdot गु + क्षे'\ )}{हा}$$

अत्र दृढांकसिद्धान्तेन हा, इ परस्परं दृढौ भवतः। अन्यथा मिथो दृढानां भाज्यहारक्षेपाणां इ अनेन पुनरपवर्तनप्रसङ्गः स्यादित्यतः $भा' \cdot गु + क्षे'$ इदमवश्यमेव हारेण निःशेषं भज्यतेऽतस्तत्र लब्धिर्यदि $ल'$ तदा—

$$ल = \frac{इ\ (\ भा'\ \ गु + क्षे'\ )}{हा}$$

$$= इ\ .\ ल'$$

एवं यदि $हा = इ\ .\ हा'$, $क्षे = इ\ .\ क्षे'$

$$तदा\quad ल\ = \frac{भा.\ गु + इ\ .\ क्षे'}{इ\ .\ हा'}$$

$$= \frac{\dfrac{भा\ \ गु}{इ} + क्षे'}{हा'}$$

अत्रापि भा, इ अनयोः परस्परं दृढत्वात् गु अवश्यमेव इ अनेन निःशेषं स्यात्कथमन्यथा भिन्नाभिन्नांकयोर्योगान्तरमभिन्नसंख्यासमं भवत्यतः—

यदि $गु = इ\cdot गु'$

$$तदा\quad ल\ = \frac{भा.\ गु' + क्षे'}{हा'}$$ एतेनोपपन्नं सर्वम्।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तार्धम्।

क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे।

अत्र पूर्वोदाहरणे नवतिक्षेपजौ लब्धिगुणौ जातौ ३०। १८। एतौ स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां १००। ६३। शोधितौ ये शेषके तन्मितौ लब्धिगुणौ नवतिशोधिते ज्ञातव्यौ ७०। ४५। एतयोरपि स्वतक्षणक्षेप इति वा १७०। १०८। अथवा २७०। १७१।

द्वितीयोदाहरणम् ।

यद्गुणा गणक षष्टिरन्विता वर्जिता च दशभिः षडुत्तरैः ।
स्यात् त्रयोदशहृता निरग्रका तं गुणं कथय मे पृथक् पृथक् ॥ १ ॥

न्यासः । भाज्यः ६० हारः १३ । क्षेपः १६ ।

प्राग्वज्जाता वल्ली, $\begin{array}{c} ४ \\ १ \\ १ \\ १ \\ १ \\ १६ \\ ० \end{array}$ प्राग्वज्जाते गुणाप्ती २ । ८ । अत्रापि लब्धयो विषमा अतो गुणाप्ती स्वतक्षणाभ्यां ६० । १३ । शोधिते जाते ११ । ५२ । एवं षोडशक्षेपे । एतावेव लब्धिगुणौ ५२ । ११ । स्वहराभ्यां शोधितौ जातौ षोडशविशुद्धौ ८ । ८ ।

अत्रोपपत्तिस्तु "यदा गतौ लब्धिगुणा" वित्याद्युपपत्त्या स्फुटैव ।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं सार्धवृत्तम् ।

गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम् ॥ ७ ॥
हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् ।
क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता ॥ ८ ॥

उदाहरणम् ।

येन संगुणिताः पञ्च त्रयोविंशतिसंयुताः ।
वर्जिता वा त्रिभिर्भक्ता निरग्राः स्युः स को गुणः ॥ १ ॥

न्यासः । भाज्यः ५ । हारः ३ । क्षेपः २३ ।

अत्र वल्ली, $\begin{array}{c} १ \\ १ \\ २३ \\ ० \end{array}$ पूर्ववज्जातं राशिद्वयम् $\begin{array}{c} ४६ \\ २३ \end{array}$ । एतौ भाज्यहाराभ्यां तष्टौ । अत्राधोराशौ २३ त्रिभिस्तष्टे सप्त लभ्यन्ते ऊर्ध्वराशौ ४६ पञ्चभिस्तष्टे नव लभ्यन्ते तत्र नव न ग्राह्याः । गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमिति । अतः सप्तैव ग्राह्याः । एवं जाते गुणाप्ती २ । ११ क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे इति त्रयोविंशतिशुद्धौ जाता विपरीतशोधनादवशिष्टा लब्धिः ६ । शुद्धौ जाते १ । ६ ।

इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती । धनर्णयोरन्तरमेव योग इति द्विगुणितौ स्वस्वहारौ क्षेप्यौ यथा धनलब्धिः स्यादिति कृते जाते गुणाप्ती ७ । ४ । एवं सर्वत्र । अथवा हरतष्टे धनक्षेपे इति—

न्यासः । भाज्यः ५ । हारः ३ । क्षेपः २ ।

पूर्ववज्जाते गुणाप्ती २ । ५ । एते स्वहराभ्यां विशोधिते शुद्धे जाते १ । १ । एषा लब्धिः १ । क्षेपतक्षणलाभेन ७ हीना जाता वियोगजा

लब्धिः ६ । क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिरिति क्षेपतक्षणलाभेन ७ युक्ता लब्धिः कार्या जातौ क्षेपजौ, लब्धिगुणौ ११ । २ । शुद्धौ तु वर्जितेति जाते शुद्धिजे १ । ६ । अत्र शुद्धो न भवति तस्माद्विपरीतशोधनेन ऋण-लब्धिः ६। गुणः १। धनलब्ध्यर्थं द्विगुणस्वहारक्षेपः क्षिप्ते सति जाते ७।४

अत्रोपपत्तिः । अत्रैव प्रागुक्त (१) (२) समीकरणयोरन्तरेण—

हा (ल–इ.भा) = भा (गु–इ.हा) + क्षे

अत्र यदि ल–इ.भा = ल$'$, गु$'$ = गु–इ हा

तदा हा ल$'$ = भा·गु$'$ + क्षे

$$\therefore \text{ले} = \frac{\text{भा.गु}' + \text{क्षे}}{\text{हा}}$$

एतेन गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमित्युपपद्यते ।

पुनः कुट्टकक्रियया—

हा ल = भा.गु + क्षे

अत्र यदि क्षे$'$ = क्षे–हा.ल$'$ कल्प्यते

तदा हा.ल = भा गु + क्षे–हा·ल$'$

$$\therefore \text{ल} + \text{ल}' = \frac{\text{भा·गु} + \text{क्षे}}{\text{हा}}$$

एतेन हरतष्टे धनक्षेपे" इत्याद्युपपद्यते ।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तम् ।

क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धेद्धरोद्धृतः ।
ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम् ॥ ६ ॥

उदाहरणम् ।

येन पञ्चगुणिताः खसंयुताः पञ्चषष्टिसहिताश्च तेऽथ वा ।
स्युस्त्रयोदशहृता निरग्रकास्तं गुणं गणक कीर्त्तयाशु मे ॥ १ ॥

न्यासः । भाज्यः ५ । हारः १३ । क्षेपः०

ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति । क्षेपाभावे गुणाप्ती० । ० इष्टाहत इति अथवा १३ । ५ । वा २६ । १० ।

न्यासः । भाज्यः ५ । हारः १३ । क्षेपः ६५ ।

क्षेपः शुद्धेद्धरोद्धृतः । ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति जाते गुणाप्ती० । ५ । वा १३ । १० । अथवा २६ । १५ । इत्यादि ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र यदि हा· ल = भा गु ± ०

तदा कुट्टकप्रश्नानुसारेण—

जाता बल्ली

ल'

ल''

ल'''

⋮

क्षे

०

परन्त्वत्र क्षे = ०, अतो यथोक्त्या जातौ लब्धिगुणौ

ल = ०

गु = ०

एवमेव यत्र हरतष्टे धनक्षेपे शेषम् = ०, तत्रापि

यथोक्त्या लब्धिगुणौ ल = ० , गु = ० परमिह "क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धि" रित्यादिना लब्धिः = ल'

एतेनोपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

अथ सर्वत्र कुट्टके गुणलब्ध्योरनेकधादर्शनार्थं करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।

इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती ॥

अस्योदाहरणानि दर्शितानि पूर्वमिति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र प्रागुक्तः (१) (२) समीकरणयोर्योगेन—

हा (ल + इ·भा) = भा (गु + इ हा) + क्षे

अत्र यदि ल' = ल + इ भा, गु' = गु + इ हा

तदा ह·ल' = भा गु' + क्षे

$$\therefore ल' = \frac{भा\ गु' + क्षे}{हा}$$

एतेनोपपन्नं सर्वम् ।

अथ स्थिरकुट्टके करणसूत्रं वृत्तम् ।

क्षेपे तु रूपे यदि वा विशुद्धे स्यातां क्रमाद्ये गुणकारलब्धी ।
अभीप्सितक्षेपविशुद्धिनिघ्न्यौ स्वहारतष्टे भवतस्तयोस्ते ॥ १० ॥

प्रथमोदाहरणे दृढभाज्यहारयो रूपक्षेपयोर्न्यासः । भाज्यः १७ । हारः १५ । क्षेपः १ । अत्र गुणाप्ती ७ । ८ । एते त्विष्टक्षेपेण पञ्चकेन

गुणिते स्वहारतष्टे च जाते ५ । ६ । अथवा रूपशुद्धौ गुणाप्ती ७ । ८ । तक्षणाच्छुद्धे जाते गुणाप्ती ८ । ९ । एते पञ्चगुणे स्वहारतष्टे च जाते १० । ११ । एवं षष्टिविशुद्धौ । एवं सर्वत्र । अस्य ग्रहगणिते उपयोगस्तदर्थं किञ्चिदुच्यते ।

कल्प्याऽथ शुद्धिर्विकलावशेषं षष्टिश्च भाज्यः कुदिनानि हारः ।
तज्जं फलंस्युर्विकला गुणस्तु लिप्ताग्रमस्माच्च कला लवाग्रम् ॥११॥
एवं तदूर्ध्वञ्च तथाऽधिमासावमाग्रकाभ्यां दिवसा रवीन्द्वोः ॥ १२ ॥

ग्रहस्य विकलावशेषेण ग्रहाहर्गणयोरानयनम् । तद्यथा । तत्र षष्टिर्भाज्यः । कुदिनानि हारः । विकलावशेषं शुद्धिरिति प्रकल्प्य साध्ये गुणाप्ती तत्र लब्धिर्विकलाः स्युः । गुणस्तु कलावशेषम् ।

एवं कलावशेषं शुद्धिस्तत्र षष्टिर्भाज्यः । कुदिनानि हारः । लब्धिः कला गुणो भागशेषम् ।

भागशेषं शुद्धिः । त्रिंशद्भाज्यः । कुदिनानि हारः । फलं भागा गुणो राशिशेषम् ।

एवं राशिशेषं शुद्धिः । द्वादश भाज्यः । कुदिनानि हारः । फलं गतराशयः । गुणो भगणशेषम् ।

कल्पभगणा भाज्यः । कुदिनानि हारः । भगणशेषं शुद्धिः । फलं गतभगणाः । गुणोऽहर्गणः स्यादिति ।

अस्योदाहरणानि त्रिप्रश्नाध्याये ।

एवं कल्पाधिमासा भाज्यः । रविदिनानि हारः । अधिमासशेषं शुद्धिः । फलं गताधिमासा गुणो गतरविदिवसाः ।

एवं युगावमानि भाज्यः । चान्द्रदिवसा हारः । अवमशेषं शुद्धिः । फलं गतावमानि । गुणो गतचान्द्रदिवसा इति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि कुट्टकप्रश्नोक्त्या—

$$\text{हा}\cdot\text{ल} = \text{भा}\cdot\text{गु} \pm \text{क्षे}$$

पक्षौ क्षे अनेन भक्तौ—

$$\frac{\text{हा}\quad\text{ल}}{\text{क्षे}} = \frac{\text{भा}\cdot\text{गु}}{\text{क्षे}} \pm 1$$

अत्र हारभाज्यक्षेपाः परस्परं दृढा अतोऽत्र ल, गु क्षेपेण क्षे अनेन निःशेषौ भवतस्तेन—

$$\text{यदि} \frac{\text{ल}}{\text{क्षे}} =, \text{लं तथा} \frac{\text{गु}}{\text{क्षे}} = \text{गुं}$$

तदा $\text{ल} = \text{क्षे}\cdot\text{ल}', \ \text{गु} = \text{क्षे}\ \text{गु}'$

$\therefore\ \text{हा}\ \text{क्षे}\cdot\text{ल}' = \text{भा}\ \text{क्षे}\ \text{गु}' \pm \text{क्षे}$

वा $\text{हा}\ \text{ल}' = \text{भा}\cdot\text{गु}' \pm १$

$$\therefore\ \text{ल}' = \frac{\text{भा}\cdot\text{गु}' \pm १}{\text{हा}}$$

अत्रापि कुट्टकोक्त्या लब्धगुणौ ल', गु' क्षेपेण क्षे मितेन गुणितौ तदा वास्तवौ लब्धिगुणौ भवतस्तेनोपपन्नम् ।

संश्लिष्टकुट्टके करणसूत्रं वृत्तम् ।

एको हरश्चेद्गुणकौ विभिन्नौ तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम् ।
अग्रैक्यमग्रं कृत उक्तवद्यः संश्लिष्टसंज्ञः स्फुटकुट्टकोऽसौ ॥ १३ ॥

उदाहरणम् ।

कः पञ्चनिघ्नो विहृतस्त्रिषष्ट्या सप्तावशेषोऽथ स एव राशिः ।
दशाहतः स्याद्विहृतस्त्रिषष्ट्या चतुर्दशाग्रो वद राशिमेनम् ॥ १ ॥

अत्र गुणैक्यं भाज्यः । अग्रैक्यं शुद्धिः ।

न्यासः । भाज्यः १५ । हारः ६३ । क्षेपः २१ ।

पूर्ववज्जातो गुणः ७ । फलम् २ । एतौ स्वतक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ वियोगजौ लब्धिगुणौ ३ । १४ ।

इति लीलावत्यां कुट्टकाध्यायः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि कुट्टकप्रश्नानुसारेण—

$$\text{प्रल} = \frac{\text{प्रगु}\cdot\text{या} - \text{प्रशे}}{\text{हा}} \quad \cdots\cdots (१)$$

$$\text{द्विल} = \frac{\text{या}\cdot\text{द्वि गु} - \text{द्विशे}}{\text{हा}} \quad \cdots\cdots (२)$$

$\therefore \text{प्रल}\cdot\text{हा} = \text{प्रगु}\cdot\text{या} - \text{प्रशे}$

$\text{द्विल}\cdot\text{हा} = \text{द्विगु}\ \text{या} - \text{द्विशे}$

द्वयोर्योगेन—

$\text{हा}\ (\text{प्रल} + \text{द्विल}) = (\text{प्रगु} + \text{द्विगु})\ \text{या} - (\text{प्रशे} + \text{द्विशे})$

$$\therefore \quad \text{प्रल} + \text{द्विल} = \frac{(\text{प्र गु} + \text{द्वि गु})\ \text{या} - (\text{प्रशे} + \text{द्विशे})}{\text{हा}}$$

अत्र यदि भाज्यः $= \text{प्रगु} + \text{द्विगु}$, क्षेपः $= \text{प्रशे} + \text{द्विशे}$

तदा कुट्टकविधिना यो हि गुणकः स एव यावत्तावन्मानं स्यात्तेनोपपन्नमाचार्योक्तम् ।

परन्त्वत्रैव (१) (२) समीकरणाभ्यां—

$$\text{या} = \frac{\text{प्रल}\cdot\text{हा} + \text{प्रशे}}{\text{प्रगु}}$$

$$\text{या} = \frac{\text{द्विल}\cdot\text{हा} + \text{द्विशे}}{\text{द्विगु}}$$

$$\therefore \frac{\text{प्रल}\cdot\text{हा} + \text{प्रशे}}{\text{प्रगु}} = \frac{\text{द्विल}\cdot\text{हा} + \text{द्विशे}}{\text{द्विगु}}$$

समच्छेदीकृत्य छेदगमेन—

$$\text{प्रल}\cdot\text{हा}\cdot\text{द्विगु} + \text{प्रशे}\cdot\text{द्विगु} = \text{द्विलं}\cdot\text{प्रगु}\,\text{हा} + \text{द्विशे}\cdot\text{प्रगु}$$

समशोधनादिना—

$$\text{प्रल}\cdot\text{द्विगु} \backsim \text{द्विल}\cdot\text{प्रगु} = \frac{\text{द्विशे}\cdot\text{प्रगु} \backsim \text{प्रशे}\cdot\text{द्विगु}}{\text{हा}}$$

एतेन मिथो गुणगुणितयोः शेषयोरन्तरं हारभक्तं यदि निःशेषं स्यात्तदा प्रश्नोऽखिलो भवत्यन्यथा खिल इति धीरैर्मुहुर्विवेचनीयम् ।

इति लीलावतीवासनायां कुट्टकाध्यायः समाप्तः ॥

अथ गणितपाशे निर्दिष्टाङ्कैः संख्याया विभेदे

करणसूत्रं वृत्तम् ।

स्थानान्तमेकादिचयाङ्कघातः संख्याविभेदा नियतैः स्युरङ्कैः ।
भक्तोऽङ्कमित्याङ्कसमासनिघ्नः स्थानेषु युक्तो मितिसंयुतिः स्यात् ॥१॥

अत्रोद्देशकः ।

द्विकाष्टकाभ्यां त्रिनवाष्टकैर्वा निरन्तरं द्व्यादिनवावसानैः ।
संख्याविभेदाः कति सम्भवन्ति तत्संख्यकैक्यानि पृथग्वदाशु ॥१॥

न्यासः । २ । ८ । अत्र स्थाने २ । स्थानान्तमेकादिचयाङ्कौ १ । २ । घातः २ । एवं जातौ संख्याभेदौ २ । अथ स एव घातोऽङ्कसमास १० निघ्नः २० । अङ्कमित्यानया २ भक्तः १० । स्थानद्वये युक्तो जातं संख्यैक्यम् । ११० ।

द्वितीयोदाहरणे ।

न्यासः । ३ । ९ । ८ । अत्रैकादिचयाङ्काः १ । २ । ३ । घातः ६ एतावन्तः संख्याभेदाः । घातः ६ अङ्कसमासा २० हतः १२० । अङ्कमित्या भक्तः ४० । स्थानत्रये युक्तो जातं संख्यैक्यम् ४४४० ।

तृतीयोदाहरणे

न्यासः । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ । एवमत्र संख्याभेदाश्चत्वारिंशत्सहस्राणि शतत्रयं विंशतिश्च ४०३२० । संख्यैक्यञ्च चतुर्विंश-

तिनिखर्वाणि त्रिषष्टिपद्मानि नवनवतिकोटयः नवनवतिलक्षाः पञ्चसप्ततिसहस्राणि शतत्रयं षष्टिश्च २४६३९९९९७५३६० ।

उदाहरणम् ।

पाशाङ्कुशाहिडमरूककपालशूलैः
खट्वाङ्गशक्तिशरचापयुतैर्भवन्ति ।
अन्योऽन्यहस्तकलितैः कति मूर्त्तिभेदाः
शम्भोर्हरेरिव गदारिसरोजशङ्खैः ॥२॥

न्यासः। स्थानानि १० । जाता मूर्तिभेदा ३६२८८०० । एवं हरेश्च २४।

अत्रोपपत्तिः । अत्राङ्कानां पाशो रचना विशेषोऽङ्कपाशः । अर्थादेतदुक्तं भवति यदङ्कार्णवेषु भिन्नान् कतिपयानङ्कान् संगृह्यैकादिषु परिमितेषु स्थानेषु यदि तेषामेवाङ्कानां स्थानपरिवर्तनेन निवेशः क्रियते तदा तत्स्थापनप्रकाराः कियन्तो भवन्त्येतद्विधायकप्रकारस्यैवाङ्कपाशेति संज्ञा कृताऽऽचार्येण ।

यथाऽत्र अ, क, ग, घ, च, प इत्यादयो न मिता अङ्काः सन्ति तथा च र समानि स्थानानि । अत्र न मितेष्वङ्केषु र समान् भिन्नान् भिन्नानङ्कान् गृहीत्वा प्रत्येकस्मिन् स्थाने स्थानपरिवर्तनेन यदि स्थाप्यते तदा स्थापनप्रकाराः कियन्मिताः सन्तीत्यस्य जिज्ञासां तत्र तावदुच्यते ।

अथ यदि प्रथमस्थाने अ निवेश्यते तदाऽवशेषेषु न–१ एषु कोऽप्यङ्को द्वितीयस्थाने निवेशयितुं शक्यते । अतः स्थानद्वये निवेशनप्रकारा न-१ मिता भवन्ति ।

तद्यथा अक, अग, अघ, अच, अप.......................................(१)

एवं यदि क, ग, घ, च, प इत्यादयो वर्णाः प्रत्येकं प्रथमस्थाने स्थाप्यते तदा प्रागुक्तयुक्त्यैव निवेशन प्रकारा न-१ मिता एव भवन्त्यतः ।

कअ, कग, कघ, कच, कप....	....	....	(२)
गअ, गक, कघ, गच, गप	....	....	(३)
घअ, घक, घग, घच, घप	....	....	(४)
....	....	....	
....	....	....	
अप, पक, पग, पघ, पच....	....	....	
अत्र, सर्वेषां (१) (२) (३)	....	....(न)	

भेदानां योगेन वास्तवा स्थानद्वयभवा भेदा भवन्त्यतः—

स्थानद्वये भेदाः = न (न–१)

अथानन्तरकथितभेदेषु न(न–१) एषु प्रथमं कोप्येको भेदो यदि प्रथमं स्थानद्वये निवेश्यते तदाऽवशिष्टेषु न–२ मिताङ्केषु कोऽप्यङ्कस्तृतीयस्थाने स्थापयितुं युज्यतेऽतस्तन्निवेशन प्रकारा न–२ मिता भवन्ति । एवं सर्वभेदग्रहणेन तन्मिता एव भेदा

न (न-१) एतत् स्थानपर्यन्तं जायन्तेऽतः सर्वभेदानां योगकरणेन स्थानत्रयभवा भेदाः = न(न-१) (न-२)

एवमुपरोक्तभेदेषु न (न-१) (न-२) एषु प्रथमं कोऽप्येको भेदो यदि प्रथम-स्थानत्रये स्थाप्यते तदा शेषेषु न-३, मिताङ्केषु कोऽप्यङ्कश्चतुर्थस्थाने निवेशयितुं शक्यतेऽतोऽत्रापि तत्स्थापनप्रकारा न-३, मिता भवन्ति । एवमुक्तयुक्त्यैव सर्वभेद-ग्रहणेन तन्मिता भेदप्रकारा न (न-१) (न-२) एतत्स्थानावयवाःस्युस्तेनात्रापि सर्वेषां भेदानां योगकरणेन चतुर्थस्थानीया भेदाः = न (न-१) (न-२) (न-३)। एवमग्रेऽप्यवधेयम् ।

एवमनयैवदिशा र स्थानभवाभेदाः—

= न (न-१) (न-२) न (न-र + १)....(१) यद्यत्र न=र, तदा न, स्थानीयाभेदाः- १ · २ · ३ · ४ · ५ ....न* एतेनोपपन्नं पूर्वार्धमाचार्योक्तम् ।

अथोपरोक्तप्रकारेण अ, क, ग, घ इत्यादिभिरङ्कैः य न स्थानभवाभेदाः संजायन्ते तत्र प्रत्येकस्मिन् भेदे न मितान्येवाङ्कानि स्थानपरिवर्तनेन वर्तन्ते । तत्रैकस्मिन् भेदे स्थानक्रमेण यदि अ, क, ग, घ इत्यादीनां योगो विधीयते तदा सर्वाधिका न स्थान संख्या $१०^{न-१}$, मिता एव ततः परं पदान्तावधि १० अस्यैकोनघाता भवन्ति ।

अथ प्रथमं यदि अ अस्य सर्वाधिकं स्थानं स्वीकृत्य भेदा आनीयन्ते तदाऽधो लिखिता भेदा उत्पद्यन्ते ।

तद्यथा $१०^{न-१}अ + १०^{न-२}क + १०^{न-३}ग$ .... + न

$१०^{न-१}अ + १०^{न-२}ग + १०^{न-३}क +$ .... + न

....

....

अत्र भेदस्वरूपदर्शनेन स्पष्टमवगम्यते यत् अ अस्य सर्वाधिकस्थानकल्पनेन तेन सह भेदसाधनेन च $१०^{न-१}$ अ इयं संख्या सर्वभेदे |न-१ एतन्मिता भवति । एवं क अस्य सर्वाधिकस्थानं प्रकल्प्य तेन सह यदि भेदाः साध्यन्ते तदा प्रोक्तयुक्त्यैव $१०^{न-१}$ क इयमपि सर्वभेदे |न-१ एतन्मितैव । एवमेव $१०^{न-१}$ · ग, $१०^{न-१}$ · घ इत्यादयोऽपि प्रत्येकं |न-१ एतन्मिता भवन्तीति स्फुटमेव गणितविदाम् । भेदेषु तेषां तेषामेवाङ्कानां स्थानपरिवर्त्तनेन समावेशात् । अनयैवदिशा $१०^{न-२}$ · अ, $१०^{न-२}$ · ग इत्यादीनामङ्कानां मध्ये प्रत्येकं |न-१ एतत्सममेवोपलभ्यते ।

* अत्र संक्षेपार्थं १ · २ · ३ · ४........ न इति |न अनेन संकेतेन द्योत्यते ।

एवमेव तृतीयपंक्तिगतानामङ्कानां $१०^{\text{न}-३}$ अ, $१०^{\text{न}-३}$ क, इत्यादीनां मध्येऽपि प्रत्येकमेतत् $\underline{|\text{न}-१}$ समं जायते । एवं स्थानान्तावधि चतुर्थादि-पंक्तिगताः सर्वाः संख्या भवेयुः । सर्वेषां योगेन वास्तवभेदगतानामङ्कानां संयुतिर्भवतीति धीमतामतिरोहितमेवातस्तत्र तावत्प्रथमपंक्तिगतानामङ्कानां योगः =

$\underline{|\text{न}-१} \cdot १०^{\text{न}-१}$ $(\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+ \cdots + \text{न})$

द्वितीयपंक्तिगतानामङ्कानां योगः $= \underline{|\text{न}-१} \cdot १०^{\text{न}-२} (\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+\cdots+\text{न})$

....

एवं न पंक्तिगतानामङ्कानांयोगः $= \underline{|\text{न}-१}$ $(\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+ \cdots + \text{न})$
सर्वेषां योगेन भेदगतानामङ्कानां योगः स्यात्तेन—

$$\text{योगः} = \underline{|\text{न}-१}\,(\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+\cdots\cdots+\text{न})$$
$$\times(१०^{\text{न}-१}+१०^{\text{न}-२}+\cdots\cdots+१)$$
$$= \frac{\underline{|\text{न}}}{\text{न}}(\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+\cdots+\text{न})\cdot १११११\cdots\text{न, पर्यन्तम्} ।$$

अत्र $\underline{|\text{न}} = १\cdot२\cdot३\cdot४\cdots\cdots\text{न} = \text{पूर्वागतोभेदः}$ ।

$\text{न} = \text{स्थानसंख्या}$

$$\therefore \text{योगः} = \frac{\text{पूर्वागतभेद}}{\text{स्थानसंख्या}}(\text{अ}+\text{क}+\text{ग}+\ldots\ldots+\text{न})\cdot १११११\ldots\text{न}$$

अतउपपन्नं सर्वं भास्करोक्तम् ।

विशेषे करणसूत्रं वृत्तम् ।

यावत्स्थानेषु तुल्याङ्कास्तद्भेदैस्तु पृथक्कृतैः ।
प्राग्भेदा विहृता भेदास्तत्संख्यैक्यञ्च पूर्ववत् ॥ १ ॥

अत्रोद्देशकः ।

द्विद्व्येकभूपरिमितैः कति संख्यकाः स्यु-
स्तासां युतिञ्च गणकाशु मम प्रचक्ष्व ।
अम्भोधिकुम्भिसरभूतशरैस्तथाङ्कै-
श्चेदङ्कपाशविधियुक्तिविशारदोऽसि ॥ १ ॥

न्यासः २ । २ । १ । १ । अत्र प्राग्वद्भेदाः २४ । यावत्स्थानेषु तुल्याङ्का इति । अथैवं प्रथमं तावत्स्थानद्वये तुल्यौ । प्राग्वत् स्थानद्वयाज्जातौ भेदौ २ । पुनरन्यत्रापि स्थानद्वये तुल्यौ । तत्राप्येवं भेदौ २ । भेदाभ्यां प्राग्भेदाः २४ भक्ता जाता भेदाः ६ । तद्यथा २२११ । २१२१ । २११२ । १२१२ । १२२१ । ११२२ । पूर्ववत्संख्यैक्यञ्च ९९९९ ।

न्यासः । ४ । ८ । ५ । ५ । ५ । अत्रापि पूर्ववद्भेदाः १२० । स्थानत्रयोत्थभेदै ६ र्भक्ता जाताः २० । तद्यथा—

४ ८ ५ ५ ५ । ८ ४ ५ ५ ५ । ५ ४ ८ ५ ५ ।
५ ८ ४ ५ ५ । ५ ५ ४ ८ ५ । ५ ५ ८ ४ ५ ।
५ ५ ५ ४ ८ । ५ ५ ५ ८ ४ । ४ ५ ८ ५ ५ ।
४ ५ ५ ८ ५ । ४ ५ ५ ५ ८ । ८ ५ ४ ५ ५ ।
८ ५ ५ ४ ५ । ८ ५ ५ ५ ४ । ५ ४ ५ ८ ५ ।
५ ८ ५ ४ ५ । ५ ५ ४ ५ ८ । ५ ५ ८ ५ ४ ।
५ ४ ५ ५ ८ । ५ ८ ५ ५ ४ । एवं विंशति ।

अथ संख्यैक्यञ्च ११६९९८८ ।

अत्रोपपत्तिः । कल्प्यन्ते न मिता वर्णाः, यत्र य मिताः अ वर्णाः, र मिताः क वर्णाः ल मिताः ग वर्णास्तथाऽन्ये चासदृशा वर्णाः सन्ति ।

अथात्र न मितैर्वर्णैर्भेदज्ञाने तु प्रथमं न मितेषु वर्णेषु य स्थानीयभेदाः पूर्वप्रकारेणानीय प्रथमसंज्ञा कल्पिता । तथा च न-य मितेषु वर्णेषु प्रागुक्तरीत्या र स्थानीया ये भेदास्ते द्वितीयभेदाः कल्पिताः । तथैव च न–य–र मितेषु वर्णपूक्तरीत्या ल स्थानभवा भेदा स्तृतीयसंज्ञकाः कल्पिताः । एवमन्ते न-य–र-ल एभिरसदृशैर्वर्णैः सर्वस्थानीया ये भेदास्ते चतुर्थसंज्ञका भवन्ति ।

अतः प्रथमभेदाः $= \dfrac{|\text{न}}{|\text{य} \cdot |\text{न—य}}$

,, द्वितीयभेदाः $= \dfrac{|\text{य—न}}{|\text{र} \cdot |\text{न—य—र}}$

,, तृतीयभेदाः $= \dfrac{|\text{न—य—र}}{|\text{ल} \cdot |\text{न—य—र—ल}}$

एवं चतुर्थभेदाः $= |\text{न—य—र—ल}$

अत्र सर्वेषामुपरोक्तभेदचतुष्टयानां घातेन वास्तवा अभीष्टा भेदा भवन्ति तेन—

$$\text{वास्तवभेदाः} = \frac{|\text{न}}{|\text{य} \; |\text{न—य}} \cdot \frac{|\text{य—न}}{|\text{र} \; |\text{न—य—र}} \cdot \frac{|\text{न—य—र}}{|\text{ल} \; |\text{न—य—र—ल}} \cdot |\text{न—य—र—ल}$$

अत्र गुणहरयोस्तुल्यत्वान्नाशे कृते जाता वास्तवा भेदाः

$=\dfrac{|\underline{\text{न}}}{|\underline{\text{य}}\cdot|\underline{\text{र}}\cdot|\underline{\text{ल}}}$ अत्रापि भेदकथानयनं पूर्ववदेव कर्तव्यम् । तेनोपपन्नं सर्वं सुस्फुटं भास्करोक्तम् ।

अथ वोपपत्तिः । अत्रापि अ, क, ग इत्यादि न वर्णा यत्र य समाः अ वर्णाः, र समाः क, वर्णास्तथा ल समा ग वर्णाः सन्ति । अत्र यदि वास्तवभेदमानम् = भे, तदा भेदेषु प्रत्येकस्मिन् भेदे य मिताः अ, र मिताः क, तथा ल मिता ग वर्णा वर्तन्तेऽतोऽत्रैकस्मिन् भेदे केवलं अ, वर्णानां स्थानपरिवर्तनेन $|\underline{\text{य}}$ मिता भेदाः समुत्पद्यन्ते । अतो वास्तवभेदे जाता भेदाः = भे $|\underline{\text{य}}$ । अत्राप्येकस्मिन्नेव भेदे यदि क, वर्णानां स्थानपरिवर्तनेन भेदा आनीयन्ते तस्मिन् $|\underline{\text{र}}$ मिता भेदा भवन्ति तेन सर्वभेदाः = भे $\cdot|\underline{\text{य}}\cdot|\underline{\text{र}}$ एवमत्राप्येकस्मिन्नेव भेदे केवलं ग, वर्णानां स्थानपरिवर्तनेन $|\underline{\text{ल}}$ मिता भेदाः संजायन्ते अतः सर्वे भेदाः = भे $|\underline{\text{य}}\cdot|\underline{\text{र}}\cdot|\underline{\text{ल}}$ एवमग्रेऽपि बोध्यम् ।

अतो वास्तवभेदाः = भे

$$=\dfrac{\text{सर्वभेद}}{|\underline{\text{य}}\cdot|\underline{\text{र}}\cdot|\underline{\text{ल}}}$$

$$=\dfrac{|\underline{\text{न}}}{|\underline{\text{य}}\cdot|\underline{\text{र}}\cdot|\underline{\text{ल}}}$$

एतेनोपपन्नं सर्वमाचार्योक्तम् ।

अनियताङ्कैरतुल्यैश्च विभेदे करणसूत्रं वृत्तार्धम् ।
स्थानान्तमेकापचितान्तिमाङ्कघातोऽसमाङ्कैश्च मितिप्रभेदाः ।

उदाहरणम् ।

स्थानषट्कस्थितैरङ्कैरन्योन्यं खेन वर्जितैः ।
कति संख्याविभेदाः स्युर्यदि वेत्सि निगद्यताम् ॥ १ ॥

अत्रान्तिमाङ्को नव ९ । अत्रान्त्याङ्को यावत्स्थानमेकापचितेन न्यासः ।
९ । ८ । ७ । ६ । ५ । ४ । एषां घाते जाताः संख्याभेदाः ६०४८० ।

अत्रोपपत्तिस्तु प्रथमसूत्रोपपत्त्या सुगमा ।

अन्यत्करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकस्थानान्तमेकापचितं विभक्तम् ॥ ३ ॥
रूपादिभिस्तन्निहतेः समाः स्युः संख्याविभेदा नियतेऽङ्कयोगे ।
नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे कथितं तु वेद्यम् ॥ ४ ॥
संक्षिप्तमुक्तं पृथुताभयेन नान्तोऽस्ति यस्माद्गणितार्णवस्य ।

उदाहरणम् ।

पञ्चस्थानस्थितैरङ्कैर्यद्यद्योगस्त्रयोदश ।
कति भेदा भवेत्संख्या यदि वेत्सि निगद्यताम् ॥ १ ॥

अत्राङ्कैक्यम् १३ निरेकम् १२ । एतन्निरेकस्थानान्तमेकापचितमेकादिभिश्च भक्तं जातम् $\frac{१२}{१}$ $\frac{११}{२}$ $\frac{१०}{३}$ $\frac{९}{४}$ । एषां घातसमा जाताः संख्याभेदाः ॥ ४९५ ॥

इति श्रीलीलावत्यामङ्कपाशः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्राभीष्टस्थानस्थितानां तेषामेवाङ्कानां भेदाः कियन्तो भवन्ति येषां प्रति भेदे स्थानीयाङ्कयोगो निर्दिष्टाङ्कसमो भवेदित्येतदर्थं तत्र तावदाचार्योक्तोदाहरणे कल्प्यते योगः = यो = १३,

अथैकस्मिन् स्थाने रूप एव । स्थानद्वये तु प्रतिभेदानां विन्यासेन स्थानद्वयोद्भवा भेदाः—

१	१२
२	११
३	१०
४	९
५	८
६	७
७	६
८	५
९	४
१०	३
११	२
१२	१

अत्र भेदस्वरूपदर्शनेन यत् प्रति भेदे स्थानाङ्कयोगस्त्रयोदश सम इति स्फुटं दृश्यतेऽतः स्थानद्वयोद्भवा भेदाः = १२ = $\frac{\text{यो} - १}{१}$

यदि स्था = ३, तदा तत्रादौ तावत्स्थानद्वयोद्भवानां भेदानां पृथक् विन्यासेन—

१	११	१	१०	१	९	१	८	१	७	१	६	१	५	१	४	१	३	१	२	१	१
२	१०	२	९	२	८	२	७	२	६	२	५	२	४	२	३	२	२	२	१		
३	९	३	८	३	७	३	६	३	५	३	४	३	३	३	२	३	१				
४	८	४	७	४	६	४	५	४	४	४	३	४	२	४	१						
५	७	५	६	५	५	५	४	५	३	५	२	५	१								
६	६	६	५	६	४	६	३	६	२	६	१										
७	५	७	४	७	३	७	२	७	१												
८	४	८	३	८	२	८	१														
९	३	९	२	९	१																
१०	२	१०	१																		
११	१																				

अत्र स्वरूपदर्शनेन स्फुटं यत्

प्रथमभेदाः = ११
द्वितीयभेदाः = १०
तृतीयभेदाः = ९
चतुर्थभेदाः = ८
पञ्चमभेदाः = ७
षष्ठभेदाः = ६
सप्तमभेदाः = ५
अष्टमभेदाः = ४
नवमभेदाः = ३
दशमभेदाः = २
एकादशभेदः = १

तथाचैकादिषु भेदेषु प्रतिभेदगतस्थानीयाङ्क योगः क्रमेग १२, ११, १०, ९, ८, ७, ६, ५, ४, ३, २, तेनात्रैकादिभेदेषु प्रतिभेदे १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, क्रमेणसंयोज्यते तदा स्थानत्रयोद्भवाभेदा ११ अस्य संकलित-समा भवन्ति येषां प्रतिभेदीयस्थानाङ्कयोगोऽभीष्टयोगसमः स्यात्तथाकृते स्थान-त्रयेभेदाः $= \frac{११ \times १२}{२} = \frac{(यो-२)(यो-१)}{१ \cdot २}$

यदि च स्था=४, तदा यथोक्त्या पृथक्भेदानां विन्यासेन १० अस्य संकलितै-क्यसमा भेदाः समा गच्छन्ति। तेन चतुः स्थानीया भेदाः $= \frac{१० \cdot ११ \cdot १२}{१ \cdot २ \cdot ३}$

$$= \frac{(यो-३)(यो-२)(यो-१)}{१ \cdot २ \cdot ३}$$

एतेनावसीयते यत् स्थानद्वये रूपोनयोगसमभेदाः, स्थानत्रये तु द्व्यूनयोगस्य संक-लितसमास्तथा स्थानचतुष्के च त्र्यूनयोगस्य संकलितैक्यसमा एवं स्थानपंचके तु चतुरूनयोगस्य संकलितैक्यैक्यतुल्याः भेदा भवन्ति। एवमग्रेऽपि बोध्यम्।

तेनात्र यदि स्थानसंख्या = स्था,

$$\text{तदा स्थानीयाभेदाः} = \frac{(यो-१)(यो-२)\cdots(यो+१-स्था)}{१ \cdot २ \cdot ३ \cdots (स्था-१)}$$

यथाऽऽचार्योक्तोदाहरणे स्थानसंख्या=५, योगः=१३,

$$\therefore \text{पञ्चस्थानीयाभेदाः} = \frac{(१३-१)(१३-२)\cdots(१३+१-५)}{१ \cdot २ \cdot ३ \cdots (५-१)}$$

$$= \frac{१२ \times ११ \times १० \times ९}{१ \cdot २ \cdot ३ \cdot ४}$$

$$= ४९५$$

अथैतत् प्रतीत्यर्थं पृथक् भेदानां विन्यासेन—

११११९	अत्र वास्तवभेदाः		= ५
१११२८	,,	,,	=२०
१११३३	,,	,,	=२०
१११४६	,,	,,	=२०
१११५५	,,	,,	=१०
११२३३	,,	,,	=६०
११३३५	,,	,,	=३०
२२२२५	,,	,,	= ५
२२२३४	,,	,,	=२०
२२२६१	,,	,,	=२०
२२४४१	,,	,,	=३०
२२३५१	,,	,,	=६०
२२११७	,,	,,	=३०
२११४५	,,	,,	=६०
३३३२२	,,	,,	=१०
३३३३१	,,	,,	= ५
३३४२१	,,	,,	=६०
३४४११	,,	,,	=३०
			४९५

अतः सर्वभेदयोगः = ४९५

एतेनोपपन्नं "निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकस्थानान्तमेकापचितं विभक्तम् । रूपादिभिस्तन्निहतेः समाः स्युः संख्याविभेदा नियतेऽङ्कयोगे" इति ।

परन्त्वत्रैव साधितभेदेषु दश तथा दशतोऽधिका कापि संख्या मा भूदित्येतदर्थं "नवान्वितस्थानकसंख्यकाया ऊनेऽङ्कयोगे कथितं तु वेद्य" मित्याचार्योक्तं युक्तियुक्तमिति धीमद्भिरवगन्तव्यम् ।

अथवा कापि क संख्या कतिविधैः प्रकारैर्विनिर्मीयत इति जिज्ञासायां तत्र तावत्कल्प्यते समीकरणम्—

$$य^{न} + य^{न+१} + य^{न+२} + \cdots$$

$$+ (य^{न} + य^{न+१}\, य^{न+२} + \cdots\cdot)^{२}$$

$$+ (य^{न} + य^{न+१} + य^{न+२} + \cdots)^{३} — \cdots\cdot$$ इत्या

यत्रैकैकसमीकरणेन $य^{क}$ इयं संख्या समागच्छति यत्र च न संख्यातः स्वल्पा नहि कापि संख्या भवेत् ।

तेनात्र यदि $य^{न} + य^{न+१} + य^{न+२} + \cdots = र$

तदा पूर्वसमीकरण स्वरूपम्—

$र + र^{२} + र^{३} + \cdots$ इत्या

अत्र बीजगणितक्रियया—

$$\frac{र}{१-र} = \frac{य^{न} + य^{न+१} + य^{न+२} + \cdots\cdots}{१-(य^{न} + य^{न+१} + य^{न+२} + \cdots\cdots)}$$

$$= \frac{\frac{य^{न}}{१-य}}{१-\frac{य^{न}}{१-य}}$$

$$= \frac{य^{न}}{१-य-य^{न}}$$

अतः प्रागुक्तसमीकरणम्—

$$र + र^{२} + र^{३} + \cdots\cdots = \frac{य^{न}}{१-य} + \frac{य^{२न}}{(१-य)^{२}} + \frac{य^{३न}}{(१-य)^{३}}$$

$$+ \cdots\cdots + \frac{य^{म.न}}{(१-य)^{म}}$$

अतोऽत्र म संख्यकपदमानम् $= य^{मन} \cdot (१-य)^{-म}$

अथात्र $य^{मन}(२-य)^{-म}$ अस्मिन् $य^{क}$ अस्य ये गुणकाङ्कास्तावन्त एव भेदा भवन्ति यत्र प्रत्येकस्मिन् भेदे स्थानीयाङ्कयोगः क समो भवेत् ।

परन्तु बीजगणितेन—

$$य^{क} = य^{मन} \times य^{क-मन}$$

अतोऽत्र $य^{मन}(१-य)^{-म}$ अस्मिन् य अस्य क घातस्तावद्भिरेव प्रकारैर्भवति यावद्भिः $(१-य)^{-म}$ अस्मिन् $य^{क-मन}$ इयं संख्या सञ्जायतेऽतो $(१-य)^{-म}$ अस्मिन् $य^{क-मन}$ अस्य ये गुणकाङ्कास्तएवाभीष्टभेदा भवन्ति— ते-

नात्र द्वियुक्पदसिद्धान्तेन $(१-य)^{-म}$ अस्मिन् $य^{क-मन}$ अस्य गुणकाङ्कः ।

$$= \frac{म(+१)(म+२)\cdots\cdots(म+क-मन-१)}{|क-मन}$$

अत्रैव यदि क संख्या न विभक्ता तत्र पूर्णा लब्धिः = ल, इति प्रकल्प्य तथा म संख्या १, २, ३, ४, $\cdots\cdots$ ल, इत्यादिभिस्स्थाप्यते

तदा क्रमेणैकादिस्थानीयभेदाः—

$$\frac{१.२.३\cdots\cdots(क-न)}{|क-न}, \frac{२.३.४.\cdots\cdots(क-२न+१)}{|क-२न},$$

$$\frac{३.४.५\cdots\cdots(क-३न+२)}{|क-३न}, \frac{४.५.\cdots\cdots(क-४न+३)}{|क-४न}\cdots\cdots$$

इत्यादि भवन्ति । सर्वेषां योगोऽभीष्टस्थानीया भेदा जायन्ते यत्र प्रतिभेदे स्थानीयाङ्कयोगः क समस्तथा च न तो नहि कापि संख्या न्यूना स्यादिति ।

$$\text{अतोऽभीष्टस्थानीयभेदाः} = \frac{१.२.३\cdots\cdots(क-न)}{|न-क}$$

$$+\frac{२.३.४\cdots\cdots(क-२न+१)}{|क-२न}$$

$$+\frac{३.४.५\cdots\cdots(क-३न+२)}{|क-३न}+\cdots\cdots$$

$$=१+(क-२न+१)$$

$$+\frac{(क-३न+२)(क-३न+१)}{१.२}$$

$$+\frac{(क-४न+३)(क-४न+२)(क-४न+१)}{१\ २\ ३}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\text{इत्या.}$$

अत्र स्वरूपदर्शनेन स्पष्टमवसीयते यदत्र प्रथमपदेनैकसंख्योत्पन्नभेदो द्वितीयपदेन संख्याद्वयोत्थभेदस्तथा तृतीयपदेन संख्यात्रयोत्थभेद एवमेवाग्रेऽपि चतुर्थादिपदैश्चतुरादिसंख्योद्भवाः भेदाः प्रकटीभवन्तीति स्फुटमेव गणितविदाम् ।

अथोपरोक्तभेदेषु यदि न मानं रूपसमं कल्प्यते तदा—

$$\text{पूर्वोक्तभेदाः} = १ + (क-१) + \frac{(क-१)(क-२)}{१.२}$$

$$+\frac{(क-१)(क-२)(क-३)}{१.२.३.}+\cdots\cdots$$

$$+\frac{(क-१)(क-२)(क-३)\cdots(क-स्था+१)}{१.२.३.४\cdots(स्था-१)}$$

अत्रैव केवलेष्टस्थानोद्भवा भेदाः

$$=\frac{(क-१)(क-२)(क-३)\cdots(क-स्था+१)}{\lfloor स्था-१}$$

एतेनोपपन्नमाचार्योक्तम् ।

इह किल भेदे प्रत्येकस्थानीयसंख्यया दशतो न्यूनेन भवितव्यम् । परन्तु यत्र नवान्वितस्थानसंख्यातोऽङ्कयोगोऽधिकः स्यात्तत्र भेदे स्थानीयसंख्याया दश तथा दशतोऽधिकसम्भावनया ह्याचार्योक्तभेदेषु तावन्तो भेदा अपनेया यत्र स्थानीयसंख्या दश वा दशतोऽधिका भवेयुः । परमिह कियन्तो भेदाः यत्र स्थानीयसंख्या दश तथा दशतोऽधिकाः सन्तीति तत्र तावन्न ज्ञायतेऽतस्तज्ज्ञानार्थमुपायः–

अथाङ्कयोगे नवविशोध्य शेषसमयुतौ यथोक्त्या स्थानीया भेदाः साध्यास्ते ख संज्ञकाः कल्पिताः । अत्रैकस्मिन् भेदे प्रत्येकैकस्मिन्नेव स्थाने यदि नव योज्यन्ते तदा स्थानतुल्या भेदा भवन्ति यत्र प्रत्येकस्मिन् भेदे ह्येकस्थाने स्थानीयसंख्या दश वा दशतोऽधिका स्युरतस्तादृशाः सर्वे भेदाः = स्था.ख ।

एतन्मिता एव भेदा भास्करीयभेदेषु विशोधनेन वास्तवाभेदा भवन्ति ।

परन्तु ख भेदेषु यत्र स्थानीयसंख्या दश तथा दशतोऽधिकाः स्युस्तदा तत्र नव-संयोगेन स्थानद्वये स्थानीयसंख्या दश तथा दशतोऽधिका भवेयुरतो ख मितभेदे तावतो भेदान् यत्र स्थानद्वये स्थानीयसंख्या दश वा तद्दशतोऽधिकाः स्युर्विशोध्य शेषं भास्करीयभेदेष्वपनेयम् । परमिहापि ते भेदास्तावन्न ज्ञायते यत्र स्थानद्वये स्थानीयसंख्या दश वा दशतोऽधिकाः सन्ति अतस्तदानयनार्थमुपायः—

अत्र पूर्वयोगे द्विगुणनवविशोध्य शेषसमे योगे भास्करीयप्रकारेण ये भेदास्ते $ख_१$ संज्ञकाः । अत्रापि प्रत्येकस्मिन् भेदे द्वयोर्द्वयोः स्थानयोर्नव संयोगेनैकस्मिन् भेदे भेदाः $=\frac{स्था\ (स्था-१)}{१.२}$ यत्र स्थानद्वये स्थानीयसंख्या दश तथा दशतोऽधिका वर्तन्ते ।

अतस्तावन्तः सर्वभेदाः $=\frac{स्था\ (स्था-१)}{१.२}ख_१$ एतान् पूर्वभेदेषु स्था ख एषु विशोध्य शेषं भास्करीयभेदेषु विशोधनीयम् ।

परन्तु $ख_१$ अत्रापि यदि भेदे स्थानीयसंख्या दश वा दशतोऽधिका भवन्ति तदा तत्र स्थानद्वये नव संयोगेन स्थानत्रये स्थानीयसंख्या दश तथा दशतोऽधिका भवेयुरतस्तादृशाः सर्वेभेदा अपनेयास्तज्ज्ञानार्थमुपायः–

इह किल पूर्वयोगे त्रिगुणनवविशोध्य शेषसमयोगवशेन यथोक्त्या स्थानीया

भेदाः साध्यास्ते तु $ख_2$ संज्ञकाः । अत्रापि प्रति भेदे तिसृषु तिसृषु स्थानेषु नवसं-योगेनैकस्मिन् भेदे भेदाः—

$= \frac{स्था\ (स्था-१)\ (स्था-२)}{१.\ २.\ ३}$ यत्र स्थानत्रये स्थानीयसंख्या दश तथा दशतोऽधिका वर्तन्ते ।

अतस्तादृशाः सर्वे भेदाः $= \frac{स्था\ (स्था-१)\ (स्था-२)}{१.\ २.\ ३} ख_2$ । एतन्मितान् भेदान् प्रागुक्तभेदेषु विशोध्य शेषं भास्करीयभेदेषु शोधनीयम् । एवमग्रेऽपि बोध्यम् । तथाकृते जातं वास्तवभेदमानम् = भास्करीयभेद–स्था-ख

$$+ \frac{स्था\ (स्था-१)}{|२} \cdot ख_1$$

$$- \frac{स्था\ (स्था-१)\ (स्था-२)}{|३} ख_2$$

$$+ \frac{स्था\ (स्था-२)\ (स्था-२)\ (स्था-३)}{|४} ख_3$$

— . . . . इत्यादि ।

एतेन—

नवान्वितस्थानकसंख्यकातोऽधिकेऽङ्कयोगे कथयामि युक्तिम् ।
या भास्कराचार्यवरैर्हि भेदज्ञानाय नोक्ता पृथुताभयेन ॥
निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेकेत्याद्युक्तरीत्या प्रथमं विभेदाः ।
साध्यास्ततोऽभीष्टयुतौ विशोध्यास्तावन्नव प्राज्ञवरैर्हि यावत् ।।
नवाल्पशेषं हि ततः क्रमेण तत्तद्युतौ भास्कररीतितो ये ।
स्थानीयभेदाः प्रथमादिसंज्ञा स्तेचात्र भेदानयने प्रकल्प्याः ॥

एकाद्येकोत्तरा अङ्का इत्यादि प्रोक्तरीतितः ।
स्थानतुल्यपदे भेदानेकादिस्थानजान् सुधीः ॥
आनयेत्क्रमतस्तैस्तु प्रथमादिकसंज्ञकाः ।
भेदा विनिहिताः कार्या स्तैरूनसहिताः किल ॥
प्रथमादिक्रमेणैव पूर्वभेदाः सदा बुध ।
वास्तवं भेदमानं स्यादित्यूचुरधुनातना. ॥*

इति मदुक्तमुपपद्यते ।

---

* उदाहरणम् । सप्तस्थानस्थितैरङ्कैर्यद्योगोऽब्धिसागराः ।
कति संख्या विभेदाः स्युर्यदि वेत्सि निगद्यताम् ।
न्यासः । अत्राङ्कैक्यन् । ४४ । स्थानसंख्या ७ । ततो निरेकमङ्कैक्यमिद मित्या-

अथ वोपपत्तिः ।

अत्रापि कल्प्यते समीकरणस्वरूपम्—

$(य+य^{२}+य^{३}+\cdots\cdots+य^{६})^{स्था}$ अत्र $य^{क}$ अस्य ये गुणकाङ्क्षास्त एवैकद्व्यादिभवा भेदा भवन्ति यत्र भेदे स्थानीयाङ्कयोगः क समो भवेत् ।

अथ च स्थानतुल्यस्थाने दश विन्यस्य प्रत्येकपूर्वभेदानां विशोधनेन तावन्त एव भेदा भवन्ति यत्र प्रत्येकस्मिन् भेदे स्थानीयसंख्या १०स्था-क समा भवति ।

अतोऽत्र $(य+य^{२}+य^{३}+\cdots\cdots+य^{६})^{स्था}$ अस्मिन् $य^{क}$ अस्य $य^{१० स्था-क}$ अस्य वा ये गुणाकाङ्क्षास्तएवाभीष्टभेदा भवन्तीति प्रागुक्तयुक्त्या स्पष्टमेव गणितविदाम् ।

$$अतः (य+य^{२}+य^{३}+\cdots\cdots+य^{६})^{स्था}$$

$$= य^{स्था}(+य+य^{२}+\cdots\cdots\times य^{८})^{स्था}$$

$$= य^{स्था}\left(\frac{य^{६}-१}{य-१}\right)^{स्था}$$

$$= य^{स्था}(य^{६}-१)^{स्था}(य-१)^{-स्था}$$

परन्तु*द्वियुक्पदसिद्धान्तेन—

$$(य^{६}-१)^{स्था} = य^{६\, स्था} - स्था . य^{६(स्था-१)}$$

दिना जाताः पूर्वभेदाः ३६५७८७२४ । अङ्कयुतौ ४४ नव ९ विशोध्य ३५ प्रथमशेषम् ३५ । द्वितीयशेषम् २६ । तृतीयशेषम् १७ एवं चतुर्थशेषम् । ८ । एभ्यः शेषेभ्यो यथोक्त्या प्रथमादि भेदाः क्रमेण प्रथमभेदाः १३४४९०४ । द्वितीयभेदाः १७७१ ।तृतीयभेदाः ८००८ । चतुर्थभेदाः ७ ।

अथ स्थान ७ समपदे एकाद्येकोत्तरा अङ्का इत्यादिना एकस्थानीयभेदाः ७ । द्विः स्थानीयभेदाः २१ । त्रिस्थानीयभेदाः ३५ । एवं चतुः स्थानीयभेदाः ३५

अथ ७, २१, ३५, ३५ एभिर्भेदैः प्रथमादि भेदाः क्रमेण गुणितास्तदा जाता प्रथमादिभेदाः । ९४१४३२८ । ३७१९१ । २८०२८० । २४५ ।

अथ च द्वितीय ३७१९१ चतुर्थ २४५ योर्योगेन ३७४३६ अनेन पूर्वभेदः ३६५७८७२४ सहितः ३६६१६१६० तथा प्रथम ९४१४३२८ तृतोय २८०२८० यो र्योगेन ९६९४६०८ अनेन ३६६१६१६० अयं रहितः २६१२१५५२ इदमेव वास्तवभेदमानम् ।

* द्वियुक्पदसिद्धान्तज्ञानार्थं मन्निर्मितचापीयत्रिकोणगणितं द्रष्टव्यम् ।

$$+\frac{\text{स्था}(\text{स्था}-१)}{\underline{|२}}\cdot\text{य}^{९(\text{स्था}-२)}$$

$$-\frac{\text{स्था}(\text{स्था}-१)(\text{स्था}-२)}{\underline{|३}}\cdot\text{य}^{९(\text{स्था}-३)}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\text{इत्या}$$

एवं $(\text{य}-१)^{-\text{स्था}}=\text{य}^{-\text{स्था}}+\text{स्था}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+१)}$

$$+\frac{\text{स्था}(\text{स्था}+१)}{\underline{|२}}\,\text{य}^{-(\text{स्था}+२)}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\text{इत्या.}$$

$$\therefore\ \text{य}^{\text{स्था}}(\text{य}^{९}-१)^{\text{स्था}}\cdot(\text{य}-१)^{-\text{स्था}}$$

$$=\text{य}^{\text{स्था}}\Big\{\text{य}^{९\text{स्था}}-\text{स्था}\cdot\text{य}^{९(\text{स्था}-१)}$$

$$+\frac{\text{स्था}(\text{स्था}-१)}{\underline{|२}}\cdot\text{य}^{९(\text{स्था}-२)}-\cdots\cdots\Big\}$$

$$\times\Big\{\text{य}^{-\text{स्था}}+\text{स्था}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+१)}$$

$$+\frac{\text{स्था}(\text{स्था}+१)}{\underline{|२}}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+२)}+\cdots\cdots\Big\}$$

$$=\text{य}^{१०\,\text{स्था}}\Big\{\text{य}^{-\text{स्था}}+\text{स्था}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+१)}$$

$$+\frac{\text{स्था}(\text{स्था}+१)}{\underline{|२}}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+२)}+\cdots\cdots\Big\}$$

$$-\text{स्था}\ \text{य}^{१०\,\text{स्था}-९}\Big\{\text{य}^{-\text{स्था}}+\text{स्था}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+२)}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\Big\}$$

$$+\frac{\text{स्था}(\text{स्था}-१)}{\underline{|२}}\cdot\text{य}^{१०\,\text{स्था}-१८}$$

$$\Big\{\text{य}^{-\text{स्था}}+\text{स्था}\cdot\text{य}^{-(\text{स्था}+१)}+\cdots\cdots\Big\}$$

$$-\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

अत्र समीकरणे $य^{-(स्था+म)}$ अस्य गुणाकाङ्काः

$$=\frac{स्था(स्था+१)(स्था+२)\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot(स्था+म-१)}{\lfloor म} \text{ इति}$$

द्वियुक्पदसिद्धान्तेन स्पष्टमवगम्यतेऽतोऽत्र कल्प्यते—

$$१० स्था-(स्था+म)=९ स्था-म=१० स्था=क\therefore म=क-स्था$$

$$१० स्था-९-(स्था+म)=९ स्था-९-म=१० स्था-क,\therefore म=क-स्था-९$$

एवमग्रेऽपि भवति ।

अत्र प्रथमेन म मानमानीय $य^{-(स्था+म)}$ अस्य गुणकाङ्केषूत्थाप्य

$$\text{जाता भेदाः} =\frac{स्था(स्था+१)(स्था+२)\cdot\cdot\cdot\cdot(क-१)}{\lfloor क-स्था}$$

$$=\frac{(क-१)(क-२)(क-३)\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot स्था}{\lfloor क-स्था}$$

$$=\frac{(क-१)}{१}\cdot\frac{क-२}{२}\cdot\frac{क-३}{३}\cdot\cdot\cdot\cdot\frac{क-(स्था-१)}{स्था-१}$$

एतेनोपपन्नं भास्करोक्तम् ।

अत्रैव यदि द्वितीयेन म मानेनोत्थाप्यते तदा—

$$ख=\frac{(क-९)-१}{१}\cdot\frac{(क-९)-२}{२}\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\frac{स्था}{क-स्था}$$

$$=\frac{(क-९)-१}{१}\cdot\frac{(क-९)-२}{२}\cdots\cdots\cdots\frac{(क-९)-(स्था-१)}{स्था-१}$$

एवमेव—

$$ख_{१}=\frac{(क-१८)-१}{१}\cdot\frac{(क-१८)-२}{२}\cdots\cdots\cdots\frac{(क-१८)-(स्था-१)}{स्था-१}$$

इत्यादि भवति ।

अतः सर्वाणि ख, $ख_{१}$, इत्यादि मानान्यानीय स्था, $\frac{स्था(स्था-१)}{२}\cdots\cdots$ क्रमेण संगुण्य पूर्वभेदेषु विहीनयुतेन वास्तवं पूर्वागतं भेदमानं भवतीति धीमद्भिरवगन्तव्यम् ।

एतेन—दशघ्नस्थानसंख्यायामङ्कैक्यं प्रविशोधयेत् ।
यत्तयोरल्पकं शेषमङ्कैक्यं तत्प्रकल्पयेत् ॥
ततः पूर्वप्रकारेण भेदाः साध्या बुधैः सदा ।
पूर्वागतसमास्ते तु प्रभवन्ति हि विद्वराः ॥

इत्युपपन्नं भवति । अस्योदाहरणार्थं परिशिष्टप्रकरणं द्रष्टव्यम् ।

अत्रैव यदि शून्येनापि भेदः साध्यते तदा पूर्वागतेषु भेदेषु प्रत्येकस्मिन् भेदेह्येक-द्वित्र्यादिघातसमा भेदा जायन्तेऽतः पूर्वभेदा एकद्वित्र्यादिघातगुणास्तेषां योगस्तदैकद्वित्र्यादिस्थानोद्भवा भेदास्ते पूर्वोक्तशुद्धभेदैः सहितास्तदा वास्तवं भेदमानं भवतीत्यतः—

रूपोनितस्थानमुखैकह्रासस्थानेष्वभीष्टाख्ययुतौ तु ये ते ।
यथार्थभेदाः क्रमतो हताः स्वस्वस्थानजेन्द्वक्ष्यनलादिघातैः ॥
तेषां युतिः प्राग्भवशुद्धभेदैर्युता भवेद्वास्तवभेदमानम् ।
शून्यैकसंख्यादिभवं तथोक्तं श्रीभास्करैर्नो गुरुदोपतोऽत्र ॥

इति श्रीमत्सुधाकरद्विवेद्युक्तमप्युपपन्नं भवति ।

अत्रैव प्रागुक्तसमीकरणेह्येकद्वित्र्यादिस्थानभवा भेदाः

$$= \frac{१.२.३\ldots(क-न)}{\lfloor क-न} + \frac{२.३.४\ldots(क-२न+१)}{\lfloor क-२न} + \frac{३.४.५\ldots\ldots(क-३न+२)}{\lfloor क-३न} + \ldots\ldots \text{इत्या ।}$$

अत्र यदि क = ११, न = २, तदा पञ्चस्थानस्थितानां भेदानां योगकरणेनैक-द्वित्र्यादिपञ्चस्थानोद्भवा भेदा भवन्ति तेन

$$\text{भेदाः} = १ + ८ + \frac{६.७}{१.२} + \frac{४.५.६}{१.२.३} + \frac{२.३.४.५}{२.३.४}$$

$$= १ + ८ + २१ + २० + ५ = ५५$$

अथैषां प्रतीत्यर्थं अधोलिखितभेदानां विन्यासेन—

एकस्थानीयभेदः	= १
स्थानद्वये तु—	
९ + २, ८ + ३, ७ + ४, ६ + ५ प्रत्येकस्मिन् द्वौद्वौ भेदौ	= ८
स्थानत्रये तु—	
७ + २ + २, ५ + ३ + ३, ३ + ४ + ४ प्रत्येकस्मिन् त्रयस्त्रयोभेदाः	= ९
६ + ३ + २, ५ + ४ + २, प्रत्येकस्मिन् षट्षट्भेदाः	= १२
चतुःस्थाने तु—	
२ + २ + ३ + ४ अत्र द्वादशभेदाः	= १२
२ + ३ + ३ + ३, २ + २ + २ + ५ प्रत्येकस्मिन् चत्वारो भेदाः	= ८
पञ्चस्थाने तु—	
२ + २ + २ + २ + ५ अत्र पञ्चभेदाः	= ५
सर्वेषां पृथक् भेदानां योगकरणेन वास्तवा भेदाः	= ५५

एवमत्र बहवो विशेषाः समुपपद्यन्ते ते च ग्रन्थविस्तरभयान्नात्र प्रतिपादिता अस्माभिः ।

अत्रैव "संक्षिप्तमुक्तं पृथुताभयेन नान्तोऽस्ति यस्मात् गणितार्णवस्ये"ति ग्रन्थकारोक्ति रथतीव सुन्दरीति धीमद्भिः स्फुटमवगम्यते ।

इति लीलावतीवासनायामङ्कपाशः समाप्तः ।

न गुणो न हरो न कृतिर्न घनः
पृष्टस्तथापि दुष्टानाम् ।
गर्वितगणकबहूनां
स्यात्पातोऽवश्यमङ्कपाशेऽस्मिन् ॥ १ ॥
येषां सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी
शुद्धाऽखिलव्यवहृतिः खलु कण्ठसक्ता ।
लीलावतीह सरसोक्तिमुदाहरन्ती
तेषां सदैव सुखसम्पदुपैति वृद्धिम् ॥ २ ॥

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते सिद्धान्तशिरोमणौ
लीलावतीसंज्ञः पाट्यध्यायः सम्पूर्णः ॥
लीलावत्यां वृत्तसंख्या २६६ ।

परिशिष्ट प्रकरणम्

नत्वा वागीश्वरीं देवीं प्रणमज्जनसूक्तिदाम् ।
शिवं च वरदं वच्मि परिशिष्टं विदां मुदे ॥

तत्रादौ तावद्गुणकर्म ।

गुणयितुं योग्यो गुण्यः, येन गुण्यते स च गुणक स्तथा गुणनान्निष्पन्नाङ्को हि गुणनफलमिति चोच्यते ।

(१) यथा गुण्यः = ३७८४५, गुणकः = ७२८४

३७८४५
७२८४
१५१३८०
३०२७६०
७५६९०
२६४९१५
२७५६६२९८० = गुणनफलम् ।

यत्र गुण्ये गुणके द्वयोर्वाऽन्ते शून्यानि वर्तन्ते तत्र तावत्प्रथमं शून्यं हित्वा यथा-क्त्या गुणनफलं विधाय तत्रान्ते तावन्ति शून्यानि निवेशनीयानि ।

(२) यथा ५४८००० = गुण्यः, ३४३ = गुणकः ।

५४८
३४३
१६४४
२१९२
१६४४
१८७९६४००० = गुणनफलम् ।

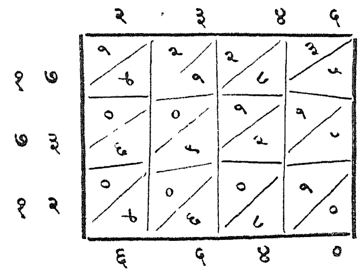
(३) ३७००८ = गुण्यः
४२०३ = गुणक
१११०२४
७४०१६
१४८०३२
१५५५४४६२४ = गुणनफलम् ।

(४) ४०३०० = गुण्यः
४३७० = गुणकः
२८२१
१२०९
१६१२
१७६१११००० = गुणनफलम् ।

कतिपयेषु प्राचीनपुस्तकेषु निम्नलिखितो गुणनप्रकारोऽपि समुपलभ्यते ।

गुण्यगुणकयोः स्थानसंख्यामिताभ्यां भुजकोटिभ्यां यदायतक्षेत्रमुत्पद्यते तत्र फलतुल्यानि वर्गकोष्ठकानि विरचय्य प्रत्येकस्मिन् कोष्ठे कर्णरेखा योजनीयाः । ततो भुजोपरि कोष्ठकक्रमेण गुण्याङ्कान् तथा कोट्युपरि गुणकाङ्कांश्च विन्यस्य प्रत्येकेन गुणकांकेन गुण्याङ्कं संगुण्य गुणनफलस्यैकस्थानीयाङ्कं स्वस्वकोष्ठमध्ये कर्ण रेखातो दक्षिणपार्श्वे तद्धस्तलब्धाङ्कं तु तद्वामभागे स्थापयेत् । एवमन्ते द्वयोर्द्वयोः कर्णयोरन्तर्गतानां तिर्य्यक्स्थितानामङ्कानां योगो हि गुणनफलं स्यादिति ।

यथा गुण्यः=२३४५
गुणकः=७३२



अतोऽत्र गुणनफलम्=१७१६५४०

गुणनेऽन्यो विशेषः ।

यदि काचित्संख्या ५, ५², ५³ इत्यादिभिर्गुण्यते तदा तत्र प्रथमं तत्संख्यान्ते क्रमेण ०, ००, ००० इत्यादीन् निवेश्य २, ४, ८ इत्यादिभिर्विभक्तास्तदा वास्तवं गुणनफलं भवतीति ।

(१) यथा गुण्यः १७२, गुणकः ५
अत्र १७२० ÷ २ = ८६० = गुणनफलम् ।

(२) गुण्यः १७२, गुणकः १५
१७२० = १० गुणितम्
८९० = ५ ”
योगेन २६१० = १५ गुणितम् ।

(३) गुण्यः ३८, गुणकः २५
३८०० ÷ ४ = ९५० = गुणनफलम्

(४) गुण्यः ३८, गुणकः ३९

४)३८००

९५० = २५ गुणितम्

३८० = १० ”

योगेन १३३० = ३५ गुणितम् ।

(५) गुण्यः ३८, गुणकः ७५

३८०० = १०० गुणितम् ।

९५० = २५ ”

अन्तरेण २८५० = ७५ गुणितम् ।

(६) गुण्यः ८९, गुणकः १२५

अत्रापि ८९०० ÷ ८ = ११२५ = गुणनफलम्

(७) गुण्यः ८९, गुणकः १७५

८) ८९००

११२५ = १२५ गुणितम्

४) ८९००

२२२५ = २५ ”

८९० = १० ”

२) ८९०

४४५ = ५ ”

योगेन १४६८५ = १७५ गुणितम् । एवमन्यत्रापि ज्ञेयम्

यदि च ९, ९९, ९९९, ९९९९............इत्यादिभिः काचित्संख्या गुण्यते तदा प्रथमं तत्रान्ते नवसंख्यासमानि शून्यानि निवेश्याभीष्टसंख्या विशोध्या तदा गुणनफलं भवतीति ।

यथा गुण्यः ३४५, गुणकांकः ९९

अत्र ३४५०० − ३४५ = ३४१५५ = गुणनफलम् ।

इति गुणनविधिः ।

अथाभ्यासार्थं कानिचिदुदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते ।

अधोलिखिताङ्कानां गुणनफलं किम् ?

(१) ३०७६५० × ९०० (४) ८५७३०५६ × ९०००८२

(२) ८९७६५४३२१ × १७८६५३ (५) ८९०२५ × ८००७

(३) ९८७६५०७ × ३९४२१ (६) १२३४५६ × ७०८०९

(७) ८४६३ × ३४४४ (१०) ३७०३०४ × ६०७०३७०

(८) ९०४०७ × ६०५०　　(११) ३७०० × ८०९०२५०००

(९) ७८४६९ × ८००७६　　(१२) ४८०३९ × ८९०७४

(१३) ८२३९ × ५५४४६८२

अथ भागहारः ।

भक्तुं योग्यो भाज्यस्तथा येन भज्यते स च भाजकः । भज (सेवायां) धातोः "कर्मणि घञ्" करणेन भज्यतेति भागस्तं हरतीति भागहारः । तथा च यद्गुणो-भाजको भाज्ये शुद्ध्यति तत्फलं लब्धिर्वा कथ्यते ।

यथा भाज्यः = १२, भाजकः = ४ अत्र त्रिगुणभाजको भाज्ये घटते तेनात्र लब्धिः = ३ ।

यत्र भागहरणे भाज्यो हारेण निःशेषो भवति स पूर्णो भाज्यस्तथा यत्र न निः-शेषः सचापूर्ण इति कथ्यते ।

यथोपरोक्तोदाहरणे १२, पूर्णोभाज्य श्चतुर्भिः निशेषभजनात् ।

अथ भागहरणे साधारणो नियमः ।

भाज्यभाजकौ दक्षिणवामक्रमेण पंक्तयां विन्यस्य भाज्यस्याद्याङ्के भाजकस्या-द्याङ्केन हृते या लब्धिस्तां भाज्यतो दक्षिणभागे निवेश्य तया भाजकाङ्कान् संगुण्य भाज्ये विशोध्य शेषं तदधो निवेश्यान्ते भाज्यस्थाग्रिमाङ्को धार्यः।इदं भाज्यं प्रकल्प्य यथोक्त्या क्रिया कार्या । एवं तावत्कर्म कार्यं यावद्भाज्यस्थान्तिमाङ्कलाभः स्यात् ।

यथा　भाज्यः ८८९०९,　भाजकः २४

```
२४ ) ८८९०९ ( ३७०४
     ७२
     ---
     १६९
     १६८
     -----
       १०९
        ९६
       ----
         ३
```

अत्र लब्धिः ३७०४, शेषम् ३, अत्र यो भाज्यः स चापूर्ण इति कथ्यते । कृतोऽत्र हारलब्ध्योर्घातः शेषयुतो भाज्यराशेः समो भवतीति मनसि ध्येयम् ।

अथ खण्डभागहारः ।

अत्र भाजकस्य यथासम्भवं खण्डकं विधाय प्रत्येकेन खण्डकेन स्वस्वभाज्यो भक्त स्तदाऽन्ते यो हि भाज्यः सैवात्र लब्धिः स्यात् ।

(१) यथा भाज्यः १५७९२, भाजकः ४८

अत्र भाजकः = ६ × ४ × २ = ६ × ८

```
∴ ८) १५७९२
     ------
  ६) १९७४
    ------
     ३२९ = लब्धिः ।
```

(२) भाज्यः १३४ भाजकः २४ = ३ × २ × ४

$\because$ ४) १३३

३) २३३…२

२) ७७…२

३८..१

अत्र लब्धिः = ३८, शेषम् = २ + २ × ४ + १ × ४ × ३ = २२

सर्वत्र तु—

वास्तवशेषमानम् = प्रशे + द्विशे· प्रहा + तृशे· प्रहा· द्विहा + …

अत्रोपपत्तिः । कल्प्यते भाज्यः = अ, भाजकः = क ।

वा खण्डात्मको भाजकः = ग × घ × च

अत्र ग = प्रथमहारः = प्रहा

घ = द्वितीहारः = द्विहा

च = तृतीयहारः = तृहा

इत्यादि—

अत्र प्रथमं भाज्यो ग भक्तो लब्धि = प्रल, शेषम् = प्रशे ।

तेन अ = प्रल · प्रहा + प्रशे ।

तथा प्रथमलब्धिर्द्वितीयहारेण भक्ता लब्धिः = द्विल, शेषम् = द्विशे । तेन प्रल = द्विहा· द्विल + द्विशे ।

पुनरत्रापि द्वितीयलब्धिः तृतीयहारभक्तालब्धिः = तृल, शेषम् = तृशे । एवमग्रेऽप्यववेयम् ।

अतः द्विल = तृहा·तृल + तृशे ।

एभिरुत्थापनेन—

अ = तृल प्रहा·द्विहा तृहा + तृशे प्रहा द्विहा + द्विशे·प्रहा + प्रशे

+ …………………………… …………………इत्या-

अत्र स्वरूपदर्शनेन स्पष्टमवगम्यते यत् अ यदि क वा प्रहा·द्विहा·तृहा

अनेन विभज्यते तदा लब्धिः = तृल तदा वास्तवशेषम् = प्रशे + द्विशे·प्रहा + तृशे·प्रहा द्विहा + …… इत्या०

एतेन—

रूपोनहरसंख्याकहराणामादितः क्रमात् ।

निहतिश्च तया गुण्यं स्वस्वशेषं ततो युतिः ॥

वास्तवं शेषमानं स्यात्पाटीगणितरीतितः ।

अनेन प्रकारेण वास्तवं शेषमानमानीय राशिज्ञाने मदीयः प्रकारः ।

इष्टं हराणां घातेन गुणितं शेषसंयुतम् ।
राशिमानं सुखेनैव जायते व्यक्तरीतितः ॥

उदाहरणम् ।

को राशिः सप्तभक्तः सन् पञ्चाग्रः षड्विभाजितम् ।
फलं हि चतुरग्रः स्यात्तत्फलं गुणभाजितम् ।
शेषौ द्वौ तत्फलं वेदभक्तं त्रीण्यग्रकाणि वै ।
तं राशिं सत्वरं ब्रूहि व्यक्तोक्तया कुशलोऽसि चेत् ॥

न्यासः । प्रथमहरः ७, प्रथमशेषम् ५, द्वितीयहरः ६, द्वितीयशेषम् ४, तृतीयशेषम् २, तृतीयहरः ३ चतुर्थहरः ४ शेषम् ३ ।

अत्र रूपोनहरसंख्याकहराणामित्यादिना—

वास्तवशेषमानम् $= ५ + ७ \times ४ + ७ \times ६ \times २ + ७ \times ६ \times ३ \times ३$
$= ५ + २८ + ८४ + ३७८$
$= ४९५$

अत्रेष्टम् १ हराणां ७, ६, ३, ४ एषां घातेन ५०४ अनेन गुणितं ५०४ शेषेण ४९५ अनेन युतं ९९९ जातो राशिः ९९९ । द्विकेनेष्टेन वा १५०३ एवमनेकधा ।

अथ वर्गमूलम् ।

येषामङ्कानां वास्तवमङ्कात्मकं मूलं लभ्यते ते वर्गाङ्का अतोऽन्येऽवर्गाङ्का इति ।

यथा १, ४, ९, १६ इत्यादयो वर्गाङ्काः कथ्यन्ते । एवं द्वित्रिपञ्चादयस्त्ववर्गाङ्काः ।

तत्र तावद्वर्गाङ्कानां मूलानयने तावद्वर्गाङ्कान् पंक्त्यां विन्यस्यैकादिस्थानक्रमेण विषमस्थानीयाङ्कोपरि (·) चिह्नं कार्यम् । तत्र यावन्तो बिन्दवो भवन्ति तावन्त एव मूलेऽङ्कसंख्या भवन्तीति ।

(१) यथा १५६२५ अस्य मूलानयनाय—

```
      १५६२५ (१२५
      १
   २२) ५६
        ४४
  २४५) १२२५
        १२२५
          ००
```

अतोऽत्र मूलमानम् = १२५ ।

(२) ४४०१६०४ (२०९८

४

४०९) ४०१६

३६८१

४१८८) ३३५०४

३३५०४

००

अतो मूलम् = २०९८

(३) ३२२६६९४४१६ (५६८०४

२५

१०६) ७२६

६३६

११२८) ९०६९

९०२४

११३६०४) ४५४४१६

४५४४१६

०००

अत्राऽपि मूलम् = ५६८०४

अधोलिखिताङ्कानां मूलानि कानीति ।

(१) ४९३७२८४	उ २२२२
(२) ८२२६४९००	उ ९०७०
(३) ३६०११७६०९६०४	उ ६०००९८
(४) २९५०६६२४००००	उ ५४३२००
(५) १५२४१५७८७५०१९०५२१	उ १२३४५६७८९
(६) २३६१४४६८९	उ १५३६७
(७) २१२२४४४९	उ ४६०७

अथ घनमूलानयनम् ।

अत्रापि "समत्रिघातश्च घन" इति भास्करोक्त्या समानां त्रयाणां 'राशीनां' घातस्तस्य घनशब्देनोच्यते । तस्य मूलं घातवं घनमूल मिति ।

तदानयनर्थे घनं पंक्त्यां विन्यस्यैकाद्यारभ्य स्थानद्वयान्तरिताङ्कोपरि बिन्दुर्निवेश्यः । यत्संख्याकबिन्दवो भवन्ति तावत्य एव घनमूलेऽङ्कसंख्या जायन्त इति ।

अथान्त्याङ्के यस्य घनं शुद्ध्यति तं विशोध्य शेषमधःस्थापयेत् । सा संख्यातु

दक्षिणपार्श्वे विन्यसेत् । ततस्तस्या वर्गं ३०० अनेन संगुण्य भाजकस्थाने विन्यस्य तेनाधःस्थापिताङ्कान् विभजेत् । लब्धाङ्कं मूलस्थाने विन्यसेत् । लब्धाङ्काद्यमूलयो र्घातस्त्रिंशद्गुणो भाजकाधो निवेश्यः । लब्धाङ्कवर्गस्ततोऽप्यधः स्थाप्यः । सर्वयोगो लब्धाङ्कगुणो पूर्वभाज्ये विशोध्यः । एवं मुहुस्तावत्कर्म कार्यं यावन्मूललाभः स्यादिति ।

(१) यथा ३३०७६१६१ एषां घनमूलानयनविचारे तत्र यथोक्तया करणेन—

३३०७६१६१ (३२१
२७

३² × ३०० = २७००	६०७६
३ × ३० × २ = १८०	
२² = ४	
२८८४	५७६८
३२² × ३०० = ३०७२००	३०८१६१
३२ × ३० × १ = ९६०	
१² = १	
३०८१६१	३०८१६१

अतोऽत्र जातं मूलमान् = ३२१

(२) ८४३९०८६२५ (९४५
७२९

९² × ३०० = २४३००	११४९०८
९ × ३० × ४ = १०८०	
४² = १६	
२५३९६	१०१५८४
	१३३२४६२५
९४² × ३०० = २६५०८००	
९४ × ३० × ५ = १४१००	
५² = २५	
२६६४९२५	१३३२४६२५

अतोऽत्रापि घनमूलमानम् = ९४५ ।

अत्रोपपत्तिस्तु यद्यपि भास्करीयघनमूलानयनोपपत्त्यैव स्फुटा, तत्रापि बालावबोधार्थमिहोच्यते ।

कल्प्यते राशिः $=(\text{१० अ}+\text{क})^{3}$ अस्य घनमूलमपेक्ष्यते । तत्र तावत् १० अ + क अस्य घनकरणेन—

$$(\text{१०अ}+\text{क})^{3}=(\text{१० अ})^{3}+\text{१०० अ}^{2}\text{.३क}+\text{१० अ.३ क}^{2}+\text{क}^{3}$$

$$=(\text{१० अ})^{3}+(\text{३००अ}^{2}+\text{३०अ क}^{2})\text{क}$$

अतो वैपरीत्येन घनमूलमानं भविष्यतीत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अथाभ्यासार्थं कतिचनाधो लिखिताः प्रश्ना येषां घनमूलमपेक्षितमस्ति ।

(१) ११७६४९ उ ४९

(२) ७०४९६९ उ ८९

(३) १६७२८४१५१ उ ५५१

(४) ७३११८९१८७७२९ उ ९००९

(५) १०५८२३८१७ उ ४७३

(६) २१९३६५३२७७९१ उ ६०३१

(७) १०९७०६४५०४८ उ २२२२

(८) ९३१६२९८१९४१०३७ उ ४५३३३

(९) १३७१७४२१०८३६७६२६८९०२६०६३१ ऊ १११११११११

अथ गुणनादीनां शोधनप्रकारः ।

तत्रादौ तावद्गुणनफलस्य शोधनविधौ प्रथमं गुण्यस्य स्थानीयाङ्कानां तावन्मुहुर्मुहुर्योगः कार्यो यावद्योगाङ्को ह्येकस्थानीयाङ्को भवेत् । एवमेव गुणकगुणनफलयोरपि कर्म कार्यम् । तत्र यदि गुण्यगुणकयोर्योगाङ्कयोर्घातो नवतष्टो गुणनफलस्य योगाङ्केन समस्तदा गुणनफलं वास्तवमेव स्यादिति ।

(१) गुण्यः = ३६५२४२

गुणकः = ४५९६७

गुणनफलम् = १६७८९०७९०१४

अत्र गुण्यस्थानाङ्कानां योगपरम्परा = ३ + ६ + ५ + २ + ४ + २

= २२, २ + २ = ४

अयमन्त्ययोगः ।

तथा गुणकस्थानाङ्कानां योगपरम्परा = ४ + ५ + ९ + ६ + ७

= ३१, ३ + १ = ४ ।

एवं गुणनफलस्थानाङ्कानां योगपरम्परा

= १ + ६ + ७ + ८ + ९ + ० + ७ + ९ + ० + १ + ४

= ५२, ५ + २ = ७

अथ गुण्यगुणकान्तिमयोगाङ्कयोर्घातः = ४×४ = १६ अस्मिन् नवतष्टिते शेषम् ७ इदमेव गुणनफलस्यान्तिमयोगेन ७ अनेन सममतो गुणनफलं समीचीनमिति ।

अथ भाज्यभाजकलब्धिशेषाणां स्थानीयाङ्कानां योगपरम्परयाऽन्तिमो योगः पृथक् साध्यस्तत्र हरलब्धिसम्बन्धिनोरन्तिमयोगाङ्कयोर्घातो नवतष्टः शेषसम्बन्ध्यन्तिमयोगाङ्केन सहितो यदि भाज्यसम्बन्ध्यन्तिमयोगेन समस्तदा लब्धिशेषौ समीचीनाविति ।

(२) भाज्यः = १२३४५६७८९०१

भाजकः = ४५६७८९

लब्धिः = २७०२७

शेषम् = ४२५९८

भाज्ययोगपरम्परा = १ + २ + ३ + ४ + ५ + ६ + ७ + ८ + ९ + ० + १

= ४६, ४ + ६ = १०, १ + ० = १

भाजकयोगपरम्परा = ४ + ५ + ६ + ७ + ८ + ९ = ३९, ३ + ९ = १२, १ + २ = ३

लब्धियोगपरम्परा = २ + ७ + ० + २ + ७ = १८, १ + ८ = ९

शेषयोगपरम्परा = ४ + २ + ५ + ९ + ८ = २८, २ + ८ = १०, १ + ० = १

हरलब्ध्योर्योगपरम्परयोर्घातः = ९ × ३ = २७, २ + ७ = ९

शेषसम्बन्धियोगेन १ अनेन युतः = ९ + १ = १०, १ + ० = १

अयं भाज्यसम्बन्धियोगेन १ अनेन समस्तेन लब्धिशेषौ समीचीनाविति ।

वर्गतन्मूलशेषाणामपि यथोक्त्या योगपरम्परयान्तिमयोगः कार्यस्तत्र मूलयोगाङ्कवर्गो नवतष्टः शेषयोगेन सहितो यदि वर्गयोगाङ्केन समो भवेत्तदा वर्गमूलवर्गौ समीचीनाविति ।

(३) वर्गः = २२०,११८०९४०४

वर्गमूलम् = ४६९२४६

शेषम् = ८८८

अत्र वर्गाङ्कयोगपरम्परा = २ + २ + ० + १ + ९ + १ + ८ + ० + ९ + ४ + ० + ४ = ४०, ४ + ० = ४ ।

वर्गमूलयोगपरम्परा = ४ + ६ + ९ + २ + ४ + ६ = ३१, ३ + १ = ४ ।

शेषयोगपरम्परा = ८ + ८ + ८ = २४, २ + ४ = ६ ।

वर्गमूलान्तिमयोगवर्गः = १६, अस्य योगपरम्परा = १ + ६ = ७ एतदन्तियोगे शेषान्तिमयोगेन सहिते जातम् = ७ + ६ = १३ अस्य योगपरम्परा = १ + ३ = ४, एतदन्तिमयोगो वर्गान्तिमयोगेन ४ अनेन समस्तेन वर्गमूलवर्गौ समीचीनाविति ।

एवमेव घनमूलान्तिमयोगघनस्यान्तिमयोगः शेषान्तिमयोगयुक्तो यदि घनान्तिमयोगसमो भवेत्तदा घनमूलघनावपि समीचीनाविति ।

(४) घनः = ७४६१४३६२५

घनमूलम् = ९०७

शेषम् = ९८२

अत्र घनयोगपरम्परा = ७ + ४ + ६ + १ + ४ + ३ + ६ + २ + ५ = ३८,

३ + ८ = ११, १ + १ = २ ।

घनमूलयोगपरम्परा = ९ + ० + ७ = १६, १ + ६ = ७

शेषयोगपरम्परा = ९ + ८ + २ = १९, १ + ९ = १०, १ + ० = १

अत्र घनमूलान्तिमयोगघनः = ३४३, अस्य योगपरम्परा = ४ + ३ + ३ = १० १ + ० = १, एतदन्तिमयोगः शेषान्तिमयोगेन १ अनेन सहितः = १ + १ = २ अयं घनान्तिमयोगेन २ अनेन समस्तेन घनमूलघनौ समीचीनाविति ।

अत्रोपपत्तिः । संख्यायाः स्थानीयाङ्कानां योगे नवहृते यच्छेषं तदेव नवभक्तसंख्यायां शेषमिति प्रसिद्धं तावद्दशगुणोत्तरसंख्यायाः—

$$१०^{त} \times क + १०^{त-१} \times ख + १०^{त-२} \times ग + \cdots\cdots + न$$

इति रूपान्तरेण

अतः स्थानाङ्कयोगपरम्परासु य एकस्थानीययोगाङ्कस्तदेव नवभक्तसंख्यायां शेषमिति ज्ञापकात्तत्र तावत्कल्प्यन्ते तथाविधानि शेषाणि = शे$_{1}$, शे$_{2}$, शे$_{3}$ ...... ।

अथ कल्प्यते गुण्यः = ९ ल$_{1}$ + शे$_{1}$

गुणकः = ९ ल$_{2}$ + शे$_{2}$

गुणनफलम् = ९ ल$_{3}$ + शे$_{3}$

∴ ९ ल$_{3}$ + शे$_{3}$ = (९ ल$_{1}$ + शे$_{1}$) (९ ल$_{2}$ + शे$_{2}$)

= ८१ल$_{1}$ ल$_{2}$ + ९ल$_{2}$ शे$_{1}$ + ९ ल$_{1}$ शे$_{2}$ + शे$_{1}$ शे$_{2}$

अत्र नवतष्टे गुणनफले—

शेषम् = शे$_{3}$ = शे$_{1}$ शे$_{2}$

अत्र नवाधिके शे$_{1}$ शे$_{2}$ अस्मिन् शेषार्थमन्तिमोयोग एक स्थानीयः साध्य स्तेनोपपन्नो गुणनशोधनप्रकारः ।

एवं भाज्यः = ९ ल$_{1}$ + शे$_{1}$

भाजकः = ९ ल$_{2}$ + शे$_{2}$

लब्धिः = ९ ल$_{3}$ + शे$_{3}$

शेषम् = ९ ल$_{4}$ + शे$_{4}$

ततो भागहारविधिना—

भाजक × लब्धि + शे = भाज्यः = ९ ल$_{1}$ + शे$_{1}$

= (९ ल$_{2}$ + शे$_{2}$) (९ल$_{3}$ + शे$_{3}$) + ९ल$_{4}$ + शे$_{4}$

$$= \text{८१ ल}_{२} \,.\, \text{ल}_{३} + \text{९ल}_{३}\,\text{शे}_{२} + \text{९ल}_{२}\,\text{शे}_{३} + \text{शे}_{२}.\text{शे}_{३} + \text{९ ल}_{४} + \text{शे}_{४}$$

अत्रापि नवतष्टे भाज्ये—

$$\text{शेषम्} = \text{शे}_{१} = \text{शे}_{२}\cdot\text{शे}_{३} + \text{शे}_{४}$$ उपपन्नं यथोक्तम् ।

एवमेव $\text{वर्गः} = \text{९ल}_{१} + \text{शे}_{१}$

$\text{वर्गमूलम्} = \text{९ल}_{२} + \text{शे}_{२}$

$\text{शेषम्} = \text{९ल}_{३} + \text{शे}_{३}$

अत्रापि वर्गकरणरीत्या—

$$\text{वर्गः} = \text{९ ल}_{१} + \text{शे}_{१}$$

$$= (\text{९ल}_{२} + \text{शे}_{२})^{२} + \text{९ ल}_{३} + \text{शे}_{३}$$

$$= \text{८१ल}_{२} + \text{१८ ल}_{२}.\text{शे}_{२} + \text{शे}^{२}{}_{२} + \text{९ल}_{३} + \text{शे}_{३}$$

वर्गे नवतष्टे—

$\text{शेषम्} = \text{शे}_{१}$

$= \text{शे}^{२}{}_{२} + \text{शे}_{३}$ उपपन्नम् ।

एवं $\text{घनः} = \text{९ल}_{१} + \text{शे}_{१}$

$\text{घनमूलम्} = \text{९ ल}_{२} + \text{शे}_{२}$

$\text{शेषम्} = \text{९ल}_{३} + \text{शे}_{३}$

अत्रापि घनकरणेन—

$$\text{९ल}_{१} + \text{शे}_{१} = (\text{९ल}_{२} + \text{शे}_{२})^{३} + \text{९ ल}_{३} + \text{शे}_{३}$$

$$= \text{७२९ल}^{३}{}_{२} + \text{८१}\cdot\text{३ ल}_{२}^{२}\cdot\text{शे}_{२} + \text{२७ ल}_{२}\cdot\text{शे}_{२}^{२} + \text{शे}_{२}^{३} + \text{९ल}_{३} + \text{शे}_{३}$$

घने नवतष्टे—

$\text{शेषम्} = \text{शे}_{२}^{३} + \text{शे}_{३}$ उपपन्नं सर्वम् ।

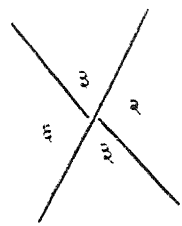
अयं गुणानादिशोधनप्रकार आर्यभटीयमहासिद्धान्तमपहाय नहि सम्प्रत्युपलब्धेषु सिद्धान्तग्रन्थेपूपलभ्यते । नारायणोऽप्यमुमेवार्यभटीयप्रकारं गृहीत्वा स्वगणितकौमुद्यामविकलमेव विलिलेख । अत्रार्यभटवाक्यम् ।

गुण्यगुणकगुणनभुवां राशीनां स्वाङ्कयोगकः कार्यः ।
क स्थानान्तस्तद्वद्भाज्यच्छेदाप्तिशेषकादीनाम् ॥
तद्गुण्यगुणकहतियुतितुल्ये गुणनोद्भवे स्फुटं गुणनम् ।
आप्तिच्छेदकघाते शेषयुते यो भवेदङ्कः ॥
तेन समाने भाज्ये स्पष्टं लब्धं तथा शेषम् ।
वर्गैक्ये पदयुतिकृतिशेषैक्यसमे स्फुटौ स्वपदवर्गौ ॥
घनयोगसमे घनपद्योगघनैक्ये सशेषके तौ च ।
एवं गुणनादीनां शोधनिकेयं सुखोपायात् ॥

(महासिद्धान्ते कुट्टकाध्याये ६७—७१)

सम्प्रति प्रचलितस्कूलादिविभागेष्वयमेव प्रकारो निम्नलिखितरूपेण परिदृश्यते । रेखयोर्मिथः संपातं कारयित्वा तत्र वामपार्श्वे गुण्यान्तिमयोगस्तथा दक्षिण-पार्श्वे गुणकान्तिमयोगश्च निवेश्यः । एवं गुणनफलस्यान्तिमयोगस्तदधो भागे संस्थाप्य तत्सम्मुखे एवोर्ध्वभागे गुण्यगुणकान्तिमयोगयोर्घातान्तिमयोगाङ्को निवेशनीयः । एव-मूर्ध्वाधःस्थापितयोरङ्कयोः समत्वे गुणनफलं वास्तवं स्यादिति ।

यथा १८६×४७=८७४२
अत्र गुण्यान्तिमयोग.=६
गुणकान्तिमयोगः=२
गुणनफलान्तिमयोगः=३
गुण्यगुणकान्तिमयोगघातान्तिमयोगः=३
अतोऽत्र गुणनफलं समीचीनमिति ।



अथ लघुतमापवर्त्यसाधनप्रकारः ।

यावन्तोऽङ्का यैर्यैरङ्कैर्निःशेषा भवन्ति तावन्तस्तेषामङ्कानामपवर्त्याः स्युस्तत्र सर्वाल्पो योऽङ्कः स एव तेषां लघुतमापवर्त्यशब्देन कथ्यते नवीनैः ।

यथा १२, २४, ३६ एते ३, ४, ६ एभिरपवर्त्याः स्युस्तथाऽत्र १२ सर्वेभ्योऽल्पस्तेनात्र १२ अयं ३, ४, ६ एषां लघुतमापवर्त्यः स्यादिति ।

अथ खलु येषामङ्कानां लघुतमापवर्त्यमपेक्षितमस्ति तानङ्कान् पंक्त्यां विन्यस्य तेनाङ्केन विभजेत् येन तत्र स्थानद्वयाधिकस्थानस्थिता अङ्का निःशेषा भवन्ति, लब्धयस्तथातदन्येऽङ्काश्च पुनस्तदधः स्थाप्याः । तत्रापि तादृशेन केनाप्यङ्केन भाज्या येन द्वयधिकस्थानस्था अङ्का छिन्ना भवेयुः । एवं मुहुस्तावत्कर्म कार्यं यावदवशिष्टाङ्का मिथो दृढा भवन्ति । तत्र सर्वेषामवशेषाङ्कानां घातोऽपवर्तनाङ्कघातेन गुणितस्तेषामङ्कानां लघुतमापवर्त्यमानं स्यादिति ।

(१) १२, १८, २०, १०५ एषां लघुतमापवर्त्यविचारे तत्र तावत्तेषां पङ्क्त्यां विन्यासेन—

२) १२, १८, २०, १०५
२) ६, ९, १०, १०५
३) ३, ९, ५, १०५
५) १, ३, ५, ३५
   १, ३, १, ७,

अतो लघुतमापवर्त्यः=२×२×३×५×३×७=१२६० ।

(२) १५, १६, २०, २८, ४२ एषां लघुतमापवर्त्यज्ञानार्थं न्यासः—

२) १५, १६, २०, २८, ४२
२) १५, ८, १०, १४, २१
५) १५, ४, ५, ७, २१
३) ३, ४, १, ७, २१
७) १, ४, १, ७, ७
  १, ४, १ १, १

अतो जातं लघुतमापवर्त्यमानम् = २ × २ × ३ × ५ × ७ × ४ = १६८० ।

(३) २) १५, १६, १८, २०. २४, २५, २७, ३०
२) १५, ८, ९, १०, १२, २५, २७, १५
३) १५, ४, ९, ५, ६, २५, २७, १५
५) ५, ४, ३, ५, २, २५, ९, ५
३) १, ४, ३, १, २. ५, ९, १
२) १. ४, १, १, २. ५, ३, १
  १, २, १, १, १, ५, ३, १

अतोऽत्रापि लघुतमापवर्त्यमानम् =
= २ × २ × २ × २ × ३ × ३ × ३ × ५ × ५ = १०८०० ।

अथैतेषामभ्यासार्थं कतिचन प्रश्ना लिख्यन्ते ।
अधोलिखितप्रश्नानां लघुतमापवर्त्यःक इति ।

(१) ६, १५, २७, ३५, ४५ उ १८९०
(२) २८, ३६, ५५, ७२, ९० उ ७५६०
(३) २४, १०, ३२, ४५, २५ उ ७२००
(४) ९, १८, २४, ७२, १४४ उ १४४
(५) ५१, १८७, १५३, १६५ उ ९७६७२
(६) २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १० उ २५२०
(७) २७, ८७, २०३, २६१, १८९ उ ६४८१
(८) १७, ५१, ११९, २१० उ ३५७०
(९) ३३, ५५, ६०, ८०, ९० उ ७९२०
(१०) २४, ३५, ५२, ६०, ९१, १०८, १२६, ३९६, ३१५ उ ९४२९
(११) २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६ उ १६८०
(१२) ८, ९, १२, १८, ३० उ ३६०
(१३) ९, ४, १८, ६ उ ३६

अथ द्वयोराश्योर्वधस्तयोर्लघुमहत्तमयोर्घातेन समः स्यादिति ।

अत्रोपपत्तिः । कल्प्येते राशी अ, क ययोर्लघुतमापवर्त्यः = लअ, महत्तमापवर्तनम् = मअ ।

अतो लघुतमापवर्त्यानयनरीत्या—

$$लअ = \frac{अ}{मअ} \cdot \frac{क}{मअ} \cdot मअ$$

$$= \frac{अ \cdot क}{मअ}$$

$\therefore$ अ·क = लअ.मअ

एतेन—

महल्लघुतमौ राश्योर्यौ भवेतां तयोर्हतिः ।

राशिघातेन तुल्या स्यात्सदा गणितिकोत्तम ॥

इति सम्यगुपपद्यते ।

अथैतत्सम्बन्धिनः कतिचन प्रश्नाः प्रदर्श्यन्ते ।

तत्रादावुदाहरणम् ।

कोऽसौ लघुतमो राशिर्यश्च सूर्यविभाजितः ।

धृत्याष्टस्त्रिंशदाप्तश्च शेषाणि नव तं वद ॥

न्यासः । भाजकाः १२, १८, ३०, शेषम् ९ अत्र १२, १८, ३० एषां लघुतमापवर्त्यः १८० शेषेण ९ अनेन सहितो जातोऽभीष्टराशिः १८९ ।

अन्यदुदाहरणम् ।

कश्च स्वल्पतमो राशिस्त्रियुक्तः सन् विशुद्ध्यति ।

शैलै रुद्रैः शरैः पंचदशभिस्तं वदाशु मे ॥

अत्रापि यथोक्त्या जातो राशिः ११५२ ।

अन्यदुदाहरणम् ।

षड्भक्तः पंचाग्रः पञ्चविभक्तो भवेच्चतुष्काग्रः ।

चतुरुद्धृतस्त्रिकाग्रो द्व्यग्रस्त्रिसमुद्धृतः कः स्यात् ॥

अत्रापि हराः ६, ५, ४, ३ तथा क्रमेण शेषाणि ५, ४, ३, २ । हराणां लघुतमापवर्त्यः ६० रूपोनो जातो राशिः ५९ । अस्यैवानयनं स्वबीजे ह्याचार्येण महदायासेन साधितमिति ।

अथ भिन्नप्रकीर्णम् ।

यथाऽभिन्नसंख्याया योगान्तरादिविधिः प्रदर्शितस्तथैव भिन्नसंख्याया अपि भवतीति ग्रन्थकारप्रकारतः स्फुटमेव गणितविदाम् ।

तत्र विशेषमाह ।

(१) $७-\left[\frac{३}{४}+\left\{२\frac{१}{२}-\left(१\frac{१}{२}-\frac{१}{३}\right)\right\}\right]$ अस्य संक्षेपस्वरूपं किमिति ।

अत्र स्वरूपम् $=७-\left[\frac{३}{४}+\left\{२\frac{१}{२}-\left(१\frac{१}{२}-\frac{१}{३}\right)\right\}\right]$

$=७-\left[\frac{३}{४}+२\frac{१}{२}+\frac{१}{३}-१\frac{१}{२}\right]$

$=७-\frac{२५}{१२}$

$=\frac{५९}{१२}=$ संक्षेपस्वरूपम् ।

(२) $\dfrac{\frac{३}{७}-\frac{२}{९}}{\frac{३}{७}+\frac{२}{९}}\times २\frac{११}{२६}\div\dfrac{४}{१३-३\frac{८}{९}}+३\frac{११}{१६}-\dfrac{३}{३-१\frac{१०}{१३}}$ अस्य संक्षेपरूपं किमिति ।

स्वरूपम् $=\frac{२७-१४}{२७+१४}\times\frac{६३}{२६}\div\dfrac{४}{९\frac{१}{९}}+३\frac{११}{१६}-\dfrac{३}{१\frac{३}{१३}}$

$=\frac{१३}{४१}\times\frac{६३}{२६}\div\dfrac{४}{\frac{८२}{९}}+३\frac{११}{१६}-\frac{३}{१}\times\frac{१३}{१६}$

$=\frac{१३}{४१}\times\frac{६३}{२६}\div\frac{४\times९}{८२}+\frac{५९}{१६}-\frac{३९}{१६}$

$=\frac{१३}{४१}\times\frac{६३}{२६}\times\frac{८२}{४\times९}+\frac{५९-३९}{१६}$

$=\frac{७}{४}+\frac{५९-३९}{१६}$

$=\frac{२८+२०}{१६}$

$=\frac{४८}{१६}=३$ उत्तरम् ।

(३) $\dfrac{३\frac{१}{४}-२\frac{१}{३}\times१\frac{२}{७}-\frac{१}{७}}{(३\frac{१}{४}-२\frac{१}{३})(१\frac{२}{७}-\frac{१}{७})}$ अस्य सरलस्वरूपं किमिति ।

अत्र भाज्य स्वरूपम् $=३\frac{१}{४}-२\frac{१}{३}\times१\frac{२}{७}-\frac{१}{७}$

$=\frac{१३}{४}-\frac{७}{३}\times\frac{९}{७}-\frac{१}{७}$

$=\frac{१३}{४}-३-\frac{१}{७}$

$=\frac{१}{४}-\frac{१}{७}$

$=\frac{३}{२८}$

अथ भाजकस्वरूपम् $=\left(३\frac{१}{४}-२\frac{१}{३}\right)\left(१\frac{२}{७}-\frac{१}{७}\right)$

$=\left(\frac{१३}{४}-\frac{७}{३}\right)\left(\frac{९}{७}-\frac{१}{७}\right)$

$=\frac{११}{१२}\quad\frac{८}{७}$

$=\frac{८८}{८४}$

$\therefore$ संक्षेपस्वरूपम् $=\frac{३}{२८}\times\frac{८४}{८८}$

$=\frac{३\times३}{८८}$

$=\frac{९}{८८}$ उत्तरम् ।

(३) $\dfrac{७\frac{१}{२}}{६\frac{१}{२}}+\dfrac{११\frac{१}{२}-२\frac{२}{५}}{११\frac{१}{२}+२\frac{२}{५}}\times १०\frac{९}{१३}-६\frac{२}{१३}$ अस्य संक्षेपरूपं किम् ?

अत्र वास्तव स्वरूपम् $=\dfrac{७\frac{१}{२}}{६\frac{१}{२}}+\dfrac{११\frac{१}{२}-२\frac{२}{५}}{११\frac{१}{२}+२\frac{२}{५}}\times १०\frac{९}{१३}-६\frac{२}{१३}$

$=\frac{१५}{१३}+\dfrac{११५-२४}{११५+२४}\times १०\frac{९}{१३}-६\frac{२}{१३}$

$=\frac{१५}{१३}+\frac{९१}{१३९}\times\frac{१३९}{१३}-६\frac{२}{१३}$

$=\frac{१५}{१३}-\frac{८०}{१३}+७$

$=-५+७=२$ उत्तरम् ।

अथेदानीमभ्यासार्थं कानिचिदुदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते । अत्राधोलिखितप्रश्नानां सरलस्वरूपं किमिति ?

(१) $\dfrac{५\frac{६}{७}-३\frac{२}{३}+४\frac{१}{१४}}{३\frac{१}{२}+\dfrac{१+\frac{५}{७}}{२-\frac{५}{९}}}$ उ $१\frac{३७४१}{१०७२४}$

(२) $\dfrac{३\frac{१}{२}-२\frac{१}{६}}{\frac{१}{४}\times(\frac{१}{५}+\frac{१}{७})}\div १५\frac{५}{९}$ उ १

(३) $\dfrac{\frac{३}{४}\div\frac{३}{४}\text{ का}^{*}\frac{३}{४}}{\frac{३}{४}\div\frac{३}{४}\times\frac{३}{४}}$ उ $१\frac{७}{९}$

(४) $३+३\div\dfrac{३-३\text{ का}^{*}\frac{५}{४}\div ७\times ३}{१+\frac{१}{२}+३+\frac{१}{३}}$ उ $१०\frac{४११}{१३८}$

(५) $२\frac{१}{२}\div\dfrac{१-\frac{५}{६}}{\frac{१}{३}-\frac{१}{४}}+(\frac{१}{२}+\frac{१}{४})\div\frac{१}{३}+\frac{१}{५}$ उ $३\frac{७}{१०}$

अथ मिश्रगुणनम् ।

(१) अत्र—गुण्यः = रु ५ आ १२ पा ४ †

गुणकः = ७

रु०	५	आ०	१२	पा०	४	
					७	
रु०	४०	आ०	६	पा०	४	= गुणनफलम् ।

* यत्र मिश्रभिन्नप्रकरणे ययोर्भिन्नयोर्मध्ये "का" वर्णो वरीवर्ति तत्र तयोः पूर्वापरभिन्नयोर्गुणनं बोध्यम् ।

† अत्र "पा" शब्देनाङ्गल देशीय "पाई" इति बोध्यः ।

त्रिभिः पाईभिः स्वकाकिणी भवतीति ध्येयम् ॥

(२) गुण्यः = रु १२ आ ८ पा ७
गुणकः = ४७३

अत्र	रु	आ	पा
	१२	८	७
			१०
	१२९	५	१०
			१०
	१२९३	१०	४
			४
	५०१४	९	४ = ४०० गुणनफलम् ।
	८८७	८	१० = ७० ”
	३७	९	९ = ३ ”

सर्वेषां योगेन—

रु ५९२९ आ ११ पा ११ = गुणनफलम् ।

भागहारः ।

(१) भाज्य = रु १३८ आ ३ पा ३
भाजक. = २९

```
         रु०     आ०     पा०
२९) १३८      ३       ३  (रु० ४
    ११६
    ---
     २२
     १६
    ---
२९) ३५५ ( आ० १२
     २९
    ---
     ६५
     ५८
    ---
      ७
     १२
    ---
 २९) ८७ ( पा० ३
     ८७
```

अतो लब्धिः = रु ४ आ १२ पा ३ ।

(२) भाज्यः = रु २८६ आ ११ पा १

भाजकः = ५९

अत्रापि रु आ पा

```
५९)  २८६   ११   १  ( रु ४
     २३६
      ५०
      १६
५९)  ८११ ( आ १३
      ५९
     २२१
     १७७
      ४४
      १२
५९) ५२९ ( पा ८ ५७/५९
```

अतोऽत्र लब्धिः = रु ४ आ १३ पा $८\frac{५७}{५९}$

अथेदानीं दशमलवप्रकरणमाह ।

यथा प्राचीनैर्गणकैः षष्ट्यवयवात्मके ग्रहादीनां गतिः साधिता तथैव पाश्चात्यैर्गणितनिपुणैर्गणितलाघवाय दशमलवावयवे गणितक्रिया प्रदर्शितेति । अर्थादिदमुक्तं भवति यत्र भिन्नाङ्कभाजके केवलं दशानां घाताङ्क एव वरीवर्त्ति तत्तु दशमलवभिन्न शब्देनोच्यते नवीनैः ।

यथा—$\frac{३}{१०}$, $\frac{५५}{१००}$, $\frac{३५३}{१०००}$, $\frac{१२३४}{१००००}$ एतानि दशमलवभिन्नानि कथ्यन्ते ।

परन्तु गणितसौकर्य्याय दशमलवभिन्ने दशानां या घातसंख्या तत्संख्यासमानि स्थानानि भाज्ये ह्येकादिस्थानक्रमेण विगणय्य तत्रोर्ध्वभागे बिन्दुः क्रियते स च दशमलवबिन्दुः कथ्यते ।

यथोपरोक्तोदाहरणेषु ˙३, ˙५५, ˙३५३, ˙१२३४ इत्यादि संकेतेन लिख्यते ।

यत्र च भाज्याङ्कस्थानसंख्यातो दशानां घातसंख्याधिका तत्र भाज्याङ्कवामभागे तदधिकस्थानसंख्यामितानि शून्यानि निवेश्य यथोक्त्या दशमलवबिन्दुः कार्य्यः ।

$\frac{३}{१००}$, $\frac{५}{१०००}$, $\frac{७}{१००००}$ इत्यादौ

˙०३, ˙००५, ˙०००८ एवं संकेतेन लिख्यते ।

दशमलवबिन्दुतो वामभागस्थिता अङ्का अभिन्नास्तथा दक्षिणपार्श्वस्थाश्च भिन्नाङ्का भवन्ति । तत्र भिन्नाङ्के दशमलवस्थानगणनात्वभिन्नाङ्कस्थानगणनातो

विपरीता स्यात् । अर्थादभिन्नाङ्केह्येकस्थानतो दशादिस्थानानि क्रमेण वामभागस्थितानि भवन्ति परं च भिन्नाङ्के च तद्दशादिस्थानानि तु तद्दक्षिणपार्श्वगतान्येव वर्तन्ते ।

परन्तु परिभाषया—

$$\text{१२५·४५६७८९} = \frac{\text{१२५४५६७८९}}{\text{१००००००}}$$

$$= \frac{\text{१०००००००००}}{\text{१००००००}} + \frac{\text{२००००००००}}{\text{१००००००}}$$

$$+ \frac{\text{५००००००}}{\text{१००००००}} + \frac{\text{४०००००}}{\text{१००००००}} + \frac{\text{५००००}}{\text{१००००००}}$$

$$+ \frac{\text{६०००}}{\text{१००००००}} + \frac{\text{७००}}{\text{१००००००}} + \frac{\text{८०}}{\text{१००००००}}$$

$$+ \frac{\text{९}}{\text{१००००००}}$$

$$= \text{१००} + \text{२०} + \text{५} + \frac{\text{४}}{\text{१०}} + \frac{\text{६}}{\text{१००}} + \frac{\text{५}}{\text{१०००}}$$

$$+ \frac{\text{७}}{\text{१००००}} + \frac{\text{८}}{\text{१०००००}} + \frac{\text{९}}{\text{१००००००}}$$

एतेन यथोक्तं स्फुटमवसीयते ।

सर्वे ह्यङ्का दशमलवे परिणाम्यन्ते तथा च दशमलवभिन्ने भाज्यस्थाने दक्षिणपार्श्वे यथेप्सितानां शून्यानां निवेशेनापि तन्मौल्यं न हीयत इति स्फुटं गणितविदाम् ।

अथ यथा साधारणानामङ्कानां योगान्तरादिविधिः प्रदर्शितस्तथैवात्रापि भवतीत्यतस्तत्र तावत्—

संकलनम् ।

अत्र किल सर्वे अङ्कास्तथाऽधोऽधः स्थाप्या यथा सर्वेषां दशमलवबिन्दुवो ह्येकपंक्त्यां भवेयुस्तथाकृते साधारणाङ्कयोगवद्योगकरणेन वास्तवं योगमानं भवतीति ।

(१) यथा १२·३४७, १३५·८७९४, २·४३८, ५४·३३४०२ एषां योगविचारे तु—

```
       १२·३४७
      १३५·८७९४
        २·४३८
       ५४·३३४०२
    ─────────────
योगः = २०४·९९८४२
```

(२) ७२·३०६, ७·०६, ·७८९६ एषां योगे तु

७२·३०६
७·०६
·७८९६
योगः = ८०·१६४६

(३) ३९·००७, ·०००८, ३१·३०२२ एषां योगकरणे

३९·००७
·०००८
३१·३०२२
७०·३१००

अतोऽत्र योगः = ७०·३१ ।

(४) २६३·८६४०७, ७००, ३२·७३६९, ·००९०३, ३·४, एतेषां योगकरणे तु

२६३·८६४०७
७००·००००
३२·७२६९
·००९०३
३·४
१०००·०००००

योगः = १००० इति । एवं सर्वत्रैव बोध्यम् ।

व्यवकलनम् ।

अत्रापि सर्वेषामङ्कानां दशमलवबिन्दूनेकपंक्तावधोऽधो विन्यस्य यथोक्त्या वियोगकरणेनान्तरमानं भवतीति ।

यथा (१) ३·५८७, १६·२९ अनयोरन्तरकरणे तु

१६·२९
३·५८७
१२·७०३

अतोऽन्तरमानम् = १२·७०३ उपपन्नम् ।

(२)
१००·३८९
३००·०९२३४
१९९·७०३३४

अतोऽत्रान्तरम् = १९९·७०३३४ उत्तरम् ।

(३) ·०१२
·०००१२३४
·०११८७६६ = अन्तरमानम् ।

(४) ·९३७५
३·०००५
२·०६३०

अतोऽत्रान्तरमानम् = २·०६३ उत्तरम् ।

(५) ३·१७०५
३४५·९८७५
३४२·८१७०

∴ अन्तरमानम् = ३४२·८१७ उत्तरम् ।

अथ गुणनविधिः ।

अत्रापि साधारणगुणनरीत्या गुण्यगुणकाभ्यां गुणनफलं विधाय तत्र गुण्यगुणकयोर्दशमलवस्थानसंख्ययोर्योगमितानि स्थानानि वामक्रमेण विगणय्य यथोक्त्या दशमलवबिन्दुः कार्यस्तदेव वास्तवं गुणनफलं भवतीति ।

यथा (१) ४·२३७, ·७९ अत्र गुणनफलं किम् ।

न्यासः गुण्यः = ४·२३७
गुणकः = ·७९
३८१३३
२९६५९
३·३४७२३

अतोऽत्र गुणनफलम् = ३·३४७२३ । उत्तरम् ।

(२) गुण्यः = ·२५७१
गुणकः = ·३६४
१०२८४
१५४२६
७७१३
९३५८४४·०

अतोऽत्र गुणनफलम् = ·०९३५८४४ उत्तरम् ।

(३) गुण्यः = १३·३२५
गुणकः = ३·२
२६६५०
३९९७५
४२६४००

अतोऽत्र गुणनफलम् = ४२·६४ उत्तरम् ।

(४) गुण्यः = ·३७५
गुणकः = ·६४

१५००
२२५०
२४०००

अतोऽत्र गुणनफलम् = ·२४ उत्तरम् ।

(५) गुण्यः = १·१२००५
गुणकः = ·१२००५

५६००२५
२२४०१०
११२००५
१३४४६२००२५

अतोऽत्र गुणनफलम् = ·१३४४६२००२

(६) ११, १·१,·११ एषां गुणनफलं किमिति ?

अत्रापि ११
११
१२१
११
१·३३१

अत्र गुणनफलम् = १·३३१ ।

(७) अत्र (६·२५)^{२}–(·५)^{३} मूल्यं किमिति

६·२५
६·२५
३१२५
१२५०
३७५०
३९ ०६२५

∴ (६.२५)^{२} = ३९·०६५५
एवं (·५)^{२} = .२५
∴ (·५) (·२५) = ·१२५

३९ · ०६२५
∴ (६.२५)^{२}—(.५)^{३} = · १२५
३८ · ९३७५

अत उत्तरम् = ३८ · ९३७५ ।

एवमन्यान्यप्युदाहरणानि सुधीभिः स्वयमेव बोध्यानीति किमत्र लेखबाहुल्येन ।

अथ भागहारः ।

यदि भाज्यगतदशमलवसंख्या भाजकगतदशमलवसंख्यातोऽधिका स्यात्तदा तत्र साधारणभागहारविधिना या लब्धिस्तत्रैकस्थानतो वामभागक्रमेण भाज्य-भाजकयोर्दशमलवसंख्यान्तरसमं स्थानं विगणय्य दशमलवबिन्दुः स्थाप्यः ।

(१) यथा भाज्यः = २१६·०७३०७६८, भाजकः = ९४·२९७ अत्र लब्धिः केति ।

यथोक्त्या करणेन—

९४२९७) २१६०७३ ०७६८ (३९८२४
१६२७७१
९३३०२०
४८८३१३
४४७०७७
४३४०६६
१३०२१६
१०८९१४
२१७०२८
२१७०२८

अत्र भाजकगतदशमलवसंख्यातो भाज्यगतदशमलवसंख्या ४ अधिका, तेनात्र लब्धिः = ३·९८२४ ।

(२) भाज्यः ३·२७३८३१, भाजकः ४९·८३ अत्र लब्धिरपेक्षिताऽस्ति ।

४९८३) ३३७·३८३१ (०६९७
२९८ ९८
२८४०३
२४९१५
३४८८१
३४८८१

अत्रापि लब्धिः = ·०६९७

(३) भाज्यः १२·९६, भाजकः १०·८ अत्र का लब्धिः ।

१०८) १२९·६ (१·२ = लब्धिः ।
१०८
२१६
२१६
०००

(४) भाज्यः ७६ ११०४ भाजकः २ ३४ अत्रापि लब्धिरपेक्ष्यते ।

२३४) ७६१९·०४ (३२·५६

७०२

५९९

४६८

१३१०

११७०

१४०४

१४०४

अत्रोऽत्र लब्धिः = ३२·५६ ।

(५) भाज्यः = ·०९३५८४४, भाजकः = ·३६४ अत्रः का ?

३६४) ९३·५८४४ (·२५७१ = लब्धिः ।

७२८

२०७८

१८२०

२५८४

२५४८

३६४

३६४

अत्रोऽत्रापि लब्धिः = ·२५७१ ।

यत्र च भाजकगतदशमलवतो भाज्यगतदशमलवसंख्या स्वल्पा भवेत्तत्र तु यथोक्त्या साधिते लब्धिमाने ह्यन्ते तन्न्यूनसंख्यासमानि शून्यानि स्थापयेदेवं कृते वास्तवा लब्धिः स्यादिति ।

(१) भाज्यः = १९९४·१४ भाजकः = ·५७६२ अत्र का लब्धिः ।

५७६२) १९९९४१४ (३४७

१७२८६

२७०८१

२३०४८

४०३३४

४०३३४

००

अत्र भाज्यगतदशमलवसंख्यातो भाजकगतदशमलवसंख्या द्विरधिका तेनात्र जाता वास्तवा लब्धिः=३४७०० ।

परमेवं तदैव स्याद्यदि भागहरणे शेषं न स्यात्। अन्यथा तूत्तरोत्तरशेषान्ते शून्यं निवेश्य भागहारेण तावद्विभाज्यं यावन्निः शेषं भवेदथवैकैव लब्धिः समा गच्छेत्। तत्र च यथोक्तया दशमलबिन्दुश्च कार्यः ।

(१) यथा भाज्यः=५९२·७, भाजकः=१४·३ अत्र का लब्धिः ।

१४३) ५९२७ (४१·४४७५५२४
५७२
―――
२०७
१४३
―――
६४०
५७२
―――
६८०
५७२
―――
१०८०
१००१
―――
७९०
७१५
―――
७५०
७१५
―――
३५०
२८६
―――
६४०
५७२
―――
६८ इत्यादि ।

अत्र स्वरूपदर्शनेन स्फुटं यत् किलोत्तरोत्तरशेषे शून्यं निवेश्य भाजकेन मुहुर्विभाजिते प्रथमलब्धाङ्कः ४, तथाऽन्ते च तत्सम एवोपलभ्यते तेनात्राग्रेऽपि भजनेन पुनः पुनः पूर्वाङ्क एव समागच्छत्यतोऽत्र लब्धिः=४१·४४७५५२४ ······ इत्यादि ।

(२) भाज्यः = ८०८·९, भाजकः = २५

२५) ८०८·९ (३२·३५६
७५
५८
५०
८९
७५
१४०
१२५
१५०
१५०

अतोऽत्र लब्धिः = ३२·३५६

अथवा भागहारे भाज्यहरयोर्भाजकस्य वा दशमलवयोर्निरसनं यथा भवेत्तथा विधाय साधारणभागहारविधानेन लब्धिं समानीय तत्र यथोक्त्या दशमवबिन्दुः कार्यः ।

(१) यथा भाज्यः = ·०२५, भाजकः = ७

अत्र भाज्यहरयोर्दशमलवयोर्निरासार्थं तौ १००० अनेन संगुण्य जातौ भाज्य-२५ हारौ ७००० ।

ततो भागहारविधिना—

७०००) २५००० (·००३५७१
२१०००
४००००
३५०००
५००००
४९०००
१००००
७०००
३०००

अतोऽत्र लब्धिः=·००३५७१··········इत्यादि

(२) भाज्यः=३४'६, भाजकः='०८ ।

```
८) ३४६० ( ४३२.५
   ३२
   ---
    २६
    २४
    ---
     २०
     १६
     ---
      ४०
      ४०
      ===
```

अतोऽत्र लब्धिः = ४३२.५ ।

(३) भाज्यः = '५५६८, भाजकः = २'३२ ।

```
∴   २३२ ) ५५'६८ ( '२४
           ४६४
           ---
            ९२८
            ९२८
           ----
           ००००
```

अत्र लब्धिः = '२४

(४) भाज्यः = ८'४५४, भाजकः = '०२४

```
∴   २४) ८४५४ ( ३५२'२५
         ७२
         ---
         १२५
         १२०
         ---
           ५४
           ४८
           ---
            ६०
            ४८
            ---
            १२०
            १२०
            ===
```

अतोऽत्र जाता लब्धिः = ३५२'२५

(५) भाज्यः = ८·५६७, भाजकः = १३

∴ १३) ८.५६७ (·६५९ = लब्धिः ।
७८
७६
६५
११७
११७

(६) भाज्यः = ६.३३, भाजकः = ·००२५

२५) ६३३०० (२५३२
५०
१३३
१२५
८०
७५
५०
५०

अतोऽत्र लब्धिः = २५३२

(७) भाज्यः = १·७७०८९, भाजकः = ४·७३५

∴ ४७३५) १७७०·८९ (·३७४
१४२० ५
३५० ३९
३३१ ४५
१८९४०
१८९४०

अत्र जाता लब्धिः = ·३७४

(८) भाज्यः = ·०००३७३८०२८, भाजकः = ·०४७६

∴ ४७६) ३·७३८०२८ (·००७८५३

```
  ३३३२
  ----
   ४०६०
   ३८०८
   ----
    २५२२
    २३८०
    ----
     १४२८
     १४२८
     ----
     ००००
```

जाता लब्धिः = ·००७८५३

एवं भागहरणे सर्वत्र क्रिया भवतीति सुधियोह्यं किमत्र ग्रन्थबाहुल्येनेति दिक् ।

अथेदानीं दशमलवस्य वर्गघनादि साधने तु प्रथमं साधारणवर्गघनादिविधिना वर्गघनादीन् विधाय तत्र वर्गे ह्येकादिस्थानमारभ्य द्विघ्नदशलवसंख्यामितानि स्थानानि वामभागक्रमेण विगणय्य दशमलवबिन्दुः कार्यः । घने तु त्रिघ्नदशमलवस्थानसंख्या बोध्या । एवमग्रेऽप्यवधेयम् ।

यथा—९३·५८२ अस्य वर्गः, घनश्च क इति ।

प्रथमं वर्गकरणेन—

```
         ९३५८२
         ९३५८२
        ------
        १८७१६४
       ७४८६५६
      ४६७९१०
     २८०७४६
    ८४२२३८
    ----------
    ८७५७५९०७२४
```

अतो वर्गः = ८७५७·५९०७२४

घनकरणेन—

```
      ८७५७५९०७२४
           ९३५८२
     ————————————
     १७५१५१८१४४८
    ७००६०७२५७९२
   ५३७८७९५३६२०
  २६२७२७७२१४२
 ७८८१८३१६५१६
 ————————————————
 ८१९५५२८५५१३३३६८
```

अतोघनम् = ८१९५५२·८५५१३३३६८

एवं सर्वत्र क्रिया भवति किमत्र बाहुल्येन ।

वर्गमूलानयनम् ।

कस्या अपि दशमलवसंख्याया वर्गमूलानयनविचारे वर्गे दशमलवसंख्या समैव भवितुं युज्यते । अन्यथा विषमसंख्यायां सत्यां तत्र वर्गे तावदेकशून्यनिवेशेन तां समां विधाय साधारणमूलानयनरीत्या मूलमानमानीय तत्र यथोक्त्या वर्गाङ्कगतदशमलवसंख्यार्धमिते स्थाने दशमलवबिन्दुर्विधेयस्तदा वास्तवं मूलमानं भवेत् ।

(१) यथा ४८१ ८९०३०४ अस्य वर्गमूलं किमिति ?

मूलानयनरीत्या—

```
          ४८१८९०३०४ ( २१९५२
          ४
         ———
  ४१ )    ८१
          ४१
         ———
 ४२९ )  ४०८९
        ३८६१
        ————
४३८५ )  २२८०३
        २१९२५
        —————
४३९०२ )  ८७८०४
         ८७८०४
        ——————
```

अतो वर्गमूलमानम् = २१·९५२ ।

(२) ००००४४८९ अस्य वर्गमूलमपेक्षितम् ।

यथोक्त्या न्यासेन—

४४८९ (६७

३६

१२७) ८८९

८८९

०००

अतोऽत्र वर्गमूलम् = ·००६७ ।

(३) १८·२२१७९९७ अत्र वर्गमूलं किमिति ?

अत्र वर्गे दशमलवस्थानसंख्या विषमा तेन तस्याः समत्वकरणाय वर्गोपरि-शून्यस्थापनेन—

१८२२१७९९७० (४२६८७

१६

८२) २२२

१६४

८४६) ५८१७

५०७६

८५२८) ७४१९९

६८२२४

८५३६७) ५९७५७०

५९७५६९

१ . . . . शेषम् ।

∴ वर्गमूलमानम् = ४·२६८७

अथ प्रसङ्गतोऽवर्गाङ्कमूलानयनाय विचारः ।

यथा २, अस्य वर्गमूलानयनविचारे

२ (१·४१४२१···

१

२४) १००

९६

२८१) ४००

२८१

२८२४) ११९००

११२९६

२८२८२) ६०४००

५६५६४

२८२८४१) ३८३६००
२८२८४१
१००७६९०० . . . इत्यादि ।

आसन्नमूलम् = १·४१४२१ . . . . . इत्यादि ।

एवं सर्वत्रैव धीमतोह्यम् ।

अथावर्तदशमलवप्रकरणम् ।

यो हि भिन्नाङ्को दशमलवरूपे परिणाम्यते तत्र यदि लब्धिर्निरवयवा न स्यादर्थात्पुनः पुनः स एवाङ्कः समागच्छति तदा तद्यावर्तदशमलवसंज्ञकं कथ्यते नवीनः ।

यथा $\frac{19}{55}$ अस्य मानं दशमलवरूपे परिणामनेन—

५५) १९० (·३४५
१६५
२५०
२२०
३००
२७५
२५० . . . . इत्यादि ।

∴ वास्तवभिन्नमानम् = ·३४५४५४५४५ . . . . . इत्यादि ।

एवमेव

$\frac{2}{3}$ = ·६६६६६६६ . . . .

$\frac{1}{3}$ = ·३३३३३३३३३ . . . .

$\frac{7}{9}$ = ·७७७७७७७७ . . . .

अत्र सर्वेषां भिन्नानां संक्षेपरूपेण मानज्ञापकाय समानांकोपरि (·) चिह्नं कृत्वा लिख्यते ।

यथा ·६६६६६ . . . . . = ·$\dot{६}$

·३३३३३ . . . . . = ·$\dot{३}$

·७७७७७ . . . . . = ·$\dot{७}$

·३४५४५४५ . . . . = ·३$\dot{४}\dot{५}$

इत्यादि सर्वत्र बोध्यम् ।

अथावर्तदशमलवश्चेत् भिन्नांकत्वेनापेक्ष्यते तदाऽधोलिखितः प्रकारः समुपयुज्यते ।

(१) तथाहि ·$\dot{३}$ = ·३३३३३ . . . . .

∴ १० × ·$\dot{३}$ = ३·३३३३३ . . . .

अन्तरेण—

९ × ·$\dot{३}$ = ३

∴ ·$\dot{३}$ = $\frac{3}{9}$ = $\frac{1}{3}$,

(२) $$\cdot\dot{५} = \cdot ५५५५ \ldots .$$
$$१० \times \cdot\dot{५} = ५\cdot ५५५५ \ldots .$$
$$९ \times \cdot\dot{५} = ५$$
$$\cdot\dot{५} = \frac{५}{९}$$

(३) $$\cdot २३\dot{४}\dot{५} = \cdot २३४५४५४५ \ldots .$$
$$१०००० \times \cdot २३\dot{४}\dot{५} = २३४५\cdot ४५४५४५ \ldots$$
$$१०० \times \cdot २३\dot{४}\dot{५} = २३\cdot ४५४५४५४५$$
$$\therefore ९९०० \times \cdot २३\dot{४}\dot{५} = २३४५ - २३$$
$$\therefore \cdot २३\dot{४}\dot{५} = \frac{२३४५ - २३}{९९००}$$

(४) $$३\cdot ६\dot{२} = ३\cdot ६२२२२$$
$$१०० \times ३\cdot ६\dot{२} = ३६२\cdot २२२२$$
$$१० \times ३\cdot ६२ = ३६\cdot २२२२२$$
$$\therefore ९० \times ३\cdot ६२ = ३६२ - ३६$$
$$\therefore ३\cdot ६\dot{२} = \frac{३६२ - ३६}{९०}$$

एतेनावसीयते यदावर्तदशमलवे साधारणभिन्नांकत्वेनापेक्ष्यमाणे प्रथममावर्तदशमलवे येऽङ्कास्तन्निर्मितसंख्या बिन्दुरहिताङ्कसंख्यां विशोध्य भाज्यस्तथा बिन्दूपलक्षितांकसंख्यासमान् नव गृहीत्वा तदुपर्य्यावर्तदशमलवबिंदुदशमलवबिंद्वोरन्तरालस्थानसंख्यासमानि शून्यानि निवेश्य भाजक इति च प्रकल्प्य यन्मानं स्यात्तदेवावर्तदशमलवस्य मानं भवतीति स्फुटं दरीदृश्यते ।

यथा $$\cdot\dot{३}०७६९\dot{२} = \frac{३०७६९२}{९९९९९९}$$
$$\cdot\dot{३} \qquad \frac{३}{९} = \frac{१}{३}$$
$$\cdot ६७४\dot{४}२\dot{३} = \frac{६७४४२३ - ६७४}{९९९०००}$$ इत्यादि ।

अथावर्तदशमलवानां संकलनव्यवकलने दशमलवानुरूप एव भवतः इति स्फुटम् ।

तथा तेषां गुणनभजने च तद्भिन्नाङ्कपरिणामनेन भवत इत्यपि सुगममेव । तथापि बालावबोधार्थं किञ्चिदुच्यते ।

(१) $$\cdot\dot{०}\dot{१} \times ७\cdot\dot{३} = \frac{१}{९९} \times \frac{७३ - ७}{९}$$
$$= \frac{१}{९९} \times \frac{६६}{९}$$
$$= \frac{१}{९९} \times \frac{२२}{३}$$
$$= \frac{२२}{३३} = \frac{२}{३} = \cdot\dot{६} ।$$

(२) $$\cdot ०७\dot{३}\dot{२} \div \cdot ०२\dot{७}\dot{७} = \frac{७३२ - ७}{९९००} \div \frac{२७७ - २}{९९००}$$
$$= \frac{७२५}{९९००} \div \frac{२७५}{९९००}$$
$$= \frac{७२५}{२७५} = \frac{२९०}{११} = २६\cdot\dot{३}\dot{६} ।$$

एवं सर्वत्रैव क्रिया भवतीति धीमद्भिरूहनीयम् । परन्तु यत्र भाज्यभाजकयोर्दश-मलवसंख्ये न समाने तत्र प्रथमं समे ते विधायात्रापि क्रिया कार्येति मनसि ध्येयम् ।

अथ त्रैराशिकप्रकरणम् ।

तत्रादौ तावच्चक्रवृद्धिकलान्तरज्ञानाय विचारः क्रियते ।

कस्मिन्नपि नियमिते काले यस्य कस्यापि मूलधनस्य कलान्तरमानीय तन्मूल-धने संयोज्य तस्मात्पुनः कलान्तरं प्रसाध्य तन्मिश्रधने संयोज्य पुनः कलान्तरं साध-नीयम् । एवं मुहुर्मुहुर्यत्र कलान्तरमानीयते तत्तु चक्रवृद्धिकलान्तरमुच्यते ।

यथा शतस्य यद्येकस्मिन् वर्षे सार्धमुद्राद्वयं कलान्तरं स्यात्तदा वर्षत्रये रु० ३२१ आ ८ एतेषां चक्रवृद्ध्या कलान्तरं किमिति ?

अत्र रु० ३२१ आ० ८ = रु० ३२१·५

रु० २ आ० ८ = २·५

∴ ३२१·५
२·५
१६०७५
६४३०
८·०३७५ = एकस्मिन् वर्षे कलान्तरम् ।
३२१·५
३२९·५३७५ = " " सकलान्तरमूलधनम् ।

∴ ३२९·५३७५
२·५
१६४७६८७५
६५९०७५०
८·२३८४३७५ = द्वितीयवर्षे कलान्तरम् ।
३२९·५३७५
३३७·७७५९३७५ = " " मिश्रधनम् ।
२·५
१६८८७९६८७५
६७५५१८७५०
८·४४४३९८४३७५ = तृतीयवर्षे कलान्तरम् ।
३३७·७७५९३७५
३४६·२२०३३५९३७५ = " " सकलान्तरमूलधनम् ।
३२१·५ = मूलधनम्

∴ २४·७२०३३९९३७९ = सर्वकलान्तरम् ।

(२) वर्षे शतस्य यदि पंचकलान्तरं स्याद्वर्षद्वये भवति किं च चतुः शतानाम् । धीमन् वदाशु सकलं किल चक्रवृद्ध्या चेदस्ति ते हि गणिते पटुताभिमानः ॥

न्यासः मूलधनम् ४००, कलान्तरम् ५

∵ ४००

५

१००) २००० (२०

∴ २० = एकस्मिन् वर्षे कलान्तरम् ।

४००

४२० = मिश्रधनम्

५

१००) २१०० (२१

∴ २१ = द्वितीयवर्षे कलान्तरम् ।

४२०

४४१ = सकलान्तरमूलधनम् ।

४००

अन्तरेण ४१ = सकलं कलान्तरम् ।

एवं सर्वत्रैव भवति ।

अयमेव प्रकारः "तलस्थहारेण हरं निहन्या" दित्यादिभास्करीयप्रकारेणापि स्फुटं सिद्ध्यति ।

तथाहि । उपरोक्तोदाहरणे शतस्य कलान्तरम् = ५

$$\therefore \text{१ कलान्तरम्} = \frac{५}{१००}$$

$$= \frac{१}{२०}$$

अत्र "अथ स्वांशाधिकोने" त्वित्यादिना-

$$१ + \frac{१}{२०} = \text{रूपसम्बधीयमिश्रधनमानम्} = \frac{२१}{२०}$$

$$\therefore \text{मिश्रधनमानम्} = \frac{४०० \times २१ \times २१}{२० \times २०}$$

$$= २१ \times २१$$

$$= ४४१$$

अथ मूलधनविशोधनेन जातं कलान्तरमानम् = ४१ ।

(२) वर्षे शतस्य यदि ५ मुद्राः कलान्तरं तदा वर्षचतुष्टये १२०० अस्य चक्रवृद्ध्या किमिति ।

न्यासः १०० अस्य ५ कलान्तरम्

$\therefore$ १ ,, $\frac{५}{१००}$,,

$= \frac{१}{२०}$,,

$१ + \frac{१}{२०} =$ मिश्रधनम् ।

अतो वर्षचतुष्टये सकलान्तरमूलधनमानम्

$$= \frac{१२०० \times २१ \times २१ \times २१ \times २१}{२० \times २० \times २० \times २०}$$

$$= \frac{३ \times २१ \times २१ \times २१ \times २१}{४००}$$

$$= १४५८\frac{२४३}{४००}$$

अत्र मूलधनशोधनेन—

$२५८\frac{२४३}{४००} =$ सकलं कलान्तरमानम् ।

(३) कस्मिन्नपि कटाहे विंशतिशेटकमितं दुग्धमस्ति, तस्मात् काऽपि बालिका शेटकमितं गृहीत्वा तत्र तावन्मितं जलं चिक्षेप । ततोऽन्या काऽपि बाला तस्मात् जलमिश्रदुग्धतः शेटकमात्रमादाय पुनस्तावन्मात्रं जलं च ददौ। एवं पंच बालाश्चक्रुः। तदाऽन्ते तत्र कटाहे कियन्मितं जलं दुग्धं चावशेषमिति ।

अत्र स्वांशापवाहविधिना ह्येकस्मिन् शेटके दुग्धमानम् $= \frac{१९}{२०}$

$$\text{अतो वास्तवदुग्धमानम्} = \frac{२० \times १९ \times १९ \times १९ \times १९ \times १९}{२० \times २० \times २० \times २० \times २०}$$

$$= \frac{१९^५}{२०^४} = १५\frac{७६०९९}{१६००००}$$

अर्थात् १६ शेटकासन्नमितं दुग्धं तथा ४ शेटकासन्नं जलं च तत्राव शिष्टमिति ।

(४) "स्वार्धं प्रादात्प्रयागे" इत्यादि भास्करीयोदाहरणे विलोमविधिना—

$६३ + \text{स्व}\frac{१}{२}\,\text{स्व} + \frac{२}{७}\,\text{स्व} + \frac{१}{३}\,\text{स्व} + \frac{३}{२}\,\text{स्व}$

$$= \frac{६३ \times २ \times ९ \times ४ \times ५}{१ \times ७ \times ३ \times २}$$

$= ६४०$ उत्तरम् ।

एवमनेके प्रकाराः सिध्यन्तीति ।

अथेदानीं कार्यसम्बन्धिनः प्रश्नाः ।

(१) कोऽपि क पुरुषः किमपि कार्यं १२ दिवसैस्तथा तदेव कार्यं ख १५ दिनैः कर्तुं शक्नोति तदा क, ख मिलित्वा तत्कार्यं कियन्मितैर्दिवसैः पूरयतीति ।

क १२ दिनैः १ कार्यं

,, १ दिनेन $\frac{१}{१२}$ कार्यं

एवं ख १५ दिनैः १ कार्यं

,, १ ,, $\frac{१}{१५}$ कार्यं

$\therefore$ क + ख १ दिनेन $\frac{१}{१२} + \frac{१}{१५}$ काय

$= \frac{५+४}{६०} = \frac{९}{६०} = \frac{३}{२०}$

अतो दिनानि $= १ \div \frac{३}{२०}$

$= \frac{२०}{३} = ६\frac{२}{३}$ ।

(२) यदि क किमपि कार्यं ८ दिवसस्तथा ख, क मिलित्वा ६ दिवसैस्तदेव कार्यं च करोति तदा ख स्वयं कियन्मितैर्दिनैः करिष्यतीति ।

अत्र क ८ दिनैः १ का

,, १ दिनेन $\frac{१}{८}$,,

एवं क + ख ६ दिवसैः १ कार्यं

$\therefore$,, १ दिनेन $\frac{१}{६}$,,

$\therefore$ एकस्मिन् दिने ख कार्यं $= \frac{१}{६} - \frac{१}{८}$

$= \frac{४-३}{२४}$

$= \frac{१}{२४}$

अतो दिनानि $= १ \div \frac{१}{२४} = २४$ उत्तरम् ।

(३) यदि क १५ दिनैः किमपि कार्यं करोति । परञ्च ५ दिनानन्तरं तत्र ख मिलितस्तेन सह तत्काय ४ दिनैः पूर्णं जातं तदा ख स्वयं तत्काय कियन्मितैर्दिवसैः पूरयिष्यतीति ।

अत्रापि क १५ दिवसैः १ कार्यं

,, १ ,, $\frac{१}{१५}$,,

,, ५ ,, $\frac{१}{१५} \times ५$,,

$= \frac{१}{३}$,,

अतोऽवशिष्टकार्यभागः $= १ - \frac{१}{३}$

$= \frac{२}{३}$.

$\therefore$ क + ख ४ दिवसैः $\frac{२}{३}$ कार्यभागम्

,, १ ,, $\frac{२}{३} \times \frac{१}{४}$,,

$= \frac{१}{६}$,,

अत एकस्मिन् दिने ख कार्यभागः $= \frac{१}{६} - \frac{१}{१५}$

$= \frac{५-२}{३०}$

$= \frac{३}{३०} = \frac{१}{१०}$

अतोऽभीष्टदिनानि $= १ \div \frac{१}{१०} = १०$ दिवसाः ।

(४) क, ख मिलित्वा किमपि काय ८ दिनैः ख, ग मिलित्वा तदेव १० दिवसैस्तथा क, ग मिलित्वा तत्कार्यं च १२ दि ः करोति तदा ख स्वयं कियन्मितै- र्दिवसैस्तत्कर्तुं शक्नोतीति ।

क + ख	८	दिनैः	१	कार्यं
∴ ,,	१	,,	$\frac{१}{८}$	,,
ख + ग	१०	,,	१	,,
∴ ,,	१	,,	$\frac{१}{१०}$	
एवं क + ग	१२	,,	१	,,
∴ ,,	१	,,	$\frac{१}{१२}$	

सर्वेषां योगेन—

क + ख + ग १ दिनेन $\frac{१}{२}\left(\frac{१}{१०}+\frac{१}{८}+\frac{१}{१२}\right)$ कार्यभागः

$= \frac{१}{२}\cdot\frac{१२+१५+१०}{१२०}$,,

$= \frac{१}{२}\cdot\frac{३७}{१२०}$,,

$= \frac{३७}{२४०}$

परन्तु क, ग मिलित्वैकस्मिन् दिनै $\frac{१}{१२}$ कार्य भागं करोति । तेन ख कार्यभागः

$= \frac{३७}{२४०} - \frac{१}{१२}$

$= \frac{३७-२०}{२४०}$

$= \frac{१७}{२४०}$

अतो दिनानि $= \frac{२४०}{१७} = १४\frac{२}{१७}$ उत्तरम् ।

एवमन्यस्यापि दिनमानमागच्छतीति धीमतोह्यम् ।

(५) क किमपि कार्यं ८ दिवसैः, ख ६ दिवसैस्तथा ग १६ दिनैश्च पूरयति । परञ्च सहैव कार्यमारब्धेषु तेषु क, ख क्रमेण दिनद्वयं दिनत्रयं च कार्यं कृत्वा कार्यान्तरं गतौ तदाऽवशिष्टं कार्यं ग कियन्मितैर्दिवसैः करिष्यतीति ।

क	८	दिवसैः	१	कार्यं
∴ ,,	२	,,	$\frac{२}{८}$	,,
ख	६	,,	१	,,
∴ ,,	३	,,	$\frac{३}{६}$	

∴ क, ख अनयोः कृतकार्यभागः $= \frac{१}{४} + \frac{१}{२}$

$= \frac{३}{४}$,,

अतोऽवशिष्टकार्यभागः $= १ - \frac{३}{४} = \frac{४-३}{४} = \frac{१}{४}$

परं च ग १६ दिवसैः १ कार्यं

$\therefore$,, १ दिनेन $\frac{१}{१६}$,,

$\therefore$ $\frac{१}{४}$ कार्यभागसम्बन्धिदिनानि $= \frac{१}{४} \div \frac{१}{१६}$

$= \frac{१}{४} \times \frac{१६}{१}$

$= ४$

अतः शेषकार्यसम्बन्धिदिनम् $= ४ - ३ = १$ उत्तरम् ।

(६) क किमपि कार्यं १० दिनैः, ख १५ दिनैस्तथा ग ३० दिनैश्च कर्तुं शक्नोति । सर्वे ते सहैव कार्यमारब्धवन्तः । क कार्यपूर्तिदिनात् दिनद्वयं तथा ख दिनत्रयं च प्रागेव कार्यं विहायान्यत्र कुत्रापि गतौ । तदा कियन्मितैर्दिवसैः कार्यपूर्तिर्भविष्यतीति ।

	क	१०	दिवसैः	१	कार्यं
$\therefore$	,,	१	,,	$\frac{१}{१०}$	,,
	ख	१५	,,	१	,,
$\therefore$	,,	१	,,	$\frac{१}{१५}$	
	ग	३०	,,	१	,,
$\therefore$	,,	१	,,	$\frac{१}{३०}$	

सर्वयोगेन—

क + ख + ग १ दिनेन $\frac{१}{१०} + \frac{१}{१५} + \frac{१}{३०}$ कार्यभागम्

$= \frac{६ + ४ + २}{६०}$,,

$= \frac{१२}{६०} = \frac{१}{५}$,,

यद्यत्र क, ख कार्यं नात्यजतां तदा ते द्वे मिलित्वा $\frac{२}{१०} + \frac{३}{१५} = \frac{२}{५}$ कार्यभागं करिष्यतः ।

अतस्त्रिभिः करिष्यमाणकार्यभागः $= १ + \frac{२}{५} = \frac{७}{५}$ ।

अतो दिनानि $= \frac{७}{५} \div \frac{१}{५} = ७$ दिनानि ।

(७) यत्कार्यं क ४ दिवसैस्तदेव ख ६ दिवसैस्तथा तदेव ग १२ दिनैश्च करोति । परन्तु क, ग मिलित्वा कार्यस्य $\frac{३}{४}$ भागं २८ दिवसैः कर्तुं शक्नोति तदाऽवशिष्टं कार्यं ख कियन्मितैर्दिवसैः पूरयतीति ।

अत्र	क	अस्य	४	दिनस्य	कार्यं	=	ख	अस्य	६	दिनस्य	
$\therefore$	क	,,	१	,,	,,	=	ख	,,	$\frac{६}{४}$	,,	
एवं	ग	,,	१२	,,	,,	=	,,	,,	६	,,	
$\therefore$	ग	,,	१	,,	,,	=	,,	,,	$\frac{६}{१२}$		

अतः क अस्य २८ दिनस्य कार्यं = ख अस्य $२८ \times \frac{६}{४}$

= ,, ,, ४२ दिनस्य

एवं ग ,, ,, ,, = ,, ,, $२८ \times \frac{६}{१२}$

= १४ दिन

$\therefore$ क, ग अनयोर्योगस्य २८ दिनस्य कार्यं = ख अस्य ४२ + १४ दिनस्य

= ,, ,, ५६ दिनस्य

अर्थात् $\frac{३}{४}$ एतत्कार्यभागं ख ५६ दिनैः कृतवान् ।

$\therefore$ शेषकार्यभागः $= १ - \frac{३}{४} = \frac{१}{४}$

अतो दिनानि $= ५६ \times \frac{१}{४} \div \frac{३}{४}$

$= \frac{५६}{३} = १८\frac{२}{३}$ जातम् ।

(८) यदि क किमपि कार्यं १२ दिनैः तथा ख १८ दिवसैश्च करोति, तत्र क, ख मिलित्वा सहैव कार्यमारभेते । दिनत्रयानन्तरं ख पलाय्य गतः केवलं क पुरुषः कार्यं कृतवान् । दिनचतुष्टयादनन्तरं ग मिलितस्तेन क, ग मिलित्वा दिनद्वय एव कार्यं पूरितवन्तौ । तदा ग तत्कार्यं कतिपयैर्दिनैः करिष्यतीति वद ।

अत्रापि क + ख १ दिनेन $\frac{१}{१२} + \frac{१}{१८}$ कार्यभागम्

$= \frac{३+२}{३६}$,,

$= \frac{५}{३६}$

$\therefore$,, ३ दिवसैः $= \frac{५}{३६} \cdot ३$,,

$= \frac{५}{१२}$,,

क ४ दिवसैः $\frac{१}{१२} \cdot ४$ कार्यभागम्

$= \frac{१}{३}$

$\therefore$ क, ख अनयोः $(\frac{५}{१२} + \frac{१}{३})$ एतत्कार्यकरणादनन्तरं ग समागतः ।

$\therefore \frac{५}{१२} + \frac{१}{३} = \frac{९}{१२} = \frac{३}{४}$ कार्यभागम् ।

$\therefore$ शेषम् $= १ - \frac{३}{४} = \frac{१}{४}$ एतत्कार्यं क, ग मिलित्वा दिनद्वयेन पूरितवन्तौ ।

$\therefore$ क + ग १ दिनेन $\frac{१}{४} \cdot \frac{१}{२}$ कार्यभागम्

$= \frac{१}{८}$,,

$\therefore$ ग १ दिनेन $\frac{१}{८} - \frac{१}{१२}$ कार्यभागम्

$= \frac{३-२}{२४}$,,

$= \frac{१}{२४}$

अतो दिनानि $= १ \div \frac{१}{२४} = २४$ दिनानि ।

(९) ९ पुरुषाः किमपि कार्यं २ घटिकाभ्यां, ७ स्त्रियः ३ घटिकाभिस्तथा

९ बालकाः ४ घटिकाभिः कर्तुं शक्नुवन्ति तदा १ पुरुषेण, १ स्त्रिया तथैकेन बालकेन मिलित्वा सहैव तत्कार्यं कियन्मिताभिर्घटीभिः पूरितमिति ।

अत्रापि पृथक् २ कार्यभागमानीय संयोगेन—

$\frac{१}{१०}+\frac{१}{२१}+\frac{१}{३६}=\frac{२२१}{१२६०}$ कार्यभागम्

अतो दिनानि $=५\ \frac{१५५}{२२१}$ उत्तरम् ।

(१०) ४ पुरुषा वा ६ स्त्रियो ९ बालका वा किमपि कार्यं १० दिवसैः पूरयन्ति तदैकपुरुषश्चतस्रः स्त्रियस्तथा त्रयो बालकाश्च मिलित्वा कियन्मितैर्दिनैस्तत्कार्यं करिष्यन्तीति ।

अत्रोदाहरणोक्त्या—

४ पुरुषाः $=$ ६ स्त्रियः

$\therefore$ १ पुरुष $=\frac{६}{४}$,,

$=\frac{३}{२}$,,

एवं ९ बालका $=$ ६ स्त्रियः

$\therefore$ १ बालक $=\frac{६}{९}$,,

$=\frac{२}{३}$

$\therefore$ ३ ,, $=$ २ ,,

$\therefore$ १ पुरुष $+$ ४ स्त्रियः $+$ ३ बालकाः

$=४+२+\frac{३}{२}$ स्त्रियः

$=६+\frac{३}{२}$,,

$=\frac{१५}{२}$

परञ्च ६ स्त्रियः १० दिवसैः

$\therefore \frac{१५}{२}$,, $\frac{१०\times ६\times २}{१५}$,,

$=४\times २$

$=८$ दिवसैः ।

(११) कस्यां चिद्वाप्यां द्वे प्रनाल्ये स्तस्ते च क्रमेण विंशति तथा त्रिंशद्घटिकाभिश्च तां वापीं पृथक् पृथक् पूरयतः । परन्तु युगपदेव विमुक्ते द्वे प्रनाल्ये कियता कालेन पूरयिष्यतः ।

अत्र प्रथमा प्रनाली २० घटिकाभिः १ वापीं पूरयति

,, ,, १ ,, $\frac{१}{२०}$,,

एवं द्वितीया ,, ३० ,, १ ,,

$\therefore$,, ,, १ ,, $\frac{१}{३०}$,,

$\therefore$ प्रथ० प्र० $+$ द्वि० प्र० १ ,, $\frac{१}{२०}+\frac{१}{३०}$,,

$=\frac{५०}{६००}$,,

$=\frac{१}{१२}$,,

अतो वापीपूरणकालः $= १ \div \frac{१}{१२}$

$= १२$ घटिकाः ।

(१२) कस्मिन्नपि तड़ागे त्रयो निर्झराः सन्ति यत्र प्रथमेन घटिकात्रयेण द्वितीयेन च पञ्चघटिकाभिस्तडागः पूर्यते तथा तृतीयनिर्झरेण घटिकाद्वयेन शोष्यते तदा सहैव विमुक्ता एते निर्झराः शुष्कं तड़ागं कियता कालेन पूरयिष्यन्तीति ।

अत्रापि प्र० नि० ३ घटिकाभिः १ तड़ागं पूरयति

∴ १ " " $\frac{१}{३}$ "

एवं द्वि० नि० ५ " " १ "

∴ " " १ " " $\frac{१}{५}$

तथा च तृ० नि० २ " " १ शोष्यति

∴ " " १ " " $\frac{१}{२}$ "

अतो युगपद्विमुक्तास्त्रयो निर्झराः १ घटिकया $\frac{१}{३} + \frac{१}{५} - \frac{१}{२}$ " पू०

$= \frac{१० + ६ - १५}{३०}$ "

$= \frac{१}{३०}$ पूरयन्ति

अतस्तडागपूरणकालः $= १ \div \frac{१}{३०}$

$= ३०$ घटिकाः ।

१३) कस्याञ्चिद्वाप्यां द्वे प्रनाल्यौ स्तस्ते च क्रमेण १३ $\frac{१}{२}$, १९ $\frac{१}{२}$ घटिकाभिस्तां वापीं शोष्यतः । अथ सहैव विमुक्तयोस्तयोर्यदा वाप्या द्वौ तृतीयांशौ निःशेषितौ तत्रैका निवृत्ता । तदा वापी कियता कालेन शोपितेति ।

प्र० प्र० १३ $\frac{१}{२}$ घटिकाभिः १ वापीं शोष्यति

∴ " १ " $\frac{२}{२७}$ " "

एवं द्वि० प्र० १९ $\frac{१}{२}$ " १ " "

∴ " १ " $\frac{२}{३९}$ " "

∴ प्र० प्र० + द्वि० प्र० १ " $\frac{२}{२७} + \frac{२}{३९}$ " "

$= (\frac{१३ + ९}{३५१}) \times २$ "

$= \frac{४४}{३५१}$ " "

अतो द्वाभ्यां वाप्याः शोषणकालः $= \frac{३५१}{४४}$

∴ वाप्याः $\frac{२}{३}$ भागस्य शोषणकालः $= \frac{३५१}{४४} \times \frac{२}{३}$

$= \frac{११७}{२२}$

परं च द्वितीया प्रणाली १ घटिकया $\frac{२}{३९}$ वापीभागं शोष्यति

∴ $\frac{१}{३}$ वापीभागस्य शोषणकालः $= \frac{१}{३} \div \frac{२}{३९}$

$= \frac{१}{३} \times \frac{३९}{२}$

$= \frac{१३}{२}$

$\therefore$ वापीशोषणकालः $= \frac{११७}{२२} + \frac{१३}{२}$

$= \frac{२६०}{२२}$

$= \frac{१३०}{११}$

$११\frac{९}{११}$ घटिकाः ।

(१४) द्वे घटिकायन्त्रे स्तो यत्र मध्याह्ने १२ वादनं जातम् । तत्रैकं यन्त्रं २४ घन्टायां ४० सेकेण्डमितं द्रुततरमपरं ८० सेकेण्डमितं मन्दं च चलति । तदा प्रथमं पश्चात्कियता कालेन द्वितीयतो १६ मिनटमितमधिकं जायते ।

अत्र प्रथमं २४ घन्टायां द्वितीयतः ४० + ८० सेकेण्डमितमधिकं भवति ।

अर्थात् १ दिने $\frac{३}{२}$ मिनटमितम् ।

$\therefore$ अधिकदिनानि $= १६ \div \frac{३}{२}$

$= \frac{३२}{३} =$ १० दिन १६ घण्टाः ।

अर्थात् १० दिनैः १६ घन्टाभिः प्रथमं १६ मिनटमितमधिकं भविष्यतीति ।

अथ श्रेढीव्यवहारः ।

अथ "सैकपदघ्नपदार्धमथैकाद्यङ्कयुति" रित्यादिना प्रकारेणैकादीनामङ्कानां संयुतिरागच्छति, न चानेन प्रकारेण यस्मात्कस्माच्चिदप्यङ्कादेकोत्तराणामङ्कानां संकलितानयनं भवत्यतस्तदानयनार्थं सुगमः प्रकारः प्रदर्श्यते ।

यथा कल्प्यते समधनमानम् = आ + आ + १ + आ + २

$+$ आ + ३ + ...

$=$ आ.न + $\frac{न\,(न-१)}{२}$

एतेन—व्येकपदघ्नपदार्धमथादिक्षुण्णपदेन युतं बुधवर्याः ।
आदिमुखैकचयाङ्कयुतिः स्याद्व्यक्तभवक्रिययैव हि नूनम् ॥

इत्युपपद्यते ।

उदाहरणम् ।

त्र्यादीनामेकपंचाशदङ्कानां संयुतिं वद ।
यदि संकलनामार्गे कुशला मतिरस्ति ते ॥

आदिः ३ पदम् ४९ ततः सूत्रोक्त्या करणेन—

$३\cdot४९ + \frac{४९-१}{२} \times ४९$

$= १४७ + ११७६$

$= १३२३$

अतः समघनमानम् $= १३२३$ ।

अथ य, र, ल, व, स एषां योगविचारे तत्र तावदुत्तरोत्तरशोधनेनाद्यादि-परंपरा—

य, र, ल, व, स

र–य, ल–र, व–ल, स–व

ल–२र + य, व–२ल + र, स–२व + ल

व–३ल + ३र–य, स–३ व + ३ल–र

स–४व + ६ल–४र + य

अत्रैव यदि प्रथमा परंपरा = प्र = य

,, ,, द्वितीयपरंपरा = र–य,

,, ,, तृतीयपरंपरा = ल–२र + य

,, ,, चतुर्थपरंपरा = व–३ल + ३र–य

,, ,, पंचमपरंपरा = स–४व + ६ल–४र + य ।

तदा य = प्र

र = द्वि + प्र

ल = तृ + २द्वि + प्र

व = च + ३तृ + ३द्वि + प्र

स = पं + ४च + ६तृ + ४द्वि + प्र

सर्वेषां योगकरणेन—

य + र + ल + व + स = ५प्र + १० द्वि + १० तृ + ५च + पं

एतेन येषामङ्कानां योगः क्रियते तत्र क्रमत उत्तरोत्तरानङ्कान् विशोध्यैकादिपरम्पराः साधनीयास्तास्तु स्थानभवैरेकद्व्यादिभेदैः क्रमेण संगुण्य योगकरणेन वास्तवोऽभीष्टाङ्कयोगो भवतीति स्पष्टमवसीयते । एतेनापि प्रकारेण "श्रेढ्याः प्रत्येकराशीनां तत्तदुत्तरराशित" इति संशोधकीयमप्युपपन्नं भवति ।

अस्य व्याप्तिदर्शनाय कानिचिदुदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते ।

यथा $१^४, २^४, ३^४, ४^४$,.......एषां योगविचारे तु पूर्वयुक्त्या परम्परा साधनेन-

१, १६, ८१, २५६, ६२५, १२९६ ....

१५, ६५, १७५, ३६९, ६७१ ....

५०, ११०, १९४, ३०२ ....

६०, ८४, १०८ ....

२४, २४ ....

० ० ....

अत्र प्र = १, द्वि = १५, तृ = ५०, च = ६०, पं = २४ प्रथमभेदः = न, द्वितीयभेदः = $\frac{न(न-१)}{१.२}$, तृतीयभेदः = $\frac{न(न-२)(न-२)}{१.२.३}$, चतुर्थभेदः = $\frac{न(न-१)(न-२)(न-३)}{१.२.३.४}$, पञ्चमभेदः = $\frac{न(न-१)(न-२)(न-३)(न-४)}{१.२.३.४.५}$

अथ यथोक्तया योगसाधनेन—

$$१^४+२^४+३^४+४^४+\cdots+न^४ = न+\frac{१५.न(न-१)}{१.२}$$
$$+\frac{५०न(न-१)(न-२)}{१.२.३}$$
$$+\frac{६०न(न-१)(न-२)(न-३)}{१.२.३.४}$$
$$+\frac{२४न(न-१)(-न२)(न-३)(न-४)}{१.२.३.४.५}$$
$$=\frac{१२०न+९००न(न-१)}{१२०}$$
$$+\frac{१०००न(न-१)(न-२)}{१२०}$$
$$+\frac{३००न(न-१)(न-२)(न-३)+२४न(न-१)(न-२)(न-३)(न-४)}{१२०}$$
$$=\frac{१२न^५+३०न^४+२०न^३-२न}{६०}$$
$$=\frac{६न^२+६न-२}{१०}\cdot\frac{२न^३+३न^२+न}{६}$$
$$=\left\{\frac{\frac{न(न+१)}{२}-१}{५}+\frac{न(न+१)}{२}\right\}वयो=\left\{\frac{सं-१}{५}+सं\right\}वयो$$

एतेन "व्येकं सङ्कलितं बाणैश्छिन्न" मित्यादि संशोधकीयमुपपद्यते ।

यदि स = $२^२+४^२+६^२+८^२+\cdots$ न पदपर्यन्तम् ।

अत्र श्रेढ्याः स्वरूपदर्शनेनान्त्यधनम् $=\left\{२+२(न-१)\right\}^२$
$$=(२न)^२$$
$$=४न^२$$

अत्र न मा° १, २, ३ इत्यादिभिरुत्थापनेन—

प्रथमधनम् $= ४ \cdot १^२$

द्वितीय " $= ४ \cdot २^२$

तृतीय " $= ४ \cdot ३^२$

....

....

$$\therefore स = ४ (१^२ + २^२ + ३^२ + ४^२ + \cdots\cdots + न^२)$$
$$= ४ वर्गयोग ।$$

एतेन—

चतुर्गुणा वर्गयुतिः सदा ह्यादिममाद्गजः ।
वर्गयोगो भवेद्धीमन् पाटीगणितकोविद ॥

इत्युपपद्यते ।

एवमन्यान्यप्याचार्योदाहरणानि सुखेनैवोपपद्यन्ते किमत्र ग्रन्थविस्तरेणेति दिक् ।

अथेदानीं छात्राणामभ्यासार्थं सोत्तराणि कानिचिदुदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते ।

यथा कल्प्यते $स = २ \cdot १^२ + ३ \cdot २^२ + ४ \cdot ३^२ + \cdots\cdots$ न पदपर्यन्तम् । अत्र श्रेढीदर्शनेन स्पष्टमेव यदन्त्यधनम् $= (न + १)\, न^२ = न^३ + न^२$

अत्र न मानं १, २, ३ इत्यादिभिरुत्थापनेन—

$$२ \cdot १^२ = १^३ + १^२$$
$$३ \cdot २^२ = २^३ + २^२$$
$$४ \cdot ३^२ = ३^३ + ३^२$$

....

....

सर्वेषां योगकरणेन—

$$स = (१^३ + २^३ + ३^३ + \cdots\cdots + न^३) + १^२ + २^२ + ३^२ + \cdots\cdots + न^२$$
$$= \left\{ \frac{न (न + १)}{२} \right\}^२ + \frac{न (न + १) (२न + १)}{२ \cdot ३}$$
$$= \frac{न (न + १)}{२} \left\{ \frac{न (न + १)}{२} + \frac{२न + १}{३} \right\}$$
$$= \frac{न (न + १) (३ न^२ + ७ न + २)}{१२}$$
$$= \frac{न (न + १) (न + २) (३ न + १)}{१२}$$

$$= \frac{\text{सं} (\text{न} + २)(३\text{न}+१)}{२ \times ३}$$

$$= \frac{\text{सं} (\text{न}+२)}{२} \cdot \frac{३\text{न}+१}{३}$$

एतेन—त्रिघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं संकलितार्धहतं द्वियुतेन।
गच्छमितेन गुणं युतिमानं द्व्यादिगुणैकचयाङ्कघ्नैः स्यात् ॥ इति सम्यगुपपद्यते ।

उदाहरणम् ।

एकादीनां नवान्तानां कृतिर्द्व्यादिसमाहता ।
तासां हि संयुतिं ब्रूहि गणितज्ञानविद्वर ॥

न्यासः। पदं ९ त्रिनिघ्नं २७ रूपयुतं २८ त्रिभक्तं $\frac{२८}{३}$ सकलितं ४२ अर्धं $\frac{४५}{२}$
अनेन गुणितं $\frac{२८}{३} \cdot \frac{४५}{२}$

$= १४ \cdot १५ = २१०$ इदं २ युतेन पदेन ११ गुणितं जातं योगमानम् $= २३१०$।

यदि स $= ३\cdot८ + ६\cdot११ + ९\cdot१४ + \cdots\cdots$ न पदपर्यन्तम् ।

तदा श्रेढ्याः स्वरूपदर्शनेनान्त्यधनम् $= ३\text{न} (३\text{न} + ५)$
$= ९\text{न}^२ + १५\text{न}$

अत्रापि यदि न मानं १, २, ३ इत्यादिभिरुत्थाप्यते--

तदा $३\cdot८ = ९\cdot१^२ + १५\cdot१$
$६\cdot११ = ९\cdot२^२ + १५\cdot२$
$९\cdot१४ = ९\cdot३^२ + १५\cdot३$

... ...

... ...

सर्वेषां योगेन--

$$३\cdot८ + ६\cdot११ + ९\cdot१४\cdots\cdots = ९ (१^२ + २^२ + ३^२ + \cdots\cdots + \text{न}^२)$$
$$+ १५ (१ + २ + ३ + \cdots\cdots + \text{न})$$

$$= \frac{९\text{न}(\text{न}+१)(२\text{न}+१)}{३ \times २} + \frac{१५(\text{न}+१)\text{न}}{२}$$

$$= \frac{\text{न}(\text{न}+१)}{२} \left\{ ३(२\text{न}+१) + १५ \right\}$$

$$= \frac{(\text{न}+१)\text{न}}{२} \cdot \frac{६\text{न}+१८}{१}$$

यदि स $=$ १ + ६ + १२ + २२ + ३६ + ...न पद पर्यन्तम् । तदाऽत्र कल्प्यतेऽन्त्यधनमानम् $=$ $त_{न}$

$$\therefore स = १ + ६ + १२ + २२ + ३६ + \cdots\cdots + त_{न}$$

$$वा,\ स = ० + १ + ६ + १२ + २२ + \cdots\cdots + त_{न-१} + त_{न}$$

वियोगकरणेन—

$$० = १ + ४ + ७ + १० + १३ + \cdots\cdots + (त_{न} - त_{न-१}) - त_{न}$$

$$= (१ + ४ + ७ + \cdots\cdots न\ पदपर्यन्तं) - त_{न}$$

$$\therefore त_{न} = १ + ४ + ७ + \cdots\cdots न\ पदपर्यन्तं$$

$$= \frac{न}{२}\left\{२ + ३(न - १)\right\}$$

$$= \frac{न}{२}(२ + ३न - ३)$$

$$= \frac{न(३न - १)}{२}$$

$$= \frac{३न^{२}}{२} - \frac{न}{२}$$

अतोऽन्त्यधनमानम् $= \frac{३न^{२}}{२} - \frac{न}{२}$

अत्रापि न माने १, २, ३ इत्यादिभिरुत्थापनेन—

$$स = \frac{३}{२}\cdot\frac{न(न+१)(२न+१)}{६} - \frac{१}{२}\cdot\frac{न(न+१)}{२}$$

$$= \frac{न(न+१)}{२}\left\{\frac{२न+१}{२} - \frac{१}{२}\right\}$$

$$= \frac{न^{२}(न+१)}{२}$$ उपपन्नं यथोक्तम् ।

यदि स $=$ १ + ७ + १८ + ३४ + ...न पदपर्यन्तम् । तदाऽत्रापि यथोक्त्या श्रेढीविन्यासेन—

$$स = १ + ७ + १८ + ३४ + \cdots\cdots + त_{न}$$

$$स = ० + १ + ७ + १८ + ३४ \cdots + त_{न-१} + त_न$$

$$० = १ + ६ + ११ + १६ + \cdots\cdots + (त_न - त_{न-१}) - त_न$$

$$\therefore त_न = १ + ६ + ११ + १६ + \cdots\cdots + (त_न - त_{न-१})$$

$$= \frac{न}{२} \left\{ २ + (न-१) ५ \right\}$$

$$= \frac{न}{२} (२ + ५न - ५)$$

$$= \frac{न}{२} (५न - ३)$$

$$= \frac{५ न^२}{२} - \frac{३न}{२}$$

अत्रापि न माने १, २, ३ इत्यादिभिरुत्थापिते—

$$स = \frac{५}{२}(१^२ + २^२ + ३^२ + \cdots\cdots + न^२) - \frac{३}{२}(१ + २ + ३ + \cdots\cdots + न)$$

$$= \frac{५}{२} \cdot \frac{न(+ १}{२} \cdot \frac{२न + १}{३} - \frac{३}{२} \cdot \frac{न(न+१}{२}$$

$$= \frac{न(न+१)}{४} \left\{ \frac{(२न+१)५}{३} - ३ \right\}$$

$$= \frac{न(न+१)}{४} \cdot \frac{१०न-४}{३}$$

$$\frac{न(+ १)(५न-२)}{६}$$

एवमन्यान्यप्युदाहरणानि सुधीभिः स्वयं विविच्यावगेयानीति। किमत्र ग्रन्थ-बाहुल्येन।

अथेदानीमन्ये कतिचन प्रश्नाः सोत्तराः प्रदर्श्यन्ते।

अत्र यदि स $= \frac{१}{१.२} + \frac{१}{२.३} + \frac{१}{३.४} \cdots\cdots$ न पदपर्यन्तम्।

अत्र श्रेढ्याः स्वरूपदर्शनेन स्फुटं यत्—

आद्यधनम् $= \frac{१}{१.२} = १ - \frac{१}{२}$

द्वितीय ,, $= \frac{१}{२.३} = \frac{१}{२} - \frac{१}{३}$

तृतीय ,, $= \frac{१}{३.४} = \frac{१}{३} - \frac{१}{४}$

....

....

अन्त्यधनम् $= \frac{१}{न(न+१)} = \frac{१}{न} - \frac{१}{न+१}$

सर्वेषां योगकरणेन--

$$स = १ - \frac{१}{न+१}$$

$$= \frac{न}{न+१}$$ यथोक्तं संपन्नम् ।

यदि $स = \frac{१}{१.४} + \frac{१}{४.७} + \frac{१}{७.१०} + \cdots$ न पदपर्यन्तम् ।

अत्रापि $\frac{१}{१.४} = \frac{१}{३}(१ - \frac{१}{४})$

$$\frac{१}{४.७} = \frac{१}{३}(\frac{१}{४} - \frac{१}{७})$$

$$\frac{१}{७.१०} = \frac{१}{३}(\frac{१}{७} - \frac{४}{१०})$$

....

....

अन्त्यधनमानम् $= \frac{१}{(३न-२)(३न+१)}$

$$= \frac{१}{३} \cdot \left(\frac{१}{३न-२} - \frac{१}{३न+१} \right)$$

सर्वयोगेन--

$$स = \frac{१}{३}\left(१ - \frac{१}{३न+१}\right)$$

$$= \frac{१}{३} \cdot \frac{३न}{३न+१}$$

$$= \frac{न}{३न+१}$$ उपपन्नं यथोक्तम् ।

यदि $स = \frac{१}{१.३.५} + \frac{१}{३.५.७} + \frac{१}{५.७.९} \cdots$ न पदपर्यन्तम् ।

अत्रापि श्रेढ्याः स्वरूपदर्शनेन स्फुटमवगम्यते—

श्रेढ्या अन्त्यघनमानम्

$$= \frac{१}{\{१+२(न-१)\}\{३+२(न-१)\}\{५+२(न-१)\}}$$

$$= \frac{१}{(२न-१)(२न+१)(२न+३)}$$

$$\therefore \frac{१}{१\cdot३\cdot५} = \frac{१}{४}\left(\frac{१}{१\cdot३} - \frac{१}{३\cdot५}\right)$$

$$\frac{१}{३\cdot५\cdot७} = \frac{१}{४}\left(\frac{१}{३\cdot५} - \frac{१}{५\cdot७}\right)$$

$$\frac{१}{५\cdot७\cdot९} = \frac{१}{४}\left(\frac{१}{५\cdot७} - \frac{१}{७\cdot९}\right)$$

....

....

$$\frac{१}{(२न-१)(२न+१)(२न+३)}$$

$$= \frac{१}{४}\left\{\frac{१}{(२न-१)(२न+१)} - \frac{१}{(२न+१)(२न+३)}\right\}$$

सर्वेषां योगेन—

$$स = \frac{१}{४}\left\{\frac{१}{१\cdot३} - \frac{१}{(२न+१)(२न+३)}\right\}$$

$$= \frac{४न^२+८न+३-३}{१\cdot३\cdot४(२न+१)(२न+३)}$$

$$= \frac{न^२+२न}{३(२न+१)(२न+३)}$$

$$= \frac{न(न+२)}{३(२न+१)(२न+३)}$$

एवमनया दिशाऽनेके प्रकाराः सुखेनैवोपपद्यन्ते ।

अथेदानीं चमत्कारकाः कतिचन प्रश्नाः प्रदर्श्यन्ते ।

अथ यदि स = १−२ + ३−४ + ...न पदपर्यन्तम् ।

अत्रापि श्रेढ्याः स्वरूपदर्शनेन स्पष्टमेवावसीयते यद्विषमपदेऽन्त्यधनमानम् = +न, समपदे तु −न भवतीति ।

तत्र तावत्कल्प्यते पदमानं समं तदा—

$$१ - २ + ३ - ४ + ५ - ६ + \cdots\cdots$$
$$= (१ - २) + (३ - ४) + (५ - ६)$$
$$+ \cdots\cdots \frac{न}{२} \text{ पदपर्यन्तम् ।}$$

$$= (-१) + (-१) + (-१) + (-१) \cdots \frac{न}{२} \text{ पर्यन्तम् ।}$$

$$= -\frac{न}{२}$$

यदि च पदमानं विषमं तदा—

$$१ - २ + ३ - ४ + ५ - \cdots\cdots$$
$$= (१ - २ + ३ - ४ + \cdots\cdots (न - १) \text{ पर्यन्तं } + न$$
$$= (१ - २) + (३ - ४) + \cdots\cdots \frac{न-१}{२} \text{ पर्यन्तं} + न$$

अत्र न विषमसंख्या कल्पिता, तेन न − १ = समसंख्या जाता

$$\therefore (१ - २) + (३ - ४) \cdots\cdots + \frac{न-१}{२} \text{ पर्यन्तं} + न = -\frac{न-१}{२} + न$$
$$= \frac{न+१}{२}$$

यदि न = समसंख्या,

तदा $\quad (-१)^{न} = +१$

$$\therefore -\frac{न}{२} = \frac{१}{४} - \frac{न}{२} - \frac{१}{४}$$

$$= \tfrac{१}{४} - \left(\frac{न}{२} + \tfrac{१}{४}\right)$$

$$= \tfrac{१}{४} - \left(\frac{न}{२} + \tfrac{१}{४}\right)(-१)^{न} \quad \cdots\cdots\cdots(१)$$

यदि न = विषमसंख्या,

तदा $\quad (-१)^{न} = -१$

$$\therefore \frac{न+१}{२} = \tfrac{१}{४} + \frac{न+१}{२} - \tfrac{१}{४}$$

$$= \frac{१}{४} - \left(\frac{न}{२} + \frac{१}{४}\right)(-१)^{न} \ldots\ldots (२)$$

अतो न माने समे विषमे वा (१) (२) समीकरणाभ्यां श्रेढ्याः सर्वधनं स्फुटमिति दरीदृश्यते । तेन तत्र

$$सर्वधनमानम् = \frac{१}{४} - \left(\frac{न}{२} + \frac{१}{४}\right)(-१)^{न}$$

$$= \frac{१}{४}\left\{१ - (२न + १)(-१)^{न}\right\}$$

एतेन—

पदं द्विनिघ्नं कुयुतं रूपं तेन युतोनितम् ।
वेदैः समाहृतं तत्स्यादेकादीनां युतिः स्फुटा ॥
धनक्षयगतानां हि विषमादिपदक्रमात् ।
गौरवं तद्विलोक्यैव नोक्तं श्रीभास्करादिभिः ॥

इति सम्यगुपपद्यते ।

उदाहरणम् ।

एकादीनां नवान्तानां विषमादिपदक्रमात् ।
धनक्षयगतानां हि संयुतिं ब्रूहि सत्वरम् ॥

न्यासः १—२ + ३—४ + ५—६ + ७—८ + ९, अत्र पदं ९ द्विनिघ्नं १८ कुयुतं १९ अनेन सहितं रूपं २० चतुर्भिः भक्तं ५ जातं युतिमानम् ५ ।

अन्यदुदाहरणम् ।

एकादीनां नखान्तानां संयुतिं वद सत्वरम् ।
धनर्णपदजानां हि विषमादिपदक्रमात् ॥

न्यासः १,—२, ३,—४, ५,—६, ७,—८, ९,—१०, ११,—१२, १३,—१४, १५,—१६, १७,—१८, १९,—२० अत्रापि पदं २० द्विनिघ्नं ४० कुयुतं ४१ अनेन विहीनं रूपं—४० चतुर्भिभक्तं—१० जातं युतिमानम्—१० ।

एवमन्यान्यपि प्रकारान्तराण्युदाहरणानि च सुधीभिः स्वयं विविच्य बोध्यानीति किमत्र ग्रन्थविस्तरेण ।

अथ "व्येकपदघ्नचयो मुखयुग्" इत्यादि विधिनाऽऽद्यन्तधनवशेन मध्यधनानयनं कृतमाचार्यैः । तत्तु मध्यदिनसम्बन्धीयं धनमिति स्फुटं भाष्ये । यदि चाद्यन्तधनयोरन्तर्गतानि मध्यधनानि अपेक्ष्यन्ते तदा न तत्राऽऽचार्यप्रकारः प्रसरतीत्यतस्तदानयनार्थमुपायः ।

यद्यादिधनमानम् = आ, अन्त्यधनम् = अ, मध्यधनानि क्रमेण $य_{१}$, $य_{२}$,

$य_३, य_४, य_५, य_६,$ · · · · न पर्यन्तं । चयः = च ।

तत आचार्यविधिना—

$$अ = आ + च (न + २ - १)$$
$$= आ + च (न + १)$$
$$\therefore अ - आ = च (न + १)$$
$$\therefore च = \frac{अ - आ}{न + १}$$

एतेन— अन्तिमजं धनमादिविहीनं
सैकपदेन हृतं प्रचयः स्यात् ।
तेन यथोक्तवदेव हि साध्या-
नीह हि मध्यधनानि सुधीभिः ।।

इत्युपपद्यते ।

उदाहरणम् ।

आद्ये दिने द्रम्मचतुष्टयं यो दत्तं द्विजेभ्योऽन्त्यदिने धनं वै ।
वेदाद्रितुल्यं किल विश्वसंख्याधनानि मध्यानि तदा ब्रवीषि ।।

न्यासः—आदिः ४, अन्त्यधनं ७४, पदं १३ ततः सूत्रोक्त्या—

अन्त्यधनं ७४ आदि ४ विहीनं ७० सैकपदेन १४ अनेन भक्तं ५ जातः प्रचयः ५ ।

ततो मध्यधनानि क्रमेण ९, १४, १९, २४, २९, ३४, ३९, ४४, ४९, ५४, ५९, ६४, ६९ उपपन्नम् ।

अन्यदुदाहरणम् ।

आदिः ३, अन्त्यधनम् १८ अत्र चतुः स्थानगतानि मध्यधनानि अपेक्ष्यन्ते ।

अत्रापि यथोक्त्या करणेन—

$$चयः = \frac{१८ - ३}{४ + १}$$
$$= \frac{१५}{५} = ३$$
$$\therefore य_१ = ३ + ३ = ६$$
$$य_२ = ३ + ६ = ९$$
$$य_३ = ३ + ९ = १२$$
$$य_४ = ३ + १२ = १५$$

अतो मध्यधनानि ६, ९, १२, १५ ।

एवमन्यान्यप्युदाहरणानि विरचय्य विधेयानि ।

अथेदानीमन्ये विशेषाः कतिचन प्रश्नाः प्रदर्श्यन्ते ।

(१) श्रेढीव्यवहारे त्रीणि पदानि साधय येषां घातः १२० योगश्च १५ अस्ति ।

अत्र कल्प्यते चयमानम् = च, आदिधनम् = आ तदा त्रीणि धनानि क्रमेण आ–च, आ, आ + च ।

एषां घातः = आ (आ – च) (आ + च)

$$= \text{आ} \left(\text{अ}^{२} - \text{च}^{२} \right) = १२० \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (१)$$

तेषां योगः $= \text{आ} + \text{आ} - \text{च} + \text{आ} + \text{च}$

$$= ३\text{आ} = १५$$

$\therefore$ आ = ५

अनेन प्रथमसमीकरणमुत्थाप्य जातम्—

$$५ (२५ - \text{च}^{२}) = १२०$$

$$२५ - \text{च}^{२} = २४$$

$$\text{च}^{२} = १$$

$$\text{च} = १$$

अतो धनानि ५, ६, ४, ।

(२) यदि $\text{स}_{१}, \text{स}_{२}, \text{स}_{३}, \text{स}_{४}$ ………… र समानि न पदे श्रेढ्याः सर्वधनानि सन्ति तत्र १, २, ३, ४ ……..र क्रमेणादिधनानि तथा १, ३, ५, ७… (२र–१) चयमानानि च सन्ति तत्र $\text{स}_{१} + \text{स}_{२} + \text{स}_{३} + \cdots + \text{स}_{र}$ अस्य मानं किमिति ।

अत्रैव श्रेढीसाधनप्रकारेण--

$$\text{स}_{१} = \frac{\text{न}}{२} \left\{ २ \cdot १ + (\text{न} - १) \cdot १ \right\}$$

$$= \frac{\text{न} (\text{न} + १)}{२}$$

$$\text{स}_{२} = \frac{\text{न}}{२} \left\{ २ . २ + (\text{न} - १) ३ \right\}$$

$$= \frac{\text{न}}{२} (४ + ३\text{न} - ३) = \frac{\text{न}}{२} (३\text{न} + १)$$

$$\text{स}_{३} = \frac{\text{न}}{२} \left\{ २ . ३ + (\text{न} - १) ५ \right\}$$

$$= \frac{न}{२}(९न + १)$$

$$स_र = \frac{न}{२}\left\{ २र + (२र-१)(न-१) \right\}$$

$$= \frac{न}{२}\left\{ न(२र-१) + १ \right\}$$

सर्वषां योगकरणेन—

$$स_१ + स_२ + स_३ + स_४ + \cdots\cdots + स_र$$

$$= \frac{न}{२}(न+१) + \frac{न}{२}(३न+१)$$

$$+ \frac{न}{२}(९न+१)$$

$$+ \cdots\cdots + \frac{न}{२}\left\{ न(२र-१) + १ \right\}$$

$$= \frac{न}{२}\left\{ न+१+३न+१+९न+१+न(२र-१)+१ \right\}$$

$$= \frac{न}{२}\left[न\left\{ १+३+९+\cdots\cdots+(३र-१) \right\} + र \right]$$

$$= \frac{न}{२}(न.र^२ + र)$$

$$= \frac{न \cdot र}{२}(न \cdot र + १)$$ उपपन्नम् ।

(३) श्रेढ़ी व्यवहारे पंचधनानां योगः २०, येषां घनयोगश्च ४४० तेषां मानानि कानि ।

कल्प्यन्ते धनानि आ - च, आ - २च, आ, आ + च, आ + २च । एषां योगकरणेन—

$$९आ = २०$$

$$\therefore \quad आ = ४$$

सर्वेषां घनयोगेन—

$$आ^३ + (आ-च)^३ + (आ+च)^३ + (आ-२च)^३ + (आ+२च)^३$$

$$= ९ आ^३ + ३० आ \cdot च^२$$

$$= आ(९आ^२ + ३० च^२)$$

$=४\,(५\cdot१६+३०\;च^{२})$

$=४\,(८०+३०\;च^{२})=४४०$

$\therefore ८०+३०\;च^{२}=११०$

$३०\;च^{२}=११०-८०$

$=३०$

$\therefore च^{२}\;=१$

$\therefore च\;=१$

अतो धनानि क्रमेण २ ३, ४, ५, ६ इति ।

एवमन्येऽपि प्रश्नाः सुखेनैवोपपद्यन्ते ।

अथ श्रेढीव्यवहारसम्बन्धिनः प्रश्नानुक्त्वेदानीं गुणोत्तरश्रेढ्याः कतिचन विशेषाः प्रतिपाद्यन्ते ।

तत्रादावाद्यन्तधनमाने विज्ञाय मध्यधनानि साध्यन्ते ।

यथा गुणोत्तरश्रेढ्यामादिधनम् = आ, अन्त्यधनम् = अ ।

गुणः = गु । तत्र न संख्यासमानि $य_{१}$, $य_{२}$, $य_{३}$, ... मध्यधनान्यपेक्ष्यन्ते । अतो वास्तवपदमानम् = न + २ ।

ततः श्रेढीपर्यालोचनया मदीयप्रकारेण वा—

$$अन्त्यधनम् = आ\cdot गु^{न+१} = अ ।$$

$$\therefore गु^{न+१}=\frac{अ}{आ}$$

$$\therefore गु=\left(\frac{अ}{आ}\right)^{\frac{१}{न+१}}$$

अतो मध्यधनानि—

$$य_{१} = आ\cdot\left(\frac{अ}{आ}\right)^{\frac{१}{न+१}}$$

$$य_{२} = आ\cdot\left(\frac{अ}{आ}\right)^{\frac{२}{न+१}}$$

$$य_{३} = आ\cdot\left(\frac{अ}{आ}\right)^{\frac{३}{न+१}}$$

....

....

$$य_{न} = आ \cdot \left(\frac{अ}{आ}\right)^{\frac{न}{न+१}}$$

एतेन—अन्तिमजं धनमादिविभक्तं सैकपदाहतमूलमतो वै ।
मध्यधनानि गुणोत्तररूपश्रेढ़िविधौ प्रभवन्ति सुखेन ॥ इत्युपपद्यते ।

उदाहरणम् ।

(१) आदिधनम् $= \frac{१}{२}$, अन्त्यधनम् $=$ १२८ अत्र त्रीणि मध्यधनानि किमिति ।

ततः सूत्रोक्त्या—

अन्त्यधनं १२८ आदिहृतं २५६ अस्य सैकपद ४ घातमूलं ४ ततः गुणोत्तरश्रेढ्या—

$$य_{१} = ४ \cdot \tfrac{१}{२} = २$$

$$य_{२} = १६ \cdot \tfrac{१}{२} = ८$$

$$य_{३} = ६४ \cdot \tfrac{१}{२} = ३२$$

∴ जातानि धनानि २, ८, ३२ ।

(२) आदिः ३, अन्त्यधनम् २४ अत्र द्वे मध्यधने साध्ये ।

न्यासः । अन्त्यधनं २४ आदि३विभक्तं ८ अत्रापि सैकपदघातमूलेन लब्धं २ इदमेव गुणमानम् ।

ततः पुरोक्त्या—

$$य_{१} = २ \cdot ३ = ६$$

$$य_{२} = २ \cdot ३ = १२$$

अतो मध्यधने ६, १२ एवं सर्वत्र भवति ।

अथेदानीं गुणोत्तरश्रेढ़िसम्बन्धिनः कतिचन विशेषाः प्रश्नाः प्रदर्श्यन्ते ।

(१) यथा $स = \frac{२}{५} + \frac{३}{५^{२}} + \frac{२}{५^{३}} + \frac{३}{५^{४}} \cdots\cdots \infty$ पदपर्यन्तम् ।

$$= \frac{२}{५} + \frac{२}{५^{३}} + \frac{२}{५^{५}} + \cdots\cdots \infty \text{ पदपर्यन्तं ।}$$

$$+ \frac{३}{५^{२}} + \frac{३}{५^{४}} + \cdots\cdots \infty \text{ ”}$$

$$= २\left(\frac{१}{५} + \frac{१}{५^{३}} + \frac{१}{५^{५}} + \cdots\cdots\right)$$

$$+ ३\left(\frac{१}{५^{२}} + \frac{१}{५^{४}} \cdots\cdots\cdots\right)$$

अत्र "आदिर्गुणविहीनेन" त्याद्यनन्तपदश्रेढ्याः सर्वधनसाधनेन—

$$\frac{१}{६}+\frac{१}{६^३}+\frac{१}{६^५}+\cdots\cdots = \frac{\frac{१}{६}}{१-\frac{१}{६^२}}$$

$$=\frac{१}{६}\times\frac{६^२}{२४}$$

$$=\frac{६}{२४}$$

एवं $\frac{१}{६^२}+\frac{१}{६^४}+\cdots\cdots = \frac{\frac{१}{६^२}}{१-\frac{१}{६^२}}$

$$=\frac{१}{६^२}\cdot\frac{६^२}{२४}$$

$$=\frac{१}{२४}$$

$$\therefore \text{स}=२\cdot\frac{६}{२४}+३\cdot\frac{१}{२४}$$

$$=\frac{६}{१२}+\frac{१}{८}$$

$$=\frac{१३}{२४}$$

(२) कस्या अप्यनन्तपदगुणोत्तरश्रेढ्या आदिधनम् = १, अन्यधनं तु तदुत्तरपदयोगसमं तदा श्रेढीधनानि कानि।

अत्र कल्प्यते द्वितीयधनम् $=\frac{\text{तृतीयधन}}{१-\text{गु}}$

$$\therefore \quad १ \quad = \frac{\text{तृध}}{\text{द्विध}\ (१-\text{गु})}$$

$$=\frac{\frac{\text{तृध}}{\text{द्विध}}}{१-\text{गु}}$$

$$=\frac{\text{गु}}{१-\text{गु}}$$

$\therefore \quad १ = \frac{गु}{१-गु}$

$\therefore \quad गु = \frac{१}{२}$

अतः श्रेढीधनानि—१, $\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{८}$, $\frac{१}{१६}$………… ।

(३) गुणोत्तर श्रेढ्याः केषामपि धनत्रयाणां घातः = २१६ तथा तेषामेव द्वयोर्द्वयोर्घातयोगः = १५६ तदा धनानि कानि ।

कल्प्यन्ते त्रीणि धनानि $\frac{आ}{गु}$, आ, आ·गु

येषां घातः $= \frac{आ}{गु} \cdot आ \cdot आ \cdot गु = २१६$…………………(१)

द्वयोर्द्वयोर्घातयोगः $= आ \cdot \frac{आ}{गु} + \frac{आ}{गु} आ \cdot गु + आ, आ \cdot गु = १५६$….(२)

अत्र (१) समीकरणेन—

$आ^{३} = २१६ = ६^{३}$

$\therefore$ आ = ६

अत्र (२) समीकरणेन--

$\frac{आ}{गु} आ + \frac{आ}{गु} आ \cdot गु + आ \cdot आ \cdot गु = १५६$

$\frac{१}{गु} + १ + गु = \frac{१५६}{आ^{२}}$

$= \frac{१५६}{३६} = \frac{१३}{३}$

$गु^{२} + गु + १ = \frac{१३ गु}{३}$

$३ (गु^{२} + गु + १) = १३ गु$

$३गु^{२} - १०गु + १ = ०$

$(गु-३) (३ गु-१) = ०$

$\therefore$ गु = ३, गु = $\frac{१}{३}$ ।

अतो धनानि २, ६, १८ इति ।

(४) यदि स = ५ + ५५ + ५५५ + …………………न पर्यन्तं ।

तदा स = ५ (१ + ११ + १११ + …………न पर्यन्तं)

$= \frac{५}{९} \left\{ ९ + ९९ + ९९९ + \cdots\cdots न\ पर्यन्तं \right\}$

$= \frac{५}{९} \left\{ (१०-१) + (१००-१) + (१०००-१) + \cdots \right\}$

$$= \frac{५}{९} \left\{ १० + १०^{२} + १०^{३} + \cdots\cdots \text{न पर्यन्तं} - न \right\}$$

$$= \frac{५}{९} \left\{ \frac{१० (१०^{न} - १)}{१० - १} - न \right\}$$

$$= \frac{५०(१०^{न} - १)}{८१} - \frac{५ न}{९} \text{ ।}$$

अत्र न माने १, २, ३ इत्यादिभिरुत्थापनेनेष्टयोगो भवतीति स्फुटं किमिति प्रयासेन ।

$$(९)\ स = १ + ५ + १३ + २९ + \cdots\cdots \text{ न पदपर्यन्तम् ।}$$

$$स = ० + १ + ५ + १३ + \cdots\cdots + त_{न}$$

अन्तरेण—

$$० = १ + ४ + ८ + १६ + \cdots\cdots + (त_{न} - त_{न-१}) - त_{न}$$

$$० = १ + (४ + ८ + १६ + \cdots\cdots (न-१) \text{ पर्यन्तं} - त_{न}$$

$$\therefore\ त_{न} = १ + (४ + ८ + १६ + \cdots\cdots (न-१) \text{ पर्यन्तं}$$

$$= १ + \frac{४(२^{न-१} - १)}{२ - १}$$

$$= १ + २^{२} (२^{न-१} - १)$$

$$= १ + २^{न+१} - ४$$

$$= २^{न+१} - ३$$

अत्र न मानं १, २, ३ इत्यादिकल्पनया—

$$१ = २^{१+१} - ३ = २^{२} - ३$$

$$५ = २^{२+१} - ३ = २^{३} - ३$$

$$१३ = ३^{३+१} - ३ = २^{४} - ३$$

....

....

सर्वयोगेन—

$$\therefore स = (२^{२} + २^{३} + २^{४} + \cdots\cdots \text{ न पर्यन्तं} - ३न$$

$$=\frac{२^२(२^न-१)}{२-१}-३न$$

$= ४(२^न-१)-३न$ उपपन्नं यथोक्तम् ।

(६) यदि स $= \cdot ९ + \cdot ९९ + \cdot ९९९ + \cdots\cdots$ न पदपर्यन्तम् ।

$$=\frac{९}{१०}+\frac{९९}{१००}+\frac{९९९}{१०००}+\cdots\cdots \text{न पर्यन्तं}$$

$$=\left(१-\frac{१}{१०}\right)+\left(१-\frac{१}{१०^२}\right)+\left(१-\frac{१}{१०^३}\right)+\cdots \text{न पर्यन्तं}$$

$$=\text{न}-\left(\frac{१}{१०}+\frac{१}{१०^२}+\frac{१}{१०^३}+\cdots\cdots \text{न पर्यन्तं}\right)$$

$$=\text{न}-\frac{\frac{१}{१०}\left\{\left(\frac{१}{१०}\right)^{न}-१\right\}}{१-\frac{१}{१०}}$$

$$=\text{न}-\frac{\frac{१}{१०}\left\{१-\left(\frac{१}{१०}\right)^{न}\right\}}{१-\frac{१}{१०}}$$

$$=\text{न}-\frac{१}{९}\left(१-\frac{१}{१०^न}\right)$$ उपपन्नं यथोक्तम् ।

(७) यदि गुणोत्तरश्रेढ्यां केषामपि धनत्रयाणां योगः ३८, तेषां बधश्च = १७२८, तदा धनानि कानीति ।

अत्रापि कल्प्यन्ते धनानि आ, आ. गु, आ. $गु^२$ तदा प्रश्नोक्त्या—

$आ + आ.गु + आ.गु^२ = ३८ \cdots\cdots\cdots\cdots (१)$

$आ(आ.गु)(आ.गु^२) = १७२८ \cdots\cdots\cdots (२)$

(१) समीकरणेन—

$आ(१+गु+गु^२)=३८$

$$\therefore आ=\frac{३८}{गु^२+गु+१}$$

(२) समीकरणेन—

$आ^३.गु^३ = १७२८$

घनमूलेन—

$आ.गु = १२$

$$\therefore आ = \frac{१२}{गु}$$

$$\therefore \frac{\text{१२}}{\text{गु}} = \frac{\text{३८}}{\text{गु}^{\text{२}} + \text{गु} + \text{१}}$$

$$\text{वा}, \frac{\text{६}}{\text{गु}} = \frac{\text{१९}}{\text{गु}^{\text{२}} + \text{गु} + \text{१}}$$

$$\text{६ गु}^{\text{२}} + \text{६ गु} + \text{६} = \text{१९ गु}$$

$$\text{६ गु}^{\text{२}} - \text{१३ गु} + \text{६} = \text{०}$$

$$(\text{२ गु} - \text{३})(\text{३ गु} - \text{२}) = \text{०}$$

$$\therefore \text{गु} = \frac{\text{३}}{\text{२}} \text{ वा}, \text{गु} = \frac{\text{२}}{\text{३}}$$

$$\therefore \text{आ} = \text{८ वा}, \text{आ} = \text{१८}$$

अतो धनानि ८, १२, १८, उपपन्नम्

(८) श्रेढीव्यवहारे यदि सर्वधनम् $= \text{३न}^{\text{२}} - \text{न}$, चयः $=$ ६ तदाऽऽद्यधनमानं किमिति ।

$$\text{अत्र } \text{३न}^{\text{२}} - \text{न} = \frac{\text{न}}{\text{२}} \left\{ \text{२आ} + (\text{न} - \text{१})\text{६} \right\}$$

$$\text{३न} - \text{१} = \frac{\text{१}}{\text{२}} \left\{ \text{२आ} + (\text{न} - \text{१})\text{६} \right\}$$

$$\text{६ न} - \text{२} = \text{२ आ} + \text{६ न} - \text{६}$$

$$\text{४} = \text{२ आ}$$

$$\therefore \text{आ} = \text{२}$$

जातमादिधनमानम् $=$ २ ।

अथवा सर्वधनमाने न मानं रूपं प्रकल्प्य जातमादि धनमानं तदेव ।

(९) यदि श्रेढीव्यवहारे सर्वधनं $=$ स, अन्त्यधनम् $=$ अं, चयः $=$ च, तदाऽत्र गच्छमानं किमिति ।

अत्रान्त्यधनानयनेन—

$$\text{अं} = \text{आ} + (\text{न} - \text{१})\text{च}$$

$$\therefore \text{आ} = \text{अं} - \text{च}(\text{न} - \text{१})$$

$$\because \text{मध्यधनम्} = \frac{\text{आ} + \text{अं}}{\text{२}} = \frac{\text{२अं} - \text{च}(\text{न} - \text{१})}{\text{२}}$$

$$\therefore \quad \text{स} = \frac{\text{न}}{\text{२}} \left\{ \text{२ अं} - \text{च}(\text{न} - \text{१}) \right\}$$

$$\therefore \quad \text{२ स} = \text{२ अं} \cdot \text{न} - \text{न} \cdot \text{च}(\text{न} - \text{१})$$

$$= \text{२ न} \cdot \text{अं} - \text{न}^{\text{२}}\text{च} + \text{न} \cdot \text{च}$$

$$\therefore \text{न}^{\text{२}} \cdot \text{च} - \text{२ न}\left(\text{अं} + \frac{\text{च}}{\text{२}}\right) = -\text{२स}$$

$$न^2 . च^2 - २ न . च \left(अं + \frac{च}{२} \right) = -२च.स$$

वर्गपूरणेन—

$$न^2 . च^2 - २ न . च \left(अं + \frac{च}{२} \right) + \left(अं + \frac{च}{२} \right)^2$$
$$= \left(अं + \frac{च}{२} \right)^2 - २स च$$

मूलेन—

$$न.च - \left(अ + \frac{च}{२} \right) = \sqrt{\left(अं + \frac{च}{२} \right) - २च. स}$$
$$= \pm मूल$$

$$\therefore न = \frac{\left(अं + \frac{च}{२} \right) \pm मूल}{च}$$

एतेन—श्रेढीफलादुत्तरलोचनघ्नादन्त्योत्तरार्धैक्यकृतौ विहीनात्।
मूलं चयार्धान्त्ययुतौ धनर्णं चयाद्धृतं गच्छमुशन्ति विज्ञाः॥
इत्युपपद्यते।

उदाहरणम्।

यथा सर्वधनम् = ४०, अन्त्यधनम् = १३, चयः = २ अत्र गच्छमानानयनार्थं—न्यासः। श्रेढीफलं ४० उत्तरलोचनघ्नं १६० अन्त्यधनं १३ चयार्धं १ युतं १४ वर्गः १९६ अनयोरन्तम् ३६ मूलं ६ चयार्धान्त्ययुतौ १४ धनर्णं २०, ८ चयोद्धृतं जातं द्विविधं गच्छमानं १०, ४।

(१०) श्रेढीव्यवहारे पट् पदे सर्वधनम् = ७८, अन्त्यधनं च = २३ तदा श्रेढीपदानि कानीति।

अन्त्यादिधनानयनयुक्त्या—

$$७८ = ३ (२ आ + ५च) \ldots\ldots (१)$$
$$२३ = आ + ५ च \ldots\ldots (२)$$

(१) (२) समीकरणाभ्यां—

$$२३ - ५ च = \frac{२६ - ५ च}{२}$$
$$४६ - १० च = २६ - ५ च$$
$$२० = ५च$$
$$४ = च$$

अत आदिः = ३।

अतः श्रेढीपदानि ३, ७, ११, १५ इत्यादि ।

(११) श्रेढीव्यवहारे १३ पदेऽन्त्यम्=२५, चयः=२, तदा २५ पदे सर्वधनमानं तथा श्रेढीपदानि कानीति ।

अत्र १३ पदेऽन्त्यमानमेव २५ पदे मध्यधनं भवतीत्यतस्तत्र सर्वधनम्= २५ × २५=६२५ ।

ततो "गच्छहृते गणिते वदनं" मित्याद्याचार्यविधिनाऽऽद्यधनम्=१ ।

अतः श्रेढीधनानि १, ३, ५, ७ इत्यादि ।

अथेदानीं व्यस्तोत्तरश्रेढीमाह ।

यस्याः श्रेढ्याः पदे रूपं विभाजितं चयश्रेढ्याः पदानि स्युः सा व्यस्तोत्तर— श्रेढीति कथ्यते ।

यथा $\frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{१}{४}$ इत्यादय $\frac{१}{३}, \frac{१}{५}, \frac{१}{७}$ इत्यादयो वा व्यस्तोत्तर श्रेढी पदानि भवन्ति ।

अथ यदि अ व्यस्तोत्तरश्रेढ्या आदिः, मध्यधनं म, तथा तृतीयधनं च क तदा श्रेढ्याः परिभाषया—

$$\frac{१}{म} - \frac{१}{अ} = \frac{१}{क} - \frac{१}{म}$$

$$\therefore २\frac{१}{म} = \frac{१}{क} + \frac{१}{अ}$$

$$= \frac{अ+क}{अ.क}$$

$$\therefore \frac{१}{म} = \frac{अ+क}{२अ.क}$$

$$\therefore म = \frac{२ अ. क}{अ+क}$$

एतेन प्रथमतृतीयधनयोर्द्विघ्नघातो तयोर्धनयोर्योगभक्तः श्रेढ्या मध्यधनं भवतीति।

अथ चयात्मकश्रेढ्या मध्यधनम् $= \frac{अ+क}{२}$ ....(१)

गुणोत्तरश्रेढ्या ,, ,, $= \sqrt{अ.क}$ ....(२)

व्यस्तोत्तरश्रेढ्या ,, ,, $= \frac{२ अ. क}{अ+क}$ ....(३)

अत्र (१) (३) समीकरणयोर्घातेन=

$$चम. व्यम = \frac{अ+क}{२} . \frac{२ अ.क}{अ+क}$$

$$= अ. क$$

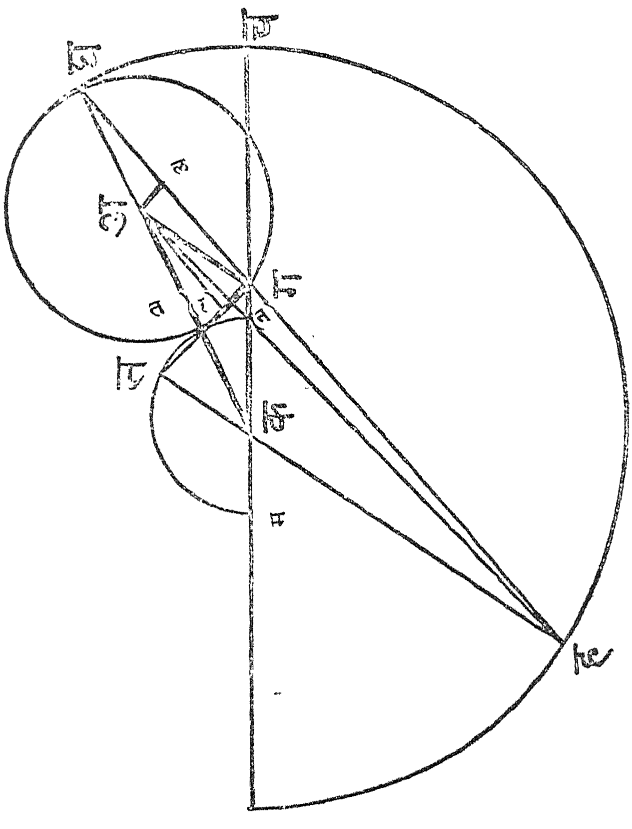
$$= गुम^{२}$$

$$\therefore \frac{\text{चम}}{\text{गुम}} = \frac{\text{गुम}}{\text{व्यम}}$$

चयोत्तरगुणोत्तरव्यस्तोत्तरश्रेढीनां मध्यधनानि कस्या अपि गुणोत्तरश्रेढ्याः पदानि भवन्तीति स्फुटमुपपन्नं जातम् । अत्रानेके विशेषाः सन्ति ते च ग्रन्थविस्तरभयान्नात्र लिखिताः । अस्य सर्वे विशेषा बीजगणिते वक्ष्यन्ते ।

अथ महत्तमापवर्तनज्ञानं क्षेत्रमित्यापि भवति । परन्त्वत्र ग्रन्थविस्तरभयात्सप्रपञ्चं तदानयनं नास्माभिर्निवेशितम् । अत्रान्येऽपि ये ये विशेषास्ते बीजगणिते स्फुटं वक्ष्यन्ते किमत्र प्रयासेनेति ।

अथ त्रिभुजस्य फलानयनार्थं—



अत्र कल्प्यते अकग, त्रिभुजं यत्र अक, अग, कग भुजाः ग, क, अ कल्पिताः तथा कअ रेखा घ पर्यन्तं वर्धयित्वा अघ=अग कृता । घग रेखां कृत्वा क स्था-

नात् अग समानान्तरा कह रेखा विधेया । वर्धितयोः हक, गत रेखयोः संपातः स । गघ, गत रेखयोरुपरि अल, अर लम्बरेखे कार्ये । अस योजनीया ।

अत्र अग, हक रेखयोः समान्तरत्वात् $<$ कहग $=$ $<$ अगघ परंच $<$ अगव $=$ $<$ अवग $\therefore$ $<$ कहग $=$ $<$ अवग $\therefore$ कह $=$ कव ।

अथ च अ, क बिन्दुभ्यां अग, कत, कव व्यासार्धैः तगव, तसम, वचहप वृत्तानि विधेयानि । अह रेखा योजनीया ।

अथात्र अकग, अहग अगस, त्रिभुजानि समानीति क्षेत्रमित्या स्पष्टमेव । समानान्तररेखयोरेकाधारगतत्वात् । तेन

$$\triangle \text{अहग} = \frac{\text{अल} \times \text{हग}}{२} = \frac{२\text{अल} \times \text{हग}}{४} = \frac{\text{२गर} \cdot \text{हग}}{४} = \frac{\text{गत} \cdot \text{हग}}{४}$$

$$\text{एवं } \triangle \text{अगस} = \frac{\text{अर} \cdot \text{सग}}{२} = \frac{२ \text{ अर} \cdot \text{सग}}{४} = \frac{२ \text{ गल} \times \text{सग}}{४} = \frac{\text{गव} \cdot \text{सग}}{४}$$

$$\therefore \triangle \text{अहग} \times \triangle \text{अगस} = \frac{\text{गत} \cdot \text{हग}}{४} \cdot \frac{\text{गव} \cdot \text{सग}}{४}$$

$$= \frac{\text{हग} \times \text{गघ}}{४} \cdot \frac{\text{गत} \times \text{सग}}{४}$$

परञ्च क्षेत्रमितेस्तृतीयाध्यायस्यैकविंशीप्रतिज्ञया—

हग $\times$ गव $=$ पग $\times$ गच । तथा गत $\times$ सग $=$ गम $\times$ गन ।

$$\therefore \text{त्रिफ}^{२} = \frac{\text{पग} \times \text{गच}}{४} \cdot \frac{\text{गम} \cdot \text{गन}}{४}$$

$$= \frac{\text{पग}}{२} \cdot \frac{\text{गच}}{२} \cdot \frac{\text{गम}}{२} \cdot \frac{\text{गन}}{२}$$

$$\text{अत्र } \frac{\text{पग}}{२} = \frac{\text{अ} + \text{क} + \text{ग}}{२} = \text{स}$$

$$\frac{\text{गच}}{२} = \frac{\text{कच}-\text{कग}}{२} = \frac{\text{अ} + \text{क} + \text{ग} - २\text{अ}}{२} = \text{स} - \text{अ} \text{ ।}$$

$$\frac{\text{गम}}{२} = \frac{\text{कग} + \text{कम}}{२} = \frac{\text{कग} + \text{कत}}{२} = \frac{\text{अ} + \text{क} + \text{ग} - २\text{क}}{२} = \text{स} - \text{ग}$$

$$\frac{\text{गन}}{२} = \frac{\text{कग} - \text{कन}}{२} = \frac{\text{कग} - \text{कत}}{२} = \frac{\text{अ} + \text{क} + \text{ग} - २\text{ग}}{२} = \text{स} - \text{ग}$$

$\therefore$ त्रिफ^{२} $=$ स (स $-$ अ) (स $-$ क) (स $-$ ग) अस्य मूलं फलमित्युपपन्नं त्रिभुजफलानयनम् ।

अथान्यथा वा । अत्र मूलगतोपपत्तिक्षेत्रे मकव, मअघ कोणयोर्योगो मगप कोणयुक्तः समकोणसमो भवतीति स्फुटं गणितविदाम् ।

$\therefore \angle \text{मकघ} + \angle \text{मअघ} = \angle \text{पमग}$ ।

अथ च सरलत्रिकोणगणितेन—

$$\text{स्प} \angle \text{मकघ} = \frac{\text{मघ}}{\text{अघ}},\quad \text{स्प} \angle \text{मअघ} = \frac{\text{घम}}{\text{कघ}}$$

$$\text{तथा च स्प} (\angle \text{मकघ} + \angle \text{मअघ}) = \frac{\text{स्प} \angle \text{मकघ} + \text{स्प} \angle \text{मअघ}}{१ - \text{स्प} \angle \text{मअघ}.\ \text{स्प} \angle \text{मकघ}}$$

$$\text{परञ्च स्प} (\angle \text{मकघ} + \angle \text{मअघ}) = \text{स्प} \angle \text{पमग} = \frac{\text{पग}}{\text{मप}}$$

$$\frac{\text{पग}}{\text{मप}} = \frac{\frac{\text{मघ}}{\text{अघ}} + \frac{\text{घम}}{\text{कघ}}}{१ - \frac{\text{मघ}}{\text{अघ}}.\frac{\text{घम}}{\text{कघ}}}$$

$$= \frac{\text{मघ} (\text{कघ} + \text{अघ})}{\text{अघ}.\ \text{कघ} - \text{मघ}^{२}}$$

$$= \frac{\text{मप} (\text{कघ} + \text{अघ})}{\text{अघ}.\ \text{कघ} - \text{मप}^{२}}$$

$$\therefore \text{मप}^{२} (\text{कघ} + \text{अघ}) = \text{पग}.\ \text{अघ}.\ \text{कघ} - \text{मप}^{२}.\ \text{पग}$$

$$\therefore \text{मप}^{२} = \frac{\text{पग}.\ \text{अघ}.\ \text{कघ}.}{\text{कघ} + \text{अघ} + \text{पग}}$$

एतेन त्रिभुजफलवर्गमुत्थाप्य जातम्

$$\text{त्रिफ}^{२} = \text{कह}^{२}.\ \frac{\text{पग}.\ \text{कघ}.\ \text{अघ}}{\text{पग} + \text{कघ} + \text{अघ}}$$

$$= \text{कह}^{२}.\frac{\text{पग}.\ \text{कघ}.\ \text{अघ}}{\text{कह}}$$

$$= \text{कह}.\ \text{पग}.\ \text{कघ}.\ \text{अघ}$$

$$\therefore \text{त्रिफ} = \sqrt{\text{कह}.\ \text{पग}.\ \text{कघ}.\ \text{अघ}} \qquad \text{उपपन्नम् ।}$$

अथ केवलचतुर्भुजभुजेभ्योऽनेकानि विषमचतुर्भुजान्युत्पद्येरन् । तत्र कतमस्य महत्तमं फलं भवत्येतदर्थं तत्र तावत्कल्प्यते चतुर्भुजफलम्

$$= \frac{\text{अ. घ. ज्या} \angle \text{कअघ}}{२} + \frac{\text{क. ग. ज्या} \angle \text{कगघ}}{२}$$

यदीदं फलं महत्तमं तदा पक्षयोः*स्तत्कालगतिग्रहणेन—

$$0 = \frac{\text{अ. घ. कोज्या}\angle\text{कअघ}}{2} + \frac{\text{क. ग. कोज्या}\angle\text{कगघ}}{2} \cdots\cdots\cdots (1)$$

परञ्च सरलत्रिकोणमित्या—

$$\text{अ}^2 + \text{घ}^2 + 2\text{अ.घ. कोज्या}\angle\text{कअघ} = \text{क}^2 + \text{ग}^2 + 2\text{क.ग.कोज्या}\angle\text{कगघ}$$

पक्षयोस्तत्कालगती समे तेन—

$$\text{अ. घ. ज्या}\angle\text{कअघ} = \text{क. ग. ज्या}\angle\text{कगघ}$$

$$\text{अ. घ.} = \frac{\text{क. ग. ज्या}\angle\text{कगघ}}{\text{ज्या}\angle\text{कअघ}}$$

अतः (१) समीकरणमुत्थापनेन—

$$0 = \text{क.ग.ज्या}\angle\text{कगघ.कोज्या}\angle\text{कअघ} + \text{क.ग.ज्या}\angle\text{कअघ.कोज्या}\angle\text{कगघ}$$

$$= \text{क.ग.(ज्या}\angle\text{कगघ. कोज्या}\angle\text{अकघ.} + \text{ज्या}\angle\text{कअघ. कोज्या}\angle\text{कगघ)}$$

$$= \text{क.ग. ज्या}(\angle\text{कगघ} + \angle\text{कअघ})$$

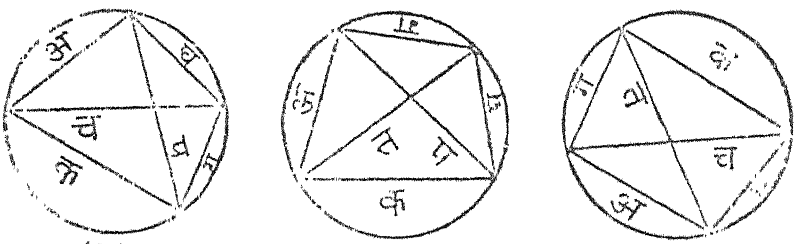
अत्र क. ग. इदं शून्यसमं कथमपि न स्यात्तेन—

$$\text{ज्या (कगघ} + \text{कअघ)} = 0$$

$$\therefore \angle\text{कगघ} + \angle\text{कअघ} = 180^\circ$$

एतेनेदमवसीयते यत् किल यत्र चतुर्भुजे सम्मुखकोणयोर्योगो भार्धांशसमस्तत्रैव फलं महत्तमं भवतीति स्फुटमुपपद्यते ।

अथ कर्णाश्रितभुजघातैक्यमित्यत्र क्षेत्रगता वासनोच्यते ।



(१) (२) (३)

कल्प्यन्ते अ, क, ग, घ विषमचतुर्भुजभुजास्तथा प, च कर्णौ । तदा क्षेत्रमितेः षष्ठाध्यायेन—

(१) क्षेत्रे $\text{च} \times \text{प} = \text{अ. ग} + \text{क. घ}$ ....(म)

(२) क्षेत्रे $\text{प} \times \text{त} = \text{अ. घ} + \text{क. ग}$ ....(न)

(३) क्षेत्रे $\text{च} \times \text{त} = \text{अ. क} + \text{ग. घ}$ ....(स)

---

* तत्कालगतिज्ञानार्थं मत्कृतं चलनकलनं द्रष्टव्यम् ।

अत्र (म) (न) समीकरणयोर्घातेन—

$$प^{२} च \times त = (अ. ग + क. घ) (अ. घ + क. ग)$$

$$\therefore प^{२} = \frac{(अ. ग + क. घ) (अ. घ + क. ग)}{अ. क + ग. घ}$$

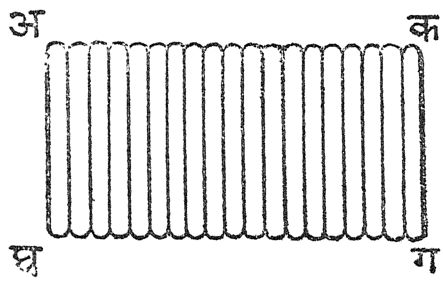
एवं (म) (स) समीकरणयोर्घातेन—

$$च^{२} . प \times त = (अ. ग + क. घ) (अ. क. + ग. घ)$$

$$\therefore च^{२} = \frac{(अ. ग + क. घ) (अ. क + ग. घ)}{अ. घ + क. ग}$$

$प^{२}$, $च^{२}$ अनयोर्मूले प, च माने ज्ञाते भवतस्तेनोपपन्नं सर्वं ब्रह्मगुप्तोक्तमिति ।

अथ वृत्तफलानयनम् ।



अत्रापि वृत्तपरिधेः सूक्ष्मविभागं कृत्वा प्रतिभागेभ्यः केन्द्रतोऽनेकानि तुल्यत्रिभुजानि जायन्ते । अथ कुत्रापि परिधिं छित्वा तानि त्रिभुजानि तथा निवेश्यन्ते यथा सकलं वृत्तं अकगघ आयतरूपे क्षेत्रे परिणामितं भवेत्, यत्र अघ वा कग वृत्तव्यासार्धरूपा कोटिस्तथा अक वा घग परिध्यर्धरूपो भुजो भवतीति स्फुटमेव गणितविदाम् ।

अत आयतक्षेत्रफलानयनेन—

$$\square\ अकगघ = अघ. अक$$

$$= \frac{व्या}{२} . \frac{परि}{२}$$

$$= \frac{परि. व्या}{४}$$ उपपन्नं वृत्तफलानयनम् ।

अथ प्रसङ्गाद्दीर्घवृत्तफलानयनमपि प्रदर्श्यते ।

अत्र दीर्घवृत्तबृहद्व्यासोपरि यद्वृत्तं स्यात्तस्य दीर्घवृत्तस्य च यःसम्बन्धः स एव तदीयलघुमहद्व्यासार्धयोरपि भवतीति दीर्घवृत्तरचनया स्फुटं गणितपटूनाम् ।

$$\therefore \frac{दीर्घफल}{वृ. फल} = \frac{लव्याद}{मव्याद}$$

$$=\frac{\text{लव्याद. मव्याद. प}}{\text{मव्याद}^{\text{२}}\text{. प}}$$

परन्तु मव्याद$^{\text{२}}$. प $=$ वृत्तफल

$\therefore$ दीर्घवृत्तफलम् $=$ लव्याद. मव्याद. प

अत्र प अनेन रूपव्यासार्धेऽर्धपरिधेश्चापीयं मानं बोध्यम् ।

तेन प मानं $\frac{\text{३९२७}}{\text{१२५०}}$, $\frac{\text{२२}}{\text{७}}$ इत्यादिभिरुत्थापनेन 'व्यासाहतिः पञ्चसहस्रभक्तेत्यादि'' विशेपपद्यमुपपद्यते ।

अथेदानीं गोलखण्डपृष्ठफलादिसाधनप्रकारस्त्वाकरे स्फुट उक्तस्तेनात्र छात्रोपकारायोदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते ।

कल्प्यते गोलव्यासः $=$ १०, शरः $=$ १ तदा "वाणेन गुणितो गोलपरिधि" रित्यादिना—

गोलखण्डपृष्ठफलम् $=$ गोप. वाण

$$=\frac{\text{१०}\times\text{३९२७}}{\text{१२५०}}\times\text{१}$$

$$=\frac{\text{३९२७}}{\text{१२५}}=\text{३१}\frac{\text{५२}}{\text{१२५}}$$

अथ यदि मस्तकवृत्तव्यासार्धम् $=$ ३

तथा तलवृत्त ,, $=$ ४

उच्छ्रितिश्च ,, $=$ १

तदा व्यासार्धवर्गान्तर उच्छ्र्याहृद्युक्ते इत्यादिना—

$$\text{गुणः}=\frac{\text{१६}-\text{९}}{\text{१}}+\text{१}$$

$$=\text{७}+\text{१}=\text{८}$$

$\therefore$ ३$^{\text{२}}$ $+$ १६ $=$ ९ $+$ १६ $=$ २५ मूलम् $=$ ५

$\therefore$ शरः $=$ ५ $-\frac{\text{८}}{\text{२}}$

$=$ ५ $-$ ४ $=$ १

अतः गोलीयव्यासः $=$ १०, परिधिश्च $=\frac{\text{३९२७}}{\text{१२५}}$ ततो "गोलस्य परिधिर्वध—गुणित'' इत्यादिना ।

बलयान्तर्गोलशकलस्य पृष्ठफलम् $=\frac{\text{३९२७}}{\text{१२५}}$.

$$=\frac{\text{३९२७}}{\text{१२५}}$$

अथ मस्तकवृत्तव्यासार्धम् $=$ ३, शरः $=$ १ तथा गोलीयव्यासार्धम् $=$ ५, ततः "शरव्यासखण्डे स्वनिघ्ने'' इत्यादिविधानेन—

व्यासार्धवर्ग ९ वाणगुणः ९, तथा गोलव्यासार्धं ५ शरवर्ग १ गुणं ५ अनयोर्योगः १४ एतत्समे व्यासे परिधिः $=\frac{\text{१४}\times\text{३९२७}}{\text{१२५०}}=\frac{\text{७}\times\text{३९२७}}{\text{६२५}}$,

अयं त्रिहृतो जातं घनफलम् $=\frac{\text{७}\times\text{१३०९}}{\text{६२५}}$

$= \frac{९१६३}{६२५}$

$= १४\frac{४१३}{६२५}$

एवं तलवृत्तव्यासार्धवशेन घनफलम् $= \frac{२६ \times १३०९}{६२५}$

अनयोरन्तरेण—

वलयाकारस्य घनफलम् $= \frac{१९ \times १३०९}{६२५}$

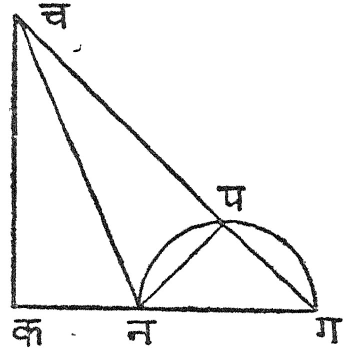
$= ३९\frac{४९६}{६२५}$

अथवा व्यासार्धवर्गौ त्रिगुणौ विधेयावित्यादिना व्यासार्धवर्गौ ९, १६ त्रिगुणितौ २७, ४८ योगः ७५ उच्छ्रितिवर्गेण १ अनेन युतः ७६ उच्छ्रितिगुणितः ७६ एतत्समे व्यासे परिधिः $= \frac{७६ \times ३९२७}{१२५०} = \frac{३८ \times ३९२७}{६२५}$ अयं रसविभाजितो जातं घनात्मकफलम् ।

$= \frac{३८ \times ३९२७}{६२५ \times ६}$

$= \frac{१९ \times ३९२७}{६२५ \times ३}$

$= \frac{१९ \times १३०९}{६२५}$ उपपन्नम् ।



"छाययोः कर्णयोरन्तरे ये" इत्यत्रान्यथोपपत्त्यर्थं तावत् कल्प्यते नग = छायान्तरम् = छाअं, कग = छायो ।पग = कर्णान्तरम् = कअं ।

अथ नग छायान्तरव्यासभवं नपग वृत्तं तथा ग स्थानात् गप कर्णान्तरवृत्तं च विधाय तयोः संपातः प, कल्पितः । वर्धित गप रेखा कच लम्बरेखयोर्योगः च । तेन चकनप चतुर्भुजं वृत्तान्तर्गतं जातम् ।

अतः क्षेत्रमितेस्तृतीयाध्यायेन—

गक. नग = गच × गप

अत्र गक = छायो, नग = छाअं तथा गप = कअं

तेन गच = कयो । ∴ चप = २प्रक

अथ चन^२ = चप^२ + नप^२ = ४प्रक^२ + नग^२ – पग^२

= ४ प्रक^२ + छाअं^{२} – कअ^२

$$\therefore \text{चन}^{२} - \text{कन}^{२} = \text{चन}^{२} - ४\ \text{प्रछा}^{२} = \text{कच}^{२}$$

$$\therefore \text{कच}^{२} = ४\ \text{प्रक}^{२} + \text{छाअ}^{२} - \text{कअ}^{२} - ४\ \text{प्रछा}^{२}$$

$$= १२^{२}\cdot४ + \text{छाअ}^{२} - \text{कअ}^{२}$$

$$= ५७६ + \text{वि}^{२} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \text{अत्र छाअ}^{२} - \text{कअ}^{२} = \text{वि}^{२} \\ \qquad\qquad\qquad\quad = \text{नप}^{२} \end{array} \right\}$$

$$\therefore \frac{\text{कच}^{२}}{\text{नप}^{२}} = \frac{५७६}{\text{वि}^{२}} + १$$

ततः क्षेत्रमितेः षष्ठाध्यायेन—

$$\frac{\text{कच}}{\text{कग}} = \frac{\text{नप}}{\text{पग}}$$

एकान्तरनिष्पत्त्या—

$$\frac{\text{कच}}{\text{नप}} = \frac{\text{कग}}{\text{पग}}$$

$$\therefore \frac{\text{कग}}{\text{पग}} = \sqrt{\frac{५७६}{\text{वि}^{२}} + १} = \text{मूल}$$

∴ कग = पग·मूल ततः संक्रमणगणितेन छाये सुबोधे । तेनोपपन्नं सर्वम् ।

अथैकाद्येकोत्तरा अङ्का इत्यादिमूलसूत्रोपपत्त्या—

$$^{\text{न}}\text{स}_{\text{र}} = \frac{\lfloor\text{न}}{\lfloor\text{र}\ \lfloor\text{न-र}}$$

अत्रैव यदि र स्थाने न–र गृह्यते तदा

$$^{\text{न}}\text{स}_{\text{न-र}} = \frac{\lfloor\text{न}}{\lfloor\text{न - र}\ \lfloor\text{न - (न - र)}}$$

$$= \frac{\lfloor\text{न}}{\lfloor\text{न-र}\ \lfloor\text{र}}$$

$$\therefore\ ^{\text{न}}\text{स}_{\text{र}} = {}^{\text{न}}\text{स}_{\text{न-र}}$$

यथा $^{१५}\text{स}_{९}$, $^{२५}\text{स}_{२२}$, $^{१३}\text{स}_{७}$ एषां मनानि कानि ?

$$^{१५}\text{स}_{९} = {}^{१५}\text{स}_{१५-९}$$

$$= {}^{१५}\text{स}_{६}$$

$$= \frac{१५ \times १४ \times १३ \times १२ \times ११ \times १०}{१ \times २ \times ३ \times ४ \times ५ \times ६}$$

$$=७\times१३\times११\times५$$
$$=५००५ ।$$
$$^{२५}\text{स}_{२२}=\,^{२५}\text{स}_{२५-२२}$$
$$=\,^{२५}\text{स}_{३}$$
$$=\frac{२५\times२४\times२३}{१.\,२.\,३.}$$
$$=२३०० ।$$
एवं $^{१३}\text{स}_{७}=\,^{१३}\text{स}_{१३-७}$
$$=\,^{१३}\text{स}_{६}$$
$$=\frac{१३\times१२\times११\times१०\times९}{१.\,२.\,३.\,४.\,५}$$
$$=१३\times११\times९$$
$$=१४३\times९$$
$$=१२८७ ।$$

अथैतेषामेव भेदानां ज्ञानाय छन्दोविद्भिर्विद्भिः खण्डमेरुगाऽपि तदानयनं विहितम्। यथा ६ अस्य भेदज्ञानार्थं तत्र तावत्क्षेत्रविन्यासेन—

| १ |
१	१
१	२	१
१	३	३	१
१	४	६	४	१
१	५	१०	१०	५	१
१	६	१५	२०	१५	६	१

अत्रोपरोक्तचक्रेऽधोभागस्था ,१, ६, १५, २०, १५, ६, १, अङ्का षण्णामेकद्व्यादिभेदा भवन्तीति प्रत्यक्षमेव गणितविदाम् । इदमेव क्षेत्रं खण्डमेरुशब्देनोचयते । अत्राङ्कविन्यासार्थं पण्डितनारायणभट्टेन निम्नलिखिता कारिका विहिता ।

आदावेकं लिखेत्कोष्टं तदधो द्वे च संलिखेत ।
तदधस्त्रीणि कोष्ठानि एवं रूपेण बर्धयेत ।।
आदावेकं लिखेत्कोष्ठमेकं मध्यं च पूरयेत ।
लेखकाष्ठोपरिप्राप्तैरग्रिमाङ्केन संयुतैः ।।

एतेनेदमवसीयते यद्येषामङ्कानां भेदज्ञानमभीष्टं तत्र प्रथममेकं कोष्ठं शिरसि लिखित्वा तदध एकैकवृद्ध्या संख्यासमानि कोष्ठकानि क्रमेणाधोऽधो निवेशनीयानि। तत्र कोष्ठप्रान्तयोरेकैकं मध्येचोपरितनकोष्ठकसंख्ययोर्योगसमं च लेखनीयमेवमन्तिमकोष्ठकस्थाः सर्वेऽङ्का वास्तवभेदा भवन्तीति।

एवमत्रानेके विशेषाः सन्ति ते च बीजगणितावसरे वर्णयिष्यन्ते। किमत्र ग्रन्थबाहुल्येनेति दिक्।

अथाङ्कपाशीयभेदानयनायोदाहरणम्।

पंचस्थानस्थितैरङ्कैर्यद्योगोऽब्धिवह्नयः।
कति संख्याविभेदाः स्युर्नूत्नगाणितिकोत्तमाः॥

न्यासः। स्थानसंख्या ५, योगः ३४ अत्र नवान्वितस्थानसंख्यातोऽधिकयोगत्वादाचार्यप्रकारेण भेदमानं नागच्छत्यतो "दशघ्नस्थानसंख्यायामैकैक्यं प्रविशोधये" दित्यादिमदीयविधानेन—

दशघ्नस्थानसंख्या ५० योगेन ३४ अनेन हीना १६ इदमेवाङ्कैक्यं प्रकल्प्य भास्करोक्त्या भेदमानम् $= \frac{१५ \times १४ \times १३ \times १२}{१ . २ . ३ . ४}$

$= १५ \times ७ \times १३$

$= १३६५$

ततः प्रथमसूत्रेण—

$१६ - ९ = ७$ अस्मात् योगात्

भेदमानम् $= \frac{६ \times ५ \times ४ \times ३}{१ . २ . ३ . ४}$

$= १५$

अथ प्रथम भेदमानम् $= ५$

$\therefore$ ख $= १५ \times ५ = ७५$

अतो वास्तवभेदमानम् $= १३६५ - ७५$

$= १२९०$

एतत्समं भेदमानं प्रथमसूत्रेणापि भवतीति धीरैरवगन्तव्यम्। किमत्र ग्रन्थविस्तरेण।

अथेदानीं वर्गात्मकचक्रेऽङ्कस्थापनप्रकारः प्रदर्श्यते।

विषमाङ्कवर्गकोष्ठके सर्वोर्ध्वं मध्ये रूपं स्थाप्यम्। ततः सर्वाधः कोष्ठकस्य दक्षिणपार्श्वे द्वौ स्थाप्यौ ततो दक्षिणकर्णरेखामार्गेणोर्ध्वभागक्रमेण तदुत्तरसंख्याः स्थापनीयाः। यत्र तिर्यक् कोष्ठकानामभावः पूर्णो वा तत्र तदधस्तदुत्तरसंख्यां विलिख्य पुनस्तिर्यग्मार्गेण तदुत्तराङ्काः स्थाप्याः। एवं तावत्कर्म कार्यं यावच्चक्रकोष्ठांकाः

पूर्णाभवेयुः । तथाकृते सर्वेषां तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठकाङ्कानां योगः समो भवतीति । स च $\frac{न(न^{२}+१)}{२}$ एतन्मितो भवतीति स्फुटं गणितविदाम् । परमेवं तत्रैव स्याद्यत्र १, २, ३........$न^{२}$ इत्याद्योऽङ्काः सन्ति । तथाहि—

त्रिवर्गचक्रे ।

८	१	६
३	५	७
४	९	२

पंचवर्गचक्रे ।

१७	२४	१	८	१५
२३	५	७	१४	१६
४	६	१३	२०	२२
१०	१२	१९	२१	३
११	१८	२५	२	९

सप्तवर्गचक्रे ।

३०	३९	४८	१	१०	१९	२८
३८	४७	७	९	१८	२७	२९
४६	६	८	१७	२६	३५	३७
५	१४	१६	२५	३४	३६	४५
१३	१५	२४	३३	४२	४४	४
२१	२३	३२	४१	४३	३	१२
२२	३१	४०	४९	२	११	२०

अथान्यथा वा । विषमाङ्कचक्रस्य मध्यकोष्ठादुपरितनकोष्ठके रूपं लेख्यं ततो दक्षिणतिर्यग्मार्गेणोर्ध्वभागक्रमेण तदुत्तरसंख्याः स्थापनीयाः । यत्र तिर्यक्कोष्ठकानामभावस्तत्र यथोक्तया सर्वाधःकोष्ठकदक्षिणपार्श्वे तदुत्तरसंख्या लेख्या । यत्र तिर्यक् कोष्ठः

पूर्णस्तत्र तदुपरितनकोष्ठद्वितये तदुत्तरसंख्या लेखनीया, यद्युपरितनकोष्ठकद्वयस्याभावस्तदाधः कोष्ठद्वयं हित्वा तृतीयकोष्ठे तदुत्तराङ्को लेख्यः । अन्यत्पूर्ववदेव सर्वं बोध्यम् एवं कृते तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठस्थानामङ्कानां युतिः समैव भवतीति निम्नलिखितक्षेत्रतः स्फुटमेव ।

अथ पंचवर्गचक्रे ।

२३	६	१९	२	१५
१०	१८	१	१४	२२
१७	५	१३	२१	९
४	१२	२५	८	१६
११	२४	७	२०	३

अथान्यथा वा युक्तिः ।

प्रथमं पदसंख्याया वर्गसमं चक्रद्वयं विधाय प्रथमचक्रकोष्ठेषु १, २, ३,... न इत्यादयः स्थाप्यास्तथा द्वितीयचक्रकोष्ठेषु ०, न, २न, ...(न–)न इत्यादयश्च स्थापनीयास्तयोश्चक्रयोर्योगवशेन तृतीयश्चक्रो भवति यत्र तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठकाङ्कानां योगो वास्तवयोगसमो भवतीति ।

३	२	४	५	१
१	३	२	४	५
५	१	३	२	४
४	५	१	३	२
२	४	५	१	३

(१)

०	५	१५	२०	१०
५	१५	२०	१०	०
१५	२०	१०	०	५
२०	१०	०	५	१५
१०	०	५	१५	२०

(२)

३	७	१९	२५	११
६	१८	२२	१४	५
२०	२१	१३	२	९
२४	१५	१	८	१७
१२	४	१०	१६	२३

(३)

यथा ९ वर्गचक्रेऽङ्कस्थापनाय प्रथमं (१) चक्रस्य वामकोणे त्रयः स्थाप्यास्त तस्तिर्यक्कोष्ठेषु दक्षिणमार्गेण त एवाङ्काः स्थापनीयाः । तत अवशिष्टेष्वुपरितनपंक्तिस्थकोष्ठेषु स्वेच्छया १,४,९,२ संस्थाप्याधस्तिर्यक्कोष्ठेषु दक्षिणमार्गेण पुनस्त एवाङ्काः स्थापनीयाः । ततोऽवशिष्टकोष्ठेषु यथोक्तया तथाऽङ्कः स्थाप्यो यथा तिर्यगूर्ध्वाधरपंक्तिकोष्ठकाङ्कानां योगः १९ जातः ।

एवं (२) चक्रे दक्षिणकोणे १० संस्थाप्य कर्णगतकोष्ठेषु वामभागक्रमेण त एवाङ्का लेखनीयाः । अत्राप्यवशिष्टेष्वुपरितनपंक्तिस्थकोष्ठेषु स्वेच्छया ०, ९, १९, २० विलिख्य स्वस्वाधस्तिर्यक्कोष्ठेषु वामभागक्रमेण त एवाङ्का अभ्यसनीयाः । अत्राप्यवशिष्टानि कोष्ठकानि तथा पूर्यन्ते यथा सर्वत्र तिर्यगूर्ध्वाधरपंक्तिगतकोष्ठेषु ०, ९, १०, १९, २०, भवेयुः । एवं कृतेऽत्र तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठकाङ्कानां योगः ९० समो जातः ।

अथात्र (१) (२) चक्रयोर्यथाक्रमसंयोगेन (३) चक्रं समुत्पद्यते यत्र तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठाङ्कानां योगो हि ९९ समो जायते । एवमनेकानि विषमाङ्कवर्गकोष्ठकाङ्कस्थापनप्रकारान्तराणि भवन्ति ।

अथेदानीं समाङ्कवर्गकोष्ठेऽङ्कस्थापनाय तत्र तावत्समाङ्कस्य वर्गक्षेत्रे विधेये यत्र संख्यावर्गसमानि कोष्ठकानि च लिखितानि सन्ति । अत्राद्यन्ताभ्यां तुल्यान्तरिते तिर्यगूर्ध्वाधरपंक्ती कोष्ठके च सजातीये कथ्येते । ततोऽत्र प्रथमक्षेत्रे वामभागस्थकोणमारभ्याधोदक्षिणकर्णगतया क्रमेण १, २, ३..........न इत्यादयोऽङ्काः स्थापनीयास्तत. स्वस्वसजातीयोर्ध्वकोष्ठेषु त एवाङ्का लेखनीयाः । ततो ऽवशिष्टेषु प्रथमोर्ध्वपंक्तिकोष्ठेषु प्रथमान्तिमाङ्कौ तथा स्थाप्यौ यथा कोष्ठेषु समा अङ्का भवेयुः । ततस्तत्तिर्यक्सजातीयेषु कोष्ठेषु तत्पूरका निवेशनीयाः । एवमवशिष्टेषु द्व्यादूर्ध्वपंक्तिगतकोष्ठेषु यथोक्त्या तथाऽङ्का निवेशनीया यथा प्रत्यूर्ध्वाधरपंक्तिगतकोष्ठेषु समस्थाने समा अङ्कास्तथातिर्यक् पंक्तिगतकोष्ठेषु प्रतिपंक्तामेकद्व्यादयो भवन्ति । एवं कृते तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठयोगः समानो भवति ।

एवं द्वितीयवर्गदक्षिणकोणमारभ्याधो वामकर्णगतया ०, न, ...(न – १)न इत्यादयः स्थाप्यास्ततोऽत्र स्वस्वसजातीयतिर्यक्कोष्ठेषु न एवाङ्का अभ्यसनीयाः। अत्रावशिष्टेषु प्रथमतिर्यक् पंक्तिगतकोष्ठेषु प्रथमान्तिमाङ्कयोर्विनिवेशस्तथा क्रियते यथा समस्थाने समा अङ्का जायन्ते। ततो यथोक्तया तथाऽङ्काः स्थाप्या यथा प्रतितिर्यग्गतपंक्तौ ०, न, २,...........(न – १)न इत्यादयस्तथा प्रत्यूर्ध्वाधरपंक्तिस्थकोष्ठेषु समस्थाने तुल्याङ्का निष्पद्यन्ते। एवं कृते ह्यत्रापि तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठस्थानामङ्कानां युतिः समैव भवतीति निम्नलिखितोदाहरणेन स्फुटं प्रदर्श्यते।

१	५	४	३	२	६
६	२	४	३	५	१
६	५	३	४	२	१
१	५	३	४	२	६
६	२	३	४	५	१
१	२	४	३	५	६

(१)

०	३०	३०	०	३०	०
२४	६	२४	२४	६	६
१८	१८	१२	१२	१२	१८
१२	१२	१८	१८	१८	१२
६	२४	६	६	२४	२४
३०	०	०	३०	०	३०

(२)

१	३५	३४	३	३२	६
३०	८	२८	२७	११	६
२४	२३	१५	१६	१४	१९
१३	१७	२१	२२	२०	१८
१२	२६	९	१०	२९	२५
३१	२	४	३३	५	३६

(३)

यथा षट्कवर्गस्य (१) वर्गकोष्ठेषु यथोक्तया १, २, ३, ४, ५, ६ स्थापनीयास्तथा (२) वर्गकोष्ठेषु ०, ६, १२, १८, २४, ३०, इत्यादयो लेख्यास्तयोर्वर्गयोः कोष्ठाङ्कानां संयोगेन (३) चक्रं समुत्पद्यते यत्र तिर्यगूर्ध्वाधरवर्गकोष्ठानामङ्कानां संयोगः समो भवतीति प्रत्यक्षमेव। एवमेव सर्वत्र समाङ्कवर्गकोष्ठेष्वङ्कस्थापनप्रकारः सुधीभिरूह्यः।

अन्यथान्यथा वा युक्तिः।

प्रथमं वर्गकोष्ठेषु स्वेच्छया १, २, ३, ४, न इत्यादयः स्थापनीयाः। अत्रापि योगसंख्या तु $\frac{न (न^२ + १)}{२}$ समा भवतीति स्फुटं गणितविदाम्। परञ्चात्र प्रतितिर्यक् पंक्तिगतकोष्ठाङ्कानां युतिः यो$-\frac{न^२}{२}$(न–२य + १) एतत्समा स्यात्तथा तत्सजातीयतिर्यक्पंक्तिस्थकोष्ठाङ्क योगः=यो + $\frac{न^२}{२}$(न–२य + १) भवतीति गणनया युक्त्या वा स्फुटम्। अथात्र प्रतितिर्यक्पंक्तिगतकोष्ठाङ्कः स्वोर्ध्वाधरसजातीयकोष्ठाङ्कत न(न–२य + १) एतन्मितन्यूनो भवतीति प्रत्यक्षमेव तेन तिर्यक्पङ्क्तिगतसंख्याङ्कयोगस्य समत्वकरणाय $\frac{न}{२}$मितकोष्ठेऽङ्कानां परिवर्तनेन तिर्यक्पंक्तिगताङ्कयोगः समो भवतीति स्फुटमेव। एवमेवोर्ध्वाधरपङ्क्तावपि बोध्यम्। परन्त्वत्र कर्णगतकोष्ठाङ्का न परिवर्तनीयाः। एवं कृते तिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठाङ्कानां योगः समो भवतीति।

यथा ४ अस्य वर्गचक्रे क्रमेण १, २, ३,........१६ स्थापिताः । अत्र कर्णगतकोष्ठाङ्कयोगः $=$ ३४ । परं च तिर्यक् पङ्क्तिस्थकोष्ठाङ्कयोगस्य समत्वकरणाय तत्र तावत्समार्धस्थाने $\frac{\text{न}^{२}}{२}$ (न–त्य + १) इयं संख्या योज्या तथा तदूर्ध्वसजातीयकोष्ठेपु च देया । एवमेवोर्ध्वपङ्क्तावपि ध्येयम् । तथा परिवर्तिते जातं ।

१	२	३	४
५	६	७	८
९	१०	११	१२
१३	१४	१५	१६

१	१५	१४	४
१२	६	७	९
८	१०	११	५
१३	३	२	१६

अत्र प्रतितिर्यगूर्ध्वाधरकर्णगतकोष्ठाङ्कानां संयुतिः ३४ समा भवतीति स्फुटं दृश्यते । एवमत्र बहवो विशेषाः सन्ति ते चाङ्कप्रपञ्चे बहुशो वक्ष्यन्ते परन्त्वत्र ग्रन्थविस्तरभयादवहूपयोगाच्च नास्माभिः सर्वे प्रकाराः प्रकटीकृता इति । अत्रगणितज्ञानलिप्सुभिश्छात्रैर्विशेषार्थं नारायणभट्टकृता गणितकौमुदी विलोक्या । किं बहुना ।

अथेदानीमभ्यासार्थं कानिचिदुदाहरणानि प्रदर्श्यन्ते ।

(१) कस्याअपि चत्वरभूमेः प्रतिदिनवर्धमानघासो ४९ बर्दैः षोडशदिनैस्तथा सप्तत्रिंशद्बर्दैर्विंशतिदिनैश्च चर्व्यते तदा स एव घासो २१ बर्दैः कियद्भिर्दिनैरिति ।

उत्तरम् ४० दिनैः ।

(२) कस्यापि ९० हस्तमितगोलपरिधेः परिभ्रमणाय केऽपि चत्वारः पुरुषाः 'पुनः सहैव तत्स्थानं यावन्नाप्यतेऽस्माभिस्तावद्भ्रमितव्य'मिति स्थिरीकृत्य प्रतिहोरायां २, ३, ४, ५ क्रोशार्धमितगतिभिः कस्मादप्येकस्थानाद्युगपदेव चलितवन्तस्तदा ते कियता कालेन पुनस्तत्स्थानं प्राप्नुवन्तीति ।

उत्तरम् ३$\frac{३}{४}$मि० ।

(३) त्रयः पान्थाः समानि फलानि विभज्य भक्षयाञ्चक्रुः । तत्र प्रथमस्याष्टौ द्वितीयस्य च षट्फलान्यासन् । परं तृतीयो हि यस्य फलं नासीत्ताभ्यां चतुर्दशकाकिणीर्ददौ तदा पृथक् ताभ्यां कियत्यः काकिण्यो लब्धा इति ।

उत्तरम् १०, ४ ।

(४) रामः श्यामतो १८० हस्तान्तरेऽग्रे वर्तते । अथ रामः प्रतिघण्टायां २$\frac{१}{२}$ क्रोशार्धमितगत्या चलितुमारेभे । षट्कमिनटचलनानन्तरं श्यामोऽपि प्रतिहोरायां

३ क्रोशार्धमितगतिव्यवस्थया तमनुगच्छति स्म । तदा कियद्दूरे कियता कालेन च तयोः सम्मेलनं जातमिति । उत्तरम् ६३६० हस्ताः,

३६ $\frac{३}{५}$ मिनट

(५) राघवः कस्यापि कार्यस्य $\frac{३}{१०}$ भागं १० होराभिः, नरेशः शेषस्य $\frac{१}{१०}$ भागं १२ घटिकाभिस्तथा दिनेशोऽप्यवशिष्टस्य $\frac{१}{३}$ भागं ९ घटिकाभिः पृथक् २ सम्पादयति स्म । तदा मिलितैस्त्रिभिर्द्विगुणं कार्यं कियद्भिर्दिनैः क्रियत इति ।

उत्तरम् ३० $\frac{२३०}{७०९}$ घ.

(६) अ कस्यापि कार्यस्य $\frac{४}{५}$ भागं २० दिनैर्विधाय क पुरुषं समाह्वयत् । ततोऽनन्तरं मिलिताभ्यां ताभ्यां त्रिभिर्दिनैः कार्यं पूर्यते तदा क पुरुषेणैव तत्काय कियद्भिर्दिनैः कर्तुं शक्यते ।

(७) $\dfrac{४\frac{१}{२} \times १७\frac{१}{७} \times २\frac{१}{५}}{६\frac{१}{३} \times ९\frac{४}{७} \times \left(\frac{४}{४\frac{१}{२}} \times \frac{१}{६\frac{१}{२}}\right)}$ अत्र संक्षेपरूपं किमिति ।

उत्तरम् १६७$\frac{१}{६}$ ।

(८) $\dfrac{४·१ \times ·००५}{·४५}$ संक्षेपरूपं किम् ।

उत्तरम् ·०४६ ।

(९) द्वाभ्यां प्रनालीभ्यां कोऽपि तडागो १२ मिनटैः पूर्यते । तत्रैका प्रनाली २० मिनटैस्तं पूरयितुं शक्नोति तदाऽपरा पृथग्विमुक्ता कियता कालेनेति ।

उत्तरम् ३० मि.

(१०) काऽपि नौर्नद्या अनुकूलवेगेन घटिकात्रये सार्धसप्तक्रोशानतिक्रामति, तथा पुनः परावृत्य नद्याः प्रतिकूलवेगेन सार्धसप्तघटीभिः स्वस्थानमेति तदा प्रतिघटिकायां नदीवेगः कस्तथा नौर्गतिश्च केति । उत्तरम् नदीवेगः $\frac{३}{४}$ क्रो.

नौर्गतिः १$\frac{३}{४}$.

(११) कस्यापि नगरस्य जनसंख्याः ८०००० सन्ति यदि तत्र प्रतिवर्ष दशमानवाः प्रतिशतव्यवस्थया वर्धन्ते तदा द्वितीयवर्षान्ते तस्य नगरस्य जनसंख्याः कियत्य इति ।

उत्तरम् ९६८०० ।

(१२) $+\dfrac{२}{३+\dfrac{१}{२+\dfrac{१}{३+\dfrac{१}{२\frac{१}{२}}}}}$ अत्र मानं किमिति ? उत्तरम् $\frac{३९}{६७}$

(१३) कोऽपि नटः कथयति यद्यः कोऽपि मत्पाण्डित्यं जानाति तदा तस्मै मुद्राद्वयं दास्यामि, यदि च नहि कैरपि बुध्यते तदा तैरव रूप्यकाष्टकं दातव्य

मितिव्यवस्थया स्वव्यापारं कृत्वा षोडशमुद्रां च गृहीत्वा नटो गतवान् । तदातस्य कियद्वारो विजयः स्यादिति ।

उत्तरम् ९ वारम् ।

(१४)किमपि पञ्जावमेलशकटं प्रतिवटिकायां स्ववेगेन पञ्चदशक्रोशानतिक्रामति, किन्तु प्रति ३९ क्रोशान्तरे ८ मिनटपर्यन्तं तिष्ठति तदा पञ्चसप्ततिक्रोशगमनाय कियान् कालो भवतीति ।

उत्तरम् ७ घ० १९$\frac{१}{७}$ मि

(१५) एकविंशतिः पुरुषास्तथोनविंशतिः स्त्रियश्च सन्ति । अथात्र तासां पुरुषस्त्रीणां तथा निवेशः क्रियते येनैकस्यां पङ्क्तावेकत्र द्वौ नरौ न भवेताम् । तथाविधो निवेशः कियन्मित इति ।

उत्तरम् १५४०

(१६) २, ३, ०, ३, ४, २, ३, एभिरंकैः कियन्तोह्यङ्का निष्पाद्यन्ते येषां किञ्चिन्मौल्यं स्यादिति ।

उत्तरम् ३६०

(१७) काशीतः प्रयागगमनकारि धूमशकटं मध्ये नवमितेषु स्थानेषु तिष्ठति । तत्र षट् पुरुषा भिन्नां भिन्नां चिटिकां गृहीत्वा समागतास्तदा कियत्यो विभिन्नचिटिकाः तेषां सन्तीति ।

उत्तरम् ८१४५०६०

(१८) २ + ७ + १४ + २३ + ३७ + ... १२ पदपर्यन्तम् ।

अत्र समधनमानं किमिति । उत्तरम् ७९४ ।

(१९) चयश्रेढ्याश्चतुर्षु पदेष्वाद्यन्तयोर्योगः ८ तथा मध्यधनयोर्घातः १५ तदा तानि धनानि कानि । उत्तरम् १,३,५,७

(२०)

$$
\begin{array}{c}
१ \\
२ \quad ३ \\
४ \quad ५ \quad ६ \\
७ \quad ८ \quad ९ \quad १०
\end{array}
$$

अत्र प्रतिपंक्तिगतसंख्यायोगः $= \dfrac{न (न^{२} + १)}{२}$ कथम् ?

इति परिशिष्टप्रकरणं समाप्तम् ।

इति शम् ।

वासनाकर्तुर्वंशपरिचयश्लोकाः ।

आसीच्छ्री-हरिवल्लभः क्षितिपतिर्मान्यो वदान्यो नृणां
विख्यातोऽननुकीर्तिकल्पलतया ह्यालण्डनं मण्डलम् ।
यश्चक्रेऽमरराजरम्यभवनौपम्यां नृपालोचितां
देवोद्यानयुतां सुरम्यवसतिं श्रीस्वर्णवर्षाभिधाम् ॥ १ ॥

सेयं विभूतिजननी जननीव राजधानी नृपालपरिसेवितपादपद्मा ।
सिंहेश्वरादनतिदूरतरे ह्यवाच्यां सा राजतीह मिथिलाविषयान्तराला ॥२॥
ततः प्रतीच्यां त्रिलयाभिधाना नदी विशाला किल कौशिकायाः ।
जलं वहन्तीह विराजते वै तदन्यतीरे सुगमा सुरम्या ॥ ३ ॥
शाण्डिल्यगोत्रप्रभवो द्विजन्मा वसन्तिनामाऽत्र बुधः समासीत् ।
संमानितः साधु सुवर्णवर्षाधीशैस्तथान्यैश्च जनेशमान्यैः ॥ ४ ॥
यो दैवविद्याकुशलोऽतिधीरो विचक्षणः कार्यविधौ गभीरः ।
सद्ब्राह्मणो वेदपथानुगामी सदा सदाचारकुलाभिमानी ॥ ५ ॥
पतिव्रतायां गृहदेवतायां स्वधर्मपत्न्यां हि सुतद्वयं यः ।
सदैहिकामुष्मिकसाधनार्थमुत्पादयामास जितेन्द्रियात्मा ॥ ६ ॥
असारसंसारमवेत्य धीमान् जगज्जलौघं तरसा तितीर्षुः ।
पोतं परं श्रीहरिभक्तिरूपमात्मानमुत्तर्तुमयं हि मेने ॥ ७ ॥
ध्यात्वा मुकुन्दस्य पदारविन्दं ज्ञात्वा सुयोग्यं तनुजद्वयं यः ।
अन्ते जगन्नाथपुरीं च गत्वा सहैव पत्न्या तनुमुत्ससर्ज ।
ज्येष्ठः क्रियावान् कुशलोऽतिमानी कारीति नामा तनुजः समासीत् ।
विद्यानुरागी विषये विरागी गोविन्दनामा तनयः कनिष्ठः ॥ ८ ॥
यो राजते सम्प्रति दैवविद्याविशारदोऽनन्तगुणः क्रियावान् ।
यतोऽनुरूपं खलु दायिरानी माता मदीया सुषुवे सुतं माम् ॥ १० ॥
दैवज्ञवृन्दकमलाकरभास्करेण विद्यार्पणप्रथितकीर्तिसुधाकरेण ।
गेनादिलालगुरुवर्यपदोदयेन दूरीकृताखिलतमा मुरलीधरोऽहम् ॥ ११ ॥
लीलावतीं मतिमतीं सरसोक्तिरम्यामालापवृन्दविपुलामिह भास्करीयाम्
दृष्ट्वा विशीर्णवसनामपरैरनर्थैर्व्यर्थीकृतानिसरलार्थवतीं हि दूये ॥ १२ ॥
अन्योदितानर्थमधिक्षिपन्ती दुरूहभावान् प्रविकासयन्ती ।
नूत्ना मदीयाऽखिलवासना या तयैव पुष्यत्यधिकं सदेयम् ॥ १३ ॥
सेयं सुपूर्णवसना गुणहारयुक्ता शुद्धाऽखिलव्यवहृतिः सरसा गुणज्ञा ।
श्रीभास्करीयरचनाऽऽमलवंशजा स्त्री लीलावतीव पठतां हि तनोतु बुद्धिम्

विनीतो—

मुरलीधरः

प्रश्नपत्रम् ।

अथेदानीं छात्राणां सौकर्याय वाराणसेयराजकीयमहाविद्यालयस्य ज्यौतिषमध्यमपरीक्षायाः लीलावतीसम्बन्धिनः कतिचन प्रश्नाः प्रदर्श्यन्ते, बहुत्र चोत्तरयितुं सङ्केतश्च निवेशितः ।

१९३१ वर्षे ।

(१) 'स्वार्धं प्रादात्प्रयागे नवलवयुगलं'मित्यस्योत्तरं कतिधा भवति सर्वं प्रदर्शय ।

(अत्र परिशिष्टस्य त्रैराशिकप्रकरणे (४) प्रश्नो द्रष्टव्यः)

(२) यदि भारतवर्षे प्रचलितमुद्राया मानं $\frac{९}{८}$ (अष्टादशाणकाः) देशान्तरे चास्य मानं १ (१६ आणकाः) तदा भारताद्देशान्तरे प्रेषितैककोटिमुद्रायाः किं मूल्यं स्यात् । विनिमये कस्य हानिः ।

(३) समव्ययशालिनो नवमनुष्यात्मकस्य कुटुम्बस्याष्टभिर्मासैः ४८० मुद्राव्ययो भवति, तदा २४ जनात्मकस्य १६ मासैः कियान् व्ययः ?

(४) जात्यत्रिभुजे यत्र क = कर्णः, को = कोटिस्तथा भु = भुजस्तदा क + को, भु ज्ञाने, क–को, भु ज्ञाने तथा केवल 'भु' ज्ञाने च पृथक् २ सर्वेषां ज्ञानोपायःकः ?

(५) वृत्तव्यासः २० ज्यामितिः १६ किमत्र शरप्रमाणम् ?

(६) छाययोः संयुतिर्यत्र षड्विंशतिसमा भवेत् ।
कर्णयोरष्टत्रिंशच्च पृथक् सर्वमिति वद ॥
(एतदर्थं "छाययोः कर्णयोर्ये युती स्तस्तयो" रित्यादिमदीयो विशेषो द्रष्टव्यः।)

(७) गुणलब्ध्योश्च विषमे गृहीते तक्षणे फले ।
हानिः का समुदाहृत्य प्रश्नस्योत्तरमालिख ।

(८) 'पाशाङ्कुशाहिडमरूककपालशूलै' रित्यस्योत्तरं किमिति ।

सन् १९३२

(१) (क) वियोज्यः = ५४*६७**९, वियोजकः = ३५९७८६७*, वियोगफलं च = १८०*८६७५ । एतेषा* मेतच्चिह्नद्योतितेषु रिक्तस्थानेषूचिताङ्कपूर्तिःकार्या।

(२) (ख) एकः फलविक्रेता द्रम्मेण १८ आम्रफलानीति पण्येन २८ द्रम्मैराम्रफलानि क्रीत्वा द्रम्मेण १२ आम्रफलानीति पण्येन फलानि तावद्विक्रीतवान् यावत् १२ द्रम्मलाभो न जातः । तदा तत्सन्निकटेऽवशिष्टफलसंख्या का ?

(२) (क) $$\frac{\dfrac{\frac{१}{२}+\frac{६}{१७}}{१-\frac{१}{२}\times\frac{६}{१७}}-\dfrac{१}{९}}{१-\dfrac{१}{९}\left(\dfrac{\frac{६}{१७}+\frac{१}{२}}{१-\frac{१}{२}\times\frac{६}{१७}}\right)}$$ अस्य सरलस्वरूपमपेक्षितम् ।

(अत्र परिशिष्टस्य भिन्नप्रकीर्णं द्रष्टव्यम्)

(ख) ३३०७६१६१ अस्य घनमूलं किम् ?

(परिशिष्टगतघनमूलानयने (१) प्रश्नोऽवलोक्यः)