





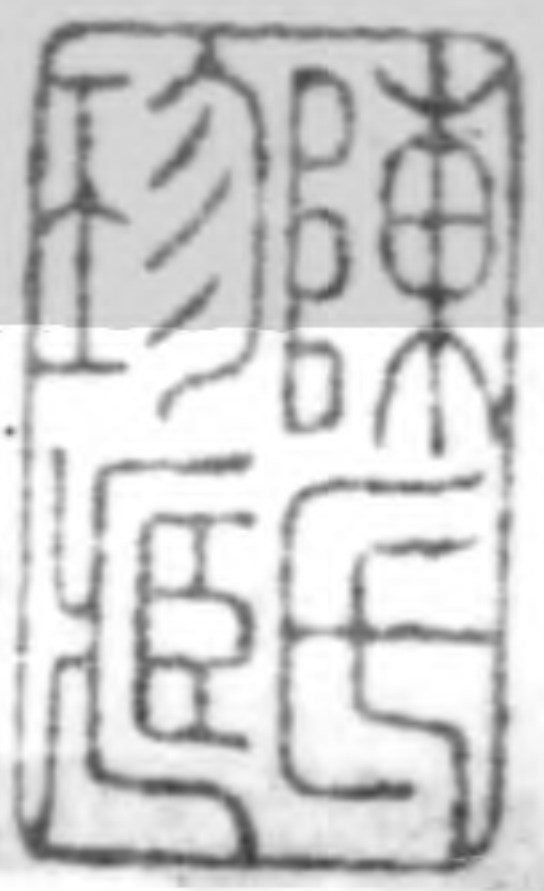
勾股斜要卷四

內廷

國史館分校會典館  
協修欽天監監副

陳道新

省齋輯著



欽天監春官正男

陳坦

履正較訂

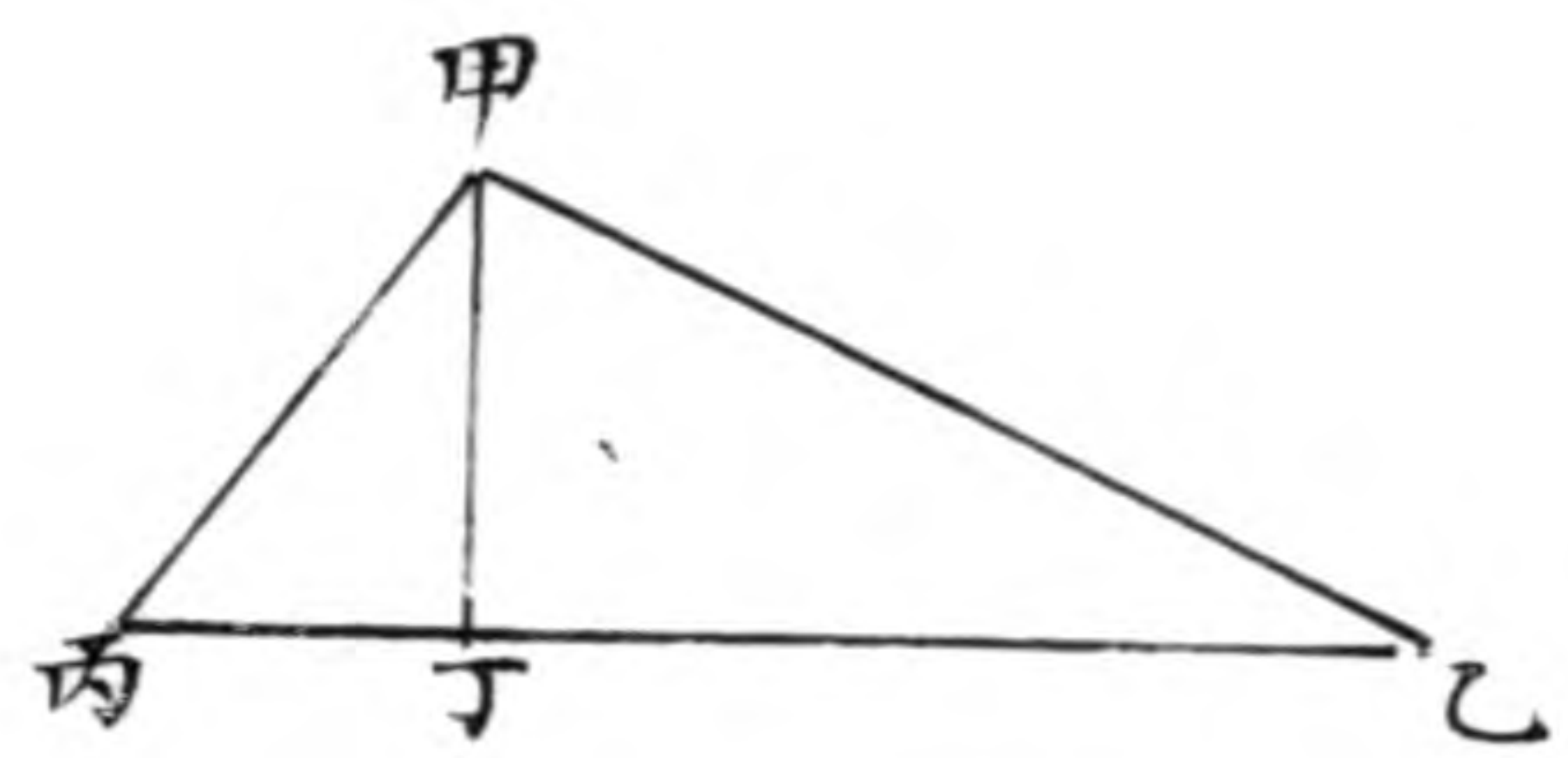
孫陳啟運

翼之集錄

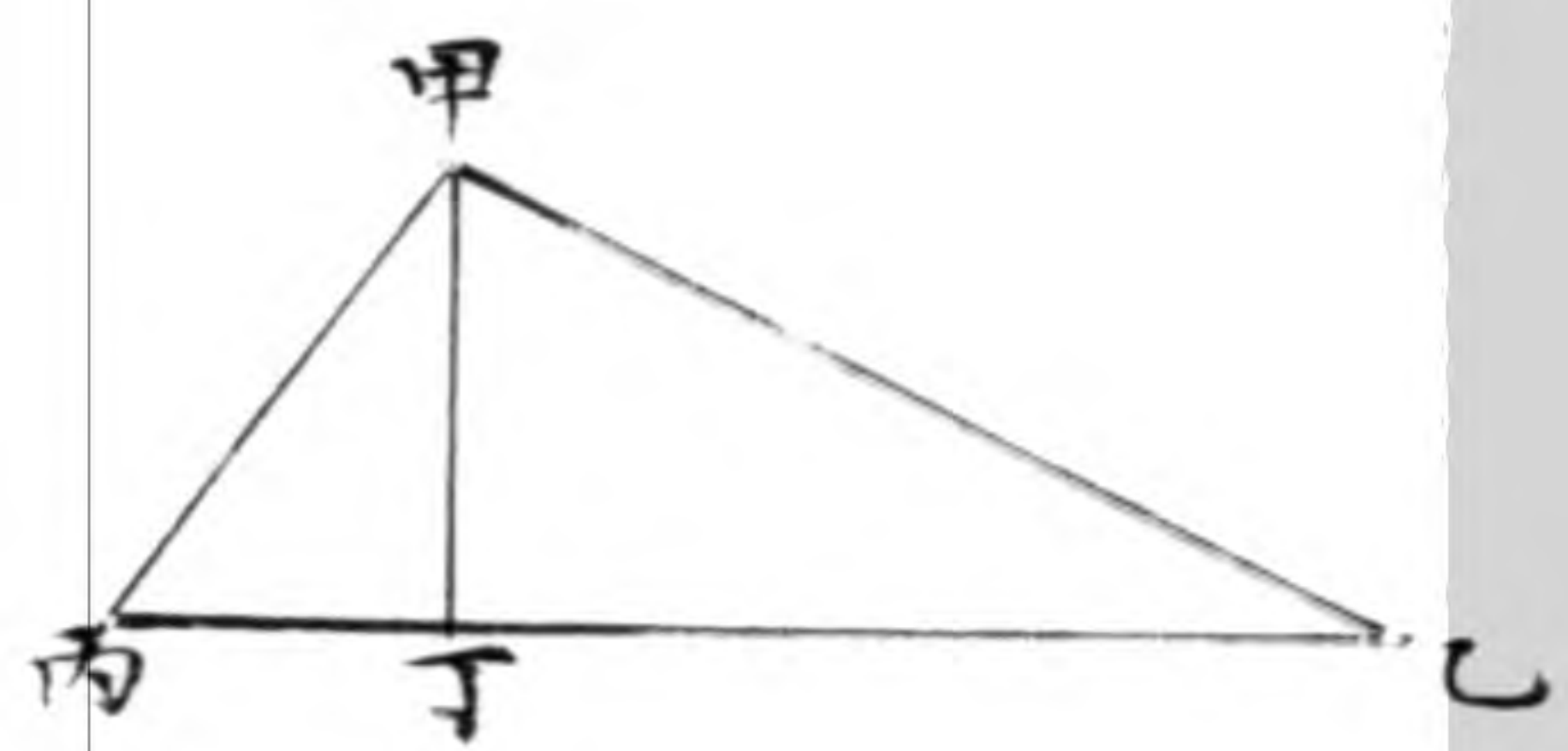
設有三角形底邊二十一尺中垂線八尺兩腰較七尺求兩腰及兩分底各幾何第三十一

法以中垂線與底邊相乘得一百六十八尺折



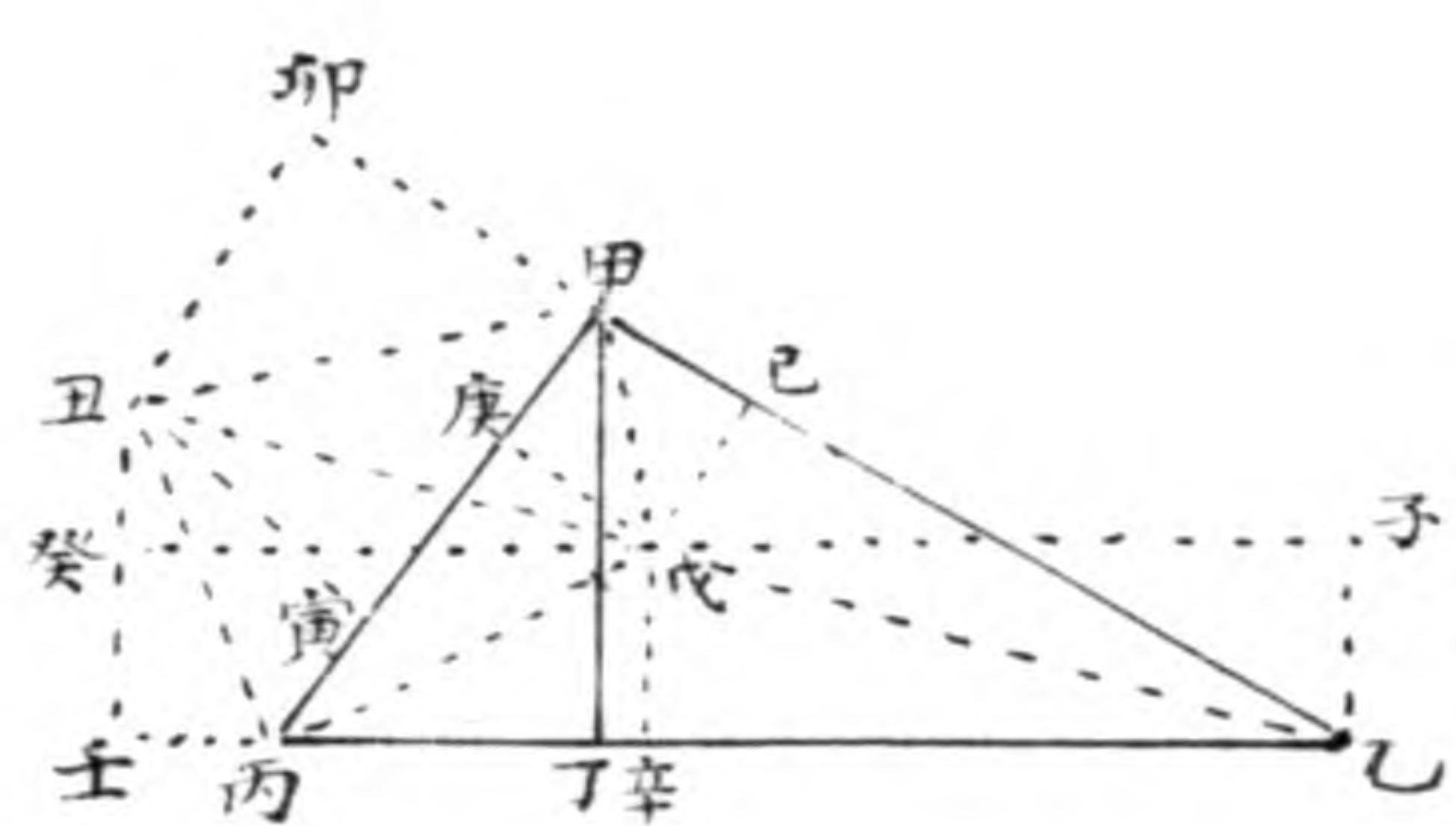


半得八十四尺為三角  
 積自乘得七千零五十  
 六尺為實以兩腰較與  
 底邊相減折半得七尺  
 為半總與大腰之較相  
 加折半得十四尺為半  
 總與小腰之較兩較相  
 乘得九十八尺為法除

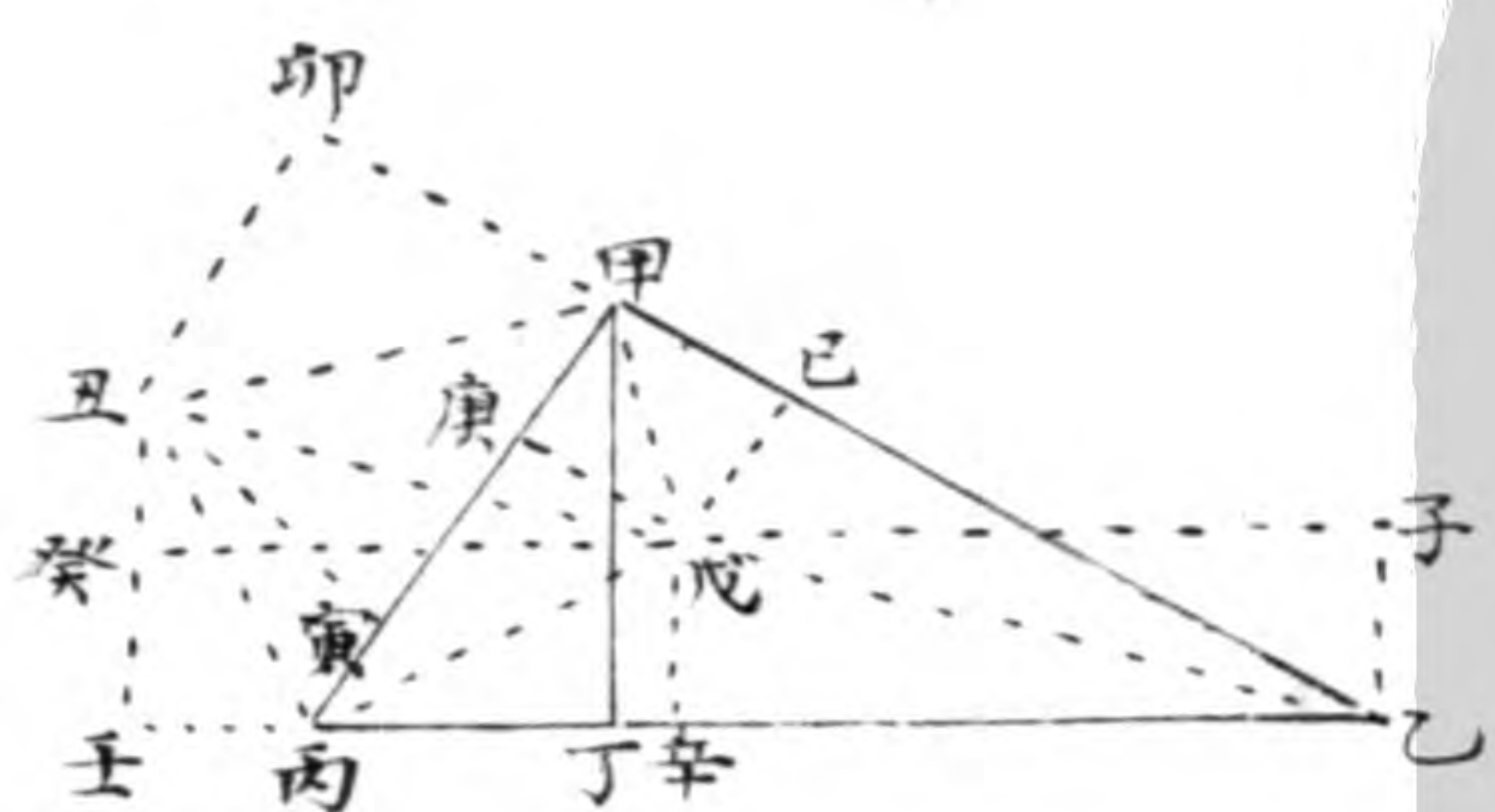


實得七十二尺為長方  
 積以底邊為長闊較求  
 得闊三尺為半總與底  
 邊之較以與半總與大  
 腰之較相加得十尺為  
 小腰以與半總與小腰  
 之較相加得十七尺為  
 大腰既得兩腰則用股



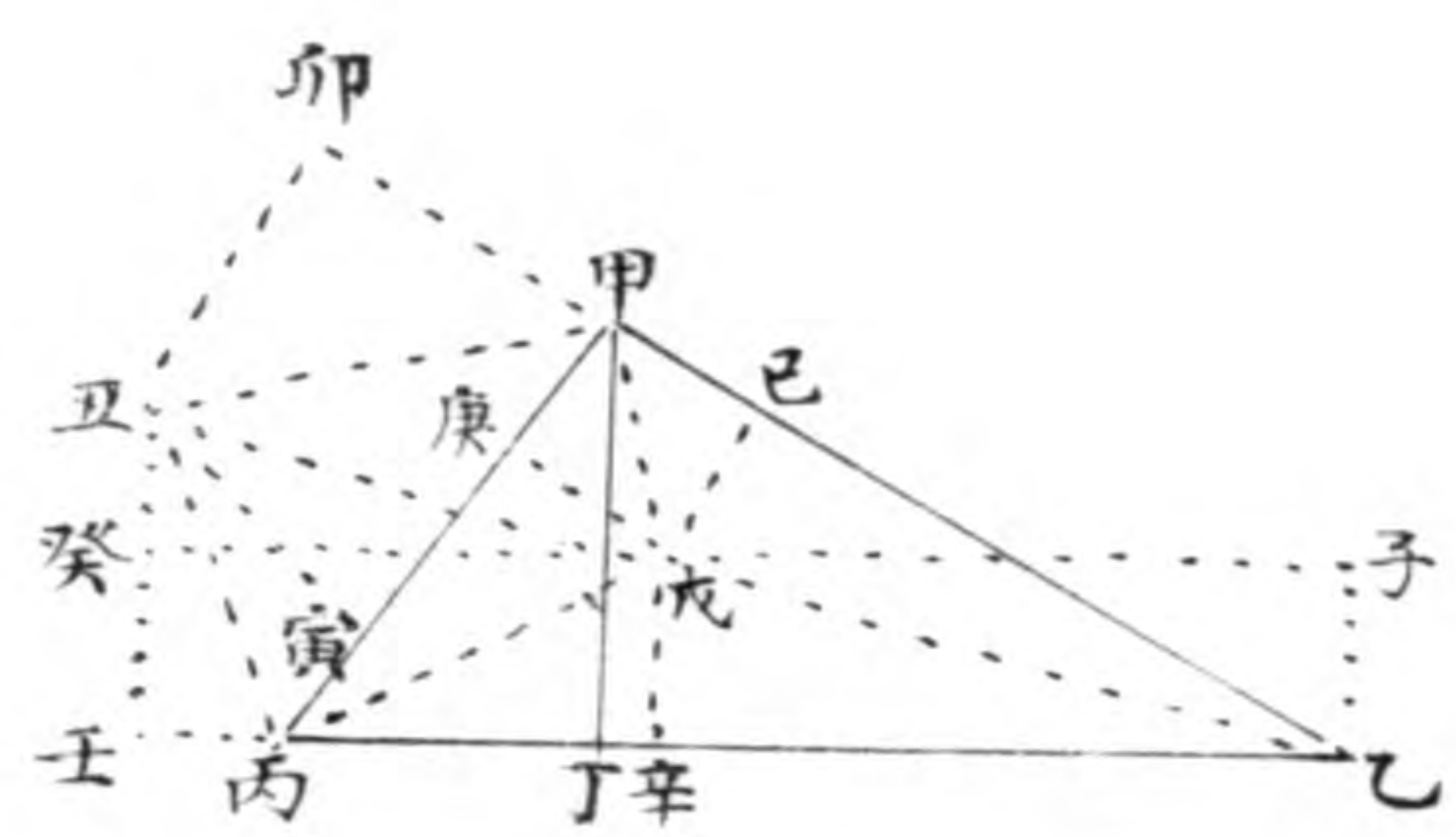


弦求勾法求得六尺為  
 小分底十五尺為大分  
 底如圖甲乙丙三角形  
 甲乙為大腰甲丙為小  
 腰乙丙為底甲丁為中  
 垂線試自三角各作分  
 角線會於中心戊復自  
 中心戊與各邊取直角

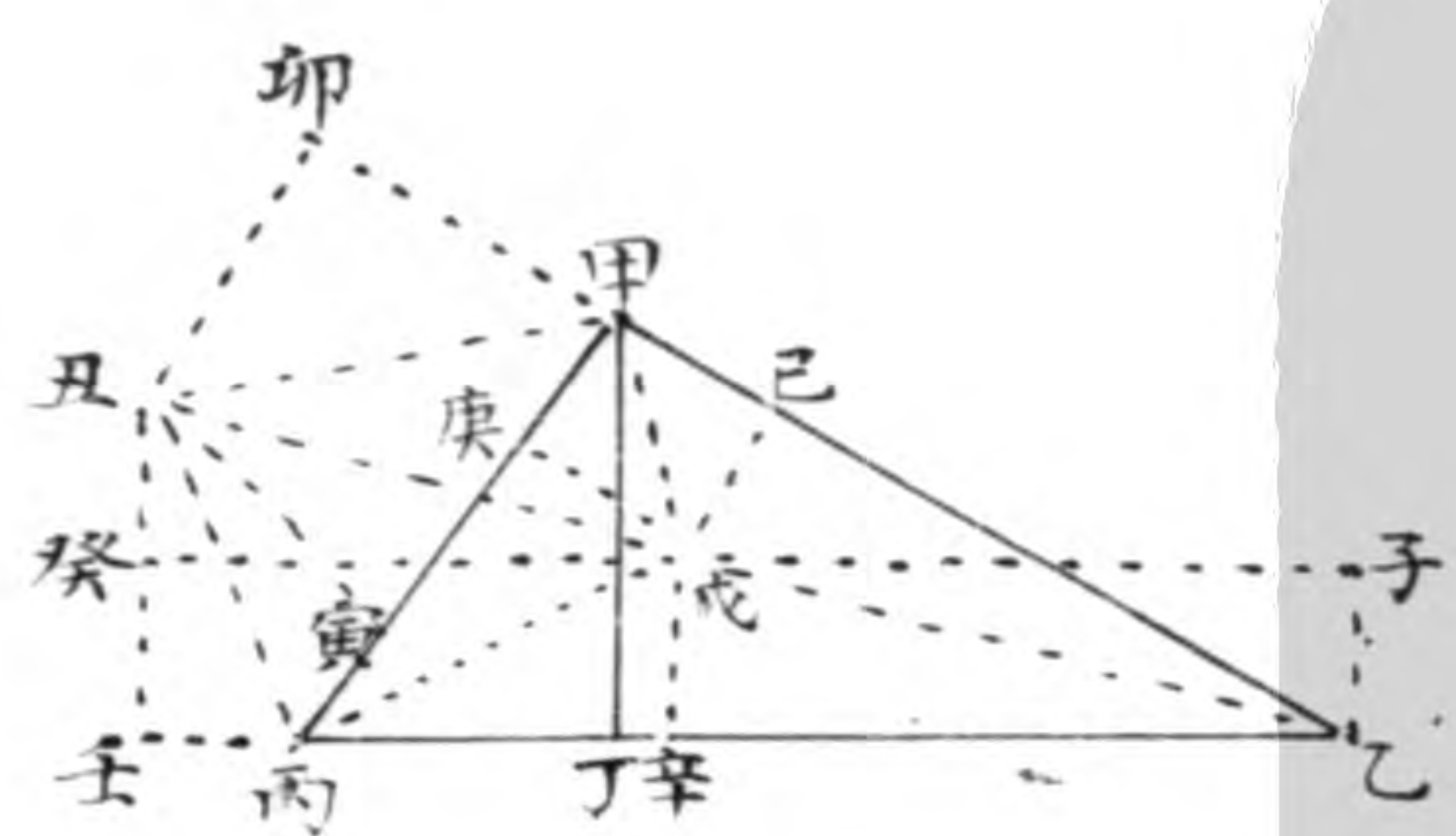


作戊己戊庚戊辛相等  
 之三垂線遂分為兩兩  
 相等之六勾股形三邊  
 總內有兩兩相等之分  
 邊六半總內有三分邊  
 甲己或甲庚為半總底  
 邊較乙己或乙辛為半  
 總小腰較丙庚或丙辛



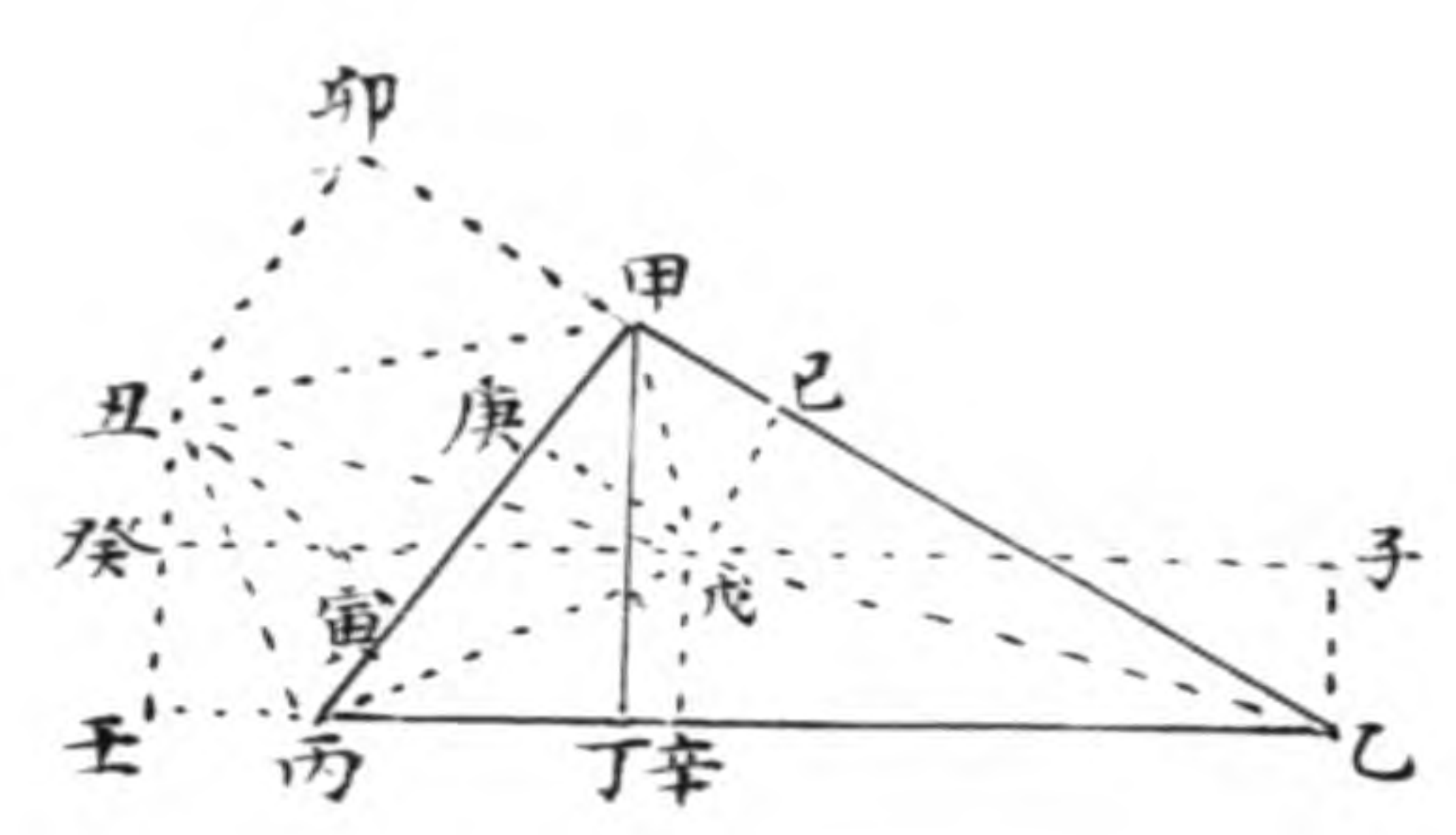


為半總大腰較試依甲  
 己度將底引至壬以戊  
 辛為高作乙壬癸子長  
 方與甲乙丙三角積等  
 復將乙戊壬癸二線引  
 長遇於丑成乙壬丑勾  
 股形與乙戊辛為同式  
 形又自丑與甲丙線取

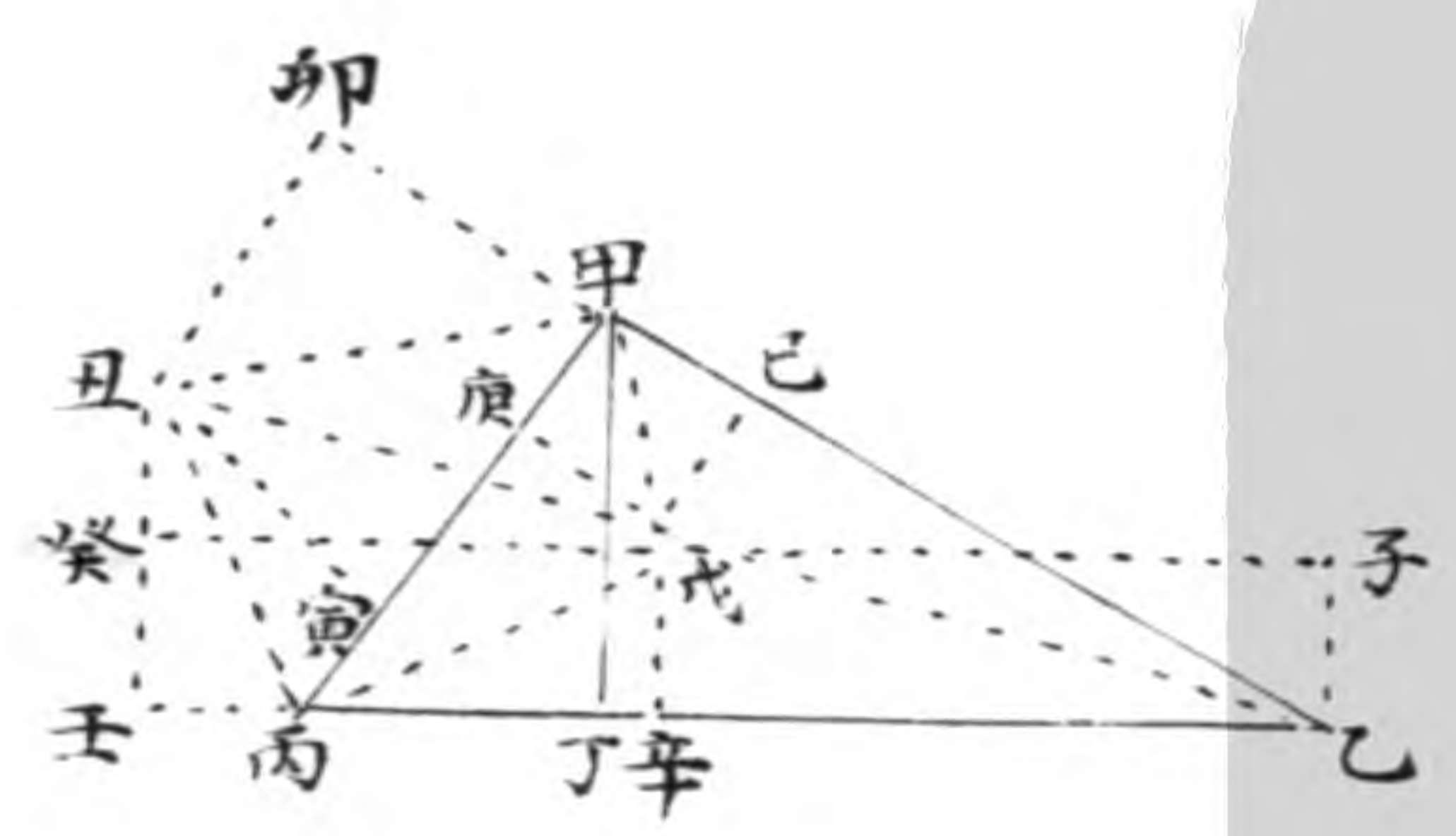


直角作丑寅線與丑壬  
 線等又作丑丙分角線  
 則成丑丙壬丑丙寅兩  
 相等之勾股形與丙辛  
 戊為同式形蓋丙庚戊  
 辛四角形內減去庚辛  
 二直角餘庚丙辛庚戊  
 辛二角必與半周等而





丑壬丙寅四角形內之  
 壬丙寅角即半周內減  
 去庚丙辛角之餘必與  
 庚戌辛角等壬寅二角  
 皆為直角則壬寅角必  
 與庚丙辛角等兩形之  
 各角既等則丙戌線分  
 丙庚戌辛為兩形丑丙

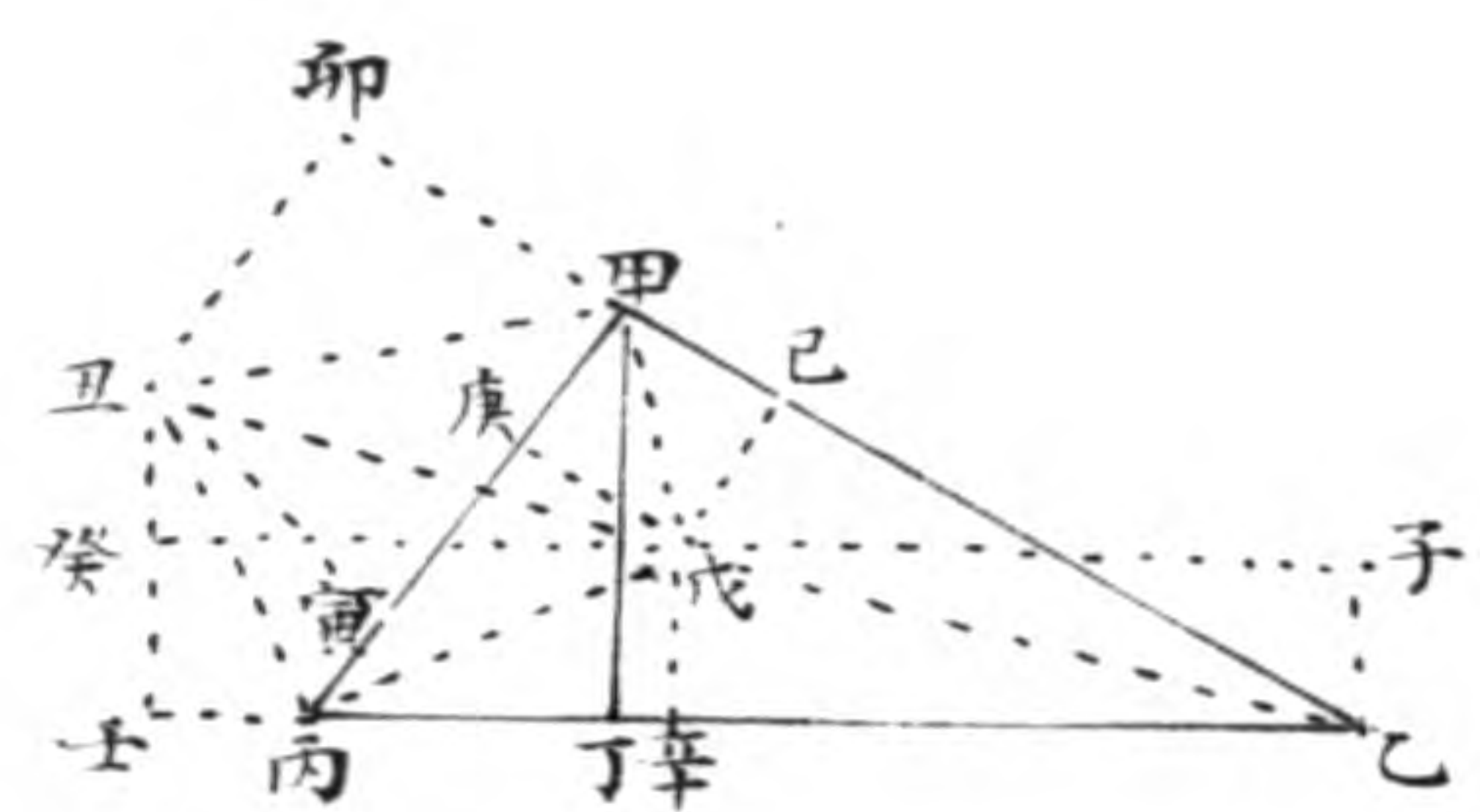


線分丑壬丙寅為兩形  
 則各角必仍皆等而為  
 同式也然又何以知丑  
 寅與丑壬等而且丙分  
 角線自丙角分之必遇  
 於丑自丑角分之必遇  
 於丙也試將甲乙線依  
 丙庚之度引長至卯則

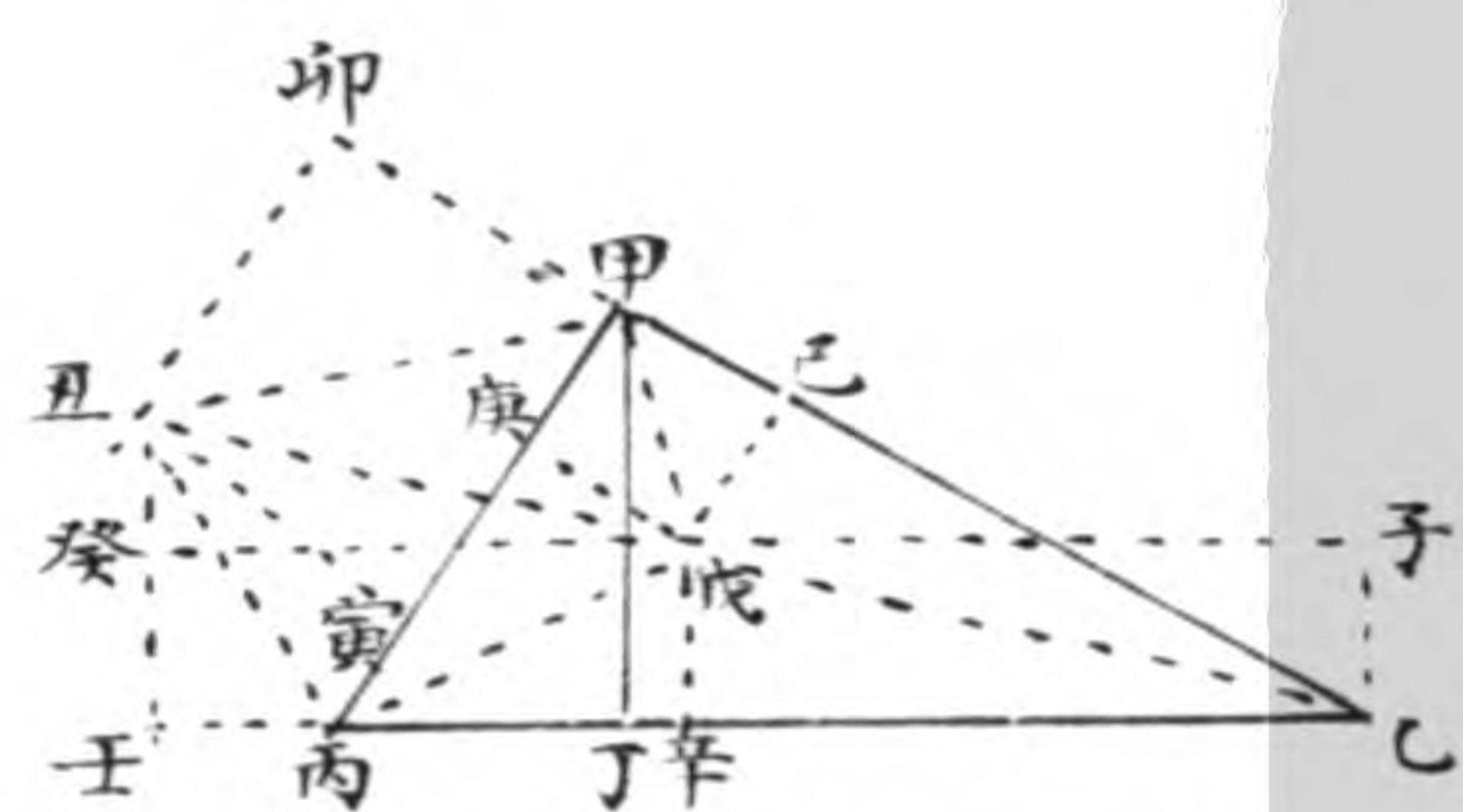






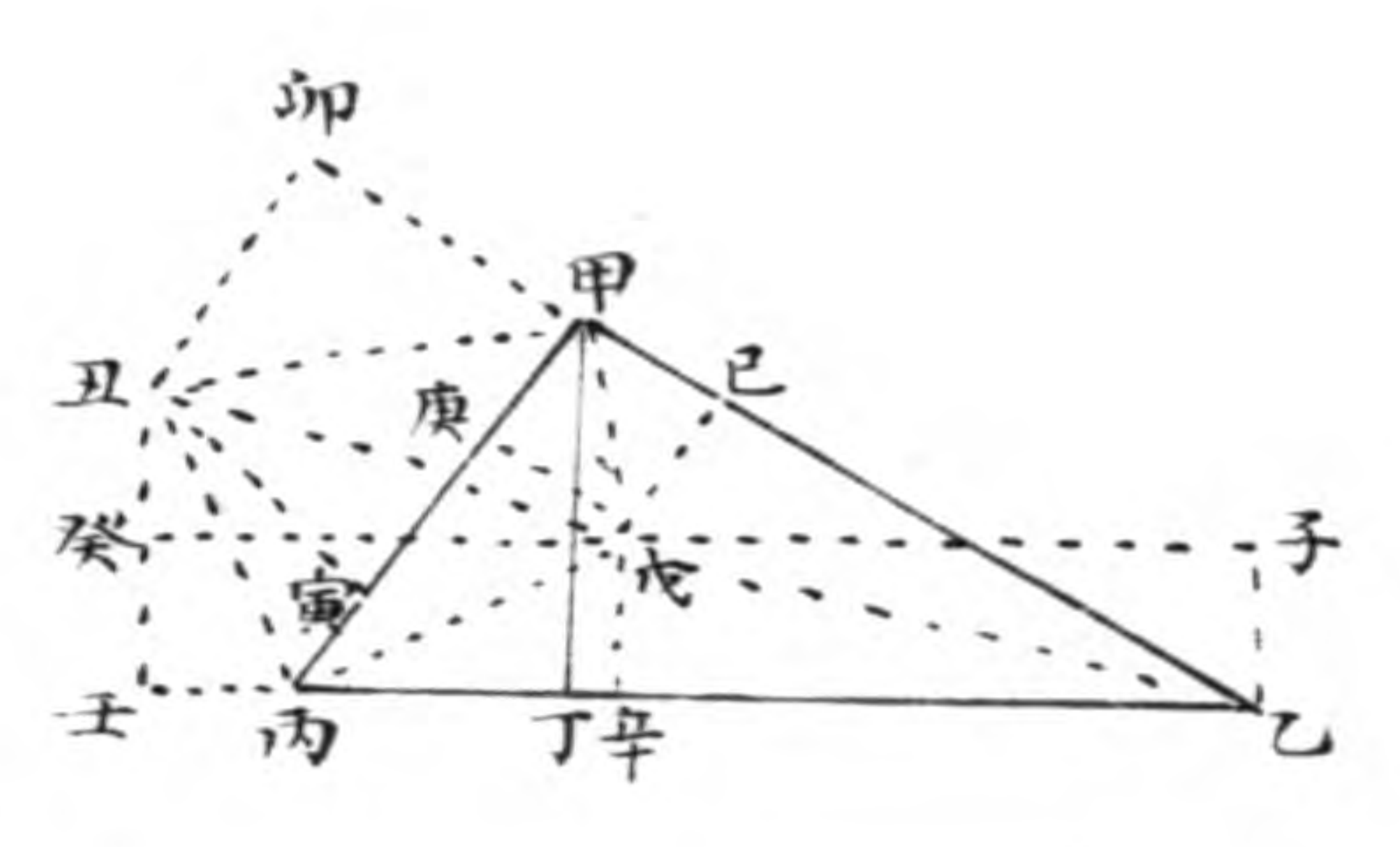


股自不得不與丑寅中  
 垂線等矣丑壬既與丑  
 寅等則丙壬丑丙寅丑  
 形為相等與丙戌卒得  
 同式矣試以比例言之  
 戌卒為一率卒丙為二  
 率丙壬為三率壬丑為  
 四率是丙壬丙卒兩較

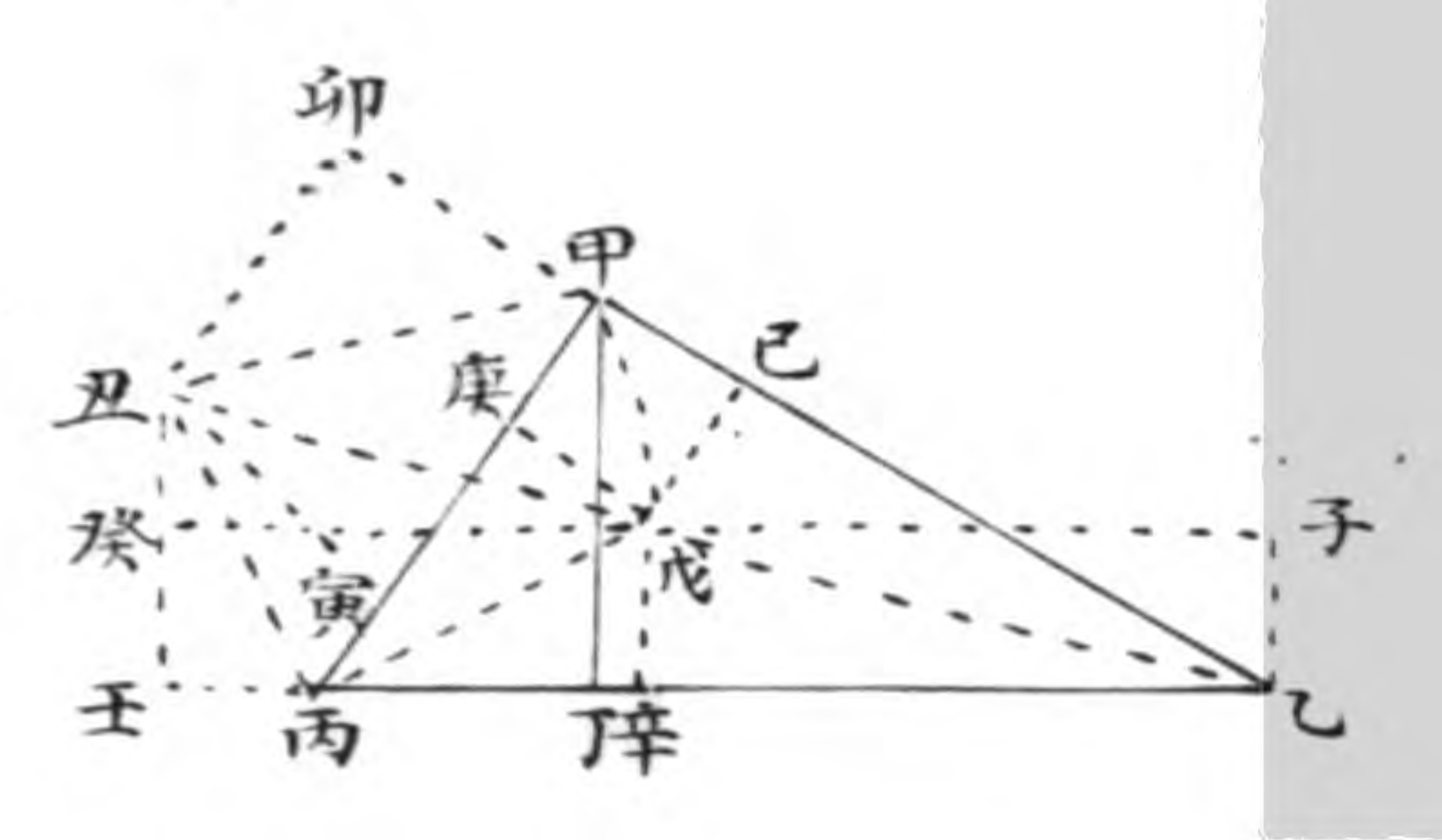


相乘之數與戌卒丑壬  
 相乘之數等亦即為壬  
 丑加戌卒之倍又乙壬  
 半總為一率壬丑為二  
 率乙卒較為三率戌卒  
 為四率若以壬丑加戌  
 卒之倍數為二率則所  
 得四率必為戌卒加戌



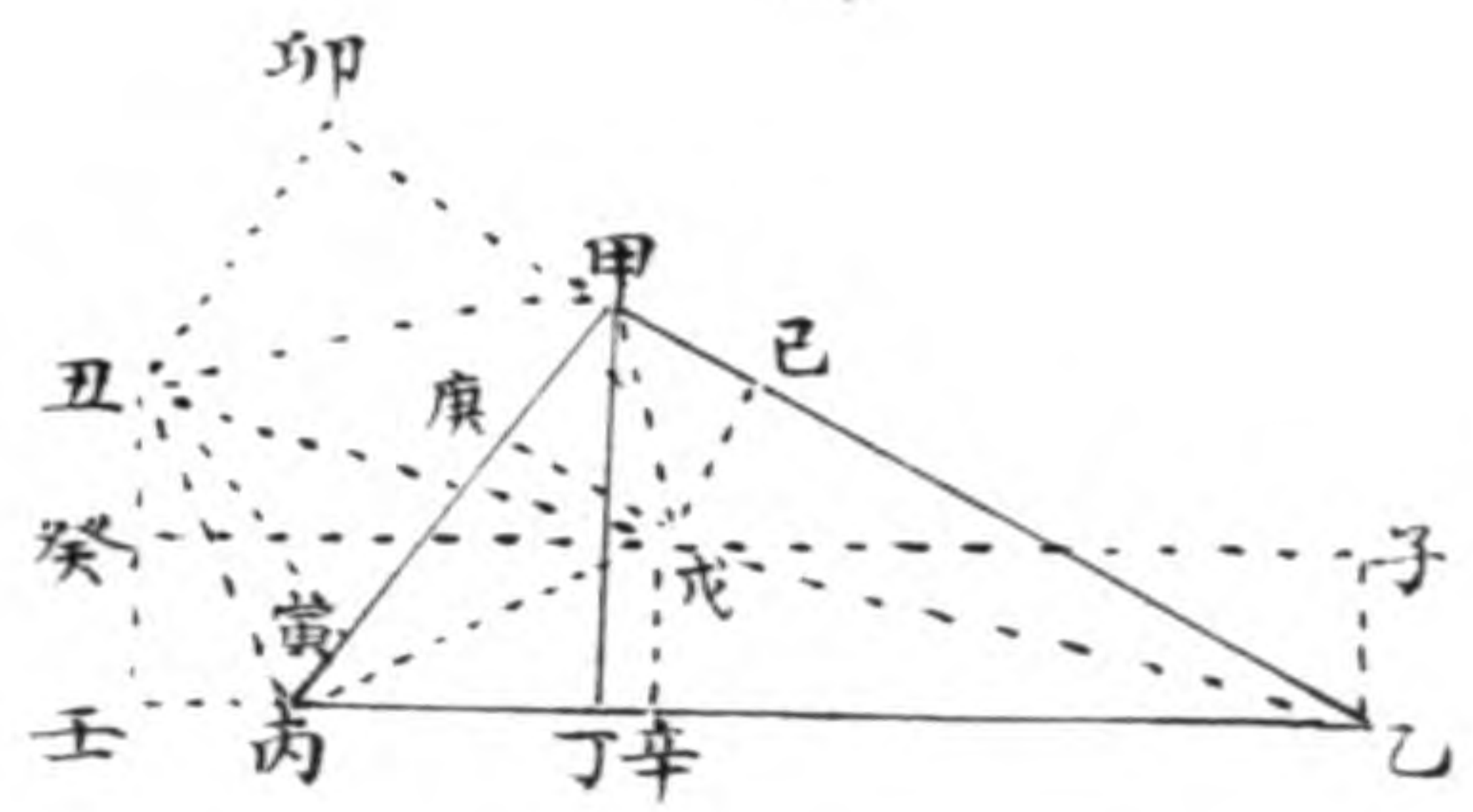


卒之倍數即戊卒自乘  
 方若不以乙壬一率除  
 之則又成一戊卒自乘  
 乙壬再乘之立方若再  
 以乙壬一率乘之則又  
 成一戊卒自乘方乙壬  
 自乘方相乘之三乘方  
 積與乙壬癸子長方自



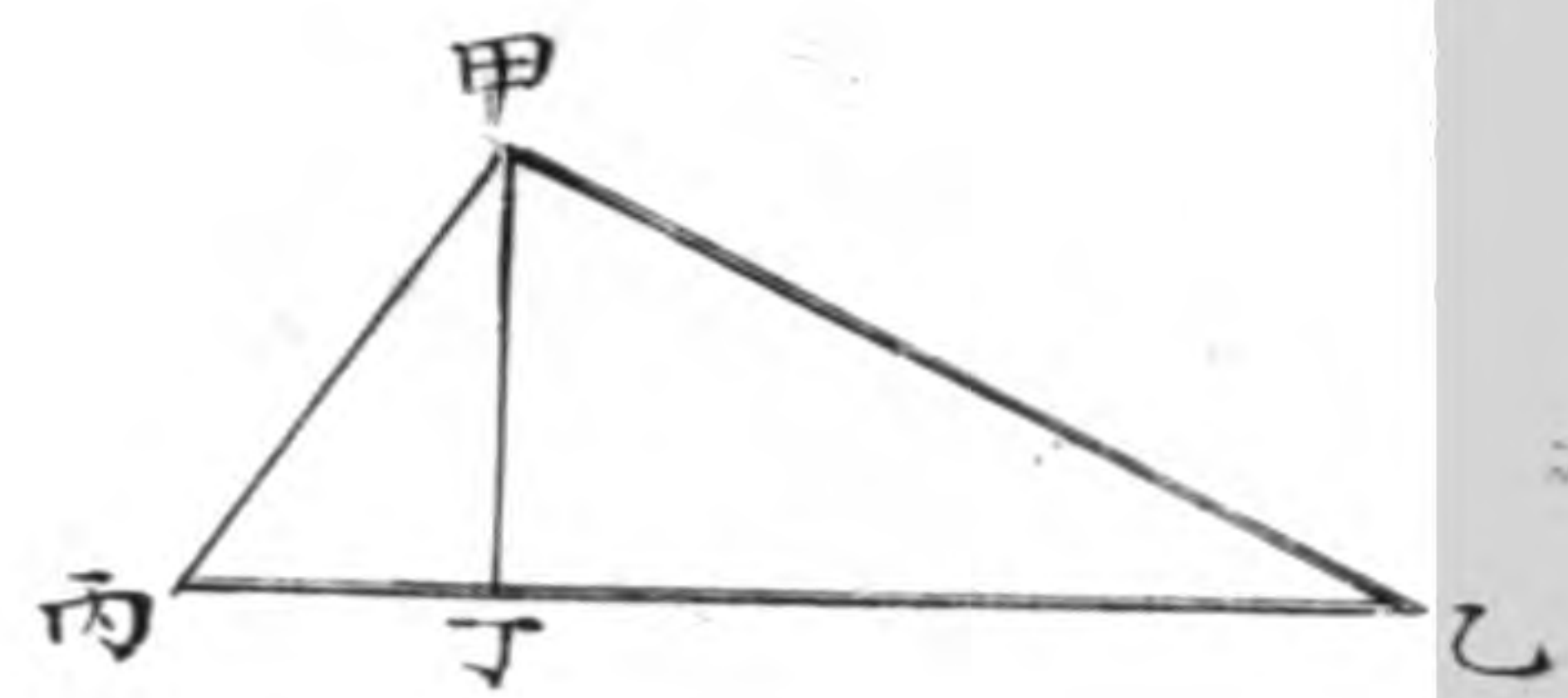
乘之三乘方積等而乙  
 壬癸子長方積與甲乙  
 丙三角積等是甲乙丙  
 三角積自乘即同於三  
 較半總連乘之三乘方  
 積等故以乙卒丙卒兩  
 較相乘之面積除之得  
 乙壬半總丙壬半總底





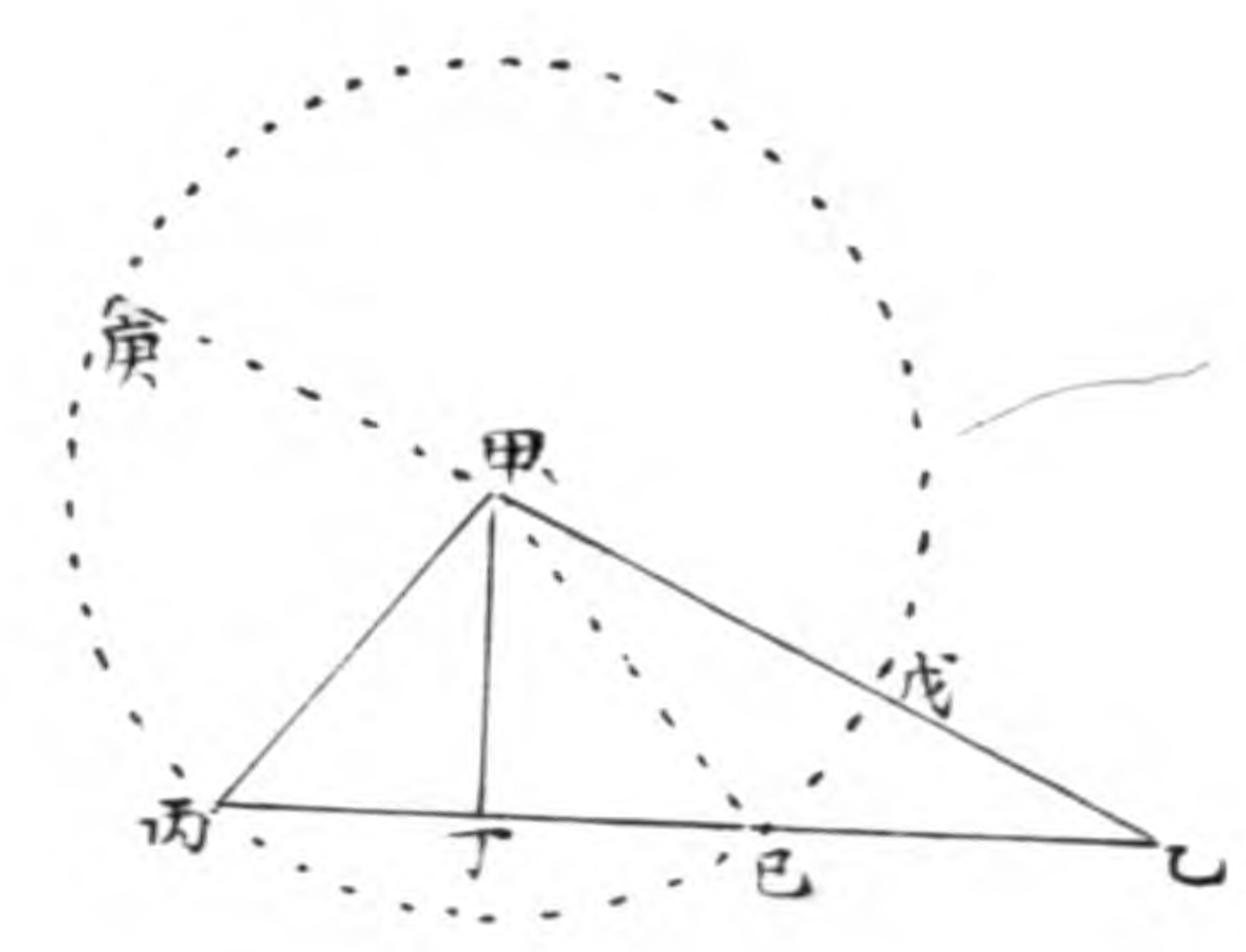
邊較相乘之長方面積  
以乙丙底為長闊較求  
得闊為丙壬與甲己或  
甲庚等與乙辛丙辛各  
相加即得甲乙甲丙兩  
腰也

又法以底自乘得四百  
四十一尺兩腰較自乘

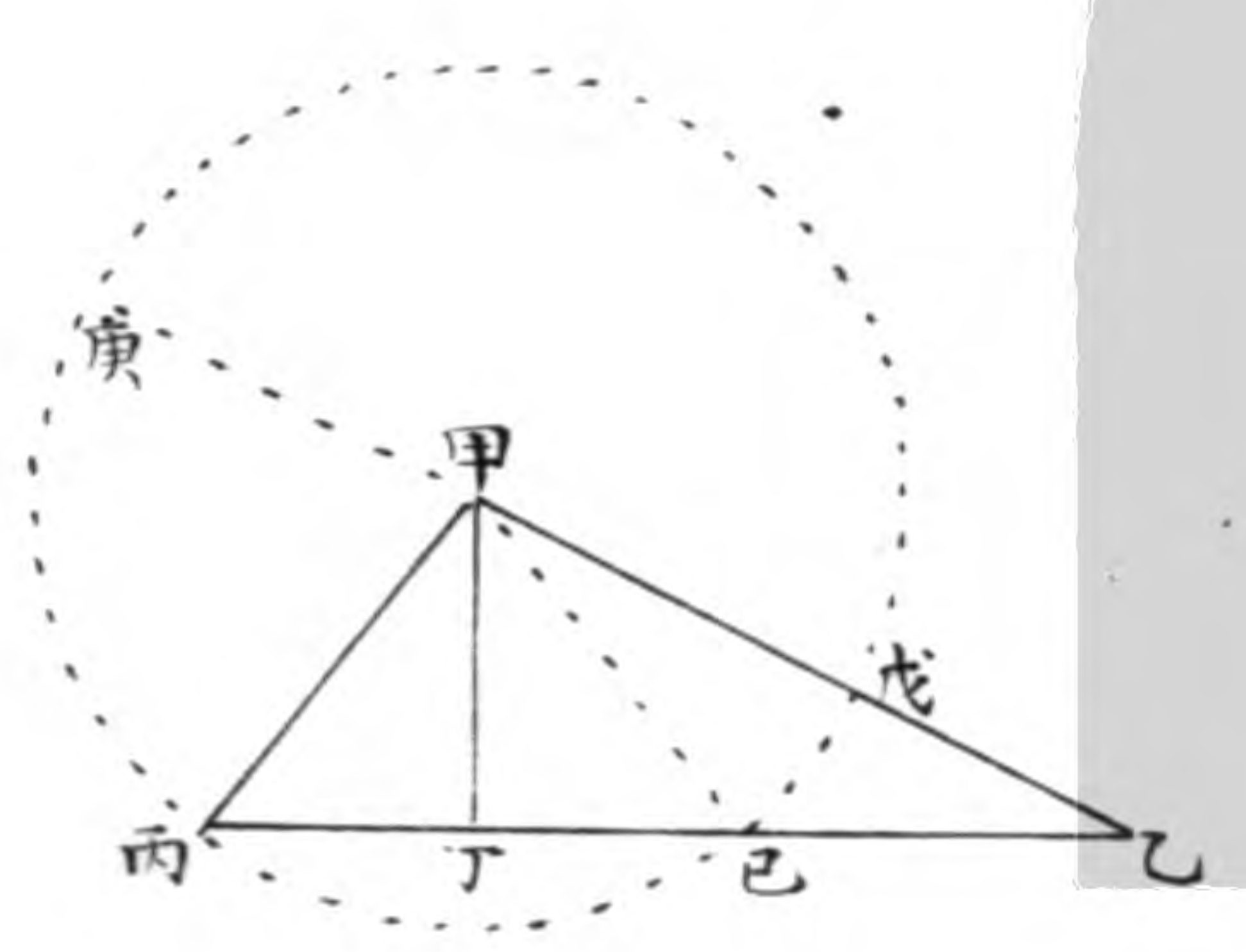


得四十九尺相減餘三  
百九十二尺為一率倍  
中垂線自乘得二百五  
十六尺與底自乘兩腰  
較自乘減餘之數相加  
得六百四十八尺為兩  
腰和自乘方兩分底較  
自乘方之較為二率兩



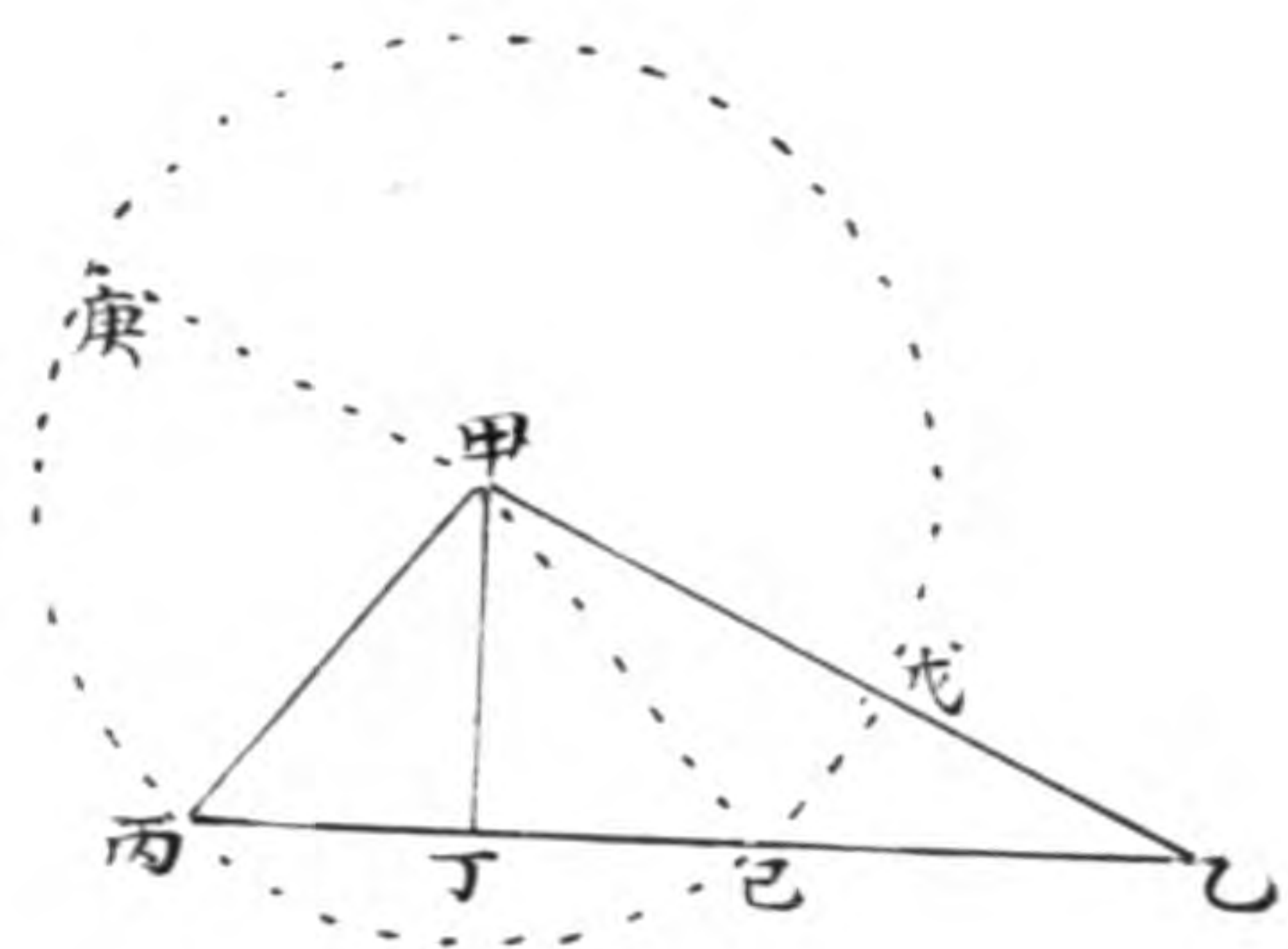


腰較自乘為三率求得  
 四率八十一尺為分底  
 較自乘方平方開之得  
 九尺為分底較此先求  
 兩分底法也如圖甲乙  
 丙三角形甲乙為大腰  
 甲丙為小腰乙丙為底  
 甲丁為中垂線試以甲

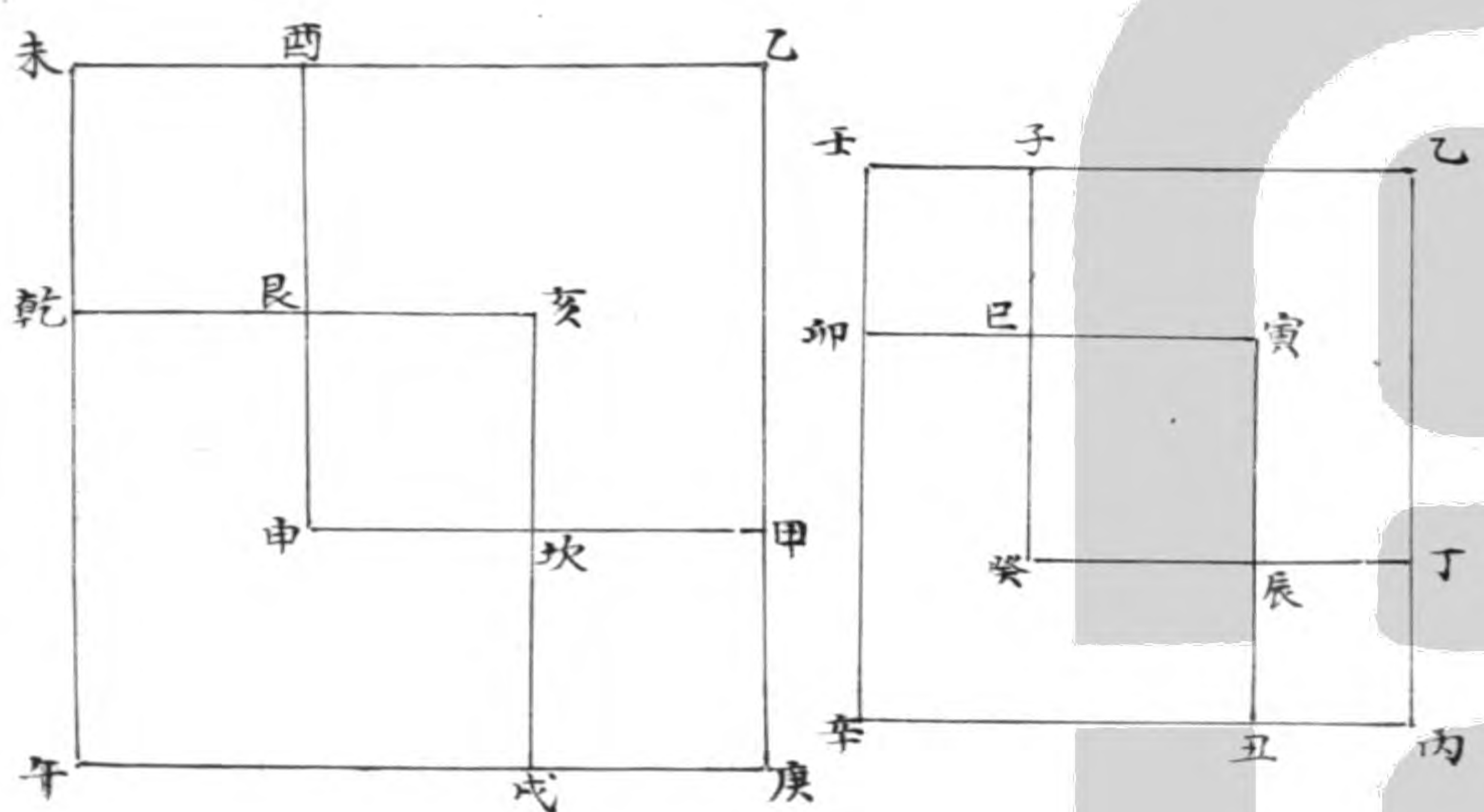


為心甲丙為半徑作平  
 圓截甲乙線於戊截乙  
 丙底於己復將甲乙線  
 引至圓周庚則乙戊為  
 兩腰較乙庚為兩腰和  
 乙己為兩分底較乙丙  
 為兩分底和即底邊以  
 乙丙底與乙庚兩腰和





之比原同於乙戊兩腰  
較與乙己兩底較之比  
則以乙丙底自乘方與  
乙庚兩腰和自乘方之  
比亦同於乙戊兩腰較  
自乘方與乙己兩分底  
較自乘方之比而全與  
全之比又同於較與較

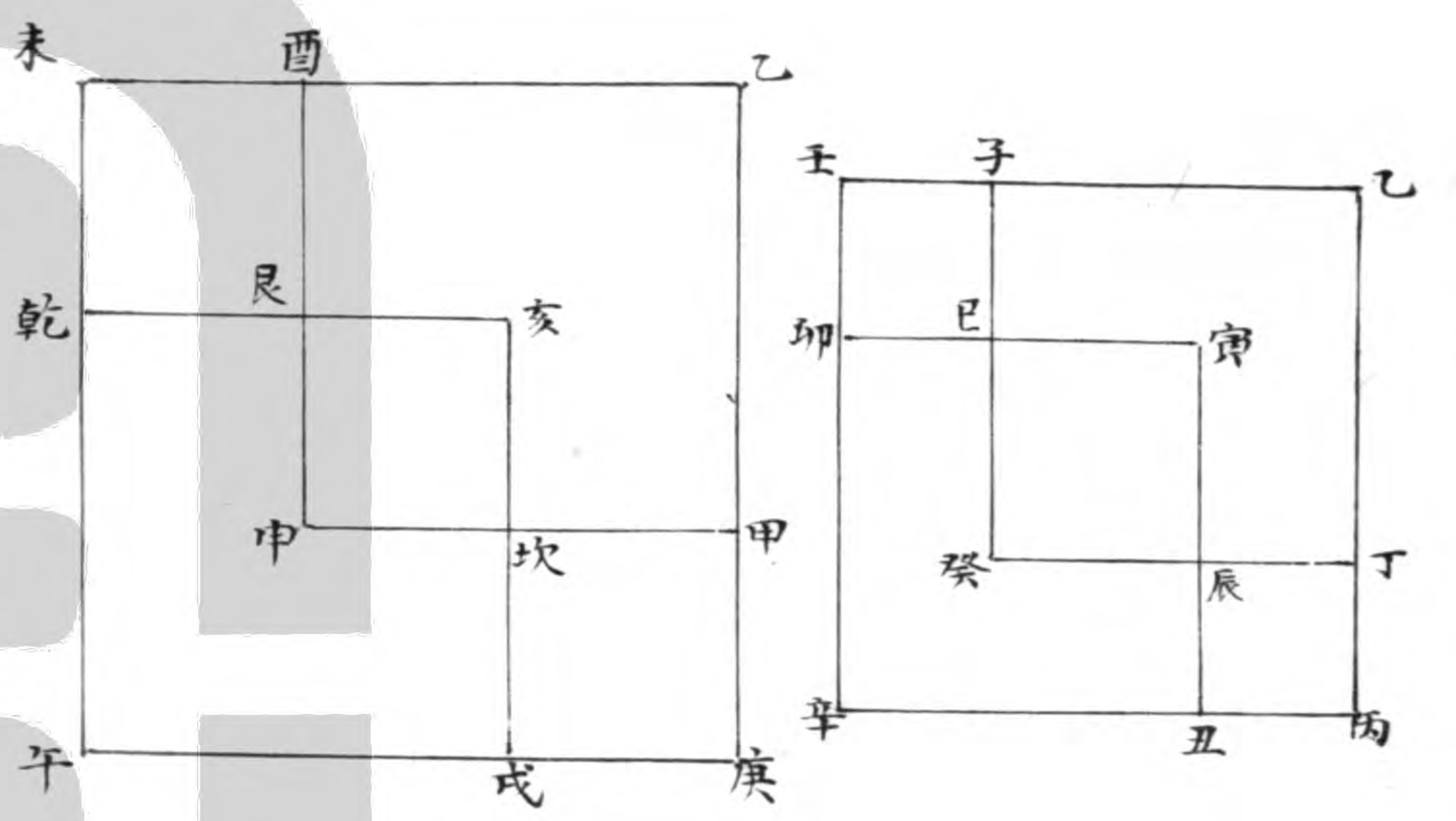


之比則以乙丙底自乘  
方乙戊兩腰較自乘方  
之較與乙庚兩腰和自  
乘方乙己兩分底較自  
乘方之較之比必亦同  
於乙戊兩腰較自乘方  
與乙己兩分底較自乘  
方之比也其所以倍中

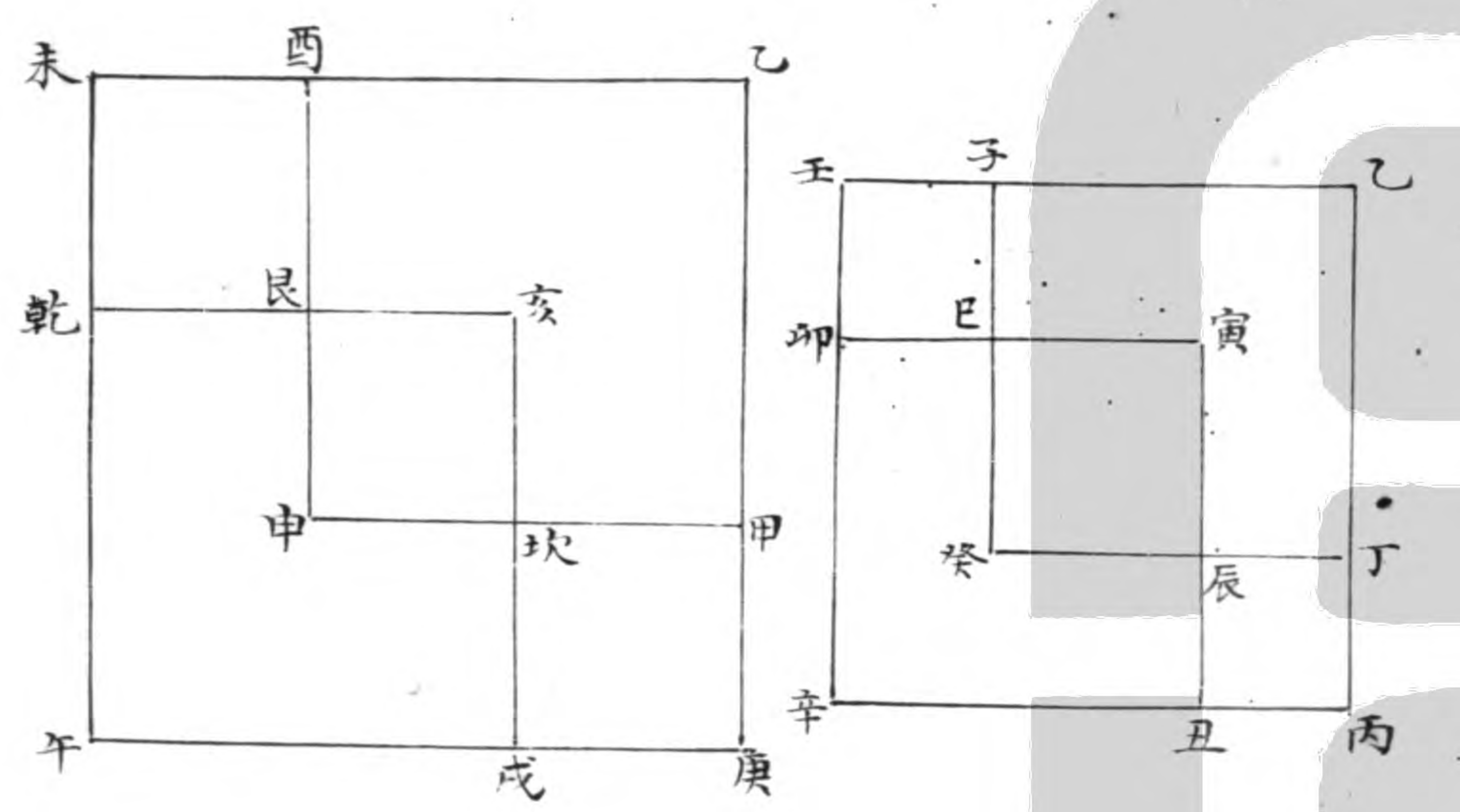






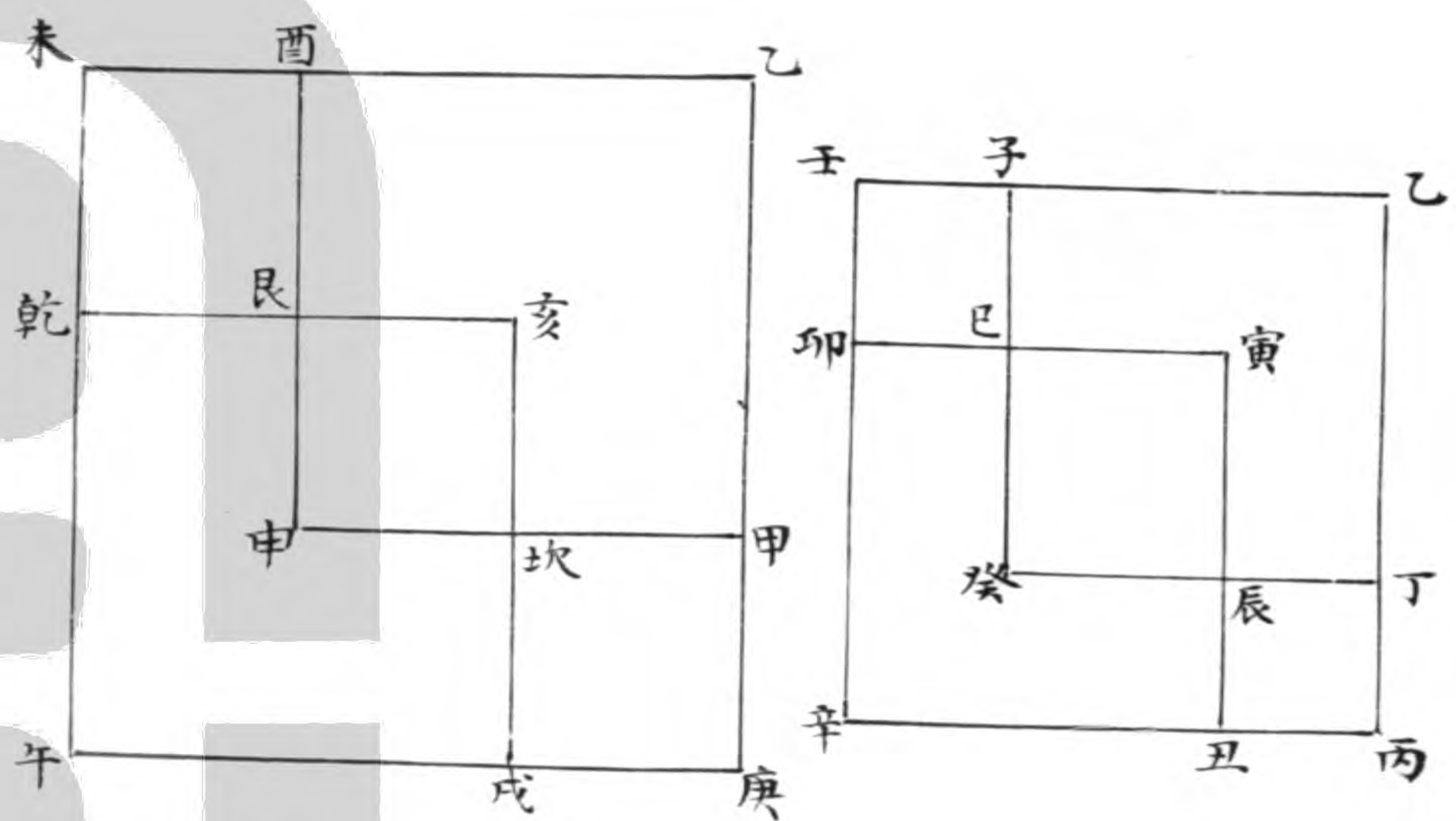


申坎兩腰較自乘方倍  
 中垂線自乘方則為四  
 中垂線自乘方又大腰  
 自乘方內原有中垂線  
 自乘方一大分底自乘  
 方一小腰自乘方內原  
 有中垂線自乘方一小  
 分底自乘方一今於乙



丙辛壬底自乘方內減  
 兩腰較自乘方則為兩  
 大分底自乘方兩小分  
 底自乘方少一兩腰較  
 自乘方一兩分底較自  
 乘方之積加倍中垂線  
 自乘方則為兩大腰自  
 乘方兩小腰自乘方少





一兩腰較自乘方一兩  
 分底較自乘方之積故  
 即乙庚午未兩腰和自  
 乘方少一兩分底較自  
 乘方之積也

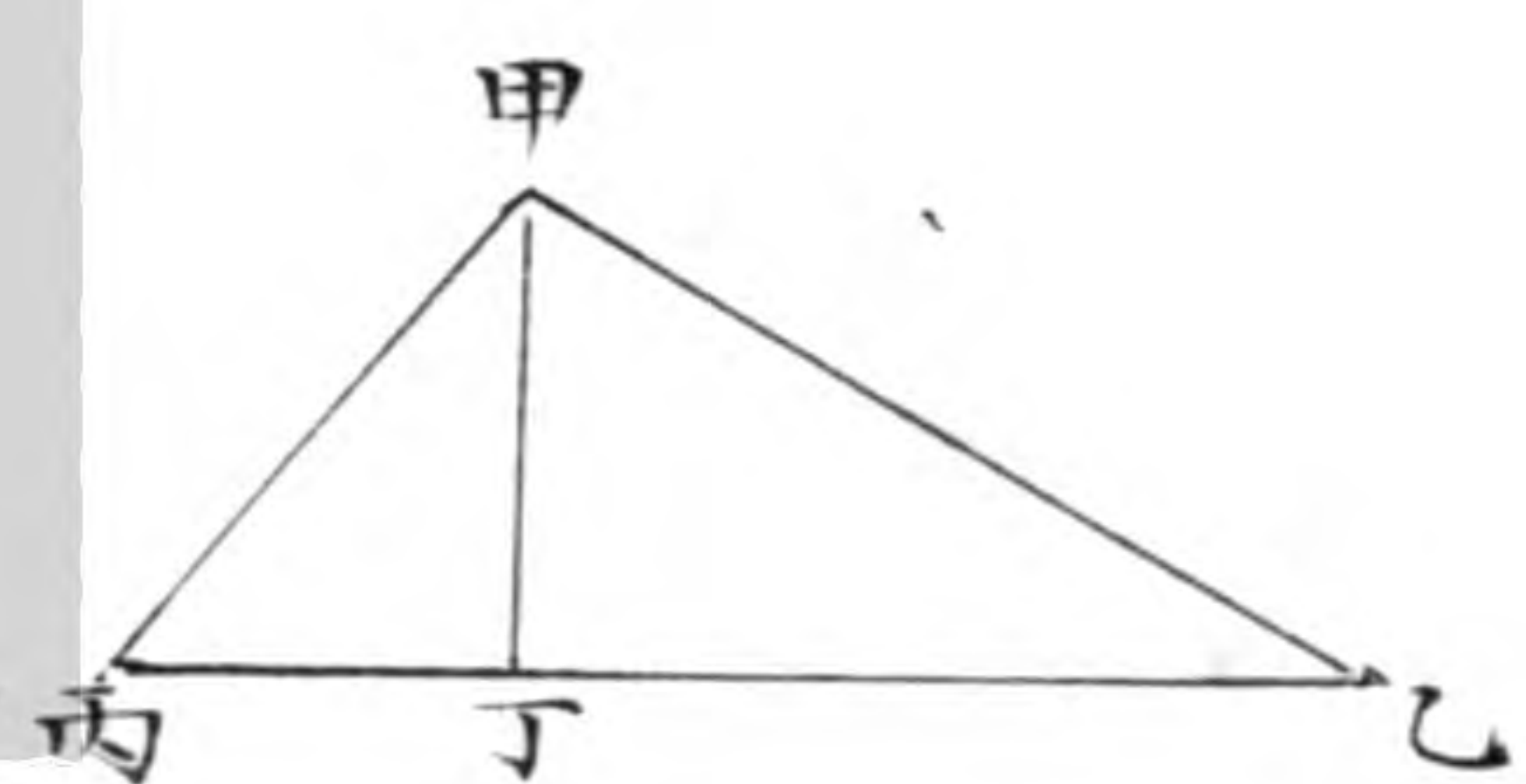
再法一率三率如前即  
 以倍中垂線自乘得二  
 百五十六尺為二率求

得四率三十二尺為兩  
 腰較自乘方兩分底較  
 自乘方之較與兩腰較  
 自乘方相加得八十一  
 尺為兩分底較自乘方  
 平方開之得九尺為兩  
 分底較此法蓋以前法  
 一率二率之較為二率

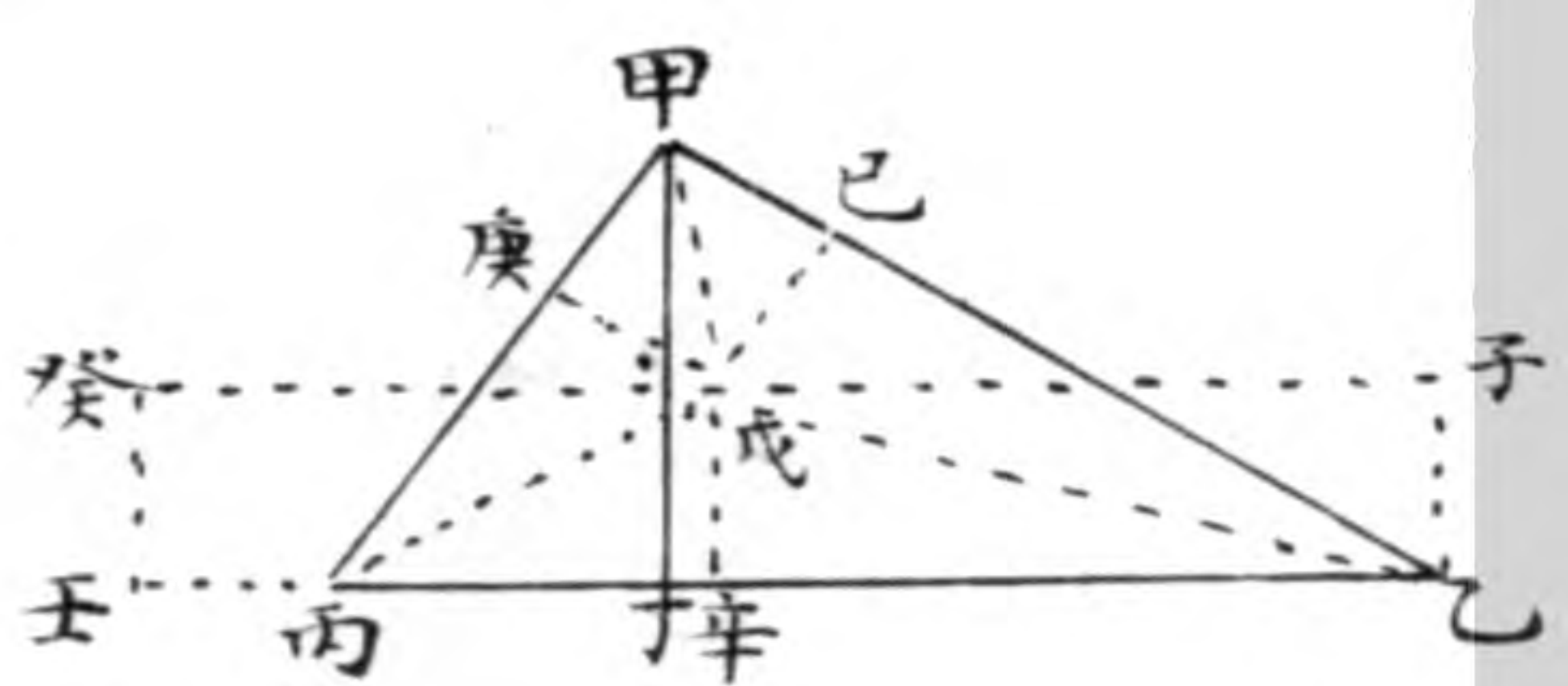






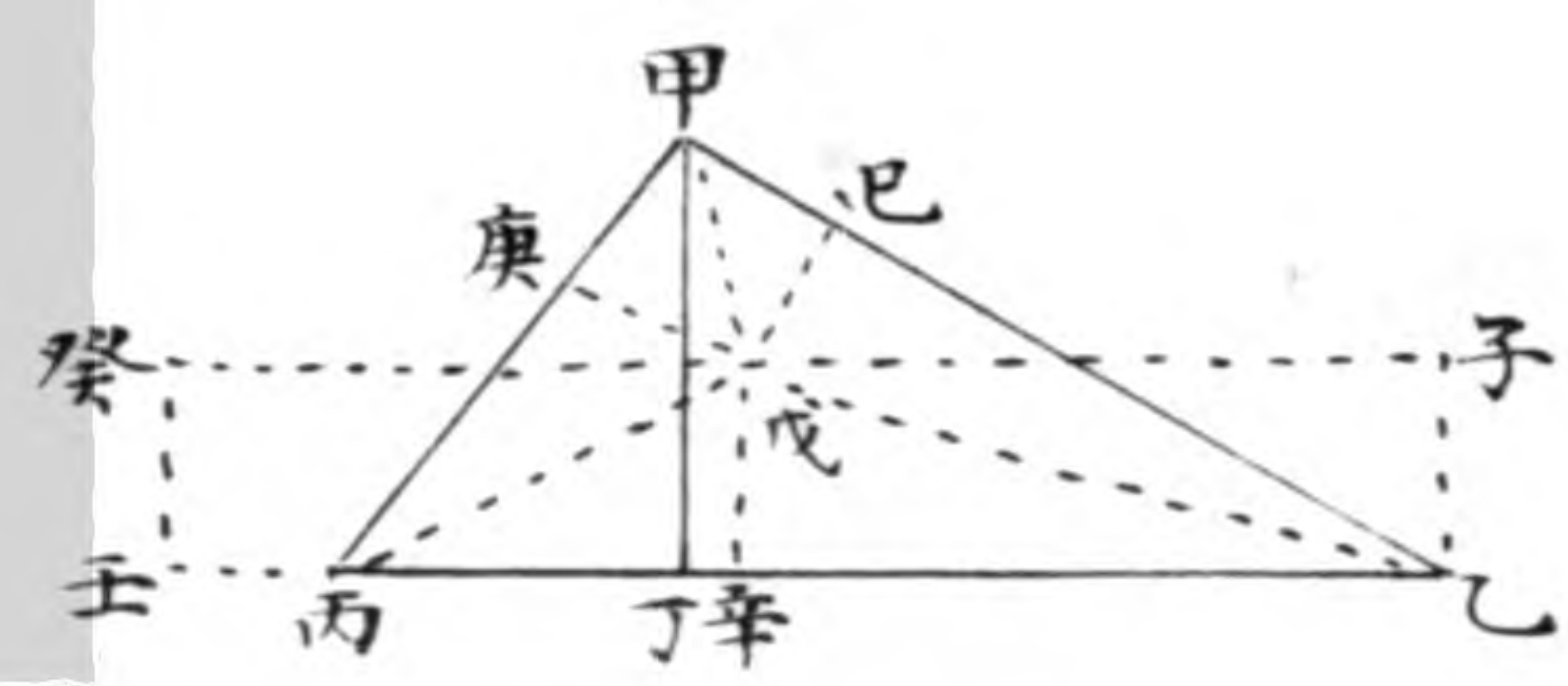


為半總與底邊之較相  
 加折半得二十四尺為  
 半總總較相乘得七十  
 二尺為法除實得九十  
 八尺為長方積以底為  
 長闊和求得闊七尺為  
 半總與大腰之較以減  
 半總得十七尺為大腰

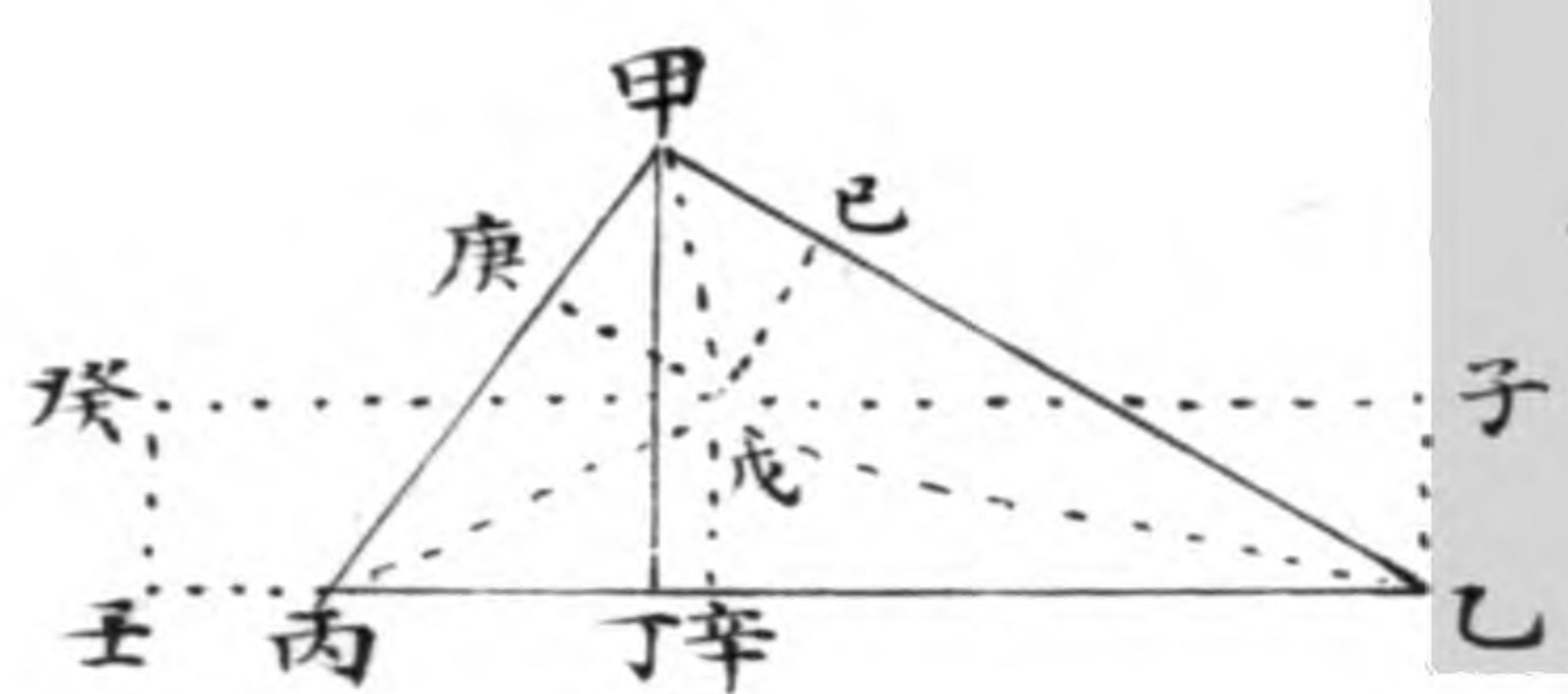


以加半總與底邊之較  
 得十尺為小腰如圖甲  
 乙丙三角形甲乙為大  
 腰甲丙為小腰乙丙為  
 底甲丁為中垂線試自  
 三角各作分角線使會  
 於中心戊復自戊作戊  
 己戊庚戊辛三線甲己



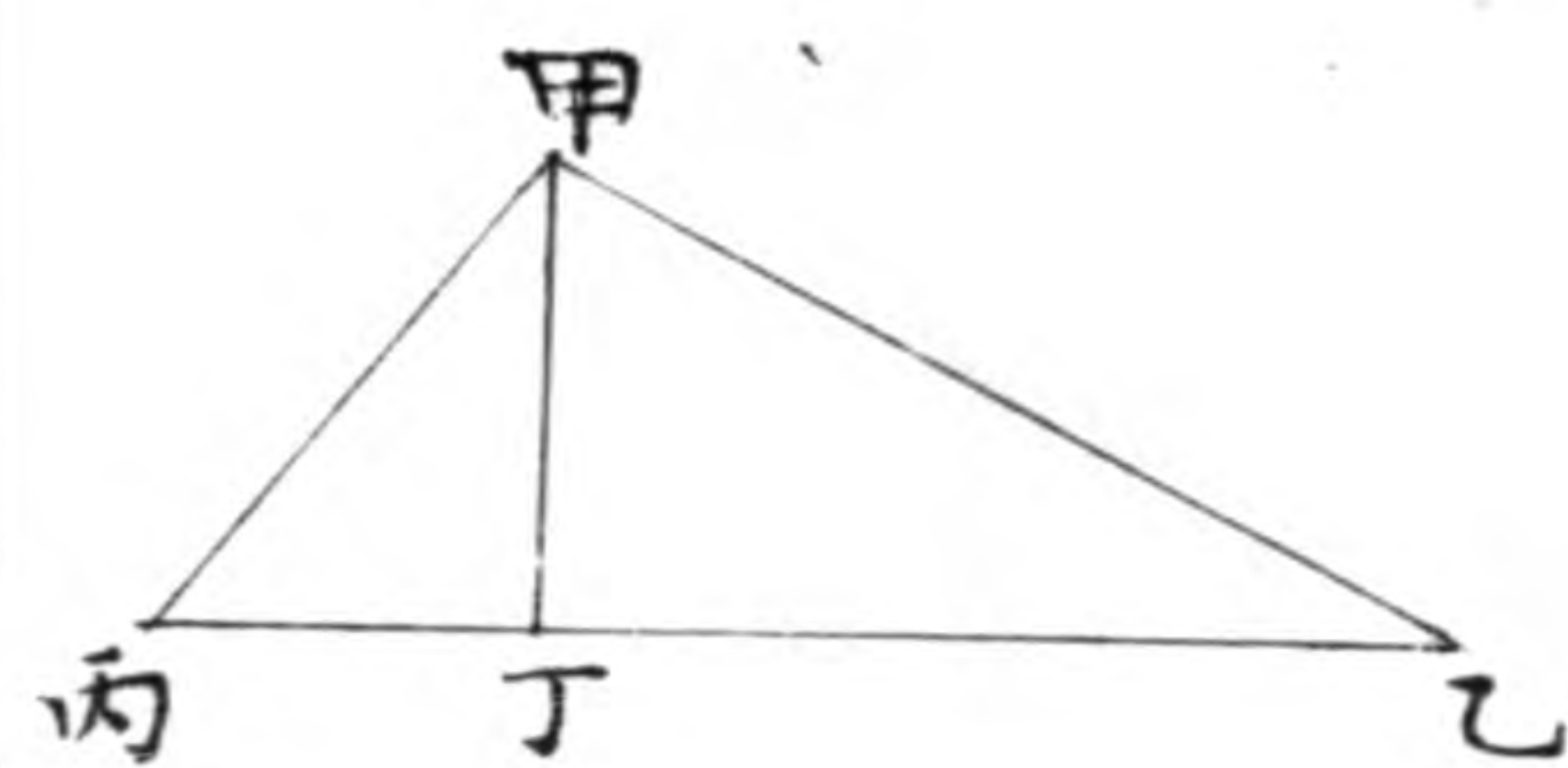


甲庚為半總與底邊之  
較依甲已度將乙丙線  
引至壬則乙壬為半總  
以戌辛為高作乙壬癸  
子長方積與甲乙丙三  
角積等三角積自乘與  
三較半總連乘之積數  
等故以乙壬半總丙壬

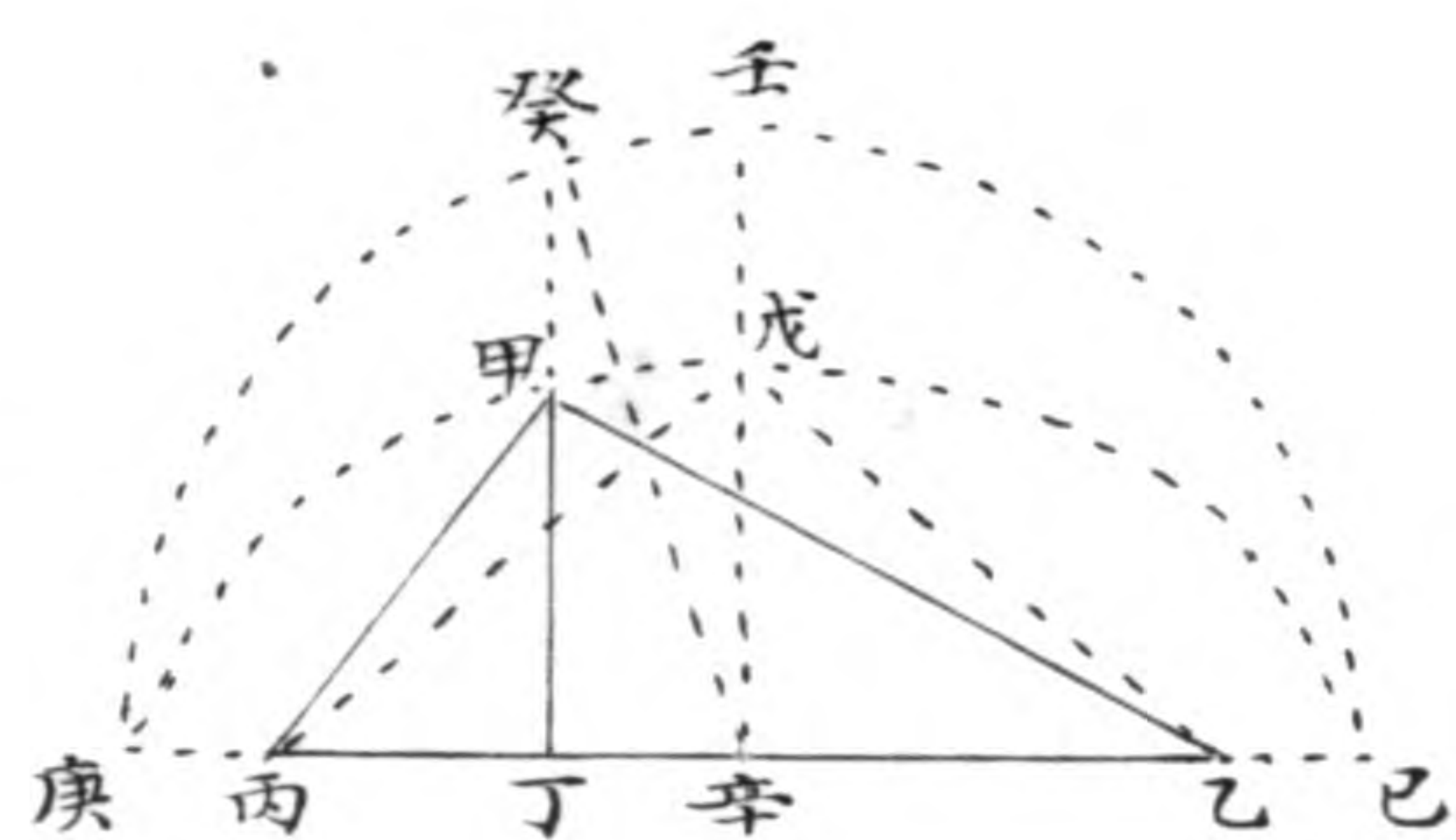


半總底邊較相乘之數  
除之則得乙辛丙辛兩  
較相乘之長方積以乙  
丙底為長闊和求得闊  
為丙辛與乙壬丙壬相  
加減而得甲乙甲丙也  
又法先求兩分底以兩  
腰和自乘得七百二十



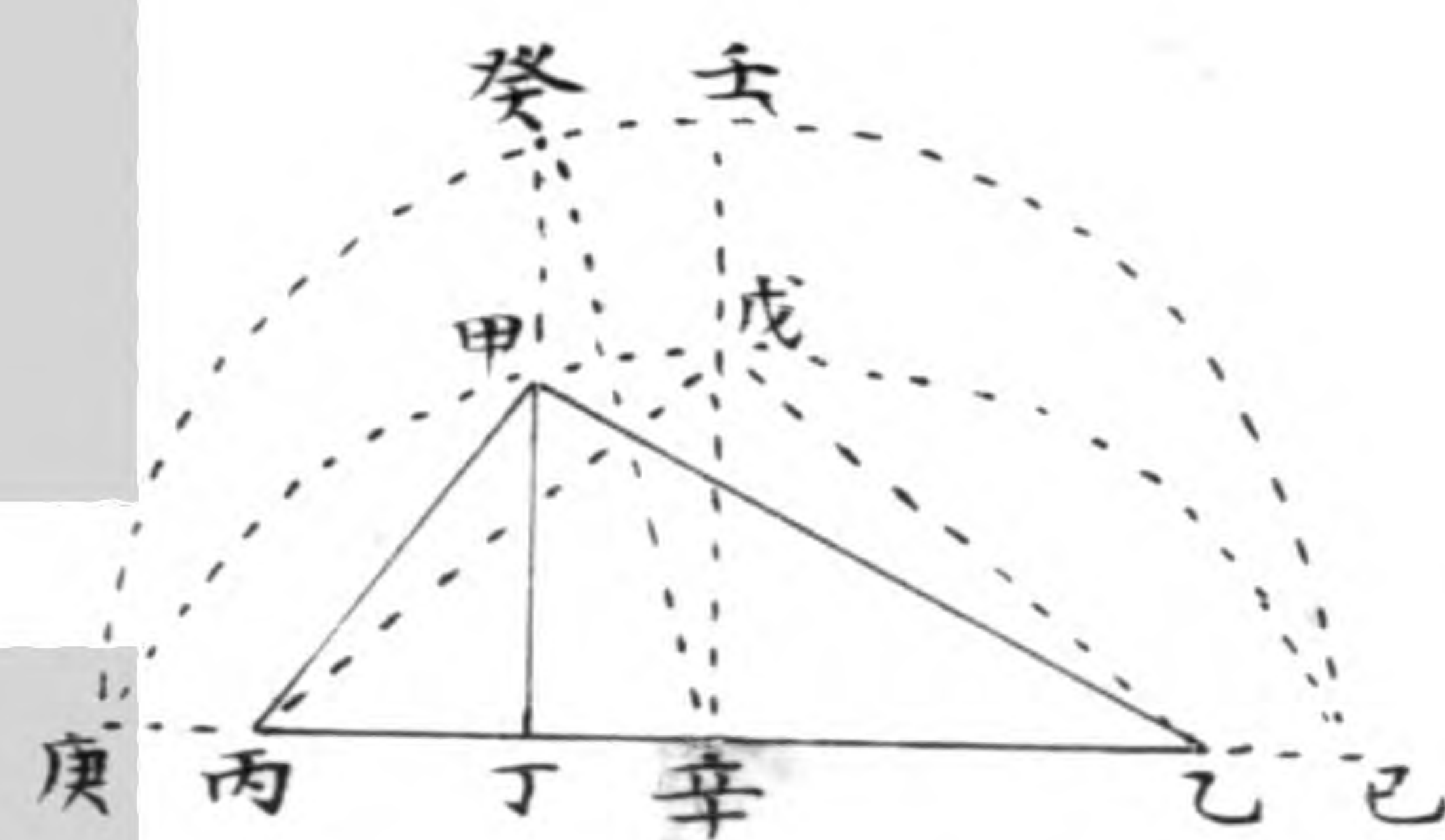


九尺底自乘得四百四  
 十一尺二數相減餘二  
 百八十八尺為一率兩  
 腰和自乘為二率倍中  
 垂線自乘得二百五十  
 六尺為三率求得四率  
 六百四十八尺與兩腰  
 和自乘積相減餘八十

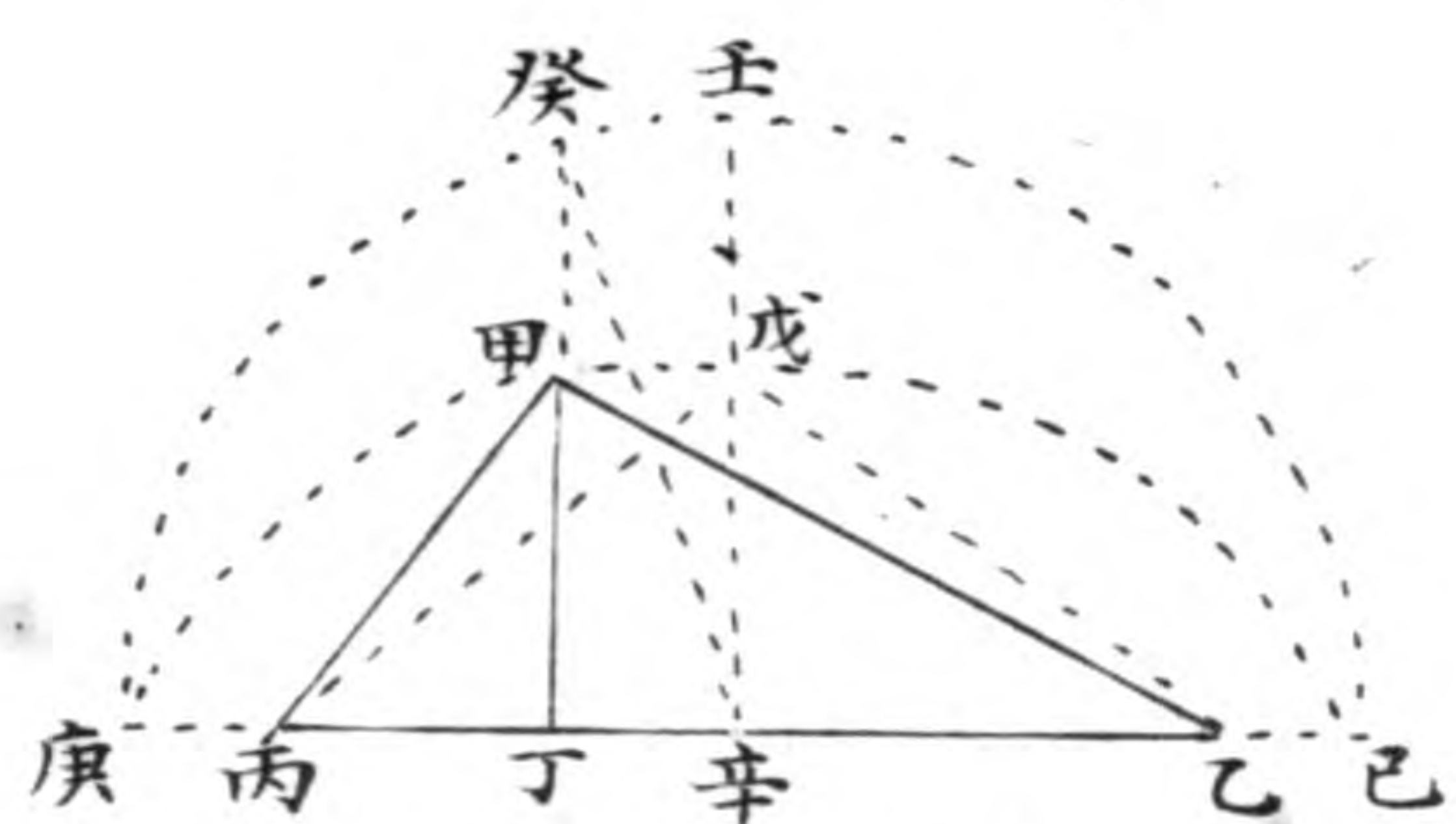


一尺平方開之得九尺  
 為兩分底之較與底邊  
 相減折半得六尺為小  
 分底相加折半得十五  
 尺為大分底既得兩分  
 底則用勾股求弦法即  
 得兩腰矣如圖甲乙丙  
 三角形甲乙為大腰甲



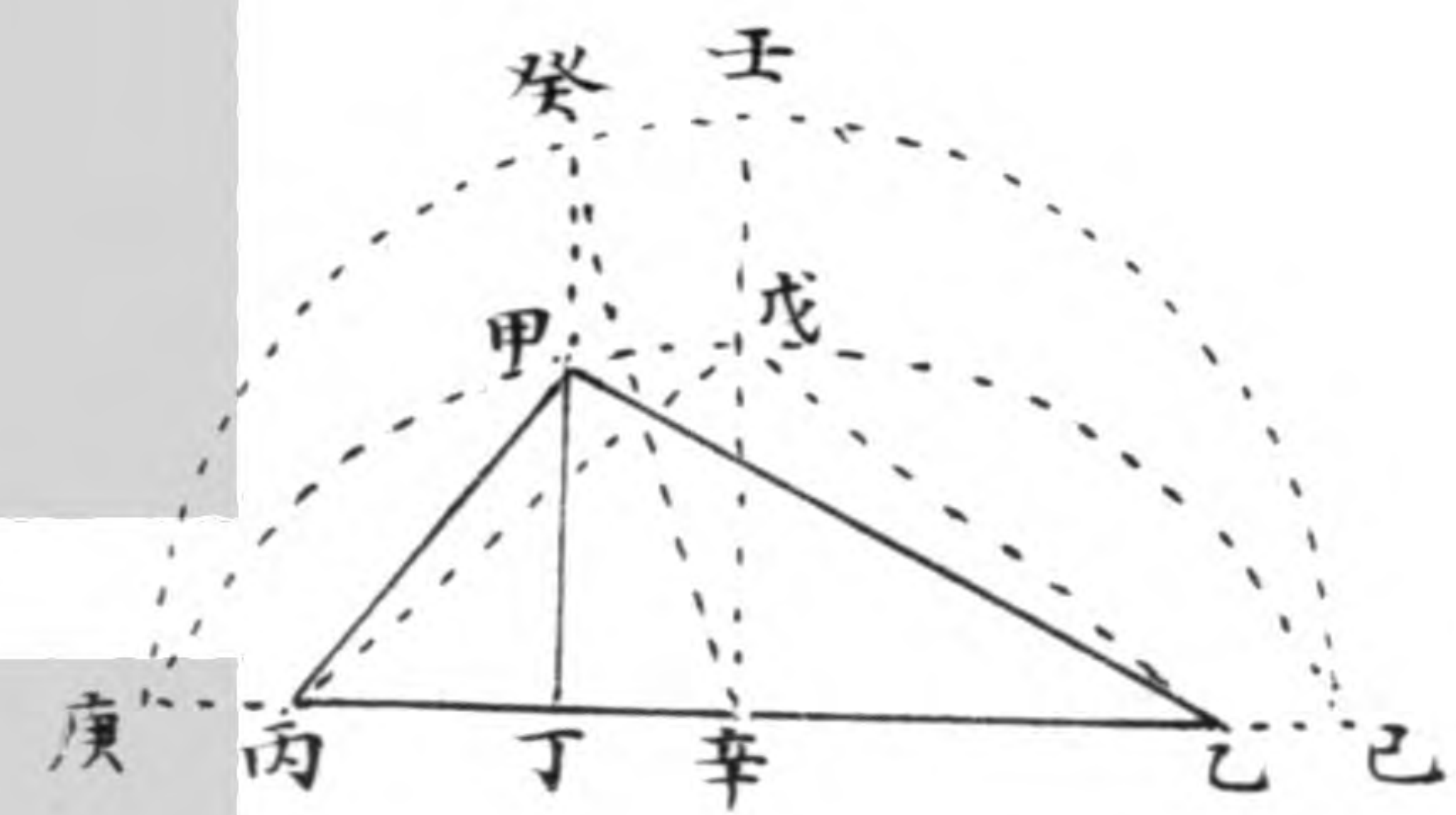


丙為小腰乙丙為底邊  
 甲丁為中垂線乙丁為  
 大分底丙丁為小分底  
 試以乙丙底為橢圓倍  
 兩心差甲乙甲丙為橢  
 圓兩大半徑之和作甲  
 戊己庚橢圓周己庚為  
 橢圓大徑與甲乙甲丙

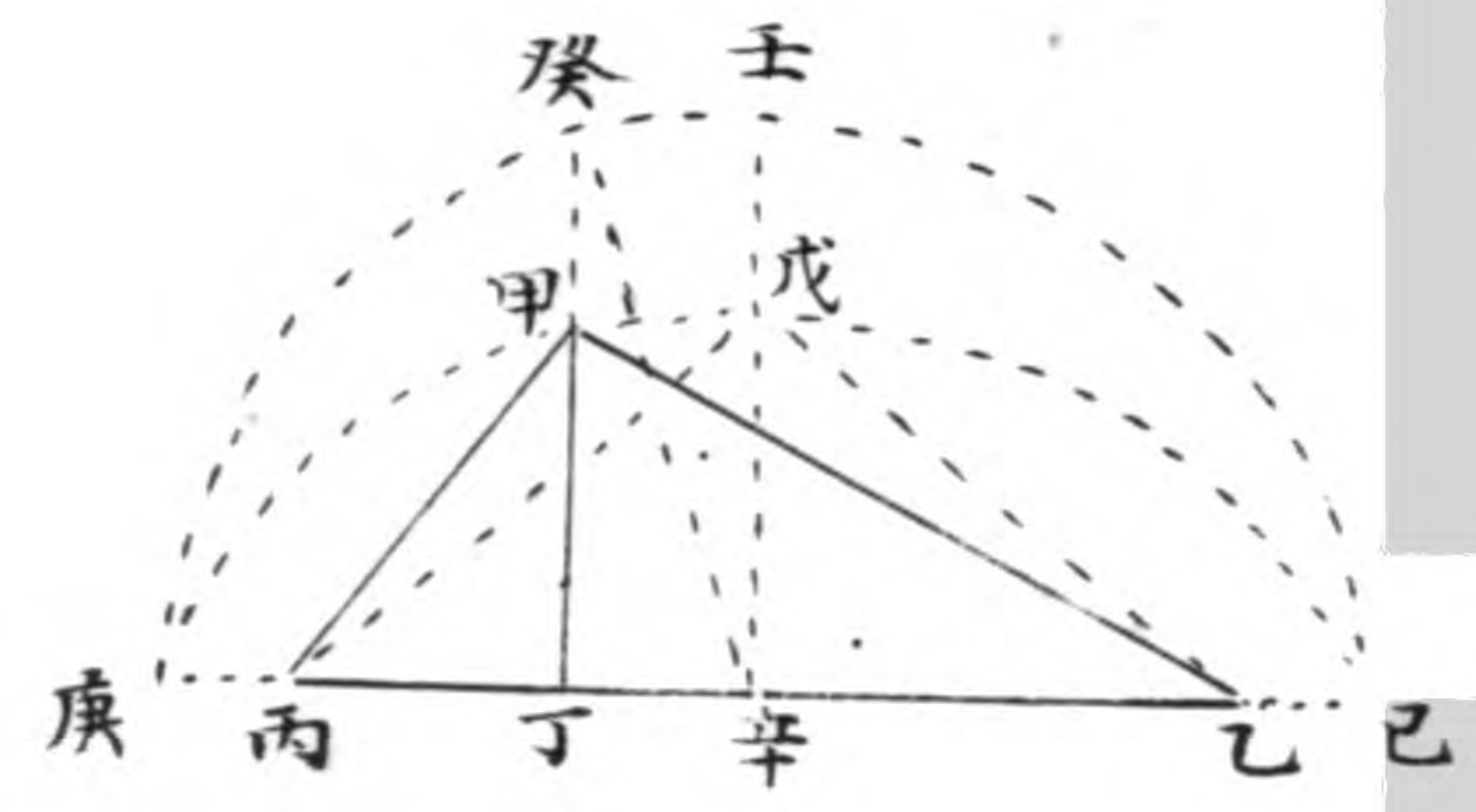


和等亦即與戊乙戊丙  
 和等辛為圓心戊辛為  
 橢圓小半徑復自圓心  
 依大半徑度作己壬庚  
 平圓將甲丁線引長至  
 癸自辛至癸作辛癸半  
 徑連成辛癸丁勾股形  
 法先用乙戊辛或丙戊



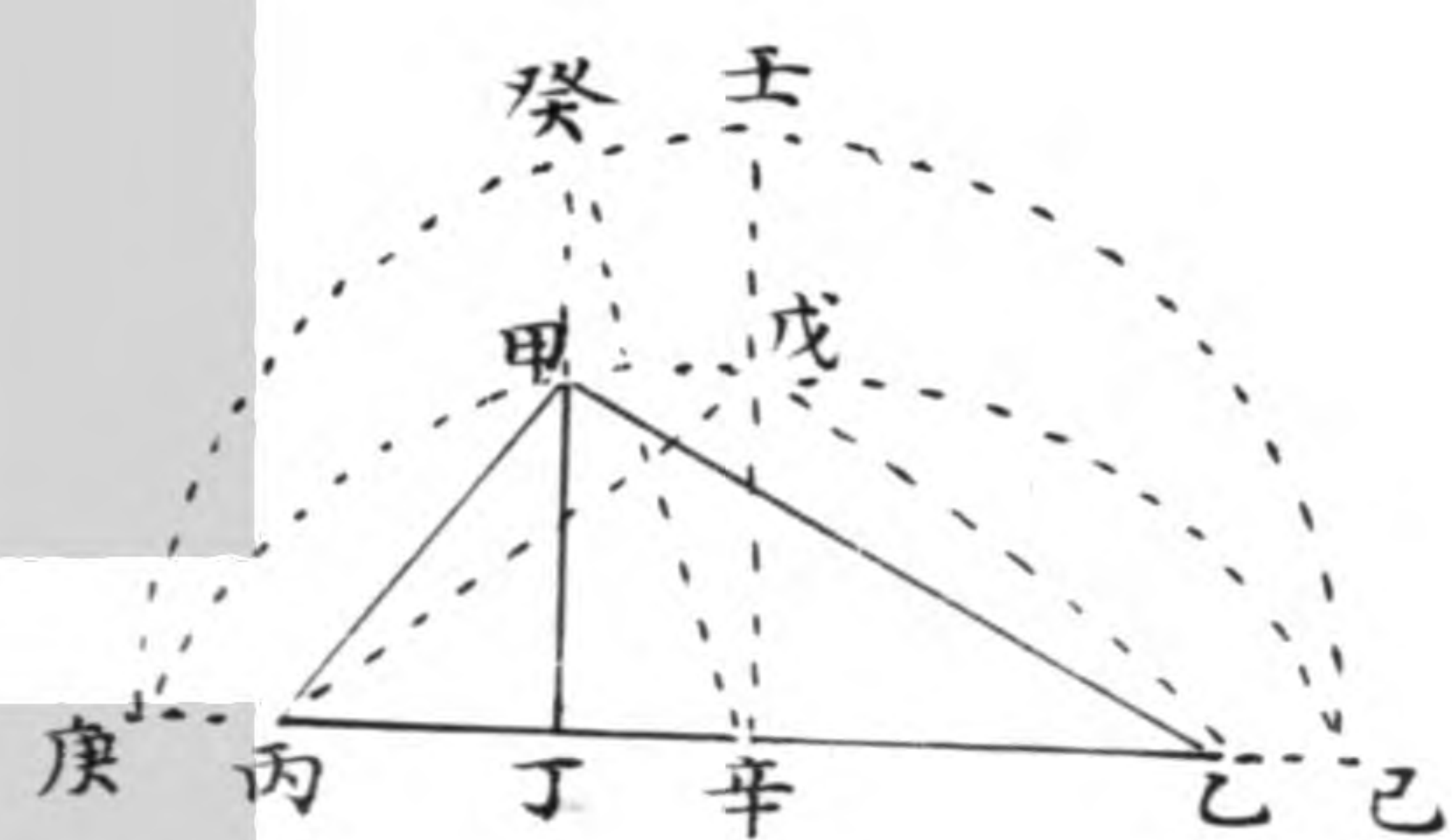


卒勾股形以乙戊弦乙  
 卒勾求得戊卒股為橢  
 圓小半徑次以橢圓半  
 徑戊卒與平圓半徑壬  
 卒之比同於橢圓正弦  
 即甲丁垂線與平圓正  
 弦癸丁之比而得癸丁  
 末用卒癸丁勾股形以

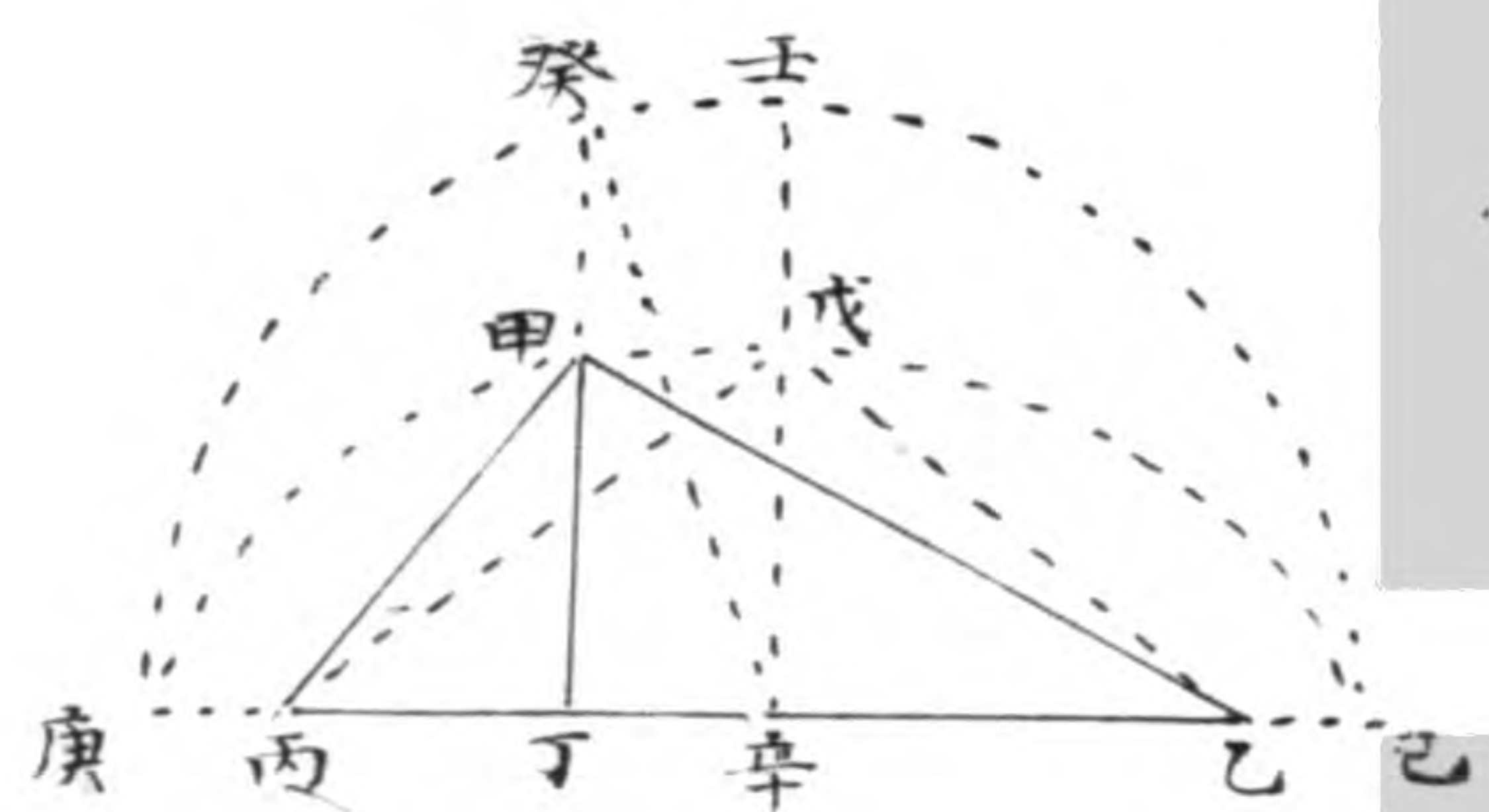


卒癸弦癸丁股求得丁  
 卒勾為乙丁丙丁兩分  
 底之半較與丙卒半底  
 邊相減餘丙丁為小分  
 底與乙卒半底邊相加  
 得乙丁為大分底然此  
 須乘除開方數次且其  
 數多奇零難盡今用面





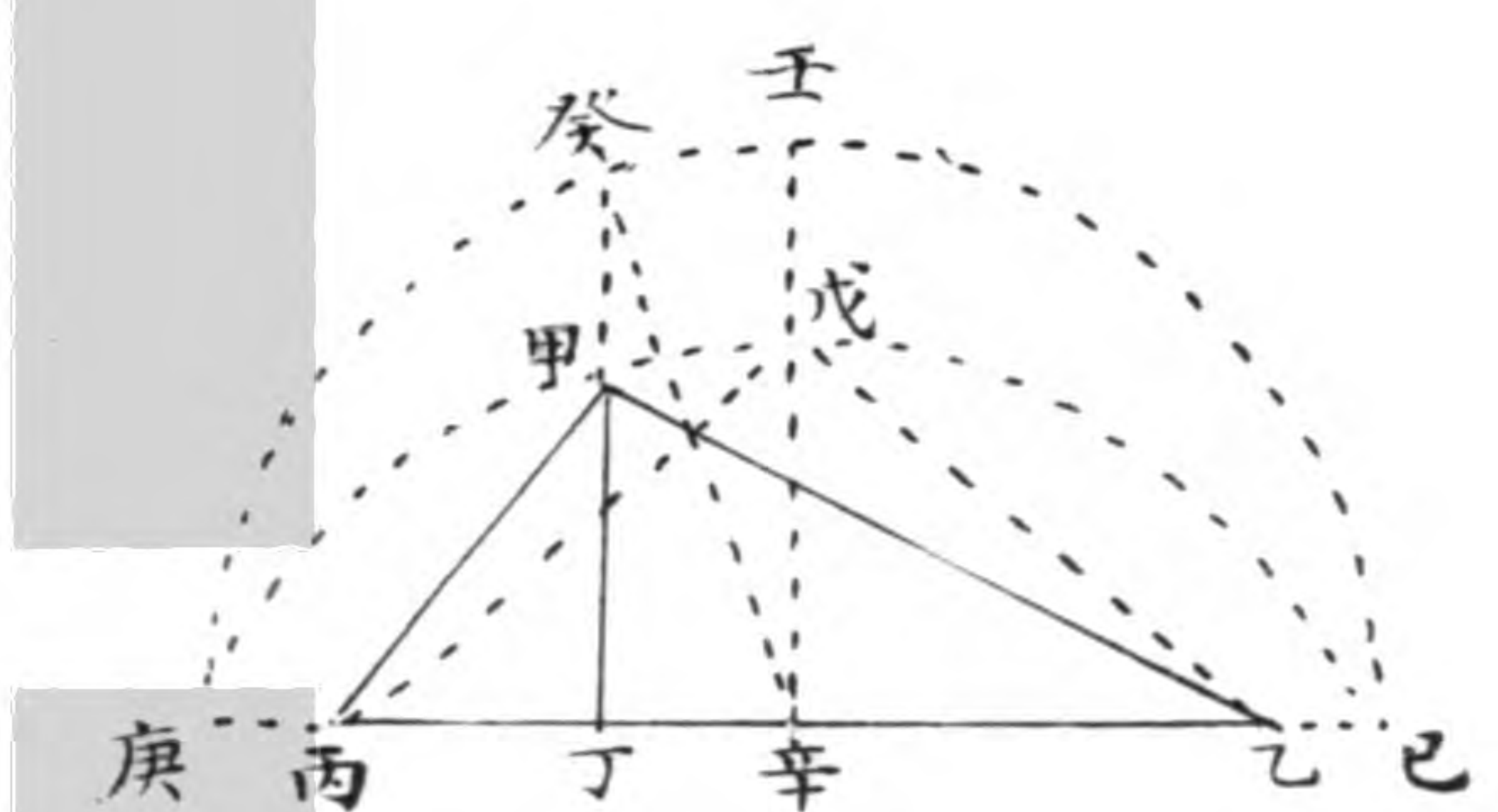
積之比例以乙戊弦方  
與乙辛勾方相減所餘  
之戊辛股方即橢圓半  
徑方與乙戊弦方即壬  
辛平圓半徑方之比同  
於甲丁中垂線方即橢  
圓正弦方與癸丁平圓  
正弦方之比而得癸丁



平圓正弦方為辛癸丁  
勾股形內之股方以減  
與辛癸弦方相等之乙  
戊方餘為丁辛半分底  
較方平方開之即得丁  
辛半分底較較之用邊  
線比例開方者為省算  
然用兩腰和之半底邊



之半數須折半遇單位者仍有一位奇零而相乘之面積內即帶兩位奇零面積與面積相乘內帶四位奇零故用兩腰和及底邊之全數倍中垂線求得全分底較尤為省便也

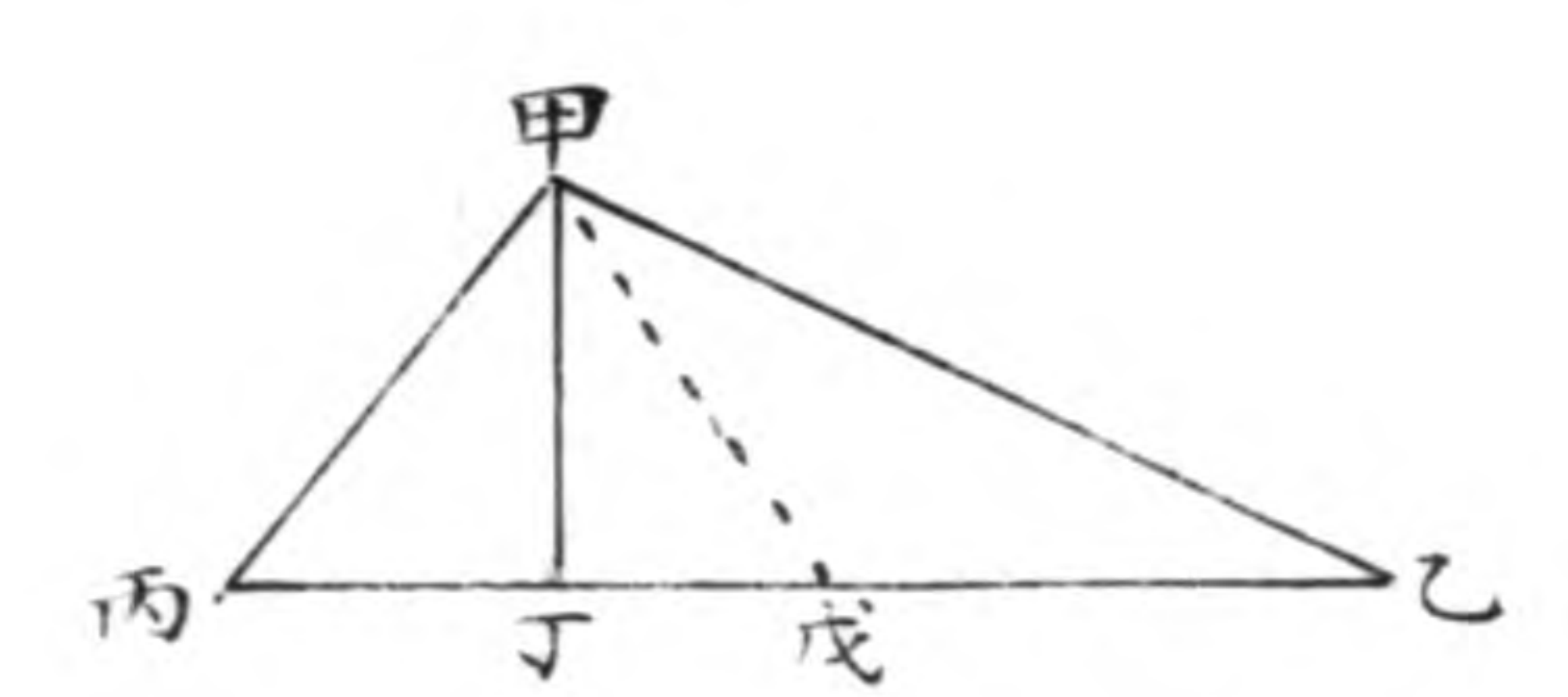


設有三角形中垂線八尺兩腰較七尺兩分底

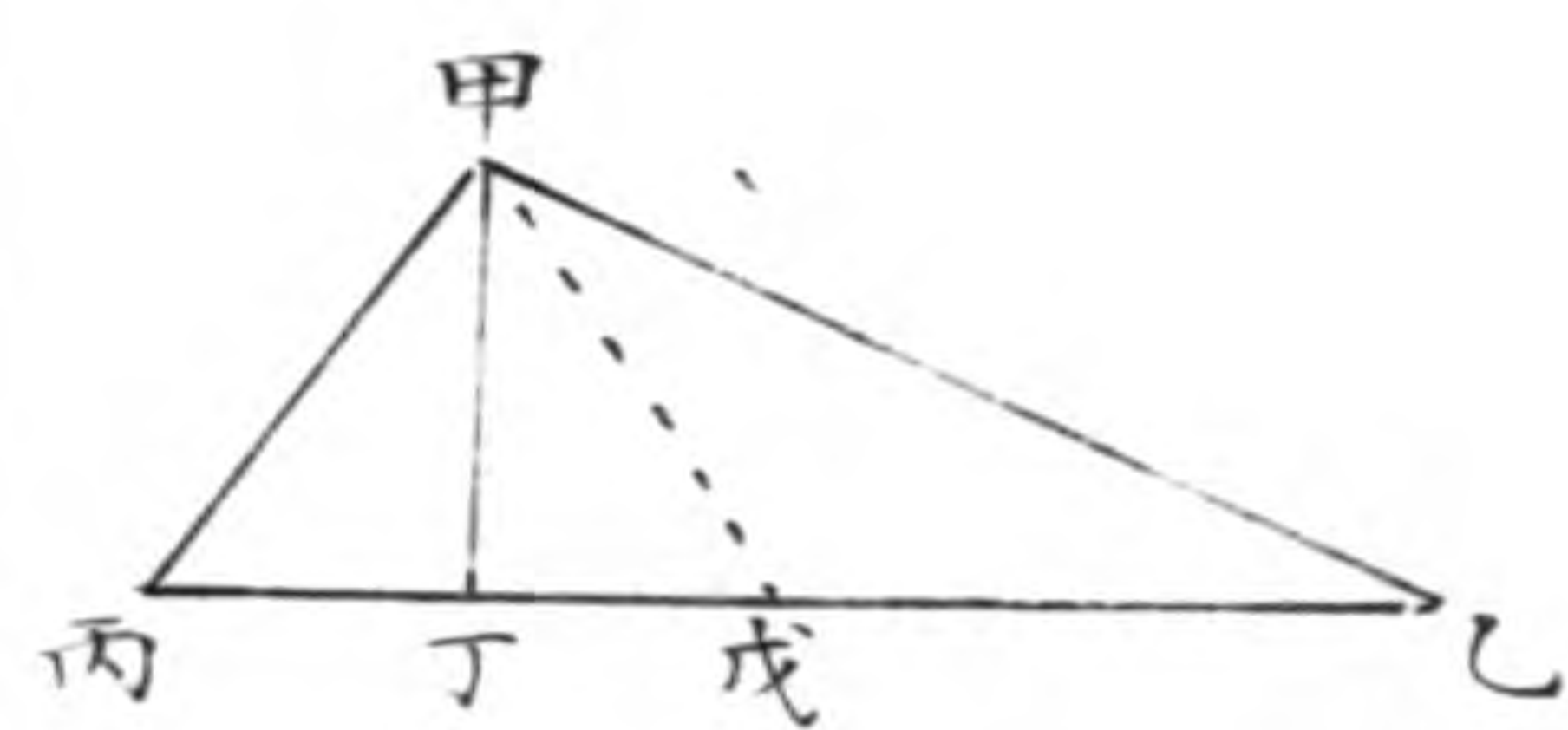
較九尺求兩腰及底邊各幾何

第三十三

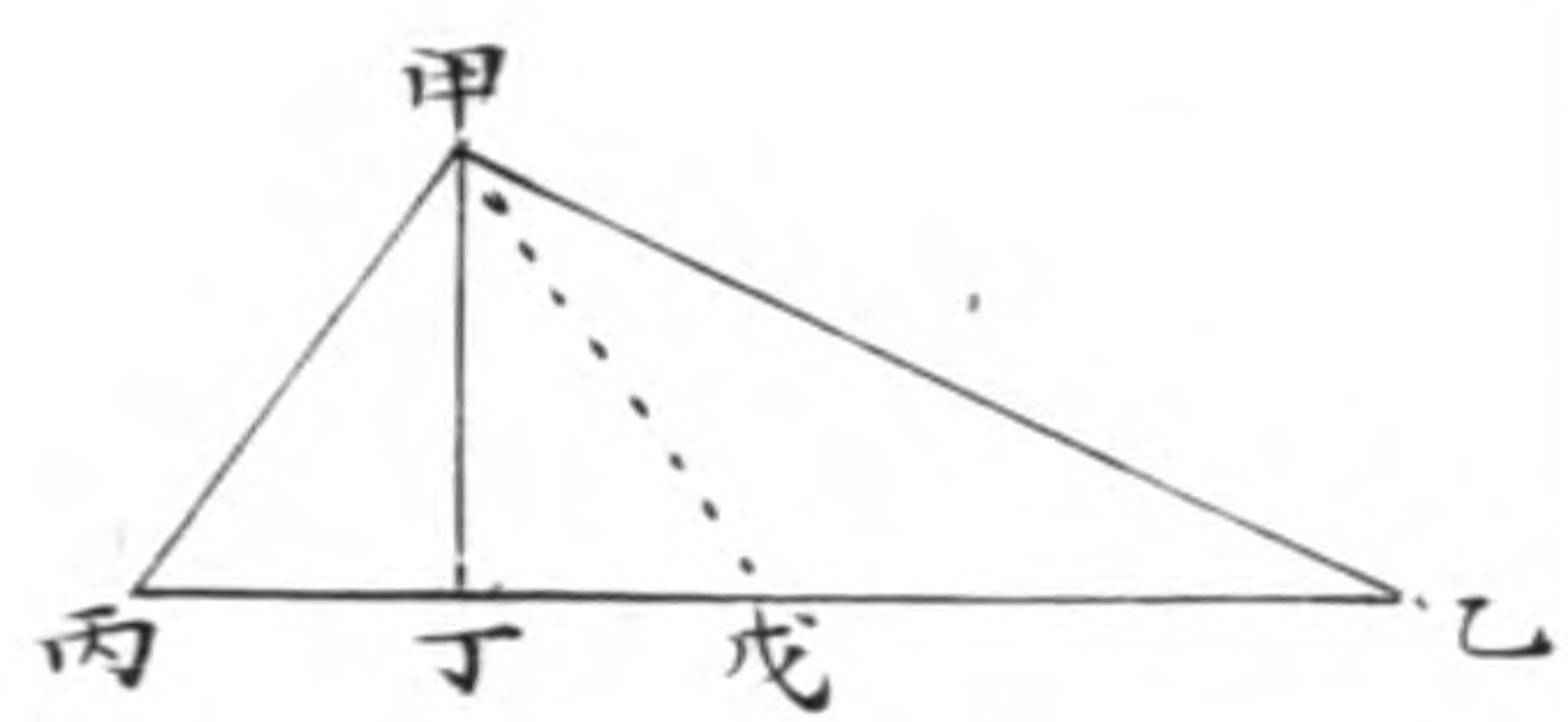
法以中垂線與分底較相乘得七十二尺折半得三十六尺為三角積自乘得一千二百九十六尺為實以分底較為六尺為實以分底較為底與兩腰較相減折半





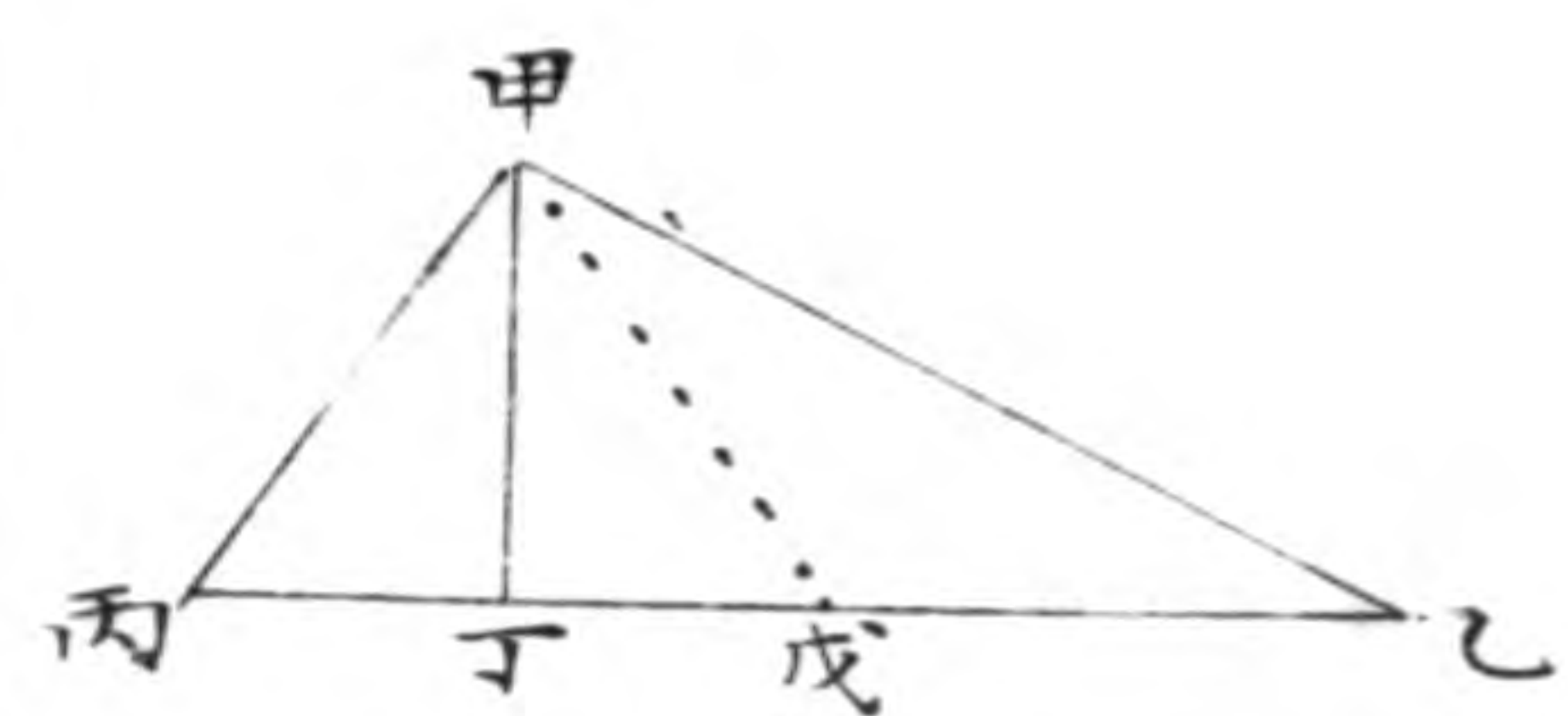


得一尺為半總與大腰  
 之較相加折半得八尺  
 為半總與小腰之較兩  
 較相乘得八尺為法除  
 實得一百六十二尺為  
 長方積以分底較為底  
 即為長闊較求得闊九  
 尺為半總與分底較為

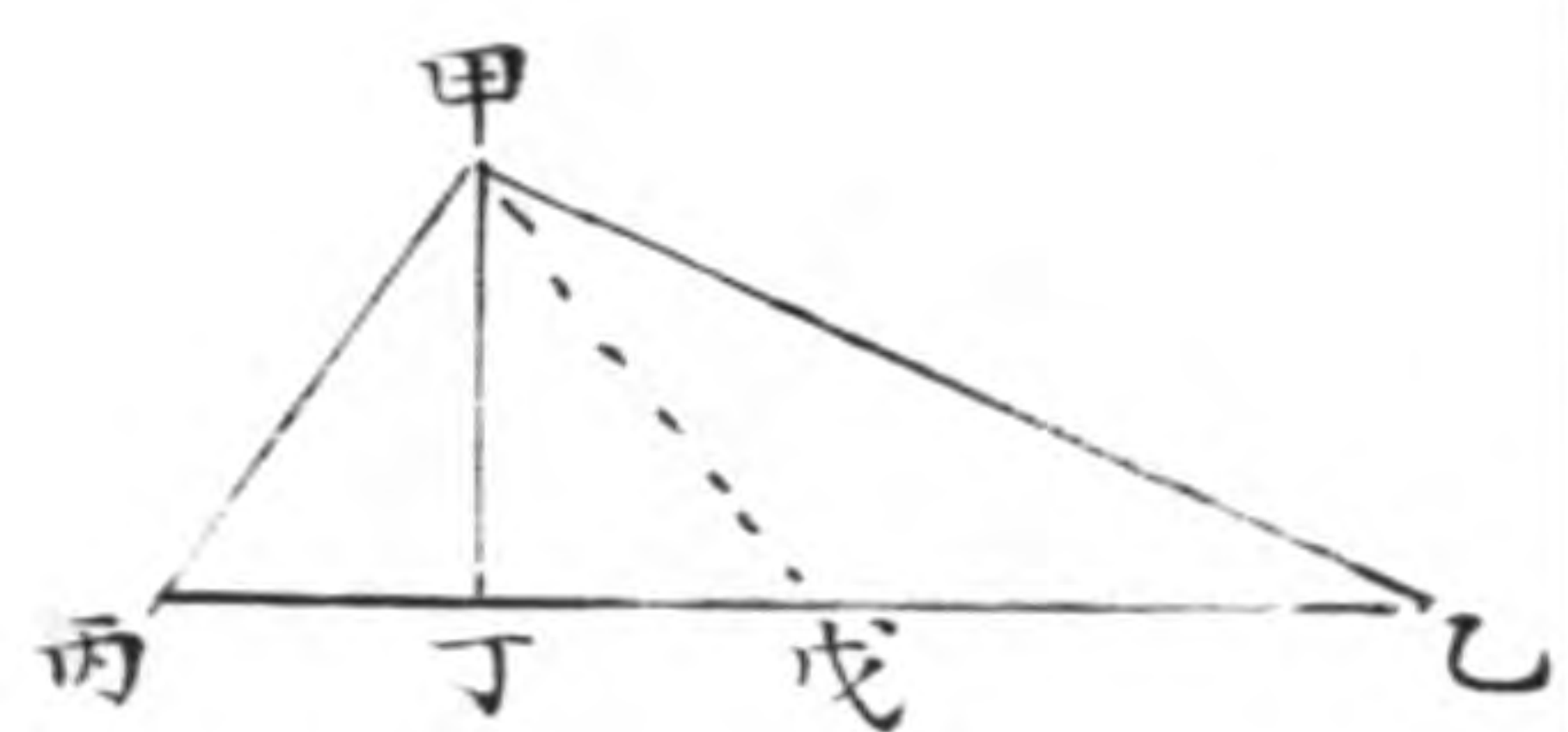


底之較以加半總與大  
 腰之較得十尺為小腰  
 以加半總與小腰之較  
 得十七尺為大腰既得  
 兩腰則以兩分底較與  
 兩腰較之比同於兩腰  
 和與底邊之比而得底  
 邊為二十一尺也如圖



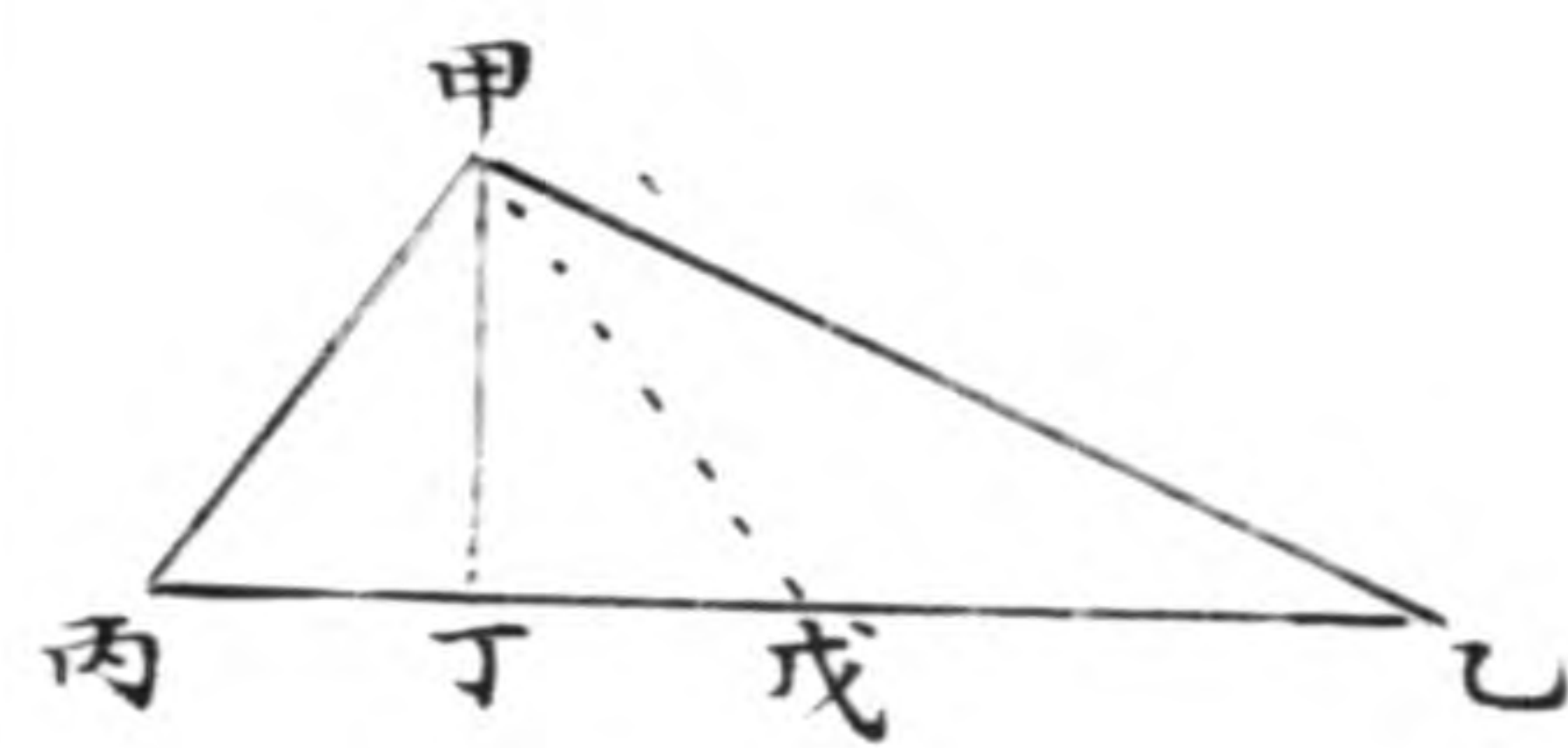


甲乙丙三角形甲乙為  
 大腰甲丙為小腰乙丙  
 為底甲丁為中垂線乙  
 丁為大分底丙丁為小  
 分底試自丁點取丙丁  
 之度截乙丁線於戊自  
 甲至戊作甲戊線與甲  
 丙等遂分為甲乙戊三



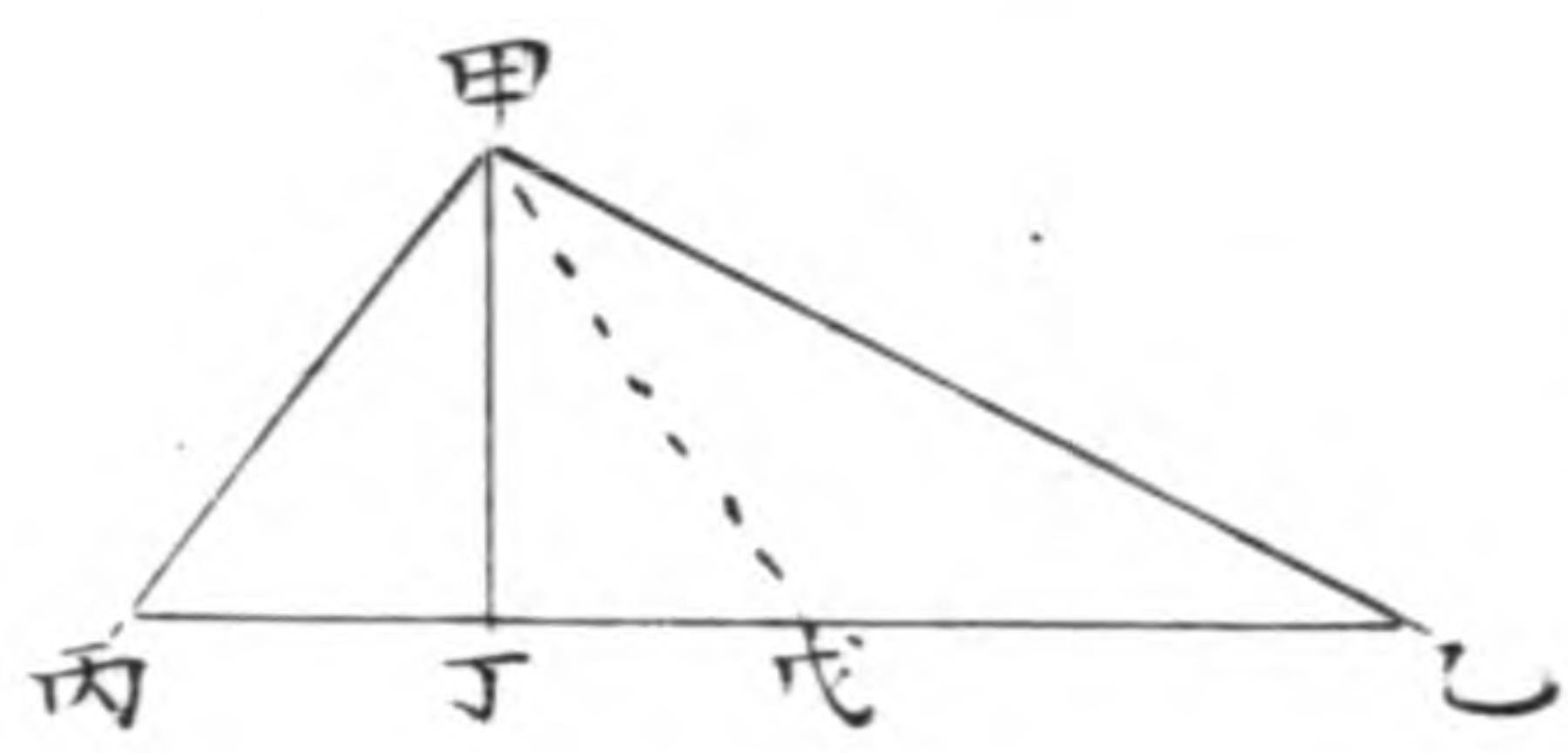
角形甲乙為大腰甲戊  
 為小腰乙戊為底邊甲  
 丁為形外垂線以甲丁  
 與乙戊相乘折半為甲  
 乙戊三角積乃用甲乙  
 戊三角形按前有三角  
 積有兩腰較有底邊先  
 求兩腰法求得甲乙大





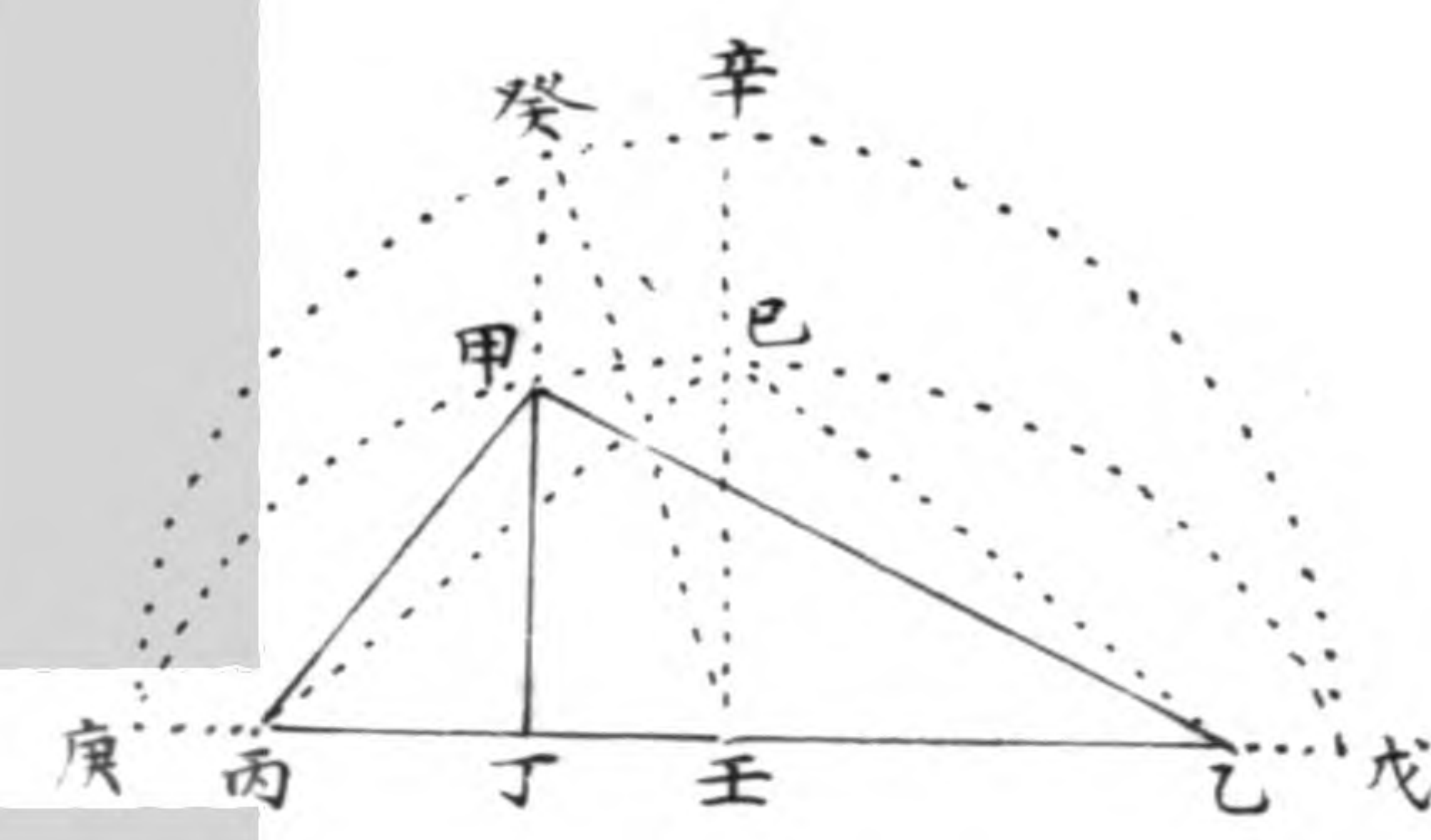
腰即甲乙丙形之大腰  
求得甲戊小腰即甲乙  
丙形之小腰也

又法以兩腰較自乘得  
四十九尺分底較自乘  
得八十一尺相減餘三  
十二尺為一率分底較  
自乘為二率倍中垂線

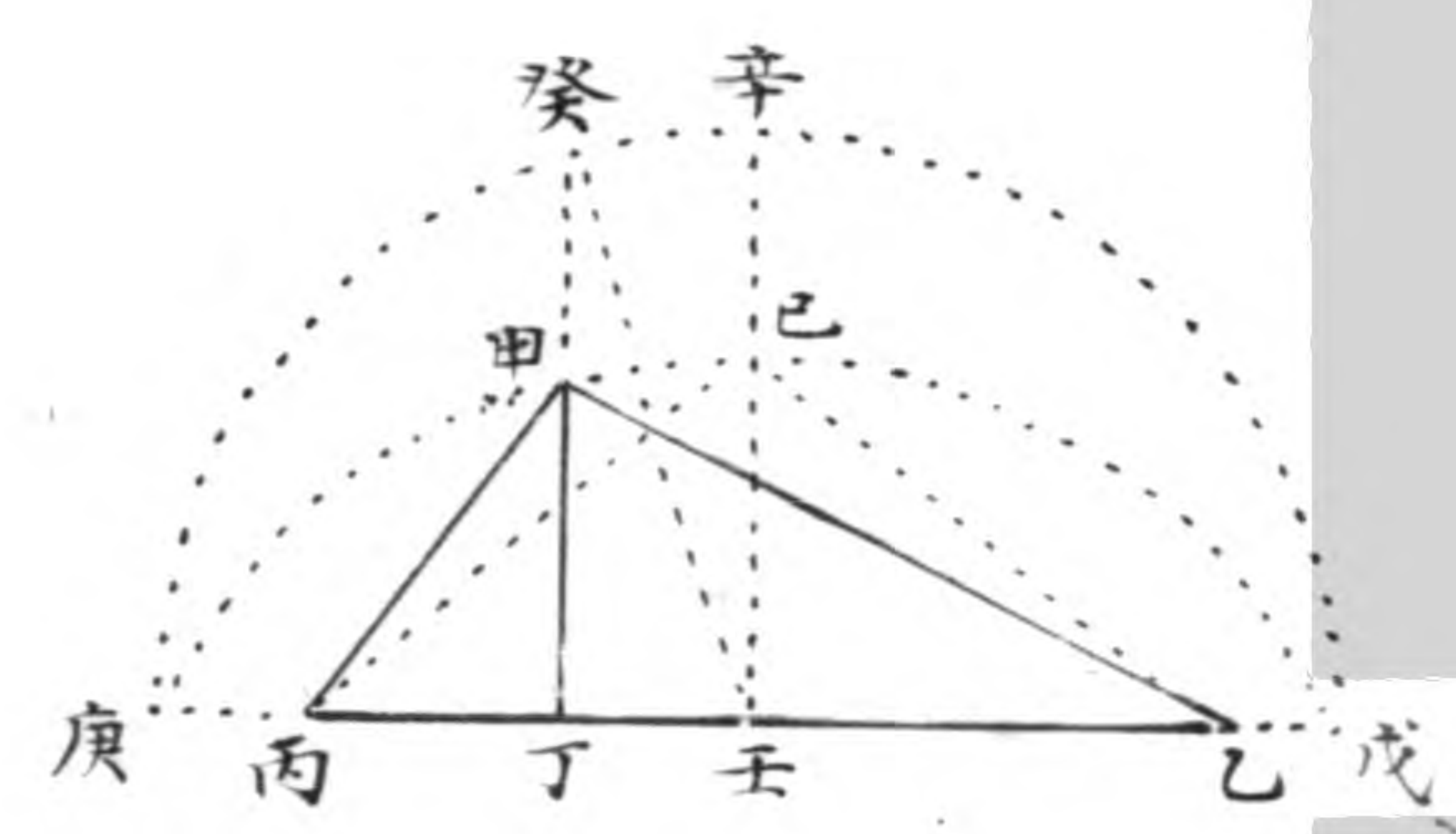


自乘為三率求得四率  
六百四十八尺為兩腰  
和自乘方兩分底較自  
乘方之較加兩分底較  
自乘得七百二十九尺  
為兩腰和自乘方平方  
開之得二十七尺為兩  
腰和與兩腰較相減折



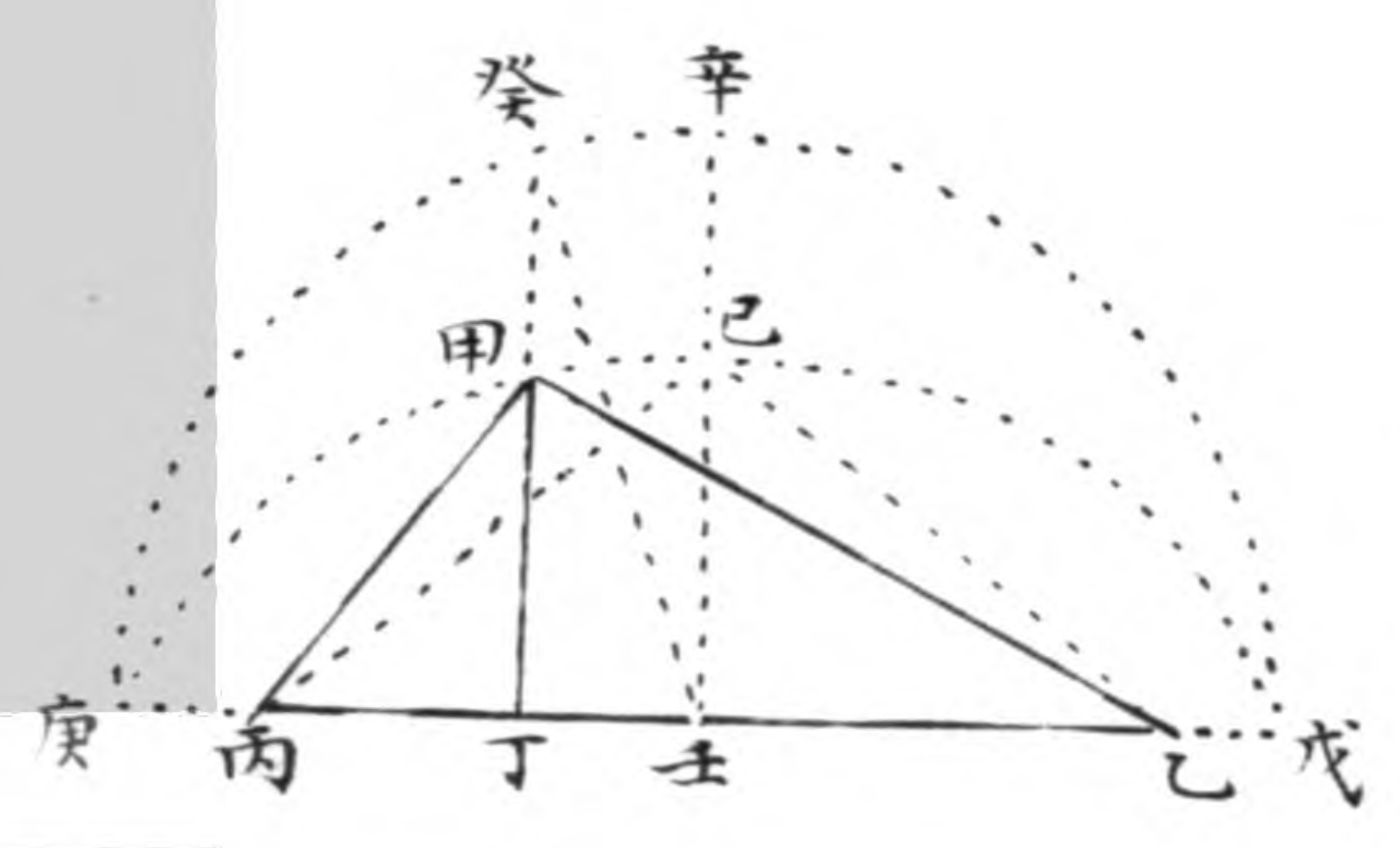


半得十尺為小腰相加  
 折半得十七尺為大腰  
 也如圖甲乙丙三角形  
 甲乙為大腰甲丙為小  
 腰乙丙為底甲丁為中  
 垂線依前作戊己庚擴  
 圓戊辛庚平圓己乙己  
 丙己壬辛壬壬癸甲癸

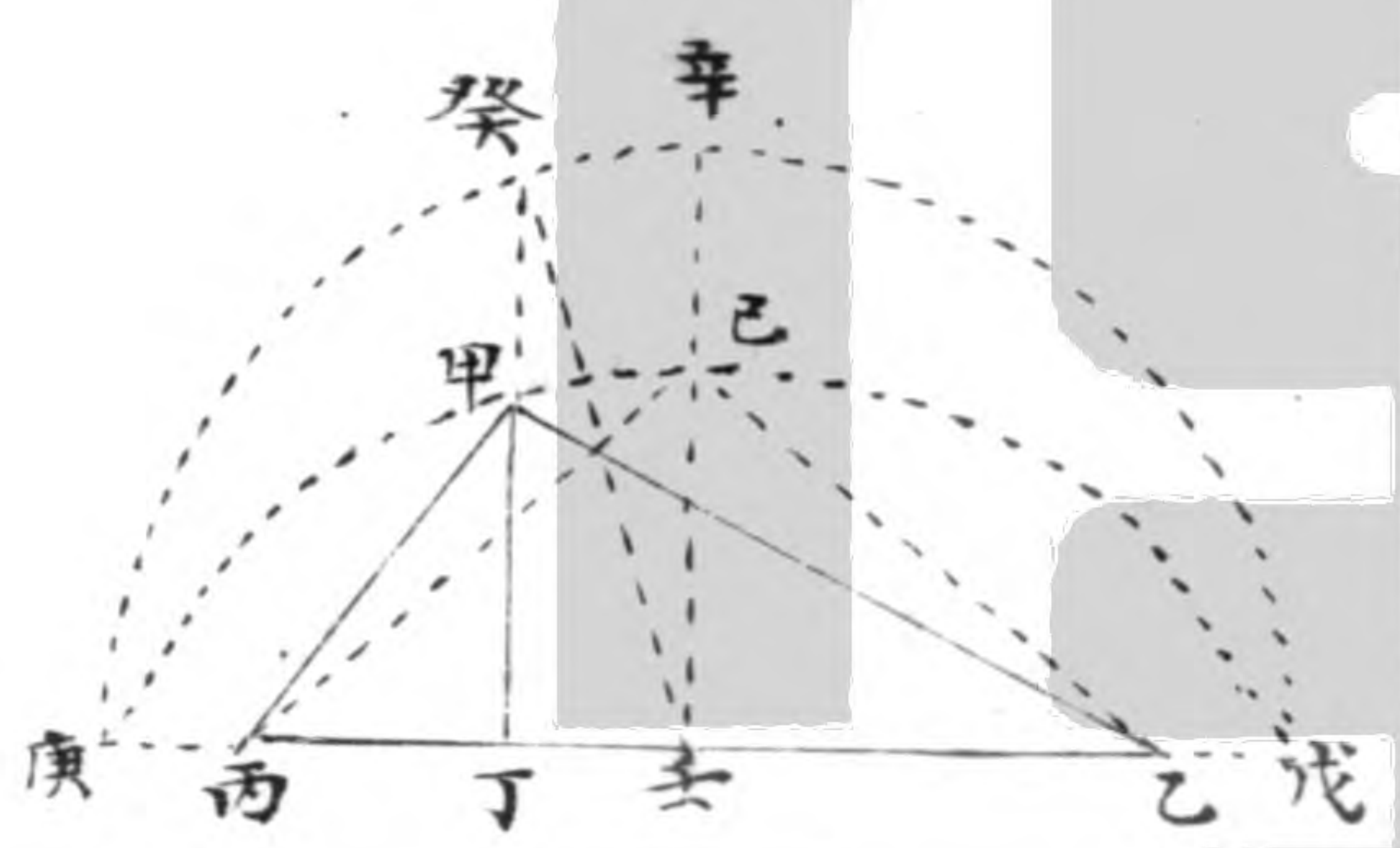


諸線前法以兩腰和即  
 倍己乙或己丙自乘方  
 減去乙丙底自乘方餘  
 倍己壬自乘方與兩腰  
 和即倍壬辛自乘方之  
 比即同於倍甲丁中垂  
 線自乘方與倍丁癸自  
 乘方之比今按兩腰和





與底邊之比原同於兩  
 分底較與兩腰較之比  
 則以兩分底較自乘方  
 減去兩腰較自乘方餘  
 積與兩分底較自乘方  
 之比必亦同於倍甲丁  
 中垂線自乘方與倍丁  
 癸自乘方之比既得倍

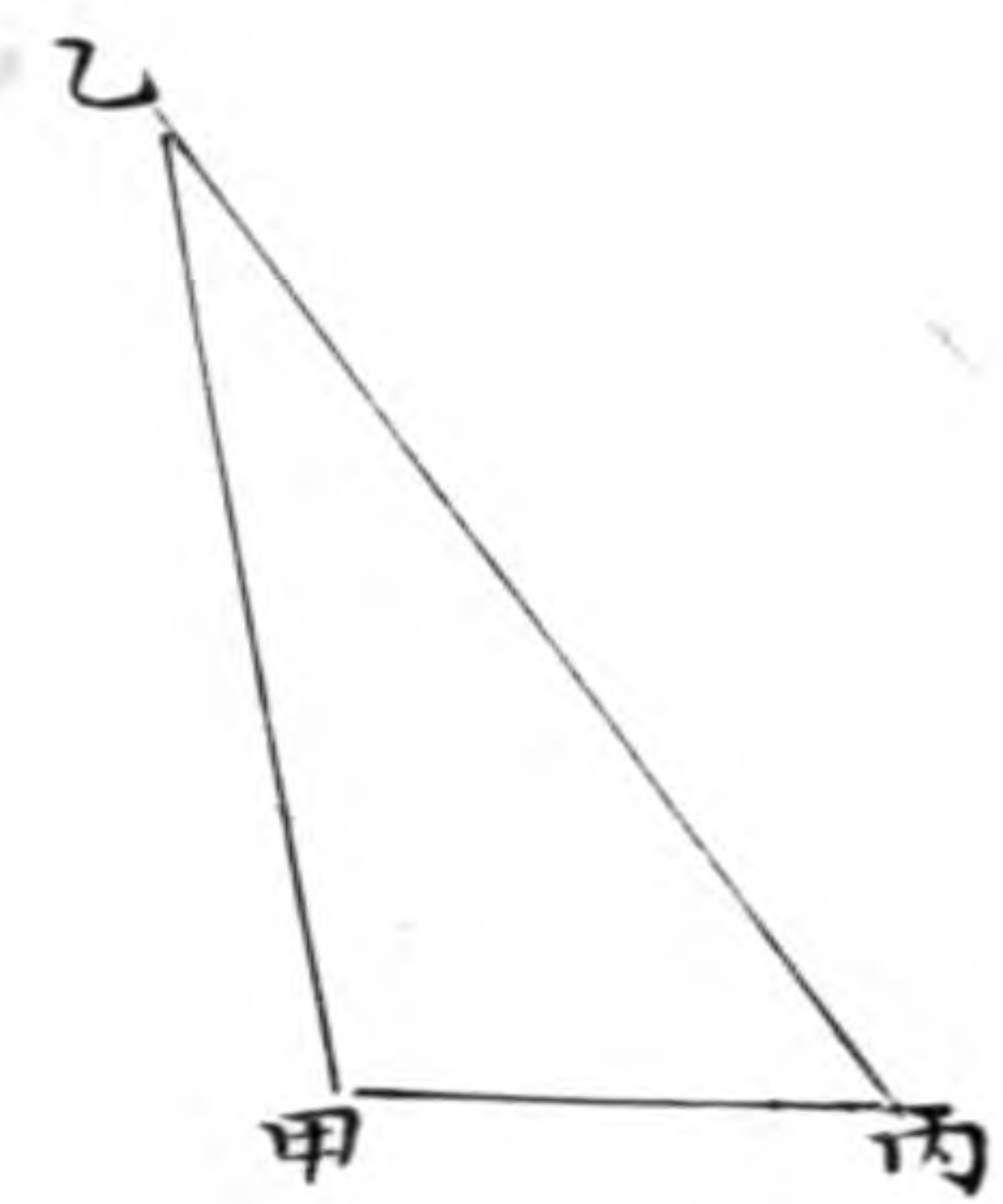


丁癸自乘方與倍丁壬  
 之兩分底較自乘方相  
 加則得倍壬癸即兩腰  
 和之自乘方矣





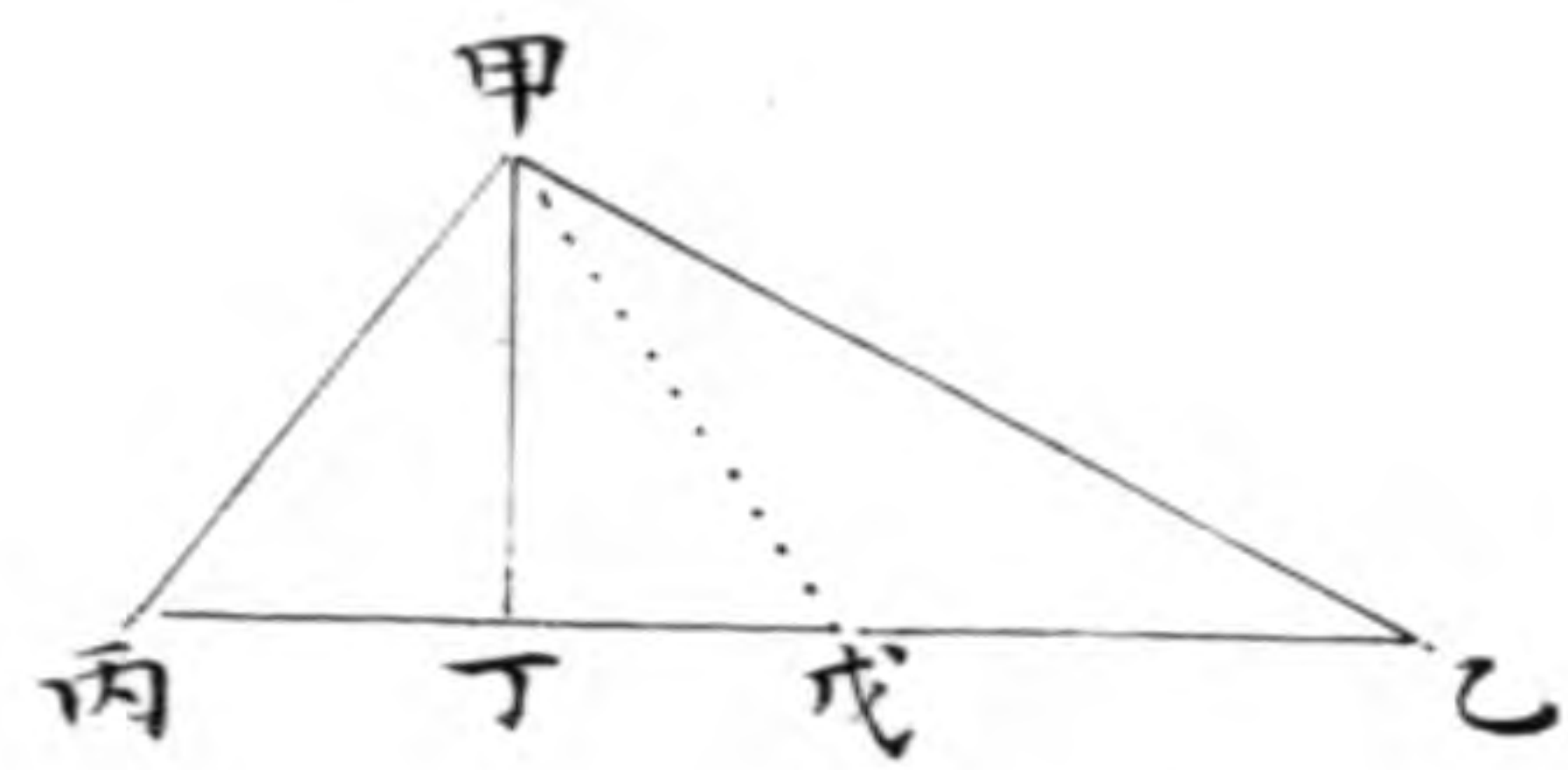




形之大腰求得大腰二  
 十一尺為原三角形之  
 底邊倍三角積為實底  
 邊為法除之得八尺為  
 中垂線其比例之理同  
 前

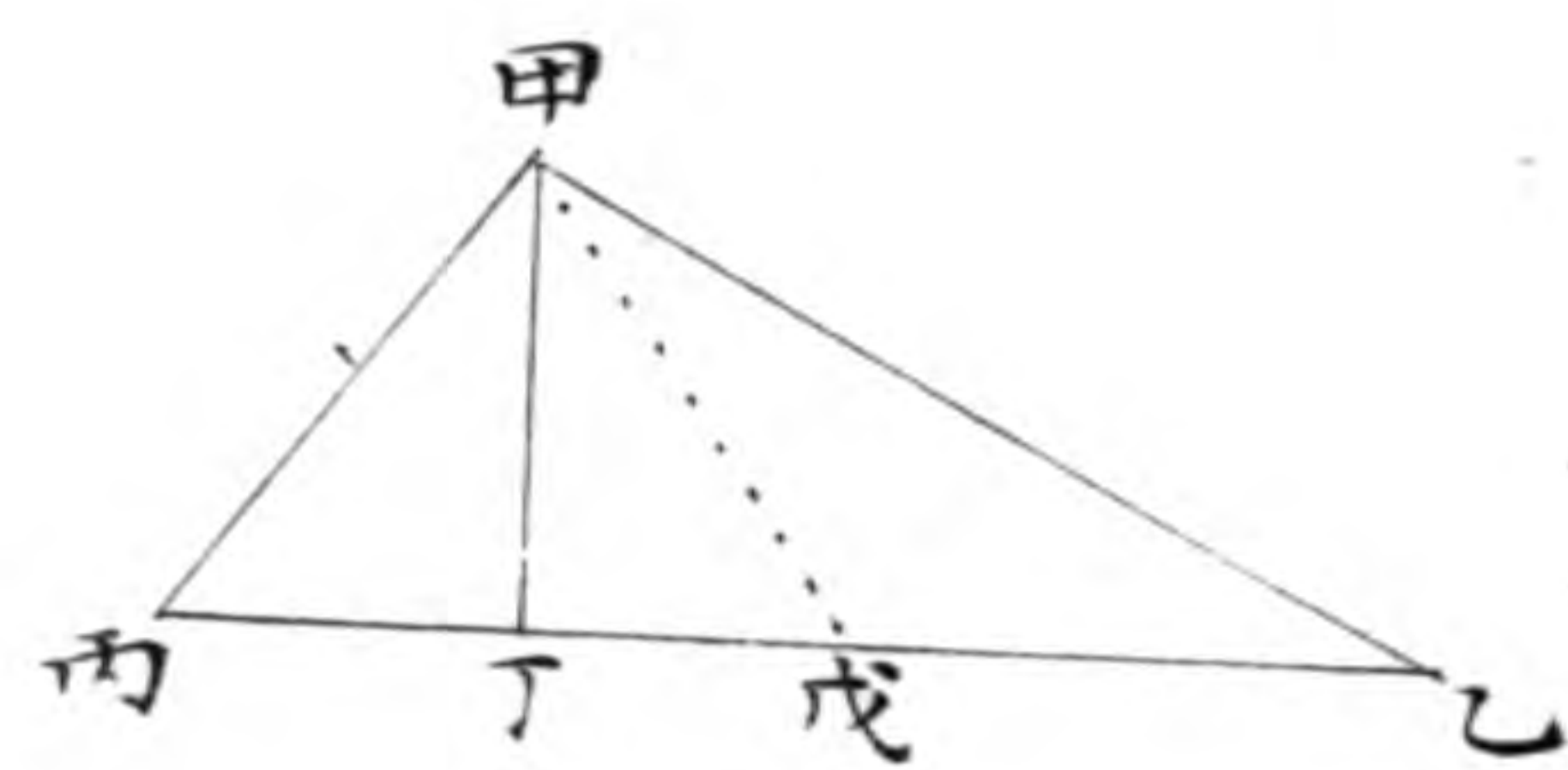
設有三角形中垂線八尺兩腰和二十七尺分

底較九尺求兩腰及底邊各幾何 第三十五

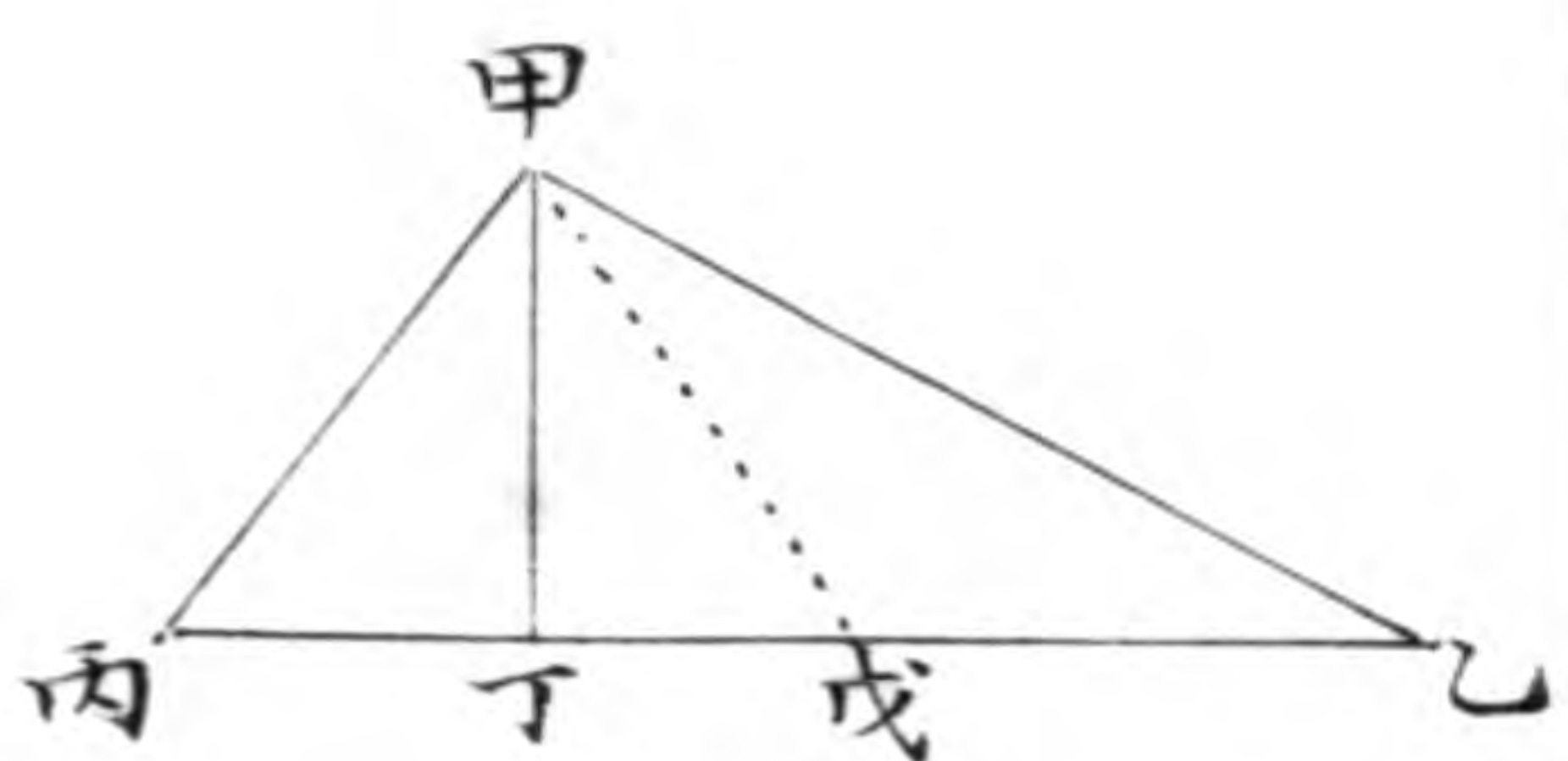


法以分底較為底中垂  
 線為形外垂線相乘得  
 七十二尺折半得三十  
 六尺為三角積自乘得  
 一千二百九十六尺為  
 實以兩腰和與分底較



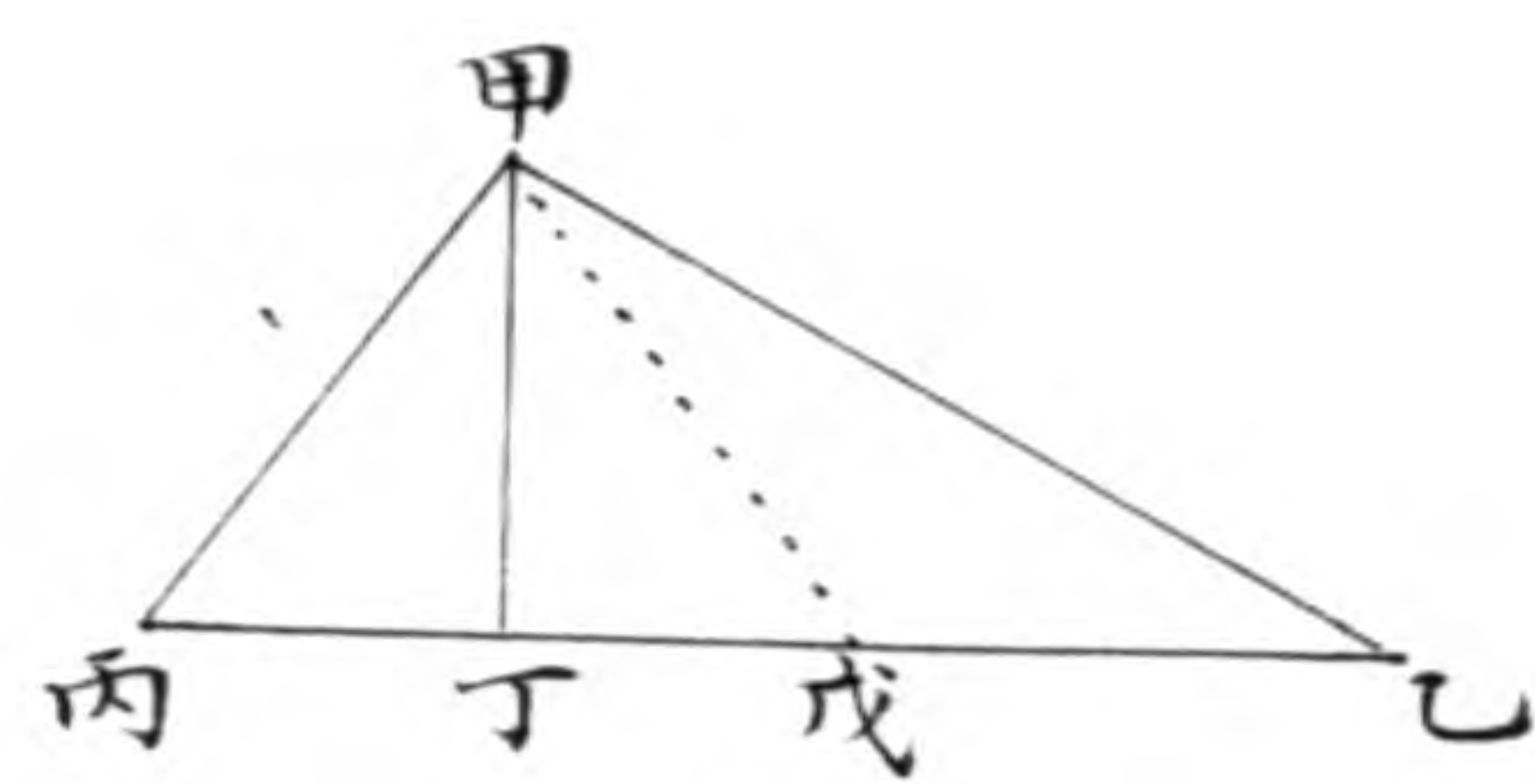


相減折半得九尺為半  
 總與分底較之較相加  
 折半得十八尺為半總  
 總較相乘得一百六十  
 二尺為法除實得八尺  
 為長方積以分底較為  
 長闊和求得闊一尺以  
 加半總與分底較之較

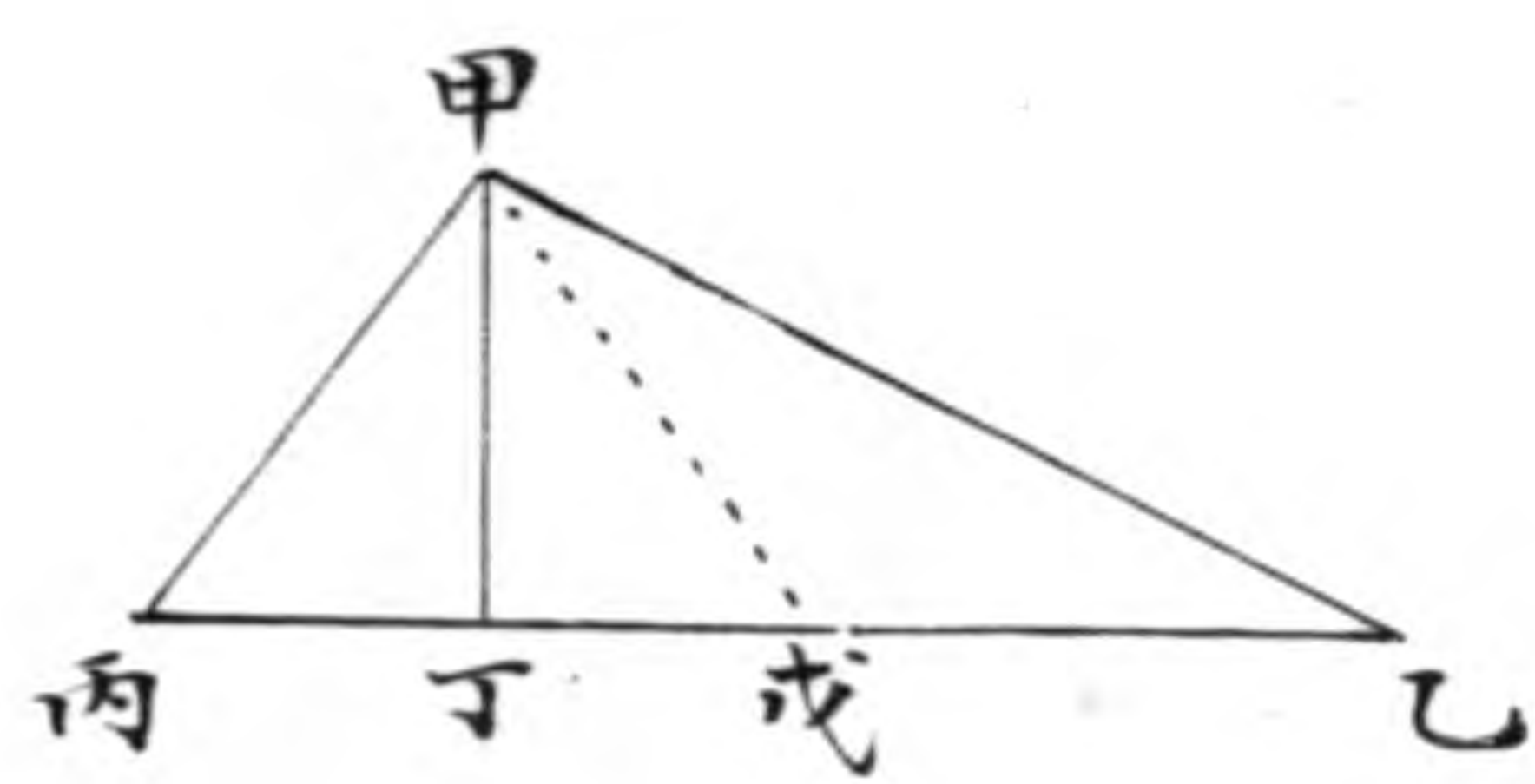


得十尺為小腰以減半  
 總餘十七尺為大腰次  
 以分底較為一率兩腰  
 較為二率兩腰和為三  
 率求得四率二十一尺  
 為底邊如圖甲乙丙三  
 角形甲乙為大腰甲丙  
 為小腰乙丙為底甲丁



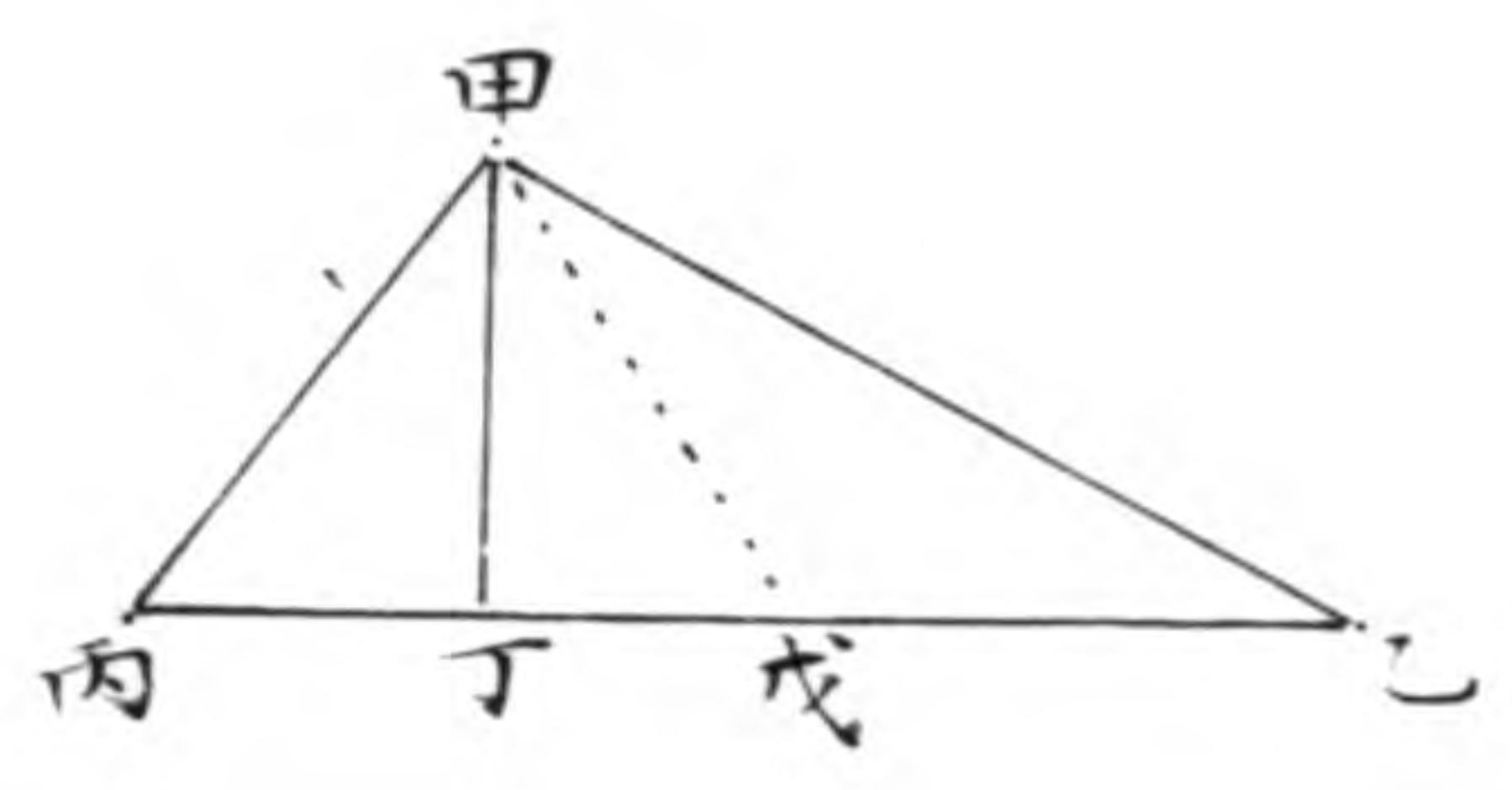


為中垂線乙丁為大分  
 底丙丁為小分底試自  
 丁取丙丁之分至戊作  
 甲戊線遂分為甲乙戊  
 三角形甲乙為大腰甲  
 戊與甲丙等為小腰乙  
 戊為底甲丁為形外垂  
 線甲丁乙戊相乘折半

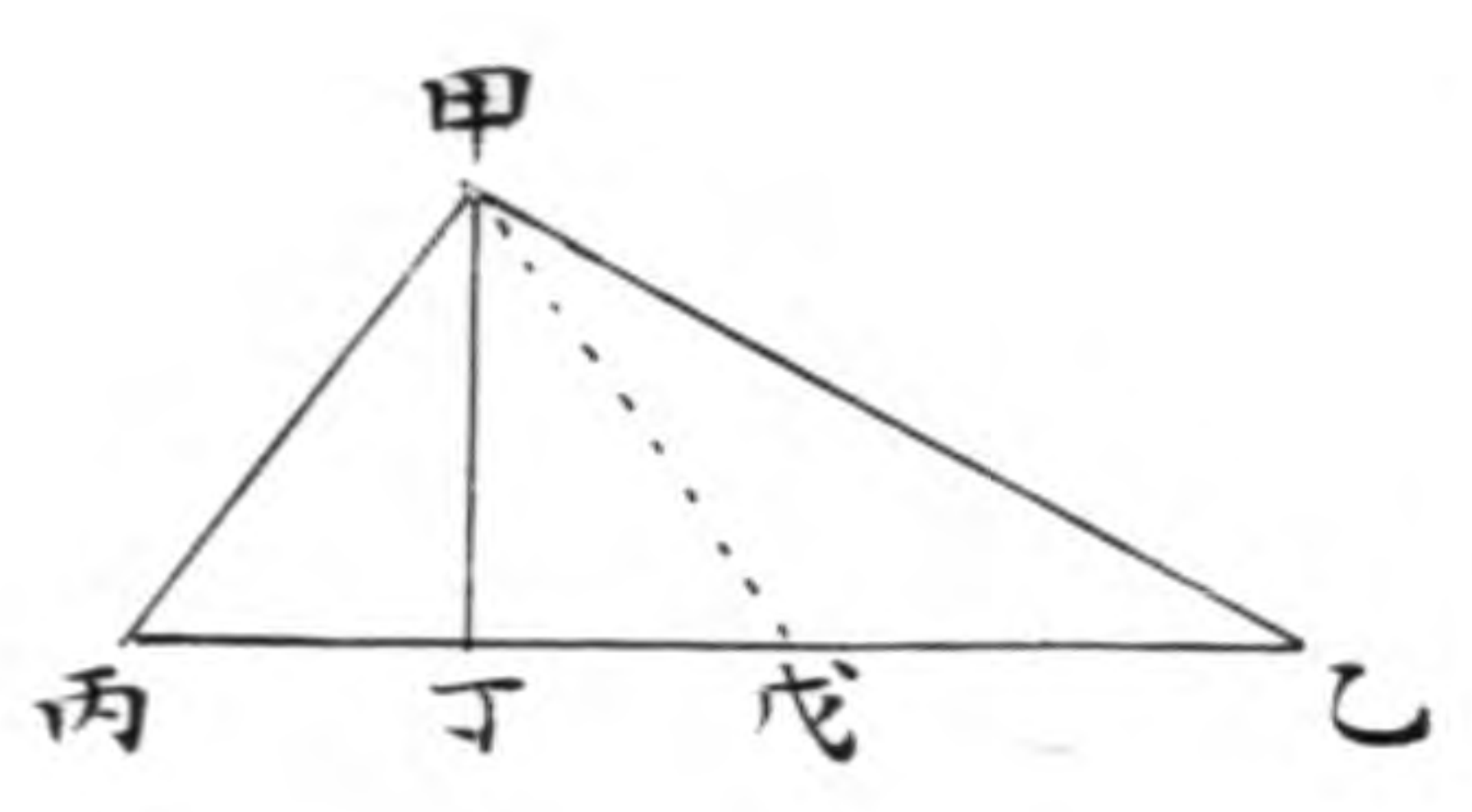


得甲乙戊三角積乃用  
 甲乙甲戊兩腰和及乙  
 戊底邊按前法求得甲  
 乙為大腰甲戊與甲丙  
 等為小腰也  
 又法先求底邊以兩腰  
 和自乘得七百二十九  
 尺分底較自乘得八十



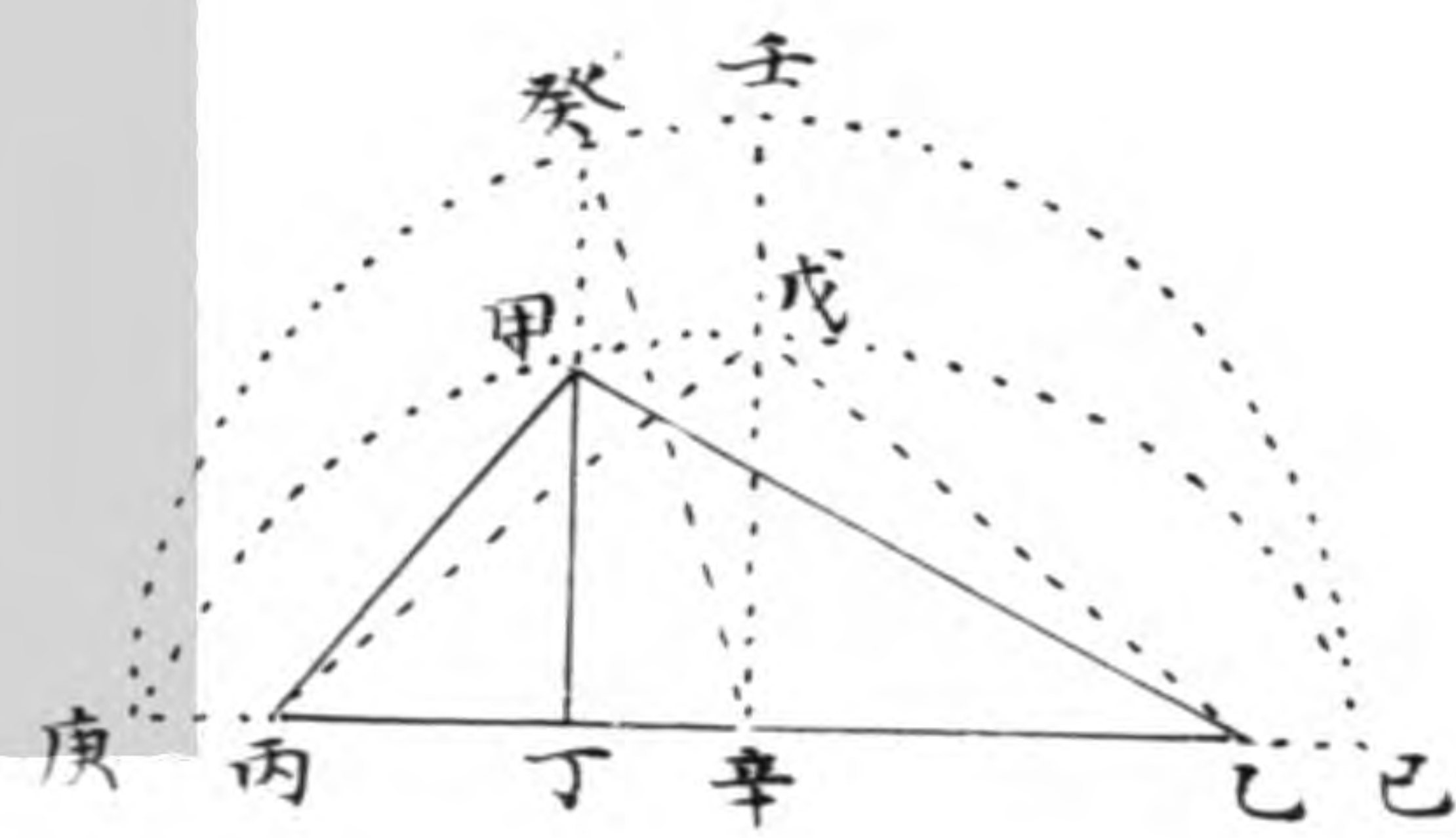


一尺二數相減餘六百  
 四十八尺為一率倍中  
 垂線自乘得二百五十  
 六尺為二率兩腰和自  
 乘為三率求得四率二  
 百八十八尺與兩腰和  
 自乘數相減餘四百四  
 十一尺平方開之得二

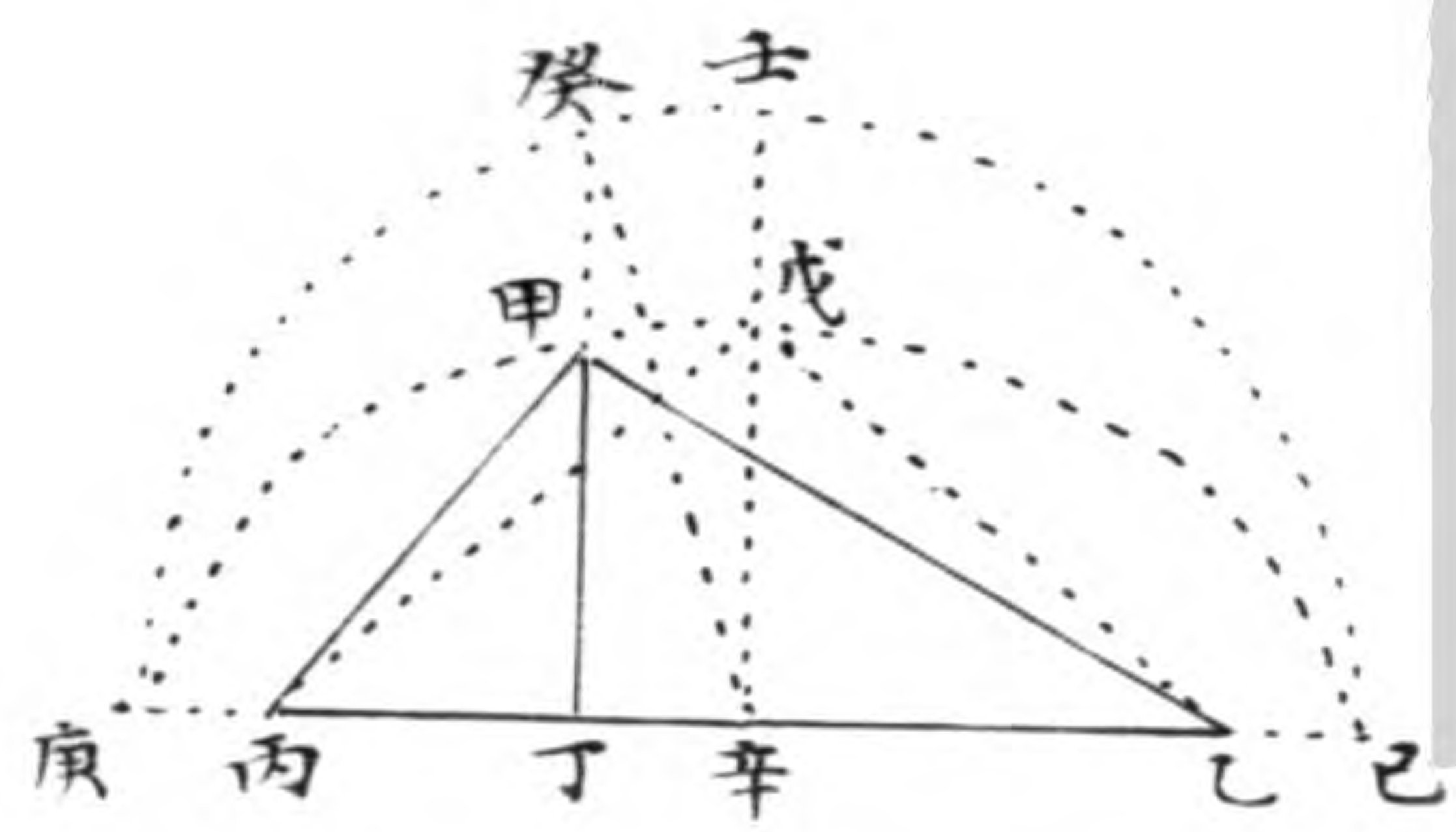


十一尺為底邊次以兩  
 腰和為一率底邊為二  
 率分底較為三率求得  
 四率七尺為兩腰較與  
 兩腰和相減折半得十  
 尺為小腰相加折半得  
 十七尺為大腰此即前  
 法而反用之也如依前



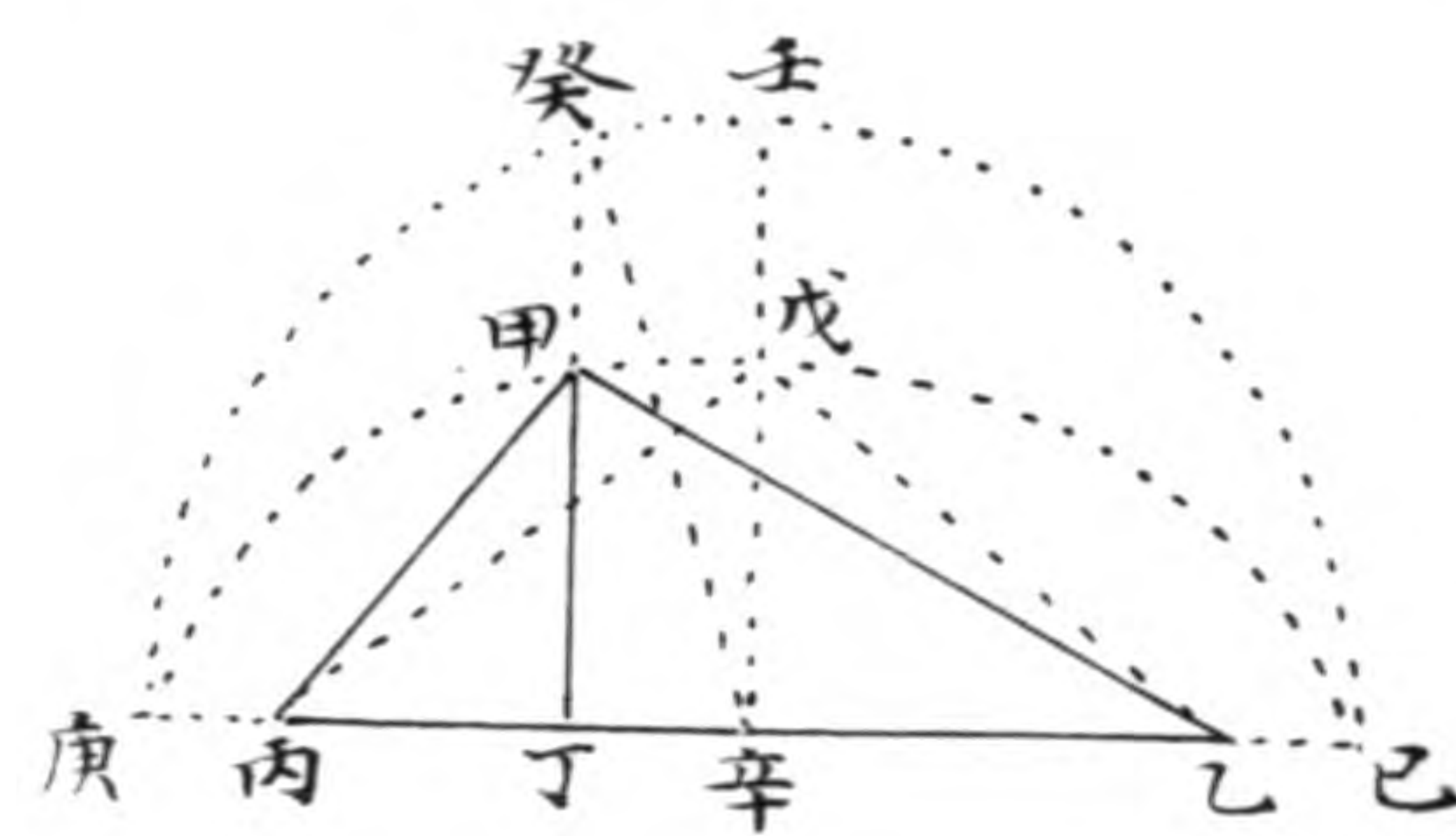


圖先作甲乙丙三角形  
 及甲丁垂線次作戊己  
 庚擴圓壬己庚平圓戊  
 乙戊丙辛壬癸甲癸  
 諸線乃以兩腰和即倍  
 辛癸弦自乘方減去分  
 底較即倍丁辛勾自乘  
 方餘倍丁癸股即倍平



圓正弦自乘方與倍甲  
 丁中垂線即倍擴圓正  
 弦自乘方之比同於兩  
 腰和即倍壬辛平圓半  
 徑自乘方與倍戊辛擴  
 圓半徑自乘方之比而  
 得戊辛倍擴圓半徑自  
 乘方與兩腰和即倍戊

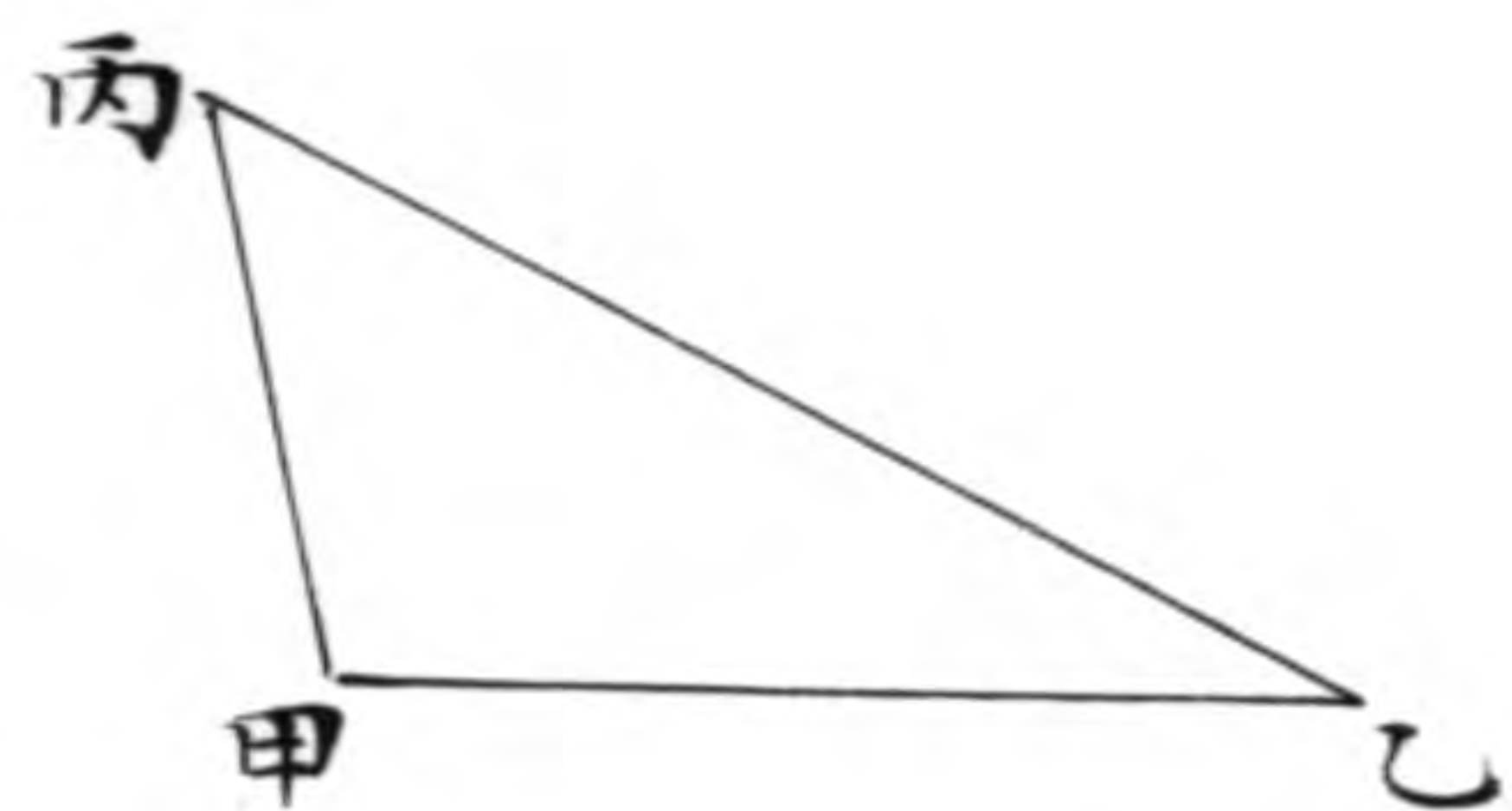




乙或戊丙弦自乘方相  
減餘倍乙辛或倍丙辛  
自乘方即乙丙底邊自  
乘方積平方開之得乙  
丙底邊也

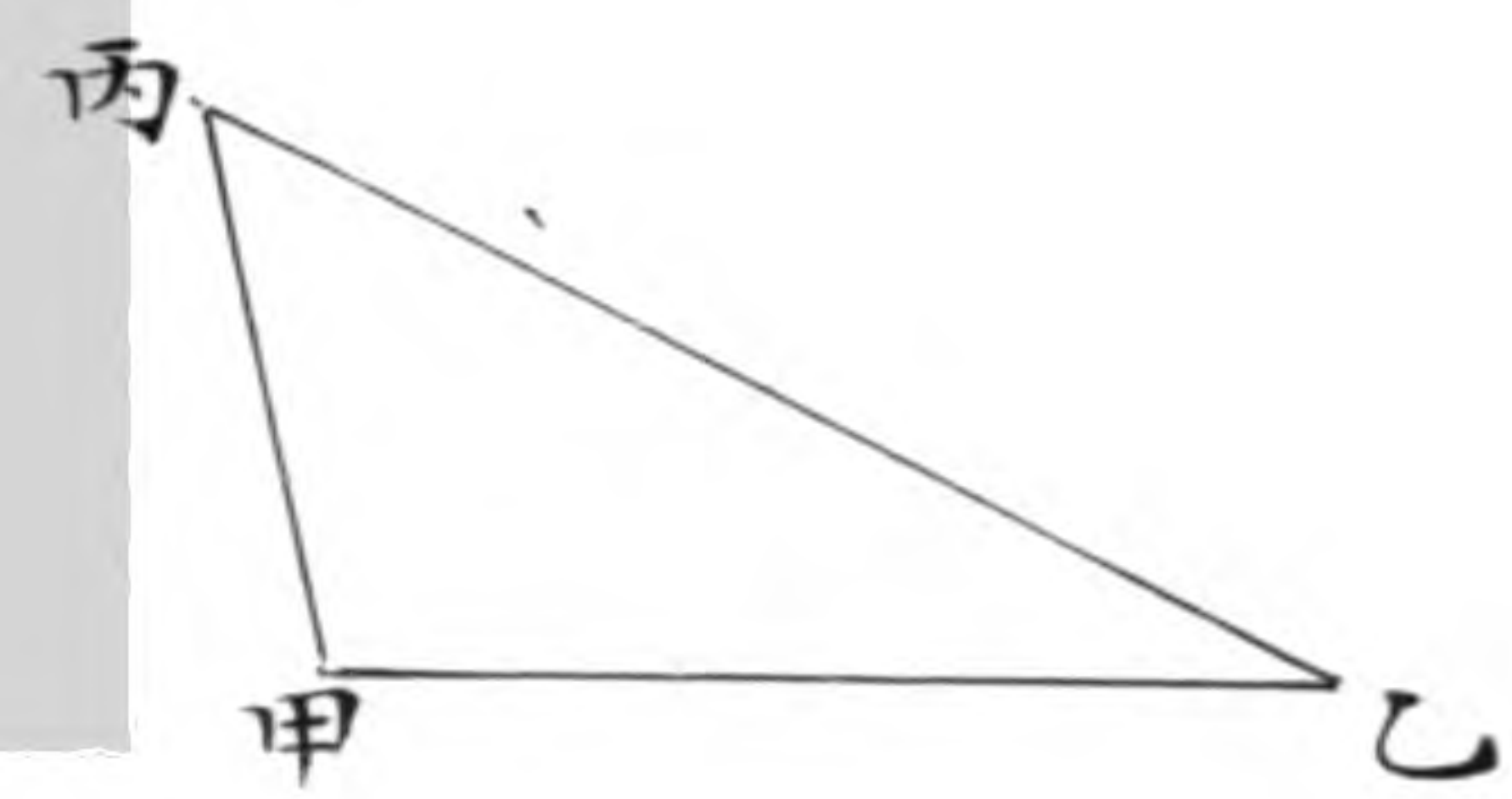
設有三角形積八十四尺大腰十七尺小腰與  
底邊之和三十一尺求小腰底邊及中垂線

各幾何 第三十六

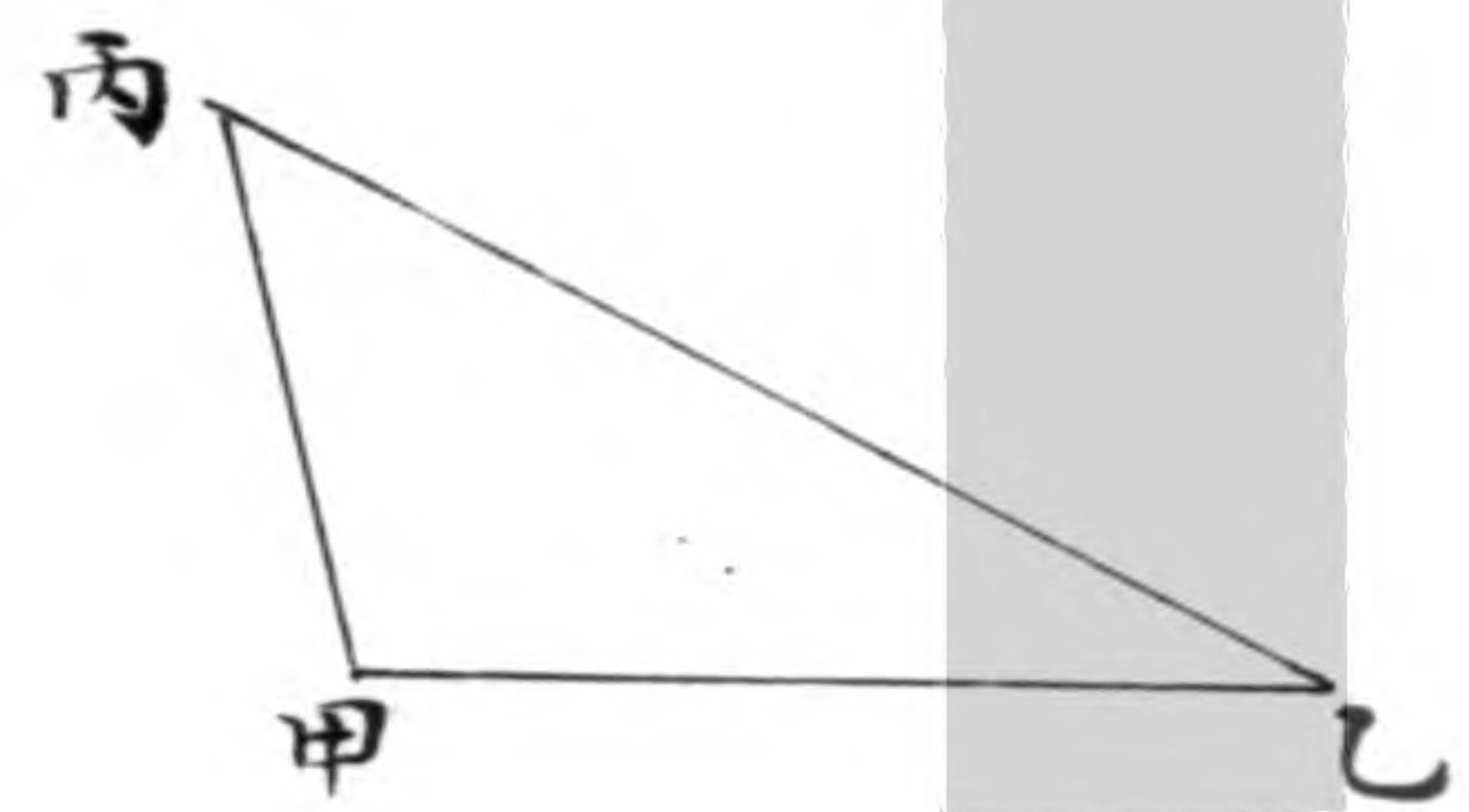


法以大腰為底以小腰  
底邊和為兩腰和按前  
有三角積有底邊及兩  
腰和求兩腰法積自乘  
得七千零五十六尺為





實以大腰與和相減折  
 半得七尺為半總與大  
 腰之較相加折半得二  
 十四尺為半總總較相  
 乘得一百六十八尺為  
 法除實得四十二尺為  
 長方積以大腰十七尺  
 為長闊和求得闊三尺

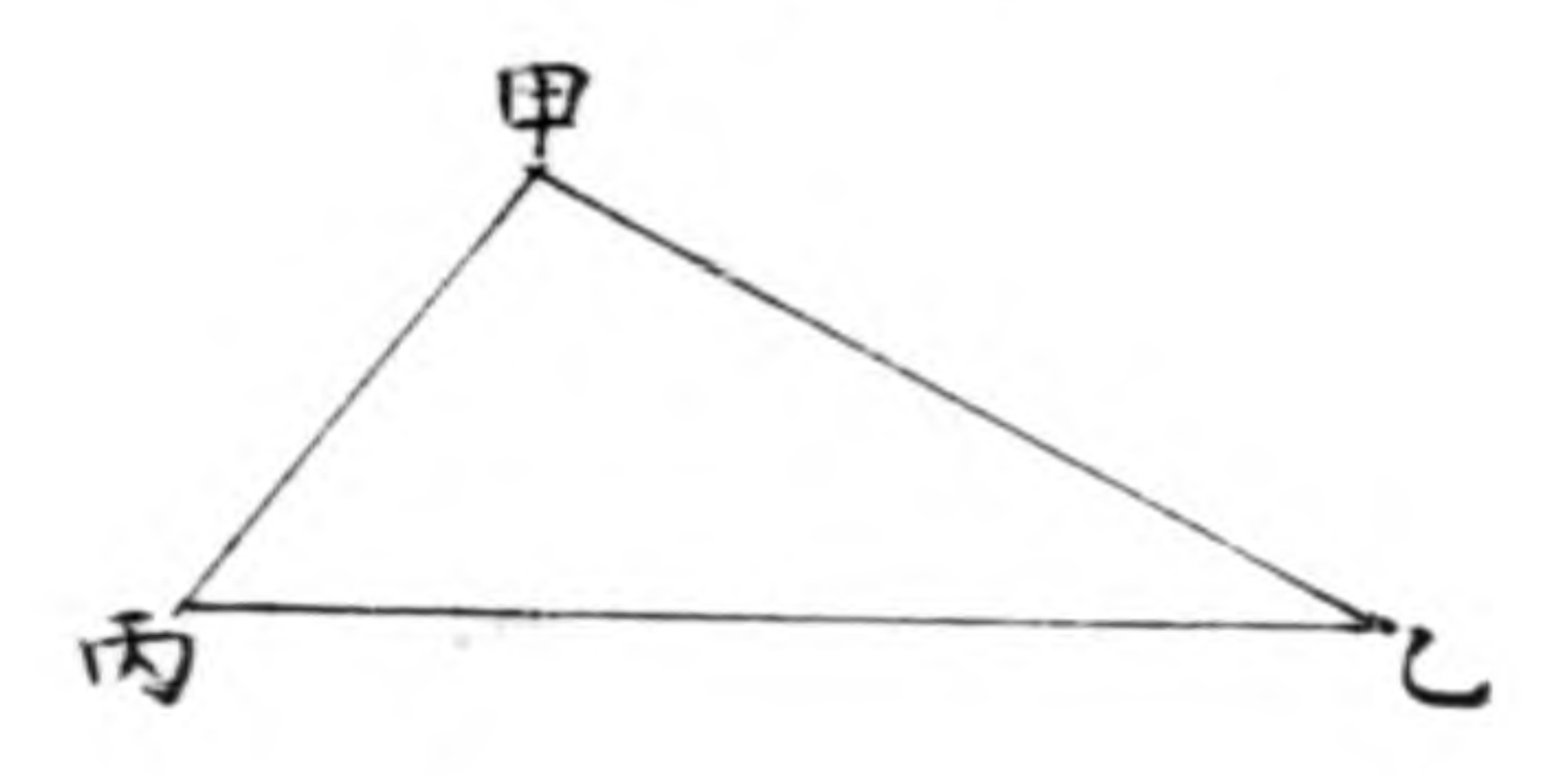


為半總與底邊之較以  
 加半總與大腰之較得  
 十尺為小腰以減半總  
 得二十一尺為底邊其  
 理皆與前同



設有三角形兩腰和二十七尺分底較九尺三

角積八十四尺求三邊中垂線各幾何第七十七



法以兩腰和自乘得七

百二十九尺分底較自

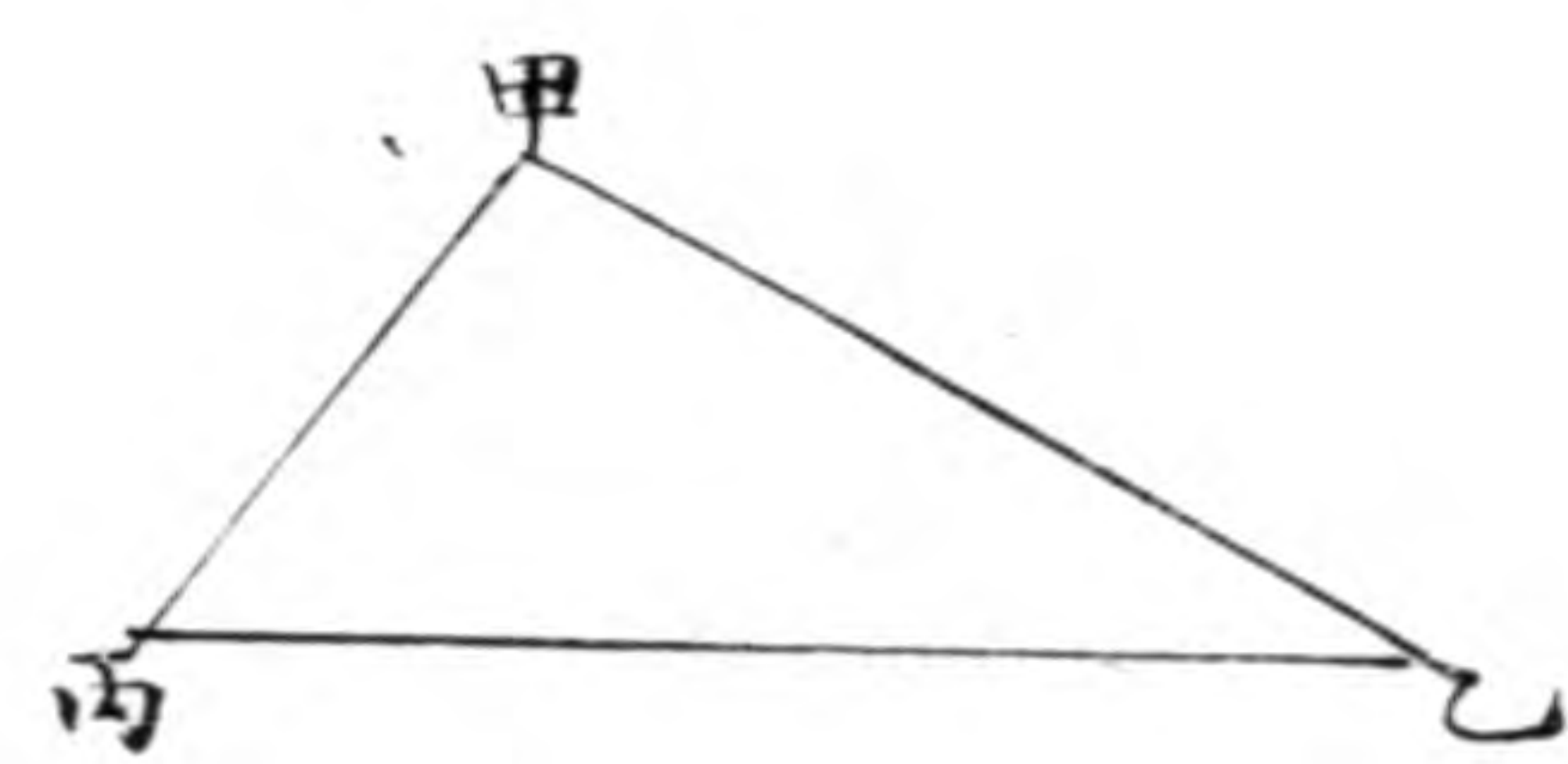
乘得八十一尺二數相

減餘六百四十八尺為

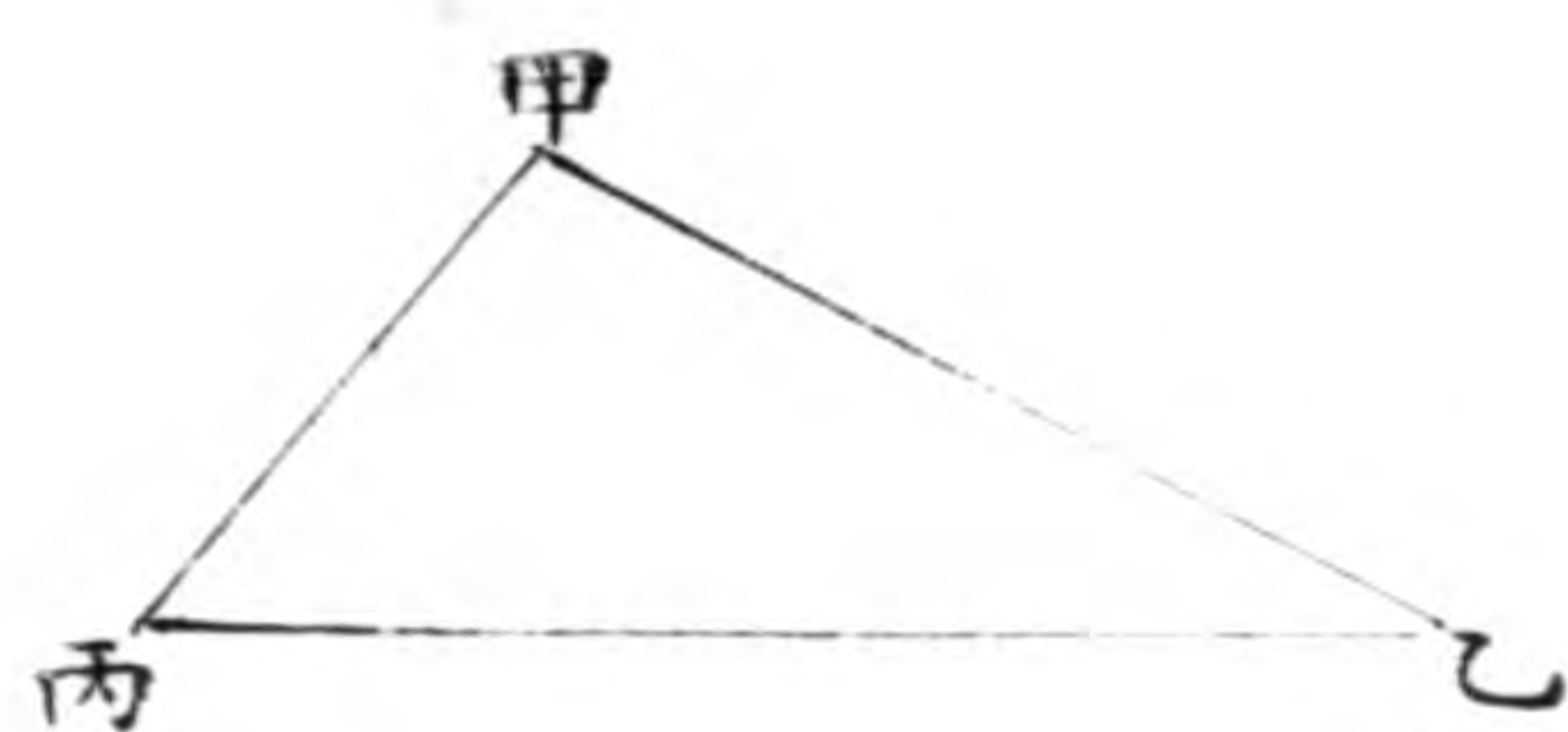
一率四因三角積得三

百三十六尺自乘得十



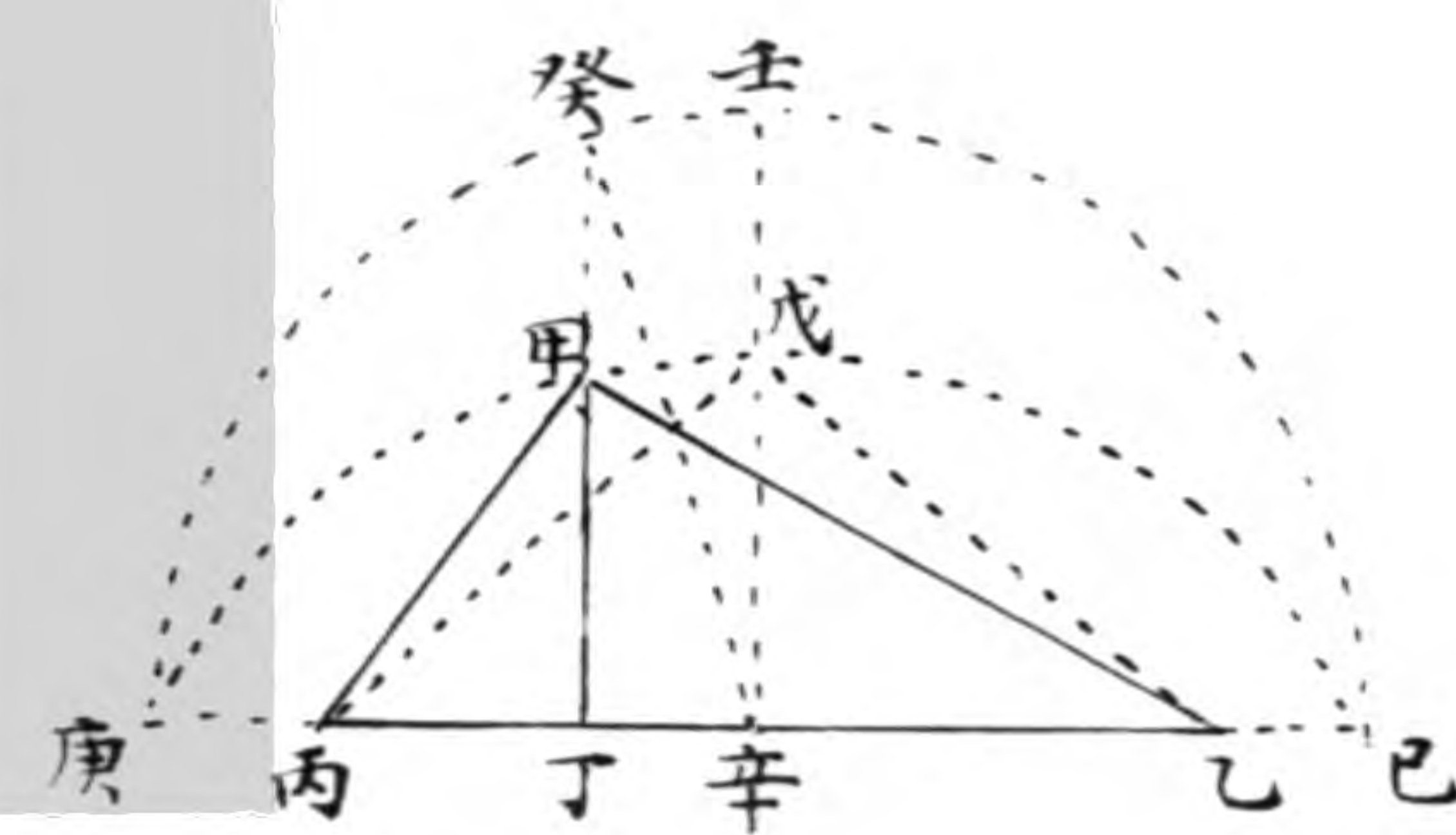


一萬二千八百九十六  
 尺為二率兩腰和自乘  
 為三率求得四率十二  
 萬七千零八尺為長方  
 積兩腰和自乘數為長  
 闊和求得長四百四十  
 一尺為全底自乘方積  
 平方開之得二十一尺

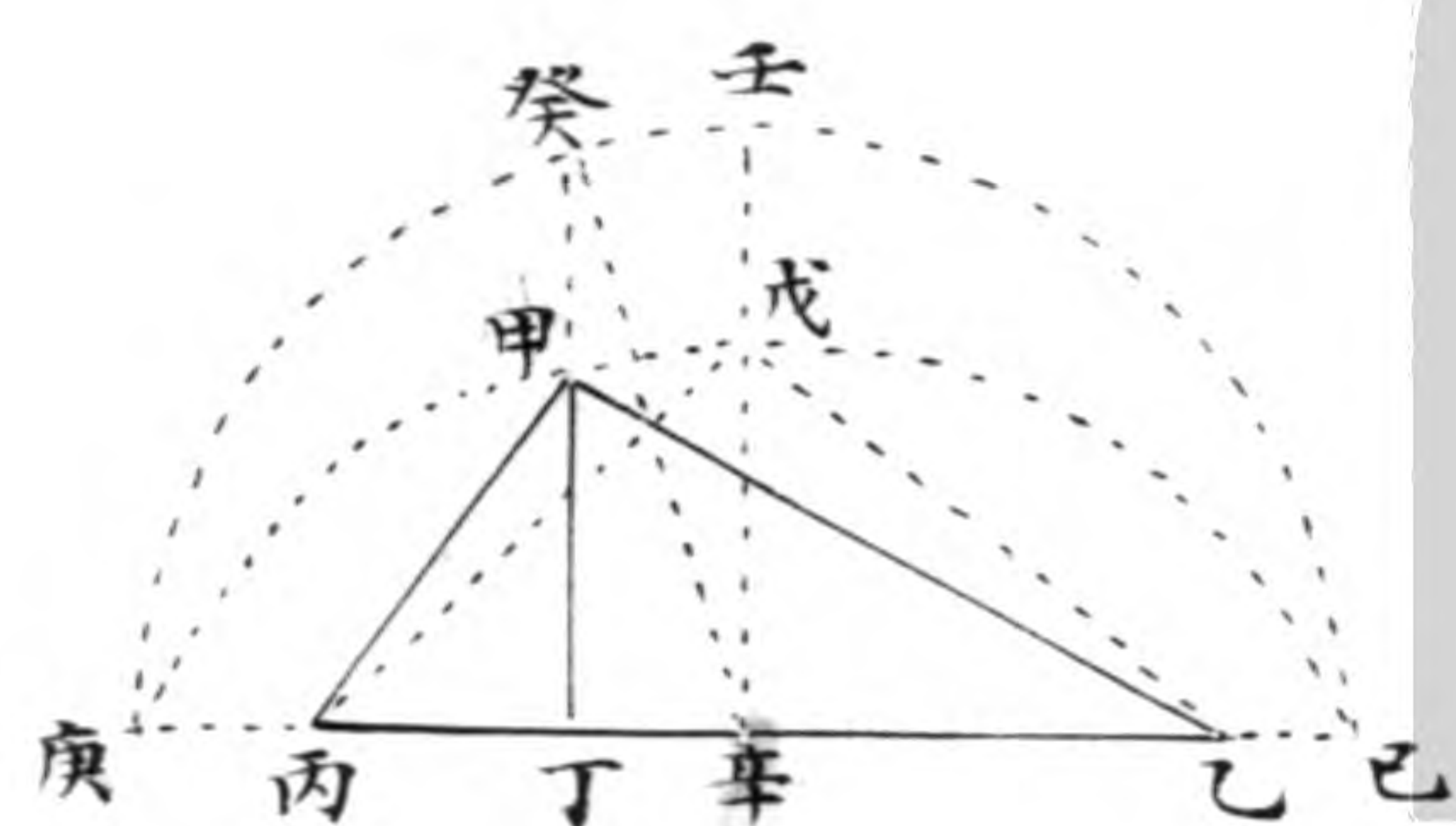


為底邊次以兩腰和為  
 一率底邊為二率分底  
 較為三率求得四率七  
 尺為兩腰較與兩腰和  
 相減折半得十尺為小  
 腰相加折半得十七尺  
 為大腰又以底邊除倍  
 積得八尺為中垂線如



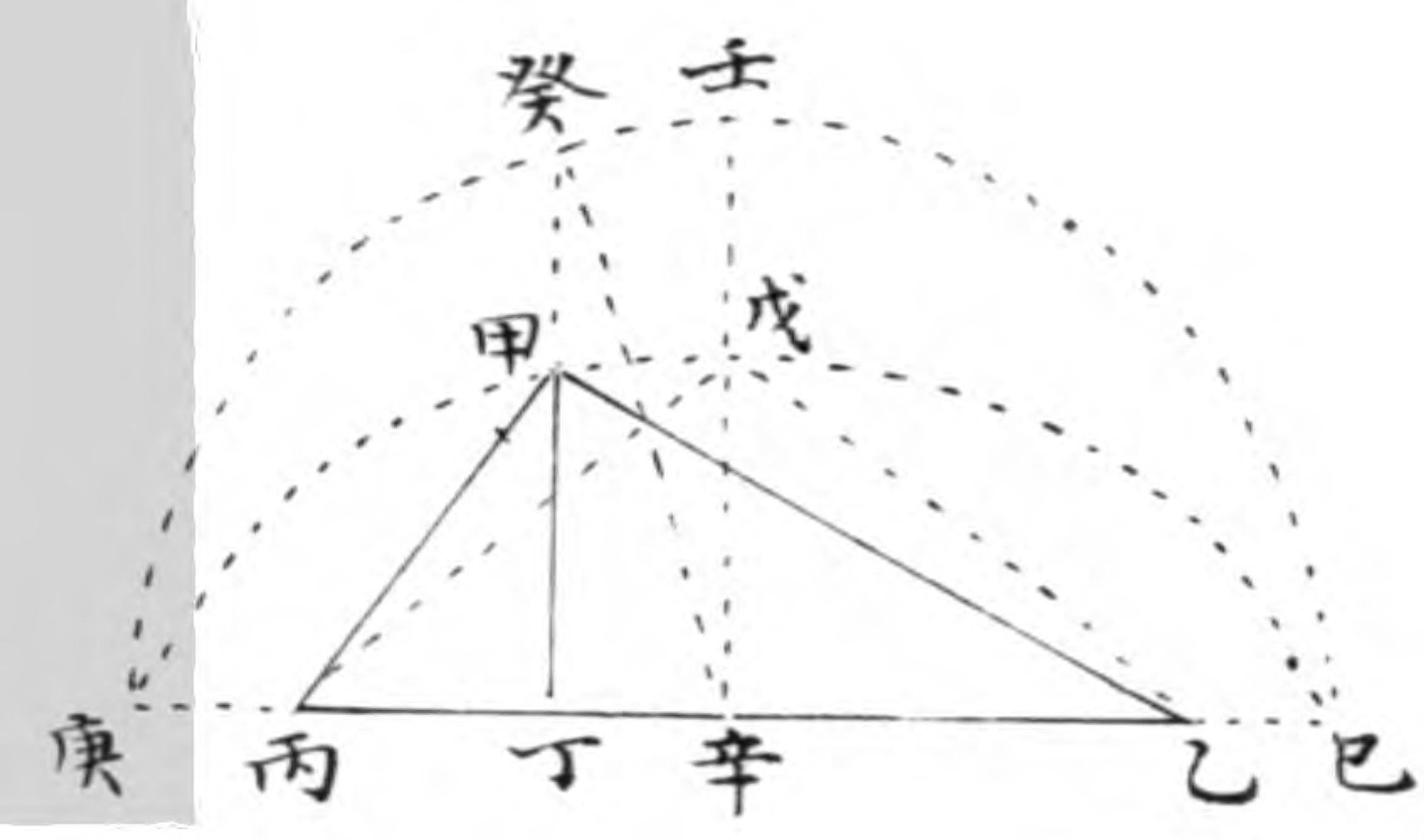


圖甲乙丙三角形甲乙  
 為大腰甲丙為小腰乙  
 丙為底甲丁為中垂線  
 依前作戊己庚橢圓壬  
 己庚平圓戊乙戊丙辛  
 壬辛癸甲癸諸線前法  
 以兩腰和即倍辛癸弦  
 自乘方減去分底較即

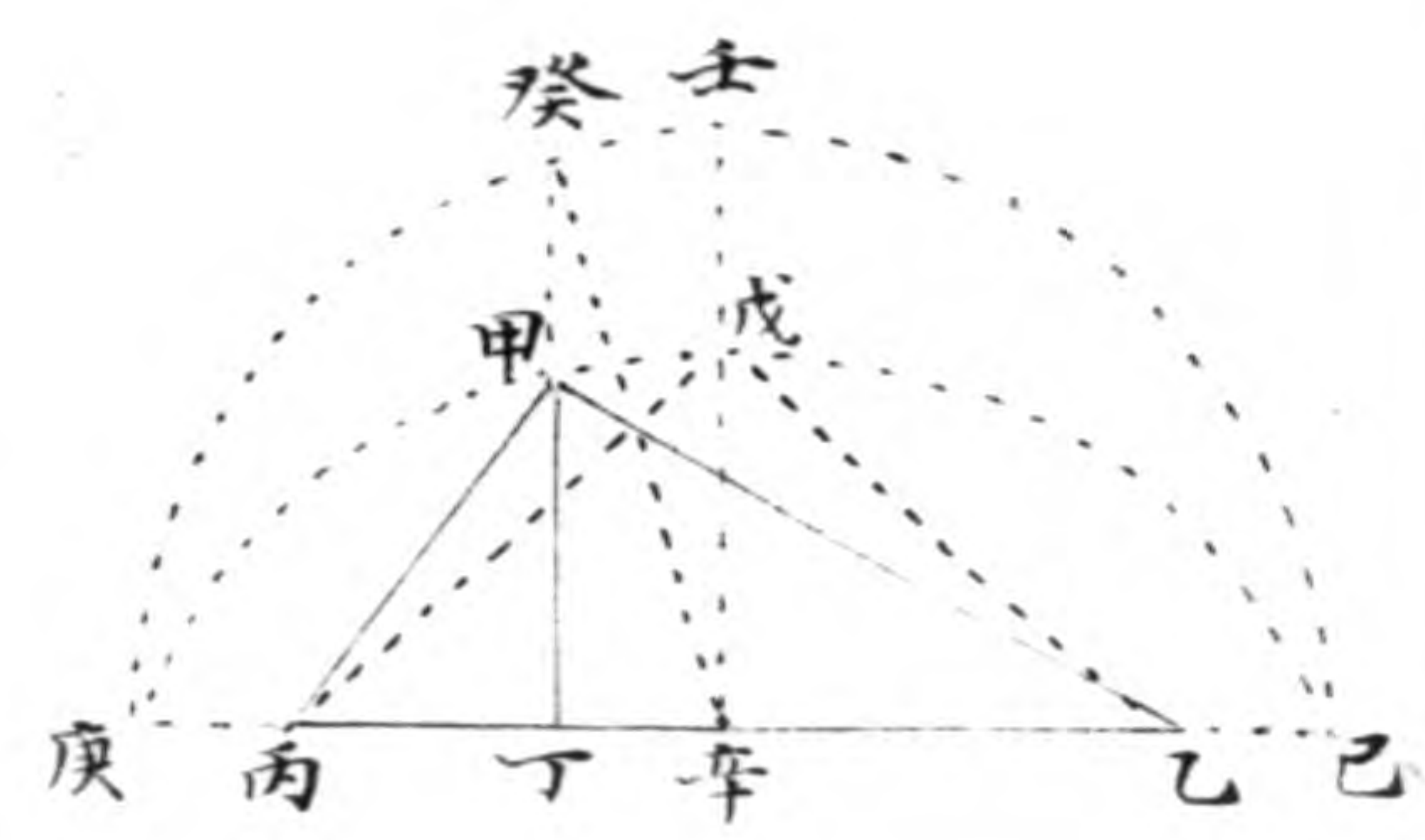


倍丁辛自乘方餘倍丁  
 癸平圓正弦自乘方與  
 倍甲丁中垂線即橢圓  
 正弦自乘方之比同於  
 兩腰和即倍辛壬平圓  
 半徑自乘方與倍戊辛  
 即橢圓半徑自乘方之  
 比而得倍戊辛橢圓半



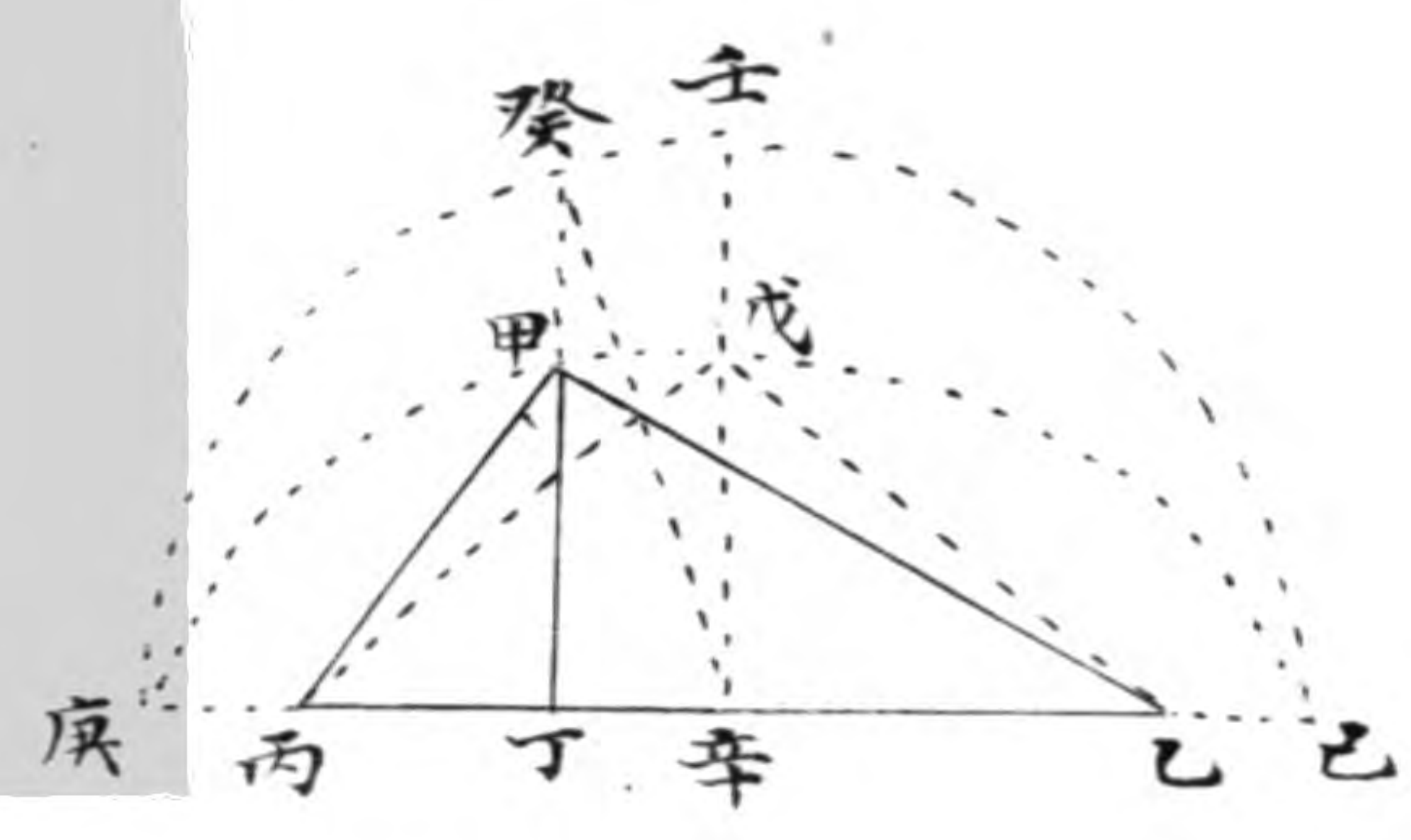


徑自乘方與兩腰和即  
 倍戊乙或倍戊丙弦自  
 乘方相減餘倍乙辛或  
 倍丙辛勾自乘方即乙  
 丙底自乘方今以三角  
 積四因之為倍中垂線  
 乘底之長方積自乘與  
 倍中垂線方底方相乘



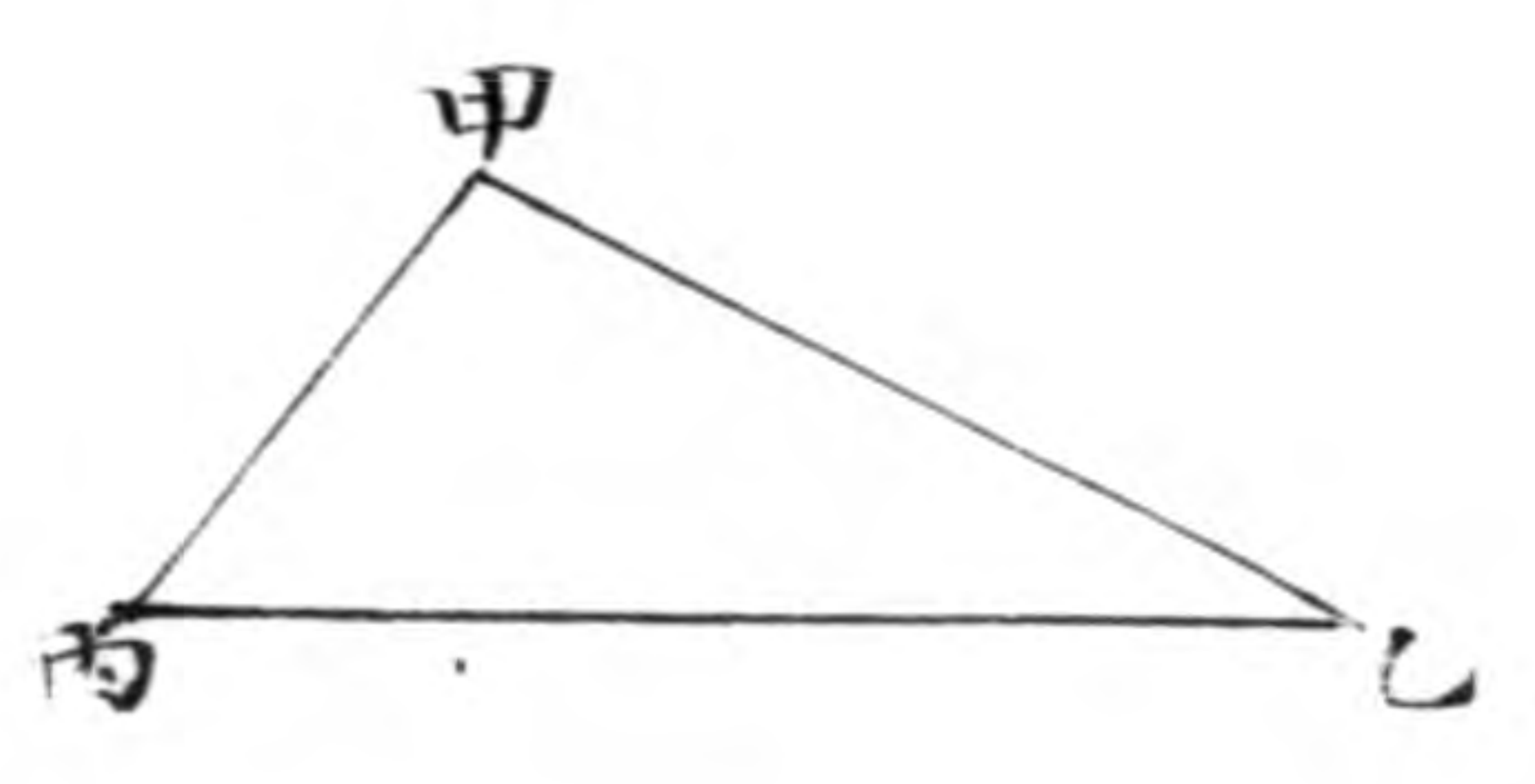
之數等亦即為中垂線  
 自乘方加底自乘之倍  
 數則所得四率亦為倍  
 戊辛橢圓半徑自乘方  
 加底自乘之倍數即為  
 倍戊辛自乘方乙丙底  
 自乘方相乘之數夫兩  
 腰和即倍戊乙或戊丙





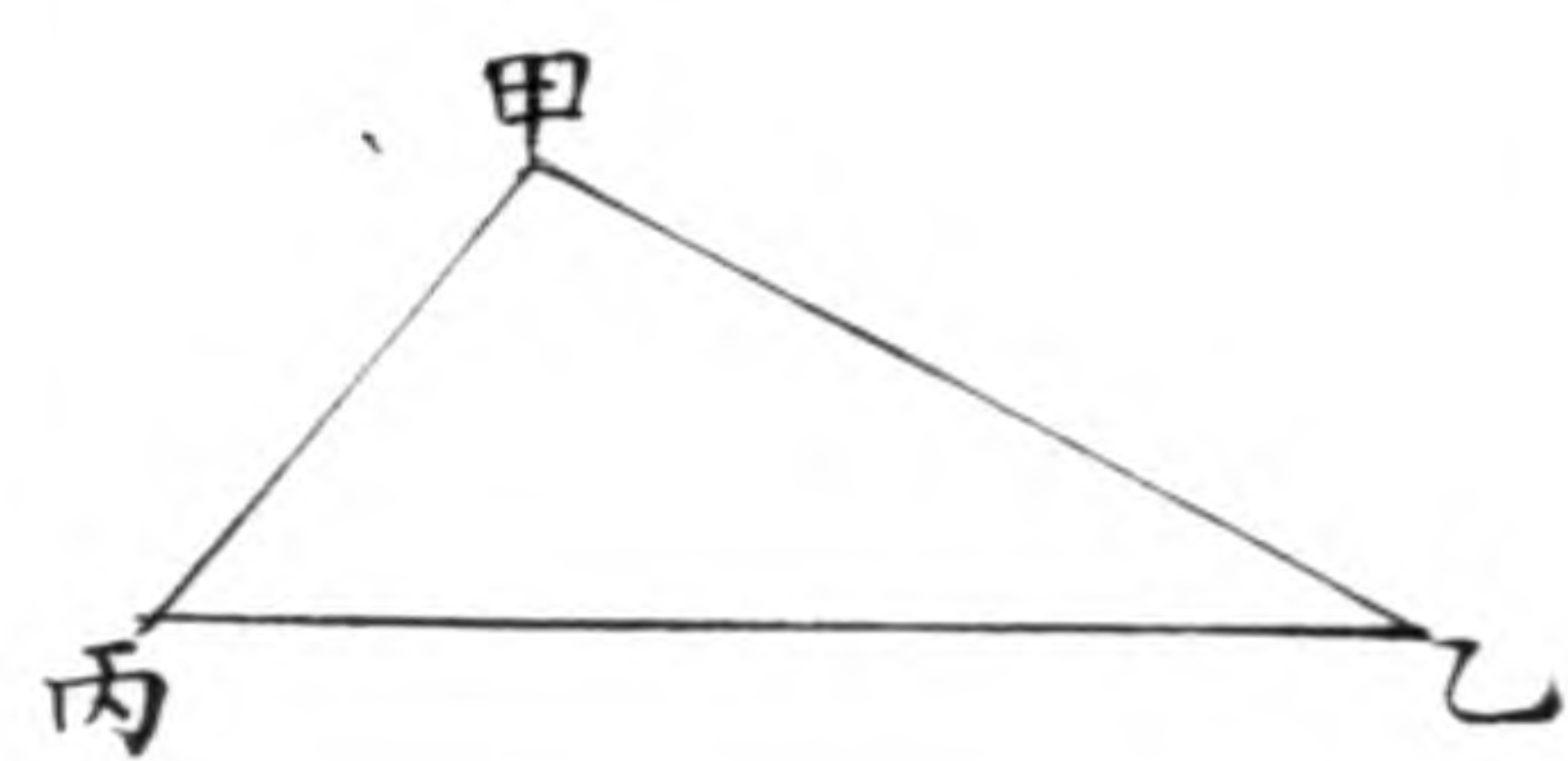
弦方內原有倍戊率股  
 自乘方一乙丙勾自乘  
 方一故以四率所得倍  
 戊率方乙丙方相乘之  
 數為長方積兩腰和方  
 積為長闊和求得長為  
 乙丙底方積平方開之  
 為乙丙底邊也

設有三角形兩腰較七尺分底較九尺三角積  
 八十四尺求三邊中垂線各幾何第三十八

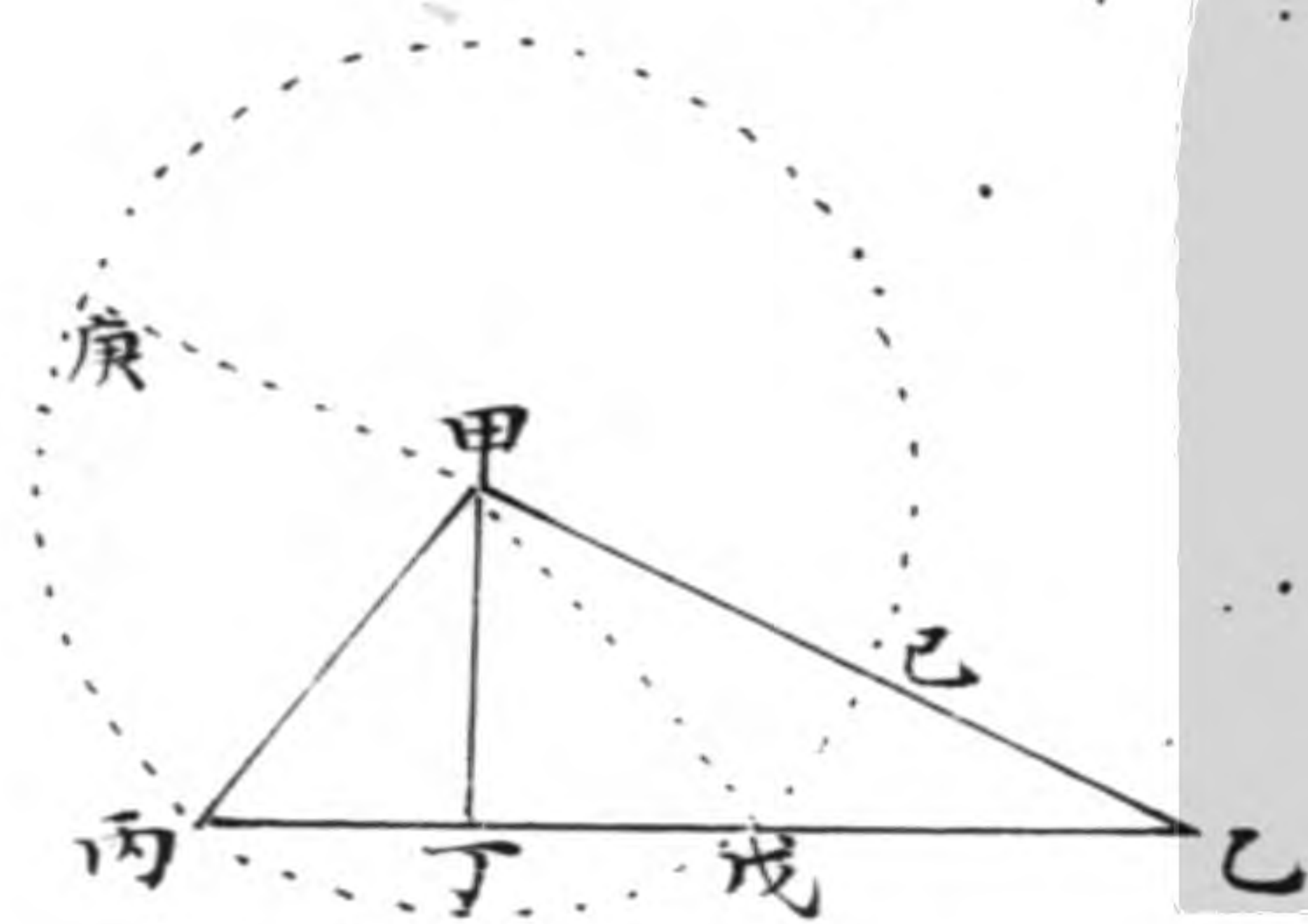


法先以兩腰較為一率  
 分底較為二率四因三  
 角積得三百三十六尺  
 為三率求得四率四百  
 三十二尺為倍中垂線  
 乘兩腰和之長方積次



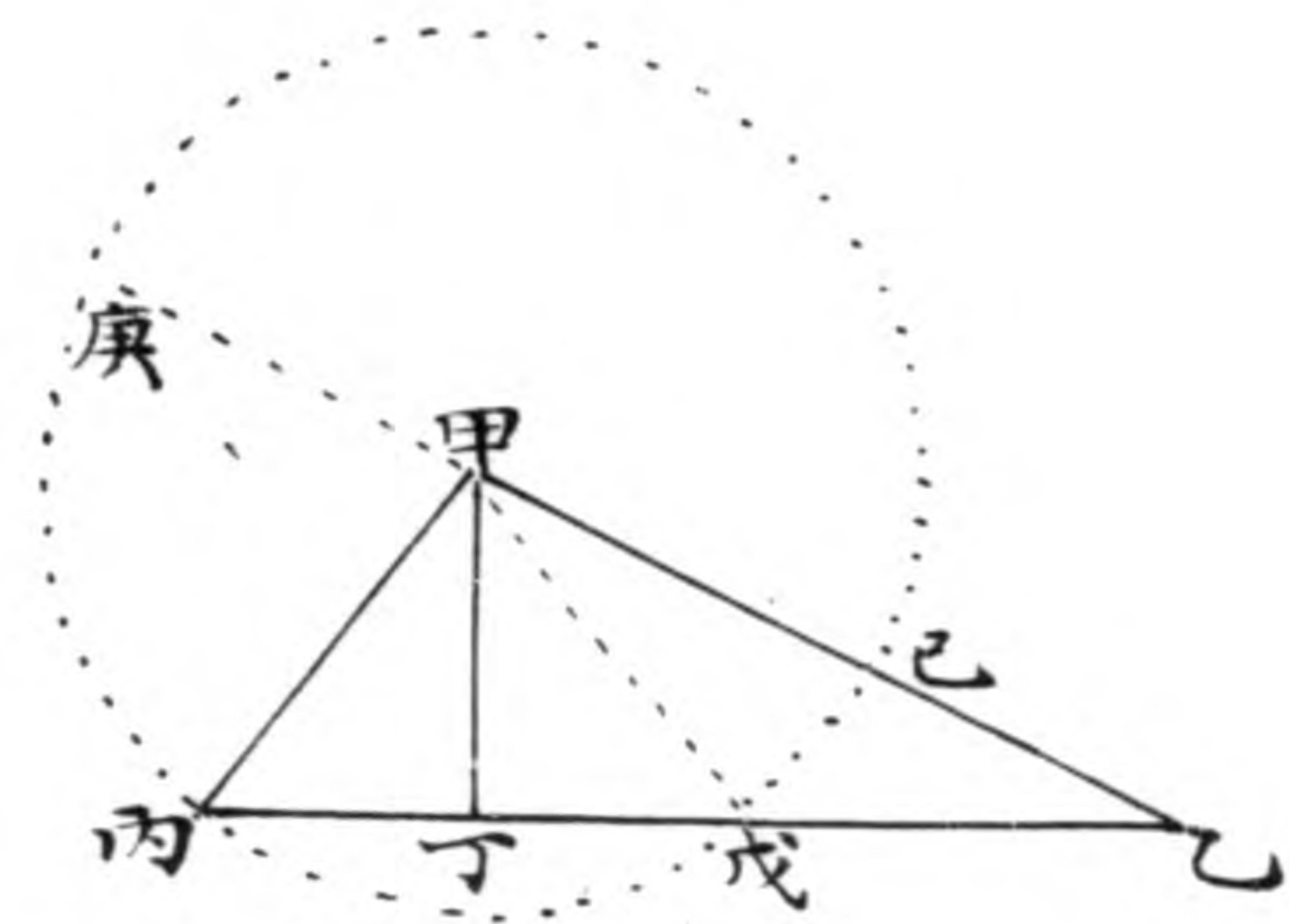


以兩較各自乘相減餘  
 三十二尺為一率分底  
 較自乘得八十一尺為  
 二率前所得之倍中垂  
 線乘兩腰和之長方積  
 自乘得十八萬六千六  
 百二十四尺為三率求  
 得四率四十七萬二千

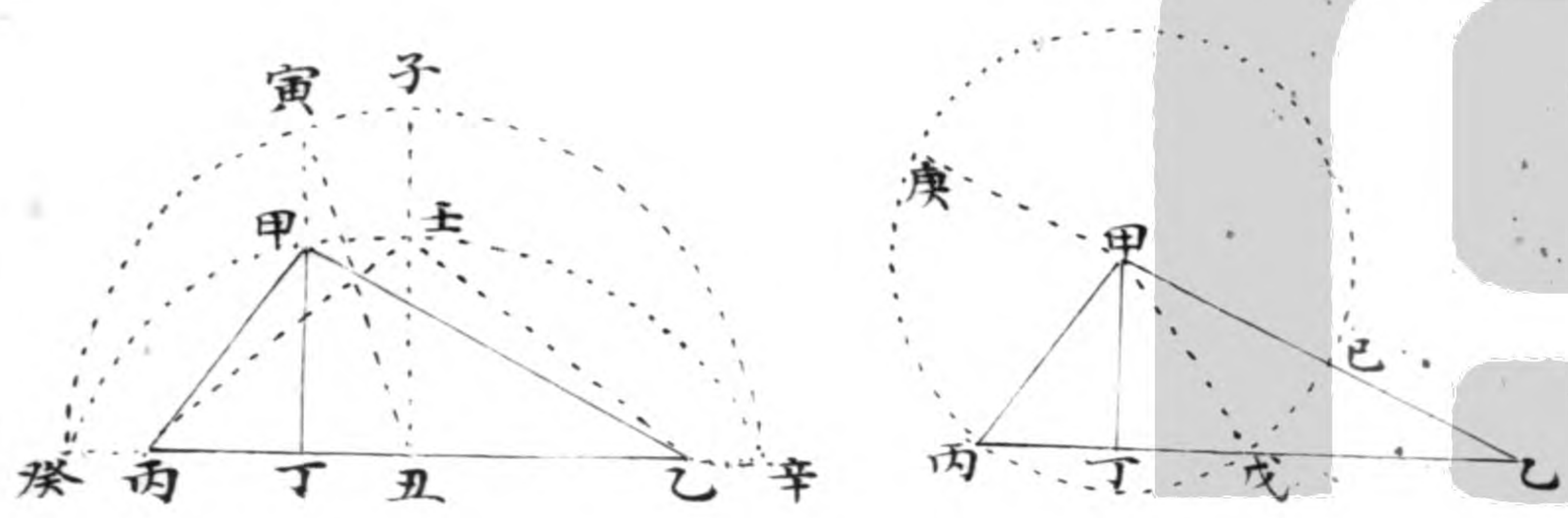


三百九十二尺為長方  
 積以分底較自乘為長  
 闊較求得長七百二十  
 九尺為兩腰和自乘方  
 積平方開之得二十七  
 尺為兩腰和既得兩腰  
 和餘則易求矣如圖甲  
 乙丙三角形甲乙為大





腰甲丙為小腰乙丙為  
 底甲丁為中垂線依前  
 圖以甲為心甲丙為半  
 徑作丙戊己庚平圓將  
 甲乙線引至庚則乙己  
 為兩腰較與乙戊兩分  
 底較之比同於乙丙兩  
 分底和與乙庚兩腰和

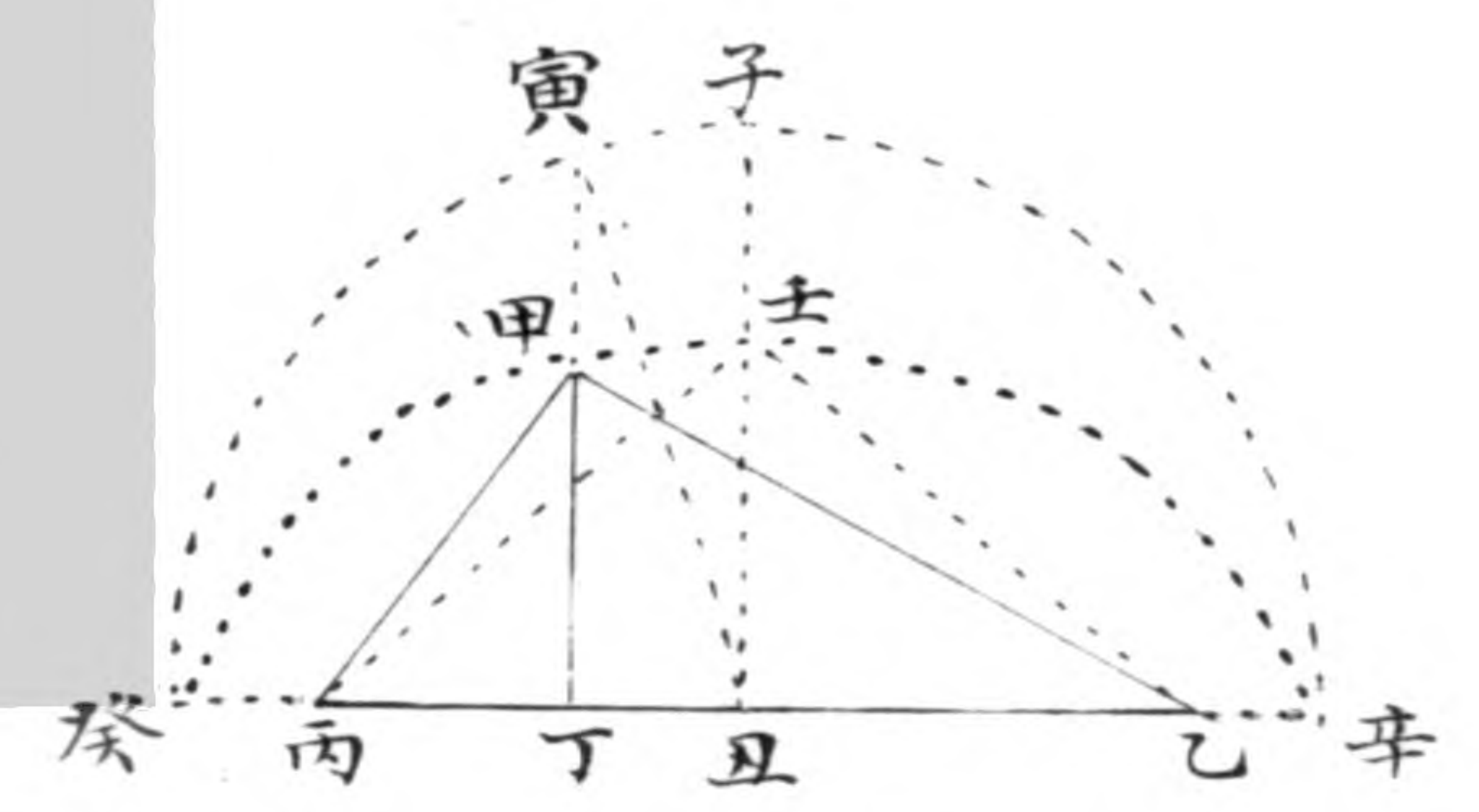


之比今四因三角積為  
 乙丙兩分底和加倍甲  
 丁中垂線之倍為三率  
 求得四率即為乙庚兩  
 腰和加倍甲丁中垂線  
 之倍為兩腰和乘倍中  
 垂線之長方積也又依  
 前圖作辛壬癸橢圓辛

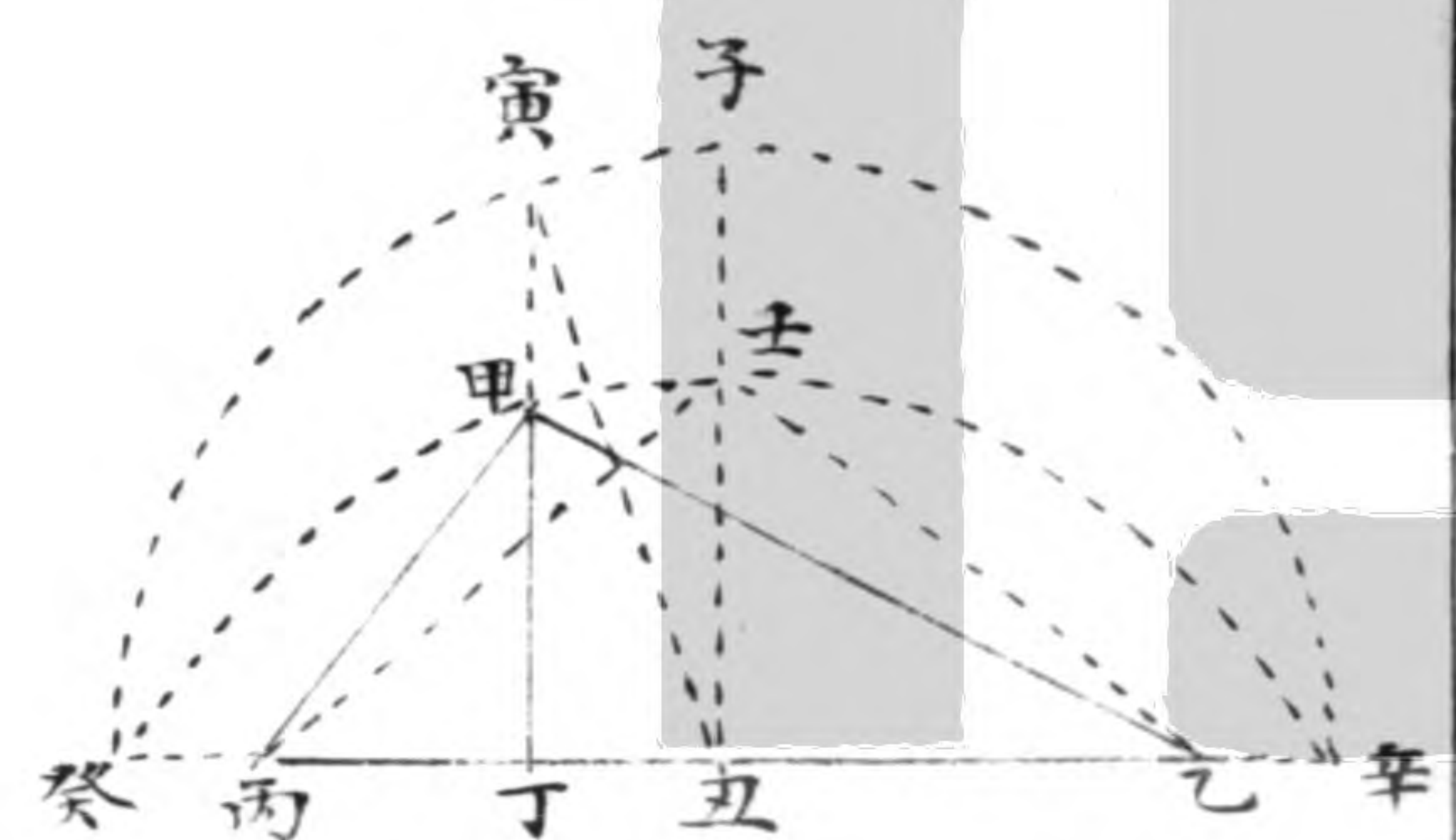








倍丁寅為兩股兩腰和  
 即倍丑寅為兩弦弦方  
 比股方原多一勾方則  
 倍丑寅即兩腰和自乘  
 方比倍丁寅自乘方多  
 一倍丁丑勾即分底較  
 之自乘方也故以所求  
 四率為長方積分底較



方為長闊較求得長為  
 倍丑寅即兩腰和自乘  
 方平方開之得兩腰和  
 也



