イカナル條件ヲ滿足スベキカ. (大醫)

7. 年利率 r% ノ複利ニテ金 1000 圓ヲ 3 年間貸ストキノ元利合計ヲ S トス, r ガ 3 ヨリ 6 マデ變ズルトキ年利率ト元利合計トノ關係ヲ表ス「グラフ」ヲ與ヘラレタル方眼紙上ニ畫ケ次ニコノ「グラフ」ヲ利用シテ元利合計 1108 圓ナラシムベキ年利率ヲ求メヨ. (大醫)

8. $2-x-x^2$ ノ圖 (グラフ) ヲ畫ケ.

9. 元金 1000 圓年利率 6 分トシテ T 年後ノ元利合計 A ヲ計算セル結果ハ右表ノ如シト云フ.

年 T	元利合計 A
0	1000
5	1338
10	1791
15	2397
20	3207
25	4292

(a) T ヲ横線 A ヲ縱線トシテ「グラフ」ヲ作レ.

(b) 「グラフ」ニヨレバ約幾年後ノ元利合計ガ 2000 圓トナルカ.

(c) 又「グラフ」ニヨレバ 18 年後ノ元利合計ハ元金ノ約幾倍カ. (桐工)

10. 關係式 $y=\log_{10}(x^2)$ ニ於テ x ガ 1 ヨリ 10 マデノ値ヲトルトキ x, y ノ關係ヲ對數表ヲ用ヒ附屬方眼紙上ニ「グラフ」トシテ表ハセ (神工)

◎附錄 練習問題

(甲) 方程式應用問題【共通】

(一) 旅行問題

1. 直交二直線 AOB, COD アリ今甲ハ AB 上ヲ A ヨリ B ニ向ヒ毎分五尺ノ速サ, 乙ハ CD 上ヲ C ヨリ D ニ向ヒ毎分十二尺ノ速サニテ進行シ甲ガ B ニ達シタル時乙ハ D ニ達シタリ而シテ OB, OD ハイヅレモ 50/7 尺ナリ然ラバイヅドコニテ甲ト乙トノ距離ガ十尺トナルカ.

2. 三ツノ村 M, N, P ハ三角形ノ項點ニアリト假定ス今或人一ツノ村ヨリ次ノ村迄一里 m 分ノ割ニテ歩行シソレヨリ次ノ材迄一里 n 分ノ割ニテ自轉車ニ乘リソレヨリ初メノ村迄一里 p 分ノ割ニテ騎馬ニテ歸ルトシコノ人モシ N 村ヨリ出發セバ $m+p-n$ 時ニテ P 村ヨリ出發セバ $n+m-p$ 時ニテ, 又 M 村ヨリ出發セバ $p+n-m$ 時ニテ夫々初メノ村ニ歸リ來ルベシト云フ今進行ノ向キハ常ニ同ジトシ一周ノ距離ヲ求メヨ. (大工)

3. 甲乙丙三人同時ニ A 地ヲ出發シ 6 里ヲ距ツル B 地ニ向ヒシニソノ速サ甲ハ最大丙ハ最小ナリ而シテ出發後 2 時間ヲ經タル時丙ハ甲ニ後ルルコト 1 里ナリシガ之ヨリ丙ハソノ速サヲ 2 倍シタルヲ以テ甲丙ハ同時ニ B ニ着シ乙ハ此時 B 地ノ手前 5/3 里ノ所ニアリタリト云フ《出發時ニオケル三人ノ毎時ノ速サ》 (東師)

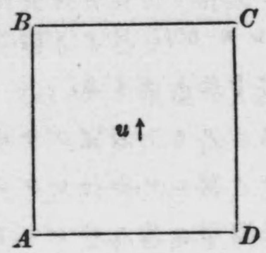
4. 甲ハ東地ヨリ西地ニ, 乙ハ西地ヨリ東地ニ向ヒテ同時ニ出發シ各均等ナル速サニテ進行セリ, 甲ハ m 時間ニテ西地ニ乙ハ n 時間ニテ東地ニ着シタリ. 但兩人出合ヒシ後

甲ハ a 時間乙ハ b 時間ヲ要シタリト云フ然ル時ハ

〔$a:b=m^2:n^2$〕 (神商)

5. 人アリ A 地ヲ出發シテヨリ 6 時間後 B 地ニ着セリ AB 間ハ 9 里半ナリ翌日 B 地ヲ發足シ 7 時間半ヲ要シテ A 地ニ戻レリ上リ道,下リ道,平地ニテノ速サハ夫々毎時 1 里, 2 里 1.5 里ナリ {上リ道,下リ道,平地,ノ長サ} (桐工)

6. 四人ノ走者 A, B, C, D ガ左圖ノ如ク正方形ノ隊形ヲ保チ或共通速度 v ニテ矢ノ方向ニ走リツツアリ今他ノ一人 E ガ u ナル速度ニテ順次ニ A, B, C, D ヲ歴訪シテ再ビ A ノ處ニ來リシガ A ヨリ B ニ至ルニ 45 分, B ヨリ C ニ至ルニ 15 分ヲ要セリト云フ. 但 E ハ常ニ最モ短キ道ヲ選ミタリトス (イ) {$u:v$}



{C ヨリ D, D ヨリ A ニ至ルマデニ要セシ時間} (横工)

7. 二旅人アリ甲ハ午後一時ニ東地ヲ發シテ西地ニ向ヒ,乙ハ同時ニ西地ヲ發シテ東地ニ向ヒタルニ午後三時ニ至リ兩人ハ東地ヲ距ル 24 哩ノ處ニテ出會ヒ而シテ乙ガ東地ニ着セシトキハ甲ハ尙西地ノ手前 20 哩ノ處ニアリタリ. {甲乙ノ速サ,兩地間ノ距離} (長商)

8. 甲乙二人池ノ周圍ヲ一周スルニ同時ニ同一點ヨリ反對ノ向キニ出發セリ甲ハ 6 時間ニテ一周シ乙ハ途中甲ニ出合ヒテヨリ 8 時間ニシテ出發點ニ歸着セリト云フ.

{乙ガ一周ニ要シタル時間} (福商)

9. 旅人アリ A 地ヨリ B 地迄歩メリ彼若シ毎時半哩ヅツ早ク歩ミシナラバソノ時間ノ 4/5 ニテ着シタルベク又モシ毎時半哩ヅツ遲ク歩ミシナラバ 2 時間半ダケ遲ク着スト云フ. {AB 間ノ距離} 京醫)

10. 7 里ヲ距ツル甲乙兩地間ヲ往復スル人アリ往キニハ 5 時 24 分,復リニハ 6 時間ヲ要ス,此人上リハ毎時 5/6 里下リハ毎時 $1\frac{2}{3}$ 里,平地ハ毎時 $1\frac{1}{3}$ 里ノ割ニテ歩行ストセバ {甲乙兩地間ノ平地} (大商)

11. 甲乙二人池ノ周ヲ同一方向ニ走ルトキハ a 分毎ニ一所ニナリ,反對ノ方向ニ走ル時ハ b 分毎ニ相會スト云フ.

{甲乙各一周ニ要スル時間} (神船)

12. 甲乙兩地間ノ距離 385 哩ナリ飛行機 A 號ガ甲地ヲ發シ乙地ニ向ヒタル後一時間ヲ經テ B 號ハ乙地ヲ出發シテ甲地ニ向ヘリ而シテ途中行チガヒタル後 A 號ハ 2 時 55 分間ニテ乙地ニ, B 號ハ 3 時間ニテ甲地ニ着セリ.

{A, B, 毎時ノ速サ} (高校)

13. 甲乙二人ノ競走者アリ甲ノ 3 歩ノ長サハ乙ノ 4 歩ニ等シク,甲ガ 4 歩進ム間ニ乙ハ 5 歩進ム今甲乙 2 人 2 町 40 間ノ距離ヲ競走スルニ甲先着シテヨリ乙 20 歩ニシテ到着セリトセバ {甲乙各一歩ノ長サ} (東商)

14. 或人甲地ヨリ乙地ニ行クニ速サヲ毎時 a 町トセバ豫定ヨリ b 時間後レ,毎時 c 町トセバ豫定ヨリ d 時間早ク着スベシト云フ {豫定時間ニ到着スル速サ} (〃)

15. 各邊ノ長サ 60 間ヅツノ正三角形 ABC ノ地面ノ周圍ヲ AB ノ方向ニ歩行スル甲乙二人アリ 1 分間ニ甲ハ 65 間乙ハ 50 間ヲ歩ム今甲ガ A ニアル時乙ガ頂點 C ニアリトセバ幾分間ノ後始メテ甲乙ガ同一ノ邊上ニアルカ (小商)

16. 13 問ノ { } 内ヲ次ノ如ク訂正シ之ニ答ヘヨ.

{甲,乙ガ A ヲ發シテ B ニ到着スル迄ノ時間} (〃)

17. 直交スル甲乙兩直線アリ A ハ甲上ニ B ハ乙上ニ夫々交叉點ヲ距ル 50 尺ト 100 尺トノ位置ヨリ共ニ交叉點ニ向

ヒ同時ニ進行ヲ始メAハ毎秒4尺,Bハ毎秒3尺ノ速サヲ以テ方向ヲ變セズ進行スルモノトセバA,Bノ距離ガ最モ近クナルハ幾秒ノ後ナルカ且ツソノ距離ヲ求ム. (海兵)

18. 27哩ヲ隔ツルA,B兩地アリ今甲ハAヨリ乙ハBヨリ共ニ正午出發シAB間ヲ往復セントスルニ初メ某地點ニテ會シ後午後三時Aヨリ9哩ノ地點ニテ出會セリ.

{初メニ出合ヒシ時刻及地點} (東農)

19. 東地ヨリ西地ニ向フ甲乙丙ノ三人アリ乙ハ甲ヨリ4分後レテ出發シ5分ノ後甲ニ追付キ,丙ハ乙ヨリ7分後レテ出發シ7分ノ後甲ニ追付キタリ.

{尙幾分ヲ經テ丙ハ乙ニ追付クカ} (東師)

20. 同一圓周上ヲ一樣ノ速サニテ同點ヨリ同方向ニ運動スル甲乙二點アリ圓周ヲ一周スルニ要スル時間ハ甲ハt_1乙ハt_2ニテ甲ハ時間t_3毎ニ乙ヲ追ヒコスト云フ而ラバ$t_1 t_2 t_3$ノ間ノ關係如何, 又t_3ガ一定ナルトキt_1トt_2トガ互ニ比例スルコトアリヤ. (大醫)

21. A地ヲ發シB地ニ向フ人アリ第一日ニハx里ヲ歩ミ第二日ヨリハ毎日y里ヅツ行程ヲ增シ10日ニシテB地ニ達セリモシ毎日ノ行程ヲx里トセバ15日ヲ要スト云フモシ最終日ノ行程ヲ以テ毎日ノ行程トセバ

{AヨリBニ達スル日數} (同大)

22. 甲乙二人A地ヲ出發シテB地ニ向ヒBニ着スルヤ直チニA地ニ引返スモノトス今甲ハ乙ヨリ1時間後レテ出發セシモBヨリ2粁ノ所ニテ追付キソノ後36分間ヲ經テ相會シ甲ガAニ歸着セル時乙ハ尙Aヨリ4粁ノ所ニアリタリト云フ. {A,B間ノ距離} (高校)

23. 30人ノ團隊旅行者アリ甲地ヨリ12粁距レル乙地ニ行ク

ニ自動車一臺アリテ一度ニ6人ヲ運ビ得依テ30人ヲ五ツニ分チ一隊6人ヅツ自動車ニテ運ブトシ30人ノ團隊同時ニ甲ヲ發シテ同時ニ乙ニ着スルヤウ且ツ各隊ノ公平ヲ保ツタメ第一隊ヲ途中迄運ビ直チニ引返シ第二隊モ亦途中迄運ビカクシテ各隊ノ自動車利用距離ト徒歩距離トヲ夫々等シクセントス,各隊ノ自動車利用距離ヲトフ. 但毎時自動車ハ32粁人ハ4粁ノ速サトス. (神工)

(二) 河流問題

24. 或人流レヲ10里漕ギ下リタル後直チニ引返シ漕ギ上リテ出發點ニ達シタルニ10時間ヲ要セリ.又此流レヲ3里下ル時間ト2里上ル時間ト相等シト云フ.

{此人ガ10里ヲ下ル時間及流レノ速サ} (海經)

25. 水夫アリ河ヲ3里漕ギ上ルニ二時間半ヲ要シ五里漕ギ下ルニ二時間ニテ足レリト云フ.然ルニ大雨後河ヲ一時間漕ギ下リシニ3里半進メリ

{コノ際2里ヲ漕ギ上ル時間} (米工)

26. 舟ニテ川ヲ上下セルニ上リニハ甲地ヲ發シテヨリ乙地ニ達スルマデソノ距離ノ後半ハ前半ヨリ毎時九町少ナキ速度ニテ行キ11時間ニテ乙地ニ着セリ下リニハ上リノ前半ヲ行キシ時ヨリ毎時$\frac{1}{2}$里多キ速度ニテ下リ$7\frac{1}{2}$時ニテ甲地ニ歸着セリ.

{甲乙間ノ距離及上リ前半ヲ行キシ速度} (小商)

27. 或水夫a哩ノ流レヲ漕ギ下リテ甲村ヨリ乙村ニ至ルニm時間ヲ要セリ若シ流レニ任セテ漕ガズニ下ラバ等距離ノ靜水ヲ漕ギ行クニ要スル時間ヨリモ$\frac{m}{3}$時間多クカカルト云フ. {乙村ヨリ甲村ニ上ルニ要スル時間} (名商)

28. 河ニ沿フテA村ヨリ2里8町下モニB村アリ今甲乙二

人A村ヲ發シ各別々ノ船ニテB村ニコギ下リ丙ハB村ヲ發シA村ニコギ上ルトシ三人同時ニ出發スルモノトス途中丙ハ甲ニ出合ヒテヨリ上ルコト10町ニシテ乙ニ出合ヒ甲ガB村ニツキタルトキ丙ハA村ノ下流32町ノ處ニアリシト云フ水速ハ毎時14町ニシテ甲乙一時間ニ靜水ヲ漕ゲ速サノ差ハ24町ナリトセバ

{甲乙丙毎時靜水ヲ漕ゲ速サ} (山商)

(三) 混合問題

29. 酒精ト水トノ混合液ヲ入レタル甲乙二器アリ各器ヨリ等量ヲトリテ作リタル混合液ハ酒精3水4ノ割合トナリ又甲ヨリ14升乙ヨリ21升ヲトリテ作リタル混合液ハ酒精2水3ノ割合トナル.

{甲乙各器ノ酒精ト水トノ比} (海大)

30. 4%ノ鹽分ヲ含メル水若干瓦アリコノ液ヨリ水分ヲ蒸發シテ10%ノ鹽分ヲ含メル液トナシタル後之ニ4%ノ鹽分ヲ含メル水300瓦ヲ混ジタルニ6.4%ノ鹽分ヲ含メル水ヲ得タリト云フ.{初メノ水液幾瓦} (東商)

31. 甲乙二瓶アリ甲ニハ水1升乙ニハ酒1升ヲ入レタリ今甲ヨリ1合ヲトリ出シテ乙ニ入レ次ニ乙ヨリ1合ヲ取リ出シテ甲ニ入レ更ニ甲ヨリ1合ヲ取出シテ乙ニ入レ次ニ乙ヨリ1合ヲトリ出シテ甲ニ入ルルトキ

{各瓶ニオケル水ト酒トノ比} (東商)

32. 上中下三種ノ酒ヲ混ジタル三個ノ樽アリ,甲樽ハ各酒ノ割合5:2:1乙樽ハ2:5:1丙樽ハ3:1:4ナリ今之ヲ混ジテ各酒ヲ等分ニ含メル混合酒9升ヲ作ラントス.

{各樽ヨリトルベキ升數} (東師)

33. 酒精若干アリ之ニ水2升ヲ混ジソノ中3升ヲ汲出シ更ニ水1升2合ヲ混セシニ酒精:水=3:5トナレリ.

{最初ノ酒精ノ量} (京醫)

34. 5圓,1圓,50錢ノ三種ノ紙幣ヲトリマゼ金額50圓ニシテソノ枚數30枚アリ.{各枚數} (法大)

35. 3石6斗ノ純酒精ヲ含ム桶中ヨリ若干量ヲ汲出シテ同量ノ水ニテ補ヒソノ混合液ヨリ更ニ前ヨリモ8斗4升ダケ多クヲ汲ミ出シ同量ノ水ニテ補ヒタルニ今ハ桶中ニ酒精ト水トヲ等量ニ含ムト云フ.

{最初汲出セシ量} (大商)

36. 甲乙ノ二桶アリ甲ニハ清酒2斗乙ニハ水1斗ヲ容ル今甲乙ヨリ同時ニ6升宛ヲ汲出シテ夫々乙ト甲ニ入ルカクスルコト三回ニ及ブ時.{乙ニアル清酒ノ量} (名工)

37. 上下二種ノ米アリ之ヲ混ジ一石ニツキ上下兩米一石ノ平均値段ニテ賣ルトキソノ損益高ハ兩米一石ノ値段ノ差及ビ賣リタル兩米ノ石數ノ差ニ比例スルコトヲ示シ且ツイカナル場合ニ利益トナリ又損失トナルカヲ示セ.

(海大)

(四) 作業問題

38. 甲乙二人ノ職工アリ乙ハ若干日間働キテ賃金16圓ヲ得,甲ハ乙ヨリモ5日少ナク働キテ9圓ヲ得タリ,モシ甲ガ乙ノ働キシ日數ダケ働キ乙ハソノ日數ヨリモ15日少ナク働クトセバ甲ハ乙ヨリ8圓多クヲ得ルト云フ.

{甲乙ノ働キシ日數及各一日ノ賃金} (山商)

39. 甲乙丙三人ニテ報酬16圓38錢ノ或作業ヲ引ウケタルニ一日間ニ甲ハ作業ノ$\frac{1}{13}$乙ハ$\frac{2}{9}$丙ハ$\frac{1}{7}$ヲナスト云フ今三人ガ毎日一人ヅツ甲乙丙ノ順ニ交互ニ働キテ成就スル時ハ {各々所得金} 但報酬ハ各自ガナセシ作業ニ比例スルモノトス. (名工)

40. 甲乙丙三人アリ一工事ヲ仕上ゲルニ甲一人デハ三人共同シテ成ス日數ヨリモ9日多ク乙一人デハ16日半多ク,丙一人デハ3倍カカルト云フ.

{三人共同シテ仕上ゲル日數} (熊工)

41. 或仕事ヲ成就スルニ甲一人デハ乙丙共同シテナス日數ノm倍ヲ要シ,乙一人デハ甲丙共同ノ日數ノn倍ヲ要シ丙一人デハ甲乙共同日數ノp倍ヲ要スト云フ然ル時ハ

$$\left\{\frac{1}{m+1}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{p+1}=1\right\}$$ (東商)

42. 甲乙二人アリ甲ハ若干日,乙ハ甲ヨリモ3日少ナク働キテ賃金合計91圓50錢ヲ得タリモシ兩人ノ働キシ日數ヲ取換ヘタナラバ等額ノ賃金ヲ得ルト云フ,甲一日ノ賃錢ハ乙一日ノヨリモ50錢多シトセバ

{甲ノ働キシ日數及一日ノ賃金} (醫專)

43. 甲乙二人アリ或期間共ニ一ノ仕事ニ從事シ甲ハ一日モ休マズ乙ハ6日間休ミテ甲ハ57圓60錢,乙ハ32圓40錢ヲ得タリ,モシ甲乙ノ働キシ日數ガ前ト反對ナリシナラバ兩人ノ所得相等シト云フ.{兩人ノ日給} (熊醫)

44. 正方形ノ地所ヲ買ヒ且ツソノ周圍ニ塀ヲ作ラントス面積100坪ナラバ1700圓ヲ要シ64坪ナラバ合計1120圓ヲ要スト云フ.然ラバ幾坪ノ地所トセバ合計2000圓ヲ要スベキカ.(答ハ一坪未滿四捨五入) (横工)

45. 或人23臺ノ織機ヲ有シ各一時間ニ19.5尺ヲオルト云フ今最初ノ一臺ハ午前九時ヨリ運轉ヲ始メ他ハソレヨリ5分ヅツ後レテ順次ニ運轉ヲ始ムトセバ

{ソノ日ノ午後一時迄ニオリ出ス總高} (福工)

46. 甲乙二人共力シテ或仕事ヲ12日間ニナスベキ約束ニテ6日働キタルニトテモ期限内ニナシ能ハザルヲシリ更ニ七日目ヨリ丙ト三人共同シテ豫定ノ如クナセリト云フ而シテ三人ノ力ヲ比ブルニ甲乙別々ニナス日數ハ2:3デ又甲丙共同ニテナス日數ト乙丙共同ニテノ日數トハ7:8ナリト云フ

{最初ヨリ三人共同シテナス日數} (大工)

47. 甲乙二人アリ或仕事ノ半分ヅツヲ分擔シ甲ハ乙ヨリ二時三十分間早ク仕事ヲ始メ正午迄ニ兩人ニテ丁度全業ノ半分ヲ了セリ,午後ハ兩人共一時ヨリ仕事ヲ始メ乙ハ6時ニ甲ハ6時12分ニ完了セリト云フ.

{甲乙各人ノ仕事ヲ始メシ時刻} (熊工)

(五) 物理問題

48. 甲乙二本ノ等長ナル電線アリ甲ハ半徑1.8粍ノ銅線ニ銅ノ$\frac{1}{10}$ノ比重ヲ有スル絶縁物ヲ1粍ノ厚サニ被覆シタルモノニシテ乙ハ同種ノ絶縁物ヲ甲ト同ジ厚サダケ銅線ニ被覆セリ乙ノ全重量ハ甲ノ全重量ヨリ10%少シト云フ.{乙ノ銅ノ半徑} (東工)

49. 風速毎秒20米ノ順風ナルトキハ打抗工事ノ打込ヲ目擊シテヨリ$1\frac{3}{5}$秒同風速ノ逆風ナル時ハ$1\frac{4}{5}$秒ヲ隔テ音響ヲ聞ク然ラバ無風ノ時ハ幾秒ノ後音響ヲキクカ.(高校)

50. 圓壔形ノ中空ナル管アリソノ長サハ9糎重サハ90瓦ナリ今コノ管内ニ比重13.596ナル水銀ヲ充タセシニソノ全體ノ重サハ150瓦トナレリト云フ.

{管ノ内徑} 但糎ノ小數第二位迄 (桐工)

51. 鐵(比重7.7)製ノ直圓錐體アリソノ高サ36糎ニシテ重量12貫100匁ナリト云フ.{底面ノ直徑}

但 $\pi=22/7$ (長商)

52. 甲ハ2200尺距リタル的ニ向ツテ射擊セシニ發射後$3\frac{3}{8}$秒ヲ經テ銃丸ノ的ニ中リタル音ヲキキ又乙ハ甲ヨリ1800

尺的ヨリ 250 尺距リタル所ニアリテ銃聲チキキシ後$\frac{7}{8}$秒チ經テ丸ノ的ニ中リタル音チキキシト云フ音及銃丸ハ各等速ニテ進ムト假定シ《兩者ノ速度》 (大工)

53. 寶石入純金ノ指環アリソノ重サ 9.1 瓦ナリ之チ水中ニテ量レバ 8.1 瓦ナリ金ノ比重ハ19,寶石ノ比重ハ 2.5 ナルコトチ知リテ《金及寶石ノ重サ》 (高校)

54. 彈性ノ球アリ之チ10尺ノ高サヨリ水平ナル板上ニオトストキハネ上ルコト4尺ナリ然ラバコノ球ガ靜止スル迄ニハ全長何程ノ上下運動チナスカ.

但ハネ上ル高サハ落下スル高サニ比例ストス. (南醫)

55. 黃銅ハ銅ト亞鉛トノ合金ナリ今銅80,亞鉛 4,錫16ナル割合ヨリナル靑銅ト或割合ニ混ジテ鎔シタルニ銅74亞鉛16,錫10ナル割合ノ合金チ得タリ.

《黃銅チ組成スル銅ト亞鉛トノ割合》 (神商)

56. 燈臺ノ光ガ濃霧ノタメニ妨ゲラレ光源ヨリ x 尺ニオケル光ノ强サハ a^{-x} ニ比例スト云フ但 a ハ或一定ノ數ナリ光源ヨリノ距離ガ $A.P$ チナス地點ニ於テハ光ノ强サハ $G.P$ チナス之チ證セヨ.又 5 尺チ隔テタル地點ニ於テ光ノ强サガ半減セラルル時ニハ强サガ$\frac{1}{16}$ニ減ズル地點ノ《光源ヨリノ距離》 (東工)

57. 甲乙二種ノ合金アリ甲ハ銅ト亞鉛トヨリナリ乙ハ銅,亞鉛錫チ 20:1:4 ノ割合ニ熔合セルモノナリ今甲乙チ熔合シテ銅,亞鉛,錫チ 37:8:5 ノ割合ニ含ムモノチエタリト云フ.《甲ノ銅,亞鉛ノ割合》 (陸士)

58. a 米チ隔テタル二點 A,B ニ夫々 m,n 燭光ノ光源アリ今物體チ A,B ノ中間 C ニオキタルニソノ影消失セリ.

《AC ノ距離》 (濱工)

(六) 注水問題

59. 圓筒形ノ水槽底ニ等シキ二流出口アリ,初メコノ中ニ 9 石チ入レオキマヅ第一口ヨリ流出セシメ或時間ノ後第二口チヒラキタルニ殘水 初メト全ク等時間ニテ流出セリ.《第二口チヒラク迄ニ流出セシ水量》 但水ガ水槽ヨリ流レイデツキル時間ハ流レ初ムルトキノ水ノ深サノ平方根ニ比例ス. (高商)

60. a 合チ入ルル瓶ニ酒精チ充タシソレヨリ b 合チクミ出シ水チ入レテソノ盧チミタスカクスルコト n 回ノ後ニノコレル酒精ノ量チ表ス式チ求ム. (松商)

61. 容積ノ比 8:27 ナル甲乙ノ立方形ノ容器ニ 1:2 ノ比ノ水アリ今甲ノ水チ一部乙ニ移シテ兩器ニオケル水ノ深サチ等シクシ次ニ乙ヨリ甲ニ $415\frac{5}{13}$立方糎ノ水チ移ストキハ甲乙ニオケル水ノ深サノ比ハ 3:2 トナルト云フ.

《初メノ甲乙兩器ニオケル水量》 (慈醫)

62. 甲乙ノ給水圓管ト丙ナル排水圓管トチ備フル水槽アリソノ直徑甲ハ 2 尺乙ハ 3 尺ナリ今此三管チ同時ニ開キテ滿水セシムルニ要スル時間ハ甲ノミチヒラキテ滿水セシムル時間ノ 4 倍ナリ.《丙ノ直徑》 但甲乙丙各々流速ハ 2:1:3 ノ比チナシ又流水量ハ圓管ノ直徑ノ平方ト流速トノ相乘積ニ比例ストス. (陸士)

63. a 立ノ酒精アリコノ中ヨリ c 立チ汲出シテソノ代リニ c 立ノ水チ加ヘ次ニ又 c 立チ汲出シテ c 立ノ水チ加ヘカクヽ回行フトキ生ズル酒精溶液ノ容積百分比チ求メヨ. 但水チ加フルタメニ容積チ變セズ. (朝大)

(七) 汽車問題

64. 甲驛ヨリ乙驛ニ向ツテ出發セル汽車ガ兩驛間ノ 3/5 チ

進ミシ時故障ヲ生セシタメ速サヲ毎時10哩減ジテ乙ニ着シタルニ平均ノ速サハ最初ノ速サヨリモ毎時6哩少ナカリシト云フ.《最初毎時ノ速サ》 (東商)

65. 毎時24哩ノ速サノ機關車アリ今コレヲ以テ客車ヲ引カシムルトキハソノ速度ハ客車ノ數ノ平方根ニ比例シテ減ズルモノトス,而シテ客車4輛ヲ引カシムル時ハ毎時20哩ノ速度トナルト云フ此機關車ノ引キウル客車數ノ最大限度如何. (海經)

66. A,B,C三臺ノ飛行機アリ甲市ヨリ乙市ニ行キタルトキAハBヨリ毎時21哩大ナル速度ニテ,又BハCヨリ毎時9哩大ナル速度ヲ以テ行キタルニAハBヨリ1時30分早クBハCヨリ45分早ク着シタリト云フ.

《兩市ノ距離》 (東工)

67. 等長ナル甲乙ノ二電車アリ兩車反對ノ方向ニ動クトキ相接シテヨリハナルルマデニ1秒カカルト云フ又同方向ニ動クトキハ甲ガ乙ニ追付キテヨリハナルルマデニ12秒カカル,シカシ甲ノ速サヲ毎分12間マサバ10秒ニテ足ルト云フ.《電車ノ長サ及速サ》 (米工)

68. 甲列車ハ東地ヨリ西地ニ,乙列車ハ西地ヨリ東地ニ達セントシ相向ヒテ同時ニ出發シ出會セルトキソノ走リタル距離ノ差63哩ナリソレヨリ甲ハ4時間乙ハ9時間ヲ經テ目的地ニ着セリ.《兩地間ノ距離ト各車ノ速サ》(海大)

69. 甲自動車ハ午前五時A地ヲ發シB地ニ向ヒ乙自動車ハ甲ヨリ大ナル速度ニテ午前七時A地ヲ發シB地ニ向ヒシニ午前十一時二十分及午後〇時四十分ニ於テ兩車間ノ間隔8哩ナリシト云フ.《兩車毎時ノ速度》 (醫專)

70. 或機關車ノ速サハ貨車ヲ連結セザル時ハ毎時36哩デ貨車ヲ連結セバソノ數ノ平方根ニ比例シテ速サヲ減ズト

云フ今貨車四臺ヲ連結スル時ハソノ速サ毎時30哩ナリト云フモシ毎時20哩以上ノ速サヲ保タシムルニハ牽引シ得ル貨車ノ最大數如何. (明專)

71. 汽車ノ走ルニ要スル時間ハ距離ニ比例シ速度ニ反比例ス速度ハ1哩ヲ走ルニ要スル石炭量ノ平方根ニ比例シソノ連結スル車輛ノ數ニ反比例ス,今20輛ヲ連ネタル汽車ガ36哩ノ距離ヲ1時間ニ走ルニ石炭900封度ヲ要ストセバ同ジ車輛18輛ヲ連ネタル汽車ガ30哩ノ距離ヲ

《45分間ニ走ルニ要スル石炭ノ量》 (神商)

72. 第一列車ハ毎時30哩ノ速サニテ甲驛ヨリ乙驛ニ向ヒテ出發シソレヨリ12分後レテ第二列車ガ毎時40哩ノ速サニテ乙驛ヨリ甲驛ニ向ヒテ出發シタルニ兩驛ノ中央ヨリ$\frac{1}{2}$哩ヲ距ル地點ニ於テ兩列車ハ相會セリ.

《甲乙兩驛間ノ距離》 (神商)

73. 同方向ニ走ル甲乙ノ自轉車アリソノ速サ毎時甲ハ18哩乙ハ16哩デ甲ハ乙ノ前方30哩ニアリシトキ先方ヨリ來レル丙ニ出合ヒ乙ハソレヨリ50分後丙ニ出合ヒタリ然ラバ丙ガ甲ヨリ計リテ甲乙間ノ距離ノ$\frac{2}{3}$ノ位置ニアリシハ甲ニ出合ヒシヨリ幾分後ナルカ. (海兵)

74. 或人電車道ニ沿ヒ毎時4哩ノ速サニテ進行セシニ8分24秒毎ニ電車ニ追ヒコサレ又6分毎ニ行キ合ヒタリ電車毎時ノ速サ何哩カ. 但電車ハ等時間ヲヘダテテ双方ノ起點ヨリ發車シ途中停留セズ. (海經)

75. 甲乙2人自動車ニテAヨリBニ行カントス甲ハ乙ヨリ30分後レテ出發シAヨリ100粁ノ所ニテ乙ニ追ヒツキ直チニBニ至リテ18分間休息シ再ビ元ノ速サニテ引返シBヨリ10粁ノ所ニテ乙ニ出合ヒコノ時ヨリソノ速サ

ヲ毎時10粁ヲ増シテ4時間ノ後Aニ歸着セリ.

{A,Bノ距離} (明專)

(八) 汽船問題

76. 一直線ヲナセル海岸ノ一點Aヨリ之ニ直角ノ方向ニ1町ヲ隔ツル海上ノ小舟中ニアル人ガAヨリ7町隔ツル海岸ノ一點ニ丁度5分ニテ着セントス今舟ナラバ毎分一町陸ナラバ毎分2町ノ速サニテ進ムモノトセバ何處ニ上陸スベキカ. 但町ノ小數第一位以下四捨五入(海軍)

77. 三船アリ兩港間ヲ航スルニAハBヨリ毎時半浬速キガ故ニ航行時間1時間半少ナクBハCヨリ毎時3/4浬速キガ故ニ航行時間2時間半少ナシト云フ.

{兩港間ノ距離} (鳥農)

78. 汽船ニ要スル石炭ノ消費量ハソノ速サノ三乘ニ比例スト云フ今16節ノ速サノ時96噸ノ石炭ヲ要スル汽船ノ速サト石炭ノ消費量トノ間ノ關係如何. (水產)

79. 沖ニ向ヒテ進ム船上ニテ汽笛ヲナラシタルニ2秒後海岸ヨリノ反響音ヲキケリ,又第一ノ汽笛ヨリ二分ノ後第二汽笛ヲナラシタルニソレヨリ5秒ノ後ソノ反響音ヲキキシト云フ船ノ速サ幾節ナルカ. 但音ノ速サハ毎秒1120呎1「ノット」ハ毎時6080呎ノ速サナリ. (東船)

80. 汽船ガ航行中ニ要スル石炭料ハソノ速サノ二乘ニ比例シ毎時10浬ニテ進ムトキハ毎時50圓ノ石炭ヲ費スト云フ尙航行中ハソノ速サノ如何ニ關セズ毎時50圓ノ雜費ヲ要ストセバ總費用1200圓ニテ100浬ヲ航行センニハソノ速サ如何. (海兵)

(九) 競走問題

81. 甲乙丙三人同時ニ同所ヲ出發シテ10里以上ノ距離ヲ競

走セントス豫想サレタル早サヲ聞クニ甲ハ毎時$1\frac{4}{5}$里乙ハ丙ヨリ毎時$\frac{3}{20}$里多シ,而シテコノ速サデ走ルトセバ甲ハ乙ヨリ1時間半早ク決勝點ニ着スベク又乙ハ丙ヨリ1時間早ク決勝點ニ着スベシト云フ. {距離} (海機)

82. 10哩ノ競走ニ於テ甲ハ乙ヨリ5分後レテ出發セシガ25分目ニ乙ニ追付キ乙ヨリ7分早ク決勝點ニ入レリ.

{兩人毎時ノ早サ} (大工)

83. 甲乙800米ノ競爭ヲナシテ甲ハ乙ニ32米勝チタリ依テ次ニ兩人ガ1200米ノ競爭ヲナストキハ甲ヲ出發線ノ後方若干米ノ地點ヨリ出發セシメシニ尙甲ハ乙ニ$4\frac{4}{5}$米勝チタリ此時甲ハ出發線ノ後方幾米ノ地點ヨリ出發セシカ但兩人ハ夫々定速ニテ走ルモノトス. (廣師)

84. 280碼ノ競走ニ於テ甲ハ乙ニ14碼ノ先發ヲ許サバ勝敗ナク又570碼ノ競走ニ於テ乙ハ丙ニ24碼ノ先發ヲ許サバ勝敗ナカルベシ今1100碼ノ競走ニ於テ甲ハ丙ニ80碼ノ先發ヲ許サバ甲ハ幾碼勝ツカ. (京蠶)

(十) 賣買問題

85. 甲商品ヲ1割5分引乙商品ヲ1割2分引ニテ買ヒ合計69圓44錢ヲ拂ヒテ平均1割3分2厘引ニ當レリト云フ

{甲乙各々ノ買價} (鹿農)

86. 或人甲乙二書合セテ32部ヲ買ヘリモシ此金額ニテ甲書ノミヲ買ヘバ30部,乙書ノミ買ヘバ36部ヲ得ト云フ.

{最初ノ二書ノ部數} (海軍)

87. 大中小三種ノ雞卵アリ2圓ニツキ大ハ中ヨリ5個少ナク5圓60錢ニツキ小ハ中ヨリ10個多クヲ買ヒウベク而シテ中3個ノ價ハ大1個ト小2個ノ價ノ和ニ等シト云フ. {2圓ニツキ買ヒ得ル中ノ個數} (神船)

88. 定價通リニ賣ラバ1個ニツキ54圓95錢ノ利益アル時計ヲ定價ノ1割5分引デ6個賣ル利益ハ定價ノ1割引デ5個賣ル利益ノ$\frac{3}{4}$ニ等シト云フ.

{1個ノ原價} (神工)

89. 今ヨリn年前ノ米價ヲ今ヨリ4年前ノニ比較スルニ1圓ニ付テハ3升安ク1升ニ付テハ30錢安カリシト云フ今ヨリn年前ノ米價ハ1升ニ付何錢ナリシカ. (高校)

90. 田地アリソノ2割5分ヲ潰地トシソノ土ヲ以テ殘ノ部分ヲ埋メ立テ埋立費用坪當リ1圓50錢ヲ支拂ヒタリ今殘ノ土地ヲ一坪5圓20錢ニテ賣ルモノトセバ1012圓50錢ヲ損シ,6圓50錢ニテ賣ルモノトセバ3375圓ヲ利スベシト云フ.{田地ノ面積及一坪ノ原價} (千圓)

91. 甲ガ若干ノ資本デ商業ヲナセル時乙加入シソノ出資合計5000圓トナレリ而シテ甲ハ9ヶ月乙ハ6ヶ月出資シタル後決算スルニ各自ノ利益配當ヲ各自ノ出資金ニ加ヘタルニ甲ハ2497圓,乙ハ3052圓トナレリ.

{各人最初ノ出資金} (臺商)

(十一) 學事問題

92. 某學校ニテ入學志願者數ヲ昨年ト本年トニツキ比較スルニ本年度ニオケル無試驗志願者ハ昨年度ニ比シソノ20%減少セルモ試驗志願者ハ5%增セシヲ以テ總數ニ於テ$3\frac{1}{13}$%增セシヲ見タリ.{本年度ニオケル試驗志願者ト無試驗志願者トノ比} (大工)

(十二) 年齡問題

93. 父子三人アリ父ノ年齡ハ二子ノ年齡ノ和ノ平方ノ$\frac{6}{7}$ニシテ三年後ニハ二子ノ年齡ノ平方根ノ和ノ9倍トナルベクソレヨリ更ニ32年後ニハ二子ノ年齡ノ和ニ等シカルベシト云フ.{三人ノ各年齡} (東工)

(十三) 幾何學問題

94. 間桿ヲ用ヒテ畑地ノ面積ノ測量シテ一段歩ヲ得タリ後ニ至リソノ間桿ニ一寸ノ延ビアルコトヲ發見セリコノ畑地ノ面積如何. (廣師)

95. 半徑a寸ノ圓ニ內接スル二等邊△アリソノ面積ガ底邊及ビ之ニ平行ナル直徑ヲ二邊トスル梯形ノ面積ニ等シキトキ此三角形ノ面積ヲ求メヨ. (高校)

96. 直三角形アリソノ周ハa尺面積ハb平方尺ナリ.

{ 邊} (東商)

97. 6平方寸,8平方寸,12平方寸ノ矩形ノ枚各二枚ヅツニテ作ラレタル直六角體ノ箱アリ.{稜ノ長サ} (上蠶)

98. 二點A,Bヨリ一直線CDヘ下セル垂線AC,BDノ長サガ夫々4米,5米ニシテCDガ15米ナルトキCD上ニ一點Pヲ求メテ$AP+PB$ヲ18米ナラシメントス.

{CPノ長サ} (秋鑛)

99. 同ジ圓ニ內接スル正五角形,正六角形,正十角形ノ各邊ヲ三邊トスル三角形ハ直角三角形ナリ. (慶大)

100. 各邊ガ3尺,4尺,5尺ナル三角形ノ最大角ノ二等分線ノ長サヲ分迄求メヨ. (大醫)

101. 三角形ノ周ノ長サガ一定ニシテ一邊ガ他ノ一邊ノ2倍ナルトキ最短邊ノ周ニ對スル比ハ$\frac{1}{6}$ト$\frac{1}{4}$トノ間ニアルコトヲ證セヨ. (東工)

102. 直徑3尺及1尺ノ二本ノ圓柱ヲ針金ニテ一所ニ結束セントス一廻リニ幾尺ノ針金ヲ要スルカ.(寸位迄) (海經)

103. 直角三角形アリソノ周ハ56寸,面積ハ84平方寸ナリ.

{各邊} (水產)

104. 半徑6寸ナル圓ノ直徑ABノ兩端ニ於テ引キタル切線

AC, BD ト圓周上ノ一點 M ニオケル切線トニテデキル梯形 $ACDB$ ノ周ガ4尺2寸ナリ.

{CA, BD ノ長サ} (京商)

105. 一ツノ三角形ノ二邊ノ和ト他ノ一邊トニテ包ム三ツノ矩形ノ面積ノ比ガ 27:32:35 ナル時.

{三邊ノ長サノ比} (海軍)

106. 三角形ノ二邊ノ和5寸,底邊4寸,高サ1寸2分ナルトキ.

{二邊ノ長サ} (東商)

107. 矩形ノ地所アリ間口 x 間奥行 y 間面積 z 坪ナリ z ヲ x, y デ表ス公式ヲ作レ,又 x ハ z, y ニ對シ如何ナル比例關係ニアルカ. (海大)

108. (A) 半徑 R ナル圓ノ内接正八角形ノ一邊ハ $R\sqrt{2-\sqrt{2}}$ ナルヲ證セヨ. (B) 略ス.

109. 直角三角形 ABC ノ直角ノ二邊 BC, CA ノ長サハ4尺及3尺ナリ今本形内ニ一列ニ三等圓ヲ何レモ BC ニ切シ兩端ノ一ツハ AB ニ一ツハ CA ニ切シ又中間ノ圓ハ他圓ニ切スル樣ニ容ルル時此圓ノ半徑如何. (小商)

110. $\angle A0B$ ノ二等分線ヲ $0P_1$ トシ $\angle A0P_1$ ノ二等分線ヲ $0P_2$, $\angle P_20P_1$ ノ二等分線ヲ $0P_3$, $\angle P_30P_2$ ノ二等分線ヲ $0P_4$ トスル如クコノ方法ヲ繼續セバ二等分線ハ $\angle A0B$ ノ三等分線ノ一ツニ限リナク接近ス. (東工)

111. 截口ノ圓ノ直徑ガ1尺8寸デ長サガ2間2尺ナル丸木ガ $(10+9+8+\cdots\cdots+2+1)$ 本アル今10立方尺ヲ1石ト呼ブコトトセバ材木ノ總體積何石カ. (字農)

112. 直角三角形アリソノ斜邊ハ5糎,他ノ二邊及斜邊ニ對スル高サノ和ハ9.4糎ナリ. {二邊及高サ} (薬專)

113. 對角線ノ長サ3寸ナル矩形 $ABCD$ ヲ二等分スル直線ガ BC ト E ニテ交ハリ AB ノ延長ト F ニテ交ハル

$BE=1$ 寸, $BF=3$ 寸ナラバ {二邊ノ長サ} (陸士)

114. 徑1寸ナル圓ニ外接スル直角三角形ノ面積ハ $(2+2\sqrt{2})$ 平方寸ヨリ小ナルコト能ハズ之ヲ證セヨ. (名商)

115. 次ノ方程式ニ於テ a, b ヲ線分ノ長サニテ表ハシ x ヲ作圖ニヨリテ求メヨ. $x=(a^4-b^4)^{\frac{1}{4}}$ 但 $a>b>0$ (東工)

116. 半徑 r ナル0圓内ニ互ニ外切スル最大二等圓 A, B ヲ内切セシメ又圓 A, B ト圓0トニ切スル第三圓 C_1 ヲ容レ更ニ圓 A, B, C_1 ニ内切スル圓 C_2 ヲ容レ更ニ圓 A, B, C_2 ニ内切スル圓 C_3 ヲ容レ追ウテ此ノ如クシテ一般ニ圓 $A, B,$ ト C_{n-1} ニ内切スル圓 C_n ヲ容ルル時ニ $C_1, C_2, C_3, \cdots\cdots C_n$ ノ半徑ヲ求メヨ又之等ノ圓ガ無限ニ多ク作ラレタリトシテ其等ノ半徑ノ和ヲ求メヨ. (仙工)

117. $\triangle ABC$ ノ三邊ヲ夫々 a, b, c ニテ表ストキハ

$\sqrt{\dfrac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}$ ハ恒ニ實數デ1ヨリ小ナリ (廣師)

118. 石鹸球ヲ半徑2糎ヨリ3糎ニ膨ラサバ膜ノ厚サハ如何ニ減ズベキカ. (秋鑛)

119. 圓周 $x^2+y^2=4$ ト直線 $y-x=k$ トガ一點ヲモ共有シナイタメノ條件ヲ求メヨ. (大醫)

120. a, b ヲ二隣邊ノ長サトスル矩形 $ABCD$ ノ一邊 AB ノ延長上ニ一點 M ヲトリ MC ト AD トノ交點ヲ N トスルトキ $\triangle AMN, CDN$ ノ面積ノ和ノ最小値ヲ求メヨ. (愛醫)

121. $\triangle ABC$ ノ底邊 BC 上ニ一點 P ヲトリ P ヨリ AB, AC ニ下セル垂線ヲ PE, PF トスルトキ $PE.PF$ ヲ最大ナラシムル樣ニ P 點ヲ求メ尙ホ $AB=6, AC=5, BC=7$ トシテ $PE.PF$ ノ最大値ヲ求メヨ. (水産)

122. 高サ7寸,内半徑2寸ノ圓壔ノ中ヘ等半徑ノ三個ノ球ヲ入レントス其球ノ最大半徑ハ何等何分何厘ナルカ. (明專)

(十四) 雜 題

123. x ニ關スル二次方程式 $x^2+ax+b=0$ ト $x^2+px+q=0$ トガ一ツノ共通根ヲ有スルトキソノ異ナル二ツノ根ヲ根トスル二次方程式ヲ作レ. (高校)

124. m ガ如何ナル値ヲ有スルトキ次ノ二方程式ハ x ノ同ジ値ニヨリテ滿足セラルルカ.

$$5x^2+(9+4m)x+2m^2=0,\ 5x+9=0$$ (東師)

125. 甲乙二人ガ同一ノ二次方程式ヲトキ甲ハ常數項ヲ誤書セシタメ 3.9 ナル二根ヲ得乙ハ x ノ係數ヲ誤書セシタメニ −4, −,6 ナル二根ヲ得タリト云フ然ルトキハソノ方程式ヲ正シクトケバ如何ナル根ヲウベキカ. (秋鑛)

126. $6x^3-7x^2-16x+12$ ヲ 0 ナラシムルモ $3x^3-5x^2-4x+4$ ヲ 0 ナラシメザル x ノ値如何. (海軍)

127. $x^2+ax+bc=0,\ x^2+bx+ca=0$ ガ一ツノ共通根ヲ有スルトキハソノ共通ナラザル二根ハ $x^2+cx+ab=0$ ノ根ナリ. (大工)

128. $lx+my+n=0,\ \dfrac{lx}{a^2}+\dfrac{my}{b^2}=0,\ \left(\dfrac{x}{a}\right)^2+\left(\dfrac{y}{b}\right)^2=1$ ナル三方程式ガ同時ニ成立ツナラバ

$$\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{m^2}=\frac{(a^2-b^2)^2}{n^2}$$ ナリ. (名工)

129. 方程式 $x^2+1+\dfrac{1}{x^2+1}=2k$ ニ於テ次ノ事項ニ答ヘヨ.

(a) $k=1$ ナラバ此方程式ヲ滿足スル x ノ値ハ悉ク實數ナリ (b) 此方程式ヲ滿足スル x ノ値ガ悉ク實數ナルタメニハ $k=1$ ナラザルベカラズ (c) $k=1$ ナラズトシテ此方程式ヲトケ. (同大)

130. 二次方程式 $ax^2+2bx+c=0$ ノ二根ヲ x_1, x_2 トシ $a'y^2+2b'y+c'=0$ ノ二根ヲ y_1, y_2 トスルトキ上ノ四根ノ間ニ

$$\frac{2}{x_2-x_1}=\frac{1}{y_1-x_1}+\frac{1}{y_2-x_1}$$ ナル關係アラバ

$c'a-2b'b+a'c=0$ ナリ之ヲ證セヨ. (愛醫)

(十六) 其他ノ問題

131. 菓物商アリ林檎10箱ヲ買ヒ運賃6圓ヲ拂ヘリ而シテ5%ノ腐リヲ生ズルモ6割ノ利益アル見込ニテ1個16錢ヅツニ賣リシニ78個ノ腐リヲ生ゼシタメ結局4割ノ利益ヲ得タリト云フ一箱ノ原價如何, 但箱ハ全部ニテ48錢ニ賣ルモノトス. (東商)

132. 或家ニテ毎月ノ木炭代ヲ一俵ニ50錢騰貴セル後ニモソノ前ト同額ナラシメンニハソノ消費量ヲ $1\frac{1}{5}$ 俵ダケ減ズルヲ要シ又木炭ト石炭ガストヲ併用シ石炭ガスヲ2000立方呎,木炭ヲ最初ノ消費量ヨリ4俵減ズルモノトセバ費用ハ木炭騰貴後ニ於テモ2圓50錢少シト云フ.

{最初一ケ月ノ木炭使用量} 但石炭ガス1000立方呎ノ價ハ騰貴前ニオケル木炭一俵ノ價ヨリモ25錢高シ. (東外)

133. 甲ハ白米若干石ヲ1圓ニ付若干升ノ割ニテ買入レ之ヲ1圓ニ付買値ヨリ1圓高ク乙ニウリテ20圓ヲ利セリ然ルニ乙ハ之ヲ已レノ買値ヨリ1圓ニ付1圓高ク丙ニ賣リテ22圓ヲ利セリ {甲ノ買入レタル石數} (海大)

134. 三桁ノ整數アリ列數字ノ和ハ18デ百位ノ數字ハ十位ノ數字ノ3倍ヨリ大ナリ {此要件ニ適スル最小數} (海軍)

135. 六位ノ整數アリソノ左端ノ數字ハ2デ之ヲソノ右端ニ移ストキハ元ノ數ノ3倍ニ等シキ數トナルト云フ.

{元ノ數} (陸士)

136. 或日ノ氣溫攝氏5°ヨリモ高ク華氏ノ示度ハ攝氏ノ示度ノ整數倍ニシテ兩者ノ示度モ亦整數ナリト云フ攝氏ノ

何度ナリシカ. (海軍)

137. 一隊ノ兵ヲ矩形ニ列ベタルニソノ長サハ巾ノ2倍ナリモシ此中 206 人ヲ減セバ厚サ3列ノ中空方陣ニ列ブルコトヲ得且ツソノ外面一列ノ人數ハ原矩形ノ長サニオケル人數ニ等シト云フ {コノ隊ノ人員} (京蠶)

138. 5圓, 1圓, 50錢ノ三種ノ紙幣ヲトリマゼ金額50圓ニシテソノ枚數30枚アリ. {各枚數} (法大)

139. 數字ノ和ノ3倍ニ等シキ二位ノ數ヲ求ム. (三農)

(乙) 全書雜題 (共通)

140. $a+b+c=0$ ナルトキハ

〔$a^4+b^4+c^4=2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$〕 (神商)

141. $x=1+2i$ ナルトキハ

{x^3+x^2-x+15} (專門)

142. $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c)=1$ ナラバ

〔a, b, c ノ何レカ二ツノ和ハ 0 ナリ〕 (高校)

143. a, b ガ 1 ヨリ大ナル正ノ整數ナラバ

〔a^3b-ab^3 ハ 3 ノ倍數ナリ〕 (神商)

144. $(a+b+c)^2$ ト〔$a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)$〕トハ何レガ大ナルカ. (海軍)

145. (イ) x ガ整數ナラバ〔$2x^3+4x$ ハ 6 ノ倍數ナリ〕

(ロ) x^2+ax+b, x^2+mx+n ノ $G.C.M$ ガ $x+f$ ナラバ兩式ノ $L.C.M$ ハ $x^3+(a+m-f)x^2+(am-f^2)x+f(a-f)(m-f)$ ナリ. (陸士)

146. 聯立方程式 $x+\frac{1}{y}=a, y+\frac{1}{x}=b$ ガ唯一組ノ根ヲ有スト云フ, a, b ノ關係及此方程式ノ根ヲ求ム. (高校)

147. $a>0, b>0, c>0$ ナラバ

〔$x^3+ax^2+bx+c=0$ ハ正ノ根ヲ有セズ〕 (東蠶)

148. $x=\frac{abc}{bc+ca+ab}=a+b+c$ ナラバ

〔$(a-x)(b-x)(c-x)=0$〕 (海大)

149. $x=y+z=\sqrt[3]{4}$ ナルトキ

{$x^3+2(y^3+z^3)+6xyz$} (東商)

150. $(x+2)(x+3)(x-5)(x-6)+20$ ハ

〔x ノ實數値ニ對シ常ニ正數ナリ〕 (名商)

151. $3x^2-5x=6$ ナラバ $3x^3+4x^2-15x-8$ ノ値如何. (大商)

152. $a(by+cz-ax)=b(cz+ax-by)=c(ax+by-cz)$ ニシテ且ツ $a+b+c=0$ ナラバ 〔$x+y+z=0$〕 (大工)

153. x, y, z ハ悉クハ 0 ニアラズシテ $ax+by+cz=0$, $bx+cy+az=0$, $cx+ay+bz=0$ ナルトキハ $a^3+b^3+c^3=3abc$ ナルヲ證セヨ. 但各文字ガ悉ク 0 ニ等シカラザル場合ノミニツキ證明セヨ. (横工)

154. a, b, c, d ガ正ノ實數ニシテ

$a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$ ナラバ 〔$a=b=c=d$〕 (海大)

155. $2x=a+1/a$, $2y=b+1/b$ ナル時

{$xy+\sqrt{(x^2-1)(y^2-1)}$} (廣師)

156. $2x^2-3xy+y^2-10x+7y+2$ ナル式ノ x, y ヲ夫々 $X+a$, $Y+b$ ニテオキカヘテ生ゼシ式ノ X, Y ノ項ヲナクサントス a, b ヲ如何ニ定ムベキカ. (廣大)

157. a, b, c ガ一ツノ三角形ノ三邊ノ長サヲ表ハストキハ三項式 $b^2x^2+(b^2+c^2-a^2)x+c^2$ ノ値ハ x ノ値ニ關セズ常ニ正ナリ. (水産)

158. x ニツキテノ三次式アリ $2x-3$ デワレバ -3 ノコリ又 $2x^2-5x+3$ ニデワレバ商 $3x+4$ ヲ得テ殘ハ x ヲ含マズト云フ. {此三次式} (陸士)

159. 0ナラザル實數トソノ逆數トノ和ノ絶對値ハ
〔2ヨリモ小ナラズ〕 (〃)

160. $6x^2+4y^2=11xy$ ナルトキ $\left\{\dfrac{x^2+3xy+y^2}{x^2-3xy+y^2}\right\}$ (東商)

161. $x^2+x-1=0$ ナルトキ
$\{x^3+2x^2+x+1\}$ (明專)

162. a, b, c ガ實數ナルトキハ
$[b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2 \geqq abc(a+b+c)]$ (專門)

163. $a^2b=c(a+b-c)^2$ ナラバ
$[b=c$ 又ハ $bc=(a-c)]$ (愛醫)

164. 1, 2, 3, 5, 7, 8 ノ六ツノ數字ノ中ヨリ二ツヅツトリテ作レル二桁ノ數ノ總和ヲ求メヨ. (東商)

165. 一數アリ之ニ 0.3125 ヲ乘ズベキヲ誤リテ 0.3125 ヲ乘ジタルタメ積ニ1ノ差ヲ生ジタリ. {其數} (名工)

166. 有理數ト二次不盡根數トヨリナル數アリソノ數ノ立方ハソノ數ノ15倍ヨリ有理數ノ2倍ヲ引キタルモノニ等シト云フ如何ナル數カ. (〃)

167. 遊星ガ太陽ヲ一周スルニ要スル時間ノ自乘ハ太陽ヨリノ距離ノ三乘ニ正比例ス太陽ヨリ地球及金星ニ至ル距離ガ夫々 $91\frac{1}{4}\times10^6$ 哩及ビ 66×10^6 哩ナリトセバ
{金星ガ太陽ヲ一周スルニ要スル日數} (廣工)

168. $yz+zx+xy=1$ ナルトキ次式ノ關係ガ存在スルタメニハ a, b ノ値如何.
$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{y}{1-y^2}+\frac{z}{1-z^2}=\frac{a(x^3+y^3+z^3)+bxyz}{(1-x^2)(1-y^2)(1-z^2)}$$ (京藝)

169. 一ツノ數ヲ 2^x, 5^y, 10^z ノ何レニテモ表シウルトセバ
$[z=xy\div(x+y)]$ (廣師)

170. $\dfrac{1}{a}, \dfrac{1}{b}, \dfrac{1}{c}, \dfrac{1}{d}$ ガ $A.P$ ヲナストキ $\left\{\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{c+d}{c-d}\right\}$ (早高)

171. 或整數ヲ二等分シソノ商ニ端數アラバ之ヲステ次ニコノ得タル整數ヲ二等分シソノ商ニ端數アラバ之ヲスツ此ノ如クスルコト n 回ニシテ最後ノモノハ1トナリタリ此ノ如キ數ノ最大ナルモノト最小ナルモノトヲ求メヨ. (高校)

172. $\sqrt{5}=2.23607$ ヲ與ヘテ
$$\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{18}-\sqrt{3+\sqrt{5}}}-\frac{\sqrt{10}+\sqrt{18}}{\sqrt{8}+\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$ ヲ求ム. (名商)

173. $1+2x^4$ ハ常ニ x^2+2x^3 ヨリ小ナラズ. (分商)

174. α, β ハ何レモ實數ニシテ $\alpha+\beta=\alpha\beta=k$ ナラバ
〔k ハ0ト4トノ間ニアラズ〕 (東師)

175. $x^2-6x+12$ ハ x ニ如何ナル實數値ヲ與フルモ決シテ負數トナルコトナシ. (廣師)

176. n ガ正ノ整數ナルトキハ $9\times(81)^n+1$ ハ10ノ倍數ナルコトヲ證セヨ. (醫專)

177. $2x+(m-1)y=\dfrac{2n}{m}$, $2x+(n-1)y=\dfrac{2m}{n}$ $(m\neq n)$ ナルトキ $2x+(m+n-1)y+3$ ノ値ヲ求メヨ.
(最モ簡單ナル方法ヲ考ヘヨ) (愛醫)

178. $(b-c)^2=(c-a)^2=(a-b)^2$ ナレバ $[a=b=c]$ (〃)

179. $3a^2+2a(x-u)+x^2+2y^2+2z^2+u^2=2(xy+yz+zu)$ ナル式ガ成立スル時ハ $a=y-x=z-y=u-z$ ナルコトヲ示セ. 各文字ハスベテ實數ヲ表ス. (熊醫)

180. 連續三奇數ノ平方ノ和ニ1ヲ加フレバ常ニ12ニテ割切ルルモ24ニテハ割切レズ (陸士)

181. 兵卒 360 人ヲ列ベテ中空正方形ヲ作ルニソノ仕方ハ幾通リアルカ. (〃)

182. $x^2+x=\dfrac{1}{3}$ ナレバ $6x^4+15x^3+10x^2=1$ ナリ. (東船)

183. a, b ガ正數ナルトキハ

$$\left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\right)-3$$ ハ正數ナリ. (神船)

184. n^3+5n ハ n ガ任意ノ整數ナラバ 6 ノ倍數ナリ. (水産)

185. 次ノ演算ニ於テ * 印ノ所ノ數字ヲ求メヨ. (京蠶)

(a)
```
      * * * *
  ×         9 *
  ─────────────
    * * * * 1
  * * * * 7
  ─────────────
  3 3 1 0 * 1
```

(b)
```
        5 3 7 8
  ×     2 * 3 *
  ─────────────
      2 6 * * *
    * * * * *
  * * * * *
* * * * *
─────────────
* 4 1 7 1 0 * *
```

186. $\frac{1}{2}<x<1$ ナル時

$$\frac{\sqrt{1-(3x-4x^3)^2}}{1-4x^2}+\sqrt{1-x^2}$$ ノ値ヲ求ム. (早高)

187. $ax+b$ ト $cx+d$ トガ x ノ値ノ如何ニ關セズ常ニ相等シキタメニハ $a=c, b=d$ ナルベシ之ヲ證セヨ. (濱工)

188. 2 ヨリ大ナル n ナル奇數アリ 1 ヨリ $n-1$ 迄ノ整數ノ和ハ n ノ整數倍ナルコトヲ證セヨ. (廣師)

189. $2x+y-2z=0,\ x-2y+z=0$ ナラバ $x^2+y^2=z^2$ ナリ之ヲ證セヨ. (水産)

190. 或整數テ 9 ニテワルトキ生ズル剩餘ハソノ數ヲ組立ツル數字ノ和ヲ 9 ニテワリテ生ズル剩餘ニ等シ. (東商)

191. 半徑 r ナル圓ニ內切シ面積ガ a^2 ニ等シキ矩形ノ各邊ノ長サ如何. (東師)

192. 旗竿アリソノ上部風ノタメニ折レソノ頂上ガ基礎ヨリ 20 尺ノ地上ニ接着セリ,之ヲ立テ直シタルニ再ビ元ノ所ノ 5 尺下方ヨリ折レソノ頂上ガ前ノ位置ヨリ 10 尺遠方ニ達シタリ 〈竿ノ高サ〉 (水産)

193. 周 2 尺 8 寸ナル直三角形ニ內接スル圓ノ半徑 2 寸ナラバ 〈三邊ノ長サ〉 (米工)

194. 眞鍮 1640 瓦ノ中ニハ銅ト亞鉛ト各幾瓦アルカ.
但比重ハ眞鍮ハ 8.2 銅ハ 9 亞鉛ハ 7 トス. (〃)

195. 次ノ方程式ヲトケ.

(a) $\frac{y+z-x}{l+c}=\frac{z+x-y}{c+a}=\frac{x+y-z}{a+b}=1$

(b) $log(x-1)-log(x^2+7x-8)+1=0$

196. a, b, c ハ實數ニシテ次ノ方程式ガ聯立ナルトキハ $a^2+b^2+c^2+2abc=1$ ナルヲ證シ且ツ a^2, b^2, c^2 ハ何レモ 1 ヨリ大ナルカ又ハ何レモ 1 ヨリ小ナルコトヲ證セ.
$x=cy+b,\ y=a+cx,\ bx+ay=1$ (高校)

197. 次ノ聯立方程式ニ適合スル y ノ値ガ x ノ値ノ 3 倍トナルタメニハ m ニ如何ナル値ヲ與フベキカ又ソノ x, y ノ値如何. $(5m+11)x-(m+4)y+12=0$
$(m+15)x+(2m-1)y-20=0$ (東師)

198. 碁石若干個アリ之ヲ列ベテ一ツノ正三角形ヲ得ベク之ニ 4 個ヲ加ヘテ列ブレバ一ツノ矩形ヲウベシ而シテソノ矩形ノ一邊ノ數ハ三角形ノ一邊ノ數ニ等シク他邊ノ數ハ三角形ノ一邊ヨリ 3 個少ナシト云フ碁石ノ數如何. (山商)

199. 三數ノ和ハ 6, ソノ立方ノ和ハ 9, ソノ積ハ 3 ナルアリ, 此三數ノ平方ノ和如何. (小商)

200. 柱時計ノ二針ガ正午ノ後表示板ノ中心トⅫノ點トヲ結付クル線ノ左右兩側ニ等角ヲ作ルニ要スル最短時間ヲ問フ. (臺商)

(終)

數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部分	
200	30103	125	146	168	190	211	233	255	276	298	**22**	**21**
201	320	341	363	384	406	428	449	471	492	514	1	2.2 2.1
202	535	557	578	600	621	643	664	685	707	728	2	4.4 4.2
203	750	771	792	814	835	856	878	899	920	942	3	6.6 6.3
204	31963	984	*006	*027	*048	*069	*091	*112	*133	*154	4	8.8 8.4
205	175	197	218	239	260	281	302	323	345	366	5	11.0 10.5
206	387	408	429	450	471	492	513	534	555	576	6	13.2 12.6
207	597	618	639	660	681	702	723	744	765	785	7	15.4 14.7
208	806	827	848	869	890	911	931	952	973	994	8	17.6 16.8
209	32015	035	056	077	098	118	139	160	181	201	9	19.8 18.9
210	222	243	263	284	305	325	346	366	387	408		**20**
211	428	449	469	490	510	531	552	572	593	613	1	2.0
212	634	654	675	695	715	736	756	777	797	818	2	4.0
213	838	858	879	899	919	940	960	980	*001	*021	3	6.0
214	33041	062	082	102	122	143	163	183	203	224	4	8.0
215	244	264	284	304	325	345	365	385	045	425	5	10.0
216	445	465	486	506	526	546	566	586	606	626	6	12.0
217	646	666	686	706	726	746	766	786	806	826	7	14.0
218	846	866	885	905	925	945	965	985	*005	*025	8	16.0
219	34044	064	084	104	124	143	163	183	203	223	9	18.0
220	242	262	282	301	321	341	361	380	400	420		**19**
221	439	459	479	498	518	537	557	577	596	616	1	1.9
222	635	655	674	694	713	733	753	772	792	811	2	3.8
223	830	850	869	889	908	928	947	967	986	*005	3	5.7
224	35025	044	064	083	102	122	141	160	180	199	4	7.6
225	218	238	257	276	295	315	334	353	372	392	5	9.5
226	411	430	449	468	488	507	526	545	564	583	6	11.4
227	603	622	641	660	679	698	717	736	755	774	7	13.3
228	793	813	832	851	870	889	908	927	946	965	8	15.2
229	984	*003	*021	*040	*059	*078	*097	*116	*135	*154	9	17.1
230	36173	192	211	229	248	267	286	305	324	342		**18**
231	361	380	399	418	436	455	474	493	511	530	1	1.8
232	549	568	586	605	624	642	661	680	698	717	2	3.6
233	736	754	773	791	810	829	847	866	884	903	3	5.4
234	922	940	959	977	996	*014	*033	*051	*070	*088	4	7.2
235	37107	125	144	162	181	199	218	236	254	273	5	9.0
236	291	310	328	346	365	383	401	420	438	457	6	10.8
237	475	493	511	530	548	566	585	603	621	639	7	12.6
238	658	676	694	712	731	749	767	785	803	822	8	14.4
239	840	858	876	894	912	931	949	967	985	*003	9	16.2
240	38021	039	057	075	093	112	130	148	166	184		**17**
241	202	220	238	256	274	292	310	328	346	364	1	1.7
242	382	399	417	435	453	471	489	507	525	543	2	3.4
243	561	578	596	614	632	650	668	686	703	721	3	5.1
244	739	757	775	792	810	828	846	863	881	899	4	6.8
245	917	934	952	970	687	*005	*023	*041	*058	*076	5	8.5
246	39094	111	129	146	164	182	199	217	235	652	6	10.2
247	270	287	305	322	340	358	375	393	410	428	7	11.9
248	445	463	480	498	515	533	550	568	585	602	8	13.6
249	620	637	655	672	690	707	724	742	759	777	9	15.3
250	794	811	829	846	863	881	898	915	933	950		

數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部分	
250	39794	811	829	846	863	881	898	915	933	950		**18**
251	967	985	*002	*019	*037	*054	*071	*088	*106	*123	1	1.8
252	40140	157	175	192	209	226	243	261	278	295	2	3.6
253	312	329	346	364	381	398	415	432	449	466	3	5.4
254	483	500	518	535	552	569	586	603	620	637	4	7.2
255	654	671	688	705	722	739	756	773	790	807	5	9.0
256	824	841	858	875	892	909	926	943	960	976	6	10.8
257	993	*010	*027	*044	*061	*078	*095	*111	*128	*145	7	12.6
258	41162	179	196	212	229	246	263	280	296	313	8	14.4
259	330	347	363	380	397	414	430	447	464	481	9	16.2
260	497	514	531	547	564	581	597	614	631	647		**17**
261	664	681	697	714	731	747	764	780	797	814	1	1.7
262	830	847	863	880	896	913	929	946	963	979	2	3.4
263	996	*012	*029	*045	*062	*078	*095	*111	*127	*144	3	5.1
264	42160	177	193	210	226	243	259	275	292	308	4	6.8
265	325	341	357	374	390	406	423	439	455	472	5	8.5
266	488	504	521	537	553	570	586	602	619	635	6	10.2
267	651	667	684	700	716	732	749	765	781	797	7	11.9
268	813	830	846	862	878	894	911	927	943	959	8	13.6
269	975	991	*008	*024	*040	*056	*072	*088	*104	*120	9	15.3
270	43136	152	169	185	201	217	233	249	265	281		**16**
271	297	313	329	345	316	377	393	409	425	441	1	1.6
272	457	473	489	505	521	537	553	569	584	600	2	3.2
273	616	632	648	664	680	696	712	727	743	759	3	4.8
274	775	791	807	823	838	854	870	886	902	917	4	6.4
275	933	949	965	981	996	*012	*028	*044	*059	*075	5	8.0
276	44091	107	122	138	154	170	185	201	217	232	6	9.6
277	248	264	279	295	311	326	342	358	373	389	7	11.2
278	404	420	436	451	467	483	498	514	529	545	8	12.8
279	560	576	592	607	623	638	654	669	685	700	9	14.4
280	716	731	747	762	778	793	809	824	840	855		**15**
281	871	886	902	917	932	948	963	979	994	*010	1	1.5
282	45025	040	056	071	086	102	117	133	148	163	2	3.0
283	179	194	209	225	240	255	271	286	301	317	3	4.5
284	332	347	362	378	393	408	423	439	454	469	4	6.0
285	484	500	515	530	545	561	576	591	606	621	5	7.5
286	637	652	667	682	697	712	728	743	758	773	6	9.0
287	788	803	818	834	849	864	879	894	909	924	7	10.5
288	939	954	969	984	*000	*015	*030	*045	*060	*075	8	12.0
289	46090	105	120	135	150	165	180	195	210	*225	9	13.5
290	240	255	270	285	300	315	330	345	359	374		**14**
291	389	404	419	434	449	464	479	494	509	523	1	1.4
292	538	553	568	583	598	613	627	642	657	672	2	2.8
293	687	702	716	731	746	761	776	790	805	820	3	4.2
294	835	850	864	879	894	909	923	938	953	967	4	5.6
295	982	997	*012	*026	*041	*056	*070	*085	*100	*114	5	7.0
296	47129	144	159	173	188	202	217	232	246	261	6	8.4
297	276	290	305	319	334	349	363	378	392	407	7	9.8
298	422	436	451	465	480	494	509	524	538	553	8	11.2
299	567	582	596	611	625	640	654	669	683	698	9	12.6
300	712	727	741	756	770	784	799	813	828	842		

きつさわかる ちからのつく 代數學講義問題略解（下卷）

第十四篇ノ問題【A】

1. （イ）$8/(1-y)$
   （ロ）1
   （ハ）$\{m+(m^2-4)^{\frac{1}{2}}\}/\sqrt{2}$
   （ニ）$x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{3}}+y^{-\frac{2}{3}}$
2. （イ）2 （ロ）$(a/b)^{mn}$
3. （イ）$x^{\frac{4}{3}}+2x^{-\frac{2}{3}}-x^{-\frac{4}{3}}-1$
   （ロ）x^n+x-1
   （ハ）0.008, 8, 14.606, 1.889
4. $2a^2+3b^2-4c^2$
5. $x^{\frac{1}{6}}(1+2x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{2}{3}})$
6. x^2-xy+y^2
7. $x+y$
8. 1
9. $(\sqrt[3]{12}-\sqrt[3]{4})/4$
10. （イ）$\dfrac{12-7\sqrt{2}+5\sqrt{3}-\sqrt{6}}{23}$
    （ロ）$\dfrac{66+45\sqrt{2}-38\sqrt{3}-25\sqrt{6}}{4}$

【B】

1. $x^{\frac{2}{3}}+2$
2. （イ）$a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}+1$
   $-(a^{\frac{1}{3}}-1)=a^{\frac{2}{3}}+2$
   答 $a^{\frac{2}{3}}+2$
   （ロ）分子ハ
   $(1-y^{\frac{1}{3}})\left(\dfrac{2}{y^{\frac{2}{3}}}+1\right)$
   分母ハ$3(1-y^{\frac{1}{3}})+4y(y^{\frac{1}{3}}-1)$
   答 $(2+y^{\frac{2}{3}})/(3-4y)y^{\frac{2}{3}}$
3. （イ）$x(p-q)(q-r)(p-r)/pqr$
   （ロ）$x-1/x$
4. $x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{6}}-2x^{\frac{1}{6}}+1)$
5. $ab+1/a+1/b$
6. 5ヲ6−1トオキ割算ヲナセ
   答 $\sqrt[3]{6}-1$
7. 與式ハ$-x^{\frac{2}{3}}+16\sqrt[3]{x^2}$
   $$-\frac{1}{x}\times\frac{9x^{\frac{4}{3}}}{x^{-\frac{10}{3}}}$$
   答 $15x^{\frac{2}{3}}-9x^{\frac{11}{3}}$
8. $\dfrac{n+1}{n-1}\sqrt{\dfrac{n-2}{n+2}}$
9. $2\sqrt{6}/3$
10. 25/2
11. $\sqrt{n}+\sqrt{m-r}$
12. 分子ハ
    $8\sqrt[3]{1/100}+\sqrt[3]{27/800}$
    分母ハ$2\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{10}/10$
    答 1/2

【C】

1. 第一式$=(x-1)(x^2-3x+2)$
   $\times(x+m)$トセバ
   答 $a=6,\ b=13,\ c=4$
2. $x^4+1=(x^2+1)^2-2x^2$

又 $x^4+1=(x^2-1)^2-(\sqrt{-2}\,x)^2$

又 x^4+1 ガ x^2+px+q ニテワリ……

$(px+q)^2+1=0$

$\therefore\ px+q=\pm i$

答 $\begin{cases} p=\sqrt{2} \\ q=\ \ 1 \end{cases}$ $\begin{cases} -\sqrt{2} \\ 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt{2}\,i \\ -1 \end{cases}$

$\begin{cases} -\sqrt{2}\,i \\ -1 \end{cases}$ $\begin{cases} 0 \\ i \end{cases}$ $\begin{cases} 0 \\ -i \end{cases}$

3. $a=-2$

4. 第一式ノ x ヲ 0 トセバ該式ハ 0 トナル ∴……

5. $x^6-6x^5+18x^4+\cdots\cdots$

$=(x^2+mx+n)^3$ ト假定シ ( ) ヲ去リ x^6, x^4 ノ項ダケヲ作リ……

$3m=-6,\ \ m^2+n=6$

之ヨリ $m=-2,\ n=2$ ヲ得

$\therefore\ (x^2-2x+2)^3$ ヲ作リテ……

答 $-32x^3+36x^2-24x+8$

6. $1-4x+4x^2+2x^3-4x^6+mx^5+nx^6=(1+px+qx^2+rx^3)^2$ ト假定シ……

$p=-2,\ q=0,\ r=1,\ m=0,\ n=1$ ヲ得　答 x^6

7. 第一式ヲ因數ニ分解……

8. $ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}=M$ トシ M ヲ $x-\alpha$ デ除シタル時ノ商ヲ P, 剩餘ヲ Q トセバ

$M=(x-\alpha)P+Q$

上式ハ恒等式ナルユエ x ヲ α トシタル時モ亦成立ス

$\therefore\ 0=(\alpha-\alpha)P+Q,\ 0=Q$

$\therefore\ M=(x-\alpha)P$ トナリ

慥ニ $x-\alpha$ デ整除セラル

9. 第一式ハ

$mx^{m+1}-mx^m-x^m+1$

$=(x-1)\,[mx^m-(x^{m-1}+x^{m-2}+\cdots\cdots+x+1)]$

10. 今 x^2 ヲ y トセバ第一式ハ

$y^{2n+1}-(2n+1)y^{n+1}+(2n+1)y^n-1\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

(1) ハ $[y^{2n+1}-1]-(2n+1)y^n\times[y-1]\cdots\cdots(2)$

然ルニ $y^{2n+1}-1=(y-1)\,(y^{2n}+y^{2n-1}+\cdots\cdots+y+1)$ ∴ (2) ハ

$(y-1)\,[y^{2n}+y^{2n-1}+\cdots\cdots+y+1-(2n+1)y^n]\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$

(3) ノ [ ] 内ノ $y=1$ ヲ代入セバ 0 トナル ∴ [ ] 内ハ $y-1$ ニテ割切ルル ∴……

11. $y^{2n+1}+1$ ハ $y+1$ ニテ整除セラル

12. 與式ノ右邊ヲ加フレバ分母ハ x^4+1

答 $a=c=1,\ b=-d=\sqrt{2}/4$

13. x ニツキテノ有理整式ヲ

$ax^n+bx^{n-1}+\cdots\cdots+m$ トシ之ヲ

$(x-\alpha)$ デワリタル時ノ商ヲ M

$(x-\beta)$ デワリタル時ノ商ヲ N

$(x-\alpha)\,(x-\beta)$ デワリタル時ノ商ヲ T, 殘リヲ $(Ax+B)$ トセバ

$a\alpha^n+b\alpha^{n-1}+\cdots\cdots+m$

$=M(\alpha-\alpha)+R=A\alpha+B$

$a\beta^n+b\beta^{n-1}+\cdots\cdots+m$

$=N(\beta-\beta)+S=(A\beta+B)$

$\therefore\ R=A\alpha+B,\ S=A\beta+B$

$\therefore\ A=\dfrac{R-S}{\alpha-\beta},\ B=\dfrac{\alpha S-\beta R}{\alpha-\beta}$

答 $\dfrac{R-S}{\alpha-\beta}x+\dfrac{\alpha S-\beta R}{\alpha-\beta}$

14. -4 ヲ第一式ノ x ニ代入セバソノ結果ハ 1^n-1 トナル, 然ルニ n ガ正整數ナルトキハ 1^n ハ

$1\times1\times1\times\cdots\cdots=1$ ナルユエ

$1^n-1=0$ トナル

∴第一式ハ $x+4$ デワリキルル

(注意) n ガ正整數デナイトキタトヘバ $n=1/3$ ノ如キトキハ $1^n=\cdots\cdots$

15. 與式ハ

$$\frac{-y}{\sqrt{a^2-y^2}\,\{a+\sqrt{a^2-y^2}\}}+\frac{a}{y\sqrt{a^2-y^2}}=\cdots\cdots$$

答 $1/y$

16. 第二式ノ分母ヲ有理化セバ

$$\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}$$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2-b^2(2a-b^2)}}{b\sqrt{2a-b^2}}$$

$$=\frac{a+(a-b^2)}{b\sqrt{2a-b^2}}=\frac{\sqrt{2a-b^2}}{b}$$

答 $\sqrt{2a-b^2}/b$

17. $1.5=A\times100^{\frac{1}{2}}\times10^{-\frac{3}{4}}$

$\therefore\ 1.5=A\times10^{\frac{3}{4}}$

$\therefore\ A=1.5\times10^{-\frac{1}{4}}$

此 A ノ値及 $H=40P=250$ ヲ與公式ニ代入セバ

$R=\dfrac{3}{2}\times10^{-\frac{1}{4}}\times5\times10^{\frac{1}{2}}\times4^{-\frac{3}{4}}\times10^{-\frac{3}{4}}=\sqrt[3]{5}/8$

$=0.83\cdots\cdots$　答 0.84 弱

18. 原式ハ $(a+b)^6+(a-b)^6$ ノ形ヲナス, 即

$[(a+b)^2+(a-b)^2]\,[(a+b)^4-(a^2-b^2)^2+(a-b)^4]$

$=2(az+b^2)\,[\{(a+b)^2+(a-b)^2\}^2-3(a^2-b^2)^2]$

$=2(a^2+b^2)\,[4(a^2+b^2)^2-3(a^2-b^2)^2]$

上式ノ a ニ x ヲ b ニ $\sqrt{x^2-1}$ ヲ代入セバ

答 $2(32x^6-48x^4+18x^2-1)$

19. $\sqrt[3]{b}/a$

20. $\sqrt{x}=\sqrt{a}-1/\sqrt{a}$

$\therefore\ x+2=a+1/a$

又 $x^2=a^2-4a+6-4/a+1/a^2$

$\therefore\ x^2+4x=(a-1/a)^2$

ソコデ $\sqrt{x}$ ハ正ナルユエ……

$\therefore\sqrt{a}>1/\sqrt{a}$ $\therefore a>1/a$

$\therefore\sqrt{x^2+4a}=(a-1/a)$

∴第二式ハ

$\dfrac{a+1/a+a-1/a}{a+1/a-a+1/a}=a^2$　答 a^2

21. 分子ハ $2+\sqrt{3}$

$\therefore$原式ハ $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=(2+\sqrt{3})^2$

$=7+4\sqrt{3}$　答 $7+4\sqrt{3}$

22. 巾ノ順序ニ排列シテ後ナセ

答 $\pm(4x^2-5x-3)$

{ } 内ハ

$\dfrac{2(x+a)}{x-a}-\dfrac{2(x-a)}{x+a}$

$=\dfrac{8ax}{x^2-a^2}$　∴ [ ] 内ハ……

∴原式ハ $\pm\dfrac{4(x^2+a^2)}{x^2-a^2}$

答 $\begin{cases} x^2>a^2 \text{ ナラバ } \dfrac{4(x^2+a^2)}{x^2-a^2} \\ x^2<a^2 \text{ ナラバ } \dfrac{4(x^2+a^2)}{a^2-x^2} \end{cases}$

24. 與式ハ

$\{2\sqrt{2}+(\sqrt{5}-3\sqrt{7})\}$

$\times\{2\sqrt{2}-(\sqrt{5}-3\sqrt{7})\}$

$=8-(5+63-6\sqrt{35})$

$=6\sqrt{35}-60$

$=6\times5.9.608\cdots\cdots-60$

$=-24.50352\cdots\cdots$答 -24.503

25. 左邊 $=4(a^{2n}+b^{2n}-2a^n b^n)$

$+a^{2n+2}+b^{2n+2}-2(ab)^{n+1}$

$=a^{2n+1}\left(a+\dfrac{4}{a}\right)+b^{2n+1}\left(b+\dfrac{4}{b}\right)$

$-2(ab)^n(4+ab)\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

ソコデ假設ニヨリ $a+4/a$ ハ

$1+\sqrt{5}+\dfrac{4}{1+\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$

$b+4/b$ ハ $-2\sqrt{5}$ トナリ $4+ab$ ハ

0 トナル ∴ (1) ハ

$2\sqrt{5}(a^{2n+1}-b^{2n+1})$ トナル.

26. 與式ハ $\sqrt{M}$ 但 M ハ

$3\sqrt{6}(3+2\sqrt{2})$

$+3\sqrt{6}(3-2\sqrt{2})$

∴與式 $=\sqrt{3\sqrt{6}}\,\{2\sqrt{2}\}$

答 $2\sqrt[4]{6^3}$

27. (注意) 根號ハ第一 ( ) ノミニカカルナリ, 分子ハ

$\sqrt[3]{81\sqrt{5}+54\sqrt{5}}\times\dfrac{8\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

$=\dfrac{120}{\sqrt{7}}$

分母ハ……$=\dfrac{24}{7\sqrt{35}}$

∴與分數ハ $35\sqrt{5}$ ト……

答 78.25 餘

28. $\sqrt{4+\sqrt{15}}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

∴最後ノ式ハ……

$=\dfrac{(6\sqrt{2}+2\sqrt{8})\sqrt{2}}{8\sqrt{3}+2\sqrt{75}}=\dfrac{10}{9\sqrt{3}}$

答 $10\sqrt{3}/27$

29. ……$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$=5-\sqrt{24}=0.102\cdots\cdots$

30. $-(43\sqrt{2}+35\sqrt{3})$

31. 第一分數ノ兩項ニ $\sqrt{2}$ ヲカケテ

……$=\dfrac{20}{5-\sqrt{5}}$

第二分數ノ兩項ニ $\sqrt{2}$ ヲカケテ

……$=\dfrac{2\sqrt{5}+6}{3+\sqrt{5}}$

∴原式ハ……

$=\dfrac{56+34\sqrt{5}-5\sqrt{20}}{8}$

$=7+3\sqrt{5}=7+3\times2.23606\cdots\cdots$

$=13.7081\cdots\cdots$答 13.7081

32. 分母ハ $3(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

答 $1/\sqrt{3}$

33. 第二式ハ

$\dfrac{x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2}{x^2y^2z^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

ソコデ $x+y+z=0$ ナルユエ

(1) ノ分子ハ……

$(xy+yz+zx)^2$ ニ等シ

∴(1) ハ $\left(\dfrac{xy+yz+zx}{xyz}\right)^2$ ニシテ

卽完全平方式ナリ

34. 第一式÷第二式ノ殘ハ

$2\left(c-\dfrac{b^2}{a}\right)x+\left(d-\dfrac{bc}{a}\right)\cdots(1)$

(1) ハ恒ニ0トナル故

$c-\dfrac{b^2}{a}=0,\ d-\dfrac{bc}{a}=0$

$\therefore ac=b^2,\ ad=bc$

上式ヨリ $a:b=b:c=c:d$ ヲ得

∴a,b,c,d ハ GP ヲナス

次ニ $b^2=ac$ ヨリ $b=\pm\sqrt{ac}$ ヲ得之ヲ第二式ニ代入セバ

$ax^2\pm2\sqrt{ac}x+c$

$=(\sqrt{a}x\pm\sqrt{c})^2$ トナル

次ニ $c=\dfrac{b^2}{a},\ d=\dfrac{bc}{a}=\dfrac{b^3}{a^2}$

∴第一式ハ……

$=\dfrac{1}{a^2}(a^3x^3+3a^2bx^2+3ab^2x+b^3)$

$=\left(\dfrac{ax+b}{\sqrt[3]{a^x}}\right)^3$ トナル ∴……

35. 與式ハ x ノ M 巾ナリ但 M ハ

$a^2/(a-b)(c-a)$

$+b^2/(b-c)(a-b)$

$+c^2/(c-a)(b-c)$

$=\dfrac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$

∴與式ハ $x^{-1}=1/x$ ナリ 答 $1/x$

36. 今 $2x=y,\ y^2+8y=A$ トセバ

$(A+7)(A+15)+16=\cdots\cdots$

$=(A+11)^2$ トナル ∴……

答 $\pm(4x^2+16x+11)$

37. $(x-a)(x-4a)$ ( ) ( )……

$=A^2+10a^2A+25a^4$

但 $A=x^2-5Ax$

38. 暗算ニテ

x^3 ノ係數ハ $ap+b=0$

x ノ係數ハ $bq+cp=0$

上式ヨリ $p=\cdots\cdots,\ q=\cdots\cdots$

答 $p=-\dfrac{b}{a},\ q=\dfrac{c}{a}$

39. 與式ノ平方根ハ

$7x^3+Ax^2+Bx+5\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

又 $7x^3+Ax^2+Bx-5\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

ト假定シウベシ

而シテ原式ニハ x^5 ノ項ナク

$(1)^2$ 又ハ $(2)^2$ ヨリハ

$14Ax^5$ ヲ得ルヲ以テ $A=0$

∴與式ハ $(7x^3+Bx+5)^2$

又ハ $(7x^3+Bx-5)^2$

故ニ此等ヲ作リ與式ト比較シテ係數 a,b,c ヲ得

答 $\begin{cases} a=70,\ b=64,\ c=-80 \\ a=-70,\ b=64,\ c=80 \end{cases}$

40. 與式ノ兩邊ニ

$x(x+1)(x-2)$ ヲ掛クレバ

$x^2+2=A(x+1)(x-2)$

$+Bx(x-2)+Cx(x+1)\cdots(1)$

(1) ノ x ヲ 0 トセバ……

∴ $A=-1$

(1) ノ x ヲ -1 トセバ……

∴ $B=1$

(1) ノ x ヲ 2 トセバ……

∴ $C=1$

答 $A=-1,\ B=C=1$

41. 與方程式ハ $\alpha,\ \alpha+3,\ \beta$ ヲ根トスルヲ以テ $(x-\alpha)(x-\alpha-3)(x-\beta)=0$ 卽 $x^3-(2\alpha+3+\beta)x^2+\cdots\cdots=0$ ト等シカルベシ ∴係數ヲ比較シテ

$$\begin{cases} 2\alpha+3+\beta=5\cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ \alpha(\alpha+3)+\beta(\alpha+3)+\alpha\beta=2 \\ \alpha\beta(\alpha+3)=m \end{cases}$$

(1) ヨリ $\beta=2-2\alpha$ ヲ得之ヲソノ次ノ式ニ代入セバ

$3\alpha^2-\alpha-4=0$

∴ $\alpha=4/3$ 又ハ -1

ソコデ $\alpha=4/3$ トセバ $\beta=-2/3$ 從テ m ハ $-104/27$ トナリ又 $\alpha=-1$ トセバ $\beta=4,\ m=-8$

答 $\begin{cases} m=-\dfrac{104}{27},\ \alpha=\dfrac{4}{3},\ \beta=-\dfrac{2}{3} \\ m=-8,\ \alpha=-1,\ \beta=4 \end{cases}$

42. 原式ヲ開平シ初メノ二項 x^3-4x^2 ヲ得又原式ヲ昇巾ノ順ニ列ベテ開平シ初メノ二項 $\pm2\mp11x$ ヲ得 ∴原式ハ $(x^3-4x^2\mp11x\pm2)^2$ ニ等シ而シテ此式ヲ展開セバ

$(x^3-4x^2)^2\mp2(x^3-4x^2)\times(11x-2)+(11x-2)^2$

$=x^6-8x^5-6x^4+92x^3+105x^2-44x+4$

又ハ $x^6-8x^5+38x^4-\cdots\cdots$

答 $\begin{cases} a=-6,\ b=92,\ c=105 \\ a=38,\ b=-92,\ c=137 \end{cases}$

43. 前問ニ倣ヒ

原式 $=(2x^2-5x+4)^2$

$=4x^4-20x^3+51x^2-40x+16$

又ハ原式 $=(2x^2+5x-4)^2$

$=\cdots\cdots$ ナルベシ ∴次答ヲ得

答 $\begin{cases} A=20 \\ B=41 \end{cases}$ $\begin{cases} -20 \\ 9 \end{cases}$

(注意) 原式ヲ實際開平セバ商ハ

$2x^2-\dfrac{A}{4}x+\dfrac{1}{4}\left\{B-\dfrac{A^2}{16}\right\}$

トナリ又殘リハ

$\left[\dfrac{A}{8}\left\{B-\dfrac{A^2}{16}\right\}-40\right]x$

$+\left[16-\dfrac{1}{16}\left\{B-\dfrac{A^2}{16}\right\}^2\right]$

トナル而シテ上ノ二ツノ〔 〕内ガ何レモ 0 トナル樣ニ $A,\ B$ ヲ定メバ原式ハ完平方トナルコノ考ヘヨリ前ト同ジ答ヲ得

44. 實際開平シテ原式ノ平方根ハ $(x^2+3x\pm A)$ ノ如キヲ知ル

∴原式 $=x^4+6x^3+(9\pm2A)x^2\pm6Ax+A^2$

∴ $\begin{cases} 9+2A=7 \\ 6A=a \\ A^2=b \end{cases}$ 又ハ $\begin{cases} 9-2A=7 \\ -6A=a \\ A^2=b \end{cases}$

∴ $\begin{cases} a=-6 \\ b=1 \end{cases}$ 又ハ $\begin{cases} a=-6 \\ b=1 \end{cases}$

答 $a=-6,\ b=1$

(注意) 前問參照

45. 第一式ヲ第二式卽チ x^3+2x^2+x+2 デワリタル時ノ商ハ $x+p/2$ ナルベシ

∴次式ハ x ノ如何ニ係ハラズ成立タザルベカラズ

第一式 $=(x^3+2x^2+x+2)\times(x+p/2)$

$=x^4+(2+p/2)x^3+(1+p)x^2+(2+p/2)x+p$

∴兩邊ニオケル x ノ係數ヲ比較シテ

$2+p/2=3,\quad 1+p=m$

$2+p/2=n$

答 $m=n=3,\ p=2$

第十五篇ノ問題【A】

1. ( ) 內ヲ $m,\ n,\ s$ ノ……

答 $a(b-c):b(c-a):c(a-b)$

2. 角 $A,\ B,\ C$ ノ對邊ヲ……

$\begin{cases} 2c^2=a^2+ab \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$

∴ $2c^2=a^2+ab=2(a^2-b^2)$

∴ $(a-2b)(a+b)=0$

答 $2:1:\sqrt{3}$

3. $2:3.4$

4. 最初ノ式 $=k$ トオケバ

$y+z=k/m,\quad z+x=k/n$

$x+y=k/s$

答 $ab+ac-bc:bc+ab-ca:ca+bc-ab$

5. $x^2+8x-11=0$ ヨリ

$x=-4\pm3\sqrt{3}$ { } 內ハ

$2+3/(x-2)$ 答 $\pm\sqrt{3}$

6. 初メノ式ヨリ

$2y+3z=0,\ 2x+z=0$

答 $8/11$

7. 初メノ式 $=k$ トオケバ……

$(2a+2b-c)\ k=9z$

同樣ニ…… ∴……

8. $a/b=m,\quad c/d=n$ トセバ

$a=bm,\ c=dn,\ m>n$

∴ $\sqrt{\dfrac{a^2+c^2}{b^2+d^2}}=\sqrt{\dfrac{b^2m^2+d^2n^2}{b^2+d^2}}$

之ヲ M トシ又分母ヲ N トセバ

$\sqrt{\dfrac{(b^2+d^2)m^2}{N}}>M>\sqrt{\dfrac{(b^2+d^2)n^2}{N}}$

∴ $m>M>n$ ∴……

9. $a:b:c=x:y:z$

∴ $a=mx,\ b=my,\ c=my$ ト……

∴ $\dfrac{8m^2}{1-m^4}=\dfrac{8m^2}{1-m^4}$ トナル

10. 第一式ヨリ $y(x-z)(z-u)=z(y-u)(x-y)$

11. 初メノ式 $=k$ トオケバ……

∴ $\dfrac{2(x+y+z)}{a+b+c}=k(m+n)$

ソコデ終リノ式ノ右邊ノ分子ハ

$a(y+z)+b(z+x)+c(x+y)$

上式ノ $(y+z)$ 等ニ……

12. 第二式ノ兩邊ヲ二乘セバ……

ソコデ……ニヨリ{……}=0

13. $a^2:b^2=2a-c:c$

∴ $c=\cdots\cdots$ ∴ $c:b=2ab:a^2+b^2$

∴ $b+c:b-c=$

14. x/b 等ヲ $=k$ トオケバ……

$x^2+y^2+z^2=k^2\times1$

又 $ax^2+by^2+cz^2=1$ ヨリ

$k^2(al^2+bm^2+cn^2)=1$ ∴……

15. {第一式×第二式−第三式ノ二乘}ヲ因數ニ分解セバ

$(aB-bA)^2+(bC-cB)^2$
$+(cD-dC)^2+(aC-cA)^2$
$+(aD-dA)^2+(bD-dB)^2=0$
然ルニ…… ∴……

16. 始メノ分數チ $=k$ トオケバ
……$=ck$……(1)
……$=bk$……(2)
……$=ak$……(3)
$(1)\times c+(2)\times b+(3)\times a=0$
然ルニ…… ∴ $k=$

17. 今 $y=px,\ z=qx$ トセバ
$$\begin{cases} a+bp+cq=0 \\ b+mp+nq=0 \end{cases}$$
上式ヨリ p, q ヲ求メバヨシ
答 $(mc-nb):(an-cl)$
$:(bl-am)$

18. $\dfrac{yz-x^2}{y+z}=\dfrac{zx-y^2}{z+x}=k$……(1)
トセバ……
$\therefore z(y-x)+(y^2-x^2)=k(y-x)$
ソコデ $y\neq x$
$\therefore z+y+x=k$ トナル
次ニ $x+y+z-\dfrac{xy-z^2}{x+y}$
$=\dfrac{x^2+y^2+z^2+xy+yz+zx}{x+y}$
ソコデ (1) ヨリ
$(z+x)(yz-x^2)$
$-(y+z)(zx-y^2)=0$
$\therefore (y-x)(\quad)=0$
∴……

19. 初メノ式 $=r$ トオケバ
$cy+bz-cx=r/c$ 等
上式ヨリ
$cx=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)r$
$ay=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)r$
$bz=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}\right)r$
上ノ三式ヨリ
$x=$……, $y=$……, $z=$……
$\therefore y+z-x=r/ab$
$\therefore \dfrac{y+z-x}{c}=\dfrac{r}{abc}$ 同樣ニ……

20. 外項ノ積＝內項ノ積……

【B】

1. 與比 $=k$ ト……
$a-b=(\ )k$……,……
$a+b+c=(\ )k$
上ノ四式ヲ邊々相加シ
$a+b+c$ ニテ……
$1=(x+y+z)k$ ∴……

2. 初メノ比 $=k$ トオケバ……

3. 與式ヨリ
$yz(x-y)=y-z$,……, ……
上ノ三式ヲ邊々相乘セバ……

4. 初メノ式 $=k$ ト……加比ノ定理ニヨリテ
$\dfrac{(y^2-xz)+(z^2-yu)}{x+u-y-z}=k$ (α)
ソコデ初メノ式ノ
外項ノ積−內項ノ積 $=0$ トオキ因數分解……
$(y-z)(y^2-xz+z^2-yu$
$-yz+xu)=0$ $y\neq z$

$\therefore y^2-xz+z^2-yu=yz-u$
$\therefore$ (α) ハ $\dfrac{yz-xu}{x+u-y-z}=k$
トナル ∴……

5. 初メノ式 $=k$ ト……
$x=$……, $y=$……, $z=$……
$\therefore x^2-yz=ar^2$
$\times(a^3+b^3+c^3-3abc)$ ∴……

6. 加比ノ定理……

7. 與式ヨリ
$abcd[a+b+c+d]^2$
$=[ab(c+d)+cd(a+b)]^2$
$\therefore abcd[(a+b)^2+(c+d)^2]$
$=a^2b^2(c+d)^2+c^2d^2(a+b)^2$
$\therefore cd(a+b)^2(ab-cd)$
$+ab(c+d)^2(cd-ab)=0$
$\therefore (ab-cd)cd(a^2+b^2)$
$-ab(c^2+d^2)=0$
$\therefore (ab-cd)(ad-bc)(ac-bd)=0$
∴……

8. $y=az+c(cy+bz)$
$\therefore y(1-c^2)=z(a+bc)$
又 $z=ay+b(cy+bz)$
$\therefore y(a+bc)=z(1-b^2)$
$\therefore y^2(1-c^2)=z^2(1-b^2)$……(A)
又 $x=cy+b(ay+bx)$
$\therefore x(1-b^2)=y(ab+c)$
$y=cx+a(ay+bx)$
$\therefore x(ab+c)=y(1-a^2)$
$\therefore x^2(1-b^2)=y^2(1-a^2)$ ……(B)
(A), (B) ヨリ

9. $x+y=$……, ……, ……

10. 兩邊ニ 1 ヲ加……

11. 初メノ式 $=k$ ト……
$1/(x-m)=(x+m)/k$ 等
∴第二式ハ
$\{(x+m)(nz-sy)$
$+(y+n)(sx-mz)$
$+(z+s)(my-nx)\}\div k$
$=0\div k=0$

12. (1) ノ右邊ノ y ニ (2) ノ y ヲ代入セバ $x=$……
$=\dfrac{z(b^2-ad)+a(c-b)}{dz(b-c)+(c^2-ad)}$
$\therefore z(b^2-ad)+a(c-b)$
$=dzx(b-c)+(c^2-ad)x$……(α)
ソコデ (3) ヨリ
$dxz=cz-a+bx$
此 dxz ノ値ヲ α ニ代入セバ
遂ニ $(b^2+c^2-ad-bc)x$
$=(b^2+c^2-ad-bc)z$
ソコデ $x\neq z$ ナラバ
$b^2+c^2=ad+bc$ トナル
$x=z$ ナラバ $x=y$ トナリ與三式ハ只一式トナリ a, b, c, d ノ間ニ何等ノ制限ヲ與ヘズ

13. 今 $a+b=A,\ c+d=B$ ト……
與式ハ $AB(b+c)(a+d)=$……
卽 $AB(bd+ac)=cdA^2+abB^2$
上式ノ兩邊ヲ別々ニ計算シ……
$b^2d^2+c^2a^2=2abcd$ トナル ∴……

14. $x=0$ トセバ $by+cz=0$
$b^2y+c^2z=0,\ b\neq c$
$\therefore z=0$, 從テ $y=0$ トナリ
〔 〕內ノ式モ亦 0 トナル
$x\neq 0$ トセバ x デ初メノ式ノ各邊

ヲ除シ

$y/x,\ z/x$ ニ關スル二方程式ヲ作リ

$y/x=a(a-c)/b(c-b)$

$z/x=a(a-b)/c(b-c)$

ヲ得之ヲ〔 〕内ニ利用セバ

$$a^2x+b^3\frac{a(a-c)}{b(c-b)}x$$

$$+c^3\frac{a(a-b)}{c(b-c)}x$$

$$=\frac{ax}{(b-c)}[a^2(b-c)$$

$$+b^2(c-a)+c^3(a-b)]$$

$$=ax(a-b)(a-c)$$

ソコデ……, ∴……

15. 加比ノ定理……

$$m=\frac{x}{c-b}=\cdots\cdots=\cdots\cdots$$

$\therefore m^2=\cdots\cdots$

16. 初メノ式 $=k$ トカクカ又ハ外項ノ積 $=$ 内項ノ積トオケ

17. 初メノ式 $=k$ ト……

$x=(a+2b+c)k$ 等

$\therefore x+2y+z$

$=(9a-2c)k$ ∴……

18. $M=m\sqrt[3]{x},\ x^3=ny$

$N=sM^2$

$\therefore M^2=N/s=m^2\sqrt[3]{x^2}$

$=m^2\sqrt[3]{n^{\frac{2}{3}}\ y^{\frac{2}{3}}}$

$\therefore N=(sm^2\sqrt[3]{n^2})\times\sqrt[3]{y^2}$

上式ノ（ ）内ハ常數ナリ

答 $N\propto\sqrt[3]{y^2}$

19. $t=mpv^{\frac{3}{2}}$ ト……

$224=m\times28\times16^{\frac{3}{2}}$ ヨリ

$m=1/8$ 答 500

20. 題意ニ適スル式ハ

$y=ax+b/x^2$ ト……

答 $y=2x+4/x^2$

21. 183解ニヲ見ヨ

22. x ニ關スル二次三項式ガ x ニツキテ完全平方式ナルタメニハ（ソノ式$=0$）トオキタル方程式ガ等根ヲ有スルコト從テ判別式ガ0ナルコトナリ卽チ

$(a+b)^4-4(a^2-b^2)^2=0$

$(a+b)^2\{(a+b)^2-4(a-b)^2\}=0$

$\therefore a+b=0$

又ハ $(a+b)^2=4(a-b)^2$

卽 $a+b=\pm2(a-b)$

$\therefore a=3b$ 又ハ $3a=b$

答 $-1,\ 3,\ 1/3$

23. 五月二十九日午前八時ヨリ同月三十一日午後三時迄ハ55時間デ又同シ日時ヨリ六月二日午前九時半迄ハ97時間半ナリ

∴97.5時間ニ後ルル分ノ數ヲ x トセバ $55:97.5=5:x$

上式ヨリ $x=6\frac{19}{22}$ ヲ得

$$9\text{時}30\text{分}-6\frac{19}{22}\text{分}$$

$$=9\text{時}23\frac{3}{22}\text{分}$$

答 午前9時23分8秒強

24. (イ)初メノ式ノ外項ノ積ヲ内項ノ積ニ等シトオキ……

$(x-y)(x-3y)=0$

∴後ノ比ノ値ハ

$x=y$ トセバ $5:11$

$x=3y$ トセバ $23:27$ トナル

(ロ)加比ノ定理ニヨリ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$$

然ルニ $a>b$ $\therefore a-c>b-d$

$\therefore a+d>b+c$

25. 此井戸ノ水ハ湧キ出デヌモノトシ A, B, C ガ x, y, z 時間デ汲干スモノトセバ次式ヲ得

$x+z=2y$ ……(1)

$$\frac{1}{1/x+1/y}:\frac{1}{1/y+1/z}$$

$=10:7$ ……(2)

$\therefore(7x+5z)(x-2z)=0$

x, y, z ハ皆正數

$\therefore x=2z$ $\therefore 2y=3z$

$\therefore x:y:z=4:3:2$

ソコデ排泄力ハ時間ニ反比例スルヲ以テ排泄力ノ比ハ

$$A:B:C=\frac{1}{4}:\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$$

$=3:4:6$ ナリ

答 $A:B:C=3:4:6$

26. 題意ニヨリ $(a+\sqrt{3}b)^2$

$=(1+\sqrt{3})(10+6\sqrt{3})$

（ ）ヲ去レバ……

a, b ハ有理數ナルユエ

$$\begin{cases}a^2+3b^2=28\\2\sqrt{3}ab=16\end{cases}\quad\therefore ab=8$$

$\therefore 64/b^2+3b^2=28$

$\therefore b^2=16/3$ 又ハ 4

$\therefore a^2=12$ 又ハ 16

a, b ハ有理數ナルユエソノ平方ハ平方數ナリ

$\therefore a^2=16,\ b^2=4$ ノミヲトル

$$\text{答}\begin{cases}a=4\\b=z\end{cases}\quad\begin{cases}-4\\-2\end{cases}$$

27. 此三數ヲ ax, bx, cx トセバ

$x^3(a^3+b^3+c^3)=m^3$

ソコデコノ三數ハ卽チ實數ナル

a, b, c ニ比例スルユエ實數ナリ ∴ x ハ實數ニシテ

$x=\dfrac{m}{\sqrt[6]{a^3+b^3+c^3}}$ ナリ之ヲ N トス

答 $aN,\ bN,\ cN$

28 題意ニ依リ

$$\begin{cases}A+B=y\\A=mx\\B=n/x\end{cases}\qquad\{m,n\text{ハ一定}\}$$

$\therefore mx+n/x=y$ ……(1)

$$\therefore\begin{cases}4m+n/4=10\\m+n=-5\end{cases}$$

上式ヨリ $m=3,\ n=-8$ ∴ (1) ハ

$3x-8/x=y$ ∴……

答 $3x^2-xy=8$

29. 甲乙ノ死亡者ヲ ax, bx 人

甲乙ノ退院者ヲ cy, dy 人

ト假定シ得ベシ, ソコデ全員ノ比ハ

$A:B$

$$\therefore\frac{ax+cy}{bx+dy}=\frac{A}{B}\ \cdots\cdots(1)$$

(1) ノ分母ヲ拂ヒテ遂ニ

$$\frac{x}{y}=\frac{Ad-Bc}{Ba-Ab}\text{ ヲ得}$$

∴所求ノ $\frac{ax}{cy}$, $\frac{bx}{dy}$ ハ次ノ如シ　答

$$\begin{cases}(甲)a\ Ad-Bc):c(Ba-Ab)\\(乙)b(Ad-Bc):d(Ba-Ab)\end{cases}$$

30. 正△ノ一邊ヲ a トシ圓周ヲ b トセバ

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\pi\left\{\frac{b}{2\pi}\right\}^2$$

$\therefore\ 9a^2:b^2=3\sqrt{3}:\pi$

$\therefore\ 3a:b=3^{\frac{3}{4}}:\pi^{\frac{1}{2}}$ 答……

31. $\frac{x^2}{l^2}=\frac{y^2}{m^2}=\frac{z^2}{n^2}$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2}{l^2+m^2+n^2}=\frac{x^2+y^2+z^2}{1}$$

又 $\frac{ax^2}{al^2}=\frac{by^2}{bm^2}=\frac{cz^2}{cn^2}=\cdots\cdots$

$$=\frac{1}{al^2+bm^2+cn^2}$$

然ルニ $\frac{x^2}{l^2}=\frac{ax^2}{al^2}$　∴……

32. 後ノ式ノ左邊ハ

$$\frac{a^{2n}+b^{2n}+c^{2n}+d^{2n}}{\frac{1}{a^{2n}}+\frac{1}{b^{2n}}+\frac{1}{c^{2n}}+\frac{1}{d^{2n}}}$$

$$=\frac{〃}{\frac{a^{2n}+d^{2n}}{a^{2n}d^{2n}}+\frac{b^{2n}+c^{2n}}{b^{2n}c^{2n}}}$$

$=\cdots\cdots\quad=(ad)^n(ad)^n$

$=(ad)^n(bc)^n=(abcd)^n$

33. 今 $a(y+z)=b(z+x)$

$=c(x+y)=k$ トセバ

$y+z=k/a\cdots\cdots$

$\therefore y-z=(b-c)k/bc$

$\therefore\ \frac{y-z}{a(b-c)}=\frac{k}{abc}$ 之ト同樣ニシテ

$\frac{z-x}{b(c-a)}$ モ $\frac{x-y}{a(a-b)}$ モ皆

$\frac{k}{abc}$ トナルヲ見ル　∴……

34. 此等式ノ各邊ノ n 巾根ヲ……

$$\frac{a^{\frac{n+1}{n}}}{x}=\frac{b^{\frac{n+1}{n}}}{y}=\frac{c^{\frac{n+1}{n}}}{z}$$

$=(x+y+z)^{\frac{1}{n}}$

ソコデ加比ノ定理ニヨリテ

$$\frac{a^{\frac{n+1}{n}}+b^{\frac{n+1}{n}}+c^{\frac{n+1}{n}}}{x+y+z}$$

$=(x+y+z)^{\frac{1}{n}}$

∴上式ノ左邊ノ分子ヲ S トセバ

$S=(x+y+z)^{\frac{n+1}{n}}$

$\therefore(S)^{\frac{n}{n+1}}=x+y+z$

∴初メノ各比ハ又題中ノ最後ノ數ニ等シ

35. (最初ノ各比)$=k$ ト……

$bz+cy=(b-c)k$ 等

上式ヲ邊々相加セバ

$a(y+z)+b(x+z)+c(x+y)=0$

上式ノ兩邊ニ $ax+by+cz$ ヲ加フレバ

$(a+b+c)(x+y+z)$

$=ax+by+cz$ トナル

【C】

1. 第三比ノ兩項ニ $-a$ ヲカケ加比ノ定理……

$\frac{(b+c)x}{(b+c)y}=k$　∴……

2. 最後ノ式ヲ一分數ニナセバ分母ハ第二分數ト等シ

$abc=s(s-a)(s-b)+s(s-b)$

$\times(s-c)+s(s-c)(s-a)$

$-(s-a)(s-b)(s-c)$ ヲ證セバヨシ

上式ノ右邊ハ

$s(s-b)b+(s-a)(s-c)b=\cdots\cdots$

3. 初メノ式 $=k$ ト……

$bz-cy=ak\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$ 等

$(1)\times a+(2)\times b+(3)\times c$ ヨリ

$0=(a^2+b^2+c^2)k$

然ルニ假設ヨリ a,b,c ハ 0 ナラズ

$\therefore k=0$

$\therefore x/a=y/b=z/c$

之ヲ m トセバ

$x=ma,\ y=\cdots\cdots,\ z=\cdots\cdots$

之ヲ〔 〕内ノ式ニ代入……

ソノ兩邊……トナリテ相等シ

4. 〔 〕内ノ式ノ左邊ヲ一ツノ分數トナセバソノ分母ハ右邊ノト等シ

$\therefore x(1-y^2)(1-z^2)+y(1-z^2)$

$\times(1-x^2)+z(1-x^2)(1-y^2)$

$=4xyz$ ヲ證セバヨシ

上式ノ左邊ハ遂ニ

$(x+y+z)(1-xy-yz-zx)$

$+xyz(xy+yz+zx-1)$

$+4xyz=4xyz$ トナル

∴……

5. ( ) ヲ去レ

6. $(acy+abz)/ap=\cdots\cdots$

$=\cdots\cdots=k$ トセバ

加比ノ定理ニ依リ k

$=2bcx/(-ap+bq+cr)$

$=\cdots\cdots\quad=\cdots\cdots$　∴……

7. 易シ

8. 第一式ヨリ

$a^2c=b^2(2a-c)$

9. $p/q=r/s=k$ ト……

$p=\cdots\cdots,\ r=\cdots\cdots$

∴〔 〕内ノ左邊ハ

$$\frac{(1+k^{2n})(q^{2n}+s^{2n})}{(1+k^{-2n})(q^{-2n}+s^{-2n})}$$

$=k^{2n}q^{2n}s^{2n}$

$=(pqrs)^n$ トナル

10. 第一式ヲ書改メテ

$$\frac{y-z}{1/m}=\frac{z-x}{1/n}=\frac{x-y}{1/s}$$

加比ノ定理ニヨリ

$$\frac{y-x}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}=\frac{z-y}{\frac{1}{n}+\frac{1}{s}}=\frac{x-z}{\frac{1}{s}+\frac{1}{m}}$$

上式ヲ mns デワレバ……

11. $x/a=y/b=z/c$ ナラズ

$\therefore bx\neq ay,\ cx\neq az$

$cy\neq bz$

$b^2x^2+a^2y^2-2abxy>0$

$\therefore c^2x^2+a^2z^2-2caxz>0$

$c^2y^2+b^2z^2-2cbyz>0$

然ルニ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)$

$=1\ \therefore a^2(x^2+y^2+z^2)$

$+b^2(x^2+y^2+z^2)$

$+c^2(x^2+y^2+z^2)=1$

$\therefore 1-a^2x^2-b^2y^2-c^2z^2$

$-2abxy-2acxz-2bcyz>0$

$\therefore 1>(x+by+cz)^2$

$\therefore 1>ax+by+cz>-1$　∴……

12. $A=kB/0^2$　　答 5/8

13. $x+y+z=k$ トシ

$(x-y+z)(x+y-z)=myz$ トセバ

$(k-2y)(k-2z)=myz$

$k^2-2(y+z)k+4yz=myz$

$k(k-2y-2z)=(m-4)yz$

$\therefore y+y-x=(4-m)yz/k$

14. $y=ax+b/x$ ト假定シ

本篇 B 20 問

15. $z=k(x+m)(y+n)$ ヨリ

$k=1/2$ 答 $2(m+n)^2$

16. $(1/x-1/y)(x-y)$

$=k$ ト……

$(y-x)(x-y)/xy=k$

$2-(x^2+y^2)/xy=k$ ∴……

17. $x=m(a+b)$

$x^2=n(a^2+b^2)$

$\therefore x^2=n(x^2/m^2-2ab)$

$\therefore x^2=\left\{\dfrac{2m^2n}{n-m^2}\right\}ab$

$\therefore x^2 \propto ab$

18. $(a^2-ab+b^2)cd$

$=(c^2-cd+d^2)ab$

答 $a:b=d:c$

又ハ $a:b=c:d$

19. $(\sqrt{7}-\sqrt{5})$

$\times(11\sqrt{7}+13\sqrt{5})$

$=12+2\sqrt{35}$ ノ平方根ハ……

答 $\pm(\sqrt{7}+\sqrt{5})$

20. 今一人一ケ月ノ衣食費ヲ x 圓トシ又一ケ月ノ家賃ヲ y 圓……

$$\begin{cases}5x\times2+2y=340\\4x\times3+3y=420\end{cases}$$

答 800 圓

21. 與各比ヲ $=r$ ト……

$a=br=ar^4$, $b=cr=ar^3$

$c=dr=ar^2$, $d=ar$

第二式ノ値ヲ k トシ上ノ値ヲ代入シテ a デ約セバ $(a\neq0)$

$$k=\frac{r^3+r^2+r+1}{r^3+r^2-r+1}.\ r^4=1$$

$\therefore r^2=1$ ∴ $r=\pm1$

$r=1$ トセバ $k=2$

$r=-1$…… $k=0$

答 2 又ハ 0

(別解)初メノ四式ヲ邊々相加……

22. 與比ヲ $=r$ トオキ第二, 三ノ比ニ加比ノ定理ヲ……

$y/y=r=1$

∴ $z+2x=3y$……(1)

$x+z=2x+y$……(2)

$\therefore x=2y-2x$ ∴ $x:y=2:3$

$\therefore$(1) ハ $z=3y-4y/3$

$=5y/3$ 答 $2:3:5$

23. 珈琲ヲ x 斤……茶ハ $3x$ 斤

∴次ノ……

$$3x\left(1+\frac{a}{100}\right)+x\left(1-\frac{b}{100}\right)$$

$$=4x\left(1+\frac{2c}{100}\right)$$

$$3x\left(1-\frac{3b}{100}\right)+x\left(1+\frac{5a}{100}\right)$$

$$=4s\left(1-\frac{3c}{100}\right)$$

答 21:19

24. 題文ヲ式ニ表……

$t=kxy^2$……(1)

ソコデ $y=1$ ナラバ

(1) ハ $t=kx$ トナリ又題文ヨリ

$2t=x$ ∴ $2k=1$

答 $t=xy^2/2$

25. 題意ヲ式ニ示セバ

$z-30=kt+lt^2$……(1) 從テ

$54=3k+9l$ $80=4k+16l$

上式ヨリ $k=12$, $l=2$

∴ (1) ハ $2t^2+12t+(30-z)=0$

上式ヨリ t ノ實數値ヲ得ルニハ

$36-2(30-z)\geqq0$

卽 $z\geqq12$ ヲ要ス∴ z ノ最小値ハ 12 デ z ガ此値ヲトル時

$t=-3$ トナル 答 t ガ -3 ナル時 z ハ最小値 12 ヲトル

26. (イ) 題意…… $y=k(x+a)$

$\therefore 15=k(1+a)$, $35=k(5+a)$

$\therefore a=2$, $k=5$, ∴……

(ロ)…… 答 (イ) 20, (ロ) 1/6

27. 甲, 乙最初ノ出資額ヲ夫々 la, ma, 後ノ甲, 乙, 丙ノ資本金ヲ夫々 pn, qn, rn トセバ $rn=3000$

$a(l+m)=n(p+q+r)$

$\therefore n=3000/r$

$a=3000(p+q+r)/(l+m)r$

之ヨリ $la-pn$, $ma-qn$ ヲ……

28. C10 ニナラヘ

29. {マヅ $(x-y)(b-c)-(y-z)\times(a-b)=0$ ヲ證セント考ヘ原式ヨリ此式ヲ作リ出サント試ムベシ}

原式ハ $a(y-z)+bz-bx+cx-cy-by+by=0$

卽 $(a-b)(y-z)-(b-c)(x-y)=0$

$$\therefore \frac{x-y}{a-b}=\frac{y-z}{b-c}$$

同樣ニ $\dfrac{y-z}{b-c}=\dfrac{z-x}{c-a}$ ヲ證シ得

30. $a:b=c:d=r$ トセバ

$a=br$, $c=dr$

$\therefore abcd(a+b+c+d)^2$

$=b^2d^2r^2(a+b+c+d)^2$

$=(bdra+b^2dr+bdrc+bd^2r)^2$

$=(abc+abd+cda+bcd)^2$

31. $$\frac{y+z}{a}=\frac{z+x}{b}=\frac{x+y}{c}=k$$

トセバ $k=2z/(a+b-c)$

$\therefore z=(a+b-c)k/2$ 同樣ニ

$x=$…… $y=$……

此等ノ x, y, z ノ値ヲ原第二式ニ代入セバ $=0$ トナル

32. $1/x-1/y$ ハ $x-y$ ニ反比例ス

$$\therefore \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)(x-y)=k\text{……(1)}$$

$$\therefore 1-\frac{x}{y}-\frac{y}{x}+1=k$$

$$\therefore \frac{x^2+y^2}{xy}=2-k\text{……(2)}$$

$$\therefore \frac{(x+y)^2}{xy}=4-k\text{……(3)}$$

(3) ÷ (2) ヨリ

$$*\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}=\frac{4-k}{2-k}\text{……(4)}$$

ソコデ k ハ常數

∴ * モ常數

$\therefore (x+y)^2$ ハ (x^2+y^2) ニ正比例ス

33. (各分數 $=k$) ト……

$l=k(x^2-yz)$, $m=$……

$n=$……

$\therefore lx+my+nz$

$=k(x^3+y^3+z^3-3xyz)$

$=k(x+y+z)$(……)

然ルニ $l+m+n$

$=k(\sum x^2-\sum xy)$

$\therefore lx+my+nz$

$=(l+m+n)(x+y+z)$ ナリ

34. 第一式 $=k$ トオケバ加比ノ定理……

$$\frac{x+y+y+z-z-x}{a^2+b^2-c^2}=k$$

$\therefore y=k(a^2+b^2-c^2)/2$ 同様ニ

$z=\cdots\cdots \quad x=\cdots\cdots$

此等ノ値ヲ第二式卽

$x(y+z)=-yz$ ニ代……バ

$$\frac{k}{2}(a^2-b^2+c^2)\frac{k}{2}(2b^2)$$

$$=-\frac{k^2}{4}(a^2+b^2-c^2)$$

$\times(b^2+c^2-a^2)$

$\therefore 2b^2(a^2-b^2+c^2)$

$+[b^4-(a^2-c^2)^2]=0$

$\therefore a^4+b^4+c^4$

$-2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)=0$

上式ヲ分解セバ

$(a+b+c)(a-b-c)(a+b-c)$

$\times(a-b+c)=0$

$\therefore a\pm b\pm c=0$ ナリ

35. (初メノ三ツノ數) $=k$ ト……

$$\begin{cases} bz+cy=(b-c)k \\ cx+az=\cdots\cdots \\ ay+bx=\cdots\cdots \end{cases}$$

上ノ三式ヲ邊々相加……

$bz+cy+cx+az+ay+bx=0$

上式ノ兩邊ニ $ax+by+cz$ ヲ加ヘ左邊ヲ因數ニ分解セバ

$(a+b+c)(x+y+z)$

$=ax+by+cz$

36. (I) 後ノ式ヨリ

$(a^2+b^2)cd-(c^2+d^2)ab=0$

$(ad-bc)(ac-bd)=0$

$\therefore a:b=c:d$ ナルカ又ハ

$a:b=d:c$ ナリ

$\therefore$ 逆ハ必ズ眞ナルニハアラズ

37. 第二式 $\dfrac{x+z}{y+z}=\dfrac{x^2+2xy}{y^2+2xy}$ ヨリ

$$\frac{x-y}{y+z}=\frac{x^2-y^2}{y^2+2xy}\cdots\cdots(\alpha)$$

$\therefore(\alpha)$ ハ $x-y=0$ ナル時又ハ

$y^2+2xy=(y+z)(x+y)$

卽 $xy=xz+yz$ ナル時ニ成立ス

然ルニ第一式ヨリ

$(x-z)y^2-(y-z)x^2=0$ 之ヨリ

$(x-y)(xy-xz-yz)=0 \quad \therefore\cdots\cdots$

38. $(x_1^2+x_2^2+\cdots\cdots+x_n^2)$

$\times(y_1^2+y_2^2+\cdots\cdots+y_n^2)$

$=(x_1y_1+\cdots\cdots\cdots+x_ny_n)^2$

上式ノ ( ) ヲ去リ兩邊ニオケル等項ヲ除ケバ左邊ハ

$x_1^2y_2^2+x_1^2y_3^2+\cdots\cdots+x_1^2y_n^2$

$+x_2^2y_1^2+x_2^2y_3^2+\cdots\cdots\div x_2^2y_n^2$

$+\cdots\cdots+x_n^2y_1^2+x_n^2y_2^2+\cdots\cdots$

$+x_n^2y_{n-1}^2$ トナリ又右邊ハ

$$2\begin{cases} x_1y_1x_2y_2+\cdots\cdots\cdots \\ x_2y_2x_3y_3+\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_{n-1}y_{n-1}x_ny_n \end{cases}$$

トナル右邊ヲ左邊ニ移シ括レバ

$(x_1y_2-x_2y_1)^2+\cdots\cdots$

$+(x_2y_3-x_3y_2)^2+\cdots\cdots$

$+(x_{n-1}y_nx_ny_{n-1})^2=0$

トナル然ルニ但書ニヨリ……

$\therefore x_1y_2=x_2y_1,\ x_2y_3=x_3y_2,\cdots\cdots$

$\therefore \dfrac{x_1}{y_1}=\dfrac{x_2}{y_2}=\cdots\cdots=\dfrac{x_n}{y_n}$ ナリ

39. (六) C 37

40. 本篇 A 16問

41. $\dfrac{x-z}{y-z}=\dfrac{x^2}{y^2}$

$\therefore z(x^2-y^2)=xy(x-y)$

$x\neq y \therefore z=xy/(x+y)$

コノ z ノ値ヲ第二式ノ左邊ニ……

42. 與式ノ分母ヲ拂……

$(y-z)(1+zx)(1+xy)$

$+(z-x)(\cdots\cdots)$

$+(x-y)(\cdots\cdots)=0$

卽 $(y-z)[1+x(y+z)+x^2yz]$

$+(z-x)[1+y(z+x)+y^2zx]$

$+(x-y)[1+z(x+y)+z^2xy]=0$

卽 $(y-z)(z-x)(x-y)=0 \therefore\cdots\cdots$

43. $ax=by=cz=s$ ト……

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{x+y+z}{s}$$

然ルニ $\dfrac{1}{k}=\dfrac{x+y+z}{s} \quad \therefore\cdots\cdots$

44. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+y+z}$ 上式ヨリ

$x(y^2+z^2)+y(z^2+x^2)+z(x^2+y^2)$

$+2xyz=0$ ヲ得從テ

$(x+y)(y+z)(z+x)=0 \quad \therefore\cdots\cdots$

45. 本篇 B 5問

46. 初メノ三式ヨリ c ヲ消去セントシ ( ) ノ c ノ値ヲ (1), (2) ノ c ニ代入シテ邊々相乘……

$a^2(1-y^2)=b^2(1-x^2) \quad \therefore\cdots\cdots$

次ニ (1), (2) ヨリ

$$1=\frac{b}{a}z+\frac{c}{a}y,\ \frac{b}{a}=\frac{c}{a}x+z$$

上式ヨリ $\dfrac{c}{a}=\dfrac{1-z^2}{y+zx},\ \dfrac{b}{a}=\dfrac{x+yz}{y+zx}$

此 c/a, b/a ノ値ヲ (3)÷a ニ代入セバヨシ

47. $x=k\sqrt{y}/z^3$

答 765625

48. $\dfrac{abc}{b+c}-a^2=\dfrac{abc}{c+a}-b^2\cdots\cdots(1)$

ヲ證センニ上式ハ

$$\frac{abc}{b+c}-\frac{abc}{c+a}=a^2-b^2$$

$$abc\times\frac{a-b}{(b+c)(c+a)}=a^2-b^2$$

$a\neq b \therefore a-b$ デ上式ヲワリテ

$\dfrac{abc}{(b+c)(c+a)}=a+b$ トナル

上式ノ abc ニ

$(b+c)(c+a)(a+b)$ ヲ代入セバ

右邊ヲ得

$\therefore$ (1) ハ確カニ成立ス

同様ニシテ

$$\frac{abc}{c+a}-\frac{abc}{a+b}=b^2-c^2$$

ヲモ證シウベシ

(注意) 最初ヨリ第二式ノ abc ニ $(b+c)(c+a)(a+b)$ ヲ代置セバ何レノ邊モ皆 $ab+bc+ca$ トナリ成立スルヲミル併シナガラ斯ウシテハ但書ノ利用ニ苦シム故前ノ如クスルヲヨシトス

第十六篇ノ問題【A】

1. ……$=m^2/n^2$ ヨリ……

$\therefore d=2$　答 n^2

2. p 項ノ和ガ 0 ナルヨリ

$d=-2a/(p-1)$ ソコデ後ノ初項ハ $a+pd$ $\therefore$ q 項ノ和ハ

$\frac{q}{2}\{2(a+pd)+(q-1)d\}$

上式ノ $d=2a/(1-p)$ ヲ……

答 $-aq(p+q)/(p-1)$

3. ……　$\therefore$此諸數ハ $A.P$ ヲナス

答 $\frac{n\{2+(n-3)\sqrt{a}\}}{2(1-a)}$

4. 答 $b=d$ 又ハ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

5. 此等ノ數ヲ

$x-2y,\ x-y,\ x,\ x+y,\ x+2y$……

答 $\begin{cases} 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10 \\ 10,\ 8,\ 6,\ 4,\ 2 \end{cases}$

6. 初項ヲ a トセバ

S_n+S_{n+2} ハ

$b+(n+1)(2a+nb)$ トナリ

之ハ $b+2S_{n+1}$ ニ等シ

7. 公差ヲ d ト……

$$\frac{4a}{2\sqrt{7}-5}-\frac{5a}{3+\sqrt{7}}=3d$$

$\therefore d=(31\sqrt{7}-5)a/18$

$\therefore$第十項ハ $4a/(2\sqrt{7}-5)+6d=$……

答 $(5+13\sqrt{7})a$

8. $10(2a+9d)/2=285$

$20(2a+19d)/2=870$

答 885

9. $a+(n-1)d=$……

$=(3n-1)/6$……(1) ヲ知リテ

$n[2a+(n-1)d]/2$

ヲ求メバヨシソコデ (1) ハ n ガ正整數ナル以上ハ恒ニ成立ツヲ以テ

$n=1$ トシテ $a=1/3$

$\therefore \frac{n}{2}\left[\frac{1}{3}+\frac{3n-1}{6}\right]$

$=n(3n+1)/12$

答 $n(3n+1)/12$

10. $1+2+3+\cdots\cdots+x=300$

$x(x+1)/2=300$　答 24 俵

11. $n(2a+(n-1)d)/2$

$=n(n+5)$ ヨリ

$(2a+(n-1)d)/2=n+5$

今 $n=1$ トセバ $a=6$

$n=2$ トセバ $d=2$

答 50

12. $a+(m-1)d=n$

$a+(n-1)d=m$

ヨリ $d=-1,\ a=n+m-1$ ヲ得

$\therefore$今所求ノ項數ヲ x トセバ

$x[2(n+m-1)+(1-x)]$

$=(m+n)(m+n-1)$

上式ヲ x ニ就テ整頓セバ

$x^2-\{(n+m)+(n+m-1)\}x$

$+(n+m)(n+m-1)=0$

答 $(n+m-1)$ 項 又ハ $(n+m)$ 項

13. 原 $A.P$ ヲ

$a,\ a+d,\ a+2d,$ ……トシ之ヲ n 項ヅツニ區劃シテ得タル各區劃ヲ

$A,\ B,\ C,\ D$……

トセバ B ノ第一項ハ最初ヨリ第 $n+1$ 番目ノ項ナルニヨリ

$a+nd$ デ B ノ第二項ハ

$(a+d)$ ナリ

$\therefore B$ ノ各項ハ A ノ各項ニ nd ヲ加ヘタルモノナリ依テ

(A ノ和) $+nd\times n=B$ ノ和

(B ノ和) $+nd\times n=C$ ノ和

$\therefore A,\ B,\ C,\ D$……ノ和モ亦 $A.P$ ヲナス

14. $\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ デ

$\frac{2}{3}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}\times 2$ デナイ

$\therefore$與數ハ $G.P$ ヲナス

答 $\frac{8}{3}\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$

15. 前問ト同樣ニシテ與數ハ

$G.P$ ヲナシ公比ハ

$(-2/3)$

$\therefore$所求ノ和ハ……

答 $\frac{6}{5}\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^n-1\right]$

16. 公比ハ $1/(2-\sqrt{2})$

$\times(\sqrt{2}-1)/(\sqrt{2}+1)$

$=(2-\sqrt{2})/2$

答 $\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)^2$

17. { } 内ハ $\frac{1}{1-a/b}$

$+\frac{1}{1-c/b}$……(α)

然ルニ $b=2ac/(a+c)$

$\therefore a/b=(a+c)/2c$

$c/b=(a+c)/2a$

此等ノ値ヲ (α) 中ニ代入　答 2

18. 此級數ハ單ニ二項ダケ與フルヲ以テ $A.P$ カ $G.P$ カ不明ナリ　$\therefore$次ノ如クス

〔I〕此級數ヲ $G.P$ トセバ……

〔II〕此級數ヲ $A.P$ トセバ……

答 $\begin{cases} G.P \text{ トセバ} \\ \quad \frac{\{(n-1)^n-1\}/n}{n-2} \\ A.P \text{ トセバ} \\ \quad \frac{n^2-3n+4}{2} \end{cases}$

19. $a,\ b,\ c$ ガ $A.P$ ヲナシ且ツ $G.P$ ヲナストセバ

$b=(a+c)/2,\ b^2=ac$

ガ同時ニ成立ツヲ要ス從テ

$(a+c)^2=4ac$

$(a-c)^2=0$　$\therefore a=c$ ヲ……

$\therefore a=c$ ナラズバ決シテ……

20. 最初ノ $A.P$ ノ公差ヲ x……

$a=c-2x,\ b=c-x$

$d=c+x,\ e=c+2x$

ソコデ $a,\ b,\ c$ ハ $G.P$……

$\therefore (c-x)^2=c^2-4x^2$

$\therefore x(5x-2c)=0$　$x\neq 0$

$\therefore x=2c/5$　$\therefore e=9c/5$

然ルニ $a+b+c=3c-3x$

$3c-6c/5=$……

21. $a=(b+c)/2,\ b^2=ac$

ソコデ結局ハ c ガ a,b ノ調和中項ナルコト卽チ

$c=2ab/(a+b)$ ヲ作リ出スヲ要ス

然ルニ上式中ニハ b^2 ナキヲ以テ初

メノ二式ヨリ b^2 ヲ逐出セバヨシ

22. 〔 〕内ノ式ハ

$1/b-1/(b-a)$

$=1/(b-c)-1/b$

$\frac{-a}{b-a}=\frac{c}{b-c}$ ……(α)

然ルニ假設ニヨリ

$\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{1}{c}-\frac{1}{b}$

$\frac{a-b}{a}=\frac{b-c}{c}$ 之ヨリ……

23. $2a=b+8,\ b^2=36a$

$\therefore b^2=8(b+8)$

答 $a=16,\ b=24;\ a=1,\ b=-6$

24. 與式ノ右邊ハ……

∴與式ハ又 $4\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{ac}\right)$

$=\left(\frac{c-a}{ac}\right)^2$ ……(α)

ソコデ $b=2ac/(a+c)$

∴(α) ノ左邊ハ……

25. 原三數ヲ $x-y,\ x,\ x+y$

トセバ $x-y+1,\ x+2,\ x+y+5$

ハ G.P ヲナシ

$x-7,\ x-1,\ x+1,\ x+y+3$

ハ H.P ヲナス

$\therefore (x+2)^2$

$(x-y+1)(x+y+5)$ ……(1)

$x+1=\frac{2(x-y+1)(x+y+3)}{2x+4}$ …(2)

(1) ハ $2x=y^2+4y-1$ ……(3)

(2) ハ $x=y^2+2y-1$ ……(4)

$\therefore x=2y$ 從テ $y^2=1$ ∴$x=$……

答 1, 2, 3

26, 初メノ三數ノ逆數ハ A.P ヲナシ

從テ次ノ三數モ亦 A.P……

$\frac{b+c}{a},\ \frac{c+a}{b},\ \frac{a+b}{c}$

$\therefore 2(c+a)/b$

$=(b+c)/a+(a+b)/c$

$\therefore 2(c+a)ac$

$=b^2(c+a)+b(c^2+a^2)$

上式ヲ分解セバ

$\{b+a+c\}\{b(a+c)-2ac\}=0$

$\therefore a+b+c=0$ ……(α)

又ハ $b=2ac/(a+c)$ ……(β)

(α) ナラバ〔 〕内ノ數ハ皆0トナリ H.P ヲナサザレドモ

(β) トセバ〔 〕内ノ數ノ逆數從ヲ同分母ヲ省キテ得ル

$ab+ac,\ bc+ba,\ ca+cb$ ガ A.P ヲナスコトノ條件ヲ滿足ス

$2(bc+ba)=ab+ac+ca+a$

ナルタメニハ

$b(c+a)=2ac$ ヲ要シ之レ (β) ニヨリテ十分ナレバナリ結局 (α) ナラザル以上ハ〔 〕内ノ數ハ H.P ヲナス

27. ……

$\frac{a}{1-r}=2,\quad \frac{a^3}{1-r^3}=5$

$\therefore a=2(1-r)$

$a^3=5(1-r^3)$

$\therefore 8(1-r)^3=5(1-r^3)$

$\therefore (r-1)(r^2-7r+1)=0$

答 $(7-3\sqrt{5})/2$

(注意) $|r|<1$ ヲ要スルユエ之ニ適ハヌ答ハスツベシ

28. 題意ヲ式ニ……

$\frac{m+n}{2}=\frac{ma+nb}{m+n}$

$=\sqrt{ab}$ ……(1)

$\frac{m+n}{2}=\frac{ma+nb}{m+n}$

$=-\sqrt{ab}$ ……(2)

マヅ (1) ヲ解カンニ

$m+n=2\sqrt{ab}$

$(a-\sqrt{ab})m=(\sqrt{ab}-b)n$

$\therefore \frac{m}{\sqrt{ab}-b}=\frac{n}{a-\sqrt{ab}}$

之ヲ $=k$ トオケバ

$m+n=(\sqrt{ab}-b)k$

$+(a-\sqrt{ab})k=2\sqrt{ab}$

$\therefore k=\frac{2\sqrt{ab}}{a-b}$ ∴……

(2) ヲトケバ……

答 $\begin{cases} m=\frac{2b(a\mp\sqrt{ab})}{a-b} & \text{複號ハ…} \\ n=\frac{2a(\pm\sqrt{ab}-b)}{a-b} & 〃 \end{cases}$

29. 〔 〕内ノ第一式ノ b ニ

$2ac/(a+c)$ ヲ代入シ……

$\frac{2ac+3(c^2+a^2)}{2ac}>4$

a, c ハ正ナルユエ上式ハ

遂ニ $3(c-a)^2>0$ トナル

上式ハ…… ∴……

次ニ $(\sqrt{a}-\sqrt{c})^2>0$

$\therefore a+c>2\sqrt{ac}$

然ルニ a, c ハ何レモ正ナリ

$\therefore \frac{2ac}{a+c}<\frac{2ac}{2\sqrt{ac}}=\sqrt{ac}$

$\therefore b<\sqrt{ac}$

30. a, b, c, d ガ H.P ヲナスナラバ

$a=\frac{1}{x-3y}>b=\frac{1}{x-y}$

$c=\frac{1}{x+y},\ d=\frac{1}{x+3y}$

ト假定シ得ベシ ∵……

ソコデ此等ノ値ヲ〔 〕内ノ式ノ兩邊ニ代入セバ各邊トモ

$\frac{3}{x^2-9y^2}$ トナル ∴……

31. 此級數ヲ

(A)……トセバ

題意ノ如キ群ニ分チタル各群ノ積ハ夫々

$(B\ \ldots\ldots a^3r^3,\ r^3r^{12},\ a^3r^{21},\ldots\ldots$

此等ノ數ハ又一ツノ G.P ヲナス然シテ $|r|<1$ ナルユエ $|r^3|<1$

∴ (B) ナル各項ノ和ハ

$\frac{a^3r^3}{1-r^9}$ 又 (A) ノ各項ノ立方ノ和ハ $\frac{a^3}{1-r^3}$ ∴次式ヲ得

$\frac{a^3r^3}{1-r^9}=\frac{a^3}{1-r^3}\times\frac{2}{7}$

$a\neq 0$ $\therefore \frac{2r^6-5r^3+2}{7(1-r\ )}=0$

$\therefore \frac{(r^3-2)(2r^3-1)}{〃}=0$

上式ハ既約分數 ∴分子 $=0$ トオキ實根ノミヲトリテ

$r=\sqrt[3]{2}$, 又ハ $\sqrt[3]{1/2}$

然ルニ…… 答 $\sqrt[3]{1/2}$

32. 假設ニヨリ $1/a,\ 1/b,\ 1/c,\ 1/d$ ハ

A.P ナナス

$\therefore \frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=\frac{1}{c}-\frac{1}{d}$

$=k$ トスソコデ〔 〕内ノ式ノ兩邊ヲ $abcd$ ニテツレバ

$3\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{d}\right)$

$=\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{d}\right)$

$3\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{d}\right)=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{d}\right)$

然ルニ $\frac{1}{a}=k+\frac{1}{b}=k+k$

$+\frac{1}{c}=k+k+k+\frac{1}{d}$ ∴……

33. 斯樣ノ A.P ヲ

$a,\ a+d,\ a+2d,$ ……

初メヨリ n 項迄ノ和ハ

$n\{2a+(n-1)d\}/2$

又之ニ續ク n 項ノ和ハ

$n\{2a+(2n-1)d\}$

$-n\{2a+(n-1)d\}$

$=n\{2a+(3n-1)d\}/2$

∴題意ノ如キ比ハ

$\frac{2a+(n-1)d}{2a+(2n-1)d}=k$ トシ

n ニ就テ整頓セバ

$d(1-3k)n+(1-k)(2a-d)=0$

上式ガ n ノ如何ニ係ハラズ常ニ成立ツタメニハ

$\begin{cases} d(1-3k)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ (1-k)(2a-d)=0 \cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$

ガ聯立スルヲ要ス

$\therefore d=0$ 又ハ $k=1/3$

ソコデ $d=0$ トセバ (2) ハ

$2a(1-k)=0$ トナリ $a\neq 0$

$\therefore k=1$ トナル, 又 $d\neq 0$ トセバ

$k=1/3$ 從テ $d=2a$ トナル

答 (I) 公差 0 ナル A.P ナラバスベテ題意ニ適シ比ハ 1 ニ等シ

(II) 公差ガ初項ノ 2 倍ニ等シキ A.P ナラバスベテ題意ニ適シ比ハ 1/3 ニ等シ

34. H.P ヲ $\frac{1}{a},\ \frac{1}{a+d},\ \frac{1}{a+2d},\ \cdots$

$M=1/\{a+(m-1)d\}$

$N=1/\{a+(n-1)d\}$

$R=1/\{a+(r-1)d\}$

ソコデ此等ノ値ヲ〔 〕内ノ式ノ左邊ニ代入セバ一ツノ分數トナリソノ分子ハ

$(a-d)(n-r+r-m+m-n)$

$+d[\cdots\cdots]=0$ トナル∴……

35. 先ヅ a, b, c ガ同時ニ……

トセバ $b=a+m,\ c=a+2m$ トシテ

$(a+m)^2=a(a+2m)$ ヨリ $m^2=0,$

$m=0$ トナル

$\therefore\ a=b=c$ 同樣ニ……

36. 〔 〕内ノ式ハ

$\frac{1}{m}-\frac{1}{n-s}+\frac{1}{s}$

$-\frac{1}{n-m}=0$ 卽

$\frac{n-s-m}{m(n-s)}+\frac{n-m-s}{s(n-m)}=0$

ソコデ $n\neq(s+m)$ ∵……

$\therefore \frac{1}{m(n-s)}+\frac{1}{s(n-m)}=0$

$\therefore s(n-m)+m(n-s)=0$

トナル, 此式ノ成立ツコトヲ証セバヨシ卽チ…… 然ルニ……

37. 後ノ三數ガ H.P ヲナス爲ニハ

$\frac{b+c}{a}-1,\ \frac{c+a}{b}-1,$

$\frac{a+b}{c}-1$ ガ A.P ヲナシ從テ

$\frac{b+c}{a},\ \frac{c+a}{b},\ \frac{a+b}{c}$

ガ A.P ヲナスヲ要ス

卽 $\frac{2(c+a)}{b}=\frac{b+c}{a}$

$+\frac{a+b}{c}$ ……(α) 然ルニ

$b=2ac/(a+c)$ ヨリ (α) ハ……

38. a, b, c ガ A.P ヲナシ

$a^2, b^2 c^2$ ガ H.P ヲナサバ

$b=(a+c)/2$ ……(1)

$b^2=2a^2c^2/(a^2+c^2)$ ……(2)

(2) ニ (1) ヲ利用セバ……

遂ニ $(a^2-c^2)^2+2ac(a-c)^2=0$

トナル然ルニ a, b, c ハ正ナルヲ以テ…… 答左樣ノコトナシ

39. $(n+x)^3=n^3+x^3+3nx(x+n)$

∴原級數ノ和ハ

$(1^3+2^3+\cdots\cdots+n^3)+nx^3$

$+3x(1^2+2^2+\cdots\cdots+n^2)$

$+3x^2(1+2+\cdots\cdots+n)$

$=[n(n+1)/2]^2+nx^3$

$+xn(n+1)(2n+1)/2$

$+3x^2n(n+1)/2$

答 $\frac{n(n+1)}{4}\{6x^2+2(2n+1)x$

$+n(n+1)\}+nx^3$

40. $\{1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots\}$ ノ 8 倍

【B】

1. $n\{2A+(n-1)d\}/2$

$=n(a-b)^2+nab$

上式ハ n ノ正整數値ニ對シテ恒ニ成立ツユエ $n=1$ トセバ

$A=(a-b)^2+ab=a^2+b^2-ab$

又 $n=2$ トセバ

$(a^2+b^2-ab)+d/2$

$=(a-b)^2+2ab\quad d=2ab$

答 $a^2-ab+b^2\quad a^2+ab+b^2$

$a^2+3ab+b^2,$ ……

2. $n=2m+1$ トセバ中央項ハ初メヨリ第 $(m+1)$ 番目デ

卽チ $(a+md)$ ナリ

又此級數ノ總和ハ.

$n(2a+2md)/2$

$=n(a+md)$ ∴……

3. 此級數ノ初項ヲ p, 公差ヲ q トセバ

$p+(a-1)q=A$

$p+(b-1)q=B$

$\therefore q=(A-B)/(a-b)$

ソコデ第 $(a-b)$ 項迄ノ和ハ

$\frac{a-b}{2}\{2p+(a-b-1)q\}$

$=\cdots\cdots=\frac{a-b}{2}\{A+B$

$-(2b-1)\times\frac{A-B}{a-b}\}$

答 $\frac{1}{2}\{(a-3b+1)A$

$+(a+b-1)B\}$

4. $100=10^2$, $1000=31^2+39$

∴100 ヨリ 1000 迄ノ中ニアル平方數ハ $10^2, 11^2, \cdots\cdots, 31^2$ デ此中ノ偶數ナルモノノ平方根ノ和ハ

$10+12+\cdots\cdots+30$ ナリ

答 220

5. 此等ノ級數ヲ

$a,\ a+b,\ a+2b, \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$b,\ b+a.\ b+2a, \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

トシ (1) (2) ノ和ヲ S, S' トセバ

$S=n\{2a+(n-1)b\}/2$

$S'=n\{2b+(n-1)a\}/2$

$\therefore S+S'=n(n+1)p/2$

又 $SS'=n^2\{q(n-3)^2+2(n-1)p^2\}/4$ ∴……

6. 答 $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}, \frac{1}{36}, \cdots\cdots$

7. 初項ヲ a, r ヲ正數トスル時

$ar^{n-1}>\frac{ar^n}{1-r}$

ナルタメニハ ar^{n-1}(正)ニテ兩邊ヲワリ $1>r/(1-r)$

$1/r>1/(1-r)$

$1-r>r,\ 1>2r$

$1/2>r$ ∴……

8. 此 $G.P$ ヲ……

連乘積ハ ($n=2m+1$ トシテ)

$a^{2m+1}\times r^{1+2+3+\cdots\cdots+2m}$

$=a^n r^{mn}=(ar^m)^n$

然ルニ中項ハ…… ∴……

9. $ak^{p-1}=P,\ ak^{q-1}=Q,\ ak^{r-1}=R$

∴〔 〕内ノ式ノ左邊ハ

$a^{\cdots\cdots}\times k^{\cdots\cdots+\cdots\cdots+\cdots\cdots}$

$=a^0\times k^0=1$ ∴……

10. …… 無限項ノ和ガ求メ得ラルタメニハ $|r|<1$ ヲ……

$\therefore \frac{b}{b-a}>1$ 又ハ $\frac{b}{b-a}<-1$

(一) $b>a$ ナラバ $b-a$ ハ正

$\therefore a>0\quad a>2b$

(二) $b<a$ ナラバ $b-a$ ハ負

$a<0\quad a<2b$ 答……

11. $x-y=y-z$

$\therefore (x-y)^2=(y-z)^2$

又 $z=2y-x$

$\therefore y^2=x(z+1)=x(2y-x+1)$

$\therefore y^2-2xy+x^2=x\quad \therefore x=\cdots\cdots$

12. 今第 x 項ガ 126 ナリト……

$x(x+1)(x+2)$

$-(x-1)x(x+1)=126$

$\therefore x(x+1)(3)=126$ 答 第6項

13. 今第五項ヲ x ト……

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots\cdots, \frac{1}{x}$ ハ $A.P$

$\therefore \frac{1}{x}=\frac{1}{2}+4\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)$ 答 -6

14. $\frac{x}{b}+\frac{y}{b}+\frac{z}{b}=1$

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0$

$\therefore x\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+z\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)=0$

然ルニ…… ∴$x=z$ ナリ

15. 此 $H.P$ ヲ $\frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}$ ……トセバ

$a+(m-1)d=1/2m$

$a+(n-1)d=1/3n$

$\therefore (m-n)d=\frac{1}{2m}-\frac{1}{3n}$

$\therefore d=\frac{3n-2m}{6mn(m-n)}$

又 $a=1/2m-(m-1)d$

$=\frac{3(n-n^2)+2(m^2-m)}{6mn(m-n)}$

ソコデ第 $(m+n)$ 項ナル

$1/\{a+(m+n-1)d\}$

ノ a, d ニ前ノ値ヲ代入セバ……

答 $6(m-n)$

16. a, b, c ガ題意ニ適スルタメニハ

$b-a=c-b \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$\frac{1}{b^2}-\frac{1}{a^2}=\frac{1}{c^2}-\frac{1}{b^2} \cdots(2)$

(2) ハ $\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{b^2-c^2}{c^2}$

上式ニ(1) ヲ利用セバ

$c^2(a+b)=a^2(b+c)$

$\therefore (a-c)(ab+bc+ca)=0$

然ルニ $a-c\neq 0$

$\therefore \begin{cases} ab+bc+ca=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(3) \\ b-a=c-b \cdots\cdots\cdots\cdots(4) \end{cases}$

ガ成立ツコトヲ要スソコデ

(3) ハ $b(a+c)+ac=0$

$(a+c)^2/2+ac=0$

$a^2+c^2+4ac=0$

$\therefore \left(\frac{a}{c}\right)^2+4\left(\frac{a}{c}\right)+1=0$

$\therefore a/c=-2\pm\sqrt{3}\quad \therefore a=\cdots\cdots$

$\therefore b=a+c=(-1\pm\sqrt{3})c$

$\therefore b=(-1\pm\sqrt{3})c/2$

答 $\begin{cases} a:b:c \text{ ガ } 2(-2+\sqrt{3}):(-1+\sqrt{3}):2 \\ \text{又ハ } -2(2+\sqrt{3}):-(1+\sqrt{3}):2 \end{cases}$

17. $b=ar,\ a=ar^2$ ト……

$b+d=2c\quad \therefore d=2ar^2-ar$

$\therefore a+b+c+d=a+3ar^2=39$

又…… ヨリ……

$\therefore r=2$ 又ハ $3/5$

$\therefore a=3$ 又ハ $75/4$

答 $\begin{cases} 3,\ 6,\ 12,\ 18 \\ \frac{75}{4}, \frac{45}{4}, \frac{27}{4}, \frac{9}{4} \end{cases}$

18. p, q, r, s ヲ $1/a,\ 1/(a+d)$ $1/(a+2d),\ 1/(a+3d)$

ト假定シ得ベシソコデ

$p+s=\cdots\cdots\quad q+r=\cdots\cdots$

然ルニ……

19. $a=1/(1-p)$

$b=1/(1-q)$ ヨリ……

$\therefore \frac{1}{1-pq}=\cdots\cdots$ 答 $\frac{ab}{a+b-1}$

20. $a+b=x+y=c^3r+c^3r^2$

$=c^3r(1+r)$ ソコデ $d^3=c^3r^3$

$\therefore d=cr\quad \therefore cd(c+d)=$

21. a, b, c, d ナル $A.P$ ノ公差ヲ m トシ $\frac{1}{a}, \frac{1}{g}, \frac{1}{h}, \frac{1}{d}$ ナル $A.P$ ノ公差ヲ n トセバ

$m=\frac{d-a}{s}\quad \therefore b=\frac{2a+d}{3}$

$c=\frac{c+2d}{3}$, 又 $n=\frac{a-d}{3ad}$

$\frac{1}{g}=\frac{1}{a}+\frac{a-d}{3ad}$

$\frac{1}{h}=\frac{1}{a}+\frac{2(a-d)}{3ad}$

$\therefore g=\frac{3ad}{2d+a}\quad h=\frac{3ad}{2a+d}$

$\therefore cq=\cdots\cdots=ad,\ bh=\cdots\cdots=ad$

22. 第一項ハ $1(1+1)=2$

$\therefore$第二項ハ$2(2+1)-2=4$

第三項ハ$3(3+1)-6=6$

答 110

23. 第一ノ $A.P$ ノ公差ヲ d ト……

$b=a+(2n+1)d$

$\therefore d=(b-a)/(2n+1)$

$\therefore A=a+r-1-\dfrac{b-a}{2n+1}$

又第二ノ $H.P$ ノ逆數ナル $A.P$ ノ公差ヲ s トセバ

$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a}+(2n+1)s$

$\therefore s=\cdots\cdots \qquad \therefore H=\cdots\cdots$

$=\dfrac{ab(2n+1)}{(2n+1)b+(r-1)(a-b)}$

又$A=\dfrac{(2n+1)a+(r-1)(b-a)}{2n+1}$

$\therefore \dfrac{A}{a}+\dfrac{b}{H}=\dfrac{a+b}{a} \qquad \therefore\cdots\cdots$

24. 第100項迄ノ和ハ 100^3

第99項迄ノ和ハ 99^3

答 29701

25. 公差ヲ $-d$ トセバ $m-n=d$

$n-s=d,\ s-m=-2d$

ソコデ〔 〕内ノ式ハ

$x^{n-s}y^{s-m}z^{m-n}=1$

即 $x^d y^{-2d} z^d=1$ トナル

然ルニ $xz=y^2 \qquad \therefore\cdots\cdots$

26. $y=xr,\ z=xr^2$ トセバ

$x^a=x^b r^b=x^c r^{2c}$

$\therefore r^b=x^{a-b},\ r^{b-2c}=x^{c-b}$

$\therefore r^{b(c-b)}=x^{(a-b)(c-b)}$

$=r^{(b-2c)(a-b)}$

$\therefore b(c-b)=(b-2c)(a-b)$

27. $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2$

$=n(n+1)(2n+1)/6$ 應用

答 650 個

28. 邊數ヲ n ト……

$n[344+(n-1)(-4)]/2$

$=(2n-4)90$

$\therefore n^2+3n-180=0$ 答 12邊形

29. 三邊ヲ $m,\ mr,\ mr^2$ トシ之ヲ $b+c>a>b\sim c$ ニ代入シ m デワレバ

$r^2+r>1\cdots\cdots(1) \quad r-r^2<1\cdots\cdots(2)$

(1)ヨリ $\left(r-\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)$

$\times\left(r-\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)>0$

$\therefore r>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \qquad \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}>r$

上式ノ後者ハスツ $\because\cdots\cdots$

次ニ $r\sim r^2<1$ ヲ

$r-r^2<1\cdots(3) \quad r^2-r<1\cdots(4)$

ニ分チテ論センニ

(3) ハ $r^2-r+1>0$ トナリ

恒ニ成立ス ($\because\cdots\cdots$)

$\therefore r$ ニ制限ナシ

(4) ハ $(r-\cdots\cdots)(r\cdots\cdots)<0$

$\therefore \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}>r>\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

然ルニ r ハ正ナルユエ

$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}>r>0$ トナル

$\therefore$結局$(\sqrt{5}+1)/2>r>(\sqrt{5}-1)/2$ ヲ得

30. $AB,\ BC,\ CA$ ヲ $x-y,\ z,\ x+y$ ト：

$AH\perp BC$, BC ノ中點ヲ M, $HM=s$ $MC=m$ トセバ

$(x+y)^2-(x-y)^2=(m+s)^2-(m-s)^2$ $4xy=$ $\therefore 2y=s$

31. 所求ノ總和ヲ S ト……

$S=501+503+\cdots\cdots+999$

上ノ諸數ハ $A.P$ ヲナシ初項ハ 501, 公差ハ2, 項數ハ

$999=501+(n-1)2$ ヨリ得ル n ニシテ即チ 250 ナリ

$\therefore S=250(501+999)/2$

$=187500$ 答 187500

32. $(n-1)$ 本ノ丸太ヲ立テル時往キヅケノ距離ノ和ハ

$\{2+4+6+\cdots\cdots+2(n-1)\}$間

$=(n-1)\{4+(n-2)\times 2\}/2$間

$=n(n-1)$ 間而シテ最後ニハ原地ニ戻ル必要ナキユエ全距離ノ和ハ

$2n(n-1)-2(n-1)$間ナリ

答 $2(n-1)^2$ 間

33. ……

$\begin{cases}(a+4d)+(a+d)=96\\(a+4d)-(a+d)=30\end{cases}$

$\therefore a=23,\ d=10$

$\therefore$第三項ハ $a+2d=43$ 答 43

(注意) 題文ヲ訂正スルノ要アリ此ママデハ x,y ニ關係ナシ

34. ……

上ノ P,Q,R ノ値ヲ與式ノ左邊ニ代入セバ遂ニ $=0$ トナル

35. 第 n 項ハ $5/2-3n$ ナルユエ

第一項ハ $5/2-3=-1/2$

第二項ハ $5/2-6=-7/2$

$\therefore$公差ハ -3 ナリ

$\therefore$第十項迄ノ和ハ

$10\{-1+9(-3)\}/2$

$=-140$ 答 -140

36. 題意ニヨリ

$b+c-a=r(a+b+c)$

$c+a-b=r^2(a+b+c)$

$a+b-c=r^3(a+b+c)$

$\therefore$上ノ三式ヲ邊々相加シテ $a+b+c$ ニテワレバ $1=r+r^2+r^3$ ヲ得

37. ……

$a+(a+9d)=7\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$(a+d)^2+(a+8d)^2=245/9$

(1) ヨリ得ル $a=(7-9d)/2$

ヲ第二式ニ代入シ整頓セバ

$d^2=1/9 \qquad \therefore d=\pm 1/3$

從テ $a=2$ 又ハ 5

答 $\begin{cases}\text{初項 2, 公差 } 1/3 \text{ 又ハ}\\\text{初項 5, 公差 } -1/3\end{cases}$

38. $200=13\times 15+5$

$700=13\times 53+11$

$\therefore 202+215+228+\cdots\cdots+696$ ヲ求メバヨシソコデ上數ハ……

答 17511

39. 原級數ヲ

$a,\ a+d,\ a+2d,\ a+3d$ トセバ

題意ニヨリ $a+1,\ a+d+1,\ a+2d+3,\ a+3d+9$ ナル四數ハ $G.P$ ヲナス

$\therefore \dfrac{a+d+1}{a+1}=\dfrac{a+2d+3}{a+d+1}$

$\therefore \dfrac{d}{a+1}=\dfrac{d+2}{a+d+1}$

$\therefore \dfrac{a+d+1}{a+1}=\dfrac{d+2}{d}$

$\therefore \dfrac{d}{a+1}=\dfrac{2}{d}\ \therefore d^2=2(a+1)$

又 $\dfrac{a+2d+3}{a+d+1}=\dfrac{a+3d+9}{a+2d+3}$

前ト同樣ニシテ

$\dfrac{d+2}{a-1}=\dfrac{4}{d-2}$

$\therefore d^2-4=4a-4$

$\therefore 2a+2-4=4a-4\ \therefore a=1$

從テ $d=+2,\ -2$ {……}

答 1, 3, 5, 7

40. 102, 105, 108, ……, 999 ノ和ヲ求メバヨシ項數ハ

$(999-102)\div 3+1=300$

答 165150

41. ……

$$\begin{cases} a+ar+ar^2=63 \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ a\sim ar^2=45 \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

(1) ÷ (2) ヨリ

$\dfrac{1+r+r^2}{1\sim r^2}=\dfrac{7}{5}$

$$\therefore \begin{cases} 12r^2+5r-2=0 \\ 2r^2-5r-12=0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} r=-2/3 \text{ 又ハ } 1/4 \quad (イ) \\ r=-3/2 \text{ 又ハ } 4 \quad (ロ) \end{cases}$$

$\therefore\ a-ar^2=45$ ノ r ニ (イ) ノ二値ヲ代入シテ

$a=81$ 又ハ 48

又 $ar^2-a=45$ ノ r ニ (ロ) ノ二値ヲ代入シテ

$a=-36$ 又ハ -3

∴モトノ三數ハ次ノ如シ

$$答 \begin{cases} -36,\ 54,\ -81 \\ -3,\ -12,\ -48 \\ 81,\ -54,\ 36;\ 48,\ 12,\ 3 \end{cases}$$

42. 新タニ作ル第一圓, 第二圓, ……ノ半徑ヲ r, r', ……トセヨ

原圓ノ內接正方形ノ一邊ハ $\sqrt{2}R$

ソノ正方形ノ內切圓ノ半徑ハ

$\sqrt{2}R\div 2=R/\sqrt{2}$ ナリ

$\therefore r=R/\sqrt{2},\ r'=r/\sqrt{2}$, ……

∴新第一圓, 第二圓, ……ノ面積ハ

$\dfrac{\pi R^2}{2},\ \dfrac{\pi r^2}{2},\ \dfrac{\pi R^2}{4}$, ……

∴此等ノ圓ノ面積…$G.P$ ヲナス

∴新圓ノ面積ノ和ハ

$\pi\times\dfrac{R^2}{2}\div\left(1-\dfrac{1}{2}\right)=\pi R^2$

答 原圓ノ面積ニ等シ

43. 第 n 項迄ヲトルトセバ

$\left\{\left(\dfrac{5}{4}\right)^n-1\right\}\div\left\{\dfrac{5}{4}-1\right\}$

$=4\left\{\dfrac{5}{4}\right\}^n-4>396$

$\therefore \left\{\dfrac{5}{4}\right\}^n>100,\ \therefore n\log\dfrac{10}{8}>2$

$\therefore n>\dfrac{2}{1-3\log 2}=\dfrac{2}{0.09691}$

$\therefore n>20.6$……　答 21 項

44. 教科書ニアリ今復習シテ正確ニ覺エオケ

45. 第一回ノ殘リハ $2a/3$

第二回……$2a/3\times 2/3$

∴第 n 回……$a\times(2/3)^n$

然ルニ n ガ大トナルニ從テ $(2/3)^n$ ハ小トナルユエ無限回ノ後ノ殘リハ

殆ンド $a\times 0=0$ ナリ∴トリ去リタル總計ハ a 尺ナリ　答 a 尺

46. 教科書……

47. 此等ノ數ヲ $x-3y,\ x-y,\ x+y,\ x+3y$ ト……

$(x-3y)^2+(x-y)^2+(x+y)^2+(x+3y)^2=120$ ……(1)

$(x-y)(x+3y)=2(x-3y)\times(x+y)+8$ ……(2)

(1) ハ $x^2+5y^2=30$ ……(3)

(2) ハ $x^2-6xy-3y^2=-8$ (4)

(3)×4+(4)×15 ヨリ

$19x^2-90xy-25y^2=0$

∴ (　　)(　　)=0

$$\therefore \begin{cases} x=-5y/19 \cdots\cdots\cdots\cdots(5) \\ x=5y \cdots\cdots\cdots\cdots(6) \end{cases}$$

(5) ト (3); (6) ト (3) ナル二組ヲトケバ

$$答 \begin{cases} 2,\ 4,\ 6,\ 8 \text{ 又ハ} \\ -2,\ -4,\ -6,\ -8 \end{cases}$$

48. ……

トセンニ初メノ n 項ノ和ヨリ次ノ n 項ノ和ガ大ナル故 $r>1$ ヲ知リ從テ $ar^{n-1}=45$ 又

$(a+ar+\cdots\cdots+ar^{n-1})+(ar^n+ar^{x+1}+\cdots\cdots+ar^{2n-1})=1820$

$\therefore 65+65r^n=1820$

$\therefore r^n=27$ 又

$65=a(r^n-1)/(r-1)$ ヨリ

$\dfrac{2a}{r-1}=5$, 又 $\dfrac{ar^n}{r}=45$

$\therefore \dfrac{a}{r}=\dfrac{45}{27},\ \therefore \dfrac{2r}{r-1}=3$

$\therefore r=3\ \therefore a=5$ 又 $n=3$

答 5, 15, 45

49. ……ナル $G.P$ ノ各項ノ平方ノ和ハ

$a^2+a^2r^2+a^2r^4+\cdots\cdots+a^2r^{2n-2}$

$=\dfrac{a^2(r^{2n}-1)}{r^2-1}$　∴此級數ノ公比ヲ r トセバ與式ノ左邊ハ

$\dfrac{l_1{}^2(r^{2n-2}-1)}{r^2-1}\times\dfrac{l_2{}^2(r^{2n-2}-1)}{r^2-1}$

又右邊ハ

$\{l_1l_2+l_1l_2r^2+\cdots\cdots+l_1l_2r^{2n-2}\}^2$

$=\left\{\dfrac{l_1l_2(r^{2n-2}-1)}{r^2-1}\right\}^2$

デ與式ハ……

50. S ハ $G.P$ ノ和ナルユエ $a_1,\ a_2,\ a_3$ 等ハソノ項ナリ

∴今公比ヲ r トセバ

$a_2=a_1r,\ a_3=a_2r$

$\therefore \dfrac{1}{a_2}=\dfrac{1}{a_1}\times\dfrac{1}{r}$

$\dfrac{1}{a_3}=\dfrac{1}{a_2}\times\dfrac{1}{r}$

$\therefore \dfrac{1}{a_1},\ \dfrac{1}{a_2},\ \dfrac{1}{a_3}$ 等ハ $\dfrac{1}{a_1}$ ヲ初項トシ $1/r$ ヲ公比トスル $G.P$ ヲナス∴ S' ハ矢張リ $G.P$ ノ和ナリソコデ $S=\dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

$S'=\dfrac{1/a_1\{1-1/r^n\}}{1-1/r}$

$=\dfrac{1-r^n}{a_1r^{n-1}(1-r)}$

$\therefore \dfrac{S}{S'}=a_1a_1r^{n-1}=a_1a_n$ ナリ

51. $b=2ac/(a+c)$

∴後ノ三數ハ

$a-b/2=a-ac/(a+c)$

$=a^2/(a+c)$……(1)

$b/2=ac/(a+c)$……(2)

$c-b/2=c^2/(a+c)$……(3)

$(1)\times(3)=(2)^2$ ∴……

52. 與四數ノ逆數ハ $A.P$ ヲナス

$\therefore \frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$

$=\frac{1}{c}-\frac{1}{d}$ 之ヲ $=k$ トセバ

$3(b-a)(d-c)=3abcdk^2$

又 $c-b=bck$

又 $1/a-k-k-k=1/d$

$\therefore 1/a-1/d=3k$

$\therefore d-a=3adk$

$\therefore (c-b)(d-a)=3abcdk^2$

∴……

53. 題意ニヨリ

$\frac{ax+by}{x+y}=\frac{x+y}{2}=\pm\sqrt{ab}$

$\therefore (x+y)^2=2(ax+by)$

又 $(x+y)^2=4ab$

$\therefore ax+by=$……

又 $ax+by=\pm 2a\sqrt{ab}$

$\therefore (b-a)y=2a(b\mp\sqrt{ab})$

$\therefore y=\frac{2a\sqrt{b}(\sqrt{b}\mp\sqrt{a})}{b-a}$

$=2a\sqrt{b}/(\sqrt{b}\pm\sqrt{a})$

ソコデ y ヲ……トセバ $x=$……

又 y ヲ……$x=$…

答 $\begin{cases} x=\frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} & \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \\ y=\frac{2a\sqrt{b}}{〃} & \frac{-2a\sqrt{b}}{〃} \end{cases}$

54. (1) 首項ト末項トノ和ノ半ハ中央項ニ等シク 10 ナリコノ 10 ニ項數ヲカケタルモノガ總和ナリ 答 510

55. $A.P$ ノ初項ヲ a, $G.P$ ノ初項ヲ b ト……

$\frac{5}{2}(2a+4\times 3)+\frac{b(2^5-1)}{2-1}=148$

$\frac{10}{2}(2a+9\times 3)+\frac{b(2^{10}-1)}{2-1}=3254$

上ノ二式ハ

$\begin{cases} 5a+31b=118 \\ 10a+1023b=3119 \end{cases}$

答 $\begin{cases} A.P \text{ ノ初項ハ } 3 \\ G.P \text{ ノ初項ハ } 5 \end{cases}$

56. 第 n 番目ノ群ノ中ニハ n 項アリ又末項ハ $12+(1+2+\cdots\cdots+n)$

$=12+n(n+1)/2$

∴逆ニ末項ヲ初項ト考フレバ結局項數 n, 公差 -1, 初項

$12+n(n+1)/2$ ナル $A.P$ ナリ

∴第 n 群ハ

$\frac{n}{2}[24+n(1+n)+(n-1)(-1)]$

=…… 答 $n(25+n^2)/2$

57. 此級數ハ

$2\frac{1}{2},\ 2^2\frac{1}{2^2},\ 2^3\frac{1}{2^3},\ \cdots\cdots$

∴第20項迄ノ和ハ

$(2+2^2+\cdots\cdots+2^{20})$

$+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{2^{20}}\right)$

$=\frac{2(2^{20}-1)}{2-1}+\frac{\cdots\cdots}{1-1/2}=$……

答 $2^{21}-(1/2)^{20}-1$

58. 何レモ $G.P$ ナル故ソノ積ハ

$\frac{x\{1-x^{2n+1}\}}{1-x}$

$\times\frac{x\{1+x^{2n+1}\}}{1+x}=$……

$=x^2+x^4+\cdots\cdots+x^{4n+2}$ 答……

59. …… a, ar, ar^2, …… トセバ

$p=a(1-r^n)/(1-r)$ 又

$q=a-ar+ar^2-\cdots\cdots$

$=\frac{a\{1-(-r)^n\}}{1+r}$……(1)

$\therefore pq=a^2(1-r^{2n})/(1-r^2)$

之ハ各項ノ平方ノ和ニ等シ

(附) n ハ奇數ナルユヱ (1) ノ $(-r)^n$ ハ負トナル

60. 第 n 群ヲ逆ニ考フレバ項數ハ $n+1$, 公差ハ -2, 初項ハ

$2\{2+3+\cdots\cdots+n+1\}$

$=n(n+3)$ ナル $A.P$ ヲナス

∴所求ノ和ハ

$\frac{n+1}{2}\{2n(n+3)+n(-2)\}$

=…… 答 $n(n+1)(n+2)$

61. 二數ヲ x, y ト……

$\sqrt{xy}=5,\ 2xy/(x+y)=4$

$\therefore xy=25,\ x+y=25/2$

答 $\begin{cases} x=10 \\ y=2.5 \end{cases}$ $\begin{cases} 2.5 \\ 10 \end{cases}$

62. 題意ニヨリ

$B^2=AC$……(1) $B+D=2C$…(2)

$A+D=14$…(3) $B+C=12$…(4)

(4) ヨリ $B=12-C$ (2) ハ

$12-C+D=2C$

$\therefore D=3C-12$ ∴ (3) ハ

$A+3C-12=14$

$\therefore A=26-3C$ ∴ (1) ハ

$(12-C)^2=(26-3C)C$

上式ヨリ $C=8$ 又ハ $9/2$

$\therefore B=4$ 又ハ $15/2$

$\therefore D=12$ 又ハ $3/2$

$\therefore A=2$ 又ハ $25/2$

答 $A=2,\ B=4,\ C=8,\ D=12$ 又ハ……

63. 毎年ノ保險料ハ 40 圓, 年數ハ 16 年ナリ∴預金ノ元利合計ハ

$40\times 1.05^{16}+40\times 1.05^{15}+\cdots\cdots$

$+40\times 1.05$

$=40(1.05+1.05^2+\cdots\cdots+1.05^{16})$

$=40\times 1.05\times\frac{1.182874\cdots}{0.05}$

=993.614 (圓)

又保險金ヨリ保險料ヲ引キタルモノハ 1360 圓 ∴……

答 366 圓 39 錢弱

【C】

1. $100=17\times 5+15$

$\therefore 102=17\times 6$

又 $999=17\times 58+13$

∴題意ニ適スル數ハ

102, 119, 136, ……, 986

∴…… 答 28832

2. ……$13(2a+2d)/2$

$=3\{2(a+13d)+5d\}-1$……(1)

$(a+2d)(a+7d)=(a+4d)^2$ (2)

答 $\begin{cases} -1/7,\ -1/7,\ -1/7,\ \cdots\cdots \\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots \end{cases}$

3. ……m, d トセバ

$\alpha=m+(p+q-1)d$

$\beta=m+(p-q-1)d$

$\therefore \alpha-\beta=2qd$

$\therefore d=(\alpha-\beta)/2q$

$\therefore m=\alpha-(p+q-1)d$

$=\dfrac{2q\alpha-(\alpha-\beta)(p+q-1)}{2q}$

今第 p 項, 第 q 項ヲ $P.Q$ トセバ

$P=m+(p-1)d=(\alpha+\beta)/2$

$Q=m+(q-1)d=$……

答 $\begin{cases} \text{第 } p \text{ 項ハ } (\alpha+\beta)/2 \\ \text{第 } q \text{ 項ハ } \dfrac{(2q-p)\alpha+p\beta}{2q} \end{cases}$

4. 今次ノ $A.P$ アランニ

$a,\ a+d,\ a+2d,$ ……(甲)

上ノ各項ニ或數ヲトヘバ m ヲ加ヘ又ハ引ケバ

$a\pm m,\ a+d\pm m,\ a+2d\pm m,$

……(乙)

トナリ乙ノ(後項−前項)ハ何レモ d トナル

∴ (乙) モ亦 $A.P$ ヲナス

次ニ (甲) ノ各項ニ……

5. 所求ノ邊數ヲ n ト……

$n\{240+(n-1)5\}/2$

$=(2n-4)90$

上式ハ……

$\therefore (n-9)(n-16)=0$

$\therefore n=9$, 又ハ 16

ソコデ $n=9$ トセバ最後ノ最大角ハ

……$=160$ 度

又 $n=16$ トセバ……195°

∴…… 答 9 邊

6. n ヲ 1 トセバ $n(5n-4)$ ハ 1 トナル之レ初項ナリ

n ヲ 2 トセバ $n(5n-4)$ ハ 12 トナル之レ第二項迄ノ和ナリ

∴第二項ハ 11 デ公差ハ 10 ナリ

答 初項 1, 公差 10

7. (イ) 今項數ヲ n ト……

$c=a+(n-1)(b-a)$

$\therefore n=(b+c-2a)/(b-a)$

∴總和ヲ S トセバ

$S=n(a+c)/2$

$=\dfrac{(b+c-2a)(a+c)}{2(b-a)}$ ナリ

(ロ) 題文ノ公式ハ

$r=1$ ナル時ハ $S=na$

$r\neq 1$ ナル時ハ…… (教科書)

次ニ題文ノ $G.P$ ヲ

$a,\ ar,\ ar^2,$ …… トセバ

$a=2/3,\ ar^4=9/4$

$\therefore r^3=(3/2)^3$ r ハ實數

$\therefore r=3/2$ $\therefore a=4/9$

∴…… 答 2057/144

8. $(a+b)/2>\pm\sqrt{ab}$……(1)

ヲ證セバヨシ然ルニ a, b ハ正數ナルユヘ上式ノ左ハ $-\sqrt{ab}$ ヨリハ大ナリ∴+ノ部分ヲ證セバヨシ(1)ハ

$a+b-2\sqrt{ab}>0$……(2)

トナリ又 $a=\sqrt{a}^2$, $b=\sqrt{b}^2$

∴ (2) ハ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2>0$

トナリ又 $a\neq b$

∴上式ハ慥ニ成立ヲ從テ (1) ハ又眞ナリ

9. ……

$p\{2a+(p-1)d\}$

$=q\{2a+(q-1)d\}$

上式ヨリ

$2a(p-q)=(p-q)(-p-q+1)$

$\times d$ $p\neq q$ $\therefore 2a=$……

∴第 $(p+q)$ 項ハ

$\dfrac{p+q}{2}\{2a+(p+q-1)d\}$

$=0$ 答 0

10. ……

n 項ノ和ハ

$n\{2a+(n-1)d\}/2$ ナリ之ガ n^2 ニ等シキ故

$2a+(n-1)d=2n$

$\therefore (2a-d)=n(2-d)$

此式ハ n ノ如何ヲトハズ成立ツユエ

$n=0$, $n=1$ ノ時モ成立ツ

$\therefore (2a-d)=0$, $2a-d=2-d$

$\therefore d-2$, $a=1$

∴題意ニ適スル級數ハ

1, 3, 5, 7, ……ナリ

∴ 10 項ノ和ハ…… 答 100

(別解) n 項ノ和ハ恒ニ n^2 ニ等シキユエ 10 項ノ和ハ 10^2 ナリ

11. 本篇, B, 52 問

12. 初項ハ何レモ 2 ナリ

∴相合致スル項ハ

$2+3m=2+5n$

ノ如キ形ノ數ナリ ∴$m=5$

$n=3$ 卽チ兩級數ニ 15 ヲ加フル毎ニ合致ス∴合致スル諸項ハ初項 2, 公差 15 ナル $A.P$ ノ各項ナリ而シテ 200 ヨリ大ナラズ

$\therefore (200-2)\div 15=13$……

∴初項ヲ足シテ合致スル項ハ 14 項ナリ而シテ $15\times 13=195$ ナルユエ合致スル項ノ和ハ

$14(2+197)/2=1393$ ナリ

答……

13. 後ノ三數ガ $A.P$ ヲナスコトヲ證スルニハ

$(s-a)^2-(s-b)^2=(s-b)^2$

$-(s-c)^2$ $(2s-a-b)(b-a)$

$=(2s-b-c)\times(c-b)$, $c(b-a)$

$=a(c-b)$ $bc-ac=ac-ab$

上式ヲ abc デワリテ

$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}$ ヲ證セバヨシ

之ハ……

14. 題意……

$\pi+1.5\pi+2\pi+\cdots\cdots=100$

上式ノ項數ヲ n トセバ

$\pi\left[\dfrac{n\{2+(n-1)(0.5)\}}{2}\right]=100$

$\pi=22/7$ トセバ上式ハ遂ニ

$11n^2+33n-1400=0$

$n=\dfrac{-33\pm 250\cdots\cdots}{22}\{\cdots\cdots\}$

$n=9.86$…… 答 10 個

15. ……

$\dfrac{7}{2}(2a+6d)$

$=\dfrac{4}{2}(2a+14d+3d)+5$

$\therefore 3a-13d=5$

又 $(a+6d)^2=(a+3d)(a+19d)$

$\therefore ad=6d^2 \quad \therefore a=6d \quad \{d\neq 0\}$

$\therefore d=1,\ a=6$

16. 公差ヲ d ト……

$200+11d=168$

$\therefore d=-37/11$

ソコデ第 n 項ガ 0 トナルトセバ

$200+(n-1)(-37/11)=0$

上式ヨリ $n=60$……

∴第 61 項ハ負トナル　　答 60 項

17. ( ) ヲ外ツシ變形……

$(b^2-ca)^2+(c^2-bd)^2$

$+(bc-ad)^2=0$

假設ニヨリ上式ノ各項ハ正ナリ

∴各項ハ 0 ナルヲ要ス　∴……

18. 1 ヨリ 100 迄ノ數ノ和ハ

$100\times 101\div 2=5050$

之ヨリ本篇 B 40 問ニナラヒ 3 デワリキルル數ノ和

$33\times\{6+32\times 3\}\div 2=1683$

ヲ引ケバヨシ　　答 3367

19. ……トセバ

$a+(m-1)d=M$

$a+(n-1)d=N$

$\therefore d=(M-N)/(m-n)$

ソコデ第 p 項迄ノ和ハ

$p\{2a+(p-1)d\}/2$　　答ハ

$$\frac{p}{2}\left\{M+N-\frac{(m+n-p-1)(M-N)}{m-n}\right\}$$

20. 乙ガ始メシヨリ n 年ノ後甲乙ノ……

トセバ $0.15\times(6+n)$

$=n\{2\times 0.15+(n-1)0.025\}/2$

上式ヨリ $n^2-n-72=0$　∴……

答　乙ノ始メシヨリ 9 年後

21. 前ノ 9 問

22. 題意……　$a^2-b^2=b^2-c^2$

$\therefore (a-b):(b+c)=(b-c):(a+b)$

$$\therefore \frac{c+a-b-c}{(b+c)(c+a)}=\frac{a+b-c-a}{(c+a)(a+b)}$$

$$\therefore \frac{1}{b+c}-\frac{1}{c+a}=\frac{1}{c+a}-\frac{1}{a+b}$$

∴後ノ三數ハ……

23. 公差ハ $b-a$, 第 $(m+1)$ 項ハ

$a+m(b-a)$ 之ガ c トナリウルニハ

項數ヲ表ハス m 卽チ

$a/(a-b)$ ガ正ノ整數ナラバヨシソレハ假設ニ明カナリ

$\therefore$ 第 $\left(\dfrac{a}{a-b}+1\right)$ 項ガ 0 ナリ果シテ……ガ存在スルナリ

(注意)……ガ正整數ナラバト云フ文句ヲ初メヨリ心配スル勿レスベテ但書ハ初用, 中用, 終用ノ何レニセバヨキカヲ考ヘテ初メヨリ驚カズ平氣デ進ムベシ

24. 與式 $=(Ax+By)^2$ ト……

$A^2=a(b-c),\ 2AB=b(c-a)$

$B^2=c(a-b)$

$\therefore b^2(c-a)^2=4a(b-c)c(a-b)$

$=-4abc^2+4abc(a+c)-4a^2b^2$

$\therefore \{b(c+a)-2ac\}^2=0$

$\therefore bc+ba=2ac$

$\therefore \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{2}{b}$　∴……

25. $a+md=y$ ト……

$(y-d)^2+y^2=2p$……(1)

$(y-d)^2y^2=q$ ……(2)

(1) ヨリ $y(y-d)=p-d^2/2$

$\therefore$ (2) ハ $\left\{p-\dfrac{1}{2}d^2\right\}^2=q$

$\therefore 2(p\pm\sqrt{q})=d^2$

$\therefore d=\pm\sqrt{2}\sqrt{p\pm\sqrt{q}}$……(3)

又 $S=m\{2a+2md-d\}$

$=m\{2y-d\}$……(4)

ソコデ (2) ヨリ

$y(y-d)=\pm\sqrt{q}$ ……(5)

$\therefore$ (1)+(5)×2 ハ

$(2y-d)^2=2(p\pm\sqrt{q})$

$\therefore 2y-d=\pm\sqrt{2}\sqrt{p\pm\sqrt{q}}$

∴ (4) ヨリ

$S=m\{\pm\sqrt{2}\sqrt{p\pm\sqrt{q}}\}$……(6)

答　公差 (3), 總和 (6)

26. ……トセバ

$10\{2a+19d\}$

$=7\{2a+6d\}/2=130$ ……(1)

$(a+11d)^2=10(a+8d)+6$……(2)

(1) ハ $a+13d=10$……(3)

$(2d-1)(d+3)=0$

答 $\begin{cases} 49,\ 46,\ 43,\ 40,\ \cdots\cdots \\ \dfrac{7}{2},\ 4,\ \dfrac{9}{2},\ 5,\ \cdots\cdots \end{cases}$

27. 第一項ハ 17, 第二項迄ノ和ハ

$2(16+2)=36$,　∴第二項ハ 19

答　初項 17, 公差 2

28. コノ二ツヲ

$\left.\begin{array}{l} a,\ a+d,\ \cdots\cdots \\ b,\ b+c,\ \cdots\cdots \end{array}\right\}$ ト……

$$\frac{2a+(n-1)d}{2b+(n-1)c}=\frac{7n+2}{5n-2}\quad (1)$$

ソコデ第十三項ノ比ヲ k……

$k=\dfrac{a+12d}{b+12c}$ 之ハ (1) ニ於テ n ヲ 25 トシタル時ノ左邊ニ等シコノ時右邊ハ……トナル

答　177 : 123

29. 與式ノ左邊ハ

$\log\{x^{b-c}y^{c-a}z^{a-b}\}$

然ルニ $a-b=b-c$

∴前ノ { } 內ハ $(xz)^{a-b}y^{c-a}$

$=(y^2)^{a-b}y^{c-a}=y^0=1$

$\therefore \log\{\cdots\cdots\}=1$　∴……

30. ……トセバ

$A=n\{2a+(n-1)d\}/2$……(1)

$B=$ (1) ノ a ノ代リニ $a+nd$

$C=$ (1) ノ a ノ代リニ $a+2nd$

此等ヲ與式ニ代入セバ n^4d^2 ト……

31. ……トセバ

$2(2a+3d)=68$

$5\{2(a+5d)+4d\}=30$

上式ヨリ $a=20,\ d=-2$ ヲ得

此等ノ値ヲ $8\{2(a+14d)+15d\}$

ニ代入セバヨシ

答　-368

32. 第一項ヨリ第 n 項迄ノ和ハ……

$\therefore 2S_n=n(2a-r)+n^2r$

ソコデ $S_1,\ S_3,\ S_5$ 等ヲ求ムルニハ上式中ノ n ヲ順次ニ 1, 3, 5 等トナセバヨシ卽チ

$2S_1=1(2a-r)+1^2r$

$2S_3=3(2a-r)+3^2r$

$2S_5=5(2a-r)+5^2r$

……

$2S2n-1=(2n-1)(2a-r)$

$+(2n-1)^2r$

$\therefore S_1+S_3+S_5+\cdots\cdots+S_{2n-1}$ ヲ M

トセバ M ハ上ノ一群ノ式ノ右邊ノ和ノ半ニ等シ卽チ

$(2a-r)[1+3+5+\cdots\cdots$
$+(2n-1)]+\{1^2+3^2+5^2$
$+\cdots\cdots+(2n-1)^2\}r$ ノ半ナリ

然ルニ上式ノ〔 〕内ハ n^2 トナリ
{ } 内ハ $n(4n^2-1)/3$
トナル∴次答ヲ得

答 $\frac{n}{2}\left\{an+\frac{n}{6}(n-1)(4n+1)r\right\}$

33. 第 n 項迄ノ中ニアル奇數ノ數ハスベテ $n(n+1)/2$ 個ナリ之ヲ A 個トス∴奇數ヲ 1 ヨリ初メテ A 個加フレバヨシ

答 $n^2(n+1)^2/4$

34. 此三數ヲ $x-y,\ x,\ x+y$ ト……

$3x=36 \therefore x=12$

$\therefore (12-y)(55+y)=36^2$

$\therefore y=9$ 又ハ -51

答 $\begin{cases} 3,\ 12,\ 21 \\ 63,\ 12,\ -39 \end{cases}$

35. 往キダケノ道程ハ

$100+140+180+\cdots\cdots$
$+(100+40\times 19)=9600$(米)

復リノ道程ハ

$100+140+180+\cdots\cdots$
$+(100+40\times 18)=8740$(米)

∴所求ノ時間ハ

$(9600\div 60+8740\div 80)$分
$=4$時 29 分 15 秒ナリ

答……

36. 此 數ヲ

$x-3y,\ x-y,\ x+y,\ x+3y$ ト……

$(x-3y+1)(\cdots\cdots)=(x-y+1)^2$
$(x-y+1)(\cdots\cdots)=(x+y+3)^2$

$\therefore \begin{cases} 2y^2+3y-x=1 \\ y^2+3y-x=0 \end{cases}$

答 1, 3, 5, 7

37. ……トセバ

$p=\frac{a(r^n-1)}{r-1},\ q=\frac{a(r^{2n}-1)}{r-1}$

$\therefore \frac{q}{p}=r^n+1,\ \therefore r^n=\frac{q-p}{p}$

ソコデ $3n$ 項迄ノ和ヲ x トセバ

$x=\frac{a(r^{3n}-1)}{r-1}=\frac{a(r^n-1)(\cdots)}{r-1}$

$=p\left\{\left(\frac{q-p}{p}\right)^2+\frac{q-p}{p}+1\right\}$

答 $(p^2+q^2-pq)/p$

38. $a(1+r+r^2)=61/4$

$a^2(1+r^2+r^4)=3113/16$

$\therefore a(1-r+r^2)=133/4$

$\therefore 36r^2+97r+36=0$

$\therefore r=-9/4$ 又ハ $-4/9$

從テ $a=4$ 又ハ $81/4$

答 4 ト -9 ト $81/4$

39. 第一項ハ $3+a$
第二項迄ノ和ハ 3^2+a
第三…… 3^3+a
……

∴第一項ハ $3+a$
第二…… 3.2
第三…… $3^2.2$
……
第 n…… $3^{n-1}.2$

∴a ガ -1 ナル時ニ限リ $G.P$ ヲナス 答ナサズ

40. 此級數ヲ $a,\ ar,\ ar^2$ ……

$\frac{a(1-r^n)}{1-r}=p$ ……(1)

$\frac{ar^n}{1-r}=q$ ……(2)

$\therefore \frac{p}{q}=\frac{1-r^n}{r^n}$

上式ヨリ $r^n=q/(p+q)$

今 $2n$ 項迄ノ和ヲ S トセバ

$S=\frac{a(1-r^{2n})}{1-r}=p(1+r^n)=\cdots\cdots$

答 $p(p+2q)/(p+q)$

41. (例 8)

42. 與式ハ

$(ax-b)^2+(bx-c)^2=0$

$a,\ b,$ ……ハ實數

$\therefore x=\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$ ∴$a,\ b,\ c$ ハ $G.P$ ヲナシ其公比ハ x ナリ

43. 203 參照 答 1672 圓

44. 公比ヲ r…… 各項ハ

$a,\ ar,\ ar^2,\ \cdots\cdots,\ l$ 逆ニカケバ

$l,\ l/r,\ l/r^2,\ \cdots\cdots,\ a$

上ノ二群ノ數ノ全相乘積ハ

$(al)\ (al)\cdots\cdots(al)$

上式ノ( )ノ數ハ n ナリ ∴……

答 $(al)^{\frac{n}{2}}$

45. 初項ヲ……

$\frac{a}{1-r}<2a$ ……(1)

ヲ證セバヨシ a モ $1-r$ モ正

∴ 1) ハ $1<2(1-r)$ 卽

$r<1-1/2$ $r<1/2$ トナル

之レ假設…… ∴……

46. 與級數ハ

$1,\ \sqrt{2},\ 2,\ 2\sqrt{2},\ \cdots\cdots$

ソコデ奇數項ノ數ハ n, 偶數項……
……n, ∴奇數項ノ和ハ

$2^n-1=S$, 偶數項……ハ

$\sqrt{2}(2^{n-1}-1)=S'$

今 $2^{n-1}=A$ トセバ

$S-S'=2A-1-\sqrt{2}A+\sqrt{2}$

$=(\sqrt{2}A+1)(\sqrt{2}-1)$ コレハ……

答 奇數ノ方ガ大ナリ

47. 甲ト乙トノ公比ヲ夫々 $r,\ r'$ トシソノ和ヲ $s\ s'$ トシ項數ヲ n ト……

$p=r^{n-1},\ \frac{1}{p}=r'^{n-1}$

$\therefore r=p^{\frac{1}{n-1}},\ r'=p^{\frac{-1}{n-1}}$

又 $s=\cdots\cdots,\ s'=\cdots\cdots$

$\therefore s'=\cdots\cdots\ =\cdots\cdots\ =\frac{1}{p}s$

$\therefore \frac{s}{s'}=p$ 答 p

48. 公比ヲ r ト……

$b=ar,\ c=\cdots\cdots,\ d=\cdots\cdots$

$\therefore a+d-b-c$

$=a(1+r)(1-r)^2$

上式ノ右邊ハ $r=\pm 1$ ナル時ノ他ハ常ニ正ナリ ∴$r=\pm 1$ ノ他ハ

$a+d>b+c$ ナリ

49. 231 (例 7)

50. $\log_a x=m,\ \log_b x=n,\ \log_c x=s$ トシテ

$\frac{1}{m}+\frac{1}{s}=\frac{2}{n}$ ……(1)

ヲ證セバヨシ

$a^m=x$ $\therefore a=x^{\frac{1}{m}}$

同ジク $b=x^{\frac{1}{n}}$, $c=x^{\frac{1}{s}}$

然ルニ a, b, c ハ $G.P$ ヲナス

$\therefore x^{\frac{1}{m}} x^{\frac{1}{s}} = x^{\frac{2}{n}}$

$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{s}=\frac{2}{n}$ $\therefore$……

51. 此四數ヲ……

$a^2 r^2 (1+r)^2 + \frac{a(1+r^4)}{1+r} ar(1+r)$

$=a^2 (r+r^2+r^2+r^3+r^4+r^5)$

ヲ證セバヨシ卽チ

$r(1+r)^2+1+r^4$

$=1+r+2r^2+r^3+r^4$ ヲ……

上式ハ…… $\therefore$……

52. 與式ハ

$(x^2-yz)(y^2-zx)(z^2-ay)=0$

53. 初項……

$a/(1-r)=4$

$a^3/(1-r^3)=192$ $\therefore$……

$\therefore r=-1/2$

答 $6, -3\frac{3}{2}, -\frac{3}{2^2}$, ……

54. $L=ar^{n-1}$ 等ヲ代入セバ

$ar^0=1$ 答 1

55. $b=2ac/a+c$ 之ヲ與式ノ左邊ノ b ニ代入シテ計算セヨ.

56. 此 $H.P$ ヲ

$\frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}$, ……

$n=1/\{a+(m-1)d\}$

$m=1/\{a+(n-1)d\}$

$\therefore 1/n=$…… $1/m=$……

$\therefore d=1/mn$

$\therefore$第$(m+n)$項……

答 $mn/(m+n)$

57. $ac=b^2$, $2x=a+b$

$a/x+c/y=2$ ヨリ $2y=b+c$

ヲ作レバヨシ ソコデ (3) ハ

$\frac{2a}{a+b}+\frac{c}{y}=2, \therefore \frac{c}{y}=\frac{2b}{a+b}$

$\therefore y=\frac{c(a+b)}{b}=\frac{b^2+bc}{b}$

$=b+c$

58. $a+c=2b$, $c^2-a^2=b^2$

ソコデ $b\neq 0$

$\therefore \left(\frac{c}{b}\right)^2-\left(\frac{a}{b}\right)^2=1$

$a/b+c/b=2$

$\therefore c/b-a/b=1/2$

答 3:4:5

59. 兩級數ノ初項ヲ x 末項ヲ y, 公差ヲ d 公比ヲ r……

$y=x+14d \therefore d=(y-x)/14$

$\therefore$第九項ハ $x+8(y-x)/14$

又 $y=xr^{14}$ $\therefore r=(y/x)^{\frac{1}{14}}$

$\therefore$第八項ハ

$x\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{7}{14}}=(xy)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore x+\frac{4(y-x)}{7}=(xy)^{\frac{1}{2}}$

ヨリ $3x-7(xy)^{\frac{1}{2}}+4y=0$

$(3x^{\frac{1}{2}}-4y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})=0$

$\therefore y/x=9/16$ 又ハ 1

$\therefore r=(9/16)^{\frac{1}{14}}$ 又ハ 1

答 $(3/4)^{\frac{1}{7}}$ 又ハ 1

60. 題意ノ如キ級數ハ

$1, a, ab, a^2b, a^2b^2, a^3b^2, a^3b^3, \cdots$

上ノ和ハ $(1+a)+ab(1+a)$

$+a^2b^2(1+a)+\cdots\cdots$

$=(1+a)\frac{1(a^nb^n-1)}{ab-1}$ 答……

61. $A.P, G.P$ ヲ夫々

$\left.\begin{array}{l} a, a+d, \cdots\cdots \\ a, ar, \cdots\cdots\cdots \end{array}\right\}$ ト……

$a+2nd=ar^{2n}$

又各々ノ第 $(n+1)$ 項ハ

$a+nd, ar^n$

$\therefore a+nd-ar^n=k$ トシ

k ノ正負ヲ檢……

$k=\frac{1}{2}\{2a+ar^{2n}-a-2ar^n\}$

$=\frac{a}{2}(r^n-1)^2$ トナリ之ハ 0 又ハ正數ナリ $\therefore$……

答 公比ガ1……第$(n+1)$項ハ相等シクソノ他恒ニ $A.P$ ノ方ガ大ナリ

62. 此二數ヲ x, y ト……

$2x=6+y$, $y^2=16x$

$\therefore y^2=8(6+y)$ $\therefore$……

答 9 ト 12 又ハ 1 ト −4

63. $4+2\sqrt{3}=(\sqrt{3}+1)^2$

依テ $1/(1+\sqrt{3})$ ヲ公比トスル級數ラシ……

果シテ $(1+\sqrt{3})^2\times(1+\sqrt{3})$

$=10+6\sqrt{3}$

$\therefore$所求ノ和ハ…… 然ルニ

$1-1\left(\frac{1}{1+\sqrt{3}}\right)^4=\sqrt{3}-\frac{3}{4}$

答 $1-\frac{\sqrt{3}}{4}$, 0.57 弱

64. 所求ノ和ヲ S' トセバ S' ハ

$\frac{(a+ar)(m+2)}{2}$

$+\frac{(ar+ar^2)(m+2)}{2}+\cdots\cdots$

$+\frac{(ar^{n-2}+ar^{n-1})(m+2)}{2}$ ヨリ

$(ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-2})$ ヲ引キタルモノナリ

$\because ar, ar^2, \cdots\cdots, ar^{n-2}$ ハ

二回算入……

$\therefore S'=\frac{(m+2)}{2}[a+ar+ar^2$

$+\cdots\cdots+ar^{n-1}]$

$-[ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-2}]$

$=\frac{(m+2)}{2}[\cdots\cdots]$

$=\left(\frac{m+2}{2}\right)\left[\frac{a(1-r)}{1-r}\right.$

$\left.+\frac{ar(1-r^{n-2})}{1-r}\right]-\frac{ar(1-r^{n-2})}{1-r}$

$=\frac{a}{2(1-r)}[(m+2)(1-r^n+r$

$-r^{n-1})-2r(1-r^{n-2})]$

上式ヨリ確カニ與式ヲ得ベシ

65. (I) $1+2\sqrt{2}-3=2(\sqrt{2}-1)$

$\therefore$與三數ハ $A.P$ ヲナス

(II) $1^2\times(2\sqrt{2}-3)^2=17-12\sqrt{2}$

又$(\sqrt{2}-1)^4=17-12\sqrt{2}$ $\therefore$……

(III) $1, x, y$ ハ $A.P$ ヲナシ

$1^2x^2y^2$ ハ $G.P$ ヲナス時ハ

$1+y=2x$, $y^2=x^4$

$\therefore y=2x-1=\pm x^2$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1\pm\sqrt{2} \\ y=-3\pm\sqrt{2} \end{cases}$

卽チ 1 ト共ニ A.P チナシソノ平方ヲ G.P チナス三數ハ

1, 1, 1　又ハ

$1,\ -1+\sqrt{2},\ -3+2\sqrt{2}$

$1,\ -1-\sqrt{2},\ -3-2\sqrt{2}$

ナリ　∴　所題ノ三數ハ又コノ條件ニ……

66. $\begin{cases} a-2=2b \\ a=-60b/(b-30) \end{cases}$

答 $\begin{cases} a=12 \\ b=5 \end{cases}$ $\begin{cases} -10 \\ -6 \end{cases}$

67. 與級數ハ $(1\log x)$

$(2\log x,\ 4\log x)$ 等ナリ

$\therefore \log x$ ヲ預カレバ

(1) (2.4) (8. 16. 32)……

∴第 n 番目ノ群ハ項數 n 公比 2 初項ハ $2^{0+1+2+\cdots\cdots+(n-1)}$

$=2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ ナリ∴ソノ和ハ……

答 $2^{\frac{n(n-1)}{2}}(2^n-1)\log x$

68. $b=2bd/(b+d)$ ヨノ $2b$ ニ $a+c$ ヲ代入セヨ

69. 初項 a, 末項 l, ……

中央卽第七項ハ

$a+6d=(a+l)/2$

$ar^6=\pm\sqrt{ab}$ $(l=ar^{12}=$ 正$)$

ソコデ $\dfrac{a+l}{2}-\sqrt{ab}=\dfrac{(\cdots\cdots)^2}{2}$

=正　∴……　答 A.P ノ方大

70. $(a+a^2+\cdots\cdots)-(b+3b+\cdots\cdots)$

答 $\dfrac{a(a^n-1)}{a-1}-n^2b$

第十七篇ノ問題【A】

1. $\log x-\log y=a$

$3\log x+2\log y=b$

答 $(11a-8b)/5$

2. $\{\log(7^2\times10)\}/5$

$-\{\log(2^5\times3)\}/3$

答 1.87728

3. $0.05=1/20$

$\therefore 92(0-\log2-1)=-123.59785$

答 123 個

4. 今 $\log_{15}16=x$ トシ x ヲ求メバヨシ

$3^x5^x=16=2^4$

$\therefore 2^{1.585x}3^{1.465x}=2^4$

$\therefore 3^{1.465x}=2^{4-1.585x}$

$\therefore 1.465x\times0.47712$

$=(4-1.585x)\times0.30103$

$\therefore 0.6989808x$

$=1.20412-0.47713255x$

$\therefore x=\cdots\cdots=1.024$ 弱

答 1.024

5. $\log5^{30}=20.97$　答 21 桁

6. $10^3<1593<10^4$

又 $12^2<1593<12^3$

答 3, 2

7. 答 1

8. 答 2

9. $\log_a b\times\log_b a=1$

$\therefore$ 今 $\log_x y=m$ トセバ

$m+2/m=3$

$\therefore m=1$ 又ハ 2

$\log_x y=1$ トセバ

$x=y,\ 3x=6,\ x=y=2$

$\log_x y=2$ トセバ

$x=3/2,\ y=9/4$ トナル

答 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} 3/2 \\ 9/4 \end{cases}$

10. $2x\log2=(x+2)\log3$

$x=\cdots\cdots$　答 7.63……

11. $\dfrac{2^{x+3}}{2^x}=\dfrac{2y+3}{1-y}=8$

答 $x=-1,\ y=1/2$

12. $(x^2+x)\log5=(1-x^2)\log2$

$\log5=1-\log2$

答 $x=-1$ 又ハ $\log2$

13. $2^{2x}\times2^8-32\times2^x+1=0$

$256(2^x)^2-32(2^x)+1=0$

$16\times2^x-1=0$　答 $x=-4$

【B】

1. $\log y=1/(1-\log x)$

然ルニ $\log x=1/(1-\log z)$

上式ヨリ $\log x$ ヲ逐出セバ……

2. $\log(81/80)^{1000}$

$=1000(\log81-\log80)$

$=5.4$ 然ルニ $\log100000=5$

3. $\dfrac{a(1-1/m^n)}{1-1/m}>$

$\dfrac{9}{10}\times\dfrac{a}{1-1/m}$ ヨリ

$1-1/m^n>9/10$

$1/m^n<1/10,\ m^n>10$

$n\log m>1\ \therefore n>1/\log m$

4. 今 $\log_{r+n}m=x$

$\log_{r-n}m=y$ トシ

$x+y=2xy$ ヲ證セバヨシ

ソコデ $(r+n)^x=m=(r-n)^y$

$\therefore r+n=\sqrt[x]{m},\ r-n=\sqrt[y]{m}$

$\therefore r^2-n^2=\sqrt[xy]{m^y}\times\sqrt[xy]{m^x}$

$=\sqrt[xy]{m^{x+y}}$ 之ハ又 $=m^2$

5. 此公式ハ a ヲ底トスル對數ヲ $\log_a b$ デヲレバ b ヲ底トスル對數トナルコトヲ示スユエツマリ此公式ガ成立ツコトヲ證セバヨシ今 $\log_a P=A$

$\log_b P=B,\ \log_a b=C$ トセバ

$a^A=P=b^B,\ a^C=b$　∴……

6. $(1-x)y=1$

$x(1+y)=10$ 上式ヲトケバ

$x=6\mp\sqrt{26},\ y=5\pm\sqrt{26}$

答 $x=6-\sqrt{26},\ y=5+\sqrt{26}$

7. $y\log x=x\log y$

$2\log x=2\log y$

ソコデ $\log x=\log y=0$

卽チ $x=y=1$ ハ兩式ニ適合ス

次ニ $\lg x\neq0,\ \log y\neq0$ トセバ

$x/3=y/2$

$\therefore (3y/2)^2=y^3$

$\therefore y=0$ 又ハ $9/4$

$\therefore x=0$ 又ハ $27/8$

答 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 27/8 \\ 9/4 \end{cases}$

8. $x>0,\ y>0$　∵……

$\therefore 2\log\sqrt{x}^2-\log\sqrt{y}^2=4$

$\therefore 4\log\sqrt{x}-2\log\sqrt{y}=4$

$\therefore \log(x/\sqrt{y})=2$

$\therefore x=100\sqrt{y}$

$\therefore x-100\sqrt{x}-200=0$

$\therefore \sqrt{x}=50\mp30\sqrt{3}$ ソコデ……

$\therefore \sqrt{y}=52+30\sqrt{3}$

答 $\begin{cases} x=100(52+30\sqrt{3}) \\ y=(52+30\sqrt{3})^2 \end{cases}$

9. $(3^x)^2-5\times3^x+6=0$

$\therefore 3^x=2$ 又ハ 3

答 $x=1$ 又ハ 0.6309……

10. $a^{-2-2x}=b^{-2x}$

$\therefore a^{x+1}=b^x$

答 $x=\dfrac{\log a}{\log b-\log a}$

11. (前略)

$\log_b M=x,\ \log_a M=y$

$\log_a b=z$ トセバ

$b^x=M=a^y,\ a^z=b$

$\therefore a^{zx}=a^y \quad \therefore zx=y$

$\therefore x=y\times 1/z \quad \therefore$……

12. $360=2^2\times3^2\times10$

又 $\sqrt[3]{0.075}=(75/1000)^{\frac{1}{3}}$

$=\left(\dfrac{3}{2^2\times10}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore \log360=$……$=2.55630$

又 $\log\sqrt[3]{0.075}=$……$=-0.37498$

答 2.55630, $\overline{1}.62502$

13. (イ) $7200=100\times2^3\times3^2$

(ロ) $37.5=\dfrac{75}{2}=\dfrac{300}{8}=$……

(ハ) $5\dfrac{1}{3}=\dfrac{16}{3}=\dfrac{2^4}{3}$

(ニ) $\sqrt[3]{0.06}=(6/100)^{\frac{1}{3}}$

(ホ) ……$=12^{-\frac{1}{2}}=(3\times2^2)^{-\frac{1}{2}}$

答 (イ) 3.85733

(ロ) 1.57403 (ハ) 0.72700

(ニ) $\overline{1}.59272$ (ホ) $\begin{cases} 0. \\ \overline{1}.78416 \end{cases}$

14. 最後ノ式ノ値ヲ x……

$\log x=2\log111.5$

$+9\log1.12+\dfrac{1}{4}\log0.01127$

ソコデ計算ニヨリ

$\log111.5=2.04725$

$\log0.01127=\overline{2}.05193$

$\therefore \log x=4.0503$

之ヨリ眞數 $x=11235$ ヲ知ル

15. $a^2+b^2-2ab=4ab$

$\therefore (a-b)/2=\sqrt{ab} \quad \therefore$……

16. (A) 與式ハ

$2^{2x}+48-2^x\times2^4=0$

$\therefore (2^x-4)(2^x-12)=0$

$\therefore x=2$ 又ハ $x\log2=\log3+2\log2$

$\therefore x=$……$=3.58$……

(B) $\log0.36=2\log2$

$+2\log3-2$

又 $\log8=3\log2$

$\therefore$ 與式 $=1$

(C) $7.5=\dfrac{30}{4}$

$\dfrac{25}{288}=\dfrac{100}{3^2\times2^7}$

$\therefore$ 原式ハ $\log10+\log3-2\log2$

$+\dfrac{1}{5}\{2-7\log2-2\log3\}=0.66277$

答 $\begin{cases} (A)\ x=3.58 \quad (B)\ 1 \\ (C)\ 0.66277 \end{cases}$

17. $\log(1.05)^5=5\times$……

$=5\log\dfrac{3\times7}{2\times10}=$……

$=0.10595$ 答 1.276

18. 月々ノ增加ノ割合ハ

$\dfrac{1}{480}-\dfrac{1}{600}=\dfrac{1}{2400}$ ナリ

$\therefore$ 現在ノ人口ヲ a 人トシ x 月後ニ $2a$ 人トナリタリトセバ

$a\left\{1+\dfrac{1}{2400}\right\}^x=2a$

卽 $(2401/2400)^x=2$

$\therefore x\log\dfrac{7^4}{2^3\times3\times100}=\log2$

$\therefore$……$=\log2$

上式ヲ計算セバ

$x=\dfrac{0.3010300}{0.0001807}=1666$ 約)

答 138 年 10 ヶ月

19. $(12.8)^{-\frac{5}{2}}=\left(\dfrac{2^7}{10}\right)^{-\frac{5}{2}}$

$=2^{-\frac{35}{2}}\times10^{\frac{5}{2}},\ 27^{\frac{3}{4}}=3^{\frac{9}{4}},$

$\sqrt[3]{0.25}=2^{-\frac{2}{3}},$

$(4.2)^{-\frac{3}{2}}=\left(\dfrac{2\times3\times7}{10}\right)^{-\frac{3}{2}}$

$\therefore$ 與式ヲ x トセバ

$x=2^{\prime}\times3^{\prime\prime}\times7^{\prime\prime\prime}\times10^{\prime\prime\prime\prime}$

$\therefore \log x=\dfrac{527}{30}\log2+\dfrac{57}{20}\log3$

$+\dfrac{3}{5}\log7+\dfrac{19}{10}\log10=$……

答 $\overline{2}.4792$

20. (I) 今 $a^x=b$……(1)

トセバ $\log_a b=x$ $\therefore$ (1) ハ

$a^{\log_a b}=b$

$\therefore a^{x\log_a b}=b^x=y$ ナリ

(II) 又 $\log_b a=m$……(1)

トセバ $b^m=a$

$\therefore b^{\log_b a}=a \therefore b=a^{\frac{1}{\log_b a}}$

$\therefore b^x=a^{\frac{x}{\log_b a}} \therefore y=a^{\frac{x}{\log_b a}}$

21. (I) $\log'00^{96}=96\times2=192$

$\log9^{200}=200\times2\log3=190.848$

$\log100^{95}=190 \quad \therefore$……

(II) 所求ノ $\log$ ハ

$\log\{3^{53}/2^{84}\}=$……

$=0.00084=21/2500$

22. 最後ノ數ヲ x ト……

$\log x=\dfrac{1}{3}\{\log70-\log192\}$

$=\dfrac{1}{3}\{\log7+1-6\log2$

$-\log3\}=\overline{1}.854$

之ヨリ x ヲ求メバ 0.7154……

答……

23. 與式ハ $\dfrac{1}{4}\times\dfrac{(2^5/10^5)^{\frac{1}{3}}}{2^5\times10^{15}}$

$=$……$=\dfrac{1}{2^{\frac{16}{3}}\times10^{\frac{50}{3}}}$

$\therefore$ 所求ノ $\log$ ハ

$-\dfrac{16}{3}\log2-\dfrac{50}{3}\log10=$……

答 $\overline{19}.72786$

24. 所求ノ年數ヲ x 年, 元金ヲ P 圓トセバ次ノ不等式ヲ得

$P(1.05)^x>2P$

$\therefore x\log1.05>\log2$

$\therefore x>$…… $\therefore x>\dfrac{0.301}{0.021}=14.3$…

答 15 年以上

25. 題意ニヨリ次ノ不等式ヲ得

$10000 > (1.08)^x \geqq 1000$

上式ノ log ヲトレバ

$4 > x\,log1.08 \geqq 3$

$\therefore \dfrac{4}{log1.08} > x,\quad x \geqq \dfrac{3}{log1.08}$

ソコデ $log1.08 = \cdots\cdots$

$= 0.03342$

$\therefore 119.\cdots\cdots > x,\quad x \geqq 98.\cdots\cdots$

答 最大値 119, 最小値 99

【C】

1. $\left(\dfrac{50}{49}\right)^{100}$ ヲ x トセバ

$\dfrac{50}{49} = \dfrac{100}{7^2 \times 2}$ ナルユエ

$logx = 100\{2 - 2log7 - log2\}$

$= \cdots\cdots = 0.9 \quad \therefore x < 10$

答 10 ヨリ小ナリ

2. 取ルベキ因數ノ數ヲ x 個トセバ

$3 \times 3^2 \times \cdots\cdots \times 3^x > 10000000$

$> 3 \times 3^2 \times \cdots\cdots \times 3^{x-1}$

卽 $3^{1+2+\cdots+x} > 10^7 > 3^{1+2+\cdots+x-1}$

$3^{\frac{x(x+1)}{2}} > 10^7 > 3^{\frac{x(x-1)}{2}}$

上式ノ log ヲトレバ

$\dfrac{x(x+1)}{2} log3 > 7 >$

$\dfrac{x(x-1)}{2} log3$

$\therefore x^2 + x > 29.34\cdots\cdots > x^2 - x \cdots (1)$

ソコデ $x^2 + x + 1/4 = (x + 1/2)^2$

$\therefore$ (1) ハ

$x^2 + x + 1/2 > 29.59\cdots\cdots$

$> x^2 - x + 1/4$

$(x + 1/2)^2 > 29.59\cdots\cdots >$

$(x - 1/2)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$

ソコデ $x + 1/2$ モ $x - 1/2$ モ正ナルヲ以テ (2) ヨリ次式ヲ得

$x + 1/2 > 5.43\cdots\cdots > x - 1/2$

$\therefore x > 4.93\cdots\cdots,\ 5.93\cdots\cdots > x$

$\therefore x = 5$ 答 5個

3. 今 $1/1.05^{10} = x$ トセバ

$logx = -10log1.05$

$= -10(\cdots\cdots) = -0.21$

$= \bar{1}.79$ ソコデ

$log248 = 2.395$ ナルユエ

$2log248 = 4.79$

$\therefore x = 248^2 \div 10^5 = 0.61504$

答 0.61504

4. (イ) 211

(ロ) 與分數ヲ x トセバ

$x = \sqrt[60]{\dfrac{5^{15} \times 2^6}{18^{10} \times 2^{10}}}$

$= \sqrt[60]{\dfrac{10^{15}}{3^{40} \times 2^{29}}}$

$\therefore logx = \dfrac{1}{60}\{15 - 4log3 - 39log2\}$

$= \bar{1}.90292$ 答……

5. 今與式ノ値ヲ x ト……

$logx = 0.36log0.25$

$= 0.36(0 - 2log2)$

$= \bar{1}.7832584$

$72 : 53 = 1 : 0.74\cdots\cdots$

$\therefore x = 0.6070974\cdots\cdots$ 答……

6. 教科書……

7. $log_{25}200 = x$ ト……

$25^x = 200 \therefore x log25 = log200$

$\therefore x = \cdots\cdots = \dfrac{2.3010}{2 - 0.6020} = 1.65$

答 1.65

8. 教科書

9. 最後ノ式ハ

$(logx)^2 + 2logx - 10 = 0$

$\therefore logx = -1 \pm \sqrt{11}$

$= -1 \pm 3.3166\cdots\cdots$

$\therefore logx = 2.3166$ 又ハ -4.3166

然ルニ $log207 = 2.3160$

$\therefore log208 = 2.3181$

$\therefore x = 207 + 1 \times \dfrac{6}{21}$

$= 207.2857\cdots\cdots$

又 $logx = -4.3166$ ヨリ

$-logx = 4.3166 = log(1/x)$

$\therefore 1/x = 20728.57\cdots\cdots$

$\therefore x = 0.000048242\cdots\cdots$

答 $x = 207.29$ 又ハ 0.00004824

(注意) 分數ノ兩項ニ或數ヲ加ヘ又ハ引クヤウナ問題ノ答ニ得タル分數ハ約セズニオカネバナラヌ. 同樣ニ本題モ $logx = -4.3166$ ヲ $\bar{5}.6334$ トスル勿レソレデハ後ノ答ハ出ズ, 仲々世ノ中ハ一トスヂナワデハユカヌモノジヤ

10. 與式ハ

$3(6^x)^2 - 10 \times 6^x + 3 = 0$

$\therefore 6^x = 1/3$ 又ハ 3

$\therefore xlog6 = -log3$ 又ハ $log3$

$\therefore x = \cdots\cdots = \dfrac{\pm 47712}{77815} = \cdots\cdots$

答 ± 0.613

11. $\dfrac{1}{18} - \dfrac{1}{22} = \dfrac{1}{99}$

$a\left(1 + \dfrac{1}{99}\right)^n \geqq 2a,\quad \left(\dfrac{100}{99}\right)^n \geqq 2$

$n \geqq \dfrac{log3}{2 - (2log3 + log11)}$

$n \geqq 68.\cdots\cdots$ 答 69 年

12. n 年前ニ……トセバ

$100000\{1 - 0.085\}^n = 44955$

$\therefore 0.915^n = 0.44955$

$\therefore n = \cdots\cdots = \dfrac{\bar{1}.65278}{\bar{1}.96142} = 9$

答 9 年

13. $log\dfrac{100x + 101}{100} = logx^2 - 2$

$\therefore x^2 = 100x + 101$

$\therefore x = 101$ 又ハ $-1\{\cdots\cdots\}$

答 $x = 101$

14. 所求ノ數ヲ x ト……

$logx = \dfrac{1}{3}\{2log3 + 4log5$

$-(log2 \div 2)\} = \cdots\cdots$

15. $\left.\begin{array}{l} B_a = 137.4 \\ (OH)_2 = 34.0 \end{array}\right\} 171.4$

$\left.\begin{array}{l} B_a = 137.4 \\ C = 12.0 \\ O_3 = 48.0 \end{array}\right\} 197.4$

$\therefore$ 所求ノ量ヲ y_g トセバ

$2.31 \times \dfrac{197.4}{171.4} = y$

$\therefore logy = \cdots\cdots = 0.42495$

$\therefore y = 2.66041$ 答……

16. $log_a b = m,\ log_b a = n$ ト……

$a^m = b,\ b^n = a$

$\therefore a^{mn} = a \quad \therefore mn = 1 \quad \therefore \cdots\cdots$

17. $5^{41} = x$ ト……

$\log x = 41\log 5$

$= \cdots\cdots = 28.65\cdots\cdots$

答 29 桁

18. (A) 所求ノ log ヲ x……

$(6\sqrt{2})^x = 3456$

$\therefore x = \dfrac{\log 3456}{\log(6\sqrt{2})}$

$\log\sqrt{72} = (\log 8 + \log 9) \div 2$

$\log 3456 = \log 2^7 + \log 3^3$

答 3.2976

(B) 答 138 桁

19. 答 30

20. 最初ノ所持金ヲ a……

第 n 回消費後ノ殘金ハ $a\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

$\therefore a\left(\dfrac{2}{3}\right)^n < \dfrac{a}{100}$

$\therefore n\{\log 2 - \log 3\} < -2$

$\therefore n > \dfrac{2}{\log 3 - \log 2} = 11.3\cdots\cdots$

答 12 回

21. 與二式ノ兩邊ノ log……

$x\log 2.5 = 3,\ y\log 0.25 = 3$

$\therefore \dfrac{3}{x} = \dfrac{3}{y} + \log 10 \quad \therefore\cdots\cdots$

22. 本篇 B 25 問

$\dfrac{2}{0.03342} > x \geqq \dfrac{1}{0.03342}$

$\therefore 59.84\cdots\cdots > x \geqq 29.9\cdots\cdots$

答 30 ヨリ 59 マデ

23. $10\log(1+i) = \log 1.5$

$= \log 3 - \log 2 = 0{,}17609$

$\therefore \log(1+i) = 0.01761$

$\therefore 1+i = 1.0413\cdots\cdots$ 答 0.041

24. 與式ノ値ヲ x ト……

$5\log x = 2\log\cdots\cdots + 3\log\cdots\cdots - \log\cdots$

$\therefore \log x = \bar{1}.80188$ 答 0·6337

25. 所求ノ指數ヲ x ト……

$2^x > 10$ 億卽 $2^x > 10^9$

$\therefore x\log 2 > 9$

$\therefore x > 29\dfrac{27013}{30103}$

$\therefore x = 30$, 又 $\log\{1/2^{12}\}$

$= -12\log 2 = \bar{4}.38764$

答 指數 30, 所求ノ 0 ノ數 3

26. 本題ハ 12 月 31 日ニ 5 圓ヲ貯ヘ 1 月 1 日カラ附利スト見ルソレデ第一年ノ末ニハ元金 60 圓ト, 5 圓ノ $(1+2+3+\cdots\cdots+12=78)$ ヶ月ノ利息トノ和

$\left\{60 + 5\times 0.05\times\dfrac{73}{12} = 61.625\right\}$ 圓

トナル之ヲ k 圓トス

∴ 30 年後ノスベテノ元利合計ハ

$k(1.05)^{29} + k(1.05)^{28} + \cdots\cdots + k$

$= \cdots\cdots = 1232.5\times[1.05^{30} - 1]$

ソコデ $1.05^{30} = x$ トシテ表ヨリ

x ヲ……, 後段ハ 30 ヲ 60 ト……

27. 自ラ試ミヨ

28. $\log_{66} 44 = x$ トセバ

$66^x = 44 \quad \therefore x = \dfrac{\log 44}{\log 66} = \cdots\cdots$

然ルニ $2^a = 3,\ 3^b = 11$

$\therefore a\log 2 = \log 3,\ b\log 3 = \log 11$

$\therefore x = \cdots\cdots$ 答 $\dfrac{ab+2}{ab+a+1}$

29. $\log_4 3 = a,\ \log_8 3 = b$ トセバ

$a + b = 5\log 3/6\log 2$

次ノ ( ) 内ハ $2\log 2/2\log 3$

∴第一項ハ 5/4 トナル

30. n 個トリテ……トセバ

$4^{1+2+\cdots\cdots+n} > 1000000$

$\therefore \dfrac{n(n+1)}{2}\log 4 > 6$

$\therefore n(n+1) > \dfrac{6}{0.30103} = 19.9\cdots\cdots$

$\therefore n = 4$ 答 4 個

31. 左邊ノ兩項ニ a^x ヲ掛ケテ

$\dfrac{a^{2x}-1}{a^{2x}+1} = b,\ \therefore \dfrac{2a^{2x}}{2} = \dfrac{b+1}{1-b}$

$1-b \neq 0 \quad \therefore a^{2x} = \dfrac{1+b}{1-b}$

$\therefore 2x\log a = \cdots\cdots$

$\therefore x = \log\left(\dfrac{1+b}{1-b}\right)/2\log a\cdots\cdots(1)$

ソコデ正數ノ巾ハ恒ニ正數ナルユエ

a^{2x} ハ正, 又 $1-b$ ハ正

$\therefore 1+b$ モ正ナラバ (1) ハ x ノ値トシテ採用シ得ベシ

$1+b < 0$ ナラバ不能ナリ

答 $\log\left(\dfrac{1+b}{1-b}\right)/2\log a$

32. $(3-x)^y = 100\times\dfrac{1}{(3+x)^y}$

$\therefore (9-x^2)^y = 100 = (8x)^y$

$\therefore x = 1$ 又ハ -9

ソコデ $x = 1$ ナラバ

$8^y = 100,\ \therefore 2^{3y} = 100$

$\therefore y = 2/(3\log 2)$

又 $x = -9$ トセバ

$(-72)^y = 100$

$\therefore (-1)^y\, 72^y = 100$

上式ハ y ガ偶數ナラバ

$72^y = 100 \quad \therefore y = \cdots\cdots$

y ガ奇數ナラバ不成立

答 $\begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{2}{3\log 2} \end{cases} \quad \begin{cases} -9 \\ \dfrac{2}{\log 72} \end{cases}$

33. (2) ハ $2^{3x} = 2^2 \times 2^{5x}$ トナル

$\therefore x = -1,\ z^{-1} = y^{-2},\ \therefore z = y^2$

∴(3) ハ $x + y + y^2 = 11$

之ヨリ $y = 3$ 又ハ -4

從テ $z = 9$ 又ハ 16

答 $\begin{cases} x = -1,\ y = 3,\ z = 9 \\ x = -1,\ y = -4,\ z = 16 \end{cases}$

34. 原式ノ log ヲトレバ

(1) ヨリ $(x+y)\log x = 4\log y\cdots\cdots(3)$

(2) ヨリ $(x+y)\log y = \log x\cdots\cdots(4)$

(4) ヲ (3) ニ代入セバ

$(x+y)^2\log y = 4\log y$

$\therefore \log y = 0$ 又ハ $x + y = \pm 2$

$\therefore y = 1$ 從テ (4) ヨリ

$\log x = 0 \quad \therefore x = 1$

又 x, y ハ正 $\therefore x + y \neq -2$

$\therefore x + y = 2 \therefore$ (3) ハ

$\log x = 2\log y = \log y^2$

$\therefore x = y^2,\ \therefore y^2 + y = 2$

$\therefore y = 1$ 又ハ $-2\{\cdots\cdots\}$

答 $x = 1,\ y = 1$

35. $(x+y)\log 2 = 2\log 3$

$\therefore x + y = \dfrac{0.9542}{0.301} = 3.17009\cdots\cdots$

同樣ニ $x - y = 1.2618$

答 $x = 2.216,\ y = 0.954$

第十八篇ノ問題【A】

1. $1\times(1.06)^n=3$ ヨリ

$$n=\frac{log3}{log1.06}=\frac{0.4771}{0.0253}$$

$=18.85\cdots\cdots$ 答 約 19 年

2. $x\times0.05=300$ 答 6000 圓

3. 現價ヲ x 圓トセバ次式ヲ得

$$x(1+r)^m$$

$$=\frac{a}{1+r}+\frac{a}{(1+r)^2}+\cdots\cdots$$

$$+\frac{a}{(1+r)^n}$$

答 $\frac{a}{r}\left\{\frac{(1+r)^n-1}{(1+r)^{n+m}}\right\}$

4. 答 16666 圓

5. 年額ヲ a 圓 ト……

$$1.05a+1.05^2a+1.05^3a+\cdots\cdots$$

$$+1.05^{10}a=1000$$

$$\therefore a=\frac{50}{1.05(1.05^{10}-1)}$$

答 約 75 圓 72 錢

6. 所求ノ金額ハ

$$\frac{200}{1.06}+\frac{200}{1.06^2}+\frac{200}{1.06^3}+\cdots$$

答 2166 圓 約)

7. 今年金ヲ a 圓……

$$a+a(1+r)+a(1+r)^2+\cdots\cdots$$

$$+a(1+r)^{n-1}=A(1+r)^n$$

$$=\frac{a}{r}\{(1+r)^n-1\}$$

答 $\frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$

【B】

1. 甲ノ部ヲ x 圓トセバ乙ノ……

$$\therefore\frac{98}{x}\times(3000-x)$$

$$=\frac{128}{3000-x}x\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

(1)ヨリ $\frac{3000-x}{x}=\pm\frac{8}{7}(\cdots\cdots)$

上式ヨリ $x=1400$ (甲)

從テ 1600 (乙)

∴乙ノ利率ハ $98/1400=0.07$

甲ノ……$=0.08$

答 甲ハ 8 分, 乙ハ 7 分

2. 元金ヲ a 圓, 年數ヲ n 年トセバ

$$a(1.08)^n=5a$$

$\therefore nlog1.08=log5$

ソコデ $1.08=2^2\times3^3\div100$

$\therefore log1.08=0.03342$

又 $log5=0.69897$

$\therefore n=\cdots\cdots=20.8\cdots\cdots$

答 21 年弱

3. 年利率ヲ r……

$$[2000(1+r)-45](1+r)=2252.25$$

上式ヲ解キテ

$$1+r=\frac{45\pm2444}{4000}\{\cdots\cdots\}$$

$1+r=1.0725\therefore r=0.0725$

答 7分 2厘 5毛

4. 戰前ノ價格ヲ a トシ第一回目ノ値上ゲノ歩合ヲ x ト……

$$\frac{a(1+x)\left\{1+x-\frac{1}{10}\right\}}{2}=1.53a$$

$1+x$ ヲ y トセバ上式ハ

$\therefore y=1.8$ 又ハ $-1.7\{\cdots\cdots\}$

$\therefore x=0.8$

答 第一回 8 割, 第二回 7 割

5. (甲) 227 (ロ)

(乙) 答 321.76 圓

6. 所求ノ元利ノ計ハ

$$a(1+r)+a(1+r)^2+\cdots\cdots$$

$$+a(1+r)^n$$

$$=a\left[\frac{(1+r)\{(1+r)^n-1\}}{1+r-1}\right]$$

答 $\frac{a}{r}(1+r)\{(1+r)^n-1\}$

7. 今元金ヲ a 圓トセバ 91 年後ノ元利合計 P 圓ハ

$a(1.052)^{91}$圓

ソコデ $(1.052)^{91}=x$ トセバ

$logx=91log1.052$

$=91y$ トセバ

$y=0.0220$

$\therefore logx=\cdots\cdots=2.002$

$\therefore x>100$

$\therefore P$ ハ $100a$ ヨリ大ナリ

8. 元金ヲ x 圓, 年利率ヲ y……

$$\begin{cases}3xy=450\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\x(1+y)^3-x=477.54\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

(2) ハ $xy(3+3y+y^2)=477.54$

∴ (1) ヲ用ヒテ

$y^2+3y+3=3.1836$

$\therefore y=(-3\pm3.12)/2=0.06$

∴ (1) ヨリ $x=2500$ ヲ得

答 元金 2500 圓, 年利率 6 歩

9. 第一回ノ返金ヲ x 圓……

$$x\times1.04^2+2x=96300\times1.04^2$$

上式ヨリ $x=\cdots\cdots$

$=36558.08$ ヲ得

答 {第一回 36558.08 圓 / 第二回 73116.16 圓}

10. 金高ヲ a 圓トシコノ期間内ノ割引歩合ヲ r……銀行割引高ハ ar 圓デ眞割引高ハ

$ar/(1+r)$ 圓トナリ∴ソノ差ハ

$$ar-ar/(1+r)$$

$$=ar^2/(1+r)=\{ar/(1+r)\}\times r$$

ニシテ是卽チ……

11. 毎半年ニ x 圓ヅツ返ス……

12年後ニオケル元利合計ハ

$$x+x(1.03)+x(1.03)^2+\cdots\cdots$$

$$+x(1.03)^{23}$$

$$=x(1.03^{24}-1)/0.03$$

又 4 萬圓ノ 12 年後ニオケル元利合計ハ 40000×1.03^{24}

$\therefore x=\cdots\cdots$

答 2361 圓 89 錢餘

12. 年賦金ヲ x 圓……

$$x+1.06x+1.06^2x=3000\times1.06^3$$

$$\therefore x=\frac{3000\times1.06^3}{3.1836}=1122.3\cdots\cdots$$

答 1122 圓强

13. 第一年, 第二年, 第三年……

第 n 年ノ終リニ支拂フベキ年金 P ノ現價ノ和ガ Q ニ等シ

$$\therefore\frac{P}{1+r}+\frac{P}{(1+r)^2}+\cdots\cdots$$

$$+\frac{P}{(1+r)^n}=Q$$

$$\therefore Q\text{ハ}\frac{P/(1+r)\times\{1-1/(1+r)^n\}}{1-1/(1+r)}$$

$=\cdots$答 $Q=\dfrac{P\{(1+r)^n-1\}}{r(1+r)^n}$

14. 所求ノ元利合計ハ

$\{a+a(1+r)+a(1+r)^2$

$+\cdots\cdots+a(1+r)^{n-1}\}$圓

$=\cdots\cdots$答 $a\{(1+r)^n-1\}/a$ 圓

15. 毎年始ノ貯金高ヲ x 圓……

$x(1+i)+x(1+i)^2+\cdots\cdots$

$+x(1+i)^n=P$

上式ノ左邊ハ $G.P$ ヲナス

$\therefore \dfrac{P}{x}=\dfrac{(1+i)^{n+1}-(1+i)}{i}$

$\therefore x=\cdots\cdots$

答 $\dfrac{Pi}{(1+i)\{(1+i)^n-1\}}$ 圓

【C】

1. 所求ノ元利合計ヲ A 圓……

$A=125\times(1.024)^{25}$

$\therefore \log A=\cdots\cdots$ ソコデ

$\log 125=3(1-\log 2)$

$=2.09691$

又 $\log 1024=3.01030$

$\therefore \log A=2.35441$

$\therefore \log 10A=3.35441$

$\therefore 10A=2261+1\times\dfrac{11}{19}$

$=2261.578\cdots\cdots$

答 226 圓 16 錢

2. 甲口ヲ x 圓トセバ乙口……

∴次式ヲ得

$\dfrac{48}{x}(1000-x)+\dfrac{48}{1000-x}$

$\times x=104$

$\therefore \dfrac{1000-x}{x}+\dfrac{x}{1000-x}=\dfrac{13}{6}$

今……$=A$ トセバ上式ハ

$6A^2-13A+6=0$

$\therefore A=3/2$ 又ハ $2/3$

$\therefore x=400$ 又ハ 600 トナル

答 {一口 400 圓, 利率 1 割 2 分
他ノ口 600 圓, 利率 8 分

3. 所求ノ年數ヲ x 年……

$1000\times 1.06^x=2500$

$\therefore x\log 1.06=\log 2.5$

$\therefore x=\log 2.5/\log 1.06\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$\log 2.5=1-\cdots\cdots=0.9796$

又 $\log 1.06=\log 2+\log 53$

$-2=0.02531$

$\therefore x=\cdots\cdots=15.72\cdots\cdots$

4. 最初ノ年利率ヲ r……

$\{10000\times(1+r)-300\}$

$\times\{1+r+0.005\}=11180$

$\therefore 20^{\circ}r^2+395r-28.63=0$

$\therefore r=\dfrac{-395\pm\sqrt{178929}}{400}$

答 初年 7 分, 次年 7 分 5 厘

5. 本篇 $B1$ ニナラヘ

答 甲 7 歩, 乙 6 歩

6. 答 7 歩

7. 元金 x 圓年利率 r……

$x(1+r)^2=3087\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$x(1+2r)=3080\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

(1)−(2) ヨリ $xr^2=7$

$\therefore x=7/r^2$ ヲ (2) ニ代……

答 2800圓, 年利率 5 歩

8. 答 甲 8 歩, 乙 7 歩

9. 毎月 x 圓ヅツ……

$1^{\circ}x+0.004x\ 11+10+\cdots\cdots)$

$=12.264x$ 答 77.5 圓

10. 答 8 歩

11. 所求ノ年賦金ヲ x 圓……

$x(1.09)^9+x(1.09)^8+\cdots\cdots$

$+x=1000\times 1.09^{10}$

$\therefore x=\dfrac{1.09^{10}-1}{0.09}=1000\times 1.09^{10}$

$\therefore x=\cdots\cdots=\dfrac{90}{0.57759}$

$=155.82$ 答 155 圓 82 錢

12. 今一度ノ金額ヲ x 圓……

$x+\dfrac{x}{1.02}+\dfrac{x}{1.04}+\dfrac{x}{1.09}=300$

$\therefore x\times\dfrac{546106}{140556}=300$

$\therefore x=\cdots\cdots=77.213\cdots\cdots$

答 77 圓 21 錢

13. 年利率ヲ r……長男ノ分ハ

$\dfrac{a}{1+r}+\dfrac{a}{(1+r)^2}+\cdots+\dfrac{a}{(1+r)^{2n-1}}$

次男ノ分ハ

$\dfrac{a}{(1+r)^2}+\dfrac{a}{(1+r)^4}+\cdots$

$+\dfrac{a}{(1+r)^{2n}}$

∴ソノ差ハ

$\dfrac{a}{1+r}-\dfrac{a}{(1+r)^2}+\dfrac{a}{(1+r)^3}-\cdots$

$=\dfrac{a}{1+r}\left[\dfrac{1-\left(-\dfrac{1}{1+r}\right)^{2n}}{1-\left(-\dfrac{1}{1+r}\right)}\right]$

答 $\dfrac{a}{2+r}\left[1-\left(\dfrac{1}{1+r}\right)^{2n}\right]$

14. 永續年金 答 a/r 圓

第十九篇ノ問題【A】

1. (イ) (0, 5/4), (5/3, 0) ナル二點ヲスグル直線ガ所求ノ「グラフ」ナリ

(ロ) 半徑ガ 8 ナル圓ガ所求

(ハ) 以下 234

2. (イ) 所求ノ方程式ヲ

$ax+by=c\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

トセバ (1) ハ

$5a+3b=c$

$3a+5b=c$

$\therefore a=c/8,\ b=c/8$

∴ (1) ハ $x+y=8$ トナル

(ロ) 所求ノ方程式ヲ

$x^2+y^2=r^2\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

トセバ $7^2+8^2=r^2$

∴(1) ハ $x^2+y^2=113$ トナル

答 $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=113 \end{cases}$

3. 235 ニヨレ

答 $\begin{cases} x=7 \text{ 又ハ } 8 \\ x=3 \text{ 又ハ } 5 \end{cases}$

4. (1) ノ「グラフ」ナル直線ト

(2) ノ「グラフ」ナル曲線ト

ヲ畫キソノ交點ノ座標ヲ計レ……

5. 233 例 2 ニヨレ

0 瓦 =0 匁, 15 瓦 =4 匁

【B】

1. 234 235 ニナラヘ

2. コノ直線ト圓トノ交點ノ座標ヲ求ムルタメ此二式ヲ聯立方程式トシテトケバ

(1) ヨリ $x=(24-4y)/3$ ヲ得之ヲ

(2) ニ代入シテ

$25y^2-192y+368.64=0$

トナリコノ式ノ

判別式ハ 0 トナリ等根ヲ有ス∴y ハ唯一ツノ値ヲ有シ從テ之ニ對應スル x モ亦一値ナリ

結局交點ノ座標ハ唯一組ナルガ故ニ交點ハ唯一ツ卽チコノ直線ハコノ圓ニ切スルナリ

(別解) コノ直線ガ $0X, 0Y$ ニ交ハル點ヲ夫々 A, B トセバ

$0A=8,\ 0B=6$

$\therefore AB=10$ ナリ

今 $0C\perp AB$ トセバ

$0C\times 10=6\times 8 \therefore 0C=4.8$

コノ $0C$ ガ與圓ノ半徑ニ等シキ故……

3. コノ二式ヲ聯立方程式トシテトカンニ (2) ヨリ $x=$……ヲ得之ヲ (1) ニ代入……

$(y-5)^2=0$ トナル

答 (4, 5)

4. 與方程式ノ「グラフ」ナル曲線ハ横軸ト唯一點 (3.0) ニテ交ハルコトヲ見ル∴與式ノ根ハ唯3ナル一根ナリ卽チ等根ヲ有ス

【C】

1. 本文ヲ復習シテ自ラ畫ケ

2. (I) 今根ヲ求メバ

$$x=\frac{5(b'-2b)}{ab'-ba'},\ y=\frac{5(2a-a')}{2b'-ba'}$$

$\therefore ab'=ba'$……(イ)

$b'\neq 2b$……(ロ) $a'\neq 2a$……(ハ)

ガ同時ニ成立ツ時根ヲ有セズ然ルニ (イ) ガ成立テバ (ロ) (ハ) ハソノ一ガ成立テバ他ハ成立ツユエ

$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{1}{2}$ ナル時根ヲ有セズ

(II) 此二方程式ノ「グラフ」ハ何レモ原點ト點 (3, 2) トヲスグルヲ以テ一致ス∴根ハ不定ナリ

3. $x^3-10x-10=y$ トセバ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-7	2	-1	-10	-19	-22	-13	14

上表ニヨリ y ガ 0 ナル時ノ x ノ値ハ -3 ト -2 ドノ間, -2 ト -1 トノ間, 3 ト 4 トノ間ニアルヲ見ルソコデ上表ニヨリテ作リタル曲線ト横軸トノ交點ヲ見ルニソノ横座標ガ略 -2.5, -1.1, 3.5 ノ所ニアルヲ推知シ得ベシ依テ又次表ヲ作ル

x	-2.5,	-2.4,	-2.3
y	$-0.62,5$,	0.176,	0.833

x	-1.3,	-1.2,	-1.1
y	0.803,	0.272,	-0.331

x	3.5,	3.6,	3.7
y	-2.125,	0.656,	3.653

∴ y ガ 0 ニ最モ近キ x ノ値ノ上表中ニオケルハ次表ノ如シ

4. $(x+1)(x-3)=y$ トオキ x ニ順次 -3, -2, ……等ノ値ヲ……バ y ハ次ノ……

x	-3,	-2,	-1,	0,	$+1$,	$+2$,	$+3$,
y	12,	5,	0,	-3,	-4,	-3,	0,

上表ニヨリ「グラフ」ヲ作レバ y ノ負ナル値ハ $x<3$, $x>-1$ ナル時…

答 $3>x>-1$

5. 左圖ヲ與式ノ「グラフ」トセバ

$0P, 0Q$ ハ $y=0$ ナルトキノ x ノ値デ卽 $2x^2+19x+16=0$ ノ二根ナリ ∴ $0P, 0Q$ ハ卽チコノ二根ノ積ニシテ $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ ナル公式…… $0P, 0Q=8$ ナルヲ知ル

6. (a) 此曲線ト直線トノ交點ノ座標ヲ α, β トセバ

$$\begin{cases}\beta=\alpha^2+3\cdots\cdots(1)\\ \beta=m\alpha-1\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

$\therefore \alpha^2+3-m\alpha+1=0$

$\therefore \alpha=\frac{m\pm\sqrt{m^2-16}}{2}$……(3)

(3) ヨリ α ノ二値 α', α'', ヲ得之ト組合スベキ β ノ値 β', β'' ヲ (2) ヨリ得 ∴交點ハ

唯 (α', β'), (α'', β'') ノ二ツヨリ他ナシ

(b) 交點ノ座標ガ虛數ナル時ニハ交ラザルナリ ∴ $m^2-16<0$

$4>m>$ 答……

7. 題意ニヨリ

$100\{1+r/100\}^3=S$

今 r ガ 3 ヨリ 6 マデ變ズルトキ之ニ對應スル S ノ値ヲ表示セバ

r	S
3	1092.73
4	1124.86
5	1157.63
6	1191.02
7	

トナル r ヲ横, S ヲ縱座標 (10圓ヲ單位ニトリ) トスル「グラフ」ヲ畫ケバ次ノ如シ (圖略)

依テ $r=3.5$ ナル時殆ンド

1108 圓トナルヲ見ル

答 約 3 歩 5 厘

8. 與式 $=y$ トオキ, 前ノ 4 問

9. (a) 略

(b) 約 12 年後

(c) 約 2.8 倍

10.

x	1	2	3	…
y	0	4ノ對數	91…	…

附錄練習問題

1. (左ヨリ右ヘ $A0B$ ヲ, 之ニ直交シテ上ヨリ下ヘ $D0C$ ヲ引キ $0D$ 上ニ $D'0B$ 上ニ B' ヲトレ)

上圖ニ於テ $0B=0D=50/7$ 尺トセバ, 距離 $BD=50\sqrt{2}/7$

$=10.1\cdots\cdots>10$ ∴甲乙ノ距離ガ10尺ナリシハ過去ノコトナリ

∴甲ノ今ノ位置 B ヨリ t 分前 B' ニアルトキ乙ハ D' ニアリテ $D'B'=10$ 尺トセバ $BB'=5t$ 尺 DD' テ 12 尺 ∴次式ヲ得

$$\left(\frac{50}{7}-5t\right)^2+\left(\frac{50}{7}-12t\right)^2$$

$=100$……(1) 上式ハ

$8281t^2-11900t+100=0$

$\therefore t=\dfrac{5950\pm5880}{8281}=\dfrac{11830}{8281}$

又 $\dfrac{70}{8281}=\dfrac{10}{7}$ 又ハ $\dfrac{10}{1183}$

(イ) $t=10/7$ トセバ

$BB'=5t=50/7$ $\therefore B'$ ハ 0 ニ合ス

$DD'=12t=120/7$

$\therefore 0D'=-10$尺, D' ハ $0C$ 上

(ロ) $t=10/1183$ トセバ

$BB'=50/1183$ $\therefore B'$ ガ $0A$ ノ間ニアリテ $0B'=1200/169$

$DD'=120/1183$

$\therefore 50/7-120/1183=8330/1183$

答 第一回今ヨリ 10/7 分前甲ハ 0 點ニ乙ハ 0 ヨリ C ノ方ヘ 10尺ノ所ニアリ
第二回今ヨリ 10/1183 分前甲ハ 0 ヨリ B ノ方ヘ 1200/169尺 乙ハ 0 ヨリ D ノ方ヘ 8330/1183 尺ノ所ニアリ

2. NP, PM, MN ヲ夫々 x, y, z 里……

$mx+ny+pz=60(m+p-n)$

$my+nz+px=$……

$mz+nx+py=$……

答 60 里

3. 甲, 乙, 丙ノ毎時ノ速サヲ夫々 x, y, z 里……

$$\begin{cases} 2x-2z=1 \\ \dfrac{6-2x}{x}=\dfrac{6-2z}{2z} \\ \dfrac{6}{x}=\dfrac{6-1\frac{2}{3}}{y} \end{cases}$$

上式ヨリ得ル二組ノ答ノ中 $x>y>z$ ナルモノヲトレ

答 甲1里半, 乙1里3町, 丙1里

4. 東地ヲ A, 西地ヲ B, 會點ヲ C, 甲乙毎時ノ速サヲ x, y ト……

$AC=by$, $BC=ax$

$\therefore by/x=ax/y$

$\therefore a/b=y^2/x^2$ ……(1)

然ルニ AB 間ヲ甲ハ m 時間乙ハ n 時間デユクユエ甲乙速サノ比ハ $n:m$ ナリ $\therefore xy=n:m$, $\therefore a:b=m^2:n^2$ ナリ

5. A ノ方ヨリ考ヘテ上リ道ガ x 里平地ガ y 里, 下リ道ガ z 里トセバ次式ヲ得

$$\begin{cases} x+y+z=9.5 \\ x+y/1.5+z/2=6 \\ x/2+y/1.5+z=7.5 \end{cases}$$

答 上リ1里, 平地4.5里, 下リ4里

6. 一邊ノ長サヲ a, E ガ A ト同時ニ A ヨリ出發スルモノト假定ス

(イ) E ハ 45 分デ B ニ……

$45u-45v=a$ ……(1)

(ロ) 次ニ B ヨリ出デテ C ニ會セシ點ヲ P トセバ $BP=15a$

$CP=15v$ ナルユエ

$(15u)^2=(15v)^2+a^2$ ……(2)

(ハ) 次ニ C ヨリ出デテ D ニ會スルマデ t 分トセバ

$tu+tv=a$ ……(3)

(ニ) 次ニ D ヨリ出デテ A ニ會スルニハ(2)ヲ生ジタルト同樣ノ順路ヲトルユエ 15 分ヲ要ス

結局上ノ三式ヨリ $u:v$ ト t トヲ求メバヨシ

(1) ヨリ $n-v=a/45$

(2) ヨリ $u^2-v^2=a^2/225$

$\therefore u+v=a/5$ ……(4)

$\therefore u=a/9$, $v=4a/45$

$\therefore u:v=5:4$

次ニ (4) (3) ヨリ $t=5$

答 $u:v=5:4$
CD ヲ5分間, BC ヲ 15 分間

7. 甲ハ毎時 12 哩ヲユク, 今乙ガ毎時 x 哩ヲ行ク……

$24/x=(2x-20)/12$

答 毎時甲ハ 12 哩, 乙ハ 18 哩
距離ハ 60 哩

8. 兩人 x 時間デ會ストセバ

$(6-x)/x=x/8$ 答 12時間

9. AB 間ヲ x 哩, 最初ノ速度ヲ毎時 y 哩……

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{x}{y+1/2} \text{ ……(1)} \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{x}{y-1/2}-2\dfrac{1}{2} \text{ ……(2)} \end{cases}$$

答 15 哩

10. 往路ニオケル上リヲ x 里, 下リヲ z 里トシ又平地ヲ y 里……

$x+y+z=7$ ……(1)

$\dfrac{x}{5/6}+\dfrac{y}{4/3}+\dfrac{z}{5/3}=5\dfrac{2}{5}$ ……(2)

$\dfrac{x}{5/3}+\dfrac{y}{4/3}+\dfrac{z}{5/6}=6$ ……(3)

$z=2$, $x=1$, $y=4$ 答 4 里

11. 甲, 乙ガ x 分, y 分デ一周ストセバ

$1/x-1/y=1/a$

$1/x+1/y=1/b$

答 一人ハ $2ab/(a+b)$ 分
他ハ $2ab/(a-b)$ 分

12. A, B ノ速サヲ毎時 x 哩, y 哩, 行違ヒシ點ヲ丙……

甲丙間ハ $3y$ 哩

乙丙間ハ $2\dfrac{55}{60}x$ 哩 $=\dfrac{35}{12}x$ 哩

$\therefore 3y+35x/12=385$ ……(1)

又 A ガ $3y$ 哩ヲ行ク時間ハ B ガ $35x/12$ 哩ヲ行ク時間ヨリ1時間多シ

$\therefore 3y/x=35x/12y+1$ ……(2)

上式ヨリ $6y=7x$ ヲ得 $\therefore$ (1) ハ……

$\therefore x=60$ 從テ $y=70$

答 A 號 60 哩, B 號 70 哩

13. 甲ガ此距離ヲ x 歩デ達シ……バ乙ハ $(5x/4+20)$ 歩デ達シ……依テ……

$\dfrac{160}{x}:\dfrac{160}{5x/4+20}=4:3$

答 甲4尺, 乙3尺

14. 甲乙兩地間ノ距離ヲ y 町, 豫定ノ時刻ニ到着スベキ速サヲ毎時 x 町……

$y/a-y/x=b$ ……(1)

$y/x-y/c=d$ ……(2)

答 $ac(b+d)/(ab+cd)$ 町

15. 兩人同一線上ニアルニハソノ間隔60間ヲ超ユルヲ得ス今甲ハ 120 間後レ居ルユエ此内 60 間ダケ追付キタル後ニアラザレバ同一線上ニアルヲ得ズ卽チ

$60\div(65-50)=4$

4 分ヨリ尙後ニアリ, サテ 4 分後ニハ甲ハ B ヨリ C ノ方ヘ 20 間, 乙ハ C ヨリ A ノ方ヘ 20 間ノ所ニアリ

而シテ甲ガ C ニ達スル間ニ乙ハ A ニ達セズシテ兩人同一線上ニ來ルソコデ甲ガ C ニ達スル時間ハ

1分×(40/65)=8/13分

∴…… 答 $4\frac{8}{13}$分

16. 前 3 問參照

答 甲4時, 乙$5\frac{7}{13}$時

17. A, B ガ出發後 x 秒ヲ經タル時ノ AB ノ距離ヲ y トセバ y ハ

$\sqrt{(50-4x)^2+(100-3x)^2}$

$=\sqrt{25\{100+(20-x)^2\}}$

答 20 秒ノ後距離 50 尺トナル

18. 甲乙每時…… x, y 哩トシ C ヲ第二同目ノ會點トセバ $AC=9$ 哩, ソコデ兩人デ 3 時間ニ $3AB$ ヲユキシユエ一時間ニハ AB ヲ行, 又 3 時間ニ兩人ノ行程ノ差ハ $BC-AC=9$ 哩ナリ

$\therefore x+y=27,\ x-y=3$

$\therefore x=15,\ y=12$

∴第一同ニ會スル迄ノ時間ハ

27/27=1 デ會點ハ A ヨリ 15 哩ノ所ナリ

答 午後一時, A ヨリ 15 哩ノ所

19. 甲, 乙, 丙每分ノ速サヲ x, y, z トセバ, 甲 4 分 乙 7 分 丙 $5y=9x$, $7z=18x$

ソコデ今丙ガ最初ヨリ s 分デ乙ニ追付クト……

$sz=(7+s)y$

$\therefore \frac{z}{y}=\frac{7+s}{s}=\frac{10}{7},\quad \therefore s=\frac{49}{3}$

$\frac{49}{3}-7=\frac{28}{3}$ 答 $9\frac{1}{3}$分

20. t_3 每ニ一回ヨケイマハル

$\therefore (1/t_1-1/t_2)t_3=1$……(1)

次ニ $t_3=A$ トセバ

$A=t_1t_2/(t_2-t_1)$……(2)

ソコデ $t_1 t_2$ ガ比例シ $t_1=kt_2$ トシ (2) ノ t_1 ニ代入セバ

$A=kt_2/(1-k)$ トナリ A ガ變數 t_2 ヲ含ミ從テ A ハ變數ナリ

答 (イ) 關係ハ (1)
(ロ) 比例セズ

21. AB 間ハ $5(2x+9y)=15x$

答 7 日半

22. 一直線上ニ D, A, C, B ナル四點ヲトレ. 上圖ニ於テ乙ガ A ヲ發スルト同時ニ甲ガ D ヲ發ストシ甲, 乙每分ノ速サヲ x 粁 y 粁トシ又 AB 間ヲ z 粁トセバ……

$\frac{z-2}{y}=\frac{z-2+60x}{x}$……(1)

$\frac{4}{x+y}=36$……(2)

$\frac{2z+60x}{x}=\frac{2z-4}{y}$……(3)

答 10 粁

23. 各一隊ヲ載スル距離ヲ x 粁又一隊ヲ終リテ他ノ隊ヲノセニ戻ル距離ヲ y 粁トシ實際ニ圖ヲ畫キテ考フレバ次ノ方程……

$5x-4y=12,$

$(x+y)/2+x=12$ 答 $6\frac{6}{17}$粁

(附) 人ヲノセザル時モノセタル時ト同速トシテ解ス

24. 靜水ニオケル此人ノ漕力ヲ每時 x 里トシ水ノ流力ヲ每時 y 里トセバ

$\frac{10}{x+y}+\frac{10}{x-y}=10$……(1)

$\frac{3}{x+y}=\frac{2}{x-y}$……(2)

答 {下ルニ 4 時間ヲ要ス
流レノ速サ每時 5/12 里

25. 靜水ニオケル每時ノ漕力ヲ x 里流レノ速サヲ y 里トセバ

$\frac{3}{x-y}=2.5,\ \frac{5}{x+y}=2$

上式ヨリ $x=37/20$ ヲ得

ソコデ大雨後ノ流速ヲ每時 y' 里トセバ $3.5/(x+y')=1$ ヨリ

$y'=33/20$ ヲ得テ $2/(x-y')$ ヲ求メバヨシ卽チ 10 ヲ得

答 10 時間

26. 上リ前半ヲ往キシ時ノ速度ヲ每時 x 里トシ距離ヲ $2y$ 里トセバ次式ヲ得

$\frac{y}{x}+\frac{y}{x-1/4}=11$……(1)

$\frac{2y}{x+1/2}=7\frac{1}{2}$……(2)

$x=\frac{3}{2}$ 又ハ $\frac{5}{56}$ {……}

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 從テ $y=7\frac{1}{2}$

答 距離 15 里, 速度 1 里半

27. 靜水ニオケル水夫ノ漕力ヲ每時 x 哩水ノ流力ヲ每時 y 哩トセバ

$\frac{a}{x+y}=m$……(1)

$\frac{a}{y}-\frac{a}{x}=\frac{8m}{3}$……(2)

(1) ヨリ得ル x ノ値ヲ (2) ノ……

$8m^2y^2-14amy+3a^2=0$

$\therefore y=a/4m \therefore x=3a/4m$

∴…… 答 $2m$ 時間

28. 靜水……甲, 乙, 丙每時ノ速サヲ夫々 (x, y, z) 町, 甲丙ノ會點ヲ C, 乙丙ノ……ヲ D トシ出發ヨリ甲丙ノ會スル迄ノ時間ヲ m 時, 乙丙……ヲ n 時トセバ

$\frac{80}{x+14}=\frac{48}{z-14}$……(1)

$x-y=24$……(2)

$m(x+z)=80$……(3)

$n(y+z)=80$……(4)

$(n-m)(z-14)=10$……(5)

(1) ヨリ $5z=$……(6)

(2) ヨリ $y=x-24$……(7)

(6) ヲ (3) ニ利用セバ

$m=50/(x+14)$

(6) (7) ヲ (4) ニ……

$m=50/(x-1)$ ∴(5)ハ

$\frac{5}{x-1}-\frac{5}{x+14}=\frac{1}{z-14}=\frac{5}{3(x+14)}$

$\therefore x=46,\ y=22,\ z=50$

答 甲46町, 乙22町, 丙50町

29. 酒精ト水トノ割合ガ甲ノハ $1:x$, 乙ノハ $1:y$ トシ兩器ヨリ各 a ヲトリテ混合セバ

$\frac{a}{1+x}+\frac{a}{1+y}:$

$\frac{ax}{1+x}+\frac{ay}{1+y}=3:4$

上式ハ $6xy-x-y=8$……(1)

又 $\frac{14}{1+x}+\frac{21}{1+y}$:

$\frac{14x}{1+x}+\frac{21y}{1+y}=2:3$

上式ハ $2xy-x=3$……(2)

$x=3/4$ 又ハ $-1\{\cdots\cdots\}$

$\therefore y=5/2$　答 甲 4:3, 乙 2:5

30. 最初ノ量ヲ x 瓦トシ題意ヲ順次ニ表ニ示……

(量)	水(瓦)	鹽(瓦)
最初	$0.96x$	$0.04x$
蒸發後	$0.04x\times9$	$0.04x$
混液	300×0.96	300×0.04

∴次ノ方程式ヲ得

$$\frac{0.04x\times9+300\times0.96}{0.04x+300\times0.04}=\frac{93.6}{6.4}$$

上式ヨリ遂ニ $x=500$　答……

31.

(甲) 酒	(甲) 水		(乙) 酒	(乙) 水
0	10		10	0
−0	1	→	0	1+
0	9		10	1
+10/11	1/11	←	10/11	1/11−
10/11	100/11		100/11	10/11
−1/11	10/11	→	1/11	10/11+
9/11	90/11		101/11	20/11
+101/121	20/121	←	101/121	20/121−
200/121	1010/121		1010/121	200/121

答 (甲) 水:酒 =101:20
　 (乙) 水:酒 = 20:101

32. 今甲,乙,丙樽ヨリ夫々 (x, y, z) 升ヲ取ル……

$x+y+z=9$

$\frac{5}{8}x+\frac{2}{8}y+\frac{3}{8}z=3$

$\frac{2}{8}x+\frac{5}{8}y+\frac{1}{8}z=3$

答 甲$\frac{1}{3}$升, 乙$3\frac{1}{3}$升, 丙5升

33 最初酒精ガ x 升アリ……

$\therefore x-x\times\frac{3}{x+2}=\left(x+\frac{2}{10}\right)\times\frac{3}{8}$

答 3升

34. 5圓, 1圓, 50錢ノ枚數ヲ夫々 x, y, z トセバ

$x+y+z=30$……(1)

$5x+y+z/2=50$ ……(2)

(2)×2−(1) ヨリ $9x+y=70$

サテ $x>0, z>0\therefore y$ ハ 28 以下ナルユヱ $9x$ ハ 42 以上 72 未滿ナリ從テ $9x$ ハ 45, 54, 63 デ x ハ 5, 6, 7 ナリ然ルニ $x=5$ トセバ $y=25$　$z=0$

∴之ヲステ……

答 5圓ヲ 6枚, 1圓ヲ 16枚, 50錢ヲ 8枚 / 7枚, 7枚, 16枚

35. 所求ノ量ヲ x 斗ト……第一回ノ結果桶中ニ水 x 斗アリ第二回ノ初メコノ中ヨリ水 $(x+8.4)x/36$ 斗ヲ汲出シ後 $(x+8.4)$ 斗汲入レシ結果等量ト……次ノ方……

$x-(x+8.4)x/36$
$+(x+8.4)=18$

$\therefore x=$……　答 6斗

36. 水ノミニ付テ考フレバ第一回ノ結果甲=6, 乙=4

第二……

$甲=6\times\frac{14}{20}+4\times\frac{6}{10}=\frac{33}{5}$

$乙=4\times\frac{4}{10}+6\times\frac{6}{20}=\frac{17}{5}$

第三回……

$乙=\frac{17}{5}\times\frac{4}{10}+\frac{33}{5}\times\frac{6}{20}=3\frac{17}{50}$

∴……　答 6.66 升

37. 上下一石ノ値段ヲ夫々 a,b トシソノ石數ヲ x,y トセバ原價ハ

$ax+by$……(1)　賣價ハ

$(a+b)/2\times(x+y)$……(2)

今損益高ヲ S トセバ

$S=(a+b)(x+y)/2-(ax+by)$
$=(a-b)(x-x)/2$

卽チ損益高ハ兩米……スルヲシルソコデ $a-b>0\therefore y>x$ ナル時 $S>0$ トナリテ利益トナリ $y<x$ ナル時 $S<0$ トナリテ損失トナル

38. 甲ノ日數ヲ x 日トセバ乙ノ……

$\therefore 900\times\frac{x+5}{x}$

$=1600\times\frac{x-10}{x+5}+800$

上式ハ $x^2-14x-15=0$　∴……

答 甲ハ 15日, 日給 60錢 / 乙ハ 20日, 日給 80錢

9. 三人ノ一日ノ仕事ノ分量ハ

$\frac{1}{13}+\frac{2}{9}+\frac{1}{7}=\frac{362}{819}$ ナリ

$\therefore 1\div\frac{362}{819}=2\frac{95}{362}$

∴何レモ二日間ハ働クヲ要ス

∴殘業ハ $\frac{362}{819}\times\frac{95}{362}=\frac{95}{819}$

$\frac{95}{819}-\frac{1}{13}=\frac{32}{819}<\frac{2}{9}$

∴三人ノ作業ノ量ハ

$\frac{1}{13}+3=\frac{3}{13}$ (甲)

$\frac{2}{9}\times2+\frac{32}{819}=\frac{396}{816}$ (乙)

$\frac{1}{7}\times2=\frac{2}{7}$ (丙)

∴作業ノ比ハ……

189 : 396 : 234

答 甲 3.78圓, 乙7.92圓. 丙4.68圓

40. 三人共同シテ……

$\frac{1}{x}=\frac{1}{x+9}+\frac{1}{x+16.5}$
$+\frac{1}{3x}$……(1)

答 6日

41. 此仕事ヲ甲, 乙, 丙各一人デ夫々 x, y, z 日カカル……

$x=\frac{1}{1/y+1/z}\times m$, $y=$……

$\therefore m+1=x\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$

$n+1=$……, $p+1=$……

$\therefore\frac{1}{m+1}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{p+1}$

$=$……$=1$

42. 甲ノ働キシ日數ヲ x 日トシ甲一日ノ賃錢ヲ y 錢トセバ

$\begin{cases} yx+(y-50)(x-3)=9150 \\ y(x-3)=(y-50)x \end{cases}$

答 18日, 一日3圓

43. 全期間ヲ x 日……

$\frac{5670}{x}\times(x-6)=\frac{3240}{x-6}\times x$

上式ハ $(7x-24)(x-24)=0$

$\therefore x=\cdots\cdots$

$\frac{5760}{24}=240,\ \frac{3240}{18}=180$

答 甲 240 錢, 乙 180 錢

44. 塀1間ニ x 圓, 地面一坪ニ y 圓ヲ要ス……

$$\begin{cases}40x+10y=1700\\32x+64y=1120\end{cases}$$

$\therefore x=5,\ y=15$

又所求ノ坪數ヲ z^2 坪トセバ

$15z^2+20z=2000$

$\therefore z=\cdots\cdots=10.896\cdots\cdots$

答 119 坪

45. $19.5\times4+19.5\times(4-5/60)$

$+\cdots\cdots+19.5\times(4-5\times22/60)$

$=19.5\times4\times23$

$-19.5\times\frac{5}{60}(1+2+\cdots\cdots+22)$

答 1382.875 尺

46. 甲乙丙ガ一人デ此仕事ヲ成スニ要スル日數ヲ夫々 x, y, z 日……

$12/x+12/y+6/z=1$

$x/y=2/3$

$\frac{1/y+1/z}{1/x+1/z}=\frac{7}{8}$

今 $1/x, 1/y, 1/z$ ヲ A, B, C トシテ上ノ方程式ヲトケバ

$A=1/30,\ B=1/45,\ C=1/18$ ヲ得

$\therefore$所求ノ日數ハ

$1/(A+B+C)$ 答 9 日

47. 兩人ニテトハ兩人ノ仕事ヲ合セテト云フコトナリサテ甲乙ノ午前中ノ就業時間ヲ夫々 x, y 時間……

$x=y+5/2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$\frac{y}{5+y}+\frac{x}{x+26/5}=1\cdots\cdots\cdots(2)$

但全業ヲ2トス

(1) ノ x ノ値ヲ (2) ニ代入セバ

遂ニ $2y^2+5y-52=0$

答 甲午前五時半, 乙午前八時

48. 此二本ノ電線ヲ直圓壔ト見ナス從テソノ重量ハ體積ニ比例シ長サ相等キユエ底ノ面積ニ比例ス∴乙線ノ半徑ヲ x 粍トセバ次ノ方……

$\left(\pi1.8^2+\frac{\pi2.8^2-\pi1.8^2}{10}\right)$

$:\left(\pi x^2+\frac{\pi(x+1)^2-\pi x^2}{10}\right)$

$=10:9$

上式ハ $37:(10x^2+2x+1)=20:9$

$\therefore 100x^2+20x-323=0$

$\therefore x=1.7$ 又ハ -1.9 {……}

答 17 粍

49. 無風ノ時ノ音ノ速度ヲ毎秒 x 米トシ距離ヲ y 米トセバ

$y/(x+20)=1+3/5$

$y/(x-20)=1+4/5$

上ノ二式ヨリ

$5y=8(x+20)=9(x-20)$

上式ヨリ $x=340$ 從テ

$y=576$ ヲ得 ∴無風ノ時ハ

$\frac{y}{x}$秒$=\frac{576}{340}$秒 $=1\frac{59}{85}$秒

ニテ音ヲ聞キ得ベシ

答 1秒 59/85

50. 管ノ內徑ノ半ヲ x 糎トセバ水銀柱ノ體積ハ $\pi x^2\times9$ 立方糎ナリ依テ次式ヲ得

$\pi x^2\times9\times13.596=60$

$\therefore x=\cdots\cdots=0.1402\cdots\cdots$

答 0.28 糎强

51. 底ノ半徑ヲ x 糎トセバ

$\frac{1}{3}\pi x^2\times36\times7.7=12100\times\frac{15}{4}$

$\therefore x^2=156.25$

$\therefore x=12.5$ 答 25 糎

52. 毎秒ノ速度彈丸ハ x 尺, 音ハ y 尺…

$2200\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=3\frac{3}{8}\cdots(1)$

$\left(\frac{2200}{x}+\frac{1250}{y}\right)-\frac{1800}{y}=\frac{7}{8}\cdots(2)$

$\frac{2750}{y}=\frac{5}{2}\ \therefore y=1100$

從テ $x=1600$ ノ音響ハ

1100 尺

53. 金ヲ水中デ量レバソレト同容積ノ水ノ目方丈減ズ卽チモトノ 1/19 丈減ズ今金ト寶石トノ重サヲ夫々 x 瓦, y 瓦トセバ次ノ方程……

$x+y=9.1\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

$$\begin{cases}\frac{x}{19}+\frac{y}{2.5}=1\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

(1)/19−(2) ヨリ

$y\left(\frac{1}{19}-\frac{1}{2.5}\right)=\frac{91}{19}-1$

$\therefore y=\frac{9.9}{19}\times\frac{95}{33}=1.5$

從テ $x=7.6$ ヲ得

答 金 7.6 瓦, 寶石 1.5 瓦

54. 題意ニヨリ下リ, 上リ, 下リ, 上リ,…ノ距離ハ

$10,\ 4,\ 4,\ 4\times\frac{4}{10},\ 4\times\frac{4}{10},\ \cdots\cdots$

ナリ ∴所求ノ和ハ

$10+2\{4+4\times\frac{4}{10}+4\times\frac{4^2}{10^2}+\cdots\}$

$=23.3\cdots\cdots$ 答 2丈3尺3寸餘

55. 黃銅ハ (銅:亞鉛$=x:1$) トシ, 今作リタル合金ハ

(黃銅:靑銅$=1:y$) ノ如クトリタルモノトセバ錫ヨリ考ヘ, 次ニ亞鉛ヨリ考ヘテ

$$\begin{cases}\frac{4y}{25}=\frac{5}{50}(1+y)\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\\frac{1}{x+1}+\frac{y}{25}=\frac{8}{50}(1+y)\cdots(2)\end{cases}$$

(1) ヨリ $y=5/3$ 從テ (2) ヨリ $x=16/9$ ヲ得, 答 16:9

56. (イ) 光ノ强サヲ y トセバ

$y=k\times(1/a^x)$

∴光源ヨリノ距離ガ $(m,\ m+d,\ m+2d,\cdots\cdots)$ 尺ニオケル光ノ强サハ

$k\frac{1}{a^m},\ k\frac{1}{a^{m+d}}=k\frac{1}{a^m}\times\frac{1}{a^d},$

$k\frac{1}{a^{m+2p}}$

$=k\frac{1}{a^m}\times\frac{1}{a^d}\times\frac{1}{a^d},\ \cdots\cdots$

∴光ノ强サハ $G.P$ ヲナス

(ロ) 次ギニ0尺ノ距離ニ於テハ

$y=k\frac{1}{a^0}=k,\ \frac{y}{2}=k\frac{1}{a^5}$

$\therefore a^5=2\ \ \therefore a=\sqrt[5]{2}$

∴1/16 トナル地點ヲ光源ヨリ z 尺トセバ $\frac{y}{16}=\frac{1}{(\sqrt[5]{2})^z}$

$\therefore 2^{\frac{z}{5}}=2^4\ \therefore z=20$ 答 20 尺

57. 甲ハ銅 x, 亞鉛 1 ノ割合ニ含ミ, 甲ヲ m 乙ヲ n ダケ……

$$\frac{4}{25}n=\frac{5}{50}(m+n)\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$m\times\frac{1}{x+1}+\frac{1}{25}n=\frac{8}{50}(m+n)(2)$$

(1) ヨリ $3n/5=m$ 之ヲ (2) ノ m ニ代……テ n デ約セバ

$1/(x+1)=9/25$ トナル　答 16:9

58. $AC=x$ 米ト……

$$\frac{m}{x^2}=\frac{n}{(a-x^2}$$ 此式ヨリ

$x=\cdots\cdots$　答 $\dfrac{m-\sqrt{mn}}{m-n}$

∵……

59. 第一口ノミヲ開キタルトキ a 時間トセバ兩口ヲ開キタルトキモ a 時間ナリ之ヲ第二口ヲ開カザルトセバ $2a$ 時間ヲ要ス, 今所求ノ分量ヲ x 石トセバ 9 石ニ a 時間, $(9-x)$ 石ニ $2a$ 時間ヲ要スルヲ知ル

$\therefore 3a:2a=\sqrt{9}:\sqrt{9-x}$

答 5 石

60. 瓶中ニアル酒精ノ量ハ最初 a

第一回 $a-b$

第二回 $(a-b)-b\times\dfrac{a-b}{a}$

$$=(a-b)\left(1-\frac{b}{a}\right)=\frac{(a-b)^2}{a}$$

第三回 $\dfrac{(a-b)^2}{a}-b\times\dfrac{(a-b)^2/a}{a}$

$$=\cdots\cdots=\frac{(a-b)^3}{a^2}$$

∴……　答 $(a-b)n/a(n-1)$

61. 容器ノ一稜ノ長サヲ夫々 $2a, 3a$ トシ甲ノ水ノ深サヲ b, 乙ノヲ c トシ最初甲ヨリ深サ x ダケヲ乙ニ移シテ深サ y ヲ增シタリトセバ次ノ方……

$8a^2b=9a^2c,\ b-x=c+y$

$4a^2x=9a^2y$

$$\frac{c+y-\dfrac{415\frac{5}{13}}{9a^2}}{b-x+\dfrac{415\frac{5}{13}}{4a^2}}=\frac{2}{3}$$

ソコデ初メノ水量ハ $4a^2b,\ 9a^2c$ ナルヲ以テ前ノ四式ヲ $a^2b=B$, $a^2c=C,\ a^2y=Y$ トシテ變形セバ

$8B=9C,\ B-C=13Y/4$

$$\frac{9C+9Y-415\cdots}{4B-9Y+415\cdots}=\frac{3}{2}$$

上ノ三式ヨリ $4B, 9C$ ヲ求メバ

$4B=600,\ 9C=1200$ ヲ得

答 甲 600 立方糎
　 乙 1200 立方糎

62. 甲乙ノ注入量ハ夫々

$2^2\times2k=8k,\ 3^2\times1k=9k$

丙ノ直徑ヲ x 尺トセバ丙ノ排水量ハ $x^2\times3k$　∴次式ヲ得

$$\frac{1}{9k+8k-3x^2k}=4\times\frac{1}{8k}$$

$\therefore x^2=5$　答 約2尺2寸4分

63. 60 間ニナラヘ

答 $100(a-c)^n/a^{n-1}$

64. 最初ノ速サヲ毎時 x 哩, 兩驛ノ距ヲ y 哩トセバ

實際ニ要セシ時數ハ

$\dfrac{3y}{5}/x+\dfrac{2y}{b}/(x-10)$ ナリ

∴次ノ方……

上式 $=\dfrac{y}{x-6}$

上式ハ $-10x+180=0$ トナル

答 18 哩

65. 此……ガ進行シ能ハヌマデノ連結客車ノ數ヲ x トセバ

$\sqrt{4}:\sqrt{x}=(24-20):24$

答 143 輛

66. C ノ毎時ノ速度ヲ x 哩トセバ B, A ハ毎時 $(x+9)$ 哩 $(x+30)$ 哩ナリ, ソコデ全距離ヲ y 哩トセバ次ノ……

$$\begin{cases}\dfrac{y}{x+9}-\dfrac{y}{x+30}=1\dfrac{1}{2}\cdots\cdots(1)\\[2ex]\dfrac{y}{x}-\dfrac{y}{x+9}=\dfrac{3}{4}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

$\dfrac{(1)}{(2)}$ ハ……$=2$

$\therefore 7x=6x+180$

$\therefore x=180$　$\therefore y=2835$

答 2835 哩

67. 電車ノ長サヲ l, 毎秒ノ速サ甲ハ x 間乙ハ y 間……

$$\frac{2l}{x+y}=1,\ \frac{2l}{x-y}=12$$

$$\frac{2l}{x+\dfrac{12}{60}-y}=10$$

$\therefore x+y=12(x-y)$

$=10(x-y)+2$

上式ヨリ $x=6.5,\ y=5.5$ 從テ

$t=6$ ヲ得

答 長サ 6 間, 甲 6.5 間, 乙 5.5 間

68. 甲, 乙毎時ノ速サヲ夫々 x 哩, y 哩…

$$\begin{cases}4x/y=9y/x\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\9y-4x=63\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

(1) ヨリ $4x^2=9y^2$

$\therefore x=\pm\dfrac{3}{2}y$ $\left\{\begin{matrix}x, y\ ハ正\\\cdots\cdots\cdots\cdots\end{matrix}\right\}$

∴(2) ハ……　$\therefore y=21$

$\therefore x=31.5$

∴全距離ハ……

答 距離 315 哩
　 毎時ノ速サ
　　甲 31.5 哩, 乙 21 哩

69. ……ヲ (x, y) 哩……

$$\begin{cases}6\dfrac{1}{3}x=4\dfrac{1}{3}y+8\\[2ex]7\dfrac{2}{3}x=5\dfrac{2}{3}y-8\end{cases}$$

答 甲 30 哩, 乙 42 哩

70. 4 臺ニ付 6 哩減ウ x 臺ニ付 16 哩減ウタリトシソノ x ヲ……

$\therefore\sqrt{4}:\sqrt{x}=6:16$

之ヨリ $x=28.44\cdots\cdots$　答 28 臺

71. 時間ヲ t, 距離ヲ d, 速度ヲ v 一哩ニ要スル石炭量ヲ m, 車輛ノ數ヲ n トセバ

$$t=k\frac{d}{v},\ v=s\frac{\sqrt{m}}{n}$$

$\therefore t=\dfrac{kdn}{s\sqrt{m}}$ コノ k, s ハ常數

$\therefore k/s=J$ トセバ

$$t=l\frac{dn}{\sqrt{m}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

偖テ (1) ノ文字ニ夫々與値ヲ代

$1=l\times\dfrac{36\times2)}{\sqrt{900/36}}$　$\therefore l=\dfrac{1}{144}$

次ニ又第二ノ與數ヲ用ヒテ

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{144}\times\frac{30\times19}{\sqrt{m}}$$

上式ヨリ $m=25$

∴30 哩ニ…25×30 ヲ要ス

答 750 封度

72. 第一列車ハ 12 分間ニ 6 哩行ク今兩驛間 x 哩，中央ヨリ乙ニ近キ所ニテ出合……バ

$$\frac{x}{2}-6+\frac{1}{2}:\frac{x}{2}-\frac{1}{2}=3:4$$

又中央ヨリ甲ニ近キ……セバ

$$\frac{x}{2}-6-\frac{1}{2}:\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=3:4$$

答 41 哩又ハ 55 哩

73. 丙毎時ノ速度ヲ x 哩……

$30\div(x+16)=5/6$

$\therefore x=20$ 答 1 時間

74. 電車ト電車トノ距離ヲ x 哩電車毎時ノ速サヲ y 哩……

$y\times8\frac{2}{5}\div60=x+4\times8\frac{2}{5}\div60$

$x/(y+4)=1/10$ 答 24 哩

75. 甲ガ乙ニ追付キタル點ヲ C, 引返シテ乙ニ出合ヒタル點ヲ D トセバ

$AC=100$,

$AD=4(x+10)$, $DB=10$

今甲乙毎時ノ速サヲ夫々 (x,y) 哩トセバ

$100/y-100/x=1/2$

$$\frac{4(x+10)-100}{y}$$

$$=\frac{4(x+10)+10-100+10}{x}+\frac{18}{60}$$

答 250 哩

76. (左ヨリ右ヘ直線 AB ヲ……

$AP\perp AB$, AB 上ニ一點 C ヲトレ)

上圖ニ於テ $AP=1$ 町, $AB=7$ 町

C ヲ所求ノ點, $AC=x$ 町トセバ次式

$$\frac{\sqrt{x^2+1}}{1}+\frac{7-x}{2}=5 \quad \therefore\cdots\cdots$$

$\therefore 3x^2-6x-5=0$

$\therefore x=(3\pm2\sqrt{6})/3$……(1)

$=1\pm1.6326\cdots\cdots$

$=2.63\cdots\cdots$ 又ハ $-0.63\cdots\cdots$

ソコデ(1)ナル x ノ値ヲ檢スレバ何レモヨク適合……

答 $\begin{cases}A\text{ ヨリ }B\text{ ノ方ヘ 2.6 町}\\A\text{ ヨリ }BA\text{ ノ延長上 0.6 町}\end{cases}$

77. 兩港間ノ距離ヲ x 浬, C ノ毎時ノ速サヲ y……

$$\frac{x}{y}=\frac{x}{y+3/4}+2\frac{1}{2}$$

$$=\frac{x}{y+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}+4$$

$$\frac{3x}{y(4y+3)}=\frac{5}{2}\cdot\frac{5x}{y(4y-15)}=4$$

上式ヨリ $y=11.25$

$x=450$ ヲ得 答 450 浬

78. 速サヲ x 節, 消費量ヲ y 噸トセバ $y=kx^3$, 今ハ

$96=k\times16^3$ $\therefore k=3/128$

答 速サ 1 節ニ付石炭 3/128 噸

79. (線分 PQ ヲ引キ PQ 上ニ點 A, B, C, D ヲトレ) P ヲ海岸ノ點, A ヲ初メノ鳴笛點, B ヲソノ反響ヲキキシ點トシコノ船ノ速サヲ毎秒 x 呎音ノ速サヲ毎秒 y 呎トセバ

$AP+PB=2y$

$AB=2x.AP=(2y-2x)\div2$

$AC=120x$, $CD=5x$,

又 $CP+PD=5y$

$\therefore PD=(5x+5y)\div2=y+124x$

$\therefore x=y/81$ ∴此船毎時ノ速ハ

$$\frac{1120}{81}\times\frac{3600}{6080}=\frac{1400}{171}$$

$=8.18\cdots\cdots$ 答 約 8.2 節

80. 石炭料ヲ y, 速度ヲ f……

$y=kf^2$ 又 $50=k10^2$

$\therefore k=1/2$, $y=1/2\times f^2$

$$\therefore\left(\frac{f^2}{2}+50\right)\times\frac{100}{f}=1200$$

答 約 18.6 節又ハ 5.4 節

81. 今甲ガ x 時間ニテ此距離ヲ行……ヨノ距離ハ 9/5 里, 從テ乙ノ毎時ノ速サハ

$(9x/5)\div(x+1.5)$ 里デ丙ノ毎時ノ速サハ $(乙-3/20)$ 里

∴次ノ方……

$$\frac{9x/5}{乙}=\frac{9x/5}{丙}-1$$

$x=7.5$ 又ハ 0.5

$\therefore 9x/5=13.5$, 0.9 {……}

答 13.5 里

82. 甲, 乙ノ速サヲ毎時 (x,y) 哩……

$\begin{cases}25x/60=30y/60\\10/y-10/x=12/60\end{cases}$

答 甲 10 哩, 乙 25/3 哩

83. 甲ガ 800 米行ク間ニ乙ハ 768 米, ∴甲ガ 1200 米行ク間ニ乙ハ 768×12÷8=1152 米行ク

∴乙ガ $1195+1/5=m$ 米行ク間ニ甲ハ $1200\times m/1152$

$=1245$ 米行ク 答 45 米

84. 甲 280 碼走ル間ニ乙 266 碼

乙 570……丙 546 碼

∴甲乙丙ノ力ノ比ハ

$280:266:266\times91/95$

∴今丙ガ甲ニ x 碼マケ……バ

$280:266\times91/95$

$=1100:1020-x$ 答 19 碼

85. 甲, 乙兩品ノ原價ヲ x 圓, y 圓トセバ $0.85x+0.88y=69.44$

$0.868(x+y)=69.44$

上式ヨリ $3x=2y$

從テ $x=32$, $y=48$ ヲ得 ∴……

答 甲 27.2 圓, 乙 42.24 圓

86. 甲ヲ x 部, 全金額ヲ a 圓トセバ次式……

$$\frac{a}{30}\times x+\frac{a}{36}\times(32-x)=a$$

答 甲 20 部, 乙 12 部

87. 今 2 圓デ中 x 個ヲ買ヒ得ルトセバ,

中ハ 2 圓ニ x 個

大ハ 2 圓ニ $(x-5)$ 個

中ハ 5.6 圓ニ $5.6\times x/2$ 個

小ハ 5.6 圓ニ $(5.6\times x/2+10)$ 個

$$\therefore\frac{2}{x}\times3=\frac{2}{x-5}$$

$$+5.6\times\frac{2}{(5.6\times x/2+10)}$$

$$上式ハ\ \frac{3}{x}=\frac{1}{x-5}+\frac{2.8}{1.4x+5}$$

答 25 個

88. 今原價ヲ x 圓トセバ次ノ方……

$6\{(x+54.95)\times0.85-x\}$

$=\{(x+54.95)\times 0.9-x\}\frac{15}{4}$

上式ニリ

$24\{46.7075-0.15x\}$

$=15\{49.455-0.1x\}$

答 180圓55錢

89. 1圓ニ付4年前ニ x 升ヲ買ヒ得……パ n 年前ニハ $(x+3)$ 升ヲ買ヒ……

$\therefore \frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}=0.3$

答 20錢

90. 殘地一坪ヲ1圓30錢高ク賣ルタメニ $(1012.5+3375)=4367.5$ 圓多ク賣ルユエ殘地ハ3375坪全地ハ4500坪今一坪ノ原價ヲ x 圓トセバ

$4500x+1.5\times 3375-5.2$

$\times 3375=1012.5$ 之ヨリ $x=3$

答 4500坪, 3圓

91. 甲,乙ノ出資額ヲ夫々 x,y 圓トシ利益ヲ z 圓……

$z\times\frac{9x}{9x+6y}+x=2497$

$z\times\frac{6y}{〃}+y=3052$

$x+y=5000$

(1)÷(2)$=x=5000-y$ ヲ利用セバ

$y^2-19150y+45780000=0$

答 甲2200圓, 乙2800圓

92. 本年度ノ試驗, 無試驗志願者ノ數ヲ夫々 x 人, y 人トセバ

昨年度ノ志願者數ハ

$\frac{x}{1.05}$人(シケン) $\frac{y}{0.8}$人(ムシケン)

$\therefore \left\{\frac{x}{1.05}+\frac{y}{0.8}\right\}\times\left\{1+\frac{4}{130}\right\}$

$=x+y$ 上式ハ遂ニ

$4x=63y$ $\therefore x:y=63:4$

答 63:4

93. 父 x 歲, 二子夫々 y 歲, z 歲トセバ次式ヲ得 但 $y>z$ トス

(1)…$x=6(y+z)^2/7$

(2)…$x+3=9\{\sqrt{y+3}+\sqrt{z+3}\}$

(3)…$x+35=(y+35)+(z+35)$

上式ヨリ

$x=42$又ハ$175/6\{\cdots\cdots\}$

$\therefore x=42 \therefore$(3)ヨリ $y+z=7$

$\therefore$(2)ヨリ……$yz=6 \therefore$……

答 父42歲, 子6歲ト1歲

94. 1間四方ガ實ハ

$\left(1\frac{1}{60}\right)^2$坪アリシナリ

$\therefore 300\times\left(\frac{61}{60}\right)^2=300\times\frac{3721}{3600}$

$=310.08$……　答 約310坪

95. 中心ヲ0, 二等邊△ ABC ノ底 BC ニ平行ナル直徑ヲ DE, $A0$ ノ延長ト BC トノ交點ヲ F, AC, DE ノ交點ヲ G ト……

$\triangle A0G=ECG$, $\therefore AE//0C$

又 $0E//FC$, $\therefore \triangle A0E\backsim 0FC$

$\therefore 0F=FC=a/\sqrt{2}$

$\therefore \triangle ABC$ ノ面積ハ

$AF\times FC=\left(a+\frac{a}{\sqrt{2}}\right)\frac{a}{\sqrt{2}}$ ナリ

答 $(\sqrt{2}+1)a^2/2$ 平方寸

96. 直角ノ大邊ヲ x 尺, 小邊ヲ y 尺,

$\begin{cases} xy=2b \\ x^2+y^2=(a-xy)^2 \end{cases}$

第二式ヨリ $x+y=(a^2+4b)/2a$

$\therefore x,y$ ハ次ノ方程式ノ根ナリ

$X^2=\frac{a^2+4b}{2a}X+2=0$

$\therefore x=\cdots\cdots$, $y=\cdots\cdots$

又斜邊ハ $a-(a^2+4b)/2a$

$=(a^2-4b/)2a$ ナリ　答

$\begin{cases} \frac{a^2+4b\pm\sqrt{(a^2+4b)^2-32a^2b}}{4a}\text{尺} \\ \text{斜邊ハ } (a^2-4b)/2a \text{ 尺} \end{cases}$

97. 答 2寸, 3寸, 4寸

98. 今 CP ヲ x 米トセバ

$\sqrt{16+x^2}+\sqrt{25+(15-x)^2}=18$

上式ハ $11x^2-150x+351=0$

答 10ト7/11尺又ハ3尺

99. 0圓ヲ畫キ AB 弦ヲ引キ之ヲ內接正五角形ノ一邊トシ之ヲ $2x$ トス, AB ノ垂直直徑 $D0C$ ト AB トノ交點ヲ E, AC ヲ y トセバ AC ハ內接正十角形ノ一邊, 又半徑 r ハ內接正六角形ノ一邊, $\therefore$本題ハ

$r^2+y^2=4x^2$ ヲ證セ……

サテ $x^2=CE\times ED=CE(2r-CE)$

$y^2=CE\times 2r \therefore CE=y^2/2r$ 之ヲ前式ニ代入セバ……

$\therefore 4x^2=4y^2-y^4/r^2$ ……(1)

然ルニ $y=(\sqrt{5}-1)r/2$

$\therefore 4x^2=\cdots\cdots$

$r^2(\sqrt{5}-1)^2\left\{1-\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{16}\right\}$

$=r^2(6-2\sqrt{5})\frac{10+2\sqrt{5}}{16}$

$=r^2\times(10-2\sqrt{5})/4$

然ルニ $r^2+y^2=r^2+\cdots\cdots$

$=r^2(10-2\sqrt{5})/4$

$\therefore 4x^2=r^2+y^2$ ナリ　$\therefore\cdots\cdots$

100. 本形ハ直三角形デ直角頂ヨリ引ケル角ノ二等分線ヲ x トシコノタメニ斜邊ガ m,n ナル二部分ニ……トシ x ノ長サヲ求……

$n=5\times 4/7$, $n=5\times 3/7$

$5\times 4=x^2+mn$

$\therefore x^2=12-300/49$　答 2.42尺

101. 三邊ヲ $a, 2a, b$ 周ヲ p トセンニ

$a+b>2a$　$\therefore b>a$

$\therefore a$ ハ最短, サテ $3a+b=p, b>a$

$\therefore 3a+a<p$

$\therefore a/p<1/4$ 又 $b<3a$

$\therefore 3a+3a>p$ $\therefore a/p>1/6$

102. 中心角……ハ60°

$\frac{2\pi\times 1.5}{3}+\sqrt{3}+\frac{2\pi\times 0.5}{6}$

ノ2倍ハ $7\pi/3+2\sqrt{3}=\cdots\cdots$

103. 直角ノ二邊ヲ x 寸, y 寸, ……

$\begin{cases} x+y+\sqrt{x^2+y^2}=56 \\ xy=168 \end{cases}$

$\therefore (x+y)^2-336=56^2+(x+y)^2$

$-112(x+y)$　$\therefore x+y=31$

答 7寸, 24寸, 25寸

104. $AC=x$, $BD=y$ トセバ

$CM=x$, $DM=y$

$\therefore 2x+2y=42-12$

$\therefore x+y=15$, 今 $DE\perp CA$ ナラシメバ $EC=x\sim y=9$

答 $\begin{cases} CA=12\text{寸} \\ BD=3\text{寸} \end{cases}$ $\begin{cases} 3\text{寸} \\ 12\text{寸} \end{cases}$

105. 三邊ヲ a, b, c トセバ

$\frac{a(b+c)}{27}=\frac{b(c+a)}{32}=\frac{c(a+b)}{35}$…(1)

(1) ノ各比 $=k$ トシ加比ノ定理

$\frac{2ab}{59-35}=\frac{2bc}{67-27}=\frac{2ca}{62-32}$……$=k$

然ルニ a, b, c ハ何レモ正數

∴上式ヲ abc デ割……

$12c=20a=15b$

∴…… 答 3:4:5

106. 二邊ノ一ツヲ x 寸……バ他ハ

$(5-x)$ 寸 ∴……

$\sqrt{x^2-1.2^2}+\sqrt{(5-x)^2-1.2^2}=4$

上式ヨリ $9-10x=-8\sqrt{\cdots\cdots}$

遂ニ $3.6x^2-180x+173.16=0$

$\therefore x=(5\pm2.4)/3$

答 3寸7分ニ1寸3分

107. 1米 $=0.55$ 間

∴ x 米 $=0.55x$ 間

y 米 $=0.55y$ 間

$\therefore z=0.55^2xy=0.3025xy$……(公式)

次ニ $x=\left(\frac{1}{0.3025}\right)\frac{z}{y}$

∴x ハ z ニ正比例シ y ニ反比例ス

答 x ハ……

108. 頂點ヲ $A, B,$ …中心ヲ 0

$0B\perp AC,\ AC=y,\ AB=x$

トセバ $0C=y$ ∴$x=$……

109. B ニ近キ圓ノ中心ヲ 0 ソノ半徑ヲ x 尺, 角 B ノ二等分線ヲ $B0D$ トセバ $CD=3\times4/9=4/3$

$\frac{CD}{CB}=\frac{x}{4-5x}=\frac{4/3}{4}$ 答 5寸

110. $\angle A0B=a$ トセバ $A0$ ト次々ノ二等分線トノナス角ハ段々ト次式ノ表ス角ニ近迫ス

$\frac{a}{2}-\frac{a}{4}+\frac{a}{8}-\frac{a}{16}+\cdots\cdots$

$=\frac{a/2}{1-r}$ 但 $r=-\frac{1}{2}$

∴$a/3$ ニ限リナク接近ス

∴題言ノ如シ

$111(a-2)(a-5)\geqq0$

答 $a\geqq5$ 又ハ $2\geqq a$

112. 二邊ヲ x, y 高サヲ h……

$x^2+y^2=25,\ xy=5h$

$x+y+h=9.4$ (1) ハ

$(9.4-xy/5)^2-2xy=25$

$\therefore(xy)^2-144xy+1584=0$

$\therefore xy=12,\ 132$ {……}

答 3糎, 4糎, 2.4糎

113. 二等分線ハ對角線ノ交點0ヲスグ之ガ AD ニ G ニテ交ルトシ

$AB=x,\ BC=y$ トセバ

$x^2+y^2=9$

$FA:AG=3:1$

$=(3+x):(y-1)$ ∴$x=3y-6$

$\therefore 10y^2-36y+27=0$

$\therefore y=(18\pm3\sqrt{6})/10$

上ノ負號ヲトレバソレハ x ニ負値ヲ與フ ∴……

答 1寸6分, 2寸5分

114. 斜邊ヲ x……

面積ハ $1\times x+1=x+1$ ∴x ノ最小ナルトキ面積ハ最小ナリ然ルニ x ハソノ切點デ二等分セラルルモノガ最小デコノ時 x ハ

$(\sqrt{2}+1)\times2$ ∴最小面積ハ

$2\sqrt{2}+2+1$ ∴……

115. $x^4=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$ 作圖ニヨリ上ノ( )内ヲ求メ得之ヲ p^2, q^2 トセバ $x^2=pq$ トナリテ x ヲ求メ得之ヲ圖ニテ示セバヨシ

116. C_1 圓ノ半徑ヲ r' トセバ

$(r-r')^2+\frac{r^2}{4}=\left(\frac{r}{2}+r'\right)^2$

之ヨリ $r'=r/3$……(1)

次ニ $0A=r/2,\ AC_2=r/2+r''$

$0C_2=r/3-r''$

$\therefore\left\{\frac{r}{3}-r''\right\}^2+\frac{r^2}{4}=\left\{\frac{r}{2}+r''\right\}^2$

之ヨリ C_2 ノ半徑 $r''=r/15$…(2)

同樣ニ $r'''=r/35$ ……(3)

$r^{n}=r/(2n-1)(2n+1)$

次ギニ所求ノ和ハ

$r\left\{\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots\cdots\right\}$

$=r\left\{\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots\right\}\div2$

$=r/2$ 答……

117. $a+b>c,\ a+c>b,$ ∵……

∴$\sqrt{\ }$ 内ハ正ナリ ∴……

次ニ $\sqrt{\ }$ 内ト / トノ差ハ

$\frac{(a+b+c)(a-b-c)}{4bc}$ デ負ナリ

∴$\sqrt{\cdots\cdots}$ ハ / ヨリ小ナリ

118. 半徑トアルヲ内徑トシ最初ノ厚サヲ a 糎, 後ノ厚サヲ x 糎……

$\frac{4\pi}{3}\{(2+a)^3-2^3\}$

$=\frac{4\pi}{3}\{(3+x)^3-3^3$ ∴……

答 $a-\{\sqrt{(2+a)^3+19}-3\}$

119. 此二式ヲ聯立方程式トシテ解ク時實根ヲ有セザル條件卽判別式ガ負ナル條件ヲ求メバヨシ

答 $k>2\sqrt{2},\ -2\sqrt{2}>k$

120. $AM=x,\ AN=y$ トセバ所題ノ和ハ

$(a+x)b/2-ay$ 之ヲ S トス

然ルニ $x/y=a/(b-y)$

∴$\{a+ay/(b-y)\}b$

$-2ay-2S=0$ y ハ實數ユエ

$S^2+2abS-a^2b^2\geqq0$

∴$(S+ab)^2\geqq2a^2b^2$

S, a, b ハミナ正數

∴$S\geqq ab(\sqrt{2}-1)$

答 $ab(\sqrt{2}-1)$

121. $PE=x,\ PF=y$, 其積ヲ S, 高サ h, 三邊ヲ a, b, c トセバ

$cx+by=ah,\ S=xy$

∴$cx+bS/x=ah$

x ハ實數∴判別式$\geqq0$

∴$S\leqq a^2h^2/4bc$

∴S ノ最大値ハ $a^2h^2/4bc$ デ S ガコノ値ヲトル時 $cx=\triangle ABC$ トナリ從テ P ハ BC ノ中點ナリ次ギニ三邊ガ 5, 6, 7 ナル時 S ノ最大値卽チ $a^2h^2/4bc$ ヲ求メンニ高サヲ AD トシ $DB=m,\ DC=n$

$m^2-n^2=6^2-5^2$. $m+n=7$ ヨリ

$m-n=11/7$ ∴$m=30/7$

∴$h^2=6^2-m^2=36-900/49$

$=864/49$ ∴$a^2h^2=864$

∴$S=864/(4\times5\times6)=7.2$

答 P ヲ BC ノ中點ニトレ 7.2

(別解) $6x=5y=\triangle ABC$

$=\sqrt{9\times4\times2\times3}=6\sqrt{6}$

$\therefore x=\sqrt{6},\ y=6\sqrt{6}/5$

$\therefore xy=36/5=7.2$

122. 三球ガ最大ナル時ハ球心 $0, 0', 0''$ ハ底ニ垂直ナル一平面中ニアリ，∴此等ノ半徑ヲ x 寸トセバ

$$(2x)^2=\left(\frac{7-2x}{2}\right)^2+(4-2x)^2$$

答 1寸3分0厘

123. 共通根ヲ y トセバ

$y^2+ay+b=0$

$y^2+py+q=0$

$\therefore y=-(b-q)/(a-p)$

ソコデ此等ノ方程式ノ二根ノ積ハ夫々 b, q……他根ハ

$-b(a-p)/(b-q)$……(イ)

$-q(a-p)/(b-q)$……(ロ)

∴(イ)(ロ)ヲ二根トスル……

答 $x^2+\dfrac{(a-p)(b+q)}{b-q}x$

$+\dfrac{qb(a-p)^2}{(b-q)^2}=0$

124. 第二式ハ $x=-9/5$ ナル唯一ツノ値ノミニヨリテ成立ス

∴第一式モ x ノコノ値ニ對シテ成立スル樣ニ m ヲ定メバヨシ

答 $m=0$ 又ハ 3.6

125. 甲ノトキシ方程式ハ

$(x-3)(x-9)=0$

乙ノトキシ方程式ハ

$(x+4)(x+6)=0$

答 $6+2\sqrt{3}$ ト $6-2\sqrt{3}$

126. 與二式ノ G, C, M ハ

$3x^2-8x+4$ ∴他ノ因數ハ

$2x+3$ ト $x+1$ ナリ

∴ (1) ハ $G, C, M\ (2x+3)$

(2) ハ $G, C, M\ (x+1)$

ソコデ (1) ヲ 0 ナラシムル x ノ値ハ $G, C, M=0$ ノ二根ト

$x=-3/2$ トデアル，ソコデ最初ノ二根ハ (2) ヲモ 0 トナスユエ之ヲトラズ $-3/2$ ハ (2)ヲ 0 トナサズ∴採用ス 答 $-3/2$

127. ……$\alpha, \beta; \alpha, \varphi$……

$\alpha^2+a\alpha+bc=0,\ \alpha^2+b\alpha+ca=0$

$\therefore \alpha(a-b)=c(a-b),\ a\neq b$

$\therefore \alpha=c$ 從テ $\beta=b,\ \varphi=a$

又 $2c+b+a=-a-b$

$\therefore c=-a-b$∴……

128. (1) ヨリ lx ヲ……之ヲ (2) ニ代…

$y=nb^2/m(a^2-b^2)$

$\therefore x=-na^2/l(a^2-b^2)$

上ノ x, y ノ値ヲ (3) ニ代……

$$\frac{n^2}{(a^2-b^2)^2}\left\{\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{m^2}\right\}=1\therefore\cdots$$

129. (a) $k=1$ ナラバ

$x^4=0\therefore x=0$

∴x ノ値ハ實數ナリ

(b) $x^3+1=A$ トセバ

$A+1/A=2k$

$A^2-2kA+1=0$……(1)

x 從テ A ノ値ガ悉ク實數ナルタメニハ (1) ノ判別式≧0

$\therefore k^2-1\geqq0$

$\therefore k\geqq1$ 又ハ $-1\geqq k$ ヲ要ス

(c) (1) ヨリ

$A=k\pm\sqrt{k^2-1}$

$\therefore x^2=k\pm\sqrt{k^2-1}-1$

答 $x=\pm\sqrt{k\pm\sqrt{k^2-1}}-1$

130. $x_1+x_2=-2b/a,\ x_1x_2=c/a$

$y_1+y_2=-2b'/a,\ y_1y_2=c'/a'$ サテ

$$\frac{2}{x_2-x_1}=\frac{(y_1+y_2)-2x_1}{(y_1y_2)-x_1(y_1+y_2)+x_1^2}$$

上式ノ ( ) 内ニ……セバ

$$\frac{1}{x_2-x_1}=\frac{-b'-a'x_1}{c'+2b'x_1+a'x_1^2}$$

$\therefore c'+b'x_1=-b'x_2-a'c/a$

$\therefore ac'-2bb'+a'c=0$

131. 一箱ノ原價ヲ x 圓，一箱內ノ數ヲ y 個……

$0.16\times(10y\times0.95)+0.48$

$=1.6(10x+6)$……(1)

答 3圓80錢

132. 騰貴前ノ一俵ノ代ヲ y 錢又一ケ月ノ使用料ヲ x 俵……

$(y+50)(x-6/5)=xy$

$(y+50)(x-4)+2(y+25)$

$=xy-250$

答 6俵

133. 甲ガ x 石ヲ 1圓ニ付 y 升ノ割デ買ヒタリトセバ次ノ……

$$\frac{100x}{y-0.1}=\frac{100x}{y}+20\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{100x}{y-0.2}=\frac{100x}{y}+42\cdots\cdots(2)$$

答 9石2斗4升

134. 數字ノ和一定ナル時最小數ヲ作ルニハ下位ノ數字ヲナルベク大ナラシムルヲ要ス

∴一位ノ數字ハ 9 ナリ次ニ十位ノ數字ヲ x トセバ百位ノ數字ハ $3x+1$ ナリ

$\therefore(3x+1)+x=9$ 答 729

135. 此數ヲ $200000+x$ トセバ

$10x+2=(200000+x)\times3$

答 285714

136. 此日ノ溫度ヲ攝氏ノ $x°$……

バ次式ヲ得，但 m ハ整數ナリ

$9x/5+32=mx$……(1)

上式ハ $x(5m-9)=160$……(2)

上式ノ ( ) 內ハ正整數故 x ハ 160 ノ約數ナリ然……$160=2^5\times5$

ナル故 x ハ 2, 5, 4, 10, 8, 20, 16, 40, 32, 80, 160 ノ中ノ數ナリ

然ルニ $x>5$∴x ヲ 8, 10,……

トシテ (2) ニ試シ m ノ整數トナル場合ヲトレバヨシ. x ガ 10 ナル時 m ハ 5, x ガ 160 ナル時 m ハ 2 トナリソノ他ハ m ガ分數トナルソコデ又イカニ暑キ日ニテモ…答十度

137. 矩形陣ノ巾ヲ x 人……

$2x^2-206=(2x)^2-(2x-6)^2$

答 578 人

138. 5圓, 1圓, 50錢ノ枚數ヲ夫々 x, y, z トセバ

$x+y+z=30$……(1)

$5x+y+z/2=50$ ……(2)

2(2)−(1) ヨリ $9x+y=70$

サテ $x>0,\ z>0$ ∴ y ハ 28 以下ナルユエ $9x$ ハ 42 以上 70 未滿ナリ

從テ $9x$ ハ 45, 54, 63 デ x ハ 5, 6, 7 ナリ

然ルニ $x=5$ トセバ $y=25\ z=0$

∴之ヲステ

$x=6,\ y=16,\ z=8$

$x=7,\ y=7,\ z=16$ ヲトル

答 $\begin{cases} 5\text{圓ヲ} & 6\text{枚} \\ 1\text{圓ヲ} & 16\text{枚} \\ 50\text{錢ヲ} & 8\text{枚} \end{cases}$ $\begin{cases} 7\text{枚} \\ 7\text{枚} \\ 16\text{枚} \end{cases}$

139. $10x+y=3(x+y)$

$\therefore x=2y/7$, x ハ 1 ヨリ 9 迄 y ハ 0 ヨリ 9 迄ノ整數ナリ

∴…… 答 27

140. $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$
$+2(ab+bc+ca)=0$

$\therefore a^2+b^2+c^2=-2(ab+bc+ca)$

上式ノ兩邊ヲ二乘シテ……

$\therefore a^4+b^4+c^4$
$=2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ ナリ

141. $x^2=4i-3$

$x^3=(4i-3)(2i+1)=-11-2i$

$\therefore x^3+x^2-x+15$ ハ 0 トナル

答 0

142. 與式ハ……

$(a+b)(b+c)(c+a)=0$

$\therefore a+b.\ b+c,\ c+a$ ノ何レカ一ツハ必ズ 0……

143. スベテノ整數ハ $3m$ カ $3m+1$ カ $3m-1$ デ表ハシ得

∴ a ヤ b ヲコノ中ノ何レカデアルト假定シウベシ，ソコデ

a^3b-ab^3 ……(1)

ハ $ab(a+b)(a-b)$ ……(2)

ナルヲ以テ (2) ノ中ノ a 又ハ b ニ前ノ三ツノ中ノドレヲアテハメテモ常ニ 3 ノ倍數ナルヲ證セバヨシ然ルニ a ヤ b ガ $3m,\ 3n$ ノ時ハ 3 ノ倍數故之ヲオキ

（イ）$\begin{cases} a=3m+1 \\ b=3n+1 \end{cases}$

等ノ四組ヲシラベバヨシ……

144. $(a+b+c)^2$ ……(1)

$a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)$ …(2)

(1)－(2) ハ $a^2+b^2+c^2$ …(3)

（イ）$a,\ b,\ c$ ガ實數デコノ中ドレカ一ツガ 0 ナラザル時ハ

(3) ハ正 ∴ (1)>(2)

（ロ）$a=b=c=0$ ナラバ

(3) ハ 0 ∴ (1)=(2)

（ハ）$a,\ b,\ c$ 又ハソノ中ノドレカガ虚數ヲ表ス時ハ

(1) (2) ノ大小ハ不明ナリ

答……

145. 143 問ニナラヘ

146. 第一式ヨリ $x=a-1/y$ ヲ得之ヲ第二式ニ代入セバ……

卽 $ay^2-aby+b=0$ ……(1)

ソコデ與式ハ唯一組ノ根ヲ有スルユエ (1) ハ等根ヲ有シ判別式ハ 0 ナリ ∴$a^2b^2-4ab=0$

$\therefore a=0$ 又ハ $b=0$ 又ハ $ab=0$

ソコデ $a=0$ トセバ $x=-1/y$

$\therefore y-y=b=0$ トナリ

又 $b=0$ トセバ $a=0$ トナリ何レモ原式ハ不定トナル

$\therefore ab=4$ トセバ (1) ヨリ

$y=b/2$ ヲ從テ $x=a/2$ ヲ得

答 $ab=4,\ x=a/2.\ y=b/2$

147. 原式ノ一根ヲ α トセバ

$\alpha^3+a\alpha^2+b\alpha+c=0$ ……(1)

トナル然ルニ $a,\ b,\ c$ ハ正ナルヲ以テ α ガモシ正ナラバ左邊ノ各項ハ正トナリ從テソノ和ハ 0 トナル事ナシ

∴ α ハ正ナラズ ∴題言ノ如シ

148. 假設……

$abc=(a+b+c)(bc+ca+ab)$

$\therefore 0=a^2(b+c)+bc(b+c)$
$+a(b+c)^2$

$=(x-a)(x-b)(x-c)$

$\therefore (a-x)(b-x)(c-x)=0$ ナリ

149. 第二式ハ $x^3+2(y^3+z^3)$
$+6(y+z)yz=x^3+2(y+z)^3$
$=3x^3=12$ 答 12

150. 與式ハ $(x^2-3x-10)$
$\times(x^2-3x-18)+20$
$=(x^2-3x+14)^2+4$

x ノ實數値ニ對シテ上式ハ恒ニ正從テ原式モ亦恒ニ正ナリ

151. 第二式$=(3x^2-5x)(x+3)-8$

ソコデ第二式ノ値ヲ k トセバ

$k=6(x+3)-8=6x+10$

$\therefore x=(k-10)/6$

之ヲ第一式ニ代入セバ……

$=6$ 答 $15\pm\sqrt{97}$

152. 第一式$=k$……

$$\frac{by+cz-ax}{1/a}=\frac{cz+ax-by}{1/b}$$

$$=\frac{ax+by-cz}{1/c}=k$$

加比……ニヨリ

$$\frac{2cz}{1/a+1/b}=k$$

$\therefore 2z=(a+b\ k/abc$

$$\frac{2ax}{a/b+1/c}=k$$

$\therefore 2x=(b+c)k/abc$

$2y=(a+c)k/abc$

$\therefore 2(x+y+z)$

$=2k(a+b+c)/abc=0$

$\therefore x+y+z=0$ ナリ

153. 初メノ三式ヲ邊々相加セバ

$(a+b+c)(x+y+z)=0$

$\therefore a+b+c=0$ ……(1)

又 $x+y+z=0$ ……(2)

(1) ナル時ハ

$a^3+b^3+c^3-3abc=\cdots\cdots=0$

∴第四式ハ成立ツ

又 $x+y+z=0$ トセバ

第一式，第二式ハ

$a(-y-z)+by+cz=0$

$b(-z-z)+cy+az=0$

$\therefore (b-a)y+(c-a)z=0$

$(c-b)y+(a-b)z=0$

$y\neq 0,\ z\neq 0$

$$\therefore \frac{z}{y}=\frac{b-a}{a-c}=\frac{c-b}{b-a}$$

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\therefore (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

$\therefore a=b=c$

∴又第三式ハ成立ス

154. 第一式ノ右……移シ分解セバ

$(a^2-b^2)^2+2a^2b^2+(c^2-d^2)^2$
$+2c^2d^2-4abcd=0$

$\therefore (\ )^2+(\ )^2+2(ab-cd)^2=0$

$a,\ b,\ c,\ d$ ハ……ナルユエ上式ノ左邊ノ各項ハ 0 ナルヲ要ス

$\therefore a^2=b^2,\ c^2=d^2,\ ab=cd$

$\therefore a=b,\ c=d$ 從テ $a^2=c^2$

テ $a=c \therefore a=b=c=d$ ナリ

155. $x=\dfrac{a^2+1}{2a},\quad y=\dfrac{b^2+1}{2b}$

$\therefore x^2-1=\cdots\cdots$

$\therefore \sqrt{x^2-1}=\pm(a^2-1)/2a$

同 $\sqrt{y^2-1}=\pm(b^2-1)/2b$

又 $xy=\dfrac{(a^2+1)(b^2+1)}{4ab}$

ソコデ前ノ複號ハ

$\sqrt{(x^2-1)(y^2-1)}$ ガ正トナル樣ニトルベキユエ四ツノ場合ヲ生ズ

併シ(+)同士又ハ(−)同士トリタル時ハイヅレモ結果等シク(−)ト(+), (+)ト(−)ヲトリタル時亦等シ∴求ムル値ハ

$$\frac{(a^2+1)\ b^2+1)}{4ab}+\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{4ab}=\frac{a^2b^2+1}{2ab}$$

$$\cdots-\cdots=\frac{a^2+b^2}{2ab}$$

答 $\dfrac{a^2b^2+1}{2ab}$ 又ハ $\dfrac{a^2+b^2}{2ab}$

156. 與式ノ x, y ニ $(X+a)$, $(Y+b)$ ヲ代入……

ソコデ上式ヨリ生ズル X, Y ノ項ノミヲ摘記セバ

$2(2aX)-3(bX+aY)$

$+2bY-10X+7Y$

$=[4a-3b-10]X-[3a-2b-7]Y$

$\therefore X, Y$ ノ項ヲナクスルニハ

上〔 〕ノ内ガ 0 トナル樣ナル a, b ヲ求……

答 $a=1,\ b=-2$

157.「x ノ値」トハ「x ノ實數値」ノ意ナリ

與式 $=k$ トセバ

$b^2x^2+(\ )\ x+(c^2-k)=0$

x ハ實數ナルユエ

$(b^2+c^2-a^2)^2-4b^2(c^2-k)\geqq 0$

$\therefore (b+c+a)(b+c-a)(b-c+a)$

$\times(b-c-a)+4b^2k\geqq 0\cdots\cdots(1)$

題意ニヨリ (1) ハ

(負數) $+4b^2k\geqq 0$

$\therefore k$ ハ恒ニ正數ナリ

158. $2x^2-5x+3=(2x-3)(x-1)$

原式ヲ上式デワリタル殘リヲ m トセバ原式ハ

$(2x-3)(x-1)(3x+4)+m$

之ガ又 $2x-3$ デワレバ -3 ガ殘ルユエ $m=-3$ ヲ知ル

∴原式ハ……

答 $6x^3-7x^2-11x+9$

159. $x+1/x=k$ トセバ x ハ 0 デナイ實數

$\therefore x^2-kx+1=0 \quad \therefore k^2-4\geqq 0$

$\therefore (k+2)(k-2)\geqq 0$

$\therefore k\geqq 2$ 又ハ $-2\geqq k$

$\therefore |k|\geqq 2$ ナリ

160. $6x^2-11xy+4y^2=0$

$\therefore (2x-y)(3x-4y)=0$

$\therefore y=2x$ 又ハ $3x/4$

第二式ノ y ニ……

答 $-11,\ -61/11$

161. 第二式 $=k$……

$(x^2+x)(x+1)+1=k$

$\therefore x=k-2 \quad \therefore$ (1) ハ

$(k-2)^2+(k-2)-1=0$

答 $(3\pm\sqrt{5})/2$

162. 與式ハ次式ニ等シ

$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$

$-abc(a+b+c)=0$

上式ハ又 $\{(ab-bc)^2$

$+(bc-ca)^2+(ca-ab)^2\}\geqq 0\cdots(1)$

然ルニ a, b, c ハ…… ∴……

163. 第一式ハ $a^2b=ca^2$

$+c(b-c)^2+2ac(b-c)$

$\therefore a^2(b-c)-c(b-c)^2$

$-2ac(b-c)=0$

$\therefore (b-c)\{(a-c)^2-bc\}=0$

$\therefore b=c$, 又ハ $bc=(a-c)^2$ ナリ

164. 所求ノ數ハ

$10\times5+(2+3+5+7+8)$

$20\times5+(1+3+5+7+8)$

$30\times5+(1+2+5+7+8)$

……

$=(1+2+3+5+7+8)$

$\times(50+5)=\cdots\cdots$ 答 1430

165. 其數ヲ x……

$$x=\frac{1}{0.3\dot{1}2\dot{5}-0.3125}$$

$=1/0.0000\dot{1}2\dot{5}$

上ノ分母ハ $\dfrac{125}{10^7}+\dfrac{125}{10^{10}}+\cdots\cdots$

$=\dfrac{125/10^7}{1-1/10^3}=\dfrac{125}{9990000}$

$\therefore x=79920$ 答 79920

6. 此數ヲ $x+\sqrt{y}$ トセバ

$(x+\sqrt{y})^3=15(x+\sqrt{y})-2x$

$x\neq 0 \quad \therefore$ 上式ヨリ

$x^2+3y=13,\ 3x^2+y=15$

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \\ 3 \end{cases}$$

答 $2+\sqrt{3}$ 又ハ $-2+\sqrt{3}$

167. ……一周スル時間ヲ t トシ距離ヲ l トセバ $t^2=kl^3$

サテ地球ハ 365 日ニ一周スル故

$365^2=k\left\{91\dfrac{1}{4}\times10^6\right\}^3$

∴所求ノ日數ヲ x トセバ

$$x^2=\frac{365^2}{\{91\frac{1}{4}\times10^6\}^3}\times(66\times10^6)^3$$

$=264\ /365$

$\therefore x=\cdots\cdots$答 225 日弱

168. (2) ノ左邊ヲ計算セバ

$x-xy^2-xz^2+xy^2z^2$

$+y-yz^2-yx^2+yz^2x^2$

$+z-zx^2-zy^2+zx^2y^2$

上式ノ x ニ $x\times1=x(xy+yz+zx)=$ ……ヲ代入シ y, z ニモ同樣ニセバ

遂ニ $4xyz$ トナル

∴…… 答 $a=0,\ b=4$

169. $2^x=5^y=2^z5^z$

$\therefore 2^{x-z}=5^z \quad 5^{y-z}=2^z$

$\therefore \{2^{x-z}\}^{(y-z)}=\{5^z\}^{(y-z)}$

$=\{2^z\}^2$

$\therefore (x-z)(y-z)=z^2$

$\therefore z=xy/(x+y)$ ナリ

170. 此 $A.P$ ノ公差ヲ k……

$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a}+k,\quad \dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a}+2k$

$\dfrac{1}{d}=\dfrac{1}{a}+3k$ ソコデ與式ハ

$$\frac{1/b+1/a}{1/b-1/a}-\frac{1/d+1/c}{1/d-1/c}$$

$$=\frac{2/a+k}{k}-\frac{2/a+5k}{k}$$

$=-4$　答 -4

171. 題意ニ適スル最小數ハ毎回2デヅリキルル數ナリソコデ2デn回ヅリテ商1トナル數ハ 2^n ナリ

∴最小數ハ 2^n ナリ

次ニ最大數ハn回ノ割算ニ於テ毎回1ガノコル數ナリ

∴最後ノ割算ヲ第一回ト見テ之ヨリ逆ニ考ヘテ其時其時ノ實ヲ記セバ

回	商	實
1	$1\times2+1=$	$3=2^2-1$
2	$3\times2+1=$	$7=2^3-1$
3	$7\times2+1=$	$15=2^4-1$

……

∴n 回前ノ實ハ$2^{n+1}-1$ ナリ

答 $\begin{cases}\text{最小數ハ } 2^n\\ \text{最大數ハ } 2^{n+1}-1\end{cases}$

172. $\sqrt{3+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$

∴第一分數ハ

$$\frac{20}{\sqrt{36}-\sqrt{5}-1}=5+\sqrt{5}$$

又第二分數ハ

$$\frac{\sqrt{20}+6}{\sqrt{16}+\sqrt{5}-1}=2$$　答 5.23607

173. $1+2x^4-(x^2+2x^3)=d$ トセバ

$d=(x-1)^2\{x^2+(x+1)^2\}$

上式ノ右邊ハ $x=1$ ナル時……

$x\neq1$ ナル時……∴$d\geqq0$　∴……

174. α,β ハソノ和ト積ト……

次ノ方程式ノ二根ナリ

$x^2-kx+k=0$

α,β ハ實數ナルユエ判別式

$k^2-4k\geqq0$ ヲ要ス

$\therefore k(k-4)\geqq0$

$\therefore k\geqq4,\ 0\geqq k$ ナリ　∴……

175. 與式ハ $(x-3)^2+3$ デxガ實數ナル以上ハ $(x-3)^2$ ハ 0 又ハ正數トナル∴……

(別解)與式 $=k$ トセバ……

176. 與式ハ $9\times9^{2n}+1$

$=9^{2n+1}+1=k$ トス

ソコデ a^m+1 ハ m ガ正ノ奇數ナル時ハ $a+1$ デヅリ切ルル(剩餘ノ定理) ∴k ハ $9+1$ 即 10 デヅリ切ルルナリ

177. (1)−(2) ヨリ　$(m\neq n)$

$\therefore y=-2(m+n)/mn$

∴ (3) ハ $2n/m+ny+3=1$　答 1

178. $(b-c)^2$ 等ヲ $=k$ トセバ

$(b-c)^2-(c-a)^2=0$

$(c-a)^2-(a-b)^2=0$

$$\therefore\begin{cases}(b-a)(b+a-2c)=0\cdots\cdots(1)\\(c-b)(c+b-2a)=0\cdots\cdots(2)\end{cases}$$

(1) ヨリ (イ) $a=b$ 又ハ

(ロ) $2c=a+b$ ヲ得

ソコデ (イ) ナラバ $k=0$

$\therefore a=c=b$

又 (ロ) ナラバ (2) ハ

$$\frac{a-b}{2}\times\frac{3(b-a)}{2}=0$$ トナリ

$a=b$ トナル∴何レニシテモ……

179. (逆考法ニヨリ與式ヨリシテ

$a-y+x=0,\ a-z+y=0$

$a-u+z=0$ ヲ作レバヨシ

從テ上ノ三式ノ積 $=0$ ヲ作レバヨシト考ヘテモ出來ズ)

$(a^2+y^2+x^2-2ay+2ax-2xy)$

$+(a^2+z^2+y^2-2az+2ay-2zy)$

$+(a^2+u^2+z^2-2au+2az$

$-2uz)=0$ 即チ

$(a-y+x)^2+(a-z+y)^2$

$+(a-u+z)^2=0$ トナル

然ルニ但書ヨリ文字ハミナ實數ヲ…

$\therefore a-y+x=a-z+y$

$=a-u+z=0$ ナリ　∴……

180. 此三數ヲ $2m-1,\ 2m+1,\ 2m+3$ トシ

$(2m-1)^2+(2m+1)^2+(2m+3)^2$

$+1=k$ ト……

$k=12/(m^2+m+1)$ ト……

然……上ノ ( ) 内ハ $m\ m+1)+1$ デ $m\ (m+1)$ ハ偶數∴ ( ) 内ハ奇數ナリ　∴……

181. 例ヘバ3列方陣ノ時外側一列ノ人數ヲn人ト……

$(n-3)\times3\times4=360$

$\therefore(n-3)\times3=90$

同樣ニ1列, 2列, 4列……ノ時ハ

$(n-1)\times1=90,\ (n-2)\times2=90$

……上式ヨリウルnノ整數値(本題ニ適スル)ハ 91, 47, 33, 23, 21, 19, ノ六通リデ 19 ヨリ小サキnノ値ハナシ∵ n ガ 18 以下ナラバ

答 六通リ

182. $6x^2(x^2+x)+9x(x^2+x)+x^2$

$=2x^2+3x+x^2=\cdots\cdots=1$

183. $\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}=A$ トセバ與式ハ

$A+\dfrac{2}{A}-3=\cdots\cdots$

$=\dfrac{(A-1)(A-2)}{A}\cdots\cdots\cdots(1)$

サテニ正數ノ相加平均ハ其相乘平均ヨリ小ナラズ

$\therefore(a+b)/2\geqq\sqrt{ab}$　$\therefore A\geqq2$

∴ (1) ハ $a=b$ ノ他ハ恒ニ正數ナリ

∴與式ハ正ナリ

184. 與式ハ n^3+6n-n

$=n(n+1)(n-1)+6n\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

上式ノ第一項ハ連續三整數ノ積ナリ從テソノ中ニハ一ツハ偶數アリ又一ツハ3ノ倍數アリ

∴第一項ハ6ノ倍數ナリ

從テ與式……

185. (a)

	m	n	p	q	
×			9	r	
	*	*	*	*	1
*	*	*	*	7	
3	3	1	0	s	1

$9q=\cdots\cdots7$　$\therefore q=3$

$3r=\cdots\cdots1$　$\therefore r=7$

$3310s1\div97=341\cdots\cdots$

$\therefore m=3,\ n=4,\ p=1$

∴3413×97 ヨリ全部ヲ得

(b)

		5	3	7	8
	×	2	m	3	n
(1)……	2	6	p	•	•
(2)…	•	•	•	q	•
	•	•	•	r	

マヅ $5n=26\cdots\cdots$　$\therefore n=5$

次ニ (1) (2) ノ部分積ヲ作レバ r ガ8ナルヲ知ル

∴m ハ 1 又ハ 6 ナリ，與積ヲ生ズルタメニハ $m=6$ ナルヲ知ル依テ 5378×2635 ヨリ全部ヲ得

186. 第一分數ノ分子ヲ s トセバ

$$s=\sqrt{(1+3x-4x^3)(1-3x+4x^3)}$$
$$=\sqrt{1-x^2}(1+2x)(1-2x)$$

然ルニ $x>1/2$ ∴$1-2x$ ハ負

從テ s ハ負トナル∴$(1-2x)^2$ ノ平方根トシテ $2x-1$ ヲトル

∴$s=\sqrt{1-x^2}(4x^2-1)$ 　答 0

187. $ax+b=cx+d$

即 $x(a-c)+(b-d)=0$

ガ恒ニ成立ツタメニハ……

188. 1 ヨリ……和ハ

$n(n-1)/2$

然ルニ n ハ 3, 5, 7,……ナルユエ

$(n-1)/2$ ハ 1, 2, 3,……

∴和ハ n ノ……倍ナリ

189. (1) (2) ヨリ

$4x=3y,\ 4y=4z$

∴$x=3y/4,\ z=5y/4$ ヲ最後ノ式ニ代…バ

190. 第四篇 C 47 問

191. 此矩形ノ大邊ヲ x, 小邊ヲ y……

$$\begin{cases} x^2+y^2=4r^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ xy=a^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

ソコデ $x+y$ モ $x-y$ モ正ナリ

∴$\sqrt{(1)\pm(2)\times 2}$ ヨリ

$x+y=2\sqrt{r^2+a^2/2}$ ……(3)

$x-y=2\sqrt{r^2-a^2/2}$ ……(4)

∴$x=(3)+(4)$ ノ半, $y=$……

答 $\sqrt{r^2+\dfrac{a^2}{2}}\pm\sqrt{r^2-\dfrac{a^2}{2}}$

但＋，＋ハ大邊－ハ小邊ナリ

192. 旗竿ノ高サヲ x 尺，最初折レタル點ヨリ頂上迄ノ距離ヲ y 尺……

$$\begin{cases} (x-y)^2+20^2=y^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ (x-y-5)^2+30^2=(y+5)^2 \cdots(2) \end{cases}$$

(2) ハ $(x-y)^2-10(x-y)$
$+925=(y+5)^2$

(1) ヨリ $(x-y)^2$ ヲ得テ之ヲ (2) ニ代入……　答 50 尺

193. 直角ノ二邊ヲ x 寸, y 寸……

$$\begin{cases} x+y+\sqrt{x^2+y^2}=28 \cdots\cdots\cdots(1) \\ x+y-4=\sqrt{x^2+y^2} \cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

∴$x+y=16$

∴$\sqrt{x^2+y^2}=12$

∴$16^2-2xy=144$

∴$xy=56$

∴$\sqrt{144-112}=x-y=4\sqrt{2}$

∴$x=8+2\sqrt{2}$ 　$y=8-2\sqrt{2}$

∴斜邊ハ 12 寸

答 $\begin{cases} 10.828\text{寸弱，}5.172\text{寸强} \\ 12\text{寸} \end{cases}$

194. 銅ヲ x 瓦，亞鉛ヲ y 瓦……

$x+y=1640$ ……(1)

又眞鍮ト同容積ノ水ノ重サハ 1640/8.2 デ之ハ銅ト同容積ノ水ノ重サ $x/9$ ト，亞鉛ト同容積ノ水ノ重サ $y/7$ トノ和

∴$x/9+y/7=1640/8.2$ ……(2)

(1) ヨリ得ル y ノ値ヲ (2) ニ……

$x=1080$

$y=560$ 　答……

195. (a) $\begin{cases} y+z-x=b+c \\ z+x-y=c+a \\ x+y-z=a+b \end{cases}$

(b) 對數式ヲ眞數式……

$$\frac{(x-1)\times 10}{x^2+7x-8}=1$$

∴$x+8=10$ 　∴$x=2$

コノ 2 ヲ (b) ノ x ニ代入スルモ ( ) 内ハ負又ハ 0 トナラズ

答 $\begin{cases} x=(2a+b+c)/2 \\ y=(a+2b+c)/2 \\ z=(a+b+2c)/2 \end{cases}$

(b) ノ答 $x=2$

196. $\begin{cases} x=cy+b \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ y=a+cx \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \\ bx+ay=1 \cdots\cdots\cdots\cdots(3) \end{cases}$

(1) ノ x ヲ (2) ニ……

$y=(a+bc)/(1-c^2)$

從テ $x=(b+ac)/(1-c^2)$

此等ノ値ヲ (3) ニ……

$b^2+a^2+2abc=1-c^2$

∴$a^2+b^2+c^2+2abc=1$ ……(A)

(A) ハ $(a+bc)^2=(b^2-1)(c^2-1)$

又 (A) ハ $(b+ca)^2=(c^2-1)(a^2-1)$

上ノ二式ノ左邊ハ正

∴(b^2-1) ト (c^2-1) ト同號又 (c^2-1) ト (a^2-1) ト同號ナルヲ要ス ∴a^2, b^2, c^2 ハ共ニ 1 ヨリ大，又ハ共ニ 1 ヨリ小ナリ

197. y ヲ $3x$ トセバ與式ハ……

簡單ニセバ

$$\begin{cases} (2m-1)x=-12 \\ (7m+12)x=20 \end{cases}$$

∴$\dfrac{2m-1}{7m+12}=\dfrac{-3}{5}$

上式ヨリ $m=-1$

ソコデ m ヲ -1 トセバ與式ハ

$$\begin{cases} 6x-3y+12=0 \\ 14x-3y-20=0 \end{cases}$$

上式ヨリ $x=4,\ y=12$

答 $m=-1,\ x=4,\ y=12$

198. 正三角形ヲ作リシ時ノ一邊ノ數ヲ x ト……

$1+2+\cdots\cdots+x+4=x(x-3)$

∴$x(1+x)/2=x^2-3x-4$

∴$x=8$ 又ハ $-1\{\cdots\cdots\}$

∴總數ハ $8\times 9\div 2=36$ 　答 36個

199. 三數ヲ x, y, z……

$$(A)\begin{cases} x+y+z=6 \\ x^3+y^3+z^3=9 \\ xyz=3 \end{cases}$$

∴$9-3\times 3=6(x^2+y^2+z^2$
$-xy-yz-zx)$

∴$x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx$
$=(6^2-x^2-y^2-z^2)/2$

∴$3(x^2+y^2+z^2)=36$ 　答 12

200. 午後 0 時 x 分デ題意ノ如キ位置ヲ……バ $x+x/12=60$

此式ヨリ $x=720/13$

720/13 分

$=55$ 分 23 秒 1/13

答 55 分 23 秒 1/13

《終》

昭和二年七月一日 印刷
昭和二年八月二十日發行

きつとわかる・ちからのつく
代數學講義

定價 金壹圓　送料 金八錢

著者 中村慶次郎
發行者 矢崎慶吉
東京市牛込區原町二丁目七番地
印刷者 山崎秀三郎
東京市牛込區原町二丁目七番地
發行所 博文堂出版部
東京市牛込區原町二丁目七番地
振替東京四七五〇六番

東京淺見文林堂・名古屋川瀨書店
大阪柳原書店・久留米金文堂
澤山準備有り地方書店に品切の節は發行所へ直接御申込下さい。

博文堂印刷部印行