

of necessity must become more dense. But to proceed ; I caus'd some Water to be heated about Blood-worm, when weighing my Bottle in it, I found the bulk of Water equal to the bulk of the Bottle was about 3 Grains less than when Cold ; which shows, that the component Parts of the Water are easily separated by Heat, and the Matter lodg'd in its Interstices capable of dilation. Then I took that Water that I had purg'd of all its Air, (as near as I could,) and gave it a degree of Heat, not exceeding luke-warm ; upon weighing the premention'd Bottle in it, I found, that altho' the Heat it had received was very inconsiderable, yet the bulk of the Water, in that State, equal to that of the Bottle, was now deminish'd 2 Grains : which plainly shews, that notwithstanding the Water contain'd no Air that I could discover, yet there seems a Matter latent in it, capable of Intumescence.

---

V. *Epistola D. Guidonis Grandi, Societatis Regalis Londin. Socii, ad Illust. Comitem D. Laurentium Magalotti, dictæ Societatis Socium, De Natura & Proprietatibus Soni.*

Clarissimo Viro Laurentio Magalotti  
Guido Grandus S.

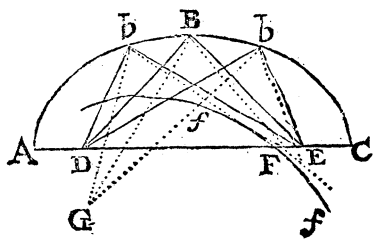
**E**legantissimum Præfulis Armachani commentarium de Sono, quod mihi nuper communicasti, summâ animi voluptate perlegi ; at circa Semiplani figuram in calce ejus scripti commemoratam, in cujus potissimum expositione meam à te operam desiderari significava-

ficaveras (sive ob argumenti ipsius difficultatem, ingenii mei viribus longè superiorem, sive ob diagrammatis Londino transmissi, minùs fortassè ad impressum exemplar exactam delineationem) vereor, ut fatis assequi mentem Auctoris, tuisque votis pro merito respondere valuerim. Ne tamen iussis tuis nihil interim videar detulisse, qualescumque animadversiones, & conjecturas meas ad propositi nodi evolutionem spectantes aperiam, & sin minus Interpretis, saltem Divinatoris personam hac in re suscipere non gravabor, ut eorum quæ ad implendam muneris injuncti provinciam pertinerent, nihil à me fuisse, tuæ auctoritatis gratia, prætermissum intelligas.

Comparat doctissimus Præsul scientiam auditus cum Theoria visionis, atque ut hæc in directam, reflexam, & refractam dividitur, ita illam pari ratione trifariam distribuit, ut non modo sonos directos, & reflexos (quod dudum in usu fuit) sed & refractos consideret; quemadmodum autem eximiis inventis opticis, catoptricis, & dioptricis visionem à majoribus nostris magnâ jam ex parte perfectam fuisse animadvertit, ita compluribus instrumentis Acusticis, Catacusticis, & Diacusticis, sive Phonicis, Cataphonicis, & Diaphonicis (utrovis enim modo denominat) auditum, tam ex objecti, quam medii, vel organi parte perfici posse non dubitat, eoque spectantia problemata proponit, quæ tamen in hoc scripto, nedum absque demonstratione, sed & absque determinatione, aut constructione ullâ exhibentur, unde non major ad ipsorum solutionem lux nobis affulget, quam quæ, ante inventa à M. Galilæo scientiæ motus principia, haberi potuisset ad enodationem problematum circa determinandam projectorum semitam, vel aquarum ex datâ altitudine descendantium velocitatem propositorum: Neque enim affirmare verebor, perinde ignota nunc esse Acusticæ doctrinæ fundamenta, certè nondum passim vulgata, aut inter eruditos recepta, licèt fortassè

laudatissimo huic Præsuli innotuisse videantur, si quæ ab illo indicata, & promissa sunt, attendamus, quorum quidem uberiori expositione, atque apertâ demonstratione totam sibi literariam Rempublicam demeruisse, cum vix credendum sit, omnes simplici illâ Opticorum, & Acusticorum comparatione fore contentos, quæ vix ultra satis latam analogiam extenditur, ob tot discrimina, quibus propagatio Lucis a diffusionione Soni secernitur: inter quæ illud palmarium est, quod Lux per lineam rectam semper exporrigitur, dum sonus etiam per curvas, & inflexas utrunque semitas quaquaversum spargitur, atque, intercepto cujusvis opaci corporis obice, sensibilis red- dicitur.

Et vero hæc ipsa, quæ de Soni diffusionione doctissimus Auctor noster edisserit, ejus differentiam à lucis propaga- tione manifestant: docet siquidem, sonum secus parietes, aut fornices lævigatissimos, ellipticâ, vel cycloidalî, po- tius quàm circulari flexurâ donatos, blando quodam, & expeditissimo lapsu feliciter excurrere, nec non per mol- lem aquæ superficiem, sonoris tremoribus, quibus aer crispatur, obsequentem validius promoveri: quæ vereor, ut in luminis propagatione adeo generatim observentur; nam de Ellipsi quidem hoc tantum habemus ex catoptri- câ demonstratum, quod radii lucis ex altero ejus foco D

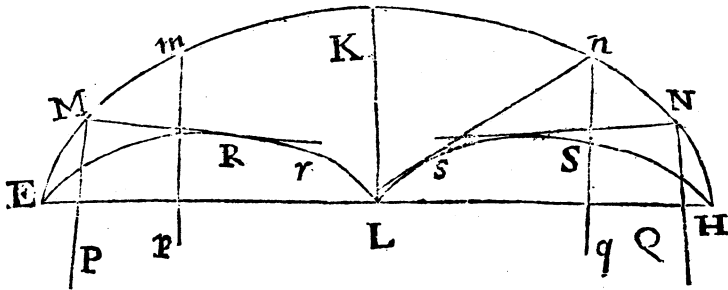


emanantes, & in ellipti- cam curvam A B C im- pingentes, inde reflexi in altero foco E colligentur; at si ex alio quovis puncto G, præter focos, exeant radii, non omnes amplius in unum punctum coi- bunt, sed ita reflectentur,

ut curvam causticam f F f contactu suo efforment, su- pra cujus convexitatem existentes uno aut altero reflexo radio, non pluribus gaudere poterunt, in ipsâ vero cur-

vā positi aliquot ex maximè vicinis participabunt; at qui intra cavitationem ejusdem veriabuntur, ab omni reflexorum radiorum illapsu immunes erunt, adeo nullum inde sibi emolumentum obventurum sperabunt.

Cycloidem quæ attinet, ostendit quidem Cl. V. Joannes Bernoullius in Actis Lipsiæ 1697. Lucis radius, si per media transeat, quorum raritates in quolibet puncto juxta rationem subduplicatam altitudinum variarent, ita continuo flexu refringendum, ut in curvam cycloidis sinuaretur: at seu reflexione, seu directâ per idem medium propulsione, quid figura cycloidis ad feliciorum lu-



minis diffusionem conferret, planè non video; hæc enim curva focus omnino caret, adeò ut in nullo puncto radios colligere possit, sed in curvas irregulares abeunt radii ab ipsâ reflexi, nisi quòd ubi ad axem K L paralleli radii P M, Q N in Cycloidem E M K N H inciderent, tunc linea caustica per contactum reflexorum radiorum M R, N S, efformata, ex binis cycloidibus E R L, H S L, circulo subduplæ diametri generatis, componeretur, radiosque reflexos confertissimos circa utriusque confinium L, ad medium basis reflectentis cycloidis exhiberet: cæterum tam in his quàm in aliis causticis ex qualibet luminosi puncti radiorumque positione resultantibus, eadem observationes locum haberent, quas sub finem præcedentis paragraphi causticis per ellipsim efformatis competere diximus.

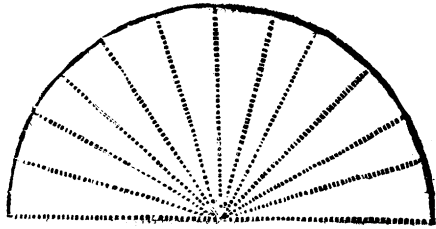
De planâ aquarum superficie nihil est quod addam, cum pateat, lucis radios per illam aut omnino refractos transire, aut ordinatâ reflexione in adversam partem remitti, perinde ac è chrystalli solidioris superficie, immò ab hac aliquantò fortius, quàm ab illâ, tantum abest, ut per illam facillimè repentes in directum expeditius promoveri possint, illumque blandum progressum obtinere, quem tremoribus harmonicis, per mollem aquarum superficiem, crispatione suâ ipsorum flexui se accomodantem serpentibus Auctor tribuit: immò & dubitare licet, an lævigatissimæ speculorum superficies, perindè ac luminis, sic soni reflexionibus valdè conducerent, cum Echo ipsa speluncarum recessus asperrimos, magis quàm politos, ac tenui gypso incrustatos parietes habitare videatur, ab incultis vallibus, ab anfractuosis antris, atque è veterum ædificiorum ruderibus frequentius respondens; quocirca Poeta Mythologus Metamorphos. lib. 3. fab. 5. de illâ sic cecinit:

*Spreta latet sylvis: pudibundaque frondibus ora  
 Protegit, & solis ex illo vivit in antris.  
 Vox manet, ossa ferunt lapidis traxisse figuram,  
 Inde latet Sylvis, nulloque in monte videtur,  
 Omnibus auditur: Sonus est qui vivit in illa.*

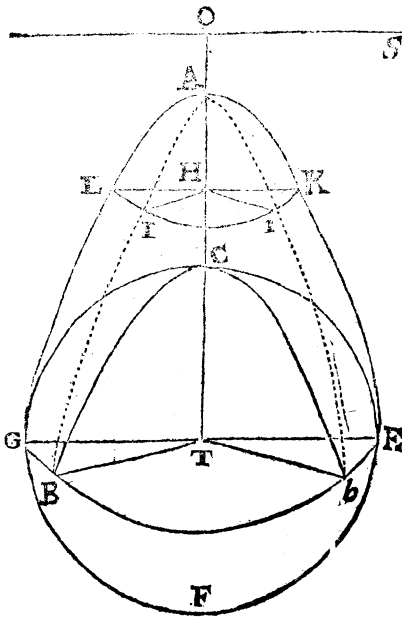
Quæ tamen non ideo à me dicta velim, ut quidpiam aut debitæ fidei, aut promeritæ laudis derogem pronuntiatis Cl. Auctoris, quem potius extimulandum censeo ad hanc Sonorum Theoriam ex integro edendam, aut, si quid amplius, & absolutius jussu volumine jam ediderit, nobiscum communicandum: ut quâ tandem lege sonori tremores per aerem, per aquam, & per variæ densitatis corpora quælibet, tum fluida, tum solida progrediantur, & in quo soni, lucisque convenientia nondum satis hæcenus nobis comperta consistat, innotescere possit, unde firmatis Acusticæ fundamentis mirum in modum scientia

tia hæc deinceps perficeretur, idoneis organis ad sonum congregandum, augendum, promovendum, multiplicandum, aptiusque discernendum excogitatis, quorum in hoc scripto spem facit, & desiderium accendit Præful doctissimus. Interim ego ostensurus, quantum illius verbis deferendum existimem, Acusticum ipsum, seu spheram Phonicam ab eodem propositam, divinando magis, quam interpretando, exponere utcunque aggrediar, verbis illius primùm adductis, ut cum meis conjecturis mox subjiciendis conferri queant, & quàm exactè iisdem respondeant cujuslibet possit arbitrio judicari.

*Addam hoc loco, inquit Auctor, Semiplani Acustici, seu Sphæra Phonica figuram, quasi tentamen ad magnum scientia hujus principium explicandum, quod in sonorum progressionem consistit. Consideretis oportet rude hoc semiplanum velut horizonti parallelum, nam si eidem perpendicularare fuerit, suppono extremitatem illius superiorem non amplius circula-rem futuram, sed hyperbolicam, partem verò inferiorem aequallem fore uni ex maximis terræ circularis: adeo ut univèrsa sphaera Phonica, si ita appellare liceat, sit quædam hyperbola solida, super concava basis sphericæ superficie erecta. Porro Diagramma Londino transmissum . . hujusmodi erat, nullis præterea notis ad ejus illustrationem facientibus instructum.*



Ipse igitur, hoc alio Schemate substituto, mentem Auctoris aperire satagam. Sit terræ globus  $C G F E$ , atque in puncto  $C$  ejus superficiei sonus aliquis exci-  
tur. Hic per terram ipsam nec non per aerem circum-  
quaque propagabitur, adeo ut quo tempore ad maximum  
terræ circumloquium polo  $C$  descriptum, nempe ad Peripheri-  
am  $G B E$  aut reip[s]â (licet fortassè insensibiliter) perve-  
nit,



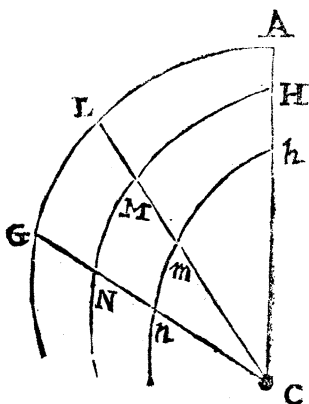
nit, aut saltem (si validior esset) perveniret, per aerem diffusus, quoddam spatium replet, pro variâ transitus facilitate, non prorsus sphericè, sed inæqualiter exporrestum, & à perimetro hyperbolæ  $G L A K E$ , circa axem  $C A O$  sonoro corpori  $C$  perpendicularem positæ, circumscriptum: imo vero à superficie conoidis hyperbolicæ, quam hyperbola  $A L G$  circa suum axem rotata generat, definitum. Itaque universa sphaera phonica, per quam dato tempore sonus

extenditur, erit solidum spatium comprehensum ab hyperbolicâ conoide  $G A E B$ , quæ maximo terræ circulo  $G B E$  insistit, & concavâ superficie hemisphericâ  $G C E B$  inferius terminatur: quod quidem spatium plano ad horizontem parallelo ubilibet sectum, exhibebit semicirculum  $L I K$ , qualem ostendit Auctoris figura, quem & semiplanum appellat, eo quod ipsius diagrammatis prospectus alteram solum medietatem ejus exhibeat, dimidia reliqua trans hyperbolam verticalem (quæ & ipsa phonicam spheram per axem bifariam secat) inconspicuâ manente. Verùm quæ sit hujusmodi hyperbolæ species, aut quibus principiis doctrina hæc fulciatur, nec Auctor indicat, nec mihi suppetit unde hac de re quidpiam certi conjiciam.

Quod unum superest, adnitur, ut inverso vestigandi ordine procedens, detegam primò per quod linearum genus tremores sonoros diffundi oporteret, ut in ejusmodi hyper-

hyperbolam dato tempore expanderentur ; secundo, quæ raritatis variatio foret in variis aeris altitudinibus supponenda, ut (stante refractionis communi lege, qualem radii lucis observant) sonorum directiones juxta inventam linearum speciem flectere posset ; ac tertio, quæ vicissim dicenda sit lex refractionis, quam sonori tremores in ejusmodi curvarum genus abeuntes sequuntur, suppositâ raritatis aeris variatione tali, qualem plerique Philosophorum, & Mathematicorum in illo agnoscunt juxta reciprocam rationem ponderis atmospheræ incumbentis, & inferiores partes gravantis, quam experimentis congruere testantur.

Pro quo consideremus, corpus sonorum  $C$  tremores suos per directiones  $Cn$ ,  $Cm$ ,  $Ch$ , quaquaversus communicare, aut certè juxta eas lines, per quas impulsus fuerat, se restituendo repellere aerem, eundemque frequentissimis oscillationibus protrudere, quibus crispatur, atque ad motum tremulum juxta easdem directiones diffusum sollicitatur ; hi ergo tremores quodam minimo tempore pervenisse concipiuntur ad puncta  $n$ ,  $m$ ,  $h$ , unde iter suum prosequentes, successivè post aliud datum tempus simul propagabuntur, primus ad punctum  $N$  ; secundus ad  $M$ , tertius ad  $H$  ; iterumque post aliud datum tempus simul progredientur, prior ad  $G$ , alter ad  $L$ , postremus ad  $A$ . Nunc igitur lines quidem  $CnNG$ ,  $CmML$ ,  $ChHA$ , per quas quilibet tremor successivè diffunditur, voco *Radios sonoros* ; lines vero  $n$ ,  $m$ ,  $h$ ,  $NMH$ ,  $GLA$ , quas prædicti sonori radii, omnesque alii synchroni iis intermediis dato quolibet tempore simul attingunt, *Undas sonoras* appello.





Et quidem in medio prorsus ubilibet uniformi, cessante causâ, quæ tremores sonoros à suâ directione in hanc, vel illam partem deflectere cogat, patet sonoros radios semper rectos procedere, seu per viam brevissimam ab uno ad alium terminum directè progredi, atque undas penitus circulares sonoro corpori concentricas efficere, quia cum non majorem hîc, quàm alibi transitus difficultatem inveniant, utique ad pares distantias singuli dato quovis tempore elongabuntur: Secabit autem radius quilibet undam suam perpendiculariter, atque undæ quælibet concentricæ, & similes erunt, ut constat ex elementis.

At in medio difformis densitatis, velut in aere terræ circumfuso, qui diversam pro variâ altitudine (nam caloris, frigoris, humiditatis, & siccitatis vices, quæ ad certam legem revocari non possunt, pro nunc seponimus) raritatem obtinet, solus radius  $CHA$  perpendiculariter trajiciens omnes aereas lamellas, sive superficies terræ concentricas, irrefractus transibit, ac rectus manebit; cæteri vero iisdem superficiebus obliquè impingentes continuo quodam flexu in quolibet puncto refringentur, & in curvas  $C^mML$ ,  $C^nNG$  sinuabuntur; nec non pro variâ transitus facilitate non ad eandem ubivis distantiam dato tempore progredientur, quare puncta  $A, L, G$ , aut  $H, M, N$ , quæ eodem momento sonus per quoslibet radios emissus attingit, inæqualiter à sonoro  $C$  remota erunt, adeoque undæ  $ALG$ ,  $HMN$ ,  $hmn$ , omnino circuli non erunt corpori sonoro concentrici, sed alterius generis curvæ, quas tamen oportet invicem similes esse, ac similiter positas: quare in hypothesei nostri Auctoris, qui extremam illam undam  $ALG$ , ultimos globi terræquei fines lambentem hyperbolicam voluit, necesse est quævis alias undas intermedias  $HMN$ ,  $hmn$ , esse hyperbolas similes, ac similiter positas, diversis quidem verticibus  $A, H, h$ , sed eodem centro, ad eundem axem, & sub similibus laterum figuris descriptas; nam quæ-

quæcumque sit ratio, quæ ostendat, ob simultaneum appulsum soni ad puncta  $A, L, G$ , per vias synchronas  $CH A$ ,  $CML$ ,  $CNG$ , unde  $ALG$  facefcere in curvam talis speciei (puta hyperbolicam): eadem prorsus iisdem fundamentis evincet, ob simultaneum appulsum soni etiam ad puncta  $H, M, N$ , per synchronas lineas  $Ch H$ ,  $Cm M$ ,  $Cn N$ , undam  $HMN$ , in curvam ejusdem speciei (nempe hoc casu in hyperbolam similem, ac similiter positam) pariter abire, ut de se constat. Nec dubium insuper, sonoros radios  $CH A$ ,  $CML$ ,  $CNG$ , semper undas illas similes  $ALG$ ,  $HMN$ ,  $hmn$  debere perpendiculariter, sive ad rectos angulos secare, ut in circularibus undis contingit, quod cum in simili proposito de lucidis undis ostenderit jam Vir Cl. Christianis Hugenius, pag. 44. tractatus sui de Lumine Gallicè editi, non est cur in hac observatione pluribus momentis confirmandâ tempus teratur.

Itaque investigatio viæ, per quam radii sonori, juxta hypothesim Auctoris nostri, propagantur, ad hoc pure geometricum Problema reducitur, ut inquiratur natura curvarum, quasilibet hyperbolas similes, & circa eundem axem, eodem centro similiter descriptas, perpendiculariter secantium. Sint hyperbolæ similes  $ALG$ ,  $HMN$ ,  $hmn$ , aliæque innumeræ intermedia, aut supra, vel infra ipsas similiter positæ, idem commune centrum  $O$  habentes, eodemque axe  $OA H$ , cui alter  $OS$  coniugatur, descriptæ: ducenda est per punctum  $C$  curva  $Cm M L$ , aut  $Cn N G$ , propositas omnes hyperbolas perpendiculariter secans. Describatur per datum punctum  $C$ , inter asymptotos  $OA$ ,  $OS$  hyperbolæ  $Cm M L$  talis naturæ, ut positâ ratione transversî lateris priorum hyperbolarum  $AL, HM$ , &c. ad latus rectum earumdem æquali rationi  $t$  ad  $r$ , potestates ordinarum  $LQ$  denominatæ ab exponente  $r$  sint reciprocè proportionales potestatibus abscissarum à centro  $OQ$  denominatis ab exponente  $t$ , nempe facta  $OQ = x$ , &  $QL = y$ , ita



quam multiplex est fractio  $\frac{r}{t}$  unitatis. Dico hanc ratio-  
 facere quæsito; ducta enim cujuscvis hyperbæ  $A L$  tan-  
 gente  $L P$  in puncto, ubi à curva  $C M L$  secatur, nec  
 non  $S L R$  tangente ipsius hyperbolæ  $C M L$  in eodem  
 puncto, patet ex his quæ in Theorematum Hugeniano-  
 rum demonstratione, cap. 7. n. 9. ostendimus, fore  $O Q$   
 ad  $Q R$ , ut exponens potestatis distantiarum  $O Q$  ad ex-  
 ponentem potestatis ordinarum  $Q L$ , nempe ut  $t$  ad  $r$ ;  
 sed ut  $t$  ad  $r$ , nempe ut transversum latus ad rectum;  
 ita per 37. l. Conic. est rectangulum  $O Q P$  ad quadra-  
 tum  $Q L$ ; igitur ut  $O Q$  ad  $Q R$ , sive sumptâ communi  
 altitudine  $Q P$ , ut rectangulum  $O Q P$  ad rectangulum  
 $P Q R$ , ita rectangulum  $O Q P$  ad quadratum  $Q L$ , quod  
 ideo æquabitur rectangulo  $P Q R$ ; quare angulus  $P L R$   
 rectus erit: unde curva  $C M L$  perpendiculariter occur-  
 ret in puncto  $L$  hyperbolæ  $A L G$ , eodemque modo aliis  
 hyperbolis  $H M N$ ,  $h m n$ , in punctis  $M$ ,  $m$ , in qui-  
 bus illas secat, perpendicularis esse ostendetur; quod  
 erat, &c.

Hinc primò colligitur, quòd si hyperbola determinans  
 spheram Phonicam Auctoris nostri, nempe  $A L G$ , ali-  
 æque similes concentricæ  $H M N$ ,  $h m n$ , fuerint æquila-  
 teræ, tunc propter æqualitatem laterum  $t$ , &  $r$ , hyper-  
 bola  $C M L$  erit & ipsa hyperbola Apolloniana, & qui-  
 dem pariter æquilatera; ejus enim æquatio superius alla-

ta transformabitur in hanc  $y = \frac{t}{x}$  ubi ratio ordinarum

simpliciter reciproca erit rationis distantiarum à centro,  
 itaque radii pariter sonori æquè ac sonora undæ, juxta  
 hanc hypothesin forent hyperbolæ ejusdem speciei, diver-  
 sâ duntaxat positione collocatæ: Memini porro Illu-  
 strissimum Equitem Isaacum Newtonum Opticæ suæ,  
 lib. 3. p. 287. Observ. 10. ostendere, quòd & radii lu-  
 cis trans duorum cultrorum acies in obscurum cubiculum  
 admissos, in hyperbolicas fimbrias, qualis esset.  $C M L$ ,  
 pariter

pariter sinuari, cujus phenomeni si ratio physica afferri possit, eadem hyperbolicos pariter soni radios, quales Armachani Præfulis systema invehere videtur, fortasse persuaderet.

Secundò observandum est, quod si plures ejusmodi curvæ, seu radii hyperbolici *m* M L, *n* N G, &c. secantes undas hyperbolicas ALG, HMN, &c. perpendiculariter, describantur, non in unum exactè punctum C poterunt convenire, tametsi propius, & propius cœant ad partes C, atque ad intervallum pervenire possint, minus quolibet dato intervallo; quare concipiendi erunt radii illi hyperbolici à corpusculo C alicujus extensionis procedere, non ab aliquo mathematico puncto, quod ipsum convenientissimum est; sonus enim ex collisione corporum nascitur, non ex unius rigorosi puncti, seu termini extensionis tremore produci potest.

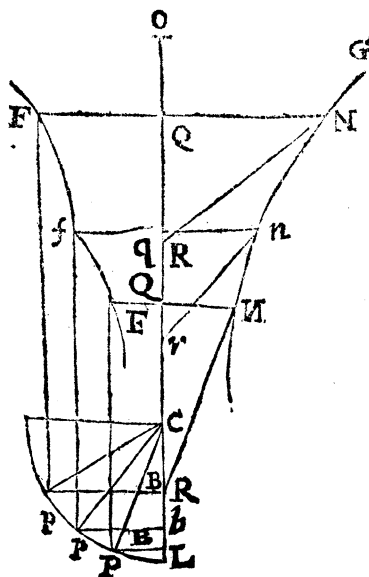
Imò cum omnes undæ à sonoro corpore propagatæ esse debeant, ut supra vidimus, hyperbolæ similes, congruum est, ut concipiamus, corpus sonorum C quasi fibrillam minutissimam frequentissimè oscillantem, cujus minima, & veluti initialis unda infinitè propomodum exigua 2 3 4, & ipsa reverà hyperbolica sit, seu potius apex physicus alicujus hyperbolæ; ita ut nimirum fibrilla oscillatoria corporis sonori C, dum pulsatur, ex situ directo 2 C 4 detrusa in situm concavum 2 5 4, vi percussiois adigatur, tum vehementissimi elateris sui, nec non propriæ tensionis vi, restituta in convexam hyperbolam 2 3 4 intumescat, ac rursus reducta alternis vibrationibus fluctuans hinc inde suos tremores in hyperbolicas undas, ipsimet initialibus 2 3 4, 2 5 4 perpetuò similes, sursum, ac deorsum suapte naturâ, & in medio utrinque libero expandat, sed obice terrestris globi C E (cuius centrum T) impedita fortassè, hyperbolicas undas suas dumtaxat sursum propaget, & Phonicam Spheram ab Auctore nostro excogitatam describat, hemispherio terrestri ab inferiori parte interruptum, ac definitam. Quod si vera  
 .esser

esset *P.* Parvæ doctrina Art. 81. suæ staticæ proposita, quod chordæ extensæ re ipsâ hyperbolicam figuram, qualis esset 2 5 4, cuius centrum sit idem quod centrum terræ, vi proprii ponderis assumant, nemo non videt eam ipsam confirmando Auctoris nostri systemati fore congruentissimam, hinc enim ratio haberetur, cur fibrilla quævis sonori corporis *C*, dum ad vibrationes harmonicas sollicitatur, in hyperbolam 2 5 4 excurreret centrum habens in centro terræ *T*, similiterque in aliam æqualem 2 3 4 assurgeret, indeque per alias ampliores hyperbolas tremorem diffunderet, quarum omnium centrum esset *O* æquè distans à sonoro corpore *C*, ac sonorum corpus illud remotum sit ab ipsomet centro terræ; quare distantia *CO* æqualis semidiametro Globi Terraquei litem definiret, ultra quam nulla sonora unda propagaretur, nullusque posset sonus audiri, & linea *OS*, utpotè asymptotus quorumvis hyperbolicorum radiorum, per quos defertur sonus, confinium beatæ illius regionis constitueret, in quâ ab omni terrenarum rerum strepitu securis in summâ tranquillitate philosophari liceret.

Porro ne quis speculationem hanc eo nomine contemnendam putet, quod fibrilla quævis sonori corporis, cum brevissima sit, ac validè distenta, semper in situ recto 2 *C* 4. manere videatur, nec posse in concavas, aut convexas hyperbolas 2 5 4, 2 3 4 sinuari, considerandum insuper est, hyperbolas quò majoribus axibus præditæ fuerint, eo magis ampliari, & ad lineam rectam accedere; itaque ob ingentem distantiam centrorum *T*, vel *O*, sicut lineæ quæ gravia cadentia describunt, licèt in centrum *T* collimantes pro parallelis habentur, & arcus circuli horizontalis cum rectâ ejus tangente confunditur, ita & initiales illas hyperbolas 2 5 4, 2 3 4 fermè coincidere dicendæ sunt cum rectâ 2 *C* 4, unde sensibilis non est incurvatio fibrillarum oscillantium in sonoro corpore, nec se prodit undarum hyperbolicarum species, nisi ubi in amplius spatium *GLALG* dilatata fuerint centro suo propriis accedentes.

Animadvertendum adhuc tamen, his principiis positais, consequens fore, ut sonus hinc inde ad latera non excurreret ultra spatium ab hyperbolicis extremis radiis  $298g, 476g$  comprehensum, quas tangerent rectè T 2, T 4, à centro terræ per terminos fibræ oscillantis aductæ; ac reverâ fibræ illius tremores juxta aliam directionem non procederent, quam per T 2, T 3, T 4, aliasque intermedias angulo  $2 T 4$  comprehensas, singulis particulis fibræ ejusdem correspondentes, itaque spatium extra dictas hyperbolas  $298g, 476g$  positum ab omni tremore harmonico vacaret, nec posset juxta sensum Auctoris phonica sphaera ad integrum terræ hemispherium exporrigi; itaque oportet, nunquam reipsâ unicam aliquam sonori corporis fibrillam tremere, quin terminos aliarum fibrarum, quibus connectitur, & inter quos distenditur, eo ipso trahat, & ad harmonicum tremorem pariter sollicitet, quæ rursus alias, quibus implicantur, abducunt, & ad tremorem extimulant, quemadmodum tensa chorda musica ligneo instrumento, cui alligatur, tremores suos evidenter communicat; itaque harmonicæ oscillationes in alia corpora, quibus mediatè, vel immediatè connectitur, percussâ fibrâ sonori corporis, subindè transfunduntur, licèt magis magisque semper debilitatæ, ac demum insensibiles redditæ per hemispherii terrestris superficiem sparguntur, & longiùs ac longiùs serpentes obrepunt (quod auris ipsa terræ applicata, & magnos saltem fragores in maximâ distantia excitatos discernens testari potest) itaque ex aliis etiam locis emergunt alii sonori radii hyperbolici per totum terræ hemispherium, à quibus Phonica sphaera Præsulis Armachani fati impleri possit.

Vides, Vir Illustrissime, quàm me ex inopinato procul abduxerit dulcissima hæc contemplatio; sed parcior ero in duobus reliquis problematibus à me supra propositis, nostramque adhuc operam desiderantibus, prosequendis; conabor autem secundam quæstionem genera-



lius solvere, ut major inde fructus elici queat ; intelligatur quivis radius seu lucidus, seu sonorus  $N \approx G$ , in cujusvis naturæ curvam, continuâ sui refractione, mutatus: quæritur qua lege variari supponenda sit densitas, aut raritas mediî in ejus diversis altitudinibus, ut stante refractionis theoriâ, quæ sinum refractionis semper raritati mediî refringentis proportionalem supponit, radius ille in talis naturæ curvam obire potuerit? Sit axis curvæ  $N \approx G$ , quam radius refractus efficit, recta  $CO$ , in quâ sumpto quolibet puncto  $C$ , radio quovis  $CL$  describatur quadrans circularis  $LPP$ , ductâque ubilibet refracti radii tangente  $NR$ ,  $nr$ , agatur ex  $C$  radius dictæ tangenti parallelus, occurrens circulo in  $P$ , ductâque  $PF$  axi parallela occurrat ordinatæ  $NQ$  ad axim perpendiculari in puncto  $F$ ; dico inde or-



tam curvam  $FfF$  exprimere suis ordinatis  $FQ$ ,  $fq$  raritates medii in variis ejus altitudinibus; nam quia  $CP$  est parallela ipsi  $RN$ , erit angulus  $PCB$  æqualis angulo, quem radius refractus  $Nn$  in puncto  $N$  efficit cum perpendiculari; & ideo  $BP$ , sive  $FQ$  erit semper sinus refractionis, posito  $CP$  sinu toto; quare cum supposita sit lex ea refractionis, ut sinus ejusdem proportionalis sit raritati medii; utique eadem  $FQ$  exprimet medii raritatem ad altitudinem  $Q$ , sive ad æquæ altum punctum  $N$ , per quod radius transit. Quod erat, &c.

In nostro autem proposito, ubi  $QN = \frac{1}{X^{\frac{t}{r}}}$  propter

$Y = \frac{1}{X^t}$ , si  $FQ$  exponens raritatem aeris vocetur  $Z$ ,

erit  $Z = \sqrt{\frac{t}{X^{2r+2t} + tt}}$ ; aut sumpta etiam  $r$ , &  $CP$

pro unitate, fiet  $Z = \sqrt{\frac{t}{X^{2+2t} + tt}}$ ; atque in casu;

quod unda hyperbolica fuerit æquilatera, adeoque & radius hyperbola similis æquilatera,  $y = \frac{1}{X}$ , propter  $t = 1$ ,

fiet  $Z = \sqrt{\frac{1}{X^4 + 1}}$ .

Quoniam vero tum Jacobus Hermannus in Actis Lipsiæ 1706, tum David Gregorius Astronom. lib. 5. ostendunt Curvam, quæ determinat gradus raritatum aeris esse logarithmicam, adeo ut altitudines  $OQ$ ,  $oq$ , five

five X sint logarithmi numerorum exponentium aeris raritates in punctis Q, q: patet radii continuè refracti N n, N G curvaturam ea lege procedere, ut sinus complementi incidentiæ, & refractionis ad potestatem

$\frac{r}{r+t}$ , elevati rationem habeant compositam ex ratione sinuum rectorum ad similem potestatem evectorum, & ex ratione quam habent logarithmi raritatum.

Cæterum etsi consenserim, ordinariam legem refractionis lucis dare sinus incidentiæ, & refractionis proportionales raritatibus mediorum, non dissimulo tamen id fortassè non adeo exactum esse, cum ratio sinuum in refractione ex aere in vitrum sit circiter sesquialtera, aer vero plusquam millies vitro sit rarior; sed cum viderent Geometriæ majorem fieri sinum refractionis in transitu ad aliud medium pro majori facilitate quâ illud lux penetrat in communi hypothese, vel pro majori difficultate juxta Cartesium, qui supponit è contrario lucem magis refringi ob majorem difficultatem in rariori medio quàm in densiori (ut gravia corpora ob majorem difficultatem penetrandi densiora corpora, in his magis refringuntur, resiliendo a perpendiculari) & utramque legem in eo convenire, quod pro majori medii raritate, major fieret refractionis: hinc invaluit, ut sinus proportionales dicerentur, non quidem facilitati, aut difficultati transitus, quarum alterutra ab aliis in dubium vocatur, sed raritati medii, in quâ omnes conveniunt, licèt vera proportio illi non prorsus respondeat in eadem geometricâ ratione; itaque ubicunque raritatis mentio facta est, subroganda est fortassè facilitas transitus in communi, & difficultas in Carthesiana hypothese, præterquam ubi diximus, raritatem ex pondere aeris incumbentis variatam respondere altitudinibus ut

numeri logarithmis suis respondent ; hoc enim exactè verissimum est.

Hæc sunt, Vir Illustrissime, quæ, te jubente, notanda censui circa doctrinam acusticam, & Semiplanum à Cl. V. Armachano Præsule propositum ; quæ quidem diligentius expendi, atque accuratius explicari debuerant, sed variis subinde curis distrahentibus, non nisi per intervalla contemplationi harum rerum vacare licuit ; itaque meæ erga Amplitudinem tuam observantiæ argumento hoc qualicumque contentus eris, mihi quæ tuæ humanitatis officia impendere pergens, aliis jussibus tuis paratissimum semper invenies. Vale.

Florentiæ, 24 Maii,  
1708.