$\therefore\ GO=\frac{1}{4}SG \quad HO=\frac{1}{4}CH$

同樣ニ B,A ヲ對面ノ重心ニ結ビ付クル直線モ對面ヨリ全線ノ四分ノ一ニテ交ルヲ知ル

(注意) 點 O ヲメカニツクト稱ス卽チ四面體ノ重心ナリ

10. 9ニ因リ考フベシ

11. 第一章定理6ヨリ容易ニ知ルコトヲ得

12. SABC ヲ正四面體トシ S ヨリ ABC ニ下シタル垂線ノ足ヲ G トシ G ヨリ對面 SAB ニ下シタル垂線ヲ GM

又 C ヨリ SAB ニ下シタル垂線ヲ CE トシ $GM=\frac{1}{3}CE$ ヲ證スルニアリ

略證 SABC ハ正四面體卽チ各面ハ正三角形ナルヲ以テ各面ノ垂心,重心ハ一致ス

SDC ナル面上ニ $CE\perp SD$,

$MG\perp SD$ ヲ作ル相似三角形ヨリ

$DG=\frac{1}{3}DC$ ヲ注意シテ直チニ

$GM=\frac{1}{3}CE$ ナルコトヲ知ル而シテ $CE=SG$ ナルコト明ナリ

13. A,C ヨリ BE 稜ニ平行ナル AD, CF ヲ作リ E ヨリ ABC ニ平行ナル平面ニテ之ヲ截ル時ハ原錐體ト同底同高ナル三角柱體 ABCDEF ヲ得

D,E,C ナル三ツノ角頂ヲ過ギテ平面ヲ作ル時ハ EABC, EDCA, EDCF ナル三ツノ錐體ニ分タル

此第一ハ所題ノ錐體ニシテ他ノ二ツハ互ニ等積ナリ何トナレバ高サヲ同フシ且底ハ平行四邊形 ACFD ノ半ナレバナリ

次ニ錐體 EDCF ニ於テ底トシテ DEF 面ヲトルトキハ其頂角頂ハ C ニシテ此錐體ハ EABC 錐體ト等高等底ニシテ等積ナリ

故ニ EABC 錐體ハ三角柱體 ABCDEF ノ三分ノ一ニ等シ

卽チ底ト高サノ乘積ノ三分一ト同ジ測度ヲ有ス

多角錐體ノ場合ハ之レヲ多クノ三角錐體ニ分ツテ前法ヲ適用スルコトヲ得ベシ

故ニ一般ニ錐體ノ體積ハ題言ノ如ク云フコトヲ得

又圓錐體ハ多角錐體ノ邊數ノ無究ニ增加シタルモノト見做スヲ以テ同樣ニ云フコトヲ得

14. 形內ノ一點ヲ O トシ O ヨリ各面ニ下シタル垂線ノ長サヲ a,b,c,d トスレバ此正四面體ハ四ツノ三角錐體ニ分タレ其體積ハ此等ノ和ニ等シ今一面ノ積ヲ S トスレバ正四面體ノ體積 V ハ

$$V=\frac{1}{3}aS+\frac{1}{3}bS+\frac{1}{3}cS+\frac{1}{3}dS$$

$$=\frac{1}{3}S(a+b+c+d)\cdots\cdots\cdots(1)$$

又他ノ方ヨリ此正四面體ノ體積ハ高サヲ H トスレバ

$$V=\frac{1}{3}SH\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1), (2) ヲ比較シテ

$a+b+c+d=H$ 但シ H ハ常數ナリ依テ題言ノ如シ

15. AA', BB', CC', DD' ヲ各點ヨリ點 M, N ヲ含ム平面ニ下シタル垂線トスレバ $A'B', B'C', C'D', D'A'$ ハ夫々 AB, BC, CD, DA ノ面 MN ニ於ケル正射影ナリ故ニ直三角形 $CC'N, DD'N$ ニ於テ

$$\frac{CC'}{DD'}=\frac{CN}{ND}$$

然ルニ $CN=ND \ \therefore\ CC'=DD'$

同樣ニ $AA'=BB'$

又 $\frac{AP}{PD}=\frac{AA'}{DD'}$

或ハ $\frac{AP}{PD}=\frac{BB'}{DD'}\cdots\cdots\cdots(1)$

又 $\frac{QB}{CQ}=\frac{BB'}{CC'}=\frac{BB'}{DD'}\cdots\cdots(2)$

(1), (2) ヨリ $\frac{AP}{PD}=\frac{QB}{CQ}$

16. 四面體 SABC ハ共通ナル底 EGFH ヲ有スル SCFGEH, ABFHEG ナル二ツノ部分ニ分タレ此二ツノ部分ハ前者ハ錐體 SEGEH, SFHC ナル二部分

後者ハ AEGFH, AGBF ナル二部分ヨリ成リ其各ノ始メノ錐體ハ同底ヲ有シ且ツ S, A ヨリコレニ下ス垂線ハ等シキヲ以テ高サ相等シク等積ナリ故ニ SHFC ト AGBF トガ等積ナルコトヲ證スレバ可ナリ然ルニ

$$\frac{\text{錐體 } SABC}{\text{錐體 } GABF}=\frac{SB}{GB}\cdots\cdots\cdots(1)$$

又 $\frac{\text{錐體 } ASFC}{\text{錐體 } HSFC}=\frac{AC}{HC}\cdots\cdots\cdots(2)$

而シテ SABC ハ歪四角形ナルヲ以テ前問ニヨリ $\frac{SG}{GB}=\frac{AH}{CH}$

或ハ $\frac{SG+GB}{GB}=\frac{AH+HC}{HC}$

或ハ $\frac{SB}{GB}=\frac{AC}{HC}$

$\therefore$ (1), (2) ハ相等シ卽チ

$$\frac{\text{錐體 } SABC}{\text{錐體 } GABF}=\frac{\text{錐體 } ASFC}{\text{錐體 } HSFC}$$

分子ナル錐體ハ原錐體ナルヲ以テ分母ナル錐體ハ相等シカルベシ

依テ證シ得タリ

17. 上16ヨリ容易ニ推知スルコトヲ得ベシ

18. P ヲ各角頂ニ結ビ付ケテ四ツノ錐體 PABC, PABD, PACD, PBCD ヲ得而シテ是等錐體ト原體ノ體積ノ比ハ其頂點ヨリ對面ニ下シタル垂線卽チ高サノ比ニ等シ

例ヘバ

$$\frac{\text{錐體}\,PBCD}{\text{錐體}\,ABCD}=\frac{PO'}{AO}$$

而シテ $\frac{PO'}{AO}$ ナル比ハ又 $\frac{PA'}{AA'}$ ナル比ニ等シVヲ原錐體トスレバ

$$\frac{PBCD}{V}=\frac{PA'}{AA'}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

同様ニ

$$\frac{PACD}{V}=\frac{PB'}{BB'}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\frac{PABD}{V}=\frac{PC'}{CC'}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$$\frac{PABC}{V}=\frac{PD'}{DD'}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

上ノ等式ヲ邊々相加ヘ左邊ハ分母ヲ共通シ且ツ分子ノ和ハ即チ原錐體Vトナルコトヲ注意セバ

$$\frac{PA'}{AA'}+\frac{PB'}{BB'}+\frac{PC'}{CC'}+\frac{PD'}{DD'}=1$$

ナルコト明ナリ

19. 公式ヲ用ヰテ容易ニ算出スルコトヲ得ベシ

20. 今一般ニ錐體トシテ證明セン

與ヘラレタル錐體SABC…ヲ底面ニ平行スル平面ヲ以テ截リ以テ生ズル所ノ第二ノ錐體SA′B′C′…ノ全面積ト原錐體ノ全面積トノ比ヲ $m:n$ ノ如クナラシムルコトヲ求ム

既ニ作圖シ得タリトセバ相似形ノ面積ニ關スル定理ヨリ

$$\frac{\triangle S'AB'}{\triangle SAB}=\frac{\triangle SB'C'}{\triangle SBC}=\frac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$$

$$=\frac{\text{底面}\,A'B'C'\cdots\cdots}{\text{底面}\,ABC\cdots\cdots\cdots}=\frac{\overline{A'B'}^2}{\overline{AB}^2}$$

$$=\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2}$$

$$\therefore\ \frac{\triangle SA'B'+\triangle SB'C'+\triangle\cdots}{\triangle SAB+\triangle SBC+\triangle\cdots}$$

$$\frac{\cdots\cdots\cdots+\text{底}\,A'B'C'\cdots}{\cdots\cdots\cdots+\text{底}\,ABC\cdots}$$

$$=\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2}=\frac{m}{n}$$

即 $\frac{\overline{SA'}^2}{\overline{SA}^2}=\frac{m}{n}$ ニ於テSA′ヲ求ムルコトヲ得ベシ

故ニ點A′ハ決定シ得是ニヨリテ點A′ヲ過ギ底面ニ平行スル平面ヲ引ク時ハ所求ノ平面ヲ得

21. 既ニ求ムル平面ヲ引キ得タリトシA′B′C′……ヲソレトセン然ルトキハ

$$\frac{\text{體積}\,SA'B'C'\cdots}{\text{體積}\,A'ABC\cdots}=\frac{m}{n}\ (\text{假定})$$

或ハ

$$\frac{\text{體積}\,SA'B'C'\cdots\cdots\cdots}{\text{體積}\,A'ABC\cdots+\text{體積}\,SA'B'C'\cdots}$$

$$=\frac{m}{m+n}$$

或ハ

$$\frac{\text{體積}\,SA'B'C'\cdots}{\text{體積}\,SABC\cdots}=\frac{m}{m+n}$$

相似形ノ體積ニ關スル定理ニヨリ

$$\frac{\text{體積}\,SA'B'C'\cdots}{\text{體積}\,SABC\cdots}=\frac{\overline{SA'}^3}{\overline{SA}^3}$$

$$\therefore\ \frac{\overline{SA'}^3}{\overline{SA}^3}=\frac{m}{m+n}$$

$$\therefore\ SA'=\sqrt[3]{\frac{m}{m+n}}\times SA$$

之ニヨリテSA′ヲ求ムルコトヲ得ベシ

依テ所求ノ平面ヲ引キ得ベシ

(注意) 一線ノ立方ノ他ノ直線ノ立方ニ於ケル比ガ二線ニ比例スル如ク始ノ直線ヲ作ルコトハ幾何學上ノ作法ニテハ解スルコト能ハズ

22. a,b,c ニテナレル矩形平行柱體ノ體積ヲ v トスレバ體積Vニ等シキ矩形平行柱體ノ各稜ハ

$$a\times\sqrt[3]{\frac{V}{v}},\ b\times\sqrt[3]{\frac{V}{v}},\ c\times\sqrt[3]{\frac{V}{v}}$$

ナリ

證明ヲ略ス

23. 體積ノ比ハ對應稜ノ立方,面積ノ比ハ對應稜ノ平方ニ比例スルコトヨリ容易ニ推究スルコトヲ得ベシ

24. 甲ノ半徑ヲR,高サヲH乙ノ半徑ヲ r,高サヲ h トスレバ

假設ニヨリ其傍面積相等シキヲ以テ

$$2\pi RH=2\pi rh$$

或ハ

$$RH=rh$$

又體積ハ $\pi R^2H,\pi r^2h$ ナルヲ以テ其比ハ

$$\frac{\pi R^2H}{\pi r^2h}=\frac{RH.R}{rh.r}=\frac{R}{r}$$

即チ半徑ノ比ニ等シ

25. ABヲR,BCヲ r トスレバBCヲ軸トシテ廻轉スル圓柱體ノ體積ハ半徑ABナルヲ以テ

$$\pi R^2r=a\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

又ABヲ軸トシテ廻轉スル圓柱體ノ體積ハ半徑BCナルヲ以テ

$$\pi r^2R=b\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

對角線ACハ

$$\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{R^2+r^3}$$ ナリ

故ニ上ノ(1),(2)ヨリR,r ヲ求メ $\sqrt{R^2+r^2}$ ニ代入スレバ

$$AC=\sqrt{b\sqrt[3]{\frac{b}{3(\pi b)^2}}+a\sqrt[3]{\frac{a}{3(\pi a)^2}}}$$

26. 今傍面積ノ計算ノミヲ示サン他ハ類推セヨ

一邊ヲ a トスレバ底面ノ半徑ハ $\frac{a}{2}$ ナリ

故ニ傍面積 $=\frac{1}{2}\times 2\pi\times\frac{a}{2}\times a$

$$=\frac{1}{2}\pi a^2$$

第二章

球

1. 與ヘラレタル球ノ半徑AOヲRトシ與點Pヲ過グル平面ニテ球Oヲ截リ截面ノ半徑AO′=rヲ與ヘラレタル長サニ等シカラシメントス

Oヨリ截平面ニ垂線OO′ヲ作ル然ル時ハ　$R^2-r^2=OO'^2$

故ニOO′ハ定マレル長サナリ

故ニ本題ノ作法ハ

定長OO′ヲ半徑トスル球ヲ作リP點ヲ過ギ之ニ切スル平面ヲ作レバ是レ所求ノ平面ナリ

(**注意**) r>Rナルベカラザルコト明ナリ

2. 與點ト球ノ中心トヲ過グル平面ヲ作リ大圓ヲ決定シ次ニ平面幾何學第二編第一章4ヲ用ヰヨ

3. 所求ノ軌跡ハ球ナリ

平面幾何學第三編第五章例題24ヲ參照セヨ

4. 二球A,Bノ交リハ圓周ナルコトヲ證スルニアリ

何トナレバ此交リハA,Bヲ過グル或平面ニ依リテ二球ガ截ラレテ生ジタル二圓周上ノ共通點CガABノ周リニ廻轉シタルヨリ生ジタル圓周ニ他ナラザレバナリ

5. 球面上ノ一點Pヲ極トシ任意ニ「コムパス」ヲ開キABC圓ヲ畫キ「コムパス」ヲ以テAB,BC,CAノ三ツノ距離ヲ取リ紙面ニ此長サヲ各邊トスル三角形ヲ畫キ其外切圓ノ中心*i*ヲ決定スレバ*ai*直線ハABC圓ノ半徑AIニ他ナラズ

次ニ*a*點ヲ中心トシ初メ球面上ニ畫キタルABC圓ノ半徑APダケ「コムパス」ヲ開キ小弧ヲ畫キ*ai*ニ垂直ナル直線*pip*′ニ交ラシメAPIニ等シキ*api*三角形ヲ得終リニ*ap*ニ垂直ナル*ap*′直線ヲ作レバ球ノ直徑ナルPP′ニ等シキ*pp*′直線ヲ得

(**注意**) 球面ノ一部分ノミヲ有スルトキハ精密ナル結果ヲ得ルニハP點ヲ成ルベク此部分ノ中央ニ取リ極距PAヲ成ルベク大キクトルヲ要ス

總ベテノ場合ニ於テ三點A,B,Cハ成ルベク等邊三角形ヲナスベク撰ブコト必要ナリ

6. 球ノ中心Oヲ過ギリABニ直交スル平面Pヲ作リABトCニ於テ交リ球ト大圓EDFニ交ルトスCヨリ大圓EDFニ切線CDEヲ作リ此CDトABトヲ含ム平面ヲ作ラバ此レ所求ノ平面ナリ何トナレバ球半徑ODヲ作レバODハ大圓EDFノ半徑ナルヲ以テ切線CDトDニテ直交ス卽チ面Ωハ點Dニテ球半徑ODニ直交ス故ニ面Ωハ切平面ナリ

7. AC, CD, DBハ球半徑AOト等シ

故ニ　EF=球半徑R

故ニ　CDノ廻轉ヨリ生ズル球帶ノ面積ハ(定理7)

$$2\pi R\times R=2\pi R^2$$

是レ球ノ面積$4\pi R^2$ノ半ニ當ル

偖ACDBガABノ周リニ廻轉シテ球ヲ生ズベキヲ以テCDヨリ生ズル球帶ノ面積ハ他ノ廻轉ヨリ生ズル二ツノ球帶ノ面積ノ和ニ等シ

8. BCヲ軸トシテ廻轉スルトキ梯形BCED,三角形ADEヨリ生ズル體積ノ比ヲ求ムルニアリ

三角形ノ高サAH及ビ梯形ノ對角線BEヲ作ルトキハ梯形ノ廻轉ヨリ生ズル體積ハ三角形BCE,BDEニヨリテ生ズル體積ノ和ニ等シキコト明ナリ

$$\text{體積}\,BCE=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{AH}{2}\right)^2\times BC$$

$$=\frac{1}{12}\pi\overline{AH}^2.BC\cdots(1)$$

又　$$\text{體積}\,BDE=\frac{2}{3}\pi\left(\frac{AH}{2}\right)^2\times DE$$

$$=\frac{2}{3}\pi\left(\frac{AH}{2}\right)^2\times\frac{BC}{2}$$

$$=\frac{1}{12}\pi\overline{AH}^2.BC\cdots(2)$$

(1)(2)ヲ邊々相加フレバ

$$\text{體積}\,BCED=\frac{1}{6}\pi\overline{AH}^2.BC\cdots(3)$$

然ルニ同ジ底邊BCヲ軸トシ三角形ABCヲ廻轉シテ生ズル所ノ體積ハ次ノ如シ

$$\text{體積}\,ABC=\frac{1}{3}\pi\overline{AH}^2.BC\cdots(4)$$

故ニ三角形ABCヨリ生ズル體積ハ梯形BCEDヨリ生ズル體積ニ二倍セリ卽チ廻轉ニヨリテ三角形ADEガ生ズル所ノ體積ハ梯形BCEDガ生ズル所ノ體積ト互ニ等シキコトヲ知ルナリ

∴ 體積BCED=體積ADE

9. 梯形EABFノ廻轉ヨリ生ズル體積ヨリ梯形FCAEノ廻轉ヨリ生ズル體積ヲ減ズレバヨシ

先ッAE, ADノ長サヲ見出サン

$$AE=DC+CF=\frac{a}{2}+a=\frac{3a}{2}$$

又 $AD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

倍體積CE

$$=\frac{1}{3}\pi . AD\times\left(\overline{AE}^2+\overline{CF}^2+AE.CF\right)$$

$$=\frac{\pi}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\left(\frac{9}{4}a^2+a^2+\frac{3}{2}a^2\right)$$

$$=\frac{\pi}{6}\cdot\frac{19\sqrt{3}}{4}\cdot a^3=\frac{19\sqrt{3}\,\pi a^3}{24}\cdots\cdots(1)$$

又體積BE

$$=\frac{1}{3}\pi\times A\times\left(\overline{AE}^2+\overline{BF}^2+AE.BF\right)$$

$$=\frac{1}{3}\pi\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\left(\frac{9}{4}a^2+4a^2+3a^2\right)$$

$$=\frac{\pi}{6}\cdot\frac{37\sqrt{3}}{4}\cdot a^3=\frac{37\sqrt{3}\,\pi a^3}{24}\cdots\cdots(2)$$

(2)ト(1)トノ差ヲトレバ

所求ノ體積$=\frac{18\sqrt{3}\pi a^3}{24}=\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{4}$

10. 球ノ半徑ヲRトスレバ他ノ廻轉體ノ底圓ノ半徑モ亦Rニシテ高サハ球ノ直徑ナル2Rニ等シ故ニ各ノ體積ノ比ハ

$$\frac{1}{3}\pi . R^2.(2R):\frac{4}{3}\pi R^3:\pi R^2.(2R)$$

或ハ $2\pi R^3:4\pi R^3:6\pi R^3$

$\therefore$ 1:2:3

11. 立方體ノ一稜ヲ求メン

$$=\sqrt[3]{3.375}=1.5\text{尺}$$

倍對角線ノ平方ハ一稜ノ三倍ニ等シ

故ニ　對角線ノ平方$=1.5^2\times3$

$\therefore$　對角線$=1.5\sqrt{3}$

對角線ノ中點ハ所求ノ球ノ中心ナリ

故ニ半徑 $=\frac{1.5}{2}\sqrt{3}$

球ノ表面積$=4\pi\left(\frac{1.5}{2}\sqrt{3}\right)^2$

$=6.75\pi$ 平方尺

12. 甲ノ半徑ヲR, 乙ノ半徑ヲrトスレバ假設ニヨリ

$$\frac{R^3}{r^3}=\frac{n}{m}$$

或ハ　$\frac{R}{r}=\sqrt[3]{\frac{n}{m}}$

倍表面積ノ比ハ

$\frac{R^2}{r^2}$ ニシテ卽チ $\sqrt[3]{\left(\frac{n}{m}\right)^2}$

36年度各學校入學試驗問題解

1. 本文40頁9ノ第三

2. 本文78頁5

3. 本文29頁6ノ1ノ場合ノ逆ナレバ轉換法ニヨリ證スルコトヲ得

4. 本文3頁ノ例ノ特別ナル場合ナレバ之ヨリ容易ニ知ルコトヲ得

5. 第44圖ヲ見ヨ

切點A,Bニ於ケル直徑ヲAA′, BB′トシ A′B, AB′ヲ結ベバ切點ヲ過グルコト明ナリ

直三角形 A′AB, ABB′ ニ於テ

$\angle AA'B,=\angle BAB'$

ナルヲ以テ相似形ナリ

故ニ $BB':BA=BA:AA'$

或ハ $BB'.AA'=\overline{BA}^2$

6. 本文20頁11及ビ19頁7ヲ參照セヨ

7. 本文32頁6

8. 本文40頁7

9. 第45圖ヲ見ヨ

既ニ作圖ガ出來タリトシAPニ等シクAC上ニADヲトリPDヲ結ブ然ル時ハ $\angle APD=\angle ADP$

且　$\angle ADP=\angle DPQ+\angle DQP$

或ハ　$\angle APD=\angle DPQ+\angle DQP$ ……………………(1)

但假定ニヨリ

$\angle APD+\angle DPQ=3\angle DQP$

或ハ　$\angle APD=3\angle DQP-\angle DPQ$ ……………………(2)

$\therefore$ $\angle DQP=\angle DPQ$

$\therefore$ $\angle APD=\angle ADP=2\angle DQP$ ……………………(3)

故ニ次ノ作法ヲ得

AP ニ等シクAC上ニADヲトリPDヲ結ビ∠ADPノ平分線DEヲ作リEDニ平行ニPQヲ引キACトノ交點ヲQトセバQハ所求ノ點ナリ

10. 第46圖ヲ見ヨ

此直三角形ノ高サ AD ヲ求メンニ

先ッ $BC=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$

次ニ　$AD.BC=AB.AC$ ナルヲ以テ

$$AD=\frac{20}{\sqrt{41}}$$

倍 BC ヲ軸トシ △ABC ヲ廻轉シテ生ズル體積ハ CAD,BAD ノ廻轉ヨリ生ズル二ノ圓錐體ノ和ニ等シキヲ以テ公式ニヨリ

$$\text{體積}=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{20}{\sqrt{41}}\right)^2\cdot\sqrt{41}$$

$$=\frac{418.8\times\sqrt{41}}{41}\text{立方尺}$$

小數二位迄計算スル時ハ

體積＝65.40立方尺トナル

次ニ(46圖ヲ見ヨ)此廻轉體ニ內接スル球ノ體積ヲ求メンニ先ヅ△ABCニ內容スル半圓ノ半徑OHヲ知ルヲ要ス之レ球ノ半徑ナレバナリ

然ルニ △CAB, △CHO ハ相似ナルヲ以テ

$$BC:CO=AB:OH$$

$$\therefore\ OH=\frac{CO.AB}{BC}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

然ルニ AO ハ ∠BAC ノ平分線ナルヲ以テ OC : OB＝AC : AB

或ハ

$$OC:OB+OC=AC:AC+AB$$

卽チ OC : BC＝AC : AC＋AB

與ヘラレタル數ヲ代入スレバ

$$OC:\sqrt{41}=5:4+5$$

$$\therefore\ OC=\frac{5\sqrt{41}}{9}\text{尺}\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2) ヲ (1) ニ代入シテ計算スレバ

$$OH=\frac{20}{9}\text{尺}$$

依テ球ノ體積ハ

$$V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{20}{9}\right)^3$$

計算ノ結果($\pi=3.1416$)

V＝15.97立方尺

11. 第47圖ヲ見ヨ

圓Oノ中心Oニ於テ直角ニ交ルOA,OB二直線ト任意ノ切線ABトノ交點ヲA,BトシA,Bヨリ圓ニ切線AC,BDヲ引キAC,BDガ平行ナルコトヲ證スルニアリ

OAノ延長ガBDト交ル點ヲDトス

偖 AB,AC ハ切線ナルヲ以テ

$$\angle OAC=\angle OAB$$

又 $\angle OBA=\angle OBD$

△BOA, △BOD ハ直三角形ナルヲ以テ ∠OBA ハ ∠OAB ノ餘角ナリ卽チ ∠OBA ハ ∠OAC ノ餘角ナリ而シテ ∠OBA ハ ∠ODB ノ餘角ナリ

故ニ $\angle ODB=\angle OAC$

故ニ BD//AC ナリ

12. 正多面體ハ五種アルノミ

正多面體ノ各面ハ正多角形ニシテ其多面體ノ多面角ヲ作ルニハ少クモ三面ヲ要ス

I. 最モ簡單ナル正多角形ハ等邊三角形ナリ今之ヲ三個組ミ合セバ一ノ多面角ヲナス而シテ此ノ如ク組ミ合ス時ハ正四面體ヲ得四個,五個組ミ合ス時ハ正八面體,正二十面體ヲ得六個以上組ミ合ハス時ハ多面角ハ四直角ニ等シキカ又ハ之ヨリ大トナル故ニ多面角ヲナス能ハズ

故ニ正三角形ヲ用ヰテ正多面體三種ヲ作ルコトヲ得

II. 正方形ヲ三個組ミ合ス時ハ一ノ多面角ヲナス之ニヨリ立方體ヲ作ルコトヲ得四個以上トナル時ハ多面角ヲ作リ得ズ

故ニ正方形ヲ用ヰテ正多面體ヲ一個作ルコトヲ得ルノミ

III. 正五角形ヲ三個組ミ合ス時ハ一ノ多面角ヲナス此ノ如クシテ正十二面體ヲ作ルコトヲ得四個以上ヲ用ヰル時ハ多面角ヲ作ルコト能ハズ

故ニ正五角形ヲ用ヰテ正多面體ヲ一個作ルコトヲ得ルノミ

IV. 正六角形以上ノ多角形ヲ三個組ミ合ハス時ハ多面角ヲナスコト能ハズ

[illegible]多面體ヲ作ルコト能ハズ

[illegible] 23 頁 8

[illegible] 66 頁 5

[illegible] 48 圖ヲ見ヨ

[illegible]點 M ヲトリ AM,CM ヲ

[illegible]ハ △ABM ハ △ABD ノ

[illegible]BM ハ △CBD ノ半ナル

[illegible]□ABCM ハ原四角形ノ

[illegible]シ

[illegible]過ギテ AC ニ平行ナル

[illegible]引キ AY ヲ結ブ

△AMC ト △AYC トハ底ト高サトヲ等シクスルヲ以テ相等シ故ニ之レニ ABC ヲ加ヘタル ABCY ハ ABCM ト相等シ然ルニ後者ハ原四角形ノ半ナリ故ニ前者モ亦原四角形ノ半ナリ

依テ作法ハ BD ノ中點 M ヨリ對角線 AC ニ平行ナル XY ヲ作リ AY ヲ結ベバヨシ

16. 第49圖ヲ見ヨ

PQ,BP,BQ ヲ引ケ然ル時ハ

∠AXB ハ ∠XAB ノ餘角

∠ABP ハ ∠XAB ノ餘角

$$\therefore\ \angle AXB=\angle ABP=\angle AQP$$

而シテ ∠AQP ハ四邊形 XPQY ノ外角ニシテ內對角 ∠AXB ニ等シ故ニ X,P,Q,Y 四點ヲ過ギ圓ヲ畫クコトヲ得然ル時ハ ∠XPY ト ∠XQY トハ其圓ノ同ジ弓形內ノ角ナルヲ以テ相等シ卽チ

$$\angle XPY=\angle XQY$$

17. 第50圖ヲ見ヨ

Cヲ過ギル定圓ノ中心ヲ O トシ C ヲ過ギリコノ圓ニ直徑CDヲ作リ QD ヲ結ブ

又中心 C ナル定圓ニ引ケル切線 PQ ノ切點ヲ T トスレバ兩三角形 CPT,CDQ ニ於テ

$$\angle CPT=\angle CDQ$$

又 $\angle CTP=\angle CQD=$直角

故ニ此兩三角形ハ相似ニシテ

$CP : CT = CD : CQ$

$\therefore \quad CP \times CQ = CT \times CD$

然ルニ CT ハ中心 C ナル定圓ノ半徑ナルチ以テ一定ナリ又 CD ハ C チ過ギル定圓ノ直徑ナルチ以テ一定ナリ故ニ $CT \times CD$ モ一定ナリ從テ $CP \times CQ$ モ亦一定ナリ

18. 略ス

19. 第 51 圖チ見ヨ

先ヅ此逆定理チ作ランニ

1. 長サ相等シキ二ツノ直線ノ他ノ直線ノ上ニ於ケル正射影ガ相等シケレバ二ツノ直線ハ互ニ平行ナリ

2. 平行ナル二ツノ直線ノ他ノ直線上ニ於ケル正射影ガ等シケレバ此二ツノ直線ハ相等シ

此二ツノ内 2 ハ眞ナルコトチ證シ得ルモ 1 ハ必シモ眞ナラズ何トナレバ等長ノ二直線 AB, CD ガ圖ノ如キ位置ニアリテ ∠BMN ガ ∠CNM ニ等シキ時ハ AB, CD ノ正射影 ab, cd ハ相等シ然レドモ AB, CD ハ ∠BMN, ∠CMN ガ直角トナラザル限リハ平行スルコト能ハズ

20. 本文 15 頁 11

21. 半徑 OT チ作ラバ OTP ハ直三角形トナル故ニ本文 52 頁 1 ヨリ容易ニ證明スルコトチ得

終