始

交流理論

電教社編

大石堂出版部

交流理論

電教社編

大石堂出版部

はしがき

本書は大阪公立工業學校數校の電氣科各專門敎諭三十名が，眞摯なる敎授研究の目的を以て組織する電敎社の編纂になる所のもので，工業學校電氣科用敎科書として凡ゆる角度より最新且つ合理的なることを目標としたものであります。今其の主なる點を擧ぐれば

一，敎科用として分量，內容，程度，廉價等に特に留意したこと。

一，發行に至る迄には過去數年間プリントを使用しこれに愼重なる訂正增補を加へたこと。

一，各章每に問題を豐富に挿入したこと。

一，電氣全科を十二冊の系統的連續發刊としたこと。

一，電敎社同人が孰れも經驗に富む實際敎授者であること。

等でありますが果してよく所期の效果を收め得るや尙反省硏鑽に努めて居ります。

幸に斯界諸賢の御批判と御指導を希つて他日一層の成果を期してゐる次第であります。

昭和十三年一月

電　敎　社

例言

1. 本書は二ケ年若しくは三ケ年修業程度の工業學校の教科書用として編纂した。
2. 分量を制限するために必要の程度少いものは省略した。
3. 各章に例題或ひは練習問題を附記し練習に便ならしめてゐる。殊に交流回路の章の終りには多數の練習問題を記してあり，卷末に三角函數表を附して交流回路の取扱ひを特に理解を深くする樣に努めた。
4. 出來るだけ難しい數式は用ひない樣にし，止むを得ず使用せる時は別に平易な説明を附加した

交流理論目次

第一章 正弦波交流

第二章 交流回路

第三章 交流の電力

第四章 多相式交流

第五章 歪形波

附 錄

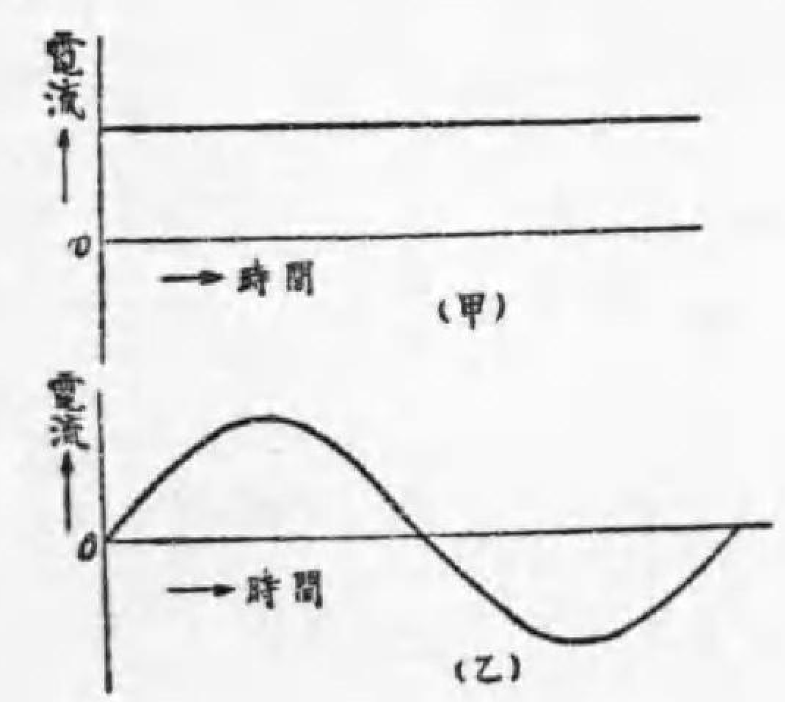
交流理論

第一章 正弦波交流

1. 直流と交流

今電池の陽極と陰極とを銅線で接續すると，常に一定の方向に電流が流れる。この様な電流を**直流** (Direct Current or D. C.) と云ふ。

さて柱時計の振子を見ると，中心より左右に動き中心からの隔りは時間と共に周期的に變化する，**交流** (Alternating Current) も電流の方向が或る一定の時間を置いて規則正しく反對となり，又其の大いさも一般に一定時間内で規則正しく刻々時々變化する様な電流を云ふ。



第 1 圖

第1圖 (甲) は直流，(乙)は交流を各々横軸に時間，從軸に電流をとつて表はしたるものなり。

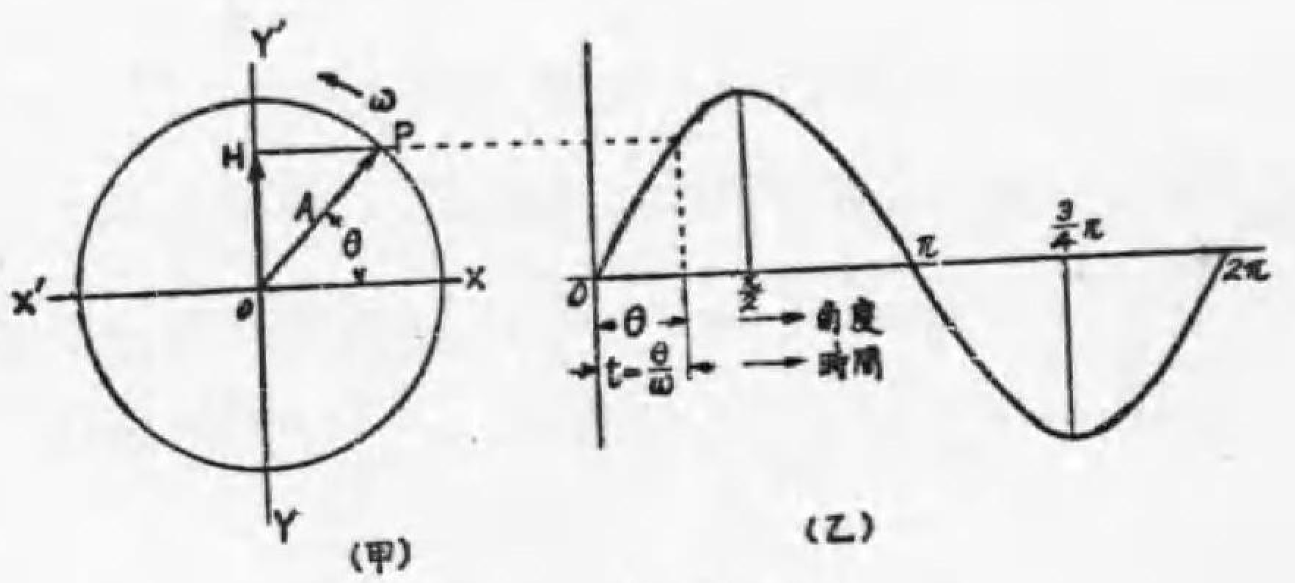
電流は起電力に從つて流れる故，交流を流すにはそれと同じ様な起電力即ちその大いさ及び方向が周期的に變化する起電力を加へなければならぬ。

斯る起電力を**交番起電力** (Alternating e. m. f.) と云ふ。又電池の起電力の様な方向一定の起電力を**直流起電力** (Direct Current

e. m. f.) と云ふ。

2. 正弦波曲線

第2圖（甲）に於いて長さ A なる直線 $\overline{OP}$ が O を中心として OX なる位置より反時計式に毎秒 ω ラヂアンの一定角速度で廻轉するものとす。然る時，直線 YOY' 上へ直線 $\overline{OP}$ の投影の長さは時々刻々その値を變化する。



第 2 圖

今任意の時刻迄に直線 $\overline{OP}$ が θ ラヂアンなる角だけ廻轉せりとすれば，$\theta=\omega t$ にしてその瞬時に於けるYOY'上への直線 $\overline{OP}$ の投影の長さを a とすれば

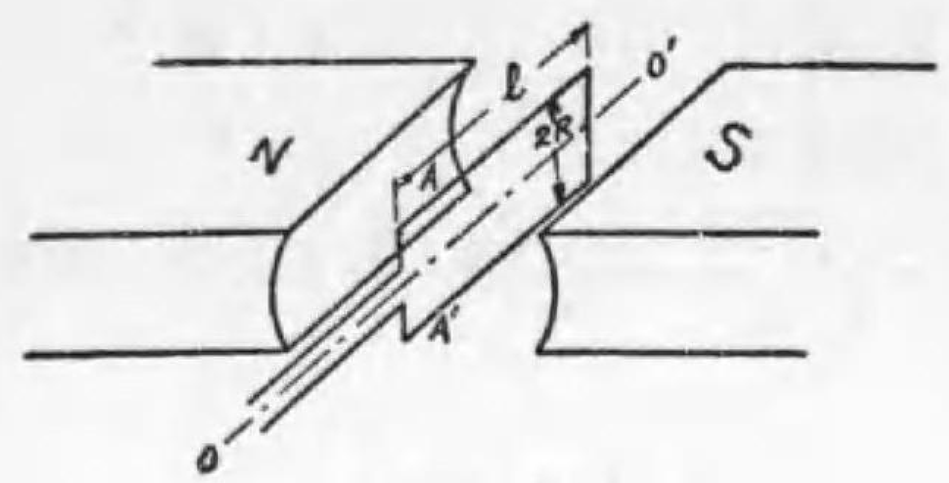
$$a=\overline{OH}=\overline{OP}\sin\theta=A\sin\omega t$$

即ち $a=A\sin\theta=A\sin\omega t$

上式をグラフに表はせば，第2圖（乙）の如くなる。これは 2π ラヂアン（360°）を周期として變化する曲線でこの曲線を**正弦曲線**

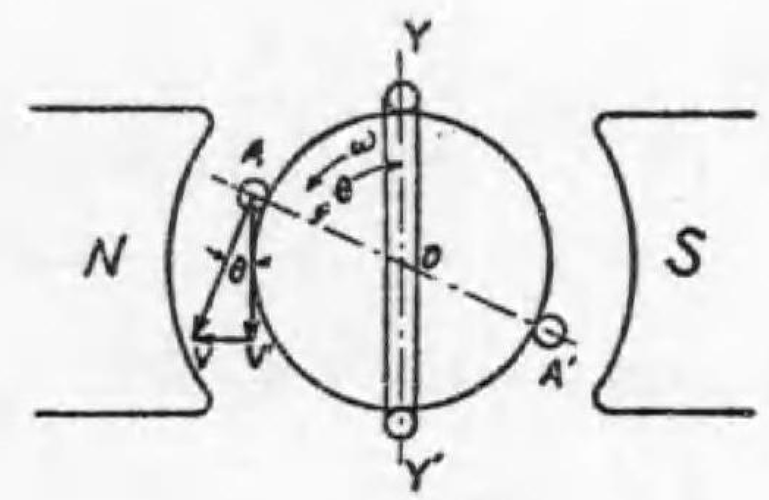
(Sine wave) と云ふ。

3. 正弦波起電力の發生



第 3 圖

第3圖の如きもので短形線輪を O O' 軸の圍りに廻轉すれば導體 A, A' は磁束を切つて起電力を發生する。



第 4 圖

線輪が磁場に直角な Y Y' 面の位置から ω なる一定角速度で廻轉を始め，t 秒後に第4圖の如き位置になりたりとすれば

$$\angle AOY=\theta=\omega t$$

である。

この時の圓周速度 V は ωR でそれを $\overline{AV}$ で示す，$\overline{AV}$ の方向に導體がある速度で移動する時實際有効に磁束を切るのはその速度の磁場に對して直角の分力のみである，この直角分力を $\overline{AV'}$ で表はせば

$$\overline{AV'}=\overline{AV}\cos(90^\circ-\theta)=V\sin\theta=V\sin\omega t$$

となる。

今磁場の強さを B とし，平等磁界とす。

第4圖の A の導體について考へると，導體に發生する起電力は磁束を切る割合に比例する故，l 糎なる長さの導體が毎秒 $V\sin\theta$ 糎/秒なる速度で磁束を直角に切るから，A なる導體は一秒間に l V. $\sin\theta$ 平方糎の面積を通る磁束を切ることゝなる。磁界の強さが B ガウスなる故一秒間に切る磁束は B. l. V. $\sin\theta$ となる。A′なる導體についても同樣に考へると結局線輪に起る全體の起電力は

$$e = 2Bl\ V\sin\theta \times 10^{-8}\text{ヴォルト}$$
$$= 2B\ l\ \omega R\sin\theta \times 10^{-8}\text{ヴォルト}$$
$$= (B \times 2Rl)\ \omega\sin\theta \times 10^{-8}\text{ヴォルト}$$

茲に $(B \times 2Rl)$ は全磁束にして，これを ϕ とすれば上式は

$$e = \omega\phi\sin\theta \times 10^{-8}\text{ヴォルト} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

(1)式は線輪一捲として計算した値なるも，N 捲の時は

$$e = \omega N\phi\sin\theta \times 10^{-8}\text{ヴォルト} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

なり。ω, N, ϕ, は定數なるを以て

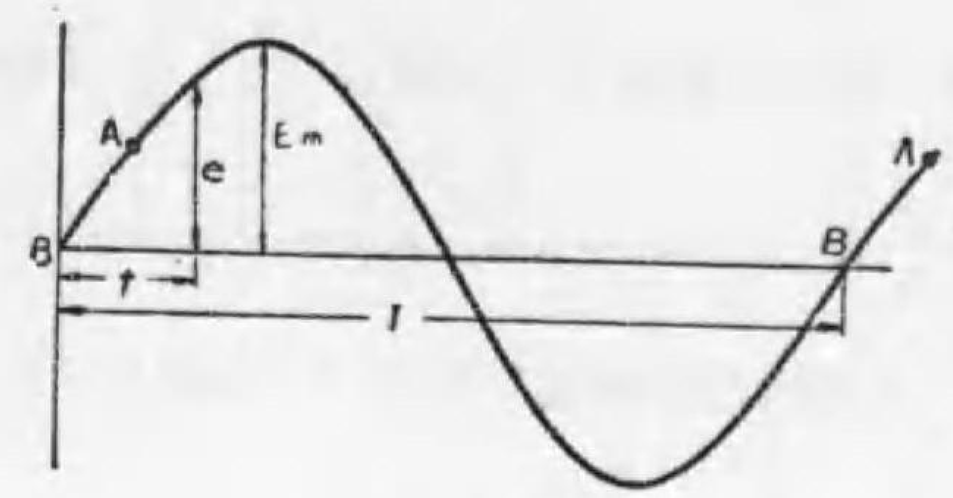
$\omega N\phi \times 10^{-8} = E_m$ とすれば

$$e = E_m\sin\theta\ \text{ヴォルト} = E_m\sin\omega t\ \text{ヴォルト} \cdots\cdots (3)$$

(3)式は磁束密度 B ガウスなる平等磁界内にて廻轉する線輪に誘導される起電力の一般式である。e は或る瞬時に於ける起電力の値で，是を**瞬時値** (Instantaneoue Value) と云ひ，E_m を起電力の**最大値** (Maximum Value) と云ふ。

(5)式を圖示すると第5圖の如くなる。

交番起電力及交流の一波形の變化を**周波** (Cycle)，一周波の變化



第 5 圖

に要する時間（秒）を**周期** (Period)，一秒時中に生ずる周波の數を**周波數** (Frequency) と云ふ，周波數を f，周期を T とすれば

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}\text{秒} \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

從つて

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\ \text{ラヂアン/秒} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$\theta = \omega t = 2\pi ft\ \text{ラヂアン} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

故に (2) 式にて表はされた電壓の瞬時値は

$$e = E_m\sin\theta = E_m\sin\omega t = E_m\sin 2\pi ft \cdots\cdots (6)$$

(6) 式の ωt の値が零から 2π (360°) 迄即ち一廻轉で一周波を完成する。

二極交流發電機に於ては線輪の一廻轉毎に一周波の起電力を生ずる故に今線輪の毎秒の廻轉數 n とすれば一秒時中には

$$f = n$$

即ち n サイクルの起電力を發生する，四極の場合には線輪一廻轉につき二周波の起電力を生ずる故毎秒 n 廻轉する時は，f = 2n

サイクルの起電力を生ず。

一般に P 極の場合は線輪の一廻轉につき $\frac{P}{2}$ 周波を生ずる故に

$$f = \frac{P}{2} n \cdots\cdots(7)$$

なる關係あり。又線輪の廻轉數を毎分 N 廻轉とすれば

$$f = \frac{P}{2}, \frac{N}{60} = \frac{PN}{120} \cdots\cdots(8)$$

となる。

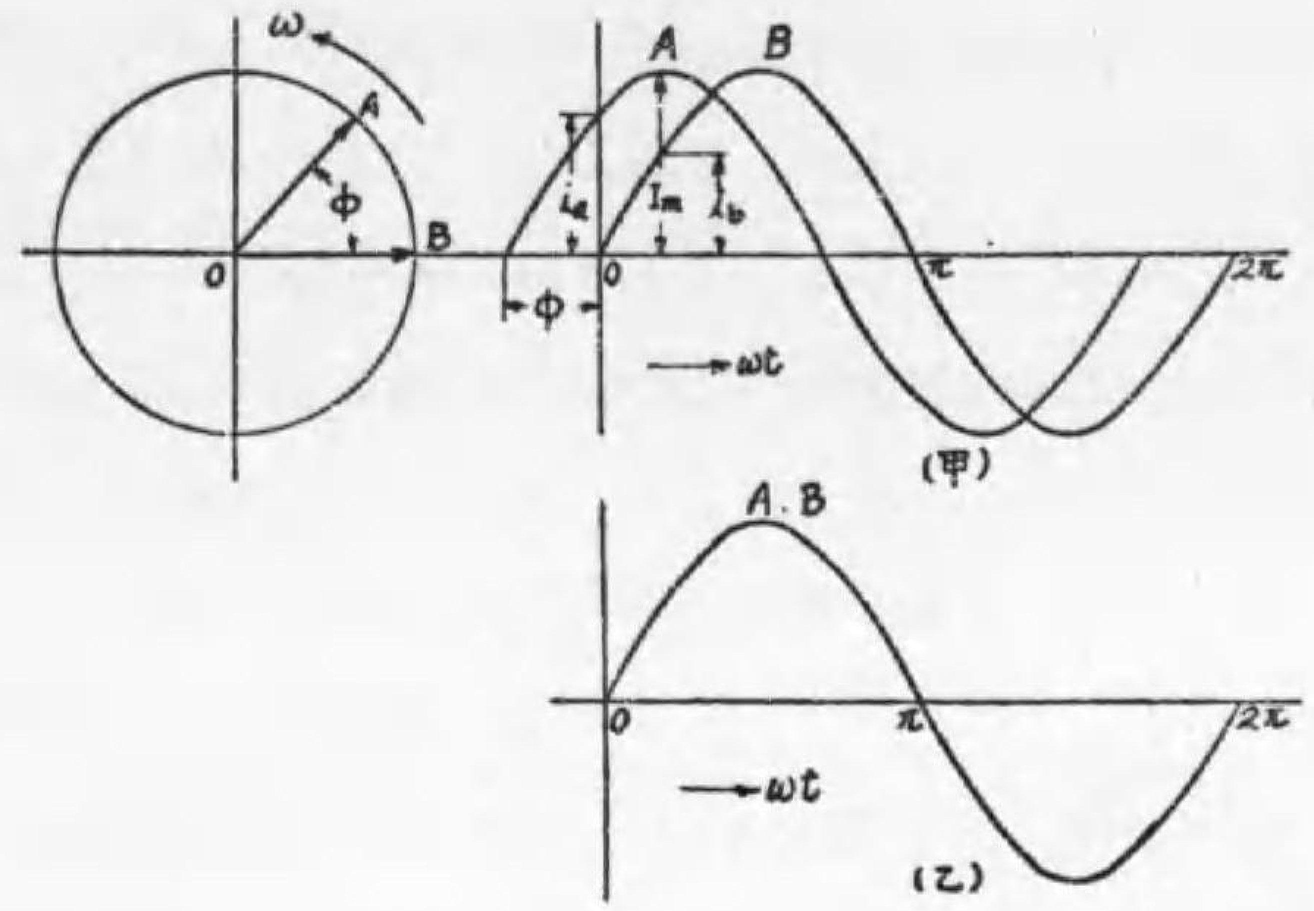
線輪が一對の磁極の下を通過する毎に一周波を發生する，然して電氣的には一周波を 360° (2π ラヂアン) として示す故に N極→S極→ N極の機械的角は 2π ラヂアン に相當する，故に P 極の交流發電機に於ける一廻轉は電氣角の πP ラヂアン或は 180P 度に相當する，交流理論に於ては角度は電氣角を使用する。

問 題

1. 周波數各25, 50, 60, サイクルなる正弦波の周期及角速度を求めよ。
   (答) 0.04秒 0.02秒 0.0166秒 50π 100π 120π
2. 4 極, 1800 R. P. M. (廻轉數/分) の交流發電機あり，その誘導起電力の周波數及線輪の角速度を求めよ。 (答) 60サイクル 120π
3. 50サイクル, 4 極の交流發電機あり，その廻轉數は毎分何廻轉か。
   (答) 1500廻轉

4. 位相及位相角

第 6 圖に示す様に同一最大値を持つ A, B, なる二つの正弦波交



第 6 圖

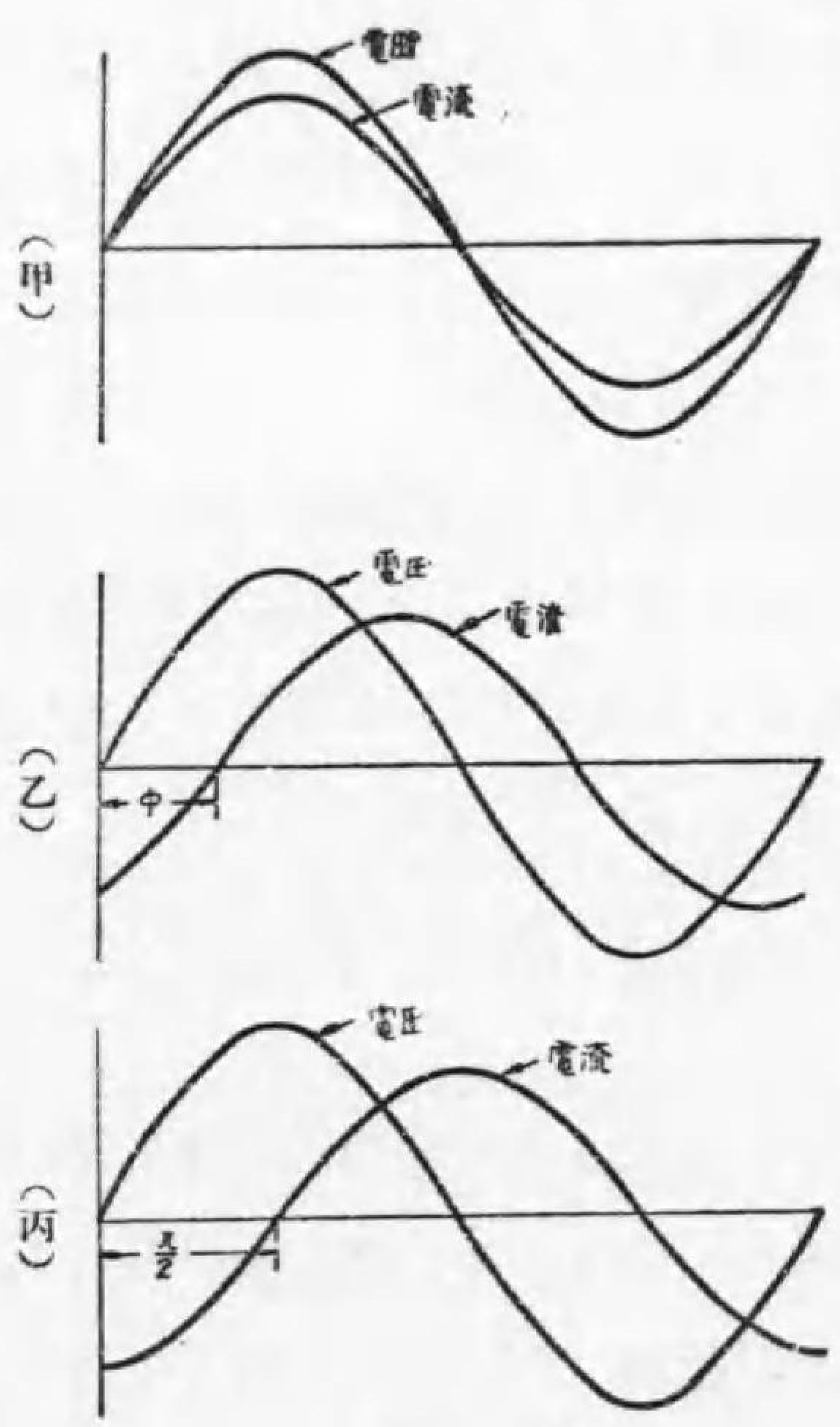
流あり，今 B 交流が零なる時刻に於ては A 交流は i_a なる値に達して居る，又 A が最大値 I_m の時は B は i_b の値で未だ最大値 I_m には達して居ない。この様に A なる交流が常に B 交流より先に或る値を取りそれから或る時間を徑てから B 交流は初めて A 交流の取つた値になる，換言すれば A 交流の時間的變化は常に B 交流の變化より進んで居る。

交流理論では此の B 交流の A 交流よりの時間的變化の遲れを時間で示さないで電氣角度で示すのである。故に第 6 圖の様な場合は A 交流は B 交流より角 Φ だけ**位相** (Phase) が進んで居り，又 B 交流は A 交流より角 Φ だけ位相が遲れて居ると云ふのである。

若し A, B 二交流の時間的變化が同じであれば卽ち A 交流零

の時刻に B 交流も零であり A 交流が最大の値に達した時刻に B 交流も亦同時に最大値に達すると云ふ様な場合は A, B 二交流は同**位相**（**略して同相**）(In-phase) であると云ひ圖で示せば第6圖(乙)に示す如く，A，B が重なる。以上は最大値の等しいものに就いて述べたが異なつた最大値を持つ二つ以上の交流に對しても同樣に云ふ事が出來る。

今最大値の違つた電壓と電流の場合を圖で示して見やう。



第 7 圖

第7圖（甲）は電壓が零の時には電流も亦零であり電壓が最大の時は電流も亦最大となるから電壓と電流とは同位相の場合であり，乙圖では電流の方が電壓の變化よりφだけ遲れてゐる。即ち電壓と電流とは角φだけ位相差のある場合であり又丙圖では電壓と電流との位相差は $\frac{\pi}{2}$ であつて電壓は電流より $\frac{\pi}{2}$ だけ位相が進んで居る場合である。

位相の差 (Phase difference) 即ち一方の位相が他方より進んで居るとか，又遲れて居るとか云ふのは，周波數の同じ交流及び交番

起電力の間でだけ意味があつて若し周波數が違ふ時は位相差も時々刻々變化するから何ら意味をもたないことになる。

問 題

1. 三つの回路あり，$E=\sqrt{2}\ 100 \sin \omega t$ なる交番起電力を加へたるに

(イ) $i_1=\sqrt{2}\ 20 \sin \omega t$

(ロ) $i_2=\sqrt{2}\ 20 \sin (\omega t-90°)$

(ハ) $i_3=\sqrt{2}\ 20 \sin (\omega t-30°)$

の電流が流れたと云ふ。電壓，電流の關係を波形で示せ。

5. 平均値及實效値

一般に交番起電力，及び交流の半周波間の各瞬間値の平均の値を**平均値** (Mean Value) と云ひ，正弦波交流及起電力では最大値 I_m 或は E_m と平均値 I_a, E_a の間には次の關係がある。

$$I_a=\frac{2}{\pi} I_m \quad 或は \quad E_a=\frac{2}{\pi} E_m \cdots\cdots\cdots (9)$$

ある交流をある導體に一定時間通した時に，その導體に同じ時間だけ1アンペアの直流を通じた時と同量の熱を發生したとすれば，その交流の**實效値** (Effective Value) は1アンペアであると云ひ，例へば實效値で5アンペアの交流が或る抵抗中を通る時，生ずる熱は直流5アムペアと同樣である。普通10アンペアとか，100 ヴォルトとか云ふのは其の實效値を云ふのであつて一般交流電壓計，電流計は其の實效値を指示する。

今ある抵抗に正弦波交流を通せし時を考ふるにその電力は

［（電流の瞬時値)^2 × 抵抗］の平均にして此の交流の實効値と等しき直流か流れる時の電力は

（實効値)^2 × 抵抗 である。

此の兩者は實効値の定義より考へて全く等しかる可きであるから

（實効値)^2 × 抵抗 ＝［（瞬時値)^2 ×（抵抗）］の平均

從つて實効値＝$\sqrt{(\text{瞬時値})^2 \text{ の平均}}$ となる。

以上の事は起電力及電壓に就きても同様なり。

故に實効値とは**瞬時値の自乘の平均の平方根** (Root-mean-square value) に等ししい。

此の様な定義から正弦波交流の最大値と其の實効値 I_m との關係を數理的に求めると次の關係か成立つ

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad I_m = \sqrt{2}\ I \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

同様にして

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \qquad E_m = \sqrt{2}\ E \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

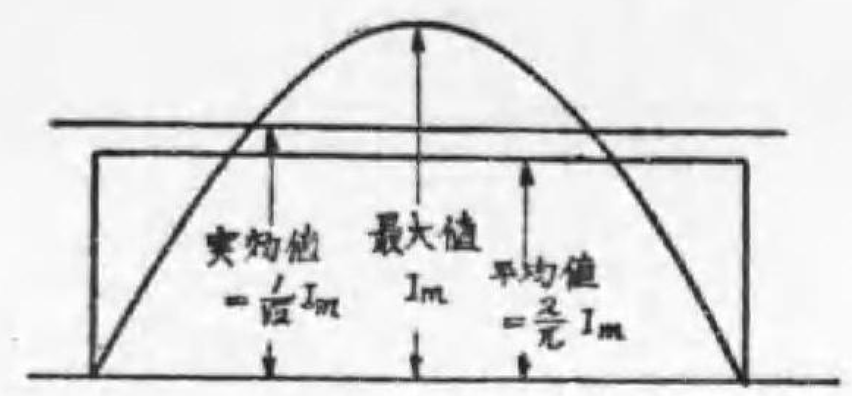
卽ち**正弦波交流量の實効値は最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ である。**

一般に實効値と平均値との比を**波形率** (Form-factor) といひ，最大値と實効値との比を**波高率** (Crest-factor) と云ふ。正弦波の場合には次の様な値になる

$$\text{波形率} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} I_m}{\frac{2}{\pi} I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \cdots\cdots\cdots (12)$$

$$\text{波形率} = \frac{I_m}{\frac{1}{\sqrt{2}} I_m} = \sqrt{2} = 1.414 \cdots\cdots\cdots (13)$$

最大値，實効値，平均値の間の關係は第 8 圖の通りである。



第 8 圖

問 題

1. 實効値 100ヴォルトの正弦波電壓の平均値及び最大値を求めよ。
（答） 平均値 90ヴォルト 最大値 141ヴォルト
2. 最大値 14.1アンペアの正弦波交流の實効値及び平均値を求めよ。
（答） 實効値 10アンペア 平均値 9 アンペア

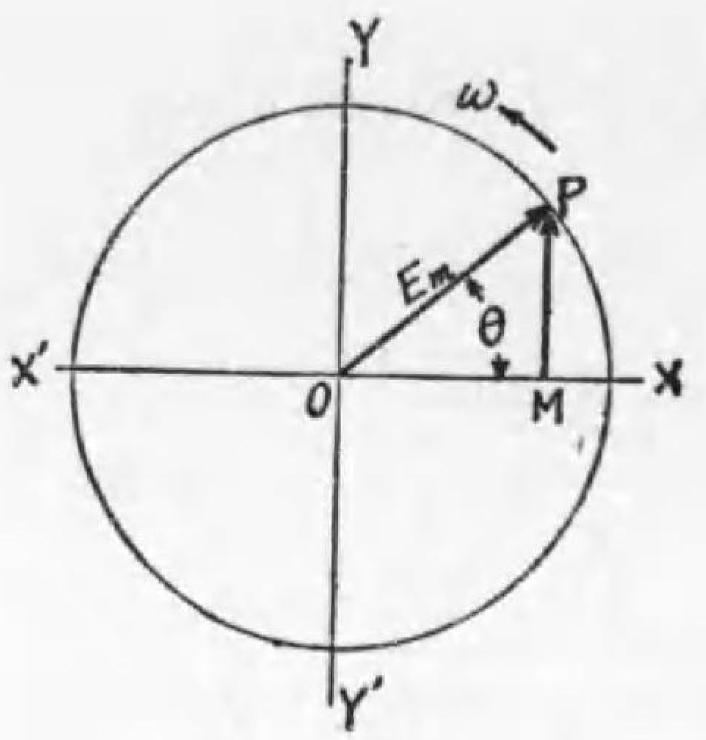
6. 正弦波交流のヴェクトル表示法並に其の取扱法

一般に大いさと方向とを有する量を**ヴェクトル量** (Vector quantity) と稱へ，直線の長さを以つて其の大いさを表はし，その一端に矢印を付けて方向を示すことにしてゐる。

$$e = E_m \sin \omega t$$

なる交番起電力は t 及び e を夫々横軸及び縱軸にとつて圖示すると正弦曲線となる。然し交流量の取扱に於いて ヴェクトル量として

行ふと甚だ便利である。



第 9 圖

第9圖に於いて電壓の最大値を半徑として圓を描き，その圓上の一點 P が時計の針の進む方向と反對の方向所謂反時計式に ω の一定角速度で廻轉するものとす。

P が X にある時を $t = O$ としその時刻から t 秒後卽ち P の位置に達した時を考へやう。

P 點から XX′ への垂線を PM とすると

$$\angle POM = \theta = \omega t$$

$$PM = OP \sin \theta = E_m \sin \omega t$$

なる故，PM の長さは t なる時刻の起電力を表はすことになる。OP は大いさと方向がある故一つのヴェクトルである。

第9圖は正弦波起電力をヴェクトルで示したものであるが正弦波交流についても同樣に表はされる。

次に $e_1 = E_{m1} \sin \omega t$

$e_2 = E_{m2} \sin (\omega t - \phi)$

なる二つの交番起電力の和をヴェクトルの和から求めて見ると次の如くなる。上述のことより，e_1 を OP_1 のヴェクトルで示せば e_2 のヴェクトルは OP_1 より ϕ の角度だけ遲れた OP_2 のヴェクトルで表はされる。P_1，P_2 から XX′ への垂線を夫々 $\overline{P_1M_1}$，$\overline{P_2M_2}$ とする

と　$e = e_1 + e_2 = \overline{P_1M_1} + \overline{P_2M_2}$

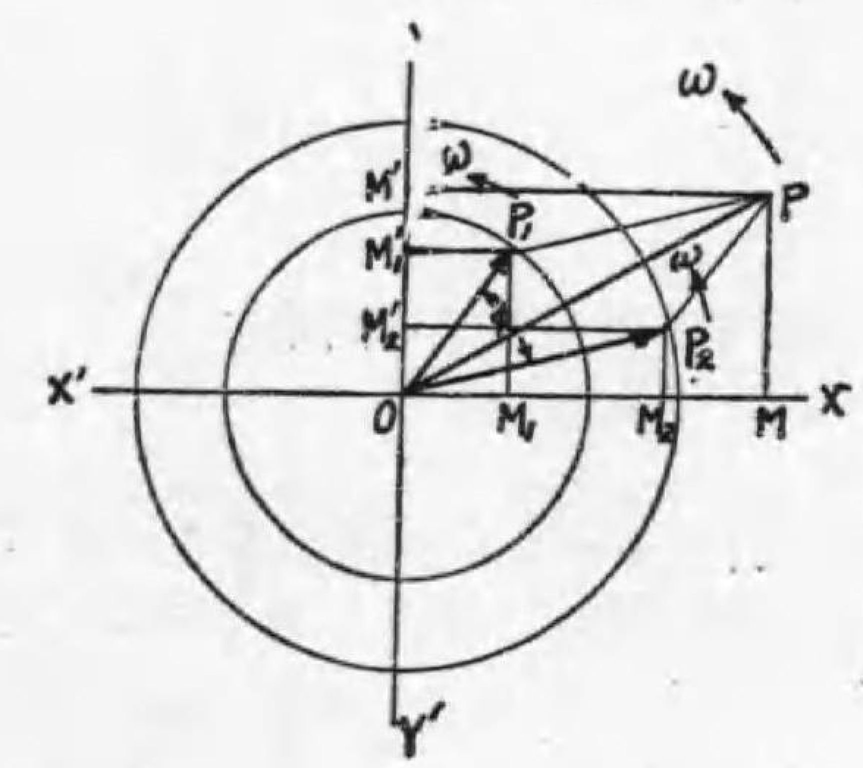
なる故 $\overline{P_1M_2}$ と $\overline{P_2M_2}$ の和に等しい垂線の長さを有するヴェクトルを求めれば合成起電力のヴェクトルを得られることを知る。

これが爲めには OP_1 と OP_2 を二邊とする平行四邊形を作り對角線 OP を求むればよいことゝなる。

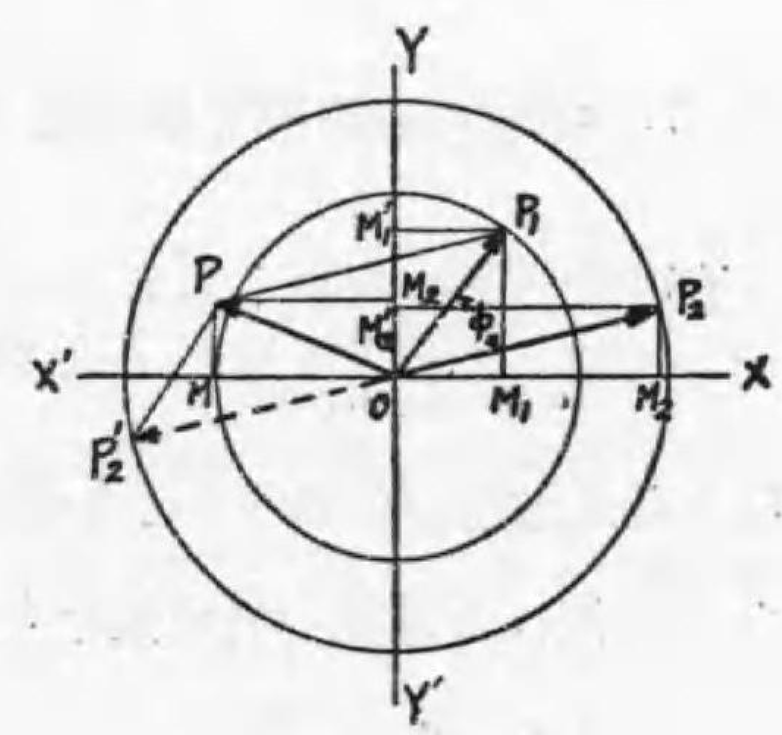
何となれば

$$\overline{OM_1}' + \overline{OM_2}' = \overline{P_1M_1} + \overline{P_2M_2} = \overline{OM'} = \overline{PM}$$

なればなり。



第 1 0 圖



第 1 1 圖

次に　$e_1 = E_{m1} \sin \omega t$

$e_2 = E_{m2} \sin \omega t$

の兩起電力の差

$$e = e_1 - e_2$$

をヴェクトル的に求めるには第11圖に示したる如く $\overline{OP_2}$ と大いさ等

しく方向反對のヴェクトル $\overline{OP_2}'$ を描き $\overline{OP_1}$ と $\overline{OP_2}'$ のヴェクトル和 $\overline{OP}$ を前述の方法で求むればよい。

電流の和及び差を求むるものも同樣である。今迄のヴェクトルは最大値で取扱ひたるも各ヴェクトルを描く時實効値に相當する長さで描けば合成のヴェクトルも實効値で得られる。

此處に注意すべきは，同一圖面上にヴェクトル圖の描けるのは各々の周波數が等しいことが必要なことである。

第二章　交流回路

7. 抵抗のみを有する回路

第12圖（甲）の如くRオームの抵抗のみを有する回路に

$$e = E_m \sin \omega t$$

なる交番起電力を加へると各瞬間に於てオームの法則が成立するからRを流れる電流の瞬時値を i とすれば

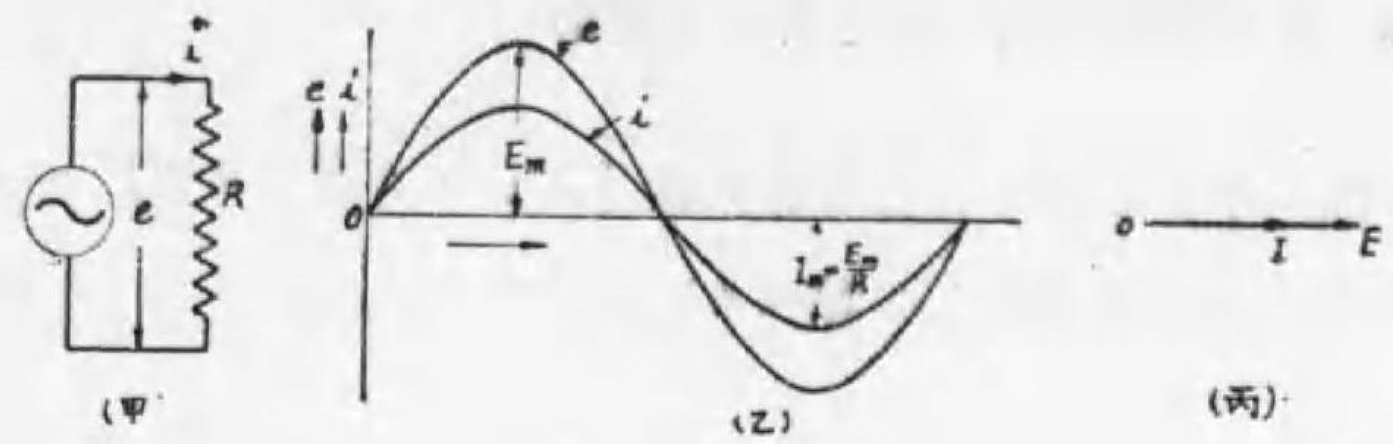
$$i = \frac{e}{R} = \frac{E_m}{R} \sin wt \quad \cdots\cdots (14)$$

即ち抵抗に正弦波電壓を與へれば之と同相なる正弦波交流が流れる。第12圖（乙）は之を示す。

(14)式より電流の最大値 I_m は

$$I_m = \frac{E_m}{R}$$

實効値で表せば



第12圖

$$I = \frac{E}{R} \quad \cdots\cdots (15)$$

$$E = IR \quad \cdots\cdots (16)$$

(15)式は，Rオームの抵抗に實効値Eヴォルトを加へた時流れる電流の實効値は $\frac{E}{R}$ アンペア，即ち電壓を抵抗で割つた値となる事を示す。

(16)式はRオームの抵抗に實効値Iアンペアの電流を流すに必要な電壓の實効値はIRヴォルト，即ち電流と電壓とを掛けた値となる事を示す。電壓，電流の關係をヴェクトル圖で示せば第12圖(丙)の樣になる。

問　題

1. 100ヴオルト，60サイクルの電源に20オームの抵抗を接續すれば何アンペアの電流が流れるか。又電壓電流のベクトル圖を描け。
2. 30オームの抵抗に7アンペアの電流を流すには何ヴオルトを要するか。

8. 自己誘導係數のみを有する回路

第13圖（甲）の如く自己誘導係數（インダクタンス）Lヘンリーなる回路（抵抗を省略して考へる）に

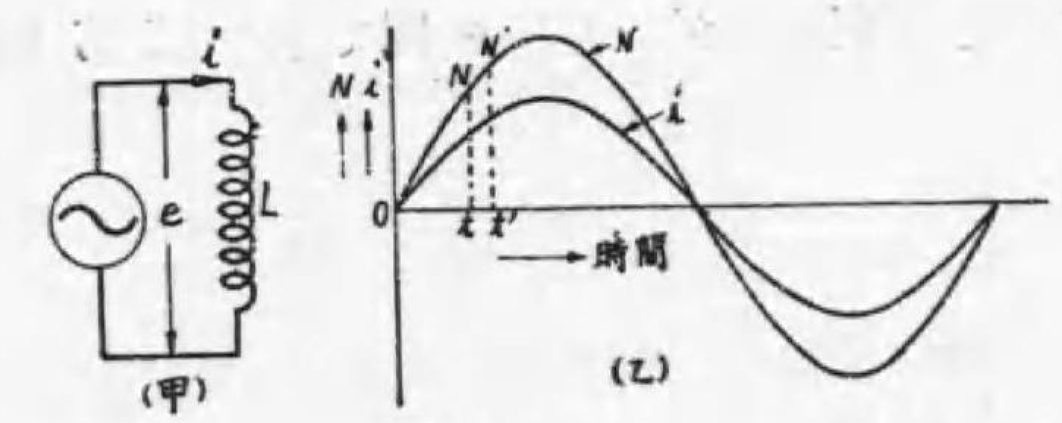
$$i = I_m \sin \omega t$$

なる交流が流れてゐるものとする，然る時はは時間と共に其の値が變化するから回路に自己誘導に依る逆起電力を發生する。この逆起電力の性質を與へて見る。

今tなる時刻に於ける**磁束鎖交數**（Flux interlinkage）即ち電流に依つて生ずる磁束とそれが輪線を貫通する捲線數との積の總和をNとすると，

$$N = Li \times 10^8 = LI_m \sin \omega t \times 10^8 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

即ち磁束鎖交數は電流と同相なる正弦波で第13圖（乙）の如し。



第 1 3 圖

tなる時刻から極僅か經過したt'なる時刻に於ける電流i'は

$$i' = I_m \sin \omega t'$$

從てt'に於ける磁束鎖交數N'は

$$N' = Li' \times 10^8 = LI_m \sin \omega t' \times 10^8$$

故に$t' - t$の間に磁束鎖交數は N' − N だけ變化するからこの間に於て發生する平均の逆起電力e''は

$$e'' = -\frac{N' - N}{t' - t} \times 10^{-8}$$

$$= -\frac{LI_m \sin \omega t' \times 10^8 - LI_m \sin \omega t \times 10^8}{t' - t} \times 10^{-8}$$

$$= -LI_m \frac{\sin \omega t' - \sin \omega t}{t' - t}$$

茲に負號を附けたのは逆起電力は電流が增加する時はその增加を妨げる方向に起り電流が減少する時は却て電流を增加せしむる方向に發生する事を表はしたものである。

e''は$t' - t$の間に發生した平均の逆起電力であるから或瞬間例へばtなる時刻に於ける起電力を求むる爲に上式を次の如く變形して考へる。

$$e'' = -LI_m \frac{\sin(\omega t' - \omega t + \omega t) - \sin \omega t}{t' - t}$$

$$= -LI_m \frac{\sin \omega(t'-t) + \cos \omega(t'-t) \sin \omega t - \sin \omega t}{t' - t}$$

第13圖（乙）のt'が次第にtに接近すれば N' は次第に N に接近してt'がtに從て N' が N に殆ど一致したとすれば，

$\cos \omega (t' - t) = 1$　（$\because$ $N' \doteqdot N$の時は$t' - t \doteqdot 0$ 從て $\cos \omega (t' - t) \doteqdot \cos 0° = 1$）

$$\frac{\sin \omega(t'-t)}{t' - t} = \omega$$

となり，時刻に於ける逆起電力e'は

$$e' = -\omega LI_m \cos \omega t$$

$$= \omega LI_m \sin(\omega t - 90°)$$

即ち逆起電力は電流より位相が90°遲れた正弦波である。從て自

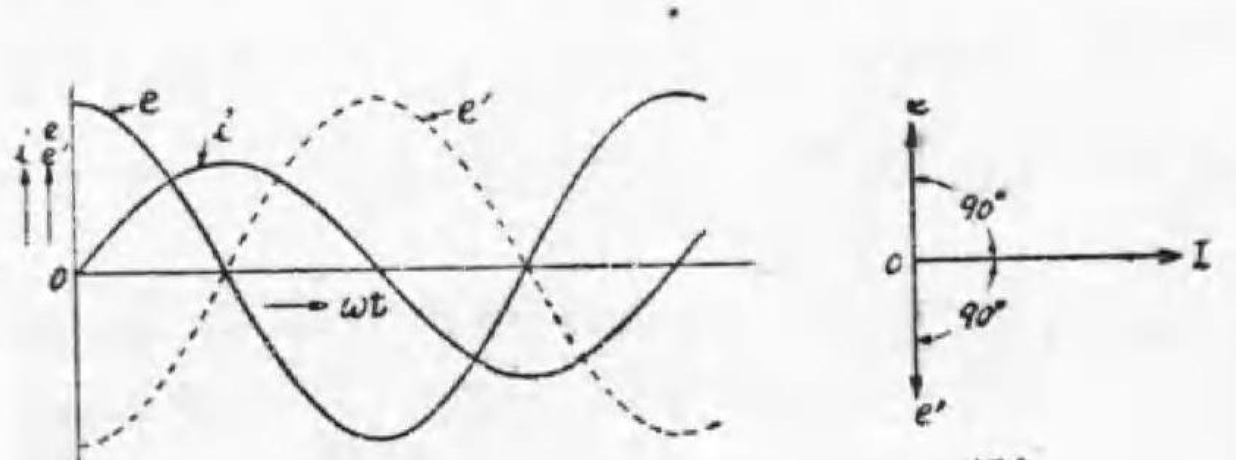
己誘導係數のみを有する回路に電流を流す爲にはこの逆起電力と各瞬間に於て大さ相等しく方向反對なる電壓換言すれば位相の180°進みたる電壓を供給すべきである。

此の供給電壓を e とすれば

$$e = -e' = -\omega L I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$= \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

供給電壓，電流，逆起電力を曲線で表はせば第14圖（甲）の如くなる。**即ち自己誘導係數のみを有する回路に於ては電流は供給電壓より90° 遲れる**。



（甲）　（乙）

第 1 4 圖

供給電壓の最大値を E_m とすれば上式より，

$$E_m = \omega L I_m$$

實効値で示せば

$$E = \omega L I = 2\pi f L I$$

$$X_L = 2\pi f L \quad \cdots\cdots(18)$$

とすれば

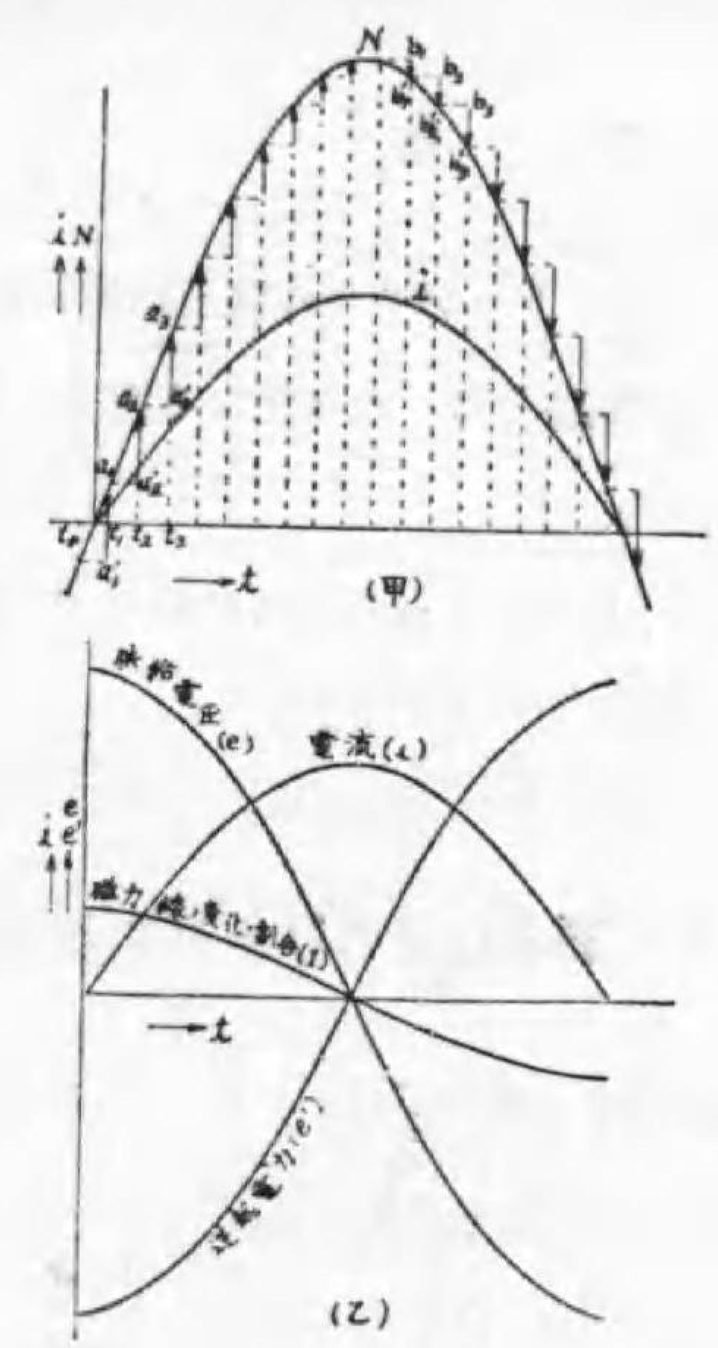
$$E = I X_L \quad \cdots\cdots(19)$$

$$I = \frac{E}{X_L} \quad \cdots\cdots(20)$$

(18)式に於ける X_L は**誘導リアクタンス** (Inductive reactance) と云ひ抵抗と同じく電流を制限するから單位をオームで表はす。尚 X_Lは(18)式に示す如く供給電壓の周波數fに比例して變化する。例へば Lの値が同一でも50サイクルの回路と60サイクルの回路とでは X_L の値は同一でない。

第14圖（乙）は供給電壓(E)，電流(I)，逆起電力(E')の關係を示すベクトル圖である。

さて，上述の如く自己誘導係數のみを有する回路に交番電壓を加へると，それより90°遲れて電流が流れるのであるが此の關係を他の方法で誘導して見やう。但しこの方法は說明の便宜上用ひたので，多少精確さを缺く點のある事は心に置いて頂き度い。


（甲）　（乙）

第 1 5 圖

第15圖（甲）に於いて i の電流が流れ，そのために線輪中にNの如き磁力線を生じたとする。

t_0 より t_1，t_1 より t_2 等の時間中の磁力線の增加は $a_1'\,a_1$，$a_2'\,a_2$ 等で

示され第15圖（乙）に曲線(1)として示してある。

然るに，線輪に生ずる逆起電力の大いさは磁力線の變化の割合に比例し，方向は電流の增減を妨げる如き方向なる故第15圖（乙）の曲線（1）及曲線 i より考へて（e'）の如き方向及大いさとなる。

i の電流が流れると e' の逆起電力が發生される故それと丁度大いさは等しく，方向反對の e なる電壓を供給すべきである。

問　題

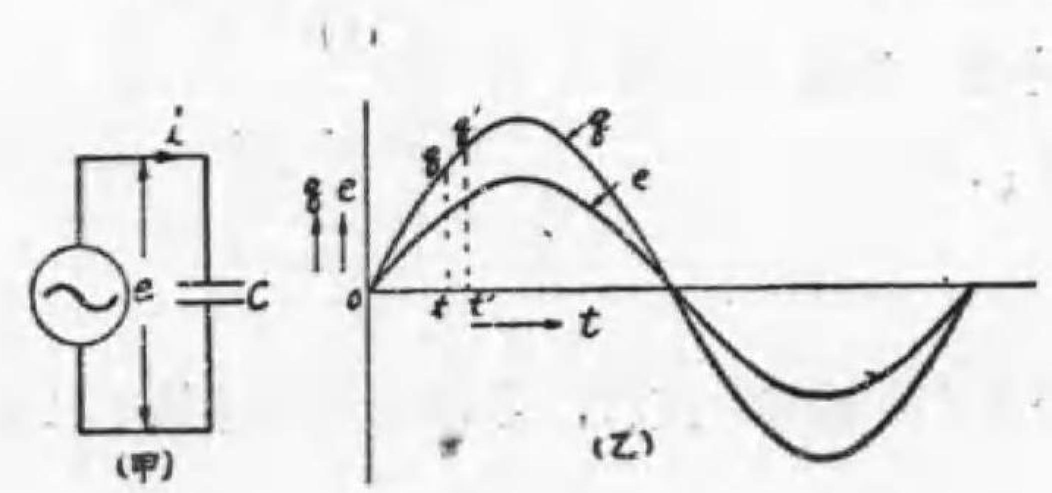
1. 100ミリヘンリーの自己誘導係數のみの回路に110ヴォルト，60サイクルの電壓を加へた時流れる電流を求め，且つ電壓，電流のベクトル圖を描け。
2. 0.01ヘンリーの回路に60サイクル，30アンペアの電流を流すに要する電壓は何ヴォルトか。

9. 靜電容量のみを有する回路

第16圖（甲）の如くCファラッドの靜電容量に

$$e = E_m \sin \omega t$$

なる電壓加へたとする，然る時は e は時間と共に其値を變化するから蓄電器に蓄積される電荷



第16圖

q も時々刻々變化し

$$q = CE_m \sin \omega t$$

從て q は e と同相で第16圖(乙)の樣になる。

今 t なる時刻から極僅か經過した t' なる時刻に於ける電壓 e' は

$$e' = E_m \sin \omega t$$

從て t' に於ける電荷 q' は

$$q' = Ce' = CE_m \sin \omega t'$$

故に $t'-t$ の間に移動した電荷は $q'-q$ なるを以て $t'-t$ の間に流れた電流の平均値 i' は

$$i' = \frac{q'-q}{t'-t} = \frac{CE_m \sin \omega t' - CE_m \sin \omega t}{t'-t}$$

$$= CE_m \frac{\sin \omega t' - \sin \omega t}{t'-t}$$

i' は $t'-t$ の間に流れた平均電流であるから或る瞬間例へば t なる時刻に於ける電流を求むる爲に上式を次の如く變形する。

$$i' = CE_m \frac{\sin (\omega t' - \omega t + \omega t) - \sin \omega t}{t'-t}$$

$$= CE_m \frac{\sin \omega(t'-t) \cos \omega t + \cos \omega(t'-t) \sin \omega t - \sin \omega t}{t'-t}$$

t' が次第に t に接近し從て q' が q に次第に接近して t' が t に從て q' が q に殆ど一致したとすれば

$$\cos \omega(t'-t) = 1$$

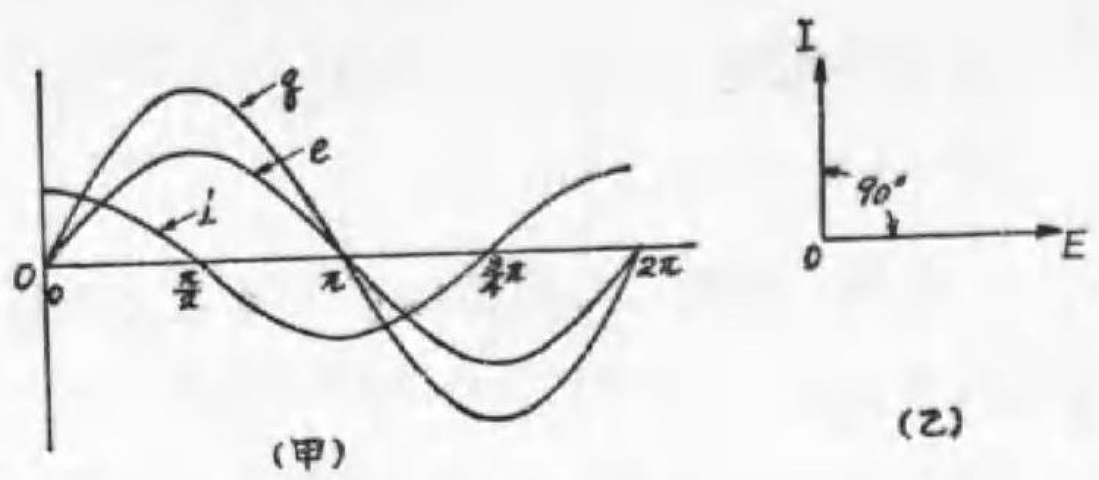
$$\frac{\sin \omega(t'-t)}{t'-t} = \omega$$

となり，時刻 t に於ける電流 i は

$$i = \omega CE_m \cos \omega t$$
$$= \omega CE_m \sin(\omega t + 90°)$$

即ち**蓄電器を流れる電流は電壓より 90° 位相の進んだ正弦波である**。之の電流を蓄電器の**充電々流**と云ふ。

第17圖(甲)は電壓，電荷電流の關係を示す曲線圖である。充電々流の最大値I_mは



第 1 7 圖

$$I_m = \omega CE_m$$

之を實効値で示せば

$$I = \omega CE = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}}$$

$$Xc = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \quad \text{.......................................(21)}$$

とすれば

$$I = \frac{E}{Xc} \quad \text{.......................................(22)}$$

$$E = IXc \quad \text{.......................................(23)}$$

第17圖（乙）は電壓，電流を示すヴェクトル圖である。

此の Xc を**容量リアクタンス** (Capacitive reactance) と云ひ R 及び X_L と同様電流を制限するから單位をオームで表はす。

容量リアクタンスは(21)式で分る様にその値は供給電壓の周波數に反比例する。

問　題

1. 100マイクロフアラツド(μF)の靜電容量に60サイクル，110ヴオルトの電壓を加へた時流れる充電電流を求め，且つ電壓と電流のベクトル圖を描け。
2. 靜電容量のみの回路に 500 ヴオルト，60サイクルを加へたるに 5 アンペア流れたと云ふ。容量リアクタンス及靜電容量を求む。

10. 自己誘導係數と抵抗とが直列なる回路

第18圖（甲）の如く R オームの抵抗と，L ヘンリーの自己誘導係數とが直列になつてゐる回路に周波數 f なる電壓 E ヴォルトを加へた時，此の回路に何程の電流が流れるかを考へんとするのであるが逆に此の回路に 1 アンペアの電流を流す爲には外部より何程の電壓を加ふべきかと云ふ事を考へても同一の結果を得る。

其處で R オームの抵抗に I アンペアの電流を流す爲には電流と同相なる

$$E_R = I \cdot R \text{ ヴォルト}$$

の電壓を要する。

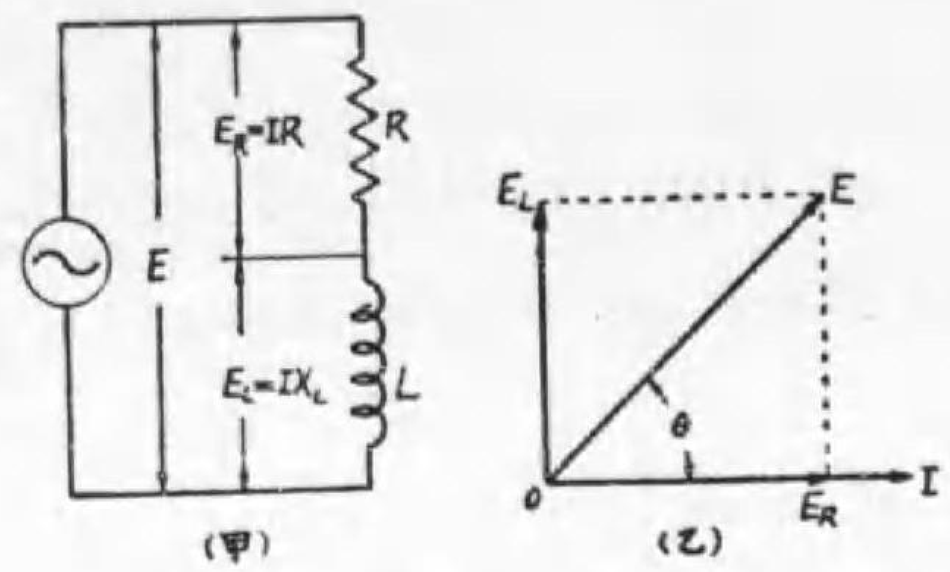
又Lヘンリーの誘導線輪に I アンペアを流す爲には電流より 90° 位相の進んだ

$$E_L = IX_L \text{ ヴォルト}$$

$(X_L = \omega L = 2\pi fL)$

の電壓を要する。

従て供給すべき電壓はE_RとE_Lとのヴェクトル和なるEとなる。此の關係を電流Iを基準として示せば第18圖(乙)の様になる。



第18圖

次にEの大さを求めて見ると，

$$E=\sqrt{E_R^2+E_L^2}=\sqrt{(IR)^2+(IX_L)^2}$$
$$=I\sqrt{R^2+X_L^2}$$

即ち　$E=I\sqrt{R^2+X_L^2}=I\cdot Z$

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{R^2+(2\pi fL)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

或は　$I=\dfrac{E}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\dfrac{E}{Z}$

又供給電壓Eと電流Iとの位相差をθとすれば

$$\tan\theta=\frac{E_L}{E_R}=\frac{IX_L}{IR}=\frac{X_L}{R}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{X_L}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

上式に於けるZを**インピーダンス**(Inpeadance)と云ひ單位はオームで表はす。

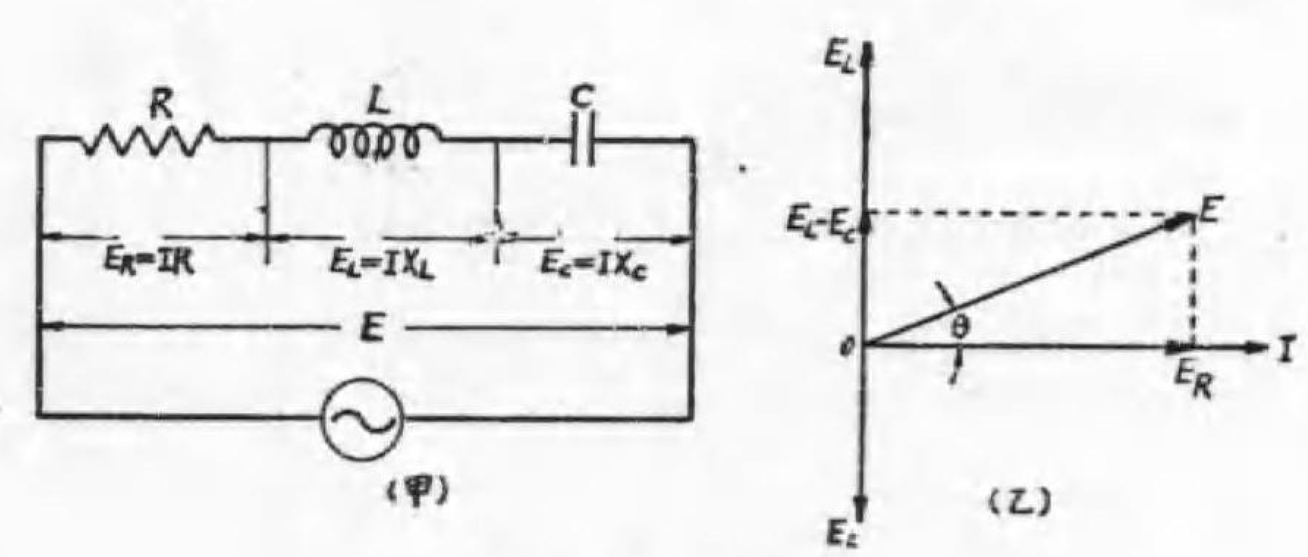
問　題

1. 抵抗3.2オーム自己誘導係數60ミリヘンリーの直列回路に50サイクル，110ヴォルトを加へた時此の回路のインピーダンス，流るる電流，位相差を計算し，且つベクトル圖を描け。
2. 抵抗10オーム，誘導リアクタンス15オームを直列に接續し，之に20アンペアの電流を通ずる爲には何ヴォルトを供給すべきか。

11.　抵抗と自己誘導係數及靜電容量が直列なる回路

第19圖（甲）の様に，Rオーム，Lヘンリー，及Cファラッドの靜電容量が直列なる回路にEヴォルト，fサイクルの電壓を加へた時何程の電流が流れるかを求めて見やう。

先づ前節同様此の回路にIアンペアの電流を流すには何程の電壓を必要とするかと云ふ事から考へる。



第19圖

Rオームの抵抗に打ち勝つてIアンペアを流す爲には電流と同相なる

$E_R = I \cdot R$ ヴォルト

を要し，Lヘンリーの線輪にIアンペアを流す爲には電流より90°位相の進んだ

$E_L = IX_L$ ヴォルト

を要し，Cファラッドの靜電容量にIアンペアを流すには電流より90°遅れた

$E_C = IX_C$ ヴォルト

を要す。

從て供給すべき電壓EはE_R，E_L及E_Cのヴェクトル和にして第19圖(乙)は電流を基準としたヴェクトル圖である。圖より明かなる如くE_LとE_Cとは位相差が180°，卽ち一直線をなし，方向が反對である今$E_L > E_C$とすればE_LとE_Cのベクトル和は$E_L - E_C$となり，之にE_Rをヴェクトル的に加ふれば供給電壓Eとなる。

圖よりEの大さを求めて見やう。

$$E = \sqrt{E_R^2 + (E_L - E_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2}$$
$$= I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

卽ち $E = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I \cdot Z$ ……………………(26)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fc}\right)^2} \quad \cdots\cdots(27)$$

或は $I = \dfrac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \dfrac{E}{Z}$ ……………………(28)

又供給電壓Eと電流Iの位相差θは

$$\tan\theta = \frac{E_L - E_C}{E_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X_L - X_C}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

(27)より此の回路のインピーダンスZは$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$となる位相差θは

$E_L > E_C$　從て $X_L > X_C$　或は $X_L - X_C > 0$

の時は正となり電壓が電流より進む。

$E_L < E_C$　從て $X_L < X_C$　或は $X_L - X_C < 0$

の時はθは負となる。これは電壓が電流より遅れる事を意味する。

$E_L = E_C$　從て $X_L = X_C$　或は $X_L - X_C = 0$

の時は電壓共振の場合にして次節で說明する。

問　題

1. 抵抗5オーム，自己誘導係數0.035ヘンリー，靜電容量650マイクロファラッドを直列にして110ヴォルト，60サイクルの電壓を加へた時流るる電流及び位相差を求む。

12. 電壓共振

抵抗Rオーム，自己誘導係數Lヘンリー，靜電容量Cファラッドの直列回路に於ける電壓，電流の關係は前節に述べた樣に

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fc}\right)^2}}$$

であつた。今誘導リアクタンスと容量リアタンクスに就てその性質を考へて見ると，

$X_L = 2\pi fL$

$$X_C=\frac{1}{2\pi fc}$$

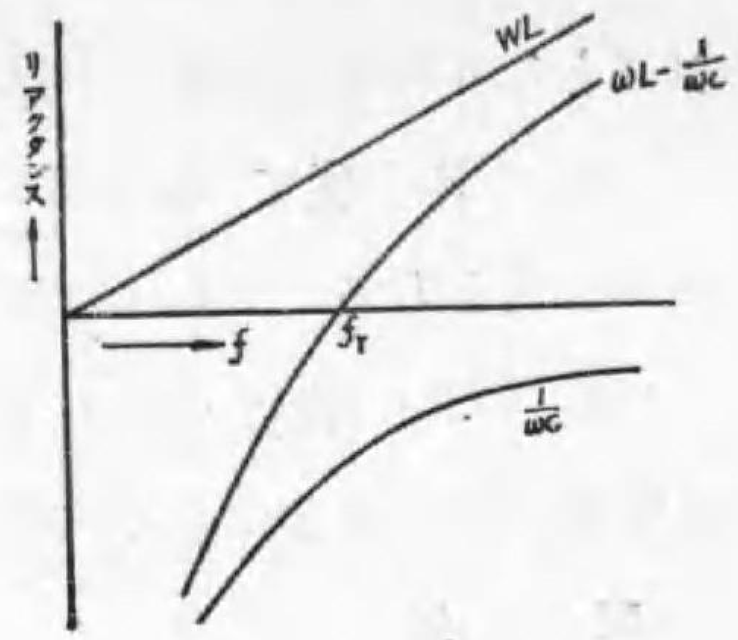
で明かな様に X_L は周波數 f に比例して其値が增加し，X_C は周波數に反比例して減少する。此の關係を圖示すると第20圖の如くなる。

圖に依つて分る様に周波數が f_T となると

$$X\ -X_C=2\pi f_T L$$

$$-\frac{1}{2\pi f_T c}=O$$

となつてリアクタンスの値が零となり，その周波數 f_T は上式より



第 2 0 圖

$$f_T=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \cdots\cdots\cdots(30)$$

となり，f_T を**共振周波數**と云ふ。

此の場合に流れる電流 I_T は $X_L-X_C=O$ であるから

$$I_T=\frac{E}{R}$$

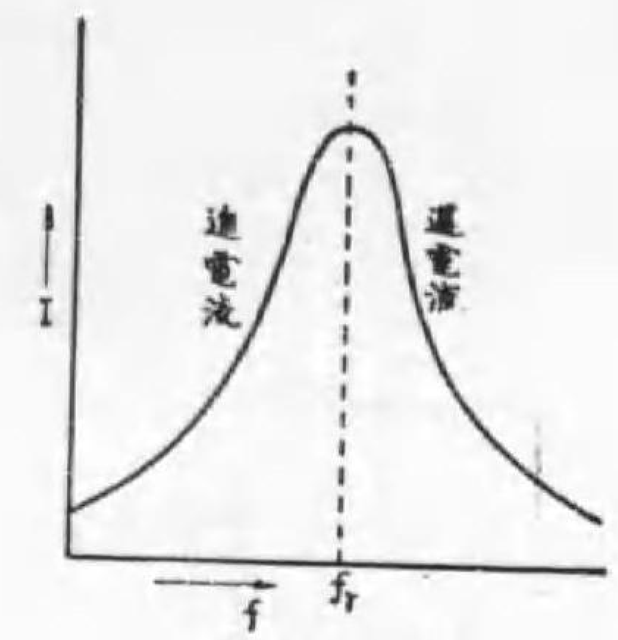
位相差は $\tan\theta=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{O}{R}=O$

從て $\theta=O$

となり，一定電壓の下にて電流（I_T）は最大となり，電壓と同相となる。此の様な場合を回路が**電壓共振又は直列共振**を起したと云ふ。

回路の R，L，C の値を一定として，供給電壓の周波數のみを變化した場合電流の變化を曲線に示すと，第21圖の樣になる。此の曲線を周波數變化の場合の**共振曲線**（Resonance Curve）と云ふ。

供給電壓の周波數 f が



第 2 1 圖

$f<f_T$ 從て $X_L-X_C<O$ なれば進電流

$f=f_T$ 從て $X_L-X_C=O$ なれば共振

$f>f_T$ 從て $X_L-X_C>O$ なれば遲電流

となり，前節の終に述べた事柄が茲で明確となる。

電壓共振の場合には，L 及 C の端子電壓 E_L，E_C は

$$E_L=E_C$$

$$E_L=I_T X=\frac{\omega L}{R}E$$

$$E_C=I_T X_C=\frac{1}{\omega CR}E$$

となり，$\frac{\omega L}{R}$ 或は $\frac{1}{\omega CR}$ が 1 より大なる程，換言すれば R が小なる程 E_L，E_C は供給電壓より大となる。

例題　誘導線輪あり，その抵抗 R＝2 オーム，自己誘導係數 L=0.1 ヘンリーにしてこれと直列に C＝100 マイクロファラッドなる蓄電器を直列にして 110 ヴォルトの電壓を加へた時の共振周波數，共振時の電流及び誘導線輪，靜電容量の各端子電壓を求む。

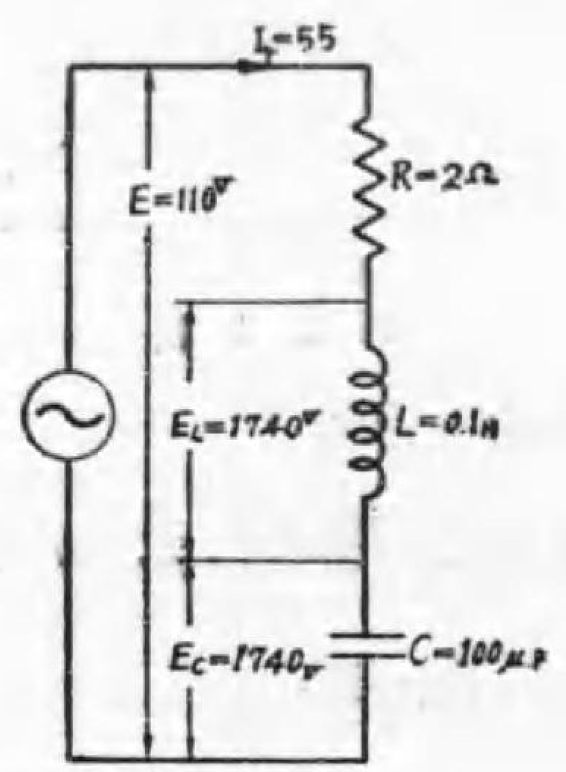
解　　共振周波數は公式より

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\times3.14\sqrt{0.1\times100\times10^{-6}}}$$

$$=\frac{\sqrt{10^5}}{2\times3.14}=50.3 \text{ サイクル}$$

共振時の電流 I_r は

$$I_r=\frac{E}{R}=\frac{100}{2}=55 \text{ アンペア}$$



第２２圖

誘導線輪の端子電壓 E　は

$$E_L=I_r\sqrt{R^2+X_L^2}=$$

$$55\times\sqrt{2^2+(2\times3.14\times50.3\times0.1)^2}$$

$$=55\times31.6=1740 \text{ ヴォルト}$$

靜電容量の端子電壓 E_C は

$$E_C=\frac{I}{\omega C}$$

$$=\frac{55}{2\times3.14\times50.3\times100\times10^{-6}}$$

$$=1740 \text{ ヴォルト}$$

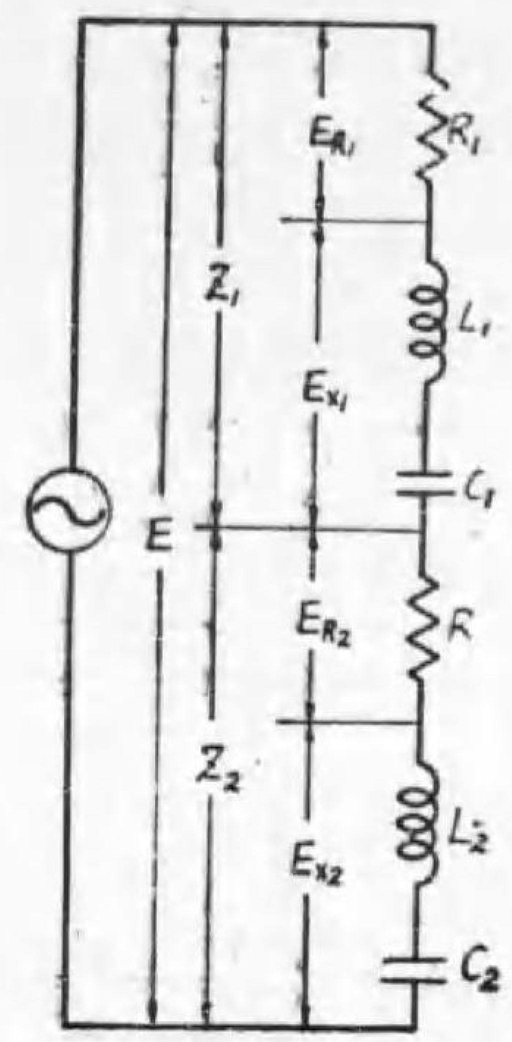
此の例で分る樣に電壓共振が起つた場合には僅か 110 ヴォルトを供給して誘導線輪及靜電容量の各端子には1740ヴォルトの高電壓を發生する。

13. 直列にあるインピーダンスの合成

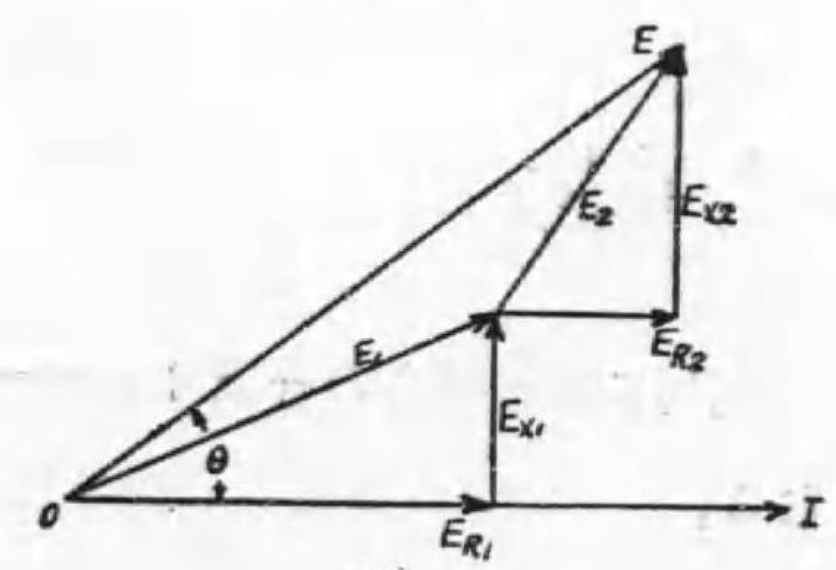
第23圖(甲)の樣に

$$Z^1=\sqrt{R_1^2+X_1^2}=\sqrt{R_1^2+(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1})^2}$$

$$Z_2=\sqrt{R_2^2+X_2^2}=\sqrt{R_2^2+(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2})^2}$$



(甲)



(乙)

第２３圖

なるインピーダンスを直列に接續してＩアンペアなる電流を流すには，R_1 及 R_2 の兩端に夫々 E_{R1} 及 E_{R2} なる大さで電流と同相なる電壓を要し，X_2 及 X_2 の兩端に夫々 E_{X1} 及 E_{X2} なる大さで電流より位相が 90° 進んだ電壓を要す，之を電流を基準としてヴェクトル圖を作れば第23圖(乙)の如く E_{R1} と E_{X1} の合成電壓 E_1 を求め，次に E_1 の先端より E_{R2} と E_{X2} の合成電壓 E_2 を求め，最後に E_1 と E_2 の合成の電壓Eはこの回路にＩアンペアを流すに必要な供給電壓となる。

圖よりＥの大さを求めて見る。

$$E=\sqrt{(E_{R1}+E_{R2})^2+(E_{X1}+E_{X2})^2}$$

$$E_{R1}=IR_1,\ E_{R2}=IR_2,\ E_{X1}=IX_1,\ E_{X2}=IX_2$$

であるから，上式に之を代入すれば，

$$E=I\sqrt{(R_1+R_2)^2+(X_1+X_2)^2}$$

$$=I\sqrt{(R_1+R_2)^2+\left\{\omega L_1+\omega L_2-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}\right)\right\}^2}$$

或は

$$I=\frac{E}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+\left\{\omega L_1+\omega L_2-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}\right)\right\}^2}}$$

$$Z=\frac{E}{I}=\sqrt{(R_1+R_2)^2+\left\{\omega L_1+\omega L_2-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}\right)\right\}^2}$$

位相差 θ は

$$\tan\theta=\frac{E_{X1}+E_{X2}}{E_{R1}+E_{R2}}=\frac{(\omega L_1+\omega L_2)-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_1+R_2}$$

或は

$$\theta=\tan^{-1}\frac{(\omega L_1+\omega L_2)-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_1+R_2}$$

一般に多數のインピーダンスが直列にある場合の合成インピーダンスZ，及位相差 θ は次の如くなる。

$$Z=\sqrt{(R_1+R_2+R_3\cdots\cdots)^2+\left\{(\omega L_1+\omega L_2+\omega L_3+\cdots)-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}+\frac{1}{\omega C_3}+\cdots\right)\right\}^2}\cdots(31)$$

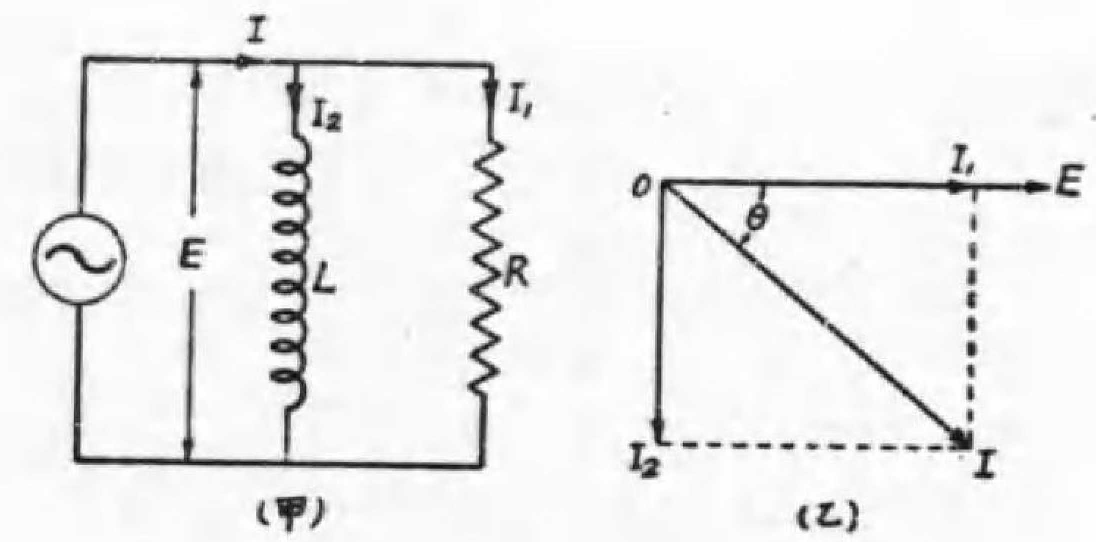
$$\theta=\tan^{-1}\frac{(\omega L_1+\omega L_2+\omega L_3+\cdots)-\left(\frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2}+\frac{1}{\omega C_3}+\cdots\right)}{R_1+R_2+R_3+\cdots\cdots\cdots}\cdots\cdots\cdots(32)$$

問題

抵抗2オーム，自己誘導係數0.1ヘンリーなる線輪と抵抗15オーム，自己誘導係數0.005ヘンリーなる線輪と靜電容量65マイクロファラッドとを全部直列に接續して60サイクル，210ヴオルトの電壓を加へた時流るる電流及び電流と供給電壓の相差を求めよ。

14. 抵抗と自己誘導係數とが並列にある回路

第24圖(甲)の様に，抵抗Rオーム，自己誘導係數Lヘンリーが並列にある回路にfサイクルEヴォルトの電壓を加ふれば，



第24圖

抵抗を流れる電流 I_1 は

$$I_1=\frac{E}{R}\text{ アンペア}$$

I_1 と E とは同相となる。

次に L を流れる電流を I_2 とすれば

$$I_2=\frac{E}{X_L}\text{ アンペア}$$

I_2 は E より 90° 位相が遲れる。

故に全電流 I は I_1 と I_2 とのヴェクトル和となる。第24圖（乙）は之の關係を示す。

$$I=\sqrt{I_1^2+I_2^2}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{X_L}\right)^2}$$

$$I=E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{X_L}\right)^2}\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$Z=\frac{E}{I}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

全電流 I と E との相差角を θ とすれば

$$\tan\theta=\frac{I_2}{I_1}=\frac{\frac{E}{X_L}}{\frac{E}{R}}=\frac{R}{X_L}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{R}{X_L}\cdots\cdots\cdots(34)$$

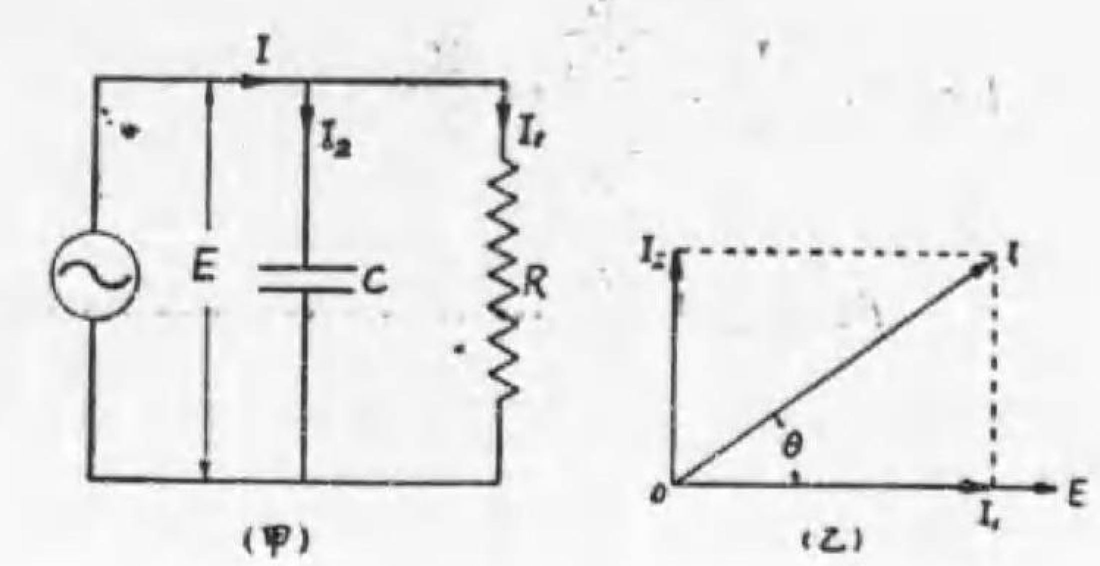
となる。

問　題

1. R=25オーム，X_L =42オームを並列に接續して110ヴォルトの電壓を加へた時流れる全電流及び電壓と電流の相差を求む。
2. 5 オームの抵抗と 3 オームの誘導リアクタンスを直列にした場合と並列にした場合のインピーダンスを計算せよ。

15. 抵抗と靜電容量を並列にしたる回路

第25圖(甲)の様に，R オームの抵抗と C フアラツドの靜電容量とが並列なる回路に f サイクル，E ヴォルトの電壓を加ふれば，



第 2 5 圖

R を流れる電流 I_1 は

$$I_1=\frac{E}{R}\ \text{アンペア}$$

I_1 と E とは同相。

次に靜電容量を流れる電流 I_2 は

$$I_2=\frac{E}{X_C}\ \text{アンペア}$$

I_2 は E より 90° 位相が進む。

全電流 I は I_1 と I_2 のヴェクトル和となる。之の關係を第25圖(乙)に示す。

$$I=\sqrt{I_1^2+I_2^2}$$
$$=\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{X_C}\right)^2}$$

$$I=E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{X_C}\right)^2}\cdots\cdots\cdots(35)$$

$$Z=\frac{E}{I}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

全電流 I と E との相差角を θ とすれば

$$\tan\theta = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{E}{X_C}}{\frac{E}{R}} = \frac{R}{X_C}$$

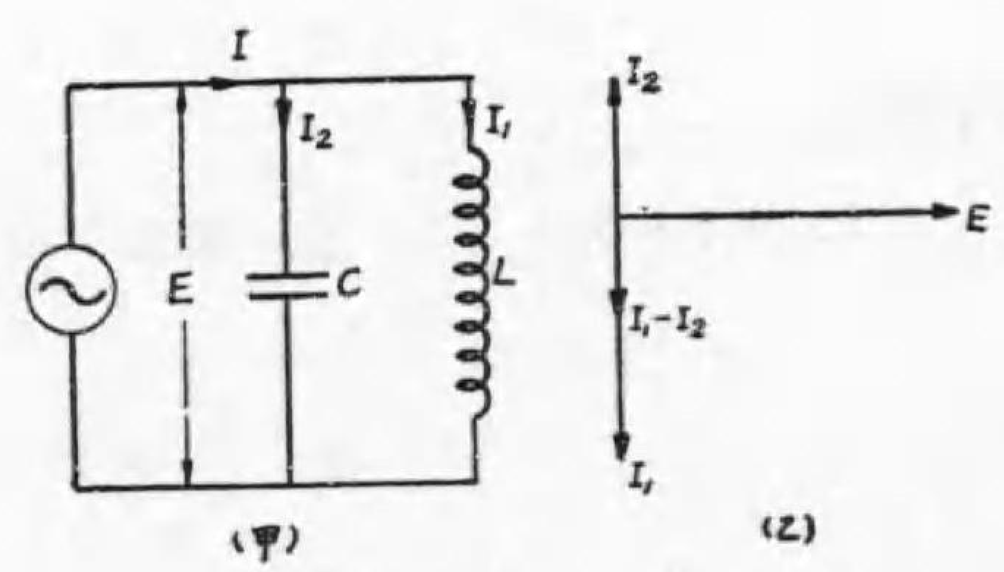
$$\theta = \tan^{-1}\frac{R}{X_C} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(36)$$

となる。

問　　題

1. $R=35$オーム，$X_C=20$ オームを並列に接續して100ヴォルトの電壓を加へた時，流るる全電流及び電壓と電流の相差を求む。

16. 電 流 共 振



第 2 6 圖

第26圖(甲)の様に，Lヘンリーの自己誘導係數とCファラッドの靜電容量とを並列に接續してEヴォルトの電壓を加ふれば，

Lを流れる電流I_1は

$$I_1 = \frac{E}{X_L}\ アンペア$$

I_1はEより90°位相が遲れる。

次にCを流れる電流I_2は

$$I_2 = \frac{E}{X_C}\ アンペア$$

I_2はEより90°位相が進む。

第26圖（乙）のヴェクトル圖で分る様に，I_1とI_2とは位相が180°即ち一直線をなす。從て全電流IはI_1とI_2のヴェクトル和で

$$I = I_1 - I_2 = E\left(\frac{I}{X_L} - \frac{I}{X_C}\right)$$

となり，EとIとの相差角は90°となる。

若し　$\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = 0$

$$X_L = X_C$$

$$2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

なる關係が成立すれば即ち，L，Cの値を一定として供給電壓の周波數を變化して $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ とした場合には誘導リアンクタンスと容量リアンクタンスの値が相等しくなり，

$$I_1 = I_2$$

$$I = 0$$

となる。かゝる狀態を回路が**電流共振或は並列共振**を起したと云ひ f_r を**共振周波數**と云ふ。

共振狀態は上述の如く供給電壓の周波數を變化して起す以外に供

給電壓の周波數は一定として置いて，L又はCの値を變化するか兩者を共に變化しても生ずるものである。

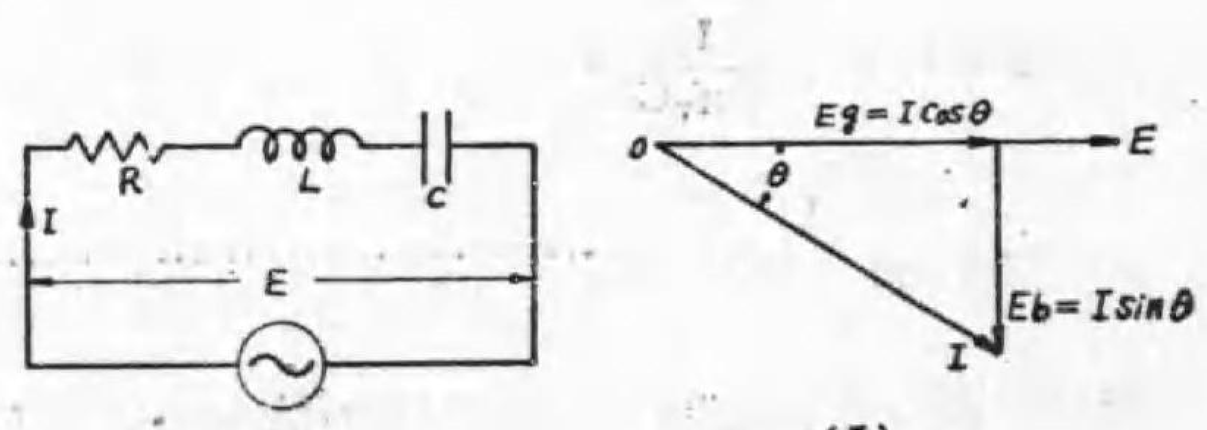
共振周波數は前述の電壓共振及電流共振とも同一の關係ある事に注意を要する。

問　題

1. C＝60マイクロフアラツドの靜電容量にLヘンリーの自己誘導係數を60サイクルの電源に並列に接續して共振を起さんとす。Lを何ヘンリーとすべきか。

17. アドミツタンス，コンダクタンス，サツセプタンス

一般にインピーダンスの逆數を**アドミツタンス** (Admittance) と云つて，之をYなる記號で表はし，複雜なる並列回路の計算に用ふると便利である。



(甲)　　(乙)

第27圖

今R, L, C なる一般的な直列回路を例にとつて考へて見るに，そのインピーダンスZは　$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$

便宜上　$X=X_L-X_C$

と置くと，

$$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{\sqrt{R^2+X^2}}=\frac{\sqrt{R^2+X^2}}{\sqrt{(R^2+X^2)^2}}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{R}{R^2+X^2}\right)^2+\left(\frac{X}{R^2+X^2}\right)^2}$$

此處で

$$\frac{R}{R^2+X^2}=\frac{R}{Z^2}=g$$

$$\frac{X}{R^2+X^2}=\frac{X}{Z^2}=b$$

と置きgを**コンダクタンス** (Conductance), b を**サツセプタンス** (Susceptance) と云つて Y, g, b の單位何れもモー (Mho) とする

從て　$Y=\sqrt{g^2+b^2}$ ……………………………………(38)

卽ちアドミツクタンスの二乘とサツセプタンスの二乘の和の平方根である。

供給電壓をE, 電流をIとすれば,

$$I=\frac{E}{Z}=E\cdot Y=E\sqrt{g^2+b^2} \quad \text{………………………(39)}$$

卽ち回路の電流は電壓にその回路のアドミツタンスを掛ける事に依つて求められる。

又第27圖（乙）の樣に，電流Iを電壓と同相なる部分卽ち $I\cos\theta$ と電流と直角なる部分卽ち$I\sin\theta$ とに分ちて考へれば

$$I\cos\theta=\frac{E}{Z}\cdot\frac{R}{Z}=E\cdot\frac{R}{Z^2}=E.\,g$$

$$I\sin\theta=\frac{E}{Z}\cdot\frac{X}{Z}=E\frac{X}{Z^2}=E.\,b.$$

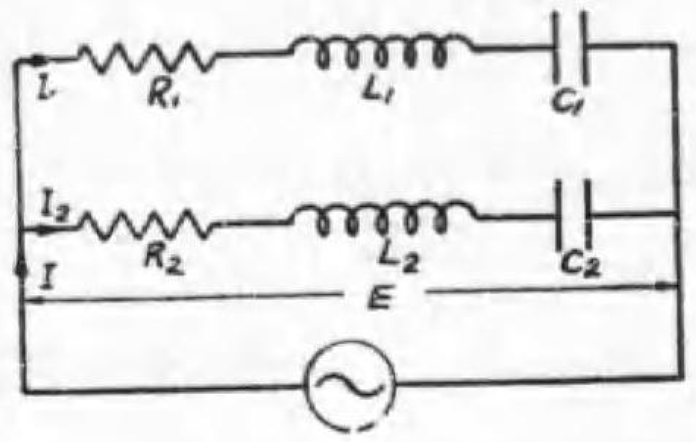
故に $I=\sqrt{(I\cos\theta)^2+(I\sin\theta)^2}=\sqrt{(E\cdot g)^2+(E\cdot b)^2}$

$$=E\sqrt{(g^2+b^2)}=E\cdot Y$$

なる關係がある。

18. 並列にあるインピーダンスの合成

第28圖の様な並列回路について，前節のアドミッタンスを用ひて解いて見る。



第28圖

$$I_1=E\cdot Y_1=E\sqrt{g_1^2+b_1^2}$$

$$I_2=EY_2=E\sqrt{g_2^2+b_2^2}$$

此處で

$$Y_1=\frac{1}{Z_1},\quad g_1=\frac{R_1}{Z_1^2},\quad b_1=\frac{X_1}{Z_1^2}$$

$$Y_2=\frac{1}{Z_2^2},\quad g_2=\frac{R_2}{Z_2^2}\quad b_2=\frac{X_2}{Z_2^2}$$

全電流Iは I_1 と I_2 のヴェクトル和であるから第27圖(乙)に依つて明なる様に

$$I=\sqrt{(E\cdot g_1+E\cdot g_2)^2+(E\cdot b_1+E\cdot b_2)^2}$$

$$=E\sqrt{(g_1+g_2)^2+(b_1+b_2)^2}=EY\cdots\cdots\cdots\cdots(40)$$

$$\tan\theta=\frac{Eb_1+Eb_2}{Eg_1+Eg_2}=\frac{b_1+b_2}{g_1+g_2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{b_1+b_2}{g_1+g_2}\cdots\cdots\cdots\cdots(41)$$

卽ち合成アドミッタンスは

$$Y=\sqrt{(g_1+g_2)^2+(b_1+b_2)^2}$$

となる。

問題

1. 本節に於ける全電流Iをインピーダンスを用ひて算出せよ。
2. $R_1=6$ オーム，$X_1=7$ オームなるインピーダンスと $R_2=5$ オーム，$X_2=3$ オームなるインピーダンスを並列にして100ヴオルトの電源に接續した時流れる電流 I_1，I_2 及び全電流を求め，且全電流と電源電壓の位相差を求む。

19. 練習問題

(1) 10オームの抵抗の兩端に100ヴオルトの交番電壓を加へた時流れる電流を求めよ。(答 10アンペア)

(2) 0.01ヘンリーの自己誘導係數のみを有する回路の60サイクルに對するリアクタンスを計算せよ。(答 3.768オーム)

(3) 50ミリヘンリーのインダクタンスのみを有する回路に60サイクル，1000ヴオルトの電壓を加へた時何アンペアの電流が流れるか。(答 約53アンペア)

(4) 100マイクロフアラツドの靜電容量を有する蓄電器の兩端に60サイクル100ヴオルトの電壓を加へたる時，幾アンペアの充電電流が流れるか。(答 3.77アンペア)

(5) 15オームの抵抗と10オームのリアクタンスとを直列に接續し，其の兩端に50サイクル，100ヴオルトの電壓を加へた時流れる電流を計算せよ。且つ供給電壓と電流との相差角を求めよ。(答 5.5アンペア 33° 39′)

(6)抵抗50オーム，靜電容量120マイクロファラッドを直列に有する回路に50サイクル，100ヴォルトの電壓を加へた時の電流及び電流と電壓の相差を求めよ。 (答 1.77アンペア 40°)

(7)100オームの抵抗と1ヘンリーのインダクタンスと3マイクロファラッドの靜電容量とが直列にある回路に50サイクル，100ヴォルトを供給した時の電流の値及び相差を求む。 (答 0.133アンペア 82° 20′)

(8)抵抗2オーム，インダクタンス0.1ヘンリーなる線輪と抵抗20オーム，インダクタンス0.05ヘンリーなる線輪とを直列に接續した時此の回路の60サイクルに對する合成インピーダンスを求む。尚回路の兩端に60サイクル，220ヴォルトの電壓を加へた時各線輪の端子電壓を求む。

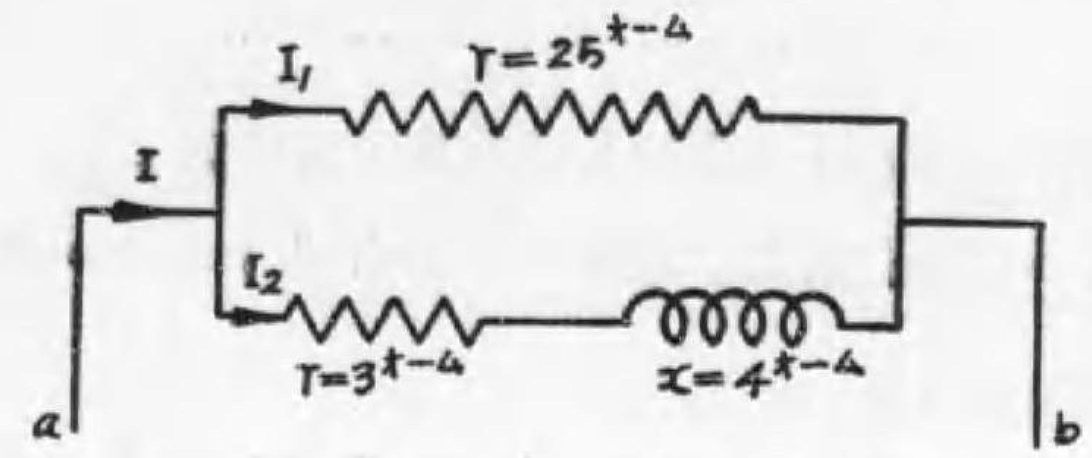
(9)インダクタンス1ヘンリー，靜電容量7.04マイクロファラッド，抵抗1オームを直列に接續したる回路に100ヴォルトの電壓を與へる時，最大電流を通ずる周波數並に最大電流を求めよ。 (答 60サイクル 100アンペア)

(10)30オームの抵抗と40オームのリアクタンスとを並列に接續して其の兩端に120ヴォルトの電壓を加へた時の全電流及び電壓と電流との相差を求めよ。 (答 5アンペア 37°)

(11)抵抗4オームとリアクタンス3オームとあり，之を直列に接續する場合と並列に接續する場合とに於ける合成インピーダンスを算出せよ。
(答 5.オーム 2.4オーム)

(12)12オームの無誘導抵抗と誘導線輪とあり，之れを並列に接續して60サイクルの一定電壓を加ふれば各分岐路は夫々18.5アンペア及び15アンペアの電流が流れ，之れを直列に接續して同一電壓を加ふれば，10.7アンペアの電流が流れると云ふ。此の線輪の抵抗及びインダクタンスを求めよ
(答 6.39ヘンリー 12.9オーム)

(13)圖の如く抵抗及びリアクタンスより成る回路の ab 間に實効値100ヴォルトの電壓を加ふる時，回路の各電流 I_1 I_2，及び I の値如何。



(答 $I_1=4$アンペア，$I_2=20$アンペア $I=22.6$アンペア)

(14)一線輪あり之れに25サイクル，100ヴォルトの電壓を加ふる時は25アンペアの電流が流れ，50サイクル100ヴォルトの電流を加ふれば20アンペアの電流が流れると云ふ。此の線輪の抵抗及びインダクタンスを計算せよ。 (答 3.8オーム 0.011ヘンリー)

(15)抵抗12オーム，リアクタンス16オームを直列に接續し端子間に或る交番電壓を加ふれば，15アンペアの電流を通ず。今此のリアクタンスに他のリアクタンスを並列に接續し，端子間に同一電壓を加へ全電流を20アンペアに增加せんとす。接續すべきリアクタンスの値を求む。 (答 20.6オーム)

第三章 交流の電力

20. 交流電力と力率

直流回路に消費する電力は供給電壓と電流との積にして次の式で表はさる。 $P=EI$ワット

交流に於ては電壓も電流も常に變化するから一般には上式の値とならない。

交流回路にては各瞬時の電力は次の式で表はされる。

$$p = ei \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (41)$$

茲に e 及び i は電壓及び電流の瞬時値なり，故に交流の電力は e 及び i の變化と共に増減するから１サイクル間の平均値をとつて表はす。

今或る回路に $e = E_m \sin \omega t$ なる正弦波交番電壓を加へて此の時に流れる電流を i とし此が電壓よりも θ 丈け遲れてゐるものとすれば

$$i = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

となる。從つて此の時の電力 p は

$$p = e.i = E_m I_m \mathrm{Sin}\ \omega t.\ \sin(\omega t - \theta)$$

$$= \frac{E_m}{2} I_m \left\{ \cos\theta - \cos(2\omega t - \theta) \right\}$$

$$= \frac{E_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \left\{ \cos\theta - \cos(2\omega t - \theta) \right\}$$

$$= EI\cos\theta + \{-EI\cos(2\omega t - \theta)\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (42)$$

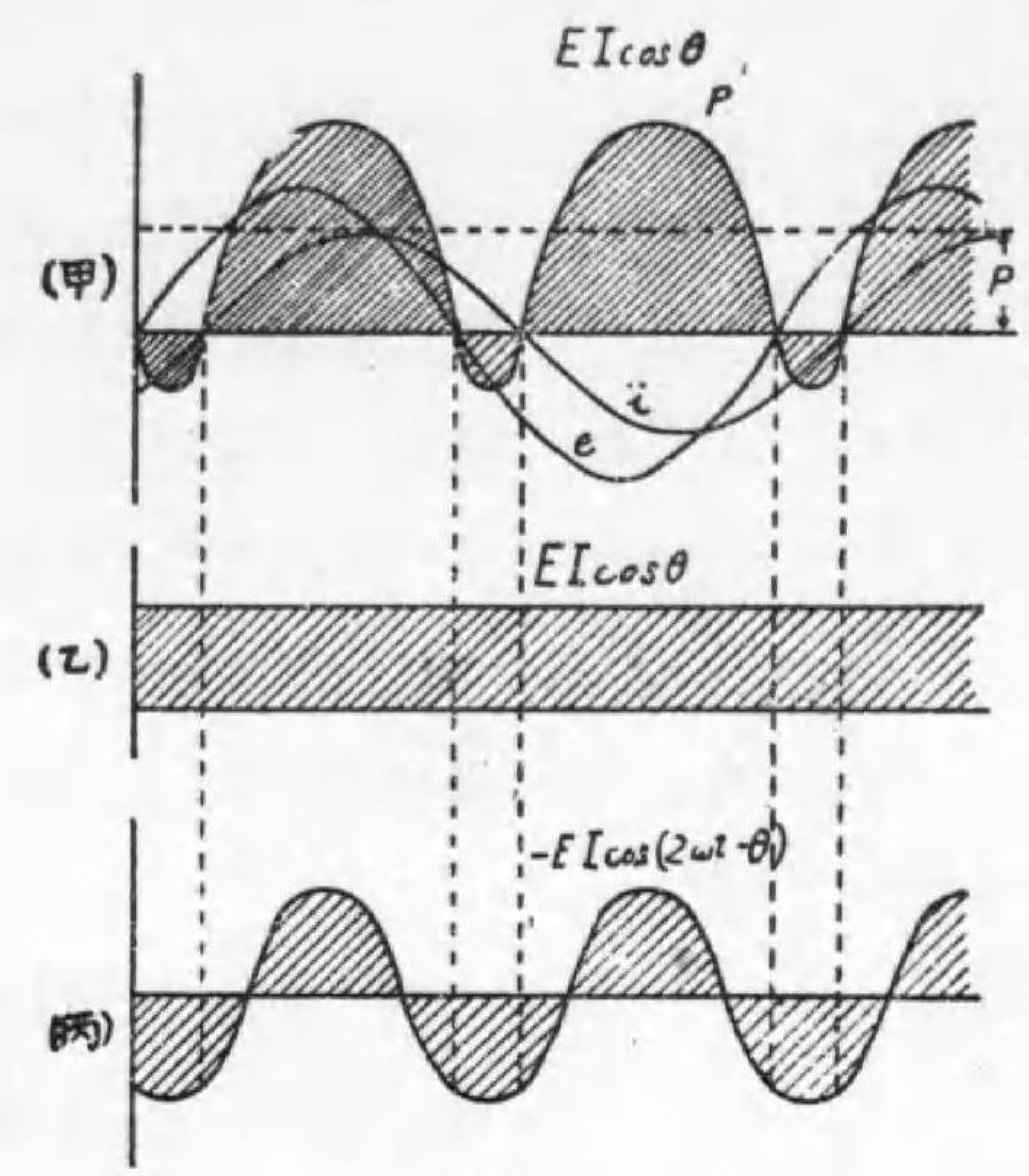
即ち各瞬時の電力は(29)圖(甲)に示す如くなり，此は式より明らかな樣に EI cos なる（乙）圖の如き一定量の電力と，丙圖に示す如き $-EI\cos(2\omega t - \theta)$ と云ふ二倍の周波數を有する正弦波部分との和である。

然るに(丙)の部分は平均すれば零となる。

故に交流電力は，

$$P = EI\cos\theta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (43)$$

に依つて表はされる，式中の cos θ は電壓と電流の相差角の餘弦



第２９圖

で此を**力率** (Power factor) と言ふ。

即ち交流の電力は電壓と電流との各實效値の積に，更に力率を乘じたものとなる。

上式では電流が電壓よりも θ 丈け遲れた場合について考へたが進んだ場合も同じ結果となる。

次に負荷が抵抗のみの時は e と i は同位相にある，從つて $\theta = 0$ となり，

$$P = EI\cos\theta - EI\cos(2\omega t - \theta)$$

$$= EI - EI\cos(2\omega t)$$

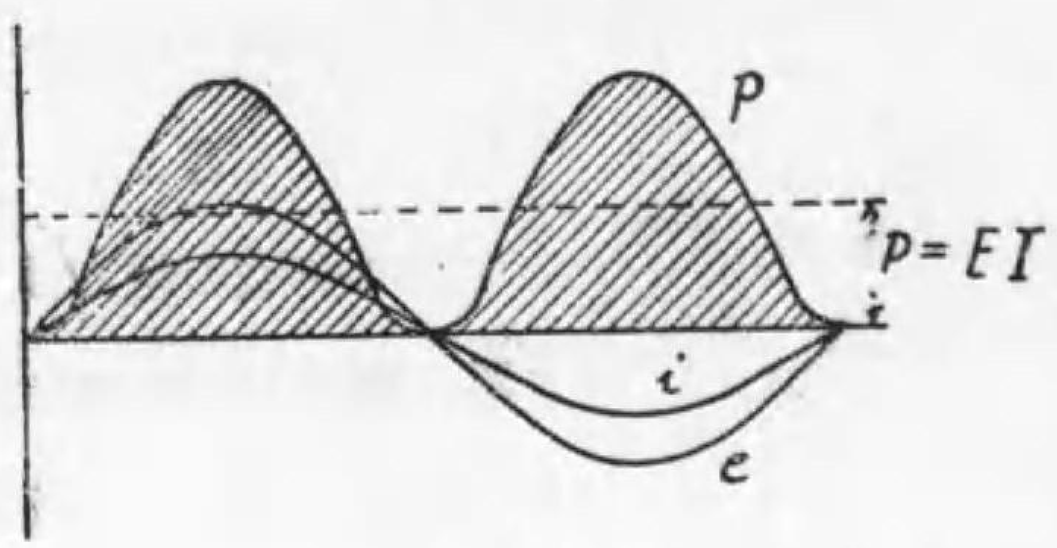
となり(30)圖に示す如く１サイクルの平均即ち交流の電力はEIとなる。

又誘導負荷の時は e と i は 90° の位相差を有し-

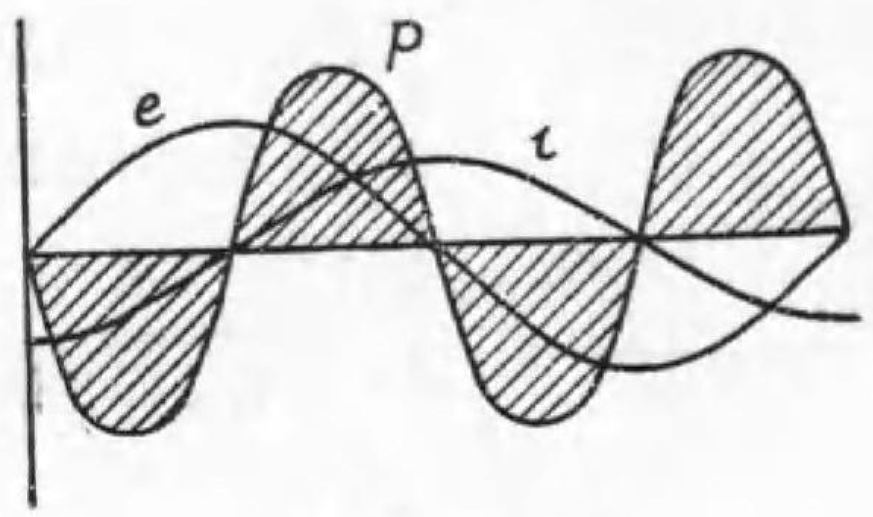
$$P = EI\cos\theta - EI\cos(2\omega t - \theta)$$

$$= 0 - EI\cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

にて表はされ(31)圖に示す樣に１サイクルの平均即ち交流電力は零となる。



第 3 0 圖



第 3 1 圖

以上の事柄より明らかな樣に或る交流回路で消費される電力は抵抗に依つて消費される電力のみであつて，リアクタンスは何等電力消費に關係がないことを知る。

斯くの如く交流回路の電力は EI cos θ で表されその單位は**ワット**（Watt）又はその1000倍である**キロワット**（K. W.）を用ふ。

之に對し電流及び電壓の實効値の積，EI を**皮相電力**（Apparent power）と稱して，眞の電力と區別し單位は **ヴォルト，アンペア**（Volt ampere 略して V. A.）或ひは**キロヴォルト，アンペア**（Kilo volt-ampere 略して K. V. A.）で表はす。

又 EI sin θ の事を**無効電力**（Wattless power）と云ふ。

（例題）　或る回路に 100 ヴォルトの正弦波交流電壓を給與した時に流れた電流は 100アンペアで，その相差角が 60° であつたと云ふ其の電力を求む。

（解）　電力P＝EI cos θ

$$=100\times100\times\cos 60=100\times100\times\tfrac{1}{2}$$

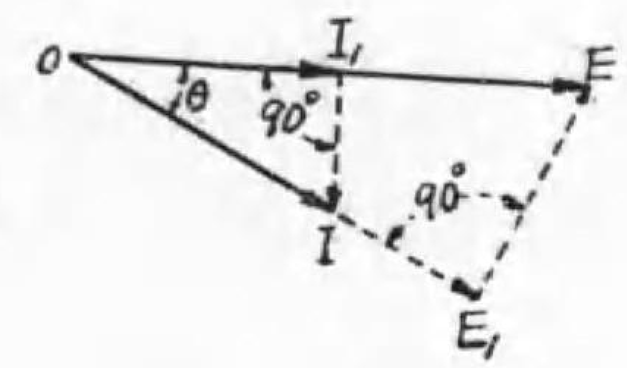
＝5000ワット＝5キロワット

21.　電壓及び電流の有効分及び無効分

交流の電力　$P=EI\cos\theta$

$$=(E\cos\theta)I$$

と考へ電流と同一位相の電壓分力 E cos θ を電壓の**有効分**（Watt component）と稱し，電流に直角な分力 E sin θ＝E_1 E を電壓の**無効分**（Wattless Compenent）と稱す。



第 3 2 圖

又　$P=EI\cos\theta$

$$=E(I\cos\theta)$$

と考へ電壓と同一位相の I cos θ なる電流を電流の**有効分**（Watt Component）と稱し，電壓に直角な I sin θ ＝II_1 を電流の**無効分**（Wattless Component）と稱する。

即ち電流の有効分に電壓を掛けても，電壓の有効分に電流を掛けても電力が求められることを知る。

（例題）　抵抗Rオーム，自己誘導係數Lヘンリー，靜電容量Cファラッドが直列にある場合 E ヴォルトの正弦波電壓を加へた時の電壓及び電流の有効分を求む。

（解）　電流 $I=\dfrac{E}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}=\dfrac{E}{Z}$ アンペア

電流と電壓の位相差 θ とすれば

$$\cos\theta=\frac{E}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}=\frac{R}{Z}=\frac{R}{\frac{E}{I}}=\frac{IR}{E}$$

従つて電流の有効分は　$I\cos\theta=I\frac{IR}{E}$

電壓の有効分は $E\cos\theta=E\frac{IR}{E}=IR$

故に電力は　$P=E(I\cos\theta)=E\cdot I\frac{IR}{E}=I^2R$

又　$P=I(E\cos\theta)=I(IR)=I^2R$

例題より明らかなる如く或る電路に消費される電力は抵抗に依つて消費される電力のみである。

（例題）電壓100ヴォルト電流50アンペア，力率0.8なる單相交流回路の電力は何キロワットか，又無効電力及皮相電力は何キロ，ヴォルト，アンペアなるか。

（解）電力Pは

$P=EI\cos\theta=100\times50\times0.8=4000$ワット$=4$キロワット

無効電力$=EI\sin\theta=EI\sqrt{1-\cos^2\theta}$

$=100\times50\times\sqrt{1-(0.8)^2}=5000\times0.6=3000$ヴォルト，アンペア$=3$キロ，ヴォルト，アンペア

皮相電力$=EI=100\times50=5000$ヴォルト，アンペア$=5$キロ，ヴォルト，アンペア

22. 練習問題

（1）下記の回路に100ヴオルト 50サイクルの交番電壓を加へた場合に流れる電流の有効分及び無効分を求む。

甲　抵抗　3.12オーム

乙　自己誘導係數　0.064ヘンリー

丙　靜電容量　0.00032フアラツド

丁　甲乙丙直列の時

		甲	乙	丙	丁
答	有効分	32	0	0	2.8
	無効分	0	5	10	9

（2）電壓　$e=E_m\cos\omega t$　と　$i=I_m\sin\omega t$　との瞬時電力は電壓又は電流の周波數の二倍の周波數を有することを證明せよ。

（3）抵抗とインダクタンスと直列にある負荷あり，抵抗は4オームにして，50サイクルに於ける力率0.8なりと云ふ。25サイクルに於ける力率を算出せよ。（遞試　大正七，5級）（答　0.935）

（4）力率80%なる50K.V.A.の單相誘導負荷あり，之れに並列に靜電容量を接續して合成力率は100%となさんとす。所要靜電容量は幾何なるか。但し電壓は1000ヴオルト，周波數は50サイクルとす。

（大正八，4級）（答　95.7マイクロ，フアラツド）

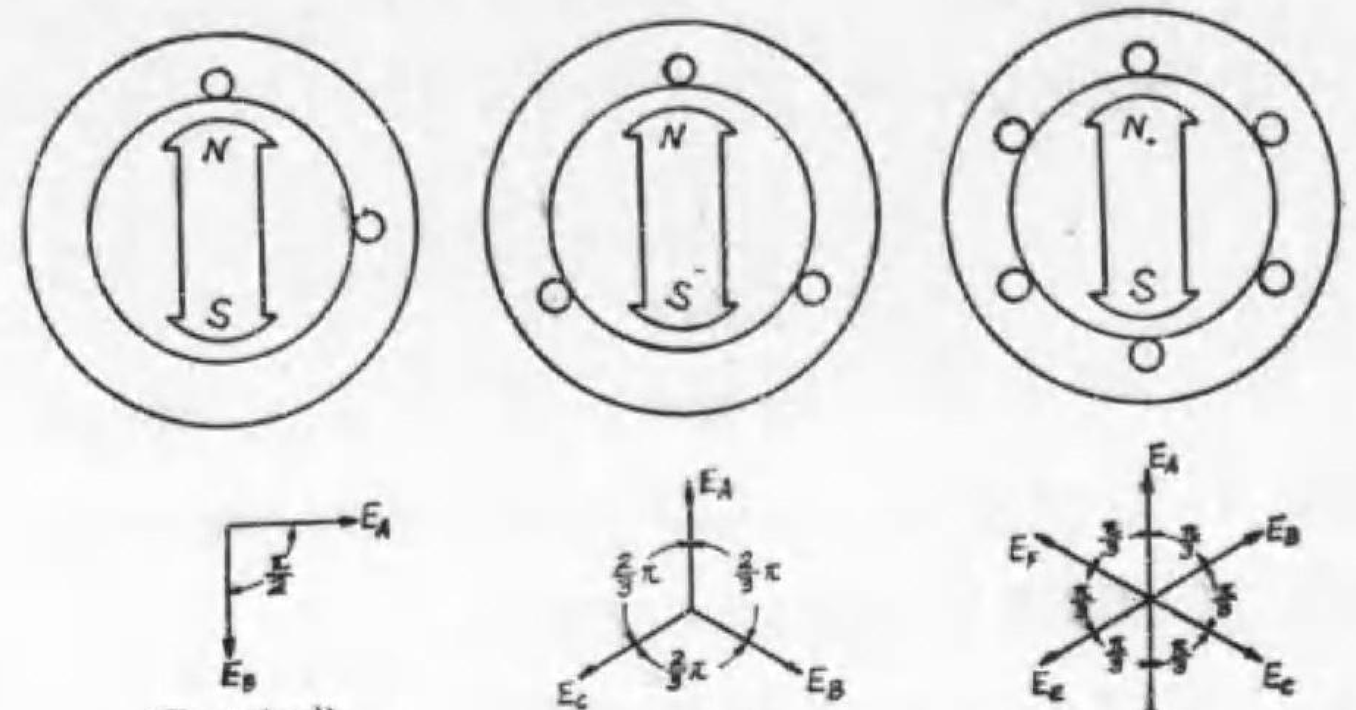
第四章　多相式交流

23. 多相式の種類

今迄述べた樣に只一つの交番電壓を發生し，之れにより只一つの交流を發生させる場合を單相式 (Single phase) と云ふ。

今，發電機に第33圖に示す樣に二つ以上のコイルを或る電氣角度を隔てゝ捲けば位相の異つた二つ以上の交番電壓並に電流が得られ

る。之れを**多相交番電壓** (Poly phase alternating voltage) 並びに**多相交番電流** (Poly phase alternating current) と云ふ。



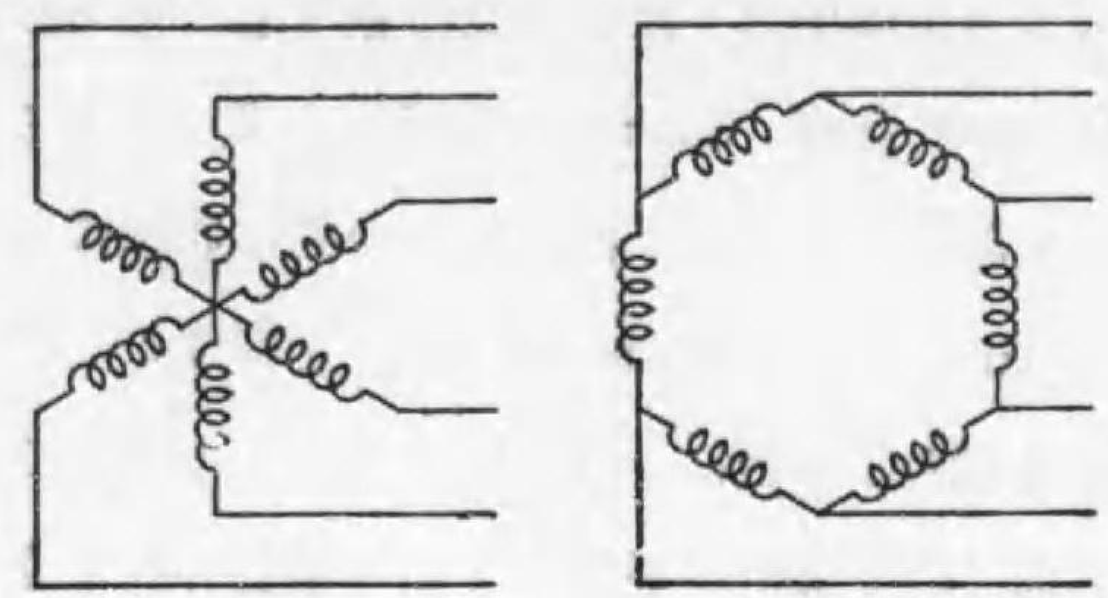
(甲) 二相式　(乙) 三相式　(丙) 六相式

第 3 3 圖

茲に，n 相の多相方式があつて，その起電力の大さ相等しく，相互の位相が順次 $\frac{2\pi}{n}$ 宛遲れてゐる時は，之れを**對稱多相式** (Symmetrical polyphase system) と云ひ，又若し n 個の電壓の中一つでも等しくないか，或は位相差が $\frac{2\pi}{n}$ に等しくない時には，之れを**非對稱多相式** (Unsymmetrical polyphase system) と稱する。

而して，非對稱多相式は二相式を除いては實際に用ひられないから，普通には多相式と云へば對稱多相式を意味する事と思つてよい。多相式で最もよく用ひられるのは三相式で現今實際用ひられて居る交流發電機や電動機の殆んど總てはこの三相式である。

多相起電力を獨立に使用して負荷電力を供給する時は之れを獨立多相式と云ひ，各相を適當に結合して使用する時は之れを結合多相式と云ふ。



(甲)　(乙)

第 3 4 圖

今結合多相式で各線輪の捲終りを第34圖(甲)の如く一箇所につないだものを**星形接續** (Star connection) と云ひ，又(乙)圖の如く一つの終りに他の線輪の捲初めを順次つないだ接續を**環形接續** (Ring connection) と云ふ。

上述の星形接續の場合，其の共通點を**中性線** (Neutral point) と云ひ，負荷を星形につないで其の中性點と星形接續の發電機の中性點とを結ぶ線を**中性線** (Neutral wire) と稱する。

又，各捲線に發生する電壓を**相電壓** (Phase voltage) 各捲線に流れる電流を**相電流** (Phase current) と稱する。

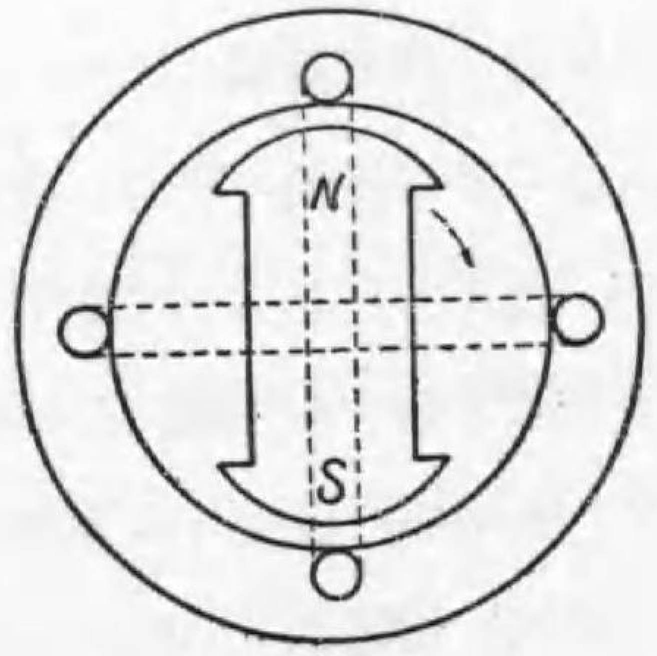
之れに對して線路間卽ち發電機の端子間の電壓を**線間電壓** (Line voltage) と云ひ，線路に流れる電流を**線路電流** (Line current) と稱す。特に星形結線に於ては相電壓を**星形電壓** (Star voltage) と稱することが屢々ある。

次に多相式機械に於ける各相の電流の實効値が相等しく相差角が互に相等しい時は，之等の電流は**平衡** (balance) して居ると稱する。同様に各相の電壓の實効値等しく相差角が互に相等しい時は之等の電壓は又平衡して居ると云ふ。又電流及電壓が共に平衡して居

る場合には，電力（入力又は出力）は各相互に相等しい筈である。斯る場合には此機械は**平衡負荷** (balanced load) を負ふて居る，或は單に負荷が平衡して居るとも云ふ。而して斯の樣な狀態にある多相式を**平衡多相式**(balanced poly phase system) と稱する。要するに對稱式と云ふのは發電機の構造によつて定まつてくるもので，平衡式と云ふのは對稱式に於て負荷が平衡してゐる場合に成り立つものである。

24. 二相式交流

第35圖に示す樣に，發電子上に電氣角度で 90° 隔てゝ二組の相等しい捲線を配置し磁極を矢の方向に廻轉させると，A 及 B 捲線には誘導起電力を發生し，其値は相等しく，A 內の起電力は B內の起電力に對し 90° 進んで居る事は容易に了解し得られよう。



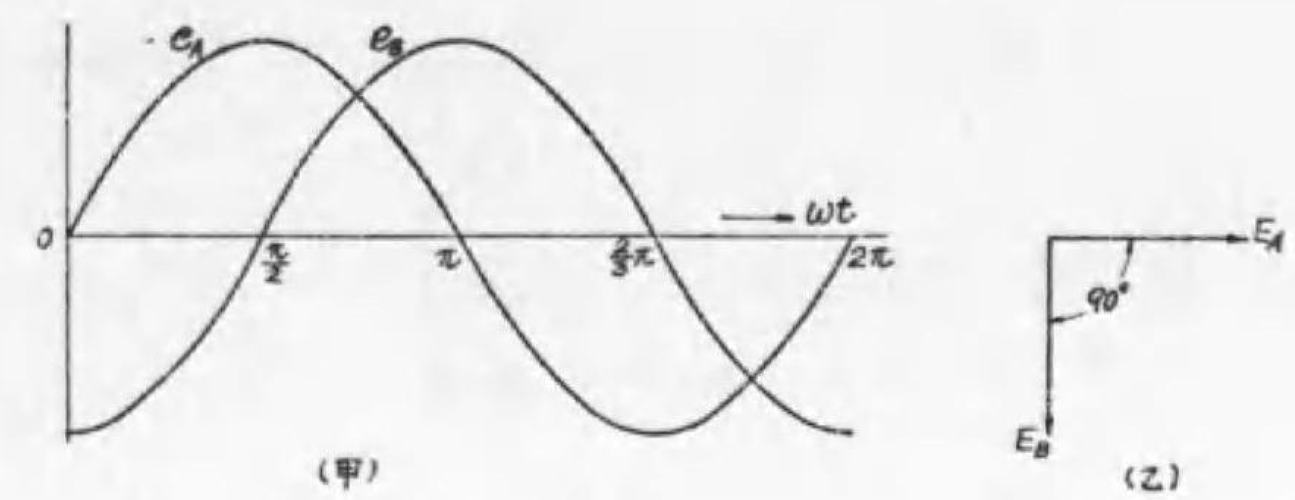
第 3 5 圖

之の關係をグラフ及びヴェクトル圖で表はせば第36圖の樣になる

この A 及 B 內の起電力を一括して之れを**二相式起電力** (two phase E. M. F) と稱し，斯る起電力を發生する發電機を二相式發電機と稱する。この二相式起電力は

$$\left.\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t \\ e_B &= E_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(44)$$

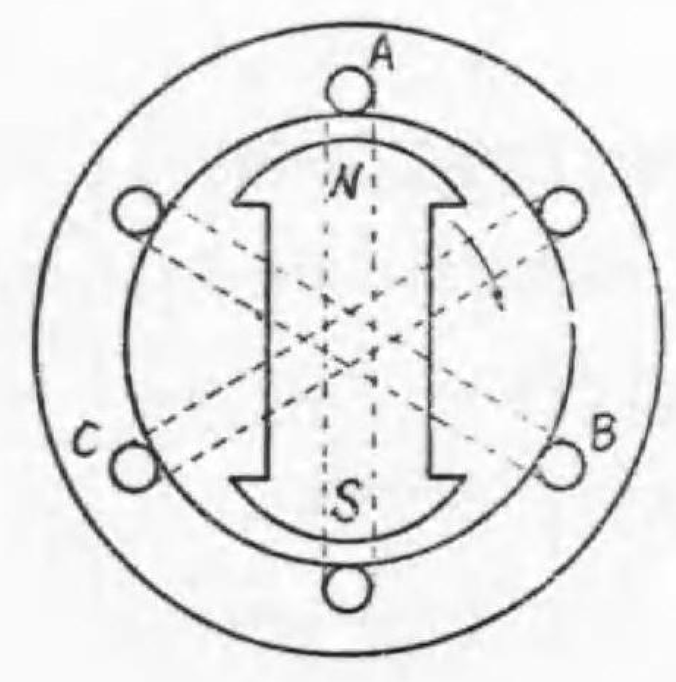
この二相式は現在殆んど用ひられて居ない。



第 3 6 圖

25. 三相式に於ける電壓，電流の關係

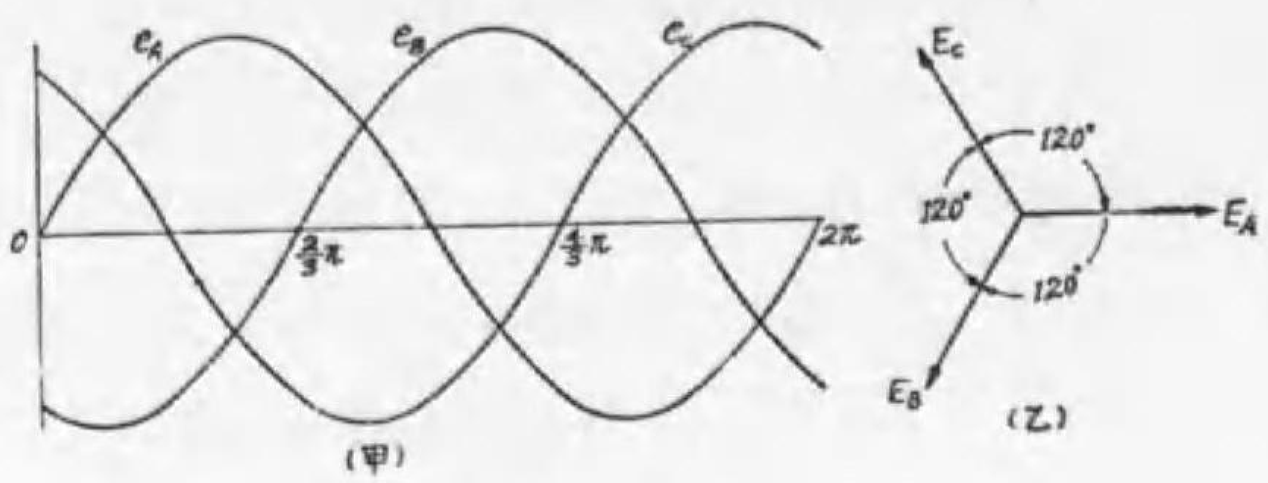
第37圖に示す樣に，發電子上に電氣角度で120°卽ち $\frac{2\pi}{3}$ 宛隔てゝ三組の相等しい捲線を配置し，界磁を矢の方向に廻轉させると，A, B, C 捲線內には第38圖(甲)に示す樣に其值は互に相等しく，各々120°の相差を保つてゐる三つの獨立した起電力 e_A，e_B，e_C が出來る。之をヴェクトル圖で表はせば，同圖(乙)の樣になる。



第 3 7 圖

斯樣に其值相等しく，互に120°の相差を持つた三つの單相起電力を一括して**三相式起電力** (Three phase E. M. F.) と稱し，斯る起電力を發生する發電機を三相發電機と稱する。

以上の關係を式を以て示せば次の如く如なる。

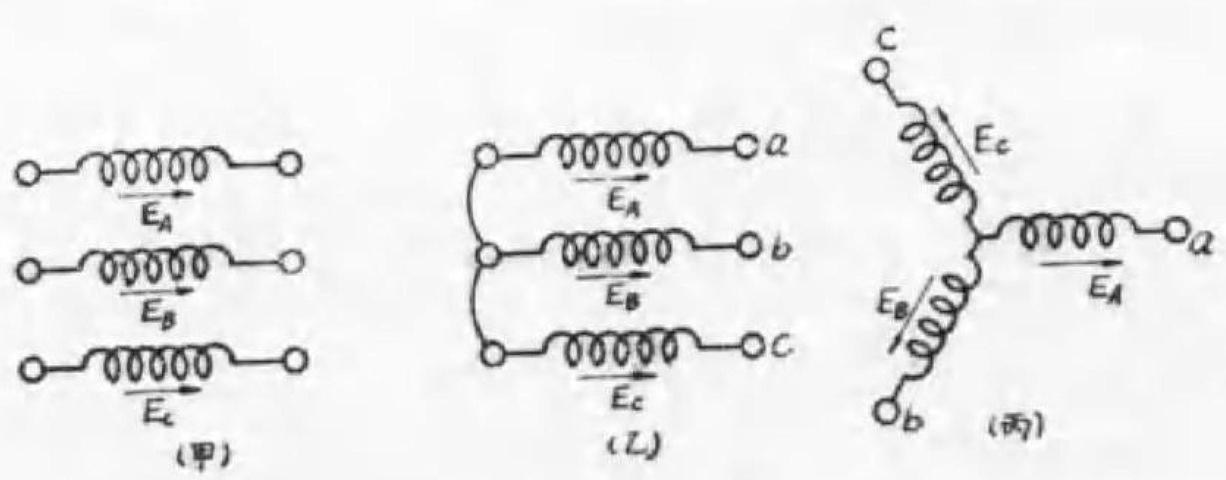


第 3 8 圖

$$
\left.\begin{aligned}
e_A &= E_m \sin \omega t \\
e_B &= E_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\
e_C &= E_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (45)
$$

次に三相式の接續法としては，後述の星形接續と三角形接續の二つが最も普通に用ひられるが，特別な場合としてはV結線或はT結線法を用ひる事もある。

(a)　星形接續



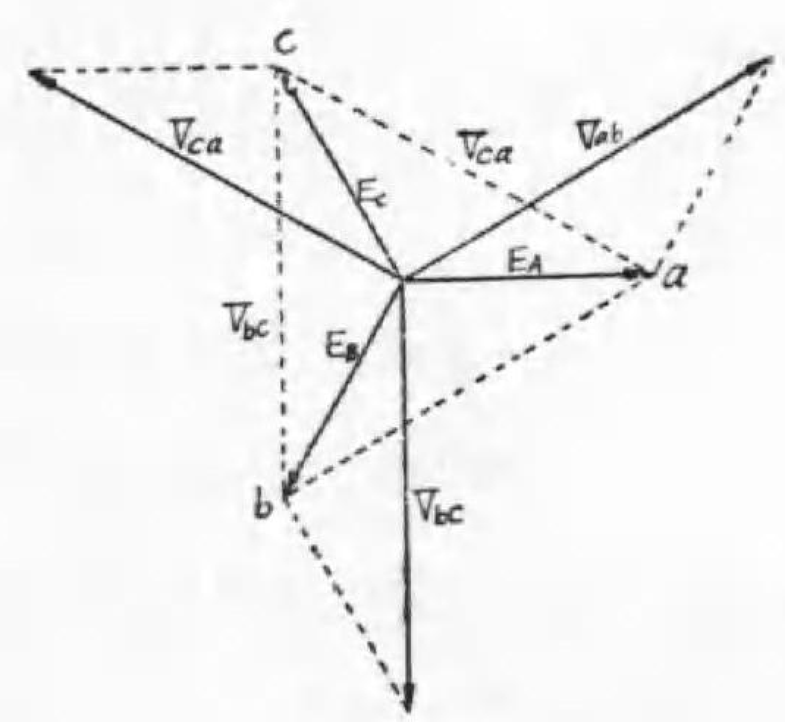
第 3 9 圖

第39圖(甲)に示す三組の捲線 A，B，C には各々120°宛の位相差を持つた相等しい大さの正弦波起電力が發生して居るものとする。

之を星形に接ぐには同圖(乙)に示す樣にすればよいのであるが，普通此等の間の位相關係がわかり易い樣に同圖(丙)の如く表はす。從つて星形接續の事を其の形の上から特に**Y結線** (Y cnnection) とも云ふ。

此場合 ab，bc，ca 間の電壓，卽ち線間電壓の實効値 V_{ab}，V_{bc} V_{ca} の値が如何になるかを考へて見る。

第39圖により明かな樣に，ab間卽 aob なる捲線內には互に方向異なる二つの實効値 E_A，E_B なる起電力が存在し，之れをab間に合成すれば兩起電力 E_A，E_B のヴェクトル差となる。



第 4 0 圖

卽ち V_{ab} は E_A と E_B とのヴェクトル差である。同樣に V_{bc}は相電壓 E_B と E_C とのヴェクトル差，又V_{ca}は相電壓 E_C と E_A とのヴェクトル差で，此等の關係は第40圖の如くになる。

而して V_{ab}，V_{bc}，V_{ca} 値は皆相等しく，且つ此等の電壓は同圖から明かな樣に互に120°宛の相差を有して居るから，線間電壓 V_{ab}，V_{bc}，V_{ca} は平衡三相式電壓である。

卽ち三相星形結線（Y結線）にては相電壓が平衡せる正弦波電壓なれば，此等の電壓の合成した所の線間電壓も亦平衡正弦波電壓である。

従つて相電壓 $E_A=E_B=E_C=E_P$ とすれば

$$V_{ab}=2E_A\cos 30^\circ=2E_A\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\,E_A=\sqrt{3}\,E_P$$

同様に

$$V_{bc}=\sqrt{3}\,E_P,\qquad V_{ca}=\sqrt{3}\,E_P$$

故に一般に星形結線に於ては

線間電壓$=\sqrt{3}\times$**相電壓**（或は星形電壓）…………(46)

而して線路電壓 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} は夫々各相の電壓 E_A, E_B, E_C より 30° 進んでゐる。

逆に實効値 V なる正弦波電壓が平衡せる Y 結線に給與せられた時は，各相に受ける電壓 E_P は

$$E_P=\frac{1}{\sqrt{3}}V$$

或は

$$\text{星形電壓}=\frac{\text{線間電壓}}{\sqrt{3}}\quad\cdots\cdots\cdots(47)$$

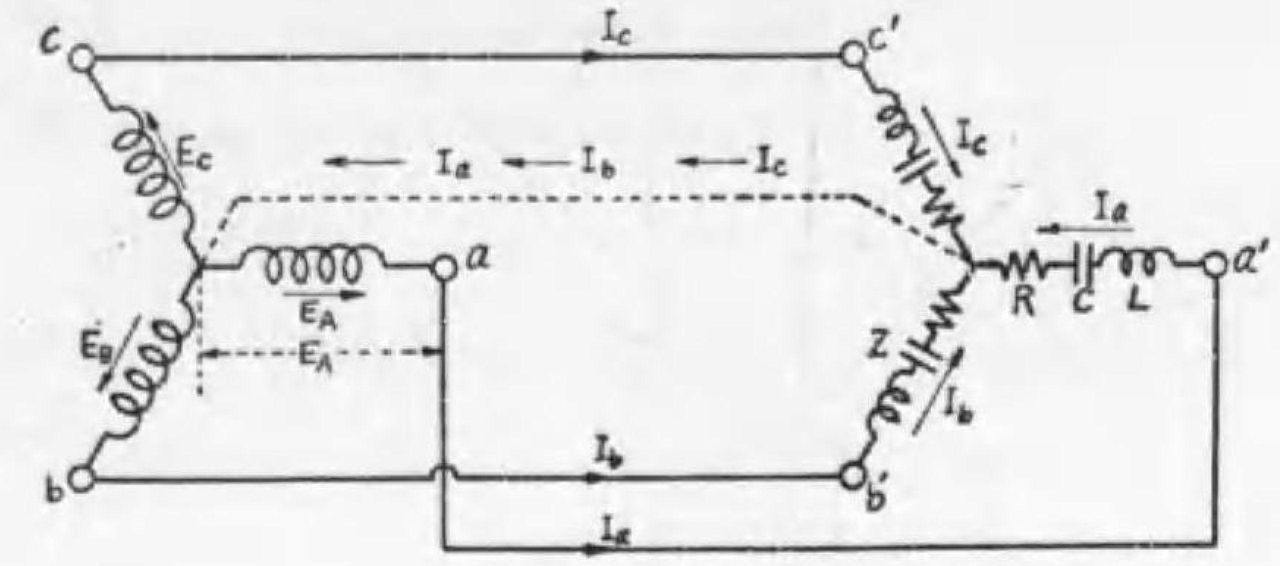
次に星形接續に於ては，第40圖より明かな様に線路電流は何れも相電流に等しい。即ち平衡してゐるから

線路電流 $I_a=I_b=I_c=I$

相 電 流 $I_A=I_B=I_C=I_P$ とすれば

$I=I_P$

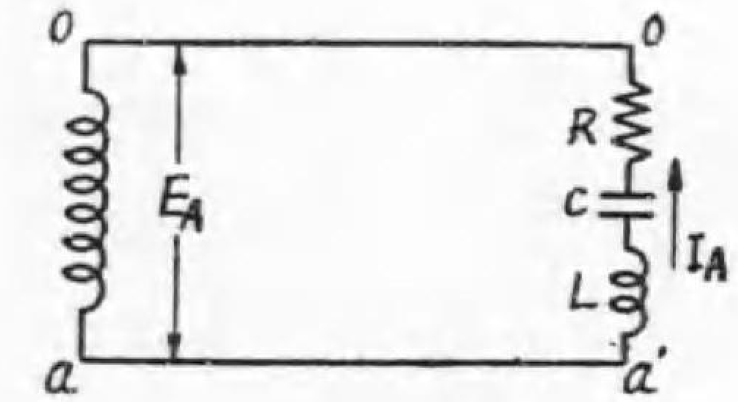
次に第41圖の様に三個の全く等しいインピーダンスZを星形に接ぎ，その三個の端子 a', b', c' を交流發電機の三個の端子 a, b, c に接續し三相負荷をかけた場合を考へて見よう。



第41圖

今點線で示す様に兩方の中性點 O O' を抵抗のない中性線で結んで見る。

而して今 O a a' O' O と云ふ電路を考へればそのインピーダンスは Z であつて，起電力從つて相電壓は E_A となるから此電路の電流は



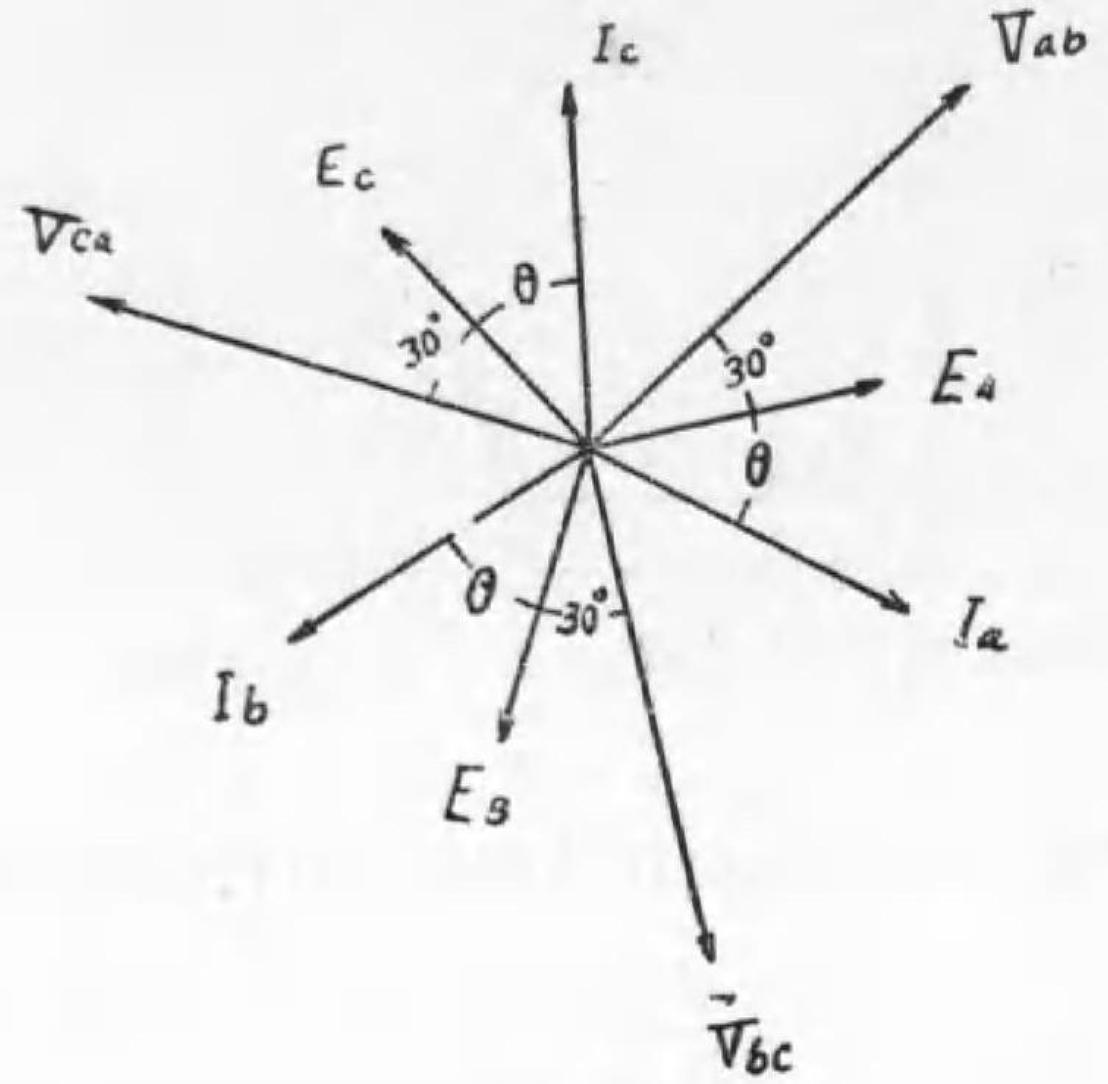
第42圖

$$I_a=\frac{E_A}{Z}=\frac{E_A}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}$$

又，O b b' O' O 及 O C C' O' O の電路に就いても同様の關係がある。

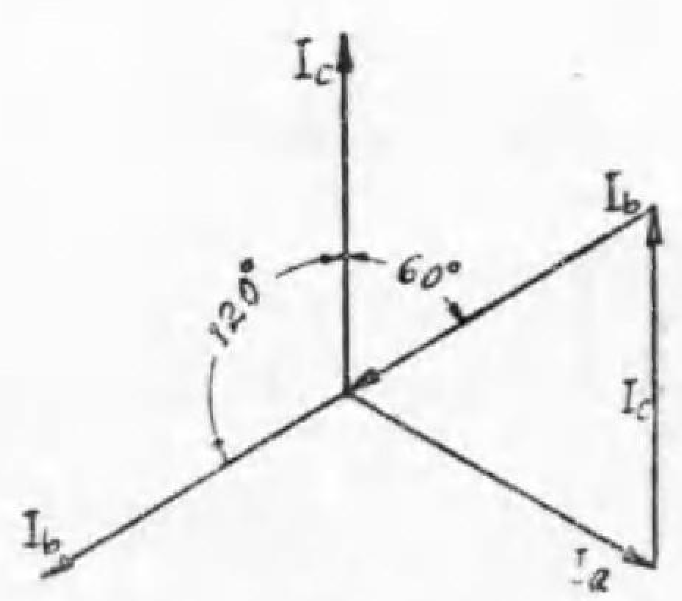
故に電流 I_a, I_b, I_c, 相電壓 E_A, E_B, E_C 及び線間電壓 V_{ab}, V_{bc} V_{ca} の關 は第43圖の如くなる。



第 4 3 圖

此圖より明かな様に I_a, I_b, I_c は値が皆相等しく，互に120°宛の相差を保つて居るから矢張り一つの平衡三相式電流である。

次に中性線を通ずる電流を考へて見よう。



第 4 4 圖

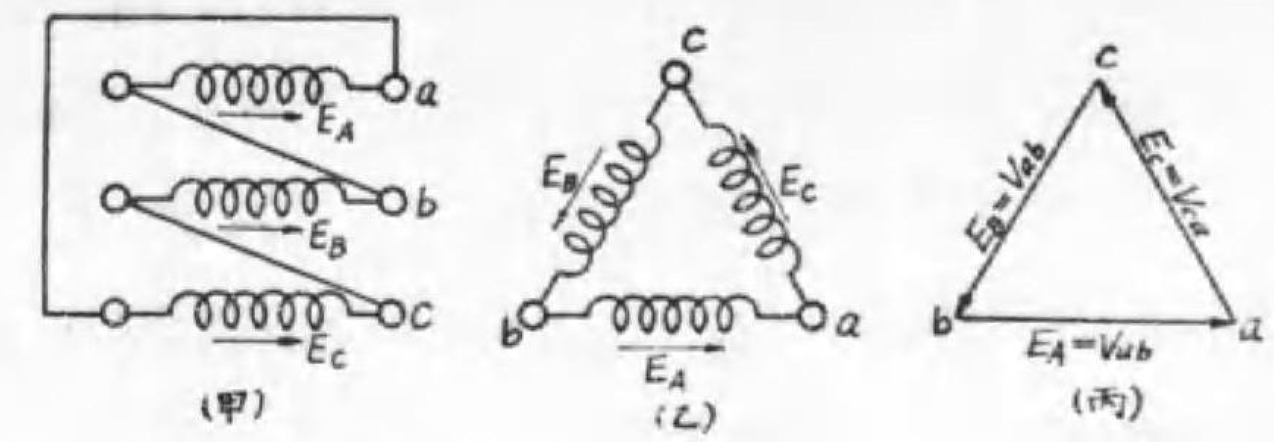
今上述の様に，Y結線の各相の電流が平衡せる正弦波電流である時は，此等は第44圖に示す様に長さ等しく，且つ互に120°の相差角をもつ三つのヴェクトルで表はす事が出來る。

今中性線に流れる電流を考へれば，之は上の三つのヴェクトルの和でなければならない。然るに第44圖の様に，この三つのヴェクトル和は零となる。即ち中性線に電流は流れない。故に三相式負荷が平衡して居て，電流が正弦波形のものであれば，中性線は有つても無くても何等その回路に影響を及

ぼす事はない。從つて**三相四線式** (three phase four wire system) を採用する場合以外は中性線を使用しない。

(b)　三角形接續

第45圖の如く三相捲線を環狀につないだ場合を考へて見よう。三



第 4 5 圖

相式では，環狀接續のことを**三角形結線** (delta connection) 或は單に△（デルタ）接續と稱するのが普通である。

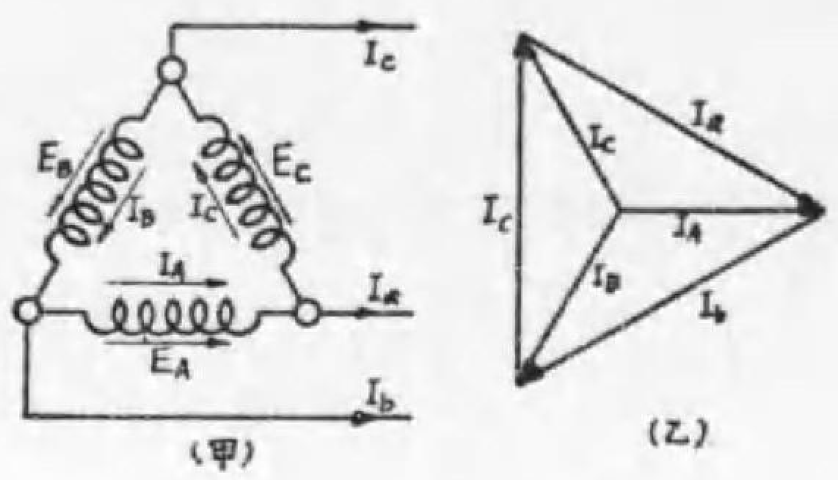
今 ab間の電壓 V_{ab} を考へれば之は起電力 E_A によるものであるから，$V_{ab}=E_A$ である。同樣に $V_{bc}=E_B$，$V_{ca}=E_C$ である。故にこの關係をヴェクトル圖にて示せば第45圖(丙)の樣になる。

然るに $E_A=E_B=E_C$ であるから，$V_{ab}=V_{bc}=V_{ca}$ で，且つ相互間の相差は120°宛である。即ち三角結線の場合も各相の起電力が平衡してゐる場合は各線間電壓は平衡三相式電壓である。そうして其の値は各相の起電力に等しい。

線間電壓＝相電壓

此の場合△結線中に循環電流が通ずる樣に思はれるが，△結線內に存在する平衡正弦波三相起電力全部を合成すれば，第45圖(丙)の如く零となるから此の捲線には循環電流が流れる樣な事はない。

次に三角形結線に於ける電流の狀態を考へて見る。



第 4 6 圖

第46圖に於て線路電流 I_a は I_A 及 I_C のヴェクトル差である。

今(乙)圖に於て

$$I_a=2I_A\cos 30^\circ$$

$$=\sqrt{3}\,I_A$$

然るに $I_a=I_b=I_c$, $I_A=I_B=I_C$ である故に一般に△結線に於ては。

$$\textbf{線路電流}=\sqrt{3}\times\textbf{相電流}\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

又同圖より明かな樣に線路電流 I_a, I_b, I_c は相電流 I_A, I_B, I_C より夫々30°遲れる。

逆に線路電流が平衡せる正弦波電流なれば，△結線の相電流は矢張り平衡三相電流であつて，その値は,

$$\text{相電流}=\frac{\text{線路電流}}{\sqrt{3}}\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

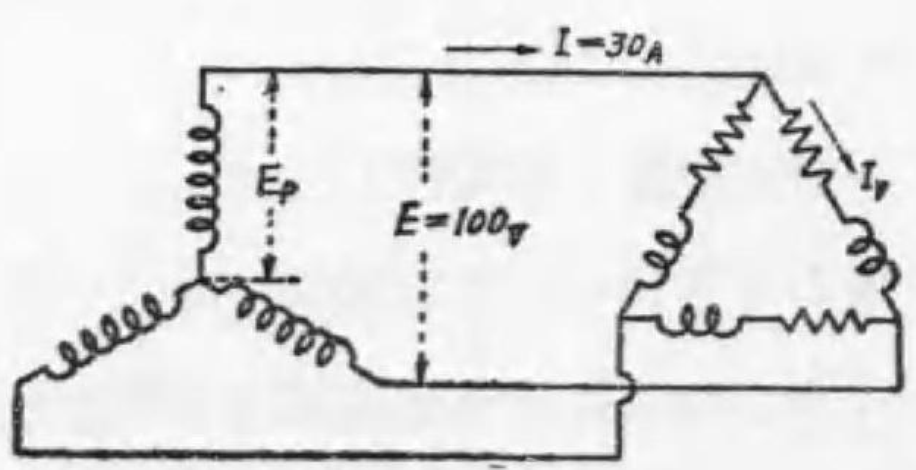
（例）　三相星形接續の電源あり。線間電壓は100ヴォルトにして，線路電流は30アムペアで，負荷は三角接續とする。電源一相の電壓及び負荷一相の電流を求めよ。

（解）　電源の相電壓を E_P とすれば

$$E_P=\frac{E}{\sqrt{3}}=\frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$=57.7\text{ヴォルト}$$

負荷の相電流 I_T は



第 4 7 圖

$$I_T=\frac{I}{\sqrt{3}}=\frac{30}{\sqrt{3}}=17.3\text{アムペア}$$

26. 三相式の電力

三相機械の電力（出力又は入力）は結線がYでも△でも又電流及電壓が平衡して居ると否とに拘らず，各相の電力の總和に等しい。

今 E_A, E_B, E_C をY又は△結線の相電壓の實効値とし，I_A, I_B, I_C を相電流の實効値，又 θ_A, θ_B, θ_C を夫々の相電流が夫等に相等する相電壓より遲れる角であるとすれば，總電力Pは

$$P=E_A I_A\cos\theta_A+E_B I_B\cos\theta_B+E_C I_C\cos\theta_C$$

である。

上記の三相機械の電流及び電壓が平衡して居る時は

$E_A=E_B=E_C=E_P$ ……………………相電壓

$I_A=I_B=I_C=I_P$ ……………………相電流

$\theta_A=\theta_B=\theta_C=\theta$ ………… 各相の電壓と電流との位相差

$$\therefore\ P=3E_P I_P\cos\theta$$

然るに平衡負荷で電流及電壓が正弦波形なれば，Y結線の相電壓は線間電壓Vの $\frac{1}{\sqrt{3}}$ であり，又△結線の相電流 I_P は線路電流Iの $\frac{1}{\sqrt{3}}$ である。次に△結線に於ては，線間電壓と相電壓とは常に相等しく，又Y結線にあつては線路電流と相電流とは常に相等しい。

故に線間電壓をV，線路電流をI，相電壓と相電流との相差角を θ とすれば，以上の事からY結線の場合の總電力 P_Y は

$$P_Y = 3\times\frac{1}{\sqrt{3}}V\times I\cos\theta = \sqrt{3}\,V\,I\cos\theta$$

又，△結線に於ける總電力を $P_\triangle$ とすれば

$$P_\triangle = 3\times V\times\frac{1}{\sqrt{3}}I\cos\theta = \sqrt{3}\,V\,I\cos\theta$$

從つてY及△何れの結線でも，平衡負荷の場合の電力（出力又は入力）は次の式で表はす事が出來る。

$$\mathbf{P=\sqrt{3}\,V\,I\cos\theta} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

茲に注意を要する事は，θ は相電壓と相電流との相差角で，線路電壓Vと線路電流Iとの相差角ではない事である。

一般に三相機械の電力と云ふのは，三つの相の總電力を意味するのである。從つてキロヴォルトアムペア出力又は入力と云へば，三つの相の總キロヴォルトアムペアの事である。又電力 P（ワット）電壓Vが與へられた時，平衡負荷に對する電流Iは

$$I=\frac{P}{\sqrt{3}\,V\cos\theta}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

但し $\cos\theta$ は力率である。又キロヴォルトアムペア出力又は入力は

$$KVA=\frac{\sqrt{3}\,V\,I}{1000}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(52)$$

で表はさる。

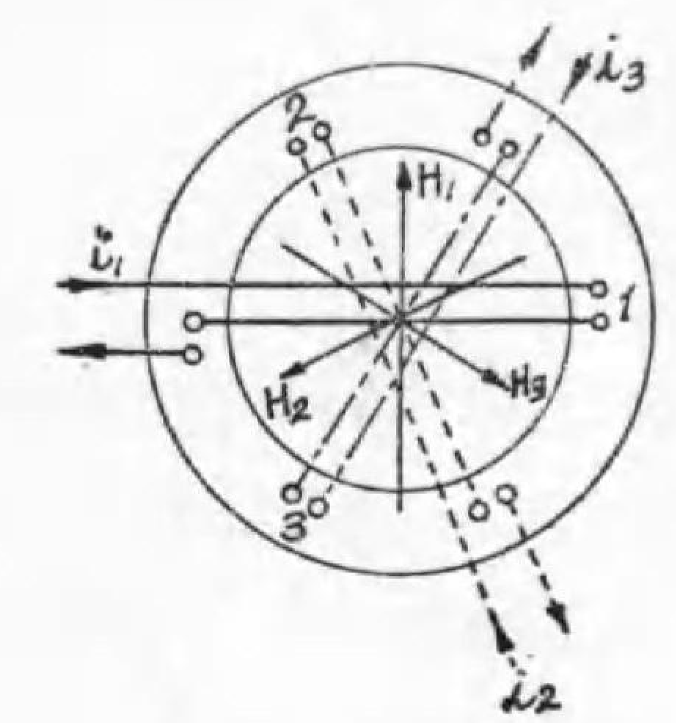
（例） 三相配電線あり。各線間電壓は200ヴォルト，線路電流は50アムペアにして，力率は80%とす。三相配電力は何キロワットか。

（解） $P=\sqrt{3}\,V\,I\cos\theta=\sqrt{3}\times200\times50\times0.8$

$=13856$ ワット$=13.856$キロワット

27. 對稱三相式による廻轉磁界

三相回路に於ける**廻轉磁界** (Revolving field) について說明せん (48)圖を二極三相誘導電動機の固定子捲線を示したものとし，1, 2, 3, の捲線は空間的に順次120°宛進み，之に順次120°宛の位相差を有する三相交流を流したとする。今



第 4 8 圖

$$i_1=I_m\sin\omega t$$

$$i_2=I_m\sin\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi\right)$$

$$i_3=I_m\sin\left(\omega t-\frac{4}{3}\pi\right)$$

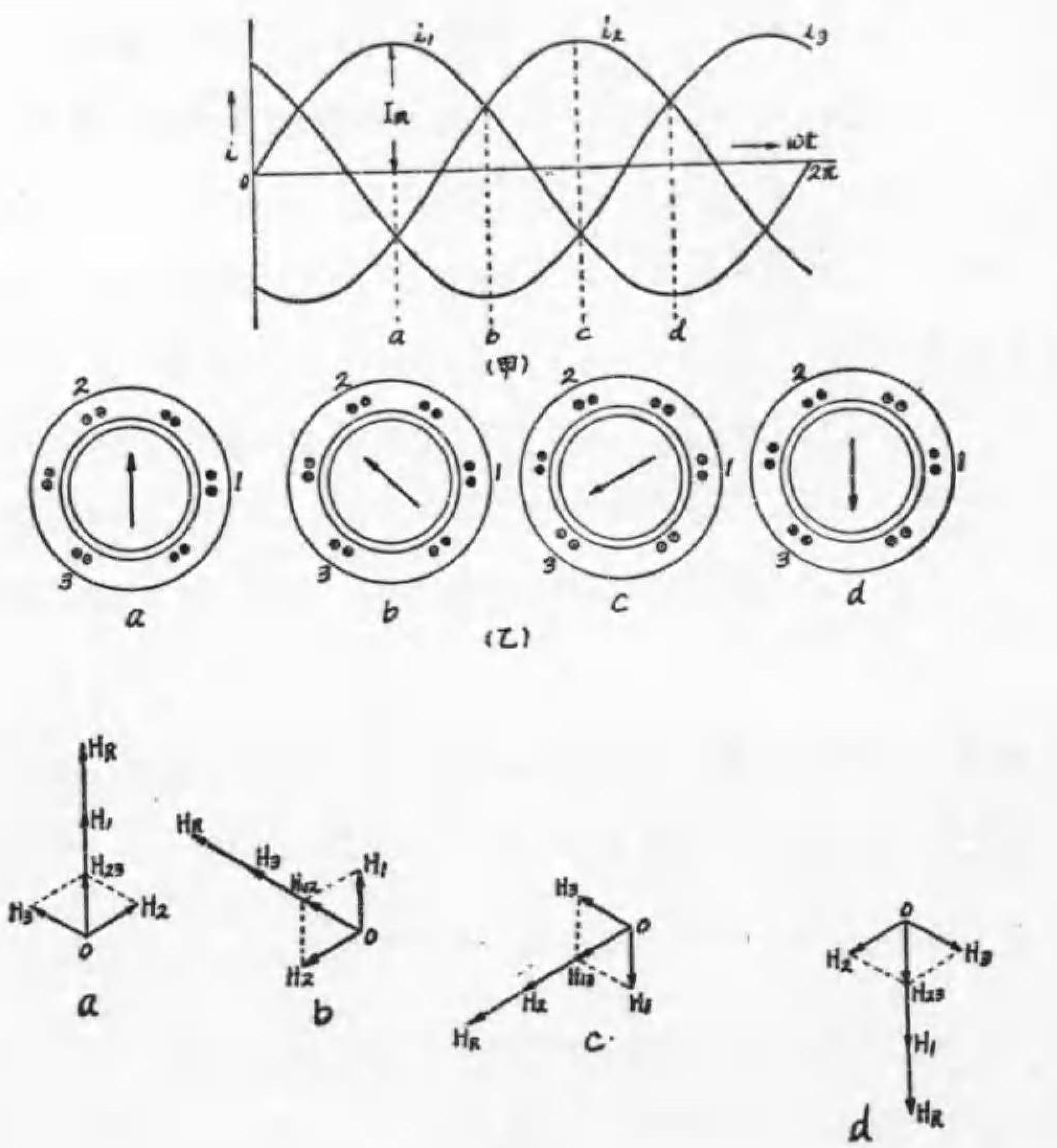
なる電流が各線輪に流れる時は各線輪に依り生ずる磁界は夫々の電流の變化と共に強さが增減するも各々の磁界の合成について考へて見ると，第49圖(甲)の $i_1=I_m,\ i_2=-\frac{1}{2}I_m, i_3=-\frac{1}{2}I_m$ なる値を有する α の時刻に於ては同圖(乙) α に示す如き方向となる。次いで $\omega t=60^\circ$ 即ちbなる瞬間にては

$i_1=\frac{1}{2}I_m\quad i_2=\frac{1}{2}I_m\quad i_3=-I_m$ となり合成磁界は第48圖(乙)bに示す如き方向となり α の瞬間より少しくずれた磁界とな

る，同樣にして(甲)圖の c, d の瞬間には(乙)圖の c, d の如き磁界となるを知る。

即ち捲線が固定してゐると(乙)圖 a, b, c, d に示した樣に一定の強さで時間と共に廻轉する磁界を生ずる。

この磁界は電流の一周波の間に 1, 2, 3, の方向に一廻轉する。

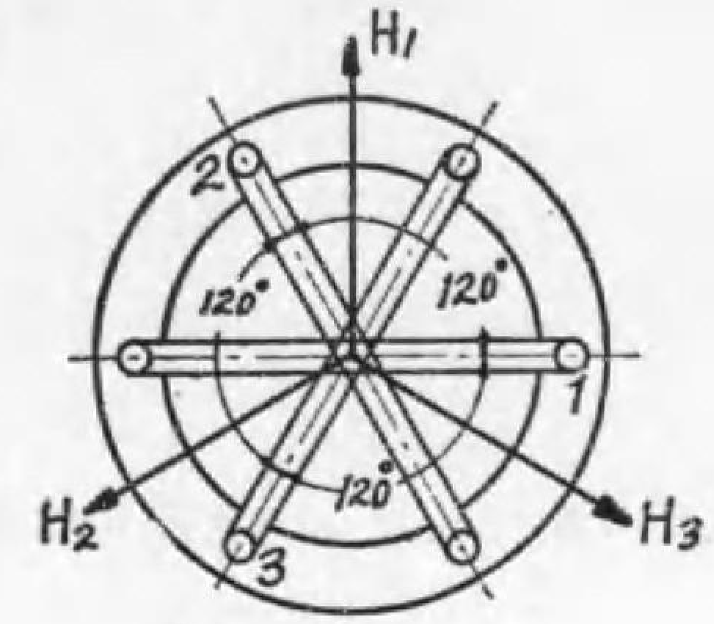


(丙)

第 4 9 圖

廻轉磁界をヴェクトル圖で考へてみると第49圖(丙)となる圖より

合成磁界 H_R は各線輪の磁界の強さの最大値の$\frac{3}{2}$倍の値を常に保ちながら1サイクルの間に一廻轉することを知る。



第 5 0 圖

又數式的に考へて見やふ。

線輪に電流が通じた時に生ずる磁界は電流の變化に從ふ。

故に 1, 2, 3, に三相の交流を通じたる時の各の磁界は

$$H_m \sin \omega t,\ H_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right),\ \ H_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$

にて示される，その方向は第50圖の OH_1，OH_2，OH_3 である，この磁界を縱横兩軸に分けて見る。

縱軸即ち OH_1 の方向の合成磁界は

$$H_m \sin \omega t - H_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)\cos\frac{\pi}{3} - H_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$

$$\times \cos\frac{\pi}{3}$$

$$= H_m\left[\sin \omega t - \cos\frac{\pi}{3}\left\{\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)\right\}\right]$$

$$= H_m\left[\sin \omega t - \cos\frac{\pi}{3} \times 2\sin\left(\omega t - \pi\right)\cos\frac{\pi}{3}\right]$$

$$= H_m\left[\sin \omega t + \frac{1}{2}\sin \omega t\right] = \frac{3}{2} H_m \sin \omega t$$

となり，橫軸即ち 01 の方向の磁界は

$$-H_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)\cos\frac{\pi}{6} + H_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)\cos\frac{\pi}{6}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}H_m\left\{\sin\left(\omega t-\frac{4}{3}\pi\right)-\sin\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi\right)\right\}$$

$$=-\sqrt{3}\,H_m\cos\left(\omega t-\pi\right)\sin\frac{\pi}{3}$$

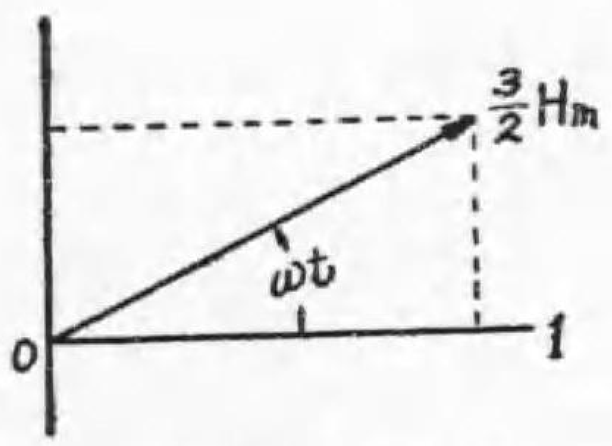
$$=\frac{3}{2}H_m\cos\omega t$$

故に0點に於ける合成磁界の强さは

$$\sqrt{\left(\frac{3}{2}H_m\sin\omega t\right)^2+\left(\frac{3}{2}H_m\cos\omega t\right)^2}$$

$$=\frac{3}{2}H_m$$

即ち合成磁界の强さは時間に關係なく常に一定である。而して横軸となす角卽ち第51圖に於いて合成磁界と01とのなす角θは



第 5 1 圖

$$\theta=\tan^{-1}\frac{\frac{3}{2}H_m\sin\omega t}{\frac{3}{2}H_m\sin c.s\,\omega t}$$

$$=\tan^{-1}\tan\omega t=\omega t$$

上式より明らかな如く合成磁界は電流と同じ周期で廻轉する。

28. 多相回路計算問題

(1)三相三角形接續の電源あり。線間電壓3800ヴオルト，線路電流60アムペアにして，負荷は星形接續である。電源の相電流及び負荷に加はる相電壓を求めよ。

(2)抵抗 R，並にR_2を夫々Y並に△に接續し之に同じ平衡三相電壓を加ふる時電線に流るる電流 I_1 と I_2 とを相等しからしむるに要する R_1 と R_2 との比を求めよ。(昭5. 三種)

(3)△結線の三相發電機に抵抗rオーム，リアクタンスxオームなる相等しき線輪を Yに結線して平衡に負荷した時の線電流何程なるか。但し發電機一相の抵抗r_0オーム，リアクタンスx_0オーム，起電力はE_0ヴオルトとする。

(4)三相平衡負荷あり。電壓200ヴオルト，力率0.8に於て10キロワツトを消費すると云ふ。負荷電流を算出せよ。(大5. 五級)

(5)三相誘導電動機あり。端子電壓200ヴオルト，電流50アムペア，能率0.84，力率0.86なり。該電動機の出力を馬力にて示せ。(大6. 五級)

(6)200ヴオルト，5馬力三相誘導電動機あり。全負荷に於ける力率85%能率84%なりとせば，全負荷に於ける電流は幾何なるか。(大10. 三種)

(7)定格電壓3300ヴオルト，定格電流 100アムペアなる三相交流機あり。之に力率80%の全負荷を接續するとせば，此發電機を運轉するに要する原動機の出力幾馬力なりや。(大13. 三種)

(8)三相三線式交流配電線路あり。線條一本の抵抗 0.3オーム，リアクタンス0.25オームなりとす。受電端に無誘導性にして200ヴオルト，5キロワツトの三相負荷ある時，饋電點の線間電壓を求む。(大12. 三種)

多相回路計算問題解答

(1)相電流　34.64アムペア，相電壓1905.2ヴオルト

(2)$R_1:R_2=1:3$

(3)

$$\frac{\sqrt{3}\,E_0}{\sqrt{(r_0+3.r)^2+(x_0+3x)^2}}$$

(4)36アムペア

(5)16.8馬力

(6)15.1アムペア

(7)680馬力

(8)208V

第五章 歪 波 形

29. 歪 波 形

今迄に述べた交番起電力又は交流は之を誘導するに必要な磁界が正弦波をなして分布し，之を切る導體が等速運動をなす場合に誘導される純正弦波の起電力又は電流である。

正弦波の場合は理論が簡單であり又研究し易い上に實際に取ふ點から甚だ都合がよいのである。

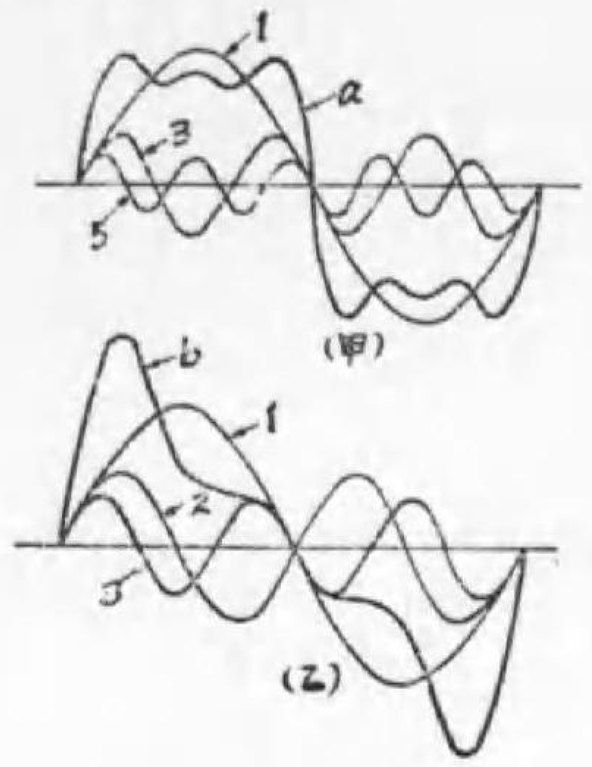
故に交流機械の製作も正弦波を得られる樣に設計するが，發電子の溝のために磁束分布が刻々變化し，又發電子反作用のために磁束分布が變化し從つて空隙の磁束分布は完全な正弦波と云へず誘導起電力も歪んだ波形になる。

又起電力が正弦波であつても抵抗やリアクタンが變る場合には電流は歪んだ波形になる，此の樣な起電力，又は電流の波形を**歪形波** (Distorted wave form) と云ふ。

一つの歪波形は種々の周波數の正弦波に分けられる。

第52圖(甲)に於いてaなる歪波形は 1, 3, 5 の正弦波の合成である。又(乙)のbなる歪波形は 1, 2, 3 の正弦波の合成である。

歪波形と同一周波數を有する1を**基本波** (Foundamental wave) と云ひ，基本波の二倍，三倍，五倍の周波數の 2, 3, 5 を夫々**第二高調波** (Second harmonics)，**第三高調波** (Third harmonics)，**第五高調波** (Fifth harmonics) と云ふ。



第 5 2 圖

30. 等價正弦波

種々なる歪波形を一つ一つに就いて研究する事は難しい。之を或る正弦波として取扱ふと便利である。卽ち歪波形の實効値（其の波形の各瞬時値の自乘の平均の平方根）と同じ値の實効値を有する正弦波を考へ，之を歪波形の**等價正弦波** (Equivalent sine curve) と云ふ。

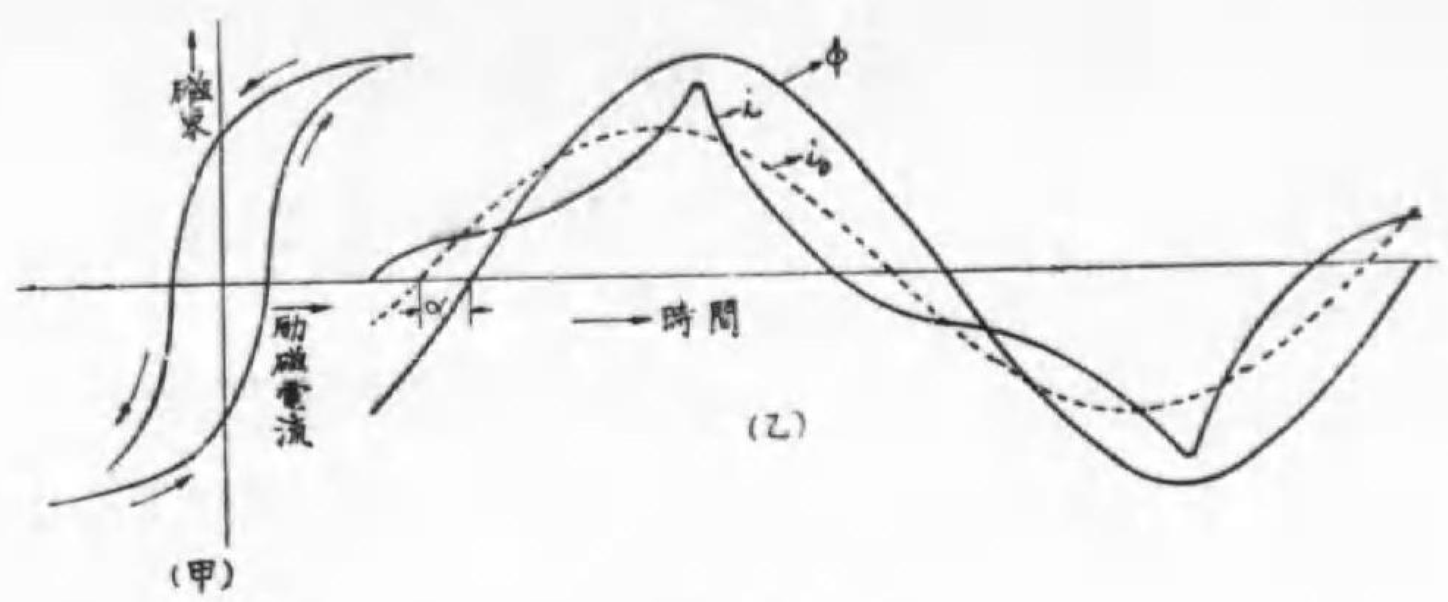
31. 變壓器の勵磁電流

歪形波の一例として變壓器の勵磁電流を擧げることが出來る。今變壓器の一次線輪に正弦波の電壓を供給すれば鐵心中には正弦波の磁束を生ずる，若し鐵の飽和狀態及びヒステリシスの現象がないものとすれば勵磁電流も正弦波の變化をなす筈なり。

然し實際は所謂ヒステリシスのために勵磁電流は磁束の增減に應じ直線的に變化せず第53圖(甲)の如くヒステリシス環線を形成する如く變化す，從つて ϕ が正弦波形に變化せる時の勵磁電流の變化は

第53圖(乙)の i 曲線に示す如くなる，この歪形波と同一の實効値を有する等價正歪波は i_0 の樣になる。

i_0 は ϕ より α だけ位相が進んでゐる，この α 角を**ヒステリシス進角** (Angle of hysteresis advance) と云ふ。



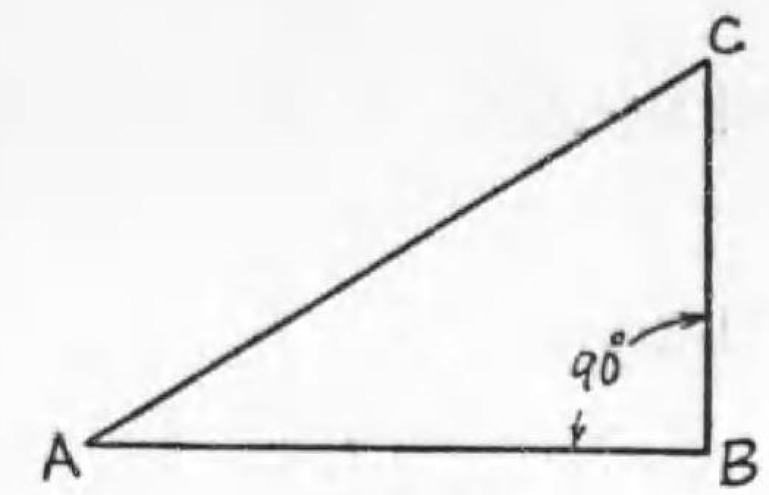
第53圖

i_0 の實効値を I_0 とし供給電壓を E_0 とすれば ϕ は E_0 より $90°$ 遅れてゐる故 E_0 と I_0 との位相差は $(90°-\alpha)$ となる。從つて電流の有効分は $I_0\cos(90°-\alpha)$ 即ち $I_0\sin\alpha$ であり無効分は $I_0\cos\alpha$ である。

故に $E_0 I_0 \sin\alpha$ はヒステリシス損失で，$I_0\cos\alpha$ は磁化電流である

附 錄

1. ピタゴラスの定理



第一圖

直角三角形の斜邊の上の正方形は他の二邊の正方形の和に等しい。

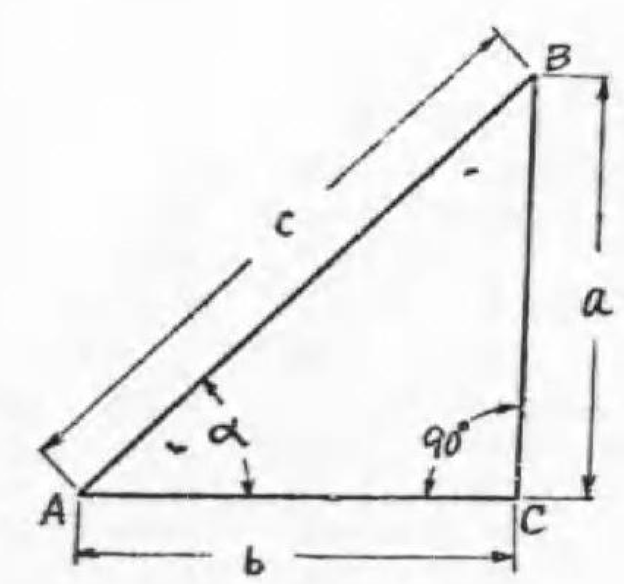
即ち第1圖の直角三角形 ABC に於いて

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

なり。

2. 三角函數

今第2圖に於いて，角 A 即ち α が一定なれば，この三角形の任意の二邊の比は一定である。この二邊の各比を次の如く表はす，但し c を斜邊，a を垂線，b を底邊の長さとする。



第二圖

$$正弦 = \frac{垂線}{斜邊} \qquad 餘弦 = \frac{底邊}{斜邊}$$

$$正切 = \frac{垂線}{底邊} \qquad 餘切 = \frac{底邊}{垂線}$$

$$正割 = \frac{斜邊}{底邊} \qquad 餘割 = \frac{斜邊}{垂線}$$

或ひは

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

$\tan \alpha = \frac{a}{b}$ $\cot \alpha = \frac{b}{a}$

$\sec \alpha = \frac{c}{b}$ $\cos \alpha = \frac{c}{a}$

正弦，餘弦，正切，餘切，正割，餘割を總稱して，其の角の三角函數と云ふ。

種々の角についての三角函數の値は次の如し。

1. 三角函數ノ眞數表（其一）

正 弦（1）

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	0.0000	0029	0058	0087	0116	0145	0175	89
1	0.0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88
2	0.0349	0378	0407	0436	0465	0494	0523	87
3	0.0523	0552	0581	0610	0640	0669	0698	86
4	0.0698	0727	0756	0785	0814	0843	0872	85
5	0.0872	0901	0929	0958	0987	1016	1045	84
6	0.1045	1074	1103	1132	1161	1190	1219	83
7	0.1219	1248	1276	1305	1334	1363	1392	82
8	0.1392	1421	1449	1478	1507	1526	1564	81
9	0.1564	1593	1622	1650	1679	1708	1736	80
10	0.1736	1765	1794	1822	1851	1880	1908	79
11	0.1908	1937	1965	1994	2022	2051	2079	78
12	0.2079	2108	2136	2164	2193	2221	2250	77
13	0.2250	2278	2306	2334	2363	2391	2419	76
14	0.2419	2447	2476	2504	2532	2560	2588	75
15	0.2588	2616	2644	2672	2700	2778	2756	74
16	0.2756	2784	2812	2840	2868	2896	2924	73
17	0.2924	2952	2979	3007	3035	3062	3090	72
18	0.3090	3118	3145	3173	3201	3228	3256	71
19	0.3256	3283	3311	3338	3365	3393	3420	70
20	0.3420	3448	3475	3502	3529	3557	3584	69
21	0.3584	3611	3638	3665	3692	3719	3746	68
22	0.3746	3773	3800	3827	3854	3881	3907	67
23	0.3907	3934	3961	3987	4014	4041	4067	66
24	0.4067	4094	4120	4147	4173	4200	4226	65
25	0.4226	4253	4279	4305	4331	4358	4384	64
26	0.4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63
27	0.4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62
28	0.4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61
29	0.4848	4874	4899	4924	4950	4975	5000	60
30	0 5000	5025	5050	5075	5100	5125	5150	59
31	0.5150	5175	5200	5225	5250	5275	5299	58
32	0.5299	5324	5348	5373	5398	5422	5446	57
33	0.5446	5471	5495	5519	5544	5568	5592	56
34	0.5592	5616	5640	5664	5688	5712	5736	55
35	0.5736	5760	5783	5807	5831	5854	5878	54
36	0.5878	5901	5925	5948	5972	5995	6018	53
37	0.6018	6041	6065	6088	6111	6134	6157	52
38	0 6157	6180	6202	6225	6248	6271	6293	51
39	0.6293	6316	6338	6361	6383	6406	6428	50
40	0.6428	6450	6472	6494	6517	6539	6561	49
41	0.6561	6583	6604	6626	6648	6670	6691	48
42	0.6691	6713	6734	6756	6777	6799	6820	47
43	0.6820	6841	6862	6884	9905	6926	6947	46
44	0.6947	6967	6988	7009	7030	7050	7071	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

餘 弦（2）

1. 三角函數ノ眞數表（其二）

正 弦（2）

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
45	0.7071	7092	7112	7133	7153	7173	7193	44
46	0.7193	7214	7234	7254	7274	7294	7314	43
47	0.7314	7333	7353	7373	7392	7412	7431	42
48	0.7431	7451	7470	7490	7509	7528	7547	41
49	0.7547	7566	7585	7604	7623	7642	7660	40
50	0.7660	7679	7698	7716	7735	7753	7771	39
51	0.7771	7790	7808	7826	7844	7862	7880	38
52	0.7880	7898	7916	7934	7951	7969	7986	37
53	0.7986	8004	8021	8039	8056	8073	8090	36
54	0.8090	8107	8124	8141	8158	8175	8192	35
55	0.8192	8208	8225	8241	8258	8274	8290	34
56	0.8290	8307	8323	8339	8355	8371	8387	33
57	0.8387	8403	8418	8434	8450	8465	8480	32
58	0.8480	8496	8511	8526	8542	8557	8572	31
59	0.8572	8587	8601	8616	8631	8646	8660	30
60	0.8660	8675	8689	8704	8718	8732	8746	29
61	0.8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28
62	0.8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27
63	0.8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26
64	0.8938	9001	9013	9026	9038	9051	9063	25
65	0.9063	9075	9088	9100	9112	9124	9135	24
66	0.9135	9147	9159	9171	9182	9194	9205	23
67	0.9205	9216	9228	9239	9250	9261	9272	22
68	0.9272	9283	9293	9304	9315	9325	9336	21
69	0.9336	9346	9356	9367	9377	9387	9397	20
70	0.9397	9407	9417	9426	9436	9446	9455	19
71	0.9455	9465	9474	9483	9492	9502	9511	18
72	0.9511	9520	9528	9537	9546	9555	9563	17
73	0.9563	9572	9580	9588	9596	9605	9613	16
74	0.9613	9621	9628	9636	9644	9652	9659	15
75	0.9659	9667	9674	9681	9689	9696	9703	14
76	0.9703	9710	9717	9724	9730	9737	9744	13
77	0.9744	9750	9757	9763	9769	9775	9781	12
78	0.9781	9787	9793	9799	9805	9811	9816	11
79	0.9816	9822	9279	9833	9838	9843	9848	10
80	0.9848	9853	8858	9863	9868	9872	9877	9
81	0.9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	8
82	0.9903	9907	9911	9914	9918	9922	9925	7
83	0.9925	9929	9932	9936	9939	9942	9945	6
84	0.9945	9948	9951	9954	9957	9959	9962	5
85	0.9962	9964	9967	9969	9971	9974	9976	4
86	0.9976	9978	9980	9981	9983	9985	9986	3
87	0.9986	9988	9989	9990	9992	9993	9994	2
88	0.9994	9995	9996	9997	9997	9998	9998	1
89	0.9998	9999	9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

餘 弦（1）

1. 三角函數ノ眞數表（其四）

正 切（2）

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
45	1.000	1.006	1.012	1.018	1.024	1.030	1.036	44
46	1.036	1.042	1.048	1.054	1.060	1.066	1.072	43
47	1.072	1.079	1.085	1.091	1.098	1.104	1.111	42
48	1.111	1.117	1.124	1.130	1.137	1.144	1.150	41
49	1.150	1.157	1.164	1.171	1.178	1.185	1.192	40
50	1.193	1.199	1.206	1.213	1.220	1.228	1.235	39
51	1.235	1.242	1.250	1.257	1.265	1.272	1.280	38
52	1.280	1.288	1.295	1.303	1.311	1.319	1.327	37
53	1.327	1.335	1.343	1.351	13.60	1.368	1.376	36
54	1.376	1.385	1.393	1.402	1.411	1.419	1.428	35
55	1.428	1.437	1.446	1.455	1.464	1.473	1.483	34
56	1.483	1.492	1.501	1.511	1.520	1.530	1.540	33
57	1.540	1.550	1.560	1.570	1.580	1.590	1.600	32
58	1.600	1.611	1.621	1.632	1.643	1.653	1.664	31
59	1.664	1.675	1.686	1.698	1.709	1.720	1.732	30
60	1.732	1.744	1.756	1.767	1.780	1.792	1.804	29
61	1.804	1.816	1.829	1.842	1.855	1.868	1.881	28
62	1.881	1.894	1.907	1.921	1.935	1.949	1.963	27
63	1.963	1.977	1.991	2.006	2.020	2.035	2.050	26
64	2.050	2.066	2.081	2.097	2.112	2.128	2.145	25
65	2.145	2.161	2.177	2.194	2.211	2.329	2.246	24
66	2.246	2.264	2.282	2.300	2.318	2.337	2.356	23
67	2.356	2.375	2.394	2.414	2.434	2.455	2.475	22
68	2.475	2.496	2.517	2.539	2.560	2.583	2.605	21
69	2.605	2.628	2.651	2.675	2.699	2.723	2.747	20
70	2.747	2.773	27.98	2.824	2.850	2.877	2.904	19
71	2.904	2.932	2.960	2.989	3.018	3.047	3.078	18
72	3.078	3.108	3.140	3.172	3.204	3.237	3.271	17
73	3.271	3.305	3.340	3.376	3.412	3.450	3.487	16
74	3.487	3.526	3.566	3.606	3.647	3.689	3.732	15
75	3.732	3.776	3.821	3.867	3.914	3.962	4.011	14
76	4.011	4.061	4.113	4.165	4.219	4.275	4.331	13
77	4.331	4.390	4.449	4.511	4.574	4.638	4.705	12
78	4.705	4.773	4.843	4.915	4.989	5.066	5.145	11
79	5.145	5.226	5.309	5.396	5.485	5.576	5.671	10
80	5.671	5.769	5.871	5.976	6.084	6.197	6.314	9
81	6.314	6.435	6.561	6.691	6.827	6.968	7.115	8
82	7.115	7.269	7.429	7.596	7.770	7.953	8.144	7
83	8.144	8.345	8.556	8.777	9.010	9.255	9.514	6
84	9.514	9.788	10.08	10.39	10.71	11.06	11.43	5
85	11.43	11.83	12.25	12.71	13.20	13.73	14.30	4
86	14.30	14.92	15.60	16.25	17.17	18.07	19.08	3
87	19.08	20.21	21.47	22.90	24.54	26.43	28.64	2
88	28.64	31.24	34.37	38.19	42.96	49.10	57.29	1
89	57.29	68.75	85.94	114.6	171.9	343.8		0
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

餘 切（1）

1. 三角函數ノ眞數表（其三）

正 切（1）

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	0.0000	0029	0058	0087	0116	0145	0175	89
1	0.0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88
2	0.0349	0378	0407	0437	0465	0495	0524	87
3	0.0524	0553	0582	0612	0641	0670	0699	86
4	0.0699	0729	0758	0787	0819	0846	0875	85
5	0.0875	0904	0934	0963	0992	1022	1051	84
6	0.1051	1080	1110	1139	1169	1198	1228	83
7	0.1228	1257	1287	1317	1346	1376	1405	82
8	0.1405	1435	1465	1495	1524	1554	1584	81
9	0.1584	1614	1644	1673	1703	1733	1763	80
10	0.1763	1793	1823	1853	1883	1914	1944	79
11	0.1944	1974	2004	2035	2065	2095	2126	78
12	0.2126	2156	2186	2217	2247	2278	2309	77
13	0.2309	2339	2370	2401	2432	2462	2493	76
14	0.2493	2524	2555	2586	2617	2643	2679	75
15	0.2679	2711	2742	2773	2805	2836	2867	74
16	0.2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73
17	0.3057	3089	3121	3153	3185	3217	3249	72
18	0.3249	3281	3314	3346	3378	3411	3443	71
19	0.3443	3476	3508	3541	3574	3607	3640	70
20	0.3640	3673	3706	3739	3772	3805	3839	69
21	0.3839	3872	3906	3939	3973	4006	4040	68
22	0.4040	4074	4108	4142	4176	4210	4245	67
23	0.4245	4279	4314	4348	4383	4417	4452	66
24	0.4452	4487	4522	4557	4592	4628	4663	65
25	0.4663	4699	4734	4770	4806	4841	4877	64
26	0.4877	4913	4950	4986	5022	5059	5095	63
27	0.5095	5132	5169	5206	5243	5280	5317	62
28	0.5317	5354	5392	5430	5467	5505	5543	61
29	0.5543	5581	5619	5658	5696	5735	5774	60
30	0.5774	5812	5851	5890	5930	5969	6009	59
31	0.6009	6048	6088	6128	6168	6208	6249	58
32	0.6249	6289	6330	6371	6412	6453	6494	57
33	0.6494	6536	6577	6619	6661	6703	6745	56
34	0.6745	6787	6830	6873	6916	6959	7002	55
35	0.7002	7046	7089	7133	7177	7221	7265	54
36	0.7265	7310	7355	7400	7445	7480	7536	53
37	0.7536	7581	7627	7673	7720	7766	7813	52
38	0.7813	7860	7907	7954	8002	8050	8098	51
39	0.8098	8146	8195	8243	8292	8342	8391	50
40	0.8391	8441	8491	8541	8591	8642	8693	49
41	0.8693	8744	8796	8847	8899	8952	9004	48
42	0.9004	9057	9110	9163	9217	9271	9325	47
43	0.9325	9380	9435	9490	9545	9601	9657	46
44	0.9657	9713	9770	9827	9884	9942	1.0000	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

餘 切（2）

3. 三角法公式

$$\left.\begin{array}{ll} \sin(-\alpha) = -\sin\alpha & \tan(-\alpha) = -\tan\alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos\alpha & \end{array}\right\} \cdots\cdots(1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin(180^\circ-\alpha) = \sin\alpha,\ \cos(180^\circ-\alpha) = -\cos\alpha \\ \tan(180^\circ-\alpha) = -\tan\alpha \\ \sin(180^\circ+\alpha) = -\sin\alpha \\ \cos(180^\circ+\alpha) = -\cos\alpha \\ \tan(180^\circ+\alpha) = \tan\alpha \end{array}\right\} \cdots\cdots(2)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \sin(90^\circ-\alpha) = \cos\alpha & \cos(90^\circ-\alpha) = \sin\alpha \\ \tan(90^\circ-\alpha) = \cot\alpha & \end{array}\right\} \cdots\cdots(3)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1 & 1+\tan^2\alpha = \sec^2\alpha \\ 1+\cot^2\alpha = \mathrm{cosec}^2\alpha & \end{array}\right\} \cdots\cdots(4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin(\alpha\pm\beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \end{array}\right\} \cdots\cdots(5)$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \\ \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1-2\sin^2\alpha \end{array}\right\} \cdots\cdots(6)$$

昭和十三年三月十五日印刷
昭和十三年三月廿五日發行

交流理論

定價金六拾錢

著者　電敎社

發行者　中西儀藏
大阪市大正區泉尾北村町二丁目十二番ノ一

印刷所　八ッ橋印刷所
大阪市東區博勞町一丁目六五

大阪市大正區泉尾北村町二丁目十二番ノ一
發行所　大石堂出版部

東京市日本橋區吳服橋二丁目
大賣捌所　大阪屋號書店

大阪市東區博勞町四丁目
丸善株式會社大阪支店

東京市神田區錦町三丁目
大阪市北區堂島堂ビル內
オーム社本支店

大阪市東區北久太郎町四丁目
柳原書店

¥ .60

終