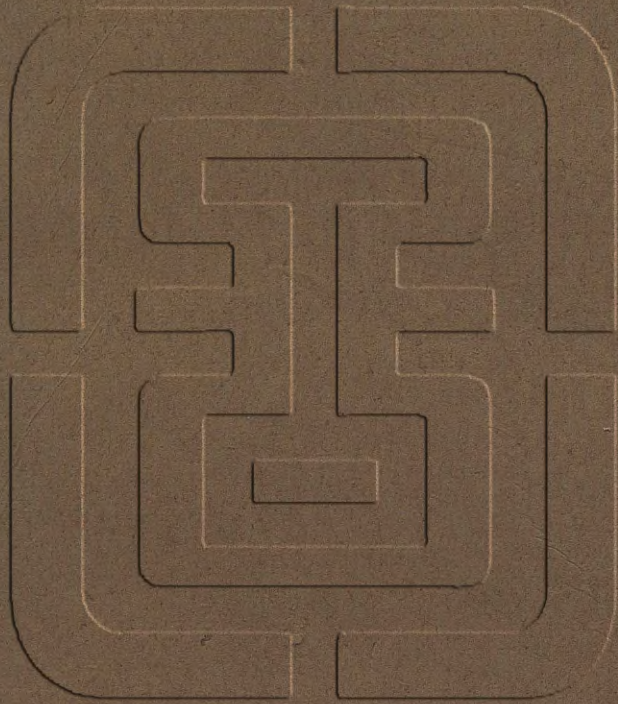


72100

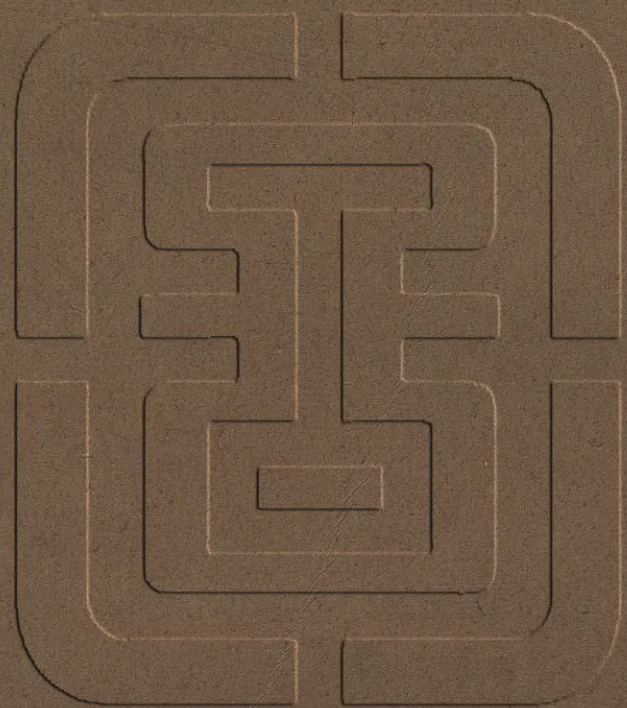
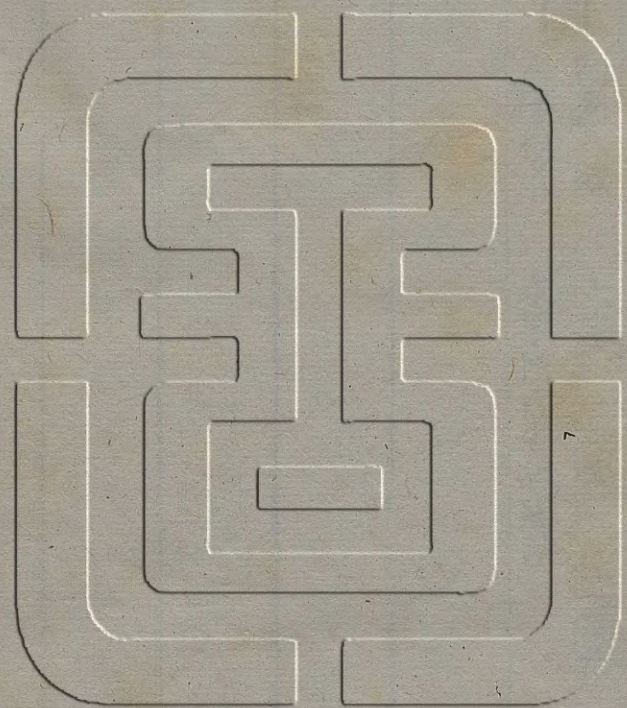
887.3

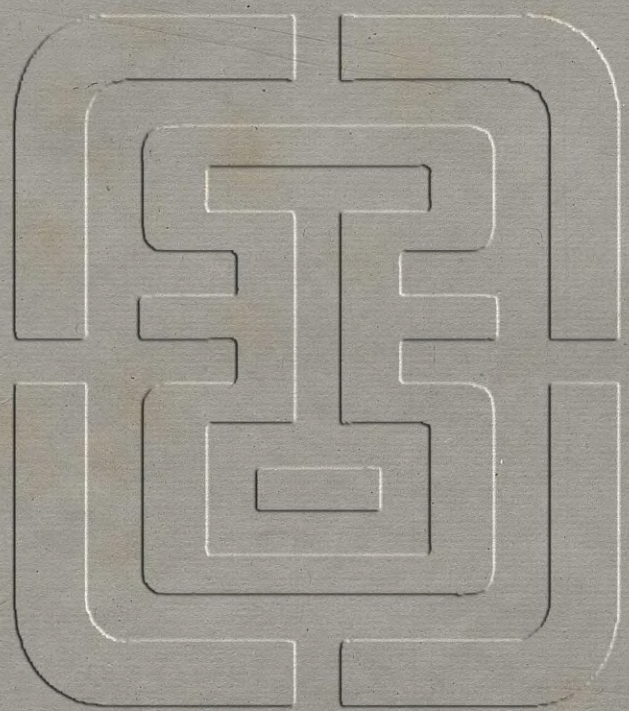
14



17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45

2050/





御製數理精蘊下編卷十六

面部六

割圓

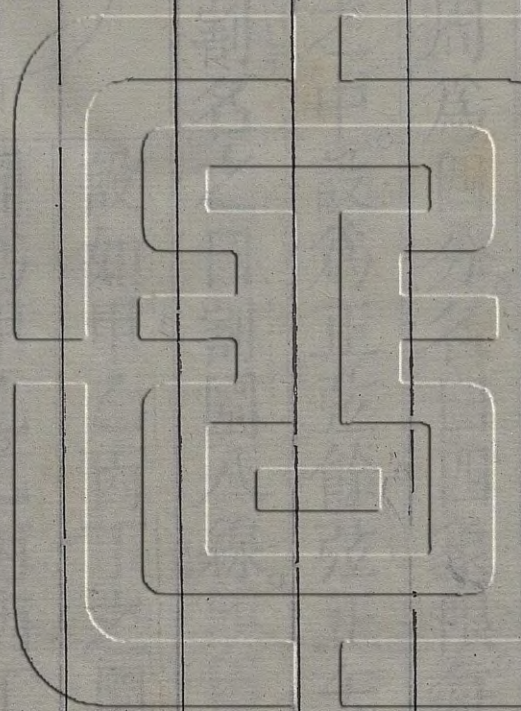
割圓八線
八線相求

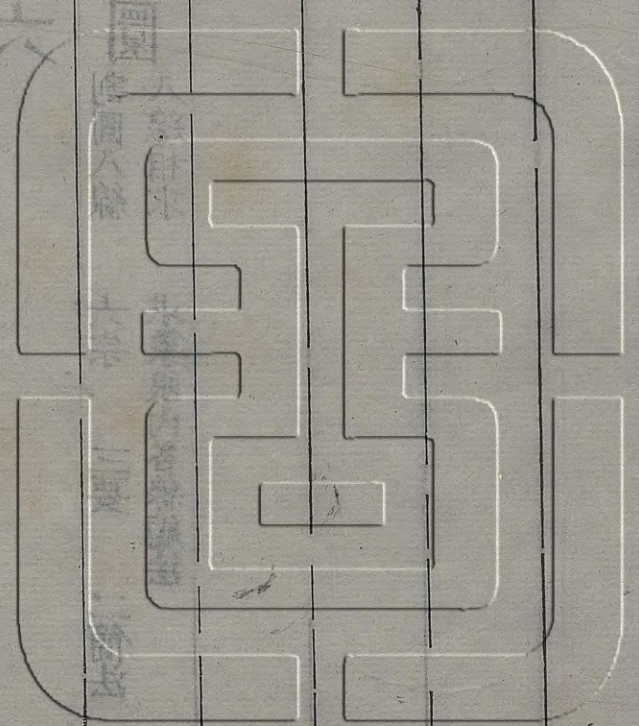
六宗

三要

二簡法

求象限內各線總法





唐圖

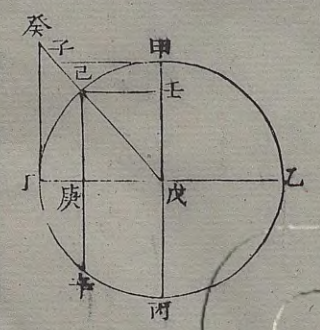
面積六

喻變爨野蘇平蘇卷十六

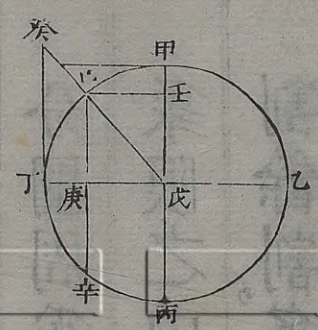
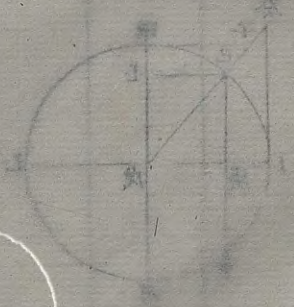
割圓八線



圓周定為三百六十度。大而周天。小而寸許。皆如之。
 蓋圓有大小。而度分隨之。其為數則同。自圓心平
 分圓周為四分。名曰四象限。每一象限九十度。一
 象限之中。設為正弦。餘弦。正矢。餘矢。正切。餘切。正
 割。餘割。名之曰割圓八線。



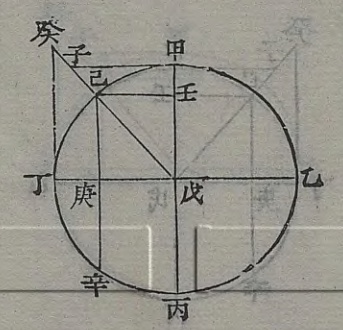
設如甲乙丙丁之圓。自圓心戊。平分全
 圓為甲乙乙丙丙丁丁甲四象限。其每
 一象限皆九十度。乃自圓心戊。任作一



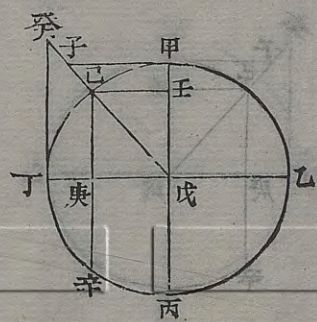
戊己半徑。則將甲丁九十度之弧。分爲
 甲己。己丁二段。己丁爲己戊丁角所對
 之弧。甲己爲甲戊己角所對之弧。如命
 己戊丁爲正角。則甲戊己爲餘角。甲戊
 己爲正角。則己戊丁爲餘角。正角所對
 爲正弧。餘角所對爲餘弧。今以己丁爲
 正弧。故甲己爲餘弧。又自己與甲丙全
 徑平行。作己辛線。謂之通弦。其對己丁
 正弧。而立於戊丁半徑者。曰正弦。又與

蓋圖

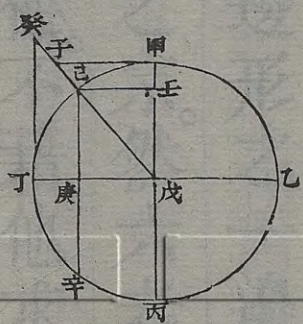
圖八



戊丁半徑平行。作壬己線。謂之餘弦。以
 其爲甲己餘弧之所對也。於戊丁半徑
 內。減戊庚。餘庚丁。謂之正矢。於甲戊半
 徑內。減壬戊。餘甲壬。謂之餘矢。自圓界
 與甲戊半徑平行。立於戊丁半徑之末。
 作垂線。仍與己戊丁角相對者。曰正切。
 將己戊半徑引長。與正切相遇於癸。成
 戊癸線。謂之正割。又自圓界與戊丁半
 徑平行。作甲子線。謂之餘切。戊癸正割。

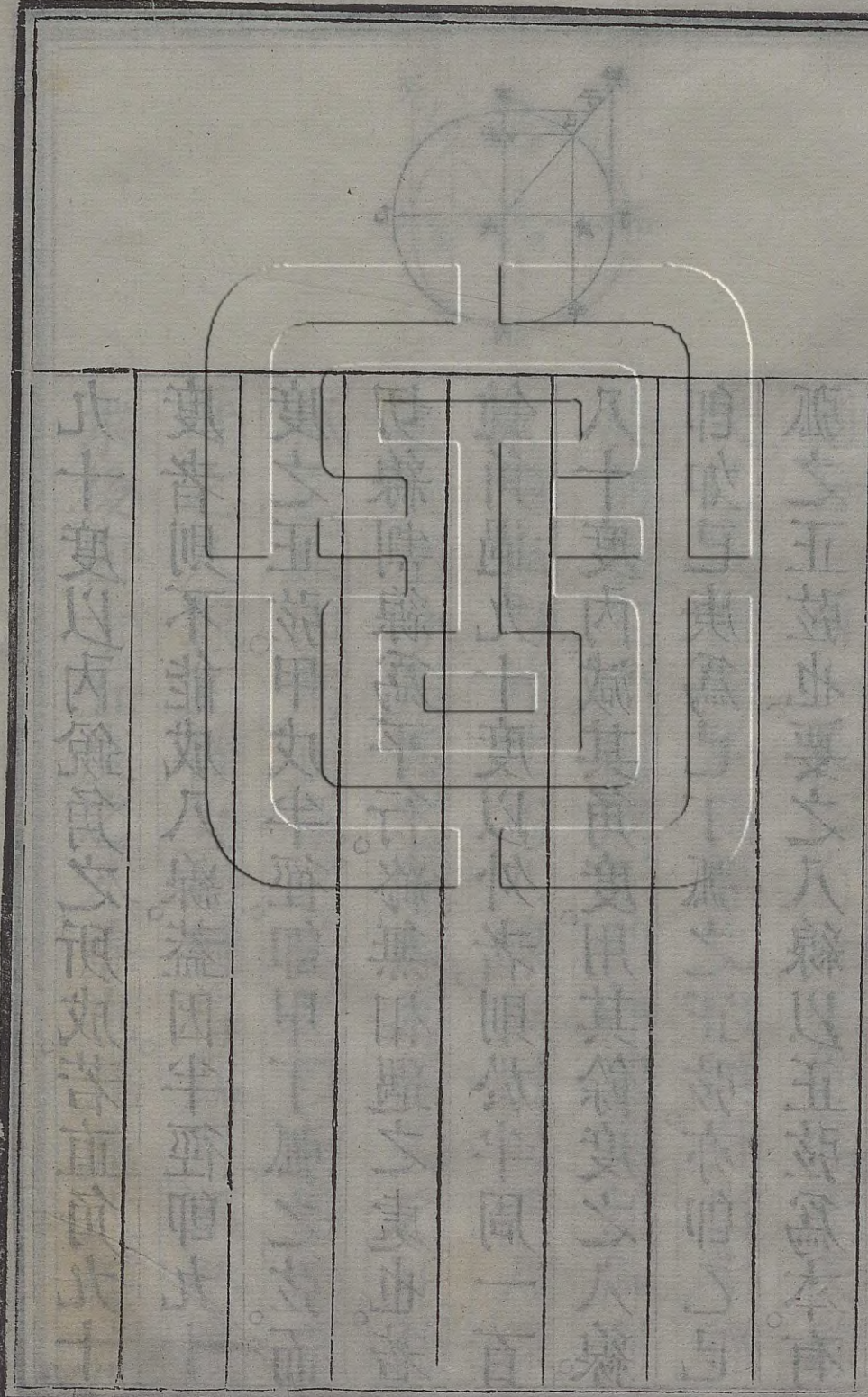


被甲子餘切截於子。所分戊子謂之餘割。每一角一弧。卽有正弦餘弦。正矢餘矢。已成四線於圓界之內。復引出半徑於圓界之外。而成正切餘切。正割餘割。之四線。內外共爲八線。故曰割圓八線。逐度逐分。正弧之餘。卽爲餘弧之正。餘弧之正。卽爲正弧之餘。是以前四十五度之八線。正餘互相對待爲用。不必復求。後四十五度之八線也。凡此八線皆



九十度以內。銳角之所成。若直角九十度者。則不能成八線。蓋因半徑卽九十度之正弦。甲戊半徑。卽甲丁弧之弦。而切線割線爲平行。終無相遇之處也。若鈍角過九十度以外者。則於半周一百八十度內。減其角度。用其餘度之八線。卽如已庚爲已丁弧之正弦。亦卽乙己弧之正弦也。要之八線以正弦爲本。有正弦則諸線皆由此生。故六宗三要皆

係正弦之法。

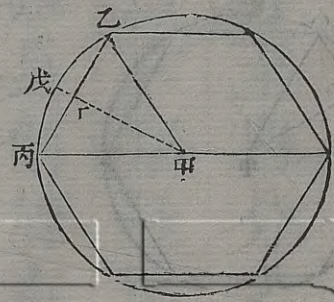


六宗三要 二簡法附

西洋曆算家作割圓八線表。始自圓內容六邊。四邊十邊。三邊。五邊。十五邊。名曰六宗。蓋用圓徑求各等邊形之一邊。為相當弧之通弦。以為立表之原。故謂之宗。然六者實本於三。如六邊形之一邊。即圓之半徑。不藉他求。數無零餘。而理最易見。此其一也。四邊形之一邊。則為半徑所作正方形之對角斜弦。此又其一也。十邊形之一邊。則為半徑所作連比例三率之中率。西法謂之理分中末線。此又其一也。至於三

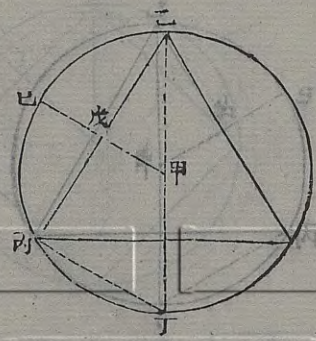
邊形則出於六邊。五邊形則出於十邊。十五邊形則又出於三邊及五邊。非別自立一法也。既得此六種形之一邊各半之。即得六種弧之各正弦。爰命此六種弧爲本弧。按法可求本弧之餘弦。可求倍本弧之正弦餘弦。亦可求半本弧之正弦餘弦。是爲三要。又以不等兩弧之正弦餘弦。求相加相減弧之正弦。又兩弧距六十度前後之度等。得其兩正弦之較。即得距弧之正弦。是又名爲二簡法。由此錯綜之。可得正弦一百二十。其中最小者爲四十五分之弦。其次一

度三十分。又次爲二度十五分。又次爲三度。如此每越四十五分而得一弦。其自一分至四十四分之弦。則以比例求之。因弧分甚微。與直線所差無幾。故以弦求弦而得之。此西法立割圓八線表之大綱也。爾來西法對數表內。有設連比例四率。以求圓內容七邊九邊二法。因推廣其理。於六宗之外。增求圓內容十八邊形十四邊形之法。俱以半徑爲首率。求連比例四率之第二率。即十八邊形十四邊形之每一邊。而九邊七邊。又因之以生。亦猶三邊之出於六邊。五

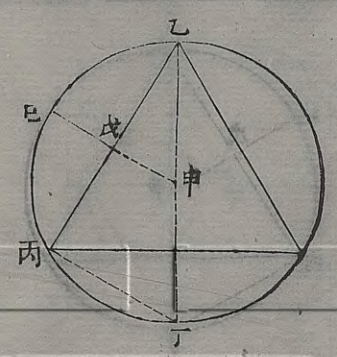


丙角亦必相等。而各為六十度矣。三角既等。則三邊亦必相等。故乙丙邊即與甲乙甲丙半徑相等也。乙丙弧既為六十度。則乙丙邊十萬為六十度之通弦。折半得乙丁五萬。即乙戊弧三十度之正弦也。此即六邊起算之理。前設圓徑為二兆者。所以求其密合。今設圓徑為二十萬。所以取其便於用也。

設如圓徑二十萬。求內容三邊形之一邊幾何。

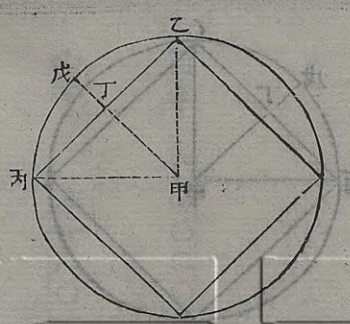


法以圓徑二十萬為弦。自乘得四百億。又以半徑十萬為勾。自乘得一百億。相減餘三百億。開方得股一十七萬三千二百零五。小餘。八。七五六八。即圓內容三邊形之每一邊也。如甲圓內容三邊形。每邊之弧。得圓周三分之一。皆一百二十度。為六邊形每邊弧之一倍。試自乙角過圓心至對界。作乙丁全徑線。又自丁依半徑度至丙。作丁丙線。則成六邊形。

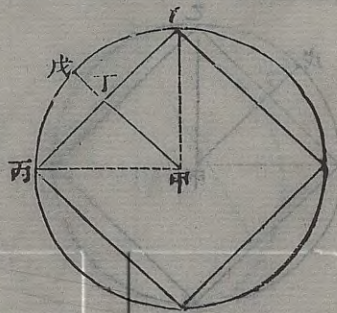


之每一邊。其丙丁弧即為三邊形之每
 邊弧之一半。而丙角立於圓界之一半。
 必為直角。故半徑為勾。全徑為弦。求得
 股即三邊形之每一邊也。乙丙弧既為
 一百二十度。則乙丙邊一十七萬三千
 二百零五。小餘。八。七五六八。為一百二十度
 之通弦。折半得乙戊八萬六千六百零
 二。小餘五十四。三七八四。即乙已弧六十度之正
 弦也。

設如圓徑二十萬。求內容四邊形之一邊幾何。



法以圓徑二十萬。折半得半徑十萬。自
 乘得一百億。倍之得二百億。開方得一
 十四萬一千四百二十一。小餘三五六二。三三七三。
 即圓內容四邊形之每一邊也。如甲圓
 內容四邊形。每邊之弧。得圓周四分之
 一。皆九十度。試自圓心甲至圓界乙。丙
 二處。作甲乙。甲丙二半徑線。成甲乙丙
 勾股形。若命甲乙半徑為股。則甲丙半



徑為勾。若命甲丙半徑為股。則甲乙半
 徑為勾。因勾股皆為半徑。故以半徑自
 乘。倍之開方而得弦。即如勾股各自乘。
 併之開方而得弦也。乙丙弧既為九十
 度。則乙丙邊一十四萬一千四百二十
 一。小餘三五六為九十度之通弦。折半
 得乙丁七萬零七百一十。小餘六七八
 即乙戊弧四十五度之正弦也。

理分中末線

此西法名也。因命一線為首率。將此首率分為大小兩分。大分為中

率。小分為末率。與原線共為相連。比例三率。故謂之理分中末線也。

設如以十萬為首率。作相連比例三率。使中率末率

相加。與首率等。求中率末率各幾何。

法以十萬自乘。得一百億為長方積。以

十萬為長闊之較。用帶縱較數開方法

算之。得闊六萬一千八百零三。即相連

比例之中率。以中率與首率十萬相減。

餘三萬八千一百九十七。即相連比例

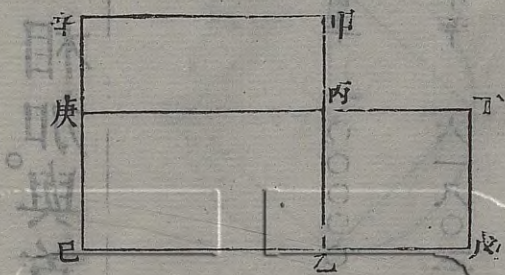
之末率也。此法蓋因連比例三率之首

首率 一〇〇〇〇〇

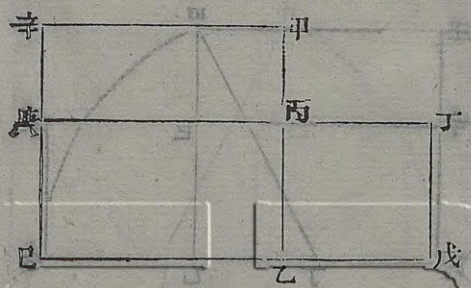
中率 六一八〇三

末率 三八一九七

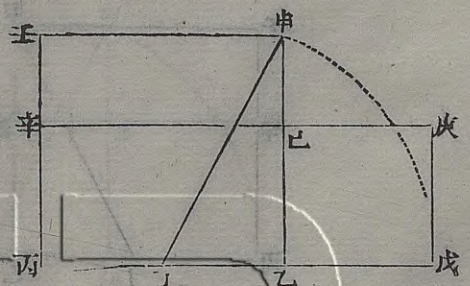
率 三八一



率末率相乘之長方積與中率自乘之
 正方積等。而首率之中有一中率一末
 率之數。故首率自乘之一正方積中有
 首率中率相乘之一長方。又有首率末
 率相乘之一長方。即如甲乙為首率。丙
 乙為中率。甲丙為末率。丙乙中率自乘
 之正方。為丁戊乙丙。甲丙末率與甲乙
 首率相乘之長方。為甲丙庚辛。甲辛與
甲乙等
 此一正方一長方之積等。而甲乙首率

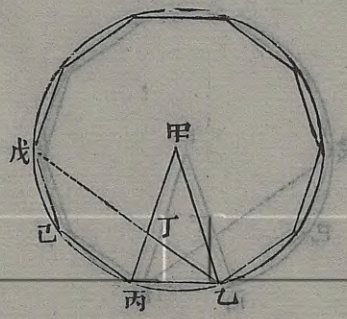


自乘之正方。為甲乙己辛。丙乙中率與
 甲乙首率相乘之長方。為丙乙己庚。丙
庚
與甲
乙等夫甲丙庚辛之長方。既與丁戊乙
 丙之正方等。則甲乙己辛之正方。亦必
 與丁戊己庚之長方等。是以丁戊己庚
 長方形之闊即中率。其長比闊之較即
 首率。故以首率自乘為長方積。仍以首
 率為長比闊之較。用帶縱平方法開之。
 得闊為中率也。

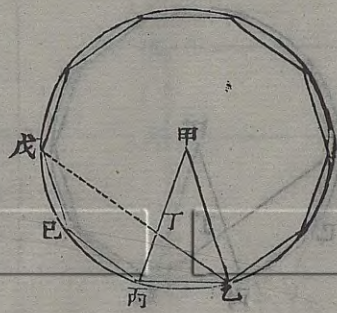


設如圓徑二

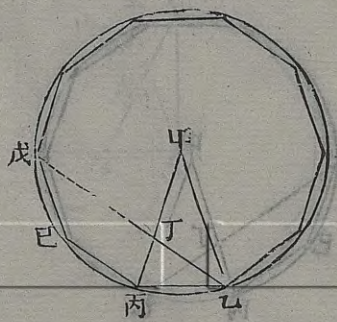
十萬。求內容十邊形之一邊幾何。
 法用連比例三率。有首率求中率末率。
 使中率末率相加與首率等之法。以圓
 積等。乙丙即長闊之較。乙丁即半較。戊
 丁即半和。今以乙丁為勾自乘。甲乙為
 股自乘。相加開方得甲丁弦。即如乙丁
 半較自乘。與甲乙自乘原積相加開方
 而得甲丁。與戊丁等。戊丁內減乙丁。餘
 戊乙。即半和內減半較。得闊為中率也。



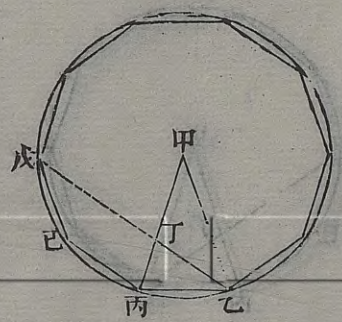
徑二十萬折半得十萬為首率。自乘得
 一百億為長方積。以十萬為長闊之較。
 用帶縱較數開方法算之。得六萬一千
 八百零三。小餘三九八為連比例之中
 率。即圓內容十邊形之每一邊也。如甲
 圓內容十邊形。每邊之弧。得圓周十分
 之一。皆三十六度。其通弦即圓內十邊
 形之一邊。試自圓心甲至圓界乙。丙二
 處。作甲乙。甲丙二半徑線。遂成甲乙丙



三角形。復自園界乙至園界戊。作一乙
 戊線。則截甲丙線於丁。又成乙丙丁三
 角形。而乙戊遂為一百零八度之通弦。
 此乙丙丁三角形。與甲乙丙三角形為
 同式形。乙丙丁三角形之乙角當戊丙
 弧。為乙丙弧之倍。則乙丙丁三
 角形之乙角。與甲乙丙三角形之甲角
 等。又同用丙角。其餘一角亦必等。故為
 同式形。其相當各邊。俱成相連比例。故甲
 乙與乙丙之比。同於乙丙與丙丁之比。
 為相連比例三率。而甲乙為首率。乙丙



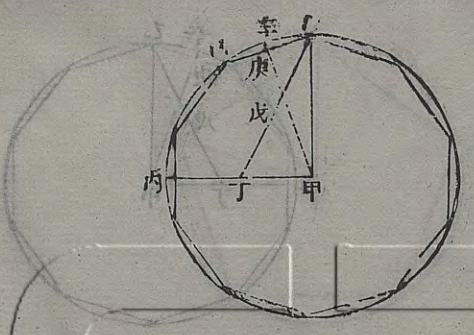
為中率。丙丁為末率也。又甲乙丙三角
 形。其甲角既居全園十分之一。為三十
 六度。則乙角必比甲角大一倍。為七十
 二度。三角形之三角。共一百八十度。甲
 角既為三十六度。則乙丙兩角必
 為一百四十四度。乎分之。各得
 七十二度。比甲角為大一倍也。而乙丙
 丁二角形之乙角。與甲乙丙三角形之
 甲角等。則甲丁乙三角形之乙角。亦必
 與甲角等。是則甲丁乙三角形。為兩邊
 相等之三角形。而乙丙丁三角形。亦為



兩邊相等之三角形也。夫甲丁既與丁乙等。而丁乙又與乙丙中率等。則甲丁亦必與中率等矣。是以甲丁中率與丁丙末率相加。與甲丙首率等。故用連比例三率有首率求中率法算之。得中率為十邊形之一邊也。

又法以圓徑二十萬。折半得半徑十萬為股。自乘得一百億。又以半徑十萬。折半得五萬為勾。自乘得二十五億。相加

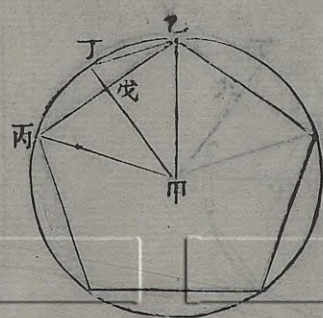
對吸圓到



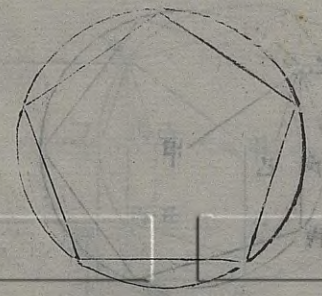
得一百二十五億。開方得弦一十一萬一千八百零三。小餘三九九八於弦數內減去勾數。餘六萬一千八百零三。小餘三九九

八八七即圓內容十邊形之每一邊也。四九

如甲圓內容十邊形。每邊之弧。得圓周十分之一。皆三十六度。試自圓心甲至圓界乙。作甲乙半徑線為股。又自圓心甲取直角。作甲丙半徑線。折半得甲丁為勾。求得乙丁弦。丙減與甲丁相等之

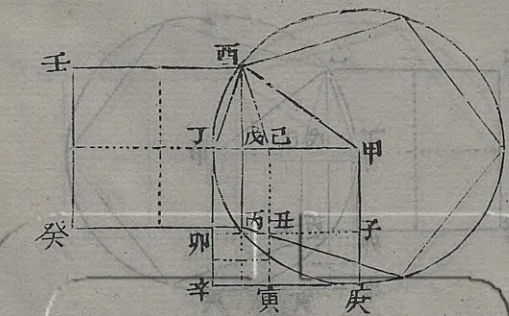
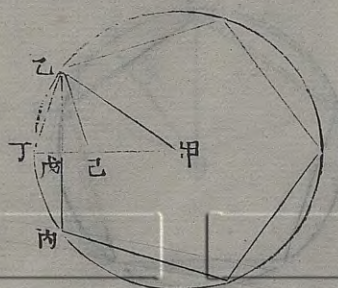


如以乙丙弧七十二度折半於丁。作乙丁線。即園內容十邊形之一邊。仍自園心甲至園界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。此乙戊線為甲乙丁三角形之中垂線。即五邊形每邊之一半。故以甲丁半徑為底。甲乙半徑為大腰。乙丁十邊形之一邊為小腰。求得乙戊中垂線。倍之為五邊形之每一邊也。

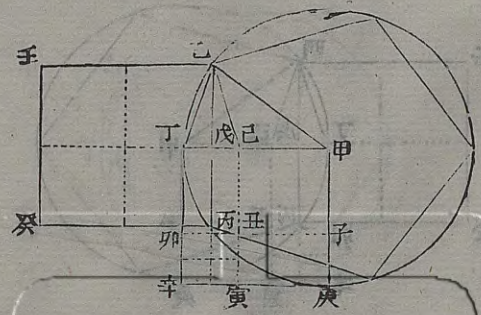


又法以半徑十萬為股。自乘得一百億。園內容十邊形之一邊六萬一千八百零三。小餘三九九八為勾。自乘得三十八億一千九百六十六萬零一百一十二。小餘四八九九九。相加得一百三十五八五八五。〇〇二。開方得弦一十八億一千九百六十六萬零一百一十二。小餘四八九九九。開方得弦一十五八五八五。〇〇一。即一萬七千五百五十七。小餘〇五〇四。即園內容五邊形之每一邊也。此法蓋因

半徑自乘十邊形之一邊自乘兩自乘
 方積相併。卽與五邊形之一邊自乘之
 方積等。故用勾股求弦之法算之。如甲
 圓內容五邊形。將乙丙弧折半於丁。作
 乙丁線。卽圓內容十邊形之一邊。仍自
 圓心甲至丁。作甲丁半徑線。遂成甲乙
 丁三角形。又依乙丁線度。截甲丁半徑
 於己。作乙己線。成乙己丁三角形。與甲
 乙丁三角形爲同式形。故甲乙爲首率。



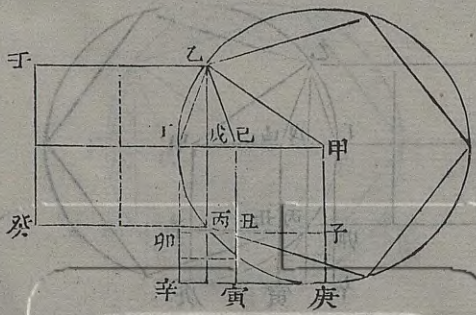
乙丁爲中率。己丁爲末率。甲己亦與乙
 丁等。爲中率。而乙丙邊平分己丁末率
 於戊。又成乙戊丁勾股形。乙戊五邊形
 每邊之半爲股。丁戊末率之半爲勾。乙
 丁中率爲弦。試依甲丁半徑度。作甲庚
 辛丁正方形。又依乙丙五邊形之一邊
 度。作乙丙癸壬正方形。其甲庚辛丁正
 方形內甲子丑己。爲乙丁弦自乘之一
 正方形。甲己既與乙丁弦等。故甲
 子丑己爲弦自乘之正方形。己寅辛



丁長方形亦與乙丁弦自乘之一正方形等。丁辛原與甲丁首率等。已丁末率與丁辛首率相乘。自與乙丁中率自乘之正。而子庚寅丑長方形為乙丁弦自乘之一正方形內少勾自乘之四正方形。蓋

庚辛卯長方形為首率與末率相乘之長方。與乙丁中率自乘之正方形內却少丑寅辛卯正方形。而丑寅辛卯正方形實為戊丁勾自乘之四正方形。故子庚寅丑長方形為乙丁弦自乘之一正方形。少勾自乘之四正方形也。是則甲

丁半徑自乘之甲庚辛丁正方形內有茲自乘之三正方形。而少勾自乘之四正



方。再加乙丁弦自乘之一正方形。共得弦

自乘之四正方形。而少勾自乘之四正方形。

大凡弦自乘之正方形內。原有勾自乘之

一正方形。股自乘之一正方形。今弦自乘之

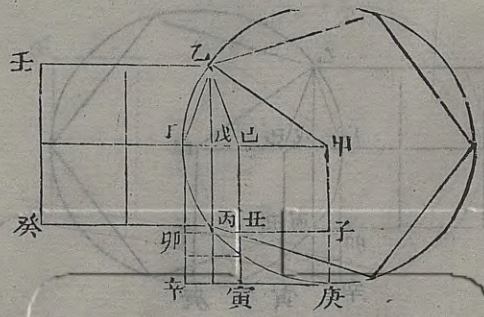
四正方形內。少勾自乘之四正方形。即與股

自乘之四正方形等。而乙丙一邊自乘之

乙丙癸壬正方形。實為乙戊股自乘之

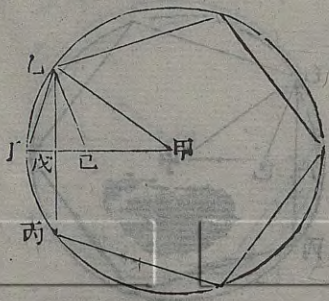
四正方形。然則甲丁半徑自乘方。與乙丁

十邊形之一邊自乘方相併。既與乙戊



股自乘之四正方等。而乙丙一邊自乘之正方形。豈不與甲丁半徑自乘乙丁十邊形之一邊自乘之兩正方形等乎。故以甲于半徑為股。乙丁十邊形之一邊為勾。求得弦而為五邊形之一邊也。

又法以半徑十萬自乘。得一百億為長方積。仍以半徑十萬為長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得長一十六萬一千八百零三。小餘三九九八折半得八萬



零九百零一。小餘六九九九為自圓心至

五邊形每邊之垂線。乃以半徑十萬為

弦。圓心至五邊形每邊之垂線為股。求

得勾五萬八千七百七十八。小餘五二五二

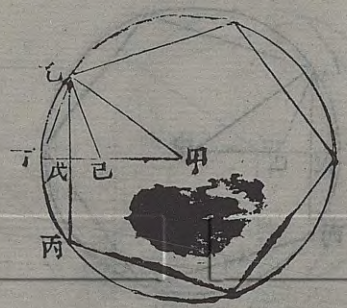
二。倍之得十一萬七千五百五十七。

小餘八四。即圓內容五邊形之每一

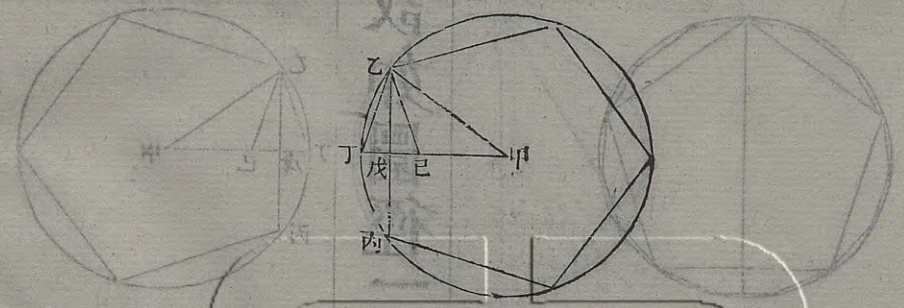
邊也。如甲圓內容五邊形。將乙丙弧折

半於丁。作乙丁線。即圓內容十邊形之

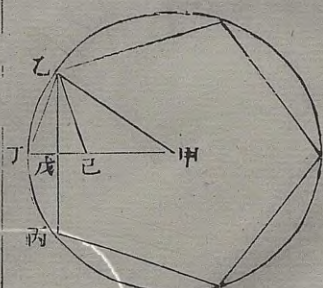
一邊。仍自圓心甲至丁。作甲丁半徑線。



成甲乙丁三角形。又依乙丁線度截甲
 丁半徑於己。作乙己線。成乙己丁三角
 形。與甲乙丁三角形為同式形。故甲乙
 為首率。乙丁為中率。己丁為末率。甲己
 亦與乙丁等。為中率。而乙丙邊平分己
 丁。末率於戊。是以己戊與戊丁俱為半
 末率。而甲戊自圓心至邊之垂線。則為
 一中率。半末率之共數。今以半徑首率
 自乘為長方積。開帶縱平方得長。乃首



率與中率之和。其內有兩中率一末率。
 折半得一中率半末率。即甲戊自圓心
 至邊之垂線。既得甲戊垂線。乃以甲乙
 半徑為弦。甲戊垂線為股。求得乙戊勾。
 倍之得乙丙。即圓內容五邊形之一邊
 也。或以乙丁中率為弦。戊丁半末率為
 勾。求得乙戊股。倍之亦即圓內容五邊
 形之一邊也。乙丙弧既為七十二度。則
 乙丙邊一十一萬七千五百五十七。餘小



設如圓徑二十萬。求內容十五邊形之一邊幾何。

○五○四。為七十二度之通弦。折半得五八四。

乙戊五萬八千七百七十八。小餘五二五

二。即乙丁弧三十六度之正弦也。

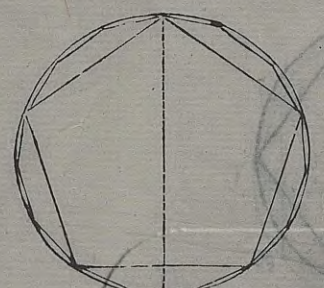
法以半徑十萬為弦。圓內容五邊形之

半五萬八千七百七十八。小餘五二五

為勾。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四

三七五。內減半徑之半五萬。餘三萬零九

百零一。小餘六九九四為股。次以圓內容



三邊形之一邊一十七萬三千二百零

五。小餘八〇八。內減圓內容五邊形之

一邊一十一萬七千五百五十七。小餘五

八四。四。餘五萬五千六百四十八。小餘三

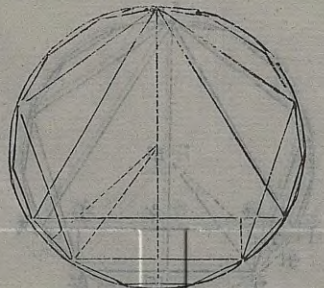
八四。二九。折半得二萬七千八百二十四

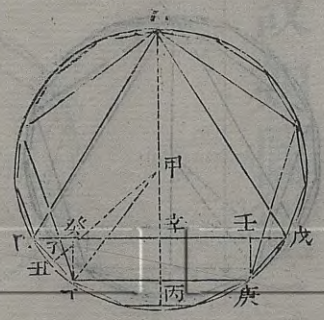
小餘。一五。為勾。求得弦四萬一千五

百八十二。小餘三三八。即圓內容十五

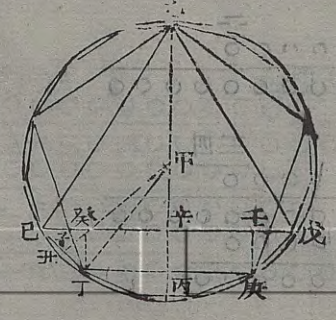
邊形之每一邊也。如甲圓內容十五邊

形。每邊之弧得圓周十五分之一。皆二

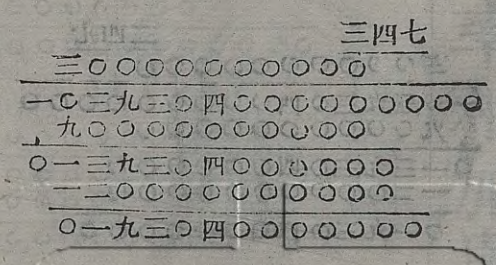




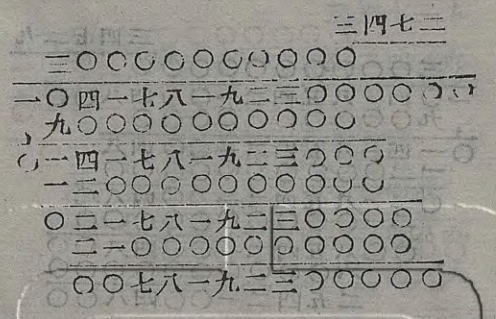
十四度。試從圓界乙作圓內容三邊形。又作圓內容五邊形。將三邊形之每一邊弧分五段。五邊形之每一邊弧分三段。即得十五邊形之每一邊弧。如戊庚與己丁二段皆為十五邊形之弧。故以甲丁半徑為弦。丁丙五邊之半為勾。求得甲丙股。內減甲辛自圓心至三角底邊之垂線。為半徑之半。餘辛丙與癸丁或壬庚等。復於三邊形之戊己邊內減



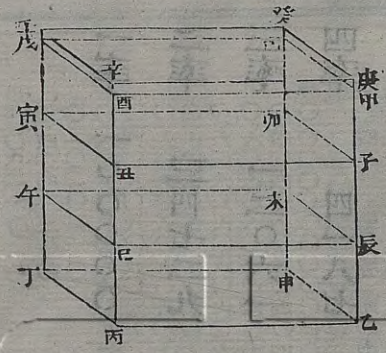
五邊形之庚丁邊。即如戊己線內減壬癸。餘戊壬與癸己二段。折半得癸己或戊壬。今任以癸丁或壬庚為股。癸己或戊壬為勾。求得己丁弦。或戊庚弦。即圓內容十五邊形之每一邊也。己丁弧既為二十四度。則己丁邊四萬一千五百八十二。小餘三三八為二十四度之通。一六三五弦。折半得己子二萬零七百九十一。小餘一六九。即己丑弧十二度之正弦也。八一七



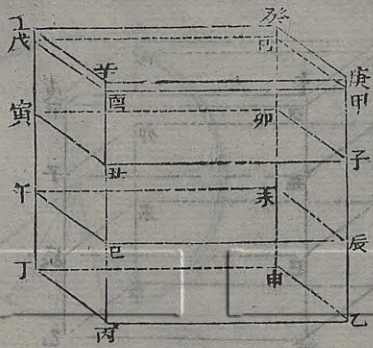
之一百二十兆。餘一十九兆三千零四
 十億。為第三位實。以法之三百億除之。
 得六百。所餘太多。因益積。故取畧大之
 數為七百。合前兩位所得三萬四千。共
 三萬四千七百。自乘再乘。得四十一兆
 七千八百一十九億二千三百萬。仍益
 於原實一千兆內。得一千零四十一兆
 七千八百一十九億二千三百萬為共
 實。按除法。減首位所得三萬與法三百



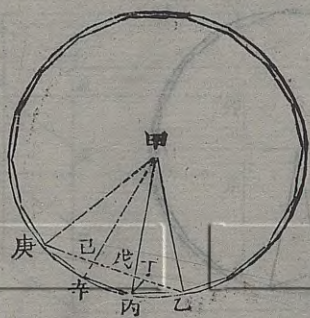
億相因之。九百兆。又減次位所得四千
 與法三百億相因之一百二十兆。又減
 三位所得七百與法三百億相因之二
 十一兆。餘七千八百一十九億二千三
 百萬為第四位實。以法之三百億除之。
 得二十。合前三位所得三萬四千七百。
 共三萬四千七百二十。自乘再乘。得四
 十一兆八千五百四十二億一千零四
 萬八千。仍益於原實一千兆內。得一千



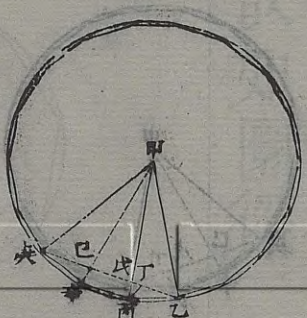
與一率自乘之面積相乘之數。却少一
 二率自乘再乘之數。故以累除所得之
 數。屢次自乘再乘。益八原實。然後按法
 除之。始足二率三倍之數也。如圖甲乙
 爲一率。庚子子辰辰乙皆爲二率。庚甲
 爲四率。庚乙爲一率。四率之共數。又爲
 二率之三倍。甲乙丙丁戊己爲一率自
 乘再乘之正方體。庚乙丙丁壬癸爲三
 倍二率與一率自乘面積相乘之長方



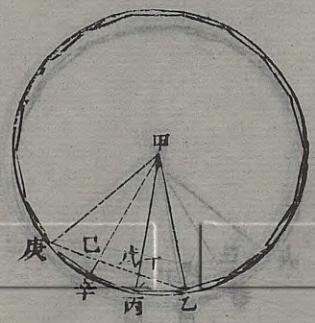
體。一率自乘。三因之。得三平面。如以二
 率乘之。成三扁方體。合之即成三倍
 二率乘一率自乘。比一率自乘再乘之
 面積之一長方體。此
 正方體。多一庚甲酉戊壬癸扁方體。此
 扁方體。卽一率自乘用四率再乘之數。
 與二率自乘再乘之積等。若於一率自
 乘再乘之正方體內。加入二率自乘再
 乘之正方體。卽如於甲乙丙丁戊己正
 方體上。加一庚甲酉戊壬癸之扁方體。
 成庚乙丙丁壬癸之長方體。而以一率



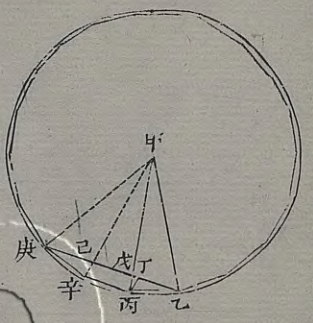
每一邊也。如甲園內容十八邊形。每邊之弧得圓周十八分之一。皆二十度。其通弦即園內十八邊形之一邊。試自園心至園界乙丙作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自園界乙至園界庚作一乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。而乙庚為六十度之通弦。復自園界丙按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁線。則又成丙丁戊三



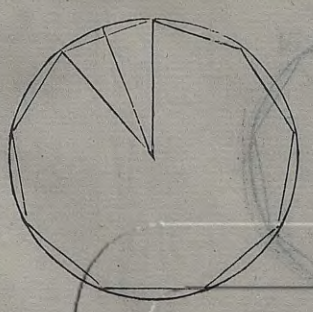
角形。此三三角形皆為同式形。乙丙戊之乙角當庚丙弧為乙丙弧之倍。則乙丙戊三角形之乙角與甲乙丙三角形之甲角等。又與甲乙丙三角形同用丙角。丙丁戊三角形之丁丙線與甲辛半徑平行。則丙丁戊三角形之丙角與甲丙辛三角形之甲角為相對錯角。亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。是此三三角形之各角互相等而為同式形也。其相當各邊俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比又同於丙戊與戊丁之比。為相連比例四率。而甲乙為一率。乙



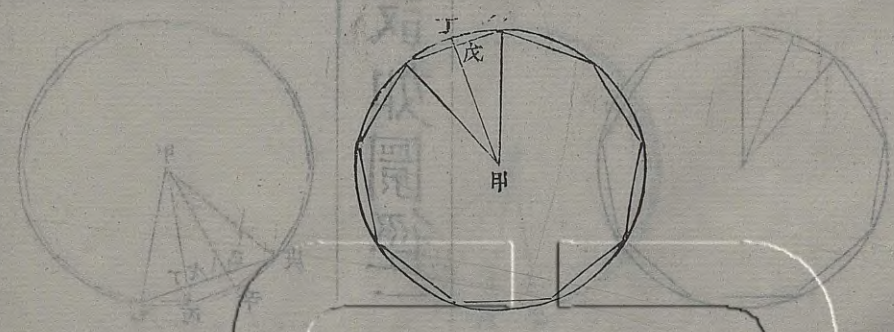
丙為二率。丙戊為三率。戊丁為四率也。
 又乙庚為六十度之通弦。與甲乙一率
 等。而乙戊丁己。己庚三段皆與乙丙二
 率等。是乙庚一率中。有乙丙二率之三
 倍。而少一丁戊四率也。必以乙庚一率。
 與丁戊四率相加。方與乙丙二率之三
 倍等。故用連比例四率有一率求二率
 法算之。得二率為十八邊形之一邊也。
 乙丙弧既為二十度。乙丙邊三萬四千



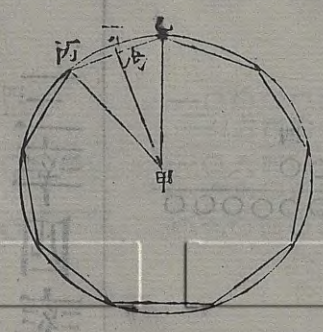
設如圓徑



七百二十九。小餘六三五五為二十度之
 通弦。折半得一萬七千三百六十四。小餘
 八一七七。即十度之正弦也。
 十萬。求內容九邊形之一邊幾何。
 法以半徑十萬為底。仍以半徑十萬與
 圓內容十八邊形之一邊三萬四千七
 百二十九。小餘六三五五為兩腰。用三角
 形求中垂線法算之。得中垂線三萬四
 千二百零二。小餘〇一四倍之得六萬



八千四百零四。小餘〇二八即圓內容
 九邊形之每一邊也。如甲圓容九邊形。
 每邊之弧得圓周九分之一。皆四十度。
 試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙
 甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。其
 乙丙邊為四十度之通弦。如以乙丙弧
 四十度折半於丁。作乙丁線。即圓內容
 十八邊形之一邊。仍自圓心甲至圓界
 丁。作甲丁半徑線。又成甲乙丁三角形。



而甲丁線平分乙丙線於戊。此乙戊線
 為甲乙丁三角形之中垂線。即九邊形
 每邊之一半。故以甲丁半徑為底。甲乙
 半徑為大腰。乙丁十八邊形之一邊為
 小腰。求得中垂線倍之為九邊形之每
 一邊也。乙丙弧既為四十度。乙丙邊為
 四十度之通弦。其乙戊中垂線三萬四
 千二百零二。小餘〇一四即乙丁弧二
 十度之正弦也。

按分作相連比例四率又法

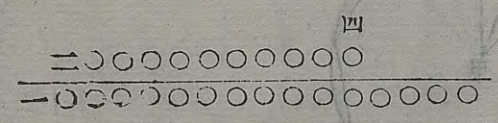
設如以十萬為一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與二率兩倍再加一三率之數等。問二率三率四率各幾何。

法以一率十萬自乘再乘得一千兆

立方為實。又以一率十萬自乘二因之

得二百億 成二平面積 為法。以除原實一千

兆得五萬為盡數。因減實大於益實。故取畧小之數為四萬。乃以四萬自乘再



乘得六十四兆。益於原實一千兆內得

一千零六十四兆為益實。復以所得四

萬自乘得一十六億。以一率十萬再乘

得二百六十兆。於益實內減之。餘九百

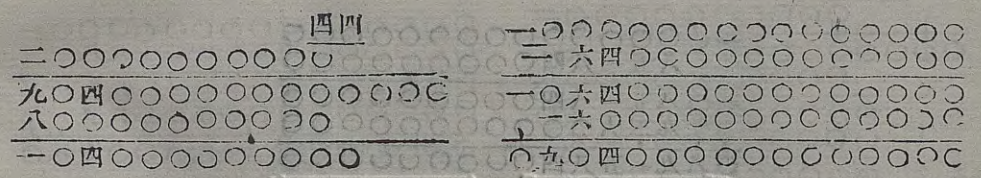
零四兆為正實。按除法。以所得四萬與

法二百億相因得八百兆。與正實相減。

餘一百零四兆為第二位實。以法之二

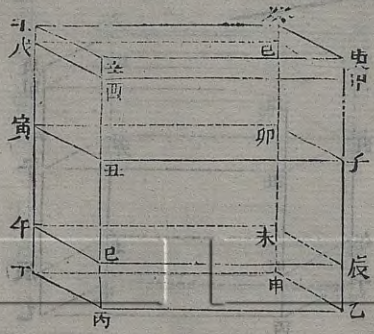
百億除之。得五千。仍取畧小之數為四

千。乃以首位所得四萬。合次位所得四

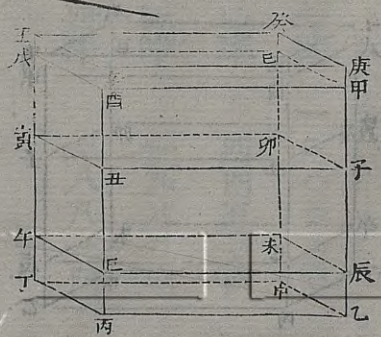


一率	一〇〇〇〇
二率	四四五〇四
三率	一九八〇六
四率	八八一四

得八千八百一十四為四率也。此為益實兼減實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率。使一率與四率之共數。與二率兩倍再加一三率之數等。而相連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。又一率自乘。用三率再乘。與二率自乘。用一率再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實。較之二率加倍與一率

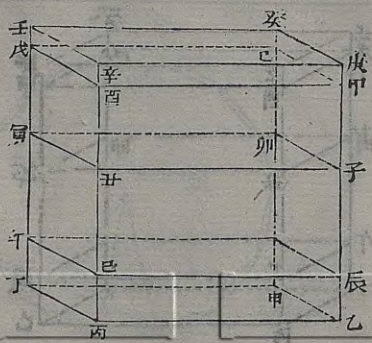


自乘之面積相乘之數。却少一一率自乘四率再乘之數。又多一一率自乘三率再乘之數。故以屢除所得之數。屢次自乘再乘。益入原實。又以屢除所得之數。屢次自乘。以一率再乘。與益實相減。然後按法除之。始足二率兩倍之數也。如圖甲乙為一率。庚子。子辰皆為二率。辰乙為三率。庚甲為四率。庚乙為一率。四率之共數。又為二率兩倍再加一三

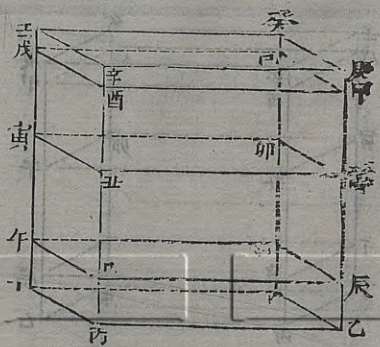


率之共數。甲乙丙丁戊己爲一率自乘
再乘之。正方體。庚乙丙丁壬癸爲兩倍
二率併一三率與一率自乘面積相乘
之。長方體。比一率自乘再乘之。正方體。
多一庚甲酉戌壬癸扁方體。此扁方體
卽一率自乘四率再乘之。扁方體。與二
率自乘再乘之。積等。比兩倍二率與一
率自乘面積相乘之。扁方體。多一辰乙
丙丁午未扁方體。此扁方體卽一率自

設如圖徑



乘三率再乘之。扁方體。與二率自乘一
率再乘之。積等。若於一率自乘再乘之
正方體內。加入二率自乘再乘之數。再
減去二率自乘一率再乘之數。卽如於
甲乙丙丁戊己正方體內。加入庚甲酉
戌壬癸之扁方體。減去辰乙丙丁午未
之扁方體。成一庚辰巳午壬癸之扁方
體。而以一率自乘之辰巳午未方面除
之。必得庚辰爲二率之兩倍。苟合辰巳

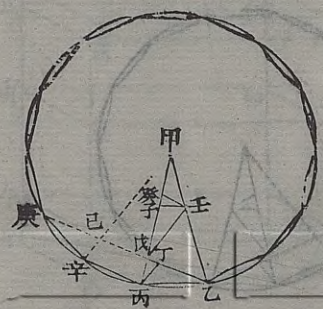


午未子丑寅卯二方面除之。必得庚子
 或子辰爲二率。若不益少減多。而以二
 方面除之。則所得仍爲一率之二分之
 一。比二率數必大。故以屢除所得之數
 屢次自乘再乘。益入原積。復以屢除所
 得之數自乘。用一率再乘。逐層與原積
 相減。遞及末位。則所少之積漸足。所多
 之積漸消。而除得之數。卽爲二率之全
 數焉。

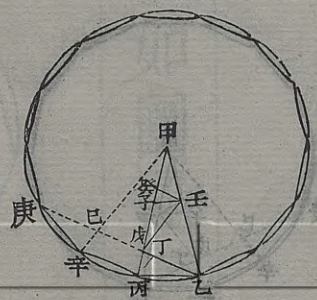
設如圓徑二十萬。求內容十四邊形之一邊幾何。



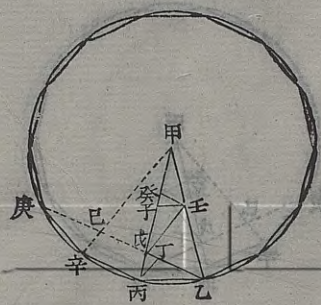
法用連比例四率有一率求第二率使
 一率與四率相加與二率兩倍再加一
 二率等之法。以圓徑二十萬折半得十
 萬爲一率。自乘再乘。得一千兆爲實。又
 以半徑十萬自乘。倍之。得二百億爲法。
 按益實兼減實歸除之法。除實得四萬
 四千五百零四。小餘一八六爲二率。卽
 圓內十四邊形之每一邊也。如甲圓內



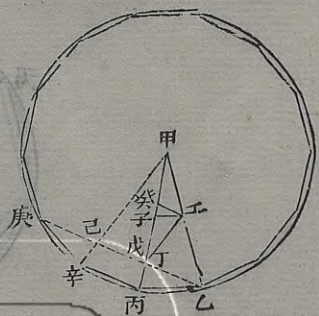
容十四邊形每邊之弧得圓周十四分
 之一。皆二十五度四十二分五十一秒
 有餘。其通弦即圓內十四邊形之一邊。
 試自圓心至圓界乙丙。作甲乙甲丙二
 半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界
 乙至圓界庚。作一乙庚線。則截甲丙線
 於戊。又成乙丙戊三角形。復自圓界丙
 按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁
 線。則又成丙丁戊三角形。此三三角形



皆為同式形。乙戊丙三角形之乙角當
 乙戊丙三角形之乙角。與乙甲丙三角
 形之甲角等。又與乙甲丙三角形同用
 丙角。而丙丁戊三角形之丁丙線。與甲
 辛半徑平行。即丙丁戊三角形之丙角。
 與甲丙辛三角形之甲角。為相對錯角。
 亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。
 是此三三角形之各角。其相當各邊。俱
 互相等。而為同式形也。故甲乙與乙丙之比。同於
 成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於
 乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又
 同於丙戊與戊丁之比。為相連比例。四
 率。而甲乙為一率。乙丙為二率。丙戊為

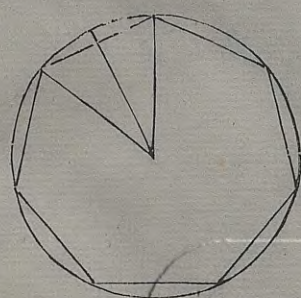


三率。戊丁為四率也。又按乙戊度作壬
 戊線。與丁丙平行。則截甲乙線於壬。乃
 自壬與乙丙平行。作壬子線。復自壬與
 乙戊平行。作壬癸線。則又成甲壬子與
 壬戊癸丙三角形。與乙丙戊三角形等。
 成壬癸子一三角形。與丙丁戊三角形
 等。其甲子。癸戊皆與乙丙二率等。而癸
 子與丁戊四率等。是甲丙一率內。有兩
 二率。一三率。而少一四率也。若以甲丙

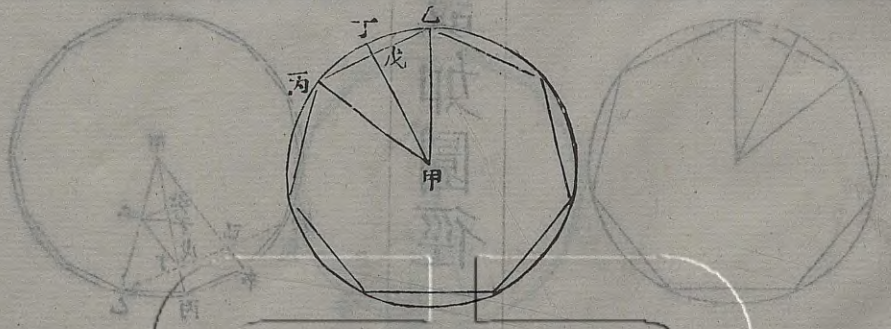


設如圓徑二

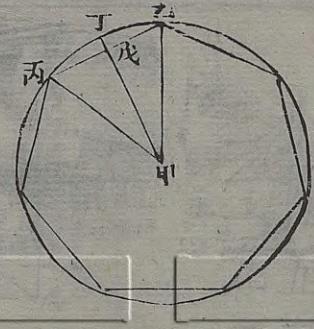
十萬。求內容七邊形之一邊幾何。
 法以半徑十萬為底。仍以半徑十萬與
 圓內容十四邊形之一邊四萬四千五
 百零四小餘一八六為兩腰。用三角形
 求中垂線法算之。得中垂線四萬三千



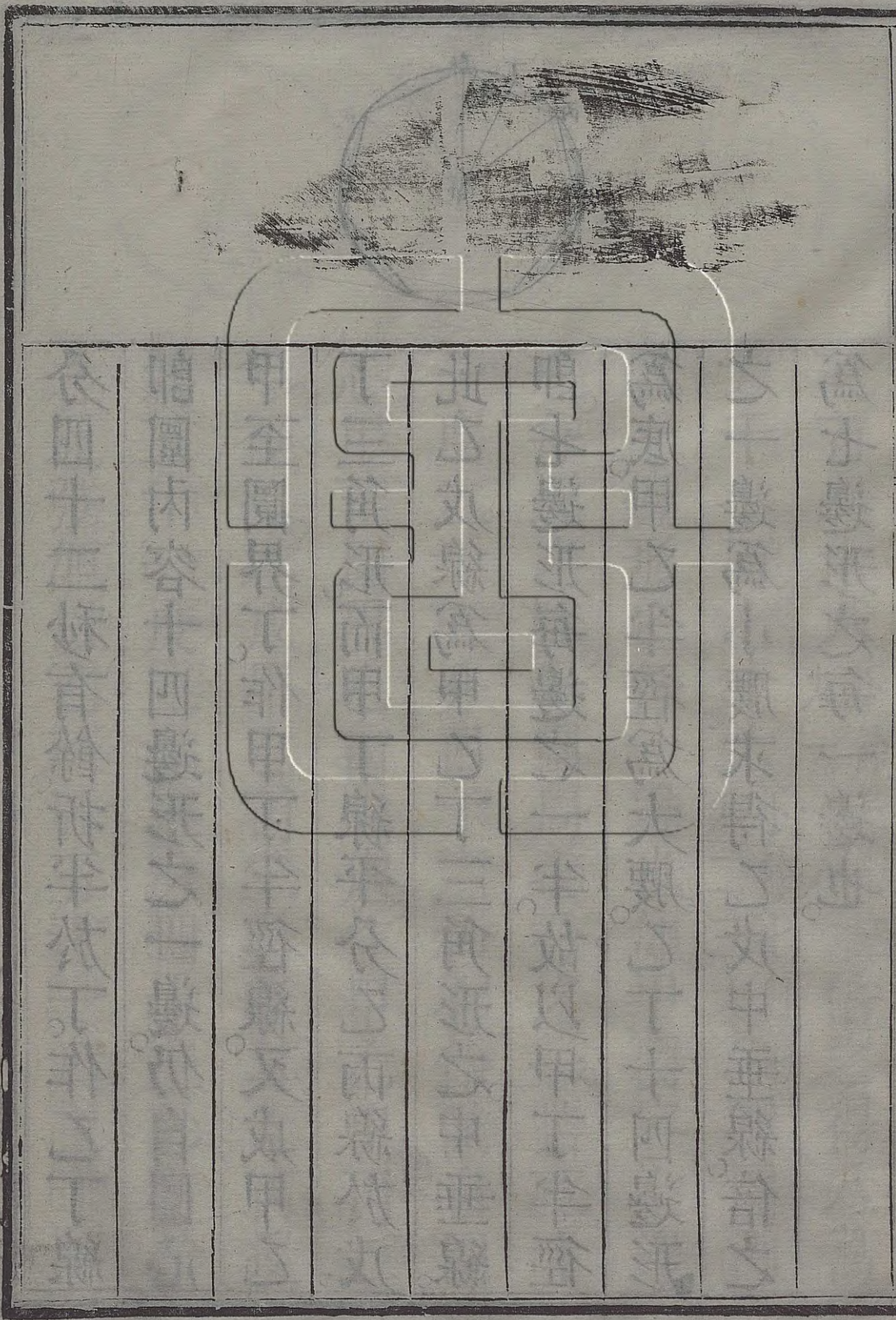
求中垂線法算之。得中垂線四萬三千



三百八十八。小餘三七三倍之得八萬
九一八六千七百七十六。小餘七四七即園內
容七邊形之每一邊也。如甲園容七邊
形。每邊之弧。得園周七分之一。皆五十
一度二十五分四十二秒有餘。試自園
心甲至園界乙。丙二處。作甲乙。甲丙二
半徑線。遂成甲乙丙三角形。其乙丙邊
為五十一度二十五分四十二秒有餘
之通弦。如以乙丙弧五十一度二十五



分四十二秒有餘。折半於丁。作乙丁線
即園內容十四邊形之一邊。仍自園心
甲至園界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙
丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。
此乙戊線為甲乙丁三角形之中垂線。
即七邊形每邊之一半。故以甲丁半徑
為底。甲乙半徑為大腰。乙丁十四邊形
之一邊為小腰。求得乙戊中垂線。倍之
為七邊形之每一邊也。



設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八
 小餘五二二五
 二二九二
 求餘弧五十四度之正弦幾何
 法以三十六度之正弦五萬八千七百
 七十八小餘五二二五為勾。半徑十萬為
 弦。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四三七
 五。為五十四度之正弦。即三十六度之
 餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限其

三要

有本弧之正弦。求本弧之餘弦。有本弧之
 正弦餘弦。求倍弧之正弦餘弦。有本弧之
 正弦餘弦。求半
 弧之正弦餘弦。

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八

小餘五二二五
二二九二

求餘弧五十四度之正弦幾何

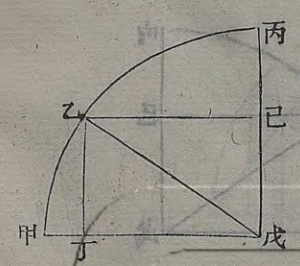
法以三十六度之正弦五萬八千七百

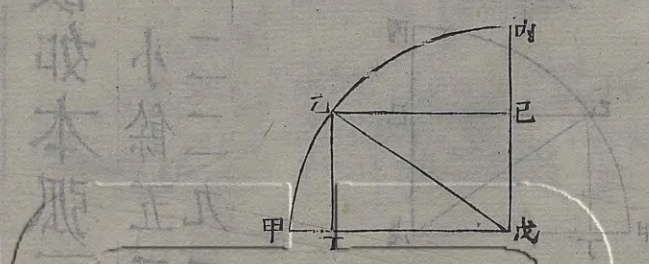
七十八小餘五二二五為勾。半徑十萬為

弦。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四三七

五。為五十四度之正弦。即三十六度之

餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限其





甲乙正弧三十六度。乙丙餘弧五十四度。乙丁為三十六度之正弦。試自乙至象限中心戊。作乙戊半徑線。遂成乙丁戊勾股形。乙戊為弦。乙丁為勾。求得丁戊股。與乙己等。為乙丙餘弧五十四度之正弦。即甲乙正弧三十六度之餘弦也。

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八。

小餘五二五
二二九二。餘弦八萬零九百零一。小餘六九九
四三七五。

求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何。

法以半徑十萬為一率。本弧之正弦五

萬八千七百七十八。小餘五二五為二

率。本弧之餘弦八萬零九百零一。小餘

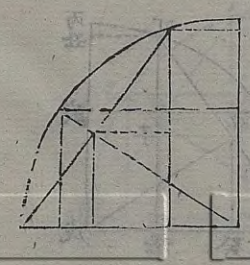
九四三為三率。求得四率四萬七千五

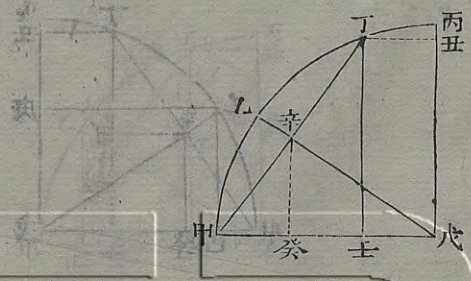
百五十二。小餘八二五倍之得九萬五

千一百零五。小餘六五一即倍弧七十

二度之正弦也。求餘弦。則以三十六度

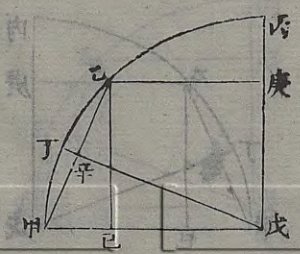
之正弦五萬八千七百七十八。小餘五



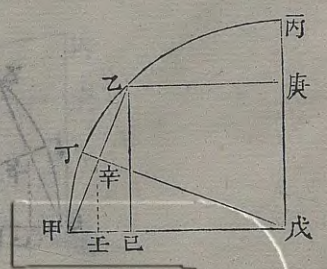


其甲辛戊勾股形之甲戊弦與甲辛勾
 之比同於甲癸辛勾股形之甲辛弦與
 甲癸勾之比為相連比例三率既得甲
 癸倍之得甲壬蓋甲丁為甲辛之倍則
 甲壬亦為甲癸之倍
 與甲戊半徑相減餘壬戊與丁丑等即
 甲丁七十二度之餘弦也

設如本弧四十五度之正弦七萬零七百一十小餘
 六一七
 八六一小餘
 八六餘弦亦七萬零七百一十小餘
 六一七
 八六一小餘
 八六半弧二十二度三十分之正弦幾何



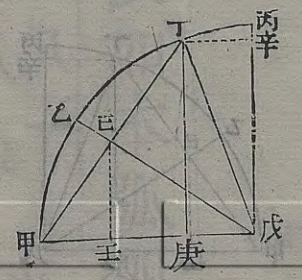
法以本弧之正弦七萬零七百一十小
 餘
 六七八一小餘
 八六為股本弧之餘弦七萬零七
 百一十小餘
 六七八與半徑十萬相減
 餘二萬九千二百八十九小餘
 三二一
 為勾求得弦七萬六千五百三十六小
 餘
 六八六四折半得三萬八千二百六十
 七三小餘
 三四三即半弧二十二度三十
 八小餘
 三六五分之正弦也如甲乙丙九十度之一象
 限其甲乙弧四十五度折半為丁乙弧



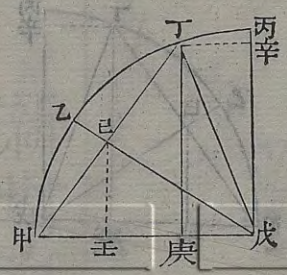
甲辛勾之比。同於甲壬辛勾股形之甲辛弦。與甲壬勾之比。為連比例三率。故首率甲戊與末率甲壬相乘。首率甲戊與末率甲壬相乘。與申率甲辛自乘之積相等。開方得甲辛。為二十二度三十分之正弦也。

餘弦

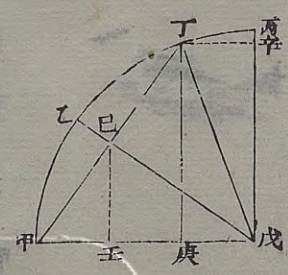
設如本弧三十六度之餘弦八萬零九百零一。小餘六九求倍弧七十二度之餘弦幾何。九四三七五



法以本弧三十六度之餘弦八萬零九百零一。小餘六九九自乘。以半徑十萬除之。得六萬五千四百五十。小餘八四九與半徑十萬相減。餘三萬四千五百四十九。小餘一三五倍之。得六萬九千零九十八。小餘三二六仍與半徑十萬相減。餘三萬零九百零一。小餘六九九即倍弧七十二度之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。其甲乙弧三十六度。



倍之為甲丁弧七十二度丁已為三十
六度之正弦戊已為三十六度之餘弦
丁庚為七十二度之正弦辛丁為七十
二度之餘弦與戊庚等試自已至壬作
已壬垂線遂成甲已戊己壬戊同式兩
勾股形其甲已戊勾股形之戊甲弦與
戊已股之比同於已壬戊勾股形之戊
已弦與戊壬股之比為連比例三率故
中率戊已自乘以首率戊甲除之得末



率戊壬既得戊壬與戊甲半徑相減餘
壬甲倍之得庚甲仍與戊甲半徑相減
餘戊庚與辛丁等即甲丁弧七十二度
之餘弦也

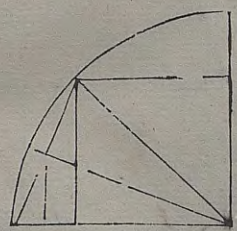
設如本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十小餘六十七

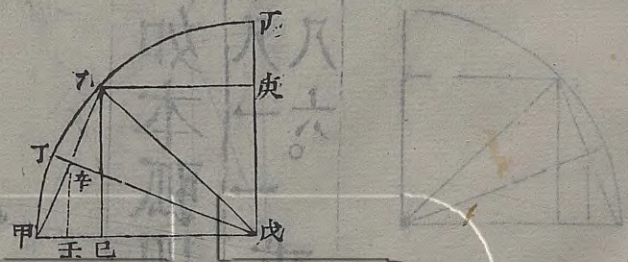
八一一 求半弧二十二度三十分之餘弦幾何

法以本弧四十五度之餘弦七萬零七

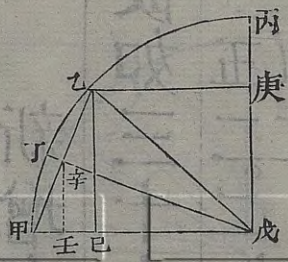
百一十小餘六七八 與半徑十萬相減

餘二萬九千二百八十九小餘三二一

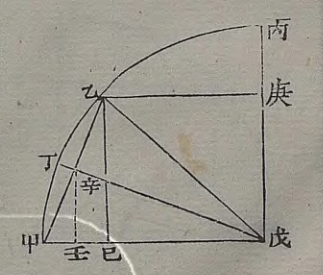




折半得一萬四千六百四十四。小餘六
 四。與本弧四十五度之餘弦七萬零
 七百一十一。小餘六七八相加得八萬五
 千三百五十五。小餘三三九與半徑十
 萬相乘。開方得九萬二千三百八十七。
 小餘九五三。即半弧二十二度三十分
 之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。
 其甲乙弧四十五度。折半為丁乙弧二
 十二度三十分。乙巳為四十五度之正



弦戊巳與庚乙等。為四十五度之餘弦。
 乙辛為二十二度三十分之正弦。戊辛
 為二十二度三十分之餘弦。戊巳四十
 五度之餘弦。與戊甲半徑相減。餘巳甲。
 折半得巳壬。再與戊巳相加。得戊壬。試
 自辛至壬作辛壬垂線。遂成甲辛戊。辛
 壬戊。同式兩勾股形。其甲辛戊勾股形
 之戊甲弦。與戊辛股之比。同於辛壬戊
 勾股形之戊辛弦。與戊壬股之比。為連



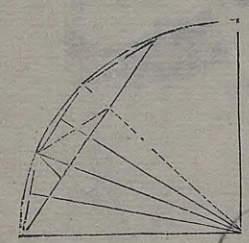
比例三率。故首率戊甲與末率戊壬相乘開方得戊辛。為二十二度三十分之餘弦也。

新增有本弧之正弦求其三分之一弧之正弦

設如三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二

五二二求其三分之一十二度之正弦幾何。五二

法用連比例四率。有一率求二率使一率與四率相加與二率三倍等之法。以三十六度之正弦五萬八千七百七十



八。小餘五二五倍之得一十一萬七千

五百五十七。小餘五〇五為七十二度

之通弦。乃以半徑十萬自乘得一百億

用七十二度之通弦再乘得一千一百

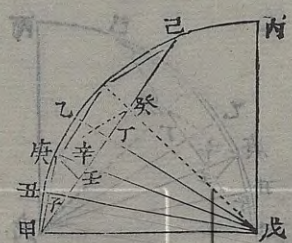
七十五兆五千七百零五億零四百五

十八萬四千為實。又以半徑十萬自乘

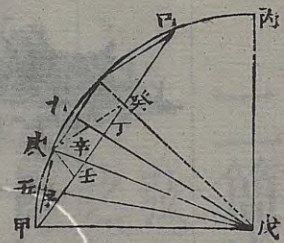
三因之得三百億為法。按益實歸除之

法除實得四萬一千五百八十二。小餘三三

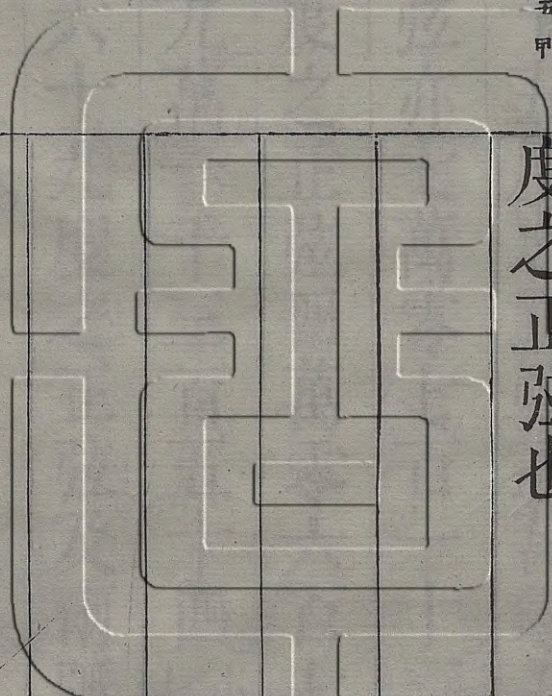
八一六為二十四度之通弦。折半得二

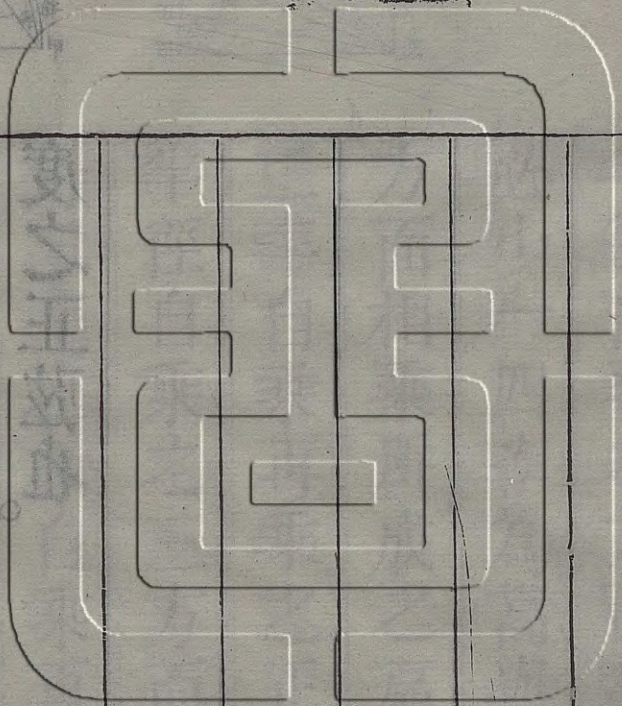


之長方體。則比三倍二率為高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體。必少一四率為高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之扁方體。此扁方體與二率自乘再乘之正方體等。故以一率半徑自乘之三方面為法除實。每次所得二率之數自乘再乘。益入原積。則積漸增。與三倍二率與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體合。而除得之



數。即為二率。既得甲庚二率。為二十四度之通弦半之得甲子。即甲丑弧十二度之正弦也。





更之既茲半之昔甲子甲申在歷廿二
 週四為三率週卦甲申二率餘二十四

二簡法

有兩弧之正弦餘弦求兩弧相加相減之正弦有距六十度前後相等弧之正

弦求距弧之正弦

設如四十五度之正弦七萬零七百一十。小餘六七八

六。餘弦亦七萬零七百一十。小餘六七八一八六。又有二

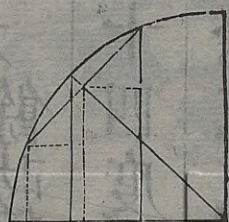
十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四三〇七五。

餘弦九萬一千三百五十四。小餘五四五七六四二。求兩弧

相加六十九度之正弦及兩弧相減二十一度之

正弦各幾何。

法以半徑十萬為一率。四十五度之正



弦七萬零七百一十一小餘六七八為二

率。二十四度之餘弦九萬一千三百五

十四小餘五四五為三率。求得四率六

萬四千五百九十七小餘四一八又以

半徑十萬為一率。四十五度之餘弦七

萬零七百一十一小餘六七八為二率。二

十四度之正弦四萬零六百七十三小

六六四三小餘六二二為三率。求得四率二萬八千

七百六十小餘六二二乃以兩四率相

加。得九萬三千三百五十八小餘四

六。即兩弧相加所得六十九度之正弦。

如以兩四率相減。餘三萬五千八百三

十六小餘七九四即兩弧相減所餘二

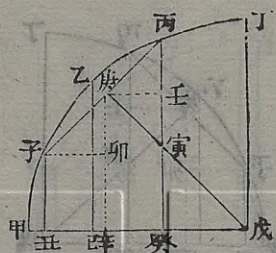
十一度之正弦也。如甲乙丙丁九十度

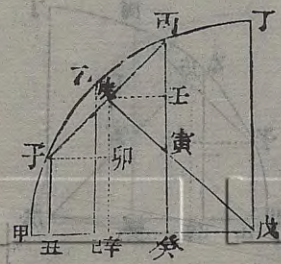
之一象限。其乙甲弧四十五度。乙己為

四十五度之正弦。己戊為四十五度之

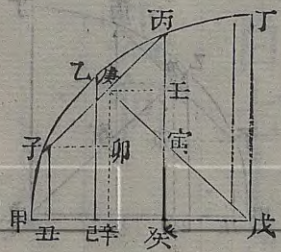
餘弦。於乙甲弧四十五度。加丙乙弧二

十四度。得丙甲弧六十九度。又於乙甲

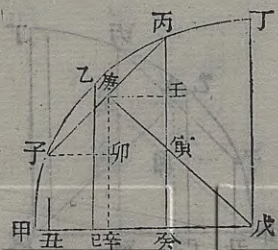




弧四十五度。減乙子弧二十四度。餘子
 甲弧二十一度。試自丙至子作丙子線。
 則丙乙弧乙子弧皆為二十四度。丙庚
 與庚子皆為二十四度之正弦。庚戊則
 為二十四度之餘弦。今以乙戊半徑為
 一率。乙已四十五度之正弦為二率。庚
 戊二十四度之餘弦為三率。求得四率
 庚辛。與壬癸等。又以乙戊半徑為一率。
 已戊四十五度之餘弦為二率。丙庚二

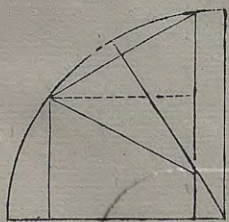


十四度之正弦為三率。求得四率丙壬。
 故以丙壬加於庚辛。庚辛原與壬癸等。共得丙
 癸即丙甲弧六十九度之正弦。如於庚
 辛內減與丙壬相等之庚卯。餘卯辛。與
 子丑等。即子甲弧二十一度之正弦也。
 蓋乙已戊與庚辛戊為同式勾股形。故
 乙戊與乙已之比。同於庚戊與庚辛之
 比。為相當比例四率。又寅癸戊與乙已
 戊亦為同式勾股形。而寅癸戊與乙已

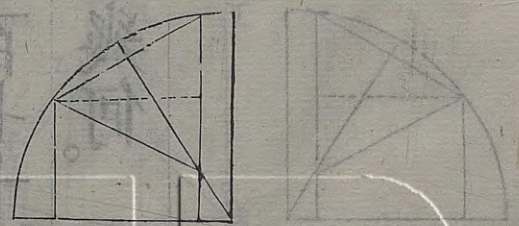


之寅角。與丙庚寅勾股形之寅角。為兩
 尖相對角。其度等。癸角與庚角俱為直
 角。其度又等。則戊角必與丙角等。如作
 庚壬線。成丙壬庚勾股形。則此形之丙
 角。既與乙己戊勾股形之戊角等。而壬
 角又為直角。與乙己戊勾股形之己角
 等。故亦為同式勾股形。而乙戊與己戊
 之比。同於丙庚與丙壬之比。為相當比
 例四率也。

設如八十四度之弧。距六十度二十四度。其正弦九
 萬九千四百五十二。小餘一八九 又有三十六度
 之弧。距六十度亦二十四度。其正弦五萬八千七
 百七十八。小餘五二五 求距弧二十四度之正弦
 幾何。

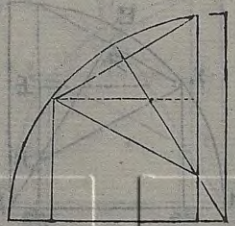


法以八十四度之正弦九萬九千四百
 五十二。小餘一八九 內減三十六度之
 正弦五萬八千七百七十八。小餘五二
 二。餘四萬零六百七十三。小餘六六四

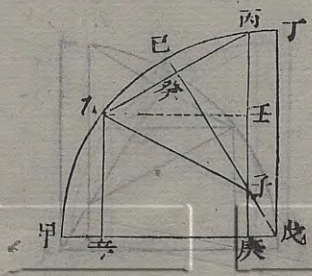


百七十八
之正弦六
萬八千四
百七十四

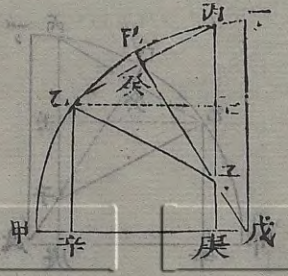
即距弧二十四度之正弦也。如有距六十度前二十四度為三十六度。其正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五距弧二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四求距六十度後二十四度為八十四度之正弦。則以三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五與距弧二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四相加。得九萬九千四百五十二。小餘一八九即八十四度之正弦也。又如距六十度後二十四度為八十四度。其正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九距弧二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四求距六十度前二十四度為三十六度之正弦。則以八十四度之正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九與距



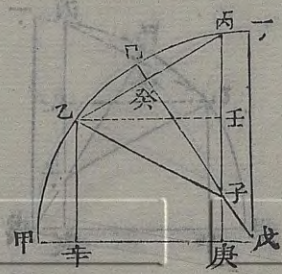
九千四百五十二。小餘一八九即八十四度之正弦也。又如距六十度後二十四度為八十四度。其正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九距弧二十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四求距六十度前二十四度為三十六度之正弦。則以八十四度之正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九與距



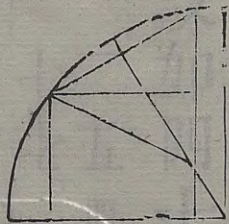
三小餘六六四相減餘五萬八千七百
 七十八。小餘五二五即三十六度之正
 弦也。如甲乙丙丁九十度之一象限。其
 己甲弧六十度。丙甲弧八十四度。丙距
 己二十四度。乙甲弧三十六度。乙距己
 亦二十四度。丙庚為八十四度之正弦。
 乙辛為三十六度之正弦。與壬庚等。丙
 壬為兩正弦之較。試自己至象限中心
 戊。作己戊線。又自丙至乙作丙乙線。則



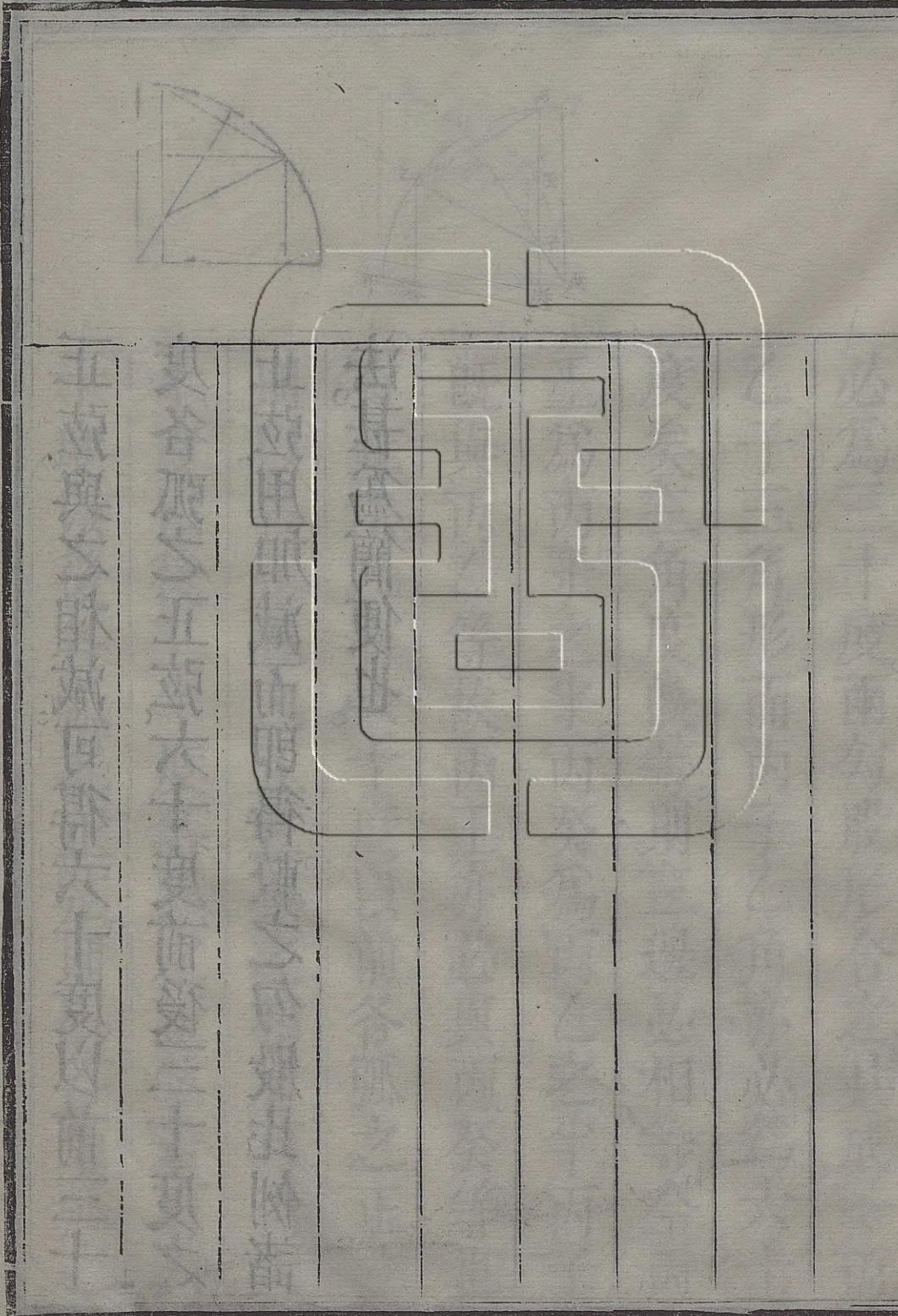
丙癸癸乙皆為距弧二十四度之正弦。
 與丙壬兩正弦之較相等。蓋己戊甲角
 六十度。則己戊丁角為三十度。丙庚與
 丁戊平行。則丙子己角。與丁戊己角。為
 二平行線上所成之內外角。必相等。皆
 為三十度。丙癸子角為直角。則子丙癸
 角必為六十度矣。又自乙至子作乙子
 線。則乙癸子與丙癸子為同式勾股形。
 癸乙子角亦必為六十度。癸子乙角亦



必為二十度。兩勾股形合之共成一丙
 乙子三角形。而丙子乙角亦必為六十
 度矣。三角度既等。則三邊必相等。今丙
 壬為丙子之半。丙癸為丙乙之半。丙子
 既與丙乙等。故丙壬亦必與丙癸等也。
 有此法。凡有六十度以前各弧之正弦。
 則以各距弧之正弦與之相加。可得六
 十度以後三十度各弧之正弦。若有六
 十度以後各弧之正弦。則以各距弧之



正弦與之相減。可得六十度以前三十
 度各弧之正弦。六十度前後三十度之
 正弦。用加減而即得較之勾股比例諸
 法。甚為簡便也。



八線相求

設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四。小餘四八

二五四餘弦六萬六千九百一十三。小餘六〇

七七求正矢正切正割各幾何。

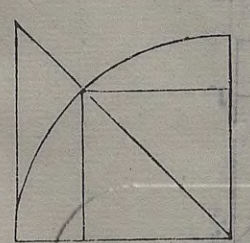
法以半徑十萬內減四十八度之餘弦

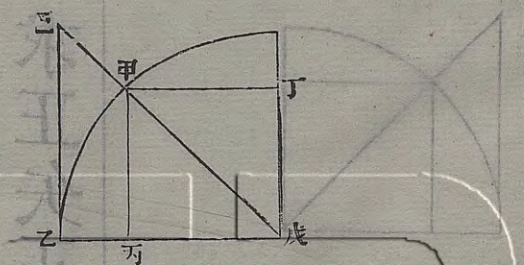
六萬六千九百一十三。小餘六〇餘

三萬三千零八十六。小餘九三九為正

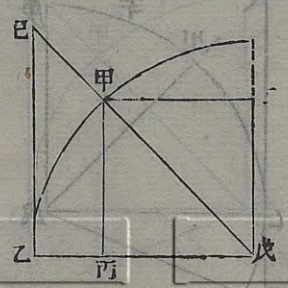
矢。以餘弦六萬六千九百一十三。小餘六

六三為一率。正弦七萬四千三百一

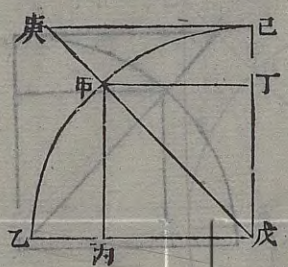




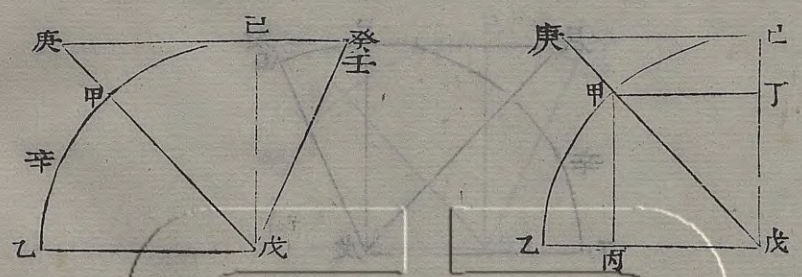
十四 小餘四八二 爲二率。半徑十萬爲
 三率。求得四率一十一萬一千零六十
 一 小餘二五一 爲正切。以餘弦六萬六
 千九百一十三 小餘〇六〇 爲一率。半
 徑十萬爲二率。仍以半徑十萬爲三率。
 求得四率一十四萬九千四百四十七
 九 小餘六五四 爲正割也。如圖甲乙弧四
 十八度。甲丙爲正弦。甲丁爲餘弦。與丙
 戊等。乙丙爲正矢。故乙戊半徑內。減與



甲丁餘弦相等之丙戊。餘乙丙。卽爲正
 矢。己乙爲正切。己戊爲正割。甲丙戊。己
 乙戊。兩勾股形爲同式形。故丙戊餘弦。
 與甲丙正弦之比。同於乙戊半徑。與己
 乙正切之比。爲相當比例四率。又丙戊
 餘弦。與甲戊半徑之比。同於乙戊半徑。
 與己戊正割之比。亦爲相當比例四率
 也。
 又正切求正割捷法。以餘弧折半得二

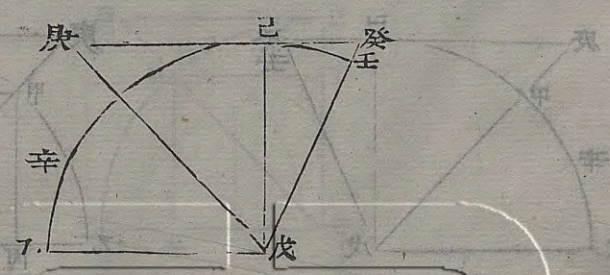


二率。仍以半徑十萬為三率。求得四率
 一十三萬四千五百六十三小餘二七
 七為餘割也。如圖甲乙弧四十八度。甲
 丙為正弦。與丁戊等。甲丁為餘弦。己丁
 為餘矢。故己戊半徑內減與甲丙正弦
 相等之丁戊。餘己丁。即為餘矢。庚己為
 餘切。庚戊為餘割。甲丁戊。庚己戊。兩勾
 股形為同式形。故丁戊正。與甲丁餘
 弦之比。同於己戊半徑。與庚己餘切之

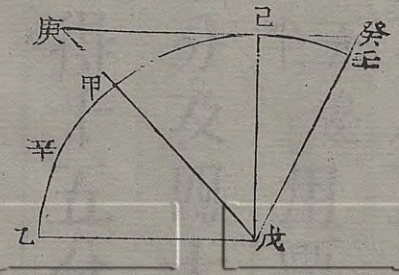


比。為相當比例四率。又丁戊正。與甲
 戊半徑之比。同於己戊半徑。與庚己餘
 割之比。亦為相當比例四率也。
 又餘切求餘割捷法。以本弧折半得二
 十四度。乃以二十四度之正切四萬四
 千五百二十二。小餘八六八與本弧之
 餘切九萬零四十。小餘四〇四相加。得
 一十三萬四千五百六十三。小餘二七
 七。即為本弧之餘割也。如圖甲乙弧四

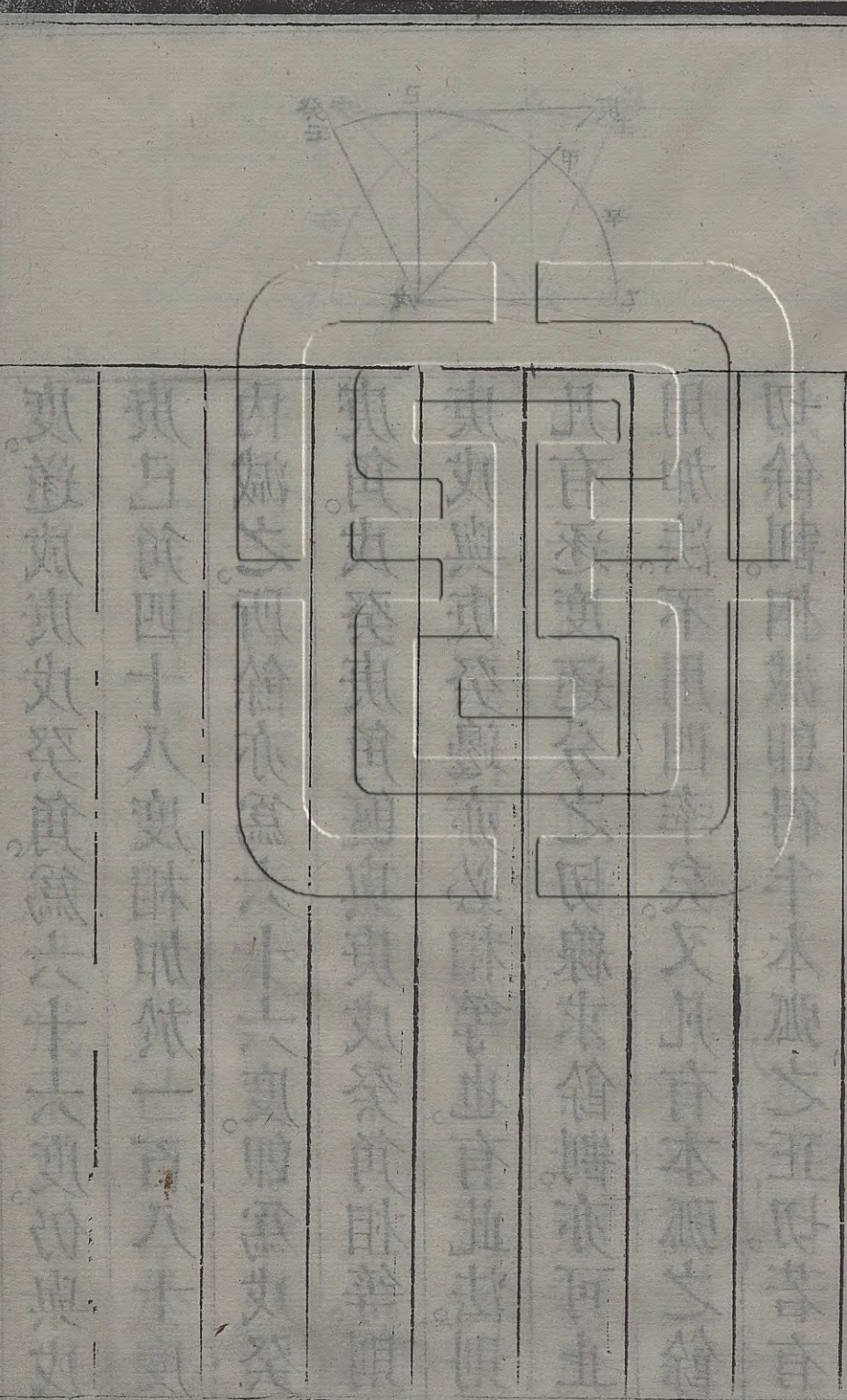
十八度。庚己為其餘切。庚戊為其餘割。試將甲乙正弧四十八度折半得辛乙二十四度。移於壬己。又作癸己。為壬己弧二十四度之正切。與庚己相加。得庚癸。與庚戊餘割相等。蓋甲戊己角四十四度。庚己戊角為直角九十度。二角相併為一百三十二度。於一百八十度內減之。餘四十八度。為戊庚己角。今於甲戊己角四十二度。加己戊壬角二十四



度。遂成庚戊癸角。為六十六度。仍與戊庚己角四十八度相加於一百八十度內減之。所餘亦為六十六度。即為戊癸庚角。戊癸庚角既與庚戊癸角相等。則庚戊與庚癸邊亦必相等也。有此法。則凡有逐度逐分之切線。求餘割。亦可止用加法。不用四率矣。又凡有本弧之餘切餘割。相減即得半本弧之正切。若有本弧之餘割。及半本弧之正切。相減即



得本弧之餘切矣。本弧之五十四分餘

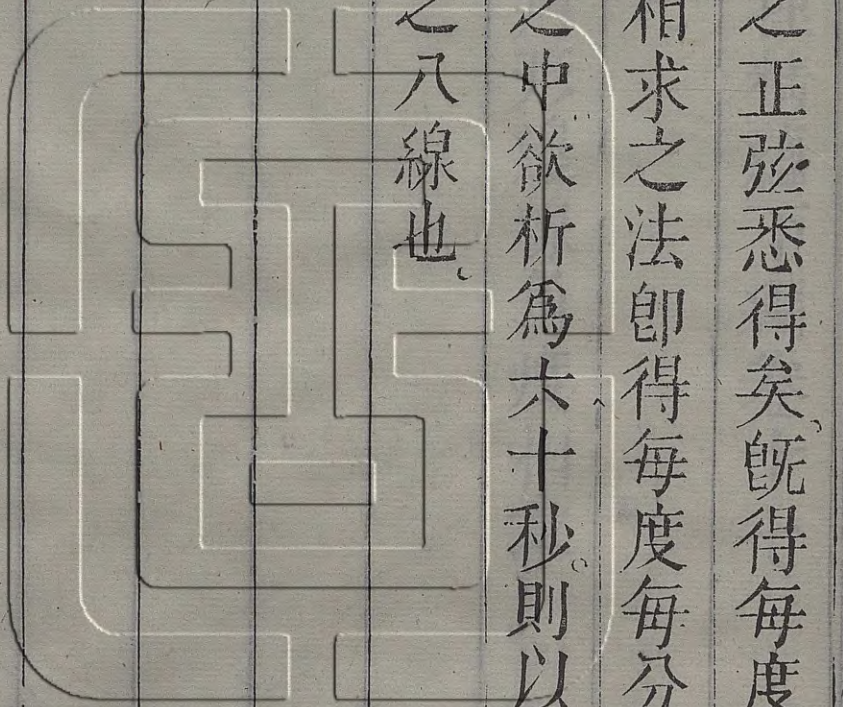


求象限內各線總法

六宗併新增十八邊形。及九邊形之每邊。各半之得
 八弧之正弦。用要法之一。各求其餘弦。次取十二度。
 十五邊。用要法之三。折半四次。得六度。三度。一度。三
 十分。及四十五分之正弦。復用新增法。求其三分之
 一。得十五分之正弦。復求其三分之一。即得五分之
 正弦。既得五分之正弦。乃用簡法之一。求六十度以
 內之正弦。每越五分而得一弦。可得七百二十。又用
 簡法之二。求六十度以外之正弦。亦越五分而得一

弦又得三百六十。如以一度之弦與五十九度之弦相加即六十一度之弦以二度之弦與五十八度之弦相加即六十二度之弦以至二十九度之弦與三十一度之弦相加即得八十九度之弦總而計之。一象限中共得正弦一千零八十已居全表五分之一。象限中逐分計之共正弦五千四百故一千零八十為五分之一也再以五分之弦用要法之三得二分三十秒之弦復用新增法求其三分之一得五十秒之弦乃以五十秒之弧為一率五十秒之弦為二率一分之弧化六十秒為三率得四率為六分之弦既得六分之弦即用簡法之一簡法之二錯綜加減之則一象限中每

度每分之正弦悉得矣既得每度每分之正弦則用前八線相求之法即得每度每分之切割諸線矣如於一分之中欲析為六十秒則以比例四率求之即得每秒之八線也

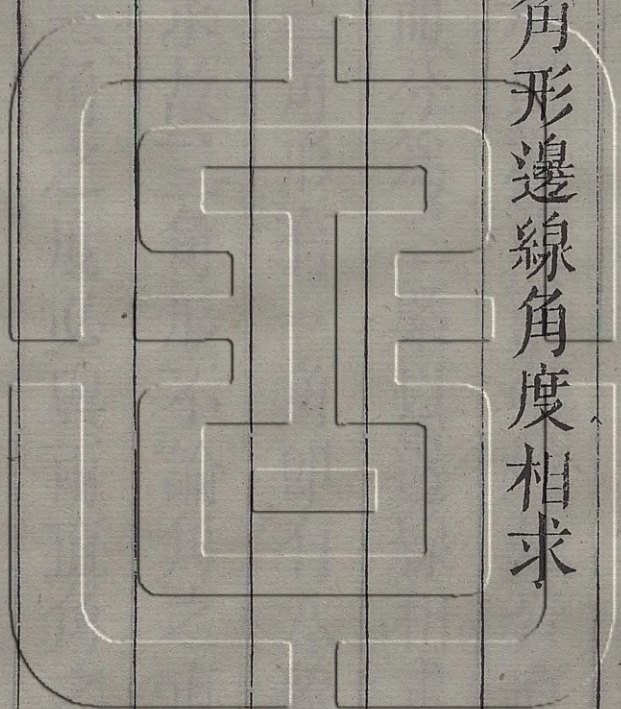


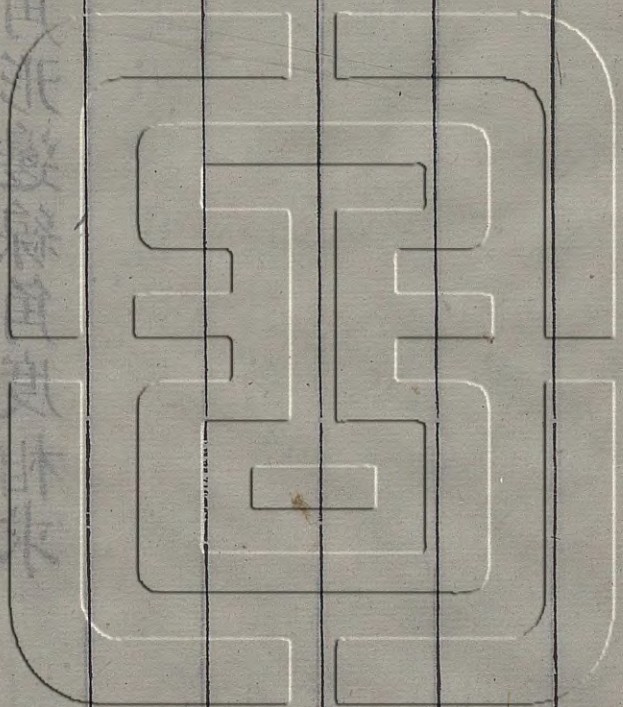
此圖得三寸五分
 之數而
 若全表五分
 再以五分
 除其餘之八點
 則三公分中餘餘
 前入餘餘來之
 其每公之五
 此圖得三寸五分
 之數而
 若全表五分
 再以五分
 除其餘之八點
 則三公分中餘餘
 前入餘餘來之
 其每公之五

御製數理精蘊下編卷十七

面部七

三角形邊線角度相求





而得十

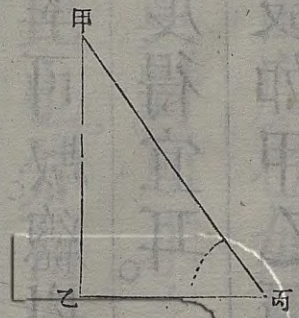
餘變效匪赫蘇不繼卷十十

一三角形邊線角度相求

三角形有直角者為勾股。無直角者作中垂線。分為
 兩直角形。則亦成兩勾股。是皆有其二而得其一。或
 有其三而分為二。槩以邊線相求者也。至於割圓之
 法。則凡三角形有一角。即有八線。皆成勾股。而可比
 例以相求。故三角形不論角之直與銳鈍。要以角度
 為準。而三角之度。必與兩直角之度等。角之大者。所
 對之邊亦大。角之小者。所對之邊亦小。凡三角三邊。
 但知其三。而其餘者。悉可得。若直角。則惟知其二。而

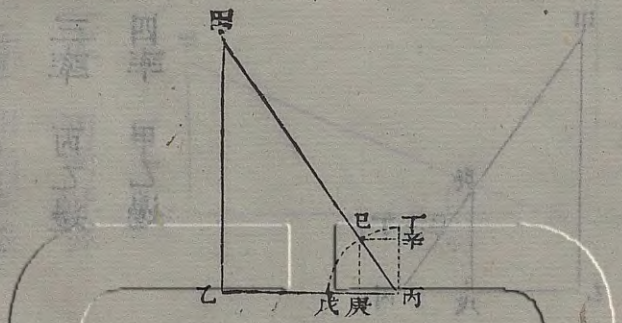
其餘者亦可得。此三角之法所由立。而測量之用所由廣也。如知兩角一邊求又一邊者。以對所知之角與對所求之角爲比。卽如所知之邊與所求之邊爲比也。知兩邊一角求又一角者。以對所知之邊與對所求之邊爲比。卽如所知之角與所求之角爲比也。或所知之一角。在所知兩邊之間。而求又一角者。則角無所對之邊。而邊亦無所對之角。必用兩邊之和較。與所知角之外角半弧之切線爲比。而得所求兩角與所知角之外角半弧之較。旣得較。而角度亦得矣。又如知三邊而求三角者。則以三角形求中垂線法。分爲兩直角形。而三角自隨之。而得或用三邊之方面。按法比例。而得兩直角形之各一角。旣得一角。而三角亦可得矣。若止有三角則三邊無所約束。故不成法。蓋角度爲虛率。而邊線爲實數。有實數而虛率可馭。總以比例四率展轉用之。惟在分合有法。相度得宜耳。

設如甲乙丙直角三角形。乙角爲直角九十度。知丙角五十七度。丙乙邊五丈。求甲乙邊幾何。



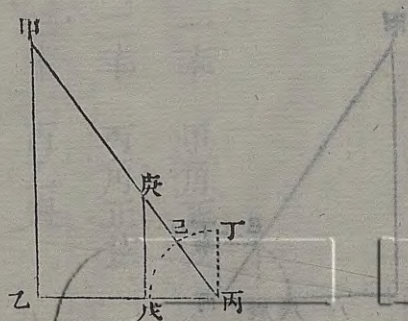
一率 一角正弦
 二率 丙角正弦
 三率 丙乙邊
 四率 甲乙邊

法以丙角五十七度與象限九十度相減。餘三十三度為甲角。乃以甲角為對所知之角。其正弦五萬四千四百六十四為一率。丙角為對所求之角。其正弦八萬三千八百六十七為二率。丙乙邊為所知之邊。其數五丈為三率。求得四率七丈六尺九寸九分三釐有餘。即甲乙為所求之邊也。如丙丁戊一象限。已戊弧為丙角之正弦。已庚線為丙角之



正弦。丁已弧為丙角之餘弧。即甲角之正弧。辛已線為丙角之餘弦。即甲角之正弦。是故丙角五十七度之餘弧。為三十三度。丙角五十七度之餘弦。為三十三度之正弦。已庚丙與甲乙丙兩勾股形為同式形。故甲角正弦丙庚。即辛與丙角正弦已庚之比。同於丙乙邊與甲乙邊之比。為相當比例四率也。又法以半徑十萬為一率。丙角五十七

- 一率 半徑
- 二率 丙角正切
- 三率 丙乙邊
- 四率 甲乙邊

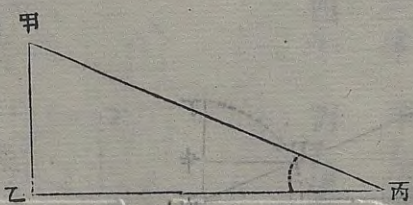


度之正切一十五萬三千九百八十六
 爲二率。丙乙邊五丈爲三率。求得四率
 七丈六尺九寸九分三釐。卽甲乙邊也。
 如丙丁戊一象限。切已戊弧作庚戊線。
 爲丙角之正切。則丙戊爲半徑。庚戊丙
 與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故丙戊
 半徑與庚戊正切之比。同於丙乙邊與
 甲乙邊之比。爲相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角爲直角。九十度。知丙

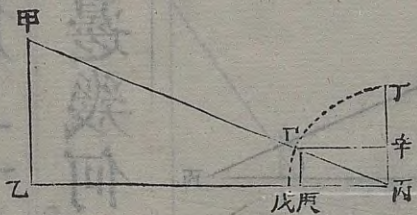
角二十三度三十五分。甲乙邊三十二丈。求丙乙
 邊幾何。

- 一率 丙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 丙乙邊



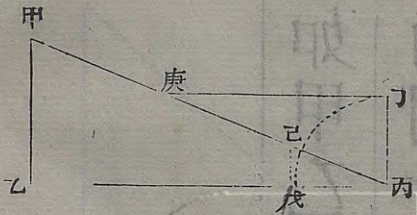
法以丙角二十三度三十五分與九十
 度相減。餘六十六度二十五分爲甲角。
 乃以丙角爲對所知之角。其正弦四萬
 零八爲一率。以甲角爲對所求之角。其
 正弦九萬一千六百四十八爲二率。甲
 乙邊爲所知之邊。其數三十二丈爲三
 率。求得四率七十二丈三寸零三分有

- 一率 丙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 丙乙邊



餘。卽丙乙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弦。己庚線爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽丙角之正弦。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。故丙角二十三度三十五分之餘弧爲六十六度二十五分。丙角二十三度三十五分之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故丙角正弦己庚

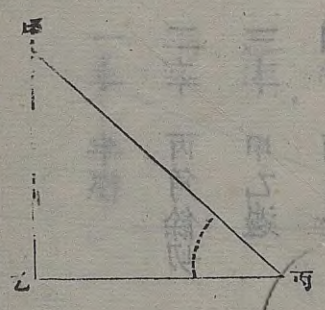
- 一率 半徑
- 二率 丙角餘切
- 三率 甲乙邊
- 四率 丙乙邊



與甲角正弦丙庚之比。同於甲乙邊與丙乙邊之比。爲相當比例四率也。又法以半徑十萬爲一率。丙角二十三度三十五分之餘切線二十二萬九千零七十三爲二率。甲乙邊三十二丈爲三率。求得四率七十三丈三寸零三分。有餘卽丙乙邊也。如丙丁戊一象限。切丁己弧作丁庚線。爲丙角之餘切。卽甲角之正切。則丁丙爲半徑。丙丁庚與甲

乙丙兩勾股形為同式形。故丁丙半徑與丁庚餘切之比。同於甲乙邊與丙乙邊之比。為相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知丙角四十三度三十七分。丙乙邊二十一尺。求甲丙邊幾何。



法以丙角四十三度三十七分與九十度相減。餘四十六度二十三分為甲角。乃以甲角為對所知之角。其正弦七萬

二千三百九十七為一率。甲角正弦即丙角餘弦。或

直用丙角餘弦亦可。以乙角為對所求之角。其正

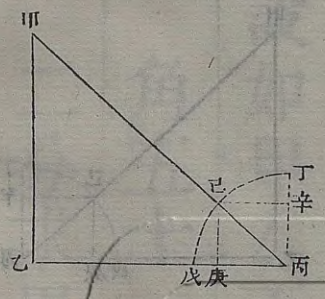
弦即半徑十萬為二率。丙乙邊為所知之邊。其數二十一尺為三率。求得四率

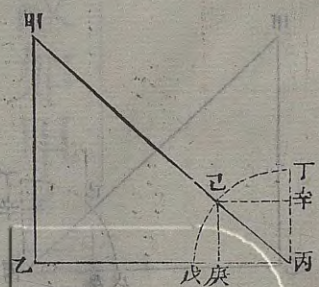
二十九尺零六釐有餘。即甲丙為所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧為丙

角之正弧。丁己弧為丙角之餘弧。即甲角之正弧。辛己線為丙角之餘弦。即甲

角之正弦。與丙庚等。己丙線為半徑。即九十

- 一率 甲角正弦
- 二率 半徑
- 三率 丙乙邊
- 四率 甲丙邊

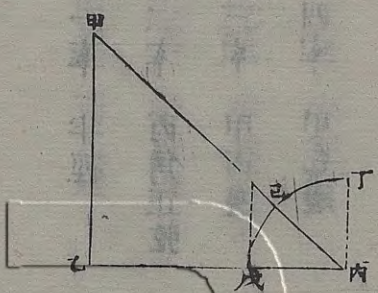




一率 半徑
 二率 丙角正割
 三率 丙乙邊
 四率 甲丙邊

度之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形。為同式形。故甲角正弦丙庚與半徑己丙之比。同於丙乙邊與甲丙邊之比。為相當比例四率也。

又法以半徑十萬為一率。丙角四十三度三十七分之正割一十三萬八千一百二十七為二率。丙乙邊二十一尺為三率。求得四率二十九尺零六釐有餘。即甲丙邊也。如丙丁戊一象限。切己戊

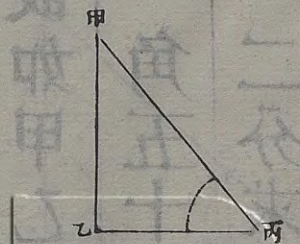


弧作庚戊線。為丙角之正切。則丙戊為半徑。庚丙為正割。庚戊丙與甲乙丙兩勾股形為同式形。故丙戊半徑與庚丙正割之比。同於丙乙邊與甲丙邊之比。為相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知丙角五十一度五十一分。甲丙邊八十九丈零二寸二分。求甲乙邊丙乙邊各幾何。

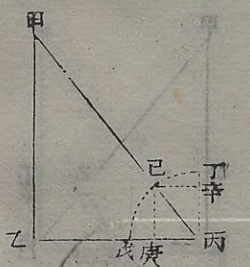
法以丙角五十一度五十一分與九十

度相減。餘三十八度零九分爲甲角。求甲乙邊。則以乙角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。以丙角爲對所求之角。其正弦七萬八千六百四十爲二率。甲丙邊爲所知之邊。其數八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率七十七丈零六分有餘。卽甲乙爲所求之邊也。求丙乙邊。亦以乙角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。而以甲角爲

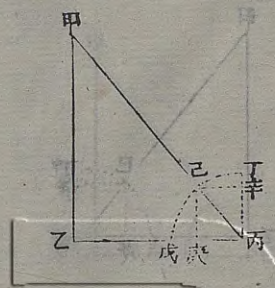


- 一率 半徑
- 二率 丙角正弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 甲乙邊

對所求之角。其正弦六萬一千七百七十二爲二率。甲丙邊爲所知之邊。其數八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率五十四丈九尺九寸有餘。卽丙乙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弦。己庚線爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽甲角之正弦。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。



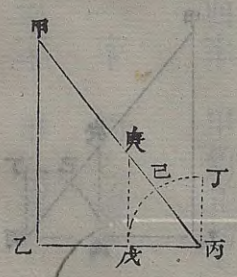
- 一率 半徑
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 丙乙邊



- 一率 丙角正割
- 二率 丙角正切
- 三率 甲丙邊
- 四率 甲乙邊

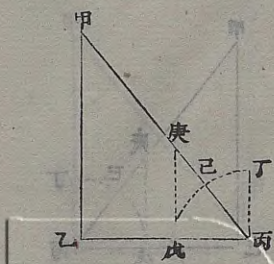
故半徑已丙與丙角正弦已庚之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。為相當比例。四率又半徑已丙與甲角正弦丙庚之比。同於甲丙邊與丙乙邊之比。為相當比例。四率也。

又法求甲乙邊。以丙角五十一度五十分之正割一十六萬一千八百八十五為一率。其正切一十二萬七千三百零六為二率。甲丙邊八十九丈零二寸



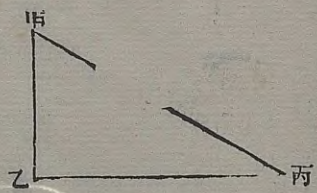
- 一率 丙角正割
- 二率 半徑
- 三率 甲丙邊
- 四率 丙乙邊

二分為三率。求得四率七十丈零六分有餘。即甲乙邊也。求丙乙邊。則仍以丙角正割一十六萬一千八百八十五為一率。而以半徑十萬為二率。仍以甲丙邊八十九丈零二寸二分為三率。求得四率五十四丈九尺九寸有餘。即丙乙邊也。如丙丁戊一象限。已戊弧為丙角之正弧。庚戊線為丙角之正切。庚丙線為丙角之正割。庚戊丙與甲乙丙兩勾



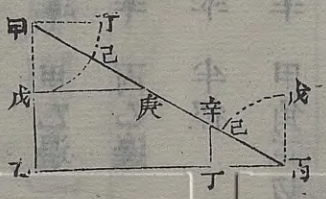
股形為同式形。故丙角正割庚丙與正切庚戊之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。又丙角正割庚丙與半徑丙戊之比。同於甲丙邊與丙乙邊之比。皆為相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知甲乙邊二十丈。丙乙邊三十四丈六尺四寸一分。求甲角丙角各幾何。
法以甲乙邊二十丈為一率。丙乙邊三十四丈六尺四寸一分為二率。求得四率一十七萬三千二百零五。為甲角之正切。檢八線表得六十度。即甲角之度。與九十度相減。餘三十度。即丙角之度也。如先求丙角。則以丙乙邊三十四丈六尺四寸一分為一率。甲乙邊二十丈為二率。半徑十萬為三率。求得四率五萬七千七百三十五。為丙角之正切。檢八線表得三十度。即

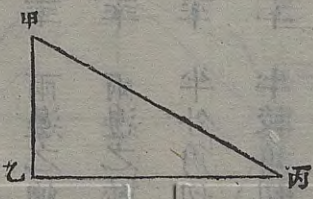


- 一率 甲乙邊
- 二率 丙乙邊
- 三率 半徑
- 四率 甲角正切
- 一率 丙乙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 半徑
- 四率 丙角正切

十四丈六尺四寸一分為二率。半徑十萬為三率。求得四率一十七萬三千二百零五。為甲角之正切。檢八線表得六十度。即甲角之度。與九十度相減。餘三十度。即丙角之度也。如先求丙角。則以丙乙邊三十四丈六尺四寸一分為一率。甲乙邊二十丈為二率。半徑十萬為三率。求得四率五萬七千七百三十五。為丙角之正切。檢八線表得三十度。即



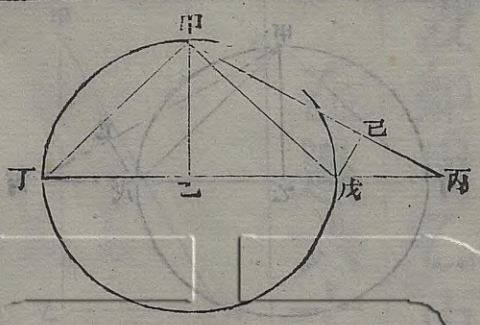
丙角之度與九十度相減餘六十度。即
 甲角之度也。如圖先求甲角。則如甲丁
 戊一象限。己戊弧為甲角六十度之弧。
 庚戊為甲角之正切。甲戊為半徑。甲戊
 庚與甲乙丙兩勾股形為同式形。故甲
 乙邊與丙乙邊之比。同於甲戊半徑與
 庚戊正切之比。為相當比例四率。先求
 丙角。則如丙丁戊一象限。己丁弧為丙
 角三十度之弧。辛丁為丙角之正切。丙



丁為半徑。丙丁辛與丙乙甲兩勾股形
 為同式形。故丙乙邊與甲乙邊之比。同
 於丙丁半徑與辛丁正切之比。為相當
 比例四率也。
 又法以甲乙邊二十丈。與丙乙邊三十
 四丈六尺四寸一分相加。得五十四丈
 六尺四寸一分。為兩邊之和。為一率。又
 以甲乙邊二十丈。與丙乙邊三十四丈
 六尺四寸一分相減。餘一十四丈六尺

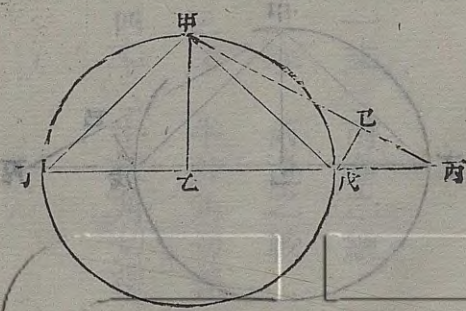
一率 兩邊之總
 二率 兩邊之較
 三率 半外角切線
 四率 半較角切線

四寸一分。為兩邊之較。為二率。以乙角之外角九十度。折半得四十五度。為半外角。其正切十萬。為三率。四十五度之正切。與半徑十萬。求得四率二十六萬七千九百四十八。為半較角之正切。檢八線表得十五度為半較角。與半外角四十五度相減。餘三十度。即丙角之度。如以半較角十五度與半外角四十五度相加。得六十度。即甲角之度也。如圖甲乙丙直角



三角形。以乙直角為心。甲乙小邊為半徑。作一甲戊丁圓。截丙乙大邊於戊。將丙乙引長至圓界丁。則丁乙。戊乙俱為半徑。與甲乙等。自丁至丙。即兩邊之和。自戊至丙。即兩邊之較。甲乙丁角。即乙角之外角。試自甲至戊作一甲戊線。則成甲乙戊直角三角形。其乙甲戊與乙戊甲二角相併。與甲乙丁外角度等。今折半用其正切。即如用甲戊乙角之正

切。又心角與邊角度等。其切線亦等。故自甲至丁作一丁甲線。即甲戊丁角之正切。又戊甲丙角。即甲角大於甲戊乙角之較。又即丙角小於甲戊乙角之較。故於圓界戊至甲丙邊已作已戊線。與甲丁線平行。即戊甲已角之正切。且丙丁甲三角形與丙戊已三角形為同式形。故兩邊之和丙丁與甲戊丁半外角切線甲丁之比。即同於兩邊之較丙戊

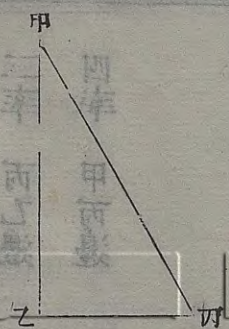


與半較角切線已戊之比。為相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知甲乙邊六十尺。丙乙邊三十二尺。求甲丙邊幾何。

法以甲乙邊六十尺為一率。丙乙邊三十二尺為二率。半徑十萬為三率。求得四率五萬三千三百三十三。為甲角之

正切。檢八線表得二十八度零四分。即甲角之度。如用丙乙邊作一率。甲乙邊作二率。即先得丙角度。乃



一率 甲乙邊
二率 丙乙邊
三率 半徑
四率 甲角正切

一率 甲角正弦

二率 半徑

三率 丙乙邊

四率 甲丙邊

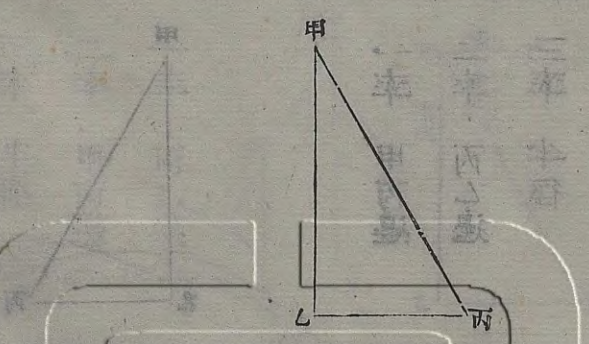
一率 半徑

二率 甲角正割

三率 甲乙邊

四率 甲丙邊

以甲角為對所知之角。其正弦四萬七千零五十為一率。乙角為對所求之角。其正弦即半徑十萬為二率。丙乙邊為所知之邊。其數三十二尺為三率。求得四率六十八尺零一分二釐有餘。即甲丙為所求之邊也。又既得甲角之後。用割線法。則以半徑為一率。甲角之正割為二率。甲乙邊為三率。求得四率。即甲丙為所求之邊也。或得丙角。則用丙角

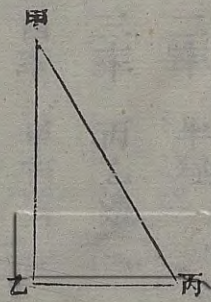


之正割為二率。丙乙邊為三率。亦得甲丙邊若得丙角。仍用甲乙邊為三率。則用丙角餘割之。即甲角之正割。為二率。而亦得甲丙邊也。又法用勾股求弦。以甲乙為股。丙乙為勾。求得弦。即甲丙邊也。法已載於勾股集中。

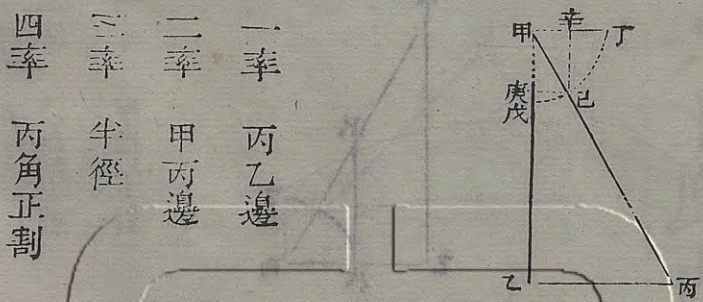
設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知甲丙邊一百零二丈二尺。丙乙邊四十八丈。求甲角

丙角各幾何。

法以甲丙邊為對所知之邊。其數一百零二丈二尺為一率。丙乙邊為對所求之邊。其數四十八丈為二率。乙角為所知之角。其正弦即半徑十萬為三率。求得四率四萬六千九百六十六。為甲角之正弦。檢八線表得二十八度零一分。即甲角之度也。甲角之餘弦。即丙角之正弦。如檢八線表餘弦數得六十一度。



- 一率 甲丙邊
- 二率 丙乙邊
- 三率 半徑
- 四率 甲角正弦



- 一率 丙乙邊
- 二率 甲丙邊
- 三率 半徑
- 四率 丙角正弦

五十九分。即丙角之度也。如甲丁戊一

象限已庚為甲角正弦。辛己與甲庚等。

為甲角之餘弦。即丙角之正弦。甲庚己

與甲乙丙兩勾股形。為同式形。故甲丙

邊與丙乙邊之比。同於甲己半徑與己

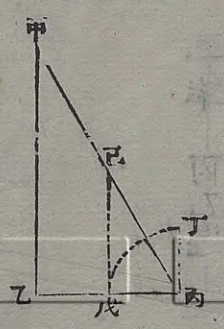
庚正弦之比。為相當比例四率也。

又法以丙乙邊四十八丈為一率。甲丙

邊一百零二丈二尺為二率。半徑十萬

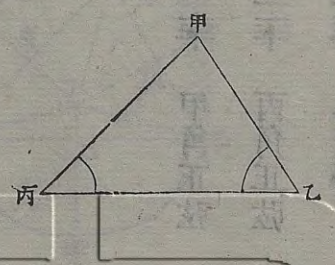
為三率。求得四率二十一萬二千九百

一十六為丙角之正割。檢八線表得六十一度五十九分。即丙角之度也。其丙角之餘割。即甲角之正割。如檢餘割數得二十八度零一分。即甲角之度也。如丙丁戊一象限。丙戊為半徑。己戊為丙角之正切。己丙為丙角之正割。甲乙丙與己戊丙兩勾股形為同式形。故丙乙邊與甲丙邊之比。同於丙戊半徑與己丙正割之比。為相當比例四率也。



設如甲乙丙銳角三角形。知乙丙邊三十二丈。乙角六十度。丙角四十六度。求甲乙邊甲丙邊各幾何。

法以乙角六十度與丙角四十六度相加。得一百零六度。與半圓一百八十度相減。餘七十四度。為甲角。求甲丙邊。則以甲角為對所知之角。其正弦九萬六千一百二十六為一率。以乙角為對所求之角。其正弦八萬六千六百零三為二率。乙丙邊為所知之邊。其數三十二



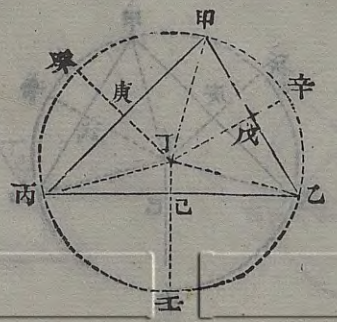
- 一率 甲角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

求之角。其正弦八萬六千六百零三為二率。乙丙邊為所知之邊。其數三十二

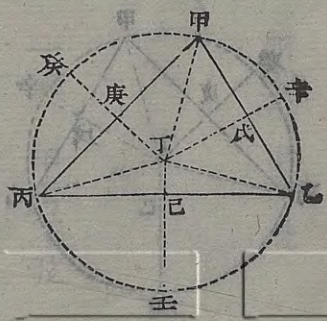
- 一率 甲角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

- 一率 甲角正弦
- 二率 丙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲乙邊

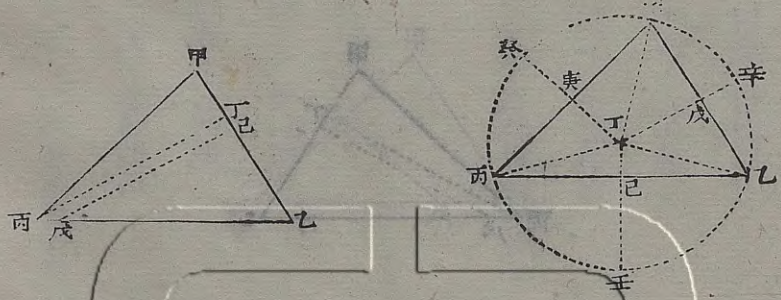
丈為三率求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。即甲丙為所求之一邊也。求甲乙邊則仍以甲角為對所知之角。其正弦九萬六千一百二十六為一率。而以丙角為對所求之角。其正弦七萬一千九百三十四為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數三十二丈為三率。求得四率二十三丈九尺四寸六分有餘。即甲乙為所求之又一邊也。如圖甲乙



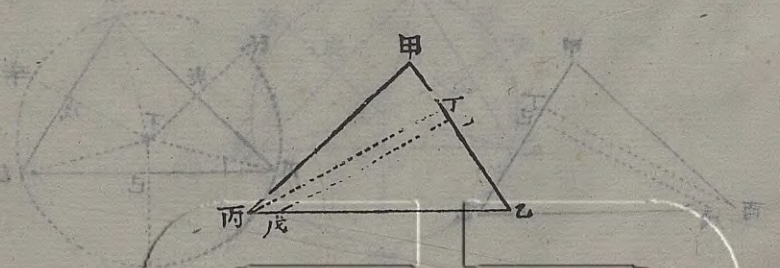
丙三角形。作含三角形之圓。則每界角各對一弧。試自圓心丁作三角形各邊之垂線。即將每角所對之弧平分一半。各成兩心角。其每一心角與相當各界角之度等。見幾何原本四卷第十三節。是以乙角所對甲丙弧。原係一百二十度。今為丁庚癸垂線所平分。各為六十度。一為甲丁癸。一為癸丁丙。皆與乙角原度等。丙角所對甲乙弧。原係九十二度。今為丁戊



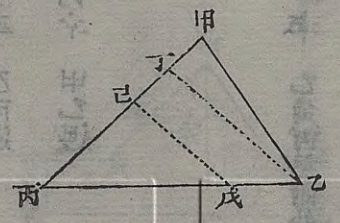
辛垂線所平分。各為四十六度。一為甲
 丁辛。一為辛丁乙。皆與丙角原度等。甲
 角所對乙丙弧。原係一百四十八度。今
 為丁己壬垂線所平分。各為七十四度。
 一為乙丁壬。一為壬丁丙。皆與甲角原
 度等。乙己為乙丁壬角之正弦。己丙為
 壬丁丙角之正弦。亦即甲角之正弦。甲
 庚為甲丁癸角之正弦。庚丙為癸丁丙
 角之正弦。亦即乙角之正弦。甲戊為甲



丁辛角之正弦。戊乙為辛丁乙角之正
 弦。亦即丙角之正弦。故求甲丙邊者。以
 乙己與甲庚之比。或己丙與庚丙之比。
 皆同於乙丙與甲丙之比。又如求甲乙
 邊者。以己丙與甲戊之比。或乙己與戊
 乙之比。皆同於乙丙與甲乙之比。俱是
 半與半全與全之比例。而各為相當比
 例四率也。又圖求甲丙邊者。則用甲丙
 為半徑。自丙角至甲乙界作丙丁垂線。



為甲角正弦。又依甲丙度截丙乙於戊。使戊乙與甲丙等。凡用正弦比例。因在圓內。皆同半徑。今使戊乙與甲丙相同。而後正弦之大小乃見。乃自戊至甲乙界。又作戊己垂線。為乙角正弦。觀戊己小於丙丁。則知甲丙同戊亦小於乙丙。故甲角正弦丙丁與乙角正弦戊己之比。同於乙丙邊與甲丙邊之比。為相當比例。四率也。又如求甲乙邊者。則用甲乙為半徑。自乙角至甲丙界作乙丁垂線。



為甲角正弦。又依甲乙度截乙丙於戊。使戊丙與甲乙等。乃自戊至甲丙界又作戊己垂線。為丙角正弦。觀戊己小於乙丁。則知甲乙同戊亦小於乙丙。故甲角正弦乙丁與丙角正弦戊己之比。同於乙丙邊與甲乙邊之比。為相當比例。四率也。

又法求甲乙邊。以乙角六十度之餘切五萬七千七百三十五。與丙角四十六

一率 乙角丙角兩餘切

二率 乙角餘割

三率 乙丙邊

四率 甲乙邊

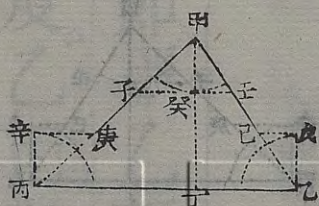
一率 乙角丙角兩餘切

二率 丙角餘割

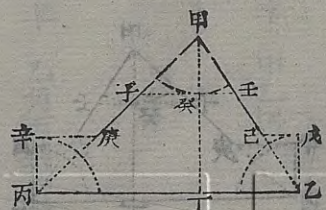
三率 乙丙邊

四率 甲丙邊

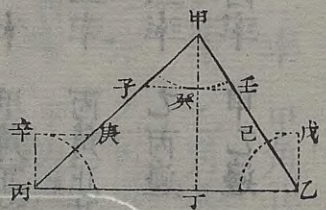
度之餘切九萬六千五百六十九相加。得一十五萬四千三百零四為一率。乙角之餘割一十一萬五千四百七十為二率。乙丙邊三十二丈為三率。求得四率二十三丈九尺四寸六分有餘。即甲乙邊。求甲丙邊。則仍以兩角餘切相加。之一十五萬四千三百零四為一率。而以丙角餘割一十三萬九千零一十六為二率。仍以乙丙邊三十二丈為三率。



求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。即甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一角三角形。分為甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。即如乙角六十度。與象限九十度相減。餘三十度。為甲丁乙三角形之甲角。又丙角四十六度。與象限九十度相減。餘四十四度。為甲丁丙三角形之甲角。乙角之餘切戊己。即甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬癸。乙角之餘割



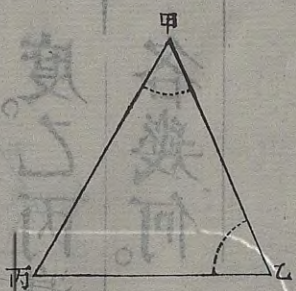
己乙。卽甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲壬。而丙角之餘切庚辛。卽甲丁丙三角形之甲角之正切。如癸子。丙角之餘割庚丙。卽甲丁丙三角形之甲角之正割。如甲子。若乙角丙角兩餘切相加。卽兩甲角正切相加之和。如壬子。甲癸壬與甲丁乙兩三角形爲同式形。甲癸子與甲丁丙兩三角形爲同式形。故甲壬子與甲乙丙兩三角形亦爲同式形。



是故求甲乙邊者。以壬子與甲壬之比。同於乙丙與甲乙之比。求甲丙邊者。以壬子與甲子之比。同於乙丙與甲丙之比。皆爲相當比例四率也。

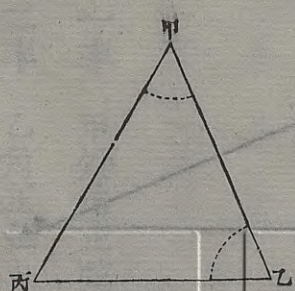
設如甲乙丙銳角三角形。知甲角五十度。乙角七十度。乙丙邊九丈七尺八寸。求丙角甲乙邊甲丙邊各幾何。

法以甲角五十度。與乙角七十度相加。得一百二十度。與半圓一百八十度相



一率 甲角正弦
 二率 丙角正弦
 三率 乙丙邊
 四率 甲乙邊

減餘六十度為丙角。求甲乙邊。則以甲角為對所知之角。其正弦七萬六千六百零四為一率。以丙角為對所求之角。其正弦八萬六千六百零三為二率。乙丙邊為所知之邊。其數九丈七尺八寸為三率。求得四率一十一丈零五寸六分有餘。即甲乙為所求之一邊也。求甲丙邊。則仍以甲角為對所知之角。其正弦七萬六千六百零四為一率。而以乙角為對所求之角。其正弦九萬三千九百六十九為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數九丈七尺八寸為三率。求得四率一十一丈九尺九寸六分有餘。即甲丙為所求之又一邊也。此法所知之角與邊。雖與前法少異。然總是有兩角一邊。得其所餘一角。則仍與前法同矣。



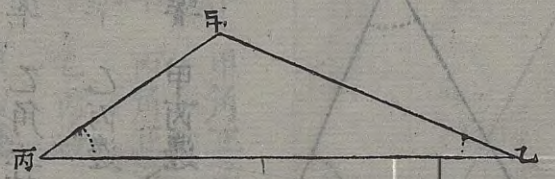
一率 甲角正弦
 二率 乙角正弦
 三率 乙丙邊
 四率 甲丙邊

設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角二十四度。丙角三十六度三十分。乙丙邊七十九丈零一寸。求甲乙

設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角二十四度。丙角三十六度三十分。乙丙邊七十九丈零一寸。求甲乙

邊甲丙邊各幾何

法以乙角二十四度與丙角三十六度
 三十分相加得六十度三十分與半圓
 一百八十度相減餘一百一十九度三
 十分為甲鈍角求甲乙邊則以甲鈍角
 為對所知之角夫甲角既為鈍角過九
 十度乃用其外角將甲角一百一十九
 度三十分與半圓一百八十度相減餘
 六十度三十分為甲角之外角其正弦



八萬七千零三十六為一率。凡鈍角之

弦即鈍角之正弦。解見割圓集內。丙角為對所求之角。

其正弦五萬九千四百八十二為二率。

乙丙邊為所知之邊其數七十九丈零

一寸為三率求得四率五十三丈九尺

九寸七分即甲乙為所求之一邊也。如

求甲丙邊則仍以甲角為對所知之角。

用其外角正弦八萬七千零三十六為

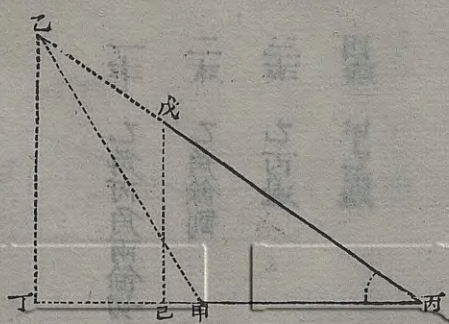
一率而以乙角為對所求之角其正弦

一率 甲外角正弦
 二率 丙角正弦
 三率 乙丙邊
 四率 甲乙邊

一率 甲外角正弦
 二率 乙角正弦
 三率 乙丙邊
 四率 甲丙邊

- 一率 甲外角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

四萬零六百七十四為二率。仍以乙丙邊七十九丈零一寸為三率。求得四率三十六丈九尺二寸三分有餘。如既得甲乙邊而以丙角為對所知之角。其正弦為一率。甲乙邊為所知之邊。其數為三率。所得亦即甲丙為所求之又一邊也。此法亦有兩角一邊。但甲為鈍角。故用外角正弦。求法畧異。試以求甲乙邊言之。則甲乙邊為半徑。於甲角之外。作乙丁垂線。則成乙甲丁之外角。其乙丁垂線。即

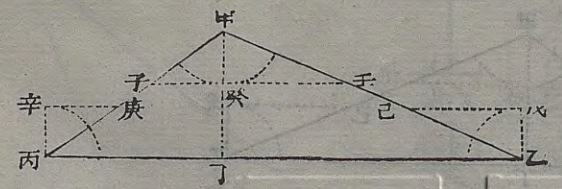


乙甲丁外角之正弦。又按甲乙邊度截乙丙邊於戊。使戊丙與甲乙半徑等。作戊己垂線。即丙角之正弦。夫戊己丙與乙丁丙兩勾股形為同式形。故乙甲丁外角之正弦乙丁與丙角之正弦戊己之比。即同於乙丙邊與等甲乙邊之戊丙之比。為相當比例四率也。其求甲丙邊用外角正弦。其理亦同。又法求甲乙邊。以乙角二十四度之餘

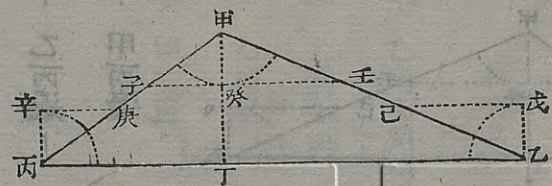
- 一率 乙角丙角兩餘切
- 二率 乙角餘割
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲乙邊

切二十二萬四千六百零四與丙角三十六度三十分之餘切一十三萬五千一百四十二相加得三十五萬九千七百四十六為一率。乙角之餘割二十四萬五千八百五十九為二率。乙丙邊七十九丈零一寸為三率。求得四率五十三丈九尺九寸七分有餘。即甲乙邊求甲丙邊則仍以兩角餘切相加之三十五萬九千七百四十六為一率。而以丙

- 一率 乙角丙角兩餘切
- 二率 丙角餘割
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊



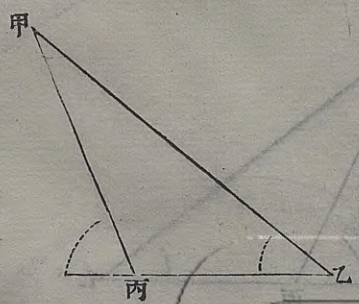
角之餘割一十六萬八千一百一十七為二率。乙丙邊七十九丈零一寸為三率。求得四率三十六丈九尺二寸三分有餘。即甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一鈍角三角形。分為甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。其乙角之餘切戊己。即甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬癸乙角之餘割己乙。即甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲壬。而丙角之餘切庚辛。即



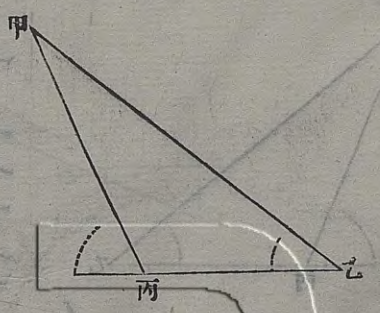
甲丁丙三角形之甲角之正切如癸子
 丙角之餘割庚丙即甲丁丙三角形之
 甲角之正割如甲子乙角丙角兩餘切
 相加之數即兩甲角正切相加之和如
 壬子甲癸壬與甲丁乙兩三角形為同
 式形甲癸子與甲丁丙兩三角形為同
 式形故甲壬子與甲乙丙兩三角形亦
 為同式形是以求甲乙邊者以壬子與
 甲壬之比同於乙丙與甲乙之比求甲

丙邊者以壬子與甲子之比同於乙丙
 與甲丙之比皆為相當比例四率也

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角三十三度三十八
 分四十秒丙外角五十五度五十三分乙丙邊一
 十六丈求甲角甲乙邊甲丙邊各幾何



法以乙角三十三度三十八分四十秒
 與丙外角五十五度五十三分相減餘
 二十二度一十四分二十秒即甲角
 取
 角當以丙外角與半圓一百八十度相
 減餘為丙鈍角仍以丙鈍角與乙角相



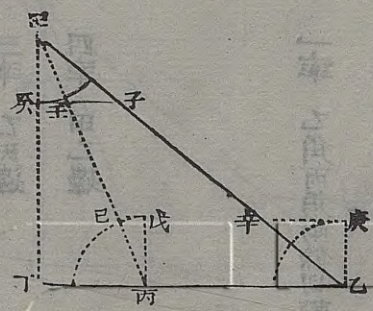
- 一率 甲角正弦
- 二率 丙外角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲乙邊

加。又與半圓一百八十度相減。餘為甲角。今止以丙外角內減乙角。即得甲角者。蓋因丙外角與乙甲二內角相併之度等。又三角形三角相併共為一百八十度。與半圓等。今於半圓內減去丙鈍角。所餘為丙外角。而一百八十度內減丙鈍角。則餘乙甲二角共度。是甲乙二角共度與丙外角之度等。故於丙外角內減去乙角。求甲乙邊。則以甲角為對所知之角。其正弦三萬七千八百四十七為一率。以丙外角為對所求之角。其正弦八萬二千七百九十為二率。乙丙邊為所知之邊。其數一十六丈為三率。

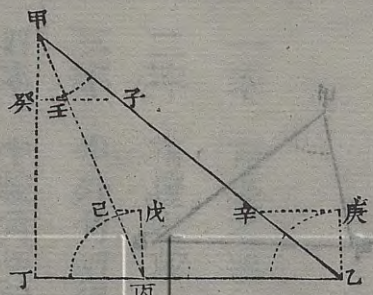
- 一率 甲角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

求得四率三十五丈。即甲乙為所求之一邊。求甲丙邊。則仍以甲角為對所知之角。其正弦三萬七千八百四十七為一率。而以乙角為對所求之角。其正弦五萬五千四百零四為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數一十六丈為三率。求得四率二十三丈四尺二寸二分有

餘。如既得甲乙邊。而以丙外角為對所知之角。其正弦為一率。甲乙邊為所知之邊。其數為三率。所得亦同。即甲丙為所求之又一



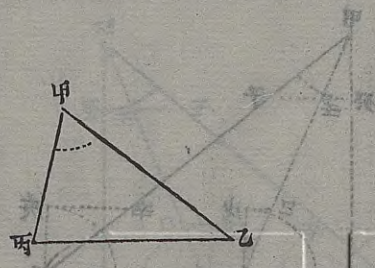
丙角之外角其餘切戊己。即甲丁丙三
 角形之甲角之正切。如壬癸丙外角之
 餘割己丙。即甲丁丙三角形之甲角之
 正割。如甲壬。甲乙丙三角形之乙角之
 餘切庚辛。即甲丁乙三角形之甲角之
 正切。如子癸。甲乙丙三角形之乙角之
 餘割辛乙。即甲丁乙三角形之甲角之
 正割。如甲子。甲丁丙三角形之丙角餘
 切。與甲丁乙三角形之乙角餘切相減



之數。即兩甲角之正切相減之較。如子
 壬。甲癸壬三角形與甲丁丙三角形。為
 同式形。甲癸子三角形與甲丁乙三角
 形。為同式形。故甲子壬三角形與甲乙
 丙三角形。亦為同式形。是以子壬與甲
 子之比。同於乙丙與甲乙之比。又子壬
 與甲壬之比。同於乙丙與甲丙之比。皆
 為相當比例四率也。

設如甲乙丙銳角三角形。知甲角六十度。甲乙邊四

十丈甲丙邊二十六丈一尺零八分求乙角丙角及乙丙邊各幾何。

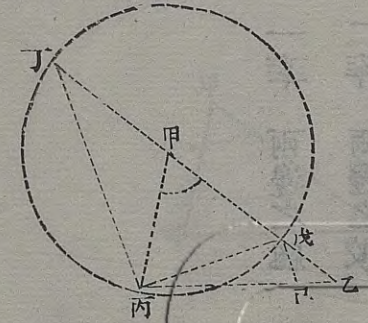


法以甲乙邊四十丈與甲丙邊二十六丈一尺零八分相加得六十六丈一尺零八分爲兩邊之和爲一率又以甲乙邊四十丈與甲丙邊二十六丈一尺零八分相減餘一十三丈八尺九寸二分爲兩邊之較爲二率以甲角六十度與半圓一百八十度相減餘一百二十度

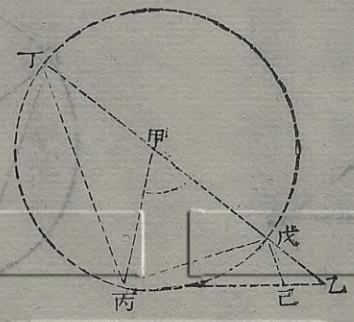
- 一率 兩邊之總
- 二率 兩邊之較
- 三率 半外角切線
- 四率 半較角切線

爲外角折半得六十度爲半外角其正切一十七萬三千二百零五爲三率求得四率三萬六千三百九十七爲半較角之正切檢八線表得二十度爲半較角與半外角六十度相減餘四十度卽乙角之度如以半較角二十度與半外角六十度相加得八十度卽丙角之度也既得乙丙兩角卽以丙角爲對所知之角其正弦九萬八千四百八十一爲

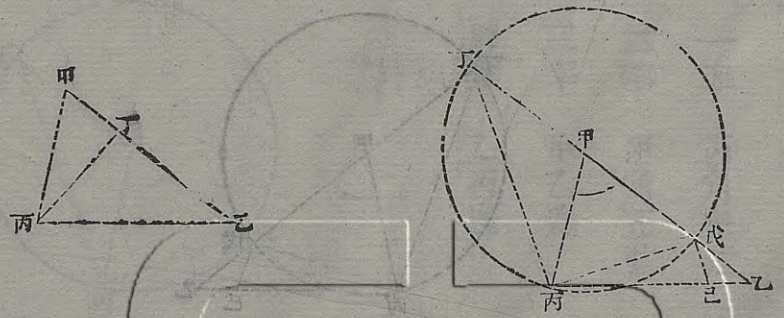
- 一率 丙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 乙丙邊



一率以甲角為對所求之角其正弦八萬六千六百零三為二率甲乙邊為所知之邊其數四十丈為三率求得四率三十五丈一尺七寸五分有餘即乙丙為所求之邊也如圖甲乙丙銳角三角形以甲角為心甲丙小邊為半徑作一丙丁戊圓截甲乙大邊於戊將甲乙引長至圓界丁則甲丁甲戊俱為半徑與甲丙等自丁至乙即兩邊之和自戊至



乙即兩邊之較丁甲丙角即甲角之外角試自丙至戊作一丙戊線則成甲丙戊三角形其甲丙戊與甲戊丙二角併之與丁甲丙外角度等今折半用其正切即如用丁戊丙角之正切又心角與邊角度等其切線亦等故自丙至丁作一丙丁線即丁戊丙角之正切又戊丙乙角即丙角大於甲戊丙角之較亦即乙角小於甲戊丙角之較故自圓甲戊



至乙丙邊已作已戊線與丙丁平行。即
 戊丙已角之正切。且乙丁丙三角形與
 乙戊已三角形為同式形。故兩邊之和
 丁乙與丁戊丙半外角切線丁丙之比。
 即同於兩邊之較戊乙與半較角切線
 戊已之比。為相當比例四率也。
 又法自丙角作丙丁垂線。分為丙丁甲
 丙丁乙兩直角形算之。先用丙丁甲直
 角形。求丙丁垂線。及甲丁分邊。以丁角

- 一率 半徑
 - 二率 甲角正弦
 - 三率 甲丙邊
 - 四率 丙丁邊
-
- 一率 半徑
 - 二率 丙分角正弦
 - 三率 甲丙邊
 - 四率 甲丁邊

為對所知之角。其正弦即半徑十萬為
 一率。以甲角為對所求之角。其正弦八
 萬六千六百零三為二率。甲丙邊為所
 知之邊。其數二十六丈一尺零八分為
 三率。求得四率二十二丈六尺一寸有
 餘。為丙丁垂線。又以丁角為對所知之
 角。其正弦即半徑十萬為一率。以甲角
 六十度與九十度相減。餘三十度。即甲
 丙丁角。即丙之分角。為對所求之角。其正弦

一率 半徑

二率 丙分角正弦

三率 甲丙邊

四率 甲丁邊

一率 丁乙分邊

二率 丙丁垂線

三率 半徑

四率 乙角正切

五萬為二率。直用甲角餘弦亦可。甲丙邊為所知

之邊。其數二十六丈一尺零八分為三

率。求得四率十三丈零五寸四分為甲

丁分邊。既得甲丁分邊。乃與甲乙邊四

十丈相減。餘二十六丈九尺四寸六分。

為丁乙分邊。於是用丙丁乙直角形。求

乙角及乙丙邊。以丁乙二十六丈九尺

四寸六分為一率。丙丁二十二丈六尺

一寸有餘為二率。半徑十萬為三率。求

得四率八萬三千九百零八為乙角正

切。檢八線表得四十度為乙角。以乙角

四十度與甲角六十度相加得一百度。

與一百八十度相減餘八十度為丙角。

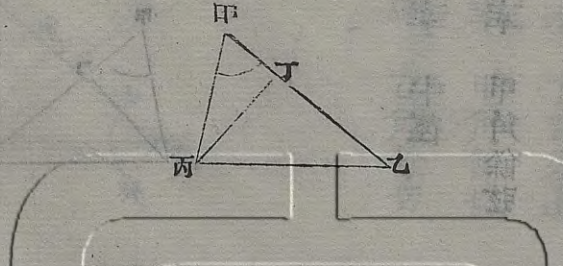
既得乙丙兩角。則用兩角一邊求又一

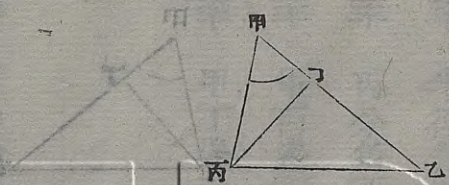
邊之法算之。即得乙丙邊矣。或先求乙

丙邊。則以丁乙二十六丈九尺四寸六

分為勾。丙丁二十二丈六尺一寸為股。

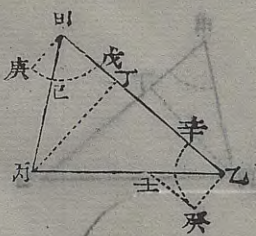
求得弦三十五丈一尺七寸五分有餘。





- 一率 半徑
- 二率 甲角餘弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 甲丁分邊

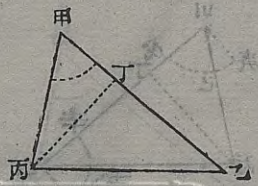
即乙丙邊也。五丈一尺零七分五釐。又法先求甲丁分邊。比例而得乙角。以半徑十萬為一率。即丁直角。以甲角六十度之餘弦五萬為二率。即丙分角。以甲丙邊二十六丈一尺零八分為三率。求得四率十三丈零五寸四分。為甲丁分邊。乃以甲丁分邊十三丈零五寸四分。為一率。以甲丁分邊與甲乙全邊四十丈相減。餘二十六丈九尺四寸六分。



- 一率 甲丁分邊
- 二率 丁乙分邊
- 三率 甲角餘切
- 四率 乙角餘切

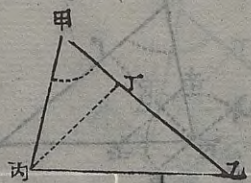
為丁乙分邊。為二率。甲角六十度之餘切五萬七千七百三十五為三率。求得四率一十一萬九千一百七十六。為乙角餘切。檢表得四十度。即乙角也。如甲角之戊庚一象限。其庚己為甲角之餘切。而庚己甲與甲丁丙為同式形。又如乙角之辛癸一象限。其壬癸為乙角之餘切。而壬癸乙與乙丁丙為同式形。故甲丁與丁乙之比。同於庚己與壬癸之

比也。



- 一率 甲丙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 甲角餘割
- 四率 丙兩分角正切

又法用甲角餘割餘切。求乙角丙角。以甲丙邊二十六丈一尺零八分爲一率。甲乙邊四十丈爲二率。甲角六十度餘割一十一萬五千四百七十爲三率。求得四率一十七萬六千九百一十一。爲甲角餘切與乙角餘切之共數。卽甲丙丁與乙丙丁兩分角之共切。又將甲角六十度與象限九十度相減。餘三十度。



卽甲丙丁之分角。檢其正切五萬七千七百三十五。與兩分角之共切一十七萬六千九百一十一相減。餘一十一萬九千一百七十六。爲丁丙乙分角之正切。卽乙角之餘切。檢表得四十度。卽乙角之度也。以乙角四十度與甲角六十度相加。得一百度。又與半圓一百八十九度相減。餘八十度。卽丙甲之度也。如甲乙丙銳角三角形。作丙丁垂線。分爲甲

求乙角丙角及乙丙邊各幾何。

法以甲乙邊五十四尺。

與甲丙邊三十

六尺九寸相加得九十尺九寸。為兩邊

之和。為一率。又以甲乙邊與甲丙邊相

減。餘一十七尺一寸。為兩邊之較。為二

率。以甲角一百一十九度三十四分。與

半圍一百八十度相減。餘六十度二十

六分。為外角。折半得三十度一十三分。

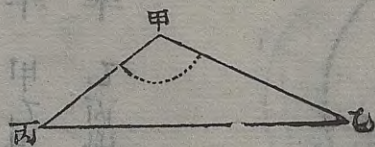
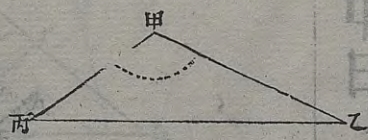
為半外角。其正切五萬八千二百四十

一率 兩邊之總

一率 兩邊之較

二率 半外角正切

四率 半較角正切



為二率求得四率一萬零九百五十六

為半較角之正切。檢八線表得六度一

十五分。為半較角。與半外角三十度一

十三分相減。餘二十三度五十八分。即

乙角之度。如以半較角六度一十五分。

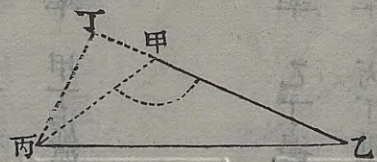
與半外角三十度一十三分相加。得三

十六度二十八分。即丙角之度也。既得

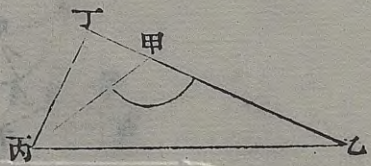
乙丙二角。求乙丙邊。則以丙角為對所

知之角。其正弦五萬九千四百三十五

得四率四萬四千四百四十八。爲乙角正切。檢八線表得二十三度五十八分。爲乙角之度。與甲外角六十度二十六分相減。餘三十六度二十八分。卽丙角之度。甲外角與乙丙二內角等。故減去乙角餘卽丙角。既得乙丙二角。則用兩角一邊求又一邊之法算之。卽得乙丙邊。或先求乙丙邊。則以乙丁全邊七十二尺二寸零八釐爲股。丙丁垂線三十二尺零九分五釐爲勾。

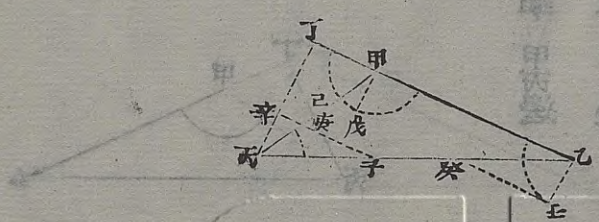


求得弦七十九尺零二分。卽乙丙邊也。又法用甲角餘割餘切。求乙角丙角。以甲丙邊三十六尺九寸爲一率。甲乙邊五十四尺爲二率。以甲外角六十度二十六分之餘割一十一萬四千九百七十一爲三率。求得四率一十六萬八千二百五十。爲甲外角餘切與乙角餘切之較數。乃以甲外角六十度二十六分之餘切五萬六千七百三十一。與兩餘

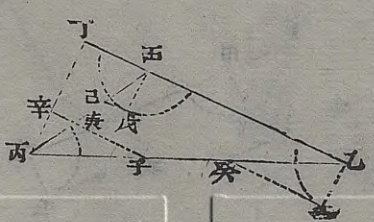


- 一率 甲丙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 甲外角餘割
- 四率 甲外角乙角兩餘切較

切之較相加。得二十二萬四千九百八十一。爲乙角餘切。檢表得二十三度五十八分。卽乙角之度。與甲角一百一十九度三十四分相加。得一百四十三度三十二分。與半圓一百八十度相減。餘三十六度二十八分。卽丙角之度也。如甲乙丙鈍角形。將甲乙邊引長。自丙角作丙丁垂線。遂成丙丁甲丙丁乙兩直角三角形。丙丁甲三角形之甲角。卽甲



乙丙三角形之甲角之外角。其餘切戊己卽丙丁甲三角形之丙角之正切。如庚辛。甲外角之餘割甲己卽丙丁甲三角形之丙角之正割。如庚丙。而丙丁乙三角形之乙角之餘切壬癸。卽丙丁乙三角形之丙角之正切。如子辛。若丙丁乙三角形之乙角餘切。與丙丁甲三角形之甲角餘切相減。卽兩丙角相差之較。如子庚。丙辛庚三角形與丙丁甲三

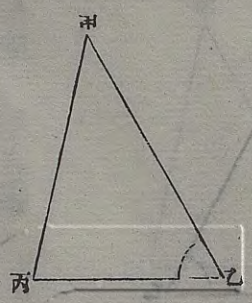


角形為同式形。丙辛子三角形與丙丁乙三角形為同式形。故丙庚子三角形與丙甲乙三角形亦為同式形。是以甲丙邊與甲乙邊之比同於甲外角餘割庚丙即甲與兩餘切之較子庚之比為相當比例四率也。既得子庚兩餘切之較與甲外角之餘切庚辛即戊相加得子辛。即乙角之餘切。檢表得乙角度。既得乙角。則以乙角與甲角相併。與半圓



相減。餘即丙角矣。

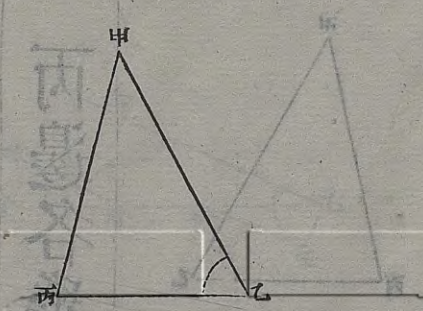
設如甲乙丙銳角三角形。知乙角六十度。甲乙邊八十丈。甲丙邊七十丈。三尺四寸。求甲角丙角及乙丙邊各幾何。



- 一率 甲丙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 乙角正弦
- 四率 丙角正弦

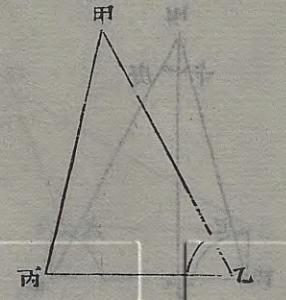
法以甲丙邊為對所知之邊。其數七十丈。三尺四寸為一率。甲乙邊為對所求之邊。其數八十丈為二率。乙角為所知之角。其正弦八萬六千六百零三為三率。求得四率九萬八千四百九十六為

四率 丙角餘割
三率 甲丙邊
二率 甲乙邊
一率 乙角餘割



丙角正弦。檢表得八十度零三分。即丙角度也。既得丙角度。則以乙角六十度。與丙角八十度零三分相加。得一百四十度零三分。與一百八十度相減。餘三十九度五十七分。即甲角度也。既得甲角。求乙丙邊。則以乙角為對所知之角。其正弦八萬六千六百零三為一率。甲角為對所求之角。其正弦六萬四千二百一十二為二率。甲丙邊為所知之邊。

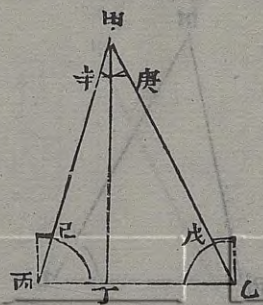
一率 乙角正弦
二率 甲角正弦
三率 甲丙邊
四率 乙丙邊



一率 甲乙邊
二率 甲丙邊
三率 乙角餘割
四率 丙角餘割

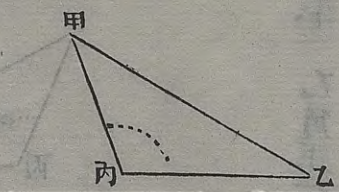
其數七十丈三尺四寸為三率。求得四率五十二丈一尺五寸三分有餘。即乙丙為所求之邊也。

又法用餘割求丙角。以甲乙邊八十丈為一率。甲丙邊七十丈三尺四寸為二率。乙角六十度之餘割十一萬五千四百七十為三率。求得四率十萬一千五百二十六。為丙角餘割。檢表得八十度零三分。即丙角度也。如甲乙丙銳角三



角形。作甲丁垂線。分爲甲丁乙。甲丁丙
 兩直角三角形。其乙角之餘割戊乙。卽
 甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲庚。
 丙角之餘割己丙。卽甲丁丙三角形之
 甲角之正割。如甲辛。甲庚辛與甲乙丙
 兩三角形爲同式形。故甲乙邊與甲丙
 邊之比。同於乙角餘割甲庚卽戊與丙
 角餘割甲辛卽己之比。爲相當比例四
 率也。

設如甲乙丙鈍角三角形。知丙角一百一十度。甲乙
 邊二十二丈五尺五寸。甲丙邊十二丈。求甲角乙
 角及乙丙邊各幾何



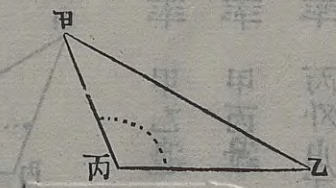
一率 甲乙邊

二率 甲丙邊

三率 丙外角正弦

四率 乙角正弦

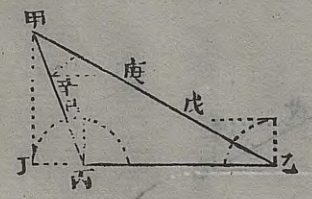
法以甲乙邊爲對所知之邊。其數二十
 二丈五尺五寸爲一率。甲丙邊爲對所
 求之邊。其數十二丈爲二率。丙角爲所
 知之角。其外角七十度之正弦九萬三
 千九百六十九爲三率。求得四率五萬
 爲乙角正弦。檢表得三十度卽乙角度



- 一率 乙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 乙丙邊

也。既得乙角度。則以乙角三十度。與丙角一百一十度相加。得一百四十度。與一百八十度相減。餘四十度。即甲角度也。既得甲角。求乙丙邊。則以乙角為對所知之角。其正弦五萬為一率。甲角為對所求之角。其正弦六萬四千二百七十九為二率。甲丙邊為所知之邊。其數十二丈為三率。求得四率十五丈四尺二寸七分。即乙丙為所求之邊也。

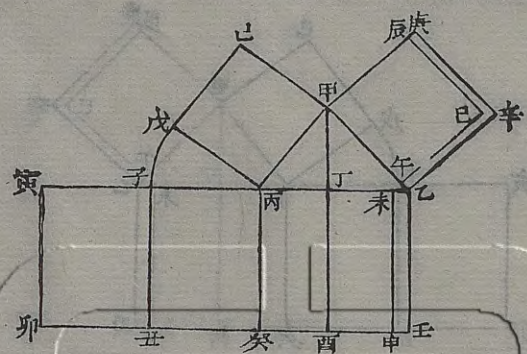
- 一率 甲丙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 丙外角餘割
- 四率 乙角餘割



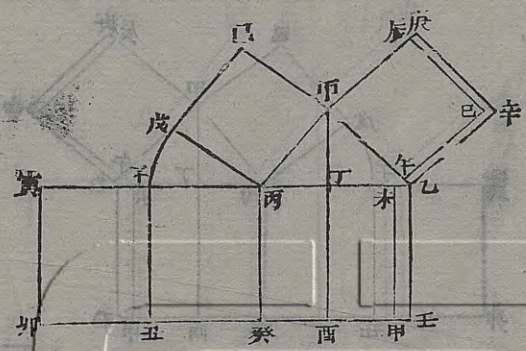
又法用餘割求乙角。以甲丙邊十二丈為一率。甲乙邊二十二丈五尺五寸為二率。丙外角七十度之餘割十萬六千四百一十八為三率。求得四率一十九萬九千九百七十七。為乙角之餘割。檢表得三十度。即乙角度也。如甲乙丙鈍角三角形。將乙丙邊引長。自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁丙。甲丁乙兩直角三角形。甲丁丙三角形之丙角。即甲乙丙

一率 三萬三千六百
 二率 二萬零一百六十尺
 三率 半徑
 四率 丙角餘弦

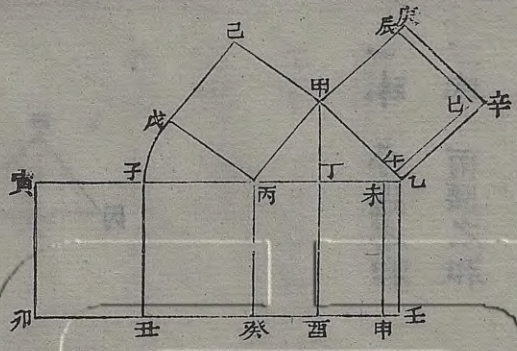
尺又以甲乙邊一百二十二尺自乘得
 一萬四千八百八十四尺與兩邊各自
 乘相加數三萬五千零四十四尺相減
 餘二萬零一百六十尺為二率半徑十
 萬為三率求得四率六萬為甲分角之
 正弦即丙角之餘弦檢表得五十三度
 零八分即丙角之度也求乙角則以甲
 乙邊與乙丙邊相乘得數倍之為一率
 以甲乙邊乙丙邊各自乘相加內減去



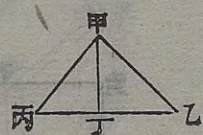
甲丙邊自乘之數餘為二率半徑十萬
 為三率求得四率為甲分角之正弦即
 乙角之餘弦檢表即得乙角之度也或
 既得丙角用兩邊一角比例之法即得
 甲乙二角矣此法蓋以三邊之面積互
 相加減使面與面比而得線與線之比
 也如甲乙丙三角形自甲角至乙丙邊
 作一甲丁垂線分為甲丁丙甲丁乙兩
 勾股形又作三邊之各正方復作兩邊



則平分未申癸丙一長方。為未申酉丁與丁酉癸丙二長方。此二長方與丙癸丑子子丑卯寅二長方同用一邊。為二平行線內所有二方面互相為比。同於其底互相為比之例。故丙癸卯寅之長方與未申癸丙之長方之比。即同於丙寅邊與未丙邊之比也。又比例之理。全與全半與半之比例相同。故丙癸卯寅之長方。為甲丙邊與乙丙邊相乘又加一倍之積與未申癸



丙之長方。即甲丙邊乙丙邊兩正方形併內減甲乙邊一正方形所餘之積。相比。同於丙子邊與甲丙邊之比也。又甲丙邊即如甲丁垂線所分之丁直角之正弦。而甲丁垂線所分之丁丙邊即如甲分角之正弦。是以甲丙邊與乙丙邊相乘加倍之丙癸卯寅長方積為一率。甲丙邊乙丙邊兩正方形併積內減甲乙邊一正方形所餘未申癸丙長方積為二率。對丁直角之正弦半徑



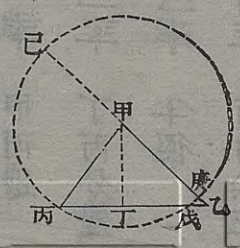
- 一率 分邊之和
- 二率 兩腰之和
- 三率 兩腰之較
- 四率 分邊之較

十萬為三率。求得四率。為甲分角之正
弦。即丙角之餘弦也。

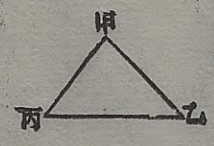
又求分邊得角法。以乙丙邊為底。其數
一百五十尺為一率。甲乙邊大腰一百
二十二尺。與甲丙邊小腰一百一十二
尺相加。得二百三十四尺為二率。兩邊
相減。餘一十尺為三率。求得四率一十
五尺六寸。為分邊之較。與乙丙邊一百
五十尺相減。餘一百三十四尺四寸。折

- 一率 甲丙邊
- 二率 丁丙分邊
- 三率 半徑
- 四率 丙角餘弦

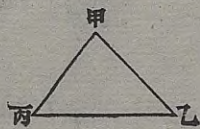
半得六十七尺二寸。為丁丙分邊之數。
乃以甲丙邊為對所知之邊。其數一百
一十二尺為一率。丁丙分邊為對所求
之邊。其數六十七尺二寸為二率。丁角
為所知之角。其正弦半徑十萬為三率。
求得四率六萬。為甲丁丙三角形之甲
角正弦。又即丙角之餘弦。檢表得五十
三度零八分。為丙角之度。既得丙角。則
用兩邊一角比例之法。遂得甲乙二角。



矣。如圖以甲角為心。甲丙小邊為半徑。作一戊丙己庚圓。截甲乙邊於庚。截丙乙邊於戊。將甲乙引長至圓界己。則甲己與甲丙等。自己至乙。即兩邊之和。自庚至乙。即兩邊之較。乙戊即乙丁丁丙兩分邊之較。是故分邊之和乙丙。與兩邊之和己乙之比。即同於兩邊之較庚乙。與分邊之較乙戊之比。為轉比例四率也。



又法以甲乙邊一百二十二尺。乙丙邊一百五十尺。甲丙邊一百一十二尺。三數相加。得三百八十四尺。為三邊之總。折半得一百九十二尺。為半總。以甲乙邊一百二十二尺。與半總一百九十二尺相減。餘七十尺。為甲乙邊與半總之較。以乙丙邊一百五十尺。與半總一百九十二尺相減。餘四十二尺。為乙丙邊與半總之較。以甲丙邊一百一十二尺。



一率 半總

二率 甲丙邊與半總之較

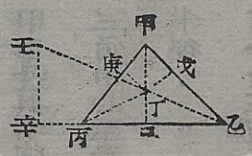
三率 甲乙邊與半總之較與乙丙邊與半總之較相乘之數

四率 三角中心至邊垂線自乘之數

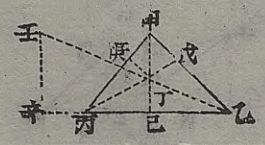
與半總一百九十二尺相減。餘八十尺。為甲丙邊與半總之較。乃以半總一百九十二尺為一率。甲丙邊與半總之較八十尺為二率。甲乙邊與半總之較七十尺。與乙丙邊與半總之較四十二尺相乘。得二千九百四十尺為三率。求得四率一千二百二十五尺。開方得三十五尺。為三角形自中心至三邊之垂線。先求丙角則用甲乙邊與半總之較七

- 一率 甲乙邊與半總之較
- 二率 三角中心至邊垂線
- 三率 半徑
- 四率 丙分角正切

十尺為一率。三角形自中心至三邊之垂線三十五尺為二率。半徑十萬為三率。求得四率五萬。為丙半角之正切。檢表得二十六度三十四分。倍之得五十三度零八分。即丙角之度也。如先求乙角。則用甲丙邊與半總之較八十尺為一率。先求甲角。則用乙丙邊與半總之較四十二尺為一率。俱用三角形自中心至三邊之垂線三十五尺為二率。半



徑十萬為三率。即各得各半角之正切焉。此法蓋一率二率以線與線為比。三率四率以面與面為比也。如甲乙丙三角形。自中心丁至三邊。各作一垂線。又自中心丁至三角。各作一分角線。即成六直角三角形。俱兩兩相等。丁己丙與丁庚丙等。丁己乙與丁戊乙等。又按甲戊度引乙丁戊甲與丁庚甲等。又按甲戊度引乙丙線至辛。則乙辛為三邊之半總。即三較之和。乙己與乙戊等。即甲丙邊與半總之較。己丙與丙庚等。即甲乙



邊與半總之較。丙辛與甲戊。甲庚等。即乙丙邊與半總之較。試自辛作直角。將乙丁線引長。作一乙辛壬直角形。則壬辛與丁己平行。乙辛壬形與乙己丁形。遂為同式形。其乙辛與乙己之比。即同於壬辛與丁己之比。然乙辛一率乙己二率之數雖有。而壬辛之數却無。又但知己丙與丙辛相乘之數。即丁己與壬辛相乘之數。故以己丙與丙辛相乘之數為三率。何以知己丙與丙辛相乘之數。即丁



已與壬辛相乘之數。試作壬丙線壬癸線。使丙癸與丙辛等。癸角辛角皆為直角。癸丙辛角與辛壬癸角相合。共成一百八十度。然庚丙己角。為癸丙辛角之外角。相合亦共成一百八十度。是庚丙己角與辛壬癸角等。庚丁己角與癸丙辛角等。是以壬癸丙辛形與丙庚丁己形。為同式形。而丙辛壬勾股形與丁己丙勾股形亦為同式形。可互相比例矣。以下己作一率。己丙作二率。丙辛作三率。即得四率壬辛。是以己丙二率與丙辛三率相乘之數。即與丁己一率壬辛四率相乘之數等。故直以己丙。其所得四丙。丙辛相乘之數作三率也。其所得四率。即丁己自乘之數。是故乙辛與乙己之比。同於丁己與壬辛相乘之面。即己丙與



丙辛相乘之面。與丁己自乘之面之比也。既得丁己自乘之面。故開方而得丁己。為三角形自中心至三邊之垂線。與丁戊與丁庚俱相等。又即三形容容圍之半徑也。

