通俗叢書

相對論淺釋

愛因斯坦著

夏元瑮譯

William S. Lai

共學社

1923

商務印書館出版

Über die Spezielle und die Allgemeine Relativitäts Theorie Gemein Verstandlich
Commercial Press, Limited

中華民國十一年三月初版
中華民國十二年四月再版

（相對論淺釋一冊）
（每冊定價大洋叁角伍分）
（外埠酌加運費匯費）

著者　A. Einstein
譯者　夏元瑮
發行者　商務印書館　上海北河南路北首寶山路
印刷所　商務印書館　上海棋盤街中市
總發行所　商務印書館
分售處　商務印書分館　北京天津保定奉天吉林龍江濟南太原開封鄭州西安南京杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口長沙常德衡州成都重慶瀘縣福州廣州潮州香港梧州雲南貴陽張家口新嘉坡

目次

上編　相對各論

下編　相對通論

關於世界全體之研究

相對論淺釋

愛因斯坦著　夏元瑮譯

上篇

相對各論

第一節　幾何學定理之物理意義

讀者諸君必記憶童時、在學校中習歐几里得幾何學之大構造、心雖歎其壯偉、然愛實不如敬、專門良師在無數授課時間、與諸君追逐於其崇階之上、若有人以幾何學定理爲不眞確、諸君尊所素習、必輕視之、以爲幾何學、對其片詞隻字亦不應懷疑、然若有人問、幾何學定理眞確七字果何所指、諸君卽恐不能如前之堅持矣、今將稍論此問題、

幾何學之入手、在若干基本觀念、如平面、如點、如直線、對此吾人多少有一

定之想像、再加以若干自說、即根據此種想像而認爲眞確者、其餘之定理、全用吾人所不能不承認之論理學方法、證其皆歸自說、方法合式、定理卽眞確、故欲問幾何定理之眞確與否、當先問自說之眞確與否、吾人久知自說眞確與否之問題、用幾何方法、不能答復、且問題自身、絕無意味、不能問經過兩點是否眞只一直線、只可言歐几里得幾何學中、有物名直線、任取其兩點、全線卽定、所謂眞確者、窮其究竟、均指與實有事物適合而言、幾何所治並非其觀念與經驗所有事物之關係、乃此觀念與彼觀念之論理上的關係、眞確二字、不能加諸純粹幾何學所言也、

吾人何故常欲以眞確二字加諸幾何定理、亦不難解、幾何觀念、多少與天然事物相應、此種觀念實全然因此發生、幾何學欲其論理上首尾之完具、不用此道、然吾人則思習深入、見一直線卽思及剛體上兩記號、在適宜地點、以一目視三點、若三點合幷、卽假定其同在一直線、

吾人若遵此思習、在歐几里得幾何定理外、補加一定理、謂一剛體、無論在何方位、其兩記號間之距離不因之而不同、則從歐几里得幾何定理、得剛體方位定理、（由此則直線亦與實物相應、剛體上甲乙丙三點、設有甲丙二點、求乙點、若甲乙與乙丙之和爲最小數、甲乙丙三點卽同在一直線、此註雖不完備、現亦可足用矣、）此補加之幾何學、當爲物理學之一部、幾何定理如此解釋時、吾人卽可問其眞確與否、幾何觀念旣已與實物相應、定理亦可問其仍與實物相應否也、粗言之、幾何定理眞確與否、卽與用畫線尺及畫圓筆所造各圖、相應與否也、

此幾何定理眞確與否之標準、全根於不甚完美之經驗、今姑假定幾何定理爲眞確、書末討論相對通論時、當見其限、幷限之所在也、

第二節　坐標式

依上所言距離之物理的解釋、剛體兩點間之距離、卽可量定、先有一規定

不變之尺S爲距離單位、設甲乙爲剛體上之兩點、依幾何學定律、可造連兩點之直線、在此直線、以距離S、自甲點度至乙點、度盡次數卽爲甲乙距離之數、凡量長均以此爲本、（此量數固止指整者而言、若尺有分數、卽可去此困難、並不另需新法也、）

記錄一事一物在空間之地點、止須表明剛體（引體）中何點、與此事地點相合、科學如此、日用亦如此、予言柏林泡此丹空場時、意卽以地爲剛體、上有一點、名泡此丹空場、某事發生之地點、在空間與此空場之地點相合、（何謂空間相合、此處可以不必研究、因實際上對此意見、無不同之處也、）

此種記錄地點之法、粗而不精、止可用於剛體之面、面上各點、必須可以識別、今將去此二重限制而不改記錄性質、設泡此丹空場上有雲一朶、欲知雲較地面之地點、可在泡此丹空場上、豎立一桿、直上接雲、單位尺在桿所度之數、加以桿足地點、卽爲雲之地點、由此例可知用何途術、使地點觀念漸精、

(甲)推廣比較地點用之剛體、使之包含所欲記錄之物、
(乙)識別地點、不用題名之點而用數、此處卽用尺所量之桿長也、
(丙)卽不建桿、亦可言雲高、雲在各地、用光學法觀察、參以光傳佈性質、亦可知如建桿、須高若干方可達雲、

由此可見記錄地點用剛體上題名之點、不如用量數爲便、故測算之物理學、用狄氏坐標式、

狄氏坐標式者、有互成正角之平面剛壁三、與剛體相連、一現象之地點、在此坐標式以自此現象至三平壁之垂線之長、或三坐標(x, y, z)定之、見後第二圖、三垂線之長、用剛尺依歐几里得幾何學律法計算、

應用時坐標式不必用剛壁、坐標亦不必眞用剛尺計算、皆可用間接方法、然地點之物理上的意義、則必用上列解釋、以免物理天文學說有不明瞭之感、(此解釋至本小册下篇言相對通論時、方有更變、且更精微、)

總言之、記錄諸現象在空間之地位、必用剛體爲比較、所以能作此者、則以剛體上兩記號可代表距離、而計算距離可用歐几里得幾何學定律故也、

第三節　古力學之空間與時間

如予不深思曲喩、卽定力學之目的爲記錄物體空間所據地點在時間上之變更、則對於明瞭之聖神、殊負死罪、今請研究罪之所在、

地點也、空間也、究何所指乎、予在一等速前行之火車中、立其窗前、重擲一石、至軌岸上、自予觀之、若不顧空氣阻力、則石之軌道爲直線、地上行人見此頑惡之事、將云石墜地軌道、乃拋物線、石所經過之諸地點、果在一拋物線乎、抑在一直線乎、空間運動果何所指乎、觀第二節、答語固自顯然、空間二字、吾人自供無可置思、須先廢不用、運動皆以剛引體爲比較、地點比較引體、（火車或地面、）上節已有詳細定義、如不用引體而用便於數學記錄之坐標式觀念、則可言在與火車固定相連之坐標式、石之軌道爲直線、在與地面固定

相連之坐標式、石之軌道爲拋物線、自此例可見絕對軌道、（物體運動所經過之曲線、）本無是物、凡軌道均有引體爲比較也、

完全記錄運動、須言明物體地點在時間上變更、軌道每點旁、均須註明物體何時經過此點、故必有時間定義、且必擇其可以實測者、古力學解決方法如下、取同式之鐘兩枚、一置火車窗前人手中、一置地上行人手中、二人鐘擺作聲時、各視石在其引體何處、因光傳佈有一定速率而生之差、今暫置不論、此外尚有一難點、後當一幷討論也、

第四節　葛利來坐標式

葛利來及牛頓力學之基本定律、即通稱惰性定律者如下、離他物體甚遠之物體、不變其靜止或等速直線運動之狀態、此定理不但對於物體運動有所言、即對於力學記錄准用之引體或坐標式、亦有所言、若以惰性定律用諸可見各恆星、爲差自屬極微、如用一與地固定相連之坐標式、則每恆星在每

一天文日、行一大圈、似與惰性定律字句相背、故如拘守惰性定律、則坐標式必擇其恆星較此不作圈行者、凡運動狀態能使惰性定律有效之坐標式、均名葛利來坐標式、葛利來及牛頓力學諸定律、止在葛利來坐標式有效、

第五節　狹義之相對原則

今以力求明顯故、仍取等速前行之火車爲例、此種運動名等速直線運動、等速者、指其速率及方向不變、直線運動者、指火車在軌上、地點雖變換、然不作旋轉、設有一鴉、飛空氣中、自軌岸觀之、其運動爲等速的、直線的、自前行之火車觀之、雖速率與方向不同、然運動亦爲等速的直線的、質言之、如有質量m、比較坐標式K、作等速直線運動、又如有第二坐標式K′、比較K作等速直線運動、則m比較此第二坐標K′、亦作等速直線運動、故參照前節、可言如K爲葛利來坐標式、則凡有比較K作等速直線運動之諸坐標式K′、亦均爲葛利來坐標式、葛利來及牛頓力學定律、在K及K′均有效力、

今更推廣一層、此定理可作下說法、如K′比較K、其運動爲等速的及不作旋轉的、則自然現象之進行、比較K′之通律與比較K之通律完全相同、此說法予等名之曰狹義之相對原則、

自然現象用古力學均能解釋時、相對原則之有效、自無可疑、晚近電力學光學發達以來、古力學不能範圍物理學全體爲其基礎、日益顯明、對於相對原則之效力、因亦發生問題、其答語或竟否認也、

然有兩事、甚爲相對原則助力、古力學基礎雖其廣不足範圍全體物理現象之理論、然其中必有甚重要之眞理存、因天體運動、可從彼推算至極精密故也、故相對原則在力學範圍內、必頗有效力、一原則在一現象範圍內、廣遠精密如此、在別一現象範圍、竟謂毫無效力、初似未必然也、

第二事後當再論、今先言之如下、狹義之相對原則若無效力、則互爲等速運動之葛利來坐標式K K′ K″等、於記錄自然現象不能有同等價值、諸葛利

來坐標式中、必有一坐標式K_0、若擇爲引體、則自然定律特別單簡而自然、此坐標式因其便於記錄自然、可名爲絕靜、其餘諸葛利來坐標式K、皆爲動、譬如軌岸爲K_0、則火車爲K、定律較K不如較K_0之單簡、較爲複雜之原因、以火車K較K_0爲動故、較K之普通自然定律公式、當然含有火車之速率及方向、譬如風琴管、其軸與火車行向平行時、與成正角時、音節當有不同、地球繞日可比每秒鐘行三十基羅邁當之火車、如相對原則無效、則地球每刹那之運動方向、應見於自然定律、物理現象將隨地球在空間方位而俱變、因地球每年繞日一週、其速率方向有變化、比較理想坐標式K_0必不能全年皆靜、然最精密之觀察、亦永不能發見地球上各方向、物理現象有何不同之處、此實爲一重要之理由、爲相對原則助力者也、

第六節　依古力學之速率相加定理

設上所常言之火車、其行鐵軌上之不變速率爲V車中有人、與車行同向、

自車尾走至車頭、其速率爲W、車人前行較鐵軌之速率W、其大小如何乎、惟一之答語、似由下論發生、

車人若暫停一秒鐘不行、以車行故、彼較軌岸仍前進距離V、然事實上則車人較車、每秒鐘尙前行距離w、較軌岸亦同、故車人較軌岸、每秒鐘前進之距離總數、必爲

$$W=V+w$$

後當見此依古力學之速率相加定理、與事實不合、不能保存、現姑作爲可用耳、

第七節　光傳佈定律似與相對原則衝突

光在太空傳佈之定律、爲物理學中之最單簡者、學校小兒皆知或自謂皆知光行直線、每秒鐘三十萬基羅邁當、吾人深知此速率C、各色之光皆同、如不然、則恆星爲鄰近之暗星掩蓋時、各色之最小度放射、不能同時觀察、荷蘭

天文家提雪特、觀察雙星、亦謂光傳佈速率、與發光物體之運動速率不能有關係、若謂光傳佈速率依空間方向而不同、亦似不然也

簡言之、光速率C不變之定律、（在眞空、）其單簡果如校兒所信乎、孰料大不然、此單簡之定律、乃使深思熟慮之物理學者、遇思想上最大之困難乎、其困難發生如下、

光傳佈現象、吾人自須如他種現象、仍用剛引體或坐標式爲比較、譬用軌岸爲引體、設想將軌岸上之空氣均抽盡、今沿軌岸發一光線、光線頭依上所言、在軌岸以速率C前進、軌岸上火車之速率仍爲V、與光線同向、惟行不如光線之速、今問光線傳佈速率、比較火車如何、此問題與上節所言情形相同、上節之車中人、卽此處之光線、上節之車中人比較軌岸之速率W、卽此處之光線比較軌岸之速率、上節之W、卽此處光比較火車之速率、故

$$W = C + V$$

故比較火車、光線傳佈之速率小於C、然此結果、與第五節所言之相對原則衝突、依相對原則、無論用火車或用鐵軌爲引體、光傳佈眞空之定律、及其他各普通自然定律、均相同、依適所言、係屬不可能之事、如光線傳佈比較軌岸之速率爲C、則比較火車、光傳佈必另有一定律、與前不同、與相對原則違反也、

介此兩難、相對原則或光在眞空傳佈定律、兩者不能並存、必棄其一、讀者熟觀前論、見相對原則之自然而單簡、必願保存相對原則、光在眞空傳佈定律、則擇一較繁複而與相對原則不衝突者以代之、理論物理學之發達、顯明此道不可通、羅侖子之動體電力學及光學理論、創前人所未有也、亦謂觀此二學所得經驗、光在眞空速率不變之定律、爲磁電現象理論必然之結果、故卽無一事實與相對原則違反、昔之理論鉅子、亦願棄去相對原則也、

新相對論卽從此處入手、先分析時間及空間物理上的觀念、顯明相對原

則窮其究竟、實並未與光傳佈定律衝突、同時保存此二定律、可得一論理圓滿之理論、此相對論與下篇所言範圍更廣之相對論有別、吾人名之曰相對各論、今請言其大綱、

第八節　物理學上之時間觀念

軌岸上相去甚遠之甲乙兩處、同時有閃電擊入鐵軌、試問讀者、同時二字、意義如何、讀者必以爲甚易答復、然試請讀者詳爲解釋、諸君稍加思慮、便覺答語不如初觀時之易矣、

稍待讀者或將爲如下之答語、同時二字、自身固甚明瞭、不需曲解、實際上觀察二字同時與否、則須稍加思慮、方可得知、然此答語、予殊不能滿意、設有一精於氣候學之人、由巧妙之思想、推得甲乙兩處、每次必同時被電、今欲驗其實際果如理論所言否、凡物理學上言同時處、其困難正與此等、物理學家必有實驗方法在手、方能採用此觀念、同時二字之定義、必擇其隨時可以實

驗者、如適言閃電、同時二字之定義、必擇其有隨時可以實驗兩處是否同時被電之方法者、未達此目的而言同時二字有意義、物理學家或非物理學家實皆自欺、讀者請深思之、如不謂然者、請勿觀下文可也、

熟慮數時、讀者將提議一實驗同時之方法、先沿鐵軌、量甲乙兩點之距離、在其中點、置一觀察者、備有儀器如互成正角之二鏡之類、可以同時觀看甲乙兩處、如觀察者同時見甲乙兩處電光則閃電亦必同時、

予對此建議、雖甚滿意、然尙病其有一缺點、觀察人所見者爲電光、如光傳佈速率、自甲點至中點與自乙點至中點等、則汝言甚韙、然究竟相等與否、今尙不能知、必先有測時之法、此處似不免於論理上所謂循環論也、

讀者再思、或謂予太多事矣、讀者將言、適所提議之定義實未假定光之性質、當然可用、所要求於同時二字之定義者、全在其能否隨時實驗、吾之定義無疑、可以隨時實驗、光自甲點至中點、與自乙點至中點、所需時同、並非對於

光之物理上性質有何假定、實不過一種自由規定、用爲吾同時之定義者也、

此定義不但用諸二字之同時有一定意義、亦可用諸無論若干事之同時、各事發生之地、比較引體（此處軌岸）無論處何方位均可、（吾人再假定甲乙丙三事、在三處發生、如甲事與乙事同時、乙事與丙事同時、則甲事與丙事亦可作爲同時、此爲對於光傳佈定律一種物理上的假定、如嚴守光在眞空速率不變之定律、則此假定不可少、）由此物理學得一時間之定義、設鐵軌（坐標式）上甲乙丙三點、各置一同樣之鐘、時同（依上言意義、）則鐘針所向亦同、所謂一事之時間者、卽此事發生時、其最近之鐘針所指之數也、如此則每事時間、均得實測、

此規定尚包含一物理上的假定、若無事實與之相左、係屬不可疑者、此假定爲何、則同樣之鐘其行同速是也、切言之、靜置引體兩處之兩鐘、如鐘針同向、卽爲同時、（依上言意義、）則凡鐘針同向時卽全爲同時、（依上言意義、）

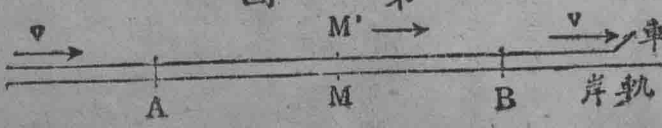
第九節 同時之相對

迄今所討論、皆限於一引體、予等名之曰軌岸、設有一極長之火車、在軌上前行、如第一圖箭頭方向、不變之速率爲V、車中人可用車爲剛引體、（坐標式、）各事皆以車爲比較、沿鐵軌發生之事、在車中亦必有其發生之點、同時二字之定義、在車與軌岸同、然尙有一問題如下、

設有二事、譬如前之甲乙兩閃電、自軌岸觀之係同時者、自車觀之是否亦同時乎、今將證明其不同、

吾等言自軌岸觀之、甲乙兩閃電同時、意卽謂甲乙兩處發出之光線、在甲乙線中點M相遇、然甲乙兩事在車中亦有其甲乙兩點、設M′爲車行時車中甲乙兩點之中點、此中點M′、兩處被電時、固與中點M同在一處、（自軌岸觀之、）然M′依圖

第一圖



以車之速率V自左行向右、如車中坐M′處觀察者不有此速率、則彼將常在M′、甲乙兩處發出之光線、在彼處相遇而斷爲同時、然實際上則觀察者自軌岸觀之、自左行向右、對於乙來之光線逆、對於甲來之光線順、方向相逆之光先見、方向相同之光後見、故以火車爲引體之觀察者、必云乙處閃電、先於甲處閃電、吾人由此得一重要之結論如下、

自軌岸斷爲同時之事、車中觀之不同時、反言之亦然、此名同時之相對、每引體（坐標式）各有其特別之時間、言時間而不說明用何引體、實爲無意義也、

相對論以前之物理學、默認時間爲絕對的、與引體運動狀態無關、吾等適見此假定與同時定義不相容、如廢棄此假定、則第七節所言光在眞空傳佈定律與相對原則之衝突、亦銷滅、

此衝突由第六節所言而生、故其語今不復能保存、彼處斷定車中人較車

每秒鐘行距離W、較軌岸所行距離亦同、然一事較車所需之時間、依上所言、與此事以軌岸爲引體所需之時間不能作爲相同、故車中人較鐵軌行距離W之時間、不能即以軌岸之眼光而斷爲一秒鐘也、

第六節所言、尙根據於一第二假定、亦爲相對論以前所默認者、精密思之、殊嫌其不自然也、

第十節　空間距離觀念之相對

沿軌岸以速率V前行之車中、今取兩點、（譬如第一車及第百車之兩中點、）求二點相去距離幾何、吾等已知測量距離、必須比較一引體、最簡之法、即以車爲引體、（坐標式）車中人欲量距離、則以尺沿車底直線、自此點度至彼點、視幾次方能度盡、此度盡次數、即爲欲求之距離、

同此距離、自鐵軌上觀之、斷語即不同、量法亦異、設甲′及乙′爲車中兩點、求其相去距離、甲′及乙′均以速率V沿軌岸前進、在某時t車中甲′乙′兩點自軌

岸觀之、適在軌岸上之甲乙兩點、今求甲乙、此軌岸上甲乙兩點、可由第八節所載時間定義求得之、兩點旣有、其距離幾何、用適當尺沿軌岸度之卽得、量得之數、初不能知其與第一法所得之數相同與否、故在軌岸所量之車長、可以與在車中所量之車長不同、第六節所言、雖似透明、然可執此相難、爲第二難通之點、設車中人在每時間單位、自謂行距離W、自軌岸觀其距離、殊不必謂亦等於W也、

第十一節　羅侖子換標公式

觀上三節所言、可知光傳佈定律、所以與第七節相對原則似相衝突者、全因其思想中含有古力學流傳之兩假定、皆絕無理由者、此兩假定如下、

一、二事相去之時間、與引體運動狀態無關、

二、剛體兩點在空間之距離、與引體運動狀態無關、

此二假定若棄去、則第七節所言之兩歧、卽消滅、因第六節所推證之速率

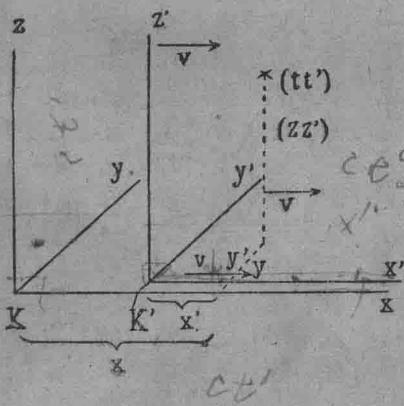
相加定理、不復有效故也、吾人漸見光在眞空傳佈定律與相對原則有可以相容之道、第六節所言、應如何修改、使此二基本經驗並行不背乎、此問題普通言之如下、第六節之地點與時間、以車及軌岸爲比較、設已知一事以軌岸爲比較之地點與時間、有何法可求得此事以車爲比較之地點與時間、此問題果能有一答語、使光在眞空傳佈定律與相對原則並行不背乎、更言之、各事比較兩引體之地點與時間、彼此應有何種關係、方能使光線傳佈速率無論自軌岸或自車觀之、皆永等於C、此問題之答語甚明確、言能有此種關係、一事自此引體改彼引體時、其空間時間各數、有一定之變換定律、

吾人深入之前、請先加一旁論、至今所言之事、皆在軌岸發生、數學所謂直線函數是也、依第二節方法、可將此引體、在其旁其上推廣、造一尺架、無論何地發生之事、均可在此尺架中定其地點、依同法亦可將以速率V前行之火車推廣、使佈滿空間全體、無論如何遠之事、皆可在此第二架定其地點、實際

上空間固不能並容兩固體、不能同時有此兩架、然此無關宏旨、可以不論、每架中設有互成正角之壁三、名坐標平面、（坐標式）軌岸爲一坐標式K、車又爲一坐標式K′、任有何事、以K爲比較、其空間數以其地至三坐標平面之三垂線x y z定之、其時間數以t定之、同此事以K′爲比較、其空間時間數以同類之x′ y′ z′ t′定之、後四數與前四數不同、各數用何物理方法測量、前已詳言其理矣、

吾等問題、作更精密語則如下、設已知一事比較K之x y z t、今求其比較K′之x′ y′ z′ t′、同一光線、在二坐標式、其光在眞空傳佈定律必相同、選擇二者關係、當以此爲標準、若各坐標式在空間方位如第二圖、則

第二圖



解釋此問題之方程式如下、

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

此諸方程式、名羅侖子換標公式、（羅侖子換標公式淺證、見附錄、）設不用光傳佈定律而用古力學之二假定、默認時間及長皆爲絕對的、則得下列各方程式、

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

此諸方程式、常名葛利來換標公式、使羅侖子換標公式中光速率C、等於無窮大、卽得葛利來換標公式、

依羅侖子換標公式、K及K′二引體之光在眞空傳佈定律相同、可自下例見之、設有一光號、沿正X軸傳佈、則其方程式爲

$$x = ct$$

故其速率爲C、依羅侖子換標公式、由此x及t之關係、可得x′及t′之關係、在羅侖子換標公式中、使第一方程式及第四方程式之x等於ct、則得

$$x' = \frac{(c-v)t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

二者相除、得

$$t'=\frac{\left(1-\frac{v}{c}\right)t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x'=ct'$$

光傳佈比較K'之方程式如此、故其傳佈之速率比較引體K'、亦等於C、任在何他方向傳佈之光線、速率亦同、此不足怪、羅侖子換標公式之諸方程式、本由此推得也、

第十二節　尺及鐘運動時之態度

予置適當尺於K'之x'軸、尺首在$x'=0$、尺尾在$x'=1$、求適當尺在K之長幾何、止須求在比較K之時間t、尺之首尾在K何處、依羅侖子換標公式第一方程式、在時間$t=0$、尺之首尾在

$$x\text{尺首}=0\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$x\text{尺尾}=1\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

兩點之距離爲$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$邁當尺比較K有運動、其速率爲V、故在自身方向運動之剛邁當尺、其長等於$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$邁當、故剛尺動時較靜時爲短、動愈速則愈短、若$v=c$則$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=0$、速率更大、則平方根爲幻數、在相對論、速率C爲一切速率之極限、事實上無物能有此速率、或較此更大之速率也、羅侖子換標公式已包含C爲速率極限之理、因如V較C大、各方程式均不復有意義故也、

反言之、設邁當尺較K之X軸爲靜、則自K′觀之、其長亦縮至$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$仝與相對原則意義相同、吾人固用此原則爲立論基礎也、

自換標公式方程式可得尺及鐘物理上的態度、此本屬易見之事、因 x y z t、不過代表尺及鐘所量之數而已、如用葛利來換標公式、則尺動時不縮短、

設有一打秒之鐘、永置K'之起點、$(X'=0)$鐘打兩下、一為$t'=0$、一為$t'=1$、依羅侖子換標公式之第一第四兩方程式、此兩下時間為

$$t=0$$

$$t=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

自K觀之、鐘以速率V前行、打兩次所經過之時間、不為一秒而為$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$秒、較一秒為強、故鐘動時、其行較靜時為緩、此處C亦為速率不能達到之極限、

第十三節 速率相加定理 飛蘇試驗

實際上鐘及尺運動速率、不能不較光速率C為甚小、前節所言、無從證諸事實、然讀者必以此結果為極奇特、予故自此理論、推證一事、淺而易見、幷為實驗所完全證明者、

第六節已用古力學之假定、證明同向速率相加定理、用第十一節葛利來換標公式、得此亦易、不用車中行人而用較坐標式K′依下方程式

$$X' = wt'$$

而運動之一點、自葛利來換標公式第一及第四方程式、將x'及t'變為x及t、得

$$X = (V + W)t$$

方程式所言、即此點比較坐標式K之運動定律也、(車人較軌岸、)名此速率為W、則如第六節、得

$$W = v + w \qquad (甲)$$

此處所言、亦可改用相對論、自羅侖子換標公式第一及第四方程式、可使

$$X' = wt'$$

方程式中之x'及t'、變爲x及t、不得(甲)而得

$$W = \frac{v+w}{1+\frac{vw}{c^2}} \qquad (乙)$$

$$x=\left(\frac{w+v}{1+\frac{wv}{c^2}}\right)t=Wt$$

此爲相對論之同向速率相加定理。(甲)(乙)二定理、果何者與經驗符合乎？半世紀餘以前、有大物理學家名飛蘇者、作一重要之試驗、可爲吾人教訓。後第一等實驗物理學家、屢有重試者、其結果斷無可疑。此試驗所研究之問題如下。在一靜止液體中、光傳佈速率爲W；設如圖、有一管、中置此液體、以速率V流行、光在此流動之液體中、其傳佈速率幾何。

依相對原則意義、吾人必假定無論液體比較其他物體動靜如何、光較液體傳佈之速率、永等於W、故所知者爲光較液體之速率及液體較管之速率、所求者爲光較管之速率、

此問題顯見卽第六節之問題、此之管、卽彼之軌岸或坐標式K、此之液體、卽彼之車或坐標式K′此之光、卽彼之車內行人或此節之動點、設光較管之速率爲W、則得(甲)方程式、或(乙)方程式、全視葛利來換標公式或羅侖子換標公式、何者合於事實也、

此試驗甚爲用相對論所得之(乙)式、得一精確之證據、(飛蘇覓得 $W=w+v\left(1-\frac{1}{N^2}\right)$ 式內N爲折光指數、等於 $\frac{c}{w}$ (乙)式中因 $\frac{vw}{c^2}$ 較一爲甚小、可使 $W=w+v\left(1-\frac{vw}{c^2}\right)$ 或與之同等相近之 $w+v\left(1-\frac{1}{N^2}\right)$ 卽飛蘇之結果也、) 最近西門以甚精之試驗、測量光傳佈所受液體流動速率V之影響、所得與(乙)式

之差、不及百分之一、

尙有須表明者、相對論以前、羅侖子久已用純粹電力學方法、參加一種物質電磁構造之假定、解釋此現象、然此試驗、爲相對論實據、其力初不因而減少、因前人解釋、根於馬克斯威耳及羅侖子之電力學、並不與相對論衝突、相對論乃由電力學產生、取電力學中彼此獨立之基本假定、整齊之推廣之耳、

第十四節　相對論指示途徑之價值

上所言可總結之如下、自實驗一方面、知狹義相對原則之有效、又一方面、知光在眞空傳佈速率、永等於C、合并二者、則自然現象之正角坐標xyz及時間t、得一換標定律、然不爲葛利來換標公式、而爲與古力學不同之羅侖子換標公式、

光傳佈定律、在此當然佔一重要之地位、已有羅侖子換標公式後、可與相對原則幷言之如下、

自原有坐標式K之空間時間變數 x y z t、變爲新坐標式K′之空間時間變數x′ y′ z′ t′、一切普通自然定律之式樣、均應不變、兩坐標式數學上之關係、以羅侖子換標公式定之、簡言之、一切普通自然定律、與羅侖子換標公式應同變、

此爲相對論加諸自然定律之一數學上的條件、故相對論大可爲尋覓普通自然定律之助、甚有指示途徑之價值、設有某普通自然定律與此條件不合、則相對論兩基本假定、至少必有一者被其破壞、今請觀由相對論所得之一般結果如何、

第十五節　相對論之一般結果

讀上文、可見相對各論乃由電力學及光學產生、於此二學並無何種變化、惟理論之結構、卽推證定律、則大化繁爲簡、尤要者、互相獨立之假定、爲數大減、使馬克斯威耳及羅侖子理論、明顯異常、卽不有如許實據、物理學者亦將

承認其說矣、

古力學必加以修改、始能合相對各論之條件、然修改處止在有極速運動之定律、即物質速率V、不較光速率爲甚小者、極速運動、吾人止見諸電子及伊洪、在他種運動、則爲差甚微、實際上與古力學定律、毫無分別、諸星運動、在相對通論方討論、依相對論、設有物質點、其質量爲m、其運動時之運動能力、不爲人所共知之

$$m\frac{v^2}{2}$$

而爲

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

速率V漸近光速率C時、上式漸變爲無窮大、故無論所用能力、大至如何、所得速率、必永較C爲小、化上運動能力式爲級數、得

$$mc^2+m\frac{v^2}{2}+\frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2}+\cdots$$

古力學止有第二項、如 $\frac{v^2}{c^2}$ 較一爲甚小、則第三項較第二項亦甚小、第一項 mc^2 不包括速率、故止討論質量點能力與速率關係時、第一項可不論、其要旨見後文、

相對各論最重要之結果、爲對於質量之觀念。相對論以前之物理學、有兩種永存定理。一爲能力永存定理、一爲質量永存定理。皆極重要者。惟二定理互相獨立。有相對論、則二者融合爲一。今將略言其何故融合、及融合之解釋。

相對論不但要求能力永存定理、在坐標式K有效、并要求在無論何坐標式K′亦有效、K′比較K有等速直線運動、即無論在何葛利來坐標式也、由此坐標式換爲彼坐標式、須用羅侖子換標公式、與古力學異、

由此及馬克斯威耳電力學基本方程式、稍加思慮、即不能不下斷語如下、

設有一物體、以速率V飛行、吸收放射式之能力E_0、(E_0爲吸收之能力、自隨物體俱動之坐標式觀之)其速率不因此而變、物體能力增加之數如下、

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

故物體能力、合觀上所載運動能力公式、等於

$$\frac{\left(m+\frac{E_0}{c^2}\right)c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

設有物體、其質量爲$m+\frac{E_0}{c^2}$運動速率爲V、則其能力與此相等、故可言若物體吸收能力E_0、其惰性質量卽增加$\frac{E_0}{c^2}$物體之惰性質量、非永存的、乃隨能力之增減而變動者、若干物體之惰性質量、卽作爲能力觀、亦無不可、質量永存定理、與能力永存定理、合而爲一、惟在能力與外不通處有效、若寫能力

力如下式

$$\frac{mc^2+E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

則可見上文已覺其奇特之mc^2、實即物體未吸收能力E_0以前、本有之能力也、(自俱動之坐標式觀之)

此定理尚不能試諸實驗、因吾人所能增加於物體之能力E_0太小、不足使其惰性質量有何大改變、$\frac{E_0}{c^2}$太較本有之質量m小故也、質量永存定理所以能有獨立效力、即基於此、

尚有一要點、自法拉特及馬克斯威耳解釋電磁效力、不為直接的而為間接的、需一定速率傳佈後、物理學家悟牛頓吸力定律所包含之直接的立時的行遠效力、為不能有、依相對論傳佈速率無窮大之行遠效力、亦為不能有、行遠效力皆以光之速率傳佈、此與速率C在相對論所處重要地位相連、下

篇研究相對通論時、此結果尚須修改、

第十六節　相對各論及實驗

相對各論試諸實驗如何、此問題不易答復、其故已於論飛蘇基本試驗時提及矣、相對各論、本由薈萃馬克斯威耳及羅侖子之電磁現象理論而出、證明電磁理論之事實、亦均證明相對論、舉其尤要者、自恆星至地之光、以地動故、光受影響、各恆星因地繞日、似乎每年在空游行、名恆星差、相對論解此甚簡易、與事實全然相合、又因地動、恒星光色亦受比較運動直成分之影響、恆星至地之光、其分光帶線較地上分光帶同此地位之線、稍有移動、名多百拉原則、證明馬克斯威耳及羅侖子理論亦卽證明相對論之事實、爲數太多、不遑枚舉、他種理論、均不能解釋如許事實也、

但有兩種實驗、馬克斯威耳及羅侖子理論、須另設假定、方能解釋、不有相對論、此種假定殊有無根之感、

吾等皆知負極電光及射光質所發出之皮他(β)光、皆爲惰性極小速率極大之負電體、名電子、置光於電區域及磁區域中、研究其如何屈折、即可深知電子之運動定律、

電子性質、止用電力學理論不能解釋、因同號之電相驅、如不另有團結之力、則組織電子之負電質量、必互驅四散、團結力如何、幽隱難明、(相對通論頗傾向吸力團結電子說)設組織電子之各電質量、當電子運動時、彼此距離不變、如古力學所謂固定相連、則所得電子運動定律、與事實不符、羅侖子純從形式上立論、創電子運動時在運動方向形體縮短之假定、縮短數與$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$成比例、此假定毫無電力學上根據、然所得運動定律則與近年實驗極密合、相對論毫不另加關於電子構造及態度之假定、亦能得完全相同之運動定律、第十三節所載飛蘇試驗、情形與此處同、相對論毫不另加關於液體物理上性質之假定、亦能得完全相同之結果也、

第二種實驗、卽問地球在空中之運動、能否現諸地上之試驗、第五節已言、此種實驗至今未有結果、相對論未成立以前、科學對此、殊費解釋、當時情形如下、舊傳時間空間之成見、深入人心、以爲自此引體換至彼引體、當然用葛利來換標公式、毫無可疑、如有引體K、又如有比較K作等速運動之引體K′、若兩者間之關係、如葛利來換標公式、則馬克斯威耳及羅侖子方程式、在K有效時、在K′卽不能有效、初觀似各葛利來坐標式中、有一坐標式(K、)其運動狀態、物理上立於一種特殊地位、物理上之解釋、謂K較傳光以太、靜而不動、其餘較K有運動之坐標式K′、較以太亦均有運動K′較以太之運動、(較K′之以太風)另造更爲複雜之定律、止在K′有效者、較地亦當有以太風、物理學家欲實驗此風久矣、

麻克兒生思得一法、似必可解決此問題、設有剛體、上置兩鏡、其回光之面相對、一光線自此鏡行至彼鏡、回光後再自彼鏡返至此鏡、如兩鏡及物體較

傳光以太不動、則往返需一定時間T、如兩鏡較以太動、則往返所需之時間T與前不同、可以數學計算、幷可證明如比較以太率速爲V、物體運動方向與鏡平面成正角時、與平行時、二者之時間T'不同、二數之差固極微、然在麻克兒生及毛來所用二光相減干涉試驗、應可覺察、試驗結果、全不見有此差、物理學家、甚爲駭異、羅侖子及非斯其雷特設一假定、以救理論之窮、謂凡物體較以太運動時、在運動方向縮短、縮短之數、適足消滅兩時間之差、比第十二節所言、此法以相對論觀之、亦屬不誤、然相對論之立說、則遠較此爲圓滿、不可同年而語、依相對論、本無特殊之坐標式、以太觀念、可不必加入、以太風及求以太風之實驗、亦不成問題、依立論之兩基本原則、物體運動時、本有縮短、毫不用加入他種假定、縮短之故、不在自身本無意義之運動二字、而在比較隨時所用引體所生之運動、在麻克兒生及毛來試驗、鏡隨地動、居此引式中者、自不覺有所縮短、若以日爲引式、卽不同矣、

第十七節　明可夫斯几之四度空間

不明數學者聞四度二字、必詫爲神祕、有劇場見鬼之感、實則吾人所居之世界爲四度的時間空間連續體其語亦至平常耳、

空間爲三度的連續體、每靜點之地位、可以$x\ y\ z$三坐標定之、每點任何近、均另有點、其坐標$x'\ y'\ z'$可與$x\ y\ z$任何近、以第二性質故、予等言連續體、以坐標之數爲三故、予等言三度的、

物理現象之世界、與此亦同、明可夫斯几簡稱之曰世界、每事以三空間坐標$x\ y\ z$及一時間坐標t定之、合計時間空間、世界爲四度的、且亦爲連續體、每事任何近、均另有事(事實上或想像上)其坐標$x'\ y'\ z'\ t'$可與原事坐標$x\ y\ z\ t$任何近、相對論以前之物理學、視時間離空間坐標獨立、故吾人不慣以世界爲四度的連續體、視時間爲獨立的一連續體、依古物理學、時間實爲絕對的、不因引式之方位及運動狀態而變、葛利來換標公式之末一方程

式、(t'=t) 即此意也、

在相對論、時間不復能獨立、故不能不以世界爲四度的、羅侖子換標公式第四方程式

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

可證明此旨、二事在K相去之時間Δt消滅時、依上方程式、在K'相去之時間$\Delta t'$通常未必亦消滅、二事在K之純粹空間距離、在K'可變爲時間之別、明可夫斯几之發明、於相對論形式上之發達、極有關係、其要點在發見相對論之四度的時間空間連續體、形式上極似歐几里得幾何空間之三度連續體、(附錄論此較詳)欲顯明此相似處、可以幻數$\sqrt{-1}\,ct$代尋常時間坐標t、一切物理定律公式中之時間與空間坐標、不復有別、合於相對各論之所求、

此四坐標、與歐几里得幾何學之三空間坐標、形式全同、卽不通數學者、觀此發明、亦可知其能使相對論大增明顯矣、

此不過使讀者得明可夫斯几重要思想之大略耳、不有此發明、恐相對通論無今日也、然其數理頗幽深、不通數學者、不易了解、且相對各論相對通論之宏旨、並不需此、予卽止此、待結全書時、再續論也、

下篇
相對通論

第十八節　特別相對原則及普通相對原則

上篇所言、以特別相對原則爲範圍、卽等速運動物理上之相對原則也、今請更精析其內容、

古人久知運動之觀念、本屬相對、在吾人所常引爲比喻之軌岸及火車、則其運動、可有兩種說法、皆正確者、

(甲)車較軌岸爲動、

(乙)軌岸較車爲動、

(甲)用軌岸爲引體、(乙)用車爲引體、如目的止在規定或記錄運動、則用何者爲運動之引體、實無分別、此乃自然之理、與吾人用爲基礎之相對原則、陳義廣狹、全然不同、不可混而爲一也、

吾人所用之原則、不但言記錄現象、車及軌岸皆可擇爲引體(此亦自然之理)幷言經驗所得之諸普通物理定律公式、如力學諸定律、或光在眞空傳佈定律之類、無論

(甲)用軌岸爲引體、

(乙)用車爲引體、

全然相同、換言之、作自然現象之物理記錄時、K及K′兩引體、毫無優劣、此語與前語不同、並不爲運動及引體觀念所包含、由彼可以推證也、此語之正確與否、止有實驗、可以判決之、

吾等並未言凡有引體K、用諸自然定律公式、均相同、吾等所假定之引體K、乃使葛利來基本定理有效者、即不受外力與他質量點甚遠之質量點、其運動爲等速的直線的是也、自然定律比較K、(葛利來引體)形式最單簡、比較K有直線的等速的無旋轉的運動之各引體K′、用諸自然定律、亦均相同、此

等引體、亦皆爲葛利來引體、相對原則止假定在葛利來引體有效、在作他種運動之引體無效、故名特別相對原則、亦名相對各論、

如謂凡有引體KK'等、不問其運動狀態如何、皆可用以記錄自然(普通自然定律公式)則名普通相對原則、後將見以他種理由故、此定義須另取一更屬抽象者代之、

特別相對原則完全成立後、有窮理之精神者、必渴欲將其推廣、成爲普通相對原則矣、此舉初觀似無可望、讀者試設身於吾等所常言之火車中、等速前行、車行等速時、車中人全然不覺、若言車靜而軌岸動、車中人亦可信爲有徵、依相對各論、此解釋物理上亦爲理由充足者、

如車忽停、則車行不復等速、車中人覺被推向前、車中各物較車、由其力學上之態度、可窺見車之加速運動、與等速時態度不同、言車行不等速時、力學定律、亦與車靜時或行等速時相同、恐無是事、葛利來基本定理、車動不等速

時失其效力、則可斷言、故吾等初不贊成普通相對原則、以不等速運動爲一種物理上實有之事、下將見此結論之誤矣、

第十九節　吸力區域

試問吾等舉石至空、放手、石卽墜地、果何故耶、常人必言、石爲地所吸引故也、近世物理學以下列理由、答語稍有不同、精研電磁現象、知不假媒介之行遠效力爲不能有、磁石吸力、不可視爲磁石效力、直接過空、傳達於鐵、當從法拉待說、磁石在其近旁、喚起一種物理上實有之物、名磁區域者、磁區域效力至鐵、使其向磁石運動、此媒介觀念、初視或近於造作、今姑置不論、惟用此則電磁現象之理論、遠勝於前、說電磁浪傳佈尤精、吸力之效力、亦可作此看法、

地力至石、亦屬間接、地在其近旁發生一種吸力區域、吸力區域之效力至石、使其下墜、人知離地愈遠、則物體所受之力愈弱、有一定律、依吾等看法、卽吸力區域之空間上的性質、其定律必爲可顯明吸力與去物體距離之比例

著、設有物體(譬如地)在其直接近旁、發生吸力區域、若已知吸力區域空間上的性質之定律、則離物體較遠處、其區域之強度及方向、亦可知、吸力區域有一種性質、與電區域及磁區域全然不同、在下文關係甚重、物體受重力區域之效力而有運動、若別無他力、則所得之加速率、與物質種類及物理上狀態、絕然無關、鉛與木在重力區域(在眞空)如無初速率或初速率相等時、同樣下墜、此與實驗甚密合之定律、亦可以下列理由、另作一說法、

依牛頓運動定律、

力＝(惰性質量)·(加速率)

式中之惰性質量、爲得加速率之物體之特別常數、如發生加速率之力爲重力、則

力＝(重力質量)·(重力區域之強度)

式中之重力質量亦爲物體之特別常數、自此二式得

$$(\text{加速率})=\frac{(\text{重力質量})}{(\text{惰性質量})}\cdot(\text{重力區域之強度})$$

如實驗所得、在同一重力區域中、不問物體之性質及狀態、加速率均同、則重力質量與惰性質量之比例、亦必爲萬物所同、若有適當單位、可使此比例等於一、由此得一定理如下、凡物體之重力質量與惰性質量、均相等、

向來力學固亦有此定理、然不加解釋、吾等若能見及同此物性、有時現爲惰性、有時現爲重力、則方有圓滿解釋之望、究竟如何、與普通相對假定關係又如何、統見下文、

第二十節　惰性質量與重力質量相等爲普通相對假定之理由

設大空世界中、有一部分、範圍頗廣、遠隔諸恆星及鉅大質量、吾等卽可用葛利來基本定律、不至大差、在此部分、擇一葛利來引體、以此爲比較、則靜點永遠靜、動點之運動永遠爲等速的直線的、設引體爲一鉅盒、作室形、中居一

觀察者、備有各種儀器、彼自不覺有重力、如不以線自縛於盒底、則稍稍震動、即有浮起之虞、

盒頂外面居中處、置一鈎、鈎上有繩、有大力者、以不變之力、牽盒上行、盒及觀察者、均將以同等加速率、向上飛行、自不與盒俱動之引體觀之、其速率將增至不可思議、

盒中人見此現象、作何斷語乎、盒底以加速率故、壓力傳入彼身、先受此壓力者、必爲彼之兩足、不然則將傾跌、彼居盒中情形、與吾人居地面屋內情形正同、彼若棄去手中所持之物、盒之加速率不能傳達於物、物以加速比較運動、漸近盒底、且觀察者必見各物下墜之加速率均相等、無論用何物試驗、莫不同一、

盒中人根據重力區域之理、必將如上節所言、自謂連盒均在一時間上不變化之重力區域內、盒在重力區域、何以不下墜、彼初亦以爲異、後見盒外有

鈎及繩、彼將大悟、盒實靜懸半空、故雖在重力區域、亦不墜也、

吾等不當笑此君之誤、彼之所言、與理性及力學諸定律、毫無抵觸、盒較前言之葛利來空間、固有加速率、然吾人亦可視盒爲靜而不動、故相對原則、實可推廣至彼此互有加速率運動之引體、普通相對假定、於此得一有力之理由也、

所以能作此看法者、全在重力區域之基本性質、卽萬物同得此加速率也、換言之、卽惰性質量與重力質量相等之定理也、設無此自然定律、則盒中人不能以吸力區域之理、解釋附近各物態度、以彼之引體爲靜止之假定、亦無一事實可爲根據矣、

設盒中人、在盒頂裏面、繫一線、線下懸一物體、彼將見線甚緊直、如物體受下牽之力者、吾人問線何故如此緊直、盒中人將言、懸空物體、受重力區域之力、欲下墜、全恃線力、方能相抵、線力全視懸空物體之重力質量爲比例、換一

方面言之、在空間浮沉之觀察者、則謂線與盒連、亦受加速運動、傳達於下懸之物體、線力適足使物體有此加速率、故線力全視物體之惰性質量爲比例、由此例可見推廣相對原則、則必然有惰性質量與重力質量相等之定理、物理上之解釋如此、

由加速盒之比喻、可悟由相對通論、必能得吸力定律之要點、事實亦然、窮相對通論思想之究竟、眞可推得吸力區域各定律、然予不能不預戒讀者、以免易生誤會、初擇坐標式時、並無吸力區域、盒中人則謂有此、讀者或因此以吸力區域爲似有而實無、無論何種吸力區域、均可選擇適當之引體、使比較此引體、則吸力區域、不復存在、此實不然、吸力區域止有特別數種、可用此法、非凡有吸力區域、皆可使之消滅也、如地球之吸力區域、卽不能用選擇引體法、使之消滅、

今將言第十八節末、攻擊普通相對原則之理由、何故不能成立矣、火車中

人、因車忽停、被推向前、覺察車動不等、有加速率、然彼不必謂被推向前、因車眞有加速率也、彼亦可言、吾之引體(車)永久靜止、車忽停時、較車有一種向前的時間上變化的重力區域、以重力區域故、軌岸及地、動皆不等、原有向後之速率漸減、觀察者之被推向前、亦此重力區域所致也、

第二十一節　古力學及相對各論之基礎尙有何不滿意處

前已屢言古力學之基礎、在下列定理、離他物質點甚遠之物質點、或永靜、或作等速直線運動、此基本定律、止在彼此有等速直線運動之引體K、方有效力、在他種引體K、此定理無效力、故在古力學及相對各論、自然定律有效之引體K、及無效之引體K、皆顯有區別也、

有論理思想之人、見此情形、自不能滿意、彼將問何故此引體及運動狀態與彼引體及運動狀態不同、二者何故有區別乎、予今將以比喩、解釋吾意所

在、

予立竈前、竈用煤氣、上有兩煮物之鍋、形式相似、至不可辨、每鍋皆有水及半、予見一鍋蒸汽瀰漫、一鍋則無、即使生平從未見有煤氣及食鍋者、亦覺不可解、後見一鍋下有藍色發光物、一鍋下無有、即不知煤氣爲何物者、亦可言此藍色物、必爲蒸汽瀰漫之原因、如兩鍋下均不見有藍色物、而一鍋有汽一鍋無有、予卽不能滿意、非尋得兩鍋態度不同之原因不止、

在古力學及相對各論、物體較兩種坐標式K及K′態度不同之原因、予已久覓未得(引體運動狀態、若不假外力維持、如引體有等速旋轉之類、此點尤爲重要、)牛頓已見及此、苦無解釋、見之最明者爲馬赫、彼意力學基礎、必重新建造方可、用普通相對原則之物理學、不受此病、其方程式、在任何引體、均有效力、不問其運動狀態如何也、

第二十二節　普通相對原則之結論數則

第二十節顯明由普通相對原則、純用理論方法、可推得吸力區域之性質、

設有某自然現象、若已知其葛利來範圍、比較葛利來引體K、及其空間時間上之變化、則純用理論、卽算學方法、可求得其在比較K有加速率之引體K′中、自然定律如何、比較新引體K′、有吸力區域發生、故此現象所受吸力區域之影響、亦可得知、

譬如有物體、較K之運動爲直線的等速的、如葛利來定理所言、吾等卽可知其較有加速率之引體K′(如盒)運動必爲加速的普通在曲線的、此加速率及屈折、卽動體所受在K′發生之吸力區域之影響也、吸力區域對於物體運動、吾人久知其有此種影響、並非新理也、

若以同法、加諸光線、則可得一甚新之結果、且甚爲重要、光線較葛利來引體K、在直線傳佈、速率等於C、較有加速率之盒卽引體K′、則易證明其軌道不復爲直線、故可言光線在吸力區域內、普通在曲線傳佈、此結果重要處有

兩層、

第一層、此結果可試諸實驗、相對通論以光線爲有屈折、雖在吾人之吸力區域、其屈折極微、然行過太陽近旁之光線、應有1.7弧秒之屈折、在太陽全蝕時、觀測極近太陽之恆星、其地位以光線屈折故、較尋常太陽在他處時、去太陽較遠、其差必等於上數、此結果與實驗相合與否、實爲一極重要之問題、望天文家不久可以解決也、(一千九百十九年皇家學會派愛停登及克六母林二天文家、至二地觀測五月三十日之日蝕、所得影片、眞有光屈折、)

第二層、相對各論兩基本假定、一爲光在眞空速率不變之定律、然依相對通論、則此假定之效力、非絕無限制者、光傳佈速率、隨地可變化後、光線方能屈折、或有人謂如此、則相對各論相對通論均不攻自破、實則不然、止可言相對各論之效力、限於一定範圍、卽現象(如光)不受吸力區域影響之地也、

反對相對論者、每謂有相對通論、則相對各論不成立、予將用一比例、顯明

其不然、電力學未成立以前、靜電學各定律、人卽簡稱之曰電學定律、今日吾等知靜電學、止在電質量彼此及較坐標式完全靜止時、方有效、其所得電區域、永不能完全見諸事實、有馬克斯威耳電力學之區域方程式後、靜電學卽無用乎、殊不然也、電力學已包括靜電學爲一極限、如區域無時間上之變化、則電力學諸定律卽與靜電學諸定律同、一物理理論、能產出更廣遠之理論、而自爲其一極限、實最幸之事也、

在適所言光傳佈之比喻、吾人見普通相對定律、可使現象所受吸力區域之影響、純用理論推得、無吸力區域時、已知現象之定律、最有趣味而可用普通相對定律解釋者、爲吸力區域自身問題、此吸力區域定律問題如下、

設已知有空間時間範圍、引體選擇適當時、可使之近於葛利來式、不有吸力區域、若比較任作何運動之引體K′、則發生時間空間上有變化之吸力區域、(推論第二十節所言)吸力區域之性質、全視所選K′之運動如何、依相對通

論、各種引體之吸力區域定律均相同、雖用此法所得之吸力區域、不能包括吸力區域之全體、吾人則期望由此數種、可求得普通吸力定律也、此期望已完全達到、然自明見目的、至實踐其地、中間尚須經過一甚大之困難、因其深入事理、吾不能不爲讀者一言、空間時間連續體之觀念、不能不作更深之說法矣、

第二十三節　鐘及尺在旋轉引體上之態度

在相對通論、空間時間物理上應作何解釋、予故意至今未嘗提起隻字、吾人讀相對各論時、已知其重要、讀者或不吾諒、指爲吾書缺點、補此缺點、今其時矣、然予先告讀者、讀此須耐心潛思、頗非易事也、

吾等仍從特別之例入手、設有空間時間範圍、比較運動態度選擇適宜之引體K、不有吸力區域、K比較此範圍、爲一葛利來引體、相對各論所言、在K均爲有效、設此範圍另比較一引體K′、較K有等速旋轉運動者、以定思故、設

K′爲一平面圓板、在其平面、環繞中心、作等速旋轉、居板而坐心外之觀察者、將覺有離心直行向外之力、靜居原引體K之觀察者、名此爲離心力、指爲一種惰性作用、坐板上之觀察者、亦可以板爲靜止之引體、依普通相對原則、本無差別、彼及較板不動之各物體、所受之力、彼均指爲吸力區域之作用、此重力區域在空間之分配、與牛頓吸力之理不同(在板中心無力、離心愈遠、力愈大)惟觀察者深信普通相對之理、不以此爲病、謂必可得一普通吸力定律、不但可解釋諸星運動、卽彼所覺察之力區域、亦得解釋、

圓板上觀察者、用鐘及尺作試驗、將據以定在圓板K′之時間空間定義、其所得如何乎、

觀察者有兩同樣之鐘、一置板心、一置板周、二鐘較板均靜而不動、予等先研究、從不作旋轉之葛利來引體K觀之、此兩鐘之行、是否同速、自此立脚點、中心之鐘無速率、周邊之鐘、以較K旋轉故、有運動、依第十二節結果、自K觀

之、周邊之鐘、行較中心之鐘爲緩、圓板上觀察者、若坐中心鐘旁、當亦可覺此、在吾等圓板上、或普通言之、在各吸力區域中、靜止之鐘、其行遲速、全視處何地點、用比較引體靜止之鐘、竟不復能得一妥善之時間定義、前所得同時二字定義、用於此處、亦不可通、惟同時定義、今不再論、

在此欲得一空間坐標之定義、亦非常困難、如與板俱動之觀察者、置一單位尺(較圓板半徑小)於板周、與之相切、則自葛利來式觀之、尺短於一、因依第十二節所言、物體在其運動方向縮短故也、如彼將尺置圓半徑上、則自K觀之不縮短、故如觀察者、先用尺量圓周、再用尺量圓徑、以二數相除、所得不爲人所共知之$\pi=3,14\ldots$、而爲一較大之數(此處全用不作旋轉的葛利來式K爲坐標體、因相對各論之各結論、止在K有效也、比較K′即有吸力區域發生)、較K靜止之圓板、此二數比例、必正爲π、由此可見歐几里得幾何學各定理、在圓板或在吸力區域、不能完全有效、至少單位尺不能任在何處任作何向

均等於一直線之觀念亦失其意義、故比較圓板、不能用相對各論舊法作坐標xyz之精密定義、各事之坐標及時間尚不能有定義、自然定律包含坐標時間者、更無論矣、

今觀普通相對所言、似均成問題、實則須行一曲徑、方可應用普通相對假定而無誤、觀下文讀者便有所準備矣、

第二十四節　歐几里得及非歐几里得的連續體

予前有一大理石桌面、予可在桌上任取一點、自此出發、經過無數彼此鄰近之點、達任何他點、換言之、予可不有跳躍、自此點漸行至彼點、鄰近跳躍等字之意義、讀者固深知、（如讀者不責備太嚴）吾等名桌面爲連續體、即此義也、

設有等長之尺無數、均遠較桌面爲小、所謂等長者、即每尺可置他尺之上、無有餘不盡也、先以四尺、在桌面排列一四角形、若另以尺試知其兩對角線相等、即得方形、此方形四旁、再以尺排列四方形、如此不已、至佈滿全桌面爲

止、每一邊爲兩方形所共同、每一角爲四方形所共同、

可如此排列不遇大困難、實異事也、試思在每角、已有三方形相遇、第四方形之兩邊、已預定、其餘之兩邊、亦隨之預定、此四角形、吾不復能移動、使其二對角線相等、若此四角形已自成方形、則予等對於桌面及尺、必感謝之至、全桌面均能佈滿方形、則尤可異矣、

如可作此排列而毫無困難、則桌面各點、比較以尺爲兩點距離、必成一歐几里得連續體、任取一方形之角、作爲起點、其餘各方形之角、均可比較此起點、以二數定之、自起點始、算其向右或向上、尺須度若干次、方到、即得此二數、爲此點之狄氏坐標、以用尺排成之狄氏坐標式爲比較、

有時不能用此排列法、可於下列之理想試驗見之、設將上列試驗、畧爲改變、尺受熱增大、增大之數、與熱度成比例、設桌面中部、受熱增大、周邊則否、在桌面各處、仍可用尺、兩兩相蓋、無有餘不盡、然方形則不復可造、因近桌中處

之尺增大、遠桌中處之尺則否故也、

若仍用尺爲兩點距離之單位、則桌面不復爲歐几里得的連續體、尺亦不復能界定狄氏坐標、然尺外尙有他物、受桌面熱度所生之變化、與尺不同、或全不有變化、若測量及比較距離能有更精之規定、則仍可以桌面爲歐几里得的連續體、

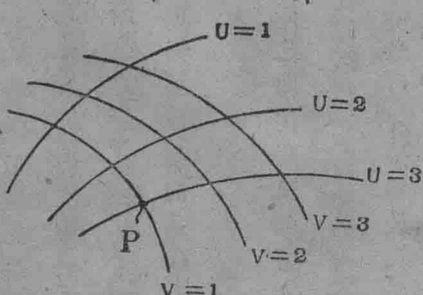
如不論何種物質所造之尺、受桌面熱度所生之變化均相同、又如吾人舍研究尺之幾何的態度外、別無他法可以覺察熱度之作用、則止可將桌面兩點、如與吾尺兩端相合時、即命爲距離一、舍此別無他法、可免不通、狄氏坐標法亦不能用、須以他者爲代、歐几里得幾何學、在剛體不假定爲有效(吾等問題數學家看法如下、設有面在歐几里得三度空間、如橢圓面之類、則此面上有二度的幾何學、與在平面同、高斯設此問題、研究其二度幾何學之大凡、不以面爲屬於歐几里得三度連續體、設在面用剛尺作圖、如在前之桌面、則各

圖定律、必與歐几里得平面幾何學定律不同、以尺爲比較、則面不爲歐几里得連續體、不能有狄氏坐標定義、高斯曾解釋研究面上各圖性質之原則、爲利門研究多度的非歐几里得連續體方法、開先河矣、故普通相對假定、其問題形式上、數學家久已解決、讀者至此、見情形與第二十三節、關於普通相對假定所言正同、

第二十五節　高斯坐標

高斯之解析幾何的方法如下、如第三圖、在桌面任作何曲線若干、予等名之曰u曲線、每曲線以一數記之、圖中所顯、有$u=1, u=2, u=3$三線、在$u=1$及$u=2$之間、尙可加入無數曲線、與一及二間之各眞數相應、故u曲線可排列極密、佈滿全桌面、每u曲線、無與他u曲線相

第三圖



割者、桌面每點、止有一u曲線經過、故桌面每點、u有一定之數、依同法、可在桌面另作v曲線若干、一切情形、均與前同、每曲線均有一數、桌面每點、均有一u數及一v數、此二數予等名之曰桌面之坐標、即高斯坐標也、如圖中所顯、有點P、其高斯坐標爲$u=3, v=1$、桌面鄰近之兩點P及P′、其高斯坐標爲

$$P : u, v$$

$$P' : u+du, v+dv$$

du及dv爲二極小之數、以尺量得之PP′間距離、亦極小、名此數爲ds、則依高斯

$$ds^2 = g_{11}du^2 + 2g_{12}dudv + g_{22}dv^2$$

式中之g_{11} g_{12} g_{22}、爲與u及v有一定關係之三數、此g_{11} g_{12} g_{22}之數、規定尺對u曲線及v曲線之態度、即對桌面之態度也、如所研究之面、其各點對於尺爲歐几里得連續體、則選擇u曲線及v曲線時、可使上式變爲單簡之、

$$ds^2 = du^2 + dv^2$$

惟此式止可用諸歐几里得連續體、餘處不能用、u曲線及v曲線、在此化爲歐几里得幾何學互成正角之直線、高斯坐標化爲狄氏坐標、由此可見高斯坐標者、不過使面上每點、均有二數、在空間極近之二點、其二數之差亦極微耳、

此所討論、固爲二度連續體、然高斯之法、亦可用諸三度四度或多度的連續體、如有四度的連續體、則其中每點、均附有任何 x_1 x_2 x_3 x_4 四數、爲其坐標、點相近則坐標數亦相近、如PP′兩點間有可實測及物理上定義完滿之距離ds、則可用下列公式、

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 \cdots + g_{44}dx_4^2$$

式中之 g_{11} 等數、均隨連續體中地點變化、如連續體爲歐几里得的、則可使各點坐標 $x_1 \cdots x_4$、合下簡式、

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

在此則四度連續體中之關係、與三度測量所得者相同、高斯算 ds^2 法、非隨處可能者、此法止於連續體中部分範圍不大、可視爲歐几里得連續體時有效、如在桌面及熱度隨地變化之比喻是也、取桌面一小部分、熱度可作爲不變、在上之尺、其幾何的態度、幾合於歐几里得幾何法則、所取桌面部分太大時、上節所言諸方形即不能造、

總言之、高斯創一數學方法、研究任何連續體、其量數關係（鄰點間之距離）均有定義者、若干度的連續體、其中每點、卽有若干數、爲其高斯坐標、點與數、須單獨相應、極近之點、高斯坐標數、相差亦極微、故高斯坐標式、不過狄氏坐標式論理上之推廣耳、有非歐几里得連續體、取一小部分、若部分愈小、量數定義愈合歐几里得幾何、則高斯坐標式、亦可用於非歐几里得連續體、

第二十六節　相對各論之空間時間連續體爲歐几里

得的連續體

第十七節明可夫斯几之思想、現可爲更精切之言矣、依相對各論、記錄空間時間四度連續體、有一種坐標式、處於特別地位、吾人名之曰葛利來坐標式、在此一事或四度連續體一點之四坐標 x y z t、均有單簡的物理上定義、上篇已詳言、自此葛利來式、至彼較此有等速運動之葛利來式、用羅侖子換標公式各方程式、此換標公式爲相對各論推證各結果之根本、實亦不過言、在凡有葛利來引式、光傳佈定律通有效耳、

明可夫斯几發見羅侖子換標公式、適合下列單簡條件、設在四度連續體、有鄰近之二事、彼此方位以空間坐標之較 dx, dy, dz 時間之較 dt 定之、用葛利來引體、另換一葛利來式、則此四數變爲 dx', dy', dz', dt'、八數之間、下列條件必有效、(參觀附錄、彼處所證坐標關係(十一甲)及(十二)在坐標之較亦可用、故在坐標微分即無窮小之較亦可用、)

$$dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2=dx'^2+dy'^2+dz'^2-c^2dt'^2$$

有此式則自有羅侖子換標公式、故可言在四度空間時間連續體之兩鄰點其下列之數

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2-c^2dt^2$$

在各葛利來引體、其値均同、如以 x_1 x_2 x_3 x_4 代 x y z $\sqrt{-1}\,ct$ 則得

$$ds^2=dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2+dx_4^2$$

與引體如何選擇、不復有關、ds 名兩事或四度中兩點之距離、故如擇幻變數 $\sqrt{-1}\,ct$ 代眞數 t 爲時間變數、則依相對各論、空間時間連續體可視爲歐几里得的四度連續體、觀上節已可見矣、

第二十七節　相對通論之空間時間連續體乃非歐几里得的連續體

本書上篇所用之空間時間坐標、有單簡直接之物理上的解釋、依第二十

六節、可視爲四度的狄氏坐標、所以能如此者、全恃光速率不變之一定律、依第二十一節、此定律在相對通論、不能存留、依相對通論、如有吸力區域、光之速率常隨坐標爲變化、在第二十三節所舉之例、吾等已見有吸力區域時、則如相對各論所用之坐標及時間定義、皆不可得、

統括各結果、則依普通相對原則、空間時間連續體、決不能作爲歐几里得的、前例兩度連續體之桌面及其隨地變化之熱度、此與彼情形正同、止範圍廣狹之別耳、彼處不能以同樣小尺、造一狄氏坐標式、此處亦不能以剛體及鐘、造一引體、使地點時間均可用彼此固定相連之尺及鐘顯明、第二十三節所遇之困難、亦即在此、

第二十五二十六兩節、已明示解此困難之術、四度空間時間連續體、可比較任何高斯坐標、連續體每點(即每事)吾人均附以 x_1 x_2 x_3 x_4 四數、爲其坐標、此四數雖一定、然初無直接物理上之意義、不過用以記數、可自由選擇、幷不

必以x_1 x_2 x_3爲空間坐標x_4爲時間坐標也、

讀者或思如此記錄世界、得毋太空虛乎、每事附x_1 x_2 x_3 x_4四坐標、數雖一定、然本任意選擇、並無解釋、究有何意義乎、細思之、將見此論不然、譬有一物質點、任作何運動、瞬息卽滅、不復存在、記彼空間時間止有x_1 x_2 x_3 x_4四數、如繼續存在、則空間時間有無窮數、坐標之値漸變、此質量點在四度連續體、卽有一線(一度的)與之相應、關於點之討論、物理上實有其事者、止點之運動耳、二點相遇、在吾等數式爲兩線有一處、x_1 x_2 x_3 x_4四坐標之値相同、兩線卽顯兩點之運動者、此種相遇、爲物理學言空間時間性質時、唯一之實據、讀者細思之、無可疑也、

上文記錄物質點運動、皆比較引體、卽物質點與引體某點之相遇也、時間之數、亦以物體與鐘相遇加以鐘針與鐘面某點相遇爲據、以尺量空間、思之其事亦同、

通論之、凡物理學所言、分析之均爲甲乙兩事空間時間之相遇、用高斯坐標說法、卽 x_1 x_2 x_3 x_4 四坐標同値也、故用高斯坐標、表顯時間空間連續體、實可完全取引體而代之、幷不有引體之缺點、連續體非歐几里得的亦可、

第二十八節　普通相對原則之確說

現可取精密之語、代第十八節普通相對原則之暫說矣、彼處言普通自然定律公式、各種引體K K′等、不論其運動狀態如何、皆一律可用、此言今不復能存、因相對各論用以記錄空間時間之剛引體、在相對通論不能用、須以高斯坐標式代引體、普通相對原則之基本思想如下、普通自然定律公式、凡有高斯坐標式均可用、

此普通相對原則、尙可另作一說法、更可顯明其爲相對各論之推廣、依相對各論、表顯普通自然定律之各方程式、自空間時間變數 x y z t（葛利來引體K、用羅侖子換標公式、換爲空間時間變數 x′ y′ z′ t′（新引體K′）時、其形

式不變、依相對通論、無論用何數代高斯變數、方程式之形式均不變、因不但羅侖子換標公式、即無論何換標公式、不過由此高斯坐標式、換至彼高斯坐標式耳、

如不顧棄所素習、仍用三度觀念、則相對通論基本思想之發達、可舉其要略如下、相對各論所比較者、以葛利來範圍爲限、無吸力區域引體用葛利來的、即運動狀態選擇有一定之固體、較此則孤立物質點作等速直線運動之定理有效者也、

同此葛利來範圍、亦可用非葛利來引體、較此則有特種吸力區域、見第二十節及第二十三節、

然吸力區域中不有歐几里得性質之剛體、故在相對通論、不能用剛引體、吸力區域中鐘之行動、亦受影響、相對各論物理上時間定義、直接用鐘爲助、此則無其易明矣、

故可用非剛引體、不但其全體可任有何種運動、運動時幷可任有何種形式上之變化、欲得時間定義、可任取何鐘、置於非剛引體之一點、不問其行動定律如何不規則、若地點相近之鐘、其時間數亦非常相近、卽可合用、此種非剛引體、可名引螺、其作用與任何高斯四度坐標式同、惟其空間坐標較時間坐標、形式上有特別存在、故引螺似較高斯坐標爲醒目、然分出空間、理由實不充足也、螺之每點、均可作爲空間點、用螺爲引體時、較其靜之各物質點、均簡稱曰靜、普通相對原則所求、卽爲普通自然定律，凡有螺均可用爲引體、毫無差別得失、定律與螺之選擇亦應無關、

普通相對原則之大用、卽在自然定律由此大加限制、

第二十九節　以普通相對原則解釋吸力問題

迄今所言、讀者若均能了解、解釋吸力問題之方法、當不難領悟矣、

設有葛利來範圍、卽比較葛利來引體K無吸力區域者、由相對各論、可知

尺及鐘在K之態度、亦可知孤立物質點有直線等速運動、

此葛利來範圍、比較任何高斯坐標式或螺為引體K'、較K'則有特種吸力區域G發生、純用算數、可知尺及鐘以及自由運動之物質點、在K'之態度、予等釋為尺及鐘及物質點所受吸力範圍G之影響、此處可加入一假定、即存在之吸力區域、不能由葛利來特種、純用變標方法算出時、尺及鐘及自由運動物質點所受吸力區域之影響、其定律仍相同也、

先取由葛利來特種純用變標方法算出之吸力區域G、研究其空間時間上的態度、得其定律、不問記錄所用引體(螺)如何選擇、定律均應有效、

此定律尚不能視為吸力區域之普通定律、因所研究之吸力區域為特種的故也、欲推廣之、使成普通吸力區域定律、可加入下列諸條件自不難尋得、

(甲)推廣所求之定獄、必合於普通相對假定者、

(乙)如在所研究範圍、有物質存在、則區域作用之發生、全由其惰性質量、或

依第十五節、全由其能力、

(丙)吸力區域及物質合計、必符能力(及推動)永存定律、終言之、相對各論所有之各現象、無吸力區域時已知其定律者、可以普通相對原則推得其所受吸力區域之影響所用之法、其理與上文言尺及鐘及自由運動質量點時同、

由普通相對假定、依此法所推得之吸力論、第一形式美觀、第二不有第二十一節所言古力學之缺點、第三實驗所得之惰性質量與重力質量相等定律、得其解釋、不但此也、古力學在天文學、有二觀測事實、不能解釋、在此亦均可通、其第二事卽光線在太陽吸力區域中、有屈折、上文已言及、其第一事則關於水星軌道、

設用相對通論之方程式於較弱之吸力區域、其各質量比較坐標式之運動速率、均較光速率爲小、則先得牛頓理論爲一步漸近、在此不須特別假定、

即可推得、牛頓則須另加假定、以質量點互相吸引之力與距離平方反比、算愈密則漸見與牛頓理論相差之處、惟爲數太小、不能實測耳、

各相差處、今特舉其一例、依牛頓理論、行星繞太陽之軌道爲橢圓、如不論別行星及恆星自動之影響、則橢圓對於恆星之方位、永不變更、不計此二種影響、如牛頓理論密合、行星較恆星之軌道、必爲固定之橢圓、各行星除最近太陽之水星外、牛頓理論、均與最精觀測所得結果密合、水星則自勒佛里埃以來、吾人即知其橢圓軌道、各差均改正後、較恆星仍不固定、軌道平面隨繞行方向有非常緩之旋轉運動、每一百年、軌道橢圓旋轉四十三弧秒、實測所差不及數弧秒、古力學欲解釋此現象、非特造專用於此不甚近情之假定不可、

依相對通論、則每行星繞日軌道、必有上文所言之旋轉、除水星外、其餘行星旋轉之數太小、爲今日觀測術所不能確定、在水星則每一百年、應有四十

三弧秒、與觀測所得正同、

此外相對通論之結果、可實測者、止尚有一條、大恒星至地之光、較地上同樣發生(卽同樣分子)之光、其光帶線應有推移、不久定可證實也、

關於世界全體之研究

第三十節　牛頓理論在宇宙問題之困難

除第二十一節所言外、古天文學尙有一第二困難之點、以吾所知、第一詳論及此者、爲天文家謝立格、如人問世界全體、應作何想像、則最易思及之答語如下、世界者、空間時間、均無紀極、隨處皆有恆星、物質密率分言之各處固大不同、總計之則有一平均數、各處一致、換言之卽在大空世界、無論行至何處、莫不有星四散、種類相若、密率相若、

此想像與牛頓理論相矛盾、依牛頓理論、世界應有一中心、恆星密率在此最大、離心愈遠、密率愈小、至極遠處、則完全太空、恆星世界、不過空間無限大

洋中、一有限小島、(因依牛頓理論、每質量m爲若干自無窮來之力線之歸宿點、力線之數、與質量m之數、成比例、如世界質量平均密率ρ_0不變、則有體積V之球體、平均必包括質量$\rho_0 V$穿過球面F入球內之力線、其數與$\rho_0 V$成比例、球面每面積單位、有若干力線穿過、其數與$\rho_0 \frac{V}{F}$或$\rho_0 R$成比例、球面區域強度、隨球半徑R俱漲、漸增至無窮、決不能有之事也)

此想像自身已不圓滿、如由彼抽引、謂恆星所發之光及恆星系之各星、永皆散射無窮、不復回返、亦不與別自然物體接觸、則尤不圓滿、世界在有限處所團聚之物質、必將漸漸散失無存、

謝立格變更牛頓定律、以避此困難、彼謂二質量相吸、距離甚大時、吸力之漸減、較$\frac{1}{r^2}$定律爲強、由此可得物質平均密率、自近處至無窮遠處均相同、並不有無窮大之吸力區域、物質世界亦無中心、論固奇巧、然變更牛頓定律、化簡爲繁、事實上理論上均別無證據、任意造成之定律、均可有此等作用、不能

定其優劣、因此等定律、其無更普通之理論原則爲之基礎、與牛頓定律正相等也、

第三十一節　世界可作爲有限的無邊的

猜度世界之構造、尙有一道、完全不同、非歐几里得幾何學發達後、空間是否無限、甚可懷疑、並不與用思定律或經驗相衝突、(利門及海姆忽而茲)此事海姆忽而茲及潘加雷言之最詳明、予在此不過舉其大略耳、

設有二度的現象、有平扁生物、自由在平面行動、其所用器具及剛尺、亦均平扁、此生物不知平面外尙有他物、在平面中、對自身及各扁物所得之觀察、因果完具、歐几里得平面幾何學之各圖、如第二十四節所言桌面造網之類、皆可用尺爲之、此生物之世界、與吾等不同、其空間止有二度、然廣大無限、則與吾等同、在其上可用尺造無數方形、故其體積面無限、此生物稱其世界曰平面、意卽謂可用尺造歐几里得平面幾何學之各圖也、每尺不問在何方位、

其代表之距離均同、

再設有二度的現象、不在平面而在球面、上有平扁生物、所用尺器與球面密合、不能分離、彼等所能知覺之世界、以球面爲限、是否亦能以其世界之幾何學爲二度的歐几里得幾何學、以其尺爲距離之代表乎、吾必曰不能、何以故、彼等如作直線、吾人觀之必爲三度的曲線、得一最大圓、無首尾而長有限、可用尺量此世界之面積、亦有限、可比尺造方形之面積、此思想妙處在發見彼等世界、有限而不有邊、

球面生物、不必作環球游、即可知彼等所居住之世界、不爲歐几里得式、任取其世界不甚小之一部分、即可恍然、從一點起、向各方向作無數相等之直距離、(三度觀之爲圓弧、)將各距離末相連、則彼等以爲得一圓形、以尺量圓周、再以同尺量圓徑、二數比例、依歐几里得平面幾何學、應等於不變數π、與圓徑無關、予等生物所得二數在球面之比例、則爲

$$=\pi\frac{\text{正弦}\left(\frac{r}{R}\right)}{\frac{r}{R}}$$

$$\frac{2\pi R\text{正弦}\left(\frac{r}{R}\right)}{2\pi r}$$

較π爲小、圓半徑較球世界半徑R愈大、則此比例愈小、球上生物可由此推得其世界之半徑R、初不必眞測量全世界也、如所測量之一部分太小、則將不見球世界與歐几里得平面之分別、莫所適從、球面一小部分與同大小之平面、分別甚少也、

如球上生物居於一行星、行星之太陽系、爲球世界非常小之一部分、則彼等將不能決定其所居之世界、有限乎、抑無限乎、因實驗二者、皆爲歐几里得平面故也、由此想像、可知球上生物、必謂半徑愈大、則圓周愈大、增至等於世界周邊以後、則半徑愈大、圓周愈小、至零爲止、圓面漸大、直至等於球世界全面、

讀者將怪何以必用球面而不用他種封面乎、然此亦有其故、因球面與他封面不同、球面各點、全然同值、圓周u較半徑r之比例、固與r有關、然r定後、則球世界各點其比例卽莫不相同、球世界者、一屈折率不變之面也、與此二度球世界相類者、有三度球空間、利門初發見之、此之各點、亦全然同值、此空間有一定體積、視半徑R之大小而定、$(2\pi^2R^3)$吾人能想像一球空間乎、所謂想像一空間者、卽總括一切剛體運動經驗之謂、依此意義、球空間亦可得想像、

自一點起、向各方作直線(牽線)在每線上以尺量距離r、各線之末皆在一球面、其面積F、吾人可以尺作方形量之、如世界爲歐几里得的、則$F=4\pi r^2$、如世界爲球體的、則F小於$4\pi r^2$、若r漸大、則F自零增至一最大數、視世界半徑而定、球半徑r再增大、F又漸減至零、自起點出發之直射線、初漸相遠、後又漸相近、末在起點之對點、全數合幷、直射線如此佈滿球空間、三度球空間與

二度球面相類、有限(卽其一定體積)而無邊、甚易明也、
球空間尙有一別種、卽橢圓空間是也、球空間若起點與對點相同、無可分別、卽成橢圓空間、故橢圓世界、視爲中心相應的球世界、亦無不可、
觀上文可知有限無邊之空間、非屬不可想像者、在諸空間中、球空間及橢圓空間最爲單簡、各點同值、天文家物理家觀此將發生一極有趣味之問題、吾人所居之世界、果無限乎、抑亦如球世界之有限乎、吾人經驗太少、去此問題答復尙甚遠、相對通論則能作頗確定之答復、第三十節所言之困難、亦得解釋、

第三十二節　依相對通論空間之構造如何

依相對通論、空間之幾何性質、非獨立的、乃與物質相關、已知物質狀態後、方能窺見世界之構造、吾人自經驗知坐標式若選擇得當、恆星速率均小於光傳佈速率、故如視物質爲靜而不動、則可略見世界構造之一斑、

自上文予等知尺及鐘之態度、在吸力區域卽有物質分配時、受其影響、歐几里得幾何學、在吾等世界決不能密合、然其差可視爲甚小、卽以太陽質量之大、其周圍空間之米特、所受影響、算之尙屬極微、吾等世界、在幾何學上可比爲微有屈折不平之面、面上各處與平面之差極小、有如湖面微波、不過略起縐紋、此世界宜名半歐几里得的、其空間無限、其物質平均密率算之必與零等、故此世界不能各處均有物質、其不滿意與第三十節所言同、

如世界之物質平均密率與零稍差、卽不復爲歐几里得的、可用算式證明、如物質平均分配、則世界必爲球體的或橢圓的、然事實上物質分配不平均、實有之世界、與球世界稍差、係半球體的、然必有限、世界究有幾何大、其數與物質平均密率有關、亦可由理論推得、(世界半徑R如下方程式、

$$R^2=\frac{2}{\kappa\rho}$$

如用C、G、S、制度則$\frac{2}{\kappa}=1{,}08.10^{27}$、式中之∫為物質平均密率）

附錄

羅命子換標公式之單簡證明（補第十一節）

上文第二圖所顯之兩坐標式、其兩X軸永遠幷在一處、今先研究問題之一部、論在X軸上之現象、此現象已知者、在K坐標式為橫坐標X及時間t、在K′為橫坐標X′及時間t′、設已知X及t、求X′及t′、

沿X軸正向前行之光號、其傳佈方程式為

$$X=ct$$

或

$$X-ct=0 \qquad (一)$$

此光號傳佈之速率較K′亦應為c、故較K′傳佈之公式與上同、

$$X'-ct'=0 \qquad (二)$$

各事或空間時間點合第一式者、亦必合第二式、故必有下列關係、

$$X'-ct'=\lambda(X-ct) \qquad (三)$$

λ爲一不變數、因第三式 $X-ct$ 等於零時、$X'-ct'$ 亦等於零也、

依同理、沿X軸負向傳佈之光線、有下列條件、

$$X'+ct'=\mu(X+ct) \qquad (四)$$

加減第三第四兩式、以下二式代λ及μ

$$a=\frac{\lambda+\mu}{2}$$

$$b=\frac{\lambda-\mu}{2}$$

則可化繁爲簡、得

$$\left.\begin{array}{l} x'=ax-bct \\ ct'=act-bx \end{array}\right\} \qquad (五)$$

如得a及b兩常數、吾等問題卽解決、得a及b之法如下、

在K′起點X′永爲零、依第五式之第一方程式、

$$X=\frac{bc}{a}t$$

各K′起點比較K之運動速率爲V、則

$$V=\frac{bc}{a} \quad (六)$$

設另取K′中一點、其較K速率依第五式亦爲V、若向負X軸取K中一點、較K′速率亦同、故V可名二式之相對速率、

再依相對原則、自K觀較K′不動之單位尺、其長必與自K′觀較K不動之單位尺等、欲知X′軸上各點、自K觀之如何、可在K將K′攝一快影、意卽謂使K時間t有一定值、如t=0之類是也、自第五式之第一方程式、得

$$X'=ax$$

若X′軸上二點、其較K′之距離X′等於一、則在吾等所攝快影、其距離爲

如在K′攝取快影、$(t'=0)$則自第五第六兩式、消去t、得

$$\Delta X = \frac{1}{a} \qquad (七)$$

由此知X軸上兩點、其距離較K爲一者、在吾等所攝快影爲

$$X' = a\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)X$$

$x' = ax - \frac{bv}{c^2}x$
$= ax\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = ax\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$

$$\Delta X' = a\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \qquad (七甲)$$

依上所言、二快影必相同、故第七式之ΔX必與第七式甲之ΔX′相等、得

$$a^2 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (七乙)$$

第六及第七乙兩方程式、定a及b二數、代入第五式、得第十一節所載之

第一第四兩方程式、

卽在X軸上各事之羅命子換標公式、合下列條件、

$$\left.\begin{aligned} X' &= \frac{X - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}X}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}\right\} \qquad (八)$$

欲推廣此結果於X軸外之現象、可保存方程式八、而另加下兩式、

$$X'^2 - c^2t'^2 = X^2 - c^2t^2 \qquad (八甲)$$

$$\left.\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}\right\} \qquad (九)$$

依此法任向何方之光線、較K及K'之眞空速率均同、可於下列方法見之、

在時間$t=0$、有光號自K之起點發出、其傳佈如下方程式、

或將式之兩邊自乘、得

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=ct$$

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \quad (十)$$

依光傳佈定律及相對假定、此光號傳佈、由K'觀之應如下公式、

$$r'=ct'$$

或

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0 \quad (十甲)$$

如有下式、則方程式十甲可爲方程式十之結果、

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=\sigma(x^2+y^2+z^2-c^2t^2) \quad (十一)$$

在X軸上諸點、方程式八甲必有效、故σ必等於一、方程式十一之羅命子換標公式、眞能使$\sigma=1$、甚屬易明、因第十一式爲第八式甲及第九式之結果、故亦爲第八式及第九式之結果、羅命子換標公式、卽推得矣、

八九兩式之羅命子換標公式、倘可將其推廣、K及K'之各軸在空間平行

與否、顯見無關宏旨、K'較K之直線運動速率、亦不必定向X軸、羅侖子換標公式、可推廣言之、分爲兩層轉變、一狹義之羅侖子換標公式、二純粹之空間轉變、取原有之縱橫坐標式、代以各軸方向不同之新縱橫坐標式、

推廣之羅侖子換標公式、其數學上特性如下、

羅侖子換標公式者、顯 x' y' z' t' 爲 x y z t 之直線同度函數、如下等式、

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=x^2+y^2+z^2-c^2t^2 \qquad (十一甲)$$

意卽謂如在式左邊、以用 x y z t 之式、代 X' 等、則第十一式甲之左右兩邊卽相同也、

明可夫斯几之四度世界(補第十七節)

如以幻數 $\sqrt{-1}\,ct$ 代時間變數 t、則推廣之羅侖子換標公式、可化爲更簡、以

$$x_1=x$$

$$x_2 = y$$

$$x_3 = z$$

$$x_4 = \sqrt{-1}\,ct$$

K′式中各式同此、則換標公式之等式爲

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \qquad (十二)$$

坐標選定後、第十一式甲卽變爲此方程式、

由第十二式、可見式中之幻時間坐標 x_4、與空間坐標 x_1 x_2 x_3 換標時情形全然相同、在相對論自然定律之時間 x_4 與空間坐標 x_1 x_2 x_3、形式上毫無分別、

用坐標 x_1 x_2 x_3 x_4 之四度連續體、明可夫斯几名之曰世界、其各點現象、曰世界點、物理學由三度空間現象、變爲四度世界存在、

此四度世界、與歐几里得三度空間、解析幾何學極相似、如在解析幾何學

另用新狄氏坐標式(x'_1 x'_2 x'_3)起點同在一處、則x'_1 x'_2 x'_3為x_1 x_2 x_3之直線同度函數、有下等式、

$$x'^2_1+x'^2_2+x'^2_3=x^2_1+x^2_2+x^2_3$$

與第十二式全同、故明可夫斯几世界、形式上可視為四度的歐几里得空間、不過時間坐標為幻數耳、羅侖子換標公式、等於將坐標式在四度世界旋轉、

相對通論之實驗證明

實驗科學之發展、以認識論的眼光觀之、全為遞進之歸納法、總結無數實驗之結果、為經驗定律、比較各經驗定律、得普通定律、由此則科學發達、不過一種目錄事業、純為經驗也、

然事實上則決不全如此、因其未提及直覺及演繹法在精密科學發達關係之重要也、科學已超過最初級時、則理論之進步、決不止於整理排比而已、

學者觀各事實、心有所悟、自少數假定或名自理者、造爲一種思想系統、吾人名之曰理論、理論之用、在連貫多數經驗、其眞確處卽在此、

同此如許事實、理論可大不相同、各理論所推得之結果、其可實驗者、有時皆證據甚多、難以決定孰優孰劣、舉一普通之例、如在生物學、達爾文以生存競爭解釋物種之發達、另一方面、以後天性質遺傳之假定、亦可解釋物種不同之故、

此等結果極相同難分優劣之理論、牛頓力學及相對通論亦其一例、二者證據皆甚多、至今止有甚少數之事實、爲從前物理學所無、而相對通論雖與舊說基本假定全然不同、認爲必有者、吾人在此、將再討論此等重要結果、幷其迄今所得之經驗、

一　水星近日點之運動

依牛頓力學及牛頓吸力定律、一行星繞日軌道爲橢圓、日爲橢圓之一心、

或更精密、日及行星之公重心為橢圓之一心、日及行星之距離、每行星年、自最小數增至最大數、復減至最小數、如不用牛頓吸力定律、而別用一稍異之定律、則用算數可證明日與行星間之距離、仍必增減如前、然日及行星間之距離、每週期、即自近日點再至近日點、所經過之角度、與三百六十度稍差、軌道線不復合、漸將填滿軌道平面作環形之一部分、即在行星最小距離圓與行星最大距離圓之間者也、

依與牛頓理論稍有不同之相對通論、軌道運動應與刻白爾及牛頓者小有不同、日與行星間半徑、在兩近日點週期所經過之角度與2π之差、如用普通物理學絕對量角度法、則為

$$\frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}$$

式中之a為橢圓大半徑、e為兩心差、c為光速率、T為繞行一週時間、亦可言依相對通論、橢圓大半徑依軌道運動方向繞日、在水星依此理論、每一

百年應旋轉四十三弧秒、其餘太陽系之各行星、則爲數太小、不能觀測、天文家已知牛頓理論、解釋水星運動、不能密合觀測所得、水星所受各行星影響、均加入算式後、勒佛里埃於一千八百五十九年、紐可姆於一千八百九十五年、顯明水星軌道、尙有近日點運動、其故不可解、運動數與前言每一百年四十三秒不甚遠、此實測結果、於相對通論所推得者同、差不及數秒也、

二　吸力區域中光之屈折

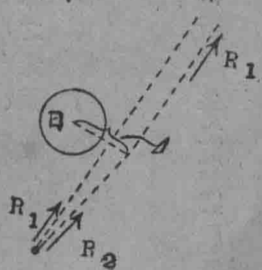
第二十二節言依相對通論、光線在吸力區域中應有屈折、與物體在吸力區域被擲其軌道所受之屈折同、依此理論、經過天體旁之光線、應稍偏向天體、設有光線、其過日處離日之距離爲日半徑之△倍、則其屈折角α爲

$$\alpha=\frac{1{,}7\text{秒}}{\triangle}$$

依理論、此屈折半數由日吸力區域(牛頓的)、半數由日所發生之空間屈折(幾何學的變化)而生、

此結果可於日全蝕時、攝取恆星影片驗之、所以必須待日全蝕者、因平常空氣中日光太強、近日諸恆星、不可得見故也、應有之現象、觀第四圖可明、設無日則無窮遠之恆星、見於方向R_1、今以日故、光受屈折、恆星見於方向R_2較實在方向離日心為遠、

第四圖



實測之法如下、日蝕時、攝取其附近各星之影片、數月前後、日在他方時、另攝取同此恆星之影片、日蝕時之恆星影片、較其他影片、必正離日心向外推移、推移之角等於α、

皇家天文學會曾為吾人實測此重要結果、不受戰爭及因戰爭所發生國際惡感之影響、彼會曾派遣最著名之天文家數人、(一為愛停登、一為克六母林、一為大衛生、)分兩途出發、一往巴西之蘇白拉耳、一往非洲西岸之潑林西

潑島、觀測一千九百十九年五月二十九日之日蝕、攝取影片、日蝕影片較其他影片之差、若有亦不過一密立邁當百分之幾、故影片及測量、必極精密方可、殊非易事也、

測量之結果、全如理論所預言、下表載用弧秒之恆星差數、並列其縱橫二成分、一爲實測的、一爲推算的、

星數	第一坐標		第二坐標	
	實測	推算	實測	推算
11	−0,19	−0,22	+0,16	+0,02
5	−0,29	−0,31	−0,46	−0,43
4	−0,11	−0,10	+0,83	+0,74
3	−0,20	−0,12	+1,00	+0,87
6	−0,10	−0,04	+0,57	+0,40
10	−0,08	+0,09	+0,35	+0,32
2	+0,95	+0,85	−0,27	−0,09

三　光帶線之紅端推移

第二十三節言若有較葛利來式K旋轉之式K′、則靜止同樣各鐘、行動速率、隨地點變化、現將研究其所變之數、設有一鐘、去圓板中心之距離爲r、較K之速率爲

$$v = wr$$

式中之W、爲圓板K′較K之旋轉速率、設此鐘較K不動、每時間單位打V_0次、則如較K有速率V時、較圓板不動之鐘、依第十二節、其行動速率V爲

$$V = V_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

或與上式足相密合之

$$V = V_0\left(1-\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

或

$$V = V_0\left(1-\frac{w^2r^2}{2c^2}\right)$$

如$+\Phi$爲鐘所處地及圓板中心二處離心力能率之較、即將質量單位、自鐘所處地、逆離心力方向、在運動圓板移至中心、所作之工、取其負號也、則

$$\Phi=-\frac{w^2r^2}{2}$$

故

$$V=V_0\left(1+\frac{\Phi}{c^2}\right)$$

由此可見同樣之兩鐘、去圓板中心距離不等時、行動速率亦不等、隨圓板旋轉之觀察者、觀之亦如是也、

然自圓板觀之、有吸力區域存在、其能率爲Φ、故上文結果、即可用諸吸力區域、發射光帶線之原子、可視爲鐘、故得下定理、

一原子所吸收或放射之速數、與其所處吸力區域之能率有關、處天體面上之原子、較同此原質之原子、在太空或在較小之天體面上時、其速數稍小、因 $\Phi=-\frac{KM}{r}$ 式中之K爲牛頓吸力常數、M爲質量、r爲天體半

徑、故恆星面上所發之光帶線、較地面所發之光帶線、其紅端推移、必等於

$$\frac{V-V_0}{V} = -\frac{K}{c^2}\frac{M}{r}$$

在太陽紅端推移、應有光浪長數一兆分之二、恆星則因未知其質量M及半徑r、紅端推移、無從推算、

事實上果有紅端推移否、今尚爲一問題、天文家現方窮究此事、在太陽因爲數太微、不易判決、葛雷貝及朋(德地名)之巴黑姆二人、用自量之數及愛浮歇及歇華子歇耳特二人所得關於藍帶之數、以紅端推移爲證明已有、其他學者如約翰、則據其自量之數意見相反、

統計各恆星、光帶線推移偏向光帶浪長處、實爲確有、但現尚不能斷定此種推移、是否果根於吸力、若欲知各觀測所得之材料及細說、可觀佛蘭特立盧所著文、題名相對通論之實驗、見一千九百十九年之自然科學雜誌、第三十五本、第五百二十頁、柏林斯潑林格書店出版、

無論如何、數年內必可判決、如光帶線無因吸力能牽而有紅端推移之事、則相對通論不能成立、如光帶線推移、已確知其爲吸力能牽所致、則關於天體質量、必有重要之發明也、

譯名表

本書原名	Über die spezielle und die allgemeine Relativitäts theorie. Gemein verständlich.
愛因斯坦	A. Einstein

第一節

幾何學	Geometrie
定理	Satz
歐几里得	Euklid
眞確	wahr
基本觀念	Grundbegriff
平面	Ebene
點	Punkt
直線	Gerade
想像	Vorstellung
自說	Axiomen
論理學	Logik
方法	Methode
證	beweisen
經驗	Erfahrung
思習	Denkgewohnheit
剛體	starrer Körper
方位	Lage, Orientierung

第二節

坐標式	Koordinaten system
距離	Abstand, Strecke
量	messen
長	Länge
空間	Raum
事	Ereignis
物	Gegenstand
地點	Ort
引體	Bezugskörper
相會	koinaidıeren
柏林	Berlin
泡此丹空場	Potsdamer Platz
高	Höhe
量數	Messzahl
狄氏坐標式	Kartesisches Koordinaten system
成正角	senkrecht
現象	Geschenis, Erscheinung Vorgang
垂線	Lot
坐標	Koordinate
天文學	Astronomie

第三節

古力學	Klassische Mechanik
時間	Zeit
物體	Körper

等速	gleichförmig
前行	fahren
軌岸	Bahndamm
運動	Bewegung
比較	in Bezug auf
絕對	absolut
軌道	Bahn, Bahnkurve
曲線	Kurve
光傳佈	Lichtfortpflanzung, Lichtausbreitung
一定速率	endliche Geschwindigkeit

第四節

葛利來	Galilei
牛頓	Newton
基本定律	Grundgesetz
惰性定律	Trägheitsgesetz
靜止	Ruhe
等速直線運動	gleichförmig geradlinige Bewegung
狀態	Zustand
准用	Zulässig
恆星	Stern, Fixstern
固定相連	starr verbunden
天文日	Astronomischer Tag
有效	gelten

第五節

相對原則	Relativitäts prinzip
直線運動	Translation
方向	Richtung
旋轉	Drehung
質量	Masse
自然現象	Naturgeschehen
電力學	Elektrodynamik
光學	Optik
範圍	Gebiet
同値	gleichwertig
絕靜	absolut ruhend
普通自然定律	allgemeine Naturgesetze
風琴管	Orgelpfeife
平行	parallel
音節	Ton
基羅邁當	Kilometer
每刹那	Momenten
觀察	Beobachten

第六節

速率相加定理	das Additionstheorem der Geschwindigkeiten
不變	constant

第七節

太空	leerer Raum
最小度放射	Emissionsminimum
提雪特	de Sitter
雙星	Doppelstern
光速率C不變定律	des Gesetz von der constanten Lichtgeschwindigkeit C.
眞空	Vacuum
結果	Ergebnis
理論物理學	theoretische Physik
羅侖子	H. A. Lorentz
動體電力學及光學	Elektrodynamik und Optik der bewegten Körper
磁電現象	elektro-magnetische Vorgänge
相對論	Relativitäts theorie
分析	Analyse
相對各論	spezielle Relativitätstheorie

第八節

同時	gleichzeitig
閃電	Blitzschlag
觀察者	Beobachter
鏡	Spiegel
假定	Voraussetzung, Hypothese, Annahme, Postulat
規定	Festsetzung

第九節

相對	Relativität

第十節

空間距離	räumliche Entfernung
尺	Maszstab
邁當尺	Meterstab
時間單位	Zeiteinheit

第十一節

羅侖子換標公式	Lorentz Transformation
變換定律	Verwandlungsgesetz
函數	Funktion
尺架	Stabgerüst
架	Gerüst
不並容	Undurchdringlichkeit
固體	fester Körper
坐標平面	Koordinatenebene
葛利來換標公式	Galilei Tranaformation
無窮大	unendlich gross
光號	Lichtsignal
正X軸	positive X Achse
方程式	Gleichung

第十二節

態度	Verhalter
速率極限	Grenzgeschwindigkeit
打秒之鐘	Sekundenuhr
起點	Anfangspunkt

第十三節

飛蘇	Fizeau
同向	gleich gerichtet
液體	Flüssigkeit
折光指數	Brechungsexponent
西門	Zeemann
流動速動	Strömungsgeschwindigkeit
影響	Einfluss
物質電磁搆造	elektromagnetische Struktur der Materie
馬克斯威耳	Maxwell

第十四節

指示途徑之價値	henristischer Wert
正角坐標	rechtwinkelige Koordinaten
換㯰定律	Transformationsgesetz
參數	Variabel
式様	Fassung
同變	covariant

第十五節

極速運動	rasche Bewegung
物質	Materie
伊洪	Ion
諸星	Gestirne
相對通論	allgemeine Relativitätstheorie
物質點	materieller Punkt
運動能力	kinetische Energie
能力	Energie
級數	Reihe
質量點	Massenpunkt
相對論以前	Vorrelativistisch
永存	Erhaltung
基本方程式	Grundgleichung
放射	Strahlung
惰性質量	träge Masse
法拉特	Faraday
效力	Wirkung
直接的	unvermittelt
間接的	intermediar
吸力	Gravitation
行遠效力	Fernwirkung

第十六節

恆星差	Aberration

比較運動	Relativbewegung
直成分	Radialkomponente
光帶線	Spektrallinie
分光帶	Spektrum
多百拉原則	Dopplersches Prinzip
負極電光	Kathodenstrahlen
射光質	radioaktive Substanzen
皮他光	B. Strahlen
電子	Elektron
電區域	Elektrisches Feld
磁區域	MagnetischesFeld
屈折	Ablenkung
形式上	formal
傳光以太	Lichtäther
以大風	Ätherwind
麻克兒生	Michelson
回光	reflektieren
毛來	Morley
二光相滅	Interferenz
非斯其雷	Fizgerald
縮短	Kontraktion, Verkürzung
引式	Bezugssystem

第十七節

明可夫斯几	Minkowski
四度的	vierdimensional
連續體	Kontinuum

三度的	dreidimensional
世界	Welt
古物理學	klassische Physik
幾何空間	geometrischer Raum
幻數	imaginär

第十八節

特別相對原則	spezielles Relativitätsprinzip
普通相對原則	allgemeines Relativitätsprinzip
記錄	beschreiben
無旋轉的	drehungsfrei
抽象	abstrakt
加速運動	beschleunigte Bewegung
不等速	ungleichförmig

第十九節

吸力區域	Gravitationsfeld
電磁浪	elektromagnetische Wellen
強度	Stärke, Intensität
區域	Feld
重力區域	Schwerefeld
物質種類	Material
初速率	Anfangsgeschwindigkeit
特別常數	charakteristische Konstante
重力	Schwere
重力質量	schwere Masse

第二十節

同等加速率	gleichförmig beschleunigt
現象	Vorgang
壓力	Gegendruck
加速比較運動	beschleunigte Relativbewegung
理性	Vernunft
線力	Seilspannung

第二十一節

等速旋轉	gleichmässig rotieren
馬赫	E. Mach

第二十二節

曲線的	krummlinig
屈折率	Krümmung
弧秒	Bogensekunde
皇家學會	Royal Society
愛停登	Eddington
克六母林	Crommelin
光屈折	Lichtablenkung
靜電學	Elektrostatik
區域方程式	Feldgleichung
極限	Grenzfall

第二十三節

離心力	Zentrifugalkraft
力區域	Kraftfeld
周邊	Peripherie
半徑	Radius
相切	tangential
圓周	Umfang
圓徑	Durchmesser
坐標體	Koordinaten Körper

第二十四節

非歐几里得的	nichteuklidisch
鄰近	benachbart
跳躍	Sprung
四角形	Viereck
對角線	Diagonal
方形	Quadrat
理想試驗	Gedankenexperiment
熱度	Temperatur
增大	ausdehnen
面	Fläche
橢圓體	Ellipsoid
高斯	Gauss
利門	Riemann
多度的	mehrdimensional

第二十五節

高斯坐標	Gausssche Koordinaten
解析幾何的	analytisch-geometrisch
眞數	reelle Zahlen
相應	entsprechen
量數關係	Maszbeziehung
單獨	eindeutig
量數	Masz

第二十六節

通有效	universelle Gültigkeit
條件	Bedingung
較	Differenz
坐標之較	Koordinaten differenz
坐標微分	Koordinaten differentiale
値	Wert

第二十七節

漸	stetig

第二十八節

孤立	isoliert
非葛利來	nicht Galileisch

非剛引體	nicht starrer Bezugskörper
形式上之變化	Gestaltsänderung
引螺	Bezugsmolluske
特別存在	Sonderexistenz

第二十九節

自由運動	frei beweglich
發生區域作用	felderregende Wirkung
推動	Impuls
吸力論	Gravitationstheorie
水星	Merkur
漸近	Näherung
牛頓理論	Newtonsche Theorie
自動	Eigenbewegung
橢圓	Ellipse
勒佛里埃	Leverrier
軌道平面	Ebene der Bahn
軌道橢圓	Bahnellipse
分子	Molekül
光帶線推移	Spektralverschiebung

第三十節

宇宙	kosmologisch
古天力學	klassische Himmelsmechanik
謝立格	Seeliger

密率	Dichte
平均數	Durchschnitt
力線	Kraftlinie
面積單位	Oberflächeneinheit
區域強度	Feldstärke
恆星系	Sternsystem
自然物體	Naturobjekt

第三十一節

有限的	endlich
無邊的	nicht begrenzt
用思定律	Denkgesetz
海姆忽而茲	Helmholtz
潘加雷	Poincaré
平扁生物	flache Geschöpfe
網	Netz
最大圓	grösster Kreis
直距離	gerade Strecke
太陽系	Sonnensystem
世界周邊	Weltumfang
封面	geschlossene Fläche
球空間	sphärischer Raum
直射線	Radialgerade
對點	Gegenpunkt
橢圓空間	elliptischer Raum
中心相應	zentrisch symmetrisch

第三十二節

分配	verteilen
米特	Metrik
半歐几里得的	quasi-euklidisch
半球體的	quasi-sphärisch

附錄

軸	Achse
橫坐標	Abszisse
快影	Momentaufnahmo, Momentphotographie
直線的	linear
同度的	homogen
等式	identisch
點現象	Punktereignis
世界點	Weltpunkt
存在	Sein

相對通論之實驗證明

歸納法	Induktion
認識論	Erkenntnistheorie
經驗定律	Erfahungsgesetz
普通定律	allgemine Gesetze
目錄事業	Katalogisierungswerk
經驗	Empirie

直覺	Intuition
演繹法	Deduktion
精密科學	exakte Wissenschaften
思想系統	Gedankensystem
生物學	Biologie
達爾文	Darwin
生存競爭	Kampf ums Dasein
物體	Arten
後天性質	erworbene Eigenschaft
遺傳	Vererbung

一

近日點之運動	Perihelbewegung
公重心	gemeinsamer Schwerpunkt
行星年	Planetenjahr
最小數	Minimum
最大數	Maximum
週期	Periode
近日點	Sonnennähe
軌道線	Linie der Bahn
封固	geschlossen
圈形	ringförmig
刻白爾	Kepler
絕對量角度法	absolutes Winkelmasz
大半徑	grosse Halbachse
兩心差	Exzentrizität

紐可姆	Newcomb

二

屈折角	Ablenkungswinkel
皇家天文學會	Astronomal Royal Society
大衛生	Davidson
巴西	Brasilien
蘇白拉耳	Sobral
潑林西潑	Principe
密立邁當	Millimeter
測量	Vermessung
成分	Komponenten

三

行動速率	Ganggeschwindigkeit
能率之較	Differenz des Potentials
工	Arbeit
負	negativ
能率	potential
吸收	absorbieren
放射	emittieren
速數	Frequenq
原質	Element
牛頓吸力常數	Newtonsche Gravitationskonstante

浪長	Wellenlänge
葛雷貝	Grebe
朋	Bonn
巴黑姆	Bachem
愛浮歇	Evershed
歇華子歇耳特	Schwarzschild
藍帶	Cyanband
約翰	S. John
統計	statistisch
佛蘭特立虛	E. Freundlich
自然科學雜誌	die Naturwissenschaften
斯潑林格	Jul. Springer

附錄

愛因斯坦小傳

夏元瑮

阿耳白脫愛因斯坦（Albert Einstein）者、德之猶太人也、一千八百七十九年三月十四日、生於德之烏姆(Ulm)、德革命前、聯邦中王國有四、烏姆則威登堡(Württemberg)王國中之一城也、父母均猶太種、生不久、父母遷居德南方之門興(München)稍長、入其地小學、後隨父母至北意大利之米蘭(Mailand)、居止六閱月、十五歲、至瑞士、入愛勞(Aarau)地方中學、後至居立許(Zürich)入其工科大學(Polytechnikum)、習數學物理、志願止於爲中學教員、其時明可夫斯几(Minkowski)、適爲其師、二人後來皆爲相對論鉅師、而在校初不相知、及愛已知名、明對人言、此實予所不料、愛因斯坦在居立許時、實一無所知也、愛蓋彼時已自作研究、不與人同、愛言自始卽好相對問題、一見不復能忘、到瑞士、頗愛其風尙自由、以爲不如德國之拘束、蓋愛之爲人、絕無國界思想、故

不久卽入瑞士籍、一千九百零二年、在工科大學畢業、因家貧、不能不急謀生計、在瑞士京城(Bern)專利局(Patentamt)謀得工程師一席、月薪甚微、愛在此短時期內、對於物理學、貢獻甚多、尤以論白蘭運動(Brownsche Bewegung)爲重要、輸入新精神於原子論、一千九百零五年、發表動體電力學 (Zur Elektrodynamik bewegter Körper)一文、實爲相對各論出現於世界之第一次、此文甚短、而內容豐富、意味深長、同時彼又研究勃浪克之原能論(Plancksche Quantentheorie)、發表光原能之定律(Gesetz der Lichtquanten)、後於物理及化學、均大有關係、多數實驗、皆證明其不誤、一千九百八年、奧國薩耳茲堡(Salzburg)自然科學家會(Naturforscher Versammlung)開會、愛因斯坦初爲物理學者之中心、人皆欲一見其顏色、一千九百零九年、爲居立許大學副教授(Extraordinarius)、一千九百十一年、爲白拉葛(Prag今捷克國都城)敎授(Ordinarius)、一千九百十二年、爲居立許工科大學教授、愛因斯坦未知名之時、法國潘加

雷(Poincaré)及德國勃浪克、均已知此人、必爲大器、此時勃浪克等、即設法使其來柏林、勃浪克愛因斯坦二人、皆今日物理學泰斗、相見恨晚、友誼極篤、毫無忌妬、二君人格之高、亦不可及也、適普魯士科學院(Preussische Akademie der Wisseuschaften)因凡得何夫(Van't Hoff大物理化學家)逝世而出一缺、以愛因斯坦補授、事簡而俸厚、一千九百十四年、愛到柏林、同時又在柏林大學講演、德皇威廉二世、特建威廉物理學院(Kaiser Wilhelm Institut für Physik)、聘愛爲院長、愛由是居柏林、歐戰期中、愛仍治學不輟、一千九百十五年、發表相對通論提綱一文(Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie)、費十年之力方成、以用心過度、又苦於戰事、大病、久之方愈、愛素不以戰事爲然、人種互相殘殺、尤所痛心、每持和平論調、一千九百十四年、德人已欲往俄、觀察日蝕、驗相對通論學說之眞僞、爲戰事所阻、未果、一千九百十九年、英人方證明相對通論所言不誤、事前有人問愛因斯坦、如日蝕試驗、與君所言不合則奈

何、愛言不能不合、可見其自信力之強、愛第一妻、塞爾維亞人、生二子、現在居立許、第二妻德人、生一女、夫婦及女、同居柏林、一千九百十九年、予在柏林、因勃浪克得識愛因斯坦、卽在柏林大學、聽其講演、愛氏常爲予釋疑、娓娓不倦、德有一反對猶太黨、因愛爲猶太人、忌其名高、則開大會、攻擊其學說不確、以爲愛善自標榜、純盜虛聲、然會中人所言、多不明科學、無研究之價值、其夫人告予、謂愛氏不願再留柏林、將往荷蘭講學、後柏林大學各教授、登報聲辯、愛之爲人、最爲謙和、絕無標榜之習、其功在物理學不可滅、卽無相對論、亦必在物理學史、佔一重要地位云云、普魯士教育總長、亦致信挽留、愛因仍居柏林、近年愛氏在英美法日各國講演、爲全世界人所崇拜、愛氏之爲人、德文學家莫斯可夫斯几(Moszkowski)、有愛因斯坦傳一書、言之頗詳、推崇備至、愛則爲予言、莫書不盡可信也、

相對論淺釋勘誤表

篇次	頁數	行數	字數	原文	更正
目次	三	七	二三	歐几里得連續體	歐几里得的連續體
上篇	二	六	一五	與人實有事物適合	與實有事物適合
又	二八	八	一	運動之點	而運動之點
又	又	一〇		$X=(V+W)t$	$X=(V+w)t$
又	三三	五	二七	運動時之動能力	運動時之運動能力
又	又	一二	一三	化上動能力式	化上運動能力式
又	四一	二	一八	有見鬼之感	有劇場見鬼之感
下篇	五七	八	二七	趣味可用	趣味而可用
又	六五	九	一六	$+2_{12}dudv$	$+2g_{12}dudv$
又	七三	六	一七	較此葛利賴孤立	較此則孤立
又	八〇	四	二三	形學發達後	幾何學發達後
又	八四	二	一七	橢圓空間若起點	球空間若起點
又	又	三	五	即成球空間	即成橢圓空間
又	九一	六	二	$x'^2+y'^2+z'^{12}-c^2t'^2=0$	$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0$
又	九七	七八	二八	在吸力區被擲	在吸力區域被擲
又	一〇〇	六	二二	較K若不動	較K不動