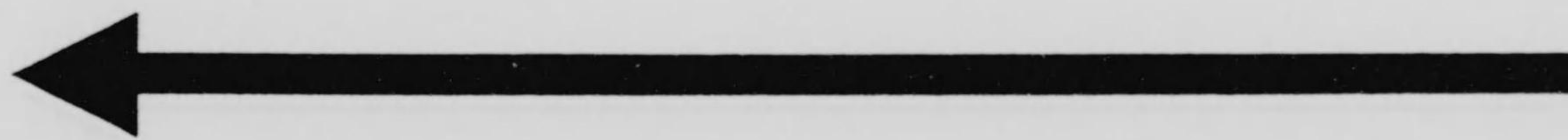
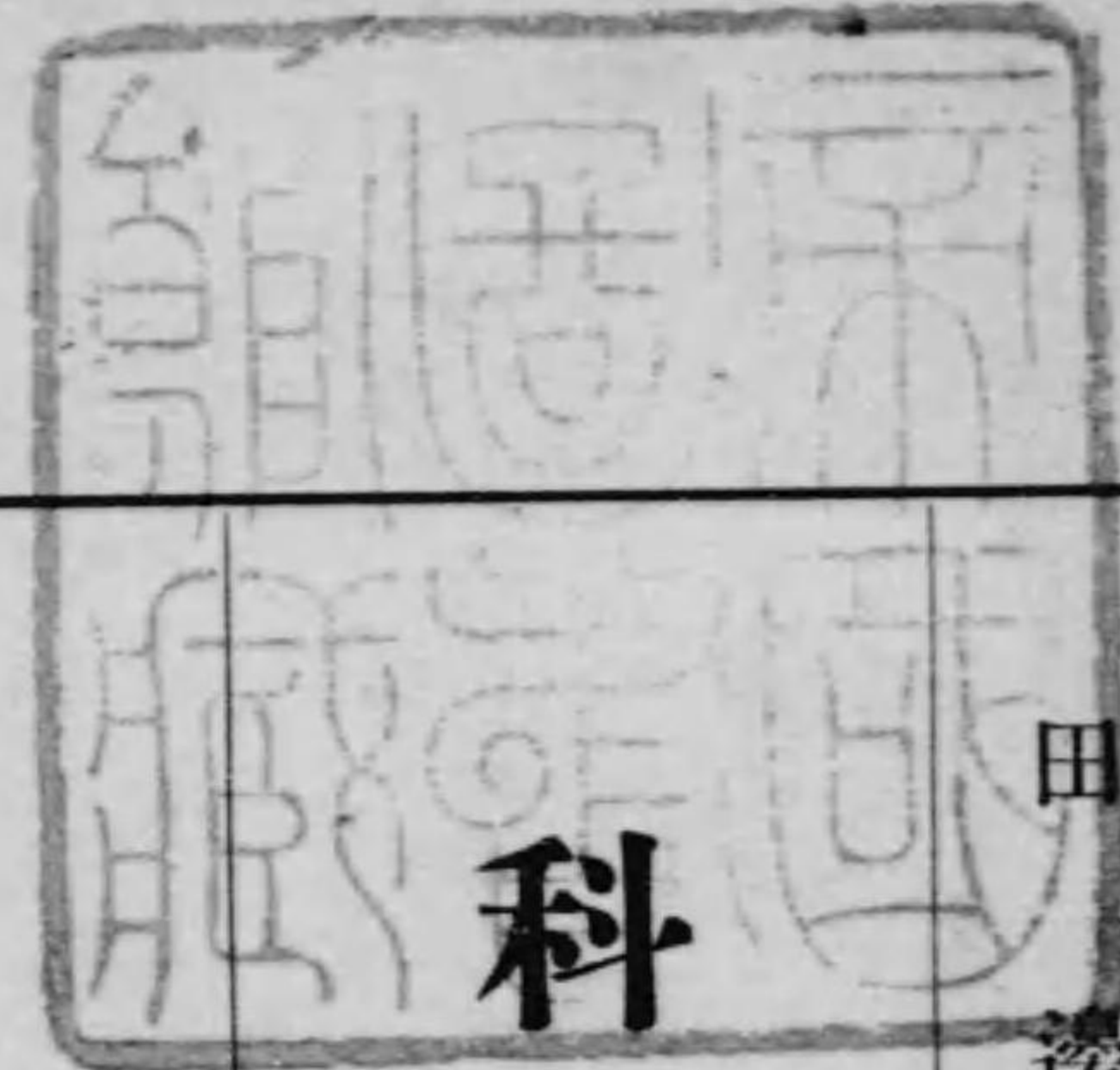


360
431



始



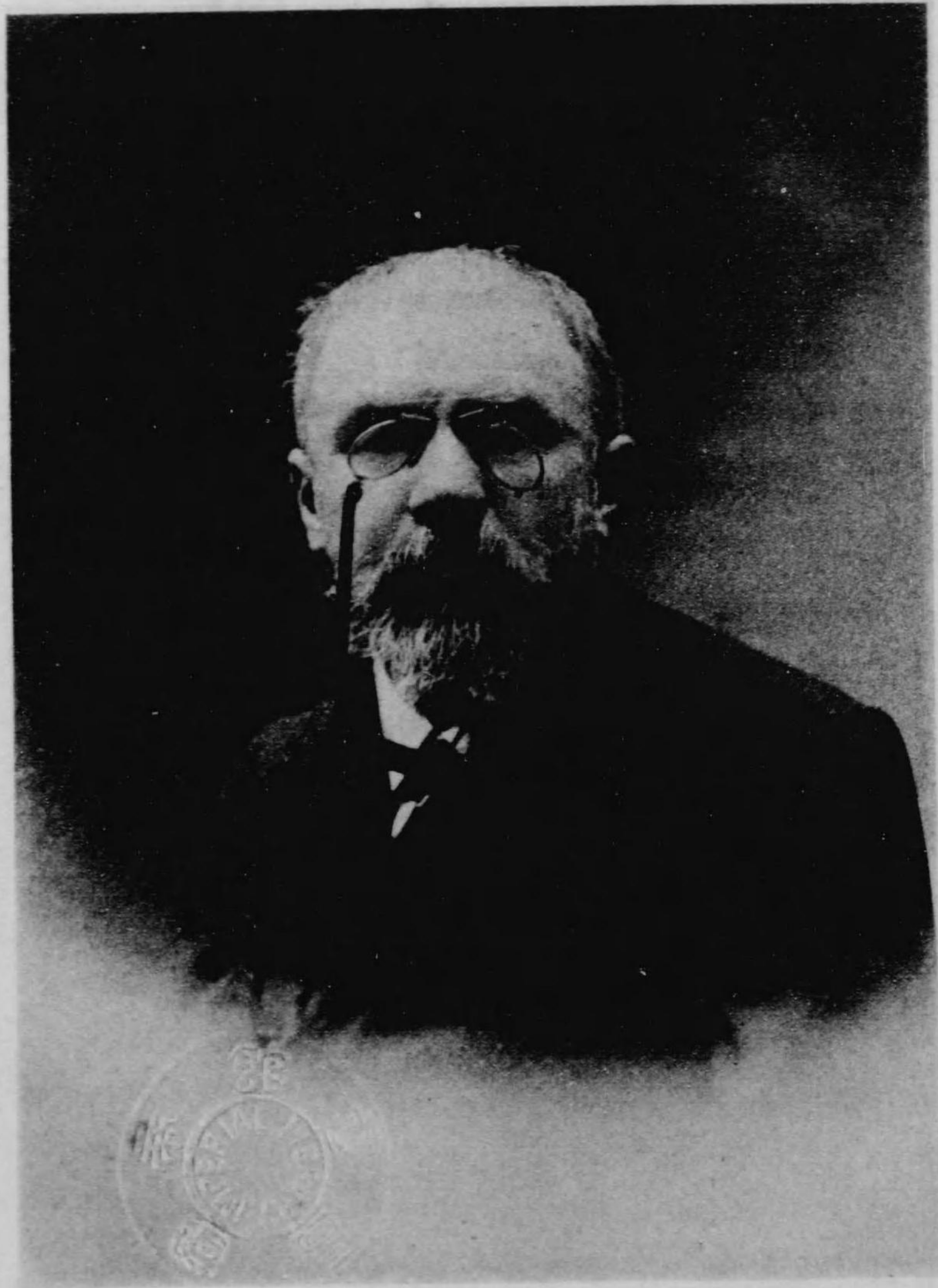


アンリ・ポアンカレ著
田邊 元譯

科學の價值

岩波書店刊行

大正
5. 6. 26
内交



360-431

譯者序

此書は生前世界の數學者物理學者中に殆ど第一位を占めしアンリ・ポアンカレ Henri Poincaré(1854—1912)の著『科學の價值』La Valeur de la Science, 1905の翻譯である。氏の哲學上の著述中最初に出でて最も根本的思想を含む La Science et l'Hypothèse, 1902 は已に理學博士林鶴一氏によつて邦譯せられ『科學と臆說』(大倉書店發行)と題して久しく世に行はれ、大なる裨益を我學界に與へて居る。『科學の價值』は之に次いで出たポアンカレの第二の哲學的述作であつて、前著に比し稍通俗的なると同時に一層新しき問題に接觸し、殊に科學的認識一般に關する氏の思想を知るには最も適當したものである。一般教養を求むるの士に科學の何たるかを知らしむる外、科學者には偉大なる先人の攻學の美はしき精神を靈感せしめ、哲學者には他に求め難き獨得の貴重なる知識を提供する點に於て、



余は此書も亦當然我國語に移植せらるべきものなることを信じ、敢て不敏を顧みず爰に其翻譯を試みた。獨英二譯は原書出版後一兩年にして出で、各國に行はるゝこと已に年久しきものである（獨譯 E. Weber, *Der Wert der Wissenschaft*, 1906; 英譯 G. Halsted, *The Value of Science*, 1907）。

ポアンカレの哲學者としての位置、並に其思想に關して極めて簡單なる紹介を卷頭に附した。氏の學說の分析批評は固より期する所でない。唯一般の讀者に本文繙讀の手引たることを得ば余の望は足りる。卷尾の索引も原書には無いけれども讀者の便を計り附したのである。本文中固有名詞は一々佛蘭西語の發音に依らずに慣用に從つた。

ポアンカレは本來科學者にてありながら、佛蘭西語の爲めに致せる功績に由り佛國翰林院（*Académie Française*）に列せられた程の名文家である。余は氏の秀麗なる原文に對比して余の譯文の拙劣なることを殊に痛切に慚愧せざるを得ない。

否管に拙文意味の晦澁を來たしたのみならず、獨譯英譯との比較對照に依つて誤譯無きを力めたるに拘らず、余の力の不足なる爲めに意外の誤謬遺漏を犯せることなきを保し難い。偏に讀者の指教を仰ぐ次第である。

大正五年五月

仙臺にて

田邊元

科學の價值目次

ポアンカレの哲學思想大要

一頁

緒論

一

第一篇 數理的科學

第一章 數學に於ける直觀と論理

一三

第二章 時間の測定

四三

第三章 空間の概念

七四

第四章 空間と其三次元性

一三〇

第二篇 物理的科學

第五章 解析と物理學

一六九

第六章 星 學……………一九三

第七章 數學的物理学の歴史……………二〇九

第八章 數學的物理学現今の危機……………三三一

第九章 數學的物理学の將來……………二四五

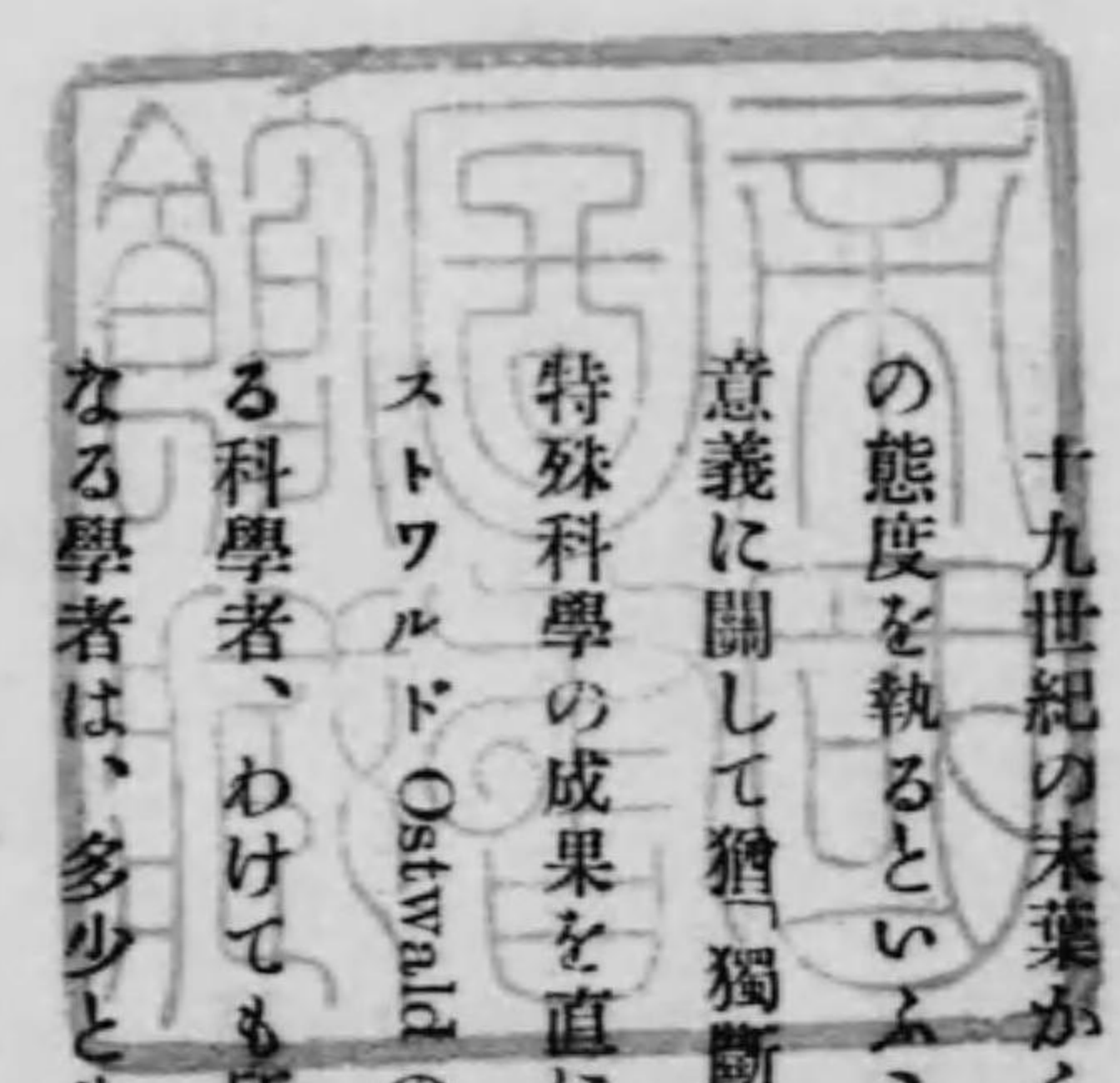
第三篇 科學の客觀的價值

第十章 科學は人爲的なりや……………二五九

第十一章 科學と實在……………三〇四

索引

ポアンカレの哲學思想大要



十九世紀の末葉から現今に至る科學界の最も著しき傾向は科學者自身が批判的の態度を執るといふことである。固より今日と雖も自己専門の科學の基礎、方法、意義に關して猶「獨斷的徹睡」の裡に在る科學者も少くはない。否、加之其專攻する特殊科學の成果を直に普遍化して所謂科學的世界觀を立てるヘッケル Haeckel オストワルド Ostwald の亞流も亦必ずしも無いではない。併しながら多くの偉大なる科學者、わけても所謂精密科學と稱せられる數學物理学の領域に活動する有力なる學者は、多少とも其専門の科學に關して批判的の考察を向けない人は少ないと思ふ。而して斯かる傾向を最も偉大なる形に於て代表するものは我がポアンカレに若くものは無し。現にマッハ Mach の如き、或はラッセル Russell の如き、特殊科學より出て殆ど哲學者に爲りたり、哲學の範圍に於て重要なる位置を占むる

人もあるが、其死に至るまで忠實に科學者としての研究を続け、其名を不朽の列に加へつゝ、哲學の爲めに偉業を成せることポアンカレの如きは無い。宜なるかな科學界の批判的傾向を促す原動力となつたカント哲學復興の潮流に棹す現代の批判哲學者中に重を爲すリール Fiehl、カッシラー Cassirer の如き人が氏を重ずんることの大なる。純粹數學の範圍のみにて其論文の數百五十に及び、物理學者星學者として「最大」の一人たりし氏は、一方に於て純粹の哲學者の到底企及すべからざる豊富の材料を驅使し、他方に於て科學者として氏の如くに偉大ならざる哲學的科學者の窺知する能はざる研究的精神の秘奥を洞察して、到底氏以外に求むべからざる貴重の貢獻を現代の哲學に對して爲した。斯くして氏の哲學に對する位置は全く獨得である。

氏の哲學思想は左の四著に纏められて居る。

1. La Science et l'Hypothèse, 1902(日本譯、林氏『科學と臆說』英譯 Halsted, Sci-

ence and Hypothesis; 獨譯 Lindemann, Wissenschaft und Hypothese)

2. La Valeur de la Science, 1905(英獨譯は序文に擧ぐ)

3. Science et Méthode, 1908(英譯 Halsted, Science and Method; 獨譯 Lindemann, Wissenschaft und Methode)

因に云ふ、以上三書の英譯は一卷に合併せられ Halsted, The Foundations of Science と題して公にせられて居る。

4. Dernières Pensées, 1913(獨譯 Gichtenecker, Letzte Gedanken; これはポアンカレ自身の編述でなく、氏の死後他の人の編輯公刊したものである)。

此中第一は最初に出でたものであつて、最も根本的に詳細に諸問題を論じ、恐らく最も重要なものとして、ポアンカレの哲學思想を知らんと欲する者の逸する能はざる書である。第二の今余が翻譯を試みたものは第一に比し稍通俗的であると同時に、其包括する所最も廣く、科學的認識其者の本質に關する氏の思想を知

るには最も恰適のものといはなければならぬ。第三、第四は特に新しき諸種の問題に關する氏の思想を知るに必要缺くべからざるものであるけれども、前兩者程には包括的體系的でない。これは殊に第四に於て著しい。

ポアンカレの哲學的思索の中心問題は上記の著書の題名が已に示す如く、科學の用ふる方法を明にし、之に由つて其認識の中に假說的なるものと必然的なるものとを分ち、斯くして科學的認識の客觀的意義即ち價値を知らんと欲するに在る。今本書を讀む人の便を計りて氏の思想の大體を略叙するならば、先づ純粹數學は數の直觀に基く數學的歸納法の上に立つものであつて、嚴密なる論證の體系を形する必然的の認識である。其基礎はラッセル一派の人々の主張する如く論理にあるのでなく、直觀を豫想するものであるけれども、其所謂直觀は經驗的な知覺或は想像に基く直觀と全く別種の數の直觀である。これは吾人精神の一度可能なりしことは無限に反覆し得るといふ能力に基くのであつて、之に由つてカントの意味

に於ける先驗綜合判斷が純粹數學の範圍に於て可能となる。

カントは時空を先驗的な純粹直觀形式と考へたが、ポアンカレは此點に於てカントと考を異にする。先づ時間に就いていへば、吾人は二つの精神現象の同時先後を直接に經驗するから、心理的時間なるものは與へられるけれども、併し科學的物理的時間なるものは決して吾人に與へられるものではない。後者は自然法の陳述を出來得る限り簡單ならしむる如く種々の便利なる規則を作り、之に従つて時の同時先後の測定法を定めて吾人が規約的に作るのである。更に空間に至つては普通のユークリッド幾何學が對象とする所の三次元の數學的連續は全く吾人が經驗を指導として規約的に作ったものである。吾人の經驗の要素たる感覺の群は決して數學的連續を與へず、又三次元を必然とするものでない。唯それが近似的に三次元の點の連續を示し、吾人は後者を以て經驗を記述するに最も簡單にして便利なるものと認めるから之を空間として採用するのである。併しながら此故を以て

吾人が空間を無から創造すると考へてはならぬ。空間を構成する場合の材料と其模範とは経験から與へられるのである。唯其等が唯一の空間を必然的に強ゆるものでなく、選擇の可能を許す所に精神の自由行動がある。若し夫れユークリッド幾何學を採用するか非ユークリッド幾何學を採用するかの區別に至つては畢竟如何なるものを直線と名けるかの別に歸するのであつて、吾人は唯前者が比較的簡單なるに由り普通に之を採用するに過ぎない。幾何學は規約の上に成立つ。決して先驗的に定まるものでもなく又経験に其起原を有するものでもない。斯くしてポアンカレはカントの先驗論をも、又科學者間に行はれた幾何學上の經驗論をも同様に否定する結論に達した。併し此處に注意すべきことはポアンカレは幾何學が規約の上に立つといふけれども、其規約は決して全然任意のものではないことである。如何なる規約にも共通なる根據が無ければならぬ。氏が幾何學は或特殊の「群」の研究であるといつた所に由つて明なる如く、先づ規約に由る選擇に先

つて一般的の「群」の概念が無ければならぬ。それは経験と獨立に吾人の思惟に先驗的に存するものでなければならぬことは氏も之を認めた。此處にリールが注意した如く、今日の新カント派の認識論者がカントの純粹直觀形式の説を訂正して、時空を思惟の先驗形式と認める説との一致點がある。斯くて幾何學に於ても其根柢に先驗的の思惟の原理が存在し、之に由つて必然的なる認識の可能が暗示せられて居る。

數學を去つて經驗的自然科學殊に理論物理學に行くときは事情は一變する。此處に眞理の源となるものは精神の先驗的な能力でなくして直接経験の事實である。所謂「感官の證明」なるものが眞理の終極の根據である。自然の法則は即ち之に基く。人は物理學の理論に規約的の要素を含み、科學者の作爲に俟つ所の少なからぬを見て、理論全體が人爲的なることを説き、科學者の所謂事實、法則も皆學者の作る所である、科學は何等の客觀的眞理を教へるものでない、唯行爲の指

導となる便宜上の規則に過ぎぬとする所謂唯名論を主張する。併しこれはポアンカレに由れば誤つて居る。所謂事實の中科學的事實と名くるものは科學者の用ふる言語に相當するものであつて、隨意的であるけれども、其材料となる粗製の事實なるものは左様でない。これは學者の作爲を離れて與へられたものである。法則は斯かる粗製事實間の關係を表はすものであつて、人爲的ではない。經驗事實の間に存して終始不變なる關係を示す客觀的眞理である。物理學の發達に於て常に變化するのは斯かる法則其物でなくして、此等の法則を出來得る限り簡單に概括する媒介物として作られる所の原則である。これは今まで知られなかつた經驗的事實が發見せられ、新に其間の關係を表はす法則が知られるに従つて、從來のものは維持せられることが出來ずに改廢を迫られる。而して其等の原則は決して經驗から必然的に定まるものでなく、種々の可能なるもの、中からなるべく便利なるものが採用せられる。これこそは全く科學者の作るものであつて、人爲的と

いはなければならぬ。併し斯かる原則の變革は決して科學全體を變化するものではない。此等の原則を作る基礎となる所の、經驗事實から得られたる法則は終始同一である。フレネル Fresnel の光のエーテル波動説に基礎となつた所の法則は、假令今日マクスウェル Maxwell の電磁説が採用せられて、前者の如く光を運動とする代に光を流れと見做すに至つても、依然其假説的の流れの間の關係を表はすものとして存續し、フレネルの説に於ける假説的運動の關係といふ解釋が改められるのみで、關係其物は不變である。即ち法則は一般的不變者を表はすものであつて、それは何人にも共通なる客觀的眞理である。此處に唯名論の限界がある。凡て客觀的なるものは何人にも共通なものでなければならぬが、これは直接の感覺内容其物であることは出來ぬ。感覺の性質其物が何であるかは他人に傳達することの出來ないものであつて、客觀性は無い。併し其關係は合理的の思惟者に共通なるものであつて客觀性を有する。勿論客觀的なるものは凡て數量的であ

つて、世界は微分方程式であると斷ずるのは過言であらうけれども、兎に角客觀的なるものは性質無き純粹關係である。これが宇宙の內的調和を表はす吾人の認識し得べき唯一の實在である。ポアンカレが經驗的認識の對象、客觀的眞理の意義を右の如くに解した點に哲學上注意すべき重要な點がある。ジェイムス James の名に結びつく實用主義は實は已に久しく自然科學者の間に行はれ、獨斷的なる素朴實在論的立脚地を去つて科學の意義を批判的に考察せんとする科學者の多くは科學の理論を以て實在の必然的なる認識と見做さず、吾人が實際行動を指導する便宜上作つた隨意的所産である、眞理は實用に存するといふ。マッハの思惟經濟説は此傾向の代表的のものである。然るにポアンカレの科學者としての天性は到底此の如き立脚地に甘んずることは出来なかつた。氏も亦此等の説と同じく科學に於る假說的の要素、即ち便宜と實用とを選擇の標準とする規約的の要素のあることを多くの點に於て明にしたけれども、併しそれは所謂原則に限り科學全體に

亘るものではない。科學の本體を成す法則は便宜を離れて必然なる客觀的の認識である。それが將來の事實を豫知せしめて行爲の規則となり得るのは宇宙の客觀的實在たる一般的不變者を表はす眞理なるが故であつて、實用に効ある故に眞理となるのではない。ジェイムスはポアンカレを評して「實用主義を逸すること一髮の間」と云つた相であるが、これは吾人より見ればポアンカレの缺點となるものでなくして、寧ろ科學者としての氏の偉大を證明するものといはなければならぬ。實用主義は哲學の廢類である。自然科學者が之に傾くのは哲學の何たるかを知らず、カントに源を發する批判主義の精神を解せずして僅に心理主義の皮相を以て哲學の本領と誤認するが爲めであらう。ポアンカレは到底斯かる立脚地に満足することが出来なかつた。此處に氏の哲學説の貴重なる所以が存する。

これと聯關して尙ポアンカレの偉大を示す次の美はしき點がある。ポアンカレにとつては科學は實行の手段となる點に價値があるのでなくして、唯一の實在た

る一般不變の關係即ち宇宙の內的調和を吾人に教へるから價值があるのである。科學は實用を離れ知性の産物として其れ自身に價值を有する。氏はベルグソン Bergson の流を酌ぶル・ロア Le Roy の唯名論的反主知主義に對して熱心に主知主義を辯護し、所謂科學の爲めの科學を主張した。文明の目的は物質的快樂を増進するにあるのではない。唯學問藝術のみが文明に價值を賦與する。物質的利福は此等の理想的事業に便益を供する限りに於て吾人に對し價值を有する。其の目的は理想的なる人文の過程其物に存するのである。此處に科學者として偉大なるポアンカレは又美はしき理想主義者として吾人の前に現れる。此思想が今日の理想主義的哲學と如何に其軌を一にするかは最早纏説を要しないであらう。吾人は淺薄なる科學の功利主義を排して崇高なる理想主義を高調する氏の説に深く學ぶ所が無ければならぬ。

科學の價值

ポアンカレ著
田邊元譯

緒論

眞理の發見、これが吾人の活動の目的でなければならぬ。吾人が活動の目的とするに値するもの此外には無い。疑も無く吾人は先づ人生の苦痛を輕減する事を努めなければならぬ。併し其は何の爲めか。苦痛の無いといふことは單に消極的の理想であつて、これは世界の破滅に由つて却つて一層確實に達せられる。吾人が益々人類をして物質的の不安を脱せしめやうと欲するのは、一に斯くして恢復せられた自由を眞理の研究と考察とに用ゐんが爲めである。

然しながら真理は時に人を驚駭せしむることがある。又吾人は真理が屢人を欺くものであつて、一瞬の間現れて直に永久に逃げ失せ、如何に之を追ふも遂に之に達する能はざる如き假現なることを實際に知つて居る。然るに實際の行爲には希臘のアリストテレスか誰かも「立止まるのが必要」と云つたやうに、斯かる追窮を罷めて先づ立ち止まることを要する。尙又吾人は真理が屢如何に恐ろしきものなるかを知り、却て謬想の方が吾人に信賴の心を起さす所から、嘗に謬想が真理よりも却て一層心を慰むるのみならず、又人をして剛毅ならしむるものではないかと疑ふ。此謬想が一度消えた時猶吾人は希望を失はず、又行爲の元氣を保持するであらうか。否宛も癖の悪い馬を馴らすに眼を縛し置かざれば前進を拒む如く、實行には若干の盲目が必要なのである。又真理を求むる爲めには吾人は他人から獨立で——完全に獨立で——なければならぬが、之に反し吾人が行爲せんと欲する時、強力ならんと欲する時には團結を必要とする。多くの人が真理を恐れ、之

を軟弱の原因と考へる所以は此處に存する。併しながら吾人は真理を恐れてはならぬ。真理の外に美しきものは無いのである。

此處にいふ真理とは専ら科學的真理の謂であるが、余は所謂正義なるものを其一方面とする道徳的真理をも同時に意味して居るのである。斯く言へば、或はそれは語を弄んで、何等共通の點無き二つのものを同一の名稱に結合するのである。證明せられる科學的真理と感得せられる道徳上の真理とは全然異なるものであると思はれるかも知らぬ。

併し余には此兩者を分離する事は出来ぬ。一を愛する者は他を愛せざるを得ない。何れを發見する爲めにも吾人は偏見と感情とを去る事を努め、絶對の誠實に達しなければならぬ。而して此兩種の真理一度發見せらるゝや同様の喜悅を吾人に與へ、之を認識せる瞬間より共に同様の光輝を放ち、吾人にして眼を閉ぢざる限り之を見ざるを得ないのである。最後に兩者は共に吾人を引きつゝ吾人より離

理想と一致するは善すや
れ行くものである。兩者は決して固定することがない。吾人一度之に達せりと信ずるも、却て更に前進の必要を感じ、之を追ふ者は遂に安息を知らざるの運命に陥るのである。

尙附言しなければならぬことは兩者の中一を恐るゝ者は必ず他をも恐れるといふことである。是れ斯かる人は凡ての物に於て其結果に心を左右せられるものなるが故である。以上を約言すれば兩者を愛するも兩者を恐るゝも、同一の理由に基くものなるが故に、余は此兩種の眞理を一に結合するのである。

吾人にして道徳上の眞理を恐るべからざるものならば、同様に科學的眞理をも恐れてはならぬ。特に注意す可きはこれが眞に道徳と矛盾することはあり得ないといふことである。道徳と科學とは夫々特有の領域を有し、互に接觸はするけれども相侵すことは無い。道徳は吾人に努力の目的を教へ、科學は其與へられたる目的に到達する手段を知らしめる。斯く兩者道を異にするが故に相反對することは

あり得ない。科學的道徳の存在し得ざると同様に、道徳に反する科學は存在し得ざるものである。
手段としての道徳はあり得ず而又道徳は必ずしも科學の目的に到達するに科學のあり得ない。
科學的
手段としての道徳はあり得ず而又道徳は必ずしも科學の目的に到達するに科學のあり得ない。

右の如くなるに拘らず人の科學を恐るゝは、主として科學が吾人に幸福を與へ得ざるに因る。明に科學は吾人に幸福を與へることは出來ぬ。吾人は科學を有せざる獸類が人間よりも苦痛を感ずること少からざるかと疑ふ。併しながら人間は果して獸類と同じく自己の死す可きを知らざるに因りて不死的なる此の地上の樂園を追慕する事が出來るであらうか。既に禁斷の果實を味つた以上、人は苦痛の爲めに其味を忘れることなく、却て常に之を回想希求する。此事を疑ふのは明ある者が盲して後、光の國に對する思慕の情を感ぜずに居られるであらうかと問ふに等しい。人は科學に依つて幸福を得ないかも知れぬけれども、而かも今日科學を失へば現在よりも更に遙に不幸となるであらう。

併しながら眞理が追求に値する唯一の目的であるとして、吾人は果して之に到

達する事を希望し得るか。此處に疑を容るべき點がある。余の著『科學と假説』の讀者は既に之に關する余の意見を知る筈である。吾人が瞬間的に見る事を許さるる眞理は大多數の人が所謂眞理と解する所では無い。然らば最も正當にして、又最も烈しく吾人に迫り來る眞理の希求は同時に最も空なるものであらうか。或は其にも拘らず吾人は何れの方向よりしてか眞理に近き得るものであらうか。吾人は之を考へて見なければならぬ。

先づ第一に吾人は此問題の解決に對し如何なる手段を有するであらうか。人間の知力、或は更に狭く云へば、學者の知力は無限の多様なるものに對しては無能ではあるまいか。此問題は數卷の書物に論じても猶盡す事は出來ぬ。余は今唯要點を數頁に約するに止まる。數學者の精神が物理學者或は自然科學者の精神と異なることは何人も承認するであらう。併し數學者同士も亦一樣では無い。或種の數學者は唯嚴肅なる論理を知るのみなるに、他の種類の數學者は直觀に依頼し、之

を發見の唯一の源泉とする。此は或は眞理に對する不信用の原因となり、數學の定理と雖も斯く相異なる精神には同じ様には見えまい、萬人に對し同様ならざる眞理は果して眞理といへるかといふ疑が出るであらう。併しながら一層精密に考察すれば、吾人は凡て斯く相異なる研究者は到底其協力に俟たざれば完成し得ざる共同事業に貢獻するものなることを知り、是に由つて若干の信頼心を與へられるのである。

次に吾人は自然が吾人に現れる時這入る所の時間空間と稱する框(形式)を調べて見なければならぬ。余は既に『科學と假説』に於て此等のもの、價值が全く相對的なることを示した。自然が此框を吾人に強ゆるのでなく、吾人が之を便利と考へるに由つて自然に對し之を強ゆるのである。併し余は前書に於て唯空間、殊に量的空間とも稱すべき、幾何學を組成する所の數學的關係のみを説いたのである故、時間も亦空間と同様であること、及び質的空間も矢張事情を同じくすること

を示す必要がある。特に吾人が空間に三次元を與へるのは何故であるかを研究しなればならぬ。因つて余は此書に於て再び此重要なる問題を説きたいと思ふのである。

此等の空虚な框を研究の主要なる對象とする所の數學的解析は精神の空な戯れに過ぎないであらうか。數學は物理學者に便利な言語を與へるに過ぎないとするれば、此は實につまらぬ効用であつて、止むを得ざる場合には捨て、差支ないものではないか。それ所ではなく恐らく此人爲的な言語は實在界と物理學者の眼との間に挿入せられた被幕ではあるまいか。否決して左様なことは無い。此言語が無ければ事物の親密なる關係の大部分は永久吾人に知られず、此書に於て後に説く如く唯一の眞實在を成す所の世界の內的調和なるものを吾人は遂に知ることが出来ないのである。

此調和に對する最良の名稱は法則である。法則は實に人間精神最近の獲得の一である。今日猶或民族は不斷の不可思議の中に生活しながら、之に對し驚駭の念を起さぬものがある。然るに吾人は却て自然の整齊に驚駭を禁じ得ない。人間は神が奇蹟に由つて其存在を顯現することを祈るけれども、嘗て奇蹟の起らざるが却て永遠の奇蹟なのである。世界は斯く調和的なるが故に神的である。若し隨意といふ如きものに支配せられたならば、何に由つて吾人は其が偶然に支配せられて居るのでないといふことを知るであらうか。

此法則の獲得を吾人は星學に由つて得た。星學の偉大は其論ずる對象の壯大に存するよりも寧ろ此勝利に存するのである。

此故に天體力學が數學的物理学の最初の模範であつたのは當然のことである。然るに其後數學的物理学は發達し、今も現に長足の進歩をなしつゝあるに因り、余が一九〇〇年に概括して『科學と假説』の二章を之に費した所の概観は、今や若干の點に於て變更を加へなければならなくなつた。一九〇四年聖路易の萬國博覽

會に於ける講演に於て余は其進歩の跡を辿らうとした。其研究の結果は漸次讀者に知られるであらう。

科學の進歩は最も確定した原理、基礎的と認められた原理をも危殆に陥らしめる如くに見える。併しながら之を救ひ得ないといふことは決して證明されては居らぬ。又之を救ふことが完全に出来ぬとしても、此が形を變じて存續して行くのである。吾人は科學の進歩を比較するに、容赦なく古き建築物を破壊して新しき建築物に換へる都市の變形を以てしてはならぬ。然らずして斷えず進行し行くに従ひ終には見慣れぬ俗眼には認められぬやうになるけれども、而も熟練した眼には常に過去數世紀の勞作の跡を見る事が出来る動物體の不斷の進化に比すべきである。其故吾人は舊き理論が無用徒爾であつたと信じてはならない。

吾人が此點に止まるならば科學の價値に對する信賴の若干の根據を此書中に見出すであらう。併しながら不信の理由は遙に多い。従つて疑惑の念は依然として

残る。吾人は今之を訂正しなければならぬ。

多くの人は科學に於ける規約の意義を過大視し、法則即ち科學的事實其物をも學者の作爲したものであると云ふに至る。此は唯名論の方向に進み過ぎたものである。科學的法則は決して人爲的の創造物ではない。吾人は此が偶然的のものでないといふことを證明し得ないにしても、其然ることを主張すべき理由は少しも持たないのである。

人間の知力が自然の中に發見すると信ずる所の調和が果して知力の外に成立するかと云へば、勿論之を理解し、之を視、之を感ずる所の精神と全く獨立な實在といふものは不可能である。假令此の如き外界なるものが存立して居るとして、其は永久吾人の達し得ざるものである。併しながら吾人が客觀的實在と稱するものは、徹底的に考へるならば、多くの思惟者に共通であつて、又凡ての思惟者に共通であり得るものである。此共通なるものは後に知らるゝ如く、數學的法

則に由つて表はされた調和に外ならない。

是に由り調和は吾人が到達し得る唯一の客觀的實在、唯一の眞理である。而して尙其上に世界の普遍なる調和が凡ての美の根源であるといふことを考へれば、吾人をして此調和を漸次に益々完全に認識せしむる所の遅々として困難なる進歩に、如何なる價値を賦與しなければならぬか分るであらう。

第一篇 數理的科學

第一章 數學に於ける直觀と論理

一

大數學者の、否大數學者でなくとも、一般に數學者の著作を研究すれば、二つの反對な傾向、或は寧ろ二つの全く異なる精神の方向を區別せざるを得ない。第一の方は専ら論理に支配せられ、其著書を読めば、少しも偶然に任す事なく包圍工事をしながら敵城に迫る攻城家ヴォーバン *Vauban* の方法に従つて一步一步進んで行く如くに思はれるものである。第二は直觀に導かるゝ方であつて、宛も前陣の勇士の如く一舉に急速なる、併しながら時に不確かなる勝利を得んとするものである。

此方法の差別は取扱ふ可き内容に由つて強いられるのでは無い。屢前者が解析流儀、後者が幾何流儀と稱せられるならば、解析流儀の學者は幾何學の研究に於ても解析的であり、幾何流儀の學者は純粹解析を論ずる時にも幾何的である。或は論理家たらしめ或は直觀家たらしめるのは全く精神の素質であつて、新しい問題に臨めば必ず此素質が現れて來るのである。

又數學者に此兩傾向の一を發達せしめ他を窒息せしめるのは教育でも無い。數學者は生れるものであつて、養成されるものでは無い。幾何流儀となり解析流儀となるのも確に天性のやうである。

余は實例を挙げやうと思ふが、決して其例に乏しくない。併し對照を明にする爲め特に極端なる例から始め度い。其には現存の二人の數學者を擧げる事を許して貰ひ度く思ふ。

メレイ Méry は二項方程式が常に根を持つ事、或は通俗的に言へば如何なる

角も等分し得る事を證明した。

大凡そ一目して直覺的に知られる眞理があるとするれば、此眞理の如きが正にこれである。角が常に任意の數に等分し得られるといふことを疑ふ者があらうか、あるまい。然るにメレイは左様は考へなかつた。彼には此命題は決して自明には思はれなかつた。斯くて彼は其證明に數頁を費したのである。

其反對にフェリクス・クライン Felix Klein を考へると、彼は函數論の最も抽象的な問題の一つを研究した。即ち一の與へられたリーマン面に、與へられた特異性を有する所の函數が常に存在するかといふ問題である。扱此有名な獨逸の幾何學者は如何にしたであらうか。彼はリーマン面に置換へるに電導率が一定の法則に従つて變化する如き金屬面を以てし、其二つの極を連結するに電池の兩極を以てした。斯くして彼は電流が之に通じなければならぬ事、其電流の面に分配され方が問題に要求せられた特異性を正に持つ所の函數を定義する事を述べたので

ある。

勿論クラインは之を以て彼が唯概観の見取を爲したに過ぎないことを善く知つて居た。其にも拘らず彼は之を發表するに躊躇せず、又嚴密なる證明でないにせよ、之に由つて彼は一種感情上確實と思はしめるものを發見したと信じた如く思はれる。然るに若し此が論理家であつたならば、斯様な考は嫌惡排斥したであらう、否寧ろ排斥するどころか斯様な考を起すことが無かつたであらう。

余は尙他の二人の人を比較したい。其人は吾人が近頃失つたのであるけれども、既に久しき以前から不朽の列に入つて居た佛蘭西科學界の誇といふべきペルトラン Bertrand とエルミット Hermite の二人である。彼等は同時に同一の學校に在學し、同一の教育を受け、同一の感化を蒙つたのである。然るに其相違は如何であつたらう。彼等は其著書に於て相違を示すのみならず、講義、辯舌、否外貌に於てさへも異つて居た。彼等の風彩は學生には深く印象せられ、彼等の講義に

列する幸福を得た者には誰にも尙鮮かに記憶せられて居るのであつて、余も容易に之を想起することが出来る。

ペルトランは講義中常に運動し、時には外部の敵を攻撃する如き態度を爲し、時には手を運動させて其論題の圖形を描く眞似をすることがある。明に彼は何物かを見詰めて居て、之を描き出さんと欲する爲めに、之を表情的の運動に洩らすのである。然るにエルミットは全く之と異なり、彼の眼は外界と接觸を斷てる如くに見える。彼は心外に於てなく心内に於て眞理の認識を求めた。

十九世紀の獨逸數學界では一般函數論の創立者たる二人の學者の名が特に秀でて居る。ワイヤストラス Weierstrass とリーマン Riemann これである。ワイヤストラスは凡てを級數の研究と其解析的變形とに歸した、換言すれば彼は數論の一種の擴張の上に解析を立てたのである。彼の全集を通讀しても一の圖形をも發見しなう。之に反しリーマンは直に幾何學の助を借りるのであつて、彼の觀念は凡て一

度其の意味を理解すれば決して再び忘れることの出来ぬ一の圖形であつた。

其後に於てはリージョは直觀流儀の人であつた。彼の著書を読めば疑はしい事も、彼の話を聴けば最早之を疑ふ事が出来ない。即ち彼は圖形で思惟する人なる事が直に知られるのである。反此コワレツスキ夫人 Madame Kowalevski は論理家であつた。

吾々の學生中にも此區別を認める事が出来る。一方の種類の學生は問題を解くに解析に依るを好み、他の種類の學生は幾何に依る。前者は「空間的に視る」事が出来ず、後者は長い計算には直に疲勞混亂するのである。

以上二種類の精神は科學の進歩には同様に必要である。論理家も直觀家も共に他の成す能はざる大事業を成した。ワイヤストラスに何の著述も無かつた方がよいか、リーマンの生れなかつた方がよいかを敢て決する者があらうか。分析と綜合とは共に正當の地歩を占むべきものである。併し科學の歴史に於いて兩者各如何

なる功を成したかを研究するのは興味のある事である。

二

不思議にも吾人が古代の學者の著書を読めば、彼等を悉く直觀家に數へ度い様な氣がするのである。併しながら自然は古今同一である。現代に至つて始めて自然が論理を愛する精神を新に創造したといふことは眞らしからぬ事である。

吾々が彼等の時代の思想に遡つて考へることが出来るならば、此等古代の幾何流儀の人々の中に天性解析家たるものゝ多い事を直に發見するであらう。例へばユークリッドは彼の同時代の學者の何人も誤謬を發見し得ない様な知識の體系を構成した。此宏大なる體系の各部分は直觀から成立したものであるけれども、而も今日之を論理家の事業と認めることは困難でない。

此故に變化したものは精神でなくして觀念である。直觀的精神は古今同一で

あるが、讀者の爲す要求が増した。

此變化の原因は何處に存するか。

之を發見するのは困難ではない。直觀が吾人に嚴密を與へ得ざる事、否完全なる確實さへも與へる力の無い事を人々は漸次に悟つたのである。

一二の例を挙げやう。誘導函數を持たぬ連續函數の存在することを吾人は知つて居る。然るに論理上必然な此主張は此上もなく直觀に矛盾するものである。吾人の祖先は「凡ての曲線に切線が存在する以上、凡ての連續函數が必ず誘導函數を持つことは明白である」と云ふに躊躇しなかつたらう。

直觀は如何にして此の如く吾人を欺くか。其は吾人が曲線を思ひ浮べやうと試みる時、太さ無しには之を寫象し得ない、又同様に直線でも吾人が之を寫象しやうと欲するならば、必ず或幅のある眞直な條^{ヌヂ}としてでなければならぬといふことから起るのである。然るに吾人は線に太さの無い事を知つて居るので、漸々に

之を細く考へて極限に近づかうと努める。此は或程度迄は出来るけれども、而も吾人は此極限に到達する事は決して無い。

而して吾人が常に、一は眞直で他は彎曲して居る二條の帶を、相貫通せずして軽く接觸する如き位置に於て寫象し得ることは明かである。

斯くして吾人は嚴密なる解析に警戒せられなければ、曲線は常に切線を持つと結論することになるのである。

第二の例として余は多くの數學的物理学の理論の基礎となるデイリクレ Dirichlet の原理を選ぶ。現今に於ては此原理は甚だ嚴密な併し又甚だ長い推論に由つて證明せられて居るけれども、以前は人は唯概括的な證明で満足して居た。任意の函數に依存する或積分は決して零に等しくなる事は無い。此から其の積分が最小値を持たねばならぬといふ事が結論されて居たのである。然るに吾人は抽象的に函數といふ語を用ゐ、之を最も普遍的な意味に解するならば、種々の特異性を示

すことがあるのを熟知して居るから、此推論の誤つて居ることは直に知られる。

併しながら若し具體的な模型を用ゐて、例へば電壓として此函數を考へるならば左様な事は起らず、靜電氣學的平衡が達せられることを主張して差支無い様に思はれる。或は物理的の比較は幾分疑懼を惹起するかも知れぬ。併し解析の言表はしと物理學の言表はしとの間の媒介たる幾何學の言表はし方に此推論を移すとすれば、確に此疑懼は現れない、恐らく之に由つて今日も猶正直な讀者を欺くことが出来るであらう。

斯様に直觀は吾人に確實性を與へない。是に由つて此變革が起らなければならなかつたのである。今や吾人は如何にしてそれが起つたかを攻究しやうと思ふ。人は豫め定義に嚴密を與へて置くのでなければ推論に嚴密を與へることが出来ないといふことに俄に氣が付いた。

數學者の取扱ふ對象は久しい間大部分不完全に定義せられて居た。人は感覺或

は想像に由つて之を寫象するに因り對象を知つて居る如くに信じて居たのである。併し實は唯粗笨な心像を有するに過ぎないのであつて、推論の基礎となるに足る精密な觀念を持つて居るのではない。

論理家は先づ此處から其苦心を始めなければならなかつた。

例へば無理數の場合の如きがそれである。

直觀から得た曖昧な連續の觀念は整數に關する不等式の複雑な系統に分解せられた。

此に依つて極限近迫、或は無限小の考察から起る困難は全く解決せられた。

今日解析には唯整數、或は整數の有限又は無限の系統が、等、不等の關係の網に由つて結合せられたものゝみが残つて居るのである。

數學は斯くして所謂數論化せられたのである。

今や重要な問題が吾人に迫つて居る。即ち此變革は終を告げたかといふことである。

吾人は既に絶對的の嚴密に達したらうか。變革の各段階毎に吾人の祖先は斯く信じたのである。然るに彼等が誤つて居たとすれば、吾人も亦彼等の如く誤つて居ないといへるであらうか。

吾人は吾人の推論に最早直觀の助を藉りて居らぬと信ずる。哲學者は此が一の幻想であつて、純粹の論理は常に唯吾人を反覆に導くのみ、新しきものを造り出す力は無い、科學は論理のみから成立することが出来ぬと云ふて居る。

此哲學者の考は或意味に於て正しい。整數論にも幾何學にも又如何なる科學の成立にも純粹論理以外の或物が必要である。此或物を表はすには唯直觀といふ語

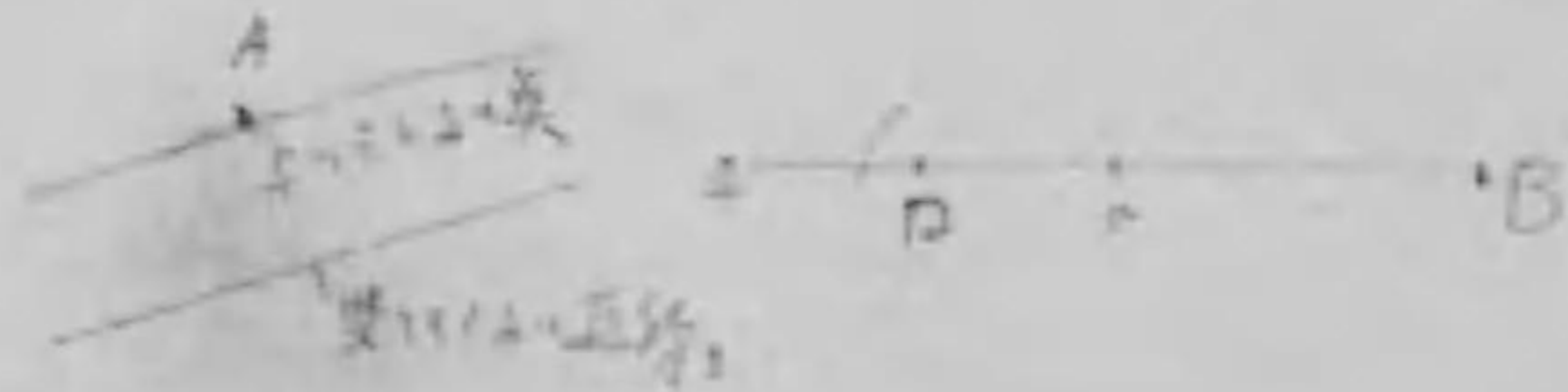
より外無いのであるが、此唯一つの語に如何に多くの相異なる概念が含まれて居るであらう。今次の四つの公理を比較して見やう。

一、二つの量が他の一の量に等しければ、此等の二つの量は互に相等しい。
 二、一の命題が數 1 に對し眞にして、且此命題が n に對し眞と假定すれば $n+1$ に對しても亦眞なることが證明せられるならば、此命題は凡ての整數に對し眞である。

三、一の直線上に於て O 點が A 點と B 點との間に在り、 D 點が A 點と C との間に在れば D 點は A と B との間に在る。

四、一點を通過して一直線に唯一のみ平行線を引くことが出来る。

扱此四つの公理は何れも直觀に歸せなければならぬ。然るに第一は形式論理の法則を述べたもの、第二は眞に先驗綜合判斷であつて嚴密なる數學的歸納法の基礎である。第三は想像力に依るものであつて、第四は定義の變形である。



此の如く直観は必ずしも感官的知覺に基くものではない。感官ばかりでは直に無能で役に立たなくなる。例へば吾人は千角形を寫象する事は出来ぬ。而も吾人は千角形をも一の特種な場合として含む所の一般多角形なるものを直観に由て論ずるのである。

ポンス¹ Poncelet の所謂連續律は人の知る所である。彼は實數に關して成立つ事は亦虚數にも成立たなければならぬと云つた。例へば實の漸近線を持つ雙曲線に於て成立つ事は虚の漸近線を有する橢圓にも眞でなければならぬといふのである。ポンスレは十九世紀第一の直観的な學者の一人であつて、彼は直観を熱愛し否之を誇示するに至つた。彼は此連續律を彼の最も大膽なる創見の一と考へたのであるが、此原理は感覺の證明に基くものでない、寧ろ雙曲線を橢圓と同一に見ることは感覺に反するのである。此は唯一種の躁急な本能的な概括に過ぎないのである。余は今之を辯護しやうと欲する意は無い。

斯くて吾人は數種の直観を持つ。第一感覺及想像に依るもの、第二實驗科學に倣へりとも云ふ可き歸納に依る概括、最後に純粹の數の直観是れである。前に擧げた第二の公理は數の直観から出たものであつて、これのみが眞の數學的推理を生じ得るのである。

初の二つの種類の直観は吾人に確實性を與へ得ざること曩に例を以て示した如くである。併しながら第三の直観に至つては何人が眞面目に其價値を疑ふであらうか。之を疑ふのは數論を疑ふことである。

是に由り吾人が嚴密を求めるならば今日の解析に於ては理性推理即ち此純粹なる數の直観に依る外無い。此が唯一の吾人を欺かぬ方法である。斯くして吾人は今日既に絶對的嚴密に達したと云ひ得るのである。

四

哲學者は尙他の非難をする。曰く、嚴密に於て得る所は客觀性に於て失はれる。

28

論理の理想に達するのは吾人を實在に結び付ける羈絆を切斷することに由つて始めて出来るのである。其故斯くして成立する科學は缺點は無いけれども、宛も象牙の塔に深く藏して外界との關係を斷つに由つて始めて然るを得る如きものである。若し少しでも應用を試みやうと思へば直に此塔を出なければならぬと。

例へば其概念が直觀から生じた爲めに初には定義し難く思はれる所の或對象に或る屬性が屬することを余が證明しやうと思ふと假定する。初には余は其試みに失敗するか、或は大體の證明で満足しなければならぬ。終に余は余の對象に精確なる定義を與へ、是に由つて此屬性の有無を満足に確定しやうと決心する。

哲學者は之に對し問ふて曰く、斯くして如何にするか。汝は猶此定義に相應する對象が直觀の汝に知らしめる對象と全く等しきこと、汝が汝の直觀的觀念と一致すると信ずる所の此眞實な具體的の對象が、よく汝の新しき定義に適應するこ

とを示さなければならぬ。斯くして始めて其對象が該屬性を有することを主張し得るのである。汝は唯難點を移動せしめたに過ぎないと。

此非難は正確でない。難點は移動せられたのでなくして分解せられたのである。今證明しやうとする主張は實際は二つの相異なる眞理から成立するのであるが、其が今迄區別せられて居なかつたのである。其第一は數學的眞理であつて今嚴密に證明せられた。第二は實驗的眞理である。此の眞實にして具體的の對象が此抽象的の定義に相應するか否かは唯經驗のみが吾人に教へ得る。此第二の眞理は數學的に證明せられて居ないが、これは宛も物理學自然科學の經驗的法則の如く數學的に證明することが出来ないものである。之を要求するのは背理である。然らば久しい間不當にも混同せられて居たものを區別したのは大なる進歩ではあるまいか。

但し其爲めに哲學者の非難を全く排し去るといふ意味ではない。數學的眞理は

29

嚴密になると同時に凡ての世界と隔離する人爲の特性を帯び、歴史的起原を忘れて、如何にすれば問題を解決し得るかにのみ注目し、其問題が如何にして又何故に生じたかを忘れる。

此事は吾人に論理のみでは不充分なること、論理的科學のみが唯一の科學ではないこと、直観は論理の補充或は寧ろ補正解毒の用を爲すことを示す。

余は嘗て數理的科學の教授に直観が當然保持すべき位置のあるのを述べたことがある。直観に依らざれば青年は數學の意義を悟ること能はず、之を愛するを知らずして、空虚なる論辯に過ぎぬと思ふであらう。特に直観に依らざれば彼等は數學を應用することが決して出来まい。

併し余は今専ら科學其物に於ける直観の職分を論じやうと思ふ。直観が學生に有要ならば獨創的の學者には更に遙に有要である。

A.M. 1975

五

吾人は實在を求めるが實在とは抑も何であるか。

生理學者は有機體が細胞より成ることを吾人に教へ、化學者は此細胞其物が原子より成ることを附加する。これは其原子或は細胞が實在を構成するといふのか、又は少くとも唯一の實在を構成するといふ意味であらうか。此等の細胞の並び方、個體の統一の生ずる根原も亦實在、否個々の要素よりも遙に興味ある實在ではあるまいか。象を唯顯微鏡に依つてのみ研究した自然科学者は此動物を充分に知ると信ずるであらうか。

數學に於ても之に相應する事がある。論理家はいはゞ凡ての證明を非常に多數の基本演算に分解する。扱此等の演算を順次に檢して何れも缺點の無いことを認めれば、それで人は證明の眞意を理解したと信ずるであらうか。記憶の力に依つ

て歩々詳細に發見者の配列の順序と同一順序に於て凡ての基本演算を想起し、全證明を繰返したとしても之を理解したといへるであらうか。

明に左様でない。吾人は之を以て未だ全實在を捕へては居ない。證明の統一を爲す所の或物が全く吾人の手を逸して居るのである。

純粹解析は多くの方法を吾人の使用に供し、其誤無き事を保證する。之に由つて充分に信頼し得る、障礙に遭遇する恐無き夥多の道が吾人に對して開かれる。併しながら其等の路の何れが最も速かに吾人を目的に導くであらうか。何が其何れを選ぶ可きかを吾人に告げるか。吾人は遠方から目的を見る天賦の能力を要する。これ即ち直觀である。直觀は探求者が道を選ぶに必要であり、又其跡を辿りつゝ何故に探求者が其道を選んだかの理由を知らんと欲する者にも同様に必要である。

將棋を観る者は駒の進み方を支配する規則を知るのみでは其遊戲を充分に理解

することは出来ぬ。これは唯駒の一進一退が規則に叶ふや否やを知らしめるに止まり、單に此だけの知識は甚だ僅少の價值しか持たない。數學の書籍を讀む人が單なる論理家であつたならば事情はこれと同様であらう。遊戲を理解するといふこと、即ち遊戲者が規則を犯さずに此駒の代に彼駒を動かす得るのに此駒を動かすのは何故であるかを知るといふことはこれと全く別の事である。それは繼續する所の一進一退を統一して一種の有機的全體たらしめる内面的の理由を知るといふことである。此能力が觀者よりも遊戲者即ち發明家自身に必要なのは更に當然な事である。

吾人は此比喩を去つて數學其物に立歸らう。

例へば連續函數の觀念は如何であらうか。初にはこれは黑板の上に白堊で引かれた線の如き知覺的形象に過ぎなかつたのであるが、漸次精密となり、やがて之を用ゐて原形象の凡ての線を表現すとも云ふ可き不等式の複雑なる系統を掲げる

に至つた。此建築が完成した時には或程度迄足場は取除かれ、初め暫らく支へと
して用ゐられ、將來に對して不用となつた所の粗雑な表現は廢棄せられた。今や
残るものは論理家の眼にも非難無く思はれる建築其物のみである。併し若し此場
合原形象が吾人の記憶から全然消失したとしたならば、吾人は此等の不等式が順
次斯の如く積み上げられたのが如何なる氣紛れに因るのか如何にして知ることが
出來やう。

或は比喩を濫用する如くに見えるかも知れぬけれども、尙他の一例を擧げたい。
或海綿類の骨格を形造る所の硅針の細い組織は一般に人の知る所である。然るに
有機體が無くなれば脆い美しい笹縁の如きものゝ外何も後には残らない。これは
實は硅酸に外ならないのである。然るに興味のあるのは此硅酸の取る形である。
而して吾人は硅酸に此形を與へる所の生きた海綿を知らなければ之を理解する事
は出來ない。吾人の祖先の古き直觀的の觀念も亦全くこれと同様であつて、今日

吾人がそれを廢棄しても、其代に置いた所の論理的の骨組に其形を刻して居るの
である。

斯かる概觀は數學上の發明家に必要であり、又眞に發明家を理解せんと欲する
人にも同様に必要である。論理は此概觀を吾人に與へることが出来るか。

否、數學者が論理に與へる所の名稱が既に充分然らざる事を證明して居る。數
學に於ては論理は解析と稱する。解析とは分析、分解の意である。従つて解析は
解剖刀と顯微鏡の外には他の機械を持つことは出來ぬ。

斯くして論理も直觀も同様に夫々獨特の必要なる職分を持つて居る。兩者何れ
も缺くべからざるものである。確實性を與へ得る唯一のものたる論理は證明の具
である。之に對し直觀は即ち發明の具である。

併しながら以上の結論をなすと同時に余は疑惑に襲はれる。初に余は數學者の精神を二種に區別し、一を論理的解析的とし他を直觀的幾何的となした。然るに解析家にも發明者はあつた。余が其時擧げた人々の名を見れば之を詳説する必要はあるまい。

此は一の矛盾——少くとも外見上は——であつて、解釋しなければならぬものである。

先づ第一に論理家は形式論理の規則が規定するやうに見える如く常に一般から特殊に進むと信ぜられるか。若し果して然らば科學的征服なるものは唯概括によつてのみ可能なるものであるから、論理家は科學の領域を擴張する事は出來ない筈である。

『科學と假説』の或章に於て余は數學的推理の本性を論ずる機會があつた。其際余は此推理が絶對的嚴密を失はずに、所謂數學的歸納法なる過程によつて、特殊

から一般に吾人を導くことが出来る所以を示した。

此方法によつて解析家は數學の進歩に貢献したのであつて、其證明を仔細に檢するならば、常にアリストテレスの古典的推論式と並んで此數學的歸納法を其中に發見するのである。

是に由り吾人は既に解析家がスコラ派の方法に従つて唯推論式のみを用ゐるのではないことを知る。

然らば彼等は其達せんと欲する目的を見ずして唯一歩一歩進んで行くと思ぜられるか。否彼等も彼等を目的に導く所の道を豫め見なければならぬ。其には道知るべを要する。

其道知るべは第一に類推である。

其例として解析家に貴重なる推論の一たる優値函數の應用に基く論法がある。

彼等が多くの問題を解くに之を用ゐることは人の知る所である。之を新しい問題

に應用しやうと欲する發明家の業は如何なるものであるかといふに、先づ其問題と既に其方法に由つて解かれた問題との類似を認め、次に此新しい問題が他の古い問題と異なる點を調べ、方法に加へることを必要とする變更を明にしなければならぬ。

然らば此一致と差違とは如何にして認められるか。

曩に余が擧げた實例に於ては此等の違同は殆ど一目瞭然であつた。併し更に一層不明瞭なる他の例も擧げやうと思へば擧げられたのである。實際之を發見するには非常な敏感を要することが屢々ある。

解析家が此隠れたる類似を見逃さぬために、換言すれば發明者たり得んが爲めに、感覺、想像力に頼るまいと欲するならば、一の推論の統一點の何であるか、即ち推論の精神及内的生命とも云ふべきもの、何であるかを直覺しなければならぬ。

エルミットと語る際は決して眼に見える圖形を用ゐぬけれども、彼に對しては最も抽象的概念も生きた物に等しいといふことは人の直に認める所であつた。彼は之を見はせぬけれども、其等の概念が人爲的の集合物でなくして、何等か内的統一の原理を持つものなることを感じて居たのである。

或は之に對してそれは亦確に一の直觀であると言ふかも知らぬ。然らば吾人は初に爲した區別が唯假現であつて、實は精神は唯一種なること、凡ての數學者は或は少くとも發明の力ある凡ての數學者は直觀的であると結論する外ないであらうか。

否吾人の區別は事實に適合する。余は曩に直觀に多くの種類のあることを述べた。而して嚴密なる數學的推論の根源となる純粹なる數の直觀が、嚴密に云へば全く想像力に基く所の知覺的直觀と如何程大なる相違があるかを説いた。

此兩者を分つ所の溝渠は一見斯くあるべしと思はれたよりも淺いのであらう。

か。少しく注意すれば此純粹直觀も亦感覺の助けなしには成立し得ないことが認められる如きものであらうか。之を決するのは心理學者哲學者の業であるから、余は此問題には立入るまいと思ふ。

此事は決定しないでも、充分正當に余は此兩種の直觀の本質的な差違を認定することが出来る。兩者は相異なる對象を持ち、吾人精神の二つの相異なる能力を活動せしむる如くに見える。吾人は之を二つの互に相異なる世界に向けられた反射燈に比することが出来るやう。

吾人の解析家と稱する人々を照らし導くものは純粹なる數、純粹なる論理的形式の直觀である。

此が彼等をして管に證明をなさしめるのみならず發明をもなさしめる。之に由つて彼等は感覺の助を借りるやうに見えること無くして、一目論理的體系の概觀をなすことが出来るのである。

是に依つて彼等は吾人の既に知る如く必ずしも誤ることなしとは云ひ得ざる想像力の助を斥けて、自ら誤る恐なく進み得る。此想像力の助を借りる必要の無い人は眞に幸福であつて、吾人は斯かる人を驚嘆しなければならぬ。併し此の如き人は實に稀である。

斯くして解析家の中にも發明家はあるけれども數は少いといふことになる。

吾人の大多數は此唯一の純粹なる直觀に由つて遠くを見やうと欲する時直に眩暈に襲はれる。此弱點は強固なる助を要する。かくて上に述べた除外例はあるけれども、數學に於て感覺的直觀が發明の最も普通な具となるのは疑無き事實となる。於此一の問題が現れるけれども、余は今之を解決、否詳述さへする暇が無い。

即ちそれは茲に新しき分類をなし、解析家の中に特に此純粹直觀を用ゐる人と、専ら形式論理に支配せられる人とを區別すべきであらうかといふ問題である。

例へば余が曩に擧げたエルミットの如きは感覺的直觀を用ゐる幾何流儀の人に算

へることは出来ぬ。併し又本來の意味に於ての論理家でもない。實際彼は一般から發して個々に達する純粹の演繹的方法に對する嫌惡の情を隠さず公言して居るのである。

第二章 時間の測定

一

吾人が意識の範圍を去らざる限り、時間の概念は比較的明瞭である。常に容易に現在の感覺が過去の感覺の記憶或は未來の感覺の豫想と區別せられるのみならず、又吾人が記憶して居る二つの意識の出來事に就いて、一方が他方より前であるといひ、或は二つの豫想せられた意識の出來事の一が他の前であるといふのは如何なる事か吾人は精密に知つて居る。

吾人が意識の二つの事實が同時であるといふのは、其等が互に深く相透入して、全體の印象を害はずには分析に由つて之を分つことが出来ぬといふ意味である。

吾人が意識の出來事を配列する順序は少しの隨意をも許さぬ。此は吾人に課せられるものであつて、吾人は少しもそれを變更することが出来ぬ。

唯一つの注意を添へて置かなければならぬが、感覺の一集合は時間の中に配列せられるに適した記憶となり得る爲めには、現在のものたることを止めなければならぬ。それには吾人は其無限の複合の感じを失はなければならぬ。然らざればこれは依然として現在である。斯くて彼等は示標とも云ふべき觀念結合の中心點の周圍に云はゞ結晶しなければならぬ。此の如く其生命を悉く失つて始めて、吾人は記憶を時間の中に配列すること、宛も植物學者が乾燥した花を其標本集彙中に配列するが如くするを得るのである。

併しながら此示標は有限數しか存在することは出来ない。従つて心理的の時間の概念は其中に空隙を含まざるを得ぬ。然らば二つの任意の時點の間に他の時點が存在するといふ感じは何處から起るか。吾人は記憶を時間の中に配列するけれども、空所の残ることを知つて居る。若し時間が既に吾人の精神に先在する形式でないとしたならば、如何にして斯かる事が起るであらうか。此場所が唯其内容

に由つてのみ知られるものならば、吾人は如何にして空所の存在することを知り得るであらうか。

二

嘗にこれのみではない。吾人は自己の意識の出來事を此形式に配列するばかりでなく、他人の意識に現れる所の出來事をも亦此形式に配列する。否更に吾人は空間を占有し如何なる意識も直接に之を感知せざる外界の事實をも此形式に當籤めやうと欲する。此は確に必要なことであつて、若し斯くしなければ科學は成立するを得ない。約言すれば心理的の時間は吾人に與へられるものであつて、科學的物理的時間は吾人が創造せんと欲するものである。此處から困難が生ずる。それは一つでなくて二個である。

今吾人は二人の人の意識を考へるに、此は云はゞ二個の互に相通ずるを得ざる

世界である。然らば吾人は如何にして此等の兩世界を唯一の形式に配列し、同一の尺度を以て之を測る事が出来るか。これはグラムを以て長さを測り、或はメートルを以て重さを量らうと欲する如きものではあるまいか。

尙吾人は何故に一般に測定といふことを云ふか。吾人は一の事件が他の事件より前に起つたことを知るけれども、幾何程前にといふことは知らぬ。

斯くして次の二つの困難が起る。

- 一、吾人は質的の心理的時間を量的の時間に變ずるを得るか。
- 二、吾人は相異なる世界に起る事件を同一の計量に歸する事を得るか。

三

第一の困難は久しい以前から認められて居たものであつて、幾多論議の對象となり、已に問題は解決せられたと云つてもよいものである。

吾人は二つの時間の長さの等しいことを直覺することは無い。斯様な直覺を持つと信ずる人は幻覺に欺かれて居るのである。

十二時から一時までに経過した時間と二時から三時までに経過した時間とが等しいといふならば、此主張は如何なる意味を有するであらうか。

一考すれば直に此主張其物には何等の意味が無いことが知られる。これは唯疑も無く若干の隨意を容れる所の定義に依つてのみ或る意味を與へられるのである。

心理學者は此説明に満足することも出来やうが、物理學者天文學者は満足することは出来ない。吾人は彼等が此困難を如何にして免れたかを見やうと思ふ。

時間の測定には彼等は振子を用ゐ、定義に由つて此振子の凡ての振動は同一週期であると假定する。併しこれは畢竟近似の第一歩に過ぎぬ。温度、空氣の抵抗、氣壓は振子の振動に變化を生ずる。假に此等の誤差の原因を免れることが出来れ

ば一層大なる近似を得るけれども、而もそれは終に近似に止まる。今日迄注意せられなかつた新しい電気、磁氣其他の原因も少しは差違を生ずる譯である。

實際最も良好なる時計と雖も時々修正の必要がある。其助けとなるものは星學上の觀察である。即ち同一の星が子午線を通過する時恒星時辰儀が同一の時を示す如くに之を修正する、換言すれば恒星日即ち地球自轉の週期が時間の定常的の單位となるのである。これは振子の振動から得た定義の代に新しい定義を置き、地球の二つの完全なる自轉は同一週期を持つと假定することである。

然るに天文學者は此定義を以ても満足しない。彼等の多くは海水の満干が吾人の地球に對して車の輪制ハネの如き作用を及ぼし、地球の廻轉が漸々遅緩となることを信じて居る。月の運動が理論の許すよりも漸次速くなる様に見える其の見懸けの加速度も、吾人の時計たる地球の遅れることから説明せられる。

四

以上述べた所は重大なる事でないといふ人もあらう。勿論吾人の機械は不完全であるけれども、吾人が完全なる機械を思惟し得られれば、それで充分である。此理想は到達することは出来ないが、少くとも之を思惟して、其に由つて時間の單位の定義を嚴密にすることは出来ると思ふであらう。

併しながら不幸にも此嚴密は斯くしても得られないのである。一體吾人が時間の測定に振子を用ゐる時には、如何なる要求を暗に假定して居るであらうか。

それは二つの同一なる現象の繼續時間は等しい、換言すれば等しき原因は等しき結果を生ずる爲めに等しき時間を要するといふことである。

これは最初には二つの時間の長さの等しいといふことの良い定義である。

併しながら吾人が注意を要するといふのは、經驗が吾人の假定に反することは

果して有り得ないであらうかといふ疑のあることである。

今少しく詳細に説明しやう。余は先づ地球上の或場所に一つの事件 α が起り、一定の時間の経過した後 α' といふ結果を生じたと假定し、又之に遠く離れた地球上の他の點に β なる事件が起つて、 β' なる結果を生じ、而して α と β との兩事件が同時であり、又 α' と β' との結果が同時であつたと假定する。

更に其より後 α なる事件が略前と同一の事情の下に繰返され、又それと同時に β なる事件もそれから遠く隔つた地點に矢張り前と略同一事情の下に起つたとする。

然る時は α' β' なる結果も亦繰返されるであらう。今余は α' なる結果が β' よりも著しく早く起つたと假定して見る。

若し經驗が實際斯様な事實を立證するならば吾人の要求は否定せられる。何故ならば斯様な經驗は第一の $\alpha\alpha'$ なる時間は $\beta\beta'$ なる時間と其長を等しくし、第二の $\alpha\alpha'$ な

る時間は $\beta\beta'$ なる時間よりも小さいことを示す。然るに吾人の要求は之に反して二つの $\alpha\alpha'$ なる時間は相等しく、又二つの $\beta\beta'$ なる時間も相等しい事を求めるからである。即ち經驗から得た所の等、不等は其假定の要求する二つの同等關係と相容れないこととなる。

余が今擧げた所の假想は荒誕無稽であると云へるであらうか。否此は矛盾の原理と相容れない様な事は少しも含んで居らぬ。勿論此假想が現實となる場合には充足理由の原理は犯される如くに見える。併しながら斯かる基礎的の定義を是認する爲めには余は常に此原理のみならず、他の保證を要求しやうと欲するのである。

五

併し此だけ述べたのでは不充分である。物理的現實界に於ては一の原因が一の

結果を生ずるのでなく、多数の種々なる原因が相集つて一の結果を生じ、而も吾人は其等の原因の各個が結果に及ぼす所を分別する何等の手段をも有しない。

物理學者は此分別を試みるけれども、それは唯概略に止まり、如何程進歩しても此概略を脱して精確に達することはない。振子の振動が専ら地球の引力に原因する事は近似的には正しいけれども、嚴密に考へるならばシリウス(狼星)に至るまで振子に影響を及ぼさぬといふことは無い。

斯かる事情の下に於て或結果を生じた原因が繰返されるのが概略に止まらざるを得ないことは明白である。

其故吾人は吾人の要求、吾人の定義を變更し、「同一の原因は同一の結果を生ずるに等しき時間を要す」といふ命題を「略同様の原因は略同様の結果を生ずるに略同様の時間を要する」と改めなければならぬ。斯くして吾人の定義も亦唯近似的となる。

尙又カリノン Calnon が『諸種の量に関する研究』(Etude sur les diverses grandeurs と題する近頃の論文、一八九七年巴里ゴーチエ・ヴィラール Gauthier-Villars 發行)に於ていみじくも述べた如く、「地球回転の速度も任意の自然現象に與る事情の一つである。此回転速度が變化したならば其爲めに此等の自然現象の反覆に際し一の事情が同一でなくなる譯である。併し回転速度が不變であると假定することが吾人が時間を測定し得ると假定することになるのである。」

吾人の定義は右の如くにしても猶未だ充分なものでない。曩に述べた天文學者が地球の回転は遅緩になると主張する場合には、彼等が暗に採用して居る定義は此定義ではないのである。

然らば彼等の口にする此主張は如何なる意味を有するか。吾人が之を理解する道は彼等の主張に對する證明を分析する外無い。

彼等は第一に潮汐の摩擦が熱を生ずる爲めに機械的エネルギーを減しなければ

ならぬといひ、エネルギー恆存則を其根據に引く。

次に彼等は地球の回轉の遲緩に關する補正を加へなければ、ニュートンの法則に由つて計算した月の世紀的加速度は觀察の結果よりも小さいと云ふ。

斯様に彼等はニュートンの法則を根據とする。

是に由り換言すれば彼等が時の測定を定義する仕方は、時間はニュートンの法則とエネルギー法則とが適用せられる如くに定義しなければならぬと云ふこととなるのである。

ニュートン Newton の法則なるものは經驗的眞理であるから、唯近似的たるに止まる。従つて吾人は之に由り同じく單に近似的なる定義を得るに止まることとなる。

吾人が時間を測定する他の方法を採用せんと欲するも、ニュートンの法則が基く所の經驗は依然同一の意味を保持する。唯それを他の語に翻譯する爲めに言表は

し方が違ふのみである。其言表はし方が一層複雑となることは疑無い。

是に由り天文學が採用する定義は次の如く概括する事が出来る。即ち「時間は力學の方程式が出來得る限り簡單なるやうに定義しなければならぬ」と。

換言すれば時間を測定する方法には何れが眞正であるか何れが虚偽であるかといふことは無い。一般に採用せられるものは唯他に比して一層便利たるに止まる。

吾人は二つの時計に就いて一が正しく他が不正であると云ふことは出來ぬ。唯第一の時計の指示に従ふ方が利益が多いと云ひ得るに過ぎぬ。

吾人が茲に述べた困難は曩に云つた如く屢々人に注意せられたものである。最近に此の事を論じた著書の中で、余はカリノンの小さい書物の外にアンドラード Andrade の力學教科書を擧げて置かう。

六

第二の困難は第一に比して今日迄人の注意を惹いたことが遙に少い。併し全く相匹敵すべきものである。否論理上から云へば余は寧ろ此方を先きに述べ可き筈であつたのである。

二つの心的現象が二つの相異なる意識に起るとしたならば、其等が同時であるといふのは如何なる意味であらうか。

又凡ての意識の外に起る所の物的現象が吾人の意識内の心的現象より前或は後といふのは如何なる意味であるか。

一五七二年にテュヒョ・ブラーエ Tycho-Brahé は一の新しき星を天に認めた。それは或る非常に遠く隔つた星に大火が起つて大なる光を放つたのであるとする。其起つたのは之よりも更に餘程以前であつて、其星から出た光が地球に達するま

でに少くとも二百年を經過したとする。然らば此火災は亞米利加發見より前に起つた譯である。

此主張は何を意味するか。此の星の衛星には恐らく住民が無いから誰も立證する者の無い此大事件を余が考察して、此出來事はエスバニョラの島の形がコロンプスの意識に映ずるより前に起つたのであると云ふならば其意味は如何であらうか。

少しく考へたならば容易に此主張は其自身では何等の意味をも有せざることが知られる。

これは唯規約に由つて或る意味を有するに過ぎない。

七

吾人は先づ如何にして斯様に相隔絶した世界を時といふ一つの枠の中に入れる

といふ思想が人間に起り得たかを考へて見なければならぬ。

吾人は此場合に外界の寫象を得やうとする目的から出發して居る。而して是に依つてのみ吾人は外界を知ると信ずるのである。

實は吾人は此寫象に到達する期の無いことを知る。吾人の力は到底之に堪へな
らぬ。

併しながら吾人は少くとも此寫象が可能なる無限の精神、宛も吾人が見る所の僅少の事物を吾人の時に配列する如く萬物を見、萬物を其有する所の時の中に配列する一種の大精神を考へ得るものとして居る。

斯様な假定は全く粗笨で不完全である。何故ならば此偉大なる精神は實は一の半神に外ならぬ。一方に於ては無限でありながら、他の點に於てはそれは有限である。何となれば過去に對しては唯不完全な記憶を持つもの、而して若し其記憶が完全であつたならば、凡ての記憶は同様に現在となり、従つて其者に對しては

時といふものは無くなるから、不完全な記憶だけしか持つことは出来ないものだからである。

而も吾人が吾人の意識外に起る所のものに就いて時といふと言ふ場合には、吾人は無意識に右の如き假定をして居るのではあるまいか。吾人は自ら此半神の位置を占めて居るのではないか。無神論者と雖も若し神が存在すると假定すれば其神が占めるべき位置に自ら立つて居るのではないか。

今述べた所に由つて恐らく吾人が凡ての物理現象を一の枠に入れやうと試みる理由が分ると思ふ。併しこれは「同時」の定義と認めることは出来ぬ。何故ならば右に假定した様な精神は假令實在するとしても吾人には測り知られざるものだからである。

其故吾人は他に之を求めなければならぬ。

心理的の時に適應する通常の定義では最早吾人を満足することが出来ぬ。二つの同時な心理現象は餘りに相互密接に結合して居る爲め、其統一を破壊せずに分析に由つて區別するとが出来ない。二つの物理現象に於ても亦同様であらうか。余の現在はシリウスの星の現在に對してよりも昨日の余の過去に對して一層近いといふことはないのであらうか。

二つの出來事は其順序を任意に顛倒し得るとき同時と認められるのであるとも云はれて居る。併し此の定義が互に遠距離に起つた二つの物理現象に適合しないこと、精密に考へれば此顛倒の意味さへ分らぬことは明白である。否先づ前後の順序といふこと自身を定義しなければならぬ。

此に於て吾人は同時及び前といふのは如何なる意味であるかを説明し、二三の例を分析しやうと思ふ。

余が一通の手紙を書き、後にそれが宛名の友人に讀まれるとする。これは二つの相異なる意識を舞臺とする二つの事實である。手紙を書く時には余が眼前に映像を持ち、手紙を讀む時には余の友人が同一の映像を持つ。

此二つの出來事は全く相通じ得ない世界に起るものではあるけれども、余は一を他の前に起つたと認めるに躊躇しない。これは余が前者を後者の原因であると信ずるに由るのである。

余は雷鳴を聞けば、それに由つて放電作用の起つたことを推理する。余は意識に受け入れた聽覺寫象よりも物理的作用の方を前として疑はない。是れ後者が前者

の原因であると信ずるからである。

於此吾人が實際従ふ規則であり、又吾人の従ひ得る唯一の規則は次のものとなる。一の出来事が他の出来事の原因なる場合に吾人は前者を後者の前に起つたと認めるのである。

吾人は斯様に原因に依つて時を定義する。併しながら最も多くの場合に於て、二つの出来事が恒常的の關係に由つて結合せらるゝ如く見える時に、吾人は如何にして何れが原因であり何れが結果であるかを知るか。吾人は前の出来事を後の出来事の原因であると假定して居る。然らば吾人は此場合には時に由つて原因を定義する譯である。吾人は如何にして此循環論を脱するか。

曩に吾人は前後即ち因果といひ、今因果即ち前後と云ふ。此循環論は果して脱し得べきものであらうか。

十

吾人は如何にして右の循環論を脱し得るかを研究しやうとは思はぬ。これは到底完全に成功する見込の無いものである。吾人の研究は此れ迄如何にして之を脱しやうと試みたかである。

余が或有意行爲Aを遂行して、感覺Dを受け、之を余が行爲Aの結果と認めるとする。他方に於て余は又何等かの理由に由り此結果が直接でなく、余の意識外に於て余の經驗せざる二つの出来事BとCとを経、Aの結果としてBが、Bの結果としてCが、Cの結果としてDが生ずるといふやうにして生じたものであると推理するとする。

扱これは何に由るか。余が當然A、B、C、Dなる四つの出来事が因果の連鎖に由つて相互連結せられて居ると認めて差支ないと信ずる時に、因果の順序をA

BCDとし、同時に時の順序をもABCDとして他の順序を取らないのは何故であらうか。

實際Aの行爲に際し余が活動の感を持ち、Dの感を受けるとき受動の感を有することは分る。従つてAを始の原因としDを終の結果と認め、連鎖の始にAを、終にDを置くのである。併し何故BをCの前として、逆にCをBの前としないのであらうか。

此問を提出するとき通常其答は次の如くである。BがCの原因たることはBが常にCの前に起るので分る。此二つの現象が経験せられる時には常にそれが一定の順序に起る。其故實際経験せられない時に於て此順序が逆になる理由は無いと。

これは正當である。併しながら注意を要するのは、吾人は決して直接に物的現象たるBCを知ることが無い。吾人の知るものはBとCとに由つて生ぜられた

感覺B'とC'とである。吾人の意識はB'がC'の前に起る事を直接に示す、それによつて吾人はBとCとも同様の順序に起ると假定するのである。

此規則は實際甚だ自然に見える。併し吾人が之に背かなければならぬ場合も屢々ある。吾人は雲間の放電作用の後若干時間を経て雷鳴を聞く。今二つの雷鳴の一が遠く他が近い場合に、假令後者の音が前者のよりも前に聞こえるとしても、前者が後者より前なることもあるではないか。

十一

更に尙他の困難が存する。抑も吾人は一の自然現象の原因といふことを言ふ権利が實際あるであらうか。宇宙の凡ての部分が或程度に於て互に結合せられて居るものとするならば、任意の自然現象は決して唯一の原因の結果であるといふことはない、無限に多數の原因から生じたものである。其故吾人は屢々一の自然現

象が前の瞬間に於ける全宇宙の状態の結果であるといふのである。

然らば吾人は斯様に複雑な事情に適合する規則を如何に言表はすべきであらうか。これに由つてのみ初めて規則は普遍的嚴密となり得るのである。

此無限の錯綜の中に混亂して終ふことを避ける爲めに、吾人は簡單なる假定をしなければならぬ。今三個の天體例へば太陽、木星及び土星を考へる。而して簡單の爲め此等を吾人に對し質點に縮小したものとし、又宇宙の他の部分と絶縁したものと考へる。

三つの天體の或瞬間に於ける位置と速度とが與へられれば、次の瞬間従つて又任意の各瞬間に於ける其位置及び速度を規定するに充分である。 t の瞬間に於ける彼等の位置は $t+h$ 並に $t-h$ の瞬間に於ける其位置を規定する。

加之 t の瞬間に於ける木星の位置と $t+a$ の瞬間に於ける土星の位置とを結び付ければ、任意の各瞬間に於ける木星並に土星の位置が規定せられる。

木星が $t+c$ の瞬間に、土星が $t+d+e$ の瞬間に占める位置の系統は、木星が t に於て、土星が $t+a$ に於て占める位置の系統と、ニュートンの法則よりは複雑なるもこれと同様に精密なる法則に由つて結合せられる。

然らば此等の位置系統の前者を後者の原因と認め、木星の t の瞬間と土星の $t+a$ の瞬間とを同時と認めることは何故に不都合であらうか。

それは唯便利と簡單(實際それは甚だ重要なことであるが)といふ理由より外に何も無いのである。

十二

吾人は次に此程人爲的でない例に移らう。學者が暗に假定して居る定義を明にする爲めには、吾人は學者の實際研究を觀察して、彼等が如何なる法則に従つて同時を求めるかを調べて見なければならぬ。

余は光の速度の測定と経度の決定との二つの簡單なる例を取らうと思ふ。

余が天文學者から其望遠鏡に由つて今見る天上の出來事は五十年前に起つたものであるといふことを聞く時には、余は其意味を理解せんことを求めて、先づ彼が如何にしてそれを知つたか、換言すれば如何にして光の速度を測定したかを尋ねる。

天文學者は先づ光が定常の速度を有すること、特に其速度が凡ての方向に一樣なることを假定して居る。これは光の速度の測定に欠くべからざる假定である。此假定は決して經驗に由つて直接に確めることは出來ない。併し種々の測定の結果が互に一致しなければ、經驗に由つて此假定を否定することが出来る。其故今日迄斯様な否定が起らず、時々現れる所の小なる差違が容易に説明出来るのは僥倖と思はなければならぬ。

此充足理由律に一致する假定は常に全世界から採用せられた。余が特に注意を

促したく思ふのは、此假定が吾人に同時を發見する一の新しい、前に述べたのと全く異なる規則を興へることである。

今吾人は此假定の承認に由つて如何にして光の速度が測定せられたかを見やう。ロエーメル *Roemer* が木星の衛星の蝕を利用し、此出來事が豫言よりも如何程遅れるかを觀察したことは人の知る所である。

扱此豫言は如何にしてなされたか。それは例へばニュートンの法則の如き天文學上の法則に由つてなされたのである。

然らば光には採用せられた速度と多少異なる速度を興へ、ニュートン法則は唯近似的に止まると假定して、觀察せられた事實が同様に説明出來ぬであらうか。否出來る。唯其場合にはニュートン法則を他の一層複雑なる法則に由つて置き換へなければならぬばかりである。

是に由つて吾人は光の速度を定めるのに之に適應する天文學上の法則を出來得

る限り簡單にする様に定めることになる。

次に航海者或は地理學者が經度を測定するに吾人と全く同様の問題を解かなければならぬ。彼等は巴里に行かずして巴里の時を計算しなければならぬのである。

然らば彼等は如何なる方法を探るか。

或は彼等は巴里の時刻に合はせた時計を携帯して居る。是に因つて同時といふ性質的の問題が時間の測定といふ數量的の問題に歸せられる。此後の問題に關係する困難は既に上に詳述せるを以て今再び之を説く必要はない。

或は彼等は天空の現象、例へば月蝕を観察し、此現象が地球上の凡ての點に於て同時に認められると假定する。

併しながら光の傳播は瞬間的に起るものでないから、此假定は全然正當とは云はれない。若し絶對的精確を欲するならば複雑なる規則に従つて補正を加へなければならぬ。

終りに或は又彼等は電信を用ゐる。扱巴里で信號を發するのよりも例へば伯林で同一信號を受ける方が遅いことは明白である。是れ上述の因果の規則である。

併し其遅れるのは幾何であらうか。通常は傳達の時間を度外視して發信受信の兩事件を同時と認めて居る。併し嚴密にする爲めには複雑なる計算に由つて小さな補正を加へなければならぬ。實際には此補正は觀察の誤差よりも更に小さい爲め行はれて居らぬのである。其にも拘らず吾人が嚴密なる定義を求めんと欲する見地から云へば、依然として此補正は理論上必要である。

以上の考察から余は二つの事の特記したい。

一、用ゐられる所の規則は甚だ多様である。

二、同時といふ性質的の問題を時間の測定といふ數量的の問題から分離することは困難である。時計を用ゐるにせよ、又は光の速度の如き傳達の速度を勘定に

入れるにせよ左様である。何故ならば時間を測定せずして斯かる速度を測定することは不可能だからである。 74

十三

今や余は結論を述べなければならぬ。

吾人は同時に對しても、二つの時間の相等に對しても同様に何等の直觀を有しなす。

吾人が斯様な直觀を有する如くに信ずるのは迷想である。

吾人は一定の規則を借用し、而して殆ど常に之を明にせず用ゐて居る。

然らば此等の規則は如何なる性質のものであるか。

それは普遍嚴密なる規則でなくして、夫々個々特殊の場合に適用し得る小さな規定の多數に過ぎない。

此等の規則は吾人に對し必然なものでない。進んで他の規則を發明しやうと欲することも出来る。併し吾人が此等の規則に従ふまいとすれば、物理學、力學、天文學の法則の述べ方を今より一層冗長にしなければならぬ。

即ち吾人が此等の規則を選ぶのはそれが真なる爲めではない、最も便利なるが爲めである。其規則は概括して次の如く云ふことが出来やう。

「二つの事件の同時、或は繼起の順序、及二つの時間の長さの相等は自然法の言ひ表はし方が出来得る限り簡單となるやうに定義しなければならぬ。換言すれば凡て此等の規則、定義は唯無意識なる便宜主義の産物に過ぎない」。

第三章 空間の概念

第一節 序論

余が以前に空間に就いて述べた論著に於ては専ら非ユークリッド幾何學に於て提起せられた問題を論じ、次元の數に關する問題の如き他の難問は殆ど全く之を不問に附した。従つて余が考察した幾何學は皆三次元の連續體といふ共通の基礎を持ち、而して其三次元の連續體は凡ての幾何學に對し同一であつて、唯其中に描かれた圖形に由り、或は之を測定せんとする時其尺度の如何に由つて初めて異つた形態を成すものであつた。

此本來形態の無い連續體の中に吾人は線及面の網を想像することが出来る。尙此網の目は相互に相等しいと規約することが出来る。測り得べきものとなつた連續體がユークリッド的或は非ユークリッド的空間になるのは一に此規約に依つて

である。斯くして此形態の無い連續體から此等兩種の空間形式の何れも同様に生じ得ることは、宛も白紙の上に直線でも圓でも同様に描き得ると同じである。

吾人は空間内に於て其内角の和が二直角に等しい直線三角形を知つて居る。然し吾人は又同様に内角の和が二直角よりも小さい曲線三角形をも知つて居る。一の存在が他の存在に比して不確實といふことは無い。前者の邊に直線といふ名稱を與へることはユークリッド幾何學を採用するといふことになり、後者の邊に直線といふ名稱を與へることは非ユークリッド幾何學を採用するといふことになる。其故如何なる幾何學を採用すべきかといふ問題は如何なる線に直線といふ名稱を與ふべきかといふ問題と同意味に歸する。

經驗が斯様な問題に答へる力の無いことは明白である。例へばABを直線と稱すべきかCDを直線と稱すべきかの判定を經驗に要求するものはない。同様に非ユークリッド三角形の邊は余が直觀に由つて有する不變の概念と一致せぬ故之を直線

と稱する権利が無いと主張することも出来ない。ユークリッド三角形の邊に就いて直觀を有するといふことは余も承認する。併し余は同様に非ユークリッド三角形の邊に就いても直觀を有するのである。此等の概念の一方を直線と名け他方を然か名けないといふ権利を如何にして余は有するであらうか。直線といふ二字は幾何程迄此直觀的の觀念の本質的な要素を成すか。吾人がユークリッド的直線は眞の直線であつて非ユークリッド的直線は左様でないと言ふのは、唯第一の直觀的觀念の方が第二のよりも一層重要な對象に適應するといふに過ぎないこと明である。其一の對象が他の對象より重要なことを吾人が如何にして判定し得るかは余が『科學と假説』に説明した所である。

吾人は此場合に經驗が關與することを見た。ユークリッド的直線が非ユークリッド的直線よりも一層重要であるとすれば、それは主として前者が或重要な自然物と相違すること少く、後者が著しくそれと相違するといふ意味である。或は非

ユークリッド的直線の定義は人爲的であるといふ非難があるであらう。實際吾人が假に此定義を承認しやうとすれば、相異なる半徑の二つの圓周は共に非ユークリッド的直線といふ名稱を受け、此に反し相等しき半徑の二つの圓周の中一は定義を満足し得るけれども他は満足せず、従つて吾人が此等の所謂直線の一を變形することなく移動せしめるならば直線でなくなるといふことが分る。併し吾人は如何なる権利に由つてユークリッド的幾何學者が相等しき半徑を有する二つの圓周と名ける所の圖形を相等しいと認めるのか。それは一方を變形するとなく移動せしむる時他と重なるからである。然らば吾人が此移動が變形を生ぜずに成されたといふのは如何なる理由に由るか。之に對し満足なる理由を發見することは不可能である。凡ての考へ得べき運動の中或ものはユークリッド的幾何學者が變形を伴はぬと稱するものであつて、他の或ものは非ユークリッド的幾何學者が變形を伴はぬと稱するものである。前者即ち所謂ユークリッド的運動に於てはユーク

リッポの直線は常に直線であるが、非ユークリッドの直線是非ユークリッドの直線でなくなる。併し第二種即非ユークリッドの運動に於ては非ユークリッドの直線は常に非ユークリッドの直線たるに反し、ユークリッドの直線はユークリッドの直線たることを失ふ。其故非ユークリッド三角形の邊を直線と名けるのが不合理であるといふことは證明せられずして、唯ユークリッドの運動を變形の伴はぬ運動と稱する限り、斯く名けることが不當であるといふ證明を得たのみである。併し吾人は非ユークリッドの運動を變形の伴はぬ運動と稱する場合には、ユークリッド三角形の邊を直線と稱することの不合理なる所以を同様にして證明し得るのである。

然らば吾人がユークリッドの運動が眞の變形を伴はぬ運動であるといふのは如何なる意味であらうか。それは唯ユークリッドの運動が他の運動より重要であるといふことに止まらなければならぬ。然らば何故にそれが一層重要なるかといへ

ば、或重要な自然の物體即ち固體が略此の如き運動をするからである。

次に吾人は一體非ユークリッドの空間を寫象し得るか、即ち重なる自然物が略非ユークリッドの直線の形を取り、其等が略非ユークリッドの運動に等しき運動を屢々受くる如き一の世界を寫象し得るかといふ疑問を發する。余は『科學と假説』に於て此疑問に然りと答へなければならぬ所以を説いた。

人は屢々次の事に注目した。若しも宇宙間の凡ての物體が同時に同じ割合を以て膨脹したならば、凡て吾人の尺度も其測るべき物體と同時に膨脹する故、其膨脹を認知すべき手段は無い。即ち世界は斯様な膨脹の後にも依然其進行を繼續して、斯かる大事件の起つたことを吾人に知らしむる如き何等の變化を示さない。

語を換へて言へば互に相似な(ユークリッド幾何學第六篇の意味に相似といふ語を解して)二つの世界は之を區別することが全く不可能である。併し此だけではない。嘗に二つの世界が互に等しいか相似なる場合に、即ち吾人が坐標軸或は

長さを測る尺度を變ずることに由り一方から他方に移り行くことが出来る場合に其二つの世界が區別し得られないばかりでなく、點變換に由つて一方から他方に移ることが出来る場合にも彼等は區別し得られない。一層明瞭に言表はせば、今一の世界の各點に他の世界の一點、而も唯一點が對應するといふ關係が双方から成立つと假定する。尙其上一の點の坐標はそれに對應する點の坐標の連續函數(其他の性質は如何なるものでも差支ない)であること、次に第一の世界の凡ての對象には第二の世界に於てそれに對應する點に在る同じ性質の對象が對應すること、終りに此一致は最初一度成立てば永久に維持せられるといふことを假定する。斯様な假定の下に於ては此二つの世界を區別する方法は全く吾人に缺けて居る。人が通常空間の相對性といふ時にはこれ程廣い意味に解して居るのではないけれども、併し本來は此様に解すべき筈のものであらう。

此等の世界の一が吾人のユークリッド的世界であるとすれば、其世界の住民の

直線と名けるものが吾人のユークリッド的直線となる。併し第二の世界の住民が直線と名けるものは一の曲線であつて、此が彼等の住する世界と、彼等が變形を伴はぬ運動と名ける所の運動に關して前者と等しき屬性を有するのである。従つて彼等の幾何學はユークリッド幾何學であるけれども、彼等の所謂直線は吾人のユークリッド的直線ではない。彼等の直線は吾人の直線を吾人の世界から彼等の世界に移る點變換に由つて變換したものである。斯かる人々の直線は吾人の直線ではないけれども、彼等の所謂直線相互の關係は吾人の直線相互の關係に等しい。此等の意味に於て余は彼等の幾何學が吾人の幾何學と同じものであると云ふ。其故吾人が彼等の誤れること、彼等の直線が眞の直線ならぬことを固く主張し、而して斯かる主張が全く意味無きことを認めぬとしても、少くとも、吾人は此等の人々が其誤りを覺るべき何等の手段を持たないといふことだけは承認しなければならぬ。

第二節 性質的幾何學

以上述べた所は比較的容易に理解せられる事であり、且つ余の既に屢々説いた所であるから今更に進んで此問題を論ずる必要はあるまいと思ふ。吾人が非ユークリッド的空間を寫象し得る以上、ユークリッド的空間は吾人の感性に必然なる形式ではない。ユークリッド的、非ユークリッド的兩空間は何れも余が初に述べた定形の無い連續體といふ共通の基礎を持つて居る。吾人は此連續體からユークリッド的空間でもロバチェウスキイ Lobatchewski 的空間でも同じ様に引出すことが出来るのは、宛も目盛の附いて居らぬ寒暖計から適當の目盛に由つて、華氏寒暖計でも列氏寒暖計でも同様に造ることが出来ると同じである。

於此一の問題が起る。即ち吾人の研究が定立した所の此定形無き連續體は吾人の感性に必然なる形式ではあるまいか。若し果して然らば吾人が此感性の閉込められる牢獄を、一定の幾何學を強ゐられないといふ意味に於て廣げるとしても、それは依然として牢獄たるを失はないであらう。

此連續體は如何なる計量の概念からも獨立なる若干の屬性を備へて居る。此等の屬性の研究は多くの偉大なる幾何學者殊にリーマン及びベッテ、Boethius に由つて爲され、位置解析 (Analysis Situs) の名稱を受けた所の一科學の對象を成す。此科學に於ては凡ての數量的觀念を抽象する。例へば一の線の上に於て點 B が點 A 及び C の間に在ることを確定すれば、此確定のみを以て満足し、ABC なる線が直線なるか曲線なるか、又 AB の長さが BC に等しいか或は二倍であるかといふ如きことは措いて問はない。

其故位置解析の命題は大小の割合を非常に變化し、直線を引くべき處に多少彎曲した線を引く様な下手な者が其圖形を模寫しても猶其正當を失はないといふ特性がある。之を數學的に言ひ表はせば、其等の命題は任意の點變換に由つて變化

せられないといふことになる。人は屢々計量的幾何學は數量的であり、此に反し射影幾何學は純粹に性質的であると云ふけれども、これは完全に正當ではない。後者に於て直線を他の線から區別するものは或關係に於て依然數量的である。眞に性質的なる幾何學は位置解析である。

扱ユークリッド幾何學の眞偽を研究する際に起つたと同様の問題は位置解析の定理に就いても新に起る。即ち此等の定理は演繹推理に由つて得られるものか。或はそれは隠れたる規約であらうか。又は經驗事實であらうか。それとも吾人の感性或は理性に必然なる形式の性質であらうか。

余は唯上の解答の終の二つは互に相容れないものなることを注意するに止める。此事は充分に理解して居らぬ人がある。例へば四次元の空間を寫象することが出来ぬといふ主張と、經驗が吾人に空間は三次元なることを證明するといふ主張とを同時に承認することは出来ない。實驗者が自然に對して此か彼かといふ問を

發する時には、其何れをも寫象し得るのでなければならぬ。兩者の中一方を寫象する事が不可能ならば經驗に訴へる必要はない、否斯くすることは出来ないのである。時計の文字板の數は十二に止まることを豫め知る以上、吾人は時計の針が十五を指さぬといふことを知る爲めに觀察を俟つ必要はない。又十五といふ數字が無いのであるから、針がそれを指すかどうか十五といふ數字の處を調べることは出来ぬ。

尙吾人は經驗論者が其主張をユークリッド幾何學の眞理に適用せんと欲する場合に、彼等の凡ての努力を豫め無効にする所の最も重大なる難點の一となるものを位置解析に就いては免れるといふことを注意する。ユークリッド幾何學の眞理は嚴密であつて經驗は凡て唯近似的たるに止まる。然るに位置解析に於ては嚴密なる定理を立證するに近似的なる經驗で足りる。例へば空間が二次元或は二以下の次元を有する能はず、又四次元或は四以上の次元を有する能はざることが知ら

れれば、二個半或は三個半といふ様な次元を持つことは不可能であるから、それが正に三次元を有することが確實となる。

位置解析の凡ての命題中最も重要なるは空間が三次元を有すといふ形に言ひ表はされる所のものである。吾人は今之を論じやうと欲するに由り、「空間が三次元を有す」とは果して如何なる意味なるかといふ問を發する。

第三節 多次元の物理的連續

余は『科學と假説』の中に於て何處から物理的連續の概念が吾人に起るか、又如何にしてそれから數學的連續の概念が生ずるかを説明した。吾人が二つの印象を互には區別し得るけれども其各々を第三の印象から區別することは出来ないといふ場合がある。例へば吾人は十二グラムの重量と十グラムの重量とを容易に區別出来るけれども、十一グラムの重量は其何れとも區別することが出来ない。

此様な事實を記號に表はせば次の如くに記される。

$$A=B, B=CA < C$$

これが粗笨な經驗の教へる物理的連續の式である。而してこれに含まれる所の相容れ難き矛盾は數學的連續の導入に由つて解除せられた。此數學的連續は上式の物理的連續に於ける如く相重なり合はずして互に分離した無限に多くの段（可盡數及び不盡數）を持つ梯子に比較せられる。

物理的連續は如何に完全なる機械も之を分解することが出来ぬ未だ分化せざる星雲の如きものである。確に吾人が前の重量を手で測る代に善い秤に載せて比較すれば、十一グラムの重量を十グラム、十二グラムの何れよりも分別することが出来る。従つて吾人の式は其場合には

$$< B, B < CA < C$$

となるであらう。

併し吾人は常にAとB、BとCとの間に

$$A=D, D=B, A<B, B=E, E=C, B<C$$

なる関係を持つ如きDとEとを必ず発見することが出来る。従つて前の困難は唯押し遣られただけに止まり、星雲は依然分解せられないこととなる。之を分解する事が出来るのは唯精神のみであつて、其産物たる數學的連続は星雲が星に分解せられたものである。

以上に於ては吾人は未だ次元の數といふ概念に觸れなかつた。然らば吾人が數學的連続或は物理的連続が二つ又は三つの次元を有するといふのは如何なる意味であらうか。

吾人は先づ物理的連続の研究に關聯させて切斷といふ概念を導入しなければならぬ。物理的連続の特色は今述べたが、其要素は何れも印象の複合から成立する。今既に存在する所の印象とは差違が余り少い爲めに區別せられざる如き印象の複

合に相當する新らしい要素を入れれば、之と區別出來ぬ從來の要素の一が其連續の他の或要素と區別し得られざることもあり、又其區別が可能なることもある。

其故第三の要素とは區別せられぬ二つの要素が、而も互に區別し得られるといふことも起り得る譯である。

此事を承認確定すれば、吾人はA及びBがCなる連續の二つの互に區別し得る要素なる時、次の様な性質を備へた一列の要素

$$E_1, E_2, \dots, E_n$$

なるものを発見することが出来る。即ち此等の要素は皆Cといふ連續に屬し、其の各々は直ぐ前のものと區別が出來ず、従つて E_1 はAと、 E_n はBと區別が出來ぬものである。斯くすれば吾人はCといふ連續から離れずに連續的な道に由つてAからBまで進むとが出来る。連續の任意の二つの要素A及びBに對して此條件が満足せられるならば、其場合に吾人は此連續Cは一続きであると言ふことが出来る。

次に吾人はCの中から或は互に區別し得る、或は其自身一個又は數個の連續を形造る要素の若干を抜き出す。斯くCに屬する要素の中から任意に抜き出した此等の要素の集合は余が(一個或は數個の)切斷と稱するものを形成する。

今Cの中から任意の二つの要素A及びBを取る。然る時は次の二つの場合が現れ得る。

即ち吾人が更に一列の要素

E_1, E_2, \dots, E_n

を第一、凡てがCに屬し、第二、各々が直ぐ次のものから區別せられず、従つて E_1 はAから E_n はBから區別せられず、第三、如何なる要素も切斷の任意の要素と區別し得ざるものは無い様に發見することが出来るか。

或は今舉げた初の二つの條件に適ふ如何なる列

E_1, E_2, \dots, E_n

も皆切斷の要素の或一つと區別し得ざる要素Eを含むかの何れかである。

第一の場合には吾人は斷絶無き道に由つてCを離れることなく又切斷に會ふことなしにAからBに達することが出来る。然るに第二の場合にはそれは不可能である。

連續Cの任意の二つの要素A及びBに就いて常に第一の場合が起るならば、吾人はCが切斷に拘らず一續きであるといふ。

吾人が右の如き切斷を一定の、而して他の點に於ては任意なる仕方を選むならば、連續が一續きたるを失はぬこともあり、又之を失ふ場合も起り得る。後の場合に於て吾人は連續が切斷に由つて分れたと言ふ。

吾人は以上の定義が皆印象の二つの複合は時として區別し得られ時として區別し得られぬといふ甚だ簡單なる事實にのみ基くことを認める。

此事を假定して、吾人は一の連續がそれを分つに若干の相互區別し得る要素を

切斷として認めれば足りる時一次元であると言ひ、此に反し其自身一個或は數個の連續を形造る要素の體系を切斷と認めることが連續を分つに必要なる時、其連續は數個の次元を持つと言ふのである。

連續Cを分つに一個或は數個の一次元の連續を形する切斷で足りる時吾人はCが二次元を有すと言ひ、多くとも二次元の連續一個或は數個を形造る切斷で足りる場合にCは三次元を有する連續であると言ふ。以下追つて右の如くである。

此定義の正當なるを立證する爲めに、吾人は幾何學者が果して實際三次元の概念を其研究の初に導入するのに此定義に従つて居るかどうかを見なければならぬ。扱吾人は幾何學者が多くは其初に當つて、面を立體或は空間の部分の限界、線を面の限界、點を線の限界とし、而して此手續は猶それより以上には續けることが出来ないといふことを主張して居るのを見る。

此考は余の今述べた定義の精神と同じものである。空間を分つ爲めには面と

稱する切斷を要し、面を分つ爲めには線と稱する切斷を、線を分つ爲めには點と稱する切斷を要する。而してそれより以上に進むことは出來ず、點は分たれないから、従つて點は連續でない。斯様に連續ならぬ點の切斷に由つて分つことの出來る線は一次元の連續であり、一次元の連續的切斷に由つて分たれる面は二次元の連續である。而して終りに二次元の連續的切斷に由つて分つことの出來る空間は三次元の連續となる。

是に由つて余が曩に與へた定義は本質上普通の定義と背馳するものでない。余は唯之に數學的連續ならぬ、吾人が寫象し得る唯一の連續たる物理的連續に適する形式を與へ、而も其嚴密を失はぬことを努めたに過ぎぬ。

尙此定義は常に空間のみに適用せられるものでないとは明である。吾人は感官に由て知覺する凡てのものに於て亦物理的連續の特性を發見する。其故前と同様の分類が常に當嵌まるであらう。又前の定義の意味に於て四或は五の次元を有す

る連続の實例を發見するとも容易である。此等の實例は自ら精神に思浮べられる。

終りに余は若し時があれば、余の曩に述べた科學、即ちリーマンが位置解析といふ名を與へたものが、如何に同数の次元を持つ連続の中に區別を附することを吾人に教ふるか、又此等の連続の分類が如何に切斷の考に基くかを説明する譯であるけれども、今は罷めて置く。

此切斷といふ概念から宛も一次元の物理的連続が一次元の數學的連續を生じたと同様の仕方にて多次元の數學的連續が生ずる。

$$A > C, A = B, B = C$$

といふ範式は粗笨な經驗の事實を要約したものであつて、相容れ難き矛盾を含む。此矛盾を脱する爲めに吾人は其他の點に於ては多次元の物理的連續の特性を保持する一の新しき概念を導入しなければならぬ。一次元の數學的連續は同一の量の無限に多數の相異なる有理或は無理の値に相當する段を持つた梯子に比せられ

た。今 n 次元の數學的連續を得る爲めには坐標と稱する n 個の獨立な相異なる値に相當する段を持つた n 個の相等的梯子を取れば充分である。是に由つて吾人は n 次元の物理的連續の模型を得る。それから今述べた矛盾を除去すれば即ちそれは數學的連續の最も忠實なる模型となる。

第四節 點の概念

今や吾人が初に掲げた所の疑問は解決せられた如く見える。吾人が空間に三次元を歸するのは空間の諸點の集合が三次元の物理的連續に就いて吾人が與へた所の定義を満足するといふ意味であると云へる様である。併しこれで満足するのは空間の諸點の集合、或は空間の點の何たるかと既に知られて居ると豫定するとなる。

此問題は併しながら人の信ずる程簡單でない。誰も點の何たるかを知つて居る

如くに信じ、而もよく知つて居るから、吾人が之を定義する必要がない様に見える。實際吾人が點を定義し得るといふことを吾人から期待してはならぬ。定義を順次に遡るならば吾人が停止しなければならぬ時が来る。然らば吾人は何れの時に停止すべきであらうか。

先づ吾人は感官に由て知覺し得るもの、或は吾人が寫象し得るものに達する時停止する。此時には定義が無用である。例へば吾人は小兒に向つて羊を定義して聞かせることはしないで、これが羊であると云ふのである。

然らば吾人は空間に於て點を寫象することが出来るかといふ問を發して見なければならぬ。これに然りと答へる者は、實は自己の黑板上の墨筆の白點か白紙上の黒點を考へて居ること、而して寫象し得るものは對象、或は更に適切に云へば此對象が感官に與へる印象に止まる事を忘れて居るのである。

吾人が一の點を寫象しやうと試みる時には非常に小さい對象が起す所の印象を寫

象する。實際二つの相異なる對象は共に如何に小さくとも全く相異なる印象を生じ得ることは附言する必要もない。併し此多少の説明を要する困難を余は今固執しまいと思ふ。

今重要なのは其事ではない。一點を寫象し得るといふだけでは不十分であつて、吾人は一定の點を寫象し、之を他の點と區別することが出来なければならぬ。何故ならば余が上に掲げた一の連續の次元の數を知る規則を此場合に適用し得る爲めには、吾人は此連續に屬する二つの要素が或は區別し得られ或は區別し得られなまいといふ事實に基かなければならぬからである。即ち吾人は或場合に一定の要素を寫象し、之を他の要素と區別し得なければならぬ。

扱問題となるのは余が一時間前に寫象した點は今余が寫象する點と同じであるか別であるかといふとである。換言すれば如何にして吾人は對象Aが α といふ瞬間に占めた點が對象Bの β といふ瞬間に占める點と同じであることを知り得るか、

或は一層適切に云へば、此問は抑も如何なる意味を有するかといふことである。

例へば余が余の室内に坐し、一の對象が余の机上に在る。余は一秒の間動かさず、又誰も其對象に觸れるものがないとする。然る時は余は此對象が一秒の始に占める點Aはそれが一秒の終に占める點Bと同じであると主張する。併し此主張は事實に反する。其對象は地球の運動に伴つて動かされて居るから、A點からB點までは三十キロメートルの距離がある。吾人は小にせよ大にせよ一の對象が空間に於て其絶對位置を變じたかどうかを知らぬ。嘗に吾人が絶對位置の變化を主張し得ざるのみならず、其主張其物が全く意味を有せず、何等かの寫象に適應するところが到底不可能なのである。

併しながら吾人は一の對象の他の對象に對する位置が變じたかどうか、就中その吾人の身體に對する位置が變じたかどうかを問ふことが出来る。若し此對象の吾人に起す所の印象が變化しなければ吾人は其相對的位置も變化しなかつたと判断しやうとし、此に反し其印象が變化すれば其狀態或は相對的位置が變化したと判断する。其後の二つの場合の何れを取らなければならぬかは更に之を決定するを要する。余は『科學と假説』に於て吾人が如何にして位置の變化を認識するに至るかを説明した。此書に於ても後に再び此問題に立戻る積である。斯くて吾人は一の對象の吾人の身體に對する位置が同一であつたか或は變化したかを知るに至る。

今二つの對象の吾人の身體に對する位置が同一であつた時には、吾人は其二つの對象の相互の位置も變化しなかつたことを推定する。併しながら此推定は全く間接的の推論に依る。吾人が直接に認識し得るものは唯對象の吾人の身體に對する位置のみである。

況や對象の絶對的位置が變化したかどうかを吾人が知ると信ずるのは（斯く信ずるのは實は誤つて居るのであるが）全く間接推理に由つてゝある。

約言すれば吾人が本來凡ての外界の對象を關係せしめる所の坐標軸は不變的に吾人の身體に結び付く軸系であつて、それを吾人は到る所に携へて行くのである。

絶對空間を寫象することは不可能である。若し余が對象と余自身と同時に絶對空間に於て運動して居るのを寫象しやうと欲するならば、實は余は余自身を不動と見、種々の對象、及び余の外に在るのであるけれども余が通常「我」と名けて居る所の一人の人間を運動すると考へるのである。

然らば吾人が凡てのものを吾人の身體に結び付く此軸に關係せしめることに同意すれば、前に述べた困難は解除せられるであらうか。吾人は此様にして其吾人に對する位置に由つて決定せられた點の何たるかを知るであらうか。多くの人は此間に然りと答へ、此軸が外界對象の位置を定めると云ふであらう。

それでは其意味は如何であるか。對象の位置を定めるとは單に吾人がそれに到達する爲めになさなければならぬ所の運動を寫象することに過ぎない。而してそ

れは空間に於ける運動其ものを寫象するのではなくして、唯此運動に隨伴し、空間概念の先在を豫想せざる筋肉の感覺を寫象するのである。

吾人が吾人に對して同一の位置を順次に占める二つの對象を考へるならば、此等二つの對象が吾人に起す所の印象は甚だ相異なるものである。然るに之を同一の點に在りと定めるのは、唯吾人がそれに到達する爲めに同一の運動をなさなければならぬからである。其外には両者が如何なるものを共通に持つか實際吾人は知らなう。

併しながら一の對象が與へられる時、吾人は同様にそれに到達するを得しむる多くの運動を案出することが出来る。其故吾人が一の點に導く運動に伴ふ所の一群の筋肉感覺を思ひ浮べることに由つて其點を寫象するならば、其寫象の方法には多くの相異なる種類があることとなる。若し此解釋に満足せずして、筋肉感覺の外に尙例へば視覺の助を借りやうと欲するならば、同一の點を寫象するに新に一

種或は二種の方法を加へることになり、却て困難を増すに止まる。於此何故吾人は此等凡ての互に此の如く相異なる寫象が同一の點をあらはすものと斷定するかといふ問題が起つて來る。

尙次の事を注意する必要がある。余は今吾人が本來凡ての外界對象を吾人自身の身體に關係させること、即ち宛も吾人が至る處一の軸系を携帶して空間の凡ての點を之に關係せしめ、而して此軸系が吾人の身體に不變的に結びついて居ることを述べた。然るに嚴密に云へば軸系が吾人の身體に不變的に結びつくといふことは、身體其ものゝ各部分が不變的に結合して居て初めて云ひ得るものなることを注意しなければならぬ。扱吾人の身體は實際其様でないから、其故吾人は外界の對象を此假想的の軸に關係せしむるに先つて、吾人の身體が同一の姿勢に在るものと考へることが必要となる。

第五節 位置變化の概念

余は「科學と假説」に於て吾人の身體の運動が空間概念の成立に重要な作用をなすことを示した。全く運動することの出来ない生物には空間もなく幾何學もない。如何に外界の對象が其位置を變ずるも、此移動が其生物の印象に及ぼす變化は其生物には位置の變化と認められずして、單に状態の變化と認められる。斯かる生物は此兩種の變化を區別すべき手段を有せず、吾人に對して非常に重要な相違も此生物には何等の意味無きものとなる。

吾人が四肢に與へる運動は外界の對象が吾人の感官に生ずる印象の變化を惹起する。斯様な印象の變化は他の原因に由つても生ぜられるけれども、吾人は吾人自身の運動に由つて生じた變化を認識し、之を他と區別する。其理由は一、これが隨意的なること、二、これが筋肉の感覺を隨伴することの二つである。

斯くして吾人は吾人の印象の受け得る變化を自ら二種に分類する。余はこれに次の恐らく余り適當でない所の名を命じた。一は内的變化と稱し、隨意的であつて筋肉の感覺を伴ふ。二は外的變化であつて其性質は前者と反對の特色を有する。

次に吾人は外的變化の中で或ものは内的變化に由て消去せられ、全く舊状態に復することが出来るけれども、他のものは此方法に由つて消去し得られぬことを觀察する。(吾人は位置を變じた所の對象に對しては吾人自身の位置を變ずることに由つてそれと吾人との相對的關係を以前のものに復し、前の印象の全體を恢復することが出来る。然るに對象が位置を變じたのでなくして状態を變じた場合には此事は不可能である。)これは外的變化の中に於ける新しい區別であつて、右の如くにして消去することの出来る變化を位置の變化と名け、然らざる變化を状態の變化と稱するのである。

例へば半分は青く半分は赤い一の球を考へ初には其青い方の半面を吾人に向け、

後に回轉して赤い方の半面を吾人に向けるとする。又吾人が一の球形の器に青い液體を入れたものを持ち、これが化學作用に由つて赤くなつたと假定する。兩方の場合に於て赤の感覺が青の感覺に代つたのであつて、吾人の感覺は同一の順序に現れる相等しき印象を経験するのである。而も吾人は此兩方の變化を甚だ相異なるものと認め、前者は位置の變化であつて後者は状態の變化であると考へる。其理由は何であらうか。

それは第一の場合には余が唯球を廻つて赤き半面に向くやうにすれば前の赤の感覺が恢復せられるからである。

然らば兩半球が赤と青とでなくして緑と黄とであつたならば球の廻轉は如何様に見えるかといふに、先には赤が青に次で現れたのであるが、此度は緑が黄に次で現れるのである。然るに余は此場合に二つの球は相等しき運動即ち何れも其軸の周圍を回轉する運動をしたのでであると云ふ。併し緑と黄との關係が赤と青との關

係に同一であるとは云へぬ。然らば余は如何にして兩方の球が同じ場所の變化を爲したと断定し得るか。それは何れの場合に於ても余が球の周圍を回轉すると即ち等しい運動を爲すことに由つて前の印象を恢復し得るからである。而して余は等しき筋肉の感覺を有するに由つて等しい運動を爲すことを知る。其故之を知る爲めに余は豫め幾何學に就いて知る必要なく、又幾何學的空間に於ける余の身體の運動を寫象する必要も無いのである。

尙他の例を擧げる。一の對象が余の眼の前で位置を變じ、其像が初は網膜の中央に映じ、後には網膜の周邊に映ずるとすれば、前の感覺は余の網膜の中央に終る所の神經纖維に由つて傳達せられ、後の感覺は網膜の周邊に末端を有する神經纖維に由つて傳達せられる。此兩方の感覺は性質上相異なるものである。若しさもなければ余は之を區別し得る筈が無い。

然らば余は如何にして此等二つの性質上相異なる感覺が同一の像を表はし、それ

が位置を變じたものであると判断するか。それは余が眼を以て其對象を追跡し、而して筋肉の感覺を伴ふ所の隨意的な眼の位置の變化に依つて像を網膜の中央に戻し、前の感覺を恢復することが出来るのに因るのである。

余は先づ初に一の赤色の對象の像が網膜の中央なるAから其周邊のBに移され、次に一の青色の對象の像が又中央のAから周邊のBに移されたと假定する。然らば余は兩方の對象が同じ位置の變化を受けたと判断する。それは何に因るかといふに、何れの場合に於ても、余が初の感覺を恢復することが出来、而して其爲めには眼の同じ運動を爲さなければならず、其眼が同じ運動を爲したといふことは實際同じ筋肉の感覺を経験することに由つて知られるからである。

若し假に余の眼が動くこと能はざるものとしたならば、網膜の中央に於ける赤の印象の其周邊に於ける赤の印象に對する關係が、中央の青の周邊の青に對する關係と同じであるといふことを承認する何等かの理由があるであらうか。其場合

には余は唯四個の性質上相異つた感覺を持つに止まり、それが今述べた様な關係に結びつけられて居るかどうかを問ふのは、宛も聽覺、觸覺、嗅覺の間に斯様な關係があるかを問ふと同様に笑ふ可きものに思はれるであらう。

更に内的變化、即ち吾人身體の隨意運動に由つて惹起せられ、筋肉の移動を伴ふ所の變化を観察すれば、吾人が今外的變化に關して爲した所に對應する次の二つの點を注意せしめる。

一、余は余の身體が一點から他の點に移り、而も其姿勢は同一に保たれること、即ち身體各部の空間に於ける絶對的位置は變じても、其相對的位置を同一に保持し、或は其同一を恢復することを假定し得る。同様に余は余の身體の位置が變ずるのみならず其姿勢も變化し、例へば縮められて居た腕を伸ばす如きことをも假定し得る。

其故余は姿勢の變化を伴はぬ單純な位置の變化を姿勢の變化から區別しなければならぬ。

扱兩者は共に筋肉の感覺といふ形式に於て余に現れるのであるが、余は如何にして之を區別することが出来るか。それは第一の方は外的の變化を消去する力があるのに對し、第二の方は全く之を能くせざるか、或は之を不完全にしかねることが出来ぬのに由るのである。

此事實を余は今既に幾何學を知れる人に説明する如く説明しやうと思ふ。但し其故を以て此區別を爲す爲めに幾何學が必要であると推定してはならぬ。余は幾何學を知るに先つて、それを説明する能はざるも、云はゞ實驗的に既に其事實を確めて居る。二種の變化を區別する爲めには説明は必要で無い。事實を確めれば足りるのである。

それは兎に角其説明は容易である。今外界の一對象が位置を變じたと假定する。扱此物體に對し余の身體の各部分が其原の位置を再び占めるには、此等各部分相互も亦夫々互に原位置を恢復しなければならぬ。此條件を満足する内的變化のみ

が其對象の移動に由つて生じた外的變化を消去するに適して居る。其故余の指に對する余の眼の位置が變化したならば、餘は容易く眼の對象に對する原位置を恢復し、從つて初の視覺を再び生ずることが出来るけれども、其際指の對象に對する位置は變じて觸覺は恢復せられぬこととなる。

二、尙吾人は同一の外的變化が相異なる筋肉の感覺に相應する二つの内的變化に由つて消去せられ得ることを認める。此認知も亦幾何學を知らずして爲され得るものである。唯其認知のみで他に何物をも必要としない。併し余は今此事實を幾何學的の語を用ゐて説明しやうと思ふ。Aの位置からBの位置に移るには余は多くの道を取ることが出来る。此等の道の第一のものにはSといふ筋覺の一行が對應し、第二の道にはS'といふ他の一行の筋覺が對應する。後者を生ずるに與る所の筋肉は前者を生ずる場合の筋肉と異なる故、兩者は一般には全く異なるものである。扱余が此等S、S'といふ二つの系列を同一の位置變化ABに對應すると認めるのは

如何にしてあらうか。それは此等の兩系列が同一の外的變化を消去し得るに由るのである。其外には兩者何等の共通點を有しない。

次に二つの外的變化 α 及び β 、例へば半青半赤の球の回轉と半黄半綠の球の回轉とを考へれば、一は青から赤への移り行き、他は黄から綠への移り行きに由つて知られるのであるから兩者少しも共通の所が無い。又吾人がS、S'といふ二列の内的變化を視ても同様に共通點を持つて居らぬ。而も α 、 β は同じ移動に對應し、同様にS、S'も同じ移動に對應すると云ふのは何故であらうか。それは唯單にSが α をも β をも同様に消すことが出来、又 α がSに由つてもS'に由つても同様に消されるからである。於是 α 、 β が共にSに由つて消され、 α がS'に由つても消されることを確定すれば、余はS'が亦 β を消し得ることを信ずるかといふ問題が起る。此法則が確立せられるかどうかを定め得るものは唯經驗のみである。若しこれがせめて近似的にでも確立せられることがなかつたならば幾何學は成立せず、空間も

無くなる。何故ならば其場合には吾人は最早余が今爲した如く變化を外的變化と内的變化とに分類し、又例へば状態の變化と位置の變化とを區別すべき動機が無くなるからである。

以上に於て經驗が如何なる作用を爲すかを見るのは興味あることである。經驗は或法則が近似的に成立つことを余に教へる。併し空間が如何なる性質を有するか、又それが其條件を満足するかどうかは教へない。余は實際凡ての經驗に先つて、空間が此條件を満足すること、若し然らざれば空間の無いことを知つて居たのである。其故余は幾何學の可能を經驗が教へたと云ふことは出来ぬ。余は幾何學が何等の矛盾を含まぬ故に可能なることを確に知る。經驗は唯幾何學が有用なることを余に示すに止まる。

第六節 視覺的空間

運動の印象が空間概念の成立に甚だ重要な影響を及ぼし、これ無くしては空間概念の生ずる能はざること今説明した如くであるが、視覺印象の職分を検し、所謂視覺空間の次元の數を研究し、而して第三節の定義を其印象に應用するものも亦興味の無いことではない。

此場合に吾人は先づ次の困難に遭遇する。吾人が網膜の或點を刺戟する赤の感覺を考へ、次に網膜の同一點を刺戟する青の感覺を考へるとすれば、吾人は此二つの性質上相異なる感覺が何等か共通のものを有することを認識すべき手段を持たなければならぬ。然るに吾人は前節の考察に由りこれを認識するには唯眼の運動及びそれに由つて惹起せられる意識より外に道が無い。それ故眼が不動なるか或は吾人が其運動を意識せぬならば、吾人は此等二つの相異なる性質の感覺が共通の所を持つことを認識し得ないであらう。即ち吾人は此等の感覺に幾何學的特性を賦與するものをそれから導き出すことは出来まい。視覺は筋覺を離れては

何等幾何學的の性質を有しない。其故吾人は純粹の視覺的空間なるものが存在しないと言つて差支無いのである。

此困難を除く爲め吾人は唯同性質の感覺例へば赤色の感覺が其刺戟する所の網膜の點に由つてのみ區別せられる場合を考へやう。元來余が凡ての可能なる視覺の中から隨意の選擇を施し、同じ色の凡ての感覺をそれが網膜の如何なる點を刺戟するかに拘り無く一種類に綜合すべき理由が無いことは明である。若し余にして豫め曩に述べた方法に由つて状態の變化と位置の變化とを區別することを知らなかつたならば、即ち余の眼にして動き得ざるものであつたならば斯様な事を思付く筈は無い。同じ色の二つの感覺が網膜の二つの相異なる點を刺戟するならば、それは余に對し相異なる色の二つの感覺と同じ様に性質上相異なるものと見えるであらう。

余は赤色の感覺のみに考察を限ることに由つて人爲的の制限を加へ、故意に問題の或方面を全く度外視して居る。併し此人爲の方法に由つてのみ余は運動感覺を混ざることなくして視覺的空間を分析することが出来るのである。

吾人は今網膜上に一の線を引き、之に由つて網膜の表面を二つの部分に分ち、而して此線上の點に當るか或は之と區別出來ぬ程近くに生ずる赤色の感覺を除くものとする。然らば此感覺の全體は一種の切斷を形る。余は之を〇と稱する。此切斷は明に可能なる赤色の感覺の全體を分ち、余が此線の相異なる側に在る二つの點に起る二つの赤色の感覺を取るならば、余は何時か必ず此切斷に屬する感覺に觸れることなしには連續的の道に由つて一方の感覺から他方の感覺に移ることが不可能である。

其故此切斷が n 次元であるならば、余の赤色の感覺全體は $n+1$ 次元を有する。或は視覺空間が $n+1$ 次元を有すると言つても差支無い。

次に余は切斷 C の一定點に起る赤色の感覺を考ふるに、此感覺の全體は又一の

新しき切斷C'を形造る。而して此切斷は切斷Cを分つこと（分つといふ語は常に同じ意味に用ゐられるものとして）明白である。

其故切斷C'がn次元であるならば、切斷Cはn+1次元、全視覚空間はn+2次元を有する。

若しも網膜の同一點に起る凡ての赤色の感覺が同一と認められるならば、切斷C'は唯一の單元に歸する故無次元であつて、視覚空間は二次元を有することになるであらう。

然るに眼は吾人に第三次元の感覺を與へ、吾人をして或度迄對象の遠近を認識せしめるとは屢々人の言ふ所である。今此第三次元の感覺なるものを分析しやうと欲するならば、吾人はそれが兩眼の閉合の意識に基くか、或は像を調整する爲めに眼筋の爲すべき調節の努力に歸することを發見するであらう。

其故網膜の同一點に起る二つの赤色の感覺は同じ閉合の感覺及び同じ調節の努

力の感覺に伴はるか、或は少くとも、吾人がそれを區別し得ざる程差違の小なる閉合、調節の感に伴ふ時のみ同一と認められるのである。

此點から見て切斷C'は其自身一の連続であつて、切斷Cは一より多き次元を有することとなる。

扱經驗の吾人に教ふる所に由れば、二つの視覚が同じ閉合の感に伴ふ時は同様に又同じ調節の感に伴はるゝものである。

即ち吾人が切斷C'の感覺中一定の閉合の感に伴ふ凡ての感覺を以て前の法則に従ひ新しき切斷C'を形造るならば、其等の感覺は相互區別する能はず、同一と認めることが出来る。其故C'は連続でなく無次元となり、C'はC'に分たれる故、C'は一次元、C'は二次元、全視覚空間は三次元を有することとなる。

併しながら若し經驗の吾人に教へる所がこれと異り、一定の閉合の感が必ずしも同一の調節の感を伴はぬとしたならば果して此の如くであらうか。否此場合に

於ては網膜の同一點に起り、同じ閉合の感を伴ふ二つの感覺、即ち何れも切斷C'に屬する二つの感覺が相異なる調節の感を伴ふ爲めに相互區別し得られることゝなる。従つてC'自ら一の連続となり少くも一次元を有する故に、其場合にはC'は二次元、Cは三次元、全視覚空間は四次元を有することゝなる。

此の如き事情の下に於て吾人は實驗的の法則から出發して空間に三次元を附與する結果に達する故に、空間が三次元を有することは經驗の吾人に教ふる所なりと云ふであらうか。此場合には吾人は實は唯生理學的實驗とも云ふべきものをなすに止まる。而して閉合の感と調節の感との一致を破るには唯適當なる眼鏡を掛ければ充分である。此に於て吾人は空間に四次元を與ふるには眼鏡を掛ければ足る、即ち其眼鏡を造れる眼鏡師が空間に一次元を加へたと云ふであらうか。否明にさることは無い。吾人が言ひ得る所は唯空間に三次元を賦與するの便利なるを教ふるが經驗であるといふに過ぎない。

併しながら視覚空間は空間の一部分である。此空間の概念其物に已に或人爲的の所を含むことは余が初に説明した如くである。眞の空間は運動空間である。之を吾人は次章に研究しやうと思ふ。

第四章 空間と其三次元性

第一節 位置變化の群

吾人の達し得たる結果を概括すれば下の如くである。吾人は曩に空間が三次元を有すとは如何なる意味なるかを研究せんと企て、先づ物理的連続の如何なるものなるか、それが n 次元を有すといふは如何なる場合なるかを考察した。吾人が印象の種々の體系を観察し之を互に比較すれば、吾人は屢々此等體系の二個が互に區別し得べからざることあるを認める。此事實を言ひ表はすに通常吾人は彼等が余りに相接近し、吾人の感覺は粗雑にして之を辨別する能はずと云ふ。又吾人は此等の體系の中の或二つが同一の第三者からは區別し得られずして、而も彼等相互には區別し得られることのあるのを確認する。其場合には吾人は印象の此等の體系の集合が一の物理的連続 C を形造ると云ひ、其體系の各を連続 C の要素と稱する。

此連続は幾何の次元を有するか。吾人は先づ C の中より二つの要素 A 、 B を取り、而して何れも連続 C に屬する要素の序列となるものありて、 A 、 B を其序列の兩端とし、序列の各項は直前の項と區別し得ざるものと假定する。吾人がかゝる序列 Σ を發見し得る時は、吾人は A 及び B が相互結合せらると云ひ、 C の任意の二つの要素が相互結合せられる時 C は一続きであると云ふ。

次に吾人は連続 C の中から全く任意に若干の要素を選出し、此等の要素の集合を切斷と稱する。 A 及び B を結合するところの序列 Σ を二種に分ち、第一種の方には其の如何なる要素も切斷の要素と區別し得ざる序列を採り、此等の序列は切斷を切ると云ふ。第二の種類は其の全要素が切斷の凡べての要素と區別し得る如き序列を含む。 A 、 B を結合する凡ての序列 Σ が切斷を切るならば、吾人は A 、 B が切斷に由つて分離せられ、切斷が C を分つといふ。若し吾人が C の中に切斷に

由つて分離せられる二つの要素を發見し得ないならば吾人は切斷がCを分たないといふ。

此定義に基き連續Cが其自身一の連續を形造らぬ様な切斷に由つて分たれ得る時、連續Cは唯一次元を有し、然らざる場合には數次元を有する。Cを分つに一次元の連續を成す切斷で足りればCは二次元を有し、又二次元の連續を形造る切斷で足りればCは三次元を有する。以下追つて此の如くである。

此定義に由つて吾人は常に任意の物理的連續の幾次元を有するかを知ることが出来る。併し吾人は尙空間と同値とも云ふべき物理的連續、即ち其連續の要素が空間の凡ての點に對應し、空間の相互余りに相接近せる點には互に區別し得ざる要素が對應する如き物理的連續を發見しなければならぬ。然る時は空間は此連續と同數の次元を有することゝなるであらう。

此寫象に適した物理的連續の媒介は缺くべからざることである。何となれば吾

人は空間其物を寫象するを得ないからである。其理由は多々ある。空間は一の數學的連續であつて無限である。然るに吾人は唯物理的連續のみを寫象し得、又有限なるものでなければ寫象することが出来ぬ。又吾人が點と稱する空間の各要素は相互全く相等しきものである。然るに吾人が吾人の定義を適用し得る爲めには少くとも要素が余り相接近して居らぬ場合にそれを區別し得なければならぬ。約言すれば、絶對空間なるものは無意味であつて、吾人は先づ之を吾人の身體に不變的に結合する所の軸系に關係せしめなければならぬ。而して吾人は吾人の身體を常に相等しき姿勢に戻されるものと假定しなければならぬのである。

次に余は吾人の視覺を以て空間と同値の物理的連續を形造ることを試みた。これは疑も無く容易であつて。特に此實例は次元の數を研究するに適して居る。此研究に由つて吾人は所謂視覺空間が、三次元を有するといふのは如何程迄正當であるかを知つた。併し此解決は余の説明した如く不充分であり人爲的である。吾

人は視覚空間でなく運動空間に吾人の研究を向けなければならぬ。

尙余は既に吾人が位置の變化と状態の變化との間になす所の區別の起原に關し述べた。

吾人の印象中に起る變化の中に吾人は先づ筋覺を伴ふ所の隨意的なる内的變化と、其反對の特徴を有する外的變化とを區別する。而して吾人は外的變化が内的變化に由つて消去せられ、其に由つて原感覺が恢復せられることの有り得るを確認する。斯様に内的變化に由つて消去せられる外的變化を位置の變化と稱し、之を容さぬ變化を状態の變化と稱する。外的變化を消去することの出来る内的變化は身體全體の位置變化と名けられ、其他の内的變化は姿勢の變化と名けられる。

今 α と β とを二つの外的變化、 α' と β' とを二つの内的變化とし、 α は α' に由つても又 β' によつても消去せられ、又 α' は α をも β をも消去すると假定する。然るときは經驗は β' も亦 α と β とを同様に消去する事を吾人に示す。此場合に吾人

は α と β とが同一の位置變化に對應し、又同様に α' と β' とも同一の位置變化に對應すると云ふ。

此設定に従つて吾人は吾人が位置變化の連續或は群と名けやうと欲する所の物理的連續を考へることが出来る。其定義の仕方は次の如くである。連續の要素は外的變化を消去し得る内的變化である。今此等の變化の二つ α' β' は、第一、本性上即ち相互余りに接近する時、及び、第二、 α' が、其本性上 β' と區別すべからざる或第三の内的變化が消去すると同じ外的變化を消去し得る時互に區別し得ざるものと認められる。此第二の場合には α' β' は一種の規約に由つて、即ち彼等を區別し得しむる如き事情を度外視するといふ規約に由つて區別し得ざるものとなつたのである。

此様に吾人は要素を知り、又其要素が如何なる條件の下に區別し得ざるものと認めらるべきかを規定したので、今や吾人の連續は全く決定せられた。即ち吾人

は吾人の定義を應用し、此連続が何次元を有するかを定めるに要する所のものを凡て得たのである。斯くして吾人は此連続が六次元を有ることを知るであらう。是に由り位置變化の連続は次元の数が空間と等しくないから、これと同値であるとは云はれない。唯空間に類似したものに止まる。

然らば位置變化の連続が六次元を有することは吾人之を如何にして知るか。それは經驗に由つてである。

吾人が此結果に到達する所の經驗を記述しやうと思へばそれは容易である。吾人は此連続に切斷を應用して之を分ち、而して其切斷自身が又連続であつて、他の第二次の切斷に由つて分たれ、此切斷も亦其自身連続であつて他の切斷に由つて分たれ、追つて此の如くにして第六次の切斷に至り始めて其自身連続ならぬ切斷に終ることを見る。斯くして吾人の定義に従つて位置變化の群は六次元を有することになるのである。

其詳細を記述するのは今言つた如く容易であるけれども、非常に煩冗であり又皮相の譏もあらうから止めて置く。既に述べた通り位置變化の群は空間に類似し、吾人はそれから空間を演繹することが出来る。併し次元の数が相違するから空間と同値ではない。其故吾人が如何にして此連続の概念が形成せられたか、如何にしてそれから空間の概念を演繹し得るかを説明しても、何故三次元の空間の方が此六次元の連続よりも吾人に親密であるかといふ疑問が起り、果して空間の概念が此迂路に由つて人間精神に形成せられたのであらうかといふ疑問が湧くであらう。

第二節 一點の同一

點とは何か。空間の二點が同一なるか相異なるかを吾人は如何にして知り得るか。即ち換言すればAなる對象がBなる對象の β なる瞬間に占有せる點を α の瞬

間に占有するといふ主張は如何なる意味を有するか。

これは前章第四節に提出した問題である。已に説明した如く問題は絶対空間に於てA Bなる對象の位置を比較することではない。斯かる問題は明に無意味である。然らずして常に身體が等しい姿勢に戻されると假定して、余の身體に恒常的に結びつく軸に對しての二つの對象の位置を比較するに止まる。

余は α と β といふ兩瞬間の間に余の身體をも眼をも動かさなかつたと假定する。(身體なり眼なりの運動は余の筋肉の感覺に由つて認められる)。即ち余は頭も腕も手も動かさないとする。扱余が對象Aに歸する所の印象の一部は余の視神經の或纖維に由り、他部は余の指の觸神經の或纖維に由つて α の瞬間に余に傳達せられたことを確めたとする。余がBの對象に歸する所の他の印象は一部は前と同一の視神經に由り一部は同一の觸神經に由つて β の瞬間に余に傳はるものと認める。

此處に議論を中斷して説明を挿入しなければならぬが、一體余がAに歸する印象と、Bに歸する、之と全く異なる印象とが同じ神經に由つて余に傳達せられるといふことは如何にして知られるか。例へば視覺を取るならば、Aが二つの同時の感覺、即純粹に光の感覺たる a と色の感覺たる a' とを生じ、同様にBが同時に光覺 b と色覺 b' とを生じ、而して此等の相異なる感覺が前後同じ網膜の神經に由つて傳達せられるならば、 a と b とが同じであつて、而も相異なる物體の爲めに生じた a' b' の色覺は通常異つて居ると假定しなければならぬであらうか。若し然らば凡て此等の感覺が同じ神經に由つて傳達せられることを吾人に知らしめるのは、 a の感覺を伴ふ所の感覺 a と、 b の感覺を伴ふ所の感覺 b との同一といふことであらう。

此假説が如何にあれ、又余は之よりも遙かに複雑なる假説を選ばんと欲する者なるに拘らず、兎に角 $a+a'$ と $b+b'$ 、といふ感覺の間に何等か共通なる所があることを吾人が如何にかして認めるといふことは確實である。さもなければ對象Bが

對象Aの位置を占めたといふことを認めるべき手段が無くなる譯である。

此事はこれに止め今掲げた假定に立戻る。余はBに歸する印象が、Aに歸する感覺の α の瞬間に余に傳達せられたと同じ視覺及び觸覺神經に由つて β の瞬間に傳達せられることを確めたものと假定する。然りとすれば吾人は猶豫なくBが β の瞬間に占める點は、Aが α の瞬間に占めた點と同一であると斷定する。

今余は此等の二點が同一なる爲めの二つの條件を述べた。一は視覺に關し、他は觸覺に關する。吾人は之を別々に觀察して見やう。第一の方は必要であるけれども充分でない。第二の方は必要にして同時に充分である。幾何學を知る者は之を容易に次の如く説明するであらう。Oが α の瞬間に物體Aの像の形造られる網膜の點であるとし、Mが α の瞬間に物體Aの占有する空間の點、又M'が β の瞬間に物體Bに由つて占有せられる空間の點であるとする。物體BがOに其像を作る爲めには點M、M'が一致するとは必要ではない。視力は遠方に及ぶから、OM、M'Oが一直

線上にありさへすれば足りる。其故兩方の對象が其像をOに作るといふ條件は二點M、M'が一致する爲めに必要ではあるけれども充分ではない。然るにPを余の指が占める點であつて、指は動かぬから其點に留まるものとする。若し物體Aが α の瞬間に余の指に觸れることを感ずるならば、觸覺は遠方に及ばないからMとPとは一致する。次にBが β の瞬間に余の指に觸れることを感ずるならばM'とPとは一致するのである。其故Aが α の瞬間に余の指に觸れ、Bが β の瞬間に之に觸れるといふ條件はMとM'とが一致する爲めに必要にして同時に充分なるものである。併し吾人が未だ幾何學を知らざるに當つては斯く推論することは出来ない。唯吾人は觸覺に關する第二の條件が満たされずに視覺に關する第一の條件が満たされることはあるけれども、第二の方が満足されて第一の方が満足されないことは無いといふ事情を経験に由つて確め得るに過ぎない。

今經驗が吾人に其反對を教へる場合を假想する。これはあり得ることなのであ

つて、其假定に何等の矛盾も含まれない。即ち吾人は觸覺に關する條件が満たされながら視覺の條件は満たされないことがあり、之に反し觸覺の條件が満たされずに視覺の條件が満たされることはあり得ないといふことを經驗的に確めたと假定する。斯かる場合には吾人は明に觸覺が遠方に及び視覺が遠方に及ばないと判断するであらう。

まだこれのみではない。今迄は一の對象の位置を決定するのに唯余の眼と一本の指のみを用ゐると假定した。併し吾人は他の方法、例へば凡ての指を同様に用ゐ得る。

今余の第一指は α の瞬間に、余が對象Aに歸する所の觸覺を感じ、而して余は筋覺の系列Sに對應する一列の運動を行ひ、其結果余の第二指が同じく對象Aに歸せらるゝ觸覺を α' の瞬間に感ずるとする。扱余の身體を動かすことなくして(これは筋肉の感覺に由つて認められる)此第二指が此度は余が對象Bに歸する所の

觸覺を再び余に傳達し、次に余は觸覺の系列S'に對應する一列の運動を行ふとする。然る時は余は此系列S'は系列Sの逆であつて反對の運動に對應することを知る。如何にして之を知るかといへば、それは余がS'の系列に對應する二列の運動を相次で行へば本の印象が恢復せられること、即ち兩系列が互に消し合ふものなることを屢々過去幾多の外的經驗が余に教へるのに因る。然らば此假定の下に於て余は對象Bに歸せられる所の觸覺を第二列の運動が終つた時、 β' の瞬間に余の第一指が感ずると豫期すべきであらうか。

此問に答へる爲めには幾何學を已に知る人は次の如く推論するであらう。多分對象Aは α の瞬間の間に動くことなく、又對象Bも β' の瞬間の間に動くことがない。 α の瞬間には對象Aは空間の一定點Mを占める、此瞬間にこれが余の第一指に觸れ、而して觸覺は遠方に及ばざるを以て、第一指も亦M點に在つたのである。次に余は運動の系列Sを爲し、其系列の終りに α' の瞬間に於て對象Aが余の第

二指に觸れることを確める。是に由つて余は此第二指がM點に在ること、即ち運動Sが第一指の位置に第二指を持來すといふ結果を生ずることを結論する。βの瞬間に於て對象Bは余の第二指と接觸する。余は身體を動かさざるに由り第二指はMに留まり、而して對象BがMに來たのである。扱Bは吾人の假定に由りβの瞬間迄は動かない。併し余はβ'β'の兩瞬間に運動S'を行ふ。此S'なる運動は運動Sの逆であるから、其結果第一指を第二指の位置に來らしめなければならぬ。即ちβ'の瞬間に第一指はMに來る。而して對象Bも亦Mに在るから、此對象は余の第一指に觸れなければならぬ。斯くして前掲の間は肯定せられなければならぬのであると。

併しながら未だ幾何學を少しも知らざる吾人は此様に推論するとは出來ぬ。吾人は此豫想が一般に實現せられることを確め、除外例はAなる對象が瞬間αとα'との間に運動したか、或は對象Bが瞬間βとβ'との間に運動したといふことに由

つて常に説明出來るのである。

併し經驗はこれと反對の結果を持つことが出來なかつたであらうか。此反對の結果は其自身背理であらうか。明に左様ではない。然らば經驗が反對の事を教へたとしたならば吾人は如何したであらうか。其場合には幾何學は不可能になつたであらうか。否決してさることはない。吾人は唯觸覺が遠方に達するといふことを結論するに止まるであらう。

觸覺が遠方に達せず、視覺が遠きに及ぶといふ其主張は唯次の意味を有するに過ぎない。Bがβの瞬間に於て、Aがαの瞬間に占めた點を占めるかどうかを知る爲めには、余は種々の證徴を用ゐることが出来る。或は眼を、或は第一指を、或は第二指を用ゐる等それである。然るに余の指に依る證徴が現れれば他の證徴も現れるけれども、眼に依る證徴が現れるのみでは他の證徴は現れることが出來ない。これが上の余の主張の意味である。而して余は普通に確められたる經驗事

實を確めるに止まる。

前章の終に吾人は視覺的空間を分析し、此空間を生ずる爲めには網膜感覺、閉合感覺、調節感覺を要すること、若し此終の二つの感覺が常に一致するといふことがなかつたならば、視覺的空間は三次元でなく四次元となること、又若し他方に於て網膜感覺のみに依るとしたならば二次元のみを有する「純粹視覺空間」を得ることを知つた。此に對し唯一本の指の感覺、即ち其指の占め得る位置の全體に限り觸覺的空間を考へるならば、此觸覺的空間は、次節に分析するを以て今は此以上説明を加へないが、三次元を持つのである。然らば眞の空間は何故觸覺的空間と同数の次元を有し、純粹視覺空間よりも次元多いのか。其理由は觸覺は遠きに及ばず、視覺は遠方に達するからである。此二つの主張は全く同一の意味を有するのであつて、其意味の何たるかは今述べた如くである。

今余は前に議論を中斷せざる爲め立入らずに急ぎ通過した點に立戻つて、Aが

α の瞬間に、Bが β の瞬間に吾人の網膜に生ずる印象が、其種類の異なるに拘らず同じ網膜神經纖維に由つて傳達せられることを吾人が如何にして知るかといふ問題を考へて見る。余は一の簡單なる假説を掲げ、而して他の著しく複雑なる假説の方が余には一層實らしく思はれるといふとを附言した。今余の一言した其假説について少しく述べたい。赤色の對象Aが α の瞬間に、又青色の對象Bが β の瞬間に生ずる印象が、若し兩對象にして網膜の同一點に映ずるとするならば、それが何等か共通な所を有することを吾人は如何にして知るか。吾人は上に擧げた簡單なる假説を斥け、此等兩種の性質上相異なる印象は、二つの互に接近するも相異なる神經纖維に由つて傳達せられると考へることも出来る。

然らば此等の纖維が互に近接するといふことを知るに余は如何なる手段を有するか。若し眼が動かないものであつたならば恐らく何等の手段も無いであらう。

然るに眼の運動は網膜のA點に於ける青の感覺とB點に於ける青の感覺との間に

は、A 點に於ける赤の感覺と B 點に於ける赤の感覺との間に於けると同一の關係の存することを知らしめる。實際同じ筋覺に對應する同じ運動が第一から第二へも、第三から第四へも同様に移行かしめることを眼の運動が吾人に示した。余は人の氣付く通りロツェの提出した局所徵驗の問題に關聯する此考察には今は立入らない。

第三節 觸覺的空間

以上の如くにして余は A が α の瞬間に占める點と B が β の瞬間に占める點との二點の同一を認めるけれども、それは α と β との間に余が運動しなかつたといふ條件の下にのみ可能である。それでは吾人の目的に對し未だ充分でない。 α と β との兩瞬間の間に余が何等かの運動をなすと假定する場合に、A が α の瞬間に占める點と B が β の瞬間に占める點と同一なることを余は如何にして知るか。今 α

の瞬間には對象 A が、又 β の瞬間には對象 B が余の第一指に觸れて居ると假定する。而して同時に余の筋覺は余の身體の其間に動いたことを知らしめるとする。余は上に筋覺の二系列 S S' を考へ、兩者が相次ぐ場合に吾人の原感覺が恢復せられることを屢々認める結果、吾人は斯かる兩系列の一を他の逆と見做すに至るとあるを述べた。

若し余の筋覺が、 α β の兩瞬間の間に余が運動したと、但し互に逆と認められる二列の筋覺 S S' が相次で感せられる如くに運動したことを知らしめるとするならば、余は宛も運動せざりしかの如く猶依然として、若し余の第一指が α の瞬間に對象 A に、 β の瞬間に對象 B に觸れることを確める限り、A が α の時に占めた點と B が β の時に占めた點と同一であると結論するであらう。

此解は今知られる如く未だ充分満足なものでない。先づ此の解に従へば吾人が空間に何次元を賦與するかを見やう。余は A B が α β の瞬間に占有する二つの點

を比較しやうと思ふ。或は余の指が $\alpha\beta$ の兩瞬間に占める二つの點を比較しやうと思ふ。此兩方は余の指が α の瞬間には對象Aに、 β の瞬間にはBに接觸すると假定する故同じ事に歸する。然るに此比較の目的に供し得る唯一の手段は此兩瞬間の間に余の身體の運動に伴つて起つた筋覺の系列 Σ より外にはない。種々の考へ得べき系列 Σ は明に物理的連續を形造り、其次元は非常に大なる數である。今 S と S' とが前述の意味に於て互に逆であるならば、 Σ と $M+\alpha+\beta$ といふ兩系列は相異なるものとは認めないことに規約する。併し此規約にも拘らず種々の系列 Σ の全體は一の物理的連續を形造り、次元の數は前より減じても猶ほ非常に大さう。

此等の系列 Σ の各々に空間の一點が對應する。其故二つの系列 Σ には二點 M' が對應する。今迄吾人の用ふる方法は M' が次の二つの場合に區別せられないことを吾人に認めしめる。即ち一、 Σ と Σ' とが同一なるとき、二、 S と S' を互に逆

とし Σ が $M+\alpha+\beta$ に等しいときは是れである。吾人が他の凡ての場合に於ては M' を相異なるものと認めるならば、點の集合は區別せられる系列 Σ の全體と同數の次元、即ち三より多くの次元を有するであらう。

既に幾何學を知る人には此事は次の推論に由つて容易に説明せられる。考へ得べき筋覺の系列中に指の動かざる身體運動の系列に對應する若干のものがある。今 σ なる系列が指の動かざる運動に對應する場合に、兩系列 Σ と $M+\alpha$ は相異なるものと認めないことにすれば、系列の集合は三次元の連續を形造る。併し Σ が互に逆の時 Σ が $M+\alpha+\beta$ に等しくなければ常に Σ と Σ' とを相異なるものと認めることにすれば系列の集合は三次元以上の連續を形造る。

今空間に於て一の面Aを、而して此面上に一の線Bを、此線上に一點Mを取るとする。 C_0 を凡ての系列 Σ の全體、 C_1 を指が其面上に在る如き結果を生ずる運動に對する Σ 中の凡ての系列の集合とし、同様に C_2 、 C_3 は其運動の終に指がB或はM

に在る如き系列の集合とする。然る時は C_1 は C_0 を分つ切斷を、 C_2 は C_1 を分つ切斷を、而して C_3 は C_2 を分つ切斷を形造ること明である。是に由り吾人の定義に従ひ C_3 が n 次元の物理的連續ならば C_0 は ∞ 次元の物理的連續となることが知られる。

今 Σ と M 、 $M+a$ とを C_3 に屬する二つの系列とする。兩方の運動の終に指は M に在る。即ち指は σ なる系列の始と終とに於て同一の點 M に在るのである。其故系列 σ は指の動かぬ運動に對應する系列の一である。今 Σ と $M+r$ とを相異なるものと認めなければ、 C_3 の凡ての系列は唯一に融合し、 C_3 は次元を有せず、 C_0 は三次元となりて、余の示さんと欲せる如くなる。此に反し S と S' とが互に逆であるとして、 σ が n に等しくなければ Σ と $M+a$ とを歸一せざるものと認めることにすれば、明に C_3 は相異なる感覺の多數の系列を含むこととなる。是れ身體は指を動かさずに多數の相異なる姿勢を取ることが出来るからである。斯くして C_3 は一の連續を形造り、 C_0 は三次元以上を有すると曩に余の示さんと欲せる如くである。

未だ幾何學を知らざる吾人は此様に推論するとは出来ぬ。唯事實を確める外無い。併し幾何學を知る前に指を動かさぬ運動の系列 σ が如何にして他の系列と區別せられるかといふ問題が起る。吾人は此區別の後初めて Σ と $M+a$ とを同一と認め、而して此條件の下にのみ三次元の空間に達し得られると今述べた如くである。吾人が系列 σ を區別するに至るは次の方法に依る。即ち、吾人が此等の系列の筋覺に對應する運動を行ふ時、吾人の第一指と名けた指の神經に由つて傳達せられる觸覺が現狀を維持し、此運動に由つて變化せられないといふとが屢起るからである。これは經驗の教ふる所、又經驗に由つてのみ吾人の知り得る所である。吾人が二つの互に逆なる系列の結合に由つて形造られる n といふ筋覺を他と區別し出すのは、それが吾人の印象の全體を不變に維持せしめるからである。又今 σ を選び出すのはそれが一定の印象を維持せしめるに由る。(筋覺の一系系列 S が吾人の印象の一つ A を維持せしめるといふのは、吾人が A なる印象を感じ、

次に筋覺Sを感じる時、吾人が筋覺Sの後にも猶印象Aを感じてゐることを認めるといふ意味である。）

余は上に系列 σ が吾人の第一指の觸覺を變化せざることが屢起ると云つた。余は屢と云つて常にとは云はない。それは日常生活の語でいへば、余の指に接觸する對象Aが同時に動かないといふ條件の下に於て、指が動かなければ觸覺は變らないといふ意味である。併し吾人が幾何學を知るに先づては此説明を與へることは出来ない。唯印象が屢持續すること、併し常に持續するのでないといふことを確める外無い。併しながら σ なる系列が吾人に注意すべきものとなり、系列 σ と $M+\sigma$ とを同一種類に編入し、之に由つて兩者が區別無きものと認められるに至る爲めには、屢持續するといふことのみで充分である。此條件の下に吾人はそれが三次元の物理的連續を生ずることを見た。

斯くして余の第一指が生ずる三次元の空間が成立する。而して何れの指も同様

の空間を生ずる。然らば吾人は如何にして此等を視覺的空間と同一なるもの、又幾何學的空間と同一なるものと認めるやうになるか、吾人は猶之を研究しなければならぬ。

其前に注意する必要があることがある。吾人は上述した如く、空間の點、或は一般に吾人の身體の終の位置を知るに、一定の最初の位置から此終の位置に移らしめる運動を吾人に告げる所の筋覺の系列に由る外無い。併し此終の位置は一方に於て此運動に依つて定まると同時に他方に於て吾人の出發する最初の位置に依存することは明である。扱運動は吾人の筋覺に由つて知られる。併し最初の位置を吾人に知らしめるものは無い。何物も之を他の凡ての考へ得べき位置から區別せしめない。これは空間の本質的相對性を明に示すことである。

第四節 種々の空間の同一

次に吾人は二つの連続CとC'、例へば其一は余の第一指Dに由つて生ぜられ、他は余の第二指D'に由つて生ぜられたものを比較しなければならぬ。此二つの連続は共に三次元を有する。Cの各の要素、或は第一の觸覺的空間の各點といつてもよいが、それには余が一定の初的位置から一定の終の位置に移る筋覺の系列Σが對應する。(吾人が空間を吾人の身體に恆久的に結びつく軸に關係せしめるといふ代に、吾人の身體の最初の位置に不變に結びつく軸に之を關係せしめるといふ方が今迄述べた所に一層よく調和するであらう)。尙此第一の空間の同一點はσが指Dを動かさざる系列なることを吾人が知れば、ΣとM+σなる系列に對應するのである。

同様に連続Cの各要素に、或は第二の觸覺的空間の各點に感覺の系列Σ'が對應し、而してσ'が指D'の動かぬ系列なる時ΣとM+σ'とに同一點が對應するとする。σとσ'とを區別するのは前者が指Dの感ずる觸覺を變化せず、後者が指D'の感

ずる觸覺を維持せしめるに依る。

斯くて吾人は次の事實を確める。初に余の指Dは感覺A'を感ずる。次に余は運動して筋覺Sを生ずる。其結果余の指Dは感覺Aを感ずる。次に余は運動して感覺の系列σを生ずる。而も指Dは依然として感覺Aを感ずる。これが系列σの特性である。次に余は運動して筋覺の系列S'、即ち前に述べた意味に於てSの逆の筋覺の系列を生ずる。斯くして其の結果余の指Dは更に感覺A'を感ずることを認める。(Sは固より適當に選ばなければならぬ。)

是に由つて系列M+σ+σ'は指D'の觸覺を維持せしめるに因り余がσ'と名けた系列の一であるといふことになる。逆に任意の系列σ'を取ればM+σ+σ'は吾人がσと名ける系列の一となる。

斯くしてSを適當に選べば、M+σ+σ'は系列σ'となりσ'を凡ての可能なる仕方にて變ずるならば凡ての可能なる系列σ'が得られる。

以上の事は吾人が未だ幾何學を知らざるに因り唯確められるに止まる。併し幾何學を知る人は此事實を次の如く説明するであらう。初に余の指D'はM點に於て對象aと接觸し、aは指に印象A'を感ぜしめる。次に余は系列Sに相應する運動を行ふ。Sは已に述べた如く適當に選ばなければならぬ。即ち其運動がDの指を初にD'の占めし位置たるM點に來らしめる如くに選ばなければならぬ。然る時は指Dは今や對象aに觸れ、之に由つて印象Aを感ずる。

次に余は系列σに對應する運動を行ふ、此運動の際指の位置は假定に従つて不變である。即ち指は對象aと接觸を保ち、感覺Aを依然として感ずる。終りに余は系列S'に對應する運動を行ふ。扱S'はSの逆であるから、此の運動は指D'を今迄Dが占めて居た點Mに來らしめる、假定することを許さるゝ如く對象aが動かないとするれば、此指は其對象に觸れて更にA'の印象を感ずる。斯くて證明が出來たのであると。

今此結論を考へると余は筋覺の系列Σを觀察し、之に第一の觸覺的空間の點Mが對應するとする。次に互に逆なる兩系列S、S'に遡つて考へれば、前に述べた様に筋覺の各の任意の系列には第一並に第二の觸覺的空間の一點が對應するのであるから、系列の $M + \sigma$ には第二の觸覺的空間の點Nが對應する。

余は斯様に定義せられたNM兩點を互に對應するものと認めやうと思ふ。其正當の理由は如何。此規約に必要な條件は第一の空間に於て系列Σに對應する二點M、M'の同一は第二の空間の相對應する二點N、N'の同一なると、即ち兩系列の $M + \sigma$ と $M' + \sigma$ とに對應する二點の同一を生ずるといふことである。此條件が果して満足せられるかどうかを見やう。

先づ一つ注意することがある。SとS'とが互に逆であるならば、 $\sigma + \sigma = O$ 、従つて $\sigma + \sigma + M = M$ 、或は又 $M + \sigma + \sigma = M$ 、 $M + M = M + M$ である。併し今此處に覺感の繼續を示すに加法の記號を用ゐても、其の順序は措いて問はないとい

ふのでないから、 $S+M+Q \parallel M$ といふことはいへない。吾人は普通の加法に於ける如く項の順序を逆にすることは出来ぬ。簡単にいへば吾人の手續は組合的であるが交換的ではない。

之を假定して置けば、 Σ と Σ' とが第一の空間の同一点 $N \parallel N'$ に對應する爲めには $M \parallel M+Q$ なることが必要にして充分である。其の場合には $Q+M+Q \parallel Q+M+Q+Q \parallel S+M+Q+Q+Q$ となる。

併し吾人は $Q+Q+Q$ が系列 σ の一たるを已に確めた。其故 $S+M+Q \parallel S+M+Q+Q$ となる。即ち $S+M+Q$ と $S+M+Q$ とは第二の空間の同一点 $N \parallel N'$ に對應し、證明が出来たのである。

斯くして吾人の二つの空間は各點相互に對應し、一方は他方に變換せられる。即ち同形である。然らばそれが同一であるといふことは如何にして知られるか。

兩系 σ と $\sigma'+Q+Q \parallel Q$ とを觀察する。余は系列 σ が屢々指Dの觸覺Aを維持せ

しめる、併し常に維持せしめる譯ではないと云つた。同様に系列 σ' も指D'の觸覺A'を屢々維持せしめる、併し常にといふ譯では無い。扱余は系列 σ が指Dの印象Aを維持せしめるならば、同時に系列 σ' が指D'の印象を維持せしめ、反對に第一の印象が變化すれば第二も變化することは前の事よりも一層屢々起ることを認める。併しこれも亦必ずといふ譯では無い。

吾人は此經驗的事實を解釋して次の如く言ふ。指Dに印象Aを生ずる未知の對象 μ は指D'に印象A'を生ずる未知の對象 μ' と同一であると。實際第一の對象が動くのは印象Aの消滅に由つて認められるが、其時には同様にA'の印象も消えて第二の對象が動く。若し又第一の對象が不動であるならば第二も不動である。若し此兩對象が同一ならば、第一は第一の空間の點Mに在り、第二は第二の空間の點Nに在るを以て、此二點も亦同一となる。これが吾人をして兩空間を同一と認めしむる所以である。或は一層適當にいへば兩空間が同一であるといふ意味がこれで

ある。

吾人が今二つの觸覺的空間の同一に就いて述べたところと同様にして、觸覺的空間と視覺的空間との同一といふことも論ぜられるから、これは別に説明する必要は無い。

第五節 空間と經驗

余は今や經驗論者の思想と一致する結論に到達せる如くに見える。實際余は經驗の役前を説き、三次元の空間の成立に與る經驗事實を分析せんことを試みた。併し此事實の影響の如何に大なるにせよ、吾人の忘るべからざる、余が已に幾度か注意した所の事柄が存する。即ち經驗事實は屢々確められるけれども常に必ずといふ譯ではない。而してこれは空間が屢々三次元を有するけれども常に三次元を有するのではないといふ意味でないことは明白である。

余は此疑點を脱するのが容易なること、若し事實が豫想通りに確められない場合には外界の物體が運動したといふことに由つて容易に説明し得ることを知つて居る。經驗が豫想せられた結果を有するならば經驗が空間に關して吾人を教へ、然らざれば外物に責を歸しそれが運動したといふことを訴へる。換言すれば經驗が豫想通りにならぬ場合には強いて經驗を推し動かすのである。

余はこれが正當なることを争ひはしない。併しこれは空間の性質が本來經驗事實ではないといふ事を吾人に知らしむるに足るものである。若し吾人が他の法則を證明しやうと欲するならば、それに相當する經驗事實を強いて推し動かすことに由り同様に之を證明し得る譯である。而して斯く事實を無理に動かすことは同等の理由に由つて是認せられ得る筈である。或は之に對し多くとも次の如く反對するに止まらざるを得ない、曰く、汝が事實を推動かすことは正當であるけれども、之を濫用する。何の爲めに斯くも屢々外物が動いたとするのかと。

約言すれば經驗は空間が三次元を有することを吾人に對し證明しない。唯三元を之に歸すれば經驗事實を推動かすことが最小に制限せられるから便利であるといふことを證明するのみである。

尙經驗は吾人を常に唯物理的連續たる寫象的空間に導くのみで、決して數學的連續たる幾何學的空間に導くものでないといふことを附言する。經驗の教へる所は高々幾何學的空間が寫象的空間と同數の次元を持つために之に三次元を與へるのが便利であるといふことに止まる。

經驗の問題は又他の形に於て現れることも出来る。物理現象例へば機械的現象を三次元以外の空間に於て理解することは出来ないかといふ如き問題がある。若しそれが出来ないとするならば吾人は吾人の寫象の形式に對し客觀的の經驗的證明、云はゞ吾人の生理と獨立なる證明を有することになるのであらう。

併し實際は左様でない。余は今此問題を充分に論じやうとは思はぬ。唯ヘルツ

ロレンツの力學が吾人に與へる著しい例を讀者に想起させるに止める。

此大物理學者は其語の本來の意味に於て力なるものが存立することを信じなかつたのは人の知る所である。即ち彼は可視の物質點は或不可視の結合に由つて他の不可視の點に結びつけられ、吾人が力に屬せしむる作用は此不可視の結合の作用であると假定した。

併し之は彼の思想の一部に過ぎない。吾人が n 個の可視或は不可視の點に由つて形られた系統を考へる。然る時は全體で $3n$ の坐標が與へられる。今之を $3n$ 次元の空間の唯一點の坐標と認めることにする。尙此一點は今述べた結合に由つて $3n$ より少き任意の數の次元の面上に常に在るといふ條件に従ふべきものとする。此面上に於て一の點から他の點に運動する爲めには此點は常に最も短い道を取る。これが全力學を總括する唯一の原理とする。

人が此假說に就いて如何に考ふるも、或は其簡單なる爲めに心を誘惑せられ、

或は又其人爲的なる特質の爲めに之を嫌忌するも、兎に角ヘルツが之を理解し、之を吾人の普通の假説よりも一層便利なるものと考へたといふ唯一の事實が、吾人の普通の觀念、特に空間の三次元性が力學者に打克つべからざる力を以て強いられるのでないといふことを證明するに足るのである。

第六節 精神と空間

經驗は右の如くにして唯一の役前を勤めるに過ぎない。即ちそれは機會を與へるのみである。併し此役前は其にも拘らず非常に重要なものであつて、余は之を特説することを必要と認めた。若し吾人の感官に必要な先天的の形式が存在し、それが三次元の空間であつたならば、此役前は不必要であつたらう。

此形式が果して存在するであらうか、或は吾人が欲すれば三次元以上の次元の空間を寫象することが出来るか。抑も此問は先づ第一に如何なる意味を有する

か。吾人が其語の眞の意味に於て四次元の空間をも三次元の空間をも寫象し得ざることとは明である。先づ吾人は空虚な空間を寫象することが出来ず、又三次元にせよ四次元にせよ空間内の對象を寫象することは出来ぬ。其理由は、第一に空間は何れも無限であり、而して空間内の圖形即ち全體の一部を寫象するには全體を寫象しなければならぬのに、全體が無限であるから之を寫象することが出来ないといふこと、第二に此等の空間は數學的連續であるのに、吾人は物理的連續の外は寫象することは出来ぬといふこと、第三に此等の空間は等質であるのに吾人が吾人の感覺を包容する框は等質であることが出来ぬといふことである。

従つて前に發した問は次の意味より外に有することは出来ぬ。即ち前述の經驗が若し現在と異つて居たならば、其經驗の結果が吾人をして空間に三以上の次元を屬せしめるといふことを想像し得るか。例へば眼の調節感覺が常に閉合感覺と一致する譯ではないとか、第二節に述べた吾人が觸覺は遠方に達しないといふ語

で其結果を言表はした経験が吾人を反對の結論に導くといふ如きことを吾人は想像し得るか。

明に此事は出来る。吾人が経験を想像する際には其に由つて吾人はそれが與へる所の二つの反對する結果を想像するのである。實際右の如き想像は可能である。唯久しい間の個人的経験、又一層久しい間の人類の経験が産出した多くの聯想に打克たなければならぬ爲めにそれは困難である。恐らく此聯想が、或は少くとも其等の中吾人が之を祖先から繼承するものが此先天形式を形成し、吾人はそれに就いて純粹直觀を有するといふのであらうか。若し果して然らば之を分析し得ざるものと認め、其起原を明にする權利を拒む理由は無いと思ふ。

吾人の感覺が延長を有するといふのは、其感覺を生じた對象に吾人が到達する運動、換言すれば吾人が其の對象に對し自衛する運動に對應する或筋覺の寫象と感覺が常に結びついて居るといふ意味に過ぎない。此結合が有機體の保護に必要

なる爲めに生物の種の發達史に於て非常に古き起原を有し、吾人には破壊すべからざるものの如くに思はれるのである。其にも拘らず實はこれは聯想に過ぎないのであつて、其破壊も考へ得るとである。其れ故吾人は空間に當嵌まることなしに感覺が意識に現れることは不可能であるといふことは出来ぬ。唯感覺は同時に空間に當嵌まること、即ち上述の結合に取入れられることなしには實際上意識に現れないと言ひ得るに止まる。

吾人は直線の形に於てのみ時間を寫象し得るが故に、時間の觀念は論理上空間の觀念より後であるといふ主張も余の理解する能はざる所である。若し斯く言ひ得るならば、吾人は「時」の神を大鎌を持つものとして描くが故に、時は農耕より論理上後であるとも言ひ得るであらう。相異なる時の部分は正にそれが同時でないことを本性とするが故に、之を同時に寫象することの出来ないのは勿論である。併しそれは吾人が時の直觀を有しないといふ意味ではない。若し斯く言ひ得る

ならば前に述べた理由により吾人は其語の本來の意味に於て空間を寫象することが出来ないから、空間の直觀をも有しないと云ふべきである。吾人が直線の名を以て寫象するものは幾何學的直線に似ざること時間其物に似ざると同様なる粗笨の形像に外ならぬ。

空間に第四次元を與へやうとする如何なる試も常に此次元を他の三次元の一に歸することになるといふのは如何なる理由に由るか。之を理解するのは容易である。吾人は吾人の筋覺とその形造る系列とを考へる。多くの經驗に由つて此等の系列の寫象は互に甚だ複雑なる網に結合せられ、吾人の系列は分類せられて居る。言表はしの便利の爲め極めて粗雜にして不精密なる言葉を以て余の思想を表はせば、吾人の筋覺の系列は空間の三次元に相當する三つの階段に分類せられる。勿論其の分類が一層複雑なることは知つて居なければならぬ。併し余の推論を理解するには之を以て足れりとする。扱余が第四次元を寫象しやうと欲する場合には余

は第四階級に屬する他の筋覺の系列を考へる。然るに余の筋覺は凡て已に存在する三つの階級の一に屬せしめられて居るのであるから、余は唯是等の三階級の一に屬する系列の外寫象することは出来ぬ。従つて余の考へる第四次元は他の三つの次元の一に歸せらるゝこととなる。

是に由つて何が證明せられるであらうか。先づ古き分類を破毀し新しきものを之に換へて、筋覺の系列が四階級に分類せられるやうにする必要のあることが證明せられる。斯くすれば困難は消失するのである。

此困難は時として一層著明な形に於て示される。余は六個の踰ゆべからざる壁、即ち四つの側壁と天井及び床との間に閉込められて居ると假定する。余がそれから外に出ること、或は外に出ると想像することは不可能である。併し戸が開き或は壁の二つが消失すると想像することは出来ないであらうか。之に對し人は勿論壁が不動であると假定しなければならぬと答へるであらう。可し、併し余は自ら

運動する権利がある。是に由つて吾人が絶対に静止すると思惟する仕切は余に對し動くこととなる。或は之に對して成程左様であらうけれども、併し斯様な相對運動は任意のものであることは出來ぬ。對象が静止して居るならば任意の軸に對する運動は不變の剛體の運動でなければならぬ。然るに今想像した見懸け上の運動は不變の剛體の運動の法則に協はないといふかも知らぬ。これは事實であるけれども併し吾人に不變の剛體の運動の法則を教へたものは經驗に外ならぬ。それを今と異なるものとして想像することを妨げるものはない。約言すれば余が其幽閉から外に出ることを想像する爲めには、余は唯余の運動する時壁が消滅する如く見えることを想像すれば足りるのである。

其故若し空間を三次元の數學的連續と解するならば、假令それは定形がないとしても精神がそれを形造るのである。併しこれは無から創造するのでなく材料と模型とを要することを余は信ずる。此材料と模型とは豫め精神に存在する。併し

精神は必然的なる唯一の模型を有するのではなく、選擇をする。例へば四次元空間と三次元空間との間に選擇を施すことが出来る。然らば其際經驗は如何なる職分を有するかといへば、其選擇に指導を與へるのである。

終りに尙一つ問題がある。空間の數量的性質は何に由來するか。それは筋覺の系列が空間の生成に演ずる役前に起因するのである。即ちこれは反覆せられる系列であつて、其反覆から數が生ずる。其系列が無限に繰返されるに由り空間は無限となる。而して又之に由つて第三章の終に説いた如く空間は相對的となるのである。其故空間に其特性を賦與するものは反覆である。然るに反覆は時を豫想するから、従つて時間は論理上空間に先つといふことになる。

第七節 三半規管の職分

余は生理學者が重視するのも正當なる或器官に就いて今迄述べる所が無かつ

た。それは三半規管である。多數の經驗は此半規管が吾人の方向感覺に必要なことを充分に示した。併し生理學者の説は全然一致して居る譯でない。二つの反對な學説が提出せられて居る。一はマッハ・ドラーヂ Mach-Delage の説他はド・シヨ
ン de Cyon の説である。

ド・シヨンは生理學者であつて、其名は心臓の神經興奮に關する發見に由つて知られて居る。余は併し今の問題に就いての氏の見解に同意することは出来ぬ。余は生理學者ならざるを以てマッハ・ドラーヂの反對説に對して氏が提出する實驗を批判することは躊躇する。併し氏が生理的には半規管の兩端の壓の差のみが變ずるに拘らず、其實験の多くに於て半規管全體の壓が變化するとして居る爲めに、又他の實驗に於ては機能に影響せざるを得ざる程甚だしく器官を損傷せるに由り、實驗は證明の力を欠く如く思はれる。

それは兎に角、假に實驗が非難すべき點を有せずとするも、それは恐らく古き

理論を否定はするであらうけれども新しき説の正しきことを證明はしない。實際若し余の其説を解する所が正しいとするならば、單に其説を陳述するに由つて、其説を確める實驗を案出することの不可能なる所以を示すに足ると思ふ。

此説に由れば半規管の三對は空間が三次元を有することを吾人に知らしめる唯一の機能を持つといふ。日本産鼯鼠は唯二對の半規管を有し、空間が唯二次元を有すと信ずる。而して之を甚だ不思議なる方法に於て示して居る。彼等は各々鼻を其前の者の尾下に入れて環狀に整列し、而して斯く整列するや否や急速に回轉を始める。又唯一の半規管を有する海産八目鰻は空間が唯一の次元なることを信ずるけれども、唯其外に現れる所は前の鼯鼠の場合の如く狂亂的ではないといふ。

此の如き説の承認すべからざることは明白である。感覺は外界に起る變化を知らしめることを其職分とする。造物主が變化も無きに斷えず吾人に感覺を起さし

ひる如き感官を吾人に賦與するといふことは理解出来ぬ。而して空間は其三次元の數を變化せざるに依りて三次元を有するものなることを記憶しなければならぬ。

其故吾人はマッハ・ドラーヂの説に歸らなければならぬ。吾人が半規管の神経に由つて認識し得るものは同一半規管の兩端に於ける壓の相違であつて、之に由り次の事が吾人に意識せられるのである。

- 一、頭部に不變に結合する三つの軸に對する垂直線の方角、
- 二、頭部の重心の進行運動的加速度の三つの分加速度、
- 三、頭部の回轉に由つて生ずる遠心力、
- 四、頭部の回轉運動の加速度、

是れである。ドラーヂの實驗に由れば此最後の感覺が最も重要なものとなる。これは疑も無く神経は壓の急激の變化に對して鋭敏にして、之に比し壓の相

違に對しては鋭敏ならざるに因る。従つて初の三つの感覺は度外視しても差支無

し。

吾人が毎瞬間に於ける頭部の回轉運動の加速度を知らば、吾人はそれから無意識的積分に由り原點に採用した定め初の位置に對する頭部の終の位置を推定する。其故半規管は吾人が行へる運動を吾人に知らしめるのに貢献すること筋覺と同様である。是に由り吾人が上に系列Sととに就いて述べたのは單に筋覺の系列のみでなく、同時に筋覺と半規管の感覺とを指すものとしなければならぬ。此添加の外には前に述べた所に何等の變更を加ふべきものが無い。

系列Sとに於ては此半規管の感覺は明に最も重要な位置を占める。併しこれのみでは唯頭部の運動が知られるに止まり、胴體や四肢の頭部に對する運動に就いては何も知ることは出来ぬから、それだけでは不足である。且これは頭部の爲す回轉を教へるのみで進行運動に就いては教へない様に思はれる。

第二篇 物理的科學

第五章 解析と物理學

一

數學の効用は何であるか、全然吾人の精神より生ずる其精緻なる組織は人工的にして吾人の氣隨の産物ではないかといふことは屢吾人の問はるゝ所である。此問を發する人の中にも區別をしなければならぬ。實際家は金贏けの方法のみを吾人に要求するのであつて之に答へる價值も無い。寧ろ吾人は彼等に向つて多くの財を蓄ふるは何の爲めなるか、之を獲るに齷齪して却て、吾人をして財を樂しむことを得しむる唯一の方法となる藝術學問を閑却し、「生活の爲めに生活の理

由を滅却し」て可なりやと問はなければならぬ。

且唯應用のみを目的とする科學なるものは不可能である。眞理は唯相互相聯絡することに由つてのみ有効となる。若し直接の結果を期待せらるる眞理のみを固守するならば、連鎖缺けて聯絡は失はれる。

理論を卑しむこと最も甚しき人と雖も自ら覺らずして、實は其理論に日々の糧を發見するのである。若し此食糧を失はば、進歩は直に止み、吾人は久しからずして支那的沈滞に陥る。

此頑固なる實際家は措き、此外に自然の知識を求め人であつて、吾人が自然を彼等に一層好く知らしむるを得るかと問ふ人がある。

此等の人に答へるには吾人は唯已に今日迄に建立せられた二個の科學の記念碑即ち天體力學と數學的物理学とを指示すれば足りる。

此等の人は此二つの記念碑が吾人の之を建つるに要せる勞力に値することを承

認すること疑が無い。併しこれのみでは猶充分でない。數學の目的は三重である。それは自然研究の具とならなければならぬ。併しながらこれは又哲學的、或は寧ろ美的の目的を有する。即ち空間、時間の概念を深めるのに哲學者の助となる。且それは之を學ぶ者に繪畫音樂と同様の快感を興へる。之を學ぶ者は數と形象の調和を嘆賞し、豫期せざる光景を開く所の新發見を感嘆し、其感ずる喜は感覺が之に與らざるに拘らず美的の性質を帶ぶる如く思はれる。之を完全に楽しみ得るは固より少數の擇ばれたる人である。併しこれは最も高尚なる藝術に於ても同様ではあるまいか。

其故余は數學が其自身の爲めに研究せられる價值あるもの、即ち物理学に應用せられざる理論も應用せられるものと同様に研究せらるべきものであると云ふに躊躇しなす。

物理学上の目的と美的の目的とを假に分離し得るとしても、吾人は其何れをも

犠牲としてはならぬ。

然し實は之に止まらずして此二つの目的は分離し難いものなのである。一方に到達する最良の方法は他方をも目的とし、或は少くとも之を度外視しない。余は純粹の理論と其應用との關係の本性を明にして之を證明しやうと欲する。

數學者は物理學者に對し單なる公式の供給者であつてはならぬ。兩者の間には一層親密な協力が成立しなければならぬ。

數學的物理学と純粹解析とは唯だ好誼を通ずる隣接する強國たるに止まらず、互に相融合して其精神を一にするものである。

物理学が數學より受ける所と、反對に數學が物理学から借りる所とを示したならば此理が一層明に解せられるであらう。

二

物理學者は解析家に新しき眞理を發くことを要求することは出來ぬ。後者は高前者が眞理を豫見するのを助け得るに止まる。

經驗に先んじて宇宙を全然若干の未熟な假説の上に築き上げるといふことは久しい以前から何人も斷念した。一世紀以前に人が素朴的に愛好した此等凡ての學説は今日唯其廢墟を留めるばかりである。

凡ての法則は經驗から得られる。併し之を言表はすに吾人は特殊の語を要する。日常の言語は餘りに貧弱曖昧であつて、微妙にして精密豊富なる關係を表はすに足りない。

これが物理學者の數學を缺く能はざる第一の理由である。數學は物理學者の語り得る唯一の言語を供する。而して適當に造られたる言語なるものはどうでもよいものではない。物理学の範圍のみに於て云ふも「熱」といふ語を發明した未開人は何代も續いて後世を誤解に陥らしめた。即ち熱が熱といふ名詞を以て表はされ

るといふ唯其理由のみに由つて熱は一の物質として取扱はれ、不滅のものとして考へられたのである。

此に反し「電気」といふ語を發明した人は僥倖にも期せずして電気の保存といふ、少くとも今日迄は其正確なることが偶然に證明せられて居る所の一の新しい法則を物理學に賦與したのである。

比較を續ければ、言語を美しくし之を藝術として取扱ふ文人は同時に思想の微妙なる點を表現するに一層適した自由な器具を造り出す譯である。

従つて純粹に美的な目的を追ふ解析家は正に其に由つて、物理學者を満足せしむるに一層適した言語を造ることに貢献することが知られる。

併しこれのみではない。法則は經驗から生ずるけれども、直接に之から出るのではない。經驗は個人的であつて、それから生ずる法則は普遍的であり、經驗は單に近似的であつて法則は精密であり、或は少くとも精密なることを標榜する。

經驗は常に複雑な事情の下に起り、法則の陳述は此紛糾を除く。之を吾人は「系統的の誤差を補正する」といふ。

約言すれば經驗から法則を取り出す爲めには普遍化を必要とする。これは最も綿密なる観察者にも必要なことである。

併し普遍化するものは如何にして出来るか。個々の真理は何れも無限に多數の仕方に擴張せられること明かである。斯様に吾人の前に存する數千の道に就き吾人は少くとも假りに選擇を施さなければならぬ。此選擇に際し吾人を導くものは何か。

それは唯類似あるのみである。併し此語は非常に曖昧なものである。未開人は感覺に訴へる粗笨な類似、例へば色や音の類似の外には知らぬ。其故例へば光と輻射熱とに聯絡を附する如きことを彼等は夢想だにしなない。

眼に見えずして悟性が豫想する所の眞の深き類似を吾人に教へたものは誰か。