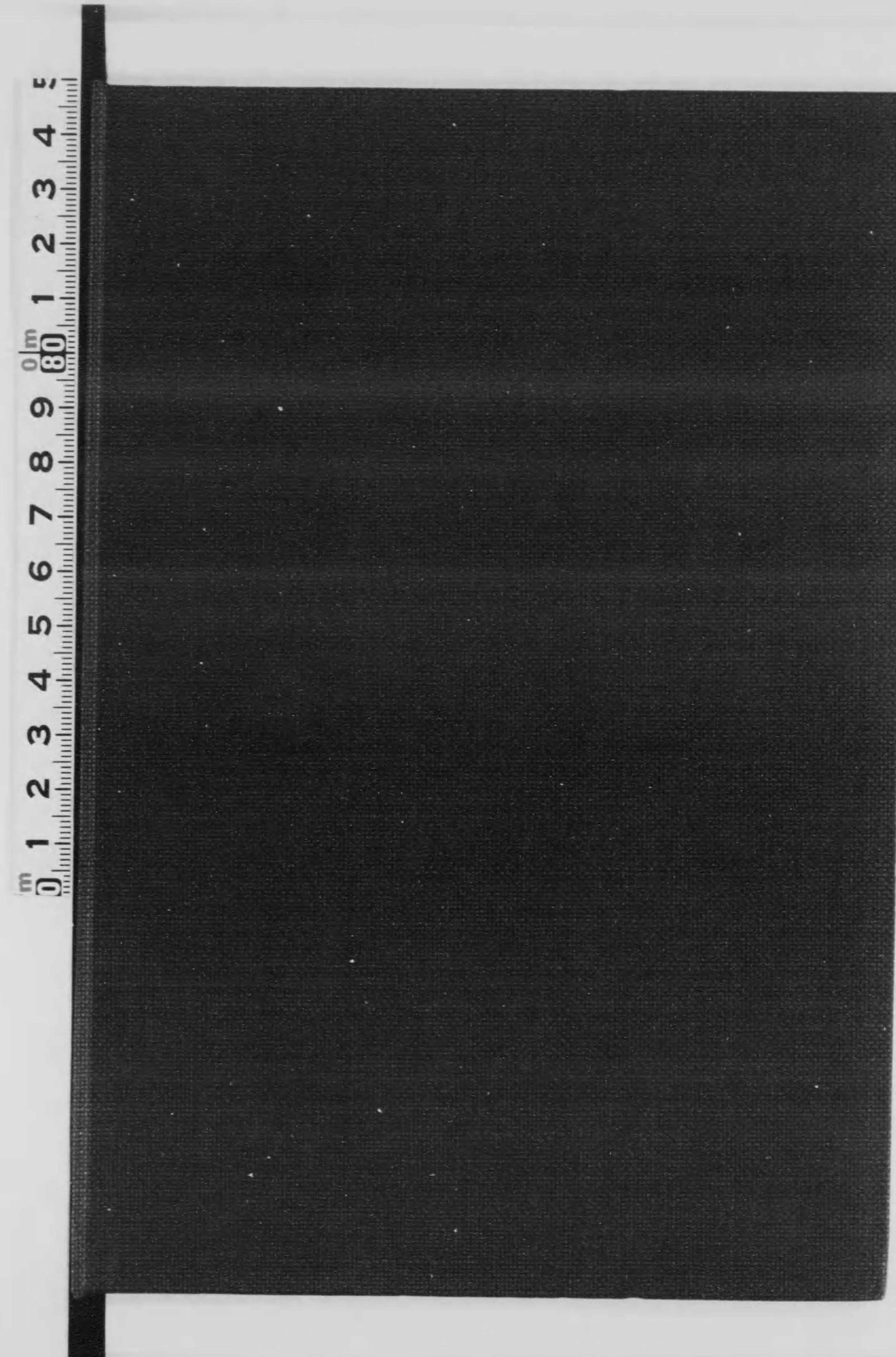
始



最新 算術教授法

東京高等師範學校訓導兼教諭

安東壽郎著

(大正四年)

序

一、私が小學校の算術教授にたづさはつてから、まだ、僅に十年ばかりにしかなりませんので、私の算術教授に關する實地の經驗は甚だ淺いと云はねばなりません。加ふるに淺學短才な私のことでありますから、算術教授法など云ふまとまつたものに、口を出すのは、私のがらでないと思ひますが、ふとした氣まぐれから、之れを書いて見ることになりました。

ありていに申しますと、私は算術教授に少なからぬ興味を持つて居るものであります。私は子供の時から算術が好きでした。師範學校に入つてからもさうでした。それでとうとう高等師範學校の理科に入學するに至つたのです。高等師範學校を卒業してから、約二箇年間佐賀縣師範學校に奉職して數學や理科を教へて居ましたが、明治三十九年の一月から現職に轉じて殊に數學及理科の研究を擔任して今日に至つて居るのであります。

こんな事情から、私は算術教授に少なからぬ興味を持つて居るのであります。勿論「へたの横ずき」に相違ありませんが。

二、それでも多少は書物も讀みました。他人の意見も聞きました。また、實地の經驗から得た意見もあります。他人の書物を讀んだり意見を聞いたりし

て居る内には感心したことも澤山ありますが、又愚見を挿しはさんてみたいと思つた點も多少あります。例へば數へ主義と直觀主義との論爭の如き何れの主張にも一部の眞理が含まれて居るが、又一部の謬見を含んて居ると考へるのてあります。殊に兩主義は互に相容れないもののやうに考へて居るのは主張者が餘りに盲目的に自己の意見を主張し自己の一つの主義を萬能のものと信じた謬見から起つた誤りてあると信じます。其の他、事物計算主義と形式陶冶主義との論爭ても同樣に偏見と偏見との衝突てあつて、公平なる立脚地から見ると、兩者は相和合せしむべきものてあると信じます。

然るに世間ては、また此の類の論爭をして居る人も可なり多くあるやうてありますから聊か愚見を述べて論爭すべき點と論爭すべからざる點とを判然たらしめたいと思ふのてあります。之れが、本書を著はすに至つた第一因てあります。

三、また、發見的教授法及實驗的教授法と云ふことが最近數學教授の評判物になつて居るが、之れを如何に小學算術教授に適用すべきかについては、まだ餘り研究發表されたものが無いやうてあるから、此點について、私の實際經驗した方案を述べて見たいと云ふことが、本書を著はすに至つた第二の原因てあります。

四、また、算術科は諸教科中最も教え難く且最も成績

の悪い教科てあるかのやうに云はれて居るやうてありますから、其の教へ難いと云はれて居る點又は不成績の原因をなして居ると思はれる點を拾つて之れに解決を與へて見たいと思ふのてあります。之れが本書を著はすに至つた第三因てあります。

私の奉職して居る學校には年々五千人ばかりも參觀に來る人がありますが、その中には算術教授上の疑問を提出される人が甚だ多いのてあります、私はそれ等の疑問に就いて不充分ながらも自己の經驗したことを以て答へて居るのてありますが、それ等の人々の疑問は年々殆んど一樣てあります。之れによつて見ると多くの人の疑問は如何なる點にあるかも略知ることが出來ましたので、それ等を一通り系統立てて解釋することにしたのてあります。

五、また、私はソロバン形式の使用法を國民によく教へたいと思ひますが、それは單に眼前の必要のみを見ての考へてはありません。將來益々重用さるべき根本的の理由を持つて居るので、かやうな考へを起したのてあります。それ等の點も明にしてみたいと思つたのが本書を著はすに至つた第四因てあります。

六、これらの考へを持つて、本書の稿を作つたのてありますが顧みますれば心もとない事のみ多くて、自分の淺薄を公表にすることの心苦しさを感ぜざるを得ないのてあります。けれども自己を有りのま

まに表はし識者の教へを受けることのうれしさを思へば、また決して躊躇することが出來ないのであります。天下の諸君、幸に細大となく教を垂れ給はんことを御願申します。

七、終りに一言、本書を著はすに當つて、今日まで私を教へ導いて下さつた諸先生並に先輩諸君の高教に待つところ甚だ多かつたことを深く感謝致します又多くの材料を提供して下さつた諸君に向つても厚く御禮を申さねばなりません。

大正四年一月

著者識

最新算術教授法

目次

第三章　教材論

最新 算術教授法

第一章 序論

第一節 本書編纂の趣意

算術の教授法は完成せりとか、小學諸教科の教授法中最も進步して居るものであるとか云ふ人が無いでもないが、事實はまだまだ、さほど樂觀すべき程度に進んで居るとは思はれない。問題は多くの部分に殘つて居る。否寧ろ凡ての部分が問題であると稱すべきである。

初步の算術教授に於ける數へ方は如何なる意味を以て行ふべきであるか。數へ主義の要點は如何。直觀主義は如何。兩主義は全く氷炭相容れざる說なりや、各其の長所如何、如何に之れを實地の教授上に利用するを得るか。最近の數象主義とは如何なるものであるか、又感覺的表出主義とは如何、兩主義の教授上の價値如何。之れ等は、初步の算術教授に關係した著しい問題である。之れ等は果して完全に解決され、充分の成功を以て進行しつつあるか。尋常一學年の第一學期の教材に六を足すことと云ふのがあるが、之れは一々數へ足すのか、それとも前の五を足す計算に結び

付けて五足し一足すとすべきであるか。又之れ等の計算については如何なる程度に實物計算を使ひ、如何なる程度に計算結果の記憶を要求すべきか。之れ等は決してわざわざ作つた問題ではない。實際家の眞面目な口からほとばしり出た問題である。

問題は何處にでもある。尋常五年の外國度量衡は如何なる程度に記憶を要求すべきか。暗算は五六年乃至高等科では如何なる程度に授ければよいか。計算は如何にすれば勞少くして最も熟達するか。之れ等は比較的大きな問題である。

書き立てれば限りはない。

而して之れ等多くの問題中には或は學者の力を借らねば解決のつかぬものも隨分あるが、又實際教授した事のあるものの實驗談や其の試みた解答が却つて大に參考とするに足ると云ふこともあるのである。

此の點に於て、余は近來小學算術教授實際家が全く自己の創案に成る而して實驗を基礎とした教授法を公にするものの日に多きを加ふるを、大によろこび且つ祝するものである。而して余も亦之れ等の人にならつて聊か自己の意見を發表して見たいと思ふのである。勿論微力能く事を斷ずるには足りない、暗愚な腦髓では深い深い問題の奥の奥底は照らせない事勿論であらう。

蠟燭の火でタスカロラの海底に落したものを照らして見ようとするやうなものかも知れぬ。けれども

照して見るつもりである。

よし無効に歸するとも、それは力に不相應な事を望んだからと、最初からあきらめて居るのである。若し一事でも讀者の參考となる事があつたら望外の成功である。

但し余の頭の中に、ひそかに期待して居る事が一つある、是れは本書の所々に散在するソロバンに關する余の意見についてである。ソロバンを教授した經驗は僅かであるが、余はソロバンを世界に於ける最も進んだ計算器だと思つて居るので、その考へが所々にあらはしてある。此の意見が幾分でも我小學教育に於けるソロバン教授の研究運動を起こすを得たらと、聊か期待して居るのである。

第二節　算術教授上の通弊

「現今我國多數の小學校に於ける算術教授上普通の缺點とも云ふべきものは何々であるか」といふ問題は吾も人も大に知らんと欲する所である。故に余は多くの人によりて「之れが天下一般の弊である」と云はれて居る所のものを列擧して見たいと思ふのである。勿論之れは狹く且淺い余の交際及經驗に因つて得たものであるから、餘り重きを置くだけの價値はないかも知れぬが、又幾多の參考となる點が無いでもなからうと思ふ。

第一　教授目的に關する通弊

(1)「教授者の腦裏に目的に關する理解が明瞭になつて居ない」といふものがある。之れは目的に關する通弊中の最も廣い範圍に涉つた弊のやうである。教科書にあることを何等教育的價値をも認むることなしに「唯敎へると云ふ風がある。敎師なるが故に敎へる、教科書にあるから敎へると云ふが如き御役目免れのやり方が隨分多いと云ふことである。

(2)「偏狹な目的を立てゝ居るものがある」と云ふ、これも屢々耳にする聲である。之れは何々主義などと主義よばはりをする教授者にありがちの弊である。從つて其の範圍は比較的に狹い。

(3)「目的に到達しようとする念力に乏しい」と思ふ。之れは余の特に痛切に感じて居る所である。「念力岩をも通す」と云ふ諺の反對で、現今の算術教授の成功しないのは此の念力の無いのが重き原因をなして居りはせぬかと思ふ。

第二　教授材料に關する通弊

(1)「算術に關する教師の學力が不足である」と云ふものがある。「學力の分量が不足である」と云ふよりも寧ろ「學識の明瞭確實の度が充分でない」と云ふ點に重き缺點があるやうである。

(2)「教授材料が多きに過ぎる」と云ふものがある。之れは一面教科書の有する弊を云つたものゝ如くでもあるが、教科書は其取捨を敎師に一任してあ

るのであるから、尙教師が責任を負ふべき弊たるを失はぬものと思ふ。

(3)「教授材料が整理されて居ない」と云ふ聲が强い。之れを換言すれば「本末輕重が明瞭でない」と云ふことである。之れも前項同樣教授者の責任を負ふべき弊である。

第三　教授方法に關する通弊

(1)「充分明瞭なる理解を與へて居ない」と云ふ聲を聞く。之れは前掲教授材料に關する通弊の中の(1)と相呼應して居る弊のように思はれる。

(2)「充分確實なる能力を練つて居ない」と云ふ聲が甚だ高い。「材料が多いから勢練習が不足します」とは多くの教授者の訴ふる聲である。計算が鈍い。算術の時間は可なりに出來ても、他の教科の時間や他の場合になると殆ど無能力であるといふことは、屢々聞く聲である。之れは計算力の練り方が不足して居る證據である。其他數字の書き方の如きにしても敎師が注意を與へつゝある間は可なり書くが、否らざる場合には字らしい字は一字も書けぬと云ふやうなことや。新聞で「無線電話の通信距離が三十哩まで成功した」と云ふ樣なことを讀んでも特別の注意努力を拂はねば30哩の認識が明瞭にならぬと云ふやうなことは、要するに練磨が充分でない證據である。併し教科書にあるものは何でも一樣に練磨せねばならぬと

なると之れも亦大なる弊を起こすから「練る練らぬの程度は物によりけり」である。從つて個々の材料について其の練習到達の程度を豫め考へ定めて置くことが極めて必要である。

(3)「兒童の個別的取扱が顧慮されて居ない」と云ふものがある。之れと反對に「兒童を餘りに個別的に取扱ひ過ぎて居るものもある」學級教授の成立する所以が「兒童の能力が或程度まで一致して居る」と云ふ考へに基する上は一齊的の取扱は幾程度まで當然である、けれども全然一致でないことは誰も認めて居ることで從つて細別的の取扱が或程度まで加はるべきことは勿論である。

(4)「教師が導き過ぎると云ふ弊と相對して放任に過ぎるもの」もある。

前の弊は一箇學年一人教師の處に起こり勝ちのことである。暇なおばあさんが孫の傅をする樣なもので世話が屆き過ぎるのである。殊に參觀人の多い師範學校附屬小學の如きに起り勝ちの弊である。又口辨の輕妙な教師の陷り易い處である。後の弊は前の弊を觀破し此れを免れんとする努力が餘り强きに失して陷つたものである。村落小學校に多く又口の重い教師の陷り易い處である。吾々は常に指導と自働とを適當に調和させて行かねばならぬ。

以上は現今小學算術教授の通弊について多くの識者が唱へて居る所を概括的に述べたるのである。餘り細末に渉つては却つて煩鎖不明になることを恐れて此の如く概括したのである。

第三節　本書内容の主要點

全體に於て成るべく要點のみを書くつもりであるが。其主要點を列擧すると凡そ次の如きものである。

第一、目的論に於ては小學教育上算術科の任務を明にして目的遂行に對する教師の念力を强大ならしめんことを勉めたる點。

第二、教材論に於ては教材の本末輕重を明にせんことを勉めたる點。

第三、教授の方法論に於ては教材中の基本的なるもの及實際生活上重要なるものゝ練習法を充分明瞭にせんことを勉めたる點。

第二章　目的論

第一節　目的研究の必要

凡て何事をするにも其の目的を正當に理解し明瞭に記憶して居て其の仕事に從事するでなければ其の成功は望むべからざるものであると云ふことは別に云ふまでもない事である。然るに此の見易い事が往々にして却つて閑却されて居る傾きがある。近來教授者の腦裏に目的に關する理解が明瞭になつて居ないと云ふ聲を聞くとは第一章第一節第一に於て述べ

た所である。

「細密なる教科書があるのであるから目的は知らずともよろしい」と云ふものがあるけれども、之れは誤つた考へである。ぼんやり云ひ表はした目的の文言など記憶して居ても何の役に立つものでもないと云ふやうな言葉は一應尤もに聞えるが決してそうでない。

教科書が細密であればある程其の全體を統一した考へを教授者が持つて居なければならぬ。若し然らずとすれば、教科書が詳細であればある程却つて教授が散漫に流れ、不得要領に陷るものである。而して之れを統一した最も簡單なものは此の目的であるから目的を正當に理解し之れを明確に記憶することは決して怠つてはならぬ事である。

目的を正當に理解せんが爲には三方面の研究が必要である。

第一は目的に關する歷史的の研究である。古來本科教授の目的に關する學者及實際家の意見如何を知る事は例へば日本について研究せんとする外國人が日本の歷史を學ぶが如きもので目的に關する知識を明瞭にし且之れに伴ふ信念を得るものである。

第二は小學教育の目的と算術教授目的との關係を研究することである。例へば日本を理解せんと欲するものが、日本の世界に於ける位置を研究するが如きものである。

第三は算術教授目的と其教授材料との關係を研究

することで之れを例へば日本に關する研究者が日本の現在の內狀を研究するが如きものである。

此の三方面より研究するときは吾人の目的に關する知識は非常に明瞭確實になり、知識が明瞭確實になれば之れに伴ふ信念及之れを遂行せんとする念力も强大なるに至るものである。方法は末である、目的は根本がある。西洋の諺に「吾、汝の行かんと欲する處を知らずば、如何ぞ其の道の正否を知らんや」と云ふのがある。よく味はつて見ねばならぬことである。

第二節　算術教授の目的に關する歷史

第一、昔は實用的計算を以て唯一の目的として居た。

ギリシヤ、エジフト、支那の如き古く文明の發達した國では、古くから算術を敎へて居たが其の目的は實用の外に出てなかつたものである。之れを學ぶものは理解して學ぶのではなく、計算の規則を暗記して居て、此の規則によつて計算して居たのである。規則を理解せずに器械的に暗記するのであるから隨分骨の折れた事であらう。其の結果でもあらうか、規則を記憶する爲の歌が作られてある。之れに類したものは我國にもある。例へば乘法定位法の規則として

かけ算は實の位の一の下、法の頭の位とぞ知れ、

と云ふが如きものである。

中世紀の僧の學校でも算術は敎へて居たが之れは

復活祭の計算と云ふ實用的目的の爲てあつた。十六世紀の歐州の都市にはレヘンマイスター(算術家)と云ふ稱號を持つた先生が居て算術を私塾的に敎へて居た。其のレヘンマイスターは同時に町の會計係てあつたり度量衡器の販賣者てあつたりしたために、自然の結果として目的は實用殊に商用的にならざるを得なかつたのてある。此の時代の算術敎師の代表者とも稱すべきはアデムリイスてある。リイスは西暦1522年頃エルフルトと云ふ處のレヘンマイスターをして居たのてあるが、此の人が「線算及筆算敎科書」を書いて居る、此の書の表題に「各種の職業及商業に關する」と云ふ言葉が附加されて居るのを見てもリイスの算術敎授の目的は實用的てあつた事が想像さるるのてある。又十八世紀の中頃の或敎育學者(フィラウムと云ふ人)は算術を實用的にする爲に暗算の重んずべきこと、及大數の計算を排除すべきことを主張して居る。而し氏は規則算には反對して居る。

第二、ペスタロッチー氏は兒童心力の發達を主目的とした。

算術が人の心力を鍛錬する上に價値あることはペスタロッチー氏が始めて唱へ出したのてはないが、世人をして充分に此の價値を認めしめ、且つ小學校の實際に此の意見を導き入れたのは全く氏の功績てある。氏が此の心意陶冶主義の最初の主唱者てない事はアメリカのスミス氏の初等數學敎授法の１２頁にも見

へて居る。西洋紀元前何百年かの昔ソロシとプラトーが已に數學は精密なる思考力を養ふことを得ることを觀破して居る。殊にソロンは數學敎授の主なる價値を此に置いたと云ふことてある。又十八世紀の初ウォルフ氏も算術を單なる技術と見ず理解力を磨く爲の砥石と考へねばならぬと云ふ意見を發表して居る。バセドー(十八世紀の中頃)も同樣の意見を表はして居る、併しそれ等は世に影響した事が少なかつたと見へて算術敎授の心力陶冶の價値はペスタロチーによつて發見されたやうにと云はれて居る。氏は敎育に關する根本精神を心理學的敎育學的見地に採り、敎育の目的を人間の具有する諸能力を成るべく完全に且調和的に發達せしむるに在りとした。而して敎授によりて敎育を爲さんとしたので算術敎授の目的にも自ら前人の云ふ處と異る要素を發見するに至つたのてある。氏はこれまでの算術敎授が實用的計算技術の發達のみを目的として居たのに反對して、算術によりて心力を强からしめ且實際生活に必要なる事項を授くべきことを主張した。その事は氏の著リーンハルトとゲルトルードに書いてある。其の中の言葉に曰く「執達吏、商人、地主等凡て其の計算を僞る、それが爲に人民はひどく苦しめられ、遂には自らも詐ることを覺へ、返報的に盜みをするようになる」と噴慨して人々の心力を發達せしめる事の必要を述べて居る。氏の意見は別に新らしいと云ふのてはないが、それが

氏の胸の奥底から湧き出るやうにあるので人々が自ら引き付けられ大なる注意を拂ふに至つたのであらう。しかし實行の結果は餘りよくなかつた。形式的目的が勝ち過ぎ筆算や應用算が等閑に附されたとは氏の自己批評である。

第三、形式陶冶主義に反對して實際生活に必要なる陶冶を主張するものが多數に現はれ、其の論爭が激しくなつた。

チエレネル、ニーマイエル、グラーゼル、デンチエル、ハルニツシエ等が其の主なるものである。殊にハルニツシユは其の中の最も重きをなした一人である。ハルニツシユは算術教授の目的を凡ての心力の調和的陶冶と實際生活に向うての熟練とに在りとし、單なる心力陶冶主義に反對したのである。

デーステルウエヒもハルニツシエと略同様の考へで、只ハルニツシユはペスタロツチの云はなかつた實際生活に必要なる陶冶と云ふものを加ふべきことを主張したので、此の生活に必要なる陶冶が主になつた如く見へ、デーステルウエヒは形式的陶冶と實際生活に向つての陶冶とを並べて擧げたので二種の意見を調和せしめたる如く見へるの差があるのである。

第四、算術の道德的陶冶の價値を認むるものが出た

ステルンを以て其の始祖とする。氏は其の著書の緒言に眞理及推理に對する情が道德的態度に大なる影響を與ふるものである」と云つて居る。グルーベは

此の意見を根本原則として、如何にせば算術教授は道德的陶冶の目的を達し得るかを研究したのである。

第五、再び實際生活に必要なる陶冶を主張するものが出た。

事實計算主義と云つて、ゴルチユとテールの主張する處で、實際生活に必要なる事實問題の計算を主として取扱ふべしと云ふのである。ゴルチユ云ふ「算術は兒童に事物又は事物の關係について一通りの知識を授くる爲に課するのである」と。而して氏の後を繼いで此の事物計算主義を主張し實行するものなるが多く現れた。

第六、自然科學の形式的方面の知識を與ふる點に數學教授の目的を置くものが出た。

ヘルバルト派殊にチルレルの如き人の事物計算主義を主張したのは此の考へを根本に置いてした事である。チルレルは數學を以て自然科學の形式的方面であると云つて居る。兒童は生活の時間的及空間的の關係、即ち歷史、自然、又は近隣、社會、國家等に對する數量的の認識を持たねばならぬ。故に數學は之れ等の要求を滿足させねばならぬとは、氏の意見である。エーニツケやハルトマンも同様の意見を持つた人である。

算術教授の目的に關する西洋に於ける歷史は大要前述の如くであるが、今本節を終るに當つて之を概括して置く必要があると思ふ。

上述せる種々なる目的の主張は之れを要するに二つの方面に分れて居る。而して年を經ると共に發達進化して來て居る。其の一は實質的陶冶を目的とするものであつて、古の實用計算に始まりハルニッシユ氏等の實際生活に向つての陶冶の主張となり最後に事物計算主義として表はれて居る。他の一は形式的陶冶を目的とするものであつて古くはソロン、プラトー氏等の云つた事であるが、ペスタロッチ氏の主張によつて大に世人に認められ、其の時代は智的方面即ち觀察思考の修練を主として居たのが、後にステルンやグルーベによつて德育方面即ち眞理、推理等に對する情の陶冶をも含むに至つたのである。

而して此の二方面の目的は史上論爭の跡を殘せる如く互に相容れざるものでなく、相待ち相合して玆に完全なる目的を形成すべきものである。

第三節　小學教育の目的と算術

前節に於て歷史上より見て算術教授の目的は如何なる意味を持つたものでなければならぬかは略明瞭になつた事と思ふから、次には我國小學教育の目的より見て算術教授の目的が如何なるものでなければならぬかを述べて見やう。

第一、我國小學教育の目的

我が國の小學校は國家の法令に基づいて實行されて居るものである。從つて其の教育の任に當るものは國家の法令に從つて職務を行つてゆかねばならぬ。言論上の主張は自由であるけれども、實行上には法令を無視するを許さぬ。從つて實際教授上の參考としては自由なる言論よりも寧ろ直に實行の指導となり得る此の方面の事項を明瞭にする事が極めて大切であると思ふので、次にそれ等の事項について述べる。

我が國小學教育の目的は小學校令第一條に次の如く表されて居る。

> 小學校は兒童身體の發達に留意して道德教育及國民教育の基礎並に其の生活に必要なる普通の知識技能を授くるを以て本旨とす。

之れを項目的に分解してみると(1)兒童身體の發達に留意すること、(2)道德教育の基礎(3)國民教育の基礎(4)生活に必須なる普通の知識技能等を授くることである。

此の法令上に定めてある目的の是非を論議することは、本書が極めて實際的ならんことを勉むるの精神よりして、餘り必要とせぬことであるが、只一言玆に余の感想を記せば、此の法令上の文言は誠によく云ひ表はされて居ると思ふ。勿論言を好むものは又何とでも議論をするであらうが、體育に偏せず德育知育に偏せず、個人主義に偏せず國家主義にも盲從せず、又實利主義唯理主義にも亦道德主義にも偏せずして之れ等凡ての方面を完全圓滿に調和せしめて居る所、實に感歎に値するものがある。

然らば算術は此の目的を有する小學教育に對して如何なる任務を盡し得るであらうか。此の點が大に熟考を要する處である。而し此點に關しては前節に述べた算術教授目的の歴史的發達に關する知識が大に參考となつて、大なる困難なしに之れを明瞭にすることを得るであらう。

第二、算術教授の價値

(1)算術教授は生活に必須なる知識技能を授くる。之れを分解して述ぶれば。

(イ)算術は事物を數量的に觀察思考し發表する能力を得しむる。

凡て事物を觀察するに二つの方面がある。性質に關する方面及分量に關する方面である。分量に關する方面の内にも數量的に觀察する事の可能なるものと不可能のものとある。之れ等の中數量的に觀察する事の可能なるものに就いて吾々は最も明瞭なる概念を持つことが出來て、思考上にも發表上にも大に便利である。吾人人類が成るべく其の範圍を擴張しやうと勉めて居るのは此の便利な味を知つて居るからである。人間の精神活動の如きものをも之れを數量的に觀察せんとし既に其の一部分たる感覺(鋭鈍遲速等)に就いては實驗心理學の示す如く着々成功しつゝあるのである。此くの如く事物を數量的に觀察思考し發表することは吾人に取つて甚だ重大な價値を持つて居る事である。而して此の能力を與ふるのは小

諸教科中主として算術の司る所である。此の見解よりして余は事物測定の實地練習を甚だ重要なりと主張するのである。例へば尺度を用ひて物の長さを測ること、目測によりて距離を概測すること、步測等の如き、又は秤を用ひて物の目方を秤るが如き、筋感に訴へて之れを概測するが如き、即ちこれである。此の事は小學算術教授中極めて重要な事項であるに係はらず忘れられて居て、算術と云へば直に計算を聯想し、空の思考を想起する傾の强いのは誠に遺憾な事である。

(ロ)算術は日常計算の能力を與へる。

これは別に說明を要せぬ事である。

(ハ)算術は推理力を練磨する。

算術は其の計算に於いても、亦は應用問題の解法に於いても兒童は常に推理しつゝ判斷しつゝ其の仕事を進めねばならぬので、而して其推理し方が比較的簡單明瞭であるので極めて兒童の推理力練磨に適する

(2)算術は精密、正確、勤勉、節儉、正直等に關する德性を養ふ。

算術に於いて行はしむる仕事は常に精密、正確なるべき事を要求する。若し之れを少しでも不精密、不正確に行へば忽ち誤りを生ずる。而して其の誤りは甚だ見出し易く悟り易いので、教師の見出すにも骨が折れず、又兒童の悟るにも面倒が少く、常に其の仕事を精密、正確に進むべきことを指導するに最も適して居る。又算術教授の時間の大部分は兒童の自己活動で持ち

切つて居るのてあるから、生徒をして自ら働く習慣を得しむるに都合が宜しい。從つて勤勉等云ふ習慣を附けるに適して居る。次には物質利用に關する問題の數量的取扱ひに際して如何に物質利用上我々は節儉に注意せざるべからざるかを明に知らしむることが出來る。塵も積れば山となると云ふことは之れを日常物質經濟に關する問題として最も明瞭に知らしむることを得るのてある、之れを例へば一人一日一厘の節儉を行はんか一年にしては三十六錢五厘となり全國民六千萬人については二千萬圓餘に上ると云ふが如きてある。一日二厘にすれば四千萬圓てある、政府の財難整理は大騷ぎをして此の位のものてあるが多勢の力と云ふは恐ろしいものてある、我々は個人としても亦國家の爲にも大に浪費を避けて節儉をせねばならぬと云ふが如きてある。勤勉にしても亦其の通りてある。一人一日に一分宛早起きして働いても全國ては六千萬分假に其の半數が働ける人間にしても三千萬、一人一日の勞働時間は十時間とすれば六百分てあるから三千萬分は五萬人に相當する。一人一分の早起きが國家に取つては五萬人の勞働者を得た事になるのてある。若し夫れが三十分にもなれば百五十萬人の大產業都市を作り出した事になるのてある。此かる事は單に塵も積もれば山となると云ふ格言よりかも有効に響くものてはあるまいか。

(3)算術は國民をして國家の爲に奮起せしむるに足る

刺戟を與へ得る。

それは我が國の產業及國債等に關する計算問題によつててある。國債二十五億其の利子のみにても年一億に餘ること何千萬圓、今の日本の國力ては元金拂は愚か利子の支拂が中々の困難てある。然れば此の二十五億は今の兒童の代まて殘る「諸子の奮勵を待つ」と云はずとも子供は切齒扼腕するものてある。

(4)算術は體育に關する所は極めて少いが、玆に注意すべきは自己の身體の測定が如何に彼れ等の體育の興味を增すかと云ふことてある。甲某と乙某と其の身長に於て同等にして其の食物に於いて同等なるに體重に於て乙は甲に劣ること一貫餘となつては乙も大に考慮せざるを得ないてあらう。又徒步の速さ等を測定してやること高飛びの高さ巾飛びの巾等間接的てはあるが凡て之れ等を算術的に取扱ふことによりて兒童をして體育に興味を深くせしむるに足るものがあるのてある。我が國の神社には往々力石と云ふのがある。三十貫、五十貫と云ふが如き重き石が置いてある。之れが如何に其の地方青年の體育を奬勵しつつあるかは全く想像の外に出づるものてある。

上述せる所によりて算術科が我が國家の要求する小學教育上に幾何の價値を持ち得るものてあるかは略明瞭になつた事と思ふから、次には法令上我が國の小學算術教授の目的が如何に定められて居るかを見やう。

第四節　小學算術教授の目的

法令の示す所によれば小學校に於ける算術は

算術は日常の計算に習熟せしめ生活上必須なる知識を與へ兼て思考を精確ならしむるを以て要旨とす。

之れを分解してみると次の如くなる。

(1)小學校の算術教授は日常の計算に習熟せしむるを要す。

(2)生活上必須なる知識を與ふるを要す。

(3)思考を精確ならしむるを要す。

算術が日常の計算に習熟せしむることを其の目的とすべき事は我が國に於いても歐米に於いても古より認められて居た事である。人類は其の發達程度の極めて低い野蠻人でも日々外界の事物を取つて之れを使用する上に數へ方及計算を要する場合が甚だ多い。現今亞弗利加及中央亞米利加の或部分に居る野蠻人の如き其の文明の程度は極めて低いものでも計算することなしに生活して居ると云ふ人類は存在せぬのである。

三以上の數の名を持たぬと云ふ如き言葉の發達は甚だ低い野蠻人でも其の計算は三以上遙に上つて居る、例へば敵を十五人殺したと云ふことを表はすに一指を以て一人に當て、それを殺した樣子をし、十五を表はす爲に片手を三度上げるの類である。玆に五を三

度合はせれば十五になると云ふ計算が行はれて居るのである。況んや文明の進んだ國民に於いては日常計算を要する事件の起る事は甚だ頻繁である。一國の文明が進むと云ふことは主として其の物質利用に關する文明の進步である。殊に我が國の如き、精神的の文明に於いては四五十年前と今と比較して大した進步と云ふことは認められぬのであるが、其の物質的の方面に就いては四五十年は愚十年前と今と比較しても大なる差のあることは甚だ明瞭な事實である、近々數年の間にでも著しく進步の跡を見せて居る。而して此の物質利用上には常に經濟上の問題が附着して居る。經濟上の問題は計算によるにあらざれば明瞭な解決はなし得られない。從つて現今の日本人は十年前の日本人よりも日常計算の必要を感ずる事が甚だしく多大になつて居るのである。

殊に外人との生存競爭上國民一般の經濟思想を高める必要が甚だしいのである。故に單に日常計算の技能に熟達せしむるのみならず、其の日常經濟思想を高めてやる必要が甚だ大であると思ふ。生活上必須なる知識と云ふのは聊か語意が不鮮明な言葉であるが、此の日常經濟に關する知識の養成を其の中に含ましむべきものであると思ふ。其の他生活上必須なる知識の範圍には、我國の度量衡貨幣、時等に關する知識外國度量衡の知識、納稅、株式、公債、貸借、賣買、預金、爲替郵便等の數量に關する制度及習慣の知識を含んで居る

ものである、之れ等につきては特に「必須なるもの」に注意し、煩多に失せざるやうにせねば、却つて目的を達せざるに至るものである。例へば爲替料金、諸税率等の記憶を強ふるが如き大に戒むべきことである。

次に思考を精確ならしむることの中には、前節に述べたる事物を數量的に見る能力及推理力の養成を含ましむべきてある。其の他徳性及愛國心の養成の如きは前記の文言の中には入れ難いものであるが、さらばとて決して忘れて居てはならぬ事である。

第三章　教材論

第一節　教材選擇

本科教授の目的が前述の如しとせば、その教材の選擇は此の目的に充分適當するが如く行はれねばならぬのである。然らば吾々が材料選擇上最も注意せねばならぬ條件は何であるかと云ふことも、叙上の目的によつて決定するものである、次の六ヶ條が其の主なるものである。

第一、小學校の算術教材には日常計算に必要なる數として整數、分數、小數、及諸等數を選ばねばならぬ。

第二、小學校の算術教材には日常生活に必要なる算法として四則算、暗算、筆算、及珠算を選ばねばならぬ。

第三、小學校の算術教材には日常計算に必要なる事物知識を選ばねばならぬ

第四、小學校の算術教材には兒童の趣味に適するものをも加へねばならぬ。殊に初學年の教材について此の點に注意するを要する。

第五、小學校の算術教材には實用を離れて特に思考練磨のみを目的とする材料を選ぶ必要がない。

第六、小學校の算術教材には國民的道徳的情操を喚起するが如きものを加へねばならぬ。

今此の六要件の各を、實際の教材選擇に適用して、之れを如何に決定すべきかを述べやう。

第一　數の範圍について

今日までに數學者の研究によつて吾々人類に知られたる數の範圍は甚だ廣い、けれども一般國民の日常生活に必要な範圍は極めて狹いものである。

今參考の爲に數學上の數なるものを表記すれば次の如きものである。(林理學博士著數の概念による)

- 數
  - 單素數
    - 實數 (正負)
      - 有理數
        - 整數
        - 分數
      - 無理數
        - 不整數
        - 多くの對數
        - π e 等
    - 虛數
  - 複素數

而して吾々が小學校教育に於て授くべき數の範圍は此の中の極めて一小部分に限られて居るのである。即ち整數と分數とである。(玆に分數と云ふのは普通分數と十分分數即ち小數とを含んで居る)。しかも其

の整數や分數についても亦極めて狹い範圍に限らるべきものである。それは吾々の日常計算上、それ以外の事は餘り必要でないからである。

(1)整數について。

吾人の日常の計算に表はるる整數には、一萬以上に上るものは極めて稀である。最も多く用ひらるゝ範圍はと云へば千以下の數である。家計上の金錢の計算に最も桁數多き數が表はるやうであるが、それとても何十何圓何十何錢即ち一萬以下である。厘位まで計算するとすれば五桁の數となる之れを年に積もつても六桁か七桁の數である。國庫の經濟の如きでも一億位までの數即ち八桁の數で濟むのである(之れは尤も圓單位ではあるが)況んや吾々一般國民の日々の生活上に必要な數と云ふものは極めて小範圍に限られたものである。飲食物にしても飯が五杯に汁二杯魚は一匹二匹稀には飯を十六杯も食ふ人があるけれどもそれは常ではない。酒を飲むにしても前後不覺になるまで飲んでやつと二升か三升、あの人はと云ふ人の身長五尺八寸か六尺、衣服の裁縫に必要な數が何尺何寸何分、何を考へて見ても餘り大數は出て來ないのである。故に書くにも唱へるにも普通は一萬以下の數を主とし億位に上るものを僅かに加へ課すべきである。

(2)小數について

日常計算上必要な小數の範圍としては先づ毛を以

て限りとすべきである。小數の觀念の最も必要なのは步合算に於て認めらるゝ。それも多くは一桁か二桁、物品賣買に於ける一割引二割引、銀行當座預金利子四分五厘、郵便貯金利子四分五厘、公債利子の五分等先づ三桁で間に合ふのである。故に三桁までを主とし僅かに六桁位までを加ふべきである。

(3)分數について

分數は吾邦人の日常生活上に使用さるる事が甚だ少いやうである。之れは昔から小數を多く使つて來たからである。別に我邦人に分數が特に分かり難いとか又は分數の必要がないと云ふやうな事はない。何故に小數を多く使つたかと云ふと、それはソロバンと云ふ十進的計算器が唯一の計算器であつたからである。砂糖の四半斤や、仕事の三ッ一、四つ一等と云ふ唱へ方のあるを以て見れば分數使用の必要は感じては居たものであるが、其の計算上に障碍があつたので發達しなかつたものであらう、十進的なる點に於ては小數は分數に優ること大であるけれども、分數が小數に優つて居る點も亦決して少くない。例へば分數で容易に云ひ表はせる三分の一七分の一等を小數では完全に云ひ表はすことが出來ぬが如きものである。故に教材選擇に際しても分數を餘りに輕く視ぬやうにせねばならぬ。但日常生活上必要なるは極簡單な分數であるから此の點は特に注意をせねばならぬ、基數を分母とする分數、其の内でも殊に2, 3, 4, 5, 6,を分

母とせる分數に最も重きを置き10, 100, を分母とせる分數12(一年の月數)24(一日の時數)30(一月の日數一畝の步數)36(一里の町數)60(一町の間數、一時間の分數)等を分母とせる分數をも可なり重く取扱ひ其の他は應用的に僅に加ふる如く注意することが必要である。

(4)數字について

過去の算術敎授に就いては、數字の字態、大小、巧拙等は何等の注意を拂はれなかつたと云ふ有樣である。或大學敎授が「近來學生の中に計算は勿論、數字もろくに書けぬものが多くなる傾きがある。」と云つて居られた。大學學生の數字の書き方まで小學敎師の責任であるとは思はぬが、兎に角數字の事は今一層の注意を要する事である。

字態は大體國定敎科書に示されて居る所のものでよろしいと思ふが、字の大小は學年によつて異にせねばならぬ。下學年に於いては比較的大に上學年に至るに從つて普通の大きさに縮小せしめねばならぬ。東京高等師範學校附屬小學校では數字の大小の標準を次のやうに定めてある。

尋常一學年	五分方眼に適合する太さ。
同　二學年	四分……………………。
同三四學年	三分……………………。
同五學年以上	二分五厘 ……………。

第二　計算について

(1)整數の加減乘除は凡ての算法の基礎である。故に

初步敎授の際から其の練習熟達に最も有効なるが如く材料を選擇せねばならぬ。而して日常計算の上に其の必要の最も多いのは一萬以下の計算であるから材料選擇上特に此の點に重きを置かねばならぬ、けれども亦一億位までの計算は時に其の必要を生ずるのでこれを加ふることも忘てはならぬ。

(2)分數、小數の計算については其の日常計算上に必要なるものは比較的簡單な數に關するものであるから特に此の點に注意を拂はねばならぬ。諸等數の計算についても同樣である。一計算中に四單位を含むが如き計算は日常計算と云ふ見地より見ては必要少なき材料である。故に二單位若しくは三單位を以て主とせねばならぬ。

(3)不名數の計算は計算技術を熟達せしむる上に適當のものである。故に此の特殊の目的を以て選擇されねばならぬ、從て小學算術に於ける計算の主要なる目的物ではない。日常生活上に現はれる計算は凡て名數に關するものであるけれども、特に計算の技術的熟達の爲には、必ず名數でなければならぬと云ふ理由もないから、而して名數にするには敎師の問題選擇にも勞が多く、生徒の之れを書き取るにも暇がとれ、爲に問題の數も減じ計算の技術を充分練磨することが出來ぬと云ふやうな事も往々あるから、單に計算技術の熟練と云ふことを特別の目的とする場合には大に不名數の計算を利用して差支へないと云ふことには注意

して居なければならぬ。

(4)又日常の計算としては暗算が甚だ大切なものである、殊に百以下の數について其の必要が多大であるから之等の暗算材料を高學年に至るまで加へ課することを忘れてはならぬ。

(5)珠算は我國維新以前に於ける殆んど唯一無二の算法である。ソロバンが世界中での計算器の王である事は後に再び詳論するであらうが、珠算は野蠻の遺物である等云つたのは表面のみを見て下した輕卒な判斷である、ソロバンはローマのアバカスの如き不便なものとは似て否なるものである。十進數の計算上其便利な事珠算の右に出づるものは一つもない。筆算の如きは到底足下にも及ぶものではない。それを珠算が分數計算が出來ぬとか、計算の痕跡が殘らぬとか云ふ僅かの口實(眞の缺點ではない)の下に我小學算術の外に放逐しやうとして居るのは大なる誤りである。分數計算及計算の經過を記して殘す必要ある計算には筆算を用ふるがよろしいが、十進數について正確なる答を迅速に、しかも極めて勞少く出さうと云ふ場合には珠算を用ふるに限るのである。故に適當の學年から此の珠算を課する如く材料を選擇することは極めて大切な事である。

(6)步合算は日常生活上必須なる計算である。損益、利息、の如きは其の主なるもので、稅金、公債、株式等に關する計算も往々其の必要を見る。又諸種の統計等も百

分比を以て表はし比較して見る必要のある事が屢々起るから之れ等を含んで居なければならぬ。けれども此の步合算の內に含まれる材料は其の種類に於ても分量に於ても甚だ多いのであるから、其の凡てを加ふることは到底不可能である、只其の中の重要なるもの、基本的なるものを選び、他は類推して悟らせる如くせねばならぬ。例へば複利の計算の如きにしても、元金、利率期間を知りて元利合計を求むる計算に止め、元利を求め年限を算出するが如きものは加へないがよろしい。

(7)比例計算は問題を解く上には便利な算法である。けれども比較的理解し難い所がある、其の爲に思考力幼稚なる兒童には特に器械的に取扱ふ弊を生じ誤りをも生じ易い。屢々誤を生じ其の何故に誤つたかを理解することも出來ぬやうでは、敎へても何等の價値がないのみでなく、却つて困迷に陷し入れ、不便不都合を感ぜしむるやうなものであるから、特に此の點を注意して、比較的簡易なるものを選んで明瞭に理解せしめ、正確に應用し得るに至らしむるが如く材料を選ばねばならぬ。特に反比例及複比例に就いて此の注意が大切である。

(8)求積算に關しても亦實用的見地より見て重要なるもののみを選ばねばならぬ。矩形、三角形、多角形の面積を求むることと及直方體、柱體の體積を求むること等は、例へば土地の面積を測量し、箱、桶等の容量を求む

る上に日常其の必要を見ることが多い。故に之れ等は第一に選ばねばならぬ、其の他圓の面積、球錐體の體積等を求むることも屢々其の必要を見るのであるから、之れ等をも加へて置くが宜い。而して算法には其の理由を成るべく直觀的に理解せしむるが宜い。けれども亦之れを器械的に授くるの止むを得ざる場合もある。例へば球、錐體の體積を求むる算法の如きがそれである。此かる場合には算法は止むを得ず器械に授けて置いて、其の算法によつて算出した答が間違つて居ない事を證明する爲に實側して見せるがよい例へば球であれば先づ桝に水を入れ、水面の處に標點を記し、次に球を水中に沒して又水面に標點を記し、前後水面の高さの差を知り、球を入れた爲に增した體積を算出すれば、それで球の體積が知れる。算法によりて出した球の體積と之れとを比較して、算法の誤りならぬことを證明するが如きである。止むを得ざるものは此かる方法を取るとしても、尙且重要なものは選び加へて置かねばならぬ。求積算の材料撰擇上今一つ注意すべきは實地測量又は測定の練習をなさしむるに適する材料を加へて置くべき事である。學校園の地積の測量とか、桶やバケツの容積を測定するが如き問題である。測量測定の實地練習を重んずる事は近來世界の數學教授上に著しき且良好なる傾向である。

第三　日常必要なる事物知識

玆に云ふ事物知識は勿論數量に關係した事物である。殊に算術で當然授けねばならぬものを意味するのである、それにしても中々數が多いので悉く之を盡すことは出來ぬ、故に其の重要なるもののみを選ぶべきである。然るに世には此の點に誤解を持つて居る人が無いでもないやうである。例へば日本海々戰の日は何年何月何日かと云ふが如き事は算術が是非教へねばならぬと云ふ責任を持つた事項ではない。之れは當然歷史に於いて授くべきものでてある。他の教科に於いて授けたるものを算術の問題に採りこんで取扱はせることは宜いけれども、他教科に於いて授くべきものを奪ひ取つて算術で授けるのは誤りである。諸教科の聯絡の精神を甚だしく誤解したものである。算術に於いては算術專有の事物知識を授くるを主とし、他教科に屬するものは、縱令それが數に關する物であつても、又小學教育の全體の上では重要な事項であつても、之れは其の專屬の教科に於いて授くべきもので、算術に於いては極めて輕き意味に於いて取扱はねばならぬ。例へば日本海々戰の日は明治三十八年五月廿七八日。媾和批准交換の日は同年十月十四日である、其の間が約何箇月であるか、と云ふが如き問題を選ぶのは宜い。けれども、日本海々戰の日より六月三十日まで何日なりやと云ふが如き問題を提出するに至つては其の愚及ぶべからずである。日本海海戰の日を記憶せしめ之を問ふ必要があるならば之れは歷

史に於いてすべき事である　算術に於いては算術でなければ授けぬ事物知識を授くべきである。而して其の中には記憶させねばならぬものが決して少くない。是れをばなまなかにして置いて他に手を出すのは小學教科を分科したる精神にもとるものである。而して教師の教授力を最も不經濟に亂用し、生徒の知識系統を混亂せしむるものである。

然らば算術に於て授くべき數に關する事物知識とは如何なるものであるかと云ふと、それは度量衡、貨幣角度等の制度、を第一とし、地租、所得税、郵便税、收入印紙税の制度、小包郵便物の重量容積制限、數量に關する習慣法(例へば米一俵の桝目、半紙一帖の紙數、半紙の寸法の如き然り)日常生活上必須なる物貨の時價等の如きものである。度量衡の制の中には外國度量衡をも含んて居るのであるが、之れ等は、近時外國との交通日々繁きを加へつゝあるのであるから、其の中の英米の度量衡位について、其の大要を知らしむることは必要てある。けれども餘り多きを望んてはならぬ。極めて、確實なる記憶、を要する材料としては本邦度量衡、貨幣時角度等の制を取り、其の他は適宜輕重を附して取扱ふべきものとして加へて置くが宜しからう。即ち問題の中等に加へて置いて一寸知らして置くとか之等の一覽表を見て之れを使用し得る程度にまて導いて置くと云ふ位の意味て加へて置くことが注意すべき點てある。

此の種の事物知識を含む問題を選擇するには、之れを次に示す如き事物區域につきて採るのが便利てある。

(1)家庭生活

例　家族、家具、家畜、勤勉、貯蓄、慈善、郵便、爲替、小包、保險等

(2)學校生活

例　校舍、教師、兒童、學校園、運動場等

(3)郷土生活

例　市町村費、人口、戶數、山川、道路、衛生社寺、農商工業等

(4)國家的社會的生活

例　租税、公債、國土の面積、交通機關の發達等

又他教科との聯絡上其の事物知識を含む問題を選擇する上に注意すべきは主として次の諸教科である

理科、地理、歷史、手工、裁縫、

第四　兒童の趣味に適する材料。

之れは殊に初學年の算術教材選擇上顧慮すべき要件である。單に算術科として必要にして且充分なる教材を選擇したと云ふのみては宜しくない。幼稚な兒童に關する算術科として必要にして且充分なる材料てなくては滿足されぬのである。此の要件を滿足せしむる爲に吾々の注意せねばならぬ事は兒童日々の生活に關係した、しかも兒童が必要を感ずる算術教

材を選ぶべき事である。それは何であるかと云へば學用品の如き日々必要なるもの、犬、猫、舟、飛行機、汽車、軍艦、軍隊等の如き深き興味を以て居るもの、及遊戯的のもの等である。之れ等は勿論其の土地々々によつて差異あるべきもので例へば汽車の無い地方の兒童には之れに對する興味は起らぬやうなものである。遊戯的のものの中例へばオハジキの如きものは休憩時に於ける運動場での遊びとして殊に雨天の日の教室内遊戯として推奬すべきものである。クロアキノールの如きも雨天の日の教室内遊戯として或程度の兒童には適用して宜しい。教授時間に行はるべき遊戯的のものとしては紅白問答法(假の名)及千里眼問題(之れも假の名)の如きものである。紅白問答と名づけたのは一學級の兒童を紅白の二組に分け、各敵の組に向つて問題を提出し或兒童の名を指して其の答を求め答が誤れば其の組の敗とするのである。之れは劣等兒を幾分苦しめもするが又奮發させる價値もある。問題の範圍を適度に限つて置けば餘り苦しめることなしに奮勵せしめる事が出來る。千里眼問題と云ふのは小黑板の裏に書いた數を云へ當てしめるのである例へば「此の裏に書いてある數に5を足すと12になる何が書いてあるか」答「7であります」を得て玆に小黑板を裏返して當りしや否やを兒童自らに見せるのである。兒童發達の程度に相當して此かる遊戯的のものを加へる事は現今の算術教授に必要な事のやうである。今の算術は最初から餘り大人の算術になり過ぎて居る。

第五　思考練磨に價値ある材料。

算術の敎材は多くは實用的なると同時に思考練磨に價値ある材料である、一間は何尺なるやと云ふが如きものは殆んど純粹記憶的のものと云つても宜いけれど、二間は何尺なるかと云ふ問題は已に多少の思考を要する。一間は六尺なりと云ふ記憶を喚び起し、二間は一間の二倍であるから、六尺を二倍して十二尺、答十二尺を得るのである。十五尺は何間何尺なるかと云ふ問題の如き一層高度の思考を要する。而して之等凡ては同時に實用上必要なものである。故に材料は成るべく實用的のものを取り之れを思考練磨に價値ある如く取扱ふが宜しい。實用と思考練磨とは一致せしむる事が必要でもあり可能でもある事である。世の中には之れは思考算である、之れは實用算である等と算術の問題を分けて考へもし課しもして居る人があるが、之れは誤りである。少く共思考練磨は實用的計算を最も理解的に取扱ふ事によりて充分其の目的を達する事が出來る。思考算の方が程度が高いと云ふやうな事はない。思考力練磨の方に餘裕があるから實用以上に程度高きものを課し得ると云ふが如きは、よく物事を熟考せざる爲の誤解である。加減乘除の算法をも理解的に説明する事の出來ぬのをば其

の儘にして置いて特別の思考算を擔きまはるのは大問違である。若し加減乘除の算法は充分理解して居るとしても、比による解法中殊に反比を用ふる解法を他の問題と混合して課する場合に、之れを一つも誤らずに容易に考へ分け得るに至らしめるには可なり骨の折れる仕事である。而して之れは實用上必要な算法である。尙進んでは複比例の如き必要なれども困難な計算がある。實用を度外視した思考練磨は徒勞である、此かる仕事を課するのは兒童の能力をして成るべく無用のものたらしむるものである。現今の小學敎授者中此くの如くして小國民を殺害しつゝあるものはなきかと云ふ警告の聲を發して置きたい。

第六　國民的道德的情操を喚起するが如き材料

例へば國債、輸出入品價格、產業の發達、軍備等に關する我が國と諸外國との比較の如きが、彼等小國民をして奮起せしむることの强大猛烈なるに、一驚を喫せざるを得ぬ。我が國は貧乏であるから儉約をせよ、と云つても、誰も大した事と思はぬけれど、外國にある我國債は殆んど三十億に上る。其の年利率は四分五厘、五分、五分五厘等である平均五分として年利息何程か、答一億五千萬圓。一昨年度輸入品價格總額約五億六千萬圓、輸出總額約四億七千萬圓、何れが何程多いか。答約九千萬圓輸入超過、然り年々約一億圓の輸入超過である、一億五千萬圓の利子と九千萬圓の輸入超過とて年々我國の外國に支拂ふ金額は何程になるか。答二

億五千萬圓、然らば我が國の金貨總額約十億を以て何年間支へ得るか、あはれ我が國家は强兵あるも遂に破滅の恐るべき境に向つて步みつゝあるのである。奮起せねばならぬ。勤勉なれ、儉約せよ。誰か此の精密に示されたる國家の經濟狀態を見て安閑たるものがあらふ。

第二節　敎材の排列

前節に示したる要件に照らして選擇したる敎材を、各學年に配當し排列するに當りて、標準とすべき根本要件は敎材本來の性質上及心理學上より考察して次の如く定むべきものである。

敎材の排列は成るべく敎材本來の系統を破らずして兒童心力の發達に適合する如くすべし。

此の根本要件を適用して實際敎材を排列するに當りて標準とすべき要件は次のヶ條である。

第一　整數につきては十以下、二十以下、百以下、千以下一萬以下一萬以上一億位まで等になす其範圍を階段的に擴張せねばならぬ。(尋常四年まで)

第二　小數につきては整數を一般的に擴張したる後において敎授し一單位宛擴張せねばならぬ。而して一單位を擴張する每に簡單なる四則算を加へねばならぬ。(尋常五年にて)

第三　分數は小數について充分明瞭ならしむるを得たる後においてせねばならぬ。(尋常六年に於

いて之れ分數は小數に比して其の組織上記載上整數に異る所が大であるからである。

第四　四則計算法教授の順序に就きて次の如くすること。

(1)十以下に於ては先づ數へるを授け後加減を順進的に授くること。但四以上の數を加減する場合には其の前に此の加減數に關する加減的分解結合を加へ課す。

例へば四を足す場合に其の前に四を二と二とに分解し又三と一とに分解し若しくはこれを總合することを練習せしめ、後四を足す計算に入り$1+4$は$1+2+2$として考へしめ、$2+4$は$2+2+2$として考へしむるが如し。之れは$1+4$を$1+1+1+1+1$として行ふことは實物による場合には行ひ易けれども實物を離れたる場合に考へ難いからである

(2)二十以下に於いては之れを「計算が十位を上下する場合」と否らざる場合とに分節し各場合につき加減を順進せしむること。

(3)百以下についても二十以下に於けるが如く分節し各場合につき加減を順進せしめ次に乘除を順進せしむること。

(4)百以上に於いては擴張されたる各數範圍に於て加減乘除を順進せしむること。

(5)小數四則教授につきては新に小數を教授する

場合には其の一單位を授くる毎に其の單位に關する簡單なる四則を施して、一通り擴張し終つた處(例へば分厘毛まで)て其の範圍に關する四則を順進せしむること。

第五　暗算筆算、球算の排列につきては次の排列法によること。

(1)暗算は初歩より高學年に至るまでの全範圍に配當せねばならぬ。但し數の範圍は高學年に至つても千以下に止め、百以下を主とすべきである、日常生活上の必須な算法として暗算の力は大に練つて置く必要があるのであるが尋常五學年以上になると殆んど忘れられて居る。時に思ひ付いて課することもあるけれど、それは殆んど暗算力を練るに足らぬ極めて僅かなものである。そして遲々として筆算をのみやつて居る。世の中には尋常二年までは暗算期間三四年が筆算期五六年が應用問題期などと、何を戸まよつたか甚だ誤つた時期分けをして居るものもあると云ふが、そんな時期分けは何を考へて作つたものか譯の分らぬものである。第一暗算は筆算より容易だと云ふ理のものでない、之れ一つを考へても暗算は尋常一二年に就いて完成すべきもの、完全せしめ得べきものでなく高學年まで課し之れを練りに練つて完成すべきものであることは誠に明白な事であ

る。

(2)筆算は運算上の特別の形式を持つた算法である から基礎の計算力(加減乘除の九々及其簡單なる應用)を一通り練つた後でないと、往々器械的に取扱ふ弊を生ずる。殊に筆算の必要は暗算では容易でない計算にあるのであるから、數の範圍が比較的廣く擴張されたる後に至り之れを課するがよい。それで尋常三年から之れを課するのである。

筆算の形式的練習も上級に至れば至る程益々練磨する如く問題を選ばねばならぬ。尋常三四年で完成した等の考へは大に間違へて居る現今國定敎科書の五六年の材料が多きに過ぎると云ふものがあるが幾分か多いかも知れぬが、此の多いと云ふ感を持つ一大原因は、兒童の計算力が鈍いのにある。之れを練ることに今少し注意を拂つたなら今日多いと云つて居る人も恐くは少いと云ふ感を持つ樣になるであらう。

(3)球算については余は之れを實際に敎授して見た經驗が二週間しかない、故に餘り多くを語る資格がない。けれども二週間の經驗に徵しても之れを尋常四年若しくは五年より課するには何等の困難なきものであると信ずる。

球算は成るべく筆算と聯絡して授けたい。成るべく同一問題を計算させたいものである。但其の算法には多少の差異あるを免れない。加減に於いて下位よりすると、上位よりするとの差、乘法に於いて法の單位を基とする、と實の單位を基とするの差、除法に至りては九々の差及割り方の差がある。けれども源理に於いては筆算、暗算、球算、の別は少しもないのであるから同一問題を取扱ふことによりて多少相助けて計算を容易にするものがあるであらう。但筆算に於いて課する問題には諸等數及分數の如き球算に於いては不便とするものもあるから之れ等は强いて同一問題を二樣に取扱はねばならぬとは考へぬが、十進數の問題は成るべく同一にしたいものである。

球算の敎材を配當する上に大體三つの異つた方案が立つて居る。一は一學期集中法で、二は一週一時間法他の一は每時十分法とも稱すべきものである。何れにしても敎師の手に入つて居ることが第一要件である。一學期集中の意見の人に無理に每時十分法を行はせても其の繁に從へぬに相違ない。けれども一週一時間法は余の贊成せぬ處である。他の二法は練習が繼續的であるが、此の一つは一週間每に一回宛ぽつりぽつり來るので不連續的である、技能の上達には此の練習の間が長くされる事が

大なる妨げとなるものである、僅かでもよろしいから毎日行ふ方がよい。故に余は此の一週一時間法を賛成せぬのである。兎に角球算の教材及教授法については大に研究の餘地がある。

第六　事物知識については其の主なるものを次の如く排列すること。

(1)普通の個物單位の單名數を授け次に測定單位の單名數　第三に諸等數尺貫法中の十進的のものより不十進のものに及ぼし終りにメートル法及外國度量衡に關するものを授くるが宜い。

(2)其の他の事物知識は之れに關する單位又は算法に附帶し問題中に入れて排列するがよろしい。例へば米一俵の升目の如きは石斗升合の單位を授けたる部に附帶せしめ問題として排列するが如し。日常物貨の時價の如きもそうである。

第七　應用問題の排列については

(1)先づ兒童眼前の事實に關するものを選び次第に事實の範圍を擴張し、兒童過去の經驗に關するものより未だ經驗せざる事實に關するものに及ぼす如くせねばならぬ。

例へば長さの應用問題でも生徒の机の巾の測定に始まり之れを二脚並べたら幾尺、三脚並べ

たら幾尺、五脚並べたら幾尺と云ふ如き眼の前の事實に關するものを問題とし、曾つて經驗して居る鐵道レール一本の長さを基とした計算に移り、遂には亞米利加には四十八階の大建築物がある今一階の高さを九尺とすれば全高幾尺となるかと云ふが如き、未だ見た事のない事實に關係したものを選ぶようにするがよろしい。

(2)數量關係の單一なるものから次第に其の複雜なものに及ぼさねばならぬ。

例へば初學年に於いては「拾錢持つて居て貳錢の筆を買つたら」と云ふ如き、問題に二數を含み答一つを見出す如きものを授け後には「五拾錢の書物を五錢引いて貰つて買つた、壹圓出せば何程のつり錢が來るか」と云ふ如き問題に進むべきである。

(3)考へ方の順當なものを先にし、逆に戻すやうな考へを要するものや、特別の考へ方を要するものを後にせねばならぬ、

例へば同じく加法に屬するものでも「五枚つかつたら三枚になつた、元何枚あつたか」と云ふのは逆に戻さねばならぬから「五枚持つて居る上に尙三枚貰つた幾枚か」と云ふのよりかも後に授けねばならぬ。又特別の思考を要する大小算や鶴龜算の如きは、高學年にならねば授けら

れぬものである。

第三節　整數觀念論

第一　基數の觀念

基數とは一より九までの數を云ふのである、凡て他の數は之れらが基となつて出來るのである。故に人が如何にして此の基數の觀念を持ち得るのであるかを明瞭にすることは算術教授上重要な事項である。

(1)基數觀念の發生に關する說

基數觀念は如何にして吾々の思想中に發生するかは近來算術教授上の著しき問題となつた、昔の人はこんな事は問題にしなかつた極めて未開の野蠻人の思想の中にても數の觀念はある。して見ると、如何にして數觀念は發生するかと云ふような事は暇の多い學者が物好きに研究すべき事で朝から晩まで忙しく働き通して居る實際家には全く不必要な事の如く思はれるが、こんな事が、どうしてやかましい問題になつたのかと云ふと、是の起りは我が明治十七年のことである獨逸の人クニルリング、タンクの二氏が算術教授法の研究上基の方法の根據を數の本性及發生のしかたに置いて確固健全なる算術教授法をたてようと云ふ考へから一說を唱へ出したのがもとである。故に之れ等の說は大に吾々實際教授者に參考になるものがあるのである。

數觀念の發生に關する說の中で最も吾々の參考とすべきものは數へ主義と直觀主義とである。余は兩

者を參考し調和せしめて數觀念發生に關する最も健全なる說を立て得るものと信じて居るものである。

(イ)數へ主義の要點。數へ主義の要點は「數は直觀より來るものにあらず、數へることに依りて收得認識せらるるものである」と云ふ點に存する。此の說は前に述べたクニルリング、タンクの二氏が明治十七年に各獨立に唱へ出した說である。

(ロ)直觀主義の要點。古の「數直觀主義」の要點は「數は物の一屬性で、形、色、又は他の性質と同じく、物に對する直觀的觀念から抽象作用によつて作らるゝものである」と云ふのであつた。此の說の起源は古くアリストートルに在つて多くの直觀主義論者によつて實際に試みられた所である。けれども最近の直觀主義は大に改良された所がある。古の直觀主義論者の云つたやうな「數は色や形のやうに物の一屬性である」と云ふ考をば捨てゝ只「數は事物の直觀を基礎として居ること」及數へ主義論者の云ふが如く一つ二つ三つと云ふように數へること換言すれば時間的繼續によつて認めるのが根本でなく空間的共存を同時的に認めるのが根本であることを主張して居る。

又今の數へ主義論者の云ふ所は、其の最初唱へて居た所とは大分異つて來た、最初は一つ二つ三つと「一つ宛數へ足して行くこと」を重く主張して居たのであるが今は「根本的數へ方としては一つ宛數へ足して行くことであるが、二つ宛或は三つ宛或はそれ以上宛數へ

足して行くとも出來る」と云つて居る。之れ等は凡て論爭の効果である。けれどもまだ問題は充分明瞭に解かれたとは云へない。論者は各一部の眞理を捕へて居るけれど又一部の誤解をも持つて居る、論者は多く「數觀念の發生」を一原因で說かうと試みるけれど、それは誤りである。數へ主義者が數へると云ふ吾々の心の中の働きをのみ重く見たり、直觀論者が直觀にのみ重きを置いたりするのがそれである。直觀なしに數の觀念が起こるものでもなく、又數を認める心の能力なしに直觀のみで數の觀念が發生するものでもない。即ち心の働きと直觀とは何れも缺くべからざるものである。而して何れを輕くとも何れを重くとも云ふことのできぬものである。例へば火を燃やすのに、燃料、酸素、發火溫度の三者が必要にして何れを缺ぐこともできず又其の間何等輕重を附することもできぬのと同樣である。

數へると云ふ事もよいが、何時も「必ず一つ宛」で數へねばならぬと云ふのならは其れは甚だ幼稚にして不便極まる方法であると云はねばならぬ。最初は一つ宛で數へ、少し進んだら二つ宛で數へ三つ宛で數へ、尙進んだら五宛、百宛等で數へる事をもするがよろしい。兒童は發達するものであるから幼稚な時には一つづつしか數へ得なかつた兒童も後には二、三、づつ數へ得るに至るものである。

數觀念の發生に直觀物の必要なる事は云ふまでも

ない事であるが「成るべく多種多樣な直觀物を使用せねばならぬ」と云ふやうなことは誤りである、博物敎授に於ける類や門の槪念を集成せしめる場合の如く、成るべく多種の物を直觀せしめ、其れを比較し抽象せしめねばならぬ」と云ふ意見は迂遠な考へである。

直觀主義者の意見の中に直觀物を一目すればそれが自然的に數として心裡に映ずるものであるとの考へは誤解である。目に映じたばかりで數觀念が起こるのなら我々は兒童に數觀念を持たせるのに少しも勞する事のない筈であるが、事實は其の否なる事を證明して居る。又我々自身の日常の經驗から考へても多數のものが眼に映じて居るも數の觀念は起らぬ場合が甚だ多い。一學級の兒童一學校の兒童、之れ等を一目して何十人何百人と云ふことを認める人が何處にあるか。物が或る程度を越えて多い場合は吾人が之を一目したのみで數として認め得るものでない。けれども物の數が極めて少い時にはそれが認められることは又事實である。余は一列に並べるもの四つでは何等努力を要せずして一目的に認め得る。五つになると、少し努力を要する、此の努力は單に注意を强くするのみでなく五を四以下の部分に分けて認めうやとするものの如く思はれる。多くの場合に「四よりも一つ多い」と云ふやうに認めて、一目して分つたつもりて居る、しかし之れは一目的に知つたつもりでも其の實は二度に見たと云ふ方が正しい。四と一とに分

けて二度に見たのである。兒童について驗して見ても、尋常一年入學當初の兒童でも一列に並んだもの二つや三つは一目して分かる。四は少し努力を要する樣である。之れは余の五に於けるやうなものであらう。此に於て五以上の數觀念は一目したのみて收得されるものでないと云ふことが明瞭である。從つて五以上のものは分解して認めた部分的の觀念を總合して全體を認めしむると云ふやうにせねばならぬ。之れは數圖や計數器の取扱上に大に注意を要する點である。

(2)基數觀念、を確定にし有力ならしむに參考となる說。

其の最も有力なる說は多方取扱主義、數象主義及感覺的表出主義の三つであると思ふ。

多方取扱主義は長く我國に紹介され實行されて、今の小學教育に從事して居る人は此の主義を學んで實行したか又は此の主義によつて教授された人てあらうと思うが、世は此の主義が全く滅びたとか取るに足らぬものだとか云ふやうな誤解をして居る人もあるやうであるが、決してそうではないのである。但最初此の主義を唱へたクルーベの意見方法を其の儘ではない、多少限定され改良はされて居る。

多方取扱主義と云ふのは或數例へば 4 を題目に取り之れについて、あらゆる分解總合の計算即ち四則計を施こすべしと云ふ意見である。グルーベは此の取扱方を百以下の數凡てに適用しやうとしたが、之れは

やり過ぎたのである。しかし十以下の數に於いて此の方法を施こすことは何等批難がないのみでなく多くの教授者によつて良好なりと認められて居る所である。十以下の各數について加減的の分解總合を練習し之れに自由自在なるに至らしむることは、其の數觀念を確實にする上にも亦其の計算上の働きを有力ならしむる上にも甚だ有効なる方法である。但以前に我が國でも行はれたやうに、其の極めて簡單な數、例へば 2 の如きについても、其の取扱ひに一時限を費すが如きは、兒童を興味も必要もない事につり付け置くに骨が折れて、効果の少い方法である。又多方取扱の未了の數範圍については數へ方をも行ふべからずと云ふのは甚だ窮窟極はまつた考へである。今の國定教科書は「何を足すこと」主義で十以下の加法を終へ「何を引くこと」主義て減法を終へると云ふやうに加數減數中心であるが、之れは「足し方」「引き方」を知らせるにはよい、例へば 6 に 3 足すには 6, 7, 8, 9, と數へ足して見れば分ると云ふことを知らせるにはよいが 3 や 6 や 9、の觀念を明瞭確實にする上には幾分遺憾な所がある。此の各個數觀念の不明瞭と云ふことが原因となつて「國定流のやり方は時間をかけて練習した割合に結果がよくない」と云ふ感じを持たせるのである。例へば 4 を足す場合に一々數へ足す方法は初歩に於いて、殊に實物を取扱ひつつ加へる場合に適用さるる方法であつて、念頭に於いて四つのものを數へ足すことは數の

圖象でも念頭に浮んで居るでなければ不能な事である。そこで止むを得ず「5に4足して9」と云ふやうな事を暗記するのである。此かるやり方は十六七世紀まであつた規則算的の方法で止むを得ざる場合の外行つては面白くない事である。從つて4足すは3足し1足すか又は2足して2足すかにさせねばならぬ、二つの部分位に分けて足させるやうにせねばならぬのである。それにはどうしても4が分解總合的に明瞭になつて居2と2、にでも3と1、にでも、苦もなく分解し得るやうになつて居ねばならぬ。

故に余の考へでは「3足す」までは圖定流のやり方で行つて、「4足す」以上は其の前に「足さんとする數の加減的分解總合」を加へて、次に其の數の足し方に入る如くするのが最も理に合つて居ると思ふのである。

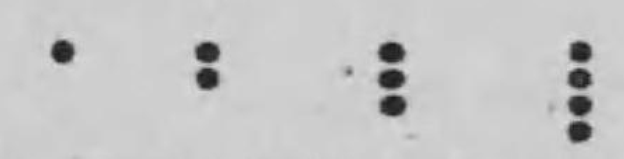
要するに多方取扱主義は十以下の教授には大に參考とすべきものである。

基數觀念を確實有力ならしむるために參考すべき今一つの說は數象主義である、數象主義とは數の觀念を圖象的に腦裡に据え付けやうとする說である。之れには余は大に贊成するものであるけれども、人には視覺系の人もあれば聽覺系の人もある。聾者もあれば盲者もあると云ふことを忘れてはならぬ。視覺系の人は數を圖象的に考へるに都合がよろしいが、聽覺系の人にはそれが幾分都合よくあるまい。從つて數象は成るべく簡單な形式のものでなくてはならぬ、數

個のものを一目に認めるに限界がある如く、數を圖象的に心裡に据え付けるにも可能の界限があるに相違ない。余の經驗では之れも一列に並べるもの三つか四つを普通とし五つ六つが其の限であると思はれる。此に於て四乃至五以上の數象は「一列つづき」には畫けないものと見るが至當である。一、二、三、乃至四までは次の圖のI又はIIでよろしからうが、五乃至六以上には特別の工夫を要するのである。

I

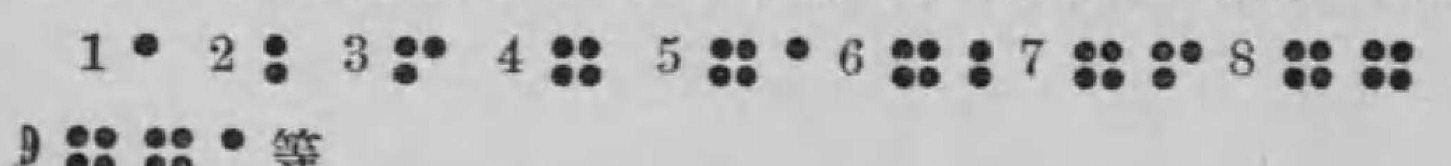
II



數象主義は直觀主義から發達して來たものであつて、其主張者として名高い人はベーッ及ライの二氏である。ライ氏の意見の大要を次に擧げて見やう。

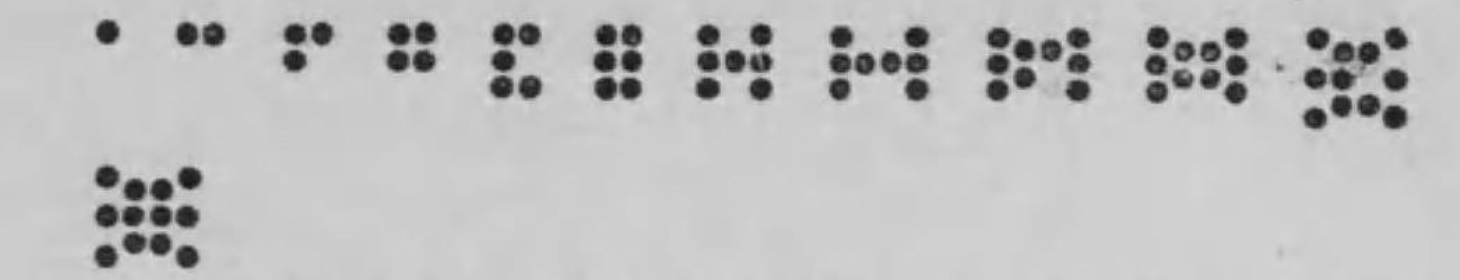
數の直觀を以て單なる直觀とするのは誤りである。數概念の要素は物を心に据え付けることによつて成立つものである。又數の基礎觀念と云ふものは數へなくとも收得されるものである。即ち前にも述べたやうに三つか四つ位のものは同時に收得されるのである。一列に並べたものなら三つまでは普通の兒童でも間違ひなく認められる。此の基礎觀念を組み合はせて計算して往けば三又は四以上の數概念が得られる。必ずしも一つ増しに數へなくともよろしい、四つまでしか知らない六歲未滿の子供に、一列四個のも

の二列即ち八個のものを示し、後之れを書き表はさしめたるに示したものゝ通りに書いたのである。之れ等は幼稚な子供でも四つ位までは一目して同時に認め得ることを實證して居るものである。從つて、曾つてグラスが主張したる「吾人の目は諸物體中眼軸の方向にある物にして其の像が眼の黄點に落つる只一點のみを精確に認識し得る者であると云ふ説」及ハーレーテルの主張したる「ヘルバルトの所謂意識の狹窄に因りいくつもの數を同時に認める事は出來ぬと云ふ説」は撃ち破られたのである。故に一つ一つ數へると云ふやうな事をせずとも、此の直觀し得る數觀念を基礎とし、先づ之れを腦裏に數象として据ゑ付け、又之れを組み合せて數象を作つて置けば三又は四以上の數概念が得られると云ふのであると、之れはライ氏の數象を主張する意見の大要である、而して次の如き數象を記して居る、之れで見ると四を正方形に並べ之れを基として組合はせる考へである。九以上も同一理に



よつて作られて居る。成る程之れは見易い數象ではある。けれども餘り便利だとは思はれない。

ベーツ氏の意見は四以上の數は人爲的に見易い形に作れば百以上の數までも迅速に認め得ると云つて居る、氏の數圖は次の如くである



之れ等數象主義の主張する「數を念頭に据ゑ付けること」は誠に良い意見であると思つて居るけれど、其の据ゑ付くべき數象は成るべく構造の簡單なものでなくてはならぬ、換言すれば、一目して分る限界の四を越ゆる事餘り大でない樣にせねばならぬ。茲に於て余はソロバン式數象なるものを提出する。

之れは讀者の熟知して居らるゝ形であるから、形に就ては多くを説明する必要がない。又此ソロバン式數象が算術の上に如何に偉大なる價値を有するかは暗算の達人は凡て之を用ひて居るので證せらる。只一言辨じて置かねばならぬことは、此の數象が世界に於て最も進歩したものであると云ふことである。五球を使用するから兒童に分り難いと云ふやうな事は、頭からソロバン嫌いな人の言ふことである。杖を人形と考へたりする子供、標徴を使用することの巧な子供にを五と考へる位の事が何の苦があるものであらう。但し余と云へども兒童入學の當初より此のソロバン式の數象を使用せしめやうと云ふのではない。

兒童入學の當時はクニルリング氏の最近の主張たる感覺的表出主義を採用するがよろしい。此の立義

の要點は數を感覺的に表出させると云ふのである。例へば七と云ふ數を數へる時には、先づ右手の五本の指を机の上に並べさせ、次に左手の指二本を其側に添へて並べさせる」と云ふ如く、眼で見て感ずることの出來るやうに表出させると云ふのである。之れは最近ライ氏の筋肉運動主義の主張とも一致して居る。而して五以上の數は五を基礎とし之れに一足して六、二足して七等として行くので後にソロバンに結び付けるに大層都合の良い方法である。又指を計數器に使用することは、それが何時でも用意せずに在ると云ふ便利がある。只指によつての計算を心裡に於ける數象を以ての計算に移すことが、教師の手腕を要する所である。それは一度には移らぬが漸次に指の使用をまだるこく思ひ、又、ソロバンでも使用せしめるやうになれば自然と指は使はなくなる。無理に指を使はせまいとするのは劣等兒を益々劣等化する方法で、賞むべき事でない。だからクニルリングの感覺的表出主義は初步の算術教授に採用すべき良好なる考へである。但し永らく指を使用せしめやうと云ふのではない。先づ一學期も過ぎたら指を全然やめてソロバンを用ひしめる事が差支へあるまい。けれどもソロバンは五球が分り難いと思へば、二年の初め位からソロバンを加へる事にしたら最も安全であらう。

以上は初步の算術教授に於いて基數の觀念を確實にし之れを有力ならしむるに參考となる諸說の大要

であるが、之れ等を參考し其の長所を取つて以て我國古來のソロバン式數象を兒童の心裡に据え付けることが最も進步した方法であると思ふ。

第二、十進的數系統

(1)十進的數系統の發生

人は其の所有物が多くなると之れを一束にする性質を持つて居る。此の性質は人類の發達上大層都合の良い性質である。凡て物はバラバラにして置くよりも束ねて置く方が取扱上にも亦其の有高を認むるにも便利である。例へば半紙の一帖、一束の如き、之れをバラバラにして置けば一寸之れを棚から棚に移すにも整頓するにも不便であり又何程位あるかが一目して分らぬが、之れを一帖づゝ束にし一束づゝ束にして置けば、さる不便はない。

人が進位的數系統を作つたのも全く此の一束にする考へから起つた事である。然らば何故に十を以て一束とするやうな考へを起したか、昔の人間には十箇までは直觀的に一目して認められ、それ以上は一目して分らなくなつたからか。と考へて見ると、さる心理學的の考へではなかつたやうである。それは單に手指を計數器に使用したるがためであると思はれる。アリストートルのプロブレマタの中に何故に野蠻人も希臘人も乃至多くの人類が十を以て數へるかと云ふ問題があつて、其の次に、最も首肯すべき答として、人が十指を持つ故なりと記してある。

人類は其の未だ甚だ發達せざる時代に於いても、數の觀念を持つたと云ふことは疑ふべからざる事てある。何故に疑ふべからずと云ふかと云ふと、動物心理研究の結果、アヒルのやうな鳥ても其の子の數を認め鳥ても其の敵を數へると云ふからてある。勿論其の時代には數を表はすべき言語は無かつたに相違ない。けれど數を發表する必要は常に甚だ多いのてあるから、此の時に當つて手指が唯一の發表用具てあつたことは、疑ひもない事てある。吾々が時々指を使つて數を表はして居ることによつても想像される。又野蠻人の數詞には指趾が之れを作るに與つて力ありしことを證するに足るものが多い。南洋か何處かに住んて居るヅルと云ふ人種は六を表はす爲にタチシツパと云ふ。これは拇指を取ると云ふことて、即ち片手の指を數へつくして、他の手の拇指に及んだと云ふのてある。又彼れが七匹の小牛を買つた事を表はすに、ウコムビレと云ふ、その意は「指した」と云ふにある。即ち片手を終へて他の手の人さし指に來たことを表はして居るのてある。此かる例は甚だ多い。南米小アンチル群島の中のトリニダツト島に住んて居るタマナキ人の語ては五とは全手の意、六は他手の一つ、七は他手の二つ……十は兩手、十一は足の一つ、十五は全足十六は他足の一つ、二十は一人と云ふ意味の數詞を用ひて居ると云ふことてある。（タイロアの人類學による）

此の如く文明人の數詞も、恐らくば凡て手指の使用に其の原を持つて居つたのてあらうが、使用して居る內に原意が忘却されたものと思はれる。

之れ等を考へても吾々が初步の算術教授に手指を使用せしめることは、極めて當然の事てある。十進法を理解せしめるに最も良い道具てあると云はねばならぬと思はれるのてある。

とにかく手指の使用が十進法の起原をなして居る事は何等疑ふべき餘地のない事てある。而して十進法を採用した人類の祖先はタマナキ人の如く足の趾は使はなかつたのてあらう。即ち兩手の指を數へ終へた時に之れを一束にして腦裏に記憶し、それと一つて十一、それと二つて十二云々と數へて進み二十に至つて又手指の表はす十を一束にして腦裏に入れ、前の十と共に二十として記憶し、次第に此くの如くして進んだのてあらう。

しかし、一つ宛數へるのては誠にまのろいから、次には十を一束即ち一單位として數へる事、第三には百を一單位として數へること、第四には千を一單位として數へること等の考へが發生して、次第に十進的系統の範圍が擴大され、遂に一萬、一億、一兆、一京、等の大數より無限大に至る數を容易に考へることが出來る如くなつたのてある。

(2)十進的數系統の價値

十進法に限らず五進法ても二十進法ても同樣てあ

るが、此の數を或程度に於いて例へば十に於て一束にして考へると云ふ方法は、誠に我々の生活上に甚大の利益を與へて居るものである。我々は此の法により て、百萬と云ふが如き大數も極めて容易に理解し得るのであるが、若し之れを一々數へて考へるのであつたら如何であらう。一秒時間に一っ二っ三っ四っ五っと五平均に考へるとしても一分時間に三百、十分で三千、百分で三萬、千分で三十萬、三千分で九十萬即ち五十時間で、まだ百萬に達しない。だから百万を數へるのは二日の仕事それも夜も眠らずにである、飯も食はずにである、全く數へつめて之れである。して見れば如何に十進法なるものが便利なものであるかは明瞭である。けれども、それが餘り簡單に會得されるので人はそれ程に思はぬのである。例へば空氣は吾人日常の生活に暫くも缺くことを得ないもので絕息して五分も平氣で居られる人はないけれども、空氣を左程大切だと思はぬのと同様なものである。

玆に述べた事は數を理解する上の十進法の價値であるが、十進法にはまだ二つの重大な價値を持つて居る。一っの數を命名する上の價値で、他は計算上の價値である。今假りに吾人の手から十進法が取去られたと想像して、十、十一、十二、と云ふ風に十一以上の數を命名するに其れ以下の數詞を組合はせるでなく、一々新なる名を付けるとしたなら、どんなものであらう。百まで命名するに百通りの數詞が入用である。即ち今

日我々が十一箇の數詞で表はして居る數の命名に約十倍の數詞を要する。又千までについて考へれば一々新なる命名をすれば千の數詞を要するに對して、十進法では前の十一箇に千と云ふ一語を加ふればよろしい。それのみならず此の十二箇の數詞で表はし得る數の範圍は九千九百九十九に至るのである。即ち九千九百九十九箇の數詞の代りを吾人は十二箇の數詞を以て勤めさせて居るので、上に上れば上る程其の利益が大であるのである。故に若し人類が此十進法を發明せなかつたら、恐らく今日の文明は夢にも見る事が出來なかつたものであらう。十進法は吾人の記憶を極めて經濟的に使用し且其の發表を甚だ容易にするものである。

最後に十進法の計算上の價値を考へて見やう。之れを考へるには今日の十進法による凡ての計算は加減乘除の九々を基礎にして居るものであることを思はねばならぬ。一一數へてするのでない、一より九に至る數の相互の關係を記憶して置いて、七足す六と云へば十三を知るのである。又七十足す六十は百三十なることも類推するのである。此の類推が九々の使用一般的にする根本である。そして吾人の計算を極めて容易にして居るのである。而して此の便利なものが記憶使用されるのは其の數が少數だからである。若しも凡ての數が單なる數へ足すことによつて組立てられて居るとしたならば、即ち十進法によらずとし

たならば、百までの數について考へても、其の加減乘除の計算は九々八十一通りの基本計算の代りに、百の百倍即ち一萬通りの計算を記憶せねばならぬ。之れは人の心力に不可能なる事である。故に其の根本に歸つて、一一數へることによつて計算せねばならぬ。そうすると例へば 98－36 と云ふやうな計算にも98の物を數へ採つて 36 のものを數へ引かねばならぬ、即ち 132 度の數へ方を要する。之れを時間につもれば30秒以上かかる。十進法によれば二秒位で濟むものが三十秒もかかる。若し上の例を 960－360 とすれば一一數へたなら 300 秒以上を要する即ち五分以上である。十進法では之れも二秒位で濟む。數が大きくなればなる程兩法の差は著しくなる。若し十桁位の數の計算になれば數へ方による法では百年もかかつてまだ出來ぬやうな理で、計算上十進法が如何に有利なものであるかと云ふことが知られるのである。

第四節　整數の表出

吾人は整數を表出するのに實物、指、計數器、圖形、音聲數字、及文字等の種々の方便によつて居る、其の中で普通の表出は音聲即ち數の名を唱へること及數字による表出であるけれども、物體や圖形文字等による表出も顧る必要がないと云ふことは出來ぬ。殊に初步の敎授に於いて實物、圖形、を如何なる程度に使用し進んだ程度に於ける文字を如何なる程度に利用するを得

るか又利用する方がよろしいものであるかと云ふことは、よく考へ究めて置かねばならぬことである。

殊に近來新心理學者の主張する發表主義が、大分もてはやされる樣になつて居るので、數の表出法の如きも、どの學年程度ではどんな方法がよろしいか、又如何なる意味に於いてよろしいと云ふのであるか等を決定して置くことは甚だ重要な問題であると思ふ。

第一　實物による表出

(1)實物による表出の必要

實物を以て數を表はす方法は最も初步の方法であるけれども亦最も本來の方法である。

我々人類の祖先が數の概念を持つことを得たのは自然が個々の實物即ち自然單位の物を以て數を表はして居るからであつたに相違ない。若し自然が大空の如く大海の如く只一種一樣のものであつたなら、人は決して多少の觀念も、數の觀念も持たなかつたであらう。即ち知る、人間が數の觀念を持つた根本の原因は自然が個々の實物を以て數を表出して居たからである。從つて今日の子供が數の觀念を收得するにも亦同一の徑路を取り、先づ實物によつて表出されたる數に就いて學ばねばならぬと云ふことは云ふまでもないことである。

自然は常に到る處に個物の集合を以て數を表出して居る、此の刺戟は子供の感官が感受の能力を發輝するや否や、其の心意に影響し始めるであらう。故に子

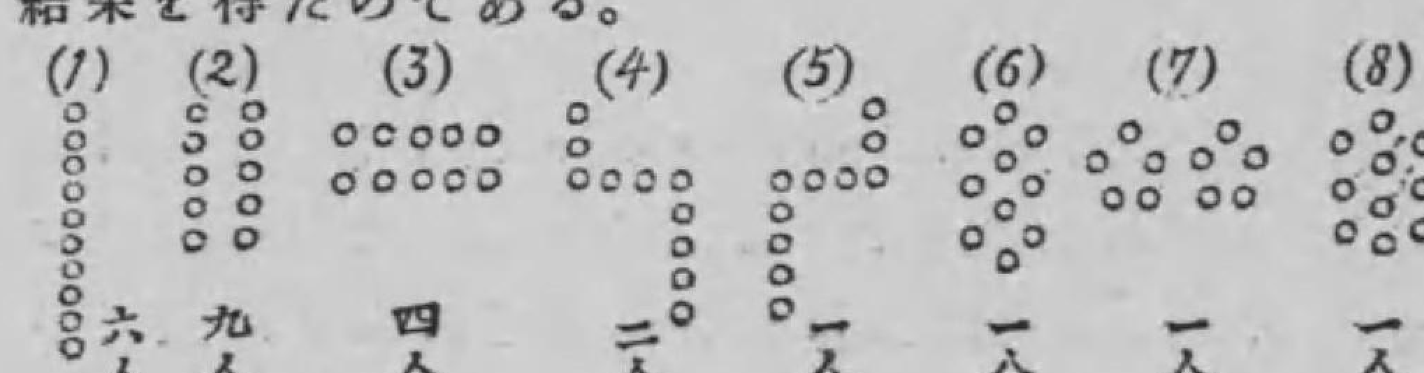
供は其の家庭時代に於いて已に多少の數觀念を持つに至るものである、けれども兒童が家庭時代に得たる數觀念は多くは漠然不確實なるものである。而して子供の個別的の差異が著しい。之れは兒童入學檢査の時に常に實見する所である。從つて之れを小學校算術教授の基礎とすることは不適當である。

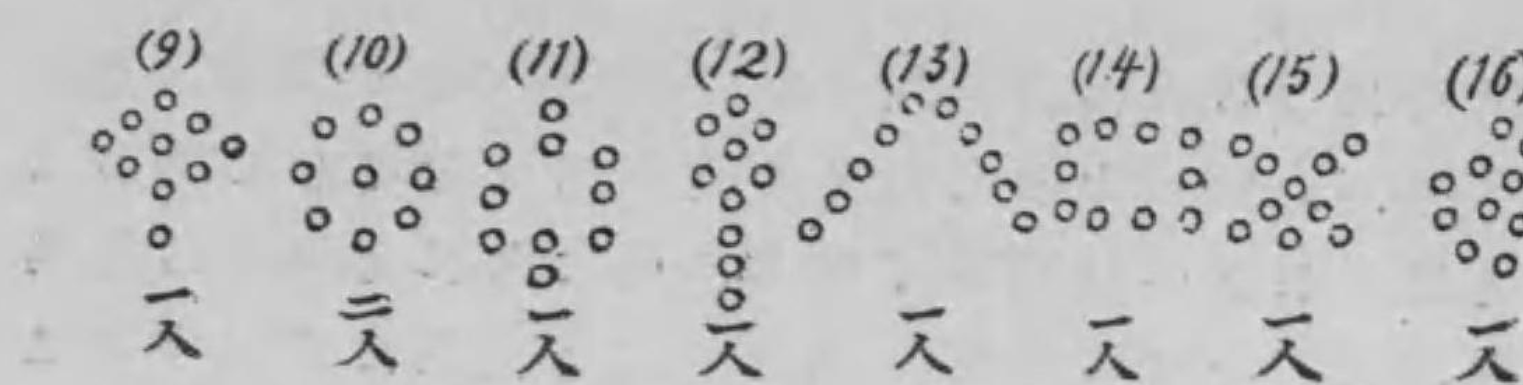
故に教授者は、兒童入學の初期に當つて、實物を用ひて數を表はし、明瞭確實なる數の觀念を凡ての兒童に持たしむるやうにせねばならぬのである。

⑵兒童に實物を排列せしむる形式

自然が個物を排列して居る形式は多くは不規則であるが、兒童の家庭時代に於ける兒童自らの工夫に出づる排列は多少規則的に傾くものである。しかし、其の個人的の差異は甚だしい。凡ての兒童が一様の形式に向つて進んで居ると云ふことは見出すに苦しむものである。

然るに兒童が小學校に入學する頃には餘程規則的に排列するに至るものである。余は兒童入學の當初に於いて十箇のボタンを與へて之れを成るべく見やすく排列せよと命じ、兒童が各自に考へ出した形に排列した後で紙を與へて圖に書かしめた處が次の如き結果を得たのである。

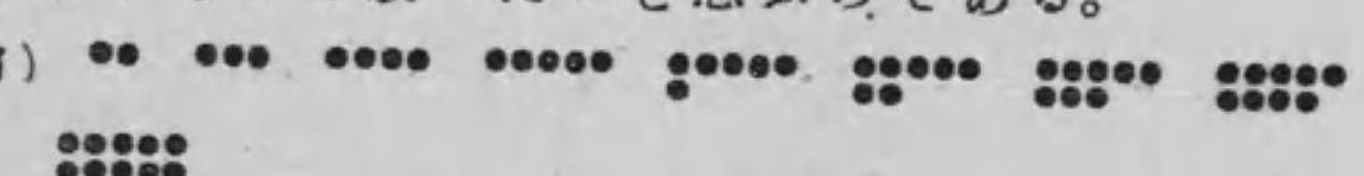




尚此の外に不規則なる排列をしたものがだいぶんあつたけれども、それは省いたのである。

之れによりて見るも兒童は次第に其の排列を規則的にするやうに進みつゝあるものであることが分る。故に此の時期に於いては、教師が兒童に教ふるに或種の規則的排列を以てしても差支へないと云ふことが出來る。

但此の時期に於ける排列を直に理想的數象の形にて授けやうとすることは餘りに早計である。と云はねばならぬ。故に余は此の時期に於いては便宜次の如き形をもつて教へたいと思ふのである。

(イ) 

(ロ) (イ)を縦列に直したる形式。

これは見易い形ではない。十箇までの物を排列する最も見取り易い形としてはライ氏の方形式がある。けれども方形式は後にソロバン式の數象を作る上に便利でない。前記の形は5を一團として居る點に於いてソロバン式數象と結合するの便を持つて居る故に余は上記の形を採用したのである。

第二　指による數の表出

(1)指による表出の利點

指が人類の十進法發見の重き原因をなして居ることは前に述べた通りである。故に之れを初步の算術敎授に於いて數觀念收得上並に發表上に使用することは自然の順序であつて決して批難すべきものでない。

尙指を使用すべしと主張するものの理由とする所は槪ね次の諸點である。

(イ)何人も直に用ふることを得。

(ロ)單に視覺的の觀察のみならず運動及觸覺の觀念を與ふる。

(ハ)兒童が計算し得るや否を一目して知ることを得。

(ニ)日常使用し得るにより算術の進步に大なる効果あり。

と、余も同樣に考へて居る。けれども指の使用に反對する人の云ふことにも聞くべき點が全く無いでない。

(2)指を使用することの缺點

反對者云ふ、兒童は何時までも指を使用する習慣を得ると。之れは實際有りがちのことである。けれども必然的の缺點ではない。敎授方法に注意をすれば免かるることが出來るのである。適當なる敎導によりて兒童が數觀念を念頭に收得し其の使用に馴るるときは、もはや指は使用せざるに至るものである。

此の外尙指の使用に反對する人は、次の如き事を缺點として擧げるけれども之れには同意が出來かねる。

(イ)十に限られて居る。

(ロ)指に大小あり。

(ハ)各自指を使用するときは全級兒童の注意を一點に集むること能はず。

反對者は十に限られて居るのを惡いと云ふが、十進法の基礎となる基數の觀念を與へるには十に限られて居ることが必要なのである。十に限れて居るのを惡いと云ふのは算術を理解せぬ人の言で、聞くに足らぬことである。又反對者は指に大小のあるのを惡いと云ふ。これも取るに足らぬ論である。若しこの意見を他に應用すると家族の人數は數へられなくなる。家族に限らず多くの物は可なりに大小不同あるに係らず、吾々は之れを同一なりと見て取扱ふ場合が甚だ多いのである。

各自指を使用するときは注意を一點に集むることができぬとは無能なる敎員の泣き言である。然らずとすれば一齊敎授を重んじ過ぎた言である。又兒童の知識の門戶は眼と耳とに限つて居るとの舊思想より發する聲である。何れに原因するとするも謬見たることは論を用ひずして明なことである。

故に余は初步の算術敎授に於いて指を以て數を表出することを敎ふるがよいと思ふのである。幾分の弊害は、之れを敎へ之れを取扱ふ方法の如何によつて

充分除去することを得るものてある。

⑵指にて數を表出する形式。

指にて數を表はす形式は自然的に定まつて居る。即ち横の排列にて、5て切れて左右二團になつて居る。只一つの問題となる處は、伸ばしたる指を以て數を表出せしむべきか、或は又屈したる指を以てせしむべきかと云ふことてある。

或人は伸ばした指を以てせねば、よく分らぬと云ふ。或人は之れに反對して指を屈げて數へるのが自然だと云ふ。兩者の云ふ所に各一理ある。而して兩説は各相容れない意見てはない。前者は他人に見せる場合のことを云つて居るのてあるが、後者は自分が數を考へる時の事てある。吾々は自然的に之れを使ひ分けて居るのてある。本來は指を屈げて數へるのが本てある。指折り數へると云つて指伸ばし數へると云はぬのは其のよい證據てある。吾々が折り指て數を考へると云ふことは生理上、心理上の理由があるのてある。それは全指の伸びて居る狀態から考へて見ればよく分る。全指に特別の力が加はつて居ぬ時には自然的に伸びて居るものてあつて。之れを屈げるには特別の努力を要するのてある。換言すれば全指の伸びて居る狀態は努力の無を表はし、從つて何物もなしと云ふ觀念狀態に適合し、一指を屈する每に一生理的心理的現象の發作を表はし一二等の數觀念に符合するのてある。故に吾々は自然的には指を折つて數

へる。けれども、他人に見せる場合には折つた指は重なり合つて居てよく分らぬから特別の方法として伸ばした指て表はすに至つたのてある。

故に余は屈した指て數を表はすを以て本體とし、特別に兒童をして教師に見せしめる場合の如きには「三つ指を伸ばして出せ」と云ふが如く特別の要求をなし、伸ばしたる指にて數を發表させるがよろしいと思ふのてある。

第三　計數器による數の表出

⑴計數器による數の表出の必要。

此の必要を明に認める爲には、勢止むを得ず、實物及指の數表出上の缺點を擧げねばならぬ。實物や指を以て充分完全せりとしたなら計數器の必要はない筈てある。然らば實物にて數を表はす法には如何なる不便があるかと云ふに、第一は不規則に列び易き事。第二は十進の必要を表はさざること。第三は取扱上迅速なるを得ざること。第四は特に教師が同時に全生徒に示す上に不便なることが、其の主なるものてある。然らば次に指にて數を表はすに如何なる不足の點があるかと云ふに、數の位(一の位、十の位)等の考へが表はれて居ぬことが主なるもので、あまりに便利が叶ひ過ぎて數觀念を念頭に据え附けるに却つて妨げとなることも一つの缺點てある。

計數器の必要は叙上實物及指による表數法の缺點を補ふ處にある。從つて計數器の具備すべき性質も

自ら定まるのである。

(イ)計數器は規則的排列の形を持つべきこと。

(ロ)十進の必要を表はし居ること。

(ニ)數位の考へを表はし居ること。

(ハ)迅速に取扱ひ得ること。

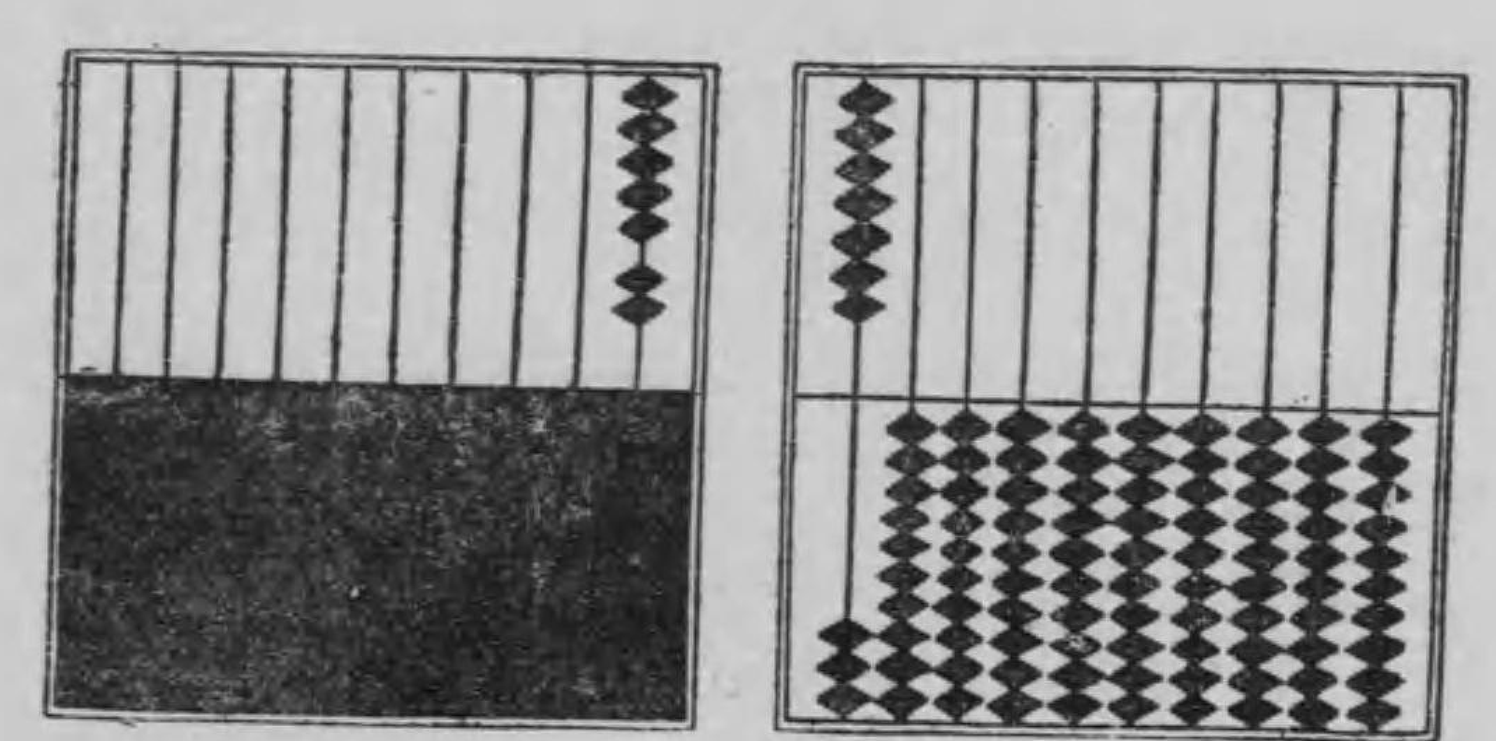
(ホ)一覽の便利の爲に個物が垂直面上に表はるること。

此等の性質を完全に具備して居る計數器にして始めて其の存在の必要が充分に認められるのである。然るに之れまでに出來て居る計數器を見ると、それは誠にあはれなものである。露西亞式計數器は、過去の計數器中の最も優良なるものである。けれども、之れとても數位の考へをば表はして居ないのである。從つて表數法上にては實物及指以上に全く存在の必要を認められぬのである。唯僅に實物と異つて垂直面上に個物が排列してあるとか、指よりも個物が太くて認め易いと云ふ取扱上の輕い理由しか持つて居ないのである。

計數器をして單に其の取扱上の理由の上に存在せしむるのは、計數器を甚だ輕んじた考へである。計數器はさる輕い理由に因つて存在せしむべきものではなく、數を表はす根本的の形式を定むると云ふ極めて重要なる役目を以て存在せしむべきものである。若し然らずと云ふ人あらば、余は其の人に向つて、然らば數位の考へは何によつて教へるかを反問せねばなら

ぬ。

過去に存在する計數器に完全したものがないとしたならば、吾々は其の完全したるものを工夫せねばならぬのである。余は茲に於いて次の如き計數器を工夫した。



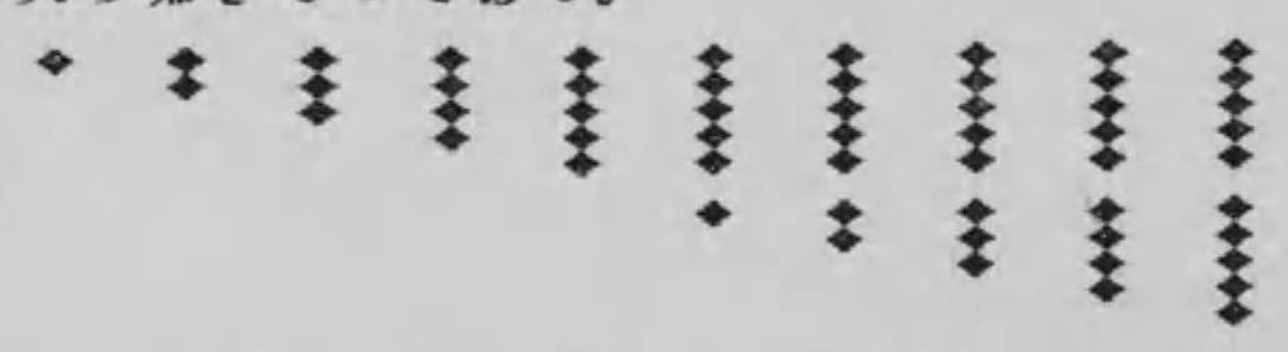
算顆は垂線上の何處にても止まる如く仕掛けてある。尋常一年に於いては三列、二年に至りても四列あれば充分であるけれども。此の計數器は横木を入れて算盤形に作り、上級の計數器に使用せんが爲に列數を多くしてあるのである。

算顆を十箇一縱列上に排列することは、見取る上からは甚だ良くない形であることは、他人の批評を聞かぬ前に承知して居ることである。けれども、これは一つは十進數の位の考へを表はす爲に止むを得ざるに出て、又一つには見取り上は幾分困難でも思念上はさほどでないことを實驗上知り得たからである。

然らば此の計數器上に數を表はす形式如何は次に述べねばならぬ問題である。

(2)計數器による表數の形式。

實物による表數の形式よりも、指による表數の形式が餘程十進法に近づいて來たやうに、計數器による表數の形式は一層十進法に接近して行かねばならぬ事は云ふ迄もない事である。即ち前にも述べたる如く數の位及十進することの考を含んだ表はし方にならねばならぬのである。其の爲には一より九までの數をば一縱列上の算顆によつて表はす必要がある。但六以上は之れを一連にしては甚だしく見分け難いから五顆を一連とし其の下に一顆の半分位の間隔を置き他の算顆を連ねるがよろしい。之れを圖にて示せば次の如きものである。



十は之れを記數法によりて見るも、亦算盤上の布數法によりて見るも一位數では無いのであるが、二位數の最初のものであるから、一位數との關係を見る爲に一度十を一位數の形にして知らしめて置くことが必要である。

次に十以上の數を表はすには一の位(一の顆の居場所)十の位(十の顆の居場所)の二箇の數位を使用し、十を

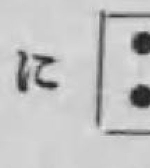
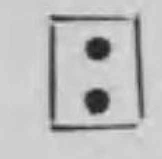
代表する顆(十の顆)と一位の顆とを用ひて次の如く作るべきである。

 等

而して一定期間經過の後例へば尋常二學年の初に於いて、算盤を計數器とし五を代表する顆の使用を敎へ、5 以上 9 に至る數を表はす形式を上記の形式よりも、より簡單なるものに改正すべきである。從つて 15 以上 19 に至る表數の形式、25 以上 29 に至る形式等凡て古來算盤上の布數法と同形式を採用することになるのである。

以上は余の計數器上に數を表はす形式に關する意見の大樣である。尙此の形式が如何に記數法上に確固たる根據を與へ、如何に計算法を迅速明確になし得るかの點に就いて述ぶべき事が多々あるけれども、それは後に述ぶることにするであらう。

第四、圖による數の表出

圖による數の表出は、計數器による數の表出の如く、極めて重要なる價値を持たしむべきものでは無い。それは圖による表出法の方が取扱上書くと云ふ手間取れる仕事があつて不便であるからである。けれども全く其の必要がないと云ふことは勿論出來ない。例へば複式學級中の尋常一年生に向つて敎師が生徒に自働作業を課しやうとする塲合に、黑板上に  と  を並べて書き、足した答へを考へ置かしむる類の

問題を幾題か提出して置いて、他の學年の生徒に直接教授をするが如きには多少便利な點も無いでないから、全く無用だと云ふことはできぬ。

然らば其の圖の形は如何に作るべきかと云ふ問題は、已に自ら定つた問題であると思ふ。之れは云ふまでもなく、計數器上の表數形式と一致せしむべきものである。數圖と計數器と各異つた形式を採用することはよろしく無い。一箇の數に就いては其の表數形式の一致されるものは成るべく一樣にすべきものである。而して幾分改良を要する場合の如きにも、其の前に使用して居た形式と良く聯絡統一ある如くし、且つ一層便利な方法にせねばならぬのである。故に計數器使用以前に使用する數圖の形は、計數器上の表數形式よりも初等のものであり、比較的不便なものであつても止むを得ぬけれども、計數器使用後の數圖は其の形式を全く計數器上の表數法に一致せしむべきものである。

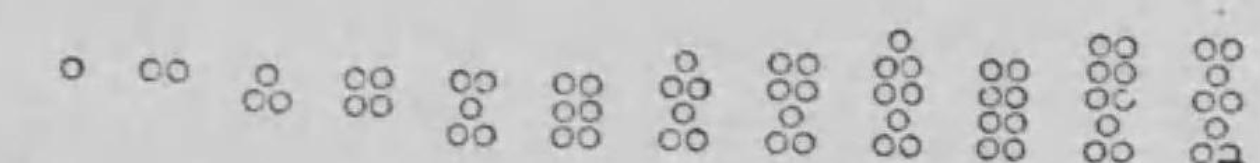
それで、數圖に關して述ぶべき實際上必要なる事項は述べ盡したと思ふけれども、讀者の研究材料ともなり又一つには如何に算盤式數圖形式が最も進歩したものであるかを證明する爲めに古來多くの人によつて工夫された數圖の中名高いもののみを次に舉げるであらう。

ブッセ

ボルン

ベーメ

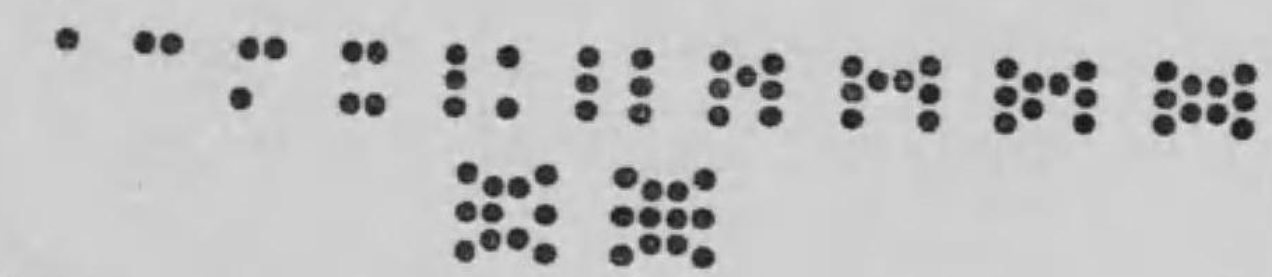
ヘントセル



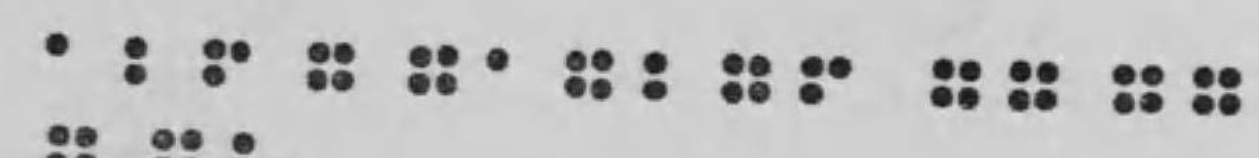
ソベレウスキー

カゼリツツ

ベーツ



ライ、



第五、音聲による數の表出(數の唱へ方)

(1)音聲により數を表出することの必要。

前記四種の「數を表はす方法」中、何時でも使用することの出來るのは指である。けれども之れとても尚多くの不便を有して居る。第一、十以上の數を表はすことができぬ。第二、手に物を持つて居る時には不可能

てある。第三には相手の者と背を合せて告げ、襖を隔てゝ語るの便がない。音聲によりて發表する方法は之等の缺點を補ふに足る特色を持つて居るのである。

(2)數詞は人爲の符徴。

然れども數詞は人間が勝手に定めた符徴である。本來の數觀念と必然的の關係を持つて居ない。故に數觀念の伴はざる數詞を記憶することも出來得るのである。幼時器械的記憶の盛な時には數詞を十や二十記憶するのは何等の苦もないこと、往々驚くべき多數の數詞を記憶して居るものがあるけれども、數詞を知つて居るから必ず數觀念を持つて居るとは限らぬのである。又數詞は人爲の符徴であるから之れによつて數觀念を與へることはできぬ。故に吾々は他の方法によつて數觀念を與へ之れに數詞を聯合せしむることに注意せねばならぬのである。

(3)命數法について。

(イ)基本的數詞。

ヒトツ、フタツ、ミツツ、ヨツツ、イツツ、ムツツ、ナナツ、ヤツツ、ココノツ、トウ、又はイチ、ニ、サン、シ、ゴ、ロク、シチ、ハチ、ク、及びジユウ、ヒヤク、セン、マン、オク、チヨウ等の名は各獨立に命名されたるものであつて、其の相互間に何等の關係がない。觀念其物に就いて見れば、一と二との間には「一と一とて二」と云ふ極めて密接なる關係があるのであるけれども、命數上には何等そのやうな關係はない。從つて之れ等の數詞は、其の中の一二を敎へて他を類推せしむると云ふやうなことが出來ないのである。故に余は之れ等を基本的數詞と名づける。

基本的數詞中ヒトツ、フタツ、と唱ふる方は習慣上幼時の使用に適して居るから、兒童が家庭時期に學ぶのは主として之れである。故に兒童入學の當初に於いては暫く此の唱へ方によりて敎ふべきである。けれども此の唱へ方は種々の名數を唱ふる上にも亦組み合はせ命名上にも不便であるから、久しからずしてイチ、ニ、サン、の唱へ方を敎へ、適當に併用して行かねばならぬ。

ヒトツ、フタツ、と唱ふる數詞は地方的に多少の差異がある。此の地方的の差異は成るべく少くしたいものではあるが、兒童入學の當初から地方的の唱へ方を全然排除することは、甚だしく無理である場合が多い。此かる場合には暫く地方的のものを採用し漸次普通のものに導くがよろしい。

四をヨン、七をナナ、九をキユウと唱ふることはシ、シチ、クにては不明瞭なる場合に用ふべきことを敎ふるがよろしい。而して何時シと唱へ如何なる時ヨンと唱ふべきかは敎師平生の使用により具體的に敎へねばならぬ。一般的に指示することはできぬ。但最初に敎へるのはシ、シチ、クとすべきである。

(ロ)組み合はせ命數法の二箇の基本的場合。

其の他の數の命名は基本的數詞を組合はせて作られてあるものである。即十と二とて十二、十が二つて

二十と云ふやうに組み合はせてあるのである。從つて前に揭げたる基本的の命名とは聊か其の敎授上の取扱を異にすべきものである。基本的の命名を敎へる時には名辭其物が唯一の敎材である。けれども組み合はせ命名を敎へる場合には名辭其物も敎材ではあるけれども、同時に組み合せ命名法なるものが敎材となるのである。從つて十と二とで十二と云ふことを敎へたら、全一の命名法によるものは一々敎へる必要なく、問を發して生徒をして類推命名せしむべきものである。例へば「十と三とで何と云ふべきか」を問ひ「十三と云ふ」との答は生徒に考へ出さしむべきものである。

組み合はせ命數法に二つの根元的の場合がある(1)は付加する場合であつて、(2)は倍加する場合である。付加命數の最初に表はるゝものは「十と一とで十一」である。「何と何とで何何」の形で作らるる。倍加命數の最初に表はるるものは「十が二つで二十」である。之れは「何がいくつでいく何」の形で作らるるのである。故に付加命名法の最初の敎授は十一の唱へ方を敎ふる時に於いて、又倍加命名法は二十の唱へ方を敎ふる時に於いて行はるるのである。其の他は此の根元的の場合から生徒自ら類推して構成することが出來るのである。從つて敎師は自餘の命名に就いては生徒をして考しめねばならぬ。考へさせて考へ出すことが出來なかつたら、止むを得ず敎へると云ふ態度を取ら

ねばならぬのである。

之れを要するに組み合せ命數法には付加法と倍加法との二つの基本的の場合があつて、一般の場合は此の兩法が單獨に行はるるか又は組み合はされて行はるるかそのいづれかである。又付加法の最初のもの十一であつて、倍加法の第一に出るものは二十であることも忘れてならぬことである。

(ハ)十進的命數法の利點。

此の利點は少數の基本的數詞によつて無限に多數の命數をなし得る點に存する。例へば一より十に至る十箇の基本的數詞を組み合せて九十九までの數詞ができ、次に「ヒヤク」を一箇加へ十一箇の基本的數詞によりて九百九十九までの數詞が付けられ、以上新なる名を一箇加ふる每に其の命名し得る數の範圍が甚だしく擴張されるのは、全く十進的命數法の結果である。

今假りに各數に悉く新なる(組み合はせによらざる)名を與へたりと想像すれば、吾人の採用せる命數法が如何に巧妙なるものであるかが一層明瞭になるであらう。各數に悉く新なる名を與へたらば一萬までの數については一萬箇の異る名を記憶するの必要なることは云ふまでもないことである。各獨立せる一萬の名を記憶する事は決して出來得べき事でない。おまけに之れを少しも順序を誤らずに記憶せねばならぬのであるから、一萬はおろか、千までも困難であらう。其の困難の味を全く知らずして日常必要なる數範圍

は勿論遙に大なる數をも少しの苦勞なく命名發表し得るのは全く十進法に基ゐする組み合はせ命數法の効果である。

十進法による命數法の中でも殊に我が國の命數法は優等なるものである。これは我が國の命數法の價値を充分明瞭にする爲に必要なことであるから少しく述べて置きたいと思ふのである。我が國の命數法が諸外國のに優つて居ることは英語や獨逸語の數詞を見れば分ることである。英語で十をテン、二をツウと云ふが十二をテンツウと云はずツエルブと云ふ。二十をツウテンと云はずしてツエンチイと云ふ。其の間に語源的關係がないではないけれど子供に教へるとしては全く別の名を教へると同一である。之れを我が命數法の十二と云ひ二十と唱ふるに比すれば其の繁簡優劣自ら明瞭なものがある。

此の外我が國の數の唱へ方が記數法の數字を書く順序と一致して居ること助詞(英語のエンドの如き)の不必要なること等も其の優つた點である。

之れ等命數法の長所は之れを生徒に教へよと云ふのではないが教師は充分心得て置くべきものであると思ふのである。而して五六年位の兒童には此の長所を幾分味はせ置くことも全く無用のことではないと思はれるのである。

第六、數字による數の表出

(1)數字によりて數を表出することの必要。

本來の必要は數に關する生活上の事項を備忘の爲記錄し置く點にあつたであらうと思はれる。此かる必要上數圖が先づ記錄の方法として使用され數圖では書き表はしが遲いから、これが變化されて遂に數字が發明さるゝに至つたのであらう。

けれども現今吾人の數字を用ふるは單に記錄備忘のためのみに止まらずして計算方便として用ひ又發表方便としても用ひて居るのである。故に單に自分に分ればよろしいのでなく、他人に見せてもよく分かるやうな數字を書くことが大切である。

(2)數字の形。

數字の形は如何なるものが最もよろしいかと云ふことは近頃まで餘り重要なる問題と思はれて居なかつたけれども、よく考へて見ると數字の形はどうでもよろしいと云ふが如き輕い價値のものではない。其の書き易きと否見易きと否とは國民全般の活動上に大なる關係を持つて居るのである。まぎらはしい數字を書いたために他人をして見誤らしめ又自己も見誤ることは屢々實見する所である。又字形の一定して居ると否とは兒童の之れを書く技能の熟達上大なる關係があるのである。

然らば如何なる字形のものが最も見易きか。余の實驗によれば所謂フトコロヒロイ字が最も見易い。又直立體と斜體では直立體の方が見易い。

次には又如何なる字形のものが最も書き易いかと

云ふに、六十度附近の傾斜を持つた字が最も書き易い樣である。兒童の自由にまかせて書かして置くと概ね此の傾斜を持つた字を書くものである。懐廣い字と懐狹い字とでは懐狹い字の方が書き易い。それには子供が早書きした時の字を見れば分かることである。そこで書き易く見易き數字とは如何なる形の字であらうか。上に述べたるやうに書き易い字形と、見易い字形とは多少反對する點を持つて居る。見易い形は立體で懐廣い字であるが、書き易いのは斜體で懐狹い字である。故に吾々は兩者の中間の形を採用せねばならぬのである。玆に他人の採用して居る二三の數字を擧げ、之れを比較することは決して無用のことではないと信ずるのである。

ロングマン(英)	0123456789	傾斜60
スペンサー(米)	0123456789	〃 50°
日本遞信省貯金局	1234567890	〃 45°
國定算術書	12345678910	〃 60°

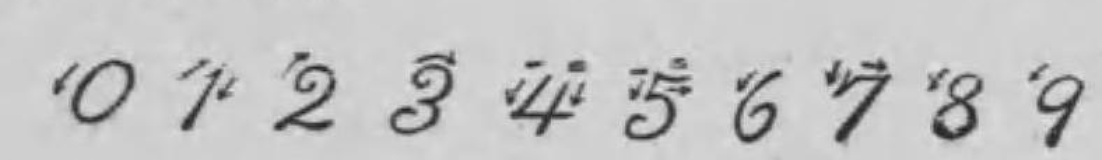
ロングマンの字はスペンサーよりも直立體に近く又懐廣くして見易い字である。けれども書き易いのはスペンサーの字である。國定算術書のは兩者を折衷した形であつて良い字體である。遞信省の字體は大に研究實驗の結果採用せられたもののよしである見まぎらはしからぬことを第一の要件として選定された者のやうである。傾斜は四十五度であつて他の

ものに比して甚だしくねてをるものである。線が全體に細く一樣である、これは傳票、圖表、帳簿等に記入する上に、線に大小を附すれば其の大なる所にインキが溜るから、吸墨紙を用ひねばならぬが、線を一樣に細くして置けば吸墨紙を用ふる必要がなく、執務上大に時間の經濟になるからであると云ふことである。此の點は大に吾々小學校の數字を定むる上にも參考となるものがあると思はれるのである。之れ等を參考して余は次の如き數字を採用したいと思ふのである。

0123456789　傾斜 60°
線の大小を少なくすること。

此の字の傾斜は60°である。線には成るべく大小の差を少くしたのである。又國定算術書の字體よりも懐廣くしたのである。極めて癖の無い字形であるから、見易い點、及書き習ひ易い事は保證して差支ないと思ふ。只書く速度はスペンサーの形に及ばざるものがあるやうに思はれる。しかし、小學校に於ては數字を早く書かせねばならぬと云ふことが、第一要件ではなく寧ろ見易く書き習ひ易い方が大切であるから、余は上記の形を採用したのである。

運筆の順序に就いては次の圖に示すが如く定めたがよろしいと思ふ。



(3)記數法。

1より9に至る九箇の基數は各一箇の數字を以てし、他の諸數は此の九箇の數字及零を組合はせて書き表はすのである。

此の九箇の數字及零を以て、如何なる數をも書き表はす方法の根本は、數を十進的にまとめて考へることである。一の十箇を十の一箇として考へ、十の十箇を百の一箇として考へることが九箇の數字及零を以て如何なる數をも書き表はす方法の根本思想である。此の考へが記數法に於いては位又は桁の地取りをすることゝなつて表はれた。一の位、十の位、百の位、と云ふ如く位の地取りをして其の各位に最初は箇物を置たものらしい。換言すれば十進計數器の形が最初に工夫されたものらしい。しかし箇物を取扱ふことは不便であるから、其の位置に點又は圖を書くことが發明され、遂に數字を其の位置に書くに至つたのであらう。即ち最初は位の地取りをして置いて其處に數字を書いたものである。

百萬	十萬	萬	千	百	十	一
			4		3	2

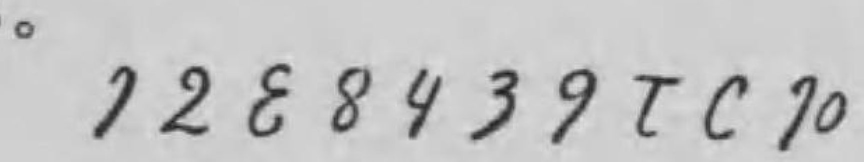
十の位に書き入れた3は十が3箇あること、千の位に記入した4は千が4箇あることを表はし、百の位に何も記入して無いのは百にまとめたものが無いことを表はして居るのである。これは零の記號の發明さ

れぬ時の記數法である。

次に記數法上試みられたことは上記の框を除く工夫である。一々框を書いて數字を記入することは誠に手數のかかる方法である。けれども空位を表はす方法なしに框を除けば四百三十二も四千三十二も同樣の記し方となるの不都合を生ずる。故に框を除く爲には空位の記號を工夫せねばならぬことになつたのである。空位の記號としては初めは種々の形が用ひられて居たやうであるが、遂に0を用ふることに定まつたのである。

此くの如き理由によりて0は數字及位置的の記數法よりも遙に後れて發明されたのである。

記數法に關する歷史は餘り必要ではないが、多少參考となる點もあると思ふから簡單に記して置く。今日吾々の採用して居る記數法はアラビア記數法と云ふのである。之れは西曆紀元十二世紀の頃アラビア人が西班牙に大學を立て、此處て數學を教授した時から歐洲諸國に傳へられたのである。此のアラビア數字及記數法はアラビア人が發明したのでなく、其の起原は印度にあると云はれて居る。印度の文明は支那やエヂプトの文明と同樣に古く發達して居たものゝやうである。其古代印度の人が用ひて居た數字が今の吾々の使用して居る數字と甚だよく似た形を持つて居る。



此の中で1より9に至る九個は餘程古くからあつたのであるが、0は西暦紀元後六世紀頃に發明されたものと云はれて居る。兎に角此の印度人の發明した數字が近隣のアラビア人に傳はつて、アラビア人によつて幾分變化され、遂に歐洲に傳へられてからも、亦多少の變化をして今日の形になつたのである。

アラビア記數法の起源もやはり印度にあつたらしい。而して0の發明されない以前は數位を示す爲の縱線を用ひ、其の縱線上に數字を記して十以上の數を記した物である。之れは甚だ面倒な方法である。從つて其の頃には數字を計算に用ゐることは比較的少かつたやうである。人は此の面倒なる方法を捨てて便利なる方法を得んが爲に、多年の苦心を積んだやうである。これとは別の原因で或位に何も無い時には、其の儘に線を殘さずに之れを消す必要が起つたものと思はれる。例へば他人との貸借關係の如き場合の記錄であつて見ると、何も無い位線を其の儘に殘して置く事は出來ぬ、之れを消して置かねばならぬ。其の消し方が自然と0の發明をさせたものだろうと思はれる。印度人は最初は此の位線を消す爲に＝を用ひて居たものと思はれる。それが後に0に變つたのである。玆に於いて空位には空位の印が出來た。かうなれば特に面倒な線を書く必要がないから、遂に數字及0を用ひて右から左に數を位置的に書き表はすと云ふ方法が發明さるるに至つたのである。

此の記數法の發達より考へても分るやうに、10以上の記數法は十進的計數器を用ひて、數の位置的表出法を敎へた後に授くべきものであると云ふことが明である。只10のみは特別の事情により、1より9までの數字と同時に授けてもよろしい。其の特別の事情と云ふのは10の唱へ方が9以下の數の唱へ方と同樣に基本的のものであると云ふこと、及び其の爲に尋常一年の最初の數範圍を十までに取るのが普通であることである。唱へ方は十まで授け、數字は9までしか授けぬと云ふのは如何にも妙でないから、10は十進記數法の最初のもので本來は數の位置と云ふ考へがなくては分らぬ書き表してあるけれども、特別に之れを一字の如く見て授けて置くのである。暫く一字の如く見て授けて置いて、11以上の書き方を授ける時に10は何故に1と0とを連べて書くかを顧みることにするがよろしいのである。之れは十が唱へ方では基數的で、書き方では二位數的であると云ふ性質上止むを得ぬことである。

(4)十進記數法の利點。

「十進法記數は甚だ簡單明瞭なるが爲に人は其の大發明なることを知らぬ」とは大數學家ラプラースの言である。實に其の通りである。尋常一年生にも十一以上の記數法が理解されるほど簡單明瞭なものである。けれども此の記數法に要する文字は僅に十箇に限つて居るに係らず其の表はし得る數の範圍は全く無限

大に至るものである。壽命だにつゞくならば吾人は此の記數法によりて如何なる大數をも容易に書き表はし得るのである。實に驚くべき大發明と云はねばならぬのである。印度の國家が滅びても、印度に發生した佛教は捨たれても、此の印度人の發明した記數法のみは永久滅びないこと、命をかけても保證し得る所である。

第七　文字による數の表出

之れは專ら代數學の範圍に屬することであるから茲には之れを述ぶる必要がない。余は聊か文字の使用を小學算術中に導き入れたいと思はぬでもないが、それは後日別に機を求めて發表するつもりであるから今は全く略して置くであらう。

第八　結論

之れを要するに小學校の算術教授に於ける數の表出法は最初は小石の如き特定の實物、又は指により次に計數器數圖を使用し、尙之れに數字の使用を加ふべきものである。又計數器としては十進法の意味を充分に表出し且つ一目して其の數を見取ることの出來るものを採用すべきものである。それには我が國民が古來使用し慣れたソロバンが最も優秀なるものであると思ふのである。

第五節　計算論

第一　數へ方

計算の第一歩は實物を數ふることによる。菓子を三つ持つて居て尙二つ貰つたら幾個になるかと云ふことを知るには、三の實物を數へ取り、尙二つの實物を數へ取り兩方を合して數へ總數を知るのである。

野蠻人や子供は此の方法を以て種々の計算を行つて居る。之れは數に關する問題を解く方法の中で最も分り易いものである。

けれども亦此の方法は著しき缺點を持つて居る。一言にして之れを云へば甚だ迂遠な方法である。第一に數へる方便としての實物を要すると云ふ不便がある。實物なくしては四つか五つ物を數へ足し又は數へ引くことすらも已に困難である。從つてそれ以上多くの數を取扱ふ時には之れを或感覺物(指、小石、木竹片、點、線等)によりて數へ足し又は引くと云ふ面倒を忍ばねばならぬのである。よしんば此の面倒は忍び得るとしても次に述ぶる缺點は到底忍ぶ能はざるものである。此の第二の缺點とは時間を要することの大なることである。例へば20錢の靴足袋を買つて1圓札を出したら釣錢は何程來るかと云ふ問題を、純粹に數へ方によりて解くとしたならば、100−20を實物を數へて行はねばならぬ。それには先づ100箇の實物を數へ取り、次に其の中より20箇の實物を數へ除かねばならぬのであるから前後合はせて120の數へ方を要する。扨て吾々が實物を數へる速度はどの位ゐのものであるかと云ふと、早くて一秒に四箇遲けれ

ば一箇位のものである。故に 120 を數へるには早くても30秒遲ければ 120 秒を要するのである。然るに吾々が行つて居る計算法によれば1圓より20錢を引く計算には僅かに一秒を要しないのであから、假りに之れを一秒とするも、此の場合に於いて數へ方のみによる方法は今日吾々の行つて居る計算法に比較するときは30倍乃至 120 倍の時間を要するのである。而して此の差は數が大であれば大である程著しいのであつて、例へば一億と云ふが如き數を含む問題を解くには、單に一億を數へるのみに早くても三百日を要するのである。しかも一日24時間一分の休憩もせずに數へつゞけて漸く三百日で數へ終るのである。故に食事、休憩、睡眠等の時間を除いて計算したならば、恐らく六百有餘日を要することであらう。

故に數へ方によつて計算問題を解くことは、最も分り易い方法ではあるが、之れのみを以て吾人の日常計算の用を辨ずることは到底不可能なことである。換言すれば數へ方は計算の第一歩又は豫備階段として重要なるもので、特に初歩の算術敎授に於いて加法の九々を構成する豫備階段として重き價値を有するけれども、計算法の主部とすることはできぬものである。

第二、加法

(1)加法九々。

基數に基數を足すこと即ち加算九々が加法計算の基本であることは多言を要しない事項である。

吾々が數へ方によりて行ひ得る足し算の範圍は前に述べた通り極めて狹いものである。故に之れを以て吾人日常の用を充分に足すことは出來ない。9+9の如き計算ですらも、之れを數へ方に分解して行ふことは甚だ面倒な仕事である。最初子供が幼稚な時には此の面倒を見ることが止むを得ないことであるが、成べくこれを避けたいがために自然に 9+9＝18 なることを記憶するに至るものである。之れを記憶して居れば、其の便益は些少でない。分解してやれば十秒もかゝる計算も記憶して居れば一秒も要しないで充分に濟まし得るのである。しかしあらゆる數と數との加法結果を記憶して置くことは出來ることでもなく又必要でもないことである。基數に基數を加へる八十一箇の計算即ち加算九々を記憶して居れば充分である、例へば 23+34 の如きは加算九々を應用して容易に結果を知り得るのである。即ち 2拾+3拾＝5拾又 3+4=7であるから、23+34=57 であると云ふやうに加算九々を記憶して居れば、凡ての加法計算は之れを應用して容易に解き得るのである。故に加算九々なるものを明瞭確實に記憶せしむることは加法敎授上の重大なる仕事である。然らば之れを明瞭確實に記憶せしむるには如何にすべきかと云ふに第一に理解を明瞭にせねばならぬ、理解されたものを記憶することは之れを理解せざるものを記憶するよりも確實である。第二に反覆によりて記憶を確實にせねばならぬ、此の

反覆練習の方法は後章方法論中に述ぶるとして今は理解を明瞭にする爲めに九々を或基礎の上に條理の立つた構成法によつて組立つることに就いて述べやう。

加算九々の基礎＝加算九々構成の基礎として採るべきものに次の三種の方法がある。

第一、數へ方を基礎とすること。

第二、分解によりて前の九々を基礎とすること。

第三、交換即ち加數被加數を取り換へることによりて前の九々を基礎とすること。

第一の中には(1)加數被加數共に一々數ふることと(2)被加數は其儘に唱へ加數のみを數へて足すこととある。前者は最も初歩の方法、後者は之れより一歩を進めた方法である。第二の中には四種の方法が含まれて居る。即ち加數を分解し又は被加數を分解するによりて二種となり、之れを直前の九々に結び付けると其の他の九々に結び付けるとにより又二種となり、組み合はせて四種となるのである。之れ等の構成の基礎を實際上如何に採用すべきかは次の問題である。此の問題に答ふるには加算九々を次に記すが如く四箇の類に分つことが便利である。

第一、和が十以下なるもの(其一)

1+1	1+2	1+3	1+4
2+1	2+2	2+3	2+4

3+1	3+2	3+3	3+4
4+1	4+2	4+3	4+4
5+1	5+2	5+3	5+4
6+1	6+2	6+3	6+4
7+1	7+2	7+3	
8+1	8+2		
9+1			

第二、和が六以上十以下なるもの(其二)

1+5	1+6	1+7	1+8	1+9
2+5	2+6	2+7	2+8	
3+5	3+6	3+7		
4+5	4+6			
5+5				

第三、和が十一以上なるもの、

9+2	8+3	7+4	6+5	5+6
9+3	8+4	7+5	6+6	5+7
9+4	8+5	7+6	6+7	5+8
9+5	8+6	7+7	6+8	5+9
9+6	8+7	7+8	6+9	
9+7	8+8	7+9		4+7
9+8	8+9		3+8	4+8
9+9		2+9	3+9	4+9

第一の和が十以下なるものの其の一は先づ被加數加數共に一々數へて結果を知らしめ、次に加數のみを數へ足し又は分解によりて前の九々に結び付け以て

速に答を見出し得ることを知らしめ、練習の結果之れを數象をたどりて考へ得るに至らしむべきもの。第二は交換により前の九々に聯絡せしめて答を見出さしむべきもの。(之れは先づ第一の場合の如く交換せずして取扱ひて答を得たる後、同じ問題を被加數加數を交換して答を出し間違ひなきことを認めしめ交換の法則を極めて具體的に知らしめたる後其の他に適用すべきものである。)第三は加數を分解して被加數に足し之を十と或數とにすることによりて答を知らしむべきもの、例へば9+3は(9+1)+2=12とするが如きものである。

珠算加法九々＝珠算の加法に於いては上記第三の九々三十六箇は全く省略され第二の中にある「和が丁度十になるもの」を以て行はるるのである。例へば9＋4は九の中より六取つて十を上位に進むるのである、斯の如く九々が少數の範圍にて濟むことは珠算の一大利點である。之れを筆算や暗算にも應用することが出來るならば、大へん都合がよろしいのである。けれども現行の筆算法や暗算法には此のことの行はれ難い事情がある。それは筆算や珠算では數を分解して取扱へば仕事が甚だしく面倒になるからである。例へば16+15の如き暗算に於いて10+10=20を記憶して居て、6+5を加へることが已に面倒であるのに、6+5=(6+4)+1なるが故に11なりと考ふるがごときは困難を二重にするものである。しかるに6+5=(6+4)+1の

代りに6＋5=11を直下に思ひ起し得る如くして置けば仕事が餘程簡單になるので、九々の記憶には骨が折れるが苦は樂の種子と思つて此の面倒を忍ばねばならぬ事情があるのである。しかし、之れは現行の暗算法を行ふとしての話である。若し珠算流の暗算法を採用することになれば珠算と同樣に何等の故障なく此の第四類の九々三十六箇を省略することが出來るのである。珠算流の暗算法と云ふのはソロバンを念頭に置いて暗算することである。念頭にを置き15を足すには、先づ10足しとなり、5取つて10足しとなるのである。暗算に就いて此くの如くソロバンを念頭に置いて、計算の分解的取扱ひが容易に行はるるに至れば、其の仕方は直ちに筆算にも適用さるゝのであるから、さうなれば九々は大に簡單にすることが出來るのである。之れもソロバン復興を主張する一つの原因である。

(2) 一般加法。

暗算加法＝第一に在來の暗算加法に於ける數の取扱方、換言すれば計算經路を如何にすべきかを述べ、次にソロバン式暗算法について說明する。

例一、 40+20

之れは第一位が零なる二位數の加法の例である。之れには10を一單位と見る考へ方を基礎とすればよろしい。4拾+2拾=6拾と考へて答60を得るのである。之れには前に述べたるソロバン式計數器を使用すれば

容易に且つ具體的に10を一單位と見ることを知らせることが出來る。即ち十の桁に四箇の顆を置き、之れに尙二箇の顆を加ふれば自らにして六箇の顆となり、一顆が十を代表するので、6顆は60を表はすことは甚だ分り易いことである。

例二、 40＋6、(一位が零なる二位數に一位數を加ふること)

前例によりて類推さるるから說明を略する。

例三、 40＋14(一位が零なる二位數に十何と云ふ數を加ふること)

例四、 46＋8 (完全二位數に一位數を加ふること)

初歩に於いては40を別にして置いて 6+8=14 之れに別にして置いた40を足して 40+14=54 の如く分解的に考へしめるのであるが、上級に進むに從つて40を別にして置くことなく、46を考へて居て其の6に8足して答54となると考へる如くさせねばならぬ。卽ち低學年では部分に分けて計算を行つた後に、之れを總合して答を出させる如くし、高學年では數の全體を念頭に置きつつ(別にして置くことなしに)部分の計算を行つて行くやうに慣れしむべきものである。

例五、 46+28(完全數二位數加法)

低學年では分解的に取扱はしめるのが當然である、卽ち 40+20=60、又 6+8=14 60+14=74 の如くして行かねばならぬが、高學年にも此の分解法を行はせるの

は迂遠である、よろしく 46+20=66, 66+8=74 の如く成るべくまとめた形で取扱はしむべきものである。

次にソロバン式暗算法とは如何なるものであるかと云ふに暗算に於いて數を念頭に置くに當つて漠然とした形で置かずに、ソロバンの形式によつて置くのである。之れをソロバンを念頭に置いて計算すると云ふ。讀者の中にはソロバンを念頭に置くことが出來るのであらうかと疑ふ人もあるであらうがそれは出來る。漠然とした形で數を念頭に置くことや、筆算運算形式を念頭に置くことよりも容易に出來る。讀者試に基數に相當するソロバン式數象を一々思念しみよ。次にソロバンに於けるが如く 1+1, 2+1, 3+1 4+1, 等を順次念頭にてソロバン式に行ひ試みよ。又二位數について例へば 12+21, 13+12 等を試みよ。凡て何等の困難なしに行はるることが分るであらう。之れを發達させれば三桁位の計算は實物のソロバンによると同じ速さで同じ骨折りで出來る。熟練した人は實物のソロバンよりも念頭のソロバンの方が骨折りが少いと云ふ。それは念頭のソロバンは指を用ひずして顆が動くから、指を使ふだけの勞が省けると云ふのである。通常の人には其處まで上達することは困難であるが、在來の暗算法よりも容易に、比較的大數の計算を行ひ得るに至ることは明である。日本に西洋人を驚かすに足る暗算の名人が多いのは全くソロバン式暗算の御蔭である。遞信省郵便貯金局にて

毎年擧行する事務競技會によりて見るときは、ソロバン式暗算は斯くも迅速正確に行ひ得るものかと驚嘆措く能はざるのがある。外國人の驚き方は殊に甚しく全く不思議だと云つて居る。次に掲ぐる三桁の數二十口の加算、及四桁の數十口の加減算を各三十秒で暗算し得るのを見ては不思議と思ふのも無理ではない。

369	
116	1655
233	5944
512	8261
578	3799
117	−3550
294	−1599
917	7255
154	6234
828	−2555
517	5350
964	20094
370	
116	
574	
127	
117	
633	
155	
+253	
7951	

殊に十數人の競技者が一人の間違へるものなく正答を得る處は全く何か種子がありさうに思はれる。しかし其の種子は念頭のソロバンの外何物もないのである。其の證據は誰が即席に問題を作つて出しても、常に同樣に正答を得ることによつて明にせらるるのである。而して如何にして斯く迅速正確に計算し

得るかと問へば、皆異口同音に念頭のソロバンを用ふることを以て答ふるのである。

之れによりて見れば、ソロバン式暗算法が在來の暗算法に優つて居ること火を見るよりも明なる事實である。而して之を一般國民の暗算法とすること決して困難ではないと思惟さるる理由も充分あるのである。

故に余は讀者に向つて此の方面の實際的研究を希望して止まないものである。

筆算加法＝筆算加法に於ける數の取扱方は之れを數字で書き表はし、且つ一桁宛下位より考へて進めばよろしいのである。例へば十の位に就いて合計して居る時には十以外の位に在る數は念頭に置く必要がない。これは筆算が大數の取扱ひを容易に行ひ得る唯一の原因である。暗算に於いては數を凡て念頭に止めて置くのであるから、今計算して居ない桁の數についても全く是れに注意せずに居ることは出來ぬが筆算に於いては其處に大に勞を省くを得る所がある。

次に筆算の運算形式に就いては上位に進む數を數字點、又は線で記さしめるか否か、及運算符號を記さしめるか否の二つの問題がある。此の二つの問題はどちらも餘り大問題ではないが、余は之れをどちらも記さしめぬのを以て本體としたいと思ふ。其の理由としては上位に進む數に就いては之れを記す爲に運算形式を明瞭でなくすると云ふとが主なるものであ

る。簿記帳などに於いて殊に之れを忌む。之れを記す必要がないと云ふ事も理由の一てある。例へば次の計算

$$\begin{array}{r} 17^{\wedge} \\ 175 \\ 49 \\ \hline 241 \end{array}$$

を行ふに當つて 7+5+9=21 の2を上位に記入する必要は少しもない。直に 2+1+7+4=14 とするに何等の困難はないのてある。書く癖がつけば書く方が樂てあると思ふけれど、之れがなければ筆算加法は出來ぬと云ふ程のものてはない。運算符號の記入については多くの場合に於いて記入の必要がないから、不用の手數をかけぬがよいと考へるのてある。けれども時には之れを記入する必要がある場合も全くないてはない。例へば他人に見せる時の如き他人が一目して之れは加法てあるか減法てあるかを知るを得るやうにするには運算符號を記入して置く必要がある。故に斯かる場合には特に敎師が注意して記入せしむることは差支へないと思ふが、平生の計算には之れを記入する必要はないと云ふのてある。

珠算加法＝珠算の利益の最も大なるは加法にある。珠算加法に於ける數の取扱方について筆算及暗算と異る所は、五を代表する顆の使用によりて五を一つにまとめること及加算九々の少數なる處にある。前者は例へば 3+2=5 を其のまゝ五箇の顆にて表はし置かずして㊄顆にて表はし、4+2=6 を六箇の顆に

て表はさずして㊄顆と一顆とにて代表せしむる如く、後者は已に前に述べたる處てある。之等の結果としてソロバン上の數は極て見分け易く且つ取扱ひ易いものてある。之れは珠算加法の一大特色てある。

珠算は暗算及筆算に於ける短所を去り其の長所を取つて居るものてある。何故かと云ふに、數の置き方に就いて云へば、暗算に於ける數をぼんやりと念頭に置くの困難を去り、筆算に於ける數字を書くの手間を除いて、迅速にして明確に數を置き得る如くしてあることが一つ。又暗算に於いては數の全體を記憶して居なければならぬが、珠算に於いては其要なく計算する部分の一桁に注意して居ればそれてよいのが、一つ。筆算に於いては、數を一旦書き取つた上、下位より足さねばならぬのてあるが珠算ては數を讀むに從ひ見取るに從つて上位より直に置き得ることが一つてある。それてあるから珠算加法は何人も知る通り容易にして且つ驚くべき程迅速てあり得るのてある。又容易なる爲に極めて正確なるに至るものてある。珠算に反對する人の中には、ソロバンの珠が動き易いから間違い易いと云ふ器械的の缺點のみを見て、容易てあるから間違を生ぜぬと云ふ心意作用上の優點を見ない人が多い。そして筆算は書いてあるから間違ひが少いと云ふけれど、決してさうてはない。筆算に於ける數の取扱ひ方は困難なるものが多いから、此の原因によりて間違を生ずるとが多いのてある。書いて

あると云ふとから必ずしも計算の確實を保證することは出來ぬ。又珠算に於いては少し慣れる時は指の過失で顆を動かしたことは、自ら分るやうになるものである。單に動かしたと云ふのみでなく幾顆動かしたと云ふことも分り、從つて之れを訂正することも出來るやうになるものである。要するに珠算の正確の度は筆算に勝るとも決して劣るものではない。而して容易にして迅速なるものであるから、珠算を一度稽古した人は其の味を忘れることが出來ぬのである。

珠算を授くるに讀上算よりも獨算を主目的とせねばならぬ。讀上算と云ふのは一人數を讀み上げ、他人之れを計算するのであるから、一つの計算に少くとも二人を要するの不便がある。獨算と云ふのは計算者自ら帳簿の數を見つつ之をソロバン上に置いて計算するのであるから實際の用に適する。練習の方法として最初讀上算を課し一通りの技能を練ることは適當な方法であるけれども、後には獨算に充分熟達せしむることに注意せねばならぬ。換言すれば讀上算は到達點でなく、獨算が到達點であると云ふことを心得て置かねばならぬ。其の爲に取るべき方法に就いては後章に詳述する。

(3)筆算、珠算及暗算の關係。

此の三つの算法に就いては已に述べた通り各、一長一短あつて、何點に於いても優つて居る算法はないのである。從つて其の一を取つて他を排除してしまう

ことは出來ぬこと云ふまでもないことである。例へば机の三脚の如きものである。

筆算は計算の中途の痕跡を遺こす處に長所がある。吾々の計算の中には記錄して遺こして置く必要のあるものが少くない。自分の備忘に、或は他人に見する爲に如何なる計算を如何なる順序に行つたかを明にして置くのは筆算に優るものはない。けれども書く時間のかかるのと、九々の困難なる爲に計算のあまり早くないのは其の短所である。

珠算は容易且つ迅速なることが長所であるけれども。計算の中途の痕跡が殘らぬこと、及ソロバンと云ふ特別の道具の必要があるのが其の短所である。

暗算は道具いらずで隨所隨時に之れを行ふを得る處に其の長所があるけれども、困難は筆算より甚だしく又計算の中途の痕跡の殘らぬこと珠算と同一なるは其の短所である。

そこで吾々は此の三つの算法を適當に合はせ用ひて各其の長所のある處に之れを用ひねばならぬのである。決して其の一二を採用し一二を排除すべきものではない。或人は同じ計算をするのに三種の計算法を敎へるのは不便、不經濟極まる事であると云ふけれどもそれは餘りに偏狹な考へである。之れを例へば陸上交通機關として汽車、電車、自働車、人力車、馬車等種々あるのは不經濟であるからよろしく徒歩の一法にすべしと云ふやうなものである。一つて以て凡て

の場合に便利が叶へば勿論それに超した事はないのであるが、一種で便利でない時は十種、十種で便利でない時は百種のものを使ふことも厭ふべき事でない。要は益々大なる便利を謀るにある。筆算、珠算、暗算の三法を併用する位のことは決して厭ふべき事ではない。けれども玆に一つ斷つて置かねばならぬことは三法を併用すると云ふことは、三法を全く分立せしむると云ふ意でないと云ふことである。余は出來得る限り三法を統一したいと思つて居るものである。其の意見は已に暗算法の條下に述べたる如く、ソロバン式暗算法の採用によりて、直接暗算と珠算の統一をはかり、間接には珠算と筆算との統一をも企てゝ居るのである。統一し得る限りは統一し、止むを得ざる部分は分立せしむるのが當然の處置である。例へば九々の如きは成るべく之れを珠算法の九々に一致せしめ、數を加ふる順序は上位よりすると下位よりすると各分立せしむるが如きものである。此のやうにして、成るべく算法を統一し兒童の心意活動を餘り煩雜ならしめぬ工夫が甚だ大切な事柄である。

最後に此の三つの算法の關係に就いて尙一言すべきは、數の範圍に關することである。暗算に於いては二桁の數を主とし、出來得べくば三桁の數に及び、筆算及珠算に於いては主として夫れ以上の大數を取扱ひ、又筆算に於いては特に珠算の能くせざる分數の如きを取扱ふべきものであると思ふ。

第三　減法

(1)減算九々。

減算九々とは加算九々の逆の計算である。此の減算九々が一般引き算の基礎であることは云ふまでもない事である。之れが充分明瞭に悟られ確實に記憶されて居れば、一般の引き算は極めて容易に行はるるものである。然らば九々の記憶を明瞭確實にするには如何にすればよろしいかと云ふに、之れには二つの仕事がある。一は九々の成立をよく理解させることで今次に述べんとする處である。他の一は九々の練習である。之れは後章方法論中に詳述するであらう。

減算九々の基礎＝減算九々の成立をよく理解させるには、之れを構成する時に條理の立つた構成法を採用しなければならぬ。條理の立つた九々の構成法を定むるには、減算九々の基礎となり得るものに如何なるものがあるかを明瞭にすることが必要である。故に次に之を列擧してみるであらう。

(甲)　數へ方を基礎とすること。

(乙)　分解によりて前の九々を基礎とすること。

(丙)　加算九々を基礎とすること。

(甲)の中には三種の方法が含まれて居る。例へば6−4を知らしむるに、(1)先づ6箇の實物を數へ取り、次に其の中より4箇數へ除き、殘りを數へしむるものと(2)6より減數だけ數へ下り答に達せしむるものと、(3)

減數に幾個數へ足せば被減數になるかを見て差を知らしむるものの三つてある。(1)と(3)とは極めて分り易いよい方法てあるが、(2)は逆に數へ下る處に間違ひ易い點があるから初歩の教授には適しない方法てある。(乙)の中には四種の方法が含まれて居る。減數を分解するか、被減數を分解するかによりて二種となり、之れを直前の九々に結び付くるか他の九々に結び付くるかによつて又二種となり組合せて四種となるのてある。(丙)は(甲)の(3)を簡約した物てある。之れ等種々の方法中何れを如何に實際に適用すべきか、これ次に攻究せねばならぬ問題てある。此の問題に答ふるが爲めに減算九々を次の如く二箇の團體に分つ。

第一類　被減數十以下なるもの。

1−1	2−2	3−3	4−4	5−5
2−1	3−2	4−3	5−4	6−5
3−1	4−2	5−3	6−4	7−5
4−1	5−2	6−3	7−4	8−5
5−1	6−2	7−3	8−4	9−5
6−1	7−2	8−3	9−4	10−5
7−1	8−2	9−3	10−4	
8−1	9−2	10−3		6−6
9−1	10−2		7−7	7−6
10−1		8−8	8−7	8−6
	9−9	9−8	9−7	9−6
	10−9	10−8	10−7	10−6

第二類　被減數が十一以上なる場合

11−2	11−3	11−4	11−5
	12−3	12−4	12−5
11−9		13−4	13−5
12−9	11−8		14−5
13−9	12−8	11−7	
14−9	13−8	12−7	11−6
15−9	14−8	13−7	12−6
16−9	15−8	14−7	13−6
17−9	16−8	15−7	14−6
18−9	17−8	16−7	15−6

第一類は先づ實物にて被減數を示し、之より減數だけ數へ去り殘りを數へて答を知らしむることを以て授け、次に減數に幾箇數へ足せば被減數になるかを見て答を知る法を教へ、遂に練習の結果、念頭の數象をたどりて考へ得るに至らしむべきものてある。第二類は減數又は被減數を分解して之れを被減數の十以下なる九々に結び付け、知らしむべきものてある。減數を分解すると被減數を分解するとは何れが優れるかは人によりて見解を異にし、又之れを實際教授上の實驗に徵するも其の優劣が甚だ不明瞭なるものてある。けれども、此の問題は次の方法によりて決定することが出來る。其の方法とは前に加法の部にも述べたソロバン式算法の採用てある。ソロバン式算法によれば例へば 12−5 の如きを 10−5=5,2+5=7 とすること

既定の事項であつて、且つ何等煩雜と思はるる處がなく、極めて容易なる範圍の九々を以て困難なる九々に代用せしむることを得るのである。故に此の第二の一圓の九々につきては被減數を分解することによりて前の九々に結び付け答を見出すべきことを敎へ練習の結果として之れをすらすらと行ひ得るに至らしむるがよろしいと思ふのである。

(2) 一般減法。

暗算減法＝先づ在來の暗算法について述べ次にソロバン式暗算法について說明するであらう。

例一　50−20(一位が零なる二位數の減法)

10を一單位と見て計算すべきこと、及び之れが敎具としてソロバン式計數器を使用するが便利であると云ふことは加法の場合に述べたる通りである。拾の顆が5箇ある內より2箇を引き去れば3箇を餘すことは明である。而して一箇各拾であるから3箇では30となることは分り易いことである。

例二　50−6(一位が零なる二位數より一位數を引くこと)

50の中より10を分ち此の10より6を引き殘4と40とにて44となると考へしむるのである。

例三　54−8(二位數より一位數を引くこと)

54の中より10を分ち、此の10より8を引き殘2と44にて46となると考へしむ。此の計算には尙次の如き考へ方がある。54を40と14とに分ち14より8を引き

殘6と40とにて46となると考へしむるのである。けれども此法によれば14−8の如き九々の困難なるもの三十六箇を强ひて記憶せしめねばならぬのが缺點である。

例四　54−26(完全二位數の減法)

54より20を引き殘34を得、34より6を引き28を得る方法を採る。34より6を引くことは(例三)に示したる如く、34の中より10を分ち、此の10より6を引き殘4と24とにて答28を得る如く考へしむるのである。

ソロバン式暗算法に於いては前に述べた樣な數の取扱を念頭にソロバン式數象を思ひ浮べて居てするのである。只空に數を念頭に置くことは甚だ困難であるが、一定のソロバンの形式によつて考へることは甚だ容易である。然して計算上にも甚だ便利である。數の分解總合が自然的に規定されてあるのであるから大に都合が宜しい。例へば50−30の如きは之れを5拾−3拾と見ると云ふ樣な特別の考へ方を示さずとも、十位にある顆は自然的に此の考を示して居るのである。而して基數について組み立てた九々が直に應用されることも甚だ見易いことである。故にソロバン式暗算は之れに慣れぬ人が考へる樣に困難なものではない。單に困難でないと云ふのみでなく在來の空に考へる暗算や筆算流の暗算に比して大に容易なるものである。ソロバン式暗算家が人を驚かすに足る速さと確かさとを以て計算し得るのは一は其の禀賦

に因ることでもあらうが亦此の暗算法が甚だ容易であることが一大原因となつて居ることは疑ふべからざることである。

筆算減法＝筆算減法に就いて述ぶべき事項は三つある。一は或位の減數が其の位の被減數よりも大なる時の引き方、二は運算中に繰り下げたる數を數字、點又は線にて記さしめて可なりや否やの問題、三は運算形式中に減算符號を記さしむべきや否やの問題である。第二及第三の問題は加法の部に述べたると同様の理由により、之れを記さしめざるを本體とすべきものであると思ふ。

第一の問題たる或位の減數が其の位の被減數よりも大なる時の引き方には、次の三種の方法があるから其何れを採用すべきかを考究せねばならぬ。

例題　43－25

方法(甲)　3より5が引けぬから43の中の13より5引き8殘る。30より20引いて10殘る、10と8とて答18とするもの。

(乙)　3より5が引けぬから、上位より10取つて之れより5引き5殘る。之れに3を足して8を一位の殘りとし、30より20引いて10殘る。10と8とて答18とするもの。

(丙)　減數被減數共に10だけ增しても差

は變らぬと云ふことによりて3に10足し13より5引き8殘る。40より(20+10)を引いて10殘る。10と8とて18とするもの。

(甲)は國定算術書の方法。(乙)はソロバン流の方法。(丙)は藤澤博士の算術書に記載されたる方法である。理に於ては三つ共皆正しい方法である。議論をすれば三つ共皆或る長所と短所とを持つて居る。(甲)は考へ方が極めて順當であるけれども、前に述べたる九々中の困難なるものを用ふるが故に間違いを生じ易い。(乙)は九々は平易なるもので濟ませるけれども、引いたり足したりするので一寸まごつく傾きがある。(丙)は引けぬ位の上位(被減數の)が零である時に都合のよい方法であるけれども小學校殊に尋常三年の兒童には分り難い方法である。此くの如く何れも一長一短あるを免れぬから、議論をする日になれば誰でも自分の採れる方法に一面の理由を附して主張し、又反對者の採る方法に理由のある批難をすることが出來るのである。從つて所謂水掛論になつて何日議論しても定まるものでない。故に他に理由がなければ國定算術書の方法に從ふのが最も穩當な處置であると思ふけれども、余は前に述べた通り珠算の振興及算法の統一を現今の我小學算術教授上極々大切なことであると考へて居るので、此の特別の理由によりて(乙)の方法を主張し之れを以て全國一定の方法とされんことを希

望して止まないのである。

第四　乗法

(1)乗算九々。

いづれの算法に於ても、九々が其の算法を可能ならしむる根本的のものにして、從つて極めて重要なるものなることは論を待たざる處である。殊に其の九々が數へ方から遠ざかれば遠ざかる程、九々の九々たる價値は益々増大するものである。

乗算九々の範圍＝乗算九々の數は9×9即ち八十一箇にして、其の中の45箇を以て間にあはせられる。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

尚之れに零の九々十箇を加ふれば總數五十五箇となる。此の五十五箇の九々を以て如何なる乗法も行はれるのである。

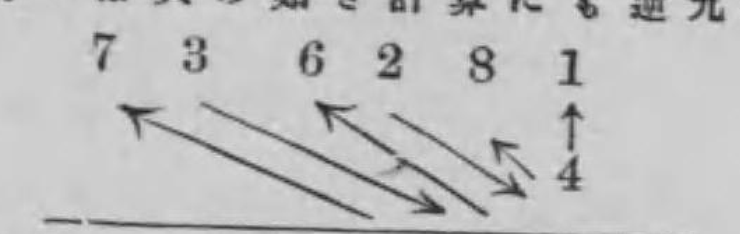
逆九々＝記憶の便宜上九々は成るべく少數ならんことを欲するが故に、普通に 3×4 も 4×3 も共に「三四十二」と呼び「四三十二」を用ひないのである。けれど

或少數の人は此の「四三十二」の類の九々(所謂逆九々)をも用ふるがよいと主張する。それは單に之れを用ふるのが正當であると云ふのみでなく、之れを用ふる方が甚だしく便利であると云ふのである。其の主張の要點を次に記すであらう。

逆九々主張の要點

(1) 乗法計算を單純容易ならしむ。

例へば次の如き計算にも逆九々を用ひざれば九々



の唱へ方が矢の示す如く方向一定せずして煩雜であるのみならず、此の爲に往々誤を生ずる。逆九々を用ふれば此かる困難はない。

(2) 除法の商を發見するに便なり。

例へば次の除法を行ふに當り39を見て7の九々を唱へ、7)39725(

商を探すに先づ「七七四十九」を唱へたとすれば、多きに過ぎるから「七五三十五」と唱ふるが如く、皆七を呼掛けとして唱へ得る故に口調がよく、從つて商を見出すことが速く且容易である。

(3) 除法計算中、部分積を作るに便なり。

之れも九々の呼び掛けの聲が一定するからである。

(4) 初歩の乗法に於て式の示す通りに九々を唱ふることを得る便あり。

例へば 8人×5=40人 を式の示す通り「八五四十」と云ひ得るから之れを「五八四十」と云ふよりも便利であると云ふのである。

以上は逆九々必要論者の主張の要點であつて、多少もつともであると思はるる點がないではないが。反對論者の主張にも亦大に理由がある。今次に反對論の概略を擧げてみやう。

(1) 逆九々を主張するものは、之れによりて乘算を單純容易ならしめ、又除法の商を見出すに便なり云々と主張すれども、之れを使用すると否とによりて結果(兒童の成績)に差異あるを認めず。

之れは槪觀的觀察の結果を云ひ表はしたるに過ぎないとは云へ、一般の定評の如く思はれる。もし事實に於て効果なしとすれば議論上多少の理由ありとしても、それは甚だ薄弱なものである。一般にある說を主張するものは普通の人よりも熱心の度が强い筈である、その熱心の度の强い人ですら効果を擧げ得ぬとすれば、普通の人には到底望めない事と思はるるのである。

(2) 逆九々を主張するものは、之れを使用するによりて除法の商を見出す場合等に於て、呼掛けの口調よき爲、計算上便利なりと主張すれども、口調の關係する處は極めて初步の一時期に限らる。

(3) 一般國民、逆九々を使用せざるに際し、之れを小學兒童のみに强ゆるも効なし、學校に於て敎へたる事は家庭若しくば社會に於て全く破棄せらるべし、之れは逆九々其のものの可否ではないけれども、逆九々を敎授する上には甚だしき障碍となるものであるから、いよいよ逆九々を敎授せんとする場合には、大に此の障碍を打ち破ぶるの工夫をする事が大切である。

(4) 逆九々を使用すれば珠算の割り算九々と混同を生ずるが故に兩者は兩立せず、然して珠算の廢すべからざることは國民全般の輿論なれば、たとへ逆九々に幾分の價値ありとするも、珠算との關係上やむを得ず之れが使用を止めざるべからず。

或論者は逆九々と珠算の割り算九々とは兩立すと唱ふれども、之れは大人にして始めてよくすべき事で、小學兒童に向つては到底望むべからざることである。

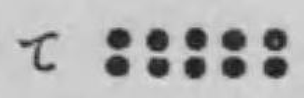
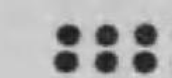
此くの如く反對論者の主張にも大に聞くべき理由がある。(1)の逆九々の効果全くなしとの斷定は、聊か其の論據薄弱なりと思はるる點がないでもないけれども、逆九々採用の爲に生ずる殆ど二倍の記憶の勞に報ゆるだけの効果が、現在擧がつて居ないといふ事は明かなる事實であると思はれる。殊に反對論者の主張するが如くに、我國には珠算の割り算九々といふ逆九々の爲に混雜され易いものがあるから、兩者の混雜を防ぐに足る良方法が明確に出案されざる以上は、之れを小學算術敎授の材料とすることが不可能である。或る論者は珠算の割り算九々は廢するも差支へがないといふけれども、割り算九々はさほどに價値の無い物ではない。余の意見では此の割り算九々は其の適用の範圍を珠算除法に限るべきものでなく、筆算除法に迄及ぼすべきものであると思ふ。此の事については尙後に除法の處で詳しく述ぶるであらう。とにかく割り算九々を捨ててまでも、逆九々を採用する程の必要は余には未だ認められぬのである。しかし割り

算九々を捨てず、又記憶の勞に報ゆるに足る以上の効果が充分擧がれば、誰も之れが採用を拒む人はないと思ふ。故に採用論者は今後宜しく空論を避け實際敎授の効果を統計的に表はし、又割り算九々との混雜を防ぐ方法を具體的に立案し、以て逆九々の使用を主張すべきである。又反對論者も漠然たる觀察によりて効果が無いといふ斷定を下さずして、精密なる試驗統計の結果によつて愼重公平に斷定を下すべきである。余の奉職せる學校に於ては此の精神を以て特定の學級につき逆九々敎授効果に關する實驗的硏究を行ひつつあるのである。故に近き將來に於いて其の結果を天下に公にするを得る機會があらうと思ふ。

乘算九々の基礎＝乘算九々の基礎としては同數累加の計算を採用すべきこと論を待たない。「二三ガ六」といふ九々を授くるには 2+2+2 を基礎とすることは勿論であるけれども、「二九十八」を授くる時にも一一 2+2+2+2+2+2+2+2+2 の計算を行はねばならぬか或は又 2×8=16 を豫備階段として 2×8+2=18 を用ひてもよろしいかと云ふことは一つの實際問題である。即ち單に累加を基礎とすると云つても、其の九々の出發點に於いてのみ累加を基礎とするのか、或は又何れの部分に於ても之れによりて授くるかが、明瞭にされて居なければ實際問題は解決されたといふべきものではない。然らば幾種の方法があるかを先づ知らねばならぬ。

(甲) 例へば「二九十八」を授くるに全然累加により、 2+2+2+2+2+2+2+2+2 を累次に加へ行きて十八に達するもの。

(乙) 2×8=16 を基礎とし之れに 2 を足して 2×9=18 を得るもの。

(丙) 前の二法を折衷し 2+2+2+2+2+2+2+2+2 をば計數器又は數圖によりて   の如く示し、答を知るには一々之をれ累加せずとも 2×8=16 を基礎とし知り得ることを敎ゆる(寧ろ自ら悟るやうに導く)もの。

甲は簡易なるやうで實際一々累加するのが繁雜であり。乙は 2 が九つあることが分り易いやうで(敎師の言葉の使ひ方によつて)分り難い處があるが。丙は 2 が九つあることも分り易く、答の18なることも知り易いから、余は之れを採用して居る。只計數器と黑板との連絡には注意せねばならぬ。けれども此の連絡は容易に行はれる。敎師が言葉を使ひ過ぎぬやうに注意すれば自然的に行はれるものである。

乘算九々の二意義＝例へば二四が八と云ふ九々は 2×4=8 を其の本來の意義とするけれども、後に意義の擴張によつて 4×2=8 をも意味するに至り、玆に二つの意義を有することになるのである。此の二意義の關係を最も分り易くするには、計數器又は數圖を用ひるにしくものはない。  は單に 2+2+2+2 を

直觀的に示して居るばかりでなく、同時に 4+4 をも表して居ることが一目して分る。故に 2×4=4×2 の關係は計數器又は數圖によつて示すのが最善の方法であると云ふのである。

乘算九々の暗誦＝乘算九々は之れを理解せしむるに當りては、計數器又は數圖によりて極めて直觀的に取扱ふの必要があるけれども、一亘理解せしめたる上は、直に之れを暗記せしめなければならぬ。如何となれば乘算九々は加減九々のやうに念頭の數象をたどつて迅速に結果に達することを得る範圍に止まつて居ないからである。

暗記は之れに呼唱を伴はしむることによりて大に容易ならしむるを得るものである。故に九々を呼び聲として暗誦せしむるの必要がある。而し前に云ふ暗誦、之れは器械的の暗誦とは似て非なるものである。兒童は八九七十二を口にし得ると同時に其の意義は 8 の九倍は72なること、及び 9 の八倍も亦72なることを意味するものなることを述べ、且つ之れを圖形的に表はし得るやうでなければならぬ。即ち理解と暗誦とが相伴ふて居なければならぬのである。之れが出來なければ、たとへ九々を凡べてよどみなく暗誦し得るとも何の役にも立つものでない。

(2) 一般乘法。

一般に乘法と云へば九々の範圍內の計算をも含むべきであるけれども、此の種の計算は九々の想起其れ

自身の外に何等計算的方法を含んで居ないのであるから、特別に述ぶべき問題はない。

九々の範圍外の乘法に關する一般的の原則は次の二つである。

(1)各桁の數を基數と見て之れに九々を適用すること。

(2)九々を適用したる結果は再び位値によりて加へ合はすること。

例へば 234×3 に於いては「三四十二」「三三が九」「二三が六」等の九々を適用すること、及び其の結果として得たる 12,9,6、を各相當の位値を與へ 12,90,600, として加はへ合すことである。

此の原則により乘法を行ふに當つて、暗算、筆算、珠算に於いて、各九々適用の順序を異にして居る。暗算に於いては被乘數の上位乘數の上位より九々を適用する方法が採用され。筆算に於いては乘數の下位被乘數の下位よりするもの。珠算に於いては被乘數の下位乘數の上位よりするものが行はれて居る。

之れ等算法の不一致より生ずる不便は決して少くないのであるが、さらばとて之れを一様にすることも出來難いことである。皆相當の理由があつて此の不一致を來して居るのである。故に今假りに筆算の方法を暗算の方法に一致せしめんと企てたとしたならば、其の差支へが直に明瞭になるであらう。例へば48を 7 倍するに在來の方法では「七八五十六」と唱へて 6

を書き、5 を念頭に置き、「四七二十八」と唱へて 5 を足し 33 を書き答 338 を得る。即ち念頭に置く數は常に一桁の數であるが、暗算の方法ではそう行かぬのである。「四七二十八」と云つて 2 も 8 も書くことが出來ぬそれは「七八五十六」の 5 を 8 に足し 13 となり、此の 1 を 2 に足さねばならぬからである。即ち 48×7 を全部暗算で作り上げ終るまでは一字も書くことが出來ぬ。それでは筆算の長所は全く消滅した譯で、被乘數三桁以上の計算は到底出來ぬこととなるであらう。此かればこそ下位より掛ける方法が工夫されたのである。然らば次に暗算の方法を筆算に一致せしめては如何と云ふに、之れは計算上餘り差支へはないとしても、自然的にして理解し易い在來の方法を捨てねばならぬことになる。之れは忍び難いことである。此くの如く暗算、筆算及珠算に於ける方法の不一致は止むを得ずして生じて居るものである。

暗算乘法

例一、 20×3

方法、 十進計數器によりて20を示し九々「二三が六」を適用して答60なることを知らしめる。

例二、 23×3

方法 十進計數器にて23を示し 20×3=60, 3×3=9, なるが故に 23×3=69 なることを知らしむ。

例三 45×3

方法 40×3=120, 5×3=15, なるが故に 45×3=120+15=135, なることを知らしむ。

暗算乘法に於いて九々の呼び聲を使用する上に注意すべきことが一つある。例へば 40×3 をば單に「三四十二」と云はしめず「三四百二十」と云はしむべきことである。初めから此く云はしむることは困難であるから、初めは「三四十二だから四十の三倍は百二十」と云ふやうに云はしめ、後には其語の中途を省略して「三四百二十」と云はするやうにするがよろしい。單に「三四十二」と云はしむる時は往々器械的に流れ 120 となるべき答を12とするに至るものである。之れに反して全く九々の呼び聲を用ひしめず「四十の三倍は百二十」と云はしむるが如きは、折角九々の呼び聲を作つた精神を半打ち消すやうなものであるから、其の中を採つて「三四百二十」の如く云はしむるがよろしいと思ふのである。

筆算乘法

例一 365×5

方法 (甲)

$$\begin{array}{r} 365 \\ 5 \\ \hline 25 \\ 30 \\ 15 \\ \hline 1825 \end{array}$$

(乙)

$$\begin{array}{r} 365 \\ 5 \\ \hline 1825 \end{array}$$

(甲)は乙に到達すべき途中の方法である。
(甲)の運算に於いて「五五二十五」の2の如き上位に進む數は念頭に置かしめ紙上に書かしめぬがよろしい。書けば紙面を亂だし混雜を起さしめる恐れがある。
運算形式中に×+等は特に必要のない限り記さしめぬがよろしい。

例二　365×45

方法

```
  365
   45
 ----
 1825
1460
-----
16425
```

珠算乘法

例一　365×5

方法　被乘數の下位より計算し、其の一位の右隣を積の一位とする。(但し乘數一位數の場合に限る)

例二　365×45

方法　(甲)　被乘數の下位乘數の下位よりするもの。(普通乘法)

(乙)　被乘數の下位乘數の上位よりするもの。(頭掛法)

命位法は甲、乙、共に被乘數の一位の右隣を十位とする。

(但し乘數二位數の場合に限る)

珠算乘法命位法につきては次の規則を理解せしめ

たる上記憶せしむるが便である。

規則　掛け算は實の一位の下の桁、法の頭の位とぞ知れ。

第五　除法

(1)　割り算九々。

(イ)　乘算九々を割り算的に練習せしむること。

之れは一種の割り算九々ともみるべきものである。乘算九々を單に乘算九々的に練習することは、割り算の基礎としては甚だ價値の乏しいものである。割り算九々としては是非とも被除數と除數とを見て、商を求め出す練習をして置かねばならぬのである。

例へば 364÷7 に於いては、先づ 36 と7とを見て7の九々を唱へて見るのである。「二七十四、三七二十一、四七二十八、五七三十五、六七四十二」と云ふやうに九々を片端から唱へて見ると、其の中に五七三十五が適當すと云ふことを發見するのである。九々の割り算的練習の第一歩としては、被除數と除數とを見つつ除數に關する九々を片端より唱へてみることを採用しなければならぬ。而して第二歩として五を出發點とし除數と5との積なる九々から唱へ始める、そして小に過ぐれば上に唱へ昇り、大に過ぐれば下に唱へ降るのである。例へば 27÷7 を見て「五七三十五、四七二十八、三七二十一」と唱へ三七二十一が適當なることを見出すが如きである。而して練習の結果被除數と除數とを見て一度に丁度適當なる九々を思ひ出し得るに至ら

しむることを得るのである。

國定算術書第二學年用書第二學期の乗算九々教授の部には、或數の九々を教授する毎に其逆の形式をも加へ取扱ふことにしてあるのは、此の割り算的の練習を必要とする爲である。故に $3\times5=15$ を教へたる後直に $15=3\times x$ を提出することなく、3の九々全部を教へ且つ練習し終りたる後、之れを提出して練習せしむべきものである。此くの如くすれば15と3を見つつ3の九々をいろいろ唱へて遂に適當のものを見出すと云ふ練習が出來るのである。尋常二年の時から此の練習法を行つて置けば上級に進んで $16\div3$ を見ても同じ考へ方によつて「三五十五、三六十八」と唱へ三六十八では大に過ぎる、三五十五が適當であると云ふ事を見出すに困難がないやうになるのである。

之れを要するに割り算には特別の割り算九々なるものはないけれども、乗算九々を割り算的に練習することによりて割り算を容易に行ひ得るに至らしむることを得るものである。

(ロ) 珠算の割り算九々。

世間には珠算の割り算九々は不必要であると云ふ人があるけれども、それは正當な意見とは思はれない。

割り算九々が不必要であると云ふ人は、珠算の割り算を龜井算にしようと云ふのである。けれども之れは大に考究を要する問題である。龜井算は又は商除法と云ふ、一寸考へると大層よささうに思はれるけれ

ども、實際に行つて見ると餘り良い方法ではない。どう云ふ處がよくないかと云ふと、それは筆算同様に商を發見するに苦しむ事が一つ、今一つは商が大き過ぎた時の處分の不便なることである。筆算除法に特別の九々がない爲に商を見出すに苦しむことは誰でも一様に認めて居る事柄である。之れと反對に珠算の歸除法は九々の記憶には骨が折れるが商を見出すには大に便利であると云ふことも異口同音に唱ふることである。又筆算であれば商の立て變へはさほど困難ではないけれども、珠算ではその困難が甚だしい。そこで歸一倍戻法が定めてあるのである。之れが龜井算にない爲めに歸除法の戻し方よりも遙に困難である。例へば $2212\div28$ に於いて最初10を立てゝ大き過ぎたから元に戻すと云ふあたりは、龜井算でも別に困難はないが次に9を立てそれでも大き過ぎるので、だんだん小にするあたりが普通法の方が大層簡便であると云ふことは爭はれない事實である。

以上略說せる理由によつて割り算九々は決して廢すべきものではないと思ふのである。のみならず之れを記憶したる上は筆算の立商にも使用したら便利であると思ふのである。但此の場合には商の見當を付けるだけであつて、決して精密な商を得るまでに用ひることは出來ぬのであるが、此の商の見當を付けることは少なからず除法を容易にするものであるから、之れを用ひたらよろしからうと思ふのである。

珠算割り算九々は理解的に教へねばならぬ。九々を理解的に授けて置かねば除法に入つて甚だしく混雜を起こす。例へば 123 を 3 て割るにしても、「三一三十一、三進一、三進一、答四十一」となるべきものを、若し三一三十一の三十は商、一は殘餘てあることを理解して居ない爲に計算が出來ぬとか、誤りを生ずると云ふことは常にありがちのことてある。人或は昔は器械的に授けて上結果を擧げたてはないかと云ふ。之れは其の結果を擧げる爲にどれだけの時間と勞力とを費やしたかを忘れた人の言てある。さなくば其人自身は九々の意味を獨りてに會得することの出來た人てある。自得は凡ての兒童に望むべく達すべからざるとてある。時間と勞力とは今の小學校ては、珠算の割り算のみにさう多くを費やすことは出來ぬ。成るべく僅少の時間と勞力とを以て一般の割り算を知らしむるには、如何にしても九々から理解せしめてかからねばならぬのてある。

(2) 一般除法。

(イ) 除法の運算形式。

厂式を採るべきか八字式を用ふべきかは、往々世人の論爭する所てあるが、之れは論爭すべき程の問題てはない。兩形式の異る處は只其の答數の書き場所を異にするのみてあつて、數の取り扱ひ等は全く同一てあるのてあるから大した問題てはない。論ずるものは其の差異をあまり擴大して見たから論ぜねばなら

ぬやうになつたのてある。又兩式は各長所があつて之れを併用するが便利てある。厂式は割り算を始めて授くる時に都合がよく、八字式は一般の使用に適する。

厂式の長所短所＝厂式は次の例によつて知らるる．

```
   324
 ------
2| 648
   6
  ----
    4
    4
  ----
     8
     8
  ----
     0
```

が如く、(1) 商の位置が一一明瞭てあること、(2)商の位置が除數、被除數に接近し居る故に見易いことの二點は其の長所てある。けれども他の算法の結果として出てたる數を割る如き場合には不都合てある。例へば幾箇かの數を加へ、之れを平均するが如き場合に其の答の書き場所がない。これは厂式の短所てある。

八字式の長所短所＝八字式は其の長所短所が厂式と正反對てある。次の例が示す如く他の算法の結果として出てたる數を割るには便てあるけれども、商の位置を一一明にするには其の位を答數の上に記入しつつ計算を進めて行かねばならず、又商の位置が除數から離れて居る爲めに生ずる不便がある。

```
イ      385
       367
       406
  ___________
3 ) 1158   (386
       9
  ___________
      25
      24
  ___________
       18
       18
  ___________
        0
```

此くの如く兩式は其の長所短所を相交錯して居て、しかも其の形式に著しい差異がないのであるから之れを併用するとが甚だ便利である。即ち初めて筆算除法を授くる(尋常三年)にあつては厂式を用ひて其の了解を容易ならしめ、之れによりて一通り除法を了解し又幾分練習も積まれたる後(尋常四年)に至りて八字式を一般の形式として授くるがよろしい。

短除法＝除法の運算形式に今一つの短除法なるものがある。之れは除數一位數なる場合に限つて用ひらるるのである。日常の計算としては、此の種の計算は少くないのであるから、短除法は決して輕視すべきものでない。又短除法は厂式を僅かに變化し簡略したやうなものであるから、理解は別に困難ではない。實用算としては價値多く、理解は容易なるものであるから小學校の材料としては好適のものと云はねばならぬ。

(ロ) 除法の二意義。

除法に二意義ありと云ふことの形式的の分類を敎ゆることは、小學校では餘り必要でない。殊に其の初

年級に於いて最も然りと思はるるのである。けれどもこれは形式的の分類を敎ふる必要がないと云ふ意味であつて、此の二意義に相當する問題の取扱が不必要であると云ふのではない。問題は此の二た通の問題を偏頗なく採つて課せねばならぬのである。而して問題を解くに當つては、事柄の眞相をよく考へて、よく問ひの意味に適合するやうに解かしめねばならぬ。

例(甲) 10枚の紙を一人に二枚づゝ分けると幾人に與へらるるか。

仝(乙) 10枚の紙を二人に分けると一人に幾枚與へらるるか。

(甲)と(乙)とはよく似た問題であるが(甲)は答が五人となり(乙)は五枚となる。見掛けはよく似て居るけれども問ふ所は異なつて居るのである。それであるから事柄をよく考へて解くやうにさせぬときは往々誤りに陷るのである。故に實際自ら紙を分ける時の氣になつて事實を明瞭に思ひ浮べて居て解くやうにさせなくてはならぬと云ふのである。

初年級に於ては問題に採る事實も簡單であるし、問題の數も少いのであるから分類する必要がなく、分類しやうとすると却つて兒童の思想を混亂するものであるが、二年となり、三年となるに從つて事柄も增し問題の數も多くなり、同じく箇々の問題につき其の眞相を考へながら解かしむるにしても、自ら二種の分類比較が必要になつて來るのである。けれどもまだ此の

時期には包含とか等分とか云ふやうな語は用ひぬがよろしい。かゝるむづかしい語を用ひると却つて問題の意味を不明にする傾向がある。故に分けるにしても極めて兒童等に分りのよい言葉で分けねばならぬ。其のために余は次のやうな言葉を用ひて居る。

(甲)幾ツヅツニ分クル割リ算。

(乙)幾ツニ分クル割リ算。

前の例を當てはめると前のは二枚ヅツニ分ケル割リ算であつて後のは二ツニ分ケル割リ算である。之れは兒童等の平生使つて居る言葉を以て云ひ分けたのであるから極めて分りよい答でもあるが實驗上極めて容易に兒童に了解され又用ひられたのであつた。言葉の上で二意義の區別が立てば次には之れを式に書き表はす上の差異を明にして置かねばならぬ。

(甲) $10^{枚}\div2^{枚}=5$　答五人

(乙) $10^{枚}\div2=5^{枚}$　答五枚

(甲)の方では式の答から眞の答に行く間に一つの判斷が入るのである。式の答は10枚の中に2枚が五つ含まれて居ることを示して居るのであつて決して五人を表はして居るのではない。だから之れを $5^{人}$ とすることは出來ない。別に推理して始めて五人と云ふ答に達するのである。此の推理は次の如きものである。

二枚が一つあれば一人に與へられる。
今二枚が五つある。

故に五人に與へられる。

此の推理は甚だ分りきつた推理であるが分り切つて居るからと云つて全く略することはよろしくない。後には兎も角最初の間は確實に此の推理を行はせねばならぬのである。

然るに(乙)の方は式の答が即ち眞の答になつて居るので之れは特別に推理させなくとも誤りに陷る氣遣ひはない。

此くの如くして除法の二意義が充分に了解され其の解法も明瞭に會得さるれば後に之れをもつと簡單なる言葉で云ひ表はすことは決して困難なことではない。

(ハ)筆算暗算及珠算の關係

數の取扱方に就いては或程度の一致は勿論望ましきことで又可能の事項であるが全然の一致は不必要且つ不可能の事柄である。例へば筆算に運算形式があるけれども暗算には其の必要なく筆算に特別の割り算九々を用ひずとも珠算に之れを用ひるが便利であるやうなものである。

數の範圍については筆算珠算は暗算よりも常に大なる數を取扱ふべきものである。尋常六年位の兒童には實三桁乃至四桁法一桁の除法位までは暗算で行ひ得るやうにして置かねばならぬ而して筆算珠算は其の上に出づべきものである。

(ニ)除法の符號

÷を用ひることは勿論であるが、此の外に $\div$, /, ―, 等の符號があるので之れ等を用ふべきか否かを考へて見る必要がある。―は(分數の形で)六年以上では用ひてもよろしいが、: は比の符號として單用し、同じ意味ではあるが除法の符號には用ひぬこととしたいものである。又 / は用ひぬがよろしいと思ふ。

第六、 開平及開立

(1) 九々、

(イ)開平九々

開平九々は次の九つにして、普通の乘算九々中に含まれて居る。開平九々を二乘九々とも云ふ。

$1^2=1$ $2^2=4$ $3^2=9$ $4^2=16$ $5^2=25$ $6^2=36$ $7^2=49$

$8^2=64$ $9^2=81$

(ロ)開立九々

開立九々は或數を3度掛け合はせたるものである其の箇數は之れも九つである。開立九々を三乘九々とも云ふ。

$1^3=1$ $2^3=8$ $3^3=27$ $4^3=64$ $5^3=125$ $63=216$

$7^3=343$ $8^3=512$ $9^3=729$

三乘九々の唱へ方は其の前半は二乘九々と同じく答のみが異るのである。例へば「二二が八」「三三二十七」「四四六十四」の如く唱へて「九九七百二十九」に至るのである。呼び掛けが二乘九々とまぎらはしいけれども、之れは三乘九々であると思つて居て唱へれば慣るるに從つて何等のまぎらはしい感じを持たぬやうになるものである。

(2)開平

3を二つ掛け合せることを二乘するといふ。3を二乘すれば9となる。9は3の二乘冪數又は平方なりと云ふ。之れを反對に3は9の二乘根又は平方根なりと云ふ。平方根を求むる算法を開平と云ふのである。

(イ)九々の範圍内に於ける開平、

例へば9の平方根を求むるには二乘九々を唱へてみて知るのである。先づ「二二が四」では適當しない。次ぎに「三三が九」は丁度適當する。故に9の平方根は3なることを知るのである。即ち九々を唱へて試みて發見するの外に方法はないのである。

完全二乘冪でない數の開平例へば10の平方根を求むるには、尙前例の如く、九々を唱へ試みて $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$, 故に10の平方根は3よりも大であるが4よりも小なることが分るのである。

(ロ)九々の範圍外に於ける開平、

九々の範圍外における開平の算法は、之れを理解し記憶せしむることは、高等科第三學年の兒童に向ふても尙甚だ困難である。理解は困難であるけれども之れを知つて居れば桶の寸法割り出しや、柱取り問題のやうな面白い實際的の問題が解けるのであるから、方法だけでも知らせ得れば知らせたいものである。扨て理解しない事を器械的に記憶させるには其の事柄が極めて簡單であるか、極めて興味あるか、練習の期間

が甚だ長いかてなければ其の記憶は永續しないものてある。故に此の開平の教授に就いても事柄を成るべく之に適合せしむることの工夫をせねばならぬのてある。然らば之れを實際に如何に立案實行すべきか、最も簡單にして要を得たる方案、最も行ひ易くして且つ最も効果大なる方法如何と云ふに。余は次に述ぶるが如き方案を以て之れに答へるのてある。其の方案とは「例題により記憶せしむる法」てある。例題にして適當なものがあれば此の例題による記憶の利用は甚だ有効なものてあること、例へば鶴龜算、植木算等によつて明かに例證されるものてある。然らば開平教授の例題としては如何なるものが最もよろしいか。此の問に對して直に念頭に浮んて來るのは「正方形の面積を知つて邊を求むる問題」てある。けれども之れには兒童の興味を引き付くるに足る程の力がない。此の點に於いて次の二問題は最も適切てあると思はれる。但し之れは「勾股弦の關係」に關する知識を要するから勾股弦の關係を教授した後てなくてはならぬ。

例題(甲)高さ6間の旗竿の頂點より斜に竿の根元より10間離れたる地點に張る繩の長さ幾何。

解法　直角三角形に於ては斜邊の平方は他の二邊の平方の和に等しきが故に斜邊^2＝$6^2+10^2=136$　てある。故に斜邊の長さは 136 を平方に開けば分る。

$10\times2=20$
1
21
$110\times2=220$
6
226

$\sqrt{1,36}$ | 11.6
1
36.
21.
1500
1356
144

之れによつて約12間なるを知る。

例題(乙)周り225分の立木あり、之れより最大何寸何分角の柱を取り得るか(但圓周率を3とし計算せよ)

解法　圓周を三分すれば直徑となる。故に直角三角形の三邊の關係によりて角柱の一邊の二乘は次の如し。

$75^2\div2=2812.5$

之れを平方に開きて一邊の長さを知る。

$50\times2=100$
3
103

$\sqrt{2812.}$ | 53
25
312
309
3

一邊の長さは53分てある。

此の例題及び此解法は手帳に明瞭に記録させ、他の類題を解く場合の模範とせしむるのてある。此くの如くすれば、方法の由つて來たる原理をば理解せずとも、方法に對しては興味を以て之れを記憶するものてある。

又若し開平を勾股弦の教授前に授ける場合には、他の例題を採らねばならぬ。それに次の例題の如きも

のが適當てあろと思ふ。

例題(丙)面積一坪なる圓形の花壇を作るには半徑を何程にすべきか。

之れは兒童を釣り付ける力のある問題てある。ちよっと容易に出來そうて實際は出來難い問題てある。問題が直觀的なる爲に兒童は解き得さうに思ふのてある、此所が大に都合のよい點てある。之れは開平を敎授せんとする時間の前の時間に之れを提出するがよろしい、兒童は一寸出來さうに思つて種々の答を出す、其の答を圓の面積を求むる公式(半徑^2×圓周率)に當てはめて驗して見せる。すると多くは誤つて居ることが分る。それても兒童は尙出來さうに思ふ。敎師が敎へやうかと云ふと、まだ待つて下さいと云ふ。之に於いて之れを宿題にする。兒童は家に歸る途。家に歸つた後大に考へる。考へても出來ぬ。それても尙出來そうに思つて考へる。此くの如くして此の問題は兒童の心裡に非常に深き印象を與へるのてある。遂に翌日になつても出來ぬ。玆に於て敎師は靜かに

$1^{坪}=3\times$半徑^{2}の關係から導いて $\dfrac{1^{坪}}{3}=\dfrac{36^{平方尺}}{3}=12^{平方尺}=$半徑^2

なることを知らしめ、12の開平を敎へるのてある。其の敎授後の處分は前例同樣にすべきものてある。

(3)開立

(イ)九々の範圍內に於ける開立

例へば27の立方根を求むるには立方の九々を唱へ

て探りみるのてある、「二二が八」「三三二十七」と唱へてみると「三三二十七」が丁度適當する故、27の立方根は3てあると云ふことを知るのてある。與へられたる數が丁度完全な立方數になつて居ない時、即ち例へば30と云ふ數の立方根を求むる場合の如きには「三三二十七」ては不足し、「四四六十四」ては多きに過ぎる、故に其の立方根は3よりも大きく四よりも小なるを知るのてある。

ロ)九々の範圍外に於ける開立、

開平てすらも九々の範圍外になれば、之れを理解せしめて敎へることは出來ぬのてあるから、まして開立に到つては到底之れを理解せしむることは出來ぬ。又其の必要如何を考へてみても、之れは開平程に必要なものてはない。故に開立の一般的方法は敎へなくともよろしいと思ふ。けれども尙敎へたいと云ふ場合には、開平の場合と同樣に適當な例題を採擇して、これによつて解法を敎へ手帳に記錄させ、他の類似のものは此の例によつて解く如くせしむるがよろしい。其例題として採るべきものの一例を示せば次に擧ぐるが如きものてある。

例題　一升入の土瓶(球形と見て)の直徑約何程(分まて)とすべきか。

解法　球の體積=半徑^3×圓周率×$\frac{4}{3}$ ……を變化して球の體積÷(圓周率×$\frac{4}{3}$)=半徑^{3}なるを知る。

而して本問題の體積は一升なるが故に 64827 立方分である。之れを前の式に當てはめれば

64827÷(3.14×$\frac{4}{3}$)＝半徑^3……となる。故に之れを立方に開きて半徑を得る。圓周率を省畧して 3 とすれば計算が簡單になる。即ち 64827÷4=16207 弱となる。

$20^2\times3 \quad =1200$

$20\times5\times3=300$

$5^2=\ 25$

$\overline{\ 1\ 525}$

$\sqrt[3]{16,207.}\ |\underline{25}$

8

$\overline{8207}$

7625

$\overline{582}$

即ち半徑二寸五分と二寸六分の中間にあることが知られる。故に直徑は其の二倍即ち約 5寸 なるを知る

第六節　倍數及約數

第一、 倍數及約數教授の必要及其教授時期

小學校の算術に於いて倍數及約數の觀念は必ずしも分數教授に必要なるのみではない。例へば 25×36 を 25×4×9 として計算し。900÷36 を 900÷9÷4 として取扱ふが如き。之れには36を因數或は約數に分解するの必要がある。故に倍數及約數の觀念は決して分數教授の爲のみに授くるものと誤解してはならぬ。

倍數約數の觀念を分數に限らず廣く使用せしめやうとすれば、之れを全部分數教授に附帶せしむることなく、其の一部分(公倍數公約數にあらざる部分)は整數乘除の教授中に於てするのが適當であると思はるる。其の一案は短乘法の教授の前後に授くることである。此處で一箇の數の倍數及約數の意義及其の見出し方を教へて置いて、分數教授の處に行つては公倍數公約數の觀念及求め方を授くることとするが當然であると思はれる。

第二、 倍數及約數の意義、

倍數及約數の教授中に含むべき意義、換言すれば概念の種類は(1)倍數約數(2)偶數奇數(3)公倍數公約數(4)最小公倍數最大公約數である。

甲數が乙數で割り切れるときは、甲數を乙數の倍數と云ひ。乙數を甲數の約數と云ふ。例へば 35 は 5 にて割り切れる故に 35 は 5 の倍數、5 は 35 の約數である。35 の約數は 5 の外に 7 もある。又 5 の倍數は 35 の外に 10, 15, 20, 25, 等無數にある。倍數約數の文字上の意義に就いて倍數は何倍にかなる數、約數は約除し得る數の意である。約除の約は、ツヾマヤカニスルとか、又スクナクスルの意味である。

約數を因數とも云ふ。

甲數が乙數丙數の各にて割り切るゝ時は甲數は乙數丙數の公倍數と云ふ。35 は 5 の倍數にして又 7 の倍數であるから 5 と 7 との公倍數である。24 は 2, 3, 4, 6, 8, 12, 等の公倍數である。

甲數が乙數丙數の各の約數なるとき、甲數は乙數丙

數の公約數であると云ふ。
5は35及45の各の約數であるから5は35及45の公約數である。

公倍數中の最小なるものを最小公倍數と云ふ。5及7の公倍數には35, 70, 105,等無數にある中で、35が最小であるから之れを最小公倍數と云ふ。

公約數中の最大なるものを最大公約數と云ふ。18及12の公約數には2と3と6とある。その中で6が最大であるから18と12の最大公約數は6である。

第三、最大公約數の求め方。

最大公約數の求め方に凡そ四つある。(甲)推測による方法、(乙)因數に分解する法 (丙)因數にて除する法 (丁)一般法がそれである。

(甲)推測による方法とは、例へば18と12との最大公約數を求むるに、12の約數を列擧し、其の各が18の約數であるか否を驗し見て、公約數を定め、其の最大なるものを取つて最大公約數を得る法である。12の約數を列擧するにはその大なる方より12, 6, 4, 3, 2, と順次小なるものに及ぶがよろしい。而して12で18を割つてみると割れない。次に6で割つて見ると割り切れる。3, 2, 等で試みても割れ切れる。公約數は6, 3, 2, であることが分る。其の中で6が最大であるから12と18の最大公約數は6である。6が最大公約數であることは3や2を驗めさぬ前から知れて居る。それは12の約數を大なるものから順に列擧したから

である。12の約數を列擧する代りに18の約數を列擧してもよろしいが、普通に大なる數の約數を列擧することは、より多く困難であるから小なるものを採つたのである。

(乙)因數に分解する法とは　例へば前例題に就いて、12及18を各其の因數に分解し比較しみて共通の因數を取り出し其の積を以て最大公約數とするのである。但し此の場合に因數に分解するには出來得る限り細かく分け(素因數に分けること)ねばならぬ。

$$12=2\times2\times3$$
$$18=2\times3\times3$$

共通因數‥‥2　　3　　最大公約數‥‥$2\times3=6$

(丙)因數にて除する法とは、共通の因數を以て元の二數を割れるだけ割つて、幾個かの共通因數を見出し其の積を以て最大公約數とするのである。例へば

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 30 & 18 \\ \hline 3 & 15 & 9 \\ \hline & 5 & 3 \end{array}$$

共通因數　$2\times3=6$‥‥最大公約數

(丁)一般法とは、「法ト剩餘トノ最大公約數ハ亦實ト法トノ最大公約數ナリ」との原理に基いた一般的の最大公約數求め方である。互除法と名づける人もある。法を實にし剩餘を法にして互に割つて進むから此く

云ふのである。例へば85と238との最大公約數を求むるに、

$$\begin{array}{r}85\,)\,238\,(\,2\\170\\\hline 68)\,85\,(\,1\\68\\\hline 17\,)\,68\,(\,4\\68\\\hline 0\end{array}$$

最大公約數····17

一般に二數の最大公約數を求むるには、其の小なる數にて大なる數を割り、餘りあるときはその餘を法とし前の法を實として割り、次に此くの如くして、餘の出ないまで割り算をつづけ、最後の法が求むる最大公約數である。其の理由を前の例題について示せば、

$$68=17\times4$$

$$85=17+68=17\times(1+4)=17$$

$$238=85\times2+68=17\times(5\times2+4)=17\times14$$

の如く、最後の除數17は最初の除數及被除數に共通の因數である。而して二數は此の外に共通因數を有せぬ。故に17は最大公約數である。

(甲)は初めて最大公約數を求むることを教ふるに最も適して居る。約數、公約數、最大公約數を順次に見出して進むので理解は自らにして出來る。故に之れを以て尋常科に於ける最大公約數の求め方とし、其の他は高等科の教材とするがよろしい。(乙)は方法としては拙、但(丙)の豫備として知らしむべきものである。(丙)は教授上特別の注意を要する。それは運算形式上最

小公倍數の求め方にも同形式のものがあるからである。劣等兒童は往々兩方法を混同する。(丁)は其の算法理由を理解せしむることは高等科の兒童にても困難である。故に止むを得ず方法のみを器械的に授けるのである。

第四、最小公倍數の求め方。

最小公約數の求め方にも亦凡そ四つある。(甲)推測による方法。(乙)因數に分解する方法。(丙)因數にて除する法。(丁)一般法これである。

(甲)推測による方法とは。例へば8と12との最小公倍數を求むるに12の倍數を列擧し、其の内にて8の倍數に當るものを見出し公倍數を知り、其の最小なるものを取つて最小公倍數を得る法である。12の倍數を列擧するには一倍より二倍三倍に及ぼす。即ち第一に12が8の倍數なるや否を驗めし、次に$12\times2=24$が8の倍數なるや否やを見、小なる倍數より順次大なる倍數に進むのである。此くすれば、第一に得る公倍數は即ち最小公倍數である。

(乙)因數に分解する方法とは、最小公倍數を求めんとする元の各數を因數に分解し、各數の含む因數を漏れなく含むやうなる積を作るのである。

$$8=2\times2\times2$$

$$12=2\times2\times3$$

$$2\times2\times2\times3=24\cdots\cdots\text{最小公倍數}$$

(丙)因數にて除する法とは、例へば15, 18, 24, 30, の最

小公倍數を求むるに。

$$
\begin{array}{r|rrrr}
2) & 15 & 18 & 24 & 30 \\ \hline
3) & 15 & 9 & 12 & 15 \\ \hline
5) & 5 & 3 & 4 & 5 \\ \hline
 & 1 & 3 & 4 & 1
\end{array}
$$

$2\times3\times5\times3\times4=360$‥‥最小公倍數

の如く二數以上に共通の因數にて除し、此の共通の因數と各數の剩餘との積を作り最小公倍數を得る方法てある。

(丁)一般法とは、例へば二數の最小公倍數を求むるには、先づ二數の最大公約數を求め、此の最大公數にて二數の積を除し以て最小公倍數を得る方法てある。

之れ等四種の方法中(甲)は倍數、公倍數を求め順次最小公倍數に達する如き方法て、方法としては幼稚てあるが、比較的小なる數範圍に於いて大なる不便もなく且つ初學者の理解に適するが故に尋常科に於ける最小公倍數の求め方として適當てある。而して其の他は高等科に於て授くべきものてある。

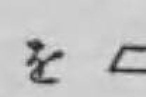
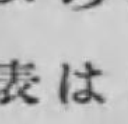
最小公倍數を求むるの必要は主として分數の最小公分母を求むる時にある。それには成るべく(甲)の方法により暗算て求むるのが極めて便利てある。けれども、分母の數が比較的大なるもののあるとき等には止むを得ず他の方法によらねばならぬが、此かる場合に最も多く用ひらるるのは(丙)の方法てある。(丁)の方法は一般的てはあるが普通日常の生活上此方法を以て通分せねばならぬやうな問題には殆んど遭遇せぬ

と云つてよろしい。

第七節　分數小數觀念論

第一、分數觀念、

(1)　分數觀念の發生、

人類が如何にして分數觀念を持つに至つたかと云ふことを知ることは、小學校に於ける算術敎授上には少なからぬ價値のあるものてあると思はれる。けれども遺憾なることには其の史實の記錄は勿論、其の他の材料も一向に見當らぬ。それてあるから何時頃何處に住む人類が第一番に分數を發明したかと云ふことすらも判然せぬ。唯、エヂプトては四千年以前に已に分數を使用して居たと云ふことだけは明てある。して見ると、分數の發明は甚だ古い時代の事てある。と云ふことは明てある。此のエヂプト人が四千年前に已に分數を知つて居たと云ふ事實は其の頃書かれた數學書が證據立てて居る。其の數學書と云ふのは名をパパイラス、リンドと云つて西曆紀元前二千年から千七百年の間にエヂプト人アームスと云ふ人によつて書かれたものてある。此の書の中に $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{7}$ 等を表はす記號が書かれてあると云ふ。カジョリーの初等數學の歷史によればパパイラスの中には $\frac{1}{2}$ を  て表はし、$\frac{2}{3}$ を , $\frac{1}{7}$ を  て表はしてあると云ふことてある。

之れによつて分數が始めて人類に知られたのは甚

だ古い時代の事てあると云ふことは明てあるが、扨て如何なる動機から分數が考へ出されたかと云ふこと、換言すれば如何なる必要が人類を刺戟して分數の觀念を持つに至らしめたかと云ふことの歷史的事實は分らぬ。但人類をして分數觀念を持つに至らしめた刺戟は純內界的の抽象數に關する理論的推究てはなく、尙人類が自然數を得るに至つた場合の如く、具體的刺戟てあつたらうとは一般に信ぜらるる處てある。ハインリッヒ、レーテルの算術教授の理論及實際の中などにも「我々が分數概念を得たる根本は具體的の個物にあること尙我々が整數の概念を箇物の感官的知覺によりて得たるが如くてある云々」と云ひ、又「實際生活上には箇物の分割を要すること屢々てある。此かる場合には其の箇物を切り分くるに至る。例へば一箇の林檎を四つに等分するやうなことが起る。そうすれば其の一部分は一箇の四分の一になると云つて居るが、之れは誰が考へてもそう思はれることてある。即ち分數觀念の發生が實際生活上必要なる具體的事實に因つて起つて居ると云ふことは疑ふべからざる事てある。

かやうにして一箇の物を分割したる單位が生ずるのてあるが、此の分割單位を通俗の云ひ表はし方のやうに一片、二片と云ふのみては、二分して生じた一片てあるか又は三分して生じた一片てあるか更に判然せぬので、此の何分して生じた一片てあるかを明にする

爲に二分の一、三分の一等の發表をするに至るのてある。

(2) 分數の意義、

分數とは如何なる數てあるかと云ふことを一般的の云ひ表はして以て定義することは、小學程度の兒童には困難に過ぎ且つ其の必要も無いことてある。けれども、個々の分數については其の意義を明瞭にして置くことが甚だ大切てある。例へば $\frac{2}{3}$ とは如何なる數てあるかを明瞭に理解せしめ確實に記憶せしめて置くことの如きて、若し之れが明になつて居なければ分數の應用計算は全く不可能てある。$\frac{2}{3}$ の意義が不分明てあるのに $\frac{2}{3}$ に關する計算をさせたところが何の價値もない全く無意味の仕事てある。

或少數の個々の分數についても其の個々の意味が明瞭に理解記憶さるれば、他の未だ敎へられない分數についても其の意義を類推理解することは容易に出來得る。例へば $\frac{2}{3}$ の意義が分れば $\frac{7}{11}$ の意味も類推が出來る。故に個々の分數の意義を明瞭にして置くことは、單に其の分數の應用計算を可能ならしむるばかりてなく、一般分數に關する應用計算の能力を與へるものてあつて、云はば一般的の定義法則を與へたと同樣の價値を有するものてある。一般的の定義法則は兒童の理解にも記憶にも不適當てあるが、個々の分數の意義を理解せしめ記憶せしむることは容易てあるから、此の點に於いては個々の分數の意義を明瞭に

することの方が大に優つて居ると云はねばならぬ。

かくの如く個々の分數の意義を明瞭にすることは一般的の分數定義を授けるよりも甚だ容易であり且つ之れと同等の價値を有するものであるから、小學算術敎授に於いては特に此の點に注意をせねばならぬと思ふのである。而して此の趣旨によつて採用する分數としては第一に2, 3, 4, を分母とする分數を採るべきである。前に基數の觀念を論ずる時に4以下の數は一見し易い樣に一念し易いと云ふことを述べて置いたが、それと類似して四等分割以下は甚だ考へ易いので、4以下の數を分母とする分數を第一の基礎として其の意義の理解記憶を明瞭にするがよろしいと思ふのである。

次に分數例へば$\frac{2}{3}$の意義如何に就いて述べるであらうが、之れには次の如く三樣の云ひ表はし方がある。

(甲) $\frac{2}{3}$とは1を3等分したる一部分を二つ取りたるものである。

(乙) $\frac{2}{3}$とは2を3等分したるものである。

(丙) $\frac{2}{3}$とは之れを3倍すれば2となる如き數である。

此の三樣の云ひ表はし方は何れも誤りでない。換言すれば三樣の意義の間には矛盾衝突がなく、理に於いては相一致して居るものである。故に此の三樣の意義を併せて授けるとに於いて何等理論上の差支へ

はないのであるが、それにしても何れを先にすべきか、又何れを主とすべきか、或は又前後主副の別は立つべからざるものであるか等は熟考を要する問題である。

余は大體に於いて、餘り前後主副の別を立てない方がよろしいと云ふ考へを持つて居る。何故かと問ふ人があれば余は次の如く答へる。甲の意義は加減計算の基礎としてはよろしいが、乘除の基礎としては乙の方が優つて居る。且つ一箇の物の$\frac{2}{3}$を考へる時には甲の方がよろしいが「蜜柑三箇の代貳錢とすれば一箇の代は何程か」を考へるには乙の方が都合がよろしい。丙は乙を云ひ變へたまでの差であるから乙と略ぼ同樣に見て差支へない。但しどちらかと云へば小學兒童には乙が分り易く丙は分つたやうな分らぬやうな感を以て向へらるる云ひ表はしてある。けれども、そう云つたからとて丙は小學兒童に向つては不適當だと云つて退ける考ではない。否寧ろ成るべく早く丙の考に導きたいと思ふのである。成るべく早く丙の考に導きたいと云ふ理由は、甲及乙のやうな分數の意義ではどうも子供が「一箇の分數は二箇の整數であるかの如き考」を持つからである。從つて分數問題を解くに當つて何時までも之を整數範圍に直して考へる傾きを生ずる。最初の間は前後の連絡上其の方が明瞭確實になつてよろしいが、何時までも此のやり方では困る。解法の思考作用が甚だしく複雜になるから困難が從つて增す。ところが丙は分數を分子と

分母とに分けて云ひ表はして居ないから一箇の數として考へしむるによろしい。故に、余は前にも述べたる通り餘り前後主副の別を立てない方がよろしいと思ふが、されぱとて之れを一時に一連に敎へ込むことは實際不可能のことであるから、先づ次のやうな順序で分數の意義の三樣の云ひ表はし方を授けたらよろしいと考へるのである。

第一、同分母分數加減の前に於て甲の云ひ表はし方を授く、

第二、分數を乘數とする乘法の前に乙丙の云ひ表はし方を授く。

何故に此く云ふかの理由を簡單に述ぶれば次の如くである。

同分母分數の加減の前に甲を授けよと云ふ理由は例へば$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$を知らせるに、$\frac{2}{4}$は$\frac{1}{4}$が2箇集まつたもの、$\frac{3}{4}$は$\frac{1}{4}$が3箇集まつたものと云ふことが理解の基礎をなすからである。

分數を乘數とする乘法の前に乙丙の云ひ表はし方を授くべしと云ふ理由は、例へば$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{2\times4}{3\times5}=\frac{8}{15}$を悟らしむるに、先づ$\frac{2}{3}$を4倍せよ。然らば此の時得たる答$\frac{8}{3}$は求むる答よりも大なるか小なるか。(大なり)。何故に大なるか(4が$\frac{4}{5}$よりも大なるが故に)。何倍だけ大に過ぎるか(5倍大なり)。何故にか(乘じたる4が、$\frac{4}{5}$の5倍なるが故に)。然らば$\frac{8}{3}$を如何にせば求むる答を得べきか(5分すればよし)。のやうな推究を要し、

此の推理の間には4が$\frac{4}{5}$の5倍であること、換言すれば$\frac{4}{5}$を5倍すれば4となることの考が必要であるからである。

第二、分數計算。

(1) 同分母分數の加減、

例へば$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$は、$\frac{2}{4}$は$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$なるが故に$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$は$\frac{1}{4}$を三つ合はせたるものである。夫故に答は$\frac{3}{4}$となる。即ち分母が同一なる分數の加法に於ては分子を加へたる數を分子とし之れに分母(元の)を附すればよろしいと云ふことを例題に就いて悟らしむべきである。

減法に就いては例へば$\frac{3}{4}-\frac{2}{4}$は、$\frac{1}{4}$が3箇ある內より$\frac{1}{4}$を2個減ずるのであるから、殘りは$\frac{1}{4}$が1箇となる。故に答は$\frac{1}{4}$である。一般に同分母分數の減法に於ては被減數の分子から減數の分子を減じたるものを分子とし、元の分母を分母とすればよろしい。之れも例題に就いて敎へて自然と此の一般的の算法を悟るに至らしむべきものである。

(2) 異分母分數の加減、

例へば$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$の計算を行ふことは同分母分數の時の如く容易ではない。之れを同分母分數に變化せざれば加へ合はすことが出來ぬ。同分母分數に變化することを通分と云ふ、之れは共通の分母にすると云ふ意味から出來た語である。

通分には先づ分數の値を變ぜずに形を變ふることの知識を要する。分數の値を變ぜずして形を變ずる

に分子分母を同數倍するものと其の逆即ち分子分母を同數除するものとある、後者を約分と云ふ。約はつゞまやか即ち小にするの意である。

分數の値を變ぜずに形を變化する方法は次の原則に基づく。

分數の分母子に同時に同數を乘除するも其の値は變らず。

此の原則を悟らしむるには圖解を用ふるがよろしい。その事は國定算術書の六學年教師用書8頁にあるから玆には省略する。

分數の分母子に同時に同數を乘除してもその値は變らぬといふことが分れば次の如き變化は容易に出來る。

$\frac{1}{2}=\frac{1\times2}{2\times2}=\frac{2}{4}$ 及其逆

$\frac{1}{2}=\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$ 及其逆

$\frac{1}{2}=\frac{1\times4}{2\times4}=\frac{4}{8}$ 及其逆

等の $\frac{1}{2}$ に關する變化。

又

$\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$ 及其逆

$\frac{1}{3}=\frac{1\times3}{3\times3}=\frac{3}{9}$ 及其逆

$\frac{1}{3}=\frac{1\times4}{3\times4}=\frac{4}{12}$ 及其逆

等の $\frac{1}{3}$ に關する變化。

之れ等の變化が理解さるれば、其他一般の分數に關する變化も類推して出來る。從つて二つの異分母分數を同分母に直すことは容易である。但し尚多少の思考は必要である。例へば前に擧げたる $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ について $\frac{1}{2}$ の分母子に何を乘じ、$\frac{1}{3}$ の分母子に何を乘ずべきかは考へねばならぬ。其の最も考へ易いのは互に他の分母の數を取りて乘ずることである。即ち此の場合には $\frac{1}{2}$ には3を、$\frac{1}{3}$ には2を採用すればよろしい。然すれば $\frac{1}{2}=\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$ となり、

$\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$ となる。

故に $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$ 答 $\frac{5}{6}$ となる。

此の方法によれば

$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{1\times8}{4\times8}+\frac{1\times4}{8\times4}=\frac{8}{32}+\frac{4}{32}=\frac{12}{32}$

となり、答として「約分し得る分數」を得。$\frac{12}{32}$ は4にて約し $\frac{3}{8}$ となる。答として $\frac{12}{32}$ を得るよりも $\frac{3}{8}$ を得る方が一般に望ましきことである。書くにも唱へるにも又計算するにも $\frac{3}{8}$ の方がよろしいからである。夫れ故に、答として $\frac{12}{32}$ を出さずに直に $\frac{3}{8}$ を得る方法を授けねばならぬ。之れには最小公分母を求むる方法、換言すれば分母の最小公倍數を作り出すことを知るを要する。最小公倍數を求むる方法には已に其の題の下に述べたる通り凡そ四種の方法がある。けれども通分には成るべく暗算による方法を用ひるのが實用に適するから、前に擧げた推測による方法を採るがよ

ろしい。即ち前例 $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ に就ては8の一倍數8が4にて割り切れるから8が最小公分母である。又 $\frac{5}{8}-\frac{5}{12}$ の如きに於ては、12の一倍數は8にて割り切れぬから、其の二倍數 24 を採り之れは 8 で割り切れるから 24 が最小公分母である。

最小公分母が分れば、異分母分數を同分母分數の形に變ずることは甚だ容易である。例へば次の如し。

$$(1)\ \frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

$$(2)\ \frac{5}{8}-\frac{5}{12}=\frac{5\times3}{24}-\frac{5\times2}{24}=\frac{5}{24}$$

(3) 分數に整數を乘ずること。

例へば $\frac{2}{7}\times3$, $\frac{5}{8}\times7$ の如き、之れ等分數に整數を乘ずる計算は同一分數の累加として其の算法が明瞭に理解される。即ち次の如し。

$$\text{例 }(1)\ \frac{2}{7}\times3=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{2\times3}{7}=\frac{6}{7}$$

$$〃\ (2)\ \frac{5}{8}\times7=\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}=\frac{5\times7}{8}=\frac{35}{8}$$

故に分數に整數を乘ずるには分母の方は元の通りにして置き分子の方に其の整數を乘ずればよし。

(4) 分數を整數にて割ること。

例へば $\frac{8}{17}\div2$ の如き、その包含除法としての意義は事面倒であるから暫く措いて問はず、等分除としての説明を加へる。之れは分數に整數を乘ずることの逆計であるから、$\frac{8}{17}$ は $\frac{x}{17}$ を 2 倍したるものかを見出すつもりで考へればよろしい。それには 8 は何の

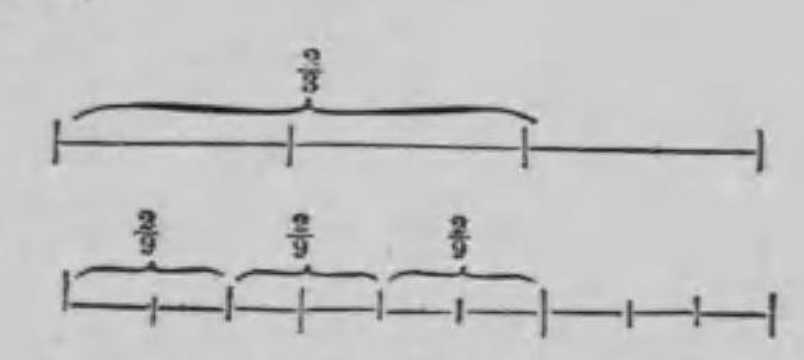
2 倍であるかを考へ x は 4 なることを知る。故に $\frac{8}{17}\div2=\frac{8\div2}{17}$ である。即ち知る分數を整數で割るには分母は元の通りにして置き、分子を其の整數で割ればよしと云ふことを。

$\frac{8}{17}\div2$ の包含除としての意味は2に何と云ふ分數を乘じたら $\frac{8}{17}$ となつたかの考を要するが故に、整數に分數を乘ずる計算の逆である。從つて玆には説明をすることが出來ぬ。

分子がその整數で割り切れぬ時には上の方法は採り得ぬ。例へば $\frac{2}{3}\div3$ の如き、分子 2 が 3 で割り切れぬ。此かる場合には次の原則による算法を行ふ。

> 分數の分子を元のまゝにし置き、分母に或數を乘ずれば得る所の分數の價は元の分數を同じ數にて割りたるものとなる。

此の理由の説明には次の如き圖解を用ふるがよろしい。$\frac{2}{3}$ につき



分子を元のまゝにし置き、分母を 3 倍して 9 とすれば $\frac{2}{9}$ を得る。$\frac{2}{9}$ は $\frac{2}{3}$ の三分の一に當ることは上の圖が明に之を示して居る。

此の理によりて、一般に分數を整數で割るには分子を元のまゝにし置きて、分母に其の整數を乘ずればよ

し。

(5) 分數にて乘除すること。

分數にて乘除することは整數にて乘除することと全く同一意味には理解されない。新らしき意義を持つて居る。換言すれば乘除算の意義を擴張せねばならぬ。

整數にて乘除するとの意義は次の如くてあつた。

7に5を乘ずるとは7を5つだけ採りて加へ合せること。

35を5て割るとは

(甲) 35の中に5が幾つ含まれて居るかを見ること。

(乙) 35を5つの等しき數に分つこと。

てあつた。此の意味を其のまま分數に當てはめて見ると餘程奇妙な部分が出來る。

$\frac{2}{3}$に$\frac{3}{4}$を乘ずるとは$\frac{2}{3}$を$\frac{3}{4}$つだけ採りて加へ合はせること。

之れが第一に了解の出來かねることてある。2つだけ採りて加へ合はせること、3つだけ採りて加へ合はせること等はよく誰の腑にも落ちるが、$\frac{3}{4}$つだけ採りて加へ合はせるとは何の事てあるか甚だ理解に苦しむ。

又

$\frac{5}{7}$の中に$\frac{2}{3}$が幾つ含まれて居るかを見ること。

これはよく分るが、

$\frac{5}{7}$を$\frac{2}{3}$の等しき數に分つこと。

とは如何なることてあるか。2つの等しき數に分つこと、5つの等しき數に分つこと等は譯が分つて居るが、$\frac{2}{3}$つの等しき數に分つと云ふのは甚だ分りかねることてある。

之れを要するに、分數を乘ずること及(其の逆なる)分數の等分除法的意義は甚だ不分明てある。之れは分數が本來の數即ち整數と異つて派生的の數てあるからてある。新しき數てあるからてある。けれども玆に意義が不分明てあると云ふのは一考して分り難いと云ふのみてある。不合理てあるとか、又は意義が全然不定のものてあると云ふ意てはない。整數範圍に於ける數理に一致し、一定の意味を持つて居るものてある。それは分數の意義を定むる時に定まつて居る。$\frac{2}{3}$を乘ずることの意義は$\frac{2}{3}$と云ふ分數の意義を定めた時に定まつて居る。少くとも此の分數意義の定め方に從つて定めらるべきものてあると云はねばならぬ。

$\frac{2}{3}$は$(2 \div 3)$と同一てあると定めた時に、已に、$\frac{2}{3}$を乘ずるとは$(2 \div 3)$を乘ずることてあると云はねばならぬやうに定まつて居るのてある。若し$\frac{2}{3}$を乘ずることが無意味てあると云へば$(2 \div 3)$を乘ずることも無意味てあると云はねばならぬ。或は$(2 \div 3)$は整數に歸することが出來ぬから、整數を乘ずると同樣に明瞭な意義を持

つて居るとは云へぬかも知れぬが、それにしても勝手に意義を定むることは出來ぬ。例へば(2÷3)を乘ずると(6÷3)を乘ずるとの間に逆若しくは矛盾を起こすやうな意義を附してはならぬ。

(6÷3)の如き數を乘ずる場合に次の法則がある、

實を其の儘になし置き法を或數にて乘除すれば積は其の數にて乘除せらる。

と。此かる法則は、(2÷3)の如き數を乘ずる場合にも同一なりと定めねばならぬ。分數乘法の意義は此の法則によりて定まる。

又(6÷3)の如き數にて除する場合に次の法則があるが之れも前法則同樣に、(2÷3)の如き數にて除する場合にも行はるるものと定むるが當然である。而して分數除法の意義は此の法則によりて定まる。其の法則は次の如し。

實を其のまゝにし置き法を或數にて乘除すれば商は其の數にて乘除せらる。

以上て、分數にて乘除することの意義が全く不定のものてはないことは明瞭になつたと思ふから、次には分數意義及前記乘除算に於ける法則によりて、分數にて乘除することの意義及算法を說明するてあらう。

例へば $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$ について數ふるに、先づ $\frac{2}{3}\times3$ とすれば得る所の答は、求むる所の答と比較して大なるか。(大なり)。何故に大なるか。(3は $\frac{3}{4}$ よりも大なればなり)。幾倍になつて居るか。(四倍になつて居る)。何故にか。

(3が $\frac{3}{4}$ の四倍に當るからてある)。然らば求むる所の答を得んが爲には得たる答を如何にすべきか。(4て割ればよし)。等の問答によりて、「$\frac{3}{4}$ 倍するには先づ3を乘じ次に4て割ればよし」と云ふことが分る。そうすれば後の計算は已習事項(整數を乘じ、整數にて除すること)てあるから、3を乘ずるには分子を3倍し4て除するには分母を4倍すべきことを悟るに何等の困難はない。只最肝腎なところは3を乘じた答と $\frac{3}{4}$ を乘じた答と如何なる關係になるべきかを知らしむる處にある。それには前に述べたやうに、分數の第二意義($\frac{3}{4}$ は3を4除したるものなること)及乘算の一法則(乘數を4除すれば積も4除すること)。が理解の基礎をなす故に之等の基礎は分數を乘ずることの前に授けて置かねばならぬ。

又 $\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}$ に於ては、先づ2て割れば、得るところの答は求むる答に比して大てあらうか小てあらうか。(小てある)。何故に小てあるか。(2は $\frac{2}{3}$ の3倍であるからどの位小てあるか(求むる答を3除したもの)。何故にか。($\frac{2}{3}$ て割る筈のところを、それの3倍なる2て割つたから)。然らば求むる所の答を得んが爲には如何にすべきか。(得たる答を3倍すればよし)。等の問答によりて $\frac{2}{3}$ て割るには2除し3乘ずべきを悟らしむることが出來る。之れから後の計算は整數にて乘除することてあるから理解に困難はない。故に分數にて除することの教授の要點は例へば2て割つた答と $\frac{2}{3}$

て割つた答と如何なる關係になるべきかを知らしむるところにある。其の理解の基礎は分數第二意義及び除法の一法則(除數を3除すれば商は3倍さるること)。てある。

分數にて乘除することの意義及算法は、之れが敎授に用ひる例題に簡單な分數を採ること及其理解の基礎を明にして置くことによりて容易に會得せしむることが出來る。尋常六年程度の兒童に决して困難なことてない。世間には往々之を困難の事とし規則算として授けやうとする人があるけれど。此の規則算程賴みにならぬものはない。理解せざる知識は聯合のない知識即ち孤立の智識てある。孤立した知識は孤立した城の如きものてある。久しからずして滅びる。假に一歩をゆづつて算法の記憶は兩法共に同一てあるとしても推理思考の練磨は一にあつて他にないのてある。之れ無くば分數敎授の價値は半減されると云つて差支へないと思ふ。故に分數にて乘除することも其の意義算法を理解せしめ敎授するのが當然てあり且つ有効な方法てあると信ずるのてある

第三. 小數觀念。

(1) 小數觀念の發生、

小數の發明は比較的近頃の事てある。之れは現時小數敎授上には餘り重要な參考資料てはないけれども小數が何時頃何處の人によつて發明されたかと云ふとは屢々問題となることてあるから簡單に記述し

て置くてあらう。

小數の觀念の初めて使はれたのは不盡根數の近似値を求むることの爲てあつた。それは十二世紀の中頃のことてある。ジョン、オブ、セビルが開き切れぬ數を其の後に2n個の零を附け平方に開いて得た數を分子とした1にn個の零を附した數を分母とした分數を作つて之れを求むる根の近似値とした。之れ明に小數觀念の萠芽てある。

例へば2の平方根を求むるに

```
          2,00,00,00(1414・・・・・・・・答 1414/1000
          1
24       ─────
          1 0 0
            9 6
281     ──────
             400
             281
2824    ──────
           11900
           11296
          ──────
             604
```

カルダン(伊太利人、1501—1575)も同様の方法を用ひた。けれども世人には餘り知られなかつた。其の證據にはカタルディ(1626年死)の開法に關する著書の中に此の方法が記されてない。其の後オロンシアス、フォ子アス(佛)及ウォリアム、バックレィ(英)もカルダンと同法て根を求めた。而してフォ子アスは10の平均根を求めて3|162を得た。之れは明に小數記數法の前驅てある。けれども惜むべしフォ子アスは此の小數部分を更に六十分數に改算し. 3. 9'. 43''. 12'''.としてしまつた。

クリストフ、ルドルフは 10,100,1000 等にて除するこ

とを、コンマを用ひて除數が有する零の數だけの數字を切り去ることによつて行つた。之れも一歩を進むれば小數に達する考であつた。此くの如く小數の觀念は產れんとして產れざること幾十百年、十六世紀の末に至り、漸くシモン、ステフォン(1548–1620)によつて發明さるるに至つたのである。シモン、ステフォンはベルギー人にして理科學上有名な人である。氏は1584年に利息表を著はし、其の翌年には「十分數論」を書いた。此の十分數論は氏の數學書の第四章僅七項ばかりのものであるが、小數の歷史上甚だ重きをなす論文である。其の中に小數の日常計算上の應用をも論究してある。凡て發明は最初より完全なるものではない。ステフォンの小數も其の記數法は甚だ巧妙ではなかつた。吾々が今日小數點を使用する代に○を用ひた。且つ小數の各所には相當の指數を附し、例へば 5.91 を表はすに $\overset{0}{5}\overset{1}{9}\overset{2}{1}\overset{3}{2}$ 又は 5◎9①1②2③ の如く書いた。

ステフォンの小數論は大に歡迎され、英國ではクチード、ノルトンは1608年之れを英譯し。(原著は佛蘭西語)ヘンリー、ライトは「小數算」を著はした。又歐洲大陸ではビュルギー(瑞西人)及バイヤーが小數の發達に貢献する處大であつた。ヨハン、ハルトマン、バイヤーは1603年に小數論 (Logistica Decimalis) を著はし小數を自己獨立の發明であると云つて居る。

ビュルギーは一の位の下に○を書いた。バイヤーのしるし方はステフォンのそれに酷似して居る。氏は

123.459872 を次の如く記して居る。

$$1\;2\;\overset{0}{3}.\;\overset{\mathrm{I}}{4}.\;\overset{\mathrm{II}}{5}.\;\overset{\mathrm{III}}{9}.\;\overset{\mathrm{IV}}{8}.\;\overset{\mathrm{V}}{7}.\;\overset{\mathrm{VI}}{2}.$$

又 0. 00054 をば $5\,\overset{\mathrm{VI}}{4}$ と記して居る。

小數點は對數で有名なネピアの始めて使用したものである。ネピアは英國スコツトランド、マーチストンの貴族である。1617 年に其の著書ラブドロギアの中に小數を書き表はすに點又はコンマを用ふべきことを述べて居る。又氏の對數表の第一頁にも小數點が使つてある。エドムンド、ウキンゲート(1629 年算術書を出す)も小數點を用ひて居る。けれども之れが直に一般の使用する處となつたのではない。1631 年オートレッド(英)は .56 を表はすに 0|56 を用ひ、1657 年ジョン、ワリスも 12|345 の如く書いて居る。小數點が一般に用ひらるるに至つたのは漸く18世紀の初頃の事である。

ゲオルグ、アンドクウス、ベクラーは (1661 年) 小數點の代にコンマを用ひ、今日吾々が 123.6543 と書く處を氏は 123,6543(4 と書いて居る。終りの(4 は末位が小數第四位なることを表はすのである。

我が國に於ける小數の歷史は不明である。毛利重能珠算を明に學び之を我國に傳へたのが文祿慶長の際とあるが其の九歸法の呼び聲に見れば例へば二一添作五の如き大なる數にて小なる數を割るものがあるから、其の頃には已に小數の觀念はあつたものと云

はねばならぬ。又寛永十六年今村知商の著竪亥錄には小數なる語を見出すを得。之れ恐らくば又明より傳來せしものであらう。

(2) 小數の意義。

十進法を逆に適用すれば、一萬を十分したるものは千、千を十分したるものは百、百を十分したるものは十、十を十分したものは一である。此くの如く上位の單位を十分しては下位の單位を得ることを績くるときは遂には一を十分することに達する。

此くの如くに「十進法ヲ逆サマニ適用シタル結果トシテ出デ來ル一ヨリモ低キ位ヲ以テ言ヒ表サレタル一ヨリモ小サキ數ヲ小數ト名ヅク」(藤澤博士算術小教科書上卷10頁)

而して「一ヲ十分シタルモノヲ分、一分ヲ十分シタルモノヲ厘、一厘ヲ十分シタルモノヲ毛、…ト名ヅク」尙次々の單位を列擧すれば「糸、忽、微、纖、沙、塵、埃、渺、漠」等の名があるけれども、日常必要なのは分、厘、毛、の三單位である。

(3) 小數の書き方。

小數を書き表はするに小數點を用ひることは云ふまでもない。小數點としては・を用ひること亦旣定の事項である。(英國では・を用ひる人が多いが,を用ひる人もある。獨逸では,を用いる。)

小數點の讀み方に就いて、之れを小數點又は單に點と讀むに於ては何の異論もないけれども、之れをポイ

ントと讀むべきか將又コンマと讀むべきかに就いては議論がある。余はコンマを採らずポイントを用ふべしと考へる。其の理由は簡單明瞭である。・はコンマにあらず。コンマは,である。獨逸では,を小數點に用ひるからコンマと讀むのが正しく、英國では多く・を用ひるからポイントと讀むのが當然である。我國で英國風に・を書いて置きながら獨逸流にコンマと讀むのは所謂內股膏藥的で甚だよろしくない事だと思ふ。若しコンマでなくて叶はぬなら、書くにも,を用ひるがよろしい。・を書いてコンマと讀む國はあるまいと思ふ。

小數點の位置(上下の)に就いては、行の下端に近く記すのである。行の中央に書かれたる點は乘算の符號とすることがあるから、之れと誤られぬやうに下端に記す。

整數部分の無い小數を書く時には小數點の左に0を記すべきこと勿論である。0が無い爲に小數點を見おとして誤を生ずることは屢々である。之れは是非書かねばならぬ。

(4) 小數の讀み方。

例へば 0.25 を讀むに次の二種を用ひる。

(甲)二分五厘、 (乙)零ポイント二五又は單にポイント二五、

又 43.25 を讀むには

(甲)四十三箇二分五厘、 (乙)四三ポイント二五、

又 0.203 は

(甲)二分三毛　(乙)零ポイント二零三又はポイント二零三、

と讀む。ポイントの代りに小數點、點、又は單に小數と唱ふるもよし。

第四、小數計算。

(1) 加減法。

小數の整數と異るところは主として其の單位の發生の上にある。クニルリングの云ふが如く甚だしい相異のあるものではない。整數範圍に於ける單位は一又は一の十進倍によりて生じ、小數範圍に於ける單位は一の十進分によりて生じて居る點が異つて居るのみである。其の單位が生じて後の計算には何等の根本的相異と云ふものはないのである。例へば數へ方に就いて、一分を單位として一分二分三分……と數へると、十を單位として十、二十、三十……と數へると、其の間に何等の差は認められぬのである。相異ありと思ふ人あらば之れ必ず其の單位の相異を與へて居るのである。

故に、整數を加減することと、小數を加減することとの間には算法上の相異はない。只其の單位を間違へぬやうにすればよろしいのである。例へば 2 分に 3 分を加ふることも 2 百に 3 百を加ふることも、單位の差異の外に相異はないのである。而して此の單位の相異が多少計算上に障碍を與へることは明てある。之れは其の單位を聞馴れぬからである。名を聞いて其の觀念を復起せしむることに、整數のやうに馴れて居ないからである。故に、小數教授の初期に於ては小數に關する簡單な暗算を屢々提出して其の取扱の基礎を作らねばならぬ。

(2) 小數に整數を乘ずること。

例へば 0.327×2 に於て、7 毛の 2 倍は 14 毛、2 厘の 2 倍は 4 厘、3 分の 2 倍は 6 分である。故に積は 6 分 5 厘 4 毛となる。此かる計算によりて算法は整數の乘法と同樣であること、及積には實と同數の小數位あることを悟らしめねばならぬ。

余は特に「悟らしめねばならぬ」と云ふ。其の意、器械的教授を排斥するに在る。世間には往々之れを理解困難として器械的に授くるの優れるを主張するものがある。誤れるの甚しいものである。之れしきの事が理解されぬ子供ありとせば、之れ恐らく白痴であらう。白痴で無くば過去の教導其の當を得て居ないものである。器械的に教へられた結果である。理解せざる知識は紛黛の如く一時人目を欺くを得べきも永久確固たることはできない。

(3) 小數を整數にて割ること。

例へば 0.738÷6 に於て、7 分を 6 で割つて 1 分と剩餘 1 分、剩餘 1 分と 3 厘とで 13 厘、13 厘を 6 で割つて 2 厘と剩餘 1 厘、剩餘 1 厘と 8 毛とで 18 毛、18 毛を 6 で割つて 3 毛となる。故に答は 1 分 2 厘 3 毛である。

此かる計算によりて算法は整數除法と同様なること及分の桁を割りて得る商の左に小數點を打つべきことを悟らしめねばならぬ。

(4) 小數にて乘除すること。

小數を乘ずること及其逆なる小數にて割ることの等分除法的意義の了解し難きは尙分數を乘ずること及其逆なる分數にて割ることの等分除法的意義の難解なると同一理である。故に小數にて乘除することの意義及計算も分數にて乘除する場合と同様にしてこれを明瞭にすることが出來るのである。

小數にて剩除することの意義は小數の意義を定めた時に其基礎が据えられてある。例へば 0.5 を剩ずることの意義及算法は、0.1 が (1÷10) のとてあると定めた時に定まつて居る。

0.1=1÷10 從つて 0.5=5÷10

故に 23×0.5=23×5÷10=115÷10=11.5

之れを言葉にて表はせば、1 を十分したるものを1分と定めたる結果として 5 は 50 分となり、其の結果 0.5 倍する代りに 5 倍すれば得る答は求むる答の十倍なるべき理となる。(假りの乘數 5 が眞の乘數 0.5 の十倍なるが故である。) 故に 5 倍して得た答を 10 分すれば求むる答に達する。之れを約言すれば 0.5 を乘ずることは次の如き意義を持つ。

0.5 倍スルトハ 5 倍シ 10 分スルコトデアル

從つて其の計算法は次の如し。

0.5 倍スルニハ 5 倍シタル答ノ位ヲ一桁下グレバヨシ。

之れと同様にして 0.05 を乘ずるとは 5 を乘じ 100 分することなること從つて 0.05 を乘ずるには 5 を乘じたる答の位を二桁下ぐればよしと云ふことも理解される。

一般に小數を乘ずるには之れを假りに整數と見て乘じ、得たる答の位を、乘數の小數位數だけ下ぐればよし。

又乘數被乘數共に小數なるときは、之れを兩方共に整數と見て乘じ、得たる答の位を乘數被乘數の小數位數の和だけ下ぐれはよき理となる。換言すれば「先ヅ小數點ニ拘ラズシテ掛ケ、被乘數ト乘數トノ小數位ノ桁數ノ和ダケ小數位ガアル様ニ小數點ヲ打テバヨシ」。

小數を乘ずることの實際問題への應用は甚だ多大である。即ち特に步合算と稱する一類の計算が成立つて居る位である。故に小數を乘ずることの意義は實際問題に表はるゝ名數について充分に會得せしめて置かねばならぬ。

此の小數を乘ずることの敎材を授くるに當つて採るべき材料の種類及順序は次の如し。

(イ) 整數に小數を乘ずること。

(ロ) 小數に小數を乘ずること。

(ハ) 帶小數に小數を乘ずること。

(ニ) 帶小數に帶小數を乘ずること。

次に、小數にて割ることの敎授について述べやう。

小數にて割ることの中、例へば2を0.5づつに割ると云ふ類の割算即包含除的の意義は甚だ分り易い事てある。之れを實際の問題としても2錢を0.5錢づゝに割ればと云ふが如きものてある。

他の種類の除法即ち等分除法的の意義は、本來の整數等分除の如く了解し易いものてはない。例へば2錢を0.5等分すると云ふことは5等分することのやうに分りやすい事てはない。小數が派生的のものてあると同様に此の小數の等分除法的意義も派生的のものてある。然らば其派生的意義如何と云ふに、前に述べたる小數を乘ずることの逆てある。例へば0.5て割るとは0.5倍することの逆の計算てある。故に其の算法も從つて定まる。

0.5倍する時に……5倍し10分した。

故に、0.5除するには……10倍し5分すればよし。

0.5て割るには實を10倍し法を5として割ると云ふことは、實と法とを各10倍して割ることてある。故に除法の法則「實ト法トヲ同數倍スルモ商ハ變ラズ」に符合する。

小數にて割ることの實際問題も亦甚だ多い(小數を乘ずることの如く)。例へば

(1) 1圓に付5升5合の白米は60錢にて何程買ひ得るか。

(2) 60錢にて3升3合の白米は1圓に何程に當るか。

(1)は小數乘にして(2)は小數除てある。勿論之れを整數乘除の計算問題として取扱ふことも出來るが、小數取扱の簡便なるに及ばない。故に小數にて除することは小數を乘ずることと共に、實際問題に適用して教授することが甚だ肝腎てある。

第五、分數小數の關係

(1) 分數小數先後問題。

分數を先に教授すべきか小數を先にすべきかは可なり議論のある問題てある。或論者は分數を先にすべしと云ひ、他の論者は小數を先にすべしと主張し、又一部の論者は小數を分數教授中に授くべしと論ずる。

(甲) 小數を先にすべしと云ふ論。

小數を先にすべしと云ふ論の要點は、「小數は單に十進記數法の下方への發展として教へらる。又十進度量衡單位を使用する國に於ては其の日常使用する尺度は小數の具體的説明材料を提供する。兒童は幼時より之れを目撃し居るものてある。故に小數を先に教ふるが當然てある」と云ふにある。

(乙) 小數を分數教授中に授くべしとの論。

此の論の要點は「小數は分數の或種に異るの記載法を與へたに過ぎない、其計算には何等特別の原理を要しない。故に分數の一部分として取扱ふべし」と云ふにある。

(丙) 分數を先にすべしとの論。

この論の要點は「第一小數は分數に比して其の分母が一般に大であるから兒童に明瞭なる觀念を持たしめ難い。第二其の結果として小數の取扱が器機的に流れる。第三凡て思考力を練ることは分數によりて達せられる。故に小數は分數敎授によりて其の理論の考究を終りたる後に於て授くべし」と主張するのである。

余は大體に於て小數を先にし分數を後にすべきものと思ふ。(甲)の論者の言ふ如く、小數は十進法の下方への應用であるから了解し易い。決して(丙)の論者の云ふ如く、明瞭な觀念を持たしめ難いものではない。又(乙)の論者の云ふ處と異り、我國の小數は分數の或種に特別の記し方を與へたものではない。「十進法は上方へ無限に適用し得ると同樣に下方へも無限に適用し得ること」が珠盤の上に表はれて居た爲に小數が產れたものと思はれる。從つて分數よりも整數に緣の近いものである。其の唱へ方から考へても我が國の小數は歐米の夫れとは趣きを異にして居る。例へば英吉利では $\frac{1}{10}$ も 0.1 も共に one tenth と云ふけれども我國では前者は十分の一、後者は一分と云ふ別々の呼び方になつて居るのである。故に小數は分數の特種の形と見ることは出來ない。又(丙)の論者は分數は必ず思考力を練り、小數は必ず器械的取扱に陷るが如く云ふけれども、之れは大なる誤論である。思考力を練るを得るか器械的に陷るかは敎授法の如何にある。

分數が含み得るだけの思考の材料は小數も含み得る。又分數計算も之れを器械的に授けることが出來るのである。また、(乙)論者の云ふ如く小數の計算には何等特別の原理を要しないとしても、此の原理を分數敎授によつて授けねばならぬと定まつたものではない。小數敎授によつて之れを授けたる後に、之れを一般分數に適用しても何等の差支へはないのである。此の如く何れの論にも多少の理由はあるけれども、餘り強い理由はないのである。故に余は前述せし如く我が國の小數は其の發生上整數に近い關係を持つて居ること、及び我が國民が普通に小數を使用すること分數よりも多きこと。此の二つを合すれば歷史的の理由とも稱すべきものと、實際敎授の經驗上兒童は分數よりも小數をよく容易に了解することよりして、大體に於て小數を先にすべしと考へるのである。

けれども小數敎授の前には如何に簡單なる分數をも知らしむべからずと云ふが如き窮屈なる意見を持つべきものではない。例へば $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ 等の如き簡單なる分數につき其の簡易なる取扱を授くることは1分(即ち $\frac{1}{10}$ に當る小數)を授くる前に於てして差支へないのみでなく、却つてそれが自然の要求に適ふものであると思ふ。

(2) 小數分數相互換算。

(イ) 分數を小數に直すこと。

此の方法の基礎は分數の第二意義(分數ハ分子ヲ分

母ニテ割リタル數ナルコト)に在る。從つて分子は被除數、分母は除數である。故に之れを小數に直すには分子を分母で割ればよろしい。

分母と分子とを約せるだけ約し(卽ち最簡分數にし)て、尚分母に2, 5以外の因數ある分數は有限の小數に化せられない。それは割り切れないからである。分子が分母で割り切れない分數は循環小數となる。例へば 3, 7, 11, 等を分母の因數とする最簡分數は循環小數となる。故に之れ等の分數を小數に化して取扱ふには、止むを得ず小數三桁位で以下省略にせねばならぬ。從つて其の計算は不精密なるを免れない。故に極めて精密を要する場合には分數のまゝ取扱ふ方がよろしい。

(ロ) 小數を分數に直すこと。

此の計算の基礎は

$$0.1=\frac{1}{10},\quad 0.01=\frac{1}{100},\quad 0.001=\frac{1}{1000},$$ 等、

にある。例へば 0.3 を分數に直すには

$$0.1=\frac{1}{10}\quad 故に\quad 0.3=\frac{1}{10}\times 3=\frac{3}{10}$$

とし。0.27 を分數に直すには

$$0.01=\frac{1}{100}\quad 故に\quad 0.27=\frac{1}{100}\times 27=\frac{27}{100}$$

とする。何時でも小數の最下單位が分であれば $\frac{1}{10}$ を基とし、厘であれば $\frac{1}{100}$ を基にするのである。

小數分數相互換算の敎授上重要(實用上)なるものは凡そ次の數種である。之れ等は何れから他方を問ふも直に其の答を想起し得るまでにしたいものである。

$$\frac{1}{2}=0.5,\quad \frac{1}{4}=0.25,\quad \frac{1}{8}=0.125$$

$$\frac{1}{3}=0.33\cdots\cdot$$

$$\frac{1}{5}=0.2$$

第八節　事物量(又は具體的數)

第一、 量の種類。

宇宙間に存在する事物は甚だ多趣多樣であるが、之れを量として考ふる場合には、次の數種とすることが出來る。

空間的量、
時間的量、
物質量、
エネルギーに關する量、

空間的量には箇物數量·長さ·面積·體積·角度があり。又、エネルギーに關する量には熱量·力量·重量·運動量·音量·光量·電氣量·精神量等がある。

第二、 單位。

量の多少を知るには之れを測定するを要する。測定とは或量が標準量の何倍に當つて居るかを見ることである。此の測定の標準量を單位と云ふ。

多くの量は現今人類の力にて測定するを得るに至つた。けれども亦、未だ測定し得ざるものも無いでは

ない。例へば吾人の感情の分量の如きものである。悲哀・忿怒等に強弱大小の別あることは誰にも自覺さるゝところであるけれども其の強弱大小を數量として表はすことは不可能である。故に量の中にも測定し得る量(可測量)と、未だ測定し得ざる量(不可測量)とあることを知る。

單位には天然自然に定まつて居る單位(自然單位)もあれば、また人類が定めた單位(人爲單位)もある。例へば一人・一匹・一日(通信の一日)の如きは自然に定まつて居る量を單位としたるものであるが、一貫・一尺・一錢等は人の定めた單位である。自然單位は人類に量の測定及數の觀念を與へた根源のものである。而して、自然に箇體をなす物の量を概測するには便利なる單位である。又、火災等の爲に標準物の破滅することもないと云ふ利益がある。けれども精密を要する測定には多くは不適當である。例へば鷄一羽と云つても大小の差異があるから精密を要する場合には是非共之れを人爲單位に比較して秤らねばならぬ。故に近來に至つては凡ての量の單位を人爲を以て定めたのである。

けれども日常の用には尚自然單位を使用することが少くない。之れ人爲單位を用ふる精密なる測定には、勞と時とを費やすことが多い爲である。例へば汽車に乘る場合に、一人毎に其の體量を測り賃錢を計算するが如きは、到底其の煩勞に堪えられるものでない

から四十二貫の梅ヶ谷も十二貫の人も同じ賃錢にしてあるのである。故に實用上には不精密なる單位を使用するの止むを得ざる場合が少くないと云ふことを心得て居ることも亦大切なことである。

第三、空間的量。

空間的量には長さ・面積・體積及箇物量・角度量等がある。

(1) 長さの單位。

尺貫法の長さの基本單位を尺とし、其の補助單位を定むること次の如し。(度量衡法第三條參照)

毛……尺の萬分の一
厘……〃〃千分の一
分……〃〃百分の一
寸……〃〃十分の一
尺
丈……十尺
間……六尺
町……三百六十尺(六十間)
里……一萬二千九百六十尺(三十六町)

一尺とは度(度とは長さ及面積を意味す)の原器白金イリヂウム合金製の棒の面に記したる標線間の攝氏0.15度に於ける長さの三十三分の十である(度量衡法第二條參照)

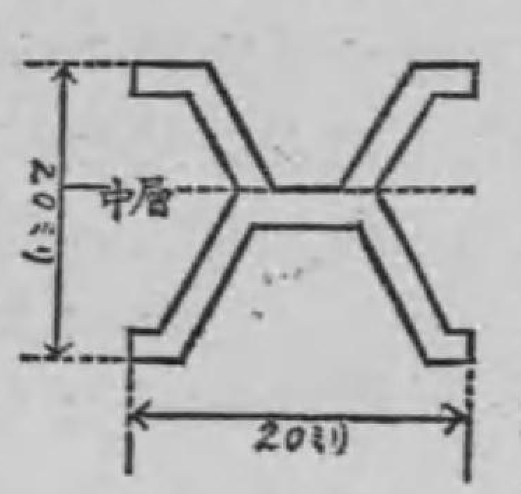
原器は農商務大臣が保管して居る。而して、農商務大臣は此の原器に依つて副原器二組を製せしめ、原器

の代用に供する。其の一組は農商務大臣之れを保管し、他の一組は文部大臣之れを保管して居る。(度量衡法第六條參照) また、農商務大臣は副原器によりて地方原器を製作せしめ、之れを地方長官に保管せしめ、度(量衡)器檢定の標準に供する(同法第七條參照)

一メートルは3尺3寸に當り、前に述べたる度の原器の攝氏溫度0.15度に於ける標線間の長さてあつてメートル法に於ける長さの基本單位てある。而して其の補助單位を定むること次の如し。

	尺
ミリメートル(千分の一メートル)	0.00330
センチメートル(百分の一メートル)	0.03300
デシメートル(十分の一メートル)	0.33000
メートル	3.30000
デカメートル(十メートル)	33.00000
ヘクトメートル(百メートル)	330.00000
キロメートル(千メートル)	3300.00000

一メートルとは1791年佛國に於て任意不定の標準を避けんが爲に、長さの單位として地球子午線の四千萬分の一を用ふることを制定せしより始まつたのてあるが、其の後、該測定に誤あることが發見されて一メートルの長さは地球子午線の四千萬分の一ては無いことが知られた。さればとて一メートルの長さを變更することは不都合てある爲に1799年メートル原器を作つて、以て標準とするに至つたのてある。故に現今の一メートルは最初の目的即ち自然の標準を得んとの目的をはづれ、任意に定めた標準となつたのてある。それは1799年佛國政府が白金を以て製作したる長さの原器に始まる。然るに此の原器は切口が矩形にして厚さ薄かつた爲に曲り易くして、曲つた凸面は長く凹面は短きに失するを免れなかつた。其の後90年即ち1889年に至つて切り口が圖に示すやうに白金イリヂウム(白金90イリヂウム10)の棒を作り、若し棒の曲がることがあつても、其の長さに伸縮なかるべき中層上に、兩端に標線を刻し、此の二標線間の攝氏零度に於ける距離を以て一メートルと定むるに至つたのてある。而して此の原器は萬國メートル原器として、佛國パリに近き Sévres に在る萬國度量衡同盟中央局に保管されてある。



萬國度量衡同盟は1870年佛國パリに開催されたる萬國度量衡會議によつて始まつたものてある。此會議には27箇國の委員が出席した。我國が此の同盟に加はつたのは1886年(明治十八年)のことてある。

メートル法は其の基本が確立しだのみてなく、十進法による爲、計算上不十進諸等數に比し甚だ便利てあり、且つ、大小の諸單位を有し大なる測定にも亦小なる測定にも便利てある爲、多くの文明國が之れを採用するに至つた。殊に獨乙·墺地利·和蘭·南米諸國は舊來の單位を斷然として棄て單にメートル法を採用して居

る。文明の世に處し優勝の地位に居らんと欲する國民は少しても不便を去り便利に着かんことを企てねばならぬからてある。けれども我國の現狀より考へればメートル法は未だ日常の用にはならぬ。故に小學校ては簡單に取扱つて置けばよろしい。

獨乙其の他の國民が舊來の制を棄ててメートル法を採用したことを考へると、我國の里程の制の如きは誠に不便極まるもので、速に棄つべきものてはないかと思はれる。小學校の算術教授が之れが爲に如何程其の成績を不良にされて居るか知れないし、又、國民の力が如何程無益に費やされて居るか知れないのてあるから、此かる蠻法は一日も速に棄つるやうになることを祈らねばならぬ。此かる不便なる舊法を棄つることは極めて必要なことてあるけれども、國家が之れを制定し國民が一般に之れを使用する間は普通教育に於いて之れを授くることは又止むを得ざることてある。但し幸にも吾人の日常生活には里程の計算をする樣なとは殆んど無い。あつても、それは極めて簡單なもののみてある。而して尚之れを簡單ならしめんが爲に通俗には一里七合と云ふが如き十進法によるものにして用ひて居る場合が多いのてある。故に小學校の生徒に課する里程の計算の如きは現今の教科書が示して居るよりも、ずつと簡單なもので充分てある。制度(1里は36町，1町は60間，1間は6尺なること)及其の二單位を含む計算(就中里町を含むもの)がよ

く出來れば日常生活上には不都合がない。一歩を讓つて多少餘裕ある如くする必要があるから、里町間尺四單位を含む計算を授くるとしても、それは極めて少量てなくてはならぬ。現今の小學算術は諸等數の複雜なる取扱の爲に、甚だしく成績を惡くされて居るのてある。複雜な諸等數の計算は思考陶冶に價値ありなどと、一見うまい理屈を附して、無暗に之れを課するものがあるが、深く思はざるの罪決して輕くない。非有用な事て思考を練ると、有用な事て思考を練ると何れが優つて居るかを考へよ。其の優劣が分らぬ程のものは以て人の師とするに足らないものてある。

本邦古來の長さの單位に關する知識が吾々の日常生活上に必要てあることは多言を要しない事柄てあるが、メートル法及フート法が如何なる程度に必要てあるか、從つて小學校に於いて如何なる程度に之れを教へて置くべきてあるかは考慮を要する一の重要な問題てある。之れを解決するには第一に現在の一般國民日常生活上の必要を考へ、第二に將來(約近き十年間)について考へねばならぬ。先づ現在に於いて一般國民は如何なる時にメートル法やフート法の必要を感ずるてあらうか。銃砲の口徑及射距離・飛行機に關する記事が新聞に載つた時及山の高さをメートルて記入した地圖を見るときの外に、メートル法の必要が幾何あるてあらうか。而して、之れ等の必要ある場合と云つても其の必要の度は低いものてある。知つて

居なければ甚だしく不便であると云ふ程度でなく、只知つて居れば便利であると云ふ位の程度である。近き將來について考へても、飛行機の發達は多少俗人にメートル法の必要を知らしむるものがあるであらうが、其の他に此の必要を著しく增大するものは無からうと思はれる。フート法についても、吋を用ひるものに、帽の直徑・カラーの長さ・洋傘の骨の長さ・鐵管鉛管の口徑等があり、ヤードを用ひるものに、羅紗の長さ、競走行程の長さ等があり、又汽車汽船に關して哩と浬とがあるけれども、之れも其の必要の程度は低いものである。故に之れ等については次の諸項を記憶せしめ、其の他は表を見て理解し計算し得るやうにして置けば充分であると思はれる。

$\overset{\text{メートル}}{1} = \overset{\text{尺}}{3}\overset{\text{寸}}{3}$

1哩は約0.41里(又は0.4里)に等しきこと。

1海里(海のマイル)は約0.47里(又は0.5里)に等しきこと。

(2) 面積の單位。

面積の單位は長さの單位に其の基を置いて作り出したるものである。例へば一尺平方の面積を一平方尺と云ふが如し。

土地の面積即ち地積を表はす諸單位は一間平方の面積を一坪又は一歩とし、之れを基として定めたものである。その諸單位次の如し。(度量衡法第三條參照)

勺‥‥‥‥‥歩の百分の一

合‥‥‥‥‥歩の十分の一

歩或は坪‥‥六尺平方

畝‥‥‥‥‥三十歩

段‥‥‥‥‥三百歩

町‥‥‥‥‥三千歩

メートル法の地積の單位の基とするアールは10メートル平方の面積である。之れは餘り必要な教材ではない。

(3) 體積の單位。

體積は之れを容積又は容量と稱することがある。或は容量を略して單に量と云ふこともある、例へば度量衡と云ふ時の量の如し。

體積の單位も長さの單位に基づいて作り出したものであるが、其の關係は一立方寸一立方尺の如く極めて明瞭なものもあれば、また64827立方分を一升とす(度量衡法第三條參照)るが如き其の關係の一見明瞭ならざるものもある。商船積量の單位噸(百立方尺)運送貨物の才(サイ)(一立方尺)木材の體積を測るときに用ふる尺〆(切口タテヨコ各一尺長さ二間の體積にして十二立方尺に當る)の如きが後者の數である。

一升と云ふが如き吾々日常使用の容量單位が何故此かる復雜な數の關係を持つに至つたかと云ふ原因に就て面白い話がある。昔時の一升桝は縱橫各五寸深さ二寸五分(62500立方分)であつたところが、或時の賢こい役人(秀吉かとも云ふ)が穀稅の取上げ上愚民をだまして縱橫各四寸九分とし、茲に減じた二分を深さに加へて二寸七分としたと云ふ話がある。