

正極 $\phi=72^{\circ}35'$ 南, $\lambda=152^{\circ}30'$ 東
 負極 $\phi=73^{\circ}35'$ 北, $\lambda=264^{\circ}21'$ 東

グリンキチ

にして前者はビクトリア・ランド附近、後者は米大陸の北方ブーシャ半島内に當り、何れも地球の兩極と一致せず。

地球の磁氣能率は $M=0.33 \times R^3$ ガウスにて、 R は地球の半徑なり。従て若し一様に磁氣が分布され居ると假定すれば、地球帶磁の強度は、絶對單位にて 0.078 なり。

地磁氣は一定にあらずして、場所に依て異なるのみならず、同一場所に於ても年と共に變化す。例へば方位角の如きは、パリ市に於て西曆千五百四十一年に東七十五度なりしもの、千八百十四年には西二十二度半にて最大となり、千八百九十年には西十五度半となれり。

日本に於て、明治二十年より明治二十八年に到る八年間の平均を採れば、水平分力は毎年

$$\Delta H = 9.33 + 0.0067\Delta\phi - 0.041\Delta\lambda$$

宛變化す。但し $\Delta\phi$ は $(\phi - 37^{\circ})$ を分に換算し、 $\Delta\lambda$ は $(\lambda - 138^{\circ})$ を分に換算し、 ΔH は $\gamma = 10^{-5}$ ダインを單位とす。

又一年の内にも季節に依り、又一日の時刻に依て週期的變化を成すのみならず、突然大變化を來すことあり。之を磁氣嵐と稱し、太陽斑點の多少と直接に關

係あるに似たり。其最大なるものは一度以上に及ぶことあり。

一日中にて、方位角は日出より西に向き始め、夕方に最大にて夜中に東方に戻る。少きときは五分乃至六分なるが、夏季には二十五分に及ぶことあり。一年中平均八分乃至十五分なり。緯度高き處には多くして、赤道附近には少なし。

第二百九十八節 磁氣感應度 磁石の

兩極を結べる線を磁氣軸と稱し、其方向は負より正に向ふ者とす。

單位體積毎に有する磁氣能率を帶磁之強度と稱す。而して磁氣能率は ^{vektor} 別途量なる故に、帶磁之強度も亦別途量にて、其方向は軸と一致し、其數値を I とすれば、棒狀磁石の長さ 2λ にて、其正切口の面積 S ならば

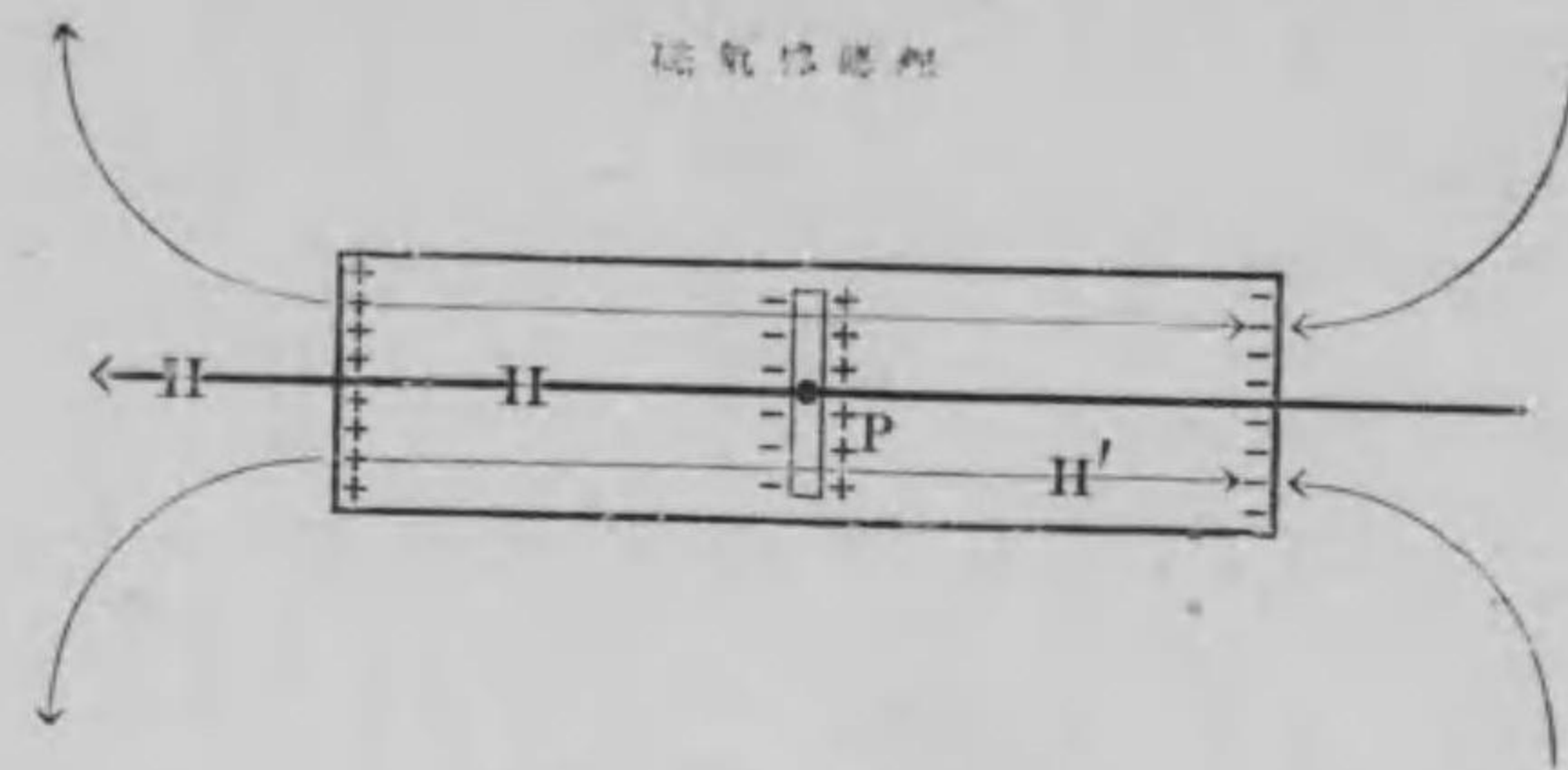
$$I = \frac{2\lambda m}{2S\lambda} = \frac{m}{S}$$

なり。従て、若し此磁氣が其切口のみに平等に配布せらるるものと假定すれば、其表面密度は $\sigma = \frac{m}{S}$ なるに依て $I = \sigma$ なる關係を生ず。

電氣の場合に於ける如く、磁力線に垂直なる單位面積を通る磁力線の數が、其點に於ける磁場の強度を表はす者と定むれば、表面密度 $\sigma = I$ なる帶磁體の表面に

密接せる點に於ける磁力線の數は $4\pi I$ なるべし。

今 H なる磁場之強度ある處に、棒狀磁性體を置けば其兩端に感應磁氣を生ずるが故に、其磁性體内部の一



第四百三圖

點 P に於ける磁場之強度 h は、磁力線 H の外に感應磁氣に基因する $-H'$ の代數和なるべし。而して此磁性體の透過度を μ とすれば、 h は單位正磁極に働く磁力にて $h = \sum \frac{m}{\mu r^2}$ なり。

次に P を含みて此磁場に垂直に薄き空隙を作れば、其空隙の兩壁にも亦 $\pm I$ なる感應磁氣を生ずべし。而して

$$\frac{I}{h} = k$$

を帶磁率或は磁氣係數と稱す。今若し單位體積の代りに單位質量に就て言ふとき、其磁性體の密度を ρ とすれば

$$x = \frac{k}{\rho}$$

なり。之を比帶磁率と稱す。

此空隙内なる P 點に於ける磁場の強度を B とすれば、 B は感應磁氣 I に基因する強度 $4\pi I$ と、 h との和なる故に

$$B = h + 4\pi I = h(1 + 4\pi k)$$

なり。之を磁氣感應度と稱す。

然るに空隙内に於て、單位正磁極に働く力は $B = \sum \frac{m}{r^2}$ ならざるべからず。従て

$$B = \mu h$$

なる關係あり。故に是等兩式を比較すれば

$$\mu = 1 + 4\pi k$$

を得べし。是は透過度と帶磁率との關係にて主要なる性質なり。

P 點に於ける磁場の強度 h とは其附近の状況を其儘にして、單に P 點附近が空隙なりと假想せる場合に、 P 點に置かれたる單位磁極に働くべき磁力を示し、磁氣感應度 B は、 P 點附近を空隙とせるとき、實際其兩側に起るべき變化をも含めて、 P 點に置かれたる單位磁極に働くべき磁力を示す。従て P 點附近に作るべき空隙の形狀に大關係あるが故に、此空隙は必ず磁

場の方向には無限小にて、是れと直角なる方向には非常大なる者なりとす。

磁場が何物をも含まざる物理的空間なる場合には、 μ と B とは同一なり。然らざる場合に於ても、 μ が一般に大ならざるが故に、殆ど其差を見ず。例へば酸素の場合には $\mu=1.0000015$ なるを以て、捲線の内部が真空なる場合よりも、酸素を入れるれば、其外部の磁場は 1.0000015 倍強くなるべし。

蒼鉛の場合には、 $\mu=0.99983$ なる故に、却て弱くなる。蓋し在來の磁場に反對する方向に附磁せらるる故なり。

μ の最大値は鐵に於て $5000-10000$ にてニッケルにては 300 位なり。

第二百九十九節 磁性體に関する假説

帯磁せる物體を碎けば、其各部は凡て帯磁し居るを見る。従て物質之磁性は、其各分子内にあるものと認めざるべからず。換言すれば、各分子は凡て一個の小磁石なり。然れども、一般には各分子の磁氣軸は各方向に一樣に配布され居る故に、團體として磁力を示さざるのみ。若し何等乎の理由により、多數の分子が一定の方向に向へば、直に磁性を呈す。従て斯かる物體を磁場に置けば、分子の軸は次第に磁場の方向に一致

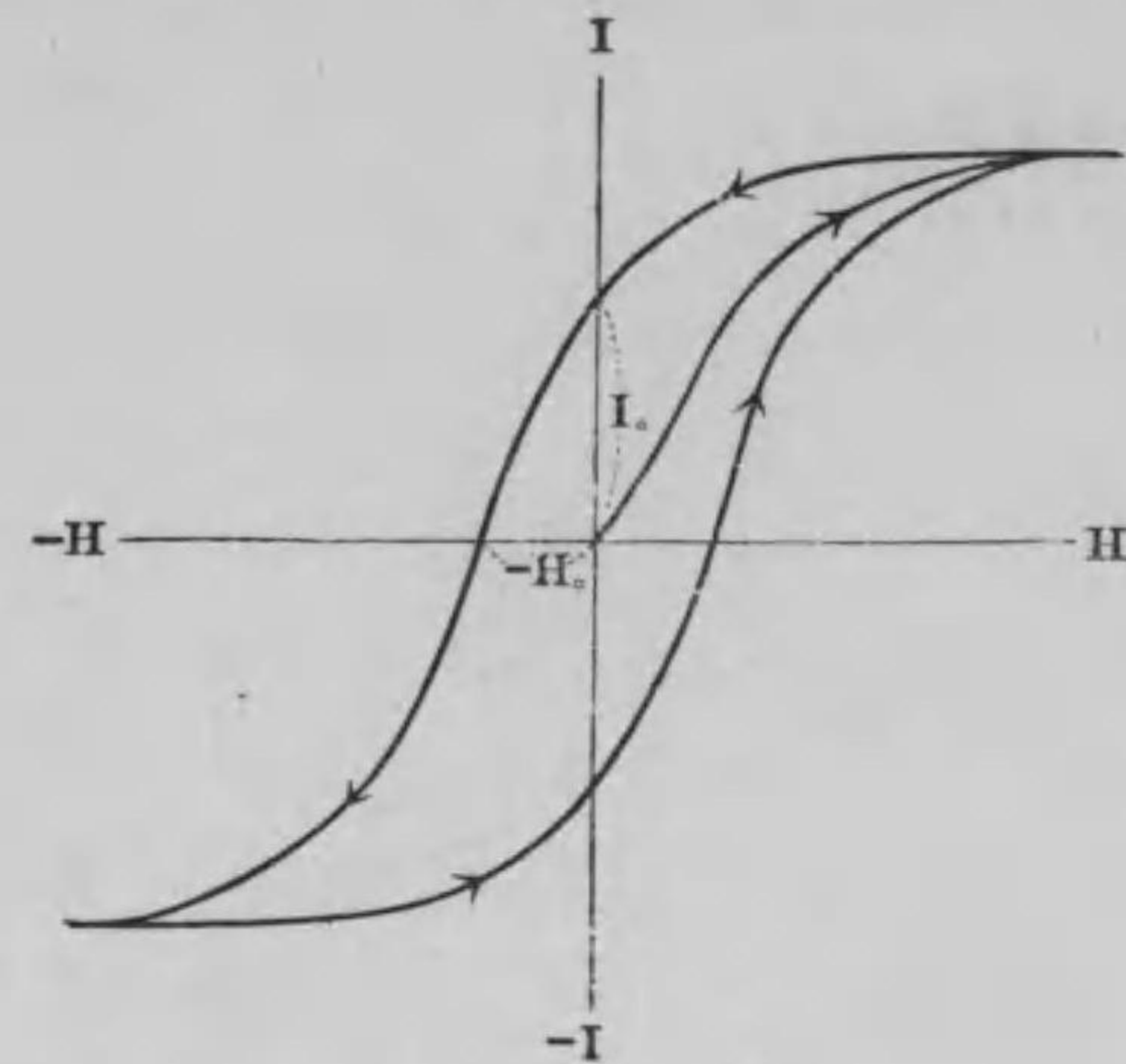
する故に、所謂帯磁の現象を生ず。

然れども分子相互の同名極間に斥力ある故に、之を一定方向に向くるには大なる外力を要するのみならず、各物體が有し得べき磁氣量は一定にて、次第に此値に近似すべし。鐵に於ては約 1700 にて、ニッケルにては 480 位なり。又熱は分子運動を助くる故に、溫度を増加すれば、帯磁し易くなるも、又之を失ひ易く、一定溫度以上に達すれば帯磁し得ざるに到るべし。

第三百節 磁氣履歴曲線 分子の排列を変更すれば、其體積を變ずる場合ある故に、帯磁に依て物體の體積變化することあり。又甲配列より乙配列に變化するには、其中途に於て不安定の位置を通過するが故に、磁場を取り去るも全く元状態に復歸するものにあらず。

例へば、磁場の強度 H なるとき帯磁之強度を I とし、 $H=0$ より次第に増せば、 $I=0$ より H に連れて増加するも、 H を減じて再び $H=0$ のときに、 $I=I_0$ にて零とならず、之を殘磁氣と云ふ。最大帯磁之強度 I_m にて殘磁氣 I_0 ならば、 $\frac{I_0}{I_m}$ は保存率を示す者にて、九割以上に達する者あり。

殘磁氣を皆無にするには、更に反對の磁場 $-H_0$ を作用せしむるを要す。 H_0 の大小は其擊着力の強弱を示



第四百四圖

す者にて、此力の大きなる者は残磁氣を容易に失はず。斯かる帯磁體を永久磁石と稱す。鐵は保存率大なるも摯着力弱く、鋼は之に反す。

磁場之強度 H を正負交互に増減すれば、圖の如き閉曲線を得べし、之を磁氣履歴曲線と云ふ。斯かる閉曲線が多少の面積を包むは、其再歸業作が戻逆的にあらざるを示すものにて、熱機關之場合に於ける如く、消費されたるエネルギーの多少を代表する者なり。

今帯磁之強度 I にて長さ l 、正切口 S なる小磁性體ありとし、之を H なる磁場より $H+dH$ の磁場に移したりとせば、帯磁之強度は I より $I+dI$ となるべし。

負極 A に於ける磁位は $-\Omega_1$ にて、正極 B に於ける磁位を Ω_2 なりとすれば、磁性體の有するエネルギーは

$$-IS\Omega_1 + IS\Omega_2 = IS(\Omega_2 - \Omega_1) = -ISlH$$

なり。若し之が $I+dI$ に増加したりとすれば

$$-HS(I+dI)$$

と變ずべし。従て $HSdI$ 丈エネルギーを減ず。

此際に磁場之強度 H が恒數に非ずして、 H より $H+dH$ に變りたるが故に、實際は $HSdI$ と $(H+dH)Sl dI$ との中間にあるなり。然れども、 $Sl dI dH$ なる二次の微少量を省略すれば、 $HSdI$ と看做し得べし。然るに、 Sl は磁性體の體積なる故に、其單位體積毎に、 HdI 丈のエネルギーを失ひたる筈なり。従て一回の再歸業作に就て言へば、 $\int HdI$ なるべし。此エネルギーは熱に變化せるものなること勿論なり。

此積分を遂行するには H と I との関係即ち $H=f(I)$ に於て f の形を知るを要す。

第三百一節 磁力線之屈折 今 P, Q を兩媒質の境界面に近き二點なりとせん、 P と Q とに於ける磁場之強度の差は、單に其境界面に帯磁するに基くものなり。然るに此磁氣に基因する磁力線は、此面に垂直なるが故に、界面に平行なる分力を有せず。従て P と Q とに於て界面に平行なる分力は相等し。

電力線の場合(第二百八十七節)に於ける如く,磁気線の場合に於ても,其屈折の法則を計算するを得べし.

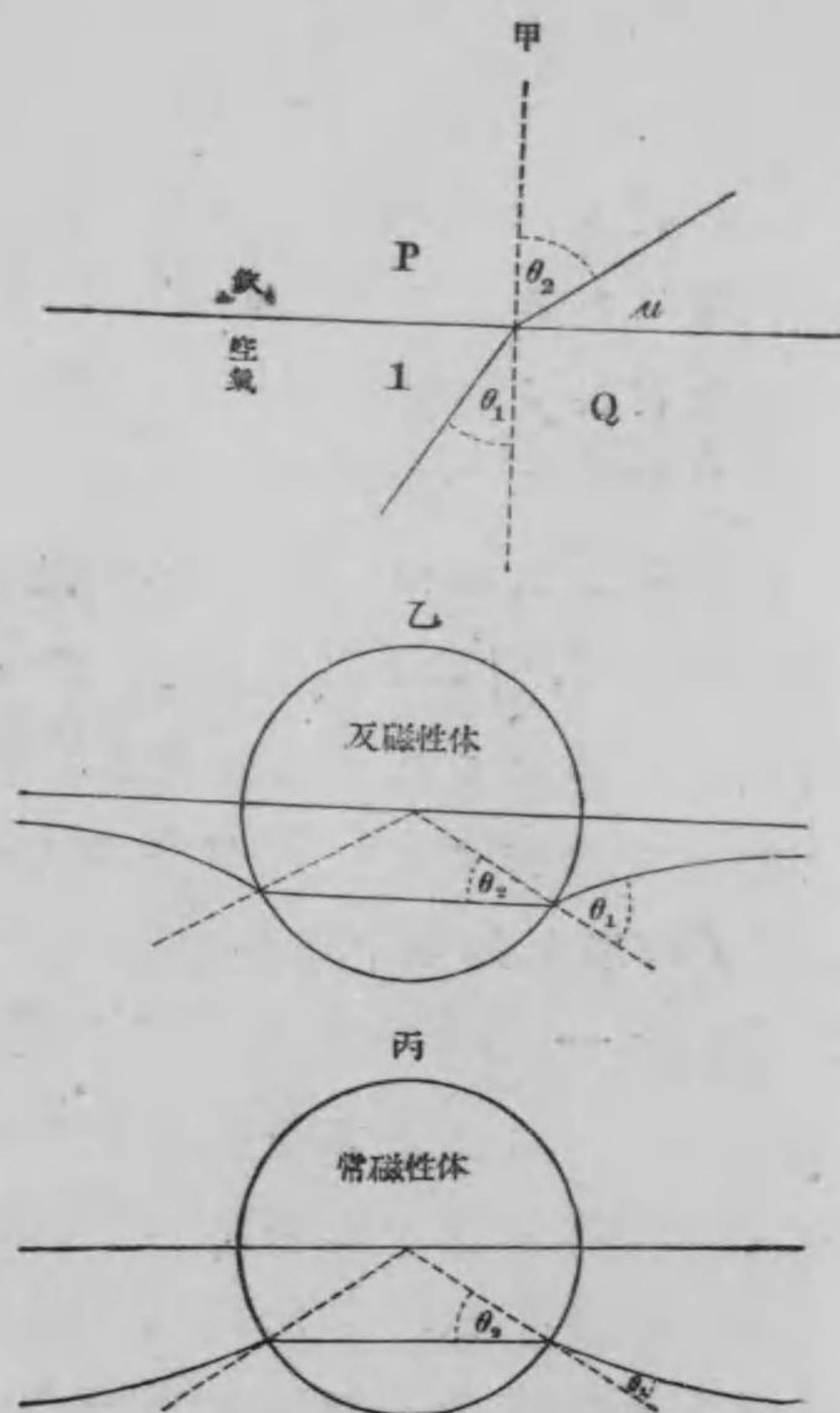
$$\frac{\tan\theta_1}{1} = \frac{\tan\theta_2}{\mu} \quad \text{即ち } \mu \tan\theta_1 = \tan\theta_2$$

従て,鐵より空氣に入れば, μ は一より大なる故に, θ_1 は θ_2 より小なり.

反磁性體にては μ が一より小なる故に, 之と反對なり.

μ の非常に大なる者は, 電氣の場合に於ける導體の如く, 多少磁氣の作用を遮ぎることを得るも, μ は無限大に非ざるが故に, 全く之を遮斷すること能はず.

半径 a, b な

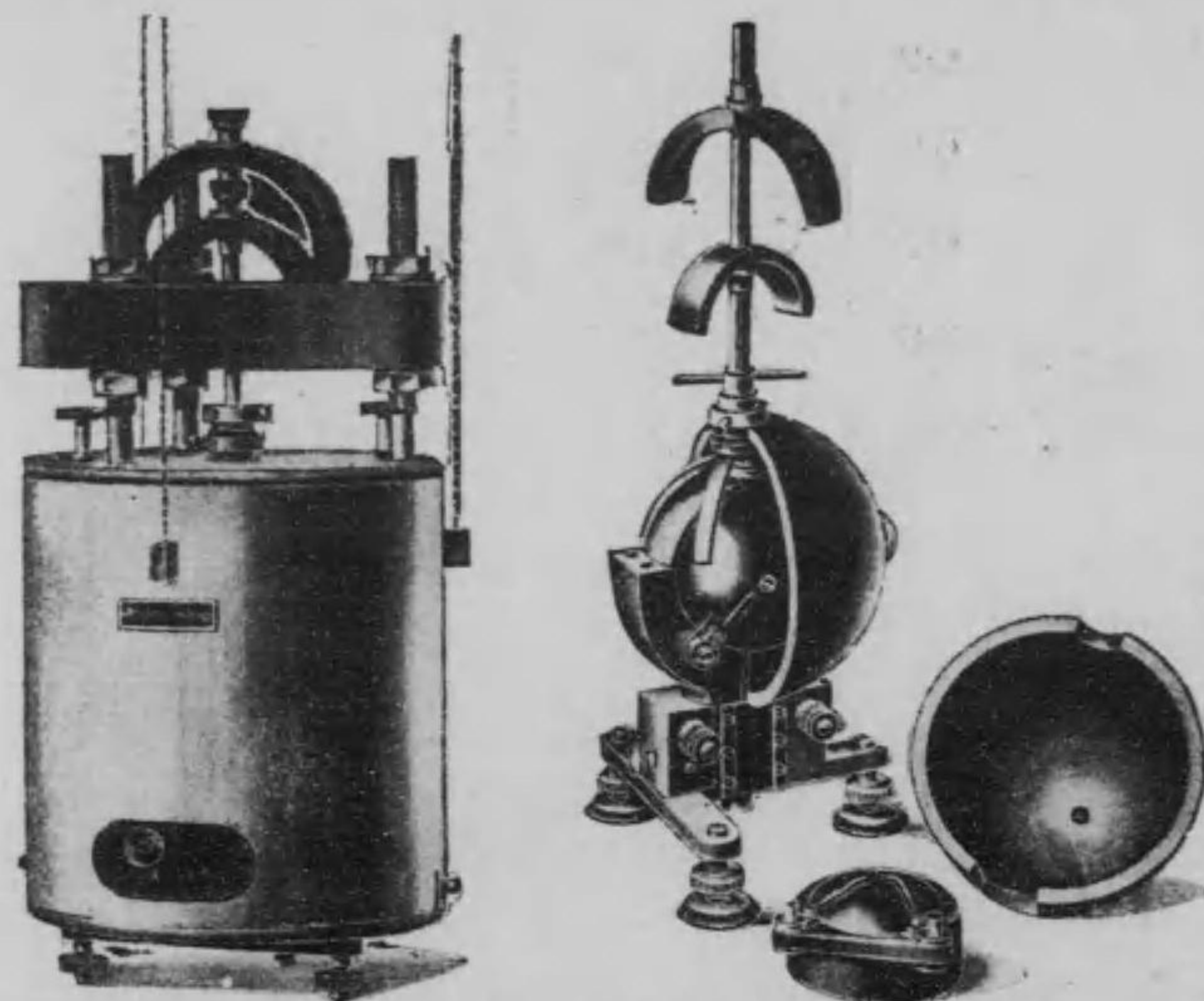


第四百五圖

る鐵球の内空に於ける磁場之強度は

$$H' = \frac{H}{1 + \frac{2}{9}\mu\left(1 - \frac{a^3}{b^3}\right)}$$

なる故に, 電流計の磁針を鐵球にて包めば外界の磁気作用を軽減することを得べし. 斯かる者を装甲電流計と稱す.



第四百六圖

例へば, 次表に明なる如く, $\mu=1000$ なる鐵にて, 内空の半径と等しき厚さの球殻を作れば, 其内空に於ける磁場は外界の百九十五分之一に過ぎず. 従て電流計の外部を鐵球にて包めば, 外界に於ける磁場の影響を

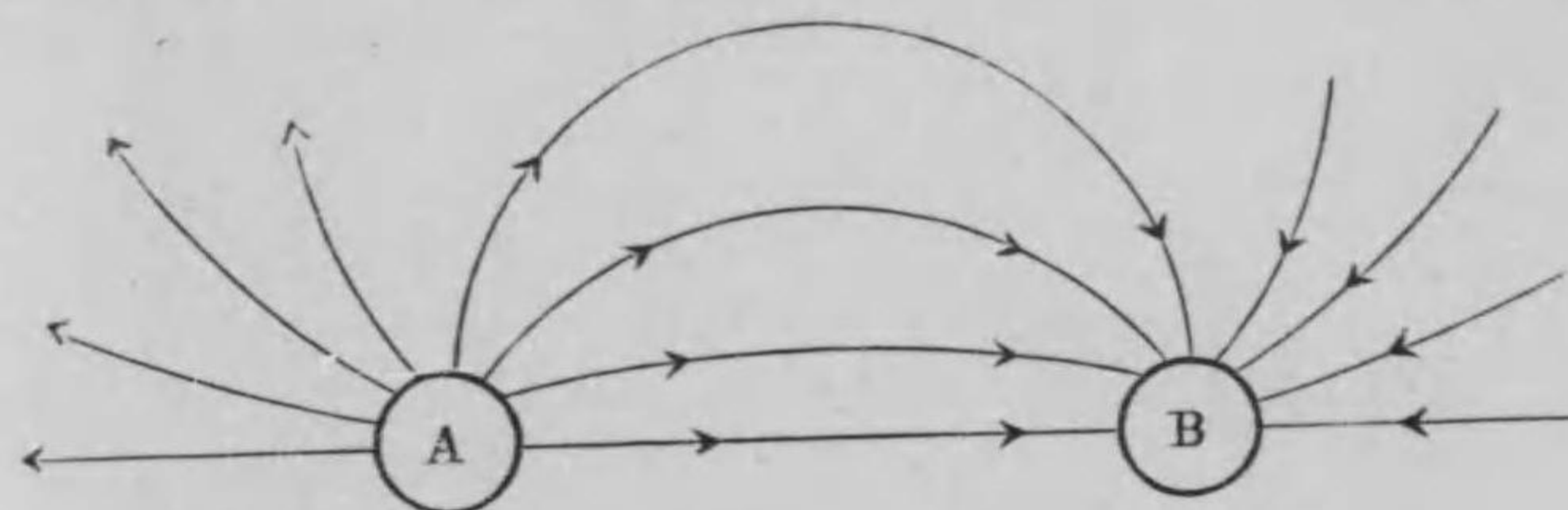
除く事を得べし。装甲電流計は此理に依て考案せられたる者なり。

| $\frac{a}{b}$ | $\frac{H'}{H}$ | |
|---------------|----------------|-----------|
| | $\mu=1000$ | $\mu=100$ |
| 0.99 | 3/23 | 9/15 |
| 0.9 | 1/67 | 1/7 |
| 0.8 | 1/109 | 1/12 |
| 0.7 | 1/146 | 1/15 |
| 0.6 | 1/175 | 1/18 |
| 0.5 | 1/195 | 1/20 |

第三十一章

電 流

第三百二節 電流 今 A, B が正及負に帯電されたる物體なりとすれば、其周圍なる電媒質中に電氣變位ありて、其方向は A より B に向ふ。而して、其



正 第四百七圖

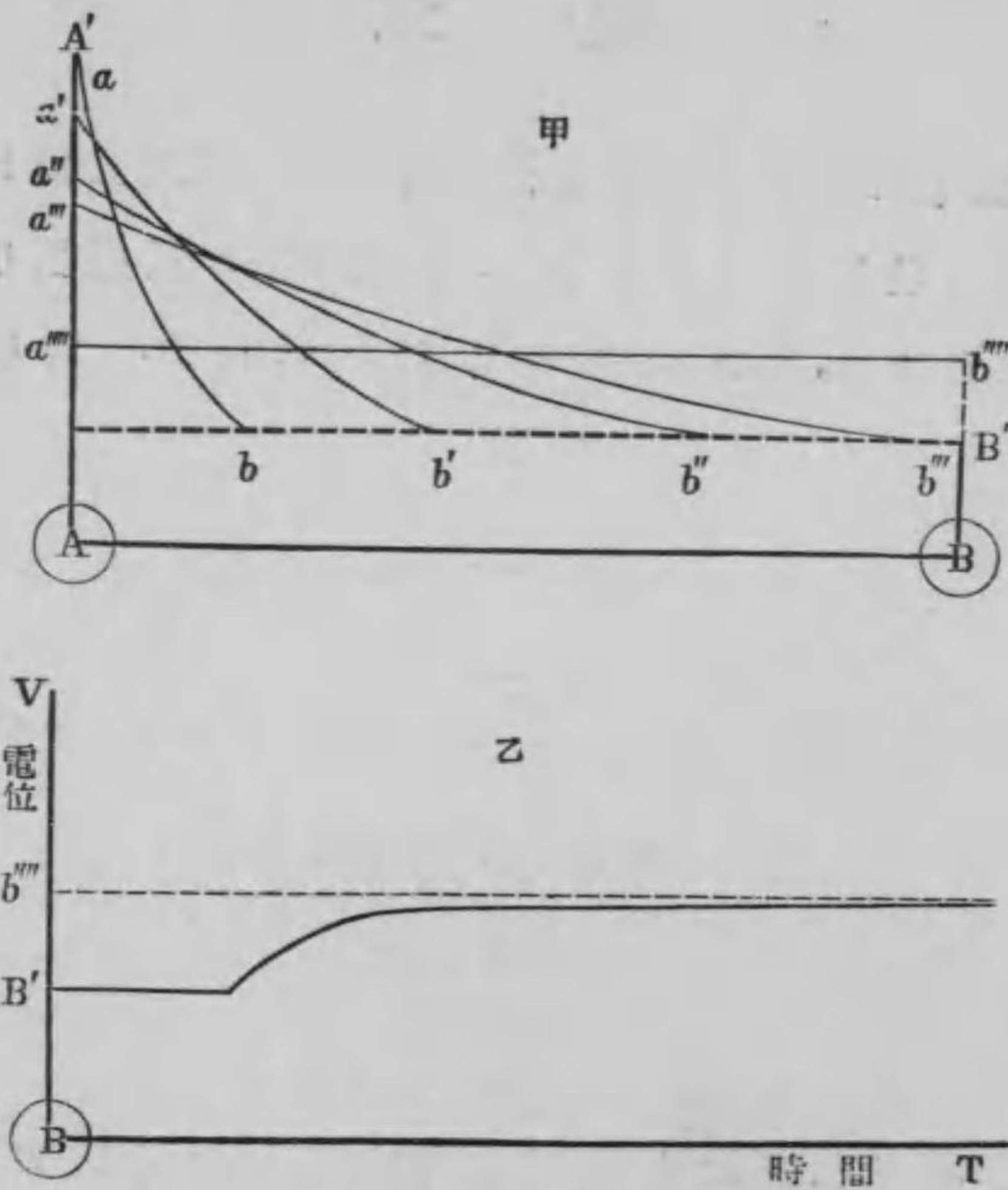
電力線に垂直なる單位面積毎に、

$$\frac{KR^2}{8\pi}$$

なる張力働き、之に直角なる方向に同量の壓力働き居るなり。

此の電氣變位を元に戻さんとする特性ある者は所謂電媒質にて、然らざる者は導體なり。従て、若し此兩帯電體を連結するに一條の針金を以てすれば、電氣變

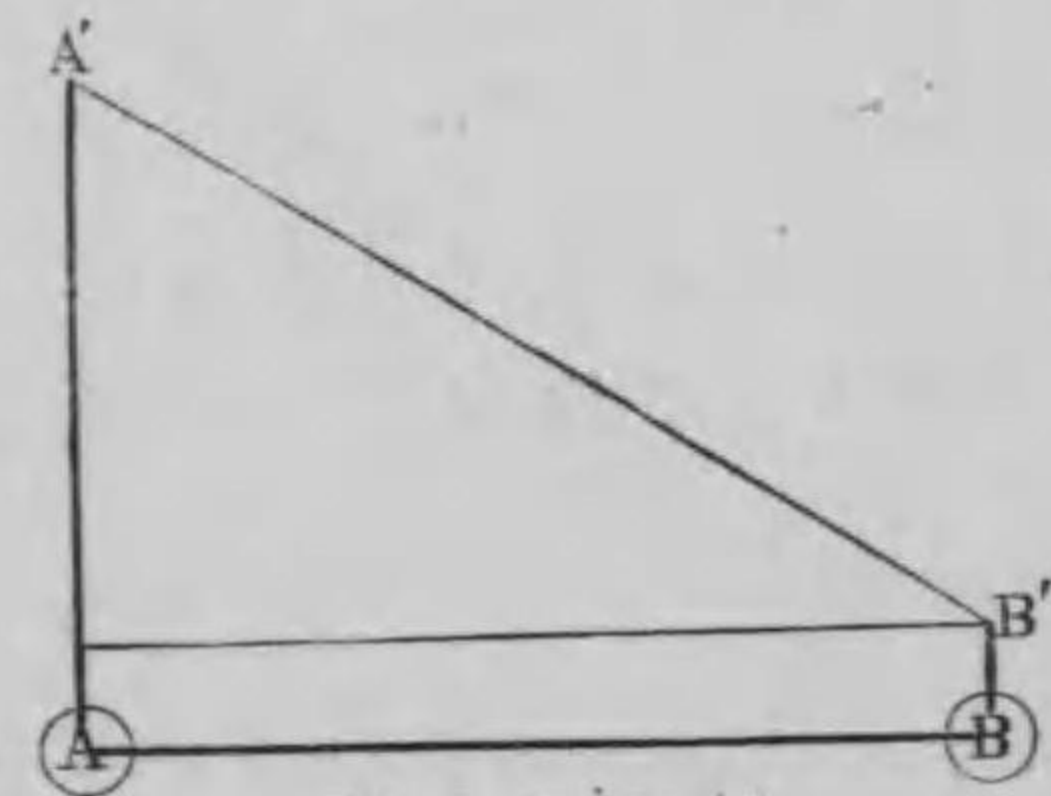
位は此導體に沿うて崩る。換言すれば、茲に其張力並に壓力を失ふが故に、附近の電力線は茲に向て集合する爲に所謂電流なる現象を呈し、竟に其電氣變位は消失す。



第四百八圖

A と B とに於ける電位が、初に A', B', の如くなる者を結びたりとすれば、 $ab, a'b', \dots, a''b''$ となりて、次第に B' が高まり、 $a'''b'''$ に至りて靜止するなり。

從て、連結後 B に於ける電位の變化は初に零にて、次に急に増加し、後には近似的に一定値に達すること乙圖の如し。而して、連結してより先方に達する迄に要する時間は、其導體の容量に關係すること勿論にて、通常實驗室にて使用する針金にては、此時間を省略し得るも、海底電信線の如きは、其距離遠きのみならず、單位長さに対する容量も亦大なるが故に、B に於て認め得べき電位差を生ずる迄には可なりの時間を要す。大西洋の海底電線にては、五分之一秒にて最大量の十分之一に達し、十分之九に達するに百八秒を要すと言ふ。此事實は通信速度即ち一分間に通信し得る字數を大に制限す。AB の電位を一定に持續する場合には、或時間の後には A'B' なる形にて不變状態に達し、一樣なる電流を生ず。



第四百九圖

第三百三節 オーム之法則 電子說に從

て電流現象を説明せんに、物質内の正電氣に束縛せられずして、自由に逸出し得る電子を有する者が、電導體なることは既に論ぜり。今斯かる電導體が電媒質内

に在りて、電場の作用を受くるときは、自由電子は電場内にて變位し、新に反對の電場を作り、兩者の合成が零なるに到りて平衡すべし。然れども、若し何等乎の手段に依て、此電導體内の電場を一定量に持續し得たる場合には、電子は絶えず其電導體内を一方より他方に流るべし。之を電流と稱す。

電子数が單位體積毎に N 個あり、其荷電量 e にて任意點に於ける速度 v なりとすれば、其單位面積を單位時間に通過する電氣量は evN なり。

氣體論に於て論ぜる如く、分子の平均運動エネルギーは其物體の絶對溫度に比例し、同一物體內に幾多分子の種類ありとすれば、各種の分子が有する平均エネルギーは相等し。今、電子も亦分子と同様の者にて、互に運動し衝突する者なりと看做すべし。

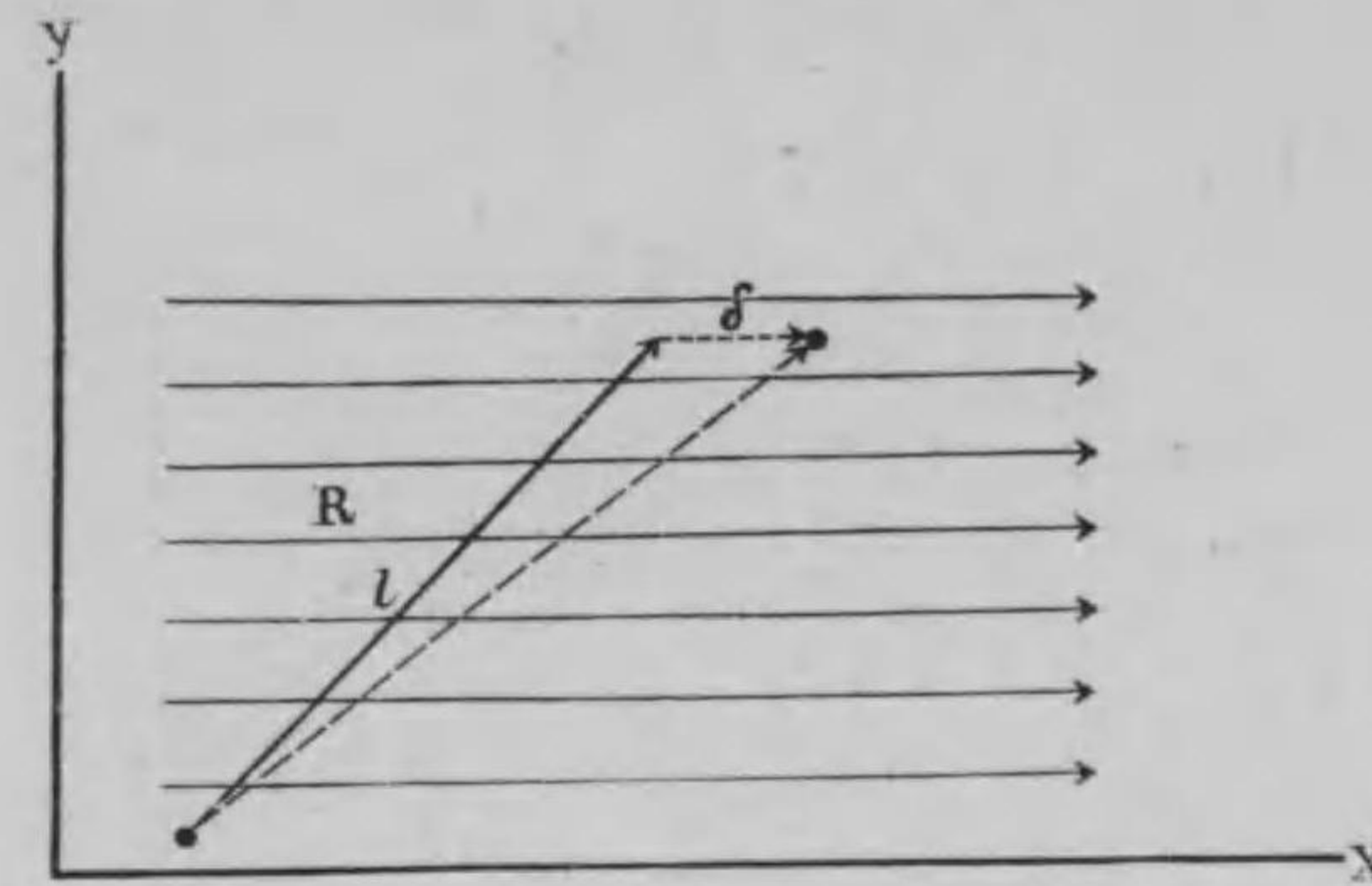
電子の平均速度 u にて、其質量 m_0 ならば

$$\frac{1}{2}m_0u^2 = CT$$

なりとす。電動體内の電場の強度 X にて、相續いて起る二衝突間の平均時間 t ならば、其間に電場の爲に ae/m_0 なる加速度に働かれ、電場の方向に

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{Xe}{m_0} t^2$$

丈運動すべきも、若し此距離が平均自由行程 l に比し



第四百十圖

て小ならば、 t は電場の有無に依て多大の影響を受けざるべし。然れども、電子運動系は全體として、電場の方向に次第に進行する如き結果を生ずるのみ。

今其速度を v とすれば、 t 時間に δ 丈流れたるに依り

$$v = \frac{\delta}{t} = \frac{1}{2} \frac{Xe}{m_0} \frac{t^2}{t} = \frac{Xet}{2m_0}$$

なるに、 $l = ut$ なる關係あるを以て、

$$v = \frac{leX}{2m_0u}$$

なり、故に電流密度は

$$evN = \frac{e^2Nl}{2m_0u} X = \frac{e^2Nlu}{2m_0u^2} X = -\frac{e^2Nlu}{4CT} \cdot \frac{dV}{dx}$$

なり。

従て、此場合に於ける比電導率は

$$\frac{1}{r} = \frac{e^2 N l u}{4 C T}$$

にて、其逆数なる比抵抗は、

$$r = \frac{4 C}{e^2 N l u} T$$

なり。或は

$$l = \frac{1}{N \pi \sigma^2}, \quad u = \sqrt{\frac{2 C T}{m_0}}$$

なる故に

$$r = \frac{4 C N \pi \sigma^2}{e^2 N \sqrt{2 C T}} \sqrt{m_0} T$$

$$r = \frac{\pi \sigma^2}{e^2} \sqrt{8 C m_0} T$$

なり。故に $N l u$ が温度の變化に際し不変ならば、 $T = 273 + \theta$ として

$$r = r_0 (1 + \alpha \theta),$$

即ち、抵抗は温度と共に増加し、其係数は氣體の膨脹係数と同一なるべく、若し又電子の半径が不変なりとすれば、

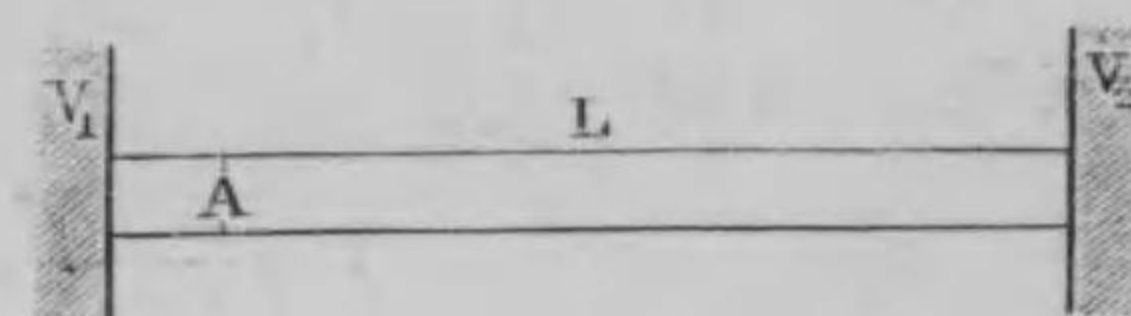
$$r = r_0 \sqrt{(1 + \alpha \theta)} \doteq r_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \alpha \theta \right\}$$

にて、其半數に等しかるべし。實驗の結果は次の如し。

| | 比抵抗 | 比抵抗之温度係數 |
|---------|--|----------------------|
| 銅 | 1.7×10^{-6} (σ - ρ) | 4.0×10^{-3} |
| 鐵 | 9—15 | 2—6 |
| コンスタンタン | 49 | -0.03—+0.05 |
| マンガニン | 42 | -0.03—+0.03 |

比電気抵抗 r が \sqrt{T} に比例することは、純粹の金屬にありては事實なり。

導體の全長 L 、其正切口の面積 A にて、其兩端に於ける電位が V_2 及 V_1 ならば、此導體の正切口を單位時間に流るる電氣量は



第四百十一圖

なり。

$$e v N \cdot A = - \frac{dV}{dx} \cdot \frac{A}{r} = \frac{V_2 - V_1}{L} \cdot \frac{A}{r}$$

なり。

單位時間に流るる電氣量、即ち電流之強度を i とし、電位差を V とすれば

$$i = \frac{V}{Lr} \frac{A}{A}$$

なり。依て

$$\frac{Lr}{A} = R$$

を此導體の電気抵抗とすれば

$$i = \frac{V}{R}$$

なり。之をオーム之法則と云ふ。又 R は同一種の導體にありては、其長さ L に比例し、其正切口面積 A に逆比例するを知る。

此 i は静電單位にて測りたるものなるが、之を電磁

単位にて C とすれば

$$C = \frac{i}{(\text{光の速度})}$$

にて電位も亦

$$V = \frac{V'}{(\text{光の速度})}$$

なる関係あり。従て

$$C = \frac{V'}{R(\text{光の速度})^2}, \quad R' = R \times (\text{光の速度})^2$$

と置けば,

$$C = \frac{V'}{R'}$$

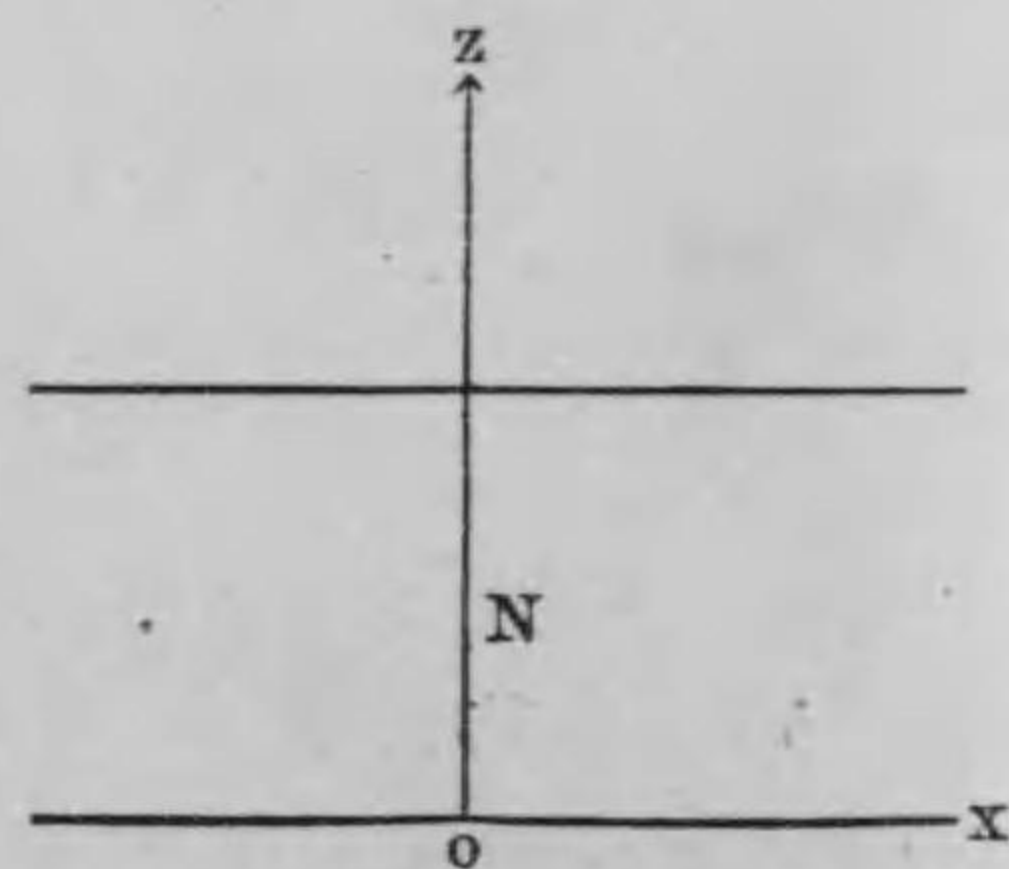
となるべし。

第三百四節 接觸面に於ける動電力

各種の金属分子は凡て自由電子を有すと雖も、其數に於て多少の差あり。従て二種の金属を接觸せしむれば、電子の多き金属よ

り少き金属に向て移り。爲に前者は正に後者は負に帯電すべし。

電子の數 N は基點よりの距離 z のみの函数なりとし、 z 層に單位面積を考ふるに、之を上よ



第四百十二圖

り下に通過する電子と、下より上に通過する電子とあり。今下より上に通る者の内、 θ と $\theta+d\theta$ 間の傾きを以て來る者の數は、單位體積毎に

$$\frac{N \sin\theta d\theta}{2}$$

なり。而して其速度を u とすれば、 $u \cos\theta$ なる體積を有する圓錐内にある凡ての分子は、單位時間内に z 層を通過すべし。従て、

$$d\mathfrak{N}_\theta = \frac{Nu \sin\theta \cos\theta d\theta}{2}$$

なり。

然るに、單位體積中にある電子數 N は z の函数なるが、 z 層を通過する電子は、最後の衝突後平均 l の距離を運動せりとすれば、衝突點に於ける電子數は

$$N = N_{(z-l\cos\theta)} = N_{(z)} - \frac{dN}{dz} l \cos\theta$$

なり。故に

$$\mathfrak{N}_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{u \sin\theta \cos\theta d\theta}{2} \left\{ N_{(z)} - \frac{dN_{(z)}}{dz} l \cos\theta \right\}$$

即ち

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{u}{4} N_{(z)} - \frac{ul}{6} \frac{dN_{(z)}}{dz}$$

なり。同様に、上方より下方に通る者は

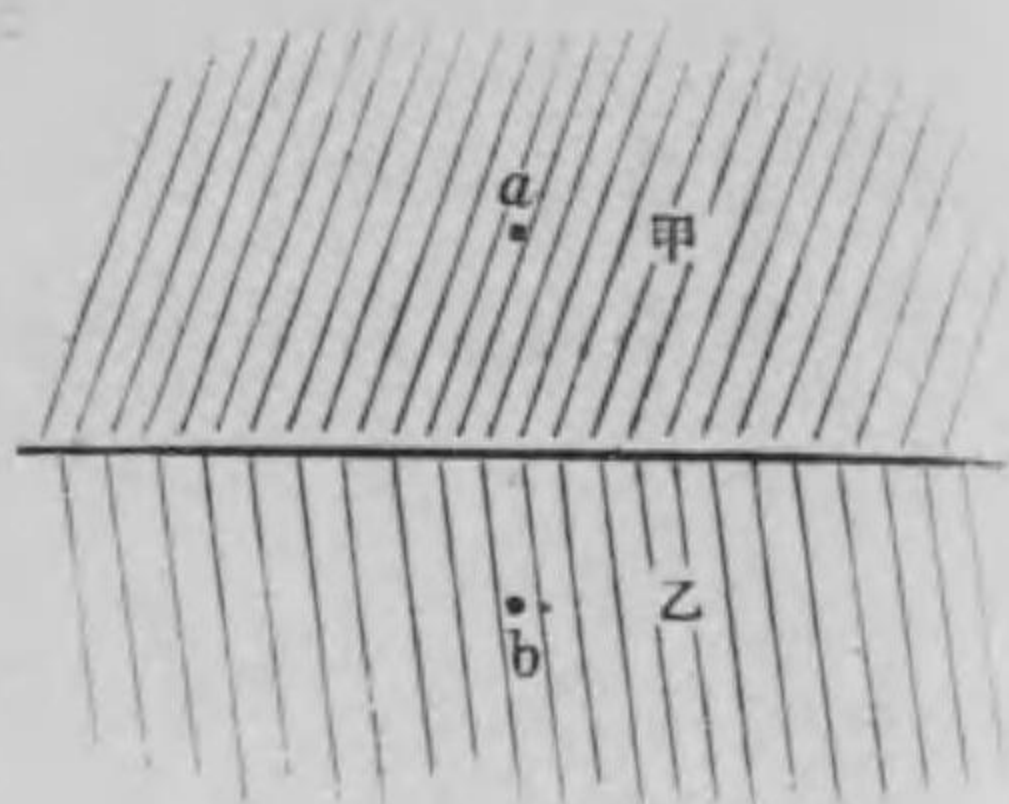
$$\mathfrak{N}_2 = \frac{u}{4} N_{(z)} + \frac{ul}{6} \frac{dN_{(z)}}{dz}$$

なり。依て、其差

$$\mathfrak{R} = \frac{ul}{3} \frac{dN_{(z)}}{dz}$$

は、上部より下部に来る電子の超過数なり。

次に或電子数が上方より下方に移りたる後平衡状態に歸したりとし、其電場の強度を X とすれば、其爲に電子が此境界面を通過する数は、単位面積毎に vN にて



第四百十三圖

$$v = \frac{Xet}{2m_0} = \frac{Xelu}{4CT}$$

なり。而して、 $\mathfrak{R} = vN$ なるときに平衡する筈なる故に、

$$X = \frac{4}{3} \frac{C}{e} T \frac{d}{dz} \log N.$$

となる。

今 a 及 b 點に於ては、接觸の影響省略し得るものとすれば、其間の電位差即ち動電力は

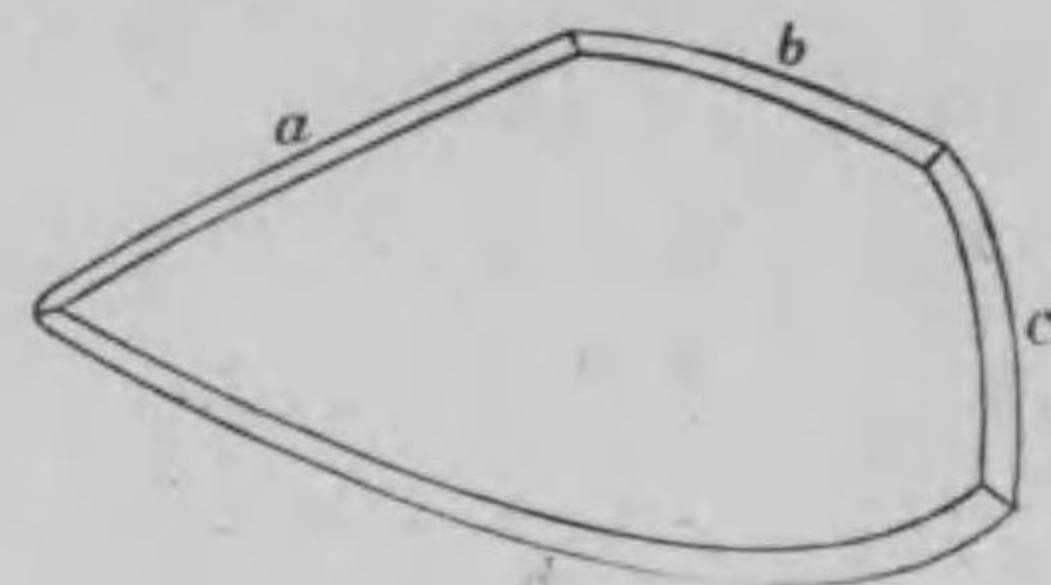
$$V_{ab} = \int_a^b X dz = \frac{4}{3} \frac{C}{e} T \log \frac{N_a}{N_b}$$

にて與へらる。

若し三種の金屬を順次に接続すれば、

$$\begin{aligned} V_{ab} + V_{bc} &= \frac{4}{3} \frac{C}{e} T \left\{ \log \frac{N_a}{N_b} + \log \frac{N_b}{N_c} \right\} \\ &= \frac{4}{3} \frac{C}{e} T \log \frac{N_a}{N_c} = V_{ac} \end{aligned}$$

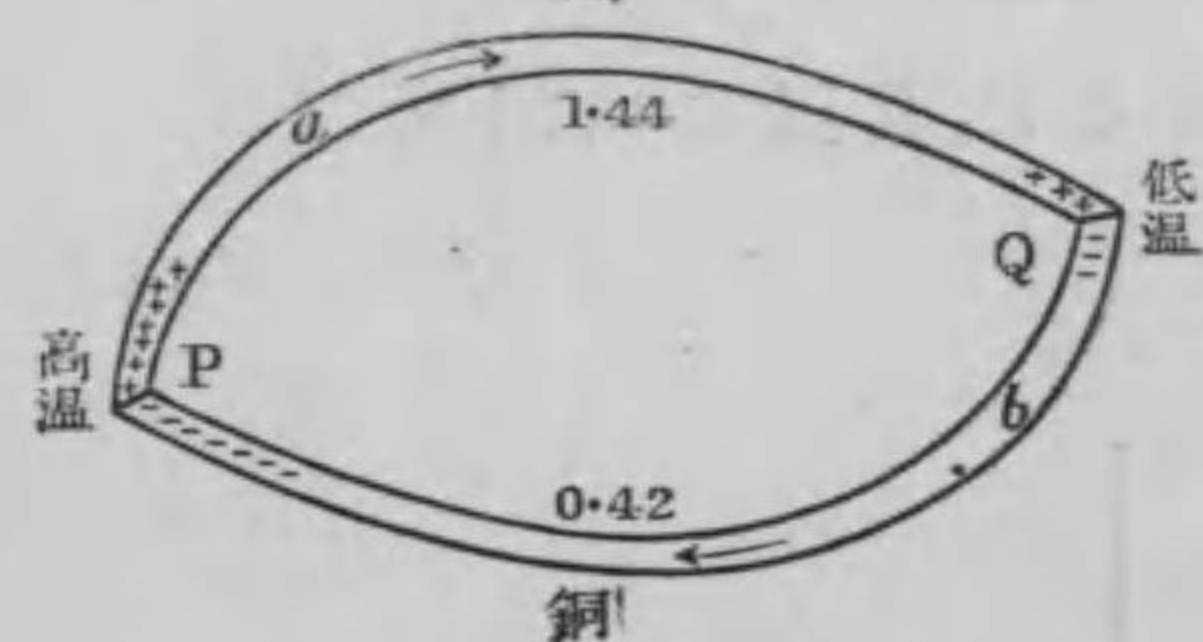
即ち、兩端の金屬を直接に接続せる場合と同一なり。従て、各種の金屬にて輪道を作るとも、電流を生ずること無し。



第四百十四圖

第三百五節 熱電流 今 a, b 二種の金屬が P, Q 二點に於て接続されたる場合に於て、溫度が同一ならば、電流を生ぜざる事前節に説明せる

如くなるも、若し P, Q の溫度が T_P 及 T_Q ならば、其處に於ける動



第四百十五圖

電力は、 P 點に於て

$$V_P = \frac{4}{3} \frac{C}{e} T_P \log \frac{N_a}{N_b}$$

にて、 Q 點に於て

$$V_Q = \frac{4}{3} \frac{C}{e} T_Q \log \frac{N_a}{N_b}$$

なり。

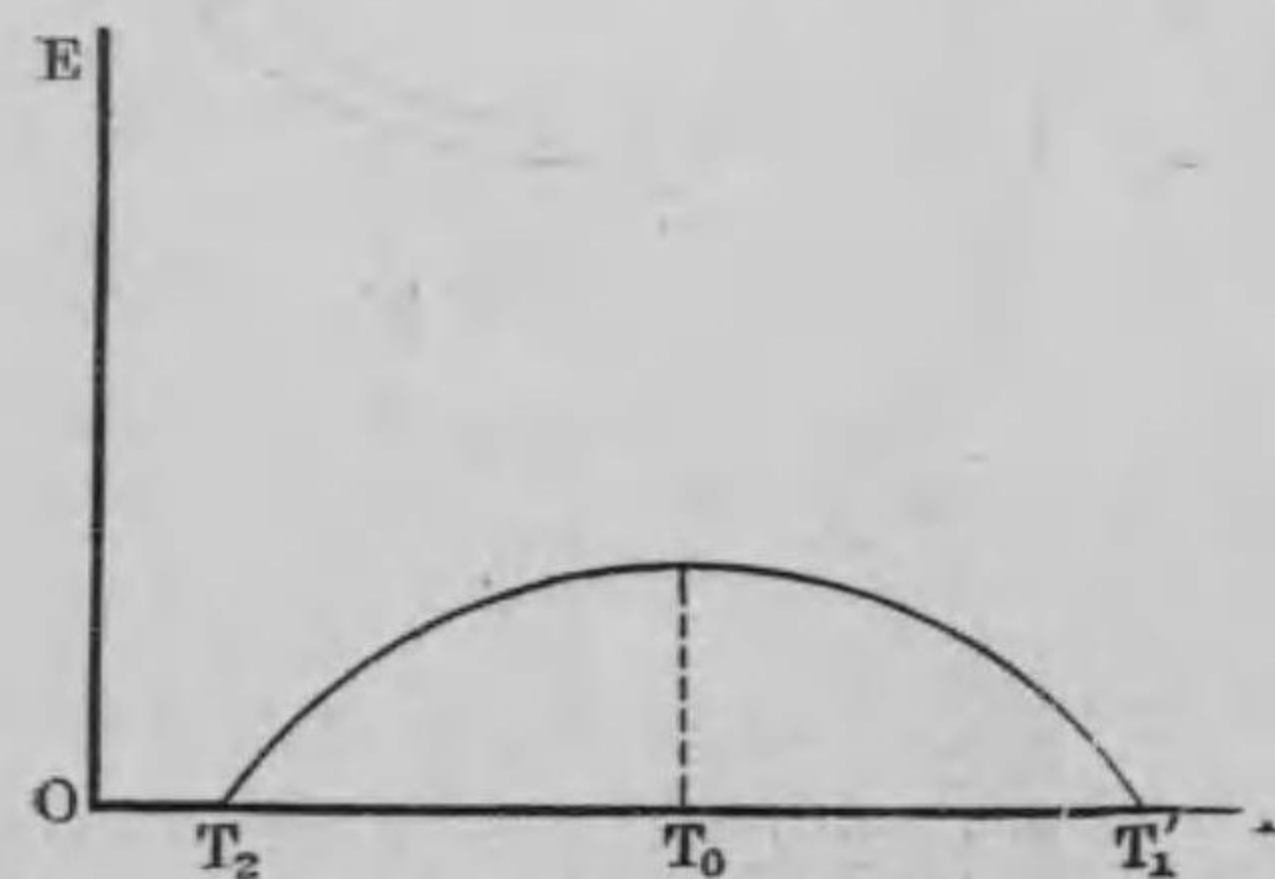
今 N_a が N_b より大なる場合を考ふれば、 V_P も V_Q も

共に a より b に向ふ。従て、 T_p と T_q との大小に由て其合成の方向は決定さるべく、若し T_p が T_q より大ならば V_p が V_q より大なる故に、 a 物質内にては P より Q に、従て P 點に於て b より a に、 Q 點に於ては a より b に電流を生ず。斯かる者を稱して熱電流と云ひ、其装置を熱電對と云ふ。

蒼鉛とアンチモニーとよりなる熱電對の多數を直列に連結せる者は温度の差少なるも、多大の動電力を生ずるが故に、幅射熱の如き微小なる熱量の變化を測定するに便なり。之を熱電堆と稱す。

低温度を一定し、高温度を増減して其熱電流を觀測するに、其強さは温度差に比例せずして、略ぼ

$$V = A(T_1 - T_2) + B(T_1 - T_2)^2$$



第四百十六圖

なる二次式にて表すことを得べし。

或は、 $T_1 - T_2 = T$ と置けば、

$$\frac{\partial V}{\partial T} = A + 2BT,$$

従て、 V の最大なる温度を T_0 とすれば、

$$A + 2B(T_0 - T_2) = 0, \quad T_0 = T_2 - \frac{A}{2B}$$

なり。此 T_0 を中性温度と稱す。

熱電流の起らざる温度 T_1' にては、

$$0 = A(T_1' - T_2) + B(T_1' - T_2)^2$$

なり。

故に、

$$T_1' = T_2 \quad \text{或は} \quad T_1' = T_2 - \frac{A}{B} = T_0 - \frac{A}{2B}$$

依て、

$$\frac{T_2 + T_1'}{2} = T_2 - \frac{A}{2B} = T_0,$$

即ち、動電力無き二温度の平均温度にて、動電力最大にて、温度が T_1' 以上に到れば、熱電流は其方向を變ず。此現象を熱電逆變と稱す。

第三百六節 ジャウル [JOULE] 之法則 電

導体内を電流が通ずる場合に、電場の強度を X とすれば、一回衝突してより次に衝突する迄の時間 t の間に、電子は電場の方向に δ 丈移動し $Xe\delta$ なる運動エネルギーを受け、此電子が分子に衝突すれば、分子の熱エネルギーが是丈増加すべし。

然るに單位時間に各電子は $\frac{1}{t}$ 回衝突する故に、單位體積内にある電子 N 個の總和を求むれば、其熱量は單位體積毎に

$$q = NXe \frac{\delta}{t} = NXev$$

$$q = \frac{Nlu^2}{4CT} X^2 = \sigma X^2$$

なり。長さ L , 切口面積 A , 電流強度 i , 動電力 V ならば

$$\sigma = \frac{1}{r}, \quad V = XL$$

$$R = \frac{L}{A\sigma}, \quad i = \frac{V}{R} = XL \cdot \frac{A\sigma}{L} = AX\sigma.$$

従て, 全熱量は

$$Q = q \cdot AL = \sigma X^2 AL = iV = i^2 R.$$

是れ所謂 **ジヤウル之法則** にて, 輪道内に発生する熱量は, 其抵抗並に電流之強度の自乗に依て與へらる。

第三百七節 ペルチエ [PELTIER] 効果

次に兩種の金屬の接續面に於て, 電位差 V' ありとすれば, 其處に於ける熱の発生は

$$Q' = i(V + V') = i^2 R + iV'$$

なるべし。従て, ジヤウル之法則に依る熱量 $i^2 R$ の外に, 接續點に於ては iV' なる熱量を発生す。

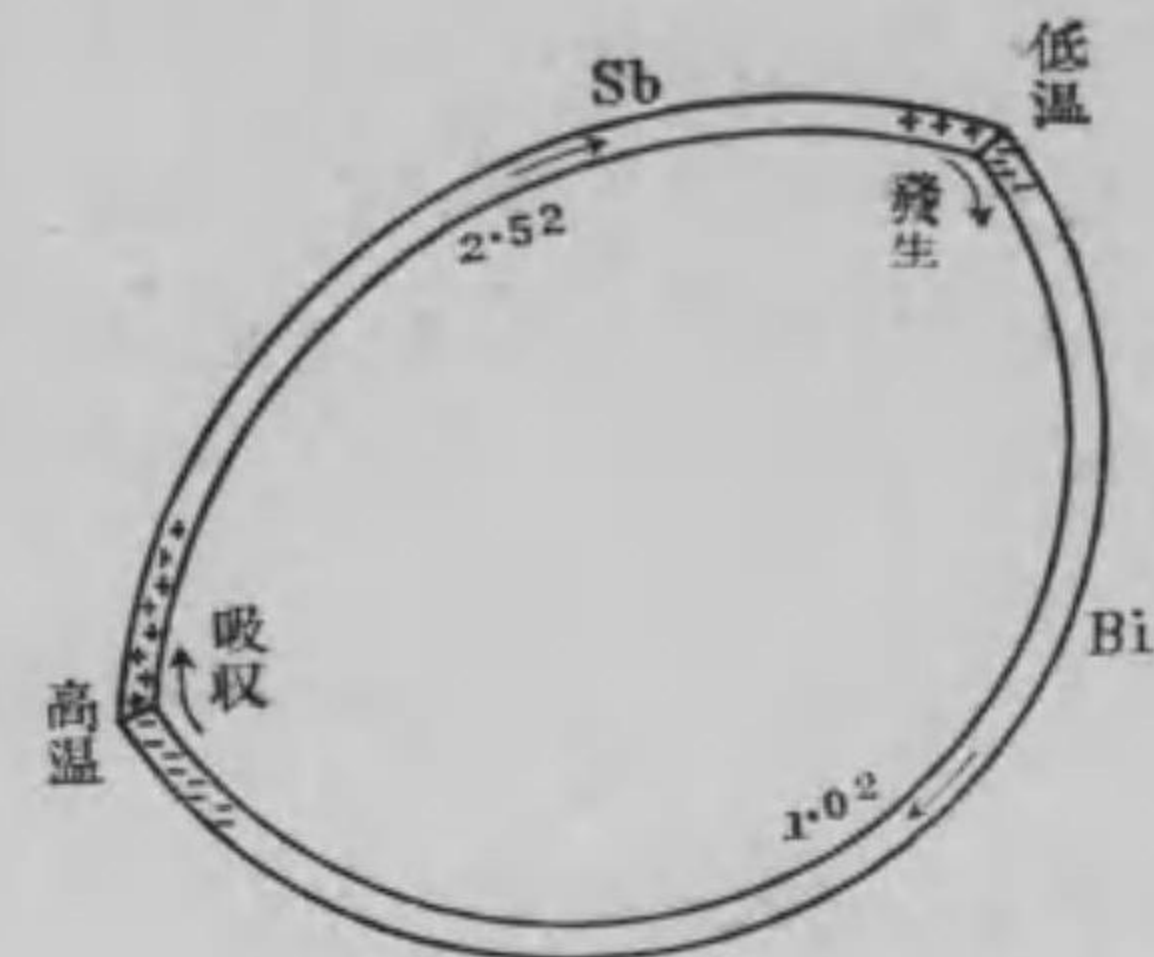
然るに, V' は與へられたる金屬にては其方向一定なる故に, 電流の方向を逆にすれば, 熱を吸収することとなる。例へば, アンチモニー

| | | |
|------|---------|------|
| | → 發生 | |
| 2.52 | Sb Bi | 1.02 |
| | ← 吸・收 | |

と蒼鉛との接續ならば, 電流がアンチモニーより蒼鉛に流る

るとき熱を発生し, 逆に蒼鉛よりアンチモニーに流るとき之を吸収す。此現象を **ペルチエ効果** と稱す。

此現象は温度の函数なる故に, 若し二種の金屬にて輪道を造

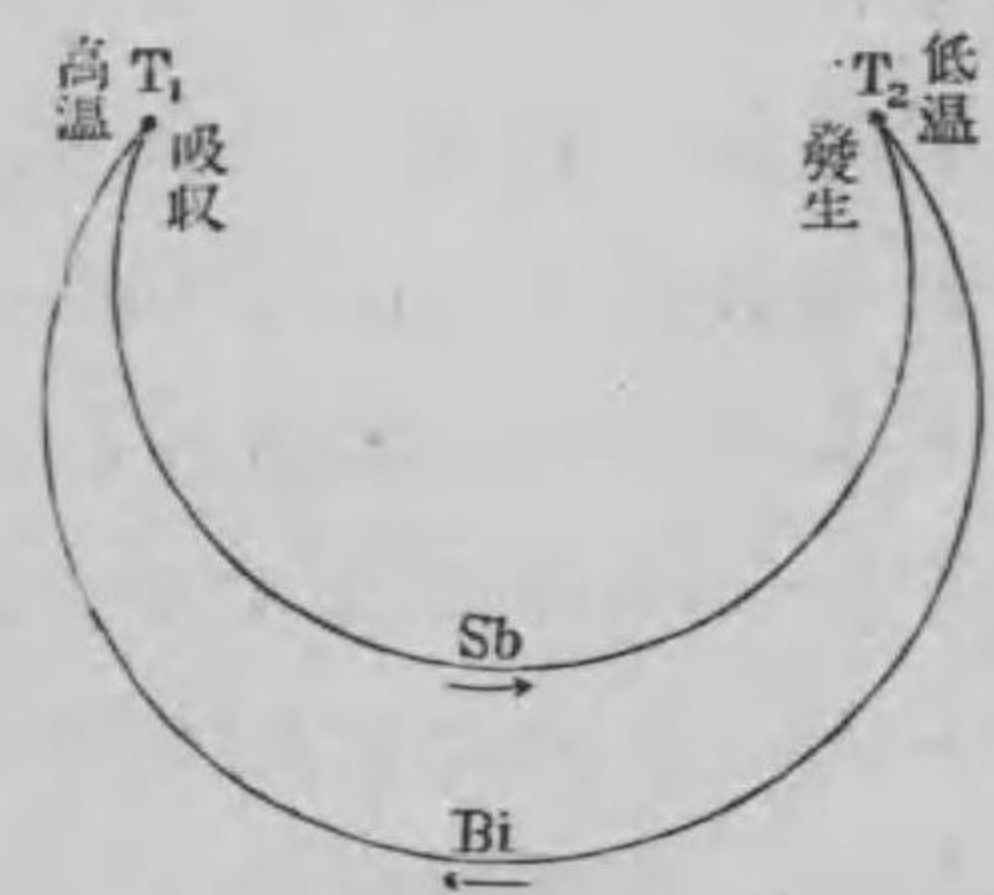


第四百十七圖

り, 其二個の接續點の温度に高低あらしむれば, 高温度の接續點に於て, 熱電流は蒼鉛よりアンチモニーに流るが是と同方向に電流を通すときは吸収する故に, 一般に, 熱電流と同方向の電流に依れば, 高温度の接續點は冷却し, 低温度の接續點は暖めらるることとなる。

蒼鉛とアンチモニーとより成る熱電對を考ふるに,

T_1 が T_2 より大ならば, 熱電流は矢の如く流るべし。然るに此電流が低温接續點を通過する際には, ペルチエ効果に依て熱を發し, 高温接續點にては之を吸収す。従て温度差を永續せしむるには高温部に熱



第四百十八圖

を與へ低温部を冷却するを要す。

與へたる熱を H_1 とし、捨つる熱を H_2 とすれば、 $H_1 - H_2$ 丈が電氣エネルギーに變化せる者にて、熱力學上の効率

$$E = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1}$$

なること勿論なり。若し然らずとすれば、これとカルノー機關とを連結せる場合、熱力學の法則に一致せざる結果を生ずべし。

第三百八節 タムソン (THOMSON) 効果

同一金屬と雖も部分に依り溫度を異にすれば、之に電流を通ずるとき、熱の發生或は吸收を成す。之をタムソン効果と稱す。

電流の方向は正より負に向ふが故に、電子が移動する方向と正反對なるは當然なり。今溫度 T_1 の處にて電氣量 E が入りたりとすれば、電子は $\frac{E}{e}$ 個丈を去りたる筈なり。而して、各電子は CT_1 なる運動エネルギーを有す。然るに、若し溫度が T_2 なる處より來たりとすれば、 CT_2 を有するに依り、 $\frac{E}{e} \cdot C(T_2 - T_1)$ 宛、其エネルギーが導體内に蓄積せられて、熱エネルギーを増加すべし。

兩端に於ける溫度差を T とし、電流を i とすれば、高

溫より低温に流るるとき發生する熱量は kTi にて、 k は各導體に固有なる恒數なり。タムソン氏は之を電氣比熱と稱せり。銅の電氣比熱は正量なるも、鐵にては負量にして、鉛にては零なり。従て熱電流の研究にては鉛を標準とすればタムソン効果に基因する誤差を免るを得べし。

以上述べたる電子説に於ては、各電子の運動を最も簡單なる者と假定し、分子運動の影響並に磁場の影響等を凡て省略せる故に、精確に事實と一致せざる場合あるは當然なり。

第三十二章

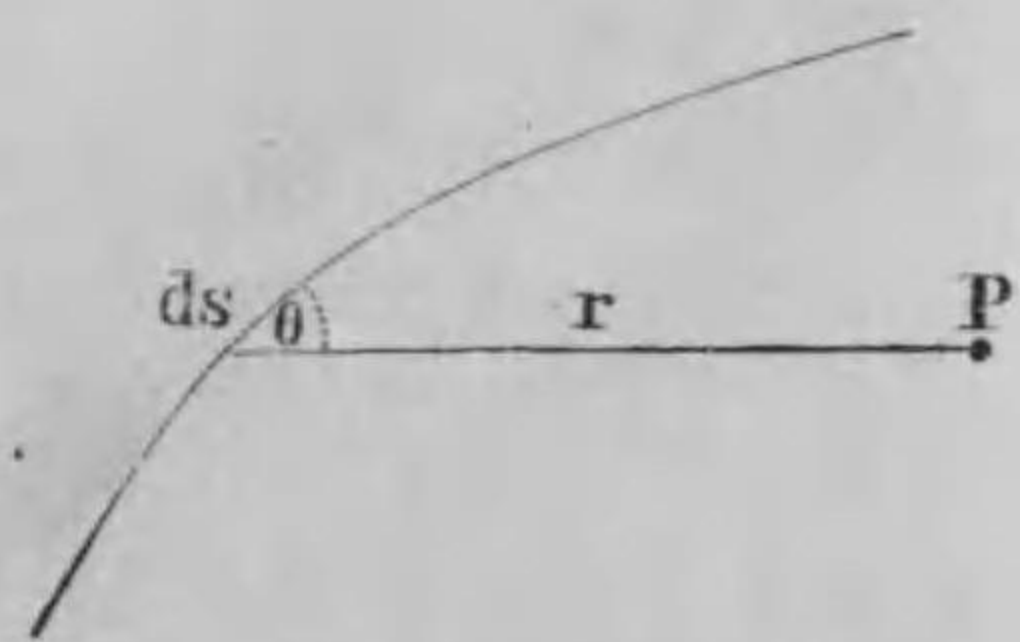
電氣に関する單位系

第三百九節 電磁力 電流が通過するとき、其附近に於ける磁石が其作用に依て傾くは、千八百二十九年エールステッド [OERSTED] の發見せる所なり。精言すれば帶電體が靜止せる場合には、單に其附近に於て電力線を生じ、電場となるのみなるも、此帶電體が運動するとき、其運動する方向と一定の關係を有する磁力線を生ず。從て、其磁場内に在る磁極は其作用を受くべし。之を電磁力と云ふ。

電流に依て生ずる磁場は、其輪道の各部を運動する電氣が生ずる磁場の合成なるべきは勿論なり。

電流を有する輪道の一部 ds が、之と θ なる角度を

成し、 r なる距離にある一點 P に於ける磁極 m に作用する電磁力は



第四百十九圖

$$dF = \frac{imds \sin \theta}{r^2}$$

にて與へらる。之をビオー及サバール [BIOT-SAVART] 之法則と稱す。

半徑 a なる圓形の輪道を電流が通過する場合を考ふれば、其中心に於ける力は、 k を比例恒數として

$$dF = kim \frac{ds \sin \theta}{r^2}$$

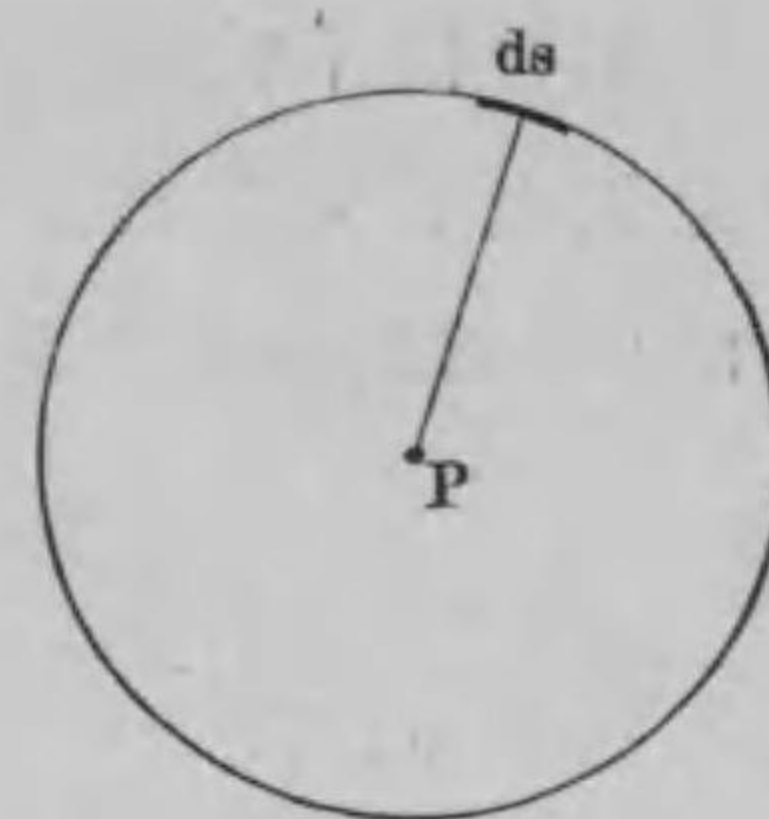
なるが、此場合には ds と r とは恒に直角にて、且つ ds の位置に關せず、 dF は同一方向を有する故に、 $\sin \theta = 1$ にて、弧の長さ l なるとき

$$F = kim \frac{l}{a^2}$$

なるべし。

第三百十節 靜電單位系及電磁單位系

吾人は、靜止の位置にある兩帶電體間に作用する力に依て電氣量の單位を定め、是れより電氣に關する種種の量の單位を導き得たり。例へば、輪道の一處に於ける正切口を單位時間に通過する電氣量に依て、其電流の強弱を定むる類なり。斯かる系を靜電單位系と稱す。



第四百二十圖

然るに、電流と磁氣との間に電磁力作用するに依て、磁氣の單位は明白に電氣の單位より導かれざるべからず。即ち、單位半徑の圓周上に、單位電流が通過するとき、其弧の長さ單位毎に、此電流が其中心に置かれたる磁極に働く電磁力が單位量なるとき、其極は單位量の磁氣を有すと稱することを得べし。

此定義に依れば、磁氣量 m の元方程式は、

$$F = kim \frac{l}{a^2}$$

なるに依り、

$$[M] = \left[\frac{F \cdot L^2}{C \cdot L} \right] = \left[\frac{L \cdot M \cdot T^{-2} \cdot L^2}{E \cdot T^{-1} \cdot L} \right] = [ML^2 T^{-1} E^{-1}]$$

ならざるべからず。

然るに、電氣量の元方程式は、

$$F = k \frac{ee'}{r^2}$$

$$\text{より } [LMT^{-2}] = \frac{[E^2]}{[L^2]} \quad \text{或は } E = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

となるを以て、磁氣量の元方程式は

$$[M] = [ML^2 T^{-1} L^{-\frac{3}{2}} M^{-\frac{1}{2}} T] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}]$$

なり。

先に吾人は磁氣量の單位を、其兩極間に作用する力より決定せり。此場合に於ては

$$F = k \frac{mm'}{r^2}$$

なるに依り、磁氣量の元方程式は

$$[M] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

なること明白なり。而して逆に是れより電流を次の如く定むるを得べし。即ち

$$F = kim \frac{l}{a^2}$$

なるに依り

$$[i] = \left[\frac{FL^2}{ML} \right] = \left[\frac{LMT^{-2}L^2}{L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}L} \right]$$

即ち、

$$[i] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$$

従て、電氣量の元方程式は

$$[E] = [iT] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$$

なり。斯の如く磁氣作用を基礎とせる者を電磁單位系と稱す。

第三百十一節 兩單位系之比 帶電體を

迅速に運動せしむれば磁場を生ず。然るに電流も亦磁場を生ずるに依り、此點より之を見れば、電流とは電氣の運動状態にある者なりと云ふを得べし、前章第三百三節に於て電子の運動より電流を説明せるは即ち此理由に基ける者なり。

今靜電單位にて E_s なる電氣が、 v なる速度を以て運動せるとき、或る磁場を生じ、其電磁力に依て測りたる電氣量が、電磁單位にて E_m なりとすれば、是等兩單位系の差は電氣運動之速度を含む者ならざるべからず。

従て、同一量を兩單位系にて測りたる數値の比は、 v なる形となるに依り、若し獨立に是等の數値を測定して其比を求むれば、電流を成す電氣が如何なる速度にて運動し居る乎を推定することを得べし。

| 測定者 | コールラウシ [Kohl- Rausch] | タムソン [Thomson] | マクスウェル [Maxwell] | エクスネル [Exner] | エールトン及ペリー [Ayrton & Perry] |
|-----------|-----------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| 年代 | 1856 | 1869 | 1868 | 1882 | 1879 |
| 方法 | 電氣量之比 | 電位之比 | 電位之比 | 電位之比 | 電氣容量之比 |
| v (分/秒) | 3.107×10^{10} | 2.808×10^{10} | 2.842×10^{10} | 3.01×10^{10} | 2.960×10^{10} |

上記の如く、 $v \doteq 3 \times 10^{10}$ 即ち毎秒三十萬軒にて、真空中に於ける光の速度と一致す。フラーデー氏及マクスウェル氏の唱道せる如く、光は電磁波に依て起る者とすれば、此一致は偶然にあらずして、理論上必然の結果なり。

電氣現象が光と同一の速度を以て傳播するとも、電信線を通過する電流の速度、即ち甲にて送電せる電流が乙に到着する速度は之と同一なる者にあらず。如何となれば、其中途の各部を適當の電位に帯電しつつ

進行する者なるにより、乙點に於て適當の電位に達する迄の時間は、甲乙間を連結する導線の電氣容量に依て多大の變化を受くる筈なればなり。

第三百十二節 實用單位或は工學單位
電氣が實用上に利用せらるるは、一般に電流の形に於てし、靜電氣は何等利用の道無し。従て、實用單位は凡て電磁單位に基く者なるも、種瓦、秒單位系を採用すれば、其數値が過大或は過小なる場合多き故に、之に拾の或整數器を乗じたる者を採用す。

1. 磁場の單位は、

$$F = \frac{mm'}{L^2} = Hm, \quad H = \frac{m'}{L^2}$$

従て、單位正磁極より一種の距離に於ける點の磁場を其單位とし、之を壹ガウスと稱す。

2. 熱量即ちエネルギー或は仕事の單位は、壹ジュールにして、壹ジュールは壹千萬エルグに相等す。

3. 毎秒壹ジュールの仕事をする如き工率を壹ワットとす。従て、

$$1 \text{ ワット} = 10^7 \text{ エルグ/秒}$$

なり。

4. 半徑壹厘の圓弧の壹厘を流るとき、其中心にある單位磁極に及ぼす力が、拾分の一ダインなる電流を、

壹アンペールと云ふ。此電流は壹秒間に銀0.00118瓦を電解す。

5. 電流が壹アンペールなるとき、其輪道の正切口を壹秒間に通過する電氣量を壹クーロンと云ふ。多量の電氣に就ては、壹アンペールの電流が壹時間流れたる者を電氣量の單位とし、之を壹アンペール時とす。従て、一アンペール時は三千六百クーロンに相等す。
6. 電流が壹アンペールなるとき、毎秒壹ジュールの熱を生ずる輪道の電氣抵抗を壹オームと云ふ。従て、種、瓦、秒單位系に比して、 $10^2 \times 10^7 = 10^9$ 倍大なり。如何となれば $Q = i^2 R$ なる關係あるに依る。或は、壹オームとは攝氏零度に於て、長さ106.3種、重量14.4521瓦の水銀柱が、常住態にある電流に對する抵抗なりと言ふ事を言べし。
7. 抵抗壹オームある輪道に、壹アンペールの電流を生ぜしむる動電力、即ち電位差を壹ボルトと云ふ。而して、 $V = iR$ なる關係あるに依り、種、瓦、秒單位系に比して、 $10^{-1} \times 10^9 = 10^8$ 倍大なり。其の百萬分の一を壹マイクロボルトと云ふ。 $10^8 \times 10^{-6} = 10^2$ 倍に相當す。標準電池としてラチマー、クラーク [LATIMER CLARK] の電

池を採り、其電動力の $\frac{1000}{1434} = 0.6974$ を壹ボルトとす。又エストン [WESTON] 標準電池は、攝氏二十度に於て1.0183ボルトとす。其構成之要素は次の如し。

クラーク電池。

亜鉛……{硫酸亜鉛之飽和液}……{硫酸水銀之飽和液}……水銀
及硫酸亜鉛之結晶

溫度 t の時の動電力は

$$E_t = 1.4328 - 0.00119(t-15) + 0.000007(t-15)^2$$

にて與へらる。

エストン電池。

{カドミウム}……{硫酸水銀之飽和液}……{硫酸水銀及硫}……水銀
{アマルガム}……{和液及其結晶}……{酸カドミウム}

溫度 t の時の動電力は

$$E_t = 1.0183 - 0.0010406(t-20) - 0.000000(t-20)^2 + 0.00000001(t-20)^3$$

にて與へらる。

8. 電位壹ボルトを高むるに、壹クーロンの電氣を要する者の電氣容量を、壹フラッドなりと云ふ。而して $C = \frac{E}{V}$ なるに依り $10^{-1} \times 10^{-8} = 10^{-9}$ 倍なり。其の百萬分の壹を壹マイクロフラッドと云ふ。 $10^{-9} \times 10^{-6} = 10^{-15}$ 倍なり。
9. 電流の變化が毎秒壹アンペールなるとき、感應の爲に壹ボルトの動電力を生ずる輪道の感應係數は壹ヘンリイなりと云ふ。感應係數を Y とすれば $V = Y \frac{di}{dt}$ なる故に $10^8 \times 10 = 10^9$ 倍なり。

第三百十三節 各種單位之元方程式

| 量 | 符號 (實用單位名) | 靜電單位 | 電磁單位 | 一電磁單位中三合 マルク靜電單位 (實用單位) | 注 意 |
|-------|---------------|---|---|-------------------------------|---------------------------|
| 電氣量 | E (Coulomb) | $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ | $v(10)$ | $F = \frac{EE'}{L^2}$ |
| 電線恒數 | K | O | $L^{-2}T^2$ | v^2 | $F = \frac{EE'}{KL^2}$ |
| 透過度 | μ | $L^{-2}T^2$ | O | v^{-2} | $F = \frac{mm'}{\mu L^2}$ |
| 電 流 | i (Ampere) | $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | $v(10)$ | $i = \frac{E}{T}$ |
| 磁氣量 | m | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ | $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | v^{-1} | $F = \frac{mm'}{L^2}$ |
| 電 場 | X | $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ | v^{-1} | $F = XE$ |
| 電 位 | V (Volt) | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ | $v^{-1}(10^{-8})$ | $XL = V$ |
| 電氣容量 | C (Farad) | L | $L^{-1}T^2$ | $v^2(10^9)$ | $C = \frac{E}{V}$ |
| 電氣變位 | D | $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | $L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ | v | $D = \frac{k}{4\pi} X$ |
| 電氣抵抗 | R (Ohm) | $L^{-1}T$ | LT^{-1} | $v^{-2}(10^{-9})$ | $V = iR$ |
| 磁 場 | H | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ | $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | v | $F = Hm$ |
| 磁 位 | Ω | $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ | $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | v | $HL = \Omega$ |
| 磁氣感應度 | B | $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ | $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | v^{-1} | $B = \mu H$ |
| 感應係數 | Y (Henry) | $L^{-1}T^2$ | L | $v^{-2}(10^{-9})$ | $V = Y \frac{di}{dt}$ |
| 帶磁之強度 | I | $L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ | $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ | v^{-1} | $I = \frac{m}{L^2}$ |

兩單位系は

$$\left\{ F = k \frac{im}{a^2} \right\}$$

にて連結せらる。

例 電氣量の場合に於て、拾クーロンは壹電磁單位にて、壹電磁單位は三百億 ($v=3 \times 10^{10}$) 靜電單位なる故に、壹クーロン之電氣は靜電單位にて三十億なり。換言すれば、 $F = \frac{EE'}{r^2}$ なるに依り、各自に壹クーロンの電氣を帯びたる者が、三萬軒 (3×10^9 軒) の距離に在れば、壹ダインの力にて相斥くべし。若し壹軒の距離に近づければ

$$\{3 \times 10^9\}^2 = 9 \times 10^{18} \text{ ダイン}$$

の力、即ち約九百瓦或は二百四十貫の重量に等しき斥力を生ず。従て、摩擦等にて生ずる電氣量が如何に微量なる乎を推定するに足るべし。

第三百十四節 有 理 單 位 系 今、一源泉より

毎秒 q の割合にて湧出する流體が、各方向に一様に流るる時、是れより r なる距離に於て、流線に垂直なる單位面積を通過する量は、毎秒 $\frac{q}{4\pi r^2}$ なるべし。

距離の自乗に逆比例する引力或は斥力を有する者の單位量を定義するに、 q なる量より r なる距離に於て、力が $\frac{q}{4\pi r^2}$ なる如く、比例恒數を定むれば、電磁氣を論ずる上に於て多大の便宜を得る事となるべし。

オリバー・ヘビサイド [OLIVER HEAVISIDE] は此主義を採用して有理單位と稱せり。舊來の單位と新式の單位とに

依り、電磁氣に関する各種の量間に成立する關係に下記の如き差を生ず。

$$\text{舊 } X = \frac{4\pi\sigma}{K}, \quad C = \frac{K}{4\pi d}, \quad H = 4\pi ni, \quad B = H + 4\pi I, \quad \mu = 1 + 4\pi k, \quad R = \frac{4\pi D}{K}.$$

$$\text{新 } X = \frac{\sigma}{K}, \quad C = \frac{K}{d}, \quad H = ni, \quad B = H + I, \quad \mu = 1 + k, \quad R = \frac{D}{K}.$$

近年發行されたる二三の著書中には、有理單位を採用せる者も無きにあらず。従て讀者は、彼此の量を比較する際、兩者の間に 4π の差あるを見出す筈なり。

第三十三章

電解及電池

第三百十五節 電解 水若しくは空氣の如き電導性流體內に、金屬の如き帶電せる固體を挿入せる場合には、之を**電極**と言ひ、其帶電正なる者を**正極板**、負なる者を**負極板**と稱す。兩極板間は電場なるが故に、茲に在る流體は其作用に依て、正電氣を帶びたる陽粒子と、負電氣を帶びたる陰粒子とに分かる。此現象を**電離**と言ふ。而して各粒子は流體內にありて運動自由なるが故に、陽粒子は負極板に向ひ、陰粒子は正極板に向て進行す。

液體の場合に於ては、是等の粒子が電極に接觸すれば、其荷電を失ひ普通の瓦斯として液外に逸出し、或は固體として電極に附着す。従て、斯かる粒子の運動は兩極板間に電流を生じ、且つ液體は自ら分解す。斯かる現象を**電解**と稱す。蓋し、粒子は分子の半片なるべきも、一は電子を失ひたる爲に陽粒子となり、他は電子を得たるが爲に陰粒子と成れる者にて、中性の分子は

電子の作用に依りて各片相结合せる者と看做すことを得べし。

陰粒子が一個の電子を有して、其荷電量 $-e$ なりとすれば、此際生じたる陽粒子の荷電量は $+e$ ならざるべからず。従て其強度 R なる電場に於ては、 $\pm Re$ なる電氣力が是等の粒子に働き、一は電場の方向に、他は之と反対の方向に進むべし。而して、液體は其内部に於て、運動に對し多少の抵抗を呈すべきに依り、常住態に於ける粒子の速度を $+\xi Re$ 及 $-\eta Re$ とすれば、單位時間後には、第四百二十一圖に示すが如く、電場に垂直なる單位面積毎々に $(\xi+\eta)Re$ の容積は、正極板附近なる B_1B_2 間は陰粒子のみを含み、負極板附近なる A_1A_2 間は陽粒子のみを含むこととなるべし。

従て、單位體積内にある陰或は陽粒子の数を N とし、其質量を μ とすれば、茲に集まりたる粒子の總量は

$$M = N\mu(\xi+\eta)Re$$

なり。故に、同時に電解せらるる物質の分量、例へば HCl が電解して H と Cl とに分解せらるる際に、 H と Cl との量の比は、其分子量 μ_1 と μ_2 との比に等しかるべし。

第三百十六節 電解に関する法則

單位時間に單位面積を通過する粒子の数は $N(\xi+\eta)Re$ に

て、各粒子は e なる電氣量を有するが故に、其總量は

$$i = N(\xi+\eta)Re^2$$

なり。而して此 i は靜電單位にて表はされたる電流之強度なること勿論なり。若し之を電磁單位に換算すれば

$$I = \frac{i}{v} = N \frac{e^2}{v^2} (\xi+\eta) R' \\ = N(\xi+\eta) R' E^2 \text{ (電磁單位)}$$

となる。但し $R' = vR$ なり。 v は光の速度にて、 R' は R を電磁單位にて表せる者即ち單位距離に働く動電力なり。従て、

$$\gamma = \frac{I}{R'} = N \frac{e^2}{v^2} (\xi+\eta) = NE^2(\xi+\eta)$$

は此電解質の比電導率なり。

今通過せる電氣量と、其爲に電解せる質量とを比較するに、

$$M = i \frac{\mu}{e}$$

にて、其粒子の質量 μ 、従て其原子量 W に比例し、又通過せる電氣量 i にも比例す。然るに、其元素の原子價 n は電子の數に依て定まるものなるに依り、一粒子の荷電量 e は其原子價に比例す。従て、 M は其原子價に逆比例することとなり、

$$\frac{\mu}{e} \propto \frac{W}{n}$$

は物質に依り一定なるが故に、之を電氣化學當量と稱す。蓋し單位電氣量毎に分解せらるる物質の量なるが、靜電單位にて、水素の當量は

$$\frac{1.038 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{10}} = 3.46 \times 10^{-15}$$

なり。

| 元素 | 原子價 n | 原子量 W | 電氣當量 ($\frac{W}{n}$) |
|--------|----------|----------|------------------------|
| アルミニウム | III | 27 | 0.00009450 |
| 銅 | I | 63 | 0.00065420 |
| 銅 | II | 63 | 0.00032710 |
| 水素 | I | 1 | 0.00001038 |
| 鐵 | II | 56 | 0.0002903 |
| 鐵 | III | 56 | 0.0001935 |
| 銀 | I | 108 | 0.001118 |
| 亞鉛 | II | 65 | 0.0003370 |

水素の化學當量は、實用單位にて 1.038×10^{-5} ($\frac{W}{n}$)
 種瓦秒電磁單位にて 1.038×10^{-4}
 種瓦秒靜電單位にて 3.4×10^{-15}

なり。

水素の場合に於て、

$$\left| \frac{e}{\mu} \right| = \frac{10^{15}}{3.45} = 2.89 \times 10^{14}$$

なるが、任意の粒子に就いて言へば、其原子量を W とし、原子價を n とすれば、

$$\frac{e}{\mu} = \left| \frac{e}{\mu_0} \right| \cdot \frac{n}{W} = 2.89 \times 10^{14} \frac{n}{W} \text{ (種瓦秒靜電單位)}$$

なり。然るに、 $W = N\mu$ なるに依り、

$$e = 2.89 \times 10^{14} \frac{n}{N}$$

となる。最近の研究に依れば、N の値は 6.13×10^{23} にて

$$e = \frac{2.89 \times 10^{14}}{6.13 \times 10^{23}} n = 4.72 \times 10^{-10} n$$

即ち、電子一個の荷電量は靜電單位にて 4.72×10^{-10} なりと云ふを得べし。ミリカン [MILLIKAN] の研究に依れば、 $e = 4.774 \times 10^{-10}$ なり。

第三百十七節 粒子運動之速度 AB に

ありし電解質が電離して、單位時間の後に、陰粒子は $-\eta Re$ 丈右に進みて $A_1 B_1$ の位置にあり、陽粒子は $+\xi Re$ 丈左に進みて $A_2 B_2$ の



第四百二十一圖

位置にありとすれば、共通なる部分 $A'B'$ は、陰陽粒子を同様に含む故に變化なきも、恰も AB にある電解質が $A'B'$ に移動せると同様なり。而して、其平均移動は、C 及 C' を中心とすれば、C が C' に移動せる量にて示さる。而して此量は

$$\frac{1}{2} (\xi Re - \eta Re) = \frac{Re}{2} (\xi - \eta)$$

に等しき事明白なり。

換言すれば、單位時間電解作用を持続すれば、其一部電解せるのみならず、電解せざる部分も、亦平均して $\frac{Re}{2}(\xi-\eta)$ 丈電場の方向に移動せることとなる。

従て、正極板附近に於ては、電解に依て其質量を減ずる外に、移動の爲にも亦減じ、其總和は

$$M_1 = N\mu(\xi+\eta)Re + 2N\mu\frac{Re}{2}(\xi-\eta) \\ = 2N\mu\xi Re$$

にて、負極板附近に於ては、電解に依て減ずるも、移動の爲に増加するに依り、其實際に減ずるは

$$M_2 = N\mu(\xi+\eta)Re - 2N\mu\frac{Re}{2}(\xi-\eta) \\ = 2N\mu\eta Re$$

なり。

従て、

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\xi}{\eta}$$

にて、粒子の速度の比は、兩極に於て電解質が減ずる量の比に等し。ヒットルフ氏[HITTORF]は此理を應用して、兩極板附近に於ける濃度を測定し、速度の比を算定せり。

然るに、

$$I = N(\xi+\eta)R'E^2$$

即ち

$$\xi+\eta = \frac{I}{NR'E^2}$$

なるに依り、與へられたる電位差 R' のときに、單位時間に通過する電氣量 I を測定すれば、 $\xi+\eta$ を知るを得べく、従て ξ と η とを算定するを得べし。

動電力が、電磁單位にて、單位なるときの速度を ζ とすれば次の如し。

| | | | | | | |
|------------------------|-----|----|------|----|-----|-----------------|
| $\zeta \times 10^{13}$ | 陽粒子 | K | Na | Li | Ag | H |
| | | 56 | 34 | 26 | 45 | 294 |
| | 陰粒子 | Cl | Br | I | OH | NO ₃ |
| | | 58 | 57.2 | 59 | 154 | 52 |

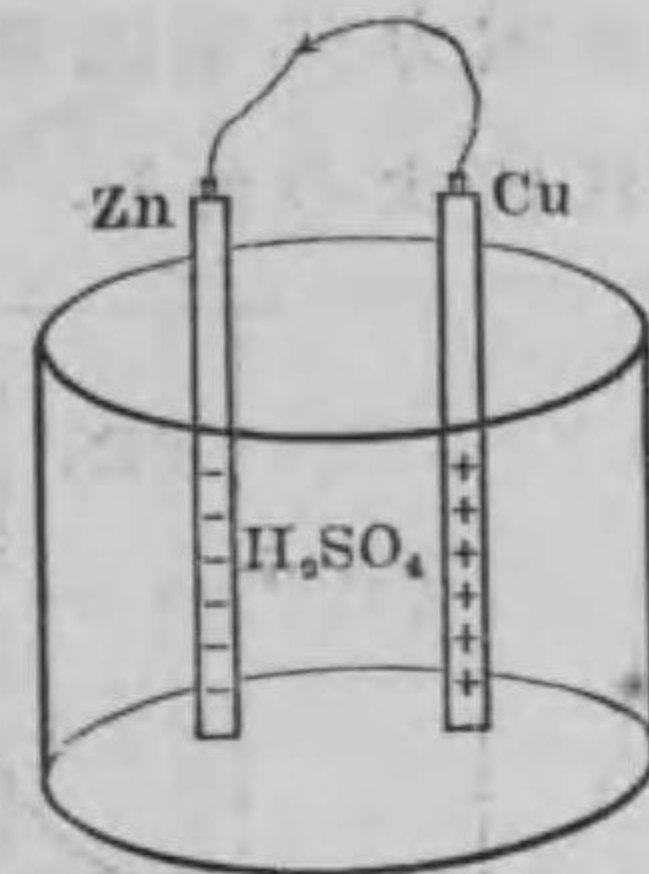
第三百十八節 電池之動電力

電流を持続せしむるには、他より仕事を爲さざるべからず。熱電流の場合に於ては、熱エネルギーが此仕事を成せるなり。次に、化學エネルギーが斯かる電流を生ずる装置あり、之を電池と稱す。其最も簡單なる者は、稀硫酸に銅と亜鉛とを浸し、是等の兩極板を導線にて連結せる場合なり。

亜鉛は先づ硫酸中に溶解し、之と化合して硫酸亜鉛となり、水素を分離する者なるが、此場合に、電子は溶解せる亜鉛を離れて、亜鉛板に残るが故に電位下降し、亞

鉛は陽粒子となり、陰粒子たる SO_4 と結合するに依り、水素は更に陽粒子として分離し、銅板より其電子を得て中性となる。従て、銅板は正電氣を帯ぶることとなるべし。

此際に、若し是等兩極板が連結せらるる無んば、亜鉛板と銅板との電位差が或る値に達せるとき、其電場の爲に電子は亜鉛より銅に向ふ力を生じ、平衡すべきも、實際には外部に於て結ばれあるが故に、此電子は亜鉛より銅に移り、再び其電位差を減少す。従て、平衡状態に達する能はずして、絶えず電子は外部にては亜鉛より銅に向て、内部にては銅より硫酸を経て亜鉛に移動す。換言すれば、電流は外部に於て銅より亜鉛に向ふ。



第四百二十二圖

今 i なる電流に依て生ずる熱量は、 R 及 r を外部及内部に於ける抵抗とし、 P をベルチエ効果とすれば、單位時間に $Ri^2 + ri^2 + Pi$ なり。此間に、亜鉛の電氣化學當量を c とすれば、 ci 瓦の亜鉛が極板より分離して、硫化亜鉛となるべし。従て、亜鉛の一瓦毎に w 丈の熱を發生するならば、全熱量は ciw にて、是れが前記の熱

量と等しからざるべからず。即ち

$$Ri^2 + ri^2 + Pi = ciw$$

或は、 $(R+r)i = cw - P$

なり。然るときはオーム之法則に依て、其電動力は

$$E = cw - P$$

ならざるべからず。

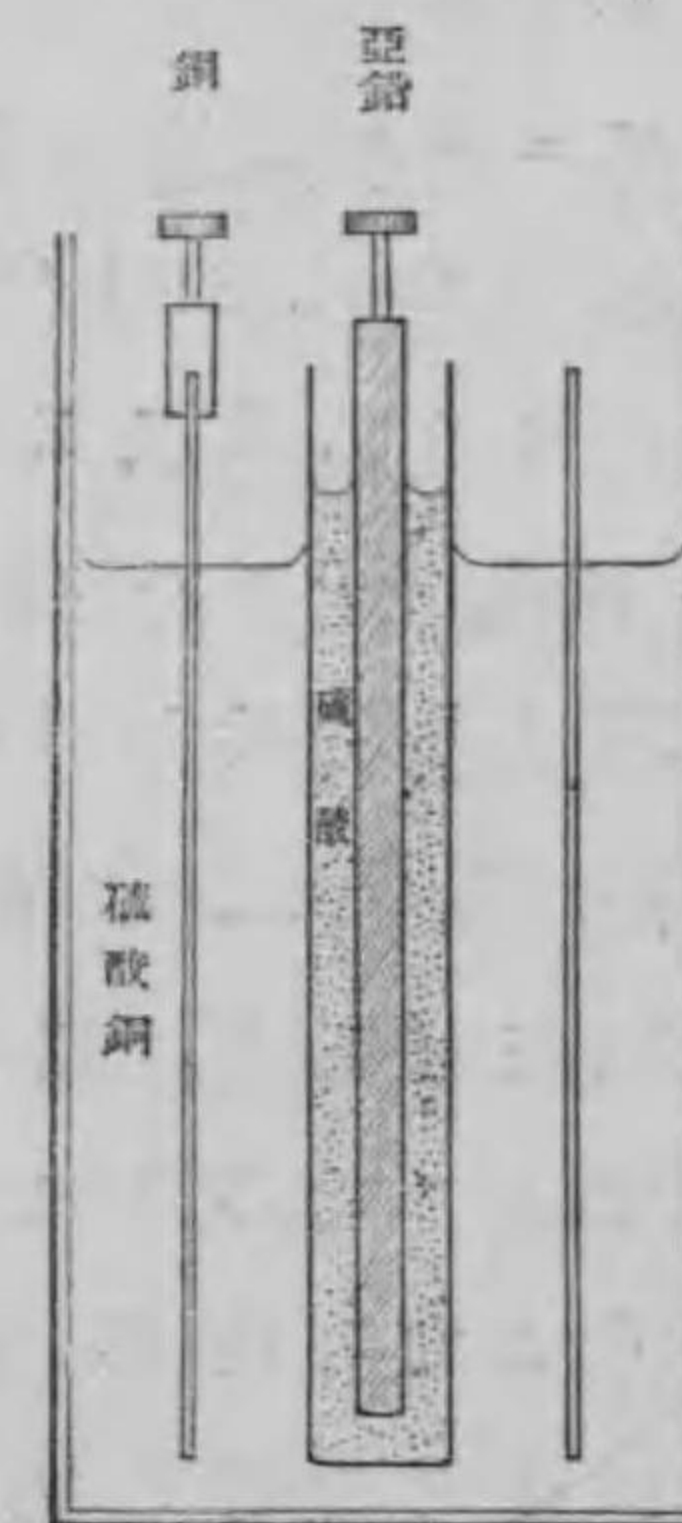
第三百十九節 ダニエル [DANIELL] 之電池

此電池は、動電力の變化を防がんが爲に、前項の電池を改良せる者に過ぎず。

亜鉛と硫酸とが化合して硫酸亜鉛となり、水素を分離し、是れが硫酸銅に接觸すれば、硫酸となりて銅を分離す。而して、此銅は電極の表面に附着するも、其性質を變更せざる故に、動電力に變化を及ぼさざる者なり。

従て、硫酸は増減なく、亜鉛は減じて硫酸亜鉛を生じ、硫酸銅は減じて銅は増加するに依り、硫酸を補充するの必要あるべし。

亜鉛の電氣化學當量は、 $c_1 = 0.00337$ 電磁單位にて、其壹瓦が硫酸と化合すれば、 $w_1 = 1670 \times 4.2 \times 10^7$ エルグの熱を



第四百二十三圖

生ず。従て、單位電氣量が通過する毎に發生する熱量は $c_1 w_1 = 2.36 \times 10^8$ エルグなり。然るに此電池にて、硫酸銅が分解する爲に熱を吸収す。而して、銅の電氣化學當量は $c_2 = 0.00327$ にて、其壹瓦が硫酸と化合する毎に $w_2 = 909.5 \times 4.2 \times 10^7$ エルグの熱を生ずるに依り、銅の壹電氣化學當量が分離する毎に、 $c_2 w_2 = 1.24 \times 10^8$ エルグの熱を吸収すべし。依て其差は

$$E + P = \Sigma cw = 1.11 \times 10^8 \text{ エルグ}$$

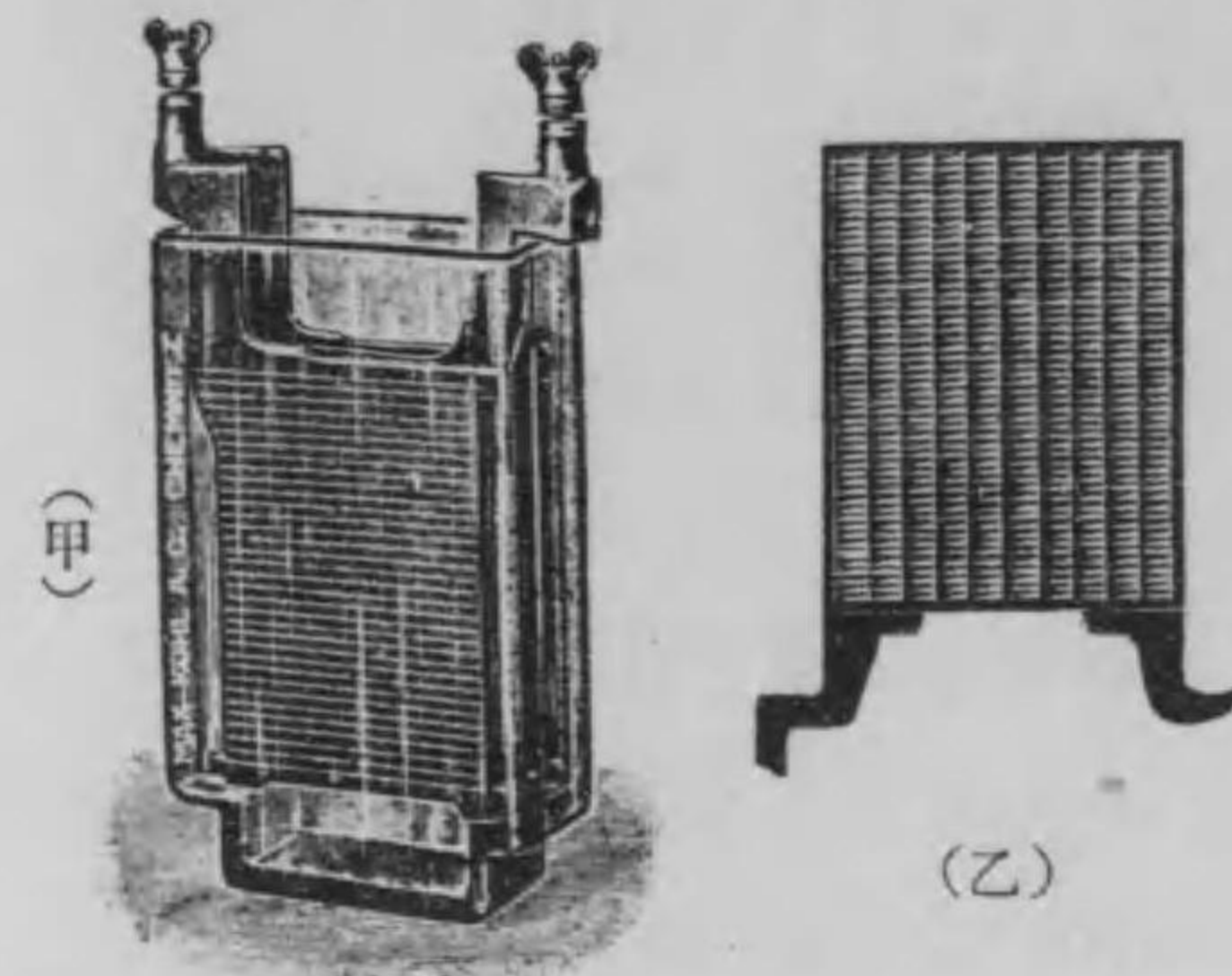
なり。

ダニエル電池の動電力は、實測に依れば $E = 1.08$ ボルト即ち $E = 1.08 \times 10^8$ エルグなり。従て、 $P = 0.03 \times 10^8$ エルグとなるも、 E 及 Σcw の觀測誤差は可なり大なるが故に、寧ろベルチエ功果は省略し得る者なりと結論するを適當と看做し得べし。

第三百二十節 蓄電池 電離せる粒子は陰極板若しくは陽極板附近に集まり、更に其表面に密着すること多きに到れば、次に來るべき同種の粒子を斥くる力を生ず。換言すれば、其本來の電流に反對なる電流を生ぜしむる傾向を帯ぶるに到る、此現象を分極と稱す。

分極作用は電池の動電力を減少するが故に、有害なること勿論なるが、之を利用して電氣を蓄ふることを

得べし。例へば、發條を曲ぐれば、次第に之に反對する力を生ずる故に、其彈性を利用して力を蓄へ得ると同一なり。斯かる装置を蓄電池或は二次電池と稱す。従て、之を區別する爲に、前節に説明せる電池を一次電池と言ふことあり。

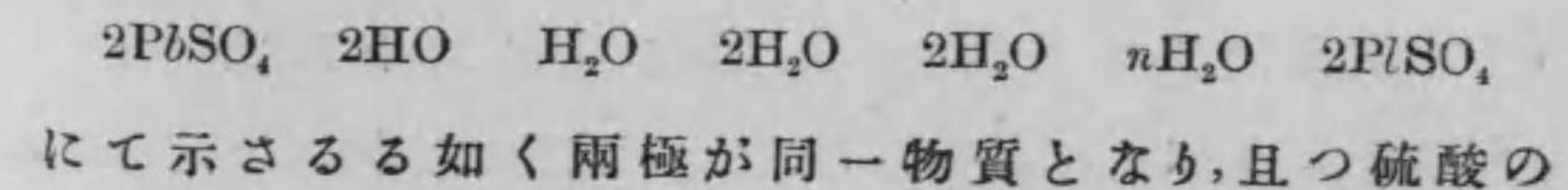


第四百二十四圖

普通の二次電池は、鉛と其酸化物とを電極とし、之を稀硫酸中に浸せる者なり。新に製作されたる正極板は酸化鉛にて、負極板は赤鉛なり。是等の兩極を稀硫酸中に投じて、電流を通せば、負極は還元し正極は酸化し、次式の如く變化す。是れ所謂蓄電池の化成作用なり。

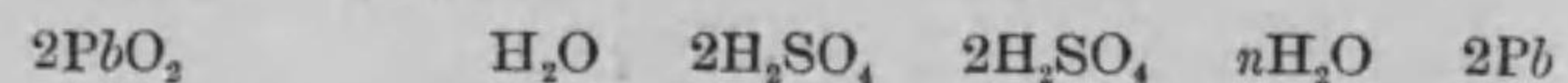
正極板 負極板
 $2PbO \quad 2H_2O \quad 2H_2SO_4 \quad 2H_2SO_4 \quad nH_2O \quad Pb_2O_3$
 $2PbO_2 \quad 2HO \quad H_2O \quad 2H_2SO_4 \quad 2H_2SO_4 \quad nH_2O \quad 2Pb$

次に、之を放電すれば、



一部は水に變ずる故に、其比重を減ず。従て、比重を測定して其放電の程度を知るを得べし。

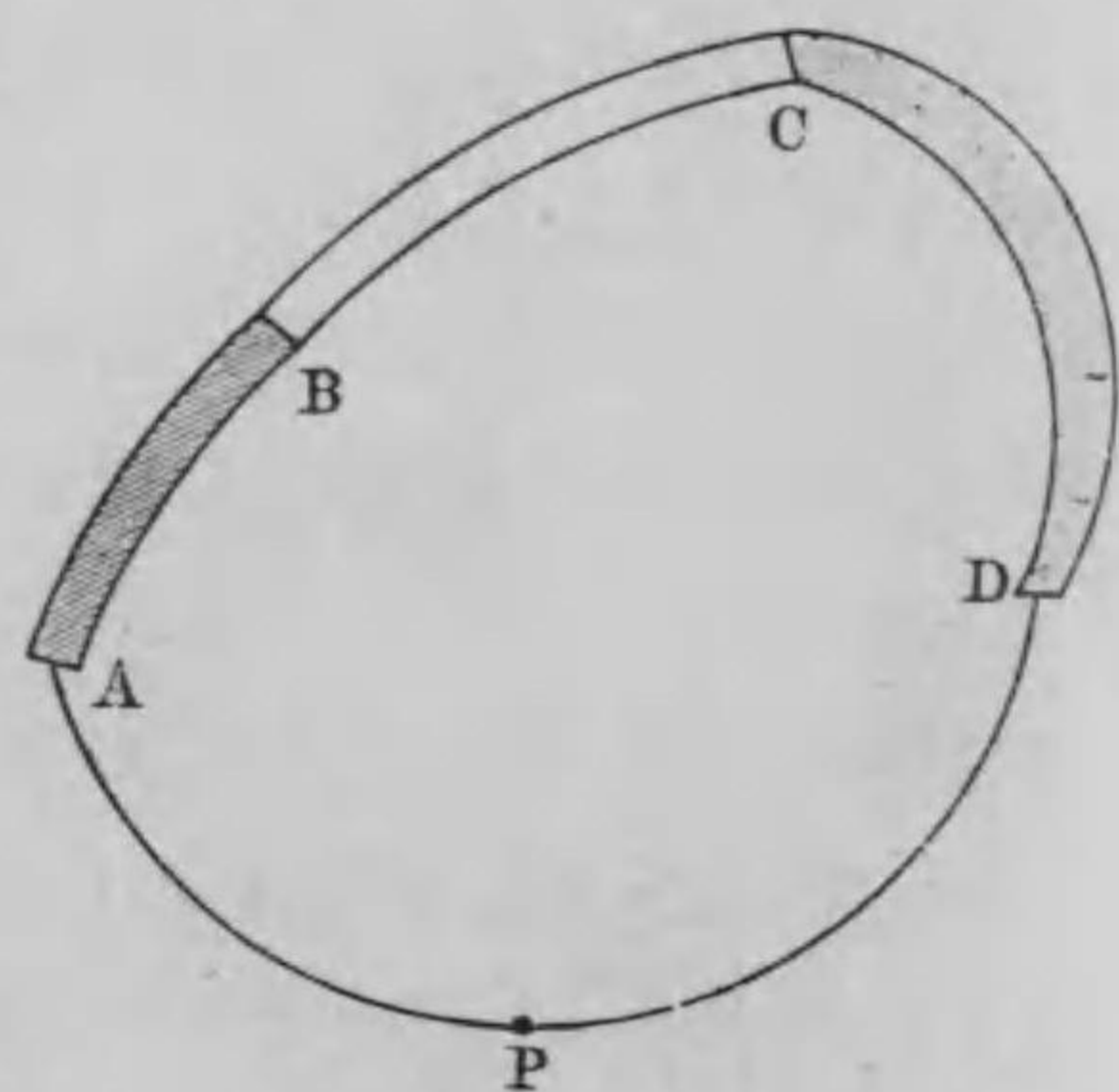
全部放電すれば、電池を損傷するが故に、早く充電するを要す。其變化は



にて、復び元の状態に歸るが故に、幾回も繰返すを得べし。然れども、Pbの分子體積は十八にて、PbO₂の分子體積は二十五なるに、PbSO₄は四十七の分子體積を有する故に、充電或は放電に際し、兩極板は其體積に急速なる變化を生ずる爲に、自然に破損するを免れず。

第三百二十一節 電池連結方法と電流之強度との關係

今 A, B, C, D 等が電池に於ける各部の接觸にて、茲に電位差を有すとし、導線 APD にて兩極を連結せる場合を考ふるに、常住態に於ては輪道の各切口を單位時間に通る電氣量同一なるに依り電流



第四百二十五圖

i は各點に於て強弱の差無かるべし。然るに、若し各區分點間の抵抗を r_1 ,

r_2, \dots 等とし其間の電位差即ち動電力を V_1, V_2, \dots 等とすれば、オーム之法則に依り

$$i = \frac{V_1}{r_1} = \frac{V_2}{r_2} = \dots = \frac{V_1 + V_2 + \dots}{r_1 + r_2 + \dots} = \frac{\Sigma V_v}{\Sigma r_v}$$

なり。

次に此輪道を P 點にて切りたりとするも、A, B, 等の各點に於ける電位差には無關係なる故に、A と D との間の電位差即ち電池の動電力は

$$V = \Sigma V_v = i \Sigma r_v$$

なり、依て、

$$i = \frac{V}{\Sigma r_v}$$

を得べし。然るに、 Σr_v は全輪道の抵抗なる故に、之を電池内部即ち ABCD 間の抵抗 r と、外部即ち DPA 間の抵抗 R とに分てば、

$$i = \frac{V}{R+r}$$

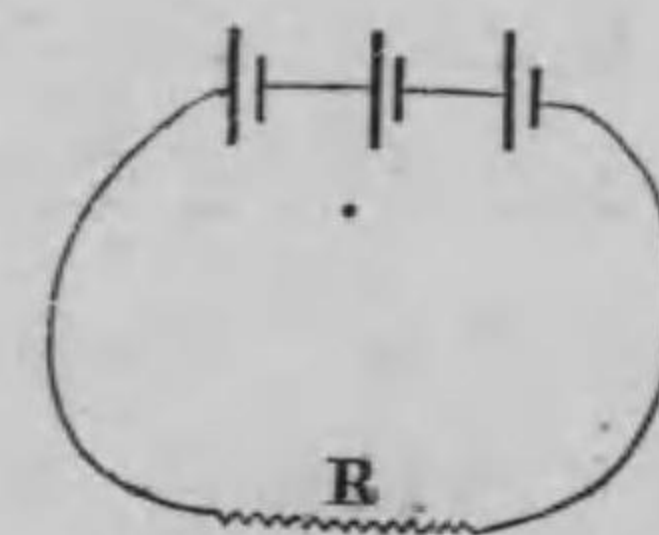
なり。

同様の電池を直列に n 個連結せる場合には、其動電力は

$$V' = \Sigma V = nV$$

にて、其抵抗は

$$R' = R + \Sigma r = R + nr$$



第四百二十六圖

なるに依り、

$$i = \frac{nV}{R+nr} = \frac{V}{\frac{R}{n} + r}$$

となる。

電池の兩極を連結せる場合に於て、其導線上の任意點 PQ 間の電位差 V'' を考ふるに、其間の抵抗を ρ とすれば、

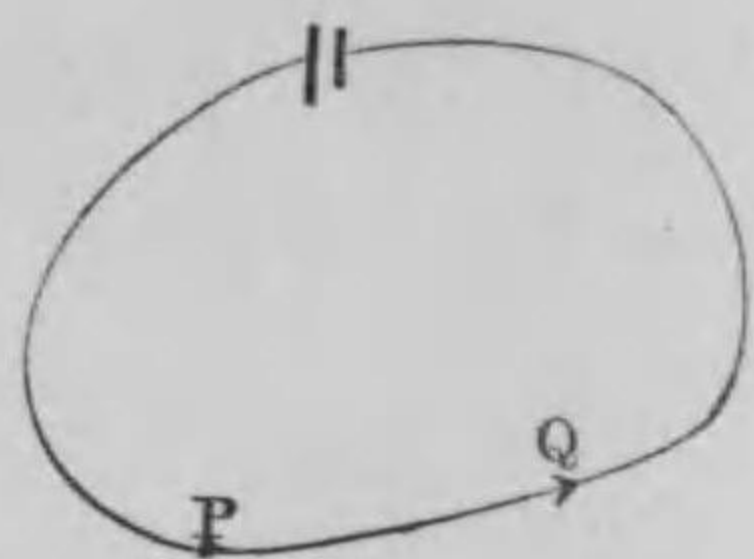
$$V'' = i\rho = \frac{V\rho}{R+r}$$

なり。若し $\rho=R$ とすれば、P, Q が A, B に一致せる場合に於て、即ち兩極板間の電位差なり。之を V_0 とすれば

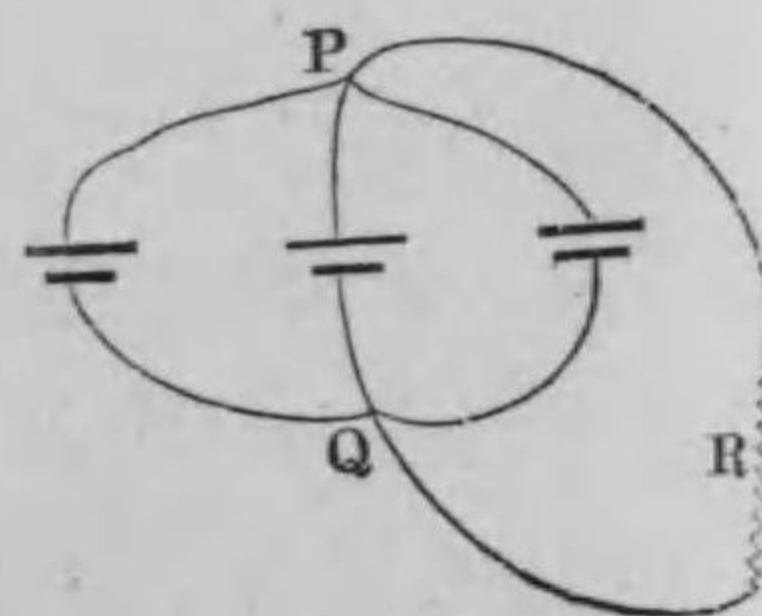
$$V_0 = \frac{VR}{R+r} = V \left\{ 1 - \frac{r}{R+r} \right\} = V - \frac{V}{R+r} r = V - ir$$

にて、實驗に依て測定する電位差は此値なり。

同様の電池を並行に連結せる場合に於ては P と Q とに於ける電位差を V' とすれば、外部に於て PQ 間に i なる電流ありて、抵抗 R ならばオームの法則に依り、



第四百二十七圖



第四百二十八圖

$$V' = iR$$

なるべきも、内部に於て、此電流 i が n 個の電池内を等分に流るる故に、一個の電池内を流るゝ者は

$$i' = \frac{i}{n}$$

なり。依て、

$$V' = V - i'r = V - \frac{i}{n}r$$

なるべし。故に、

$$iR = V - \frac{i}{n}r \quad \text{或は} \quad V = i \left\{ R + \frac{r}{n} \right\}$$

即ち

$$i = \frac{V}{R + \frac{r}{n}}$$

なり。

依て外部抵抗 R が大なる乎、或は内部抵抗 r が大なるかに従て、直列と並行とに得失あり。若し mn' 個の電池を m 個直列にし、其 n 個を並行にすれば

$$i = \frac{V}{\frac{R}{m} + \frac{r}{n}} = \frac{mnV}{nR + mr}$$

なり。従て、

$$\log i + \log(nR + mr) = \log(mnV),$$

$$\frac{di}{i} + \frac{Rdn + rdm}{nR + mr} = 0,$$

$$di = -\frac{i}{nR+mr}(Rdn+rdm).$$

然るに, mn は一定なる故に,

$$\frac{dm}{m} = -\frac{dn}{n}$$

なる条件あり. 従て

$$di = -\frac{i}{nR+mr} \left\{ Rdn - r\frac{m}{n}dn \right\}$$

なり.

最大電流を得んと欲せば $di=0$ ならざるべからず. 然る時は $R=r\frac{m}{n}$ 或は $nR=mr$ なるを要す. 従て, 最大電流は

$$i_0 = \frac{mnV}{2nR} = \frac{mV}{2R} = \frac{nV}{2r}$$

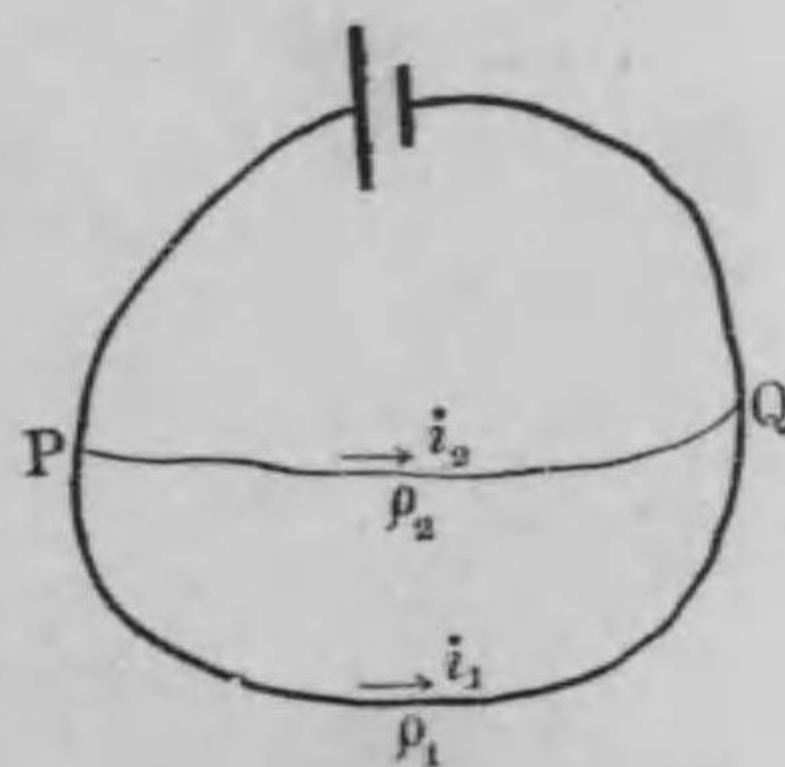
なり.

第三百二十二節 抵抗之測定附ホイートストン [WHEATSTONE] 橋

輪道内の二點 PQ 間の抵抗 ρ_1 にて, 其電流 i_1 ならば, 其電位差は

$$V' = i_1 \rho_1$$

なり. 今此 PQ 間に他の間道ありて, 其抵抗 ρ_2 にして, 電流



第四百二十九圖

i_2 ならば

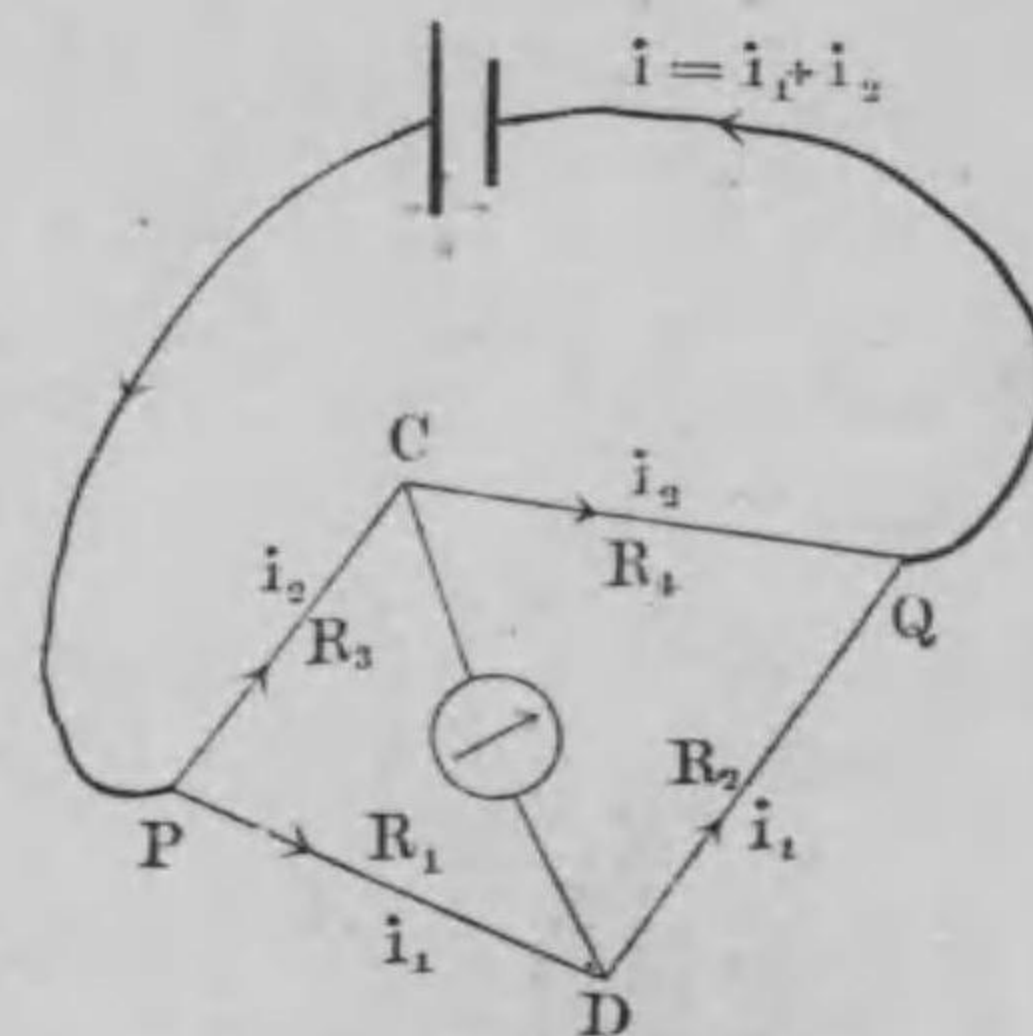
$$V' = i_2 \rho_2$$

ならざるべからず. 従て,

$$i_1 \rho_1 = i_2 \rho_2$$

なるべし. 換言すれば, 二點間を連結する幾多の輪道あれば, 各輪道を通過する電流の強度は, 其抵抗に逆比例す.

今 PCQ と PDQ との二道ある場合に於て, 其兩道内に C, D なる二點を取りて考ふるに, PD, DQ, PC, CQ 間の抵抗を夫々 $R_1, R_2, R_3,$



第四百三十圖

R_4 とすれば, 其電位差は

$$\text{PD 間に } R_1 i_1 \text{ にて, } \quad \text{DQ 間に } R_2 i_2,$$

$$\text{PC 間に } R_3 i_3 \text{ にて, } \quad \text{CQ 間に } R_4 i_4,$$

なり. 依て C と D とが等電位なる爲には

$$R_1 i_1 = R_3 i_3, \quad R_2 i_2 = R_4 i_4$$

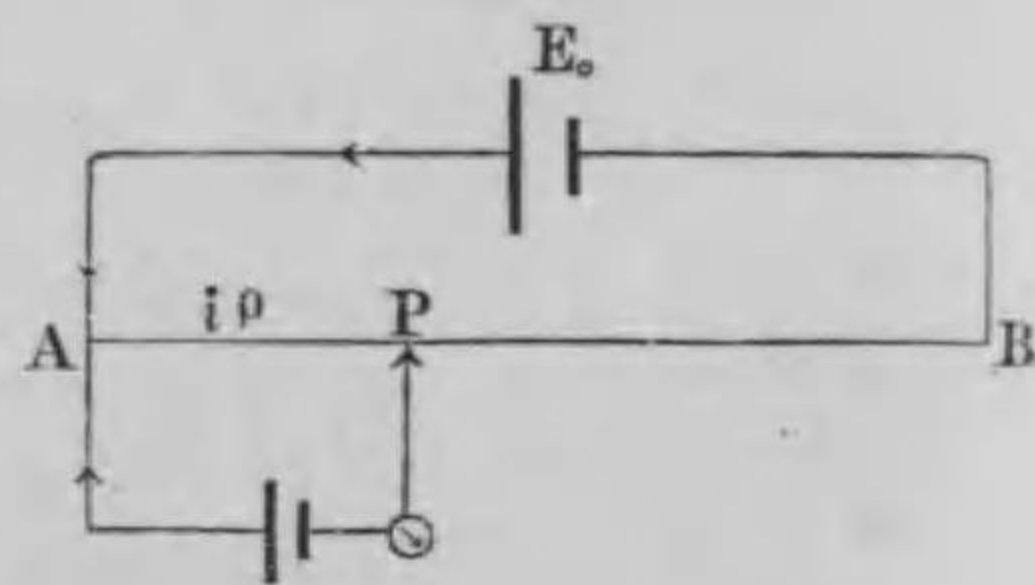
即ち

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{i_3}{i_1} = \frac{R_2}{R_4}$$

なるを要す.

若し、CD間に更に間道を作りたりとすれば、以上の関係あらざれば、CD間に電位差ありて、茲に電流を生ず。依て、CD間に電流無き様に抵抗を加減すれば、前記の關係を利用し、四個の抵抗の内三個を知りて他の一個を算定することを得べし。ホイートストーン[WHEATSTONE]橋と稱する装置は此原理を應用せる電氣抵抗測定器なり。

第三百二十三節 動電力之測定 又 E_0
なる動電力を有する輪道内の二點 A, P 間の電位差は $V=i\rho$ なる故に、若し V なる動電力を有する電池を AP 間に反對に連結すれば、電流は通過せざるべし。



第四百三十一圖

從て、 V の大小は AP 間の抵抗 ρ に比例す。依て、AB を一様なる棒にて作り、抵抗を長さに依て知る如くせば、電池の動電力を測定することを得べし。比例恒數 i は、動電力 V_1 の知られたる電氣にて同様の實驗を行へば、 $V_1=i\rho_1$ なるに依り

$$V=i\rho=V_1\frac{\rho}{\rho_1}$$

にて知らる。

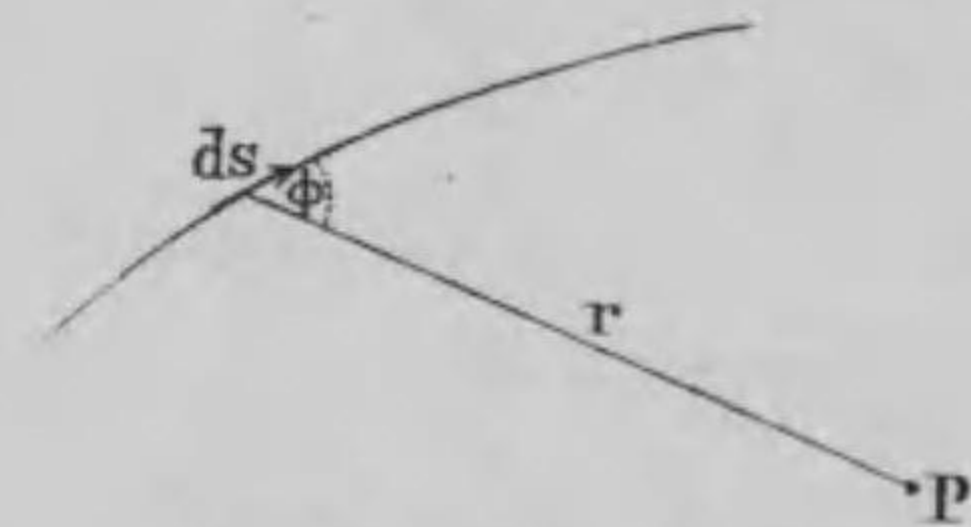
第三十四章 電磁作用

第三百二十四節 電流に基因する磁場

前章に於て、 i なる電流を有する輪道の一部 ds が、之と ϕ なる角を成し、 r なる距離にある單位磁極に

$$\frac{idssin\phi}{r^2}$$

なる電磁力を以て作用するを述べたり。換言すれば、輪道の附近は一種の磁場にして、其強度は前式に



第四百三十二圖

て表はさる。而して、電流を別途量 S にて表はし、單位動徑を r_1 とすれば、輪道の長さ ds 毎に

$$d\phi=[3r_1]\frac{ds}{r^2}$$

なる磁場を生ずる者にて、之をビオー、サバール [BIOT-SAVART] 之法則と稱す。

或は、電流を i とし、輪道を別途量として考ふれば、

$$d\mathcal{H} = \frac{i}{r^2} [d\mathcal{H}_1]$$

なり。而して、

$$[d\mathcal{H}_1] = dss \sin\phi$$

なる故に、其數値のみを論ずれば、

$$d\mathcal{H} = \frac{idss \sin\phi}{r^2}$$

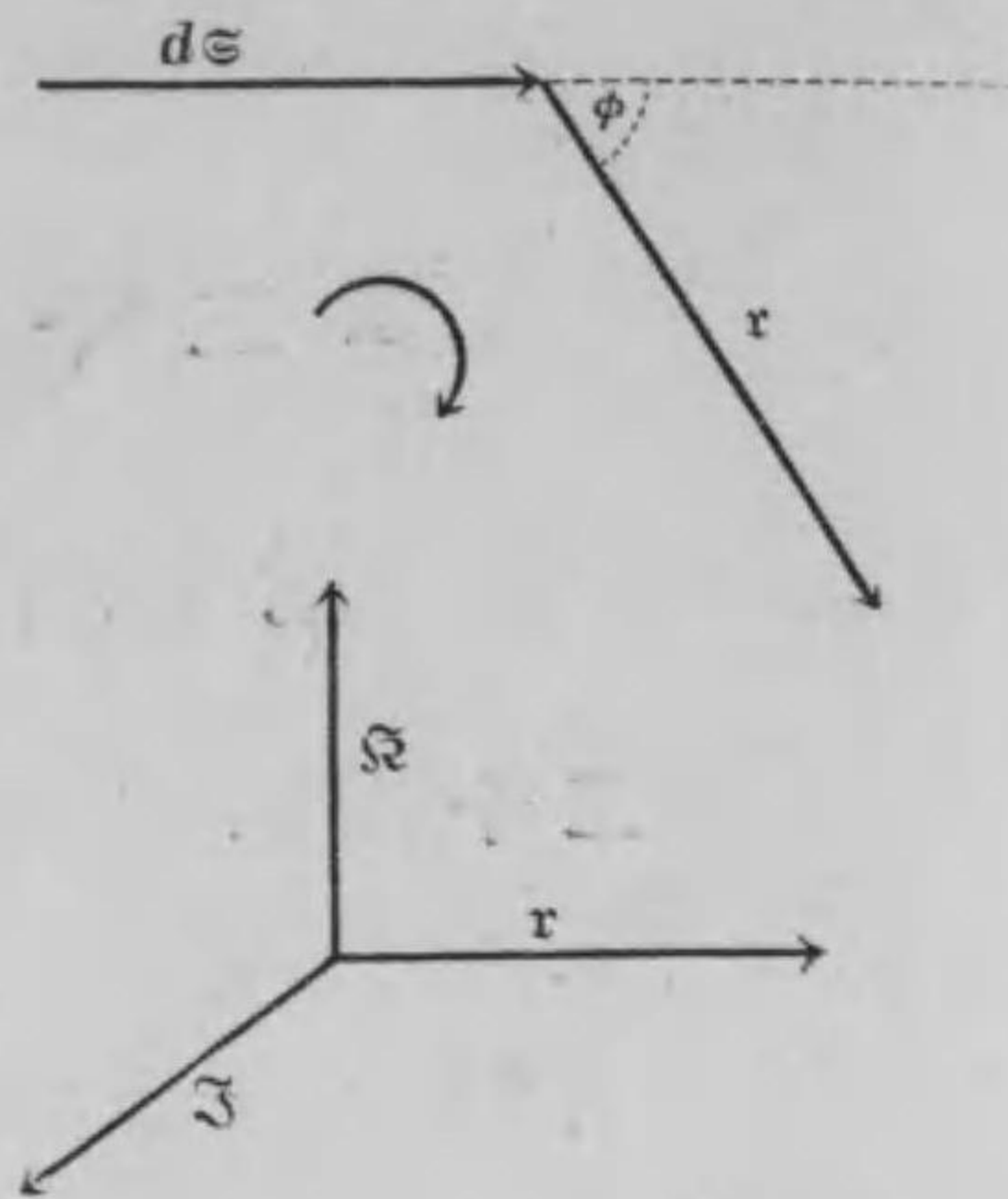
なり。

輪道の全部が同一平面上にある場合に、其平面上の任意點に於て、輪道の各部に基因する磁場は、凡て此平面に直角にて、其方向共通なる故に、主計量に於ける如く其和を求むることを得べし、依て

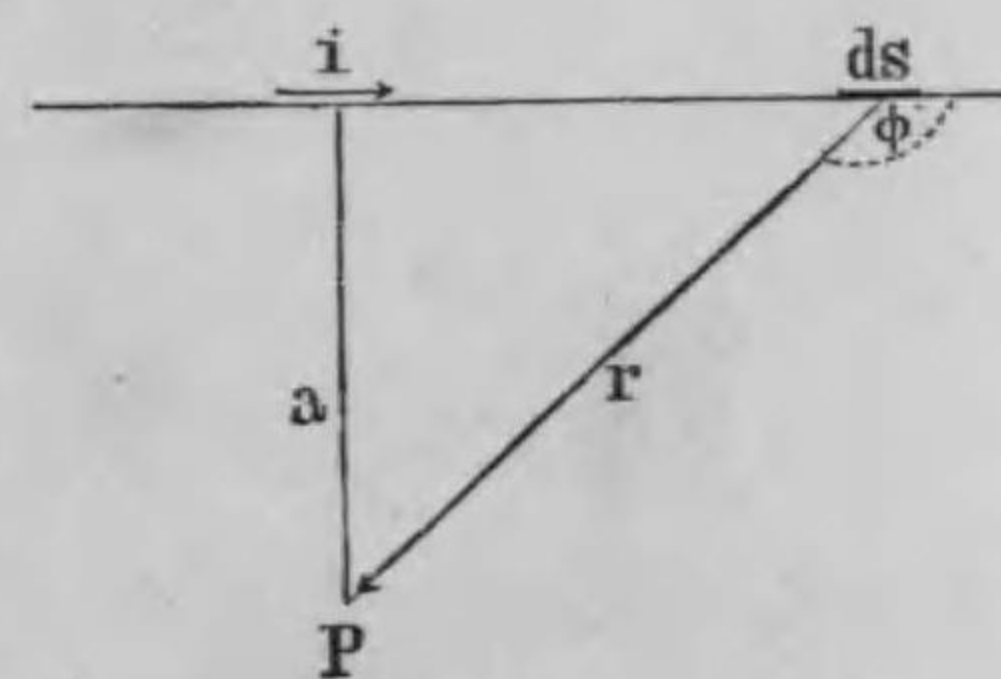
$$H = \int \frac{id\mathcal{H}_1}{r^2} \sin\phi$$

なり。次に二三の例を示さん。

- (1) 一直線に電流が通ずるとき、是れより a なる距離にある、 P 點に於ける磁場は紙背



第四百三十三圖



第四百三十四圖

に向へる者にて

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{id\mathcal{H}_1}{r^2} \sin\phi$$

なるが、 $rd\phi = dss \sin\phi$ にて、

且つ $r \sin\phi = a$,

$$\text{従て } \frac{dss \sin\phi}{r^2} = \frac{d\phi}{r} = \frac{\sin\phi d\phi}{a}$$

なるに依り

$$\begin{aligned} H &= \int_0^\pi \frac{i \sin\phi d\phi}{a} = -\frac{i}{a} \int_0^\pi d\cos\phi \\ &= -\frac{i}{a} \left[\cos\phi \right]_0^\pi = -\frac{i}{a} \{-1 - 1\} = \frac{2i}{a} \end{aligned}$$

なる結果を得べし。

- (2) 輪道が圓形なる場合に於て、其中心に於ける磁場は其面に直角なるのみならず、 ds と r とは常に直角即ち $\sin\phi = 1$ なる故に、其半徑を a とすれば、

$$H = \frac{i}{a^2} \int ds = \frac{2\pi i}{a}$$

なり。若し n 回捲きたる輪道ならば、 $\int ds$ が $2\pi na$ なる故に、

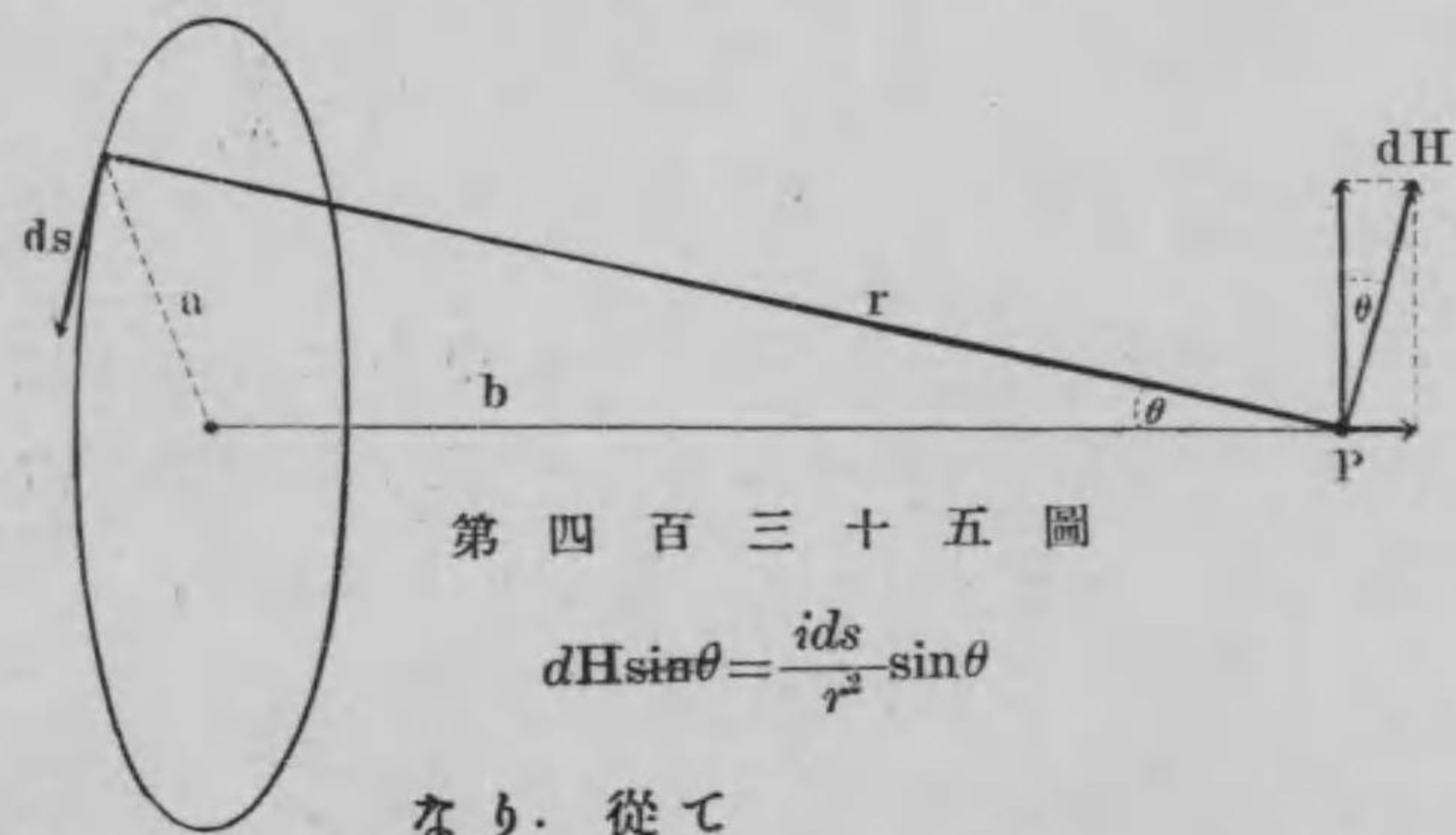
$$H = \frac{2\pi n}{a} i$$

となるべし。

- (3) 輪道と同一平面上に非ざる點に於ける磁場を求むるには、輪道の各部に基因する $d\mathcal{H}$ が其方向を異

にするが故に、其分力に就て積分すべし。例へば、圓心を通りて其面に垂直なる直線上の任意點 P に於ける磁場を求むるには、對稱の理に依て、磁場が此直線に平行なること明白なる故に、此直線に平行なる分力のみを積分すれば可なり。

今半徑 a にて、P 點は中心より b の距離にありとすれば、 dH は ds と r とを含む面に直角なる故に、此場合に必要なる分力は



第四百三十五圖

$$dH \sin \theta = \frac{id s}{r^2} \sin \theta$$

なり。從て

$$H = \int \frac{id s}{r^2} \sin \theta$$

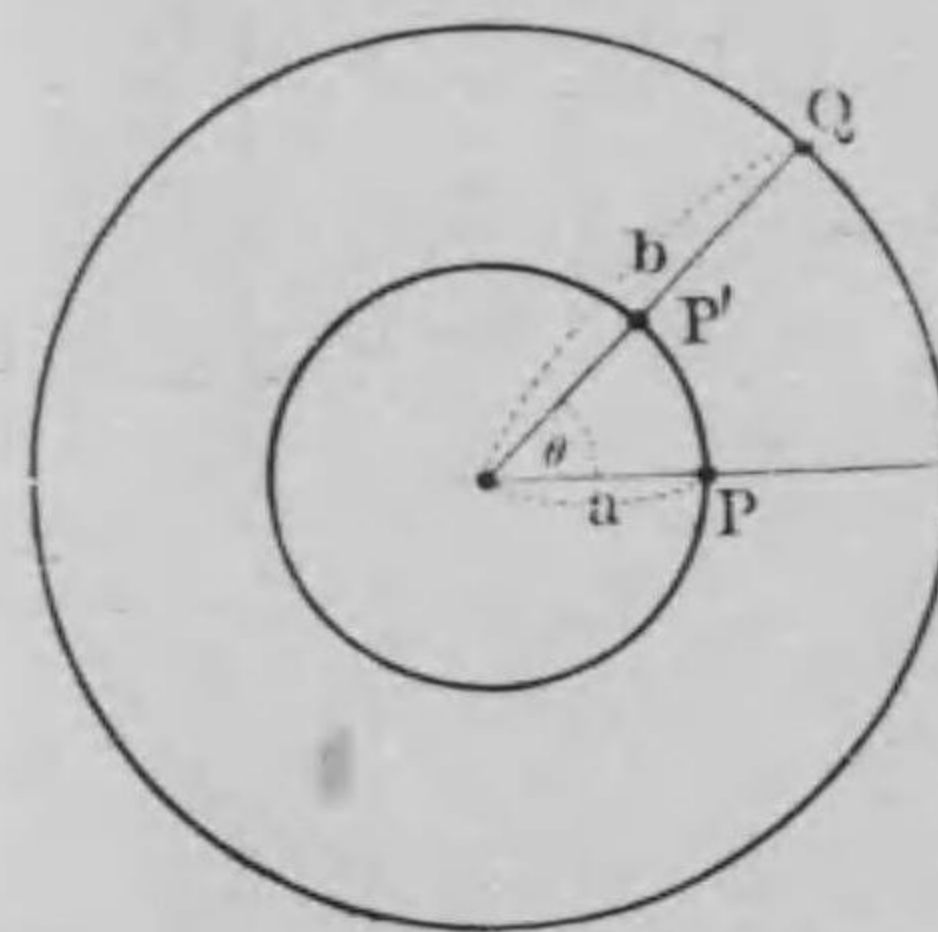
なるべし、然るに、 $r^2 = a^2 + b^2$ 、 $\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

なる故に、全圓周に就て積分すれば、圓周は $\int ds = 2\pi a$ なるに依り

$$\begin{aligned} H &= ai \int \frac{ds}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \\ &= \frac{ai}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \int ds \\ &= \frac{ai \cdot 2\pi a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \\ &= 2\pi i \frac{a^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

なり。若し n 回捲きたる者ならば其 n 倍となるのみ。

第三百二十五節 電氣輪道附近之磁位



第四百三十六圖

輪道が直線なる場合には、磁力線は其上の一點を中心とせる同心圓なるが故に、今 a なる距離にある P 點にては

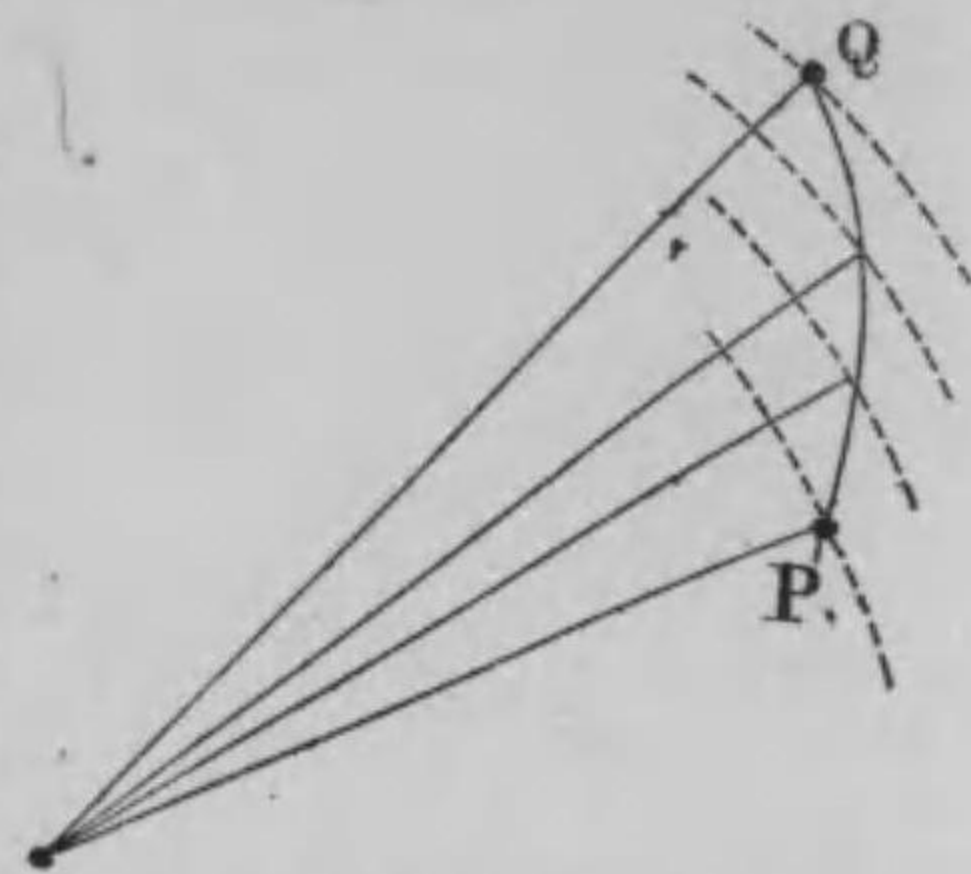
$$H = \frac{2}{a} i$$

にて、此圓を一周するに要する仕事は

$$2\pi a \cdot H = 4\pi i$$

なり。而して此仕事は半徑 a に無關係なるが故に、他の距離 b にある點 Q を出發點として一週するも同一なり。

若し n 週すれば、其仕事は $4\pi ni$ となるべし。従て、 P 點に於ける磁位は一定の者に非ず。換言すれば、 P 點より Q 點に至るに要する仕事の量は一定に非ずして、其採るべき行路の如何に關す。



第四百三十七圖

例へば、 $PP'Q$ の道を取れば、角 PaP' を θ として、

$$W = \frac{2i}{a} \cdot a\theta = 2i\theta$$

丈 P より P' 點に行くに仕事を要し、 P' より Q に行くには仕事を要せず。従て、 P より Q に行くに要する仕事は $2i\theta$ なり。然れども、若し輪道を一週せる後に Q に行けば、

$$W = (4\pi + 2\theta)i$$

となる。

一般に、角距離 θ なる P, Q 間の磁位の差は、其行路が正の方向に n 回、負の方向に m 回輪道を廻りたる時、

$$W = 2\{2(n-m)\pi + \theta\}i$$

なり。

行路が一回も輪道を廻らず、或は正と負と同回数丈

廻りて出發點に戻れば、其仕事は零なり。

電流 i を有する圓形輪道の中心より、垂直距離 b にある P 點の磁場は

$$H = \frac{2\pi ia^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

なるを知れり。従て、此點に於ける磁位は

$$\Omega = - \int_{\infty}^b H db$$

なり。今之を積分すれば、

$$\begin{aligned} \Omega &= - \int_{\infty}^b \frac{2\pi ia^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}} db \\ &= - 2\pi i \left\{ \int_{\infty}^b \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{b^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \right] db \right\} \\ &= - 2\pi i \left[\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]_{\infty}^b \end{aligned}$$

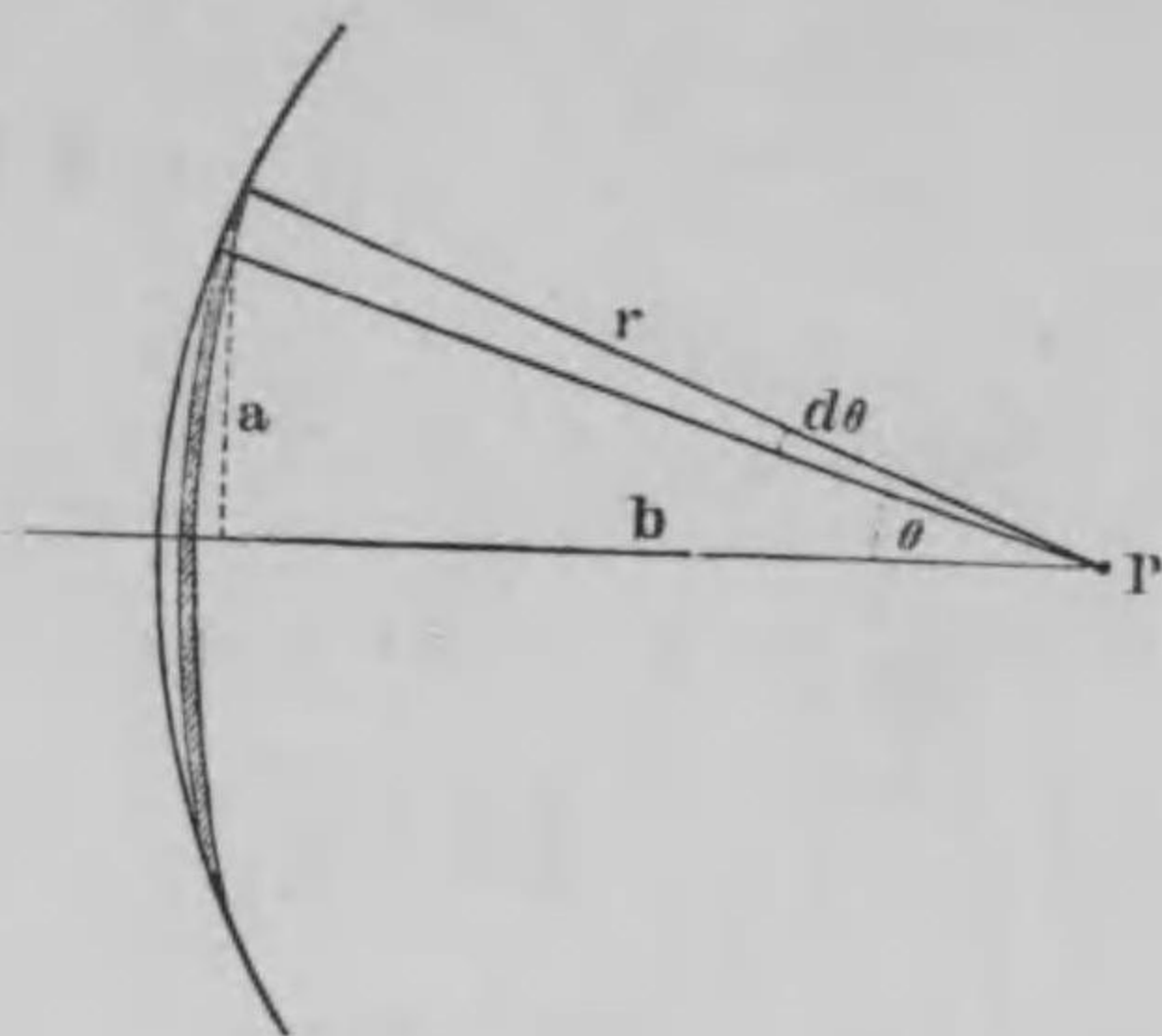
即ち

$$\Omega = 2\pi i \left\{ 1 - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\}$$

なり。

第三百二十六節 電磁作用に關するア

ムペール之法則 前節の場合に於て、輪道が P 點に於て成す立體角を ω とすれば、 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ を半径とせる球面の内、此輪道が包む面積は、 $\cos\theta_0 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ なるを以て、



第四百三十八圖

$$\int_0^{\theta_0} 2\pi \cdot r \sin\theta \cdot r d\theta = -2\pi(a^2 + b^2) \left| \cos\theta \right|_0^{\theta_0}$$

$$= 2\pi(a^2 + b^2) \left\{ 1 - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\}$$

なるが、立體角は面積の比にて測る故に

$$\omega = \frac{2\pi(a^2 + b^2) \left(1 - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \times 4\pi}{4\pi(a^2 + b^2)}$$

即ち

$$\omega = 2\pi \left\{ 1 - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\}$$

なり。依て、之を前節に得られたる式と比較して

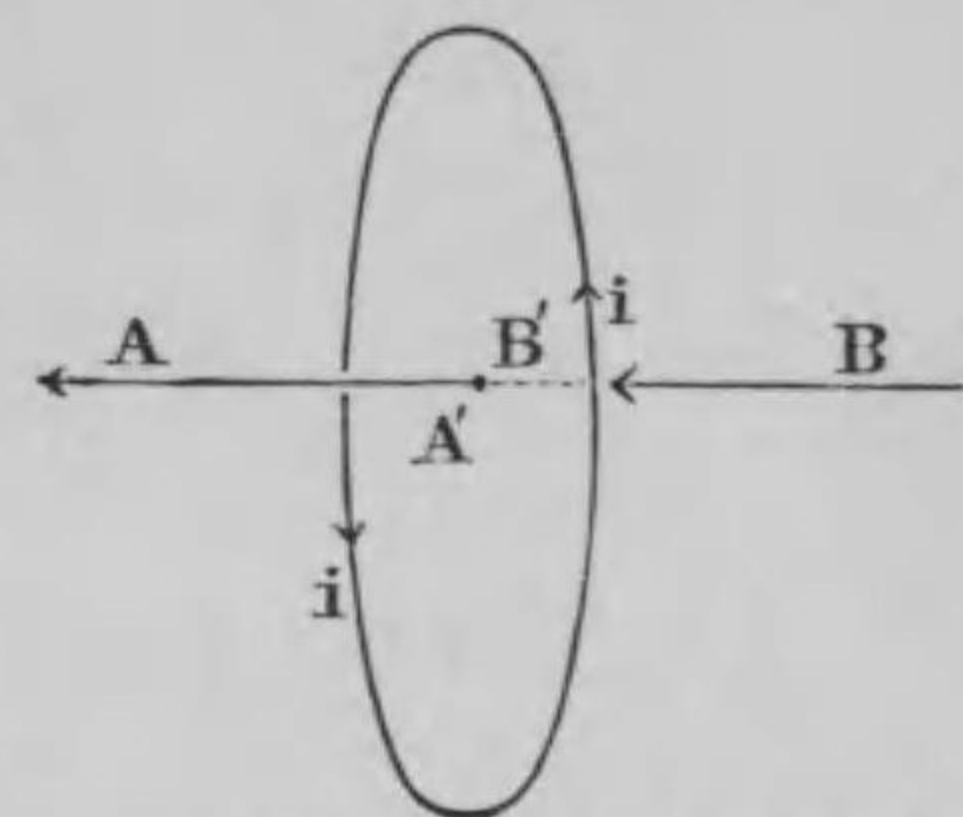
$$\Omega = i\omega$$

なる關係を得べし。精言すれば、輪道が P に於て成す立體角と電流との積は、此電流が其點に與ふる磁位に等し。此關係は單に此場合に於てのみにあらずし

て、任意形の輪道にて、且つ P が任意の點なる時、常に眞なり。之を電磁作用に関するアムペール[AMPERE]之法則と稱す。

直線電流の場合に於ける如く、一般の輪道に就て、電流に基因する磁位は一定不變の恒數にあらず。今輪道に依て限られたる面の表面の方向無限の距離に於ては、立體角は $\omega = 0$ なる故に、磁位も亦 $\Omega = 0$ なり。是れよ

り A 點迄單位磁極を運ぶに要する仕事即ち A 點の磁位は、 $\Omega = i\omega$ なるが、此表面に無



第四百三十九圖

限に近き A' にては、 $\omega = 2\pi$ なる故に、 $\Omega_{+0} = 2\pi i$ なり。然るに、裏面 B' に於ては、同様の理由に依て $\Omega_{-0} = -2\pi i$ なるべし。従て、此面の表裏に於ける磁位の差は

$$\Omega' = \Omega_{+0} - \Omega_{-0} = 4\pi i$$

なり。

換言すれば、輪道面を裏より表に一回通過する毎に、 $4\pi i$ なる磁位の差を生ず。従て、此方向に n 回、逆の方向に m 回通過したる後に、A に在りとすれば、其磁位は

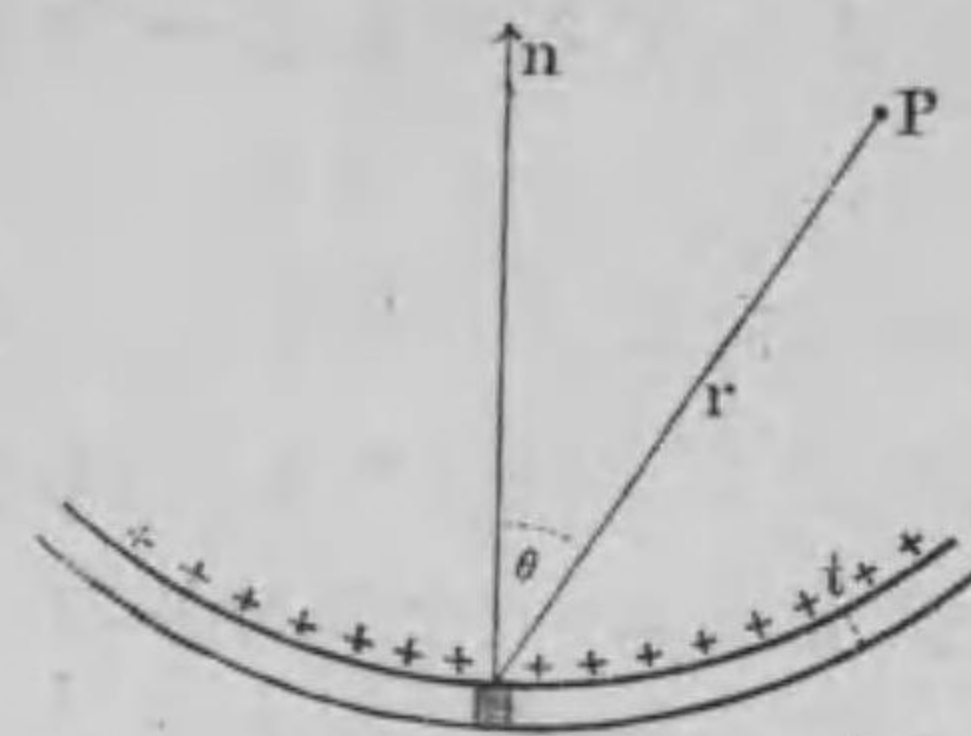
$$\Omega = \{ \omega + 4\pi(n - m) \} i$$

なるべし。

或は i_1, i_2 等の電流を有する輪道を通過すれば、 $\Omega = 4\pi \Sigma i$ 宛毎回増加すること當然なり。

第三百二十七節 電氣輪道と磁殻との關係

輪道に限られたる前記の球面が磁性體にて、其厚さ l の方向に帶磁之強度 I なりとし、小面積 dS なる部分を Q 點に取れば、其磁氣能率は $It dS$ な



第四百四十圖

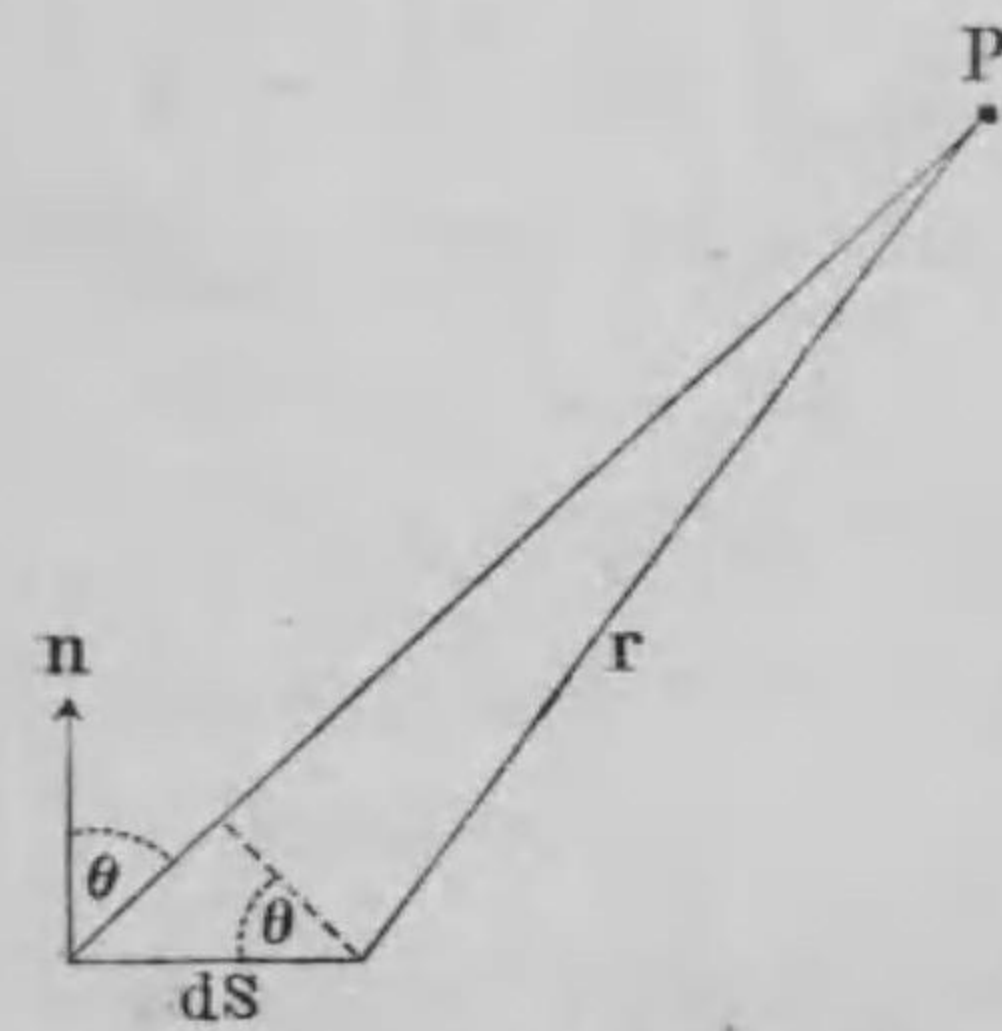
り。之が P 點に與ふる磁位は

$$\frac{I l \cos \theta dS}{r^2}$$

なり。磁殻の厚さ l 及帶磁之強度 I が恒數なりとすれば、 P に於ける磁位は

$$\Omega = It \int \frac{\cos \theta dS}{r^2} = It \omega$$

なり。

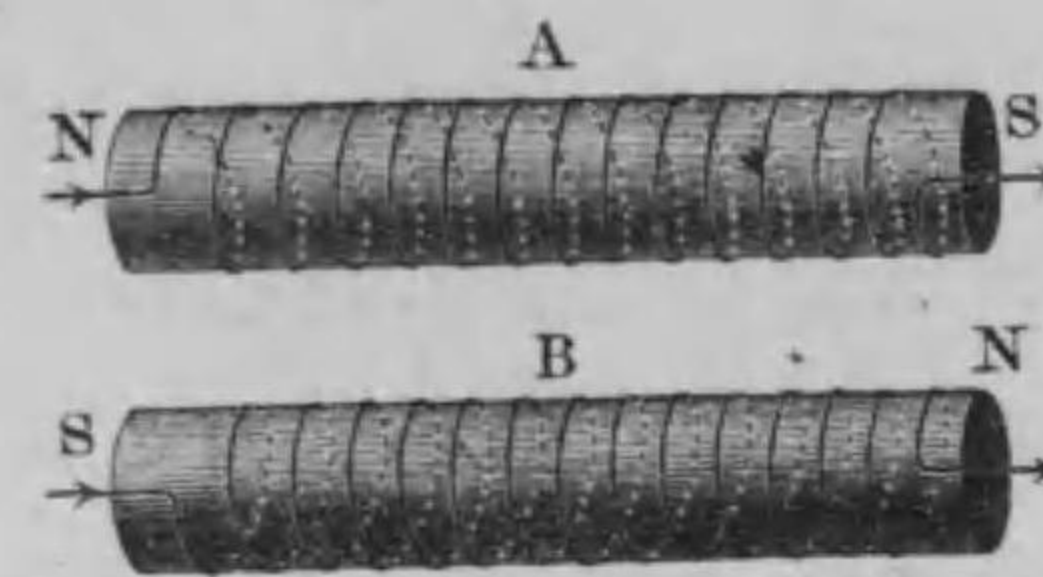


第四百四十一圖

從て、 $\Phi = It$ を磁殻之強度と稱すれば、電流 i を通せる輪道が生ずる磁位は、此輪道に依て限られたる磁殻之強度が i に等しき磁氣に依て生ずる磁位に等し。

換言すれば、電氣輪道と之に依て限られたる磁殻とは同一の磁氣作用を呈す。

輪道が、圖の如く、幾回も螺線狀に捲き居る場合に於ては、其軸が同一方向にある磁殻が重なり居る事となる故に、 SN なる



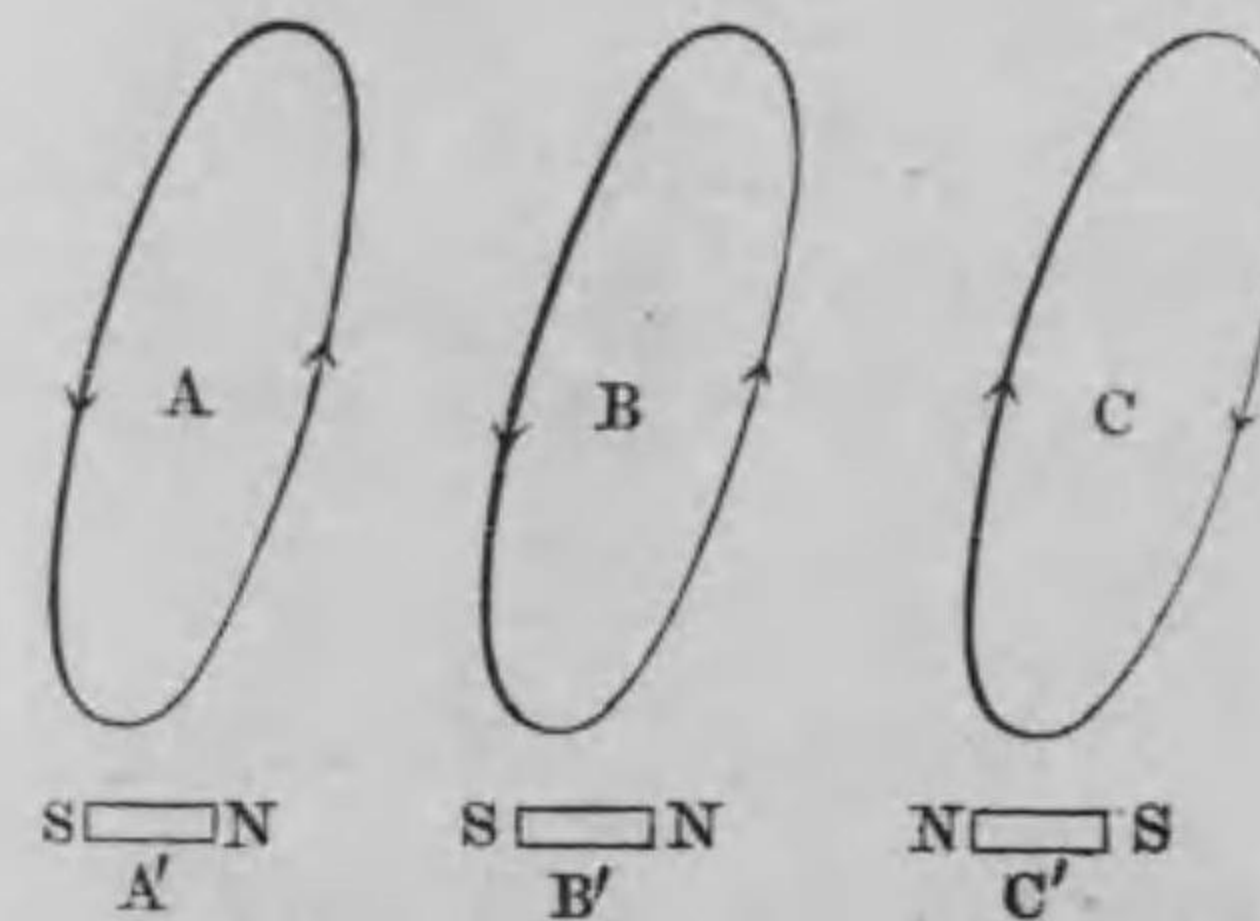
第四百四十二圖

長き磁石と同一の作用を成すべし。斯かる輪道を捲線と稱す。換言

すれば捲線に電流を通ずるときは、是に依て限界されたる磁石と同一なり。

第三百二十八節 電氣輪道間之相互作用

用 今 A, B なる二個の電氣輪道を考ふるに、何れも



第四百四十三圖

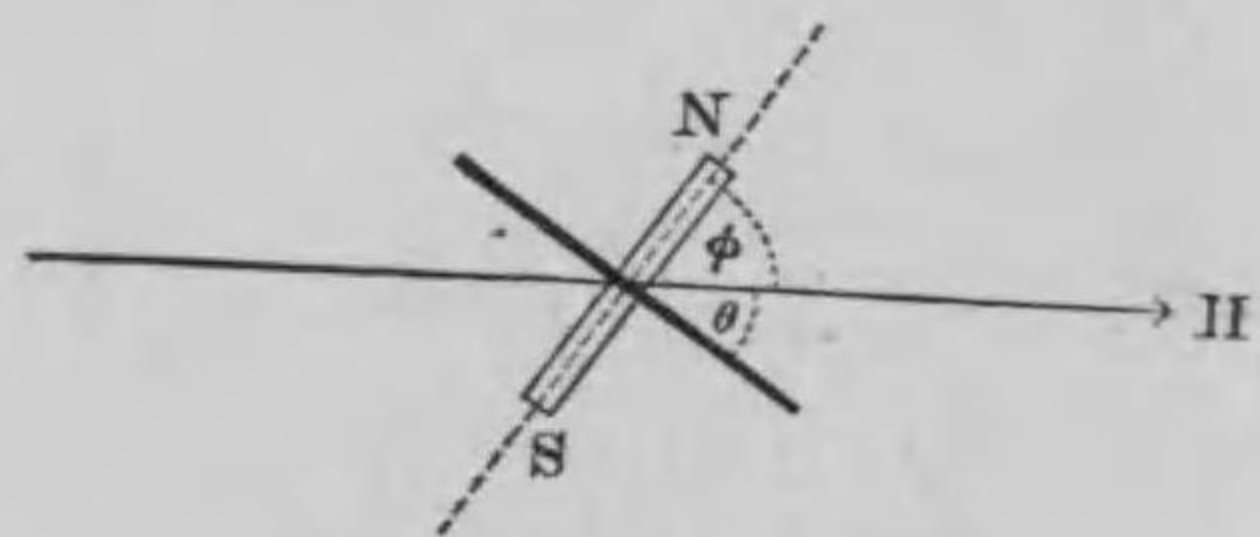
磁殻と同一なるが故に、其電流の方向が矢にて示せる如く、 A, B 共に同方向ならば、 A の磁殻と B の磁殻とは、其帶磁の方向同一なる故に、恰も A', B'

なる二個の磁石ある場合と同一の作用を成すべし。

従て、是等の電氣輪道は互に吸引す。之に反して、其電流の方向がBとCとの如く反對ならば、B'とC'なる磁石の作用と同一にて互に斥くる事となる。

磁場に電氣輪道がある場合に於ても、恰も磁場に之に對應する磁石があると同一なるに依て、磁場に置かれたる電氣輪道は、磁場の作用を受くること當然なり。而して、磁場に置かれたる磁石の軸は、磁場の方向と一致して靜止する者なるが故に、電氣輪道の面は磁場に直角に靜止すべく若し其軸が磁場と一致せざれば廻轉すべし。而して、

此場合に働く偶力は、相等磁石の磁氣能率を M とすれば、 $MH\sin\phi$ なるが、



第四百四十四圖

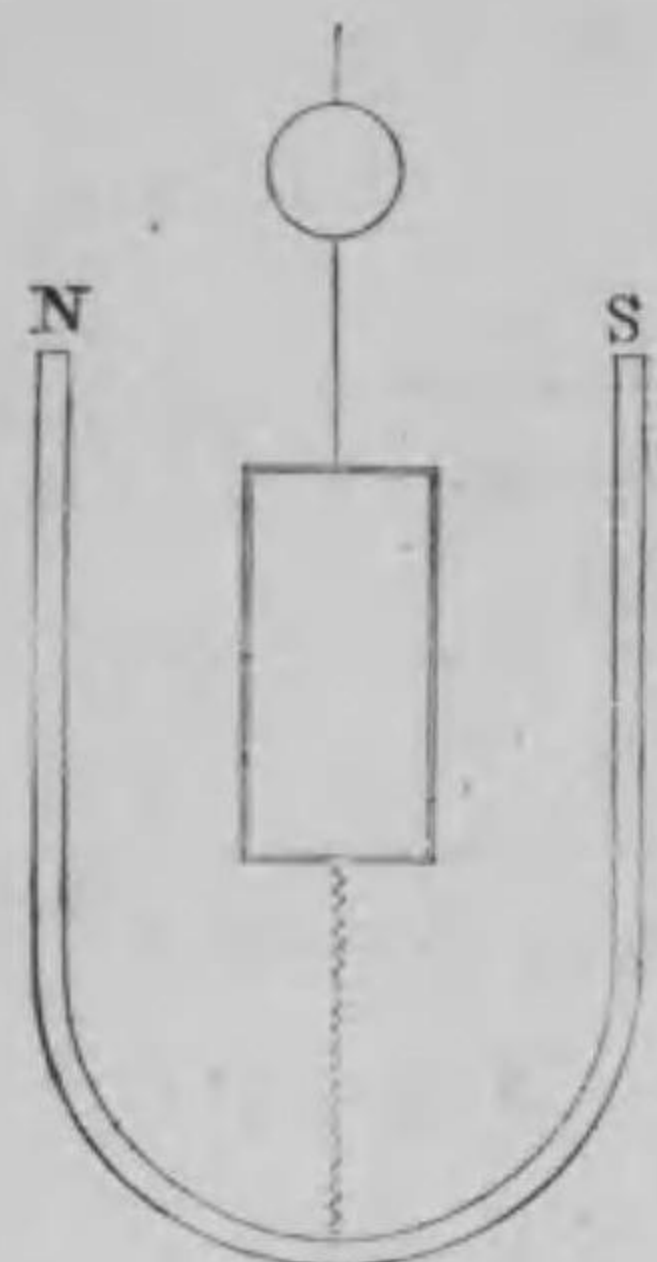
M は電流 i と輪道の捲數 n と、其面積 S と厚さ l に比例する事明白なるが故に、 k を比例恒數とすれば

$$kilnSH\sin\phi$$

なり。

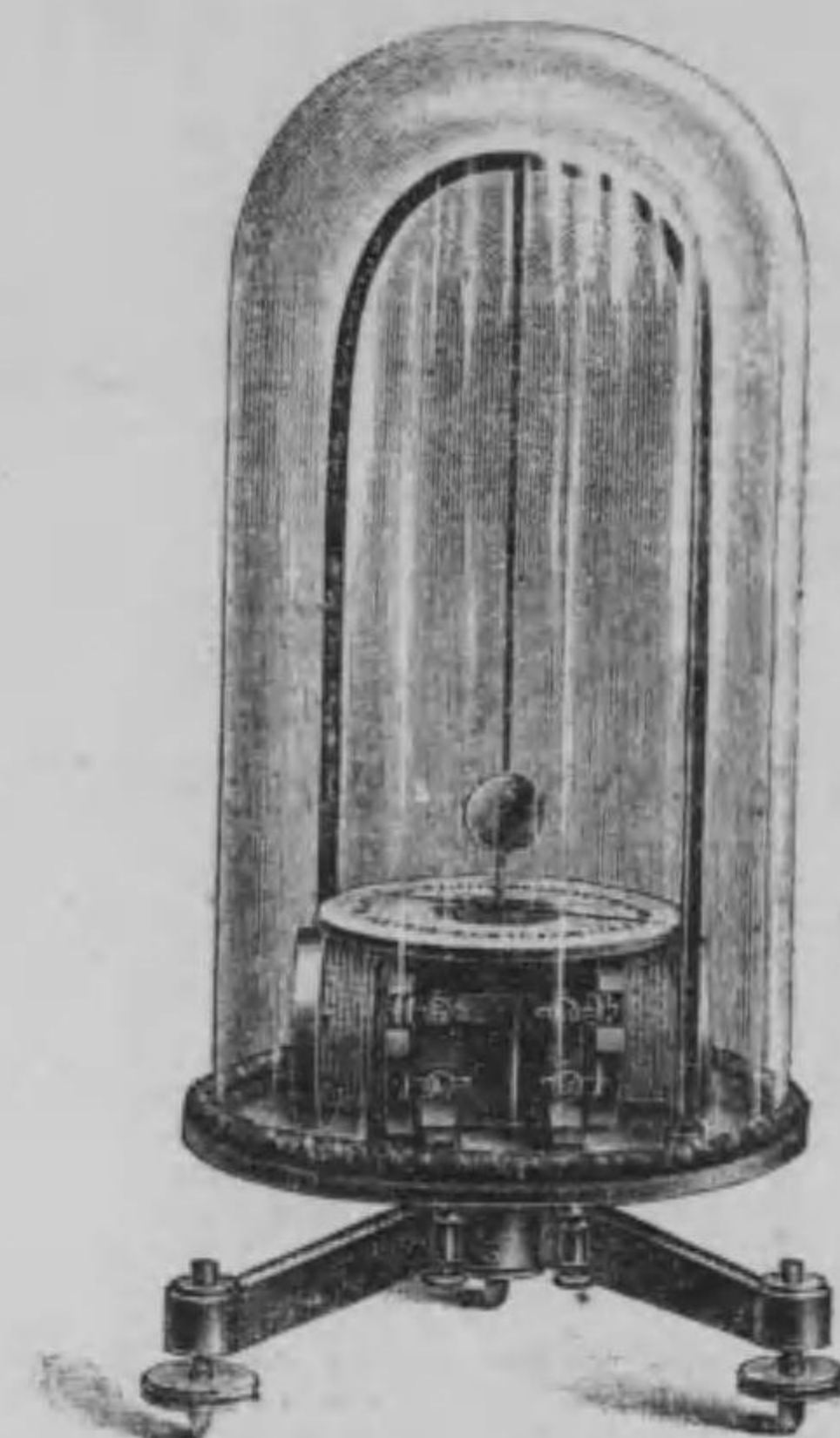
第三百二十九節 電流計

前節の理を應用すれば、電流計を作り得べし。即ち永久磁石間に捲線を吊し、其面を磁場と一致せしめ、次に之に電流 i を通せば廻轉す。然るときに、之を吊せる絲の彈性に依て



第四百四十五圖

平均せる場合を考ふれば、廻轉角 θ なるとき、彈力に基づく者は $b\theta$ なるに依り、



第四百四十六圖

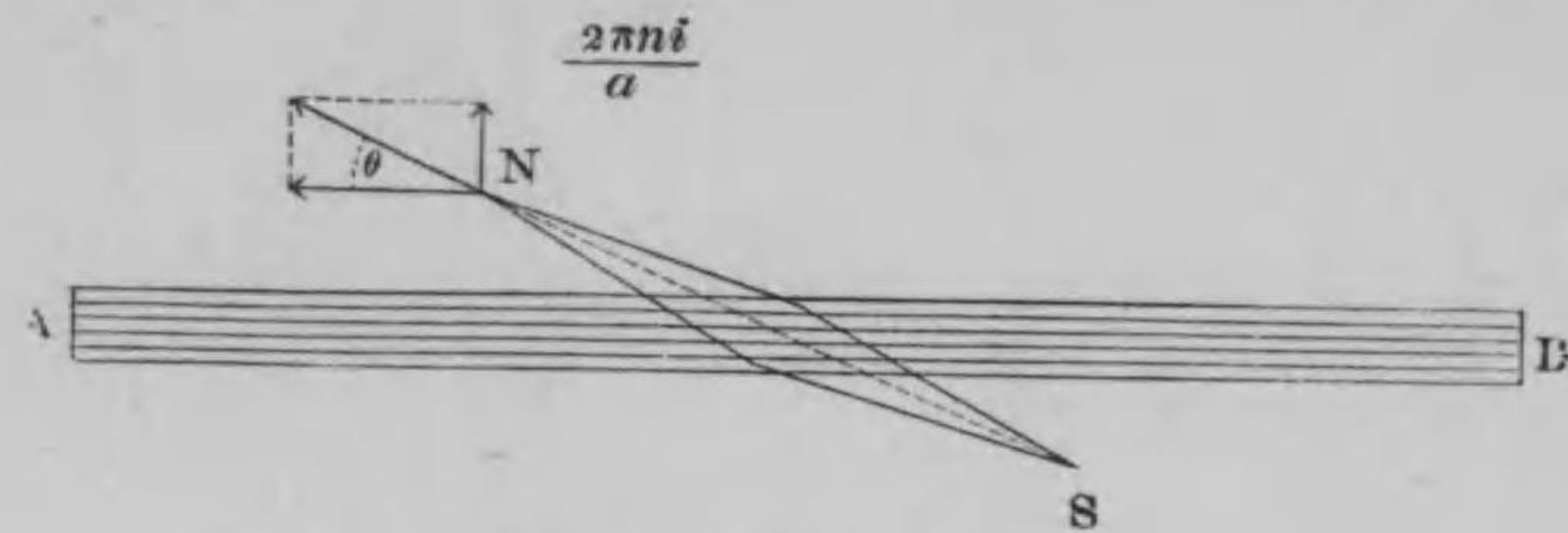
$$kilnSH\sin\phi = b\theta, \quad \theta + \phi = 90^\circ.$$

一般に、 θ は小なる故に、 $\sin\phi = \cos\theta = 1$ と看做して、

$$i = \frac{b}{knSHl} \theta$$

即ち電流 i は其廻轉角 θ に比例す。而して、 θ を測定するには、捲線の上部に鏡を附け、光線之反射に依るを便利なりとす。

或は、ABなる捲線を地球の磁氣子午面と一致せしめ、其中に小磁針を吊したる後に電流を通ぜば、地磁氣



第四百四十七圖

の水平分力 H と、此捲線が生ずる磁場の強度 $\frac{2\pi n i}{a}$ との合力の方向に傾くべし。其角を θ とすれば

$$\tan\theta = \frac{2\pi n i}{Ha}$$

なり。

故に、電流計に固有なる恒數

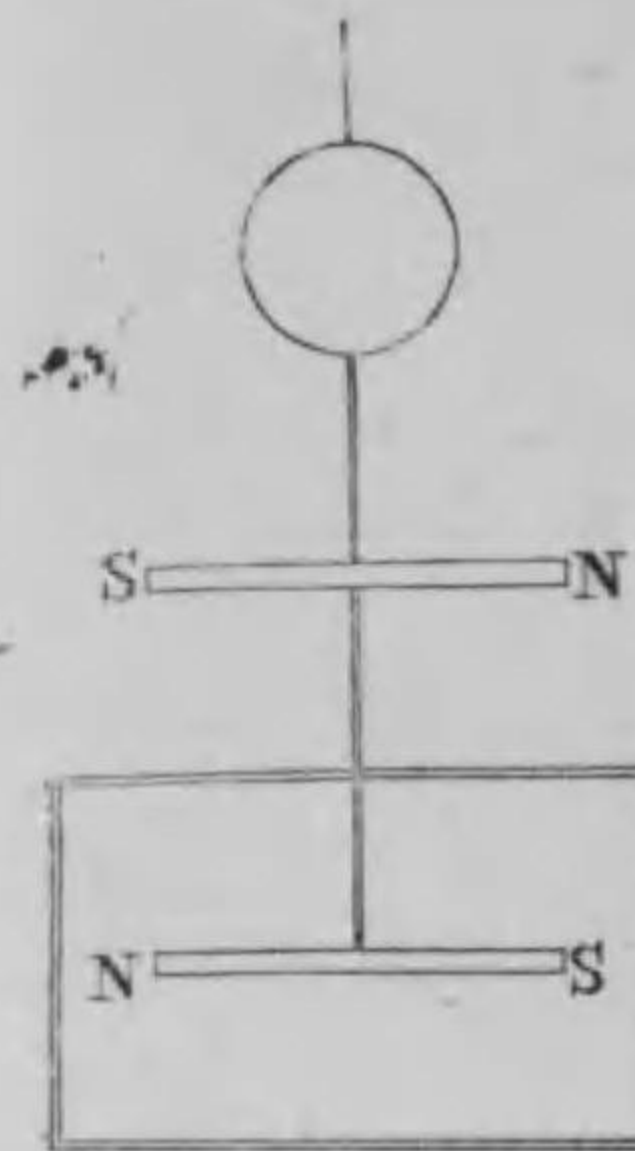
$$\frac{2\pi n}{a} = G$$

と置けば、

$$i = \frac{Ha}{2\pi n} \tan\theta = \frac{H}{G} \tan\theta$$

なるを以て、傾角 θ を測れば、電流 i を知り得べし。之を正切電流計と云ふ。

若し同様なる二個の小磁石を反對の方向に結合して、所謂無定位針を造り、第四百四十八圖の如く一を捲線内に、他を捲線外に在らしめば、地磁氣の水平分力は殆んど相殺するが故に、恰も H が非常に弱くなりたる



第四百四十八圖

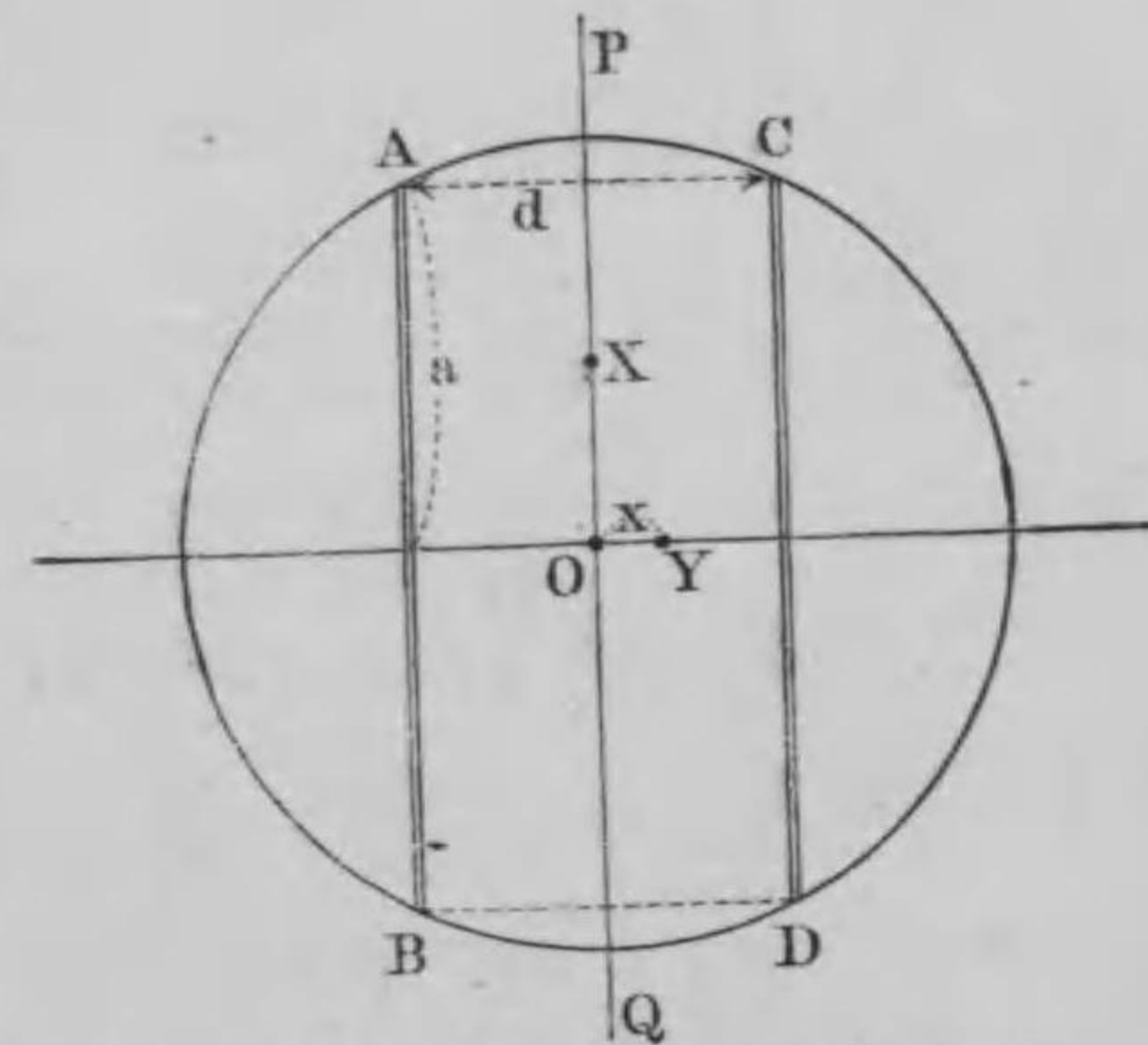
と同一にて、同一電流に依て傾く角 θ は非常大となる。換言すれば、電流計の感度は大に増加すべし。或は永久磁石を以て、地磁氣と反對の磁場を生ぜしめて、之を弱くするも、同様の結果に歸着すべし。

今 AB 及 CD なる二個の互に平行なる輪道ありて、電流が同方向に流れ居れりとすれば、其中間なる

PQ 面上の任意點

x に於て、是等の輪道が成す角は等しくして反對なる故に、磁位は $H = \sum \omega i = 0$ なるべし。

中心の O を通りて、PQ に垂直なる線上の任意點 Y に



第四百四十九圖

於ける磁力は、共に同方向なる故に

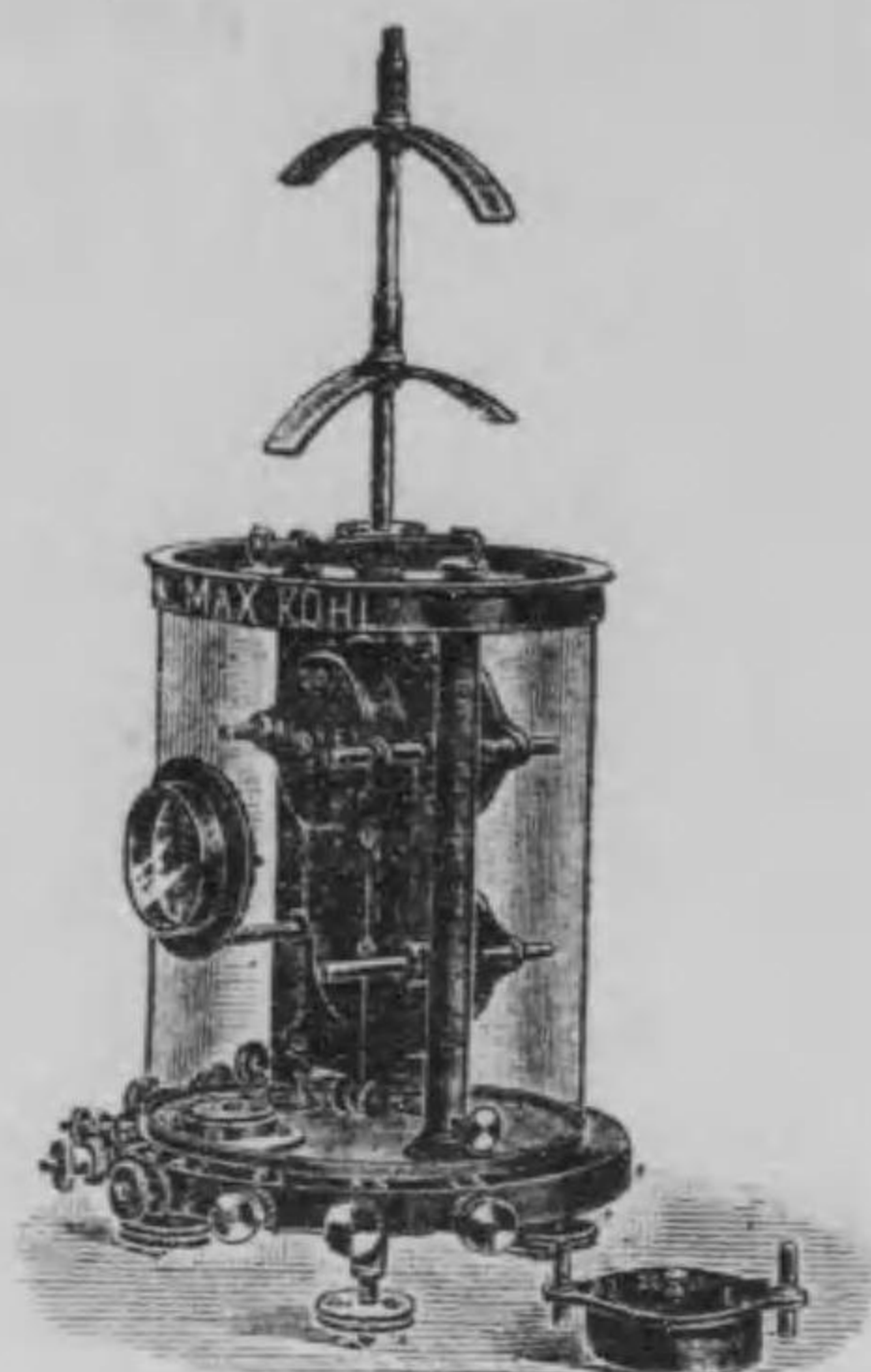
$$H = 2\pi i a^2 \left\{ (a^2 + (d+x)^2)^{-\frac{3}{2}} + \{ [a^2 + (d-x)^2]^{-\frac{3}{2}} \} \right.$$

$$= \frac{4\pi i a^2}{(a^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{(a^2 - 4d^2)}{(a^2 + d^2)^2} x^2 + x^4 \text{ 以上を含む項} \right\}$$

従て、若し二輪道間の距離
 $2d$ が輪道の半径 a に等し
 ければ、

$$H = \frac{4\pi ia^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}}$$

にて、中心よりの距離 x を
 含まざる故に、此附近に於
 ては殆んど不変なり。ヘ
 ルムホルツ氏の電流計は
 此理を應用せる者なり。



第四百五十圖

第三百三十節 彈動電流計 靜電氣を放
 電せる場合の如く、電流が永續せざる際には、前記の電
 流計は用を成さずと雖も、次の原理に基づきて、其電氣
 總量を測定するを得べし。斯かる装置を**彈動電流計**
 と云ふ。

磁氣能率が M なる電流計の磁針が、捲線の面内に
 靜止せるに際し、電流 i が一瞬時間通過せる爲に、此磁
 針に働く廻轉能率は MGi なり。而して、此廻轉能率の
 働く時間が無限小なりとすれば、其間に磁針は位置を
 變せざるが故に、廻轉運動の方程式は、慣性能率 I なる

とき、上卷第六十八節に説明せる如く

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = MG i$$

なり。依て、

$$I \frac{d\theta}{dt} = MG \int i dt$$

にて、積分は電流の通過する時間に涉りて取るべき者
 なるが故に、

$$\int i dt = Q$$

は電氣量にて

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

は此際に得たる廻轉速度なり。従て、

$$I\omega = MGQ \quad \text{或は} \quad Q = \frac{I\omega}{MG}$$

なり。

次に、 ω なる角速度を以て廻轉運動を始めたる磁針
 が、 θ 丈廻轉せる際
 には、 $MH \sin\theta$ なる廻
 轉能率に依て反撥
 せらるるが故に、其
 運動方程式は

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -MH \sin\theta$$



第四百五十一圖

なり。之を積分すれば、

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0^t = \left|\frac{2MH}{I} \cos\theta\right|_0^t$$

なり。

然るに、最初は

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = \omega \text{ にて, } \theta = 0$$

なるが、最大廻轉角を Θ とすれば、最後は

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = 0 \text{ にて, } \theta = \Theta$$

なる故に、上記の定積分は

$$-\omega^2 = \frac{2MH}{I} (\cos\Theta - 1) = -\frac{4MH}{I} \sin^2 \frac{\Theta}{2}$$

となる。即ち、

$$\omega = 2\sqrt{\frac{MH}{I}} \cdot \sin \frac{\Theta}{2}$$

依て、

$$Q = \frac{2}{G} \sqrt{\frac{IH}{M}} \cdot \sin \frac{\Theta}{2}$$

然るに、 Θ が小なる場合には、 $\sin \frac{\Theta}{2} = \frac{\Theta}{2}$ にて、磁針の振

動期は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MH}}$$

なる故に

$$Q = \frac{HT}{2\pi G} \Theta$$

と化し、 Θ を観測すれば Q を知ることを得べし。

第三百三十一節 磁場が電氣輪道に及ぼす力 電氣輪道が磁場があれば、其面が磁場の

方向に直角なる時に静止するは前節に述べたり。此事實を換言すれば、輪道は其面を裏より表に向て通る磁力線の数が最大なる位置に静止すと云ふを得べし。

而して、是れは一般に真な

る者にて所謂 **マクスエル**

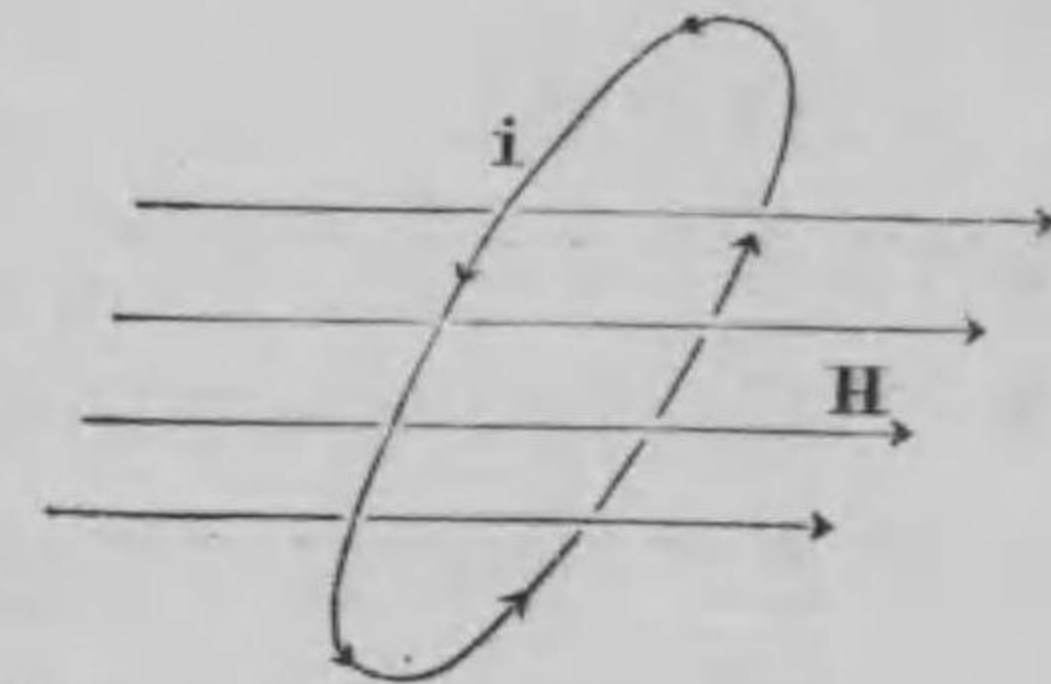
(MAXWELL) 之定理なり。従

て、若し磁場が一様ならざ

る場合には、磁力線の密集

せる位置に向て移動すべ

し。



第四百五十二圖

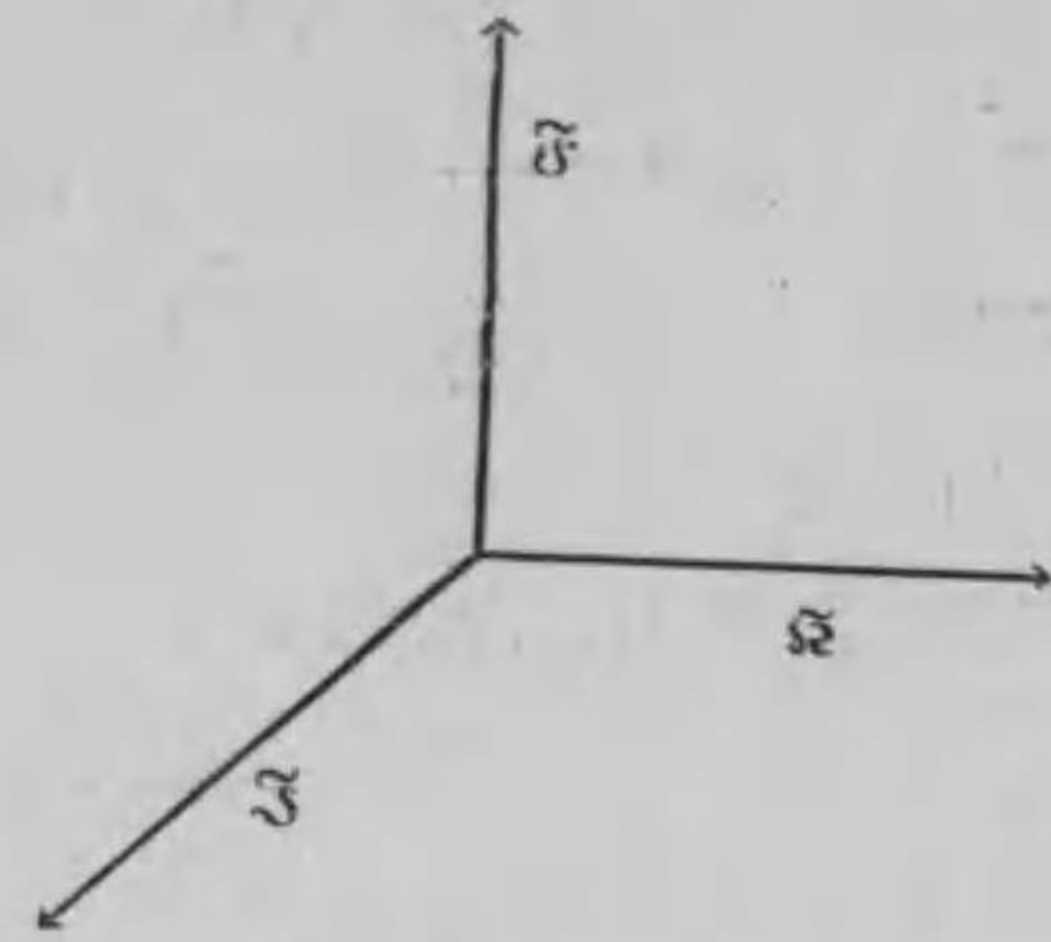
若し此輪道が伸縮自在なる者なりとすれば、圓形の面積は其半徑を増加する事に依て、輪道内を通過する磁力線の数を増加すべし。従て、斯かる輪道は、其半徑を増加すべき方向に運動す。

換言すれば、磁場内に置かれたる輪道は、此方向に向へる力に依て働かるる者にして、磁場 H と電流 I と力 F との関係は、輪道の單位長さ毎に

$$F = [3\mathcal{H}]$$

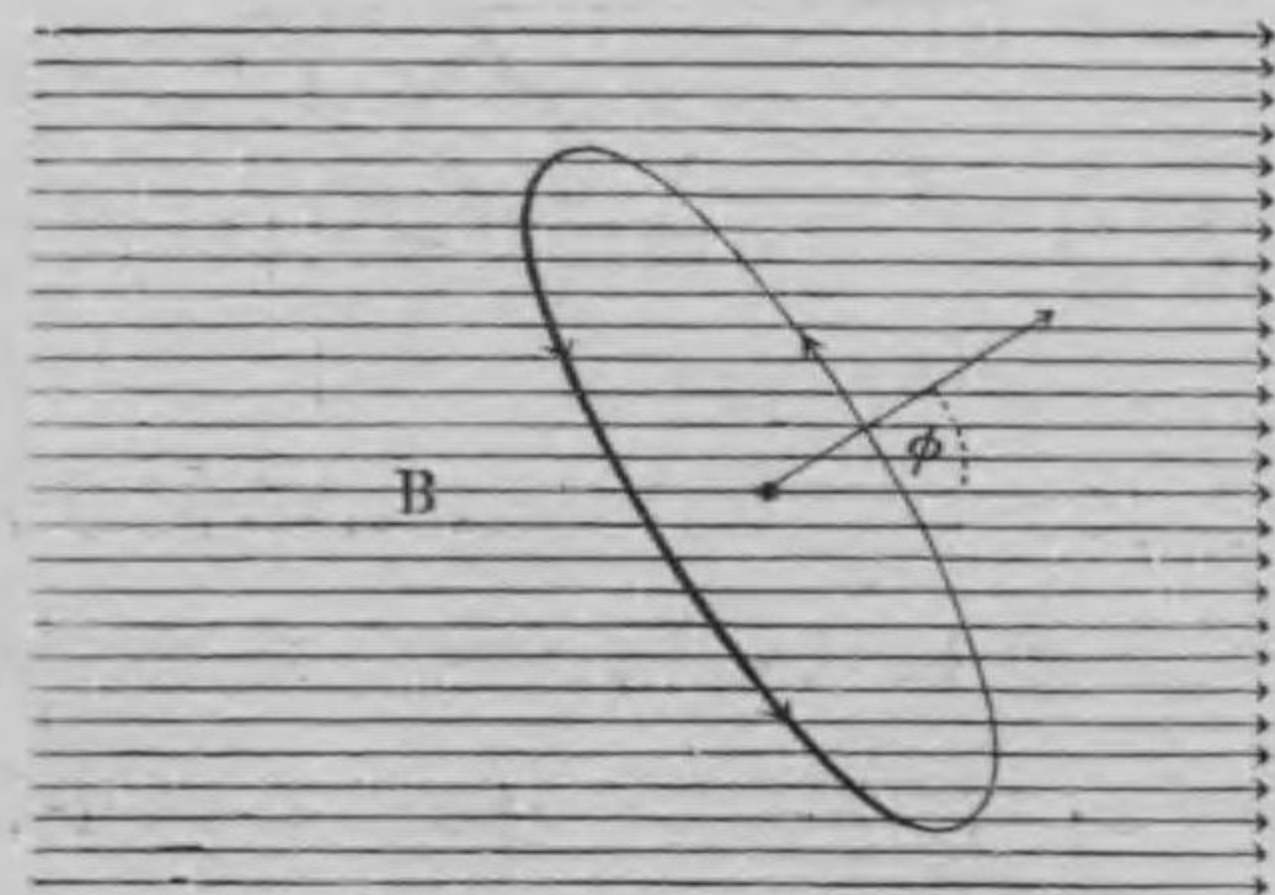
にて與へらる。

透過度 μ なる
媒質中にありて
は、磁場 H の代り
に磁気感應度
 $B = \mu H$ を採り、
 $\mathcal{F} = [3B]$
となすべし。



第四百五十三圖

磁気感應線は、
之に直角なる單位面積を通過する磁気感應線の數が、
恰も其點に於て磁気感應度に等しき如く其の數を定



第四百五十四圖

む。從て輪道は
磁気感應線を最
も多く含む如く
其位置を變ずと
云ふ事を得べし。
輪道の面積 A

にて、電流 i 、其
面の法線が磁気感應線 B と成す角が ϕ なりとすれば、
此輪道を通過する磁気感應線の數は

$$N = iAB \cos \phi$$

なり。

故に、

$$\frac{dN}{d\phi} = -iAB \sin \phi,$$

從て $\sin \phi = 0$ 即ち $\phi = 0$ ならば靜止し、 $\phi = 180^\circ$ ならば不安定なり。又 $\phi = 90^\circ$ ならば $N = 0$ にて、 $\frac{dN}{d\phi}$ は最大なり。

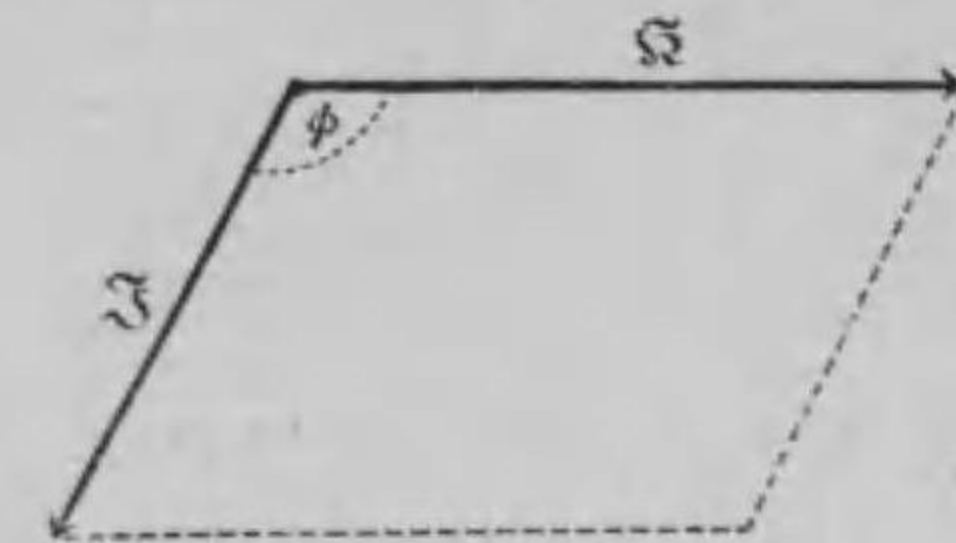
電流 I と磁場 H との成す角が ϕ ならば、

$$\mathcal{F} = [3H]$$

の數値は

$$F = iH \sin \phi$$

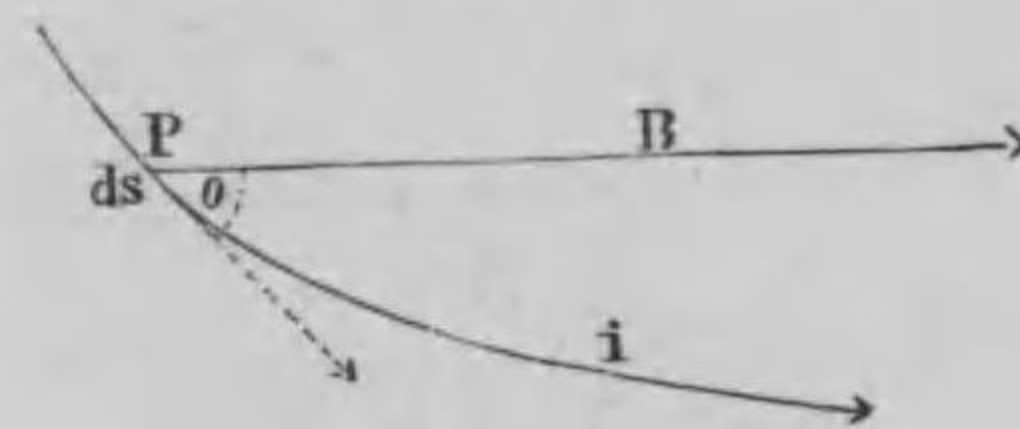
にて與へらるる故に、兩
者が直角なる時に最大



第四百五十五圖

にて、平行なるときに皆無なり。

或は、 P 點に於ける輪道の微分 ds にて茲に於ける
磁気感應度 B 、兩者間の角
 θ なるとき、電流 i ならば、
其間に働く力は

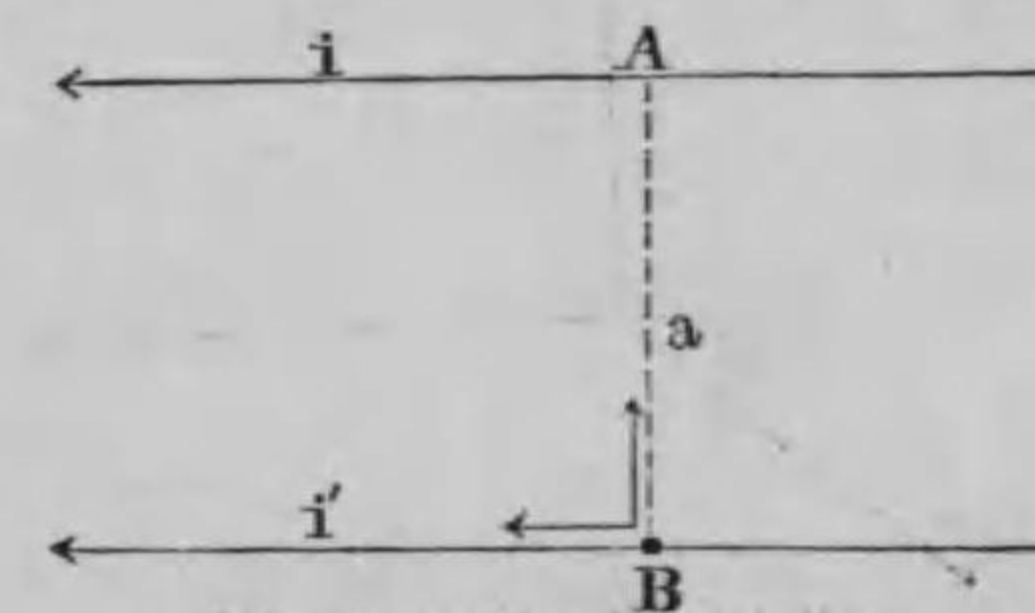


第四百五十六圖

$$dF = iB \sin \theta ds$$

なりと云ふを得べく、其方向は B と i とに直角にて、圖
に於ては紙面に垂直に上方に向ふ。

第三百三十二節 平行なる二直線を流
るゝ電流相互間の
引力 二個の輪道が
平行直線なる場合には、
其距離を a とし i なる
電流を有する輪道が、 B



第四百五十七圖

點に與ふる磁場は

$$H = \frac{2i}{a}$$

なり。故に、Bに於ける輪道の單位長さ毎に

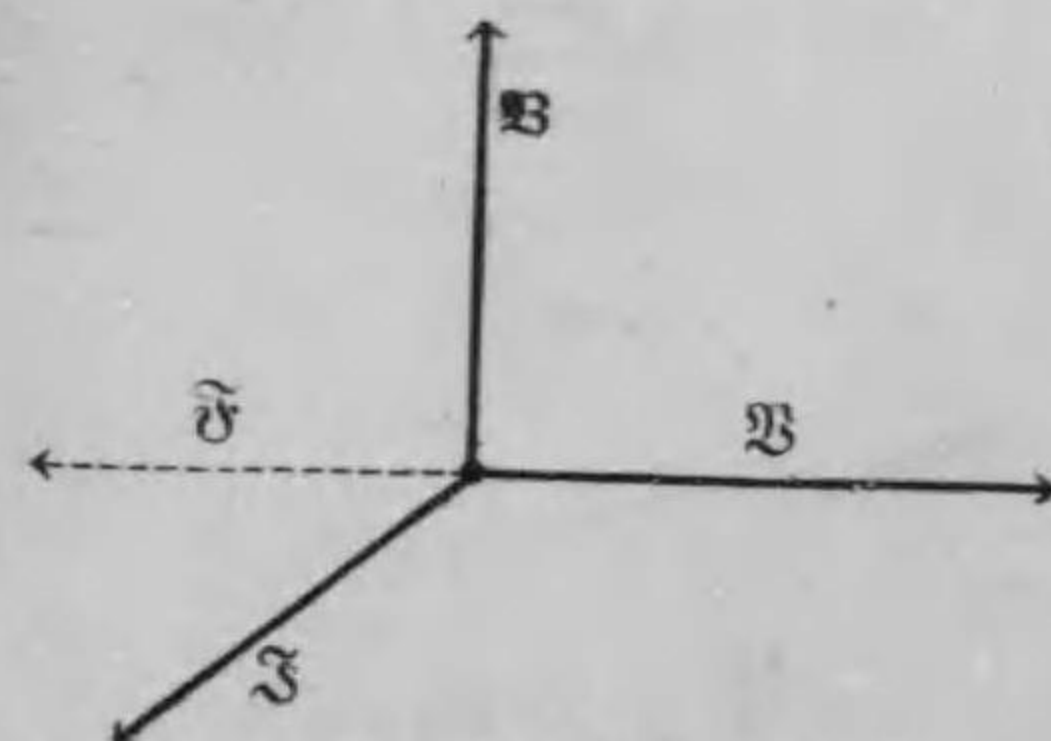
$$Hi' = \frac{2ii'}{a}$$

なる力働き、其方向はBよりAに向ふ。即ち引力なり。換言すれば、互に平行なる直線電流間の引力は其距離に逆比例し、各輪道を通る電流の相乗積に比例す。

第三百三十三節 感應電流

磁場に於て電流が流るるとき、之を動かさんとする力が其輪道に働くを知れり。然るに、今若し磁場に於て輪道を動かせば、其輪道内に電流を生ずることはファラデー氏[FARADY]の發見せる所なり。之を一般に言へば、輪道内を通過する磁氣感應線に變化あれば、所謂感應電流を生ず。

而して、其方向は恰も此感應電流に磁氣感應線が作用して生ずる力とが、初めの運動を止むる如き



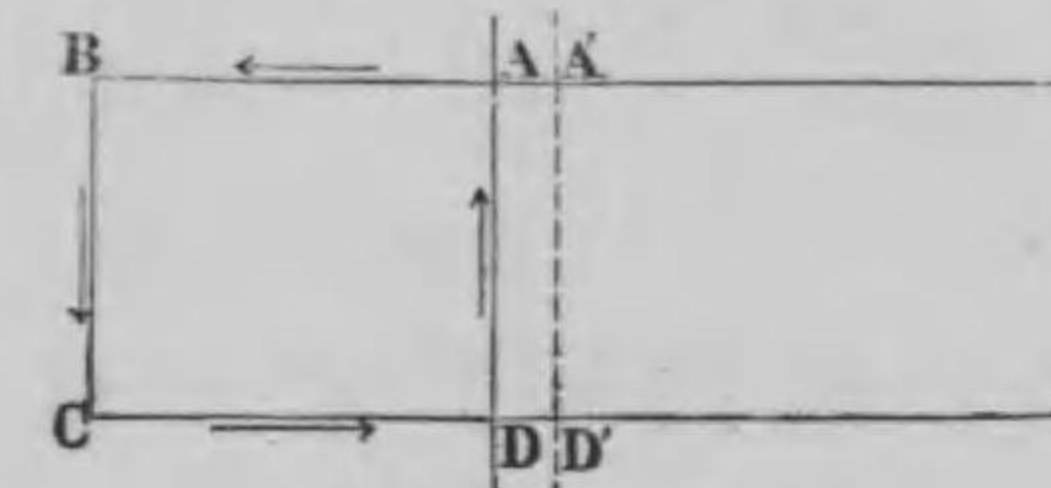
第四百五十八圖

關係にあり。即ち左圖の如くにして、力と速度とは其方向反對なり。之をレンツ[LENZ]之法則と云ふ。

感應電流の動電力 V は

此輪道内を通過する磁氣感應線の數 N が、單位時間に變化する量 $\frac{dN}{dt}$ に依て定まる者にて、Nが増加せる爲に生じたる感應電流は、其 N を減少する如き方向に起る。

今 ABCD なる輪道を考ふるに、其抵抗 r にて、電流 i ならば、dt 間に生ずる熱量は $i^2 r dt$ エルグなり。此輪道を通る磁氣感應線が N にて、輪道の一部 AD が A'D' に移りたる爲に、此感應電流 i が生じたる者とす



第四百五十九圖

れば、dN は ADD'A' 間を通る磁氣感應線の數なるべし。電流 i が通れる輪道の一部 AD を、磁場 H なる處

にて、AA' 丈右に移すに要する仕事は

$$dW = iHAD \cdot AA'$$

なるが、

$$H \cdot AD \cdot AA' = dN$$

なる故に、

$$dW = idN$$

なり。従て、エネルギー不滅則に依り

$$i^2 r dt + idN = 0 \quad \text{或は} \quad i = -\frac{1}{r} \frac{dN}{dt}$$

従て

$$V=ir=-\frac{dN}{dt}$$

なり。

磁場が、附近にある電気輪道 X 内を通過する電流に基因する場合には、其 X なる輪道の電流 i' の変化は、N を変化せしむること當然にて、

$$Mi'=N \quad \text{即ち} \quad \frac{dN}{dt}=M\frac{di'}{dt}$$

となるに依り、

$$V=-M\frac{di'}{dt}$$

なり。此 M を相互感應係数と云ふ。

第三百三十四節 自己感應 輪道を電流

が通過せる際の磁気感應線は、輪道自身の面を貫通するが故に、其電流に變化ある毎に、其感應電流は自己の輪道にも生ずるの理なり、此現象を自己感應と言ふ。

今 i なる電流が通過せる際に、其輪道を貫通する感應線を $N=Li$ なりとすれば、

$$\frac{dN}{dt}=L\frac{di}{dt}$$

なるに依り

$$V=-L\frac{di}{dt}$$

となる此 L を自己感應係数と云ふ。

電流を通じ初むるときは、 $\frac{di}{dt}$ が正量なるに依り、V は負量にて本來の動電力に反對し、又電流を切斷する際には $\frac{di}{dt}$ が負量なる故に、V は正量にて本來の動電力を増加する事となる。

自己感應係数 L なる輪道中に、動電力 V_0 なる電池を接續すれば、オーム之法則に依り、

$$V_0+V=Ri$$

なる故に、

$$V_0-L\frac{di}{dt}=Ri \quad \text{或は} \quad i-\frac{V_0}{R}=-\frac{L}{R}\frac{di}{dt}$$

$$\int_0^t \frac{di}{i-\frac{V_0}{R}} = -\int_0^t \frac{R}{L} dt, \quad \left| \log \left\{ i - \frac{V_0}{R} \right\} \right|_0^t = \left| -\frac{R}{L} t \right|_0^t$$

$$\log \left\{ 1 - \frac{iR}{V_0} \right\} = -\frac{R}{L} t, \quad \text{或は} \quad 1 - \frac{iR}{V_0} = e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$\text{或は} \quad i = \frac{V_0}{R} \left\{ 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right\}$$

なり。即ち、電流 i は直に常住態に達する者にあらずして、次第に $\frac{V_0}{R}$ なる値に近似するに過ぎず。

$$\text{又} \quad V_0 - Ri = L\frac{di}{dt}$$

より之に idt を乗じて積分すれば、

$$\int_0^t V_0 idt - \int_0^t Ri^2 dt = \int_0^t Li \frac{di}{dt} dt$$

を得べし。然るに

$$\int_0^t V_0 i dt = \int_0^E V_0 dE = \int_0^W dW = W$$

は、此間に電池に爲したる仕事にて、

$$\int_0^t R i^2 dt$$

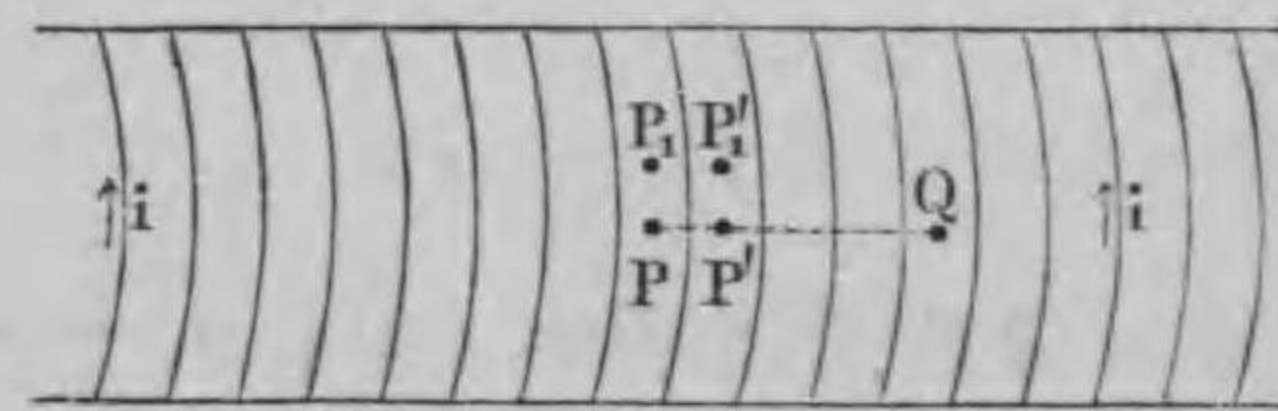
は、此間に生じたる熱量なり。

従て、其差に等しきエネルギー

$$L \int_0^i i di = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} N i$$

は、附近の媒質中に蓄へられ居る者にして、媒質が一種の歪を受け居る者なり。而して、電池を取りたる際に生ずる電流は、此エネルギーが再現する者にて、電媒質は恰も輪轉機に於ける惰性環と同様の作用を成す。

第三百三十五節 磁場之エネルギー



第四百六十圖

無限に長さ捲線内の一 P に於ける磁位を Ω とすれば、捲線を構成する各輪道が、此 P に成

す立體角は、左右の區別に従ひ正負の差あるべきも、其代數和を ω とすれば、之に i なる電流を通ぜるとき

$$\Omega = i\omega$$

なり。吾人は ω の値を知ることは容易に非ざるべき

も、一と捲隣りにある P' 點に於ては、 P と P' との中間に横はる一個の輪道が成す角は -2π より $+2\pi$ に變化する故に、 4π 丈の差を生ずるを知る。

従て、 P より單位距離を隔てたる Q 點に於ては、若し此單位長の間にある捲き數を n とすれば、 $4\pi n$ 丈立體角に差を生ずべし。然るに、磁場 H は單位距離毎に磁位の變化する割合にて測定する者なる故に、此捲線内の磁場は軸の方向に $4\pi n i$ なりと云ふを得べく、軸上に非ざるとも、例へば P' と P_1' とに就ても同様なり。

捲線外の任意點 α に於ける磁位を $\Omega' = i\omega'$ とすれば、是が α に移りたる際に、其中間に當る一輪道が α 點に於て成す角の變化は零なる故に、 ω' は不變なり。従て、 Ω' は恒數なり。換言すれば、捲線外にては磁場は零なり。有限の捲線に於ても、長さ l が半径 a に對して可なり大ならば、以上の議論は大略正當なり。

次に斯かる捲線の自己感應係數 L を計算せん。に、 $H = 4\pi n i$ にして、捲線の總數は ln なる故に、面積を A とすれば、

$$N = AHln = 4\pi n^2 i l A = L i$$

従て、

$$L = 4\pi n^2 l A$$

なり。故に其エネルギーは

$$\frac{1}{2}Ni = \frac{1}{2}Li^2 = 2\pi n^2 l A i^2$$

なるべし。

然るに、捲線内は一様なる磁場にて、捲線外は磁場に非ざる故に、此エネルギーは體積 lA なる媒質内に含まる。依て單位體積毎に有する磁場のエネルギーは

$$W = 2\pi n^2 l^2 = \frac{1}{8\pi} \{4\pi n i \cdot 4\pi n i\} = \frac{H^2}{8\pi}$$

なり。

此式は一般の磁場に於ても真なる者にて、透過度 μ なる物質内にありては

$$W = \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{1}{8\pi} HB$$

なり。

第三十五章

振動電流及電磁波

第三百三十六節 交番電流 地球の磁場に

於て、垂直軸を以て角速度 ω なる等速廻轉を成し居る輪道を考ふれば、其面が磁氣子午面と成す角を θ とし、水平磁力を H とし、輪道の面積を A として、此輪道を通過する磁氣感應線は

$$N = HA \sin \theta$$

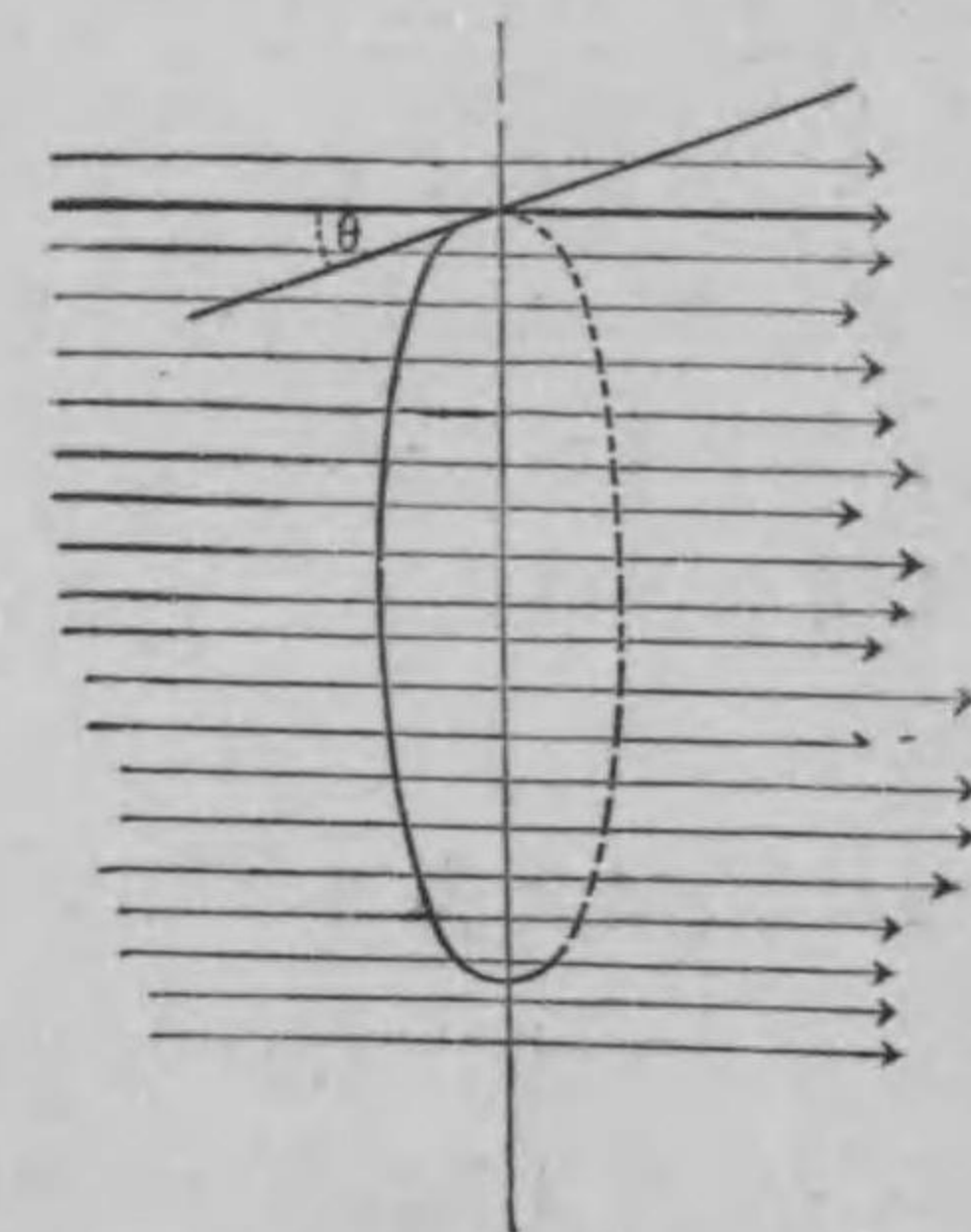
なり。從て、

$$\frac{dN}{dt} = HA \cos \theta \frac{d\theta}{dt}$$

なるが、 $\theta = \omega t$ 、 $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ なる故に

$$\frac{dN}{dt} = HA \omega \cos \omega t$$

なり。



第四百六十一圖

此際に、自己感應に依て生ずる動電力は、

$$V = -\frac{dN}{dt} = -HA\omega \cos \omega t$$

なり。今 $-HA\omega = V_0$ と置けば、之は恒數なるが、任意時刻 t に於て、此輪道に働く動電力は

$$V = V_0 \cos \omega t$$

にて週期的に変化する。

此動電力に依て起るべき感應電流を i とすれば、輪道の自己感應係數 L にて、抵抗 r なるとき、

$$L \frac{di}{dt} + ri = V_0 \cos \omega t$$

ならざるべからず。

此微分方程式を解く爲に、

$$i = k \cos(\omega t - \alpha)$$

と置けば、之を前記の微分方程式に代入して

$$-Lk\omega \sin(\omega t - \alpha) + rk \cos(\omega t - \alpha) = V_0 \cos \omega t$$

を得べし。而して、 $t=0$ のとき

$$Lk\omega \sin \alpha + rk \cos \alpha = V_0$$

にて、 $\omega t = \frac{\pi}{2}$ のとき

$$-Lk\omega \cos \alpha + rk \sin \alpha = 0$$

なるを要す。依て

$$\tan \alpha = \frac{L\omega}{r}, \quad k = \frac{V_0}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}}$$

にて、

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} \cos(\omega t - \alpha)$$

となる。

即ち、此種の電流は單に其強度を變化するのみならず、方向も亦時間に依て變ず。斯かる電流を交番電流と稱し、或は略して交流とも言ふ。

最大電流は

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}}$$

にて、之をオーム之法則と比較すれば、恰も輪道の抵抗が r にあらずして、

$$P = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$$

に増加せるに似たり。此 P をインピーダンスと云ふ。 L 或は ω が大なれば、 P が大なる故に、電流は非常に小となる、從て L の大なる捲線を利用すれば、 ω なる交流を殆んど遮斷するを得べし。斯かる装置を遮斷捲線と云ふ。以て落雷の害を防ぐべし。

第三百三十七節 變壓器 今第一捲線と同一の軸を有する第二捲線あり、其自己感應係數は L_1 及 L_2 にて、相互感應係數は M 、又抵抗は r_1 及 r_2 なるとき、第一捲線に $V_0 \cos \omega t$ なる動電力が外部より與へられたりと

せん。然らば、之に x なる電流を生ずると共に、第二捲線内にも感應に依て y なる電流を生ずべし。其方程式は次の如し。

$$L_1 \frac{dx}{dt} + M \frac{dy}{dt} + r_1 x = V_0 \cos \omega t$$

$$M \frac{dx}{dt} + L_2 \frac{dy}{dt} + r_2 y = 0.$$

此聯立方程式を解く爲に

$$x = A \cos(\omega t - \alpha), \quad y = B \cos(\omega t - \beta)$$

と置けば、

$$B^2 = \frac{M^2 \omega^2}{L_2^2 \omega^2 + r_2^2} A^2, \quad A^2 = \frac{V_0^2}{L'^2 \omega^2 + r'^2}$$

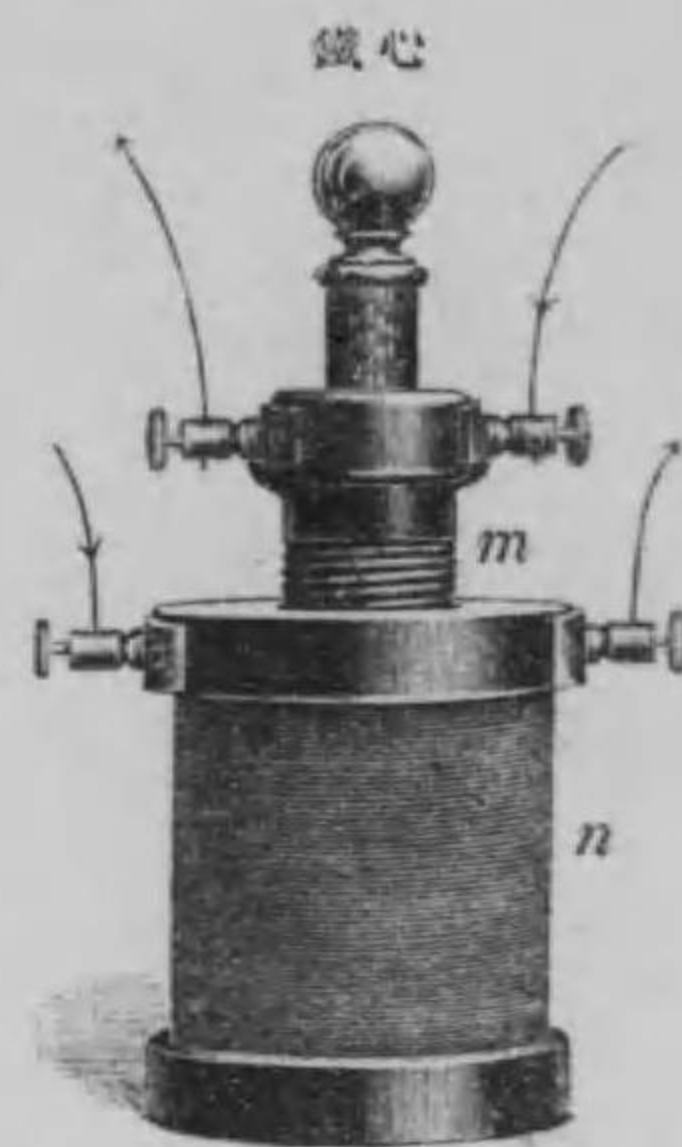
なる條件を生ず。但し

$$L' = L_1 - \frac{M^2 \omega^2 L_2}{L_2^2 \omega^2 + r_2^2}, \quad r' = r_1 + \frac{M^2 \omega^2 r_2}{L_2^2 \omega^2 + r_2^2},$$

$$\tan \alpha = \frac{L' \omega}{r'}, \quad \tan(\beta - \alpha) = \frac{r_2}{L_2 \omega}.$$

従て、第二捲線の存在は、恰も第一捲線の自己感應を L_1 より L' に變じ、抵抗を r_1 より r' に變じたる如き結果となる。換言すれば、自己感應は減じ、抵抗は増加したるに似たり。

若し、 $L_2 \omega$ が r_2 に比して非常大なる如く、急速に外部の動電力が變化すれば、



第四百六十二圖

$$L' \doteq L_1 - \frac{M^2}{L_2}, \quad r' \doteq r_1 + \frac{M^2}{L_2} r_2, \quad B \doteq \frac{M}{L_2} A, \quad \beta - \alpha \doteq -$$

なり。一般に、

$$\frac{x}{y} = \frac{A \cos(\omega t - \alpha)}{B \cos(\omega t - \beta)}$$

なるが、單に其最大電流のみを比較すれば

$$x_0 : y_0 = A : B = L_2 : M$$

なり。

今透過度大なる鐵心を使用し、捲線の數が m と n ならば、

$$\frac{L_2}{M} = \frac{n}{m}$$

なり。換言すれば、最大電流は捲線の捲き數に比例し、週期は π 丈の差あり。

抵抗 r なる電球を第二次線に挿入すれば、其兩極に於ける電位差は

$$V = r y = r B \cos(\omega t - \beta)$$

にて、其最大値は

$$V_0' = r B = r \frac{m}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{L'^2 \omega^2 + r'^2}} V_0$$

即ち動電力は

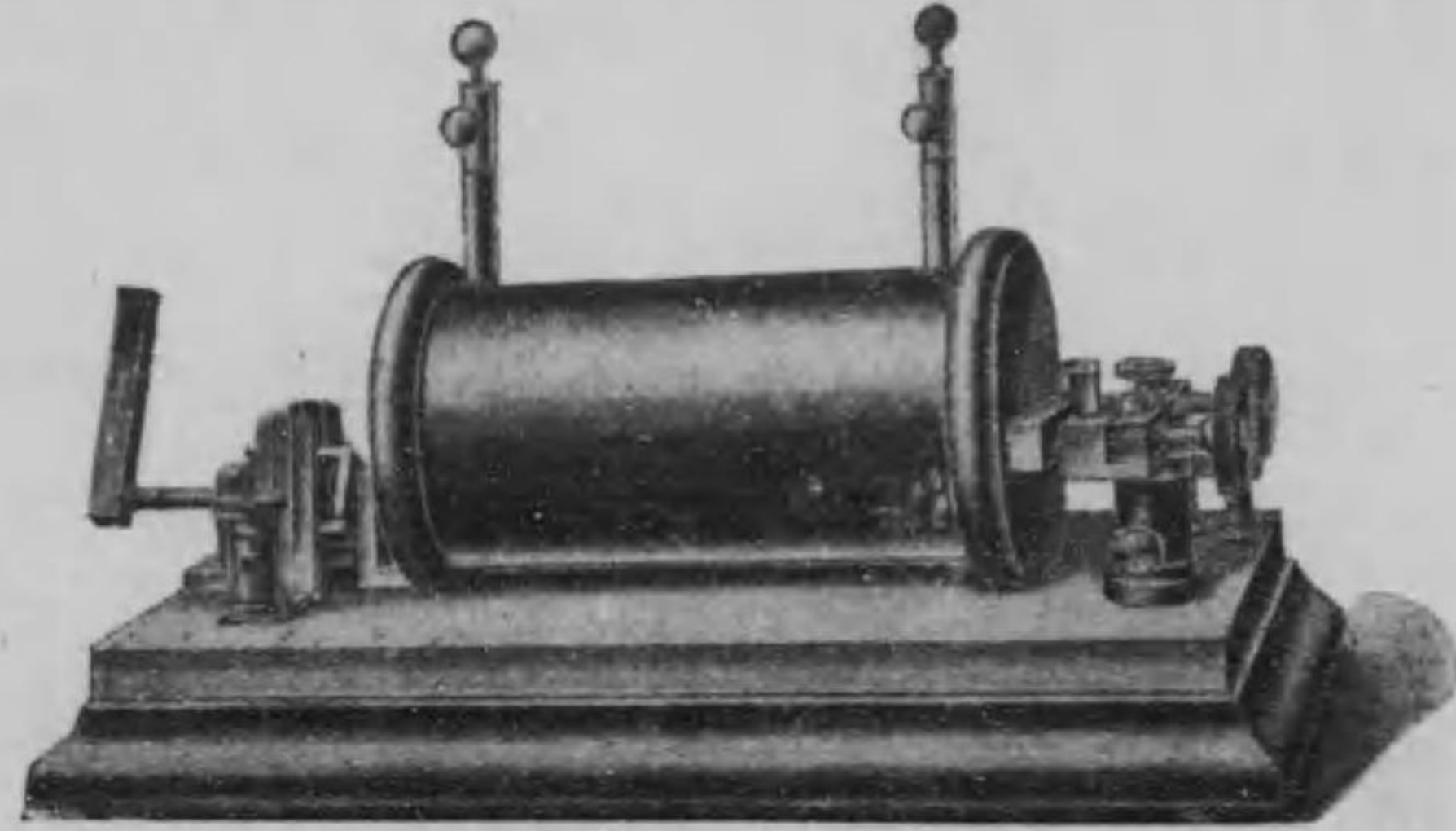
$$\frac{m}{n} \cdot \frac{r}{\sqrt{L'^2 \omega^2 + r'^2}}$$

の比にて減ず。一般に

$$\frac{r}{\sqrt{L^2\omega^2 + r^2}} < 1$$

なるが故に、動電力は捲數に逆比例するよりも少しく小なり。依て、斯かる装置を利用して、電壓低く電流強き者を高壓弱流に、或は其逆に變更するを得べし。故に之を變壓器と稱す。

第一次線を通すべき電流が交流にあらざる場合に於ても、之を適當なる週期を以て斷續するときに、第



第四百六十三圖

二次線に感應電流を生ずべく、其電壓は捲線の多少に依り、週期は斷續回數に依て定まる。故に普通の電流を利用して、特別に高壓或は振動數多大なる交流を得ること可能なり。斯かる装置を感應起電機と稱す。

第三百三十八節 振動電流 帶電のエネルギーは、其周圍なる電媒質中に宿る考なるは既に知れ

り。換言すれば、電氣變位に對して彈力なき者は電導體にて電流を生ずるも、彈力ある電媒質内に在りては、常に此變化を復歸せんとする傾向を持続す。従て、吾人若し急に此變位に復歸の自由を與ふるときは、普通の彈性體に於ける如く、往復動を生ずるの理なり。此現象を電氣振動と云ふ。交流は強制されたる一種の振動電流なり。

多量の靜電氣を帯びたるライデン瓶を放電する場合を考ふるに、其兩極AとBとの電位差Vにて、之を連結せる導體の抵抗R、自己感應Lなりとすれば、放電の際に流るる電流*i*は

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V$$

にて與へらる。

然るに、此帶電體の容量Cならば、電氣量は $E = CV$

なり。或は $i = -\frac{dE}{dt}$ なるに依り、

$$L \frac{d^2E}{dt^2} + R \frac{dE}{dt} + \frac{E}{C} = 0$$

となる。今 $E = e^x$ と置けば

$$Lx^2 + Rx + \frac{1}{C} = 0$$

となる故に、之を解きて

$$x = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$$

なるが、若し

$$R^2 > 4\frac{L}{C}$$

ならば、 x_1 及 x_2 なる二個の實根ある故に

$$E = E_0 \{ e^{x_1 t} + e^{x_2 t} \}$$

となり、而して、 x_1 も x_2 も負量なること明白なる故に、時間と共に電氣量が減少するを見る。若し、

$$R^2 < 4\frac{L}{C}$$

ならば、二個とも虚根となる故に、電氣量は

$$E = Ae^{-\frac{R}{2L}t} \cos \left\{ \sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \right)} t + \alpha \right\}$$

にて與へらる。従て、Eは必ずしも常に正量に非ずして

$$T = 2\pi \left\{ \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

なる週期を以て、振動的に電氣量が正負の間に變更するのみならず、其最大電氣量は

$$E_0 = Ae^{-\frac{R}{2L}t}$$

にて、時刻の経過と共に次第に減少するを見る。

換言すれば、此場合に於ける電流は振動電流にして、先づ A より B に流れ、次に B より A に流れ、其後交互に其方向を變じ、電流は次第に微弱となる。若し抵抗 R が自己感應 L に比して甚だ小なれば、

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

となる故に

$$E = Ae^{-\frac{R}{2L}t} \cos \left\{ \frac{t}{\sqrt{LC}} + \alpha \right\}$$

$$i = -\frac{dE}{dt} = A \left[\frac{1}{\sqrt{LC}} \sin \left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \alpha \right) + \frac{R}{2L} \cos \left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \alpha \right) \right] e^{-\frac{R}{2L}t}$$

或は $\tan \beta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ と置きて

$$i = Ae^{-\frac{R}{2L}t} \sin \left\{ \frac{t}{\sqrt{LC}} + (\alpha + \beta) \right\} \quad \text{なり。}$$

第三百三十九節 電力管 電力線は太さ

を有する者として、

之に電力管なる

名稱を附し、且つ

正負電氣は共に

固有の廻轉性を

有する電力管を

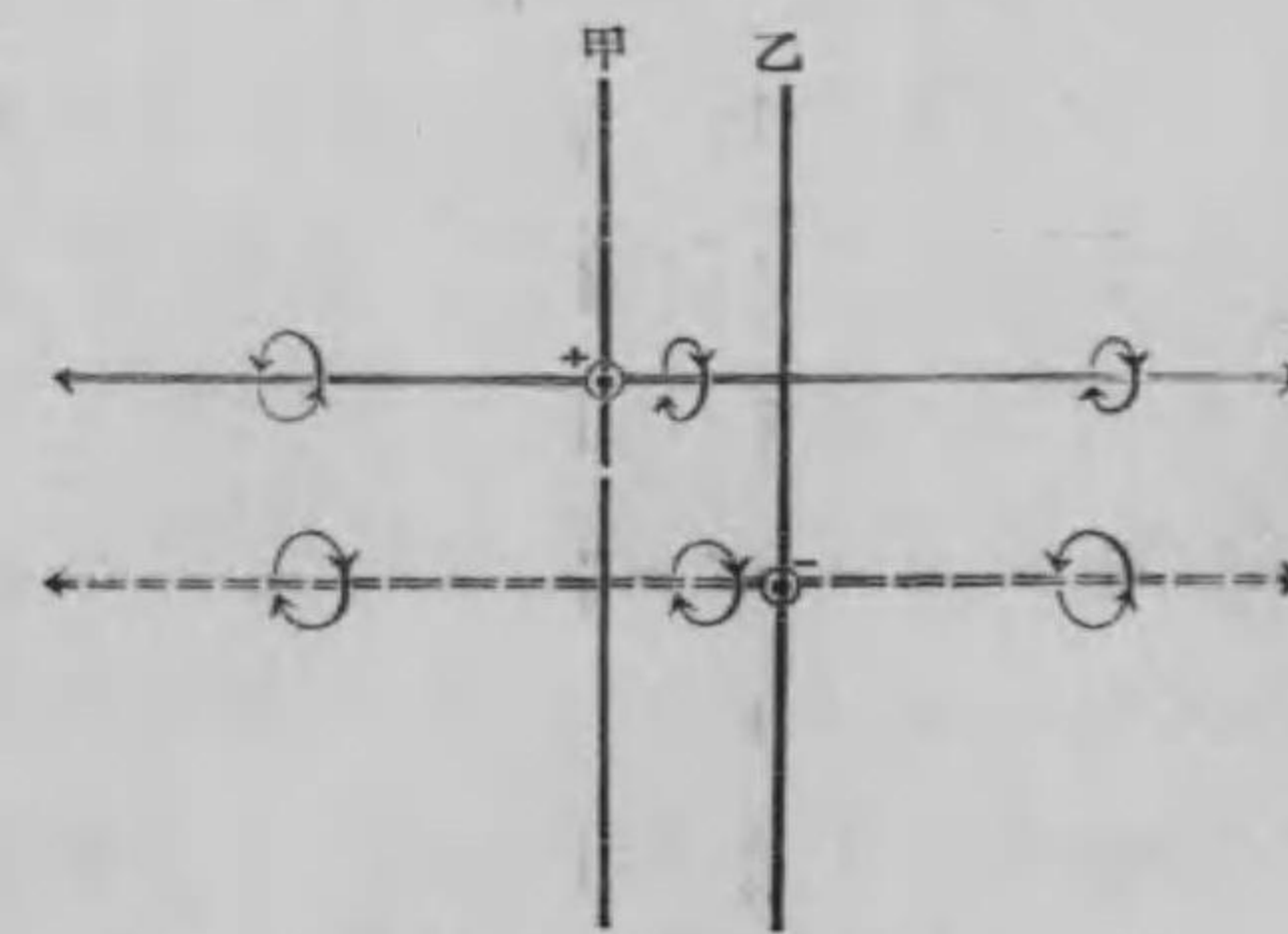
有し、其廻轉の方

向は正負相反す

る者にて、靜電作用は此廻轉作用の結果なりと看做す

事を得べし。

甲に正電氣あり、乙に負電氣ありとすれば、甲乙兩板



第四百六十四圖

間には、兩種の電力管の廻轉方向同一なる故に相助け、靜電作用を生ずるも、兩板以外には、其廻轉方向反對なる故に、互に相殺して靜電作用消滅す。

磁氣作用は、兩種電力管の相對運動に起因すと看做し得べし、然るときは、甲板に對し乙板を動かせば、相對運動は兩板間のみならず、其兩側に於ても起る故に、磁氣作用は其内外に及ぶ筈なり。

電流は電氣の迅速なる運動なるに依り、是に附帶せる電力管も亦急速に運動し、爲に所謂電磁作用を生ずる者なり。然るに、前節に述べたる如き振動電流の場合に於ては、之に附帶せる電力管も亦週期的に變化するが故に、其變化は場内各方に波狀を爲して傳波することとなるべし。是れ即ち電磁波なり。

第三百四十節 電磁質量 磁場 H なる處の各部は、單位體積毎に $\frac{\mu H^2}{8\pi}$ なるエネルギーを保有す。此エネルギーは、單位面積毎に存在する磁力線内に配布せらるる者と認めざるべからず。然るに、磁力線は電力管が急速に運動するに起因する者なるに依り、磁場内に宿るエネルギーは、畢竟するに、運動状態にある電力管が有する、運動エネルギーの一種なりと言ふを得べし。然るときは、此電力管は一種の質量を有する者と言はざるべからず。蓋し運動エネルギーは

質量と速度之自乗との積に依て測定せらるるが故なり。

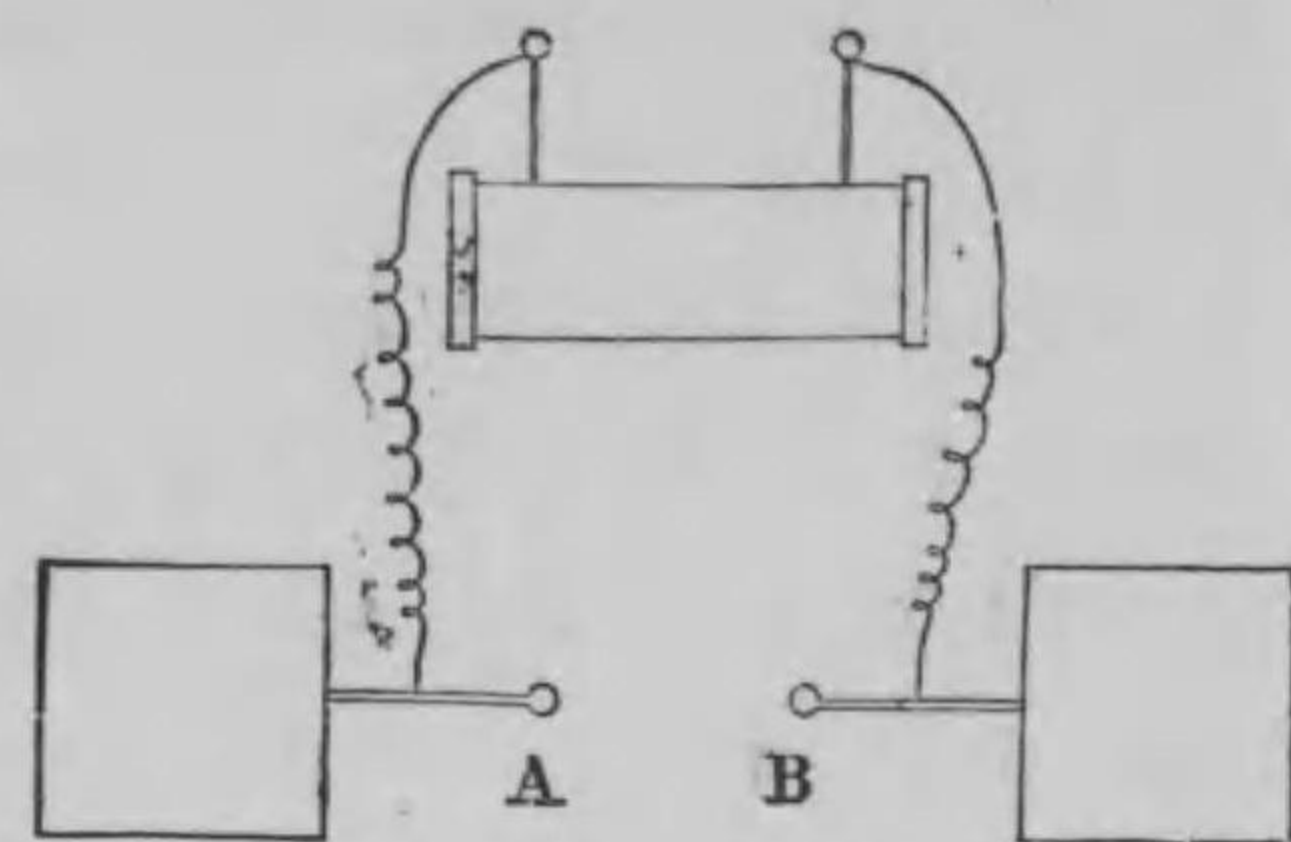
電流が流れ始むるときに、熱以外に仕事を要するは、此電力管に加速度を與ふるに必要なるが爲にて、又電流を止むるときに生ずる感應電流のエネルギーは、此運動せる電力管が有する運動エネルギーが再現する者なり。

殊に、運動せる電力管は質量を有するが故に、其運動が起りたる後に、其屬する電氣自身が急に靜止するとも、電力管は猶其運動を繼續する惰性を有すべきは注目すべき事なり。換言すれば、振動電流の場合に於ては、電流が零なる瞬間にも亦磁場は存在し得る者なり。

電子説に依て此現象を考ふるときは、各電子は一定の電力管を所持するが故に、電子に加速度を與ふるには、其電力管に加速度を與へざるべからず。従て電力管が質量を有すと言ふは、畢竟するに、電子が一定の質量を有すと云ふ事に歸着す。而して此質量は、普通の質量の如く、重力の作用を受くるに基づきて考へられたる者にあらずして、電磁作用に基づく者なるに依り、之を電磁質量と稱す。

第三百四十一節 電磁波之性質 電磁波の實在を始めて試験せるはヘルツ氏[HERTZ]なり。適

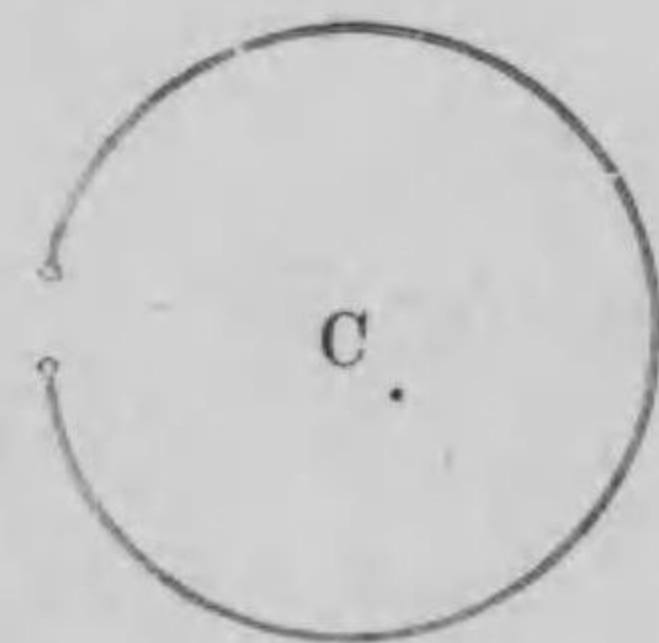
當の容量を附屬せしめたる電極 A, B を適當の距離に置き、之を感應起電機の兩極に接續すれば、



第四百六十五圖

A, B 間に振動放電起り、電磁波の源泉と成るべし。斯かる装置を振動器と云ふ。此場合に於て、自己感應係數は重きを成さざれども、附屬せる電氣容量は其振動の週期を支配すること明白なり。

今 C に示せる如き、圓形の一部を缺きたる導體、所謂



第四百六十六圖

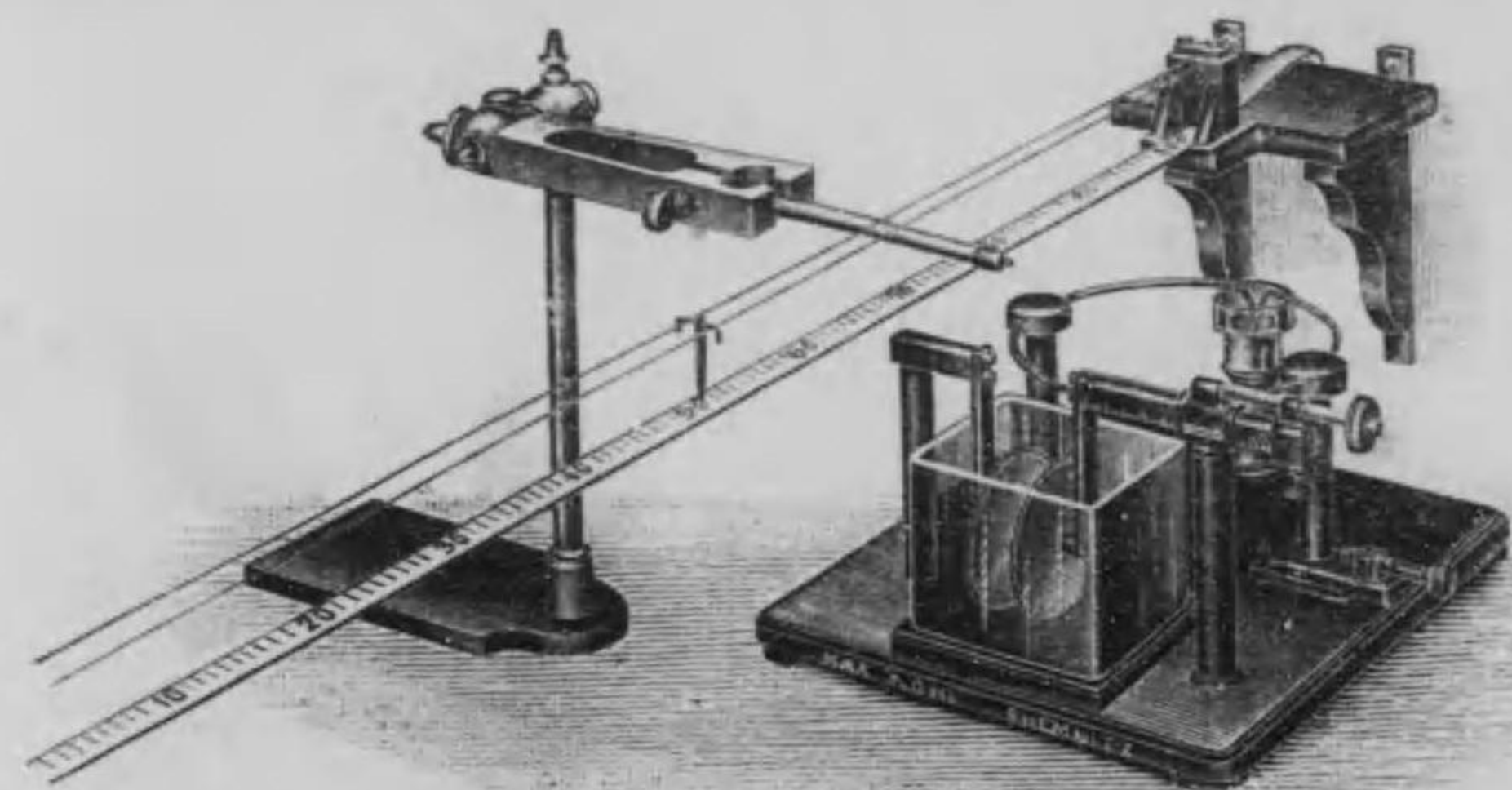
檢波器の抵抗及感應係數を適當にし、此處を通るべき振動電流の週期が檢波器の週期と一致する如く成す。從て之を共鳴器とも稱す。之を各位置に置いて檢するに、振動器よりの距離増加する

に従ひ、火花の弱くなるは當然なるが、若し AB 間を直角に二等分する平面に垂直なる位置にて、一定の距離に金屬板を置くときは、中間の或場所には盛に火花を生じ、他の場所には然らざるを見るのみならず、其最大

火花を生ずる位置は振動器に對し一定の關係ありて、恰も之を源泉として、一種の定常波が存在し、其腹に相當する點に於て最大火花を生ずる者なるを覺らしむ。

其他各種の實驗に依て電磁波は光波の如く反射し、屈折するを證明せられたるのみならず、光の如く偏面を有せしむることを得べし。

電磁波は、之を精言すれば、電氣波と磁氣波とに區別さるるものなること、電場と磁場とが區別せらるるに依て明白なり。電場の週期的變化は電氣波となり、磁



第四百六十七圖

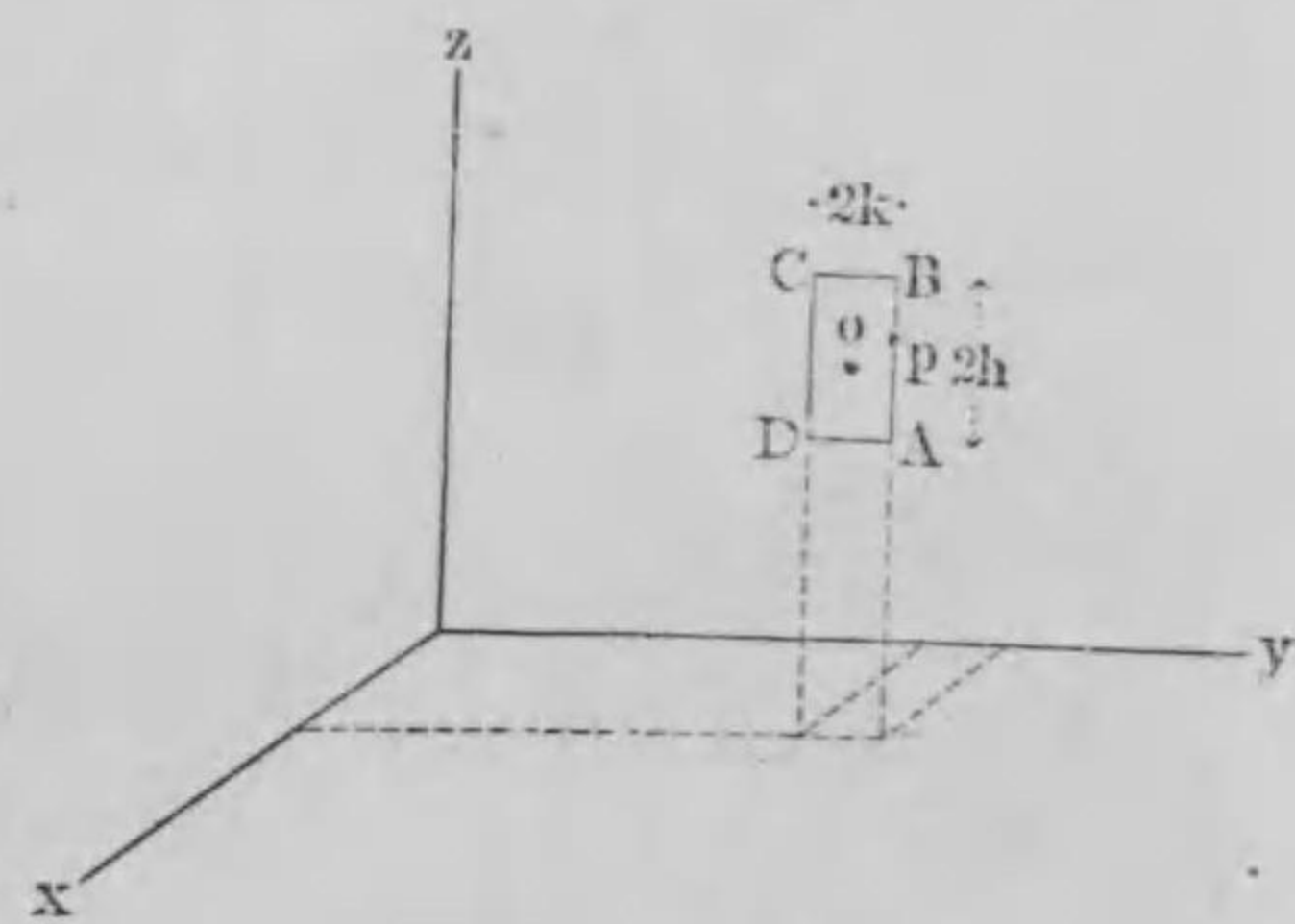
場の週期的變化は磁氣波となる者なるも、電場の變化は必ず磁場を誘起するが故に、電氣波と磁氣波とは常に相伴うて生ずる者なり。從て兩者を合して、單に電波と稱することあり。

然れども、後節に證明せらるる如く其方向は互に直角なるが故に、兩者は全然區別せらる。檢波器の面が水平ならば、磁氣波に基づく火花を生じ、垂直ならば電氣波に基づく火花を生ず。然るに、磁氣力は距離に逆比例し、電氣力は距離の三乗に逆比例するが故に、近所にては電氣波優勢なるも、遠方にては磁氣波優勢となる。

第三百四十二節 マクスウェル [MAXWELL]

之方程式 任意點に於ける電流 \mathcal{C} を、互に直角な

る三方向に分けたる分流が u, v, w にて、同時に此點に於ける磁場 \mathcal{H} の分力が α, β, γ なりとして、 yz 面に平行に $AB=2h$, $BC=2k$ なる小矩形を考へ、其中心



第四百六十八圖

O の坐標を x, y, z とせん。然るときは、 AB 上の一點 P の坐標は $x, y+k, z+\zeta$ なるが、此點に於ける磁場の z 分力は

$$\gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial z} \zeta + \frac{\partial \gamma}{\partial y} k$$

なること明白なり。

單位正磁極を A より B に運ぶ仕事は

$$\int_{-h}^{+h} \left\{ \gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial z} \zeta + \frac{\partial \gamma}{\partial y} k \right\} d\zeta = 2h\gamma + 2hk \frac{\partial \gamma}{\partial y}$$

にて、同様に C より D に到る仕事は、

$$\int_{+h}^{-h} \left\{ \gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial z} \zeta - \frac{\partial \gamma}{\partial y} k \right\} d\zeta = -2h\gamma + 2hk \frac{\partial \gamma}{\partial y}$$

B より C に到る仕事は、

$$\int_{+k}^{-k} \left\{ \beta + \frac{\partial \beta}{\partial y} \eta + \frac{\partial \beta}{\partial z} h \right\} d\eta = -2k\beta - 2hk \frac{\partial \beta}{\partial z}$$

D より A に到る仕事は、

$$\int_{-k}^{+k} \left\{ \beta + \frac{\partial \beta}{\partial y} \eta - \frac{\partial \beta}{\partial z} h \right\} d\eta = +2k\beta - 2hk \frac{\partial \beta}{\partial z}$$

なり。

故に、一週するに要する仕事は

$$W = 4hk \left\{ \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right\}$$

なり。

然るに、此矩形は yz 面に平行なる故に、之を通過する電流は

$$i = u \cdot 2h \cdot 2k = 4hku$$

なるべく、此電流を單位磁極が一週する仕事は

$$W = 4\pi i = 4\pi \cdot 4hku$$

なり。依て此兩者を比較して、

$$4\pi u = \left\{ \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right\}$$

同様に、

$$4\pi v = \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right\}$$

$$4\pi w = \left\{ \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right\}$$

なる關係を得べし。

是等之式の兩邊に、順次に單位別途量 i, j, k を乗じて相加ふれば、

$$4\pi \{iu + jv + kw\} = i \left\{ \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \right\} + j \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \right\} + k \left\{ \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right\}$$

を得べし。然るに、 u, v, w は \mathcal{C} を分解せる者なる故に

$$iu + jv + kw = \mathcal{C}$$

ならざるべからず。

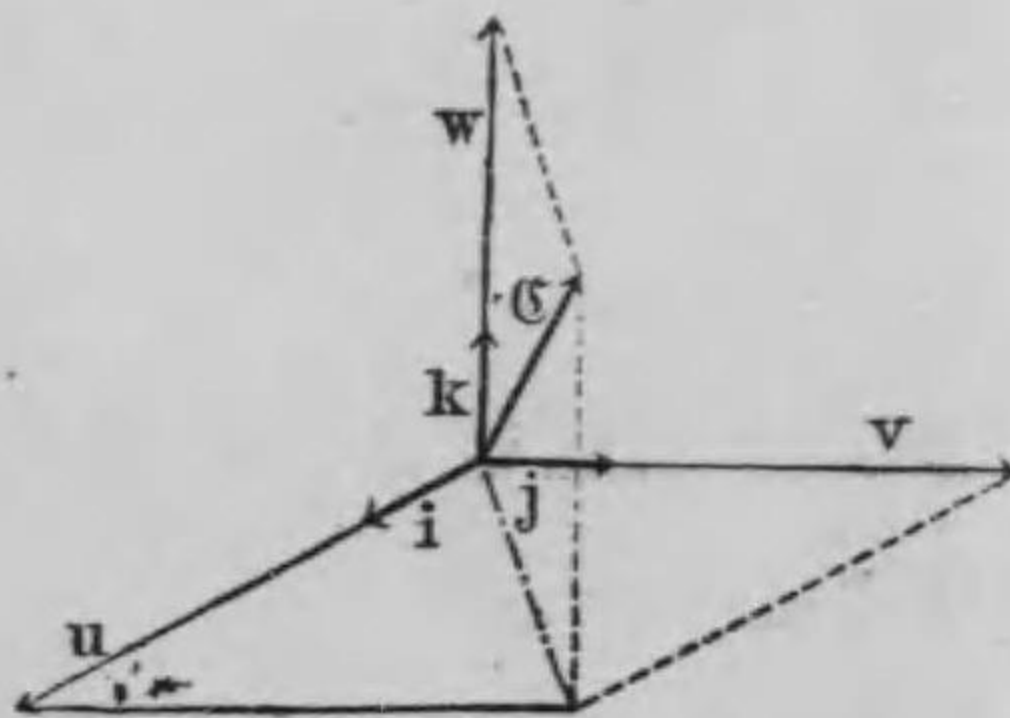
従て

$$4\pi \mathcal{C} = \left[\left\{ i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right\} \left\{ i\alpha + j\beta + k\gamma \right\} \right]$$

又 α, β, γ の合成は \mathcal{D} なる故に、前式は

$$4\pi \mathcal{C} = [\nabla \mathcal{D}]$$

或は



第四百六十九圖

$$4\pi \mathcal{C} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}$$

と書くを得べし。

次に、中心 o に於ける電場 \mathcal{E} の分力を X, Y, Z とし、磁氣感應度 \mathcal{B} の分力を a, b, c とすれば、磁場に於て單位正磁極を運ぶに要する仕事と、電場に於て單位正電氣を運ぶに要する仕事は、數學上同一の演算に依て算出さるる故に、此仕事即ち動電力は

$$V = 4\pi h k \left\{ \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \right\}$$

なり。又此小矩形を通過する磁氣感應線の數は

$N = a 2h 2k$ なるに依りて、動電力は

$$V = - \frac{\partial N}{\partial t} = -4\pi h k \frac{\partial a}{\partial t}$$

にて與へらる。依て、次の關係を得べし。

$$-\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}$$

$$-\frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}$$

$$-\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}$$

然るに、 $\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$ なる關係あるに依り是を次の如く書く事を得べし。

$$-\mu \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}$$

$$-\mu \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}$$

$$-\mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}$$

是等二組の微分方程式は、電磁現象を論ずる基本的の者にて、之をマクスウェル [MAXWELL] 之方程式と云ふ。更に之を別途量にて記すれば、

$$-\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{R} = \frac{4\pi}{K} \text{curl } \mathfrak{D}$$

或は $-\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} = \frac{4\pi}{K\mu} \text{curl } \mathfrak{D}$ となる。

第三百四十三節 電波之速度 帯電の

エネルギーは周囲の媒質中に起れる電氣變位に基因する者にて、放電とは此變位を消失せしむる現象なるに依り、電氣變位の變化が即ち電流なりと認めざるべからず。従て之を變位電流と稱すべく、其關係は明白に

$$i = \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$$

なり。

説明を簡単にする爲に、電氣變位 \mathfrak{D} は一方即ち x 軸の方向にのみ起り、且つ xy 面上にては一様にて、 z 軸の方向にのみ變化する場合を考ふれば、

$$u = i = \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}, \quad v = 0, \quad w = 0$$

なり。

磁場も亦、 x 及 y に無關係なるべきに依り、マクスウェル之式は次の如く變ず。

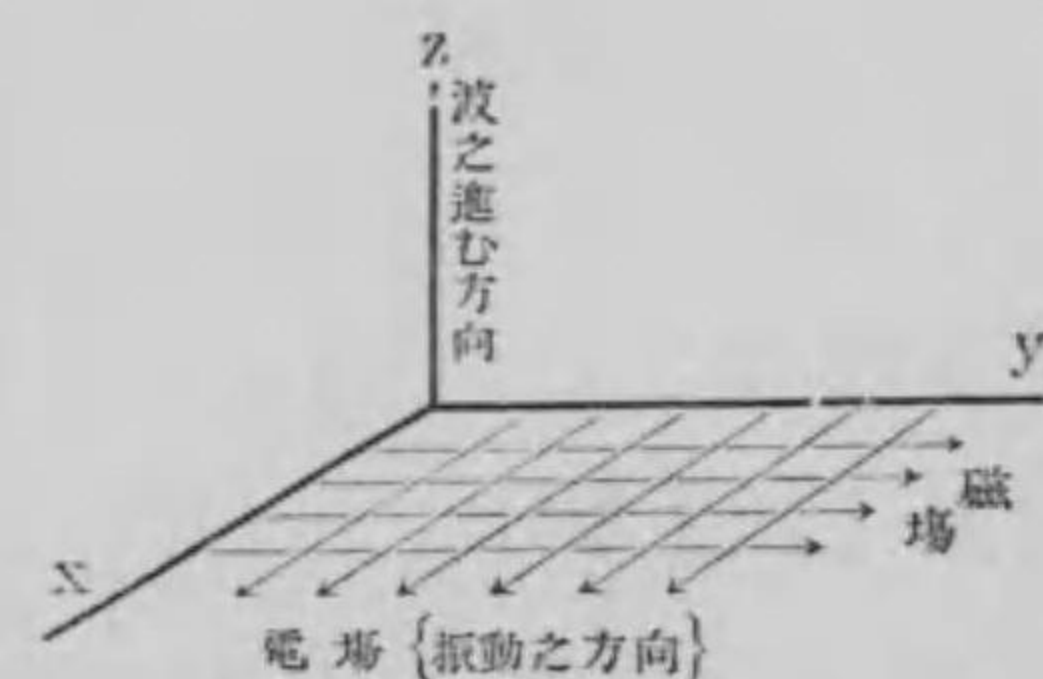
$$4\pi \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} = -\frac{\partial \beta}{\partial z}, \quad 0 = \frac{\partial \alpha}{\partial t},$$

$$-\mu \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} = \frac{4\pi \partial \mathfrak{D}}{K \partial z}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0.$$

第二第四の式は、 α 及 γ が t に無關係なるを示す。然るに、初には磁場無き故に、 α 及 γ は永久に零ならざるべからず。換言すれば、磁場は β 即ち y 軸に平行なる分力のみを有す。

次に第一式を t に就て微分すれば、

$$\begin{aligned} 4\pi \frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2} &= -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \beta}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{4\pi}{\mu K} \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial z} \right\} \\ &= \frac{4\pi}{\mu K} \frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial z^2} \end{aligned}$$



第四百七十圖

即ち、

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu K} \frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial z^2}$$

なる微分方程式を得べし。

此方程式を解く爲に

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0 e^{i(pz - qt)}$$

と置けば、 $\frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2} = -q^2 \mathfrak{D}$ にて、 $\frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial z^2} = -p^2 \mathfrak{D}$ なり。此

値を方程式に入れば、 $p^2 = \frac{q^2}{\mu K}$ となる。換言すれば $\sqrt{\mu K} = q/p$ なる条件の許に

$$D = D_0 e^{i(p t - q z)}$$

が此微分方程式の解なり。

然るに、 $t + \Delta t$ の時刻に $z + \Delta z$ に於ける變位は

$$D_1 = D_0 e^{i[p(t + \Delta t) - q(z + \Delta z)]}$$

にて、 $p \Delta t = q \Delta z$ 即ち $\frac{\Delta z}{\Delta t} = p/q$ ならば、 $D_1 = D$ なる故に、 D は

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{\sqrt{\mu K}}$$

なる速度を以て、 z 軸の方向に傳播するを見る。是れ即ち電波なり。

第三百四十四節 電媒恒數及透過度に関する注意 靜電單位系にありては、電媒恒數 K は眞の數にして電磁單位系に於ける透過度 μ も亦然り。從て、是等は共に其單位系に於ては零次元なり。然るに、電磁波に関するマクスエルの説が確立せらるるに從ひ、其見解を異にせざるを得ざるに到れり。即ち、眞空之電媒恒數及透過度は、一定の次元を有する者と看做さざるべからず。

例へば、比熱は之を任意物質の單位量を一度暖むる

に要する熱量と、標準物質の單位量を一度暖むるに要する熱量との比なりとすれば、零次元の數なるも、其標準物質の比熱自身は相當の次元を有すること明白なるが如し。從て、靜電單位系に於て

$$[F] = \left[\frac{EE}{KL^2} \right]$$

なる故に、

$$[E] = [F^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} L] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}}]$$

又電磁單位系にて、

$$[F] = \left[\frac{MM}{\mu L^2} \right]$$

なる故に、

$$[M] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \mu^{\frac{1}{2}}]$$

然るに、ビオー、サバル之法則に依り、

$$F = k i m \frac{l}{a^2}$$

なる關係ある故に、

$$[i] = \left[\frac{FL^2}{ML} \right] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}}]$$

又、

$$i = \frac{E}{T}$$

なる關係より

$$[E] = [iT] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}}]$$

同様にして、次の元方程式を得べし。

$$\begin{aligned}
 E & M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}} \\
 m & M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1} \mu^{\frac{1}{2}} \\
 X & M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1} K^{-\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-2} \mu^{\frac{1}{2}} \\
 H & M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}} \\
 V & M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{-\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} \mu^{\frac{1}{2}} \\
 \Omega & M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}} \\
 i & M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu^{-\frac{1}{2}} \\
 R & L^{-1} T K^{-1} = L T^{-1} \mu \\
 C & L K = L^{-1} T^2 \mu^{-1} \\
 Y & L^{-1} T^2 K^{-1} = L \mu
 \end{aligned}$$

是等兩單位系にて表はされたる、同一量の次元を比較すれば、其何れよりも

$$[\mu K] = [L^{-2} T^2] = [v^{-2}]$$

なる關係に歸着す。

斯の如く觀察すれば、兩單位系は畢竟するに $[v^2]$ なる者を μ 或は K の項にて置き換へたる者なるを知るべし。

第三十六章

電磁光論

第三百四十五節 電媒恒數と光之屈折率との關係

電氣波が x 軸の方向にある時に、磁氣波は y 軸の方向にて、共に $v = \frac{1}{\sqrt{\mu K}}$ なる速度を以て z 軸の方向に傳播することは前章に於て證明せられたり。靜電單位及電磁單位にて測りたる電氣量の比を c とすれば、電磁單位を以て、真空中に於ては、 $\mu=1$ にて $K = \frac{1}{c^2}$ なり。依て $v_0 = c$ となる。是に依て、兩單位系を連結する速度 c は、則ち電磁波が真空中を傳播する速度なるを知る。然るに、實測の結果に依れば、此速度 c は真空中に於ける光波の速度に等しき事は第三十二章に於て既に述べたる所なり。

強磁性體に非ざる限り、任意媒質に於て $\mu \neq 1$ なるに依り、

$$\frac{v_0}{v} = \sqrt{K}$$

なるが、電磁波と光波とは其速度同一なる故に、 $\frac{v_0}{v}$ は

其媒質が光波に對する屈折率 n に等し。依て

$$n = \sqrt{K}$$

なる關係に歸着す。精言すれば、靜電單位にて測りたる任意媒質の電媒恒數の平方根は、其媒質の光波に對する屈折率に等し。

然るに、屈折率 n は光波の振動數に依て増減するが故に、電媒恒數 K も亦振動電流の振動數に依て變化するは當然なるべきに依り、 n と K とは同一狀態の許に於て測定せる者を比較せざるべからざるは當然なり。然るに、光波の振動數は毎秒凡そ 10^{15} 回なるが、同様の振動數を有する振動電流に對する電媒恒數を測定すること能はざる故に、振動數無限小なる光波の屈折率と比較するを適當とす。而して、斯かる屈折率は直接測定せらるべき者に非ざること勿論なるが故に、振動數と屈折率との關係を知り、其極限の場合として算出せざるべからず。

第三百四十六節 電子說より導ける光之分散式 電場が x 軸に平行に磁場が y 軸に平行なれば、電磁波は z 軸に沿うて傳播するは既に論ぜり。波動が單振動なりとすれば、電氣變位の週期的變化は

$$D = D_0 \varepsilon^{i(pz - qt)}$$

にて表はさる。今振動數を ν とし、波長を λ とし、速度を v とすれば、次の關係あり。

$$\nu = p/2\pi, \quad \lambda = 2\pi/q, \quad v = \lambda\nu = p/q.$$

電子說に依り、第二百九十一節に於て、電場の強度 R を計算せる如き方法を採用せば、一電子の荷電量 e にて單位體積内に N 個の電子ありて、 x 丈變位せるときの電氣變位は、等相面の内側に於て、單位面積毎に、 Nx 個の電子が正の方向にある故に、 Nxe 丈の電氣變位が起りたると同一なり。依て

$$D_1 = D - Nex$$

なり。

然るに、電子は x 丈變位せる爲に fx なる力にて元位置に引き戻さるる故に、其運動式は、電子の質量を m_0 とすれば、

$$m_0 \frac{d^2x}{dt^2} + fx - 4\pi e D_1 = 0$$

なり。此式の解は

$$x = \frac{4\pi e}{f - p^2 m_0 + 4\pi N e^2} D, \quad D_1 = \frac{f - p^2 m_0}{f - p^2 m_0 + 4\pi N e^2} D$$

なり。

此式に於て、 $D_1 = 0$ と置けば、電子が自由振動を成す場合にして、其振動數即ち自由振動數を ν_0 とすれば

$$v_0^2 = \frac{f}{4\pi^2 m_0};$$

故に

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{(4\pi^2 v_0^2 - p^2) m_0}{(4\pi^2 v_0^2 - p^2) m_0 + 4\pi N e^2} D \\ &= \frac{\pi m_0 (v_0^2 - v^2)}{\pi m_0 (v_0^2 - v^2) + N e^2} D \end{aligned}$$

なり。又、磁場の強度 β は

$$-\frac{\partial \beta}{\partial t} = 4\pi c^2 \frac{\partial D_1}{\partial z},$$

$$-\frac{\partial \beta}{\partial z} = 4\pi \frac{\partial D}{\partial t} = 4\pi \left\{ \frac{\partial D_1}{\partial t} + N e \frac{\partial x}{\partial t} \right\}$$

にて與へらる。依て

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial z \partial t} = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{ D_1 + N e x \} = -4\pi c^2 \frac{\partial^2 D_1}{\partial z^2}$$

即ち $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 D_1}{\partial z^2}$

或は $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{\pi m_0 (v_0^2 - v^2)}{\pi m_0 (v_0^2 - v^2) + N e^2} c^2 \frac{\partial^2 D}{\partial z^2}$

然るに、 $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{p^2}{q^2} \frac{\partial^2 D}{\partial z^2}$

なる故に $\frac{p^2}{q^2} = v^2 = c^2 \left\{ 1 + \frac{N e^2}{\pi m_0 (v_0^2 - v^2)} \right\}$

ならざるべからず。而して $\frac{c}{v} = n$ なるに依り、

$$n^2 = 1 + \frac{N e^2}{\pi m_0 (v_0^2 - v^2)}$$

なる關係を得べし。

若し、電子に種類ありて、中心に引かるる力 f が異なるとすれば、一般に

$$\begin{aligned} n^2 &= 1 + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2}{\pi m_0 (v_{\sigma}^2 - v^2)} \\ &= 1 + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2 \lambda_{\sigma}^2 \lambda^2}{\pi m_0 c^2 (\lambda^2 - \lambda_{\sigma}^2)} \end{aligned}$$

なるが、 λ が λ_{σ} に比して非常大なれば、斯かる波に対する n の値は

$$n_{\infty}^2 = 1 + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2 \lambda_{\sigma}^2}{\pi m_0 c^2}$$

なり。

此場合に於て、第二百九十一節に論ぜる電媒恒數

$$K = 1 + \frac{4\pi N e^2}{f}$$

も亦

$$K = 1 + \sum_{\sigma} \frac{4\pi N_{\sigma} e^2}{f_{\sigma}}$$

と變化すべし。

或は、 $v_{\sigma}^2 = \frac{f_{\sigma}}{4\pi^2 m_0}$ なるに依り、

$$K = 1 + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2}{\pi m_0 v_{\sigma}^2} = 1 + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2 \lambda_{\sigma}^2}{\pi m_0 c^2} = n_{\infty}^2$$

即ち、静電單位にて測りたる電媒恒數は、波長無限大なる者、換言すれば、振動數零なる光波の屈折率の自乗に等しき者なり。

次に、

$$\lambda^2 = (\lambda^2 - \lambda_\sigma^2) + \lambda_\sigma^2$$

なるに依り、

$$\begin{aligned} n^2 &= 1 + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2 \lambda_{\sigma}^2}{\pi m_0 c^2} + \sum_{\sigma} \frac{N_{\sigma} e^2 \lambda_{\sigma}^4}{\pi m_0 c^2 (\lambda^2 - \lambda_{\sigma}^2)} \\ &= B_0 + \sum_{\sigma} \frac{B_{\sigma}}{\lambda^2 - \lambda_{\sigma}^2} \end{aligned}$$

と書く事を得べし。然る時は、 λ が無限大なれば $\frac{1}{\lambda^2 - \lambda_{\sigma}^2}$ は零なるに依り、

$$n_{\infty}^2 = B_0$$

となる。従て、実験上の結果より

$$n^2 = B_0 + \frac{B_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{B_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots$$

なる実験式を假定して、 B_0 を算定すれば、 n_{∞}^2 を知るを得べし。次に二三の例を示さん。

| | K | n_{∞}^2 |
|------------|------|----------------|
| パラフィン | 2.29 | 2.02 |
| 石油(普通) | 2.10 | 2.078 |
| ベンゼン | 2.38 | 2.26 |
| 二硫化炭素 | 2.67 | 2.68 |
| ターペンチン(商品) | 2.23 | 2.128 |

但し、実験者に依て多少の差あり。例へば、パラフィンに就て次の如し。

K=1.977 ギブソン氏及パークレー氏 [GIBSON & BARCLAY]

1.96 ウェルナー氏 [WUELLNER]

2.32 ボルツマン氏 [BOLTZMANN]

1.85—2.47 シルラー氏 [SCHILLER]

2.29—2.31 ホプキンソン氏 [HOPKINSON]

第三百四十七節 光之電磁波説及光壓

光波と電磁波とは單に其傳播速度を等くするのみにあらずして、元來同種の者なりと主張するは、所謂光之電磁波説なり。唯ヘルツ之振動器の如き装置にて發生せられたる電磁波は、振動の週期大に、従て波長も非常大なるが故に、普通の光波と區別せらるるも、原子内にある電子が振動せる爲に生ずる電磁波は、其波長極めて小に、且つ振動數多大なるが故に、吾人之を光波として感ずるのみ。

電子が直線振動を成す場合に於ては、電波は一定の振動面を有するが故に直線偏光に對應すべく、若し又電子が圓運動を成せる場合には、其方向に従ひ、或は直線偏光に對應し、或は圓偏光に對應すべきも、一般には楕圓偏光に對應す。然るに、通常幾多の原子内にある電子の運動は、相互間に何等の制規なき故に、其合成波は一定の振動面を有せずして自然光を生ずるなり。

電磁波が傳播する場合には、單位體積にある電場の

エネルギーは $\frac{KR^2}{8\pi}$ にて、磁場のエネルギーは $\frac{\mu H^2}{8\pi}$ なるは既に知れり。然るに

$$D = D_0 e^{i(pz - qt)}, \quad \frac{q}{p} = \sqrt{\mu K}$$

なる故に、

$$-\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{4\pi}{K} \frac{\partial D}{\partial z} = \frac{4\pi}{K} (-iq)D.$$

従て、

$$H = \int \frac{4\pi}{\mu K} iq D dt = \frac{4\pi}{K\mu} \frac{q}{p} D.$$

或は

$$H^2 = \frac{1}{\mu^2} \frac{q^2}{p^2} \left\{ \frac{4\pi}{K} D \right\}^2$$

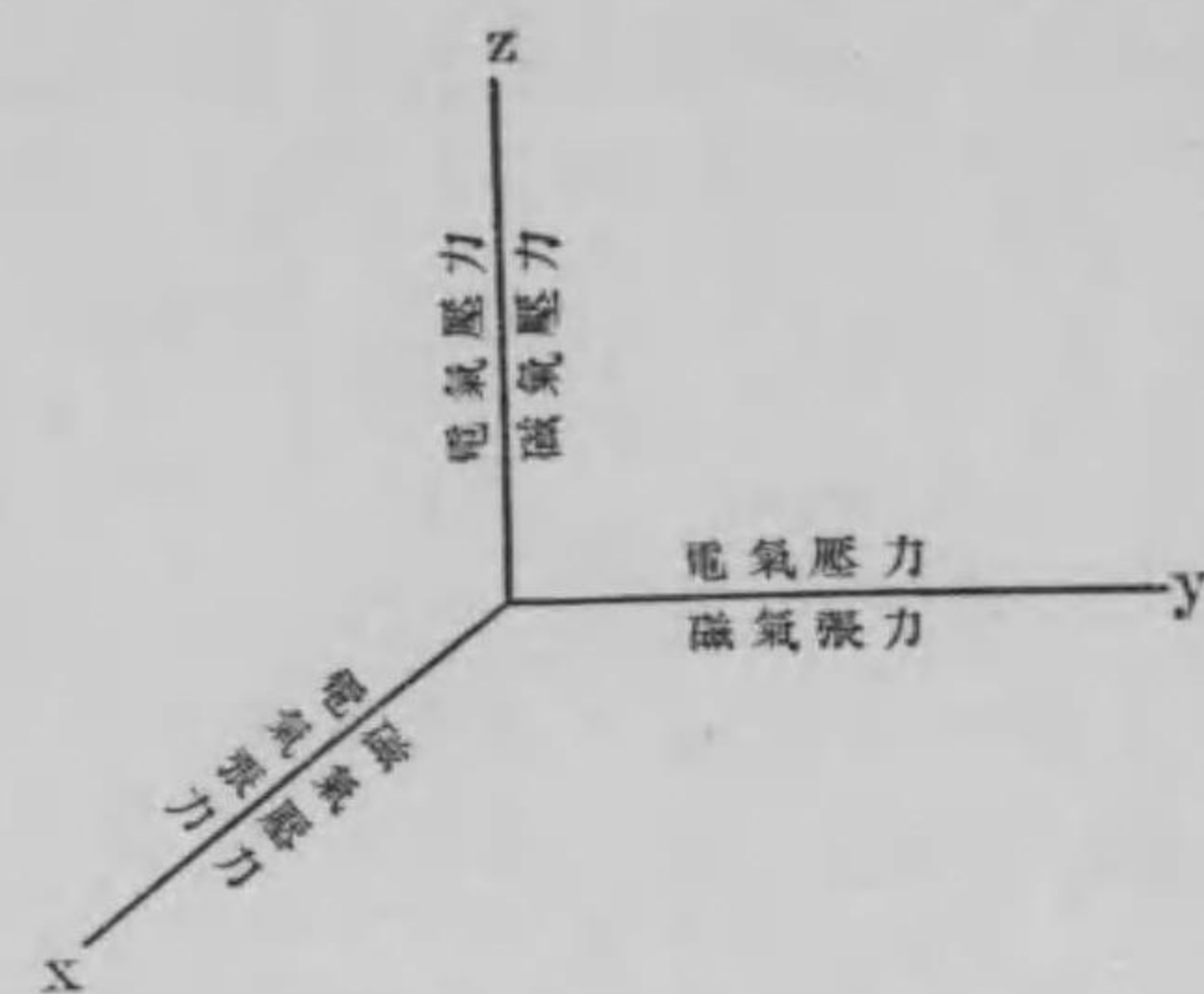
或は $\frac{q^2}{p^2} = \mu K$ なるに依り

$$\mu H^2 = KR^2$$

即ち、電場のエネルギーと磁場のエネルギーとは相等し。

単位体積に含まるる電場及磁場のエネルギーを τ とすれば、各力線の方に τ なる張力働き、之と直角なる方向に同量の壓力働く故に、電場の方向を x 軸に、磁場の方向を y 軸に、電磁波進行の方向を z 軸に取れば、

x 軸及 y 軸の方向に於ては、同量の張力と壓力と働きて相殺するも、 z 軸の方向には共に壓力なる故に、其合成は 2τ となる。而して

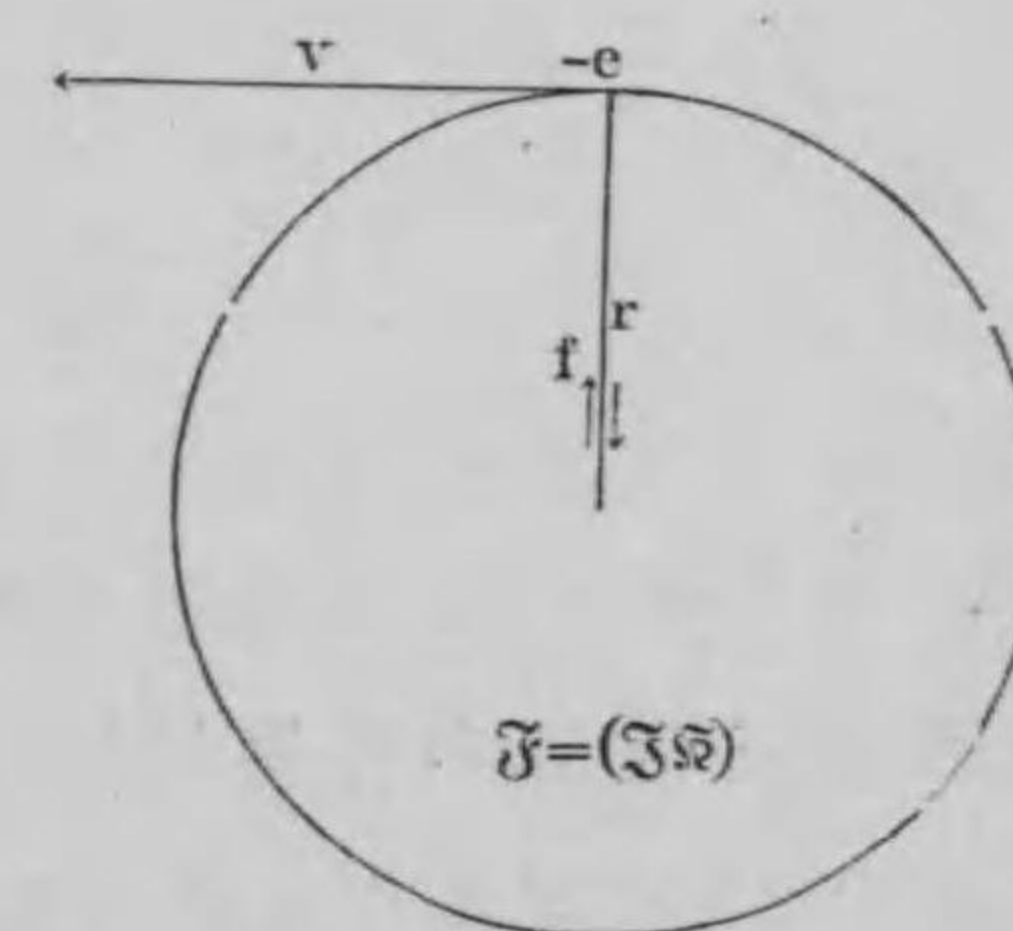


第四百七十一圖

電磁場内の單位體積内に有するエネルギーの總量も亦 2τ なる故に、電磁波或は光波は其進行の方向に於て、單位體積内に有するエネルギーと同量の壓力を及ぼす者なりと云ふを得べし。

第三百四十八節 磁場に基く電子運動

之變化 光は原子内にある電子の運動に依て生ずる電磁波なりとすれば、電子の運動を左右する事項は光の現象に影響すべき筈なり。今、圓運動を成せる電子が磁場内にありとすれ



第四百七十二圖

ば、其運動に變化を生ずべし。

電子の荷電量 $-e$ にて速度 v なるとき、軌道面に直角なる磁場の強度 H ならば、爲に生ずる力は $-evH$ なり。

何となれば、電流 i にて長さ ds ならば $F=iHds$ なるが、導線の単位長さ毎に N 個の電子ありとすれば、 $i=-Nve$ 従て、 $F=-NveHds$ なり。然るに、 ds 間にある電子数は Nds なる故に、一個の電子に働く力は、

$$f = \frac{F}{Nds} = -evH$$

なればなり。

然るに、軌道の半徑を r とすれば、単位時間に n 廻轉するとき $v=2\pi rn$ なるに依り

$$f_0 = -2\pi rneH$$

なり。

質量 m なる電子が v なる速度にて廻轉するとき

$$\frac{mv^2}{r} = 4\pi^2 rn^2 m$$

なる力が中心に向つて働かざれば圓運動を成す能はず。而して、此力は電子が原子の中心より變位せる爲に生ずる者にて、其變位に比例する者とすれば、 r なる距離に於て f_0 なるべし。

然るに f_0 は廻轉の方向と磁場との關係に依て、中心

に向ひ或は之に反するが故に圓運動が永續する爲には、

$$fr \pm 2\pi rneH = 4\pi^2 rn^2 m,$$

或は

$$f \pm 2\pi neH = 4\pi^2 n^2 m$$

なる條件を要す。

磁場が働かざるときの廻轉數を n_0 とすれば、

$$f = 4\pi^2 n_0^2 m$$

なる故に、

$$4\pi^2 n_0^2 m \pm 2\pi neH = 4\pi^2 n^2 m$$

或は、

$$n^2 = n_0^2 \pm \frac{neH}{2\pi m} \div n_0^2 \pm \frac{n_0 eH}{2\pi m}$$

依て、 $n = n_0 \left\{ 1 \pm \frac{eH}{2\pi m n_0} \right\}^{\frac{1}{2}} \div n_0 \left\{ 1 \pm \frac{eH}{4\pi m n_0} \right\} = n_0 \pm \frac{eH}{4\pi m}$ 。

即ち、 n_0 なる振動數を有する光に、磁場 H が働くと、磁場の方向と運動の方向との關係に依り、其振動數 n は或は増加し、若しくは減少す。

第三百四十九節 ゼーマン効果 磁場

の方向に y 軸を取り、之と直角を成す z 軸の方向より見たる場合を考ふれば、任意の電子の運動は、 xz 面上に於ける運動と、之に直角なる即ち y 軸に平行なる運動とに分解し得べきも、 y の方向に於ける分振動は、電

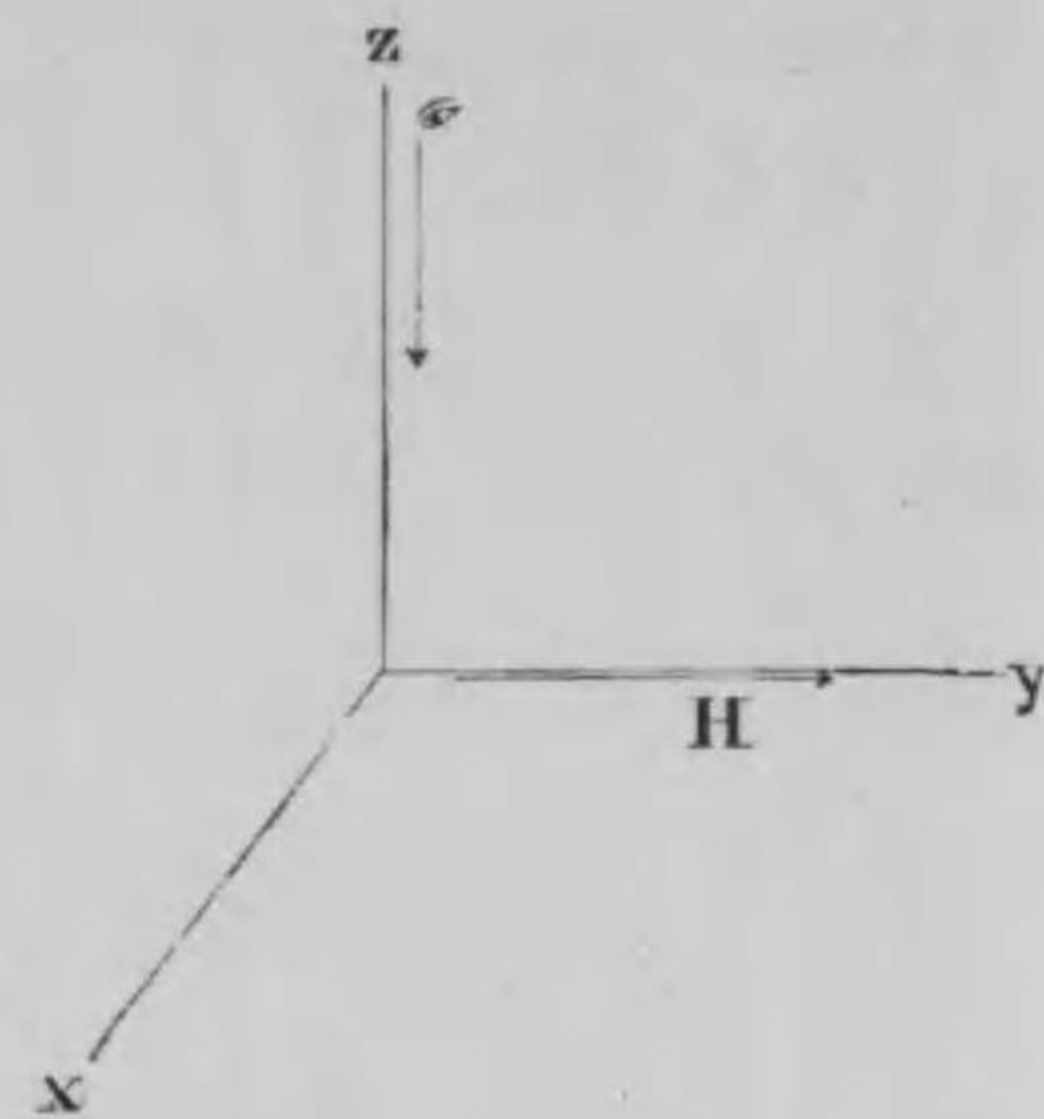
子運動の方向が磁場と平行なるに依り其影響無き故に、唯 xz 面上の分振動に就て研究するを要す。

此分振動は、之を xz 面上に於て、互に反対の方向に回轉する二個の圓運動に分ち得べく、從て

其振動數は、磁場の爲に、一は増加し他は減少す。

然るに、屈折率は振動數に依て定まるが故に、元來一本の輝線スペクトルを生ぜし光は、磁場の作用に依て三本に分かるべし。一本は元位置に於て磁場に平行に振動する直線偏光にて、他の二本は何れも磁場に垂直に振動する直線偏光なるが、振動數の増減に伴ひ、一方は左方に他は右方に變位す。

次に磁場に平行なる y 軸に沿うて見たる場合を考ふれば、 y 軸に沿へる分振動は y の方向に進む電磁波即ち光を送らざる故に、唯 xz 面上に於ける分振動のみがスペクトルを生ずべし。而して、振動數の増減は前と同一なるも、圓運動を其前面より見るが故に、一は左旋圓偏光となり、他は右旋圓偏光となるべし。



第四百七十三圖

之を要するに、一本の輝線スペクトルを生ずる光は、磁場の作用に依り横の場合には三本に分かれ、縦の場合には二本に分かる。此現象をゼーマン(ZEEMAN)効果と稱す。スペクトルの變位量を精測すれば

$$n - n_0 = \pm \frac{eH}{4\pi m} \quad (\text{電磁單位})$$

$$= \pm \frac{eH}{4\pi mc} \quad (\text{靜電單位})$$

が知らるる故に、磁場 H を測定して $\frac{e}{m}$ を決定することを得べし。パーセン及バック兩氏(PASCHEN AND BACK)の測定に依れば

$$\frac{\Delta n}{cH} = 4.696 \times 10^{-5} \text{ なるに依り,}$$

$$\frac{e}{m} = 5.313 \times 10^{17} \text{ 靜電單位なり.}$$

第三十七章

真空放電及放射能

第三百五十節 逃電及飽和電流 普通

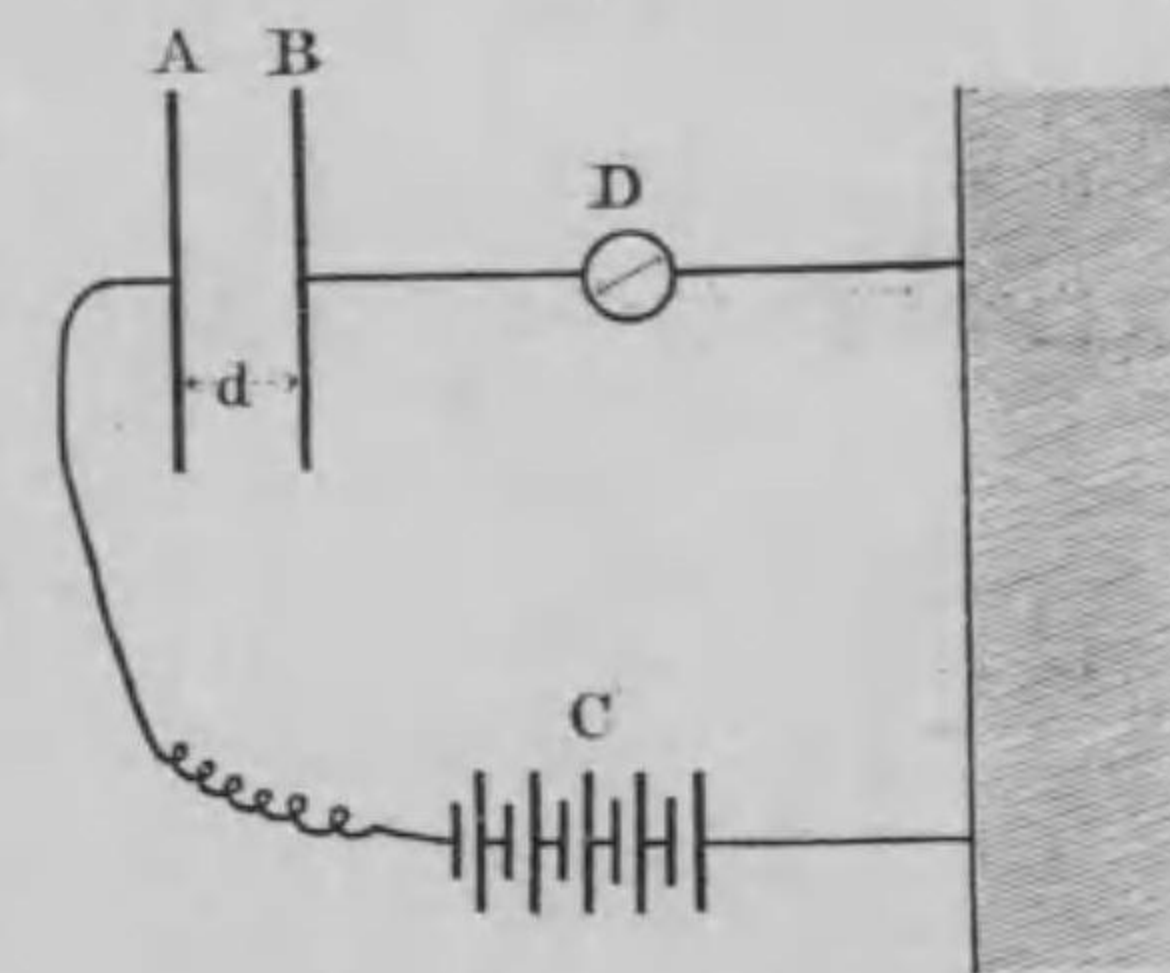
の空中に放置されたる帯電體が、漸次に其帶電の一部を失ふことは、早くより注目され、且つ種種の説明を試みられたる現象なり。此現象を逃電と稱す。

逃電率は場所に依り異同あるは勿論なるが、高空に於ては高さと共に増加するはイベルト氏 [EBERT] が約四千米迄風船に乗じて、實驗せる結果に依り明白なり。然るに、キルソン氏 [WILSON] が四十三乃至七百四十三托の壓力にて實驗せる結果に依れば、逃電率は壓力に比例する者にて、クルックス氏 [CROOKES] は真空管内にありて、數月間殆んど逃電せざるを實證せり。從て、高空にて逃電率大なるは、單に其壓力の變化に基づく者に非ざるを知る。

穴倉或は山中の洞窟の如く、空氣の沈帶せる處にては逃電率大なり。其他人為的に之を大ならしむるを得べし。換言すれば、氣體の電導率は種種の手段に依

て之を増加するを得。然るに、電導性を有する氣體を氣泡狀として、水中を通過せしむれば、再び之を失ふに至る。從て、氣體の電導性は其内に存在する或者の作用なるを認めざるべからず。是れ即ち粒子にして、陰粒子及陽粒子が各自に陰電氣及陽電氣を携帶して氣體中を運動することに依て電氣を導く者に外ならず。換言すれば、氣體が電離に依て電導性を得たる者なるは、液體の場合と同一なり。

電離せる氣體中に A, B 兩極板を置き、C なる蓄電池及 D なる電氣計を適當に連結して、AB 間を通過する電流を測定するに、電位差と電流との關係は、電位差少るときはオーム之法則



第四百七十四圖

に従ふも、電位差増加するに従ひ、電流は一定値に近似す。之を飽和電流と稱す。

飽和電流の強度は電極間にある氣體の電離度に依て定まる者にて、單位時間に陰陽粒子共に q 個を生ずる者とすれば、常住態に在りては、 $\pm qe$ 丈陰極或は陽極

に電氣量を與ふることとなる故に、是れ即ち電流 i に等しがるべし。然るに、單位體積毎に生ずる粒子數を q_0 とすれば、 $q=q_0 Sd$ なる故に、電極間の距離 d に比例して飽和電流を増加すとの奇現象を呈す。

第三百五十一節 自由粒子之數

單位時間に單位體積内に於て、電離に依て生ずる陰粒子或は陽粒子の數 q にて、既に存在せる粒子數は陰陽共に n なりとすれば、是等の陰陽粒子が衝突する回數は n^2 に比例し、其衝突回數に對し一定の割合を有する數々衝突後密着して中性分子となるべし。換言すれば、 αn^2 丈單位時間に粒子數を減ずべし。依て、

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2.$$

なる關係を得べし。

此方程式を解く爲に

$$\alpha n^2 = -q \tan^2 \beta, \quad \frac{q}{\alpha} = k^2$$

と置けば

$$n = i k \tan \beta$$

となる故に

$$\frac{dn}{dt} = ik \sec^2 \beta \frac{d\beta}{dt}$$

なり。又 $q - \alpha n^2 = q(1 + \tan^2 \beta) = q \sec^2 \beta$

にして、是等の値を最初の微分方程式に代用すれば、

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{q}{ik} = -iak$$

となる。之を積分して

$$\beta = -iakt + \gamma.$$

從て、

$$n = ik \tan \{-iakt + \gamma\}$$

となるが、 $t=0$ のときに $n=0$ なりとすれば、 $\gamma=0$ にて

$$n = ik \tan \{-iakt\}$$

ならざるべからず。

然るに、

$$\varepsilon^{-ix} = \cos x + i \sin x$$

より $i \tan x = \frac{\varepsilon^{ix} - \varepsilon^{-ix}}{\varepsilon^{ix} + \varepsilon^{-ix}}$ を得る故に

$$i \tan \{-iakt\} = \frac{\varepsilon^{akt} - \varepsilon^{-akt}}{\varepsilon^{akt} + \varepsilon^{-akt}}$$

となる。從て、

$$n = k \frac{\varepsilon^{akt} - \varepsilon^{-akt}}{\varepsilon^{akt} + \varepsilon^{-akt}}$$

なり。無限時の後には、

$$n_0 = k = \sqrt{\frac{q}{\alpha}}$$

にて、 t に無關係なる故に、所謂常住態にして、任意の時刻には、

$$n = n_0 \frac{e^{2\alpha kt} - 1}{e^{2\alpha kt} + 1}$$

と書くことを得べし。

若し、 $2\alpha kt$ が壹に對して大ならば、 $n \approx n_0$ なり。換言すれば、 $\frac{1}{2\alpha k}$ 即ち $\frac{1}{2\sqrt{\alpha q}}$ に比して t が大ならば殆んど常住態なり。依て、

$$t_0 = \frac{1}{2\sqrt{\alpha q}}$$

を以て常住態に達する時間の長短を比較するを得べし。

又、初に n 個の粒子ありたる後に電離を起さずとすれば、

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2 \text{ なる故に、 } n = \frac{1}{x} \text{ と置けば、}$$

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{x^2} \frac{dx}{dt} = -\alpha \frac{1}{x^2}.$$

故に、 $\frac{dx}{dt} = \alpha$ 即ち $x = \alpha t + \gamma$ 或は $n = \frac{1}{\alpha t + \gamma}$ なるが、 $t=0$

のときに、 $n_0 = \frac{1}{\gamma}$ なるに依り、

$$n = \frac{1}{\alpha t + \frac{1}{n_0}} = \frac{n_0}{1 + \alpha n_0 t}$$

なる解を得べく、

$$n_0 \alpha t_0 = 1 \text{ 即ち } t_0 = \frac{1}{n_0 \alpha}$$

の時刻に

$$n = \frac{n_0}{2}$$

となる。換言すれば、 n 個の自由粒子之壽命は長短種種あるべきも、

$$T = \frac{1}{\alpha n}$$

丈の時間を經過すれば、初の半數となる。而して α は壓力及溫度の函數なるべきは當然なり。

第三百五十二節 真空放電

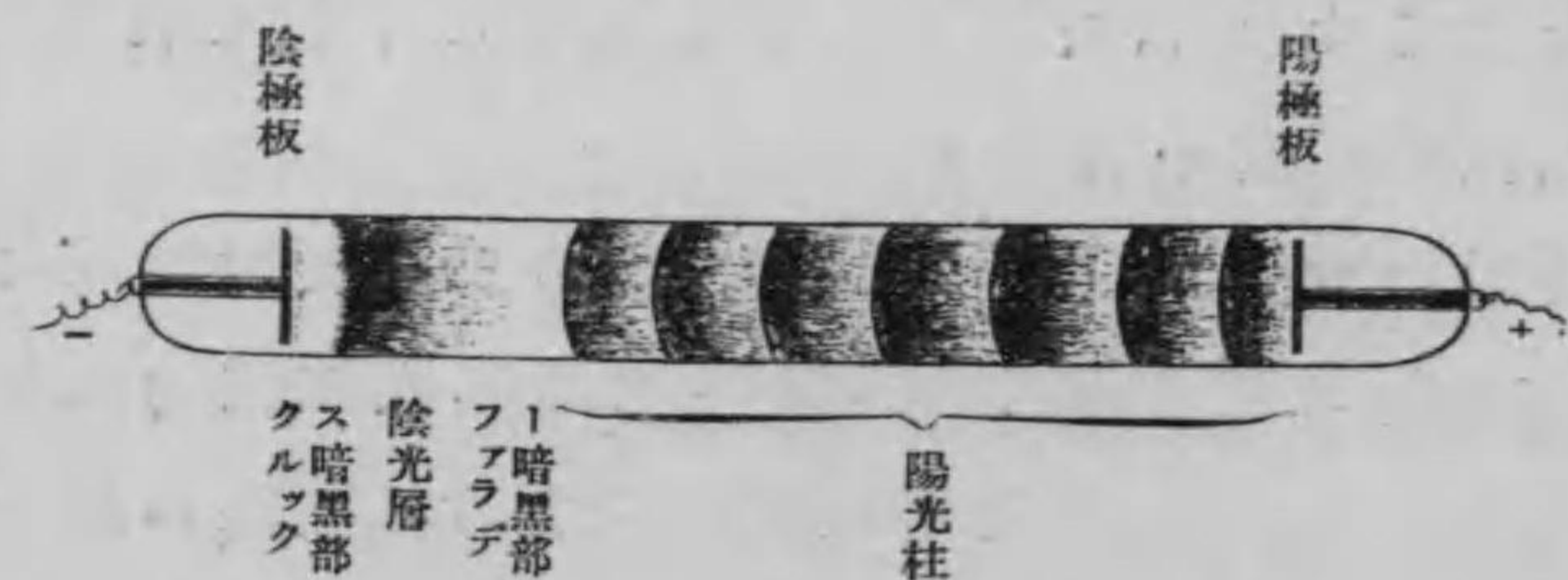
兩電極の電位差が増加するに従ひ、其間に存在する電媒質が保有する電磁氣エネルギーは増加し、從て帶電に基因する張力及壓力が増加する故に、電媒質が之に堪え得ざるに到れば、放電するは必然の理なるが、兩電極の距離餘りに大ならざれば、茲に火花放電を生ず。與へられたる電位差に對して、火花放電の起り得べき最大距離を火花放電距離と云ふ。火花放電距離以上に兩電極間を遠くすれば、火花を生ずることなくして放電す。發光放電は其一例なり。

普通の大氣中にありては、一種の火花放電距離に對應する電位差は約三萬ボルトなるが、或範圍内に於ける氣壓の減少は、此放電距離を増加す。氣壓の減少が或程度に達すれば、火花を生ぜずして兩極間の氣體は

發光を始む。即ち發光放電を成す。

一般に、低壓の程度は其當時出來得べき最良の程度に於て管内の氣體を排除せるが故に、斯かる管を真空管と稱し、真空管内に於ける放電を真空放電と呼べり。然れども、真空とは程度の問題にて、理論上より言へば、低氣壓放電と稱すべき者なり。ガイスレル管、クルックス管等は、所謂真空管の一種にして、其低壓の程度に於て差あり。従て放電に際して異種の現象を生ず。

發光の様子は氣壓竝に管内に在る氣體の種類に依て同一に非ざるも、ガイスレル管に就て言へば、陰極板面は薄き光層を以て掩はれ、次に第一暗黒部あり、之を稱してクルックス暗黒部と言ふ。其長さは壓力の函數にして、氣壓減ずれば益々増加するのみならず、電流の強弱にも關す。次に陰光と稱する發光部ありて、更に第二暗黒部あり、之をファラデー暗黒部と呼ぶ。此部分は同一氣壓の許にありても、長短不定にして、是よ

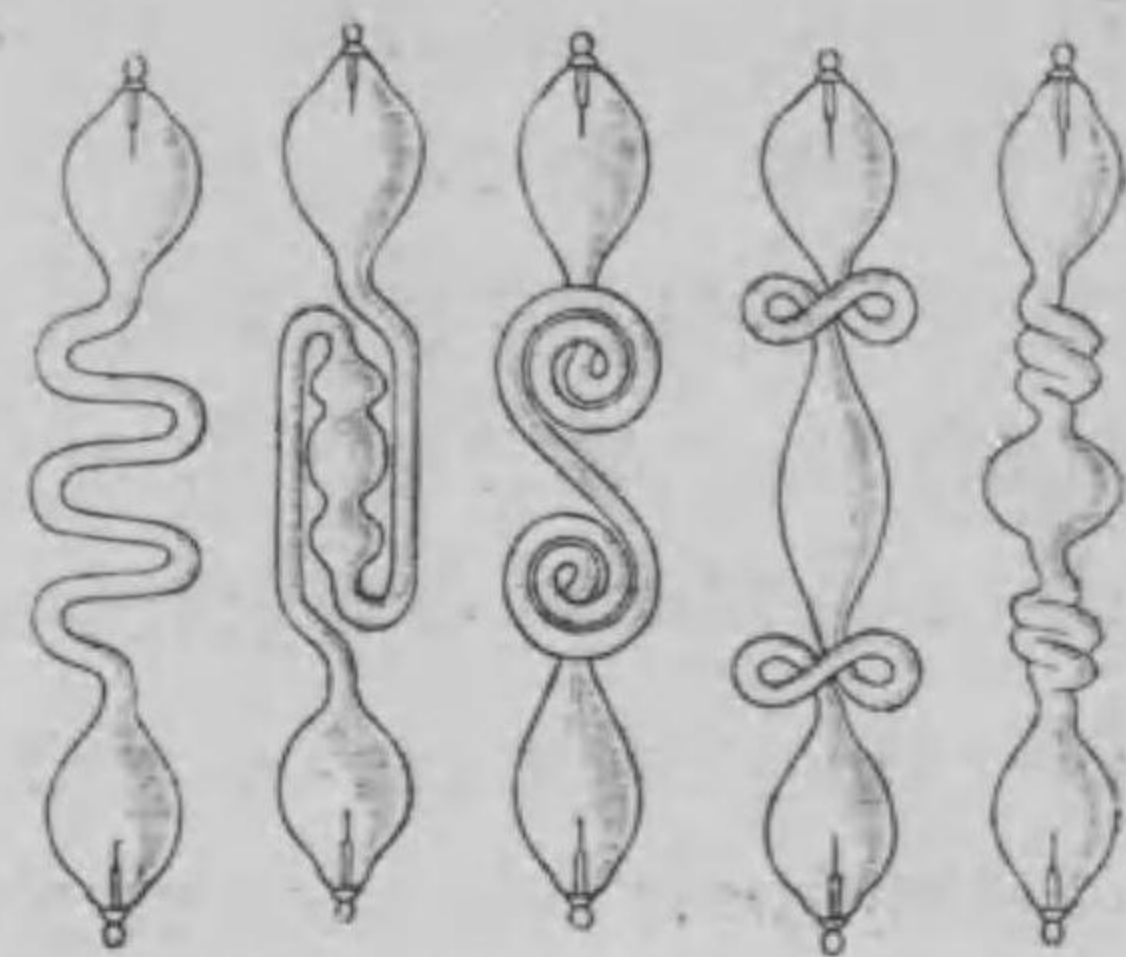


第四百七十五圖

り陽極板に到る間は、明暗交錯し恰も鱗狀を呈す。之を陽光柱と云ふ。

陰光及第一第二暗黒部の長さは管の長短に關せざるが故に、短き管に於て、若しくは長き管なりとも兩電極を接近せしめたる

場合に於て、陽光柱は全部消失するの止むを得ざるに到り、長き管にありては、其大部分は陽光柱の占領に歸し、頗る美觀を呈す。



陽光柱の色は管内の氣體に依て定まる者にて、其氣體に特有なる輝線スペクトルを生ず。

第四百七十六圖

第三百五十三節 高度の排氣機

近世物理學に於て最も重要視せらるる真空放電の研究は、真空の程度を大ならむるを以て第一の急務となす。従て、レナルド氏 (LENARD) が嘗て言へし如く、排氣機が物理研究室に必要な設備の一たるは勿論なり。

最近に發明せられたるゲーテ氏の分子排氣機を除く外は、凡て其原理に於て同一にして、器中の氣壓を利用して其一部を區割し、之を器外に排出せしむるにあり。

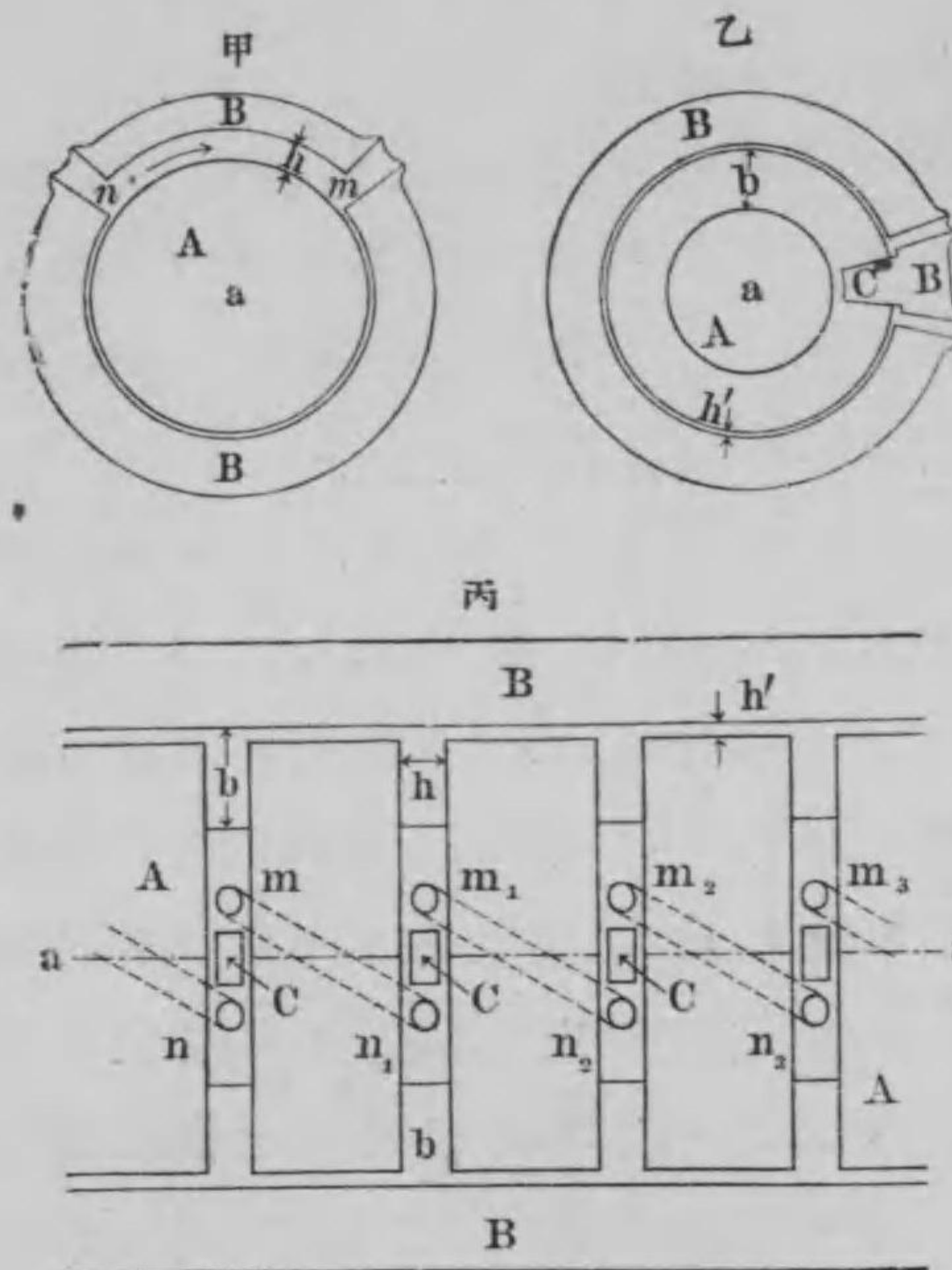
然りと雖も、其構造上より大別すれば次の三種あり。
 第一は固體活塞を使用する者にして、其内最も進歩せるゲリーク [GERYK] 之排氣機にありては、油を利用して空氣の侵入を防げり。

第二は手水銀排氣機にして、凡てテプラー [TAEPLER] 排氣機を以て其元祖とす。何れも非常なる手数を要し、實用上不便なるに依り、之を改良せる者は自働水銀排氣機にして第三種たり。

ゲーテ氏 [GAEDE] の考案に成る廻轉水銀排氣機は、第三種の内にて最も進歩せる者と言ふを得べし。其構造の主要部は、内外二重の淺き圓筒より成り、外筒は其下半部水銀にて充たされ、内筒は其中に廻轉す。内筒は數室に區別され、廻轉に際し上部の室は初め全部空氣にて充たさるるも、少しく廻轉すれば、其口は先づ水銀中に沒入して、水銀は次第に室内に侵入し、壓迫されたる空氣は、中心部にある孔より外界に逸出す。従て、其原理は瓦斯測定器と同一なるも、唯其業作に於て順逆の差あるのみ、即ち瓦斯測定器にありては、流動する瓦斯に依て内筒が廻轉する者なるが、此排氣機にありては、内筒の廻轉に依て瓦斯が流動す。

然るに、分子排氣機は其原理に於て全く新考案なり。即ち、急速に廻轉する固體あれば、之に接觸する氣體分

子は、爲に牽引せらるる現象を利用せる者なり。第四百七十七圖甲に於て、圓筒 A が時計の方向に廻轉すれば、氣體分子は



は、氣體分子は n より m の方に引かるるが故に、 n と m との間に氣壓差を生ず。此差は廻轉速度並に其氣體の内部摩擦係數に依て定まる事當然なり。

實際、排氣機を製作するに當つては、外筒に m, n の如き

孔を穿たずして、乙圖に示す如く、内筒に溝 b を堀り、其一部に外筒より C なる突起を出さしめ、且つ効率を大ならしむる爲に、丙圖の如く同様の装置を併置して、第一の低壓部を第二の高壓部に、第二の低壓部を第三の高壓部に、順次連結す。廻轉數は毎分三千乃至一

第四百七十七圖

萬二千回にして、氣壓は水銀の千萬分之二耗に到るべし。

次に水銀の高さにて、各種排氣機の真空程度を示せば次の如し。

| | | | |
|----------|--------------|------------|------------|
| 流水排氣機 | =10耗, | 普通活塞排氣機 | =1耗, |
| ガイスレル排氣機 | =0.01耗, | スプレッセル排氣機 | =0.001耗, |
| ゲリーク排氣機 | =0.0002耗, | ゲージ廻轉水銀排氣機 | =0.00001耗, |
| ゲージ分子排氣機 | =0.0000002耗, | | |

第三百五十四節 陰極線附 e/m 之測定

管内の氣壓を次第に減少するに従ひ、クルックス暗黒部は増長し、陽光柱は衰滅す。氣壓二耗内外にては陽光柱が重なる者なるも、百萬分の一耗内外に達すれば、クルックス暗黒部は非常に増加して、陽光柱は全部消滅す。斯かる者をクルックス管と稱す。此場合に於て、陰極板より一種の輻射線を發し、直進して管壁に衝突し、茲に燐光を生ずるを見る。此輻射線を陰極線と稱す。

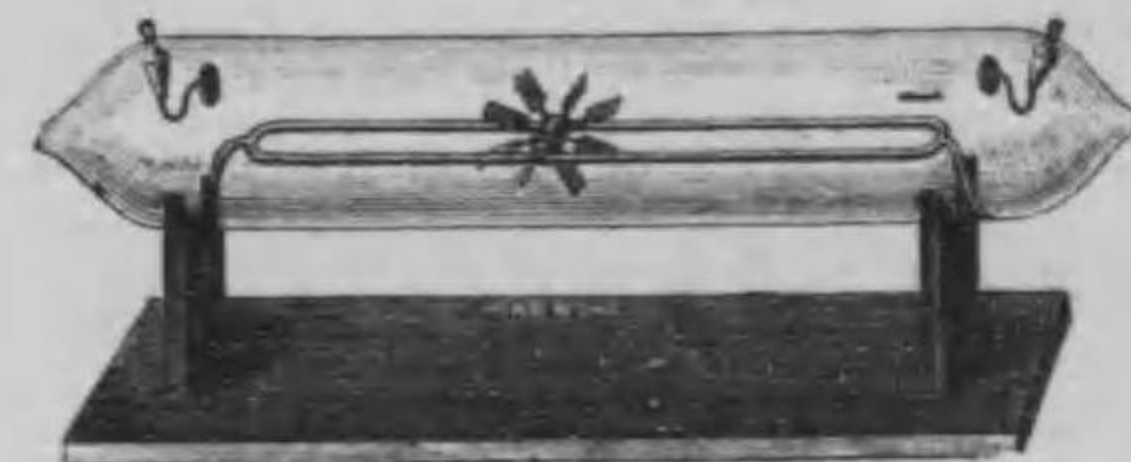
燐光の色は陰極線を受くる固体に依て定まる者にて、陰極線に固有なる者にあらず。曹達硝子にては帶黄綠色にて、鉛硝子にては青色に、硫酸マグネシウムにては赤色なるの類なり。

陰極線とは、陰極板より飛び出せる電子の自由運動行程が大なる者に過ぎず。従て、真空の程度小なれば

氣體分子に妨げられて直進し能はざるのみ。第一暗黒部の長短は、陰極板より發射されたる電子の平均自由行程に依て定まる者にて、管内の分子数が減ずれば、此行程が長くなり、従て暗黒部は増加す。

電子の運動エネルギーが、衝突の際に熱或は光のエネルギーと變化するのみならず、若し中途に遮害物あれば、之に衝突して、風

或は流水の如く機械的工作を成し得ること當然なるも、計算の結果に依れば、普通の



第四百七十八圖

真空管内に生ずる陰極線の成し得る仕事は、極めて微弱なる者に過ぎず。

今 v なる速度を有する電子が、單位時間に n 個の割合にて、衝突すれば

$$E = \frac{1}{2} n m v^2$$

なるエネルギーを與ふ。若し、陰極板より發散せる凡ての電子が茲に集中する者とすれば、電流は $i = ne$ なり。従て $i = 10^{-5}$ アンペールと假定し、且つ $v = 5 \times 10^9$ 厘/秒なりとすれば、 $\frac{m}{e} = 6 \times 10^{-8}$ として、

$$E = \frac{1}{2} i \frac{m}{e} v^2 = 7.5 \times 10^5 \text{ エルグ}$$

即ち約一分間に壹カロリの熱を生ずることとなるべし。

管壁を薄きアルミニウムにて造りたる真空管を使用すれば、陰極線は、之を通過して管外に出づべし。是れ即ちレナルド線なり。

陰極線は高速度を有する電子の一群なる故に、磁場及電場の作用を受けて、其行路を變ずること勿論なり。第四百七十二圖に於て、磁場 H が紙の裏より表に向へば $\vec{s}=[3\phi]$ なる力が中心に向ふ。従て $e v H = \frac{m v^2}{r}$ に依て與へらるる r を半徑とせる圓運動を成す。故に H 及 r を測定すれば、

$$\frac{m v}{e} = H r$$

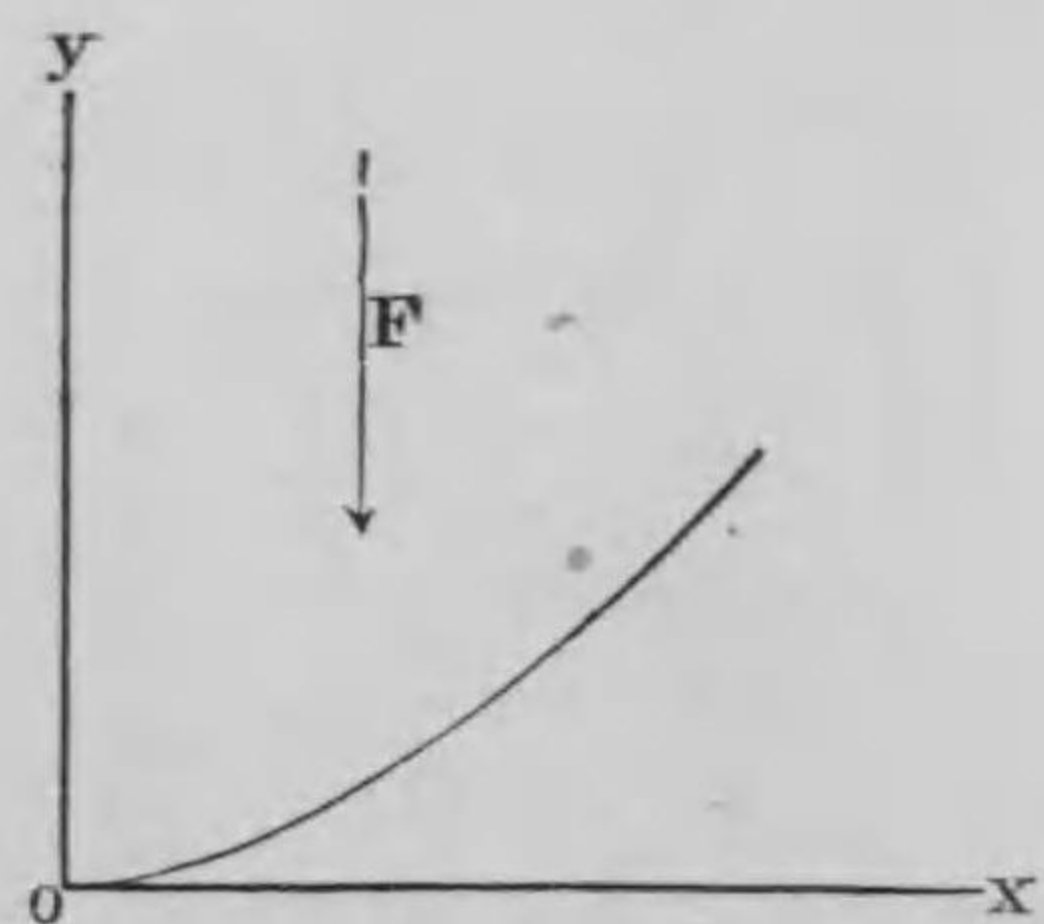
を知ることを得べし。

次に電場 F が y 軸に平行して、電子が x 軸に平行に運動するとき、荷電は $-e$ なる故に、 $F e$ なる力が電場と反對の方向に、 y 軸に沿ひて働くこととなる。従て、其軌道は

$$x = v t, \quad y = \frac{1}{2} \frac{F e}{m} t^2$$

或は

$$y = \frac{1}{2} \frac{F e}{m} \left(\frac{x}{v} \right)^2$$

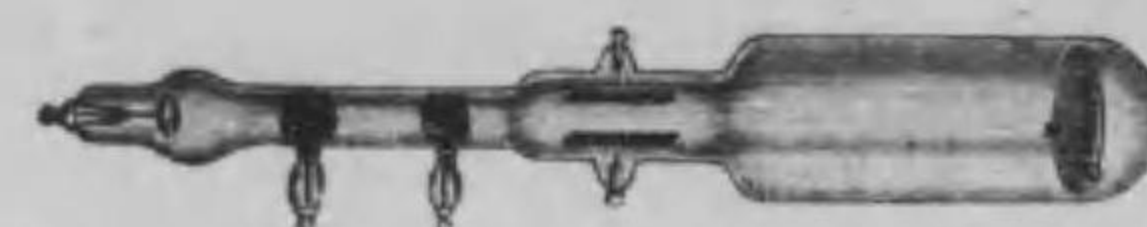


第四百七十九圖

にて與へらる。依

て、

$$\frac{m}{e} v^2 = \frac{F x^2}{2 y}$$



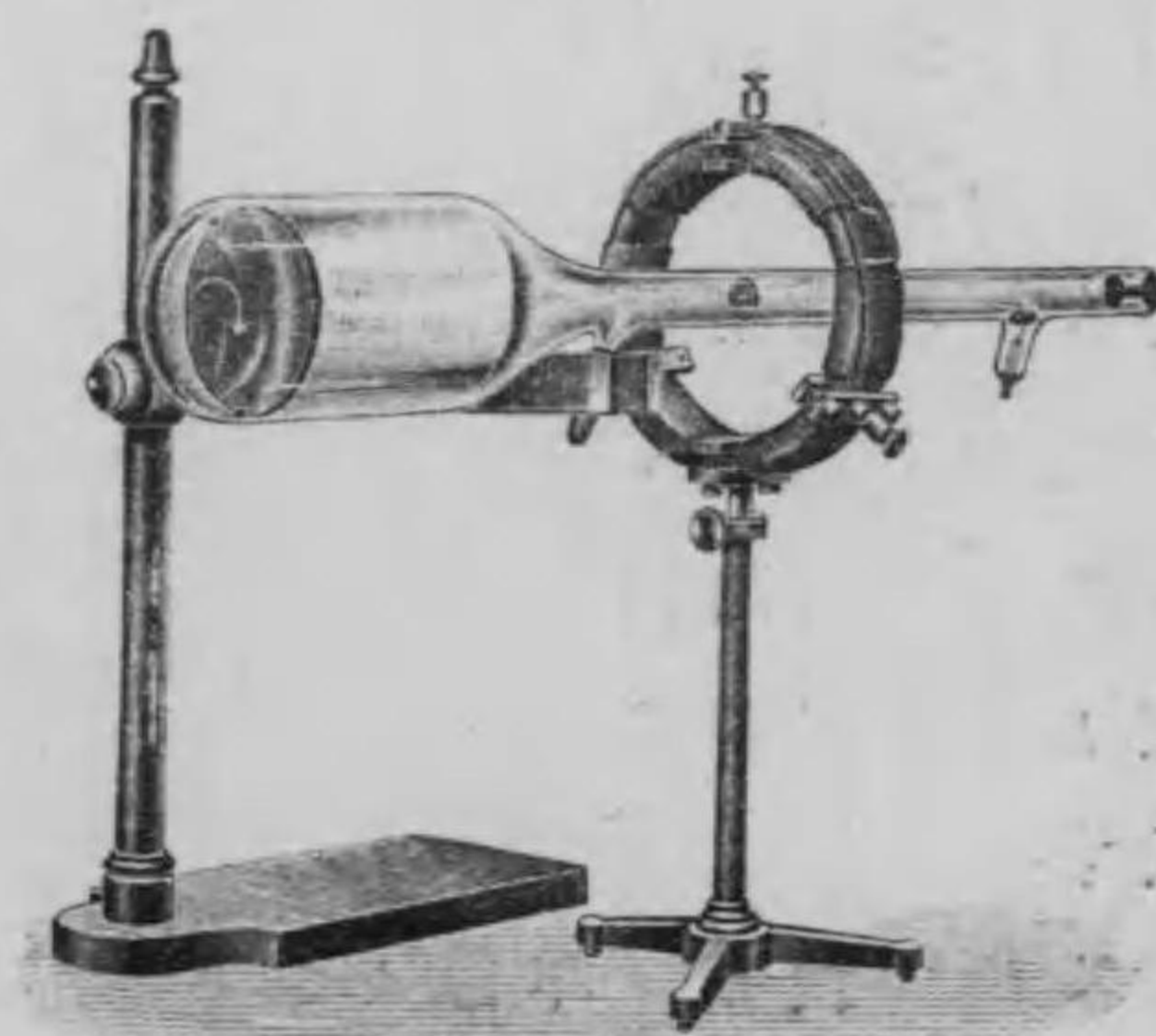
第四百八十圖

なる關係より、既知の電場に於て、陰極線の畫ける曲線を求むれば F, x, y が知らるる故に、 $\frac{m}{e} v^2$ を算定するを得べし。

以上二種の實驗を綜合すれば、 $\frac{m}{e}$ 及 v を計算するを得べし。其値は大約次の如し。

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} &= 1.77 \times 10^9 && \text{電磁單位} \\ &= 5.31 \times 10^{17} && \text{靜電單位} \end{aligned}$$

ブラウン氏(BRAUN)の考案せる如く、真空管を圍める捲線を適宜に區分し、其各個に適當の交番電流を通せば、陰極線は是等の週期的に變化する電磁力に作用さるるに依



第四百八十一圖

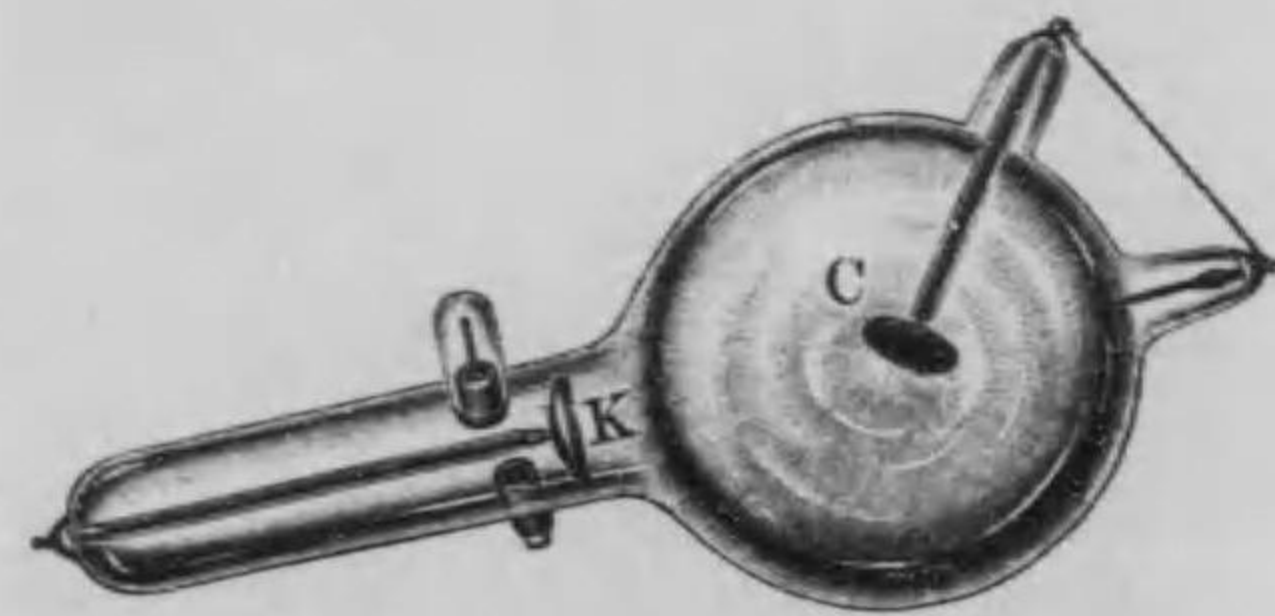
り、互に直角なる二個の單振動の合成に類似する軌道を示すべし。

第三百五十五節 X線 陰極板附近に於

ては、電場の程度大なるが故に、陰極板より發射されたる電子は、加速度を受けつつ正極板に向つて進むも、或距離に於て氣體分子と衝突して之を電離せしむ。陰光は此際に生ずる現象なり。従て第一暗黒部の長さは平均自由行程に比例すること當然なり。

氣體分子の数が非常に尠ければ、直進して管壁に衝突し、熱を與ふるのみならずレントゲン氏[RÖNTGEN]に依て發見せられたる一種の放射線、所謂X線を生ず。

X線を生ぜしむる目的にて造れる真空管は球狀にして、陰極板 K に對し、球の中心に對陰極板と稱する小形の金屬板 C を置き、陰極線が恰も此板に集中する如くす、斯くすれば、此對陰極板よりX線を發散す。



第四百八十二圖

X線の波長は非常に小なるが故に、普通の光波に對して不透明なる物體も、能くX線を通過せしむ。而して、之を精細に論ずれば、X線の内にも其波長に長短ある者にて、透過度に大小あり、其大なる者を硬線と

稱す。

X線の波長は光波の波長の約五千分の一にて、小に過ぎるが故に、普通の場合に於ては、反射、屈折若しくは廻折等の現象を生ぜざるが如く見ゆるも、結晶體內に於て規則正しく排列せる分子を廻折格子として利用すれば、明瞭なる干渉の現象を生ず。従て、X線は單に其大なる透過度を利用して、物體の内部を透視し得るのみならず、更に是に依て分子構造の如何を知ることを得べきは、後章第三百七十四節に於て精論すべし。

X線も亦能く氣體を電離せしむるの作用を有す。従て、普通の状態にありては、電導體に非ざる氣體と雖も、之にX線を當つれば忽ち電導體となる。

第三百五十六節 陽極線 陰極板より發

射されたる電子が、途中の氣體分子を電離せしむるが故に、其陽粒子は、電場の作用に依り、陰極板に向へる加速度を受け、非常大の速度に達することを得べし。従て、若し陰極板に幾多の小孔を穿てば、是等陽粒子の一部は、此孔を通過して、陰極板の背後に逸走すべし。是れ即ち陽極線なり。

陽極線も亦多少電場及磁場の作用に依て其行路を變ず。キーン氏[WIEN]の測定に依れば、陽極線の速度は 10^8 1/秒に達す。従て、管壁に衝突すれば燐光を生ず。

例へば、曹達硝子なれば、其スペクトルは D 線を示す。或場合に於ては、金屬の化合物に陽極線を當るとき、其金屬のスペクトルは純粹なる金屬よりも明瞭なることあり。

第三百五十七節 放射能 真空放電の際

に發生する種種の放射線は、螢光或は燐光を發するのみならず、寫真作用及電離作用を成す。此事實の發見以來、他の物質にして螢光或は燐光を發する者は、同様に寫真作用及電離作用を有する一種の放射線を發生せざるやとの疑問を有するに至れり。

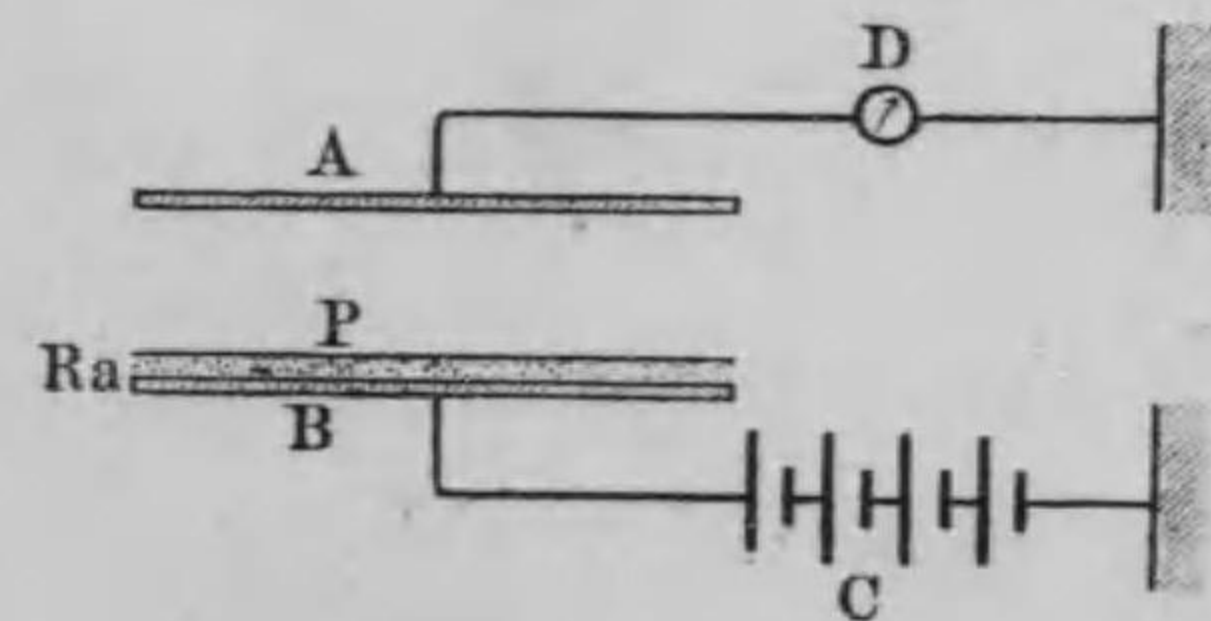
ベッケレル氏(BEQUEREL)は此方向に研究を進め、ウラニウム化合物より或種の放射線が出ることを發見せり。是れ所謂ベッケレル線なり。此種の物質を放射性物質と言ひ、其特性を放射能と稱す。放射能の最大なるはラヂウムにて、ウラニウムに比し百萬倍以上に及ぶ。然れども、放射能は二三の物質に限られたる者に非ずして、唯其程度の問題なることは、恰も磁性の鐵に於けるが如し。地下より噴出する水も、天上より降り來る雪も、乃至は地上に停滯せる空氣も、凡て多少の放射能を有する者にて、空中に於ける逃電率に多少の差あるは、全く此種の放射線に依て電離され居る程度に基づく者に過ぎず。

放射能の有無を定性的に試験するには、其寫真作用と利用するを普通とす。例へば、或岩片の放射能の有無を知らんと欲すれば、種子板を黒紙にて密閉し、其上に岩片を載せて數日間乃至數週間放棄し置きたる後に之を現像し、感光の如何を検定するにあり。

然れども、之を定量的に測定するには、其電離作用を利用す。即ち、輕金箔を使用せる電力計にて、一定體積を有する空氣が此放射物質に依て得べき逃電率を測定する者なり。

第三百五十八節 放射線の種類 放射性物質より發生する放射線は、凡て同一なるにあらずして、大別すれば三種となる。之を α 線、 β 線、 γ 線と稱す。

ラヂウムの如き放射性物質の粉末を帶電せる B 板の上方に散布したる上に、薄きアルミニウム箔 P を置き、飽和電流を D にて測定すれば、其厚さ 0.0005 種にて半減し、二枚にて更に半減し、三枚にて更に半減するも、四枚目以後は減少すること僅にして、百枚目に漸く四枚重



第四百八十三圖

ねたるときの半分となる。従て、容易に吸収せらるる部分と、然らざる者との二種あるを知る。前者を α 線と云ひ、後者を β 線と云ふ。

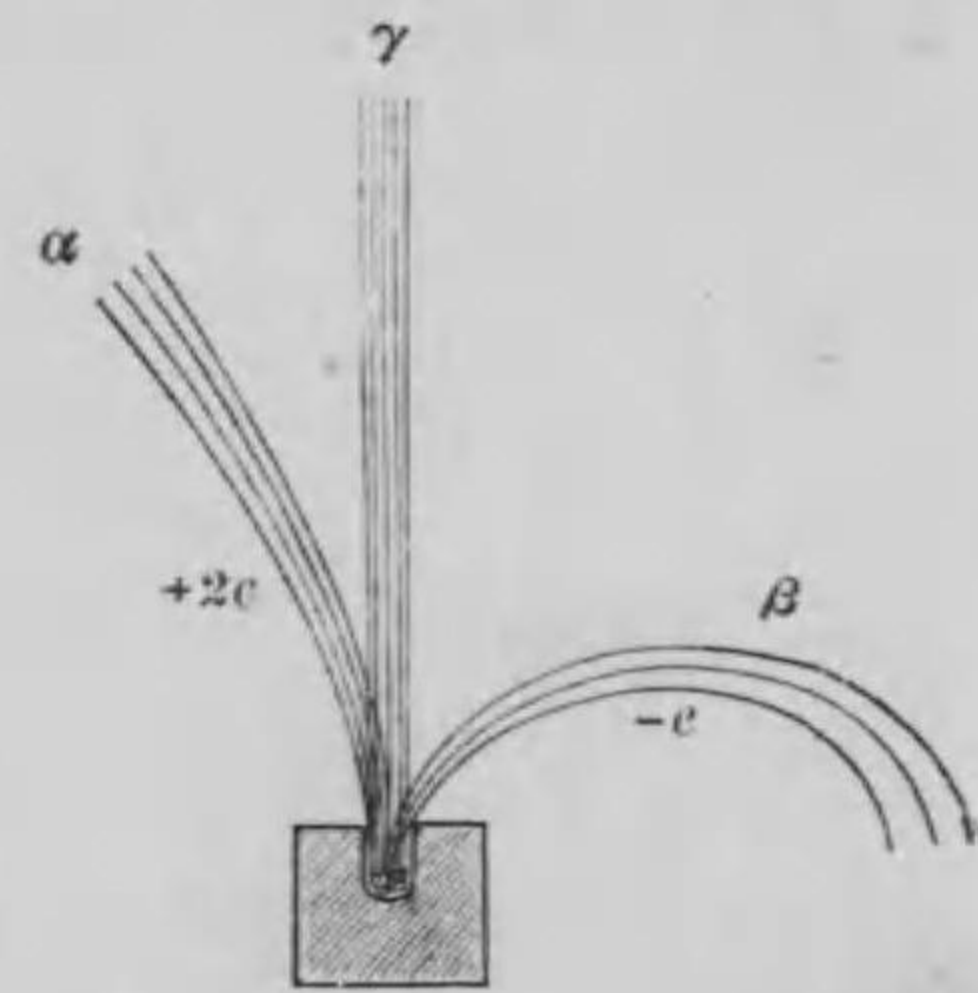
次に、鉛板を以て放射性物質を包み、 α 線と β 線とが透過し得ざる如くするも、更に電離及寫真作用を有する放射線あり。之を γ 線と云ふ。透過度を比較すれば $\alpha=1$ として、 $\beta=100$, $\gamma=1400$ なり。即ち放射能を

半減するに必要なアルミニウム板の厚さは α 線にて0.0005種、 β 線にて0.05種、 γ にては8種程なり。

α 線は陽電気を帯べるヘリウムが高速度を以て逸出する者にて、其一粒子の荷電量は、電子の荷電量の二倍に等しく、 $\frac{e_1}{m_a} = 4.82 \times 10^3$ 電磁單位なり。然るに、水素分子に就て言へば、 $\frac{e}{m_H} = 9653.7$ 電磁單位なるに依り、

$$\frac{m_a}{m_H} = \frac{m_a}{e_1} \cdot \frac{e}{m_H} \cdot \frac{e_1}{e} = \frac{9653.7}{4.82 \times 10^3} \times 2 = 4$$

即ち、 α 粒子の質量は水素の四倍なるが、是れヘリウム



第四百八十四圖
磁場は紙面の表より裏に向ふ。

なりとすれば當然の事なり。其速度は之を放射する物質に依て多少の差あるも、 $(1.5-2.3) \times 10^9$ 種/秒にて、光の速度の約二十分の一に等しき速度を有す。従て、 α 線は真空放電に於ける陽極線に相等す。

之に反して、 β 線は陰極線に對應する者にて、光と殆んど同一速度にて運動する電子なり。換言すれば、陰極線は比較的小速度の β 線なりと言ふを得べし。此故に高速度を以て運動する電子の一群を、一般に β 線と通稱することあり。従て、 $\frac{e}{m}$ の値は陰極線より求めたる者と、 β 線より得たる者と相等しく、

$$\frac{e}{m} = 1.77 \times 10^7 \text{ 電磁單位なる故に}$$

$$\frac{m_H}{m} = \frac{m_H}{e} \cdot \frac{e}{m} = \frac{1.77 \times 10^7}{9653.7} = 1833$$

即ち一電子の質量は、水素の約千八百分の一に等し。然るに、電子の半径を a とすれば、 $m = \frac{2e^2}{3a}$ なるは第四十章第三百七十七節にて證明せらる。従て、

$$\begin{aligned} a &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{m} = \frac{2}{3} \cdot \frac{e}{m} \cdot e = \frac{2}{3} \times (1.77 \times 10^7) \times \left(\frac{4.774 \times 10^{-10}}{3 \times 10^{10}} \right) \\ &= 1.88 \times 10^{-13} \text{ 種なり。} \end{aligned}$$

γ 線は X 線に相等する者にて、 β 線に伴ふ一種の電磁的波動なり。従て、磁場及電場の作用を受けざるも、 α 線と β 線とは反對に帯電し居るが故に、電場及

磁場の影響も反對なるは當然なり。

第三百五十九節 物質之變脱附其壽命

放射性物質が α , β , γ 等の諸線を放射したる後に之を検すれば、化學的に前者と全く別種の物質に變化し居るを見る。斯かる現象を物質之變脱と稱す。例へば、ラヂウムが α 線を放射する場合を考ふるに、此 α 線は二電子の荷電量に等しき正電氣を帶べるヘリウムなるが故に、ラヂウムは畢竟ヘリウムに相等する部分を失ふ事に依り他種の物質に變脱す。この新生物をラヂウムエマネーション或はニトンと稱す。從て、其原子量は、母體たるラヂウムの原子量よりも、ヘリウム原子量に相等する四丈小なり。

新生物質たるエマネーションは、更に α 線を放射して、他物に變脱す、之をラヂウム.Aと稱す。ラヂウム.Aは再び α 線を放射してラヂウム.Bと化し、次に此ラヂウム.Bは β 線を放射してラヂウム.Cとなり、ラヂウム.Cが α 線を放射すればラヂウム.C₂となるも若し β 線を放射すればラヂウム.C'となる如く次第に變脱して竟に鉛に到ると推定せらる。次表は放射性物質の變脱順序を示す者なり。

放射 性 元 素 變 脱 順 序

| 原子 番 號 | 元 子 價 | 原 素 名 | ウ ラ ニ ウ ム 系 | ア ク チ ニ ウ ム 系 | ト リ ウ ム 系 |
|-----------|----------|-------------------------------------|-----------------|---------------|-----------|
| 92 | 6 | ウ ラ ニ ウ ム | U_2 234.2 | | |
| 91 | 5 | ウ ラ ニ ウ ム X ₂ | UX_2 234.2 | | |
| 90 | 4 | ト リ ウ ム | Io 230.2 | | |
| 89 | 3 | ア ク チ ニ ウ ム | | | |
| 88 | 2 | ラ デ ウ ム | Ra 226 | | |
| 87 | 1 | | | | |
| 86 | 0 | ニ ト ン (ラ チ ウ ム エ マ ネ ー シ ョ ン) | Nt 222 | | |
| 85 | 7 | | | | |
| 84 | 6 | ポ ロ ニ ウ ム | RaA 218 | | |
| 83 | 5 | ビ ス マ ス | RaC 214 | | |
| 82 | 4 | 鉛 | RaB 214 | | |
| 81 | 3 | タ リ ウ ム | RaC_2 210 | | |
| | | | RaC' 214 | | |
| | | | RaE 210 | | |
| | | | RaF 210 | | |
| | | | Pb 206 | | |
| | | | Pb 208 | | |
| | | | U 238.2 | | |
| | | | UX_1 234.2 | | |
| | | | UY | | |
| | | | UZ | | |
| | | | $RaAc$ | | |
| | | | Ac | | |
| | | | AcX | | |
| | | | $AcEm$ | | |
| | | | AcA | | |
| | | | AcC | | |
| | | | AcB | | |
| | | | AcD | | |
| | | | AcC' | | |
| | | | Pb | | |
| | | | Pb | | |
| | | | Th 232.2 | | |
| | | | $MeTh$ 230.2 | | |
| | | | $MeTh$ 228.2 | | |
| | | | $RaTh$ 232.2 | | |
| | | | ThX 224.2 | | |
| | | | $ThEm$ 220 | | |
| | | | ThA 216 | | |
| | | | ThC 212 | | |
| | | | ThB 212 | | |
| | | | ThD 208 | | |
| | | | ThC' 212 | | |
| | | | Pb 208 | | |
| | | | Pb 208 | | |

⇨ α を放射する者

→ β を放射する者

實驗の結果に依れば、物質の放射能は其質量のみの函數にして、溫度其他の物理的或は化學的状況に依て左右せらるる者にあらず。然るに、物質は放射に依て變脱するが故に、最初の放射性物質は次第に其質量を減ず。

一定量の放射性物質 R を考ふれば、其全放射能 I に比例して、 R の一部が變脱し R_1 となりて、 R が減少す。従つて、 I も又減少することとなる。即ち I の減少する割合は I に比例する故に、 λ を比例恒數とすれば、

$$-\frac{dI}{dt} = \lambda I$$

にして、之を積分すれば

$$I = I_0 e^{-\lambda t}$$

となる。

全放射能 I は、其放射性物質の質量、換言すれば、其分子數 n に比例するが故に、前に得たる最後の式は

$$n = n_0 e^{-\lambda t}$$

と書くことを得べし。壽命 t なる原子の數が dn_t なりとすれば、全原子の平均壽命 τ は

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\int t dn_t}{n_0} = \frac{\int_{-\infty}^0 -t \lambda n_0 e^{-\lambda t} dt}{n_0} = \int_{-\infty}^0 t d e^{-\lambda t} \\ &= \left| t e^{-\lambda t} \right|_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^0 d e^{-\lambda t} = \left| \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda} \right|_{-\infty}^0 = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

即ち平均壽命は $\tau = \frac{1}{\lambda}$

となる。此 τ 丈の時間が経過せる後には、

$$n = n_0 / e \quad \text{或は} \quad \frac{I}{I_0} = \frac{1}{e} \doteq 0.37$$

即ち約三分之一強に減ず。

又、 $\log \frac{n}{n_0} = -\lambda t$ 或は $\log \frac{n_0}{n} = \lambda t$ なる故に、 $\frac{n_0}{n}$ 即ち放射性物質が半減する時間を T とすれば、

$$T = \frac{1}{\lambda} \log 2 = \tau \log 2 \doteq 0.693\tau$$

にて、半減期 T は平均壽命 τ の約七割に等し。

放射性物質の量は其分子數 n にて與へられ、分子數 n は放射能 I に比例する故に、電氣計に依て之を測定すれば、其半減期 T を容易に知る事を得べし。例へば、ラヂウム、エマネーションの場合には、3.85日にて半減す。換言すれば、 $T = 3.326 \times 10^5$ 秒なり。従て、其衰率は、

$$\lambda = \frac{\log 2}{T} = \frac{0.693}{3.326 \times 10^5} = 2.083 \times 10^{-6}$$

なり。

其分子數は、 t 秒の後に

$$n = n_0 e^{-0.000002083t}$$

なる故に、一秒の後には

$$n_0 \{1 - e^{-2.083 \times 10^{-6}}\}$$

丈減ず。換言すれば、毎秒約四十八萬個に付き一個の割合にて減少す。

今ラヂウム系の平均壽命並に其半減期を次に示さん。

| 原子 | Ra | RaEm. | RaA. | RaB. | RaC ₁ | RaC' | RaD |
|--------|-------|-------|------|-------|------------------|--------------------|-------|
| T | 2000年 | 3.85日 | 3.0分 | 26.7分 | 19.5分 | $\frac{1}{10^6}$ 秒 | 16.5年 |
| τ | 2600年 | 5.5日 | 4.3分 | 38分 | 27.9分 | $\frac{1}{10^6}$ 秒 | 23.6年 |

斯の如く、ラヂウムAの平均壽命は僅に四分餘に過ぎざるも、ラヂウムは二千六百年の壽命を有し、ウラニウムは 72×10^8 年の長き壽命を有す。普通の物質も亦各自に既定の壽命あるべきも、非常に長生なるが故に、吾人之を算定し能はずして、永遠に存在すと誤認するのみ。

ラヂウム、エマネーションが、時間と共に減少する割合を表示すれば次の如し。

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 時間 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 |
| 百分率 | 100 | 98 | 97 | 96 | 94 | 93 | 91 | 97 | 84 | 80 | 76 | 73 | 70 | 64 | 58 | 53 | 48 |

第三百六十節 温泉のラヂウム・エマネーション之測定方法

金屬ラヂウムは變脱してラヂウム・エマネーションを生ずる故に、後者の量は次第に増加すべし。然るに、ラヂウム・エマネーション

ンは更に變脱してラヂウム・A と化するに依り、エマネーションの量は無限に増加する事なく、與へられたるラヂウムの量に對し、一定量のエマネーション生ぜる時に平衡状態に達すべし。金屬ラヂウム一瓦と平衡すべきエマネーションの量を壹キュリーと稱す。

一キュリーのエマネーションは、飽和電流 2.67×10^9 靜電單位を持続するに足るべき電離作用を呈す。然るに、實際に於ては、エマネーションのみを分離して試験する能はざる者にて、最初にエマネーションのみなりしとするも、次第にラヂウム A, B, C 等に變脱せる者を混ざる者なるに依り、實測せる電流の内にて、眞にエマネーションに基因する部分は、時間の経過と共に

| 時刻 | 最初 | 十分後 | 十五分後 | 三十分後 | 三時間半後 |
|-----|-----|------|------|------|-------|
| 百分率 | 100 | 64.7 | 62.5 | 61.5 | 49.0 |

の如く減少す。一キュリーのエマネーションは其變脱に依て生ぜる後繼者と平衡状態にあれば、 6.02×10^9 靜電單位の飽和電流を支持するに足るべき電離作用を呈する者にして、此状態に達するには三時間半を要す。

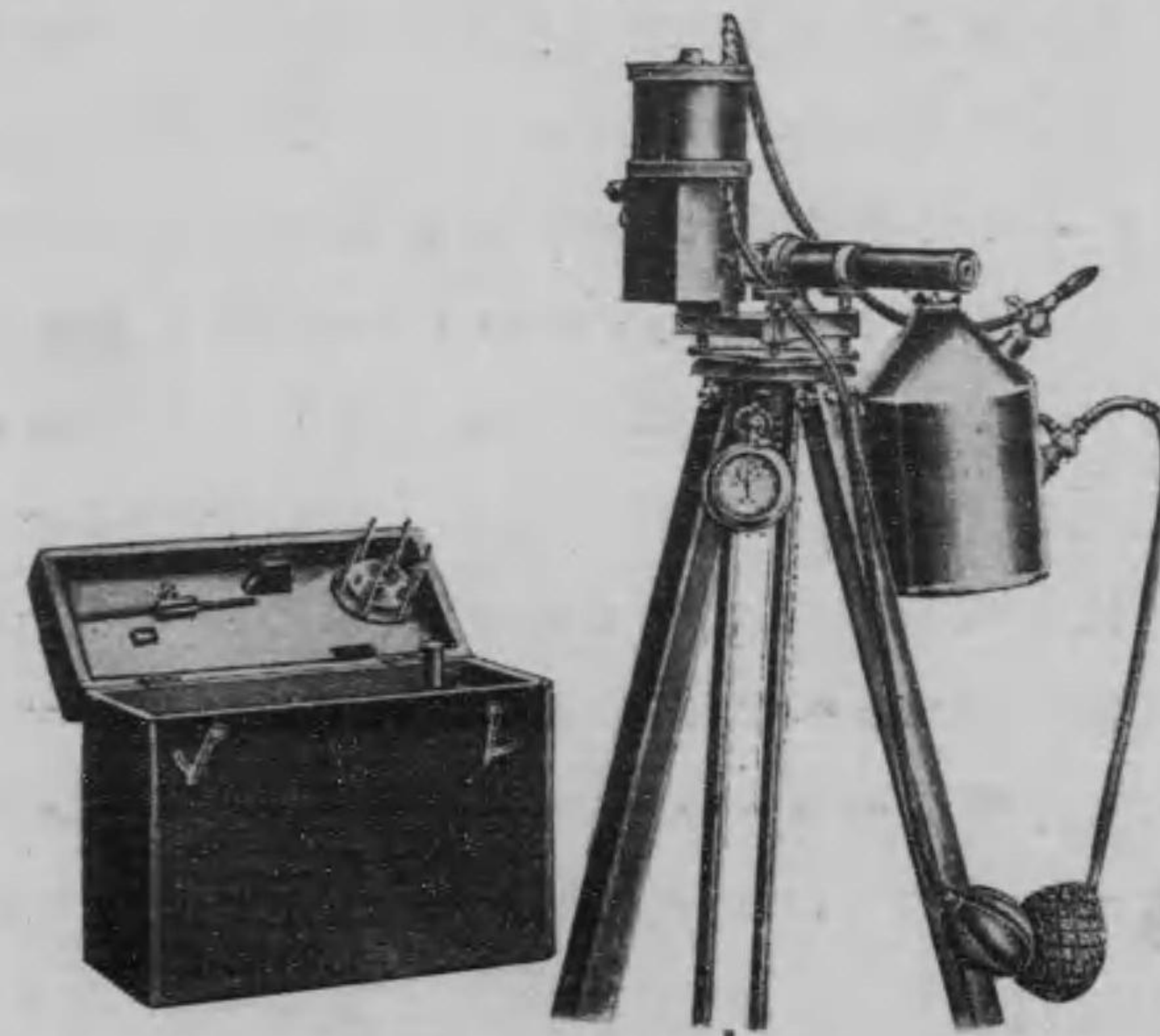
實驗の際には、エマネーションを含有する空氣を小さき容器に入れて試験する者なるに依り、エマネーションの全部が其作用を實現し得ざる者にて、全體積を

V とし、有効面積を S とすれば、

$$6.02 \times 10^9 \times \left\{ 1 - 0.572 \frac{S}{V} \right\} \text{ 靜電單位}$$

の電流を生ずるに過ぎず。

更に、温泉のエマネーションを検定する際には、温泉が有するエマネーションの一部のみが空氣に分與せられ、吾人は此空氣のエマネーション含有量を實測する者なるに依り、實驗の結果として得られたる空氣のエ



第四百八十五圖

マネーション含有量 E。ならば、温泉中に含有せるエマネーションの全量 E は、空氣の體積 A、液體の體積

L なるとき、

$$E = E_0 \left\{ 1 + \alpha \frac{A}{L} \right\}$$

にて與へらる。茲に α は空氣の溫度に從屬する恒數にして、

| | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 溫度 | 10° | 14° | 17° | 20° | 23° |
| α | 0.340 | 0.303 | 0.284 | 0.245 | 0.228 |

なる値を有す。

溫泉のエマネーション含有量は、一般にキューリー單位を使用せずして、マッヘ [MACHE] 單位を採用す。蓋しキューリー單位は過大にして、其數値が微小なる小數となるの嫌あるに依るなり。一リットル中に含まるるエマネーションが、其變脱に依て生ぜる後繼者の援助なしに、自己の獨力に依り、靜電單位にて千分之一に等しき電流を支持するに足る時、此溫泉のエマネーション含有量は壹マッヘなりと稱す。一マッヘのエマネーション含有量は一リットルに付き 3.7×10^{-10} キューリーに相等する者なり。

飽和電流の強弱は、逃電の遲速に依り判定する事を得べし。即ち、既知の電氣容量を有する電氣計を一定の電位に帶電し、先づ自然の狀態に於て一定時間に降下せる電位を測定して、自然逃電率を算定し、次に溫泉

のエマネーションを含める空氣を電氣計の室内に送りて、再び其逃電率を測定すれば、前後の差はエマネーションに基因する逃電なる事勿論なり。電位差と電氣容量の相乘積は電氣量なる故に、之を靜電單位に換算し、前述せる所に基きて適當の補正を成し、逃電に費せる時間にて除すれば、得たる商は靜電單位にて表はせる電流なる故に、其千倍はマッヘ單位に相等す。使用せる溫泉の液量一リットルに非ざる時は、一リットルに換算すべきは當然なり

第三十八章

輻射論附量子説

第三百六十一節 プランク [PLANCK] 之假定

其壁面が完全に輻射線を反対する室内に暗黒體ありて、輻射の平衡状態にある場合を考ふるに、輻射は物質分子内にある振動子に基因する者と假定し、其振動数が ν なる者の平均エネルギーを L_ν とす。今振動数が p と $p+dp$ との間にある輻射の強度を $E_\nu dp$ なりとすれば、此輻射線が物體上に投射せる時振動子を共振せしむる爲には、 $p=\nu$ なるを要するが故に、輻射之速度を c とすれば

$$L_\nu = \frac{c^2}{\nu^2} E_\nu$$

なる關係ある事は電磁力學上より證明せらる。

次に、熱力學の法則が此場合にも適用し得る者と假定すれば、 ϕ をエントロピーとし、 U をエネルギーとして、平衡状態に於ては

$$d\phi = \frac{dU}{T}$$

なる關係成立するを知る。

第三百六十二節 公算論之應用

今振動子の数が N 個ありとすれば、其エネルギーの總量は $U = NL_\nu$ なる事は勿論なるが、此エネルギーが P 個の粒子に區分され、一粒子の量を ϵ とすれば、

$$P = \frac{NL_\nu}{\epsilon}$$

なるべし。而して、此 P 個のエネルギーが N 個の振動子に配分さるる者なるが故に、其配分方法には幾多の種類ある事當然なり。

今或種の配分方法に際し、第一振動子に $U_1 = n_1 \epsilon$ 丈配分されたりとすれば $U = n\epsilon$ の内より $U_1 = n_1 \epsilon$ 丈第一振動子に配分する公算は U_1 の函数なる事當然なり。依て、此公算を $f(U_1)$ なりとせん。同様に、第二振動子に $U_2 = n_2 \epsilon$ 丈配分さるる公算は $f(U_2)$ なるべく、其他の振動子に就ても同様なり。然るに、此配分方法に於て、第一振動子に U_1 、第二振動子に U_2 等夫れぞれ配分さるる公算 K を考ふれば、 K は各公算の積に等しき故に、

$$K = f(U_1) f(U_2) \dots \dots \dots$$

なり。而して $U = U_1 + U_2 + \dots \dots \dots$

なる關係ある事勿論なり。

此公算が最大なる場合を考ふれば、

$$d\log K = \frac{\partial \log K}{\partial U_1} dU_1 + \frac{\partial \log K}{\partial U_2} dU_2 + \frac{\partial \log K}{\partial U_3} dU_3 + \dots = 0$$

なるを要す。同時に

$$dU = dU_1 + dU_2 + dU_3 + \dots = 0$$

なるが故に、此二條件が成立する爲には、

$$\frac{\partial \log K}{\partial U_1} = \frac{\partial \log K}{\partial U_2} = \frac{\partial \log K}{\partial U_3} = \dots = \text{恒數}$$

ならざるべからず。

然るに、エネルギーの總量 U が與へられ居る故に、其温度 T は不變なり、依て R を比例恒數とすれば、

$$\frac{\partial \log K}{\partial U_1} = \frac{\partial \log K}{\partial U_2} = \dots = \frac{1}{RT}$$

と看做す事を得べし。

第三百六十三節 公算とエントロピー

次に、 $\phi = R \log K$ なる量を考ふるに、

$$\frac{\partial \phi}{\partial U_1} = R \frac{\partial \log K}{\partial U_1} = \frac{1}{T}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial U_2} = R \frac{\partial \log K}{\partial U_2} = \frac{1}{T},$$

なる故に、

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial U_1} dU_1 + \frac{\partial \phi}{\partial U_2} dU_2 + \dots = \frac{1}{T} \{dU_1 + dU_2 + \dots\} = \frac{dU}{T}$$

なる關係を得べし。従て

$$\phi = R \log K$$

にて與へられたる ϕ は上卷第十七章第百六十五節に

述べたるエントロピーと同一なり。

換言すれば、或系のエントロピーとは、其系内にあるエネルギーを、其系を構成する分子間に配分するに當り、或種の配分方法が實現せらるべき公算の對數に比例する量なり。

此見解に従へば、自然現象が起る毎に、其系内のエントロピーは増加すると言ふは、畢竟するに、エネルギー配分方法が自然に其公算大なる者に歸すると言ふに過ぎざる者にて、當然の原理なりと認めざるべからず。

第三百六十四節 輻射之一般式

扱て P 個のエネルギーを N 個の振動子に配分する方法の數は

$$K = \frac{|N+P-1|}{|N-1| |P|}$$

なるが、一般に、 $|n| = \sqrt{2\pi n} \cdot n^n \cdot e^{-n} \cdot e^{-\frac{1}{12n}} \cdot e^{-\frac{1}{360n^3}} \dots$

にて、 n が大なる場合には、所謂スタイヤリング (STIRLING) 之式に依り、

$$|n| = \left\{ \frac{n}{e} \right\}^n \sqrt{2\pi n}$$

となるを以て、 N 及 P に對し微少なる壹を省略すれば

$$N+P-1 \div N+P = N \left\{ 1 + \frac{L_\nu}{\epsilon} \right\}$$

と置き得るに依り、

$$\phi = R \log K = RN \left\{ \left(1 + \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right) \log \left(1 + \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right) - \frac{L_\nu}{\varepsilon} \log \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right\}$$

或は

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} = \frac{d\phi}{dU} &= R \frac{d}{d(NL_\nu)} \left\{ \left(1 + \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right) \log \left(1 + \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right) - \frac{L_\nu}{\varepsilon} \log \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right\} \\ &= R \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \log \left(1 + \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right) - \log \frac{L_\nu}{\varepsilon} \right\} \\ &= \frac{R}{\varepsilon} \log \left\{ \frac{\varepsilon}{L_\nu} + 1 \right\} \end{aligned}$$

即ち、

$$e^{\frac{1}{RT}} = \frac{\varepsilon}{L_\nu} + 1 \quad \text{或は} \quad L_\nu = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{1}{RT}} - 1}$$

依て

$$E_\nu = \frac{\nu^2 \varepsilon}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{1}{RT}} - 1}$$

を得べし

然るに、P個に區別されたるエネルギー量 ε は、他の方面よりの研究に依り、之を授受する振動體の振動數 ν に比例する者と看做すべき理由あるを以て、 $\varepsilon = h\nu$ と置けば、

$$E_\nu = \frac{h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{RT}} - 1}$$

なる關係を得べし。茲に、 $h = 6.57 \times 10^{-27}$ (エルク×秒) は作用

量子と稱せらるる者にて普遍恒數なり。

振動數 ν の代りに、之に對應する波長 λ を採れば、波長が λ と $\lambda + d\lambda$ との間にある輻射之強度 E_λ は

$$E_\lambda d\lambda = -E_\nu d\nu$$

にて與へられ、且つ $\nu\lambda = c$ なる關係あるに依り、

$$d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$$

從て、

$$E_\lambda = \frac{hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda RT}} - 1}$$

となるべし。是れ即ち任意の波長 λ を有する輻射之強度と波長及溫度との一般關係なり。

第三百六十五節 變位則 此式に於て、 λT が非常大なりと假定すれば、レーレー氏 (RAYLEIGH) の見出せる式

$$E_\lambda = cRT\lambda^{-4}$$

と化し、之に反して、 λT が小なりとすれば、

$$E_\lambda = c^2 h \lambda^{-5} e^{-\frac{hc}{\lambda T}}$$

となりて、キーン氏 (WIEN) の式と一致す。

輻射の強度 E_λ は波長 λ の函數なるが、其極大値 λ_m を求むるには、

$$\frac{dE_\lambda}{d\lambda} = 0 \quad \text{よ} \quad e^{-\beta} + \frac{\beta}{5} - 1 = 0$$

なる形の条件を得べし。此式の根は

$$\beta = 4.9651$$

にて、

$$\lambda_m T = \frac{ch}{R\beta} = \text{恒数} = 0.294 \text{ (厘・度)}$$

を得べし。是れ即ち上巻第二十二章第二百二十節に引用せる関係なり。

第三百六十六節 ステファン [STEFAN] 之法則

次に、面状微温計にて測定し得べき輻射エネルギーは、凡ての振動数を有する者の総和なる故に、之を E とすれば、

$$E = \int_0^{\infty} E_\nu d\nu$$

なるべし。此積分は

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$

なる定積分を利用すれば、無限級数に展開して、積分するを得べく、其結果は

$$E = \frac{6R^4}{c^2 h^3} \left\{ 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right\} T^4 = ST^4$$

となり $S = 8.427 \times 10^{-8}$ (エルク/厘²・度⁴・秒)

なり。

是れ即ち上巻第二十二章第二百二十三節に説明せ

るステファン之法則なるが、同節に於ける R は単位体積内にある輻射エネルギー之量にて、本節の E は此輻射線が c なる速度にて単位面積を単位時間に通過する量なる故に、

$$E = \frac{c}{8\pi} R$$

なる関係あり。是等の値より h 及 R を算定すれば、

$$h = 6.548 \times 10^{-27} \text{ (エルク} \times \text{秒)}$$

$$R = 1.346 \times 10^{-10} \text{ (エルク/度)}$$

を得べし。

第三百六十七節 原子熱 次に、

$$L_\nu = \frac{c^2}{\nu^2} E_\nu = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{RT}} - 1}$$

なるが、物質を構成する各原子が、一個の振動子を有すと假定すれば、是等の温度 T を高むるに要するエネルギーは、其物体の比熱なる事明白なり。而して、振動子は三次元の原子内にありては、三方向に振動の自由を有するが故に、其平均エネルギーは $3L_\nu$ ならざるべからず。従て、一瓦原子内にある原子数を N とすれば、其原子熱は

$$C = N \frac{d}{dT} \left\{ 3L_\nu \right\} = \frac{3h^2 \nu^2 N}{RT^2} e^{\frac{h\nu}{RT}} \left\{ e^{\frac{h\nu}{RT}} - 1 \right\}^{-2}$$

にて與へらるべし。

然るに、デュロン及プチー [DULONG ET PETIT] 之法則に依れば、此原子熱は

$$C_0 = 3RN = 5.955 \text{ カロリ}$$

なり。是等の兩式より

$$\frac{C}{C_0} = e^{\frac{h\nu}{RT}} \left(\frac{h\nu}{RT} \right)^2 \left\{ e^{\frac{h\nu}{RT}} - 1 \right\}^{-2} = f \left\{ \frac{h\nu}{RT} \right\}$$

なる關係を得べし。此關係は、原子熱が必ずしも一定不變の者にあらずして、高温度に於てのみ

$$C \doteq C_0$$

にて、低温度に於ては次第に減少して、零に近似する者なるを指示す。而して $h\nu < RT$ ならば、 $C > 0.92C_0$ なるも、 $h\nu > 10RT$ ならば、 $C < 0.004C_0$ となりて殆んど零に近し。

故に、若し振動子の構造が温度に無關係ならば、 ν は T の函数に非ざるが故に、凡ての元素の原子熱は、充分なる高温度にては約六カロリーにて、絶對温度の零度附近に到れば零に近似すべし。

ネルンスト [NERNST] 氏之實驗的研究に依れば、高温度に於ては原子熱大に、低温度に行くに従ひ小となるは事實にて、例へば水素の比熱は絶對温度二百度にて五カロリーなるも、六十度に降れば僅に三カロリーに過ぎず。然れども、上記の式は必ずしも正確なる者にあ

らずして、例へば銅に就て言へば

| 温度 | T | 88° | 33°4 | 22°5 K |
|-----|----|------|-------|--------|
| 観測値 | C | 3.38 | 0.538 | 0.223 |
| 計算値 | C' | 3.31 | 0.234 | 0.023 |

にて、低温度に行くに従ひ其差を増加す。而して $z = \frac{h\nu}{RT}$ と置けば次の式は最も好く實驗と一致す。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{z^2 e^z}{(e^z - 1)^2} + \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^2 e^{\frac{z}{2}}}{\left(e^{\frac{z}{2}} - 1\right)^2} \right\}$$

第三百六十八節 量子説 今プランク之

輻射論が依て基づく所を吟味するに、エネルギーは粒子状に區分され、 $h = 6.569 \times 10^{-27}$ (エルグ×秒)を普遍恒數とする時、各粒子の量 ε は、 $\varepsilon = h\nu$ にて與へらると言ふ點に歸す。換言すれば、輻射の現象に於て原子或は電子がエネルギーを吸収若しくは輻射する場合には、其量は任意の連續的變化を許す者にあらずして、不連續的に即ち ε の整数倍に依てのみ増減せざるべからずと言ふ事を含む。アインシュタイン [EINSTEIN] は此定量 ε を光量子と稱せり。

斯の如く、エネルギーが不連續的なりとの見解即ち量子説に従へば、前節に説明せる輻射之法則が得らるのみならず、幾多の實驗的事實を説明する事を得べ

し。例へば、光電効果若しくは螢光に関するストークス之法則の如きは必然の結果なり。如何となれば、入射線の作用に依り金属内の電子が刺戟を受けて逸出するに依り、光電効果を生ずる者とすれば、逸出する電子のエネルギーは $\epsilon = h\nu$ にて、入射線の振動數に依て定まり、其強度には無關係なるべし。

螢光及燐光の場合には、入射線が物體を構成する原子の内部にある電子を逸出せしめ、次に此電子が舊位置に復歸する際に二次輻射を成す者にて、該電子が即時に復歸し得る乎、若くは或種の抵抗に依り適當の時間を要する乎に従ひ、螢光と燐光との差を生ずる者と考ふれば、此電子が入射線より取得するエネルギーは $\epsilon = h\nu$ にて與へられ、又此電子が輻射する二次線の振動數を ν' とすれば、其エネルギーは $h\nu'$ ならざるべからざるも、電子は取得せる量より多大のエネルギーを輻射する事能はざるに依り、 $h\nu'$ は $h\nu$ より大なる能はず。従て、 ν' は ν より大なる能はず。換言すれば入射線の振動數 ν より大なる振動數を有する光を輻射する能はず。是れ即ちストークス之法則なり。

次に比熱に關して其例證を舉れば、單原子より成る瓦斯の分子熱は約三カロリーなる故に、エネルギー等分法則に依り、各自由度は一カロリーの熱を領有すと

看做し得べし。然る時は二原子より成る瓦斯分子は五個の自由度を有する故に、其分子熱は五カロリーならざるべからず。

之を實驗に徴するに、水素にありては絶對溫度二百度以上に於ては五カロリーなるも、其溫度以下にては次第に減じ、六十度に到れば三カロリーに過ぎざる事は、前節既に述べたる所にして、必ずしも水素の特性にあらず。絶對溫度一度半迄の實驗に依れば、凡ての物質は低溫度に行くに従ひ、其比熱を減ずる者にて、零度に於ては比熱も亦零となる者に似たり。

果して然らば、分子運動の自由度は溫度の降下と共に減少する者と認定すべき者なり哉。此事實を説明せんと欲すれば、各自由度が實現するに必要な運動エネルギーの量には、一定の最小限ありと假定せざるべからず。換言すれば、量子説に依て容易に説明せらるべし。

今物質分子が有する熱エネルギーは n 個の量子より成り、分子の自由度は N 個なりとすれば、任意の時刻に於て、 n 個の量子が N 個の自由度間に適宜に分配されるなるべし。其分配の方法に就て精細に之を考ふれば、必ずしも各自由度に等分せらるるにあらずして、極端の場合としては、一自由度が n 個の量子全部を獨占

し、他の自由度は全く其分配に預らざる場合も無きにあらず。

然りと雖も、 n が大なる時は、或自由度が全く量子の分配に預らざる公算は非常に小なる故に、殆んど何れの時刻にも、各自由度が多少の量子を領有し居る事となるべし。而して、何れの自由度が特に多数の量子を占有すと言ふ理由なき故に、長き時間に涉りて平均すれば、各自由度は $\frac{n}{N}$ 個宛領有する事となるべし。

低温度に降りて、 n が格別大ならざるに到れば、或自由度が全く量子の分配に預らざる公算は次第に増加す。而して此公算が $\frac{1}{N}$ の程度に達すれば、長き間の平均に於て、各自由度が實現さるる公算は、

$$1 - \frac{1}{N} = \frac{N-1}{N}$$

なるが故に、 N 個の自由度にて合計 $\{N-1\}$ 丈實現さるる割合となる。従て、恰も自由度が N より $\{N-1\}$ に減少せる如く見ゆるなり。

例へば、了解し易しからしめんが爲に A, B, C 、三個の自由度ありて、量子が僅に a, b, c の三個のみなりとすれば、其配分方法は

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| A | a | a | b | b | c | c | ab | ab | bc | bc | ca | ca | a | a |
| B | b | c | c | a | a | b | c | — | a | — | b | — | bc | — |
| C | c | b | a | c | b | a | — | c | — | a | — | b | — | bc |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| A | b | b | c | c | — | — | — | — | — | — | abc | — | — |
| B | ca | — | ab | — | a | bc | b | ca | c | ab | — | abc | — |
| C | — | ca | — | ab | bc | a | ca | b | ab | c | — | — | abc |

の如く總計二十七種あるが、其内にて初の六種は三個の自由度が實現せらるるも、次の十八種にては一個の自由度が實現せられず、最後の三種に在りては僅に一個の自由度が實現せらるるのみ。

是等各種の配分方法は、其生起の公算同一なる故に、畢竟、三自由度が實現せらるる公算は二十七分之六、又二自由度が實現せらるる公算は二十七分之十八にて、残り二十七分之三は一個の自由度のみが實現せらるる公算なり。従て之を平均すれば、

$$x = 3 \times \frac{6}{27} + 2 \times \frac{18}{27} + 1 \times \frac{3}{27} = \frac{57}{27} = 2.1$$

にて恰も自由度が二個に減少せる如く見ゆべし。

但し何れの自由度も失はれたるにあらずして、 A, B, C 共に二十七回の内にて十九回宛實現せられたり、

精言すれば、二十七回の内にて、八回は量子の分配に預らざるも、十二回は一個の量子を受け、六回は二個の量子を受け、残り一回は三個の量子を受けたる故に、平均して毎回一個の量子を受けたる事となる。蓋し、量子三個にて自由度も三個なる故に、等分法則に依り平均一個宛なるは當然なり。

量子説に従へば、無限に長き期間の平均を取りて、光量子が光源より各方に一様に放散すと考ひ得るも、短期に就て言へば、不連続なる故に、光源に立體角 ω を成す面積を通過する光の量は、必しも總量の $\frac{\omega}{4\pi}$ にあらずして、 ω が微小なる場合には全く零なる乎、然らざれば ε なり。非常に弱き入射線に依ても猶、直に光電効果を生ずるは、光が量子の形に於て一時に ε 丈のエネルギーを與ふると考ふるに非ざれば説明する能はず。

れども波動説に依て容易に説明せらるる干渉の現象は量子説の最も説明に苦む點なるを忘るべからず。

陰極線が或物質より成る對陰極板に衝突すれば、此處より X 線を發生するは、既に知れる所なり。然るに、此 X 線を金屬に入射せしむる時は、逆に此處より陰極線を生ずる者にて、互に反逆的なるは注意すべき事項なり。蓋し石を水中に投じたる時に波を生じ、此波が岸に衝突して石塊を崩落せしむるに類する現象

ならん乎。

陰極線は高速度の電子なるが故に、上記の事實を換言すれば、電子が物體に衝突して其運動を停止せらるる時に、該電子に附屬せる電力管内に生ずる脈動が即ち X 線にして、此脈動が有するエネルギーが、金屬面より電子を逸出せしむるに過ぎず。従て、逸出する電子の速度は、X 線の有するエネルギーに依て定まる事當然なり。

然るに、逸出する電子の最大速度は此處に投射せる X 線の強弱に關せず、又金屬の種類にも無關係なり。此事實は量子説に依て説明せらる。何となれば、X 線が發散して遠方に行くに従ひ弱くなるも、單に脈動の數が減少する者にて、其一個の脈動が有するエネルギーは一定不變の量子なるが故に、是に依て逸出せしめらるる電子が受るエネルギーも不變なるは當然なり。但し、X 線が弱くなれば、單位面積内に於ける脈動の數も減少する故に、逸出せる電子の數も減少するのみ。

第三十九章

原子論

第三百六十九節 原子之感念 物質は之を無限小に分ち得べき者にあらずして、更に分つべからざる極限あるべしとの感念は、デモクリトス[DEMOKRITOS]の時代より早く學者間に行はれ、斯かる分つべからざる者、即ち原子なる者を假想して、種種の現象を説明せり。紀元前五世紀の頃、リウキッパス氏[LEUKIPPUS]は初めて當時流行せるイレア派[ELEATIC SCHOOL]に對し、物體は真空中に運動する無數の小原子の集合體にて、是等の原子は凡て同性質なるも、其形體は同一ならずして落下の速度に遲速ありと論じ、原子間の衝突は渦動を生じ、多數此渦動に集れば大世界となり、二世界衝突すれば滅亡すと説けり。

然るに、其後種種の研究は、化學上より或は物理學上より、斯かる原子の實在する事を證明せり。氣體運動説は非常なる進歩を成し、更に之を溶液に應用せるのみならず、固體の熱或は電氣傳導等にも利用せられ、三態

を通じて、原子或は分子が個個運動を成し居る事が認定せられたり。殊にブラウン[BROWN]運動は分子運動の直接の結果を顯微鏡下に目撃せしむるのみならず、原子の數さへ算定せらるるに到りたり。

然るに、原子の存在が確定すると同時に、原子は最早切るべからざる者に非ざること確定せられたり。少くとも、放射性物質の變脱は、明かに原子が單純なる不可切體にあらずして、更に微少の部分に分ち得る者なることを證明し、原子は非常に複雑なる一個の世界なりとの結果に到達せり。

原子は複雑なるのみならず、更に物質以外に電子の存在するを認められたり。従て、原子は、恰も太陽系の如く、中央に太陽ありて其周圍に幾多の遊星並に彗星あり。束縛電子を遊星に比すれば、自由電子は彗星に似たる者なり。

物理學は分子以上の性質を論じ、化學は分子以内の性質を論ずとは、明治時代に於ける物理と化學との區別なりしも、現今の物理學は却て原子以内、即ち原子の構造を論ずる程度に發達せり。

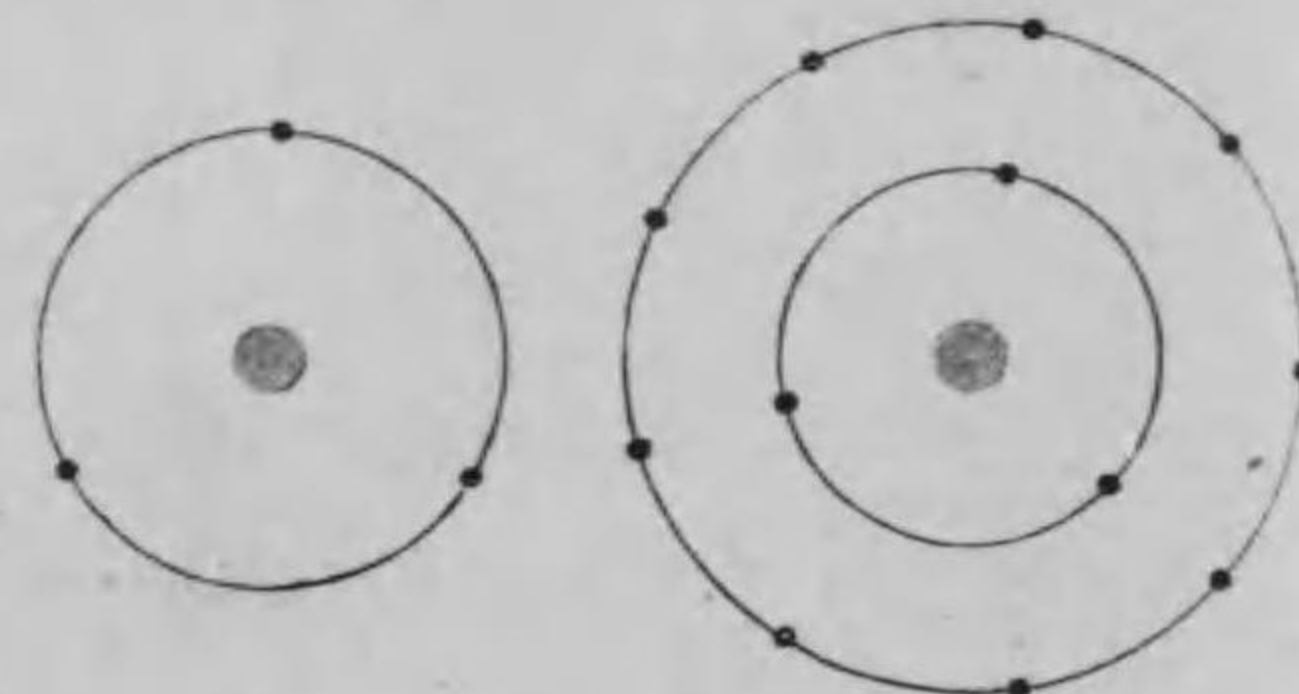
第三百七十節 原子之構造 原子は複雑なる構造を有すとすれば、之を組成する元原素は何乎との間に到達す。物質の起原を電氣に歸するは現今

の思潮なるが、其の思潮に依れば、原子なる者は中央に陽粒子ありて、其周囲に電子即ち負電氣の一定量を有する者が廻轉して、平衡状態に在りとなすなり。而して、原子に種種の區別を生ずるは、其電子の數に基因する者なり。

原子内に於ける電子の數に關し、最初の暗示を與へたるはバルクラ氏 (BARKLA) の研究なり。X線に對して、散亂の中心となる電子の數は、原子量の半分に等しくα線が貫通し得ざる原子の部分に其核と稱し、熱運動上二原子が接近し得る最小距離を原子之直徑と看做せば、原子の一萬分之一に等しき直徑を有する陽電氣を帶べる粒子を中心として、原子量の半數に等しき電子が公轉し居る者、即ち一個の原子なりと言ふに歸す。從て原子は恰も太陽系の如き者なり。

電子數小なれば、同一圓周上に廻轉するを以て安定状態とするも、六

個以上なれば二個の圓周上に別れたる方が安定なりとの結論に達す。今一乃至



第四百八十六圖

三十一迄の排列法を擧ぐれば次の如し。

| 單軌道原子 | 雙軌道原子 | 三軌道原子 |
|-------|--|--|
| 1 | $\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} = 6$ | $\begin{matrix} 11 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} = 17$ |
| | $\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} = 7$ | $\begin{matrix} 11 \\ 6 \\ 1 \end{matrix} = 18$ |
| | $\begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix} = 8$ | $\begin{matrix} 11 \\ 7 \\ 1 \end{matrix} = 19$ $\begin{matrix} 12 \\ 7 \\ 1 \end{matrix} = 20$ |
| | $\begin{matrix} 8 \\ 1 \end{matrix} = 9$ | $\begin{matrix} 12 \\ 8 \\ 1 \end{matrix} = 21$ |
| 2 | $\begin{matrix} 8 \\ 2 \end{matrix} = 10$ | $\begin{matrix} 12 \\ 8 \\ 2 \end{matrix} = 22$ $\begin{matrix} 13 \\ 8 \\ 2 \end{matrix} = 23$ |
| | $\begin{matrix} 8 \\ 3 \end{matrix} = 11$ | $\begin{matrix} 13 \\ 8 \\ 3 \end{matrix} = 24$ |
| 3 | $\begin{matrix} 9 \\ 3 \end{matrix} = 12$ | $\begin{matrix} 13 \\ 9 \\ 3 \end{matrix} = 25$ |
| | $\begin{matrix} 10 \\ 3 \end{matrix} = 13$ | $\begin{matrix} 13 \\ 10 \\ 3 \end{matrix} = 26$ |
| 4 | $\begin{matrix} 10 \\ 4 \end{matrix} = 14$ | $\begin{matrix} 13 \\ 10 \\ 4 \end{matrix} = 27$ $\begin{matrix} 14 \\ 10 \\ 4 \end{matrix} = 28$ |
| | $\begin{matrix} 10 \\ 5 \end{matrix} = 15$ | $\begin{matrix} 14 \\ 10 \\ 5 \end{matrix} = 29$ $\begin{matrix} 15 \\ 10 \\ 5 \end{matrix} = 30$ |
| 5 | $\begin{matrix} 11 \\ 5 \end{matrix} = 16$ | $\begin{matrix} 15 \\ 11 \\ 5 \end{matrix} = 31$ |

茲に最も注意すべきは元素の性質の類似なり。例へば $n=2$ なるときに有する性質は、 $n=10$ のときに再現し、更に $n=22$ のときに三現す。而して、原子量は n の函數なるべき故に、元素の性質は原子量の函數にて週期的なるは當然なり。

光は電子の運動に基く電磁波なりとすれば、幾多の元素が似寄りたるスペクトルを生ずるも亦當然なり。一個の電子の得失は n の如何に依て其結果に大差あり。例へば、 $n=13$ の者が $n=12$ に成るには、外部の一電子を失ふ場合なるも、 $n=15$ の者が $n=14$ に成るには、内部の一電子を失ふ場合にて、 $n=17$ の者が $n=16$ に成るには、三軌道の内の最も内部の一電子を失ふて、雙軌道原子に變形す。從て其得失の難易は同一ならず。

第三百七十一節 原子番號 原子は水素よりウラニウムに到る迄總計九十有貳個ありと雖も、是等は單に陽粒子の荷電量並に其周圍に公轉する電子の數の多少に依て其區別を生ずるもののみ。而して、モーズレー氏[MOSELEY]の研究に依れば、各原子に固有なる X 線の振動數の平方根は、水素よりウラニウムに到る迄、順次に一定の階段に依り増加する者にて、簡單に其原子番號に比例す。

所謂原子番號とは、水素を第一號としヘリウムを第二

號とし順次に進みてウラニウムの第九十二號に終る者なり。從て、例へば鐵の原子番號は 26 にて、コバルトのは 27、ニッケルのは 28 なり。

然るに、斯の如き番號は更に深遠なる意義を有する者にて其原子を構成する陽粒子の電氣量 E が此原子番號 N に比例す。

半徑 a なる圓運動に於て、陽粒子の荷電量 E にて、電子の荷電量 $-e$ なれば、其引力は

$$-\frac{eE}{a^2}$$

なるが、圓運動に基因する遠心力は、電子の公轉回數を n とすれば、

$$\frac{(2\pi an)^2}{a}$$

なり。是等の兩力が平衡状態にある故に、

$$\frac{(2\pi an)^2}{a} - \frac{eE}{a^2} = 0$$

或は、
$$n^2 = \frac{e}{4\pi^2} \frac{E}{a^3}$$

なる關係を生ず。

然るに、モーズレー氏の説に従ひ、

$$\sqrt{n} \propto E$$

なりとすれば、

$$E' \propto n^2 \propto \frac{E}{a^3}$$

即ち

$$a \propto \frac{1}{E}$$

ならざるべからず。

換言すれば、原子の最も内方に公轉する電子の軌道之半徑は、其原子の中心たる陽粒子之荷電量に逆比例す。従て此半徑は原子番號に逆比例する事となる。

原子の放散する輻射線の振動數は、其原子を構成する電子之公轉回數に依て定まる者なるが故に、任意の元素が輻射するスペクトルを觀測し、其最高振動數を、其元素の原子番號之自乗にて除したる商は、恒數なるべく、従て原子番號壹なる水素が輻射する者の最高振動數と同一ならざるべからず。例へば、タングステンより生ずる輻射線の最短波長は

$$\lambda = 1.67 \times 10^{-9} \text{ 厘}$$

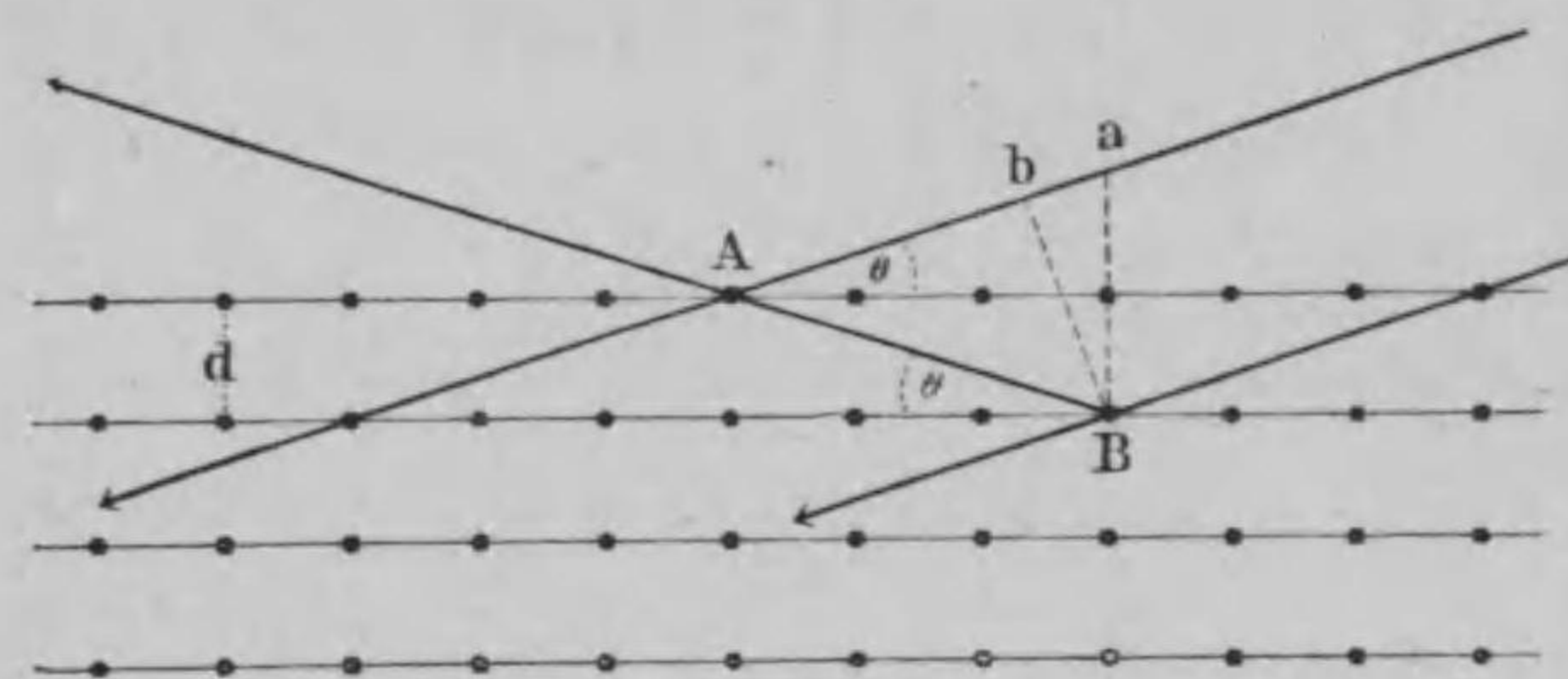
なるが、振動數は波長に逆比例するに依り、之に其原子番號 74 の自乗を乗ずれば

$$91.4 \times 10^{-7} \text{ 厘} = 91.4 \text{ ミリマイクロン}$$

を得べく、水素に於ける實測の結果 91.2 ミリマイクロンに近し。

實測せる振動數の平方根が原子番號に比例するを例示せんには、先づ振動數を實驗的に決定するを要す。

物質を構成する原子が結晶體に於ける如く、一定の距離 d を以て、平行なる一系の平面上に整列する場合に當り、X 線を茲に投射すれば、其脈動のエネルギーは茲より反射すべし、或はハイゲンスの原理に基づき、是等の原子は凡て二次輻射線の源泉となるべし。今入射角の餘角即ち入射線と反射面とが成す角 θ を投射角と稱すれば、第一層より反射する者と第二層より反射



第四百八十七圖

する者との間には、其行程に於て $AB - Ab$ の差あり。然るに、

$$d = AB \sin \theta, \quad Ab = AB \cos 2\theta = AB(1 - 2\sin^2 \theta)$$

なるに依り、

$$AB - Ab = 2AB \sin^2 \theta = 2d \sin \theta$$

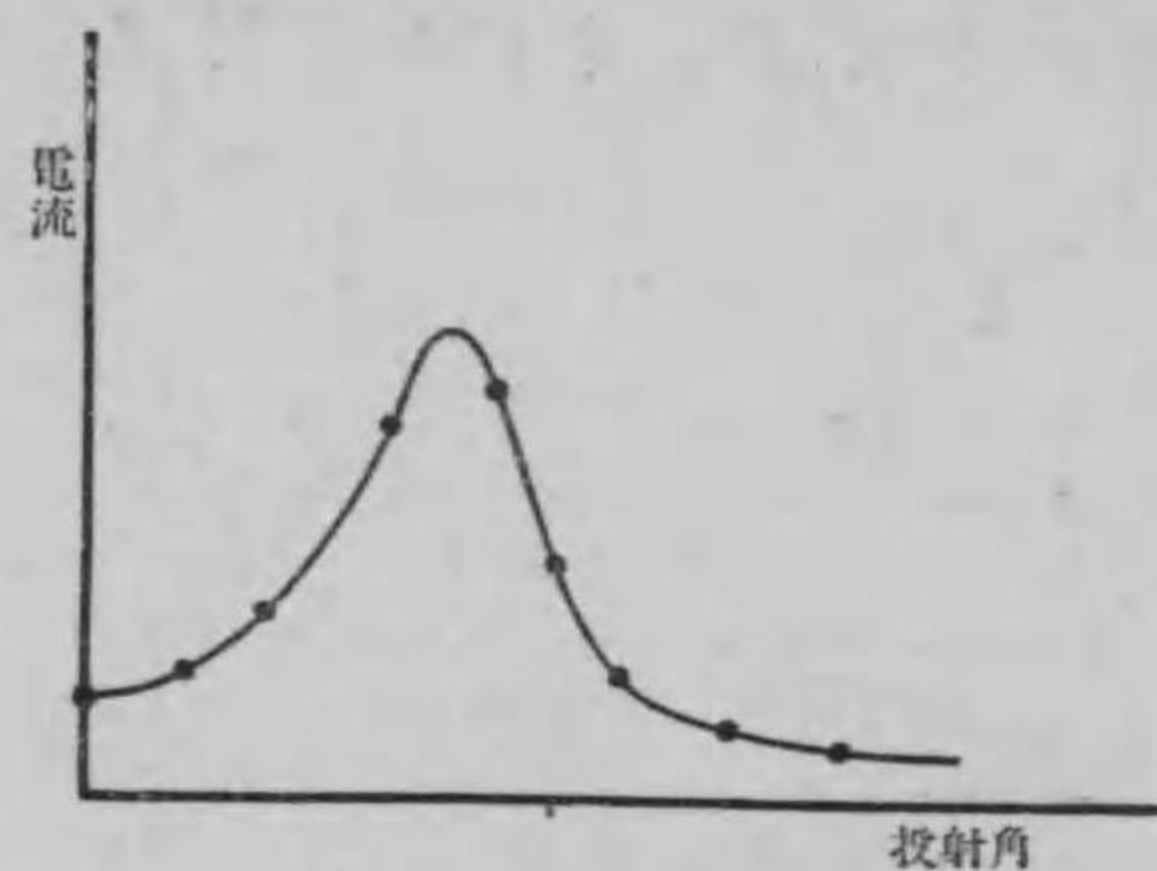
に相等する位相差を生ず。

従て、此差が其輻射線の波長 λ に等しければ、互に相補くるが故に、反射線は極大に達すべし。而して、此

反射線の多少は、是に依て生ぜる電離作用に基づく電流を測定する事に依て知る事を得べし。実験の結果に依れば、 $\lambda = 2d \sin \theta$ を満足する附近に於て、此電流が急に増大す。

今若し或種の物質、例へばアンチモニーの薄き板を其中途に挿入すれば、一定の振動数以上の輻射線を特に多く吸収する性

あるを見る。従て、投射角と電流との關係を表はす曲線は、此吸収帯に於て急激なる減少を示すべし。同様に、電



第四百八十八圖

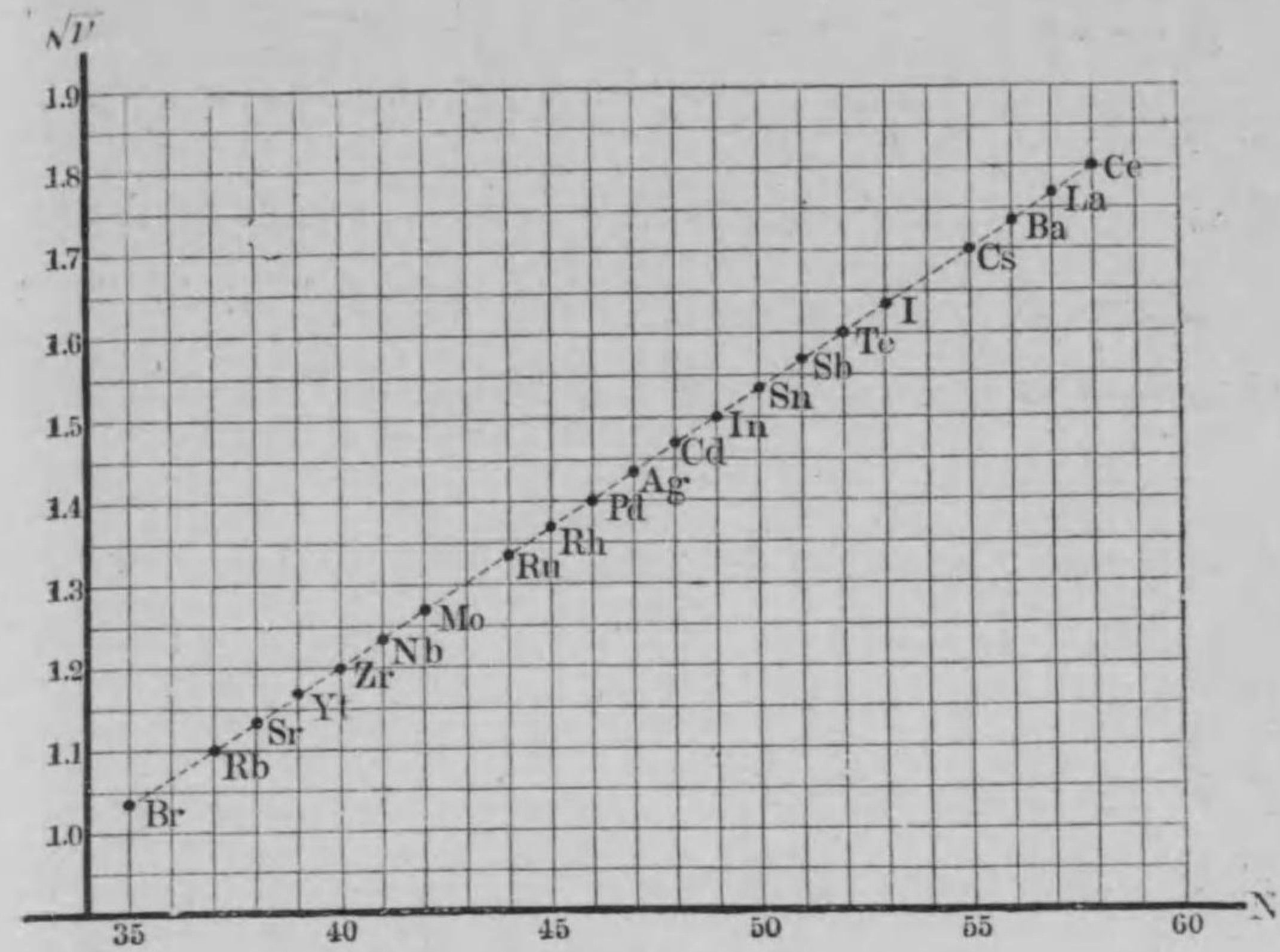
離室に或る瓦斯、例へば沃度あれば、其瓦斯に特有なる輻射線と類似の者を吸収する故に、此際にも亦電流は急變す。

上記の理論に基き、第三十五番臭素より第五十八番セリウムに到る種類の元素に就き、電流が急減する投射角を實測し、是れより波長 λ を算定し、更に波長は振動數に逆比例するが故に、是れより振動數の平方根を求め、之と其原子番號との關係を圖示すれば第四百八十九圖を得べし。是等の各點が殆んど一直線上にあるは、明

原子番號表

| 番號 | 元素名 | 記號 | 原子重 | 番號 | 元素名 | 記號 | 原子重 | 番號 | 元素名 | 記號 | 原子重 | 番號 | 元素名 | 記號 | 原子重 |
|----|--------------------|----|--------|----|---------------------|----|-------|----|---------|----|--------|----|--------------------|-----------------|--------|
| 1 | 水素 | H | 1.008 | 24 | クロム | Cr | 52.0 | 47 | 銀 | Ag | 107.88 | 70 | イタルビウム | Yb | 172.0 |
| 2 | ヘリウム | He | 4.00 | 25 | マンガン | Mn | 54.93 | 48 | カドミウム | Cd | 112.40 | 71 | ルテシウム | Lu | 174.0 |
| 3 | リチウム | Li | 6.94 | 26 | 鐵 | Fe | 55.84 | 49 | インヂウム | In | 114.8 | 72 | | ? | |
| 4 | ベリリウム ¹ | Be | 9.1 | 27 | コバルト | Co | 58.97 | 50 | 錫 | Sn | 118.7 | 73 | タンタル | Ta | 181.5 |
| 5 | 硼素 | B | 11.0 | 28 | ニッケル | Ni | 58.68 | 51 | アンチモン | Sb | 120.2 | 74 | テルフラム ⁵ | W | 184.0 |
| 6 | 炭素 | C | 12.005 | 29 | 銅 | Cu | 63.57 | 52 | テルル | Te | 127.5 | 75 | | ? | |
| 7 | 窒素 | N | 14.01 | 30 | 亜鉛 | Zn | 65.37 | 53 | 沃素 | I | 126.92 | 76 | オスマニウム | Os | 190.9 |
| 8 | 酸素 | O | 16.00 | 31 | ガリウム | Ga | 69.9 | 54 | クセノン | Xe | 130.2 | 77 | イリヂウム | Ir | 193.1 |
| 9 | 弗素 | F | 19.00 | 32 | ゼルマニウム | Ge | 72.5 | 55 | セシウム | Cs | 132.81 | 78 | 白金 | Pt | 195.2 |
| 10 | ネオン | Ne | 20.2 | 33 | 砒素 | As | 74.96 | 56 | バリウム | Ba | 137.37 | 79 | 金 | Au | 197.2 |
| 11 | ナトリウム ² | Na | 23.00 | 34 | セレン | Se | 79.2 | 57 | ランタン | La | 139.0 | 80 | 水銀 | Hg | 200.06 |
| 12 | マグネシウム | Mg | 24.32 | 35 | 臭素 | Br | 79.92 | 58 | セリウム | Ce | 140.25 | 81 | タリウム | Tl | 204.0 |
| 13 | アルミニウム | Al | 27.1 | 36 | クリプトン | Kr | 82.92 | 59 | プラセオヂウム | Pr | 140.6 | 82 | 鉛 | Pb | 207.20 |
| 14 | 珪素 | Si | 28.3 | 37 | ルビヂウム | Rb | 85.54 | 60 | ネオヂウム | Nd | 144.3 | 83 | 蒼鉛 | Bi | 208.0 |
| 15 | 磷 | P | 31.04 | 38 | ストロンチウム | Sr | 87.63 | 61 | | ? | | 84 | ポロニウム | Po | ? |
| 16 | 硫黄 | S | 32.06 | 39 | イトリウム | Yt | 88.7 | 62 | サマリウム | Sa | 150.4 | 85 | | ? | |
| 17 | 鹽素 | Cl | 35.46 | 40 | ジルコニウム | Zr | 90.6 | 63 | ユーロピウム | Eu | 152.0 | 86 | ニトン | Nt | 222.4 |
| 18 | アルゴン | Ar | 39.88 | 41 | ニオブニウム ⁴ | Nb | 93.1 | 64 | ガドリニウム | Gd | 157.3 | 87 | | ? | |
| 19 | カリウム ³ | K | 39.10 | 42 | モリブデン | Mo | 96.0 | 65 | テルビウム | Tb | 159.1 | 88 | ラヂウム | Ra | 226.4 |
| 20 | カルシウム | Ca | 40.09 | 43 | ハフニウム | Hf | | 66 | ヂスプロシウム | Dy | 162.5 | 89 | アクチニウム | Act | ? |
| 21 | スカンジウム | Sc | 44.1 | 44 | ルテニウム | Ru | 101.7 | 67 | ホルシウム | Ho | 163.5 | 90 | トリウム | Th | 232.4 |
| 22 | チタン | Ti | 48.1 | 45 | ロヂウム | Rh | 102.9 | 68 | エルビウム | Er | 167.7 | 91 | ウラン、イックス | UX ₂ | 234.2 |
| 23 | ヴァナヂン | V | 51.06 | 46 | パラヂウム | Pd | 106.7 | 69 | ツリウム | Tu | 168.5 | 92 | ウラン | U | 238.4 |

1.=ゲルシナム 2.=ソヂウム 3.=ポタシウム 4.=コランビウム 5.=タンクステン



第四百八十九圖

かに、振動數の平方根 $\sqrt{\nu}$ が原子番號 N に比例するを示す者なり。

猶、X 線の波長の算定法に就きては、本章第三百七十四節結晶體に於ける原子の配列を論ぜるブラッグ氏 [BRAGG] の方法に於て細説する所あるべし。

第三百七十二節 長岡及ボール兩氏の原子模型

荷電量 E なる陽粒子を中心として、荷電量 $-e$ なる電子が公轉せる者即ち一個の原子にして、電子の數 n の大小に従て種種の原子と成る。原子番號 N なる原子に就て考ふれば、

$$E = Ne$$

なるに依り、一個の電子に働く力は陽粒子より來る

$$-\frac{e \cdot Ne}{a^2}$$

なる引力と、残りの電子 $(n-1)$

個より來る斥力となり。

此斥力は

$$\frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n-1} \operatorname{cosec} \frac{i\pi}{n} = S_n$$

と置けば、

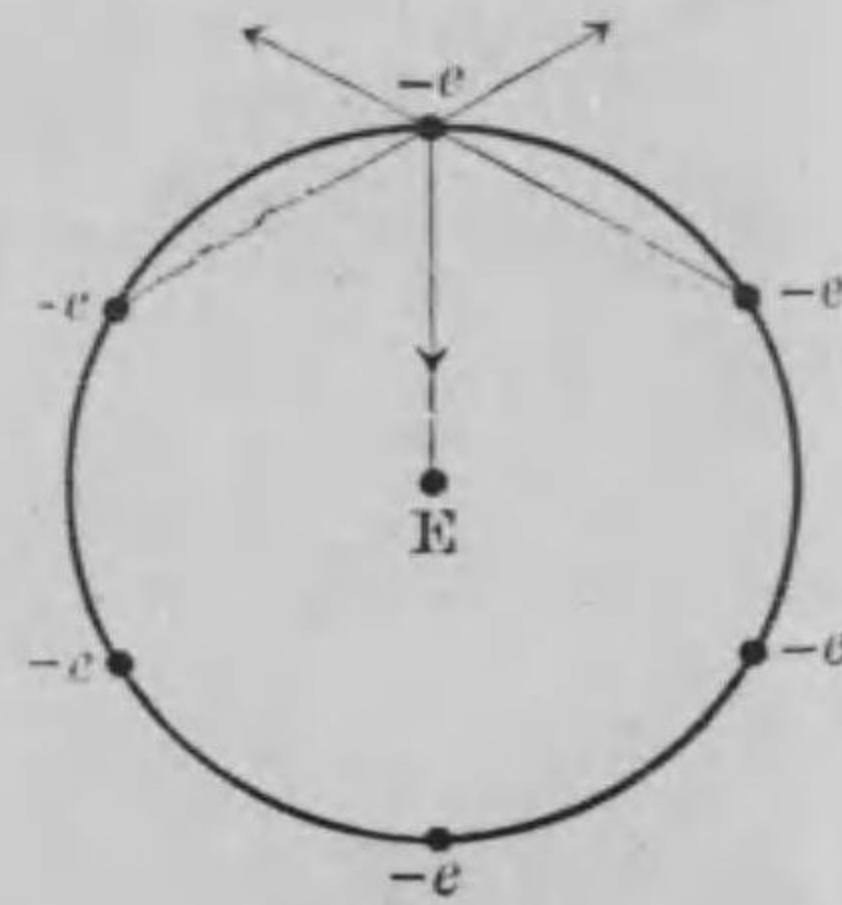
$$\frac{e^2}{a^2} S_n$$

にて表はさる。従て其合力は

$$F = \frac{e^2}{a^2} S_n - \frac{Ne^2}{a^2} = -\frac{e^2}{a^2} \{N - S_n\}$$

なり。

上記の引力と圓運動に基づく遠心力と釣合ふ筈なる故に、公轉の運動エネルギーを T とすれば、



第四百九十圖

$$\frac{2T}{a} = \frac{e^2}{a^2} \{N - S_n\}$$

或は

$$T = \frac{e^2}{2a} \{N - S_n\}$$

ならざるべからず。

又、公轉回數を ω とすれば、

$$2\pi a \omega = v = \sqrt{\frac{2T}{m}}$$

なるに依り、

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left\{ \frac{e^2(N - S_n)}{ma^3} \right\}}$$

にて、一電子を無限の距離より茲まで持ち來りたる仕事は

$$W = \frac{ne^2}{2a} \{N - S_n\}$$

なり。

電子が無限の距離にある時は公轉回數零にて、次第に近づくに従ひ増加して ω と成りたる者なる故に、是より輻射する波の振動數 ν は、其平均なる $\frac{\omega}{2}$ に等しと假定すれば、量子説に従ひ、 τ を 1, 2, 等の整數とし、

$$W = \tau h \nu = \tau h \frac{\omega}{2}$$

と置く事を得べし。

依て, ω 及 a を消却すれば,

$$W = \frac{2\pi^2 n^2 m e^4 (N - S_n)^2}{\tau^2 h^2}$$

を得べし.

水素の場合に就て例示せんに, 原子番号は $N=1$ にて, 単電子より成る故に $n=1$ なるのみならず, 他の電子無き故に $S_n=0$ なり. 依て,

$$W_r = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2 \tau^2}$$

となる. 而して, τ の値が τ_1 より τ_2 に移る際に輻射するエネルギーは

$$W_{\tau_2} - W_{\tau_1} = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \left\{ \frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right\}$$

ならざるべからず.

若しも, プランク之輻射論に従ひ, 此輻射エネルギーが振動数 ν に比例すと假定すれば, 前記の量は $h\nu$ に等しかるべきに依り,

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left\{ \frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right\}$$

なる関係を得べし.

此式に於て, $\tau_2=2$ と置けば,

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left\{ \frac{1}{4} - \frac{1}{\tau_1^2} \right\}$$

或は $\lambda\nu=c$ なる関係ある故に,

$$\lambda = \frac{2ch^3}{\pi^2 m e^4} \frac{\tau_1^2}{(\tau_1^2 - 4)}$$

或は

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\tau_1^2}{(\tau_1^2 - 4)}$$

となる. 是れ即ち第二十五章第二百四十六節に引用せるバルマー系なり.

水素の場合に於て, 安定なるべき軌道の半徑は

$$a = \frac{\tau^2 h^2}{4\pi^2 m e^4}$$

なるが, τ の値を 1, 2, 3, 等とすれば, a の値は 1, 4, 8, 等の割合となるべし. 若し模範水素を最小半徑の軌道の上に電子が公轉する者と假定すれば,

$$e = 4.7 \times 10^{-10}$$

$$\frac{e}{m} = 5.31 \times 10^{17}$$

$$h = 6.5 \times 10^{-27}$$

を採用して, 其直徑は

$$2a = 1.1 \times 10^{-8} \text{ 糎}$$

なる筈なるが, 實驗の結果に依れば, 水素分子の直徑は 2.2×10^{-8} 糎なり. 而して, 電子の公轉回数は毎秒

$$\omega = 6.2 \times 10^{15}$$

なるべし. 従て

$$\nu = \frac{\omega}{2} = 3.1 \times 10^{15}$$

なるが、之に對應する實驗の値は 3.290×10^{15} なり。

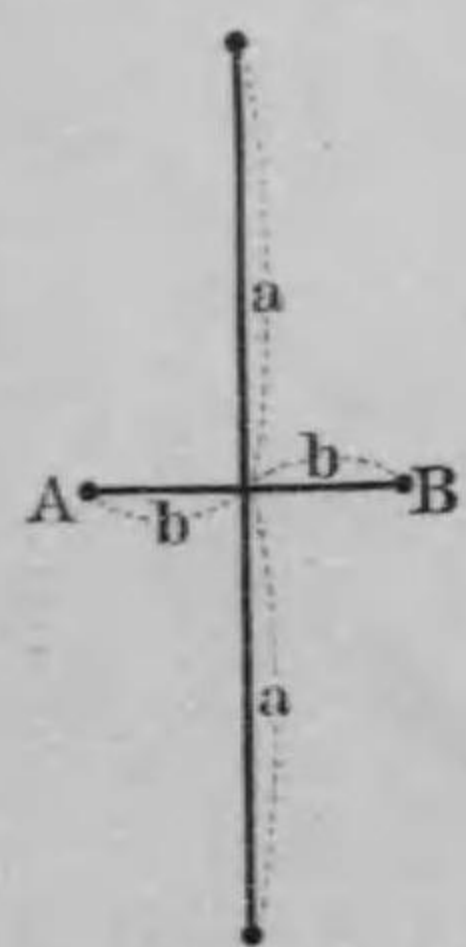
原子番號 2 なるヘリウムに就て考ふる場合には、 $E = Ne = 2e$ にて、 $n=1$ 即ち單電子と假定すれば

$$\nu = \frac{4\pi^2 me^4}{h^3} \left\{ \frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right\}$$

或は

$$\nu = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3} \left\{ \frac{1}{\left(\frac{\tau_2}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\tau_1}{2}\right)^2} \right\}$$

なるが、此式に於て $\tau_2=2$ とすれば、特殊莖外線系を得べく、 $\tau_2=3$ とすればフォーラー氏 (FOWLER) の見出せる水素の主要系と成り、又 $\tau_2=4$ と置けば、プッビー星に於てピケリング氏 (PICKERING) の觀測せる系と一致するを見る。



第四百九十一圖

次に二個の原子が結合して一個の分子を形成する場合を考ふるに、A, B を兩原子の中心たる陽粒子とせば、結合後に於ては、電子の軌道は AB を直角に二等分する平面上に在るべく、其半徑を a とし、陽粒子よりの距離を b とすれば、

$$b = a \left\{ \left(\frac{4n}{N} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

なる關係成立する時に安定なるを證明する事を得べし。

一電子に働く引力と斥力とが、共に $F \frac{e^2}{a^2}$ なりとすれば

$$a = \frac{h^2}{4\pi^2 e^2 m} F^{-1},$$

$$\omega = \frac{4\pi^2 e^4 m}{h^3} F^2,$$

$$W = \frac{2\pi^2 e^4 m}{h^2} \Sigma F^2,$$

$$F = \frac{N^2}{2n} \left\{ \left(\frac{4n}{N} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right\}^{\frac{3}{2}} - S_n,$$

$$S_n = \sum_{s=1}^{n-1} \operatorname{cosec} \frac{s\pi}{n}$$

なり。

水素の場合に於ては、 $N=1$, $n=2$ として、

$$b = a \left\{ \left(\frac{4 \times 2}{1} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right\}^{-\frac{1}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}},$$

$$F = \frac{3\sqrt{3} - 1}{4} = 1.049,$$

$$a = 0.95a_0,$$

$$\omega = 1.10\omega_0,$$

$$W = 2.20W_0,$$

但し a_0, ω_0, W_0 は、一個の原子が孤立せる場合に於ける a, ω, W の値なり。

明白に、 $W > 2W_0$.

なる故に、水素二原子が結合して分子を成すときには、エネルギーを外部に向て出す事となるなり。

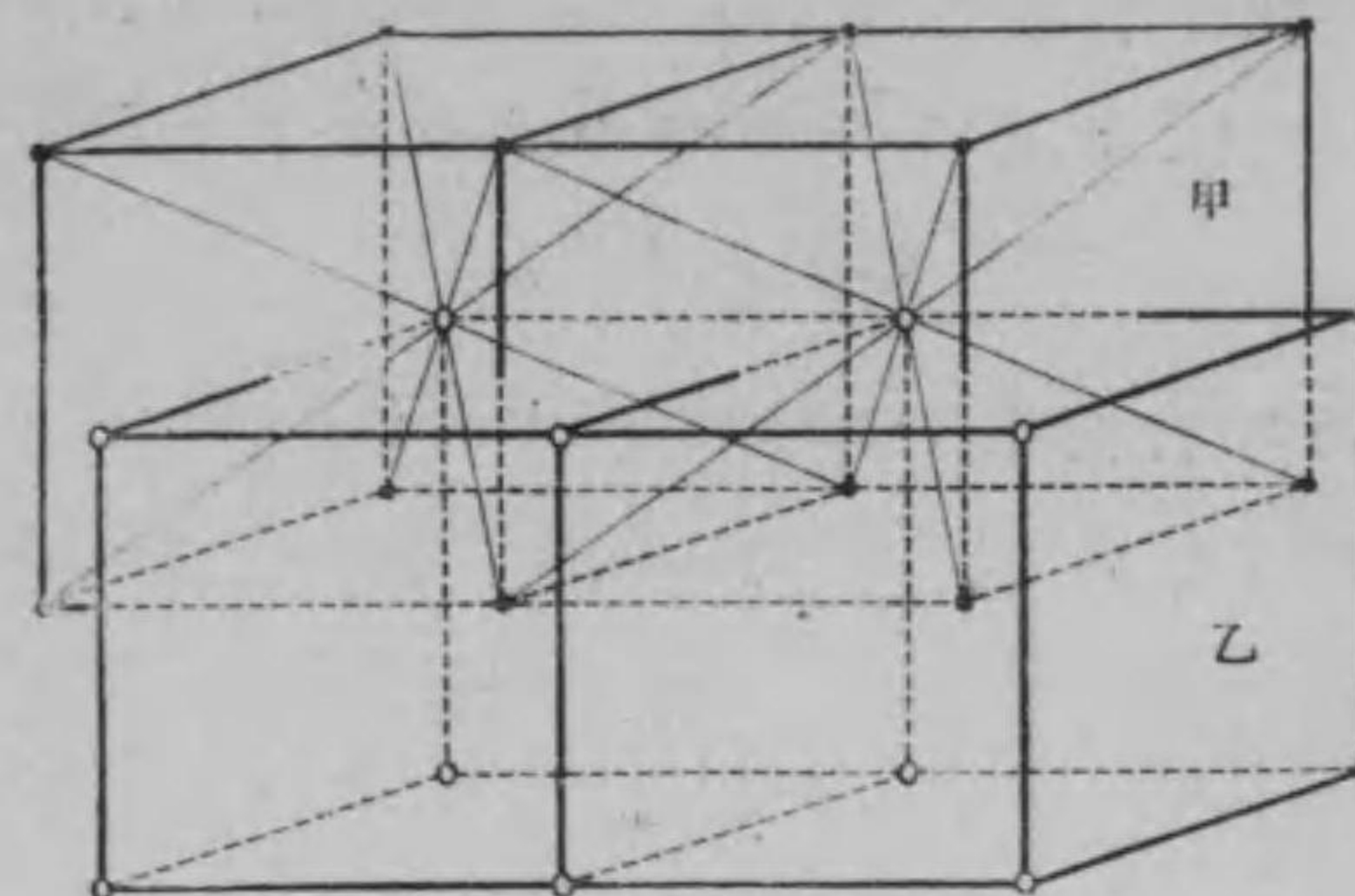
第三百七十三節 點之配列法及平行面間の距離 坐標軸 x, y, z の方向に、 a, b, c の距離を隔てて、配列され居る點を假想すれば、是等の點を通過せる面は、其方向の如何に依り、面上にある點の密度に大小の差あるべく、又互に相隣れる二平行面間の距離にも差異を生ずべし。

今 p, q, r を整数とすれば、任意點の坐標は

$$x = \pm pa, \quad y = \pm qb, \quad z = \pm rc$$

にて與へらるる事明白なり。若し $a=b=c$ ならば、是等の點は x, y, z の三方向に等距離 a を以て配列され、相隣れる八個の點は立方形の頂點に位すべし。依て二點間の距離を單位とすれば、任意點の坐標は (p, q, r) にて與へらる。

是等各立方體の中心に、更に一個の點が配列され居る場合には、其中心點の坐標は $(p + \frac{1}{2}, q + \frac{1}{2}, r + \frac{1}{2})$ なり。



第四百九十二圖

二組の立方配列が一組の中心立方配列となるを示す。

斯る配列法を**中心立方配列法**と稱す。是れ明かに二組の**立方配列法**が互に錯雜せる者にて、一組を x, y, z 軸に沿うて $\frac{1}{2}$ 宛動かせば、他の組と全く一致すべし。

次に、立方體を成す六面の中央に、各一個宛の點を配列すれば、第四百九十三圖に依て知らるる如く、所謂**面中央立方配列法**と稱する者を得べく、各點の坐標は

$$(p, q, r), \quad (p + \frac{1}{2}, q + \frac{1}{2}, r), \\ (p + \frac{1}{2}, q, r + \frac{1}{2}), \quad (p, q + \frac{1}{2}, r + \frac{1}{2}),$$

の四種の内の一にて表はさるべし。

今 $(p, a, 0); (0, q, 0); (0, 0, r)$ なる點に於て、 x, y, z 軸を切る如き平面を考ふれば、此面は上記の配列法に従へ

る點の一群を含む事明白なり。然るに、 p, q, r の逆數を h, k, l とし、 m を 1, 2, 3 等の整數とする時は、

$$hx + ky + lz = m$$

は、任意の平行面系を表はすべし。例へば、

$$h=1, \quad k=0, \quad l=0$$

ならば

$$x = m$$

にして、原點より 1, 2, 3 等の距離にありて、 yz 面に平行なる面なり。之を (100) 面と略記す。

$$\text{次に, } h=1, \quad k=1, \quad l=0$$

ならば、

$$x + y = m$$

にて、 z 軸に平行に x 軸及 y 軸に四十五度傾ける面なり、之を (110) 面と略記す。同様に、 $h=k=l=1$ ならば、

$$x + y + z = m$$

にして、 x, y, z 軸上に於て、原點より m 番目に當る點を通過する面なり、之を (111) 面とす。然る時は、一般に (hkl) 面は、是等の配列せられたる點の多少を含む平行面の一群を代表する者と言ふを得べく、點の密度は配列法の如何と、 h, k, l の値とに依て異なる事當然なり。

原點 $(0, 0, 0)$ より、 (hkl) 面に到る距離は

$$d_m = \frac{m}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

なるが、相隣れる二平行面間の距離は

$$d_{hkl} = d_{m+1} - d_m = \frac{1}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

なり。從て、 h, k, l に 0, 1, 2 等任意の値を與へて

$$d_{100} = 1, \quad d_{110} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad d_{111} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad d_{211} = \frac{1}{3}$$

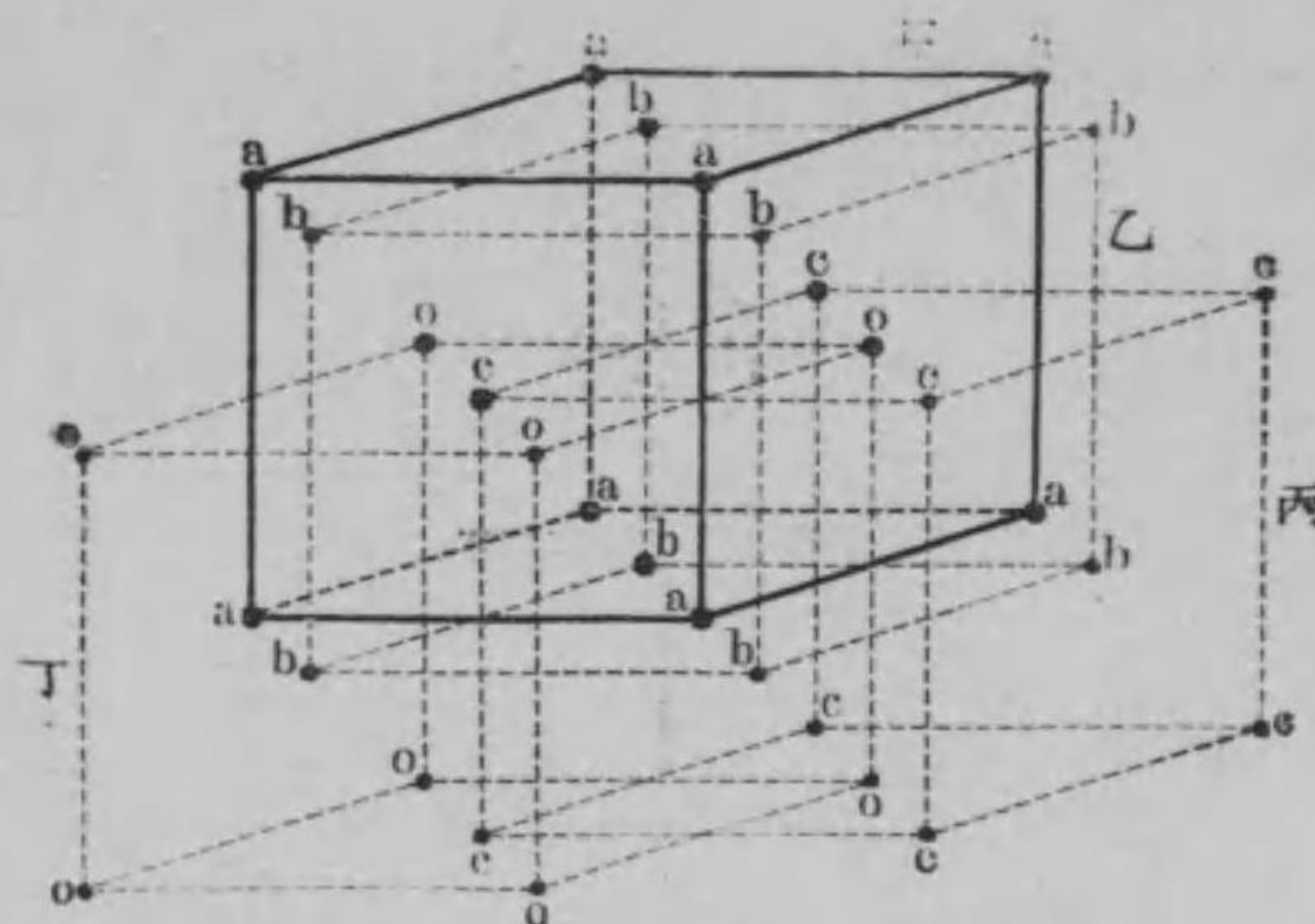
なるを知るべし。

中心立方配列に於ては、恰も同様な甲乙二個の立方配列を取り、甲の各頂點が乙立方の中心に當る如く、兩者を交錯せる場合に等しきを以て、(100) 面は甲の兩面以外更に其中間に狭まれたる乙の面あるを以て、其距離は半減す。即ち、此場合には $d_{100} = 0.5$ となる。然れども、(110) 面は甲と乙と一致する故に、其距離は不變なり。

面央立方配列は、甲乙丙丁四個の同様な立方配列を、任意三個の立方配列系の頂點が、第四の立方配列系の面の中央に位置する如く組合せたる者なり。從て、(100) 面の距離が中心立方配列に於ける如く半減するのみならず、(110) 面の距離も亦半減す。次に、各配列法に於ける (hkl) 面の距離を表示すべし。

| 面 | 立方配列 | 中心立方配列 | 面央立方配列 |
|-------|-------|--------|--------|
| (100) | 1.000 | 0.500 | 0.500 |
| (110) | 0.707 | 0.707 | 0.354 |
| (111) | 0.577 | 0.289 | 0.577 |
| (210) | 0.447 | — | — |
| (211) | 0.408 | 0.408 | — |
| (221) | 0.333 | — | — |
| (310) | 0.316 | 0.316 | — |
| (311) | 0.301 | — | 0.301 |
| (320) | 0.277 | — | — |
| (321) | 0.267 | 0.267 | — |
| (322) | 0.242 | — | — |
| (410) | 0.242 | — | — |
| (411) | 0.236 | 0.236 | — |
| (331) | 0.229 | — | 0.229 |

單位體積内にある點の數は、立方配列に於て壹とすれば、中心立方配列に於て其二倍、面央立方配列法に依る時四倍となるべきは、前述の説明より自明の理なり。



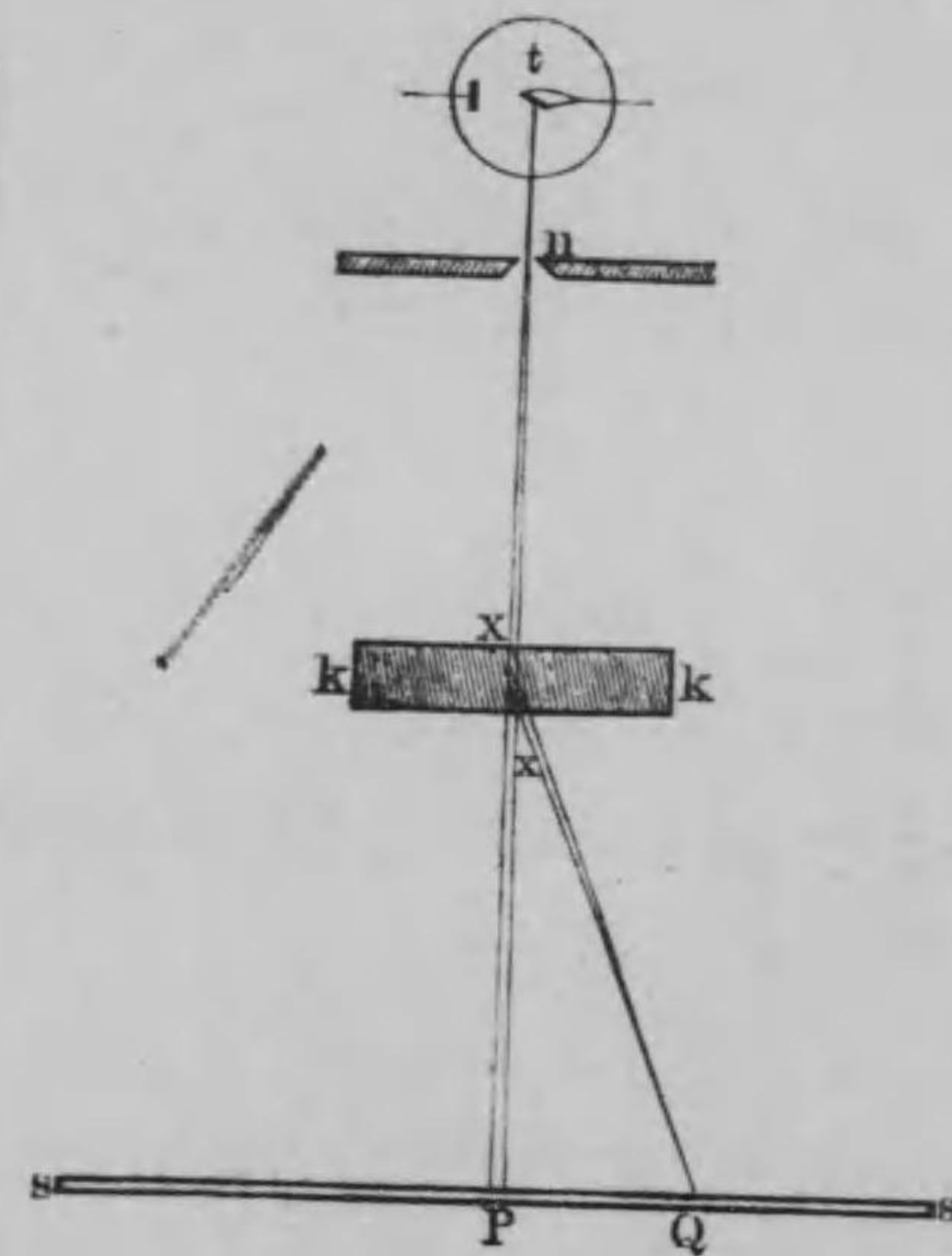
第四百九十三圖

第三百七十四節 結晶體に於ける原子

の配列 結晶體が常に一定不變の形狀を有するは、其内部に於て原子の配列が一定の規律に従ふ者なるを暗示す。而して、是等原子の配列法が果して如何なる種類の者なりやは、X線を利用して検査する事を得べし。其の法に三種あり、第一はラウエ氏[LAUE]の映畫法にて、第二はブラッグ氏[BRAGG]の電離法、第三はハル氏[HULL]の映畫法なり。第一法は普通のX線を使用し、第二法は單色なる特殊線を使用す。此二法は何れも、

相當の大きさある結晶體に就てのみ適用し得る者なるが、第三法は結晶粉末を使用するが故に、廣く各種の物質に適用し得るの便あり。

第一法 鉛板 *n* に穿てる小孔を通して、一束の X 線を結晶板 *k* 上に投射すれば、結晶體內に於ける凡て



第四百九十四圖

t 對陰極板, n 鉛, k 結晶板, s 寫真乾板.

の原子は、ハイゲンスの原理に基づいて、二次輻射線の源となるべし。而して、今 (*hkl*) 面が特に多くの原子を含むとすれば、其平行面間の距離 *d* にて、X 線の波長 λ

なる時、

$$n\lambda = 2d\sin\theta$$

を満足する投射角 θ を有する者が、互に相助くる事は前節既に説明せる所なり。今、XAX' を含む平面に配列せる原子

を考ふるに、

PAP' 線が上

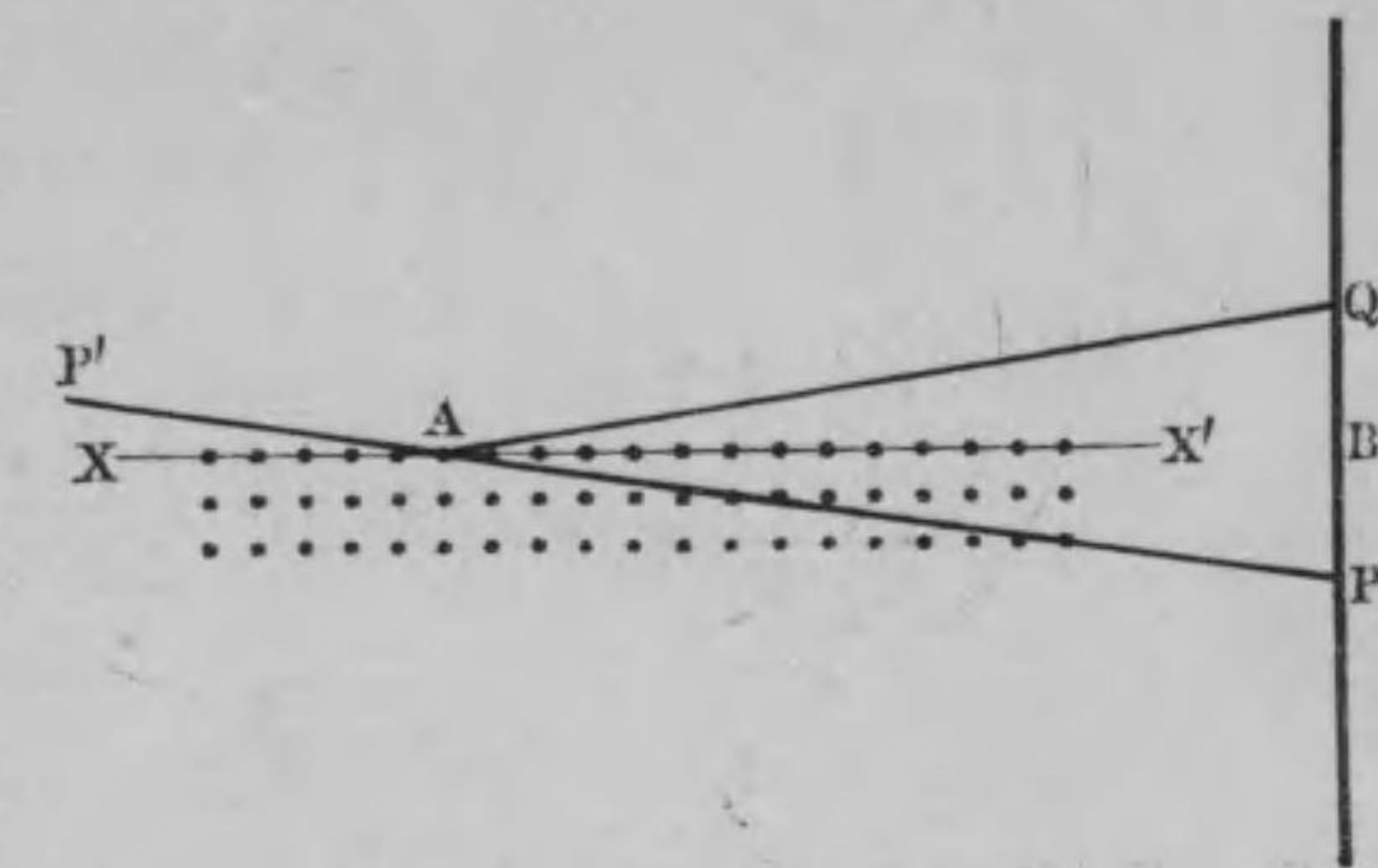
記の條件を

満足する θ

を投射角と

する輻射線

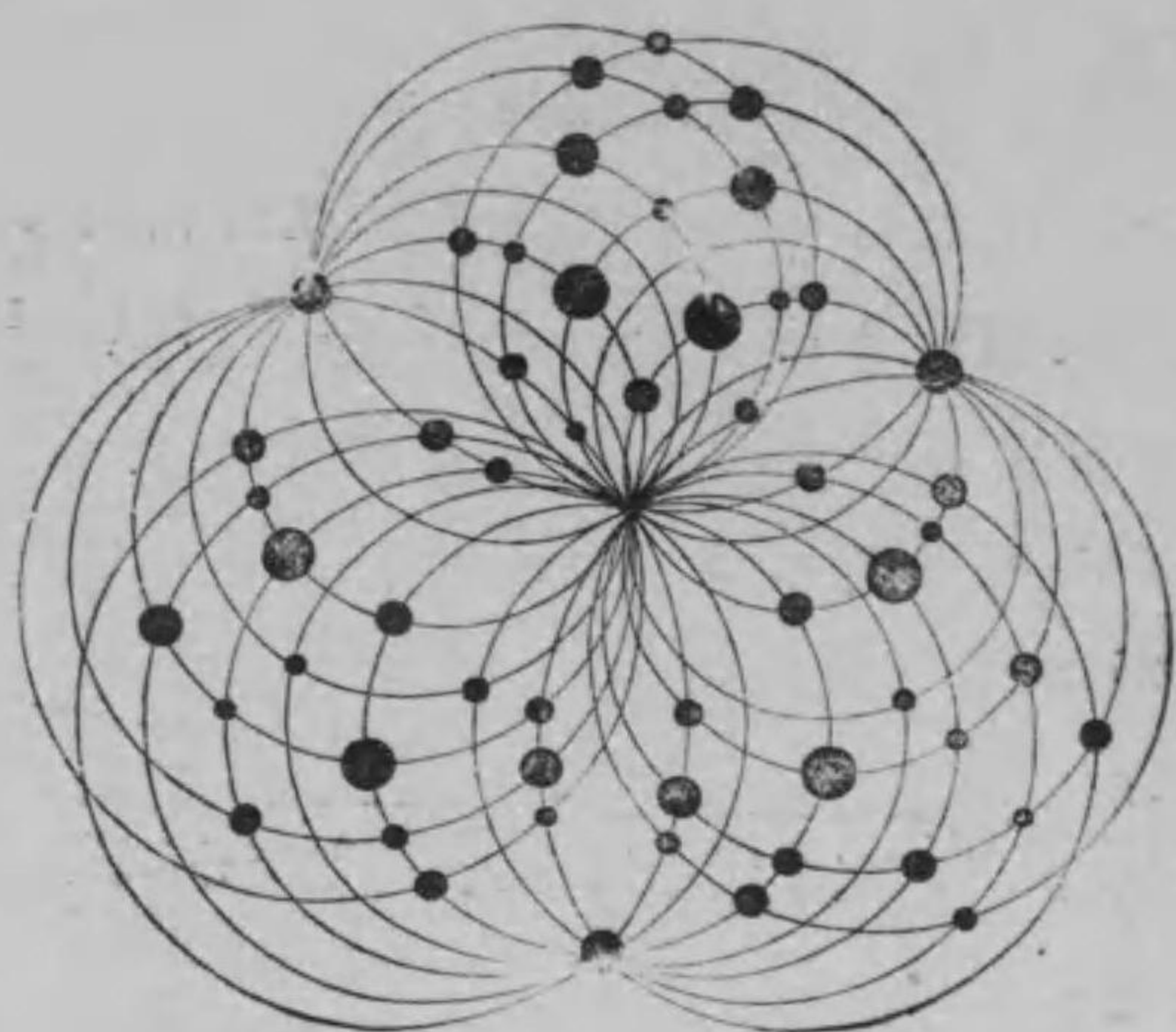
なる際には、



第四百九十五圖

AX' を軸とせる圓錐 PAQ 上にある者は凡て同位相にあり。投射線 PP' に垂直に寫真乾板を置けば、此圓錐と乾板との交りは一個の圓なり。

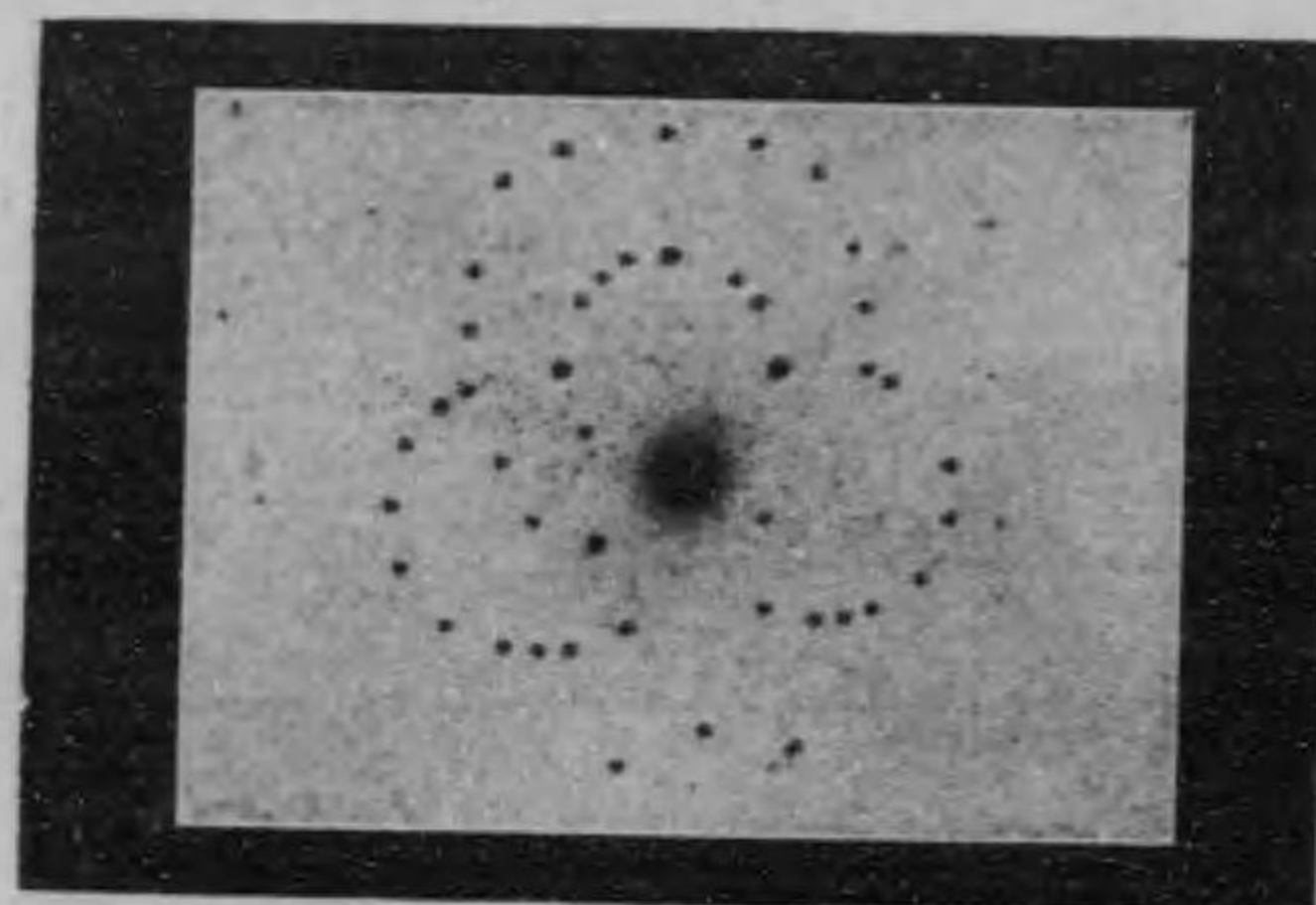
次に YAY' を含む他の面を考ふるも、同理にて P を通る他の圓を得べし。従て結晶體内の原子配列の如何に依り、其大多數を含む面に對應して、是等の圓の交點に相當する乾板上に感光し干涉縞を生ずべし。依て、豫め各種の配列法に關し、如何なる斑點を生ずる乎を計算し置けば、實際の寫真を之と對照して、其配列法を推斷するを得べし。第四百九十六圖は、岩鹽の結晶



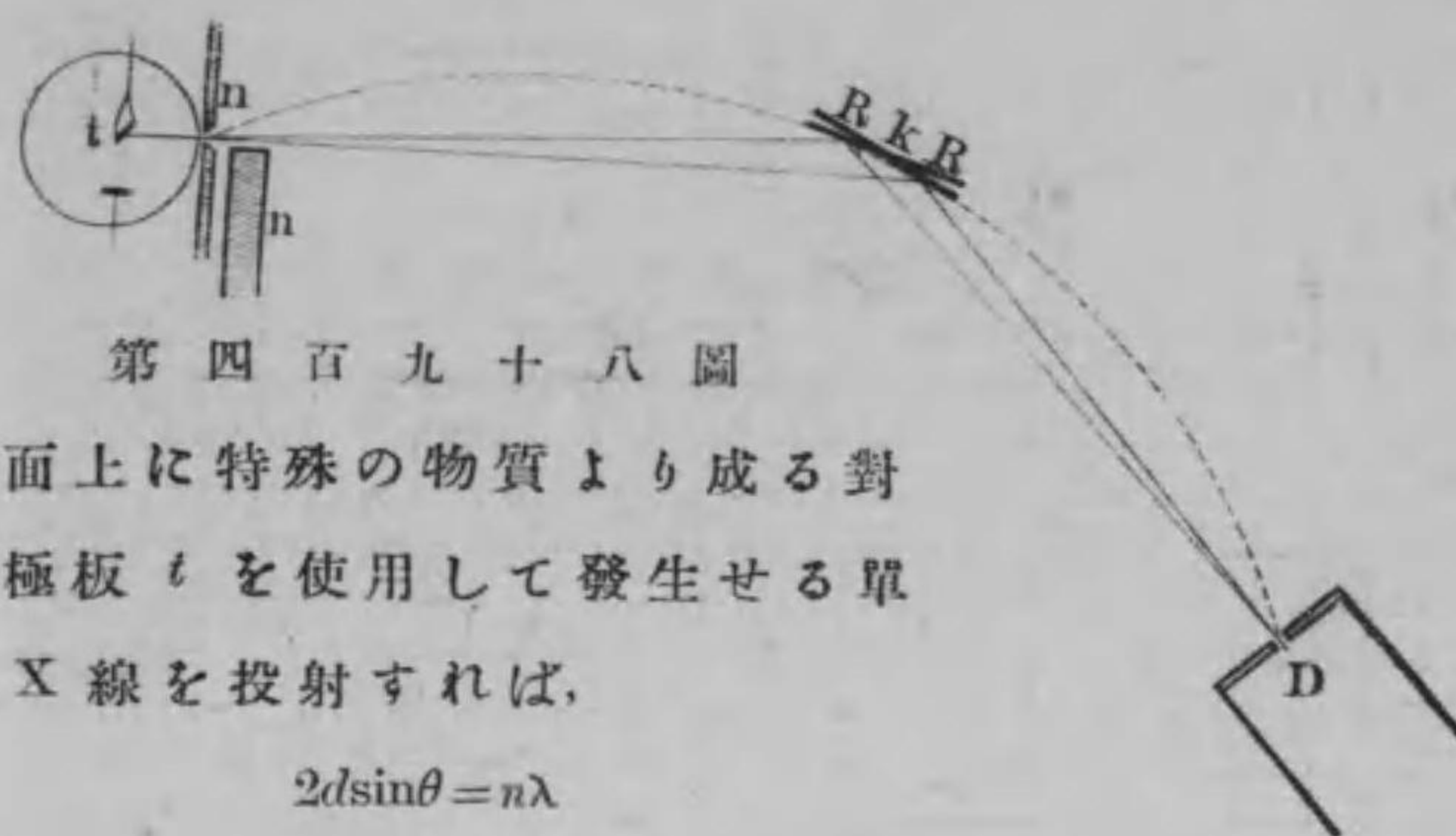
第四百九十六圖

に基く斑點の位置を理論上より作圖せる者にて、第四百九十七圖は磁鐵礦を(100)面に沿うて切斷し前記の方法に依り撮影せる者なり。

第二法 結晶體を(hkl)面に平行に切り、此結晶板を



第四百九十七圖



第四百九十八圖

の面上に特殊の物質より成る對陰極板 t を使用して發生せる單色 X 線を投射すれば、

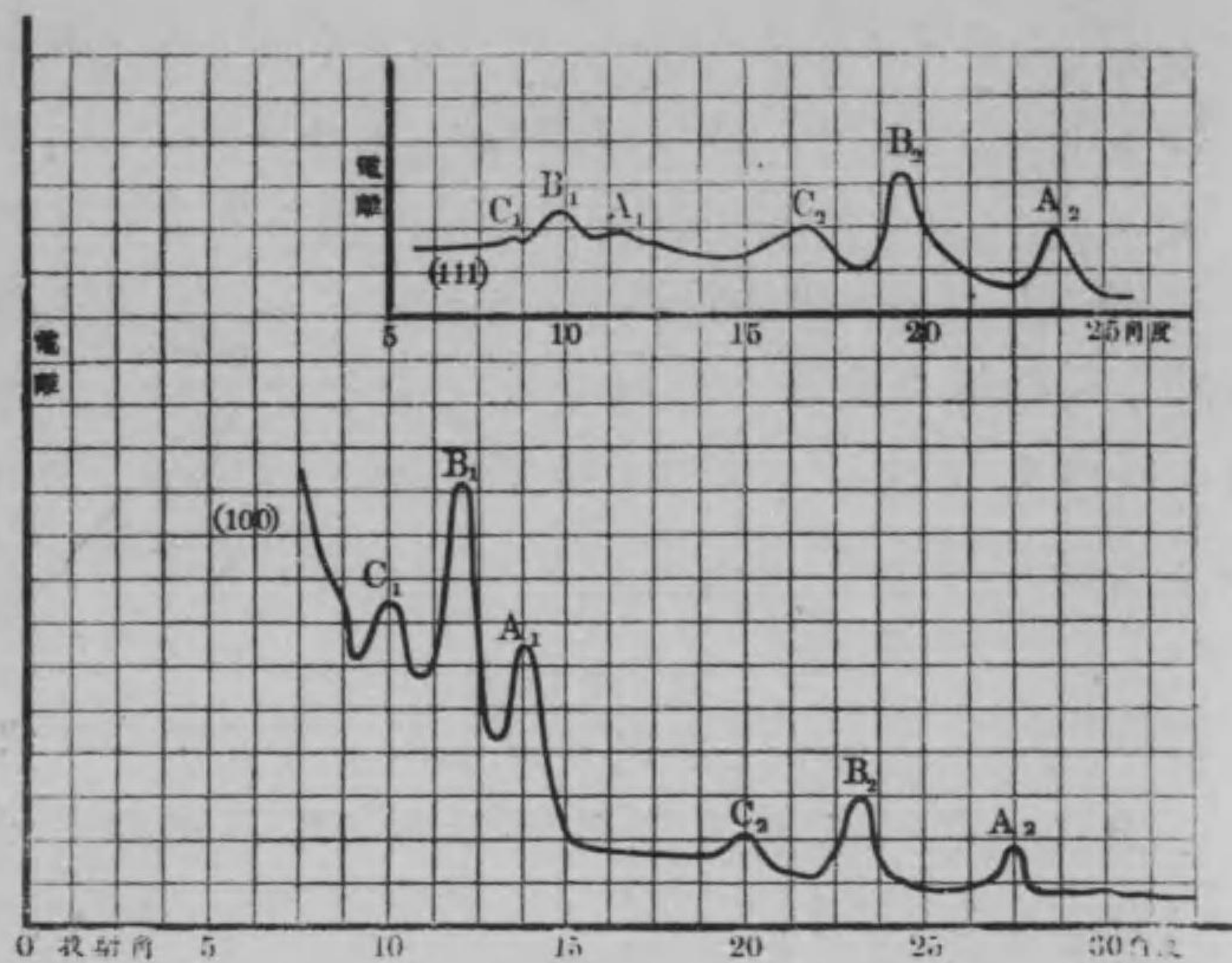
$$2d\sin\theta = n\lambda$$

に依て決定さるる θ の方向に最も強く反射するに依り、此方向に電離室 D を置けば、最強の電流を生ずべし。第四百九十九圖は岩鹽に就て實驗せる一例なるが、岩鹽の結晶形は立方體なるに依り、(100)面は立方體の面なりと看做し得べし。然る時は、結晶の最小單位は立方體にて、四個のナトリウム原子及四個の鹽素原子が交互に相對して、其頂點に在りとすれば、一頂點は相隣れる八個の結晶體積に共通なる故に、平均して、一結晶體積毎に一個の原子を含む割合となるべし。

水素原子の質量は 1.64×10^{-24} 瓦にて、岩鹽の分子重は $23 + 35.5 = 58.5$ 、其密度は 2.17 なるに依り、一立方體内にある岩鹽の分子數は

$$2.17 \div \{58.5 \times 1.64 \times 10^{-24}\} = 2.21 \times 10^{22}$$

なるが、原子數は其二倍なるを以て、一原子の占むる體



第四百九十九圖

岩鹽にて廻折せる X 線に依る電離之強度と其投射角との關係

積は、平均して

$$1 \div \{2 \times 2.24 \times 10^{22}\} = 2.23 \times 10^{-23} \text{ 立方糎}$$

なり。従て、其一邊の長さは

$$a = \{2.23 \times 10^{-23}\}^{\frac{1}{3}} = 2.81 \times 10^{-8} \text{ 糎}$$

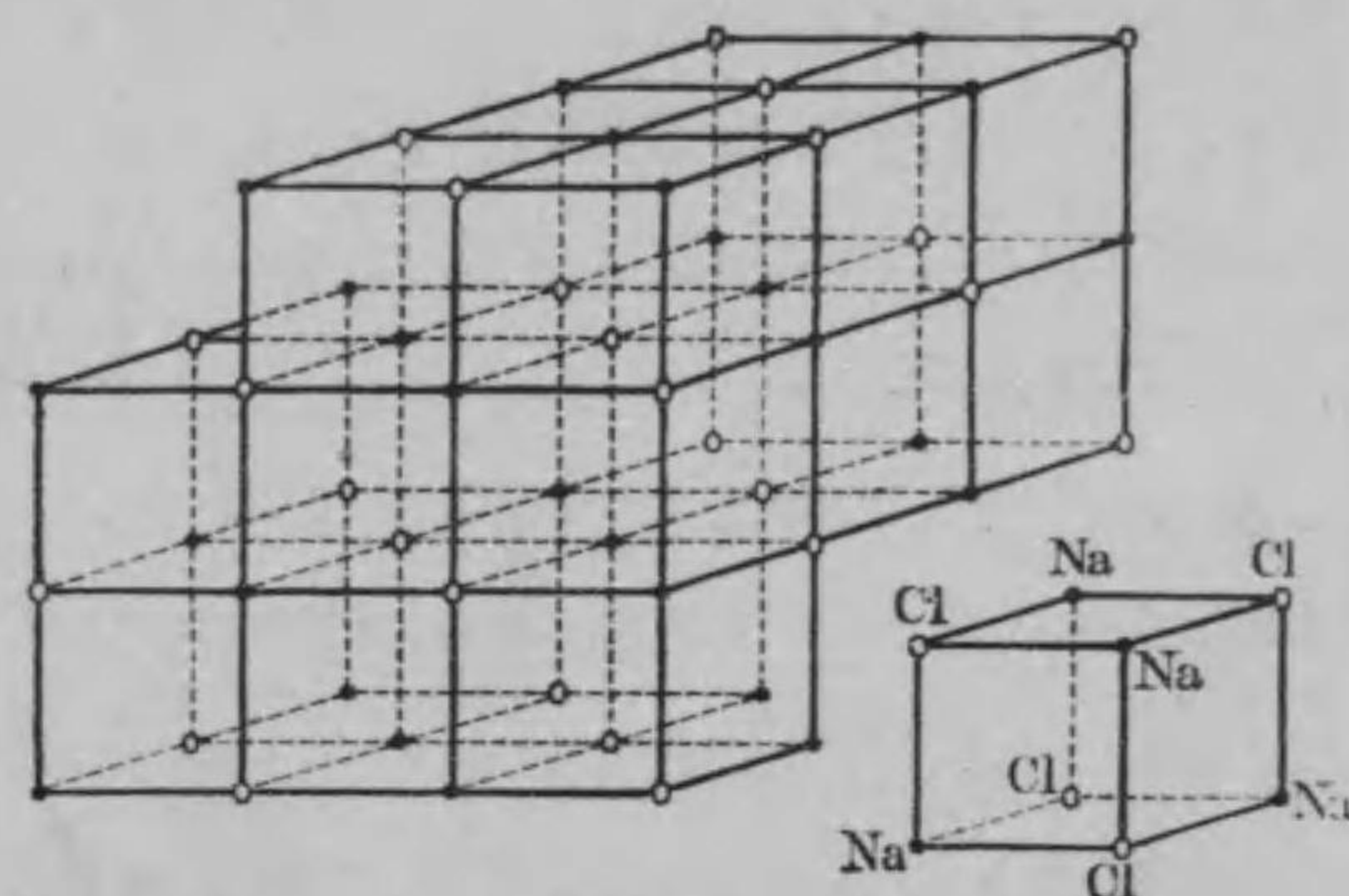
なり。而して是が(100)面間の距離 d なる事當然なり。

白金對陰極板より發せる X 線を(100)面に投射すれば、 $\theta = 11^\circ.3$ の時に電流最も強大なる故に、

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 2.81 \times 10^{-8} \times 0.196 = 1.10 \times 10^{-8} \text{ 糎}$$

なるを知る。同様にニッケルにては $\lambda = 1.66 \times 10^{-8}$ 糎にて、タングステンならば、 $\lambda = 1.25 \times 10^{-8}$ 糎なり。

原子が二次輻射の源泉として働く効果は、其原子重に比例すと認むべき理由あるに依り、ナトリウムと鹽素とは、結晶體内に於て對等なる事能はざるべし。然る時は、岩鹽の最小なる結晶單位は前記の如き立方體にあらずして、第五百圖の如くなるべし。此場合に於



第五百圖

て、ナトリウム原子のみ或は鹽素原子のみを考ふれば、立方體の各頂點並に各面の中央に同一種類の原子が配列され居る故に、面中央立方配列なり。

斯の如き結晶體にありては、(100)面と(110)面とは、何れも、ナトリウム及鹽素を同様に含み居るも、(111)面は交互にナトリウム原子のみ、或は鹽素原子のみを

含む事明白なり。然るに、鹽素はナトリウムに比して、其原子重二倍に近き故に、輻射線に對する効果も亦同様に大なるべし。従て、鹽素原子のみを含む(111)面が二倍の距離にありて、其中間にナトリウムを含む(111)面が存在する事となる。果して然らば、鹽素原子の面より反射せる輻射線と、ナトリウム原子の面より反射せる輻射線とは投射角の如何に依り、互に助く場合と相消す場合とあるべき筈なり。第四百九十九圖に示せる如く、(111)の曲線に於て、第一次の最大電流 A_1, B_1, C_1 が第二次の A_2, B_2, C_2 より却て小なるは、此理由に基づく者に過ぎず。

同一波長の X 線を使用して、異なりたる面に就き、實驗すれば、

$$\lambda = 2d \sin \theta$$

に於て、 λ は恒數なるに依り、 $\sin \theta$ の逆數は平行面間の距離 d に比例すべし。岩鹽に就て實驗せる結果は

| 面 (hkl) | (100) | (110) | (111) |
|-------------------|-------|--------------|--------------|
| 投射角 θ | 11°.4 | 16°.0 | 9°.8 |
| $\sin \theta$ 之逆比 | 1.00 | $1/\sqrt{2}$ | $2/\sqrt{3}$ |

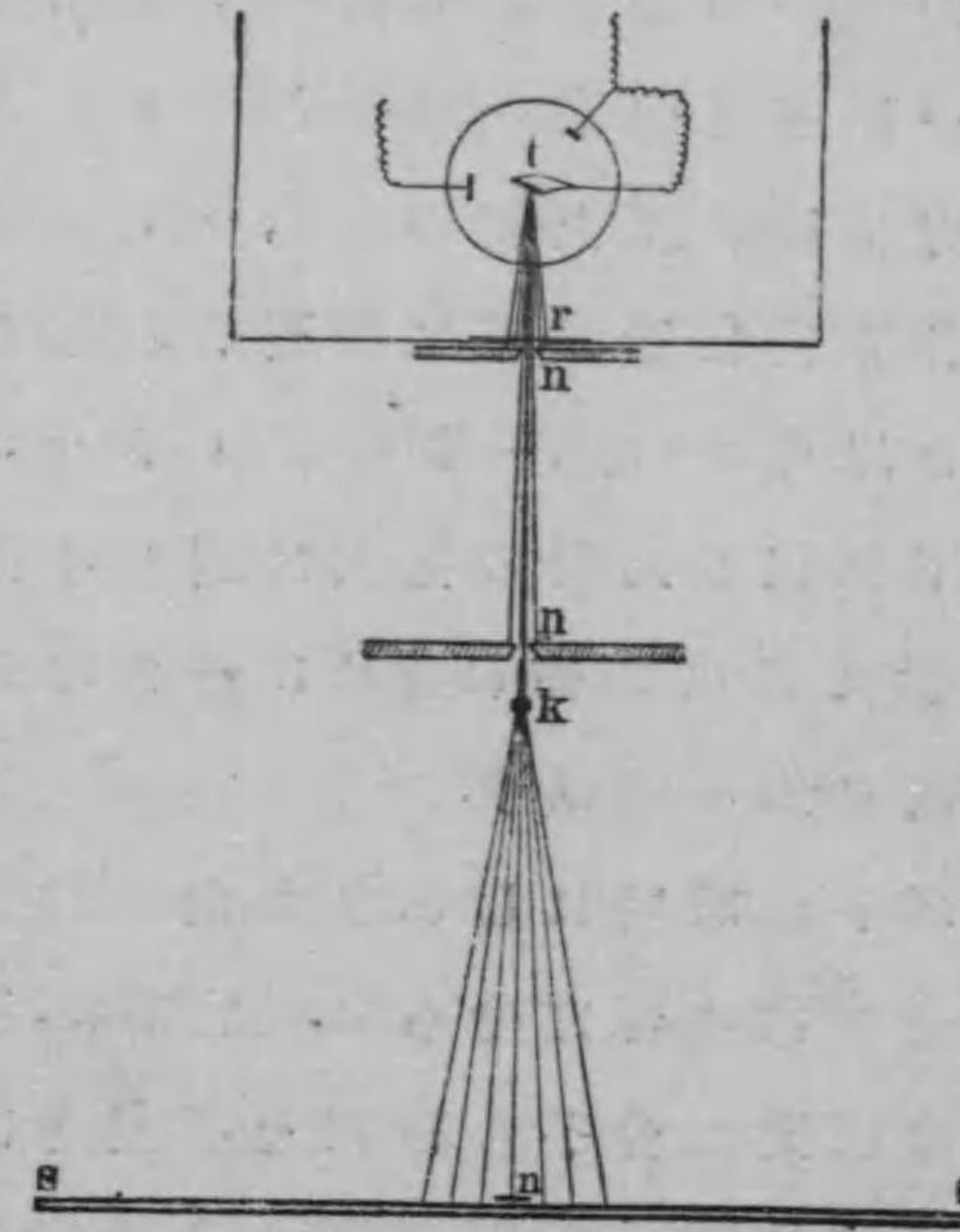
なる故に、

$$d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{2}{\sqrt{3}}$$

にて、面中央立方配列の場合と一致するを見る。

第三法。粉末は無數の結晶片の集合なるが故に、(hkl)面の方向は全く亂雜に放置せらるべきに依り、斯かる粉末の一團に X 線を投射すれば、其投射角が恰も(100)面と $n\lambda = 2d \sin \theta$ を満足する如き結晶片は、各方向に一様に分布され居るべし。従て、反射線は投射線を軸とせる圓錐狀に發散する故に、其後方に乾板を置けば、茲に圓形の映畫を生ず。他の任意の面 (hkl) に就ても同理なるに依り、乾板上に面の數に相等せる同心圓を得べし。而して、此圓の半徑 R と結晶粉末より乾板に到る距離 D とを

知れば、是に對應する投射角 θ を算定し、従て平行面間の距離 d_{hkl} を知り得べし。鐵粉に就て實驗せる結果は



第五百一圖

t 對陰極板. r 板. k 結晶. n 鉛. s 寫真乾板.