

## Grundkurs Mathematik I

### Arbeitsblatt 27

#### Die Pausenaufgabe

AUFGABE 27.1. Bestimme den prozentualen Damen- und Herrenanteil in der Vorlesung Grundkurs Mathematik am 5. Februar 2019.

#### Übungsaufgaben

AUFGABE 27.2. Ein Kuchen wurde in zwölf gleich große Stücke unterteilt, von denen bereits 7 gegessen wurden. Wie viel Prozent des Kuchens sind noch da?

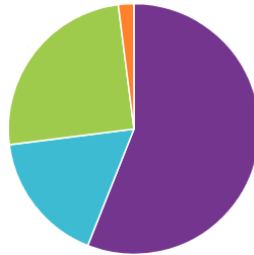
AUFGABE 27.3. (1) Wie viel Prozent sind 1000?  
(2) Wie viel sind 1000%?  
(3) Berechne

$$\frac{7\%}{4\text{‰}} - \frac{5\text{‰}}{11\%}.$$

AUFGABE 27.4. Drücke die Stammbrüche bis  $\frac{1}{20}$  in gerundeten Promille aus.

AUFGABE 27.5. Bei einer Befragung nach der Lieblingseissorte stellt sich heraus, dass jeweils ein Drittel der Befragten für Erdbeereis, für Himbeereis und für Zitroneneis plädiert. In Prozent sind es also jeweils 33. Wo ist das Prozent  $100\% - 3 \cdot 33\% = 1\%$  geblieben?

AUFGABE 27.6. Schätze im angegebenen Kuchendiagramm die Anteile der Teilstücke in Prozent und durch einen Winkel ein.



AUFGABE 27.7. (1) Drücke die folgenden Winkel in Prozent bezogen auf eine Volldrehung aus.

$36^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $120^\circ$ .

(2) Drücke die folgenden Winkel in Prozent bezogen auf eine Vierteldrehung aus.

$10^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $180^\circ$ .

(3) Drücke die folgenden Prozentangaben bezogen auf eine Volldrehung als Winkel aus.

10%, 20%, 40%, 50%, 100%.

(4) Drücke die folgenden Teildrehungen in Prozent bezogen auf eine Volldrehung und mit einem Winkel aus.

Halbdrehung, Vierteldrehung, Drittdrehung, Zwölfteldrehung,  
Fünfteldrehung, Sechsteldrehung

AUFGABE 27.8. Lucy Sonnenschein gibt 20% ihres Taschengeldes für Süßigkeiten aus, davon wiederum 40% für Eis. Wie viel Prozent ihres Taschengeldes gibt sie für Eis aus?



AUFGABE 27.9. Die engagierte Software-Entwicklerin Betti van Deyk verbucht folgende Lohnsteigerungen in ihren ersten drei Berufsjahren: +10% nach einem Jahr, +8% nach dem zweiten Jahr, +15% nach dem dritten Jahr. Wie verhält sich prozentual ihr Gehalt nach drei Jahren zu ihrem Anfangsgehalt?

AUFGABE 27.10.\*

Zwei Händler spekulieren mit dem gleichen Kapitaleinsatz an der Börse. Händler *A* macht in der ersten Woche ein Prozent Gewinn und in der zweiten Woche ein Prozent Verlust, dagegen macht Händler *B* in der ersten Woche ein Prozent Verlust und in der zweiten Woche ein Prozent Gewinn. Wie sieht ihre Geschäftsbilanz in den zwei Wochen aus, und wer steht nach zwei Wochen besser da?

AUFGABE 27.11.\*

Bauer Ernst erntet 100 Kilogramm Wassermelonen, die zu 99 Prozent aus Wasser bestehen. Er lässt sie eine Woche lang in der Sonne liegen, wodurch sie etwas austrocknen und sich ihr Wasseranteil auf 98 Prozent reduziert, die festen Bestandteile ändern sich nicht. Wie viel wiegen die Melonen jetzt?

AUFGABE 27.12.\*

Karl trinkt eine Flasche Bier (0,5 Liter) mit einem Alkoholgehalt von 5 Prozent. 10 Prozent des getrunkenen Alkohols werden von seinem Blut aufgenommen, wobei er fünf Liter Blut hat (diese Gesamtmenge wird durch die Aufnahme nicht verändert). Wie viel Promille hat Karl, wenn er zuvor nüchtern war?

AUFGABE 27.13.\*

In einer Äpfelpackung befinden sich stets sechs Äpfel, die zusammen ein Kilo wiegen sollen, wobei eine Toleranz zwischen 995 und 1005 Gramm erlaubt ist. Der kleinste Apfel in der Packung muss mindestens 90 Prozent des Gewichts des größten Apfels der Packung haben.

- (1) Wie schwer (in gerundeten Gramm) kann ein Apfel in einer Packung maximal sein?
- (2) Wie leicht (in gerundeten Gramm) kann ein Apfel in einer Packung minimal sein?
- (3) Um wie viel Prozent ist der größtmögliche Apfel schwerer als der kleinstmögliche Apfel?

## AUFGABE 27.14.\*

- (1) Wie viele Minuten sind ein Fünftel einer Stunde?
- (2) Wie viel Prozent von einer Stunde sind 45 Minuten?
- (3) Wie viele Minuten sind 90% einer Stunde?
- (4) Wie viel Prozent von einer Stunde ist ein Tag?

AUFGABE 27.15. Auf eine Ware ist beim Verkauf eine Mehrwertsteuer von 19% vom Grundpreis zu entrichten, die im Verkaufspreis Niederschlag findet. Wie viel Prozent vom Verkaufspreis ist das?

AUFGABE 27.16. Bei einer Wahl ist der Anteil der Nichtwähler gleich 20% und der Anteil der ungültigen Stimmen (bezogen auf alle abgegebenen Stimmen) gleich 2%. Die Partei „Soziale Alternative für Rentner“ enthält 5% der gültigen Stimmen. Wie viel Prozent der Bevölkerung haben diese Partei gewählt?

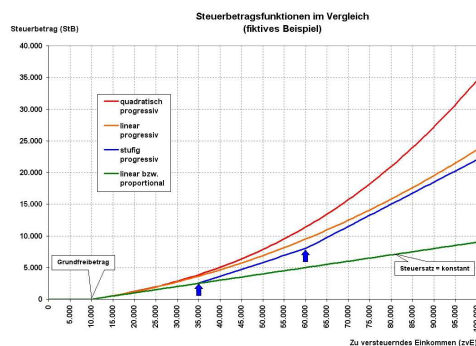
AUFGABE 27.17. Bei einer Wahl werden 51076953 Stimmen abgegeben. Die Partei *A* bekommt 19584022 Stimmen, die Partei *B* bekommt 17354313 Stimmen, die Partei *C* bekommt 6274560 Stimmen, die Partei *D* bekommt 4103045 Stimmen. Alle anderen Parteien bekommen weniger als 1000000 Stimmen.

- (1) Wie viel Prozent erhalten jeweils die Parteien?
- (2) Wie viel Prozent erhalten jeweils die Parteien von den gültigen Stimmen?
- (3) Es gilt die 5%-Hürde. Wie viel Prozent der Sitze im Parlament bekommen die Parteien?
- (4) Es gibt 510 Sitze. Wie verteilen sich diese auf die Parteien?

AUFGABE 27.18. Der Lohnabschluss bei Tarifverhandlungen sieht vor: Jeder Arbeitnehmer bekommt einen jährlichen pauschalen Zuschlag von 600 Euro und einen prozentualen Zuwachs von 2,3%. Berechne die prozentualen Zuwächse für die folgenden Lohngruppen (Monatliches Gehalt vor dem Tarifabschluss).

Lohngruppe	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Gehalt	1950	2300	2768	3010

AUFGABE 27.19. Die Software-Entwicklerin Betti van Deyk verdient 70000 Euro pro Jahr. Wie viel Steuer müsste sie prozentual gemäß der abgebildeten Steuermodelle zahlen? Wie viel Steuer müsste sie je nach Modell für den 70000. verdienten Euro zahlen, wie viel für den 30000. verdienten Euro?

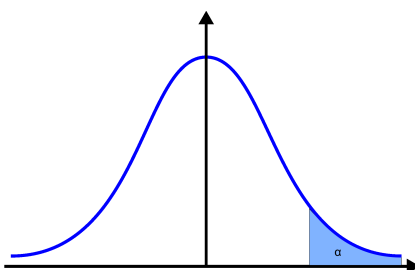


AUFGABE 27.20. Eine Sendung erzielt mit durchschnittlich 2200000 Zuschauern einen Marktanteil von 18%. Welchen Marktanteil erzielt eine gleichzeitig laufende Sendung mit 1500000 Zuschauern?

AUFGABE 27.21. Auf einer Party sind 80% der anwesenden Frauen sympathisch und 70% der anwesenden Männer sympathisch. Was kann man über den Prozentsatz der sympathischen Menschen auf der Party sagen?

AUFGABE 27.22. Eine Partei verliert bei einer Wahl gegenüber der letzten Wahl 3 Prozentpunkte. Damals hatte sie einen Stimmenanteil von 15%. Wie viel hat sie prozentual verloren?

AUFGABE 27.23. In welchem Prozentrang würden Sie Ihre mathematische Begabung einordnen? Bezogen auf welchen Bevölkerungsanteil? Auf welchen Erfahrungen beruht Ihre Einschätzung?



AUFGABE 27.24. Wir betrachten die Quotienten  $\left(\frac{n+1}{n}\right)^2$  für  $n \in \mathbb{N}_+$ . Zeige, dass es zu jedem  $\epsilon > 0$  ein  $m \in \mathbb{N}$  derart gibt, dass für alle  $n \geq m$  die Abschätzung

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 \leq 1 + \epsilon$$

gilt.

AUFGABE 27.25. Es sei  $K$  ein angeordneter Körper und  $b \in K_+$  mit der zugehörigen Exponentialfunktion

$$\varphi = \varphi_b: \mathbb{Z} \longrightarrow K, n \longmapsto b^n,$$

und es sei  $\psi$  die Exponentialfunktion zur Basis  $b^{-1}$ . Zeige, dass die beiden Funktionsgraphen zu  $\varphi$  und zu  $\psi$  symmetrisch zur  $y$ -Achse sind.

AUFGABE 27.26. Eine Population wachse pro Jahr um 0,1 Prozent. Man gebe unter Verwendung von Lemma 25.9 (bzw. der Bernoulli-Ungleichung) eine Jahreszahl  $n$  mit der Eigenschaft an, dass sich die Population in diesem Zeitraum mindestens verdoppelt. Gibt es bessere Methoden, ein solches  $n$  zu finden?

AUFGABE 27.27. Bestimme ein  $m \in \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft, dass für alle  $n \geq m$  die Abschätzung

$$(1,1)^n \geq n$$

gilt.

AUFGABE 27.28. Finde in Beispiel 27.11 das minimale  $n \geq 2$  mit

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \geq n^2.$$

AUFGABE 27.29.\*

Man gebe explizit ein  $m$  mit der Eigenschaft an, dass für alle  $n \geq m$  die Abschätzung

$$1,03^n \geq n^2$$

gilt.

AUFGABE 27.30. Bestimme ein  $m \in \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft, dass für alle  $n \geq m$  die Abschätzung

$$2^n \geq n^2$$

gilt.

AUFGABE 27.31. Zu Beginn des Studiums ist Professor Knopfloch doppelt so schlau wie die Studenten. Innerhalb eines Studienjahres werden die Studenten um 10% schlauer. Leider baut der Professor ab und verliert pro Jahr 10% seiner Schlauheit.

- (1) Zeige, dass nach drei Studienjahren der Professor immer noch schlauer als die Studenten ist.
- (2) Zeige, dass nach vier Studienjahren die Studenten den Professor an Schlauheit übertreffen.

AUFGABE 27.32. Im Ausgangsjahr erwirtschaftet die Volkswirtschaft  $A$  doppelt so viel wie die Volkswirtschaft  $B$ . Das jährliche Wachstum der Volkswirtschaft  $A$  beträgt 1% und das jährliche Wachstum der Volkswirtschaft  $B$  beträgt 3%. Nach wie vielen Jahren hat die Volkswirtschaft  $A$  die Volkswirtschaft  $B$  eingeholt (hier ist eine grobe Rechnung erlaubt)?

### Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 27.33. (2 Punkte)

Jetzt ist es 17 Uhr 25. Wie viel Prozent des Tages stehen noch bevor?

AUFGABE 27.34. (2 Punkte)

Eine Partei gewinnt bei einer Wahl gegenüber den letzten Wahlen 5 Prozentpunkte dazu. Jetzt hat sie einen Stimmenanteil von 25%. Wie viel hat sie prozentual zugelegt?

AUFGABE 27.35. (4 (2+2) Punkte)

Bei einer zunehmend aggressiver geführten Schneeballschlacht auf dem Schulhof der Haseigelschule wächst der durchschnittliche Durchmesser der geworfenen Schneebälle pro Minute um 5%.

- (1) Um wie viel Prozent wächst das Volumen der Schneebälle pro Minute?
- (2) In welchem Zeitraum verdoppelt sich das Volumen der Schneebälle?

In den beiden folgenden Aufgaben ist zwar nicht nach dem minimalen  $m$  gefragt, es soll aber im Rahmen der uns zur Verfügung stehenden Methoden ein möglichst kleines  $m$  gefunden werden.

AUFGABE 27.36. (4 Punkte)

Bestimme ein  $m \in \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft, dass für alle  $n \geq m$  die Abschätzung

$$(1,05)^n \geq n$$

gilt.

AUFGABE 27.37. (5 Punkte)

Bestimme ein  $m \in \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft, dass für alle  $n \geq m$  die Abschätzung

$$(1,1)^n \geq n^2$$

gilt.



## Abbildungsverzeichnis

Quelle = European at the cinema 1996-2016.png , Autor = Benutzer Niccolò Caranti (OBC) auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 4.0	2
Quelle = LucySonnenscheinEis4.png , Autor = Benutzer Bocardodarapti auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 4.0	2
Quelle = Steuerprogression Steuerbetragsfunktionen.jpg , Autor = Benutzer Udo.Brechtel auf Commons, Lizenz = CC-by-sa 3.0	5
Quelle = 003 Prawostronny obszar krytyczny.svg , Autor = Benutzer Szczepan1990 auf Commons, Lizenz = gemeinfrei	6
Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <a href="http://commons.wikimedia.org">http://commons.wikimedia.org</a> ) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz.	9
Lizenerklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt.	9