工程計劃講義

工程計劃講義

劉崇賓編

第頁

第一章　土工之計算

第一節　總說

§1.　土工　土工(Earthwork)云者，乃挖土 (Excavation) 填土 (Embankment) 運土 (Hauling) 等工作之總稱也。舉凡土木工事，莫不以土工爲主。例如修築路基，建造基礎，開河修渠，培修堤岸等在在皆是。而於水利工程方面尤爲重要，挖土所用工具爲鎬，鍬，鋤，及挖掘機等。運土所用工具爲籃，筐，小車，及輕便鐵道等。填土所用之工具除鍬鈀外，尚有夯，硪，或重磙以備壓實之用。

§2.　土之性質　土之性質對於土工最重要者，厥爲土之安眠角 (Angle of repose)。無論挖土填土，務應使其側坡之傾斜度在安眠角以內，以免塌陷。是故由安眠角之大小，即可規定側坡之比例也。

土之種類	安息角	側坡
重黏土	55°	$\frac{1}{2}:1$
黏土	45°	1 : 1
壤土	40°	1 : 1
小礫	36°	$1\frac{1}{2}:1$
乾沙	32°	$1\frac{1}{2}:1$
濕沙	24°	2 : 1

§3. 土工測量 無論修築道路或開掘渠道，於選定路線之後，應即實施縱橫斷面測量，是曰土工測量。由縱橫斷面測量手簿之記載，繪製縱橫斷面圖。縱斷面圖內橫座標示距離，縱座標示高度。其比例尺，橫距離爲 $\frac{1}{2000}$～$\frac{1}{500}$；高度爲$\frac{1}{200}$～$\frac{1}{50}$。橫斷面圖示各測站之橫斷面，其橫距離及高度之比例尺均在$\frac{1}{200}$左右。然後將計劃高繪入縱斷面圖內。計劃高高出地面者則應填土，低於地面者則應挖土。由兩線之差，可算出填挖之高度或深度。再由橫斷面之側坡及計劃寬，可算出填挖之面積。乘以橫斷面間之距離而得出土工之體積。

§4. 土方 挖土填土之體積，謂之曰土方。集各橫斷面之土方數分別總加之，即得挖土或填土之總土方數。土方大都爲狹長體，是故求土方之步驟有二。（一）計算各橫斷面之面積，（二）從斷面積再求土方。土方之單位普通有二種：(一)公方，凡長 1 公尺，寬 1 公尺，深 1 公尺之容積爲 1 公方。即 1 立方公尺是也。（二）英方，凡長 10 英尺，寬 10 英尺，深 1 英尺之容積爲 1 英方。即 100 立方英尺是也。

第二節 橫斷面面積之計算法

§5. 概說 各斷面形狀不一，故其計算法亦不一致。地面凹凸不平，變化萬端，欲用一簡單公式以求準確之結果殊不可能。普通情形地面除有水平斷面 (Level section) 外，所有二次水平斷面 (Two-Level Section) 三次水平斷面 (Three-Level Section) 至五次水平斷面 (Five-Level Section)者，係指地

面有二點，三點，或五點不同之高度而言。若凹凸不平，不同高度之點甚多，則可總稱之爲無規則斷面 (Irregular-Section) 。各種斷面之計算法分述如後。

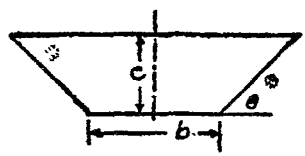
§6. 水平斷面　假定地面爲水平，而求挖土部分之斷面積。其求法如下式。(見第一圖)

b = 底寬

C = 中心高度

S = 側坡 = $\cot\theta$

A = 面積

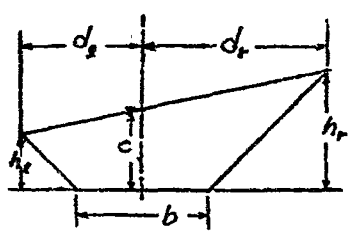


第 一 圖

$$\therefore\quad A = \frac{b+(b+2SC)}{2}\times C$$

$$= C(b+SC)$$

§7. 二次水平斷面　二次水平斷面者，其上邊共有二種不同之高度。如第二圖。



第 二 圖

d_l = 左邊邊樁與中心之距離

d_r = 右邊邊樁與中心之距離

h_l = 左邊邊樁之高度

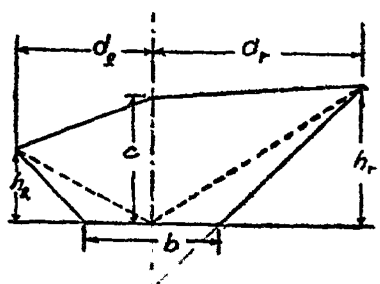
h_r = 右邊邊樁之高度

$$\therefore\quad A=\frac{(h_l+h_r)}{2}(d_l+d_r)-\frac{h_l}{2}\left(d_l-\frac{2}{b}\right)-\frac{h_r}{2}\left(d_r-\frac{b}{2}\right)$$

$$=\frac{h_l}{2}(d_l+d_r)+\frac{h_r}{2}(d_l+d_r)-\frac{h_l}{2}\left(d_l-\frac{b}{2}\right)-\frac{h_r}{2}\left(d_r-\frac{b}{2}\right)$$

$$=\frac{h_l}{2}\left(d_r+\frac{b}{2}\right)+\frac{h_r}{2}\left(de+\frac{b}{2}\right)$$

§8. 三次水平斷面　此種較前者又為複雜，共有三種不同之高度。乃自然界最普通之斷面形式也。如第三圖所示。

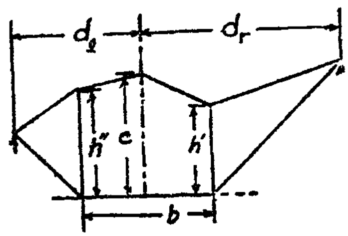


第三圖

$$A=\tfrac{1}{2}d_l C+\tfrac{1}{2}d_r C+\tfrac{1}{2}h_l\times\frac{b}{2}+\tfrac{1}{2}h_r\times\frac{b}{2}$$

$$=\frac{c}{2}(d_l+d_r)+\frac{b}{4}(h_l+h_r)$$

§9. 五次水平斷面　此種斷面共有五種不同高度，如第四圖。



第 四 圖

$$A = \tfrac{1}{2}h''(d_L-\frac{b}{2})+\tfrac{1}{2}h'(d_r-\frac{b}{2})+\tfrac{1}{2}(h''+c)\frac{b}{2}+\tfrac{1}{2}(h'+c)\frac{b}{2}$$

$$= \tfrac{1}{2}h''d_L-\tfrac{1}{4}h''b+\tfrac{1}{2}h'd_r-\tfrac{1}{4}h'b+\tfrac{1}{4}h''b+\tfrac{1}{4}cb+\tfrac{1}{4}h'b+\tfrac{1}{4}cb$$

$$= \tfrac{1}{2}cb+\tfrac{1}{2}h'd_r+\tfrac{1}{2}h''d_L$$

$$= \tfrac{1}{2}(cb+h'd_r+h''d_L)$$

§10. 不規則斷面　不規則斷面高度不同之點甚多。計算斷面積時須將此斷面分為若干個梯形及三角形，然後求各各面積之總和，即得斷面面積。如第五圖，分斷面為若干個梯形，從各梯形面積之和，減去兩端兩三角形之面積，即得斷面面積。或如第六圖，分斷面為若干個三角形，設 OG 為中心線，h_D，h_m……為D，M……各點距底邊之高；d_D，d_m……為D，M……各點距中心線之橫距，則斷面積 A，

$$A=\tfrac{1}{2}[h_D(h_A-d_L)+h_L(d_L-O)+h_o(d_L-d_M)+h_M(d_E-O)-h_E-(d_M-d_B)]$$

上式可由幾何圖形證明如下：

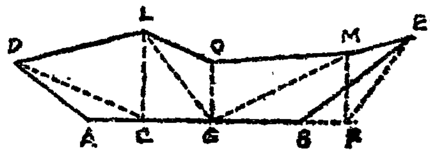
$$A = ADC + CDL + CLG + GLO + GOM + GMF + FME - BEF$$

$$= \tfrac{1}{2} DP \cdot AC + \tfrac{1}{2} PC \cdot CL + \tfrac{1}{2} CG \cdot CL + \tfrac{1}{2} CG \cdot GO$$

$$+ \tfrac{1}{2} GO \cdot GF + \tfrac{1}{2} GF \cdot FM + \tfrac{1}{2} FQ \cdot MF - \tfrac{1}{2} BF \cdot QE$$

$$= \tfrac{1}{2} [h_D (d_A - d_L) + h_L \cdot d_D + h_O (d_L + d_M) + h_M \cdot d_E - h_E (d_M - d_B)]$$

第 五 圖



第 六 圖

使用此式時，應注意下列三點：

一. 各點距底邊之高度 h，及距中心線之橫距 d，應預先測得或求出。

二. 高度 h 之值，在底邊之上者爲＋，在底邊之下者爲－。

三. 橫距 d 之值，在中心線之右者爲＋，在中心線之左者爲－。

使用上述公式之簡便方法如下：

一. 自任何點起始，按時針方向，逐次列出各點之 h，是爲各項。

二. 以 $(d_a - d_b)$ 乘各點之 h。

d_a 爲該點前方一點之橫距。

d_b 爲該點後方一點之橫距。

三．求各項之代數和，再以 2 除之，即得總面積。

依照上述方法，則斷面積 A，

$$A=\frac{1}{2}\Big[h_D\{(-d_L)-(-d_A)\}+h_L\{d_O-(-d_D)\}+h_O\{d_M-(-d_L)\}+h_M\{d_E-d_O\}+h_E\{d_B-d_M\}\Big]$$

$$=\frac{1}{2}\Big[h_D(d_A-d_L)+h_L(d_D-0)+h_O(d_L+d_M)+h_M(d_E-0)-h_E(d_M-d_B)\Big]$$

其他不規則之斷面，可以面積儀求之。

第三節　土工體積之計算法

§11．概說　土工之給價，係按土方之多寡計算。故挖土或填土之體積為土工給價之根據。矩形之土工，如稻田挖塘等，計算較為簡單，且與運土之影響亦少。他如開挖渠道，修築堤岸，土工之體積皆為狹長體，務求填挖之平衡，始合經濟。其計算法應先沿工程之中線，每隔 10 公尺或 20 公尺，測量其兩端及中央之橫斷面面積，並測量斷面形發生變化時之面積，任擇下述兩公式之一式，而計算土方。

§12．平衡底面積法　此法最為簡單而普通，即以二斷面之平均面積，乘

以兩斷面間之垂直距離，而得體積。

設　A_1, A_2 = 斷面積（平方公尺）

l = 兩斷面間之垂直距（公尺）

V = 體積（立方公尺）

則

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} \times l$$

若兩斷面間之垂直距均相等者（各 = l），則多個斷面間之總體積，必為

$$V_r = \frac{l}{2}[A_0 + 2(A_1 + A_2 + \cdots\cdots\cdots\cdots + A_{n-2} + A_{n-1}) + A_n]$$

§ 13 稜柱體公式法 (Prismoidal formula) 此式較前法準確，但亦較為複雜耳。

設 A_1, A_2 = 兩端之斷面積（平方公尺）

A_m = 中間之斷面積（平方公尺）

l = 兩端斷面間之垂直距（公尺）

V = 體積（立方公尺）

則　$V = \frac{l}{6}(A_1 + 4A_m + A_2)$

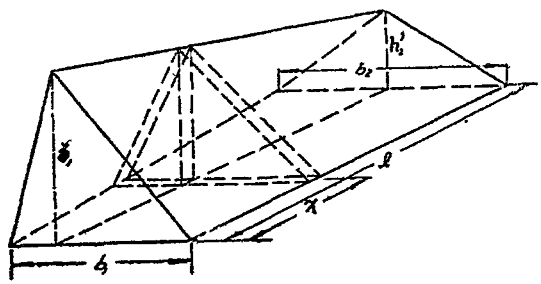
式中 A_m 為 A_1 及 A_2 兩底面中間之面積。至 A_m 之求法，可以 A_1 及 A_2 之各相當邊取其平均數而求之，而非 A_1 及 A_2 兩面積之平均數也。稜柱體公式之求法，可以積分法求得。如第七圖。

$A_1 = \frac{1}{2} b_1 h_1$,

$A_2 = \frac{1}{2} b_2 h_2$,

$A_x = \frac{1}{2} b_x h_x$,

$$= \frac{1}{2}\left[b_1 + (b_2 - b_1)\frac{x}{l}\right]\left[h_1 + (h_2 - h_1)\frac{x}{l}\right]$$



第七圖

自 A_x 起，直距爲 d_x 之微細體積，必爲 $A_x\, d_x$。因得總體積爲

$$A = \int_0^l A_x d_x = \frac{1}{2}\int_0^l \left[b_1 + (b_2 - d_1)\frac{x}{l}\right]\left[h_1 + (h_2 - h_1)\frac{x}{l}\right]d_x$$

$$= \frac{1}{2}\left[b_1 h_1 x + (b_2 - b_1) h_1 \frac{x^2}{2l} + b_1(h_2 - h_1)\frac{x^2}{2l} + (b_2 - b_1)(h_2 - h_1)\frac{x^3}{3l^2}\right]^l$$

$$= \frac{1}{2}\left\{b_1 h_1 l + \left[(b_2 - b_1)h_1 + b_1(h_2 - h_1)\right]\frac{l}{2} + (b_2 - b_1)\ (h_2 - h_1)\frac{l}{3}\right\}$$

$$= \frac{l}{2}\left[\frac{1}{3} b_1 h_1 + \frac{1}{6} b_1 b_2 + \frac{1}{6} b_2 h_1 + \frac{1}{3} b_2 h_2\right]$$

$$= \frac{l}{6}\left[\frac{1}{2} b_1 h_1 + \frac{1}{2} b_1(h_1 + h_2)\ \frac{1}{2} b_2(h_1 + h_2) + \frac{1}{2} b_2 h_2\right]$$

$$=\frac{l}{6}\left[\frac{1}{2}b_1h_1+4\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{b_1+b_2}{2}\cdot\frac{h_1+h_2}{2}\right)+\frac{1}{2}b_2h_2\right]$$

$$=\frac{l}{6}\left[A_1+4A_m+A_2\right]$$

例題（1）如第七圖，設 $b_1=6$公尺，$h_1=3$公尺，$b_2=8$公尺 $h_2=5$公尺，$l=20$公尺，試求其體積。

1. 平均底面積法

$$A_1=\frac{1}{2}b_1h^1$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times3=9m^2。$$

$$A_2=\frac{1}{2}b_2h_2$$

$$=\frac{1}{2}\times8\times5=20\ m^2。$$

$$\therefore\ Ve=\frac{l}{2}(A_1+A_2)$$

$$=\frac{20}{2}(9+20)$$

$$=\frac{20}{2}\times29$$

$$=290\ m^3。$$

2. 稜柱體公式法

$A_1=9\ m^2,$ $A_2=20\ m^2$

$$A_m=\frac{1}{2}b_m h_m$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{6+8}{2}\right)\left(\frac{3+5}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 4$$

$$= 14\ m^2$$

$$\therefore V_p = \frac{l}{6}(A_1 + 4A_m + A_2)$$

$$= \frac{20}{6}(9 + 4 \times 14 + 20)$$

$$= \frac{20}{6} \times 85$$

$$= 283.3\ m^3$$

3. 由兩法求得體積之差異

$290 - 283.3 = 6.7\ m^3$

§14. 稜柱體改正法　由上列兩種之計算，可知用平均底面積法所得之結果，常嫌稍大。稜柱體公式算法，則較為準確。但尋常仍多用第一種算法。以其簡便故也。且測量斷面時，地面之實在形勢，未能絕對精細測量，故精細算法，殊非必要。但為簡便及準確兩全計，應先用平均底面積法，以求土方，而於算得之結果，加以適當之稜柱改正（Prismoidal Correction）。其結果既準確而又不繁雜也。

設　V_e = 由平均底面積法，求得之體積。

　　V_p = 由稜柱體公式法，求得之體積。

則 $C=V_e-V_p=$稜柱改正值。

設斷面爲三角形，如第七圖，

$$V_e=\frac{l}{2}(A_1+A_2)$$

$$=\frac{l}{2}(\tfrac{1}{2}b_1h_1+\tfrac{1}{2}b_2h_2)$$

$$=\frac{l}{12}(3b_1h_1+3b_2h_2)$$

$$V_p=\frac{l}{6}(A_1+4A_m+A_2)$$

$$=\frac{l}{6}\left[\tfrac{1}{2}b_1h_1+4\times\tfrac{1}{2}\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)+\tfrac{1}{2}b_2h_2\right]$$

$$=\frac{l}{12}\left[2b_1h_1+b_1h_2+b_2h_1+2b_2h_2\right]$$

$$C=V_e-V_p$$

$$=\frac{l}{12}(b_1h_1-b_1h_2-b_2h_1+b_2h_2)$$

$$=\frac{l}{12}(b_2-b_1)(h_2-h_1)$$

式中之 b 或 h 相等時，則其改正值爲零。

例題（2），仍用例題（1）之數字，則稜柱體改正數，

$$C=\frac{l}{12}(b_2-b_1)(h_2-h_1)$$

$$=\frac{20}{12}(8-6)(5-3)$$

$=6.7m^3$

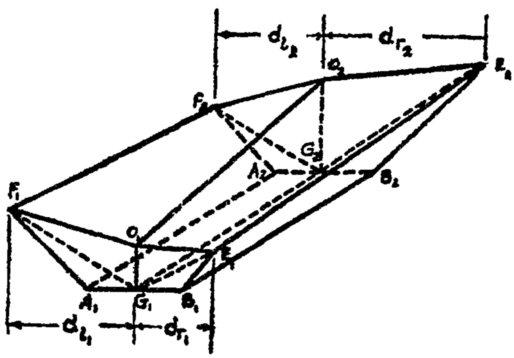
$\therefore$ 準確之體積 $=V_e-C$

$=290-6.7$

$=283.3m^3$。

其結果，與由稜柱體公式所得者適相等。

設欲求三次水平斷面之稜柱改正值，如第八圖.



第　八　圖

設　$b_1, b_2=$ 底邊 A_1B_2，A_2B_2. 之長

c_1，$c_2=$ 中心高 O_1G_1，O_2G_2. 之長

$F_1G_1O_1O_2F_2G_2$ 之稜柱改正值，$C_1=\frac{l}{12}(c_2-c_1)(d_{l_2}-d_{l_1})$

$O_1G_1E_1E_2O_2G_2$ 之稜柱改正值，$C_2=\frac{l}{12}(c_2-c_1)(d_{r_2}-d_{r_1})$

$F_1A_1G_1G_2F_2A_2$ 之稜柱改正值，$C_3=\frac{l}{12}\left(\frac{bl}{2}-\frac{bl}{2}\right)(hl_2-hl_1)$

$G_1B_1E_1E_2G_2B_2$之稜柱改正值，$C_4=\frac{l}{12}\left(\frac{b_2}{2}-\frac{b_1}{2}\right)(h_{r2}-h_{r1})$

$F_1\ A_1\ B_1\ E_1\ O_1\ O_2\ F_2\ A_2\ B_2\ E_2$ 之稜柱改正值 C，則爲各分體改正值之和。

$$C=C_1+C_2+C_3+C_4.$$

但於整齊規則之稜柱體，各斷面之底寬相等，(b_2-b_1)，因之 C_3，C_4 皆等於零。而 C 值則等於

$$C=C_1+C_2$$

$$=\frac{l}{12}(c_2-c_1)[(dl_2-dl_1)+(d_{r2}-d_{r1})]$$

$$=\frac{l}{12}(c_2-c_1)[(dl_2+d_{r2})-(dl_1+dr_1)]$$

$$=\frac{l}{12}(c_2-c_1)(D_2-D_1)$$

式中 D_2，D_1，爲各斷面上兩斜椿之距離。

如斷面高度，在三次以上者，亦可依上法，分爲若干稜柱體，而求各分體改正值之和。

第四節　塡土之收縮

§15 塡土之收縮　泥土甫經開挖之後，必較未挖之前，稍稍漲大其體積。及至將此土塡成路基或築成堤岸，經過多時之運土車輛及人工等之踏壓，以及雨水之關係，則該泥土之體積，較原來未開挖時之體積縮小。是稱曰收縮(Shrinkagk)。故當塡土之際，欲求將來所要之高度，則非先考慮收縮之度

豫先分作過之塡土不可。此過分塡土，稱爲餘塡 (Shrinage Allowance)。餘塡之量，依所用之土質，及塡築之高度等而不同。可參閱下列兩表。

塡土收縮之比率

土質種類	收縮率
礫　石	8 %
粘　土	10 %
輕砂土	12 %
鬆植物質土壤	15 %

塡土餘塡高

塡築高（公尺）	餘塡高
1.5 公尺（5 呎）未滿	0.15 公尺（5吋）
1.5～4.5 （15 呎）	10%
4.5～7.5 （25 呎）	8%
7.5～10.6（35 呎）	7%
10.6～13.6（45 呎）	6%
13.6 公尺以上	5%

第五節　運　土

§16. 運土　在縱斷面圖中，配置斜度地位時，須使挖土與填土二者，約略相等。然因泥土之有收縮性，配置時應使挖土較填土略多。所用之土，自開挖之處起，運輸經過斜度點 (grade point)，以送填積之處，謂之曰運土。今若以斜度點爲主，則每方土自開挖之處，先運至斜度點；復由斜度點，運至填積之處。其運土量則爲該挖土及填土各乘以斜度點之距離。故總運土量 (Total Haul) 及挖土之總土方數，乘以開挖土方之中心 (Conter of gravity) 與填某處之重心間之距離。此距離依運費之有無，可分爲二種：

a. 免費運土 (Free Haul) 運土距離在規定範圍以內者（普通爲 100 公尺），除開挖之土方價外，毋須另給運費。此種限度，應於合同中訂明之。

b. 給運費土 (Over Haul) 運土距離超過免費運土限度以外者，格外所運輸之距離，應另給付運費。此種土工是爲給費運土。

§17. 借坑與拋棄　設所挖之土，不足以供填積之用，或遠處雖有餘裕之土，而因距離過遠，運費過鉅，反不經濟。故須於近旁挖取坑中之土，以作填積之用，是曰借坑 (Borrow Pit)。又挖土處之土方，如因距離過遠，不便用於填積時，可堆棄於近旁，是曰拋棄 (Waste)。

土工之費用，僅挖土與借坑，需按方給價，至於填土或拋棄，例不算價。但至於運費則指給費運土而言。

§18. 經濟運土距離　如給費運土所運之距離過遠時，則每土方之運費，將較以挖土爲拋棄，而另以借坑爲填築者爲昂。反不經濟。故須定一經濟運土距離 (Economical Haul)。在此範圍以內者，可用運土辦法。超過此種範圍

者，即用借坑及拋棄辦法。求經濟運土距離之法如下。

c = 每公方挖土工價。

h = 每方公每百公尺給費運土工價。

n = 經濟運土距離（公尺）

f = 免費運土距離（公尺）

設挖土處拋棄 1 公方，而填土處借坑 1 公方，其費用 = 2C

若由挖土處運 1 公方土至填土處，其費用 = $c+nh$

$(c+nh)$ 之值不應大于 $2c$.

$$\therefore \quad c+nh=2c$$

$$nh=c$$

$$\therefore \quad n=\frac{c}{h}\times 100 \text{（公尺）}$$

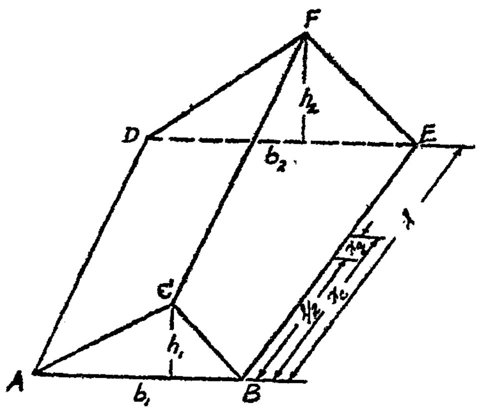
$$\therefore \quad \text{最大經濟運土距離 } E=n+f$$

$$=\frac{c}{h}\times 100+f$$

例題（3）設挖土工價每公方 $c=0.60$ 元，免費運土距離 $f=100$ 公尺，給費運土之工價 $h=0.12$。

$$E=\frac{0.60}{0.12}\times 100+100=500+100=600 \text{ 公尺}$$

§ 19. 體積之中心　土方體積之中心，乃計算運土距離之基本因子。設體積爲稜柱體，且兩底面積相等時，則重心必在兩底面積之中心點。若兩底面積不相等時，如第九圖，則重心距中心點之距離 $X_g=\frac{l^2}{12}\cdot\frac{A_2-A_1}{V}$。可由下述方法得出。



第九圖

$$X_g = x_c \frac{l}{2}$$

$$V \cdot X_g = V\ x_c - V\frac{l}{2}$$

$$A_x \cdot x d_x = \frac{1}{2}\left[b_1 + (b_2 - b_1)\frac{x}{l}\right]\left[h_1 + (h_2 - h_1)\frac{x}{l}\right] x\,dx$$

$$V \cdot x_c = \int_0^l \frac{1}{2}\left[b_1 + (b_2 - b_1)\frac{x}{l}\right]\left[h_1 + (h_2 - h_1)\frac{x}{l}\right] x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^l \left[b_1h_1 + (b_1h_2 - 2b_1h_1 + b_2h_1)\frac{x}{l} + (b_2h_2 - b_2h_1 - b_1h_2 + b_1h_1)\frac{x^2}{l^2}\right] x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{b_1h_2x^2}{2} + \frac{(b_1h_2 - 2b_1h_1 + b_2h_1)\,x^3}{3\,l} + \frac{(b_2h_2 - b_2h_1 - b_1h_2 + b_1h_1)x_4}{4\,l^2}\right]_0^l$$

$$=\frac{l^2}{24}\Big[6b_1h_1+4b_1h_2-8b_1h_1+4b_2h_1+3b_2h_2-3b_2h_1-3b_1h_2$$

$$+3b_1h_1\Big]$$

$$=\frac{l^2}{24}\Big[b_1h_1+b_1h_2+b_2h_1+3b_2h_2\Big]$$

$$V=\frac{l}{6}(A_1+4A_m+A_2)$$

$$=\frac{l}{12}(2b_1h_1+b_1h_2+b_2h_1+2b_2h_2)$$

$$V\cdot\frac{l}{2}=\frac{l^2}{24}(2b_1h_1+b_1h_2+b_2h_1+2b_2h_2)$$

將 $V\cdot x_c$ 及 $V\cdot\frac{l}{2}$ 之值代入前式

$$V\cdot x_c=\frac{l^2}{24}\Big[b_1h_1+b_1h_2+b_2h_1+3b_2h_2\Big]-\frac{l^2}{24}\Big[2b_1h_1+b_1h_2+$$

$$b_2h_1+2b_2h_2\Big]$$

$$=\frac{l^2}{24}\Big[b_2h_2-b_1h_1\Big]$$

$$=\frac{l^2}{12}\Big[\frac{b_2h_2}{2}-\frac{b_1h_1}{2}\Big]$$

$$= \frac{l^2}{12}(A_2 - A_1)$$

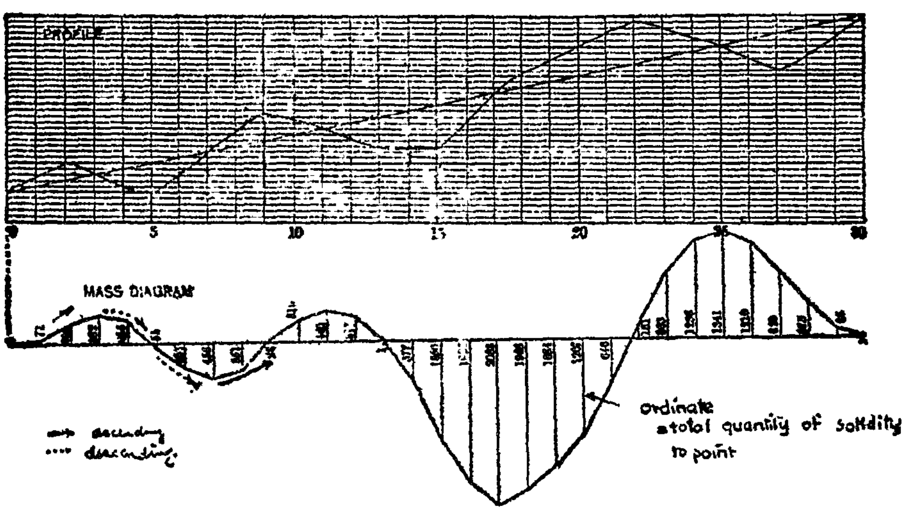
則 $x_g = \frac{l^2}{12} \cdot \frac{A_2 - A_1}{V}$

第六節 土積圖

§20. 土積圖之意義 運土之問題，可用圖解法處理之。圖解之作法，係先將每兩斷面間之土方數算出，因填土之具有收縮性，故將填土之土方，加以適當之收縮改正。乃令挖土為正，填土為負，依其符號逐站遞加而求其代數和，可得每站以上之總土量。若以站數為橫座標，以各站總土量為縱座標，繪為之曲線，名曰土積圖（Mass Diagram）。茲舉一例如下：

測站	中心高	兩測站間之體積	填土部分增加5%以補收縮	總土量
0	0			0
1	+ 1.7	+ 71		+ 71
2	+ 2.7	+ 191		+ 262
3	0	+ 120		+ 382
4	− 3.2	− 111	− 117	+ 265
5	− 4.9	− 305	− 320	− 55
6	− 2.8	− 288	− 302	− 357
7	0	− 94	− 99	− 456
8	+ 2.4	+ 105		− 351
9	+ 4.5	+ 328		− 23
10	+ 2.5	+ 333		+ 310
11	0	+ 110		+ 420
12	− 2.9	− 98	− 103	+ 317
13	− 5.1	− 303	− 318	− 1
14	− 7.4	− 549	− 576	− 577
15	− 8.1	− 736	− 773	−1350
16	− 4.1	+ 545	− 572	−1922
17	0	+ 153	− 161	−2083
18	+ 2.6	+ 115		−1968
19	+ 3.6	+ 284		−1864
20	+ 4.9	+ 417		−1267
21	+ 6.7	+ 621		− 646
22	+ 7.5	+ 807		+ 161
23	+ 5.2	+ 702		+ 863
24	+ 2.2	+ 373		+1236
25	0	+ 105		+1341
26	− 3.5	− 125	− 131	+1610
27	− 5.7	− 363	− 381	+ 829
28	− 4.9	− 432	− 454	+ 375
29	− 2.5	− 276	− 290	+ 85
30	0	− 82	− 86	− 1

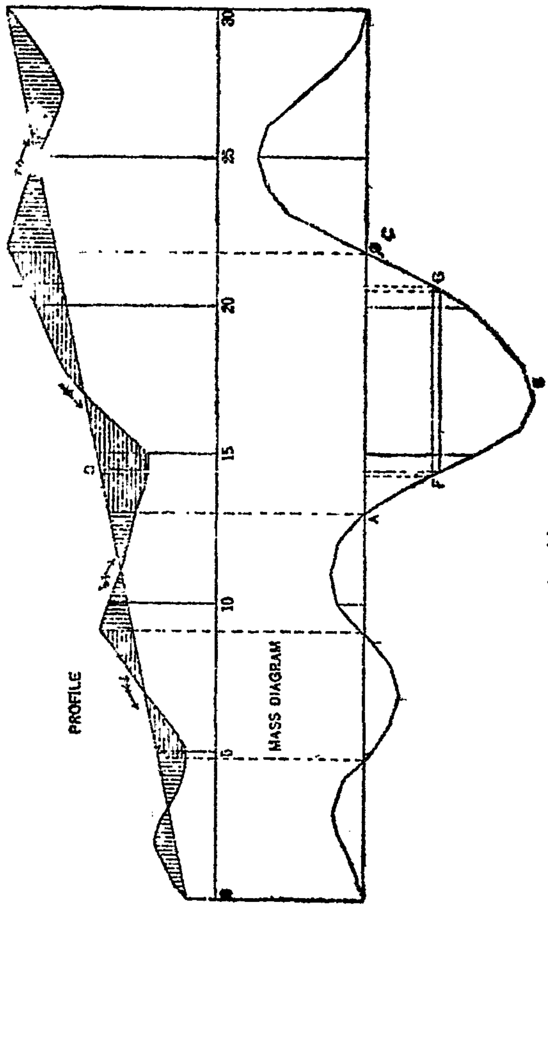
§ 21　土積圖之性質　由第十圖之縱斷面圖及土積圖，可推定土積圖之性質如下：



第　十　圖

一、土積圖曲線上之最高最低點處，必為縱斷面上之斜度點。

二、凡開挖部份曲線之傾度（slope）必為正；填積部分曲線之傾度必為負。換言之，曲線上向者示開挖部份，下向者示填積部份。



第十二圖

三、曲線上高出於水平之均衡線部分之面積，則示向前運土。其低於均衡線部分之面積，則示向後運土。

四、曲線與均衡線相交之兩點間，其開挖與填積之土方必相等。

五、曲線與均衡間所包之面積，表示運土之數量。

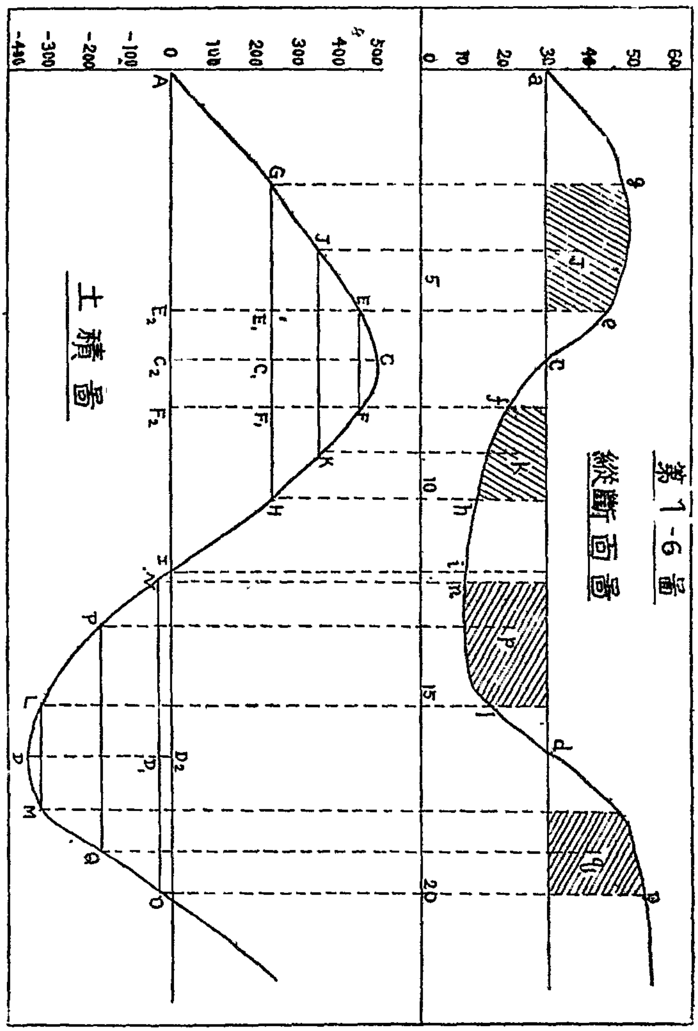
§ 22. 土工計劃要點　土工計劃之要點，乃研究如何處理運土問題，及計算土工費用也。如第十二圖，ac 與 do 皆為挖土，cd 為填土。

於土積圖上作兩均衡線：(一)EF = LM = 免費運土距離；(二)GH = NO = 最大經濟運土距離。而得下列之結論。

EF 為免費運土距離，故均衡線 EF 以上之土方，挖土 ec 與填土 cf 均衡。CC' 之高度，即示填挖之土方數也。乘以挖土工之單價，而得土工費用。曲線 ECF 高出於均衡線 EF，表示向前運土。

二、GH 為最大經濟運土距離，故均衡線 GH 以上之土方，挖土 gc 與填土 Ch 均衡。CC_1 之高度，即示填挖之土方數也。但 EF 乃示免費運土部分，前已計及，無庸重行列入。故給費運土部分，挖土為 ge，填土為 fh，填挖之土方數為 $C'C_1$。至於運土之距離，乃於 $C'C_1$ 中點所作之水平線 J K 也。J,K 分示 ge 及 fh 之重心。計算土方時，應先以挖土工之單價，乘填挖之土方數，而得挖土工費；然後以運土工之單價，乘土方數與運土距離之積，而得運土工費。兩者之和，即由 ge 挖土運土至 fh 之費用也。

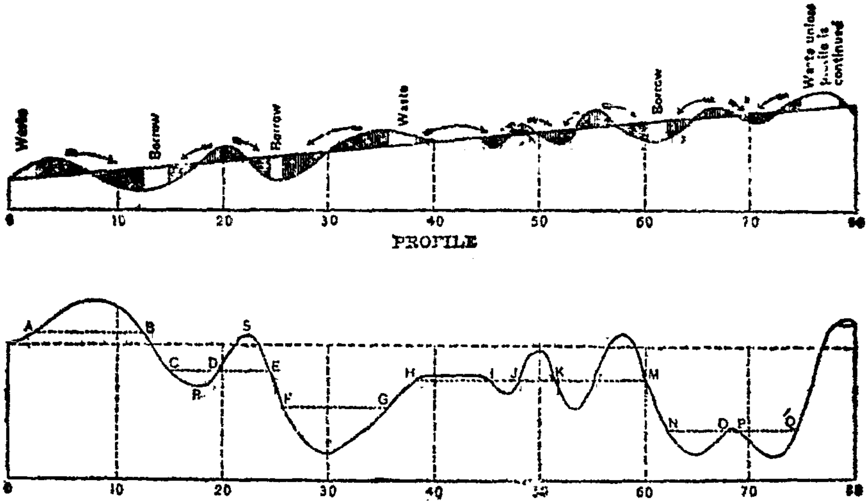
三、ag 之挖土為拋棄，其體積為 C_1C_2。乘以挖土工之單價，而得該部之工費。



第十二圖

四、h'n 之填土爲借坑，其體積爲$(C_1C_2+D_1D_2)$。乘以挖土之單價，而得該部之工費。

茲再舉例如第十三圖，以明運土，拋棄，及借坑等問題處理之方法。先定出最大經濟距離，然後規定各均衡線之位置如下：



第十三圖

一、AB 之位置，適令 AB＝最大經濟距離其位置不能移動。如向下移動，則其長度超過最大經濟距離。如向上移動，則 A之後方之拋棄，與 B之前方之借坑，必將增加。

二、CDE之位置，適令 CD＝DE 。如是則 CRD不 DSE 面積之和爲最小，是即表示運土之　量爲最小也。

三、FG 之位置，適令 FG;＝最大經濟距離，位置及能移動。如向下移動，則

F 之後方借坑，及 G 之前方之拋棄，必將增多。

四、HM 之位置，適令 HI＋JK＋LM－IJ－KL＝最大經濟運土距離。設將HM 之位置向下移動，則 H 之後方之拋棄，與 M 之前方之借坑，俱爲減少，頗合經濟。但運土之面積，其以 HI,JK,LM,爲底面者增加。以 IJ KL, 爲底邊者減少。但增加者大，減少者少。故結果運土仍爲增加，不宜採用也。設將 HM 之位置向上移動，則 M 之前方之借坑，及 H 之後方之拋棄土方俱增，不合經濟。

五、NOPQ 之位置，適令

NO＋PQ－OP＝最大經濟距離。

如將 NOPQ 之位置向下移動，則N 之後方之借坑及 Q之前方之拋棄增加。不合經濟。如將 NOPQ 之位置向上移動，則 N 之後方之借坑及Q 之前方之拋棄俱行減少。惟運土之費用超出多多，兩者相較，得不償失也。

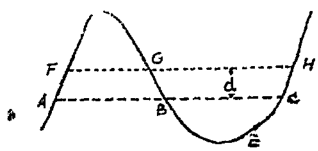
參考書籍

Allen: Railroad Curves and Earthwork.

吳承祺：鐵道測量及土工。

土積曲線每因彎曲過近，致使均衡線之距離小於最大經濟運土界限 E。於此種情形計劃運土問題，應按下列原則處理之。

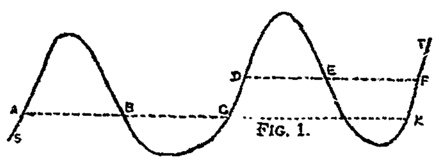
一、AB＝BC 曲線與均衡線間之面積，乃表示運土之數量。均衡線 AB 與 BC 相等時，面積 ABD 與 BCE 之和數為最小，是即運土量為最小也。若於 ABC 之上任何距離 d 處，作一均衡線 FGH，運土量則為 FGD 與 GHE 兩面積之和數。與原來較，增加之面積為 GHCB，減去之面積為ABCF。$GHCB=\frac{1}{2}(BC+GH)d$；$ABGH=\frac{1}{2}(AB+FG)d$。



第十三圖 (a)

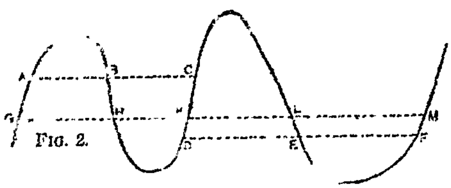
但， GH>BC(＝AB)>FG 故知增加者大，減去者小，其結果乃使面積增大也。殊不經濟。若於ABC之下作均衡線，所得結果亦同。

二、AB＝BC，DE＝EF 土積曲線有兩組起伏，應使均衡線 AB＝BC，DE＝EF。ABC 及 DEF 無論向下或向上移動，皆使表示運土之面積增加，均不適宜。土積曲線中 SA,CD,FT 表示拋棄，其總值無從減少。即使 ABC 與DEF 在一直線，亦不得變更之也。例如將 DF 移至 CK,CD 之土量可免為拋棄，但 FT 處之拋棄增多 KF，得失相等也。



第十三圖 (b)

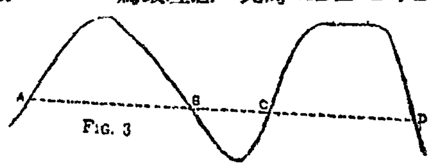
三、GH＋KL＝HK＋LM 於下圖中如令 AB＝BC，DE＝EF，土方 CD 既



第十三圖 (c)

在均衡 BC 內，又在均衡線 DE 內，重復相疊。解決之方法，需另有 CD 之借坑方可。若於ABC 及 DEF 間作一直線，使 GH＋KL＝HK＋LM，增加之運土量爲(GABH－HBCK)＋(ELMF－DKLE)，較諸借坑 CD 小多，甚經濟也。若於均衡線 GHKLM 之上另作一直線時，均衡線 HK 與 LM 處增加之面積，較 GH 與 KL 處減去之面積爲大。若於 GHKLM 之下所作均衡線，其結果亦同。

四、AB＋CD－BC＝最大經濟運土界限 E 於下圖中若均衡線 AB，BC，CD 既在一直線且皆等於 E，最爲理想。此時 AB±CD∓BC＝E,若 BC 及 CD 皆小於 E，則以 BC＝CD 爲最理想。此時 AB±CD∓BC＝E。但實際 AB



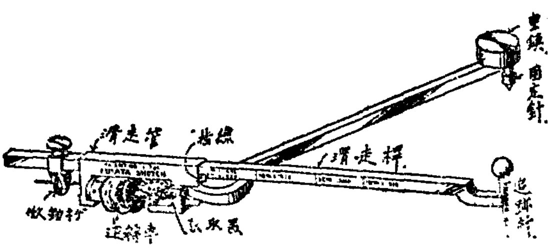
第十三圖 (d)

亦小於 E，爲使上述之理想存在，應移動 AB 之位置而增大之。此際 CD 亦增，而 BC 減小。則 CD＞BC。以 (CD－BC) 之差數補入 AB，可使之等於 E 也。由 AB－CD＋BC 所得結果愈小，故不適用。

附　　錄

面積計之原理及使用法

§23 面積計　面積計（Plani meter）爲量各種圖形面積之儀器。式樣甚多。最普通者如第十四圖所示，有二臂 CO 及 CO。CD 名曰極臂，其長度爲固定者，O 端下面有一針，用以插於圖上，使不移動，此針端名曰定極。C 端用一樞軸與 CP 相連。CD 名曰描跡臂（Tracing arm）。D端亦有一針，名曰描跡點（Tracing Point），用以循圖形界線而移動。CD 之長，可以伸縮，視圖之縮尺而定。轉輪F之軸，與CD 相平行，輪周劃成一百等分，由轉輪數，可知圖形之面積。



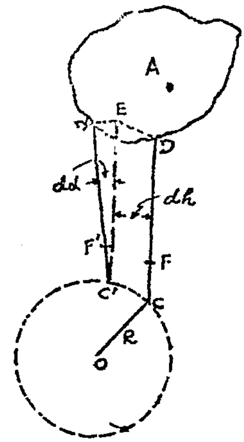
第十四圖

由是可知面積計之支點有三；即定極，描跡點，與轉輪之緣是也。與描跡點循圖之界線而移動時，轉輪亦隨之移動，其軸或轉或不轉，隨前進之方向而異，描跡點若繞界線一周而還至起點，則輪周始終二讀數之差，即表示所量之面積。尚有一小圓盤 H，藉轉軸上之運動機而旋轉。盤上劃成十等分，每等分表示轉輪旋轉一週。讀圓盤，轉輪及其遊標三者。可得四位數字。

因極臂為定長，O為定點，故樞軸C旋轉成一圓弧，其圓心為O，半徑(R)為CO。但轉輪前進之跡並不成圓。

若兩臂間所成之角度，常使轉輪平面通過定極者，描跡點前進時，轉輪絕不繞軸而轉，僅在紙上拖動，故其讀數不變。所以令描跡點描一完全圓周當其回至起點時，輪周讀數，必無改變，此圓名曰基圓。

24. 面積計之原理　如第十五圖，A為所量之面積，OC為極臂，O為定極，CD為描跡臂。CD為一定長之直線直其一端D沿A之界限移動，他端C移動成一圓弧CC'（因O點不動而OC為定長，故為圓。）



第十五圖

令CD及C'D'為描跡臂前後二位置，今欲求描跡臂由CD至C'D'移動所成之微小面積。此移動可分為二步：(1)由CD'平行移動至C'E；(2)由C'E旋轉至C'D'前者成一平行四邊行CDEC'，後者成一扇形 C'DE'。

令 dA' = 微小面積CDD'C''，

L = CD之長

dh = 平行四邊形之寬，

$d\alpha$ = 旋轉所成之微小角，

則 $dA' = L.dh + \frac{1}{2}L^2 d\alpha$ ………………………… (i)

今計F處固着一轉輪，其平面CD成直角。當CD移動時，轉輪隨之旋轉。F點移動之方向，與CD成直角。若F點在CD方向內移動，則

輪雖移動而不轉 設 $d\theta$ 爲轉輪由 F 至 F' 時繞輪軸旋轉所成之角，r 爲轉輪之半徑，則 $r\,d\theta$ 爲 F 點在紙上所經之路線。此路線等於 $dh + L'\,d\alpha$（令 $CF = L' = C'F'$）

則 $r.d\theta = dh + L'.d\alpha$ ……………………………………(ii)

若轉輪在 D C 之延長線上，

則 $r.d\theta = dh - L'.d\alpha$。

將 (ii) 式之 dh 値，代入 (i) 式，

$$dA' = L(r.d\theta - L'.d\alpha) + \tfrac{1}{2}L^2.d\alpha$$

$$= r.Lrd\theta + \left(\frac{L^2}{2} - LL'\right)d\alpha \quad \text{……………………(iii)}$$

$$\int dA' = \int r.L.d\theta + \int\left(\frac{L^2}{2} - LL'\right)d\alpha \quad \text{……………………(iV)}$$

設 D 點繞 A 之界線移動一週，dA 依移動之方向，而分正負號。向左者爲負，向右者爲正，有下列二種情形：

一、CC' 弧在面積 A 之外，（但並不包括 A 在內）$\int dA'$ 之代數和，等于正號微小面積與負號微小面積和之差，亦即等於面積 A。

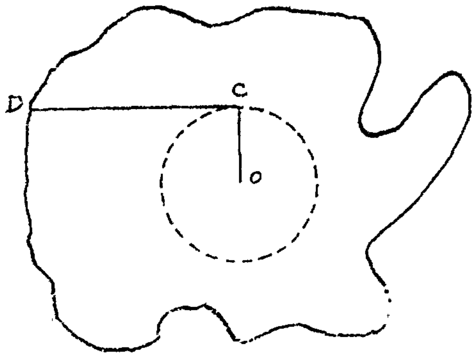
$$\int r.L.d\theta = r.L.\theta$$

$$= L.u$$

$u = r.\theta$ = 轉輪旋轉時，輪緣在紙上所經路線之代數和。

$\int d\alpha = 0$，（因 CD 回復原位，並不繞 O 而成一週，可用面積計實驗之）

故將 (iv) 積分之，得 $A' = A = L.u$



第十六圖

三， CC' 弧在面積 A 之內如第十六圖；C D 欲回復原位， C 點必繞

O 而成一圓，於是 $\int d\alpha = 2\pi$。且面積

A = $\int$ dA' + 以 OC 爲半徑所成之圓面積。

將(iv)式積分之，得

$$A' = L.u + 2\pi\left(\frac{L^2}{2} - LL'\right)$$

$$A' = A' + \pi R^2$$

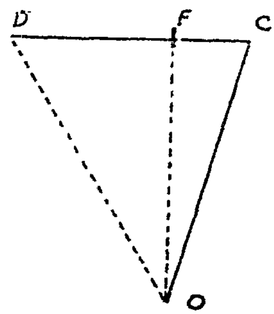
$$= L.u + \pi(L^2 - 2LL' + R^2)$$

$= L.u +$ 以 $\sqrt{L^2 - 2LL. + R^2}$ 爲半徑之圓面積。

當轉輪在描跡點與樞軸之間時，2LL' 爲負號。否則爲正號。

此圓名曰基圓，其值可用面積計量包含 CC' 弧之已知圖， 或任何已知面積而得之。

當轉輪平面通過定極如第十七圖，DFO 爲直角，



第十七圖

$$\text{故}\ DO=\sqrt{\overline{DF}^2+\overline{OF}^2}$$
$$=\sqrt{(\overline{DC}-\overline{CF})^2+\overline{OC}^2-\overline{CF}^2}$$
$$=\sqrt{\overline{DC}^2-2DC.CF+\overline{CF}^2+\overline{OC}^2-\overline{CF}^2}$$
$$=\sqrt{\overline{DC}^2-2DC.CF+\overline{OC}^2},$$
$$=\sqrt{L^2\pm2LL'+R^2},$$

故基圓半徑乃於轉輪平面通過定極時，描跡點與定極間之直線距離也。

設　c ＝轉輪圓周

　　n ＝轉輪旋轉次數

則　$L.U=L.n.c$

設定極在所量面積之外，因 $A=L.n.c$，L 爲任何定長時，A 與 n 成正比。故 L 可爲任何未知長度，從已知面積 A'（譬如圓或長方形）求 n' 則 $\frac{A}{A'}=\frac{n}{n'}$。定極在所量面積之內者，此法不適用。

求基圓面積時，儀器所示者，僅爲基圓與已知面積之差。若界線完全在基圓之外，儀器讀數所示者，僅爲界線以內基圓以外之部分，此部分從已知界線所包之面積減去之，即得基圓面積，若已知面積不完全在基圓之外，則基圓面積大于已知面積者，須將儀器讀數與已知面積相加；小于已知面積者，須從已知面積減去儀器讀數。

§25 面積計之用法 將定極之針，深深插於紙上。圖形不甚大者，定極宜在圖形之外。描跡點自界線上之一點起，起點之位置，最好令兩臂約略成直角。記明輪周讀數，乃令描跡點循圖形界線，徐徐移動，繞一匝而回至起點，再視輪周讀數。前後二讀數之差，即爲圖形之面積。其單位視描跡之長短而定。

描跡臂有爲定長不能伸縮者，所量得面積之單位皆同。但多數面積計之描跡臂均能伸縮，臂上刻有各種縮尺。伸縮描跡臂，令指標指于與圖相同之縮尺後，轉輪每轉一週，即代表面積若干。

量較大圖形而欲省免加減基圓面積者，可將圖形分成若干部分，分別量之，而取其和。然若定極設于所量面積之內者，必須依照前節方法，將基圓面積併入計算。

描跡臂未刻有縮尺者，面積計亦可使用。先作一每邊長 公分之正方形，或一適當半徑之圓形，用面積計量若干次，每次改變定極之位置，取若干次之平均讀數，以已知面積之平方公分除之，得每一平方公分之輪週讀數。旣得此數，任何圖形之平方公分數，即能由所量得之輪週讀數求得，再按圖之縮尺以求得面積。

欲求結果準確，至少須量二次，每次宜改變定極之位置。量得之結果，宜用他法約略校對之，以免巨大之錯誤。除面積太小者外，面積計之誤差，可不逾百分之一。

第二章　溝渠水力學（I）

第一節　溝渠概論

§ 1　溝渠定義　凡水路中水流，如有一自由水面與大氣接觸者，即為溝渠（Open channel）。天然之河川，人工之渠道，或下水道涵洞等管路而成不滿流之狀態者，在水力學上均作為溝渠研究之。

§ 2　溝渠之分類　在水力學上溝渠可分為兩類。

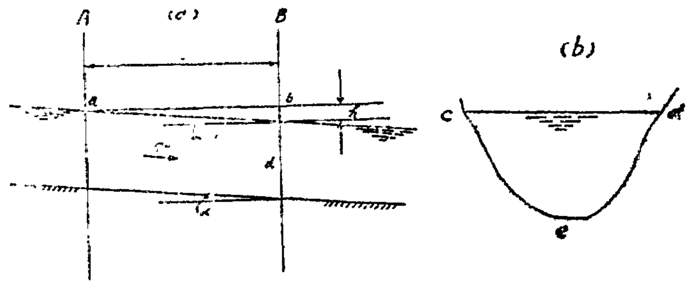
一．一定形狀水流　(Uniform flow)如溝渠水流為一直線，且在任何垂直於水流之斷面水深 d，流速 v，水面坡度 s，斷面之大小，形狀皆保持不變者，名為一定形狀水流。

二．不定形狀水流（Non Uniform flow or Varied flow）各斷面之水深 d，流速 v，水面坡度 s，及斷面之大小，形狀互異者，名曰不定形狀水流。

天然之河川多為不定形狀水流，即人工之溝渠亦多為不定形狀水流。但為簡便計，凡人工溝渠除一二特殊之情形外，均可作為一定形狀水流研究之。天然之河川，如擇其直順之一段，其各橫斷面大小形狀大致相同者，亦可作為一定形狀水流研究之。本章所論，僅就一定形狀水流，作一詳細探討。至於不定形狀水流，容另章再述之。

第二節　流速公式

§ 3　Chezy 公式　如第一圖為一定形狀水流，各點之斷面均全同，如第一圖（b）之形狀。ced 為水與水槽接觸之邊之長度，名為潤邊（wetted perimeter）。以潤邊除水流之斷面積所得之商，名為動水徑深（hydraulic radius），普通以 R 或 m 代表之。



第　一　圖

今設水由 A 流至 B，兩斷面間之距離為 l，水面 a 及 b 兩點之高低差為 h，水面與水平線所成之角為 α，因係一定形狀之水流，故各點之深度必相等，而渠底與水平所成之角亦必為 α，且

$$\tan\alpha=\frac{h}{l}=s$$

此數值名為動水傾斜（hydranlic gradient），亦即水面坡度也。普通以 s 代表之。因各處之水深相等，故與渠底之坡度 s_0 平行。

設 v 為此一定形狀水流之平均流速，則根據實驗可列出下式：

$$v=C\sqrt{Rs}$$

上式為 Antoine de Chezy 氏（1718–1798）於 1775 年所發表，故名為

Chezy 公式，乃溝渠水力學中最基本之公式也。

§4 其他流速公式 Chezy 氏發表其公式時，認為係數 C 為一常數。其後亦僅知其與溝渠之底及側壁之粗澀程度有關而已。Chezy 公式發表後，將近百年而水力學似並無顯着之進步。至 1580 年左右 Eytelwein 氏尚假定 C 之數值為 50。自十九世紀中葉以後，水力學之實驗益精，始知 C 之數值尚依 R 及 s 之數值而有變化。關於溝渠流速，因而有種種公式之發表，其中較為著名而通用者有以下數種：

1. Bazen（法）公式（1862—1865年發表）

$$C=\frac{87}{1+\frac{\beta}{\sqrt{R}}},\quad v=\frac{87}{1+\frac{\beta}{\sqrt{R}}}\sqrt{Rs}$$

2. Ganguillet and Kutter（瑞士）公式（1869 年發表）又簡稱為 Kutter 公式

$$C=\frac{23+\frac{0.00155}{s}+\frac{1}{n}}{1+(23+\frac{0.00155}{s})\frac{n}{\sqrt{R}}},\quad v=\frac{23+\frac{0.00155}{s}+\frac{1}{n}}{1+(23+\frac{0.00155}{s})\frac{n}{\sqrt{R}}}\sqrt{Rs}$$

3. Mannin0（英）公式（1890 年發表）

$$C=\frac{2}{n}R^{\frac{1}{6}},\qquad v=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}}$$

4. Förchheimer（奧）公式（1923 年發表）

$$C=\frac{1}{n}R^{0\cdot2},\qquad v=\frac{1}{n}R^{0\cdot7}s^{0\cdot5}$$

Bazin 公式中之 β 及其他三公式中之 n，均係表示溝渠渠底及側壁之粗糙程度者。其數值如下表：

（表一）Kutter 公式 n 之數值表

底及側壁之性質	n
(1) 光滑之木板或光滑塗洋灰之面	0.010～0.013
(2) 不甚光滑之木板或普通混凝土面	0.012～0.018
(3) 整齊之砌石或砌磚	0.013～0 017
(4) 不甚光滑之混凝土	0.015～0.020
(5) 粗亂之砌石	0.017～0.030
( ) 整齊規則之天然河川	0.025～0.035
(7) 不整齊而有草石之河川	0.030～0.050

Manning 及 Forchheimer 公式之 n，其數值與此表相同。

（表二）Bazin 公式 β 之數值表

底及側壁之性質	β
(1) 光滑之木板或塗抹平滑之面	0.06
(2) 不光滑之木板或整齊之砌石或砌磚	0.16
(3) 粗亂之砌石	0.46
(4) 斷面整齊之土砂水路	0.85
(5) 在普通土砂地開挖之水路	1.30
(6) 有小石雜草之河川	1.75
(7) 有碎石之河川	2.00

第三節　溝渠之經濟斷面

§ 5　溝渠之最經濟斷面　人工之溝渠除土渠外，無論用鐵板，木板，或混凝土築成者，其所費之材料均與潤邊之長成正比。在土渠中如鑲砌磚石，或塗抹洋灰，亦均因潤邊愈長，而所用之材料亦愈多。故築造此等溝渠時，為節省材料計，應求一潤邊最短而流量最大之斷面，此斷面面即名為最經濟之斷面。

今設有一溝渠，坡度 S 及潤邊 P 為已知，此即所用之材料已知，試作一斷面。如流量為最大，則此斷面即為最經濟之斷面也。今用 Chezy 公式，

$$Q = A\,v = A\,C\sqrt{R\,s} = A\,C\sqrt{\frac{A}{P}s}$$

$$= C\sqrt{\frac{s}{P}}\quad\sqrt{A^3}$$

式中　　Q = 流量，

A = 斷面積。

據 Manning 公式

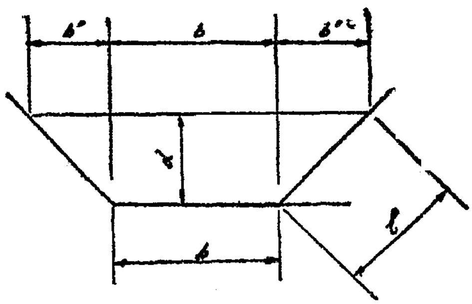
$$C = \frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}$$

如用同一之材料，n 之數值不變。則 C 與 R 之 $\frac{1}{6}$ 次方成比例，其關係甚小。故在一定範圍之 R 之數值中，C 可認為為一常數。今 s, P 皆已知，故

$$Q = 常數 \times A^{\frac{3}{2}}$$

由此式可知，如斷面積最大，流量亦必最大。換言之，最經濟斷面必為一潤邊最短，而斷面積最大之斷面。最理想之經濟斷面，為一半圓形。但因施工方便，常用梯形矩形及三角形之溝渠。今將各種溝渠之最經濟斷面，應備之條件分析如下。

§ 6　梯形溝渠　第二圖為一梯形溝渠斷面，斷面之面積及潤邊如下：



第　二　圖

$$A = bd + b'd = bd + d^2 \cot\theta \quad \cdots\cdots (1)$$

$$P = b + 2l = b + \frac{2d}{\sin\theta} \quad \cdots\cdots (2)$$

以（2）式之 b 值代入（1）

$$A = \left(P - \frac{2d}{\sin\theta}\right) d + d^2 \cot\theta$$

$$= Pd - \frac{2d^2}{\sin\theta} + d^2 \cot\theta \quad \cdots\cdots (3)$$

今設 d 不變，試求 θ 為何數時，A 為最大。將（3）式微分之，

$$\frac{d\theta}{d\theta} = 2d^2 \csc\theta \cot\theta - d^2 \csc^2\theta = 0$$

即 $2d^2\frac{\cot\theta}{\sin\theta}-d^2\frac{1}{\sin^2\theta}=0$

$$2\cos\theta=1 \qquad \text{而}\ \theta=60^\circ$$

在梯形之溝渠中，如坡度 s，潤邊 P 皆已知，並設深度 d 不變，則側坡與水平線所作之角 θ 為 60° 時，其斷面積為最大。亦即此斷面為最經濟之斷面也。

現再設 θ 角不變，試求 b 及 d 在何種條件下，A 為最大。仍由(3)式，

$$\frac{dA}{dd}=P-\frac{4d}{\sin\theta}+2d\cot\theta=0$$

以(2)式之 P 值代入上式，

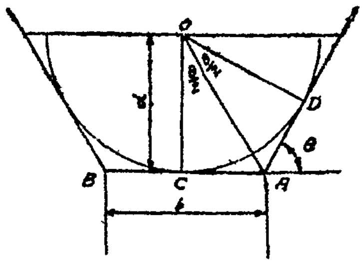
$$b+\frac{2d}{\sin\theta}-\frac{4d}{\sin\theta}+d\cot\theta=0$$

化簡 $$b=2d\left(\frac{1}{\sin\theta}-\cot\theta\right)$$

即 $$b=2d\tan\frac{\theta}{2} \qquad (4)$$

在梯形之溝渠中，如坡度 S，潤邊 P 已知，並設側坡與水平線所作之角 θ 不變，則在底邊 b 之長為深度 d 之二倍乘 θ 半角之正切時，其斷面積為最大。亦即此斷面為最經濟之斷面也。矩形亦為梯形之一種，惟其側坡與水平線所作之角 θ 為 90° 而已。

由上式得第一推論。在矩形溝渠中，如其底邊為深度之二倍時，即 $b=2d$ 時，其斷面積為最大。亦即此斷面為最經濟之斷面也。



第三圖

第三圖 θ 為一梯形溝渠，如以水面之中點為圓心作一圓，此圓能與其底邊及側壁相切。則 $\angle$ AOC 及 $\angle$ AOD 相等，而等於 $\frac{\theta}{2}$。又因對稱之故，$b=2\ AC$。故 $b=2d\tan\frac{\theta}{2}$。於是而得第二推論。在梯形溝渠中，如以水面之中點為圓心，能作一圓與溝渠之底及兩側邊相切，則此斷面即最經濟之斷面。

在一最經濟之斷面之梯形溝渠中，$b=2d\tan\frac{\theta}{2}=2d(\csc\theta-\cot\theta)$；且此斷面之面積 A 為，$A=bd+d^2\cot\theta$；如以前式之 b 值代入，

$$A=2d^2(\csc\theta-\cot\theta)+d^2\cot\theta$$
$$=(2\csc\theta-\cot\theta)d^2$$

又此斷面之潤邊 P 為， $P=b+2d\csc\theta$；

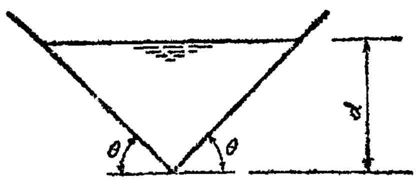
亦以前式之 b 值代入則得，

$$P=2d(\csc\theta-\cot\theta)+2d\csc\theta$$
$$=2(2\csc\theta-\cot\theta)d$$

故， $R=\frac{A}{P}=\frac{(2\csc\theta-\cot\theta)d^2}{2(2\csc\theta-\cot\theta)d}=\frac{d}{2}$ ……………………(5)

因之而得第三推論。梯形溝渠中之最經濟斷面，其動水徑深 R 適等於其深度 d 之一半。

§ 7 三角形溝渠 第四圖爲三角形溝渠，設 d 爲水深，A 爲斷面積，P 爲潤邊之長。



第 四 圖

$$A=d^2\cot\theta \text{ ……………………………… (6)}$$

$$P=\frac{2d}{\sin\theta} \text{ ……………………………… (7)}$$

以 (7) 式之 d 值代入 (6) 式，

$$A=\frac{P^2\sin^2\theta}{4}\cot\theta$$

$$=\frac{P^2}{4}\operatorname{Sin}\theta\cos\theta$$

設 P 爲已知，試求 θ 爲若干度時，其斷面積爲最大。

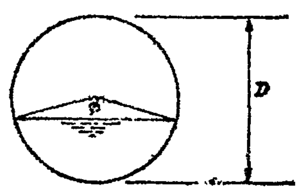
$$\frac{dA}{d\theta}=\frac{P^2}{4}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=0$$

$$\therefore \quad \cos\theta = \sin\theta$$

$$\therefore \quad \theta = 45^\circ$$

在三角形溝渠中，如坡度 S，濶邊 P 爲已知，則在其兩側壁與水平線 45° 角時，亦卽三角形爲一直角形時，其斷面積最大。亦卽此斷面爲最經濟之斷面也。

§ 8 圓形溝渠 圓形溝渠之最經濟斷面，視溝渠中之流水情況而定。最大流速時，並非最經濟斷面也。第五圖爲圓形溝渠，直徑爲 D，水深未滿，水面兩端至圓心之夾角爲 Φ。試求 Φ 爲何數值時，流速爲最大。由 Che 公式 $v = C\sqrt{Rs}$，可知流速最大時，R 亦必最大。假設 C 及 s 均不變，斷積 A 則爲，



第五圖

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{\Phi}{2\pi} - \left(\frac{D}{2}\sin\tfrac{1}{2}\Phi\right)\left(\frac{D}{2}\cos\tfrac{1}{2}\Phi\right)$$

$$= \frac{D^2\Phi}{8} - \frac{D^2}{4}\left(\tfrac{1}{2}\sin\Phi\right)$$

$$= \frac{D^2}{8}(\Phi - \sin\Phi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

又設濶邊， $P = \pi D \times \frac{\Phi}{2\pi} = \frac{D\Phi}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$

因 $R=\frac{A}{P}$

$$\therefore R=\frac{\frac{D^2}{8}(\Phi-\sin\Phi)}{\frac{D}{2}\Phi}=\frac{D}{4}\left(1-\frac{\sin\Phi}{\Phi}\right)$$

$$\frac{dR}{d\Phi}=-\frac{D}{4}\times\frac{\Phi\cos\Phi-\sin}{\Phi^2}$$

$$\Phi\cos\Phi-\sin\Phi=O$$

$$\therefore \quad \Phi=\tan\Phi$$

如滿足此式，Φ 應等於 $257\frac{1}{2}°$。即在 Φ 為 $257\frac{1}{2}°$ 時，動水徑深 R 之值為最大，亦即流速為最大也。

最大流量 Q 乃斷面 A 與最大流速 V 之積，故

$$\begin{aligned} Q &= AV \\ &= AC\sqrt{RS} \\ &= AC\sqrt{\frac{A}{P}S} \\ &= C\sqrt{s}\sqrt{\frac{A^3}{P}} \end{aligned}$$

如 C 及 s 不變，則流量最大時，必係 $\frac{A^3}{P}$ 為最大。

$$\begin{aligned} d\left(\frac{A^3}{P}\right) &= \frac{P.3A^2dA-A^2.dP}{P^2} \\ &= \frac{A^2}{p^3}(P\cdot dA-A\,dP) \end{aligned}$$

試求 為何值時，$\frac{A^3}{P}$ 為最大。

則 $$\frac{d\left(\frac{A^3}{P}\right)}{d\Phi}=0$$

而 $$\frac{d\left(\frac{A^3}{P}\right)}{d\Phi}=\frac{A^2}{P^2}\left(3P\frac{dA}{d\Phi}-A\frac{dP}{d\Phi}\right)=0$$

或 $$3P\frac{dA}{d\Phi}-A\frac{dP}{d\Phi}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

由 (8)式，$\frac{dA}{d\Phi}=\frac{D^2}{8}(1-\cos\Phi)$

由 (9)式，$\frac{dP}{d\Phi}=\frac{D}{2}$

將 $\frac{dA}{d\Phi}$，$\frac{dP}{d\Phi}$ 代入（10）式，

$$3P.\frac{D^2}{8}(1-\cos\Phi)-A.\frac{D}{2}=0$$

再將 A 及 P 之值代入。

$$3\frac{D\Phi}{2}\times\frac{D^2}{8}(1-\cos\Phi)-\frac{D^2}{8}(\Phi-\sin\Phi)\frac{D}{2}=0$$

$$\therefore\ 3\Phi(1-\cos\Phi)-(\Phi-\sin\Phi)=0$$

如滿足上式，Φ 應等於 308。即在 Φ 為 308°時，$\frac{A^3}{P}$為最大，且其流量亦為最大。

第五節　溝渠算題

§ 9　溝渠之安全流速　設計溝渠時對於水流速度亦應注意，蓋水流速度過大，則易生冲刷，流速過小，則易生沉澱或叢生水草等，均非所宜。各種溝渠視其側壁及底部之材料性質均有一最適宜之流速，此流速即不致發生冲刷亦不致發生沉澱也。

各種溝渠之安全流速

河床性質	平均流速 m/sec.	底部流速 m/sec.
極細之砂或沉泥	0.15	0,11
普通之砂土	0.50	0.40
普通之壤土	0.75	0.55
堅硬之壤土	1.20	0.90
軟泥岩	2 00	1.50
軟岩石	4.00	3.00
混凝土	5.00	4.00

§ 10　表示符號　在溝渠算題中通用符號如下。

Q　流量　　$m^3/sec.$

A　水流之斷面積。　m^2

v　水流之平均速度。m/sec.

d　水之深度。　m(公尺)

b　在矩形溝渠中爲溝渠之寬度，在梯形溝渠中爲溝渠底部之寬度。　m(公尺)

s　水面坡度。亦即渠底之坡度。

p　潤邊之長度。　m(公尺)

R　動水徑深，或簡稱徑深。

n　Kutter 氏之 n，表示溝渠之粗糙程度者。

θ　側坡與水平線所成之角。

§ 11　算題種類　溝渠算題可分爲四種如下表。

	已知條件	欲求數值	算題性質
1	斷面，s，n。	v．Q。	水文測量
2	斷面，v，s。	n，	河川研究
3	斷面，n，Q。	v，s。	溝渠設計
4	Q，s，n。	斷面。	溝渠設計

斷面係指斷面各部尺寸而言，如斷面知，則 A，R 等均能計算矣。故此四種中，前三種均可直接用 Manning 公式等計算。惟第四種較爲困難。第四種如僅知 Q，s，n，三者以求斷面，則斷面不能確定，必須另有一限制條件不可。此限制條件普通約有三種。

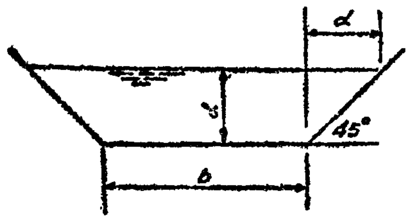
(a)　溝渠流速之限制

(b)　溝渠水深之限制

(c)　溝渠用最經濟之斷面。

計算方法見題第(一)(二)及(三)。又例題第(四)爲已知河之寬度而求水深者，亦屬於第四種中者。

例題(一)　設計一梯形土質溝渠，已知 $Q = 19m^3/sec$，$s = 0.00025$，$n = 0.0225$，其側面坡度爲 45°，求斷面。假定規定此溝渠之流速應爲 0.75 m/sec.



第　六　圖

已知　$Q = 19m^3/sec.$　$v = 0.75m/sec.$

故知　$A = \frac{Q}{v} = \frac{19}{0.75} = 25.35m^2$

用 Manning 公式。

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad R^{\frac{2}{3}} = \frac{vn}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{0.75 \times 0.0225}{(.00025)^{\frac{1}{2}}} = 1.066$$

$$\therefore \quad R = (1.066)^{\frac{3}{2}} = 1.10 \text{ 公尺}$$

$$P = \frac{A}{R} = \frac{25.35}{1.10} = 23.05 \text{ 公尺}$$

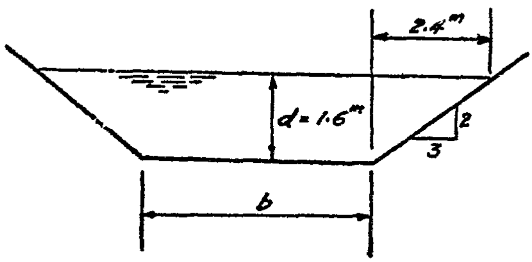
$$\left.\begin{array}{l} A = bd + d^2 = 25.35 \\ P = b + 2\sqrt{2}d = 23.05 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2) \end{array}$$

解此聯立方程式，求 b 及 d，得，

$b = 19.65$ 公尺

$d = 1.20$ 公尺

列題（二）設計一梯形土質溝渠，已知 $Q=6m^3/sec.$ $s=0.0003$，$n=0.0225$，其側面坡度爲三比二，如第七圖所示，求斷面。假定規定水深爲 1.6 公尺。



第　七　圖

由公式，

$$Q=Av=A\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}}$$

如將已知數代入此式中求 b，則爲有 b 之 $\frac{5}{3}$ 方之方程式，無法解出，故必須用猜算之法。

猜算 b = 2.6 公尺

$$A=1.6\times2.6+1.6(1.6\times\tfrac{3}{2})=8.00$$

$$P=2.6+2\sqrt{(1.6)^2+(2.4)^2}=8.38$$

$$R=\frac{A}{P}=0.955$$

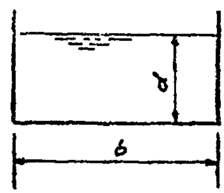
$$v=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{0.0225}(0.955)^{\frac{2}{3}}(0.0003)^{\frac{1}{2}}$$

$$=0.747m/sec.$$

$Q = Av = 8.00 \times 0.747 = 598\ m^3/sec.$

Q之得數與 $6.0 m^3/sec$, 相差無幾，故知 b 爲 2.6 公尺。

例題（三）設計一混凝土矩形送水渠，$Q = 4\ m^3/sec.$, $s = 0.0005$, $n = 0.014$, 求斷面。因係用混凝土築造溝渠，故宜用最經濟之斷面。



第八圖

矩形溝渠最經濟斷面 $b = 2d$

故知 $A = bd = 2d^2$

$P = b + 2d = 4d$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{d}{2}$$

$$Q = Av = A\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}} = 2d^2\left[\frac{1}{0.014}\left(\frac{d}{2}\right)^{\frac{2}{3}}(0.0005)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= 4$$

$$2d^2\left[\frac{1}{0.014} \times \frac{d^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}(0.0005)^{\frac{1}{2}}\right] = 4$$

$$d^{\frac{8}{3}} = 2$$

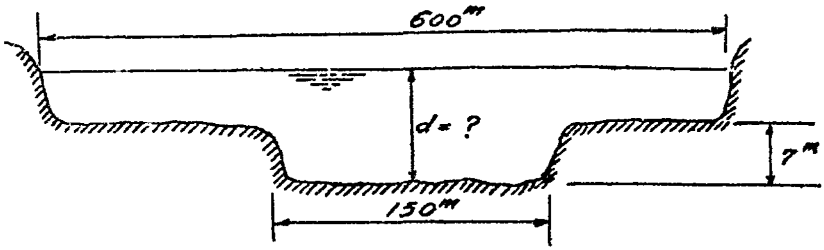
故 $d = 1.30$公尺。

校核速度 v 等於1.2m/sec.

例題(四) 某河之斷面如第九圖，中部因航運掘深 $n = 0.030$, 其兩旁未掘挖部分 $n = 0.040$, 洪水時流量爲 $4250\ m^3/sec$, $s = 0.00005$, 問洪水時水深爲若干。在此種大河川中常假設 R 即等於水深。

此題亦須用猜算之法。

猜算 $d = 13.2$ 公尺，並設 v_1, Q_1 爲兩邊部分之流速及流量，v_2, Q_2 爲中



第　九　圖

間部分之流速及流量。

則 $v_1=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{0.04}(6.2)^{\frac{2}{3}}(0.00005)^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{1}{0.04}(3.33)(0.00706)=0.597\text{m/sec.}$

$Q_1=Av=(6.2\times450)(0.597=1665\text{m}^3\text{/sec.}$

又 $v_2=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}s^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{0.03}(13.2)^{\frac{2}{3}}(0.00005)^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{1}{0.03}(5.6)\ (0.00706)=1.319\text{m/sec.}$

$Q_2=Av(13.2\times150)(1.319)=2610\text{m}^3\text{/sec.}$

∴ 全部流量 $Q=Q_1+Q_2=1665+2610=4275\ \text{m}^3\text{/sec.}$

此數值與 4250 m^3/sec. 極近似，故知深度應為 13.2 公尺。

又兩邊流速稍小而中間流速稍嫌過大，但洪水時期，河川中部略有冲刷亦屬有利者也。

溝渠之設計題未必均屬可能計算者。及例題(一)因流速限制常有得出斷面之深度寬度過大過小而為事實上不可能者。例題(二)(三)及例題(四)中均應同時核算水流速流是否合理，如不合理即係假設之條件不適宜，均須另行設計之。

第三章　溝渠設計

第一節　概說

§ 1　溝渠之定義　溝渠云者，乃人工開鑿之水路也。用於灌溉者，曰用水渠 (Irrigation Canal)。用於排水者，曰排水溝 (Drainage Channel)。其目的，或爲灌溉，或爲排水，要以能使某一定之流量，得以流過爲主。是故設計之最要點，務使溝渠橫斷面之形狀，對於流水之抵抗爲最小。因此可用最小之斷面，而輸送最大之流量，於工程方面最爲經濟也。

§ 2　設計之目的　溝渠設計之目的，統而言之，乃求最經濟之斷面。若分而言之，其目的有八：

一、求最經濟斷面，以節省開鑿之土工。

二、橫斷面之形狀，對於流水之阻力最小。

三、橫斷面之形狀，對於水之滲透損失最小。

四、渠之坡度及流速，務使渠床不致冲刷，且含沙不致於渠內沈澱。

五、兩岸側坡適宜，不致坍塌。

六、堤頂出水高適度。

七、堤頂寬度適度。

八、溝渠之方向以直線爲原則，以求最短距離。

§ 3　設計之資料　灌溉渠道，普通係由開鑿而成。是故當地土壤之性質，乃設計之唯一資料。於設計渠道之前，應將開渠地點之土質，詳爲考驗，庶可得較適用之資料也。

一、由土壤之安眠角，可定出渠槽側坡。

二、由土壤之種類，而得糙度係數 n。

三、由土壤之種類，可定出最大安全流速，及最大坡度。

§4 設計之步驟　就一定之流量設計渠道時，其步驟如下：

一、根據土質定出適當流速，側坡，及糙度係數。

二、由已知之流量及流速，求出斷面積。

三、由斷面積，求渠底寬度及水深。

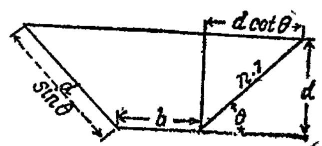
四、用 Manning 公式計算坡度。

五、規定堤頂出水高。

六、規定堤頂寬度。

第二節　橫斷面

§5 理想之橫斷面　理想之橫斷面，乃水力學上所謂之最經濟斷面。此種斷面之形像，於一定之橫斷面積，其潤邊最短。蓋渠內水流與渠床間之摩擦，能減低流速。潤邊愈短，則對於水流之阻力愈小。若於工程方面言之，潤邊愈短，則於工料皆可節省也。故自理論求得之斷面，以半圓形為最佳，正多角形之半部者次之。此外 $b=2d$ 之矩形斷面亦屬經濟。但此數種斷面，除用鋼鐵，木材，混凝土，或架有特別護岸工程者外，甚難應用。普通概皆採用梯形者。以其兩岸皆有側坡，不易坍塌故也。梯形斷面之計算方法，有下列三種。



第一圖

§6 最大徑深式　最大徑深式，即前章中所謂之最經濟斷面。其面積，潤邊，底寬等如下式。

$$A=d(b+d\cot\theta)\qquad(1)$$

$$P=b+\frac{2d}{\sin\theta} \tag{2}$$

$$b=2\,d\tan\frac{\theta}{2} \tag{3}$$

由（1）式中， $b=\frac{A}{d}-d\cot\theta$

將 b 值代入（2）式， $P=\frac{A}{d}-d\cot\theta+\frac{2d}{\sin\theta}$

潤邊最小時之水深，可由$\frac{dP}{dd}$求出。

$$\frac{dP}{dd}=-\frac{A}{d^2}-\cot\theta+\frac{2}{\sin\theta}=0$$

$$\frac{-A\sin\theta-d^2\cos\theta+2\,d^2}{d^2\sin\theta}=0$$

$$2\,d^2-d^2\cos\theta-A\sin\theta=0$$

$$\therefore\quad d=\sqrt{\frac{A\sin\theta}{2-\cos\theta}} \tag{5}$$

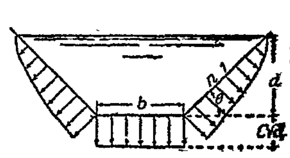
設已知橫斷面積 A，及側坡角 θ，由（5）式可求出水深 d。水深既得，則底寬 b 可由（3）式求出，而潤邊 P 可由（2）式求出。水面寬 B 則由下式求出， $B=b+2\cot\theta$

為便於計算計，根據（5）（3）（6）（2）各式，而求出水深，底寬，水面寬等與斷面積 A 之關係，如下表所示：

[illegible]	角度 θ	水深 $d=\sqrt{\frac{[illegible]}{[illegible]}}\times\sqrt{A}$	底幅 $b=2d\tan\frac{\theta}{2}$	水面幅 $B=b+2d\cot\theta$	潤邊 $P=b+2d\times\operatorname{cosec}\theta$
0.1	81~17	0.767 $\sqrt{A}$	1.289 $\sqrt{A}$	1.431 $\sqrt{A}$	2.701 $\sqrt{A}$
0.2	78~41	0.765 〃	1.166 〃	1.493 〃	2.674 〃
0.3	73~18	0.763 〃	1.113 〃	1.562 〃	2.675 〃
0.4	[illegible]~12	0.75[illegible] 〃	1.022 〃	1.626 〃	2.648 〃
0.5	[illegible]~23	0.7[illegible] 〃	0.938 〃	1.697 〃	2.[illegible] 〃
0.6	[illegible]~ 2	0.760 〃	0.850 〃	1.772 〃	2.632 〃
0.7	[illegible]~ 0	0.758 〃	0.790 〃	1.851 〃	2.641 〃
0.8	[illegible]~20	0.754 〃	0.725 〃	1.931 〃	2.657 〃
0.9	4[illegible]~ 1	0.747 〃	0.665 〃	2.006 〃	2.674 〃
1.0	45~ 0	0.740 〃	0.613 〃	2.093 〃	2.706 〃
1.1	[illegible]~16	0.730 〃	0.565 〃	2.171 〃	2.737 〃
1.2	[illegible]~3[illegible]	0.720 〃	0.521 〃	2.249 〃	2.770 〃
1.3	[illegible]~31	0.711 〃	0.483 〃	2.332 〃	2.815 〃
1.4	[illegible]~[illegible]	0.70[illegible] 〃	0.443 〃	2.408 〃	2.857 〃
1.5	[illegible]~41	[illegible] 〃	0.417 〃	2.481 〃	2.898 〃
1.6	[illegible]~ 0	0.67[illegible] 〃	0.389 〃	2.559 〃	2.948 〃
1.7	[illegible]~25	0.668 〃	0.363 〃	2.631 〃	2.995 〃
1.8	29~ 3	0.657 〃	0.340 〃	2.705 〃	3.049 〃
1.9	27~46	0.647 〃	0.320 〃	2.779 〃	3.098 〃
2.0	26~34	0.636 〃	0.300 〃	2.844 〃	3.144 〃
2.1	25~28	0.626 〃	2.283 〃	2.913 〃	3.195 〃
2.2	24~27	0.616 〃	0.267 〃	2.977 〃	3.244 〃
2.3	23~30	0.607 〃	0.253 〃	3.045 〃	3.298 〃
2.4	22~37	0.507 〃	0.239 〃	3.105 〃	3.343 〃
2.5	21~15	0.583 〃	0.227 〃	3.167 〃	3.394 〃
2.6	21~ [illegible]	0.580 〃	0.216 〃	3.232 〃	3.443 〃
2.7	20~19	0.572 〃	0.205 〃	3.294 〃	3.500 〃
2.8	19~39	0.564 〃	0.195 〃	3.353 〃	3.550 〃
2.9	19~ 2	0.556 〃	0.187 〃	3.412 〃	3.596 〃
3.0	18~26	0.548 〃	0.178 〃	3.466 〃	3.645 〃

§ 7　最小滲透式　渠道中之滲透 (Seepage) 損失，乃依土質，地下水位，潤邊，水深等而異。滲透損失量與水深之關係，至爲複雜，約與水深之平方根成正比。

$$S=C\sqrt{d_1}$$



第二圖

S＝水深 d_1 處見滲透損失。

C＝土質，地下水位係數。

斷面內各處之滲透損失如第二圖所示。

渠側之滲透損失 $S_b = C\sqrt{d \times b}$

渠側之滲透損失爲拋物線形，$S_1\sqrt{d} \times \frac{2}{3}\frac{d}{\sin\theta}$ 每單位渠長之總滲透損失，

$$S = S_b + 2S_1$$

$$= Cb\sqrt{d} + \frac{4}{3}\frac{Cd''\sqrt{d}}{\sin\theta}$$

$$= Cd^{\frac{3}{2}}\left(\frac{b}{d} + \frac{4}{3\sin\theta}\right) \quad (7)$$

設 $\alpha = \frac{b}{d}$

則 $b = \alpha.d$

將 b 值代入（4）式　$\alpha d = \frac{A}{d} - d\cot\theta$

$$\alpha = \frac{A}{d^2} - \cot\theta$$

$$\therefore\ d = \sqrt{\frac{A}{\alpha + \cot\theta}} \quad (8)$$

將 d 值代入（7）式中，

$$S = C\left(\frac{A}{\alpha = \cot\theta}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\alpha + \frac{4}{3\sin\theta}\right.$$

$$=C\left(\frac{A\sin\theta}{\alpha\sin\theta+\cos\theta}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\frac{3\alpha\sin\theta+4}{3\sin\theta}\right)$$

$$=C\,\frac{CA^{\frac{3}{4}}}{3(\sin\theta)^{\frac{1}{4}}}\cdot\frac{3\alpha\sin\theta+4}{(\alpha\sin+\cos\theta)^{\frac{1}{4}}}$$

$$\frac{dS}{d\alpha}=\frac{(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{\frac{3}{4}}\cdot3\sin\theta-(3\alpha\sin\theta+4)\cdot\frac{3}{4}(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{-\frac{1}{4}}\sin\theta}{(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=0$$

$$(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{\frac{3}{4}}-\frac{1}{4}(3\alpha\sin\theta+4)(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{-\frac{1}{4}}=0$$

$$(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{\frac{3}{4}}=\frac{3\alpha\sin\theta+4}{4(\alpha\sin\theta+\cos\theta)^{\frac{1}{4}}}$$

$$\therefore\quad 4\alpha\sin\theta+4\cos\theta=3\alpha\sin\theta+4$$

$$\alpha\sin\theta=4-4\cos\theta$$

$$\alpha=\frac{4(1-\cos\theta)}{\sin\theta}=4\tan\frac{\theta}{2}$$

$$\therefore\quad b=4\,d\tan\frac{\theta}{2} \tag{9}$$

將α值代入(8)式中，

$$\therefore\quad d=\sqrt{\frac{A}{\frac{4-4\cos\theta}{\sin\theta}+\cot\theta}}$$

$$=\sqrt{\frac{A\sin\theta}{4-4\cos\theta+\cos\theta}}$$

$$=\sqrt{\frac{A\sin\theta}{4-3\cos\theta}} \tag{10}$$

由（3）式及（9）式，可知滲透最小之斷面之底寬，適當最經濟斷面者之二倍。

§8. 美國經驗式 由上述兩式求得之斷面形狀，猶嫌過深，過窄。美國開墾局（U.S. Reclamation Service）各灌溉渠道之形狀，係由下列公式得出，

$$d=\frac{1}{2}\sqrt{A} \tag{11}$$

但 $A=d\,(b+d\cot\theta)$

將（11）式之 A 值代入，

$$4d^2=d(b+d\cot\theta)$$

$$\therefore\quad 4\,d=b+d\cot\theta$$

$$\therefore\quad b=d\,(4-\cot\theta) \tag{12}$$

由美國經驗式所求得之底寬與水深之關係，及由前述兩式求得者，表列如下以資參考。

側　　坡	最大徑深式	最小滲透式	美國經驗式
$1\frac{1}{2}:1$	$b=1.236\,d$	$b=2.472\,d$	$b=3.5\,d$
$1:1$	$b=0.828\,d$	$b=1.656\,d$	$b=3\,d$
$1\frac{1}{2}:1$	$b=0.606\,d$	$b=1.212\,d$	$b=2.5\,d$
$2:1$	$b=0.472\,d$	$b=0.944\,d$	$b=2\,d$
$3:1$	$b=0.324\,d$	$b=0.648\,d$	$b=\quad d$

§ 9 例題 設計一灌溉用水渠，其流量 $Q=8\ m^3/sec.$，該地土質爲普通壤土。假定渠床側坡 $\cot\ \theta=1\frac{1}{2}:1$，糙度係數 $n=0.025$，平均流速 $v=0.775\ m/sec.$。試求最經濟斷面形，及最小滲透斷面形，而與由美國經驗式求出者比較之。並求三種渠道之坡度 s。

已知 $Q=8\ m^3/sec.$

假定 $\theta=33°41'$

$\sin\theta=0.555$；$\cos\theta=0.832$；$\tan\frac{\theta}{2}=0.303$；$\cot\ \theta=1.5$

$n=0.025$

$v=0.775$

則 $A=\frac{Q}{A}=\frac{8}{0.775}=10.32\ m^2,$

$\sqrt{A}=\sqrt{10.32}=3.21$

(i) 最大徑深法

由 p. 53 表內 $\cot\theta=1.5$，

$d=0.688\sqrt{A}=0.688\times3.21=2.21$ 公尺

$b=0.417\sqrt{A}=0.417\times3.21=1.34$ 公尺

$B=2.481\sqrt{A}=2.481\times3.21=7.97$ 公尺

$p=2.898\sqrt{A}=2.898\times3.21=9.32$ 公尺

$R=\frac{A}{p}=\frac{10.32}{9.32}=1.107=1.11$

$$S=\frac{n^2v^2}{R^{\frac{4}{3}}}=\frac{(0.025)^2(0.775)^2}{(1.11)^{\frac{4}{3}}}=\frac{0.000625\times0.60}{1.15}=0.000326$$

(ii) 最小滲透法

$$d=\sqrt{\frac{A\sin\theta}{4-3\cos\theta}}=\sqrt{\frac{0.555}{4-3\times0.832}}\times3.21$$

$$=\sqrt{\frac{0.555}{1.504}}\times3.21=0.607\times3.21=1.95\text{ 公尺}$$

$$b=4d\tan\frac{\theta}{2}$$

$$=4\times1.95\times0.303=2.365==2.37\text{ 公尺}$$

$$B=b+2d\cot\theta$$

$$=2.37+2\times1.95\times1.5=8.22\text{ 公尺}$$

$$b=b+\frac{2d}{\sin\theta}$$

$$=2.37+\frac{2\times1.95}{0.555}=2.37+7.03=9.40\text{ 公尺}$$

$$R-\frac{A}{p}=\frac{10.32}{9.40}=1.097=1.10$$

$$S=\frac{n^2v^2}{R^{\frac{4}{3}}}=\frac{(0.025)^2(0.775)^2}{(1.10)^{\frac{4}{3}}}$$

$$=\frac{0.000625\times0.601}{1.135}=0.000331$$

(iii)美國經驗式

$$d=\tfrac{1}{2}\sqrt{A}=\tfrac{1}{2}\times3.21=1.605=1.61\text{ 公尺}$$

$$b=d\ (4-\cot\theta)$$

$$=1.61\ (4-1.5)=1.61\times2.5=4.30\text{ 公尺}$$

$$B=b+2d\cot\theta$$

$$=4.03+2\times1.61\times1.5=4.03+4.83=86\text{ 公尺}$$

$$p=b+\frac{2d}{\sin\theta}$$

$$=4.03+\frac{2\times1.61}{0.555}=4.03+5.80=9.83\text{ 公尺}$$

$$R=\frac{A}{p}=\frac{10.32}{9.83}=1.05$$

$$S=\frac{n^2v^2}{R^{\frac{4}{3}}}=\frac{(0.025)^2(0.775)^2}{(1.05)^{\frac{4}{3}}}$$

$$=\frac{0.000625\times0.601}{1.068}\ 0.000351$$

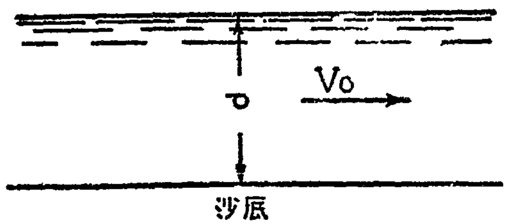
由上列三種結果，表列如下，以資比較。

公　　式	d	b	b/d	B	p.	R	S
最大徑深式	2.21	1.34	0.606	7.97	9.32	1.11	0.000326
最小滲透式	1.95	2.37	1.22	8.22	9.40	1.10	0.000331
美國經驗式	1.61	4.03	2.50	8.86	9.83	1.05	0.000351

§ 10 安定渠槽式 黃土河渠，挾砂特富。且所挾之砂，即為構成該渠槽之物質。是以流量大小，砂量增減，皆可影響河槽之演變。設於此種河槽，不加人工之治導，任其自然，或冲或淤，則於一定之流量，一定之砂質，亦能自身逐漸調整，最後成一安定平衡之斷面。此種無冲刷，無淤積之渠槽，曰安定渠槽 (Stadle Channel) 。所謂安定渠槽之設計者，乃於某一定之流量與含砂量計劃一斷面形，使與自然之安定渠槽斷面吻合。其流水之挾砂力，適足使所為之泥砂，無論懸浮水中者，或推移床底者，均得挾運而下，無中途停滯畳弊。而其流速，亦無冲刷渠槽之危險也。此種流速，曰臨界流速

(Critical Velocity)．Kennedy，R. G. 氏於印度 Punjab 省之 Bari Doab 灌溉渠研究所得之經驗如下：

$$V_0 = C\,d^m \tag{13}$$



第　三　圖

V_0 = 臨界流速

d　= 水深

C，m，二植視砂質而定，對於 Punjab 之砂質，Kennedy 氏曾定爲

$$V_0 = 0.548 d^{0.64} \tag{14}$$

Lacey 氏依據 Kennedy 氏之經驗，加以綜合之研究，發見凡安定渠槽之徑深 R 與水深 d，有一定之關係。即

$$\frac{R^{\frac{1}{2}}}{d^{0.64}} = \text{常數 } 0.849 \tag{15}$$

$$\therefore\ d^{0.64} = \frac{R^{\frac{1}{2}}}{0.849}$$

將 $d^{0.64}$ 之植代入(14)式，則 Kennedy 公式化爲，

$$V_0 = 5.548 \times \frac{R^{\frac{1}{2}}}{0.849} = 0.647\,R^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

Lacey 氏復因(15)式，僅適於 Punjab 之砂質。如欲應用於一般情形；則須乘以相當之係數，是曰砂質係數 (Silt coefficient)。於是而得

$$V=0.647(fR)^{\frac{1}{2}} \tag{17}$$

及 $$Af^2=134.3\ V^5 \tag{18}$$

將(18)式兩端，均乘以 V，則

$$Qf^2=134.3\ V^6$$

$$\therefore\quad =134.3\frac{V^5}{f^2} \tag{19}$$

但，$QP=\frac{A}{R}$

將 (17) 式之 R 值，(18) 式之 A 值代入，則

$$P=\frac{134.3\frac{V^5}{f^4}}{\frac{V^2}{(0.647)^2f}}$$

$$=134.3\times(0.647)^2\frac{V^3}{f}$$

由(19)式 $$\frac{V^3}{f}=\left(\frac{Q}{124.3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

則 $$P=134.3\times(0.647)^2\left(\frac{Q}{134.3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=4.84\sqrt{Q} \tag{20}$$

由(19) $$V=\left(\frac{Qf^2}{134.4}\right)^{\frac{1}{6}}$$

$$=0.44\ (Qf^2)^{\frac{1}{6}} \tag{21}$$

由(17) $$=\frac{V^2}{(0.647)^2f}$$

$$=2.39\ \frac{V^2}{f} \tag{22}$$

若砂質係數 f 爲已知，則於某一定流量 Q 之安定渠槽之斷面及坡度，可由(20)，(21)，(22) 三式求出矣。

砂質係數 f 可由 (13) 式中之 C 値求出。假定 Punjab 之砂爲標準砂，其臨界流速爲

$$V_0 = 0.548\ d_0^{0.64}, \qquad V_0 = 0.647 R^{\frac{1}{2}}$$

且由 (15)· $$\frac{R_0^{\frac{1}{2}}}{d_0^{0.64}} = 0.849$$

$$\therefore\ R = (0.849\ d_0^{0.64})^2$$

而於某種砂質之臨界流速，

$$V_1 = 0.635\ d_1^{0.54}, \qquad V_0 = 0.647\ (fR_1)^{\frac{1}{2}}$$

且由 (15) $$\frac{R_1^{\frac{1}{2}}}{d_1^{0.64}} = 0.849$$

$$\therefore\ R_1 = (0.849\ d_1^{0.64})^2$$

則 $$\frac{V_0}{V_1} = \frac{0.647\ R_0^{\frac{1}{2}}}{0.647(fR_1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{R_0^{\frac{1}{2}}}{(fR_1)}$$

$$\frac{V_0^2}{V_1^2} = \frac{R_0}{fR_1}$$

$$\therefore\ f = \frac{V_1^2 \cdot R^0}{} = \frac{(0.635\ d_1^{0.64})^2(0.849\ d_0^{0.64})^2}{(0.548\ d_0^{0.64})^2(0.849\ d_1^{0.64})^2}$$

$$= \left(\frac{0.635}{0.548}\right)^2 = 1.34$$

砂質係數 f 與糙度係度 n，亦有直接關係。據 Lacey，氏之研究，得一經驗公式如下：

$$n = 0.022\ f^{0.2} \tag{23}$$

由上式可知糙度係數愈大，則砂質係數亦增大。黃土渠之糙度係數，根據涇惠渠實測結果，在渠岸平直之渠槽爲0.0225，最大不過0.027，其多數之平均值爲 0 025。根據此種數值。由（23）式可得出黃土之砂質係數 f，由(17)及(15) 可得出臨界流速 V 之係數C，如下表。

n	f	C
0.0225	1.11	0.579
0.0270	2.82	0.923
0.025	1.93	0.763

例：　$f = .93$

由（17）　$V = 0.647(1.93R)^{\frac{1}{2}}$

$= 0.647 \times (1.93)^{\frac{1}{2}} \times 0.849\, d^{0.64}$

$= 0.763^{0.64}$

§ 11　例題　設計一黃土安定渠槽，其流量 $Q = 8\ m^3/sec$，該地土質爲黃土。假定渠床側坡 $\cot\theta = 1\frac{1}{2}$ ：1，糙度係數 $n = 0\ 025$，試求其斷面及坡度。

已知　$Q = 8\ m^3/sec$

假定　$\theta = 33°41'$

$\sin\theta = 0.555$:　　$\cos\theta = 0.832$　　$\cot\theta = 1.5$

$n = 0.025$

$f = 1.93$

則由(20) $p=4.84\sqrt{Q}$

$=4.84\times\sqrt{8}=13.7$公尺

由(21) $V=0.44(Qf^2)^{\frac{1}{6}}$

$=0.44[8\times(1.93)^2]^{\frac{1}{6}}=0.44(29.76)^{\frac{1}{6}}$

$=0.44\times1.76=0.775$ m/sec.

$\therefore\quad A=\dfrac{Q}{V}$

$=\dfrac{8}{0.775}=10.32\ m^2$

將 A, P, 及 θ 之函數代入 (1), (2), 可求出 b, 及 d。

$$\left.\begin{aligned}10.32&=bd+d^2\times1.5\\ 13.7&=b+\frac{2d}{0.555}\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}10.32&=bd+1.5d^2 &&\text{(a)}\\ 13.7&=b+3.6d &&\text{(b)}\end{aligned}\right\}$$

將 (b) 式之 b 值代入 (a)式

$10.32=(13.7-3.6d)d+1.5d^2$

$10.22=13.7d-2.1d^2$

$d^2-6.52d+4.92=0$

$\left(d-\dfrac{6.52}{2}\right)^2=\left(\dfrac{6.52}{2}\right)^2+4.92=0$

$(d-3.26)^2-10.63+4.92=0$

$(d-3.26)^2=5.71$

$d-3.26=\pm2.39$

$$d=8.26 \quad \pm 2.39$$

$$=5.65 \text{ 或 } 0.87 \text{ 公尺}$$

將 d 值代入 (b) 式

$$b=13.7-3.6\,d$$

若 $d=5.65$，b 爲負數，是不可能。若 $d=0.87$

$$b=13.7-3.6\times 0\ 87=13.7-3.13=10.6 \text{ 公尺}$$

故 d 應爲 0.87 公尺

$$B=q\div 2d\cot\theta$$

$$=10.6+2\times 0.87\times 1.5=10.6+2.61=13.21 \text{ 公尺}$$

由(22) $R=\dfrac{2.39V^2}{f}$

$$=\frac{2.30(0.775)^{n}}{1.93}=0.743$$

$$\therefore \quad S=\frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}}=\frac{(0.025)^2(0.775)^2}{(0.743)^{\frac{4}{3}}}$$

$$=\frac{0.000625\times 0.601}{0.675}=0.000565=\frac{1}{1800}$$

第三節　堤頂出水高及堤頂寬度

§ 12 堤頂出水高　堤頂出水高 (Free board) 者，乃堤頂高出水面之距離也。其高度，常視渠之最高水位，附近之降水量，地面之逕流量，及洩水設備之有無而定。普通以高水位水深之 $\frac{1}{3}$ 爲標準 。是故高水位之觀察 ，應

以最大降水量之能流入渠內者爲依據。設渠槽底寬在 2 公尺以上者，堤頂出水高以能大於 0.6 公尺爲宜；底寬在 2 公尺下者，則爲 0.6～0.15 公尺。若渠水流速較大，且渠道呈曲線時，因流水之離心力關係，外側之水位上昇。計算堤頂出水高，亦應將此種影響一併列入。此種影響以風力强烈，且渠道向風之處，尤爲顯著。

上昇高度 $h = \frac{Bv^2}{gr}$

B ＝渠道水面寬(公尺)

v ＝流速(m/sec)

r ＝渠道之彎曲半徑(公尺)

g ＝重力加速度

§ 13 堤頂寬度 普通堤頂常兼作道路，則其寬度應由道路之種類而定。設無此種兼用之關係時，普通堤頂寬度約等於高水位之水深。堤頂出水高及堤頂寬與渠頂與渠底寬及渠內水深之關係，見下列二表：

渠底寬	堤頂出水高	堤頂寬
>2. 公尺	0.7 公尺	3.0～1.2 公尺
2～.07	0.7～0.25	1.2～0.7
<0.7	0.25	0.3

水深	堤頂出水高	堤頂寬
1.2～0.9 公尺	0.8～0.6公尺	1.9～1.2 公尺
0.9～0.6	0. ～0.5	1.5～1.0
0.6～0.0	0.5～0.3	1.2～0.7
0.5～0.3	0.3～0.2	1.0～0.7
0.2～0.15	0 2～0.15	0.8～0.5
0.15	0.15	0.15

參考書籍

Etcheverry： Irrigation Practice & Engineering Vol. II.

田中貞次： 灌漑排水

沙玉清： 黄土渠安定渠槽之設計法

第四章　溝渠水力學（II）

第一節　不定形狀水流概論

§1 水流之分類　水路中之水流，可分爲下列數種：

一、定流　定流（Steady flow）云者，乃不因時間而變化之水流也。其流量 Q 永保持一定之數量而不變。故 $Q = Av =$ 常數。定流依水路情況之不同，又分爲兩類：

1. 一定形狀水流　一定形狀水流（Uniform flow）或稱爲等速水流。其特點乃流水斷面 A，水面坡度 S，流速 v 到處相同，保持不變。
2. 不定形狀水流　不定形狀水流（Non-uniform flow）或稱爲不等速水流。其特點爲流水斷面 A，水面坡度 S，流速 v 到處不同。但流量 Q，則保持不變。

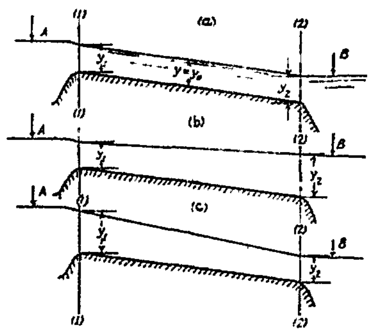
二、不定流　不定流（Unsteady flow）云者，乃依時間而變化之水流也。故流量 Q 之值，因時而異。如波（Wave）、洪水流等皆屬之。

關於定流中之一定形狀水流，已於第二章述及；今再就不定形狀水流，作一簡括之研究。至於不定流，因時間及範圍所限，略而不贅。

§2 不定形狀水流　不定形狀水流中，各各斷面之情況如水深 d，流速 v 水面坡度 S，渠底坡度 S_o，及斷面之大小，有全部互異者，有一部互異者。研究之時，以後者較爲簡單。蓋因交異之部分單純，易於分析故也。

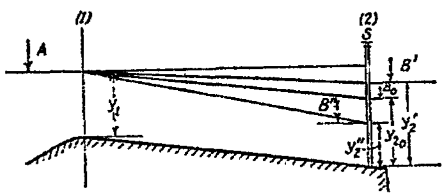
水深互異，乃溝渠之最普通現象。如第一圖(b)所示 斷面(1)處之水深爲 y_1，斷面(2)處之水深爲 y_2，$y_2>y_1$，即示愈向下游，水深愈增也。是種水面

，曰昇水面曲線。(Rising surface curve)。反之，$y_2<y_1$，如第一圖 (c) 所示，愈向下游水深愈減，是稱水面，曰降水面曲線 (Falling surface curve)，於築有閘門 (Sluice or regulator)之處，其流量之多寡，依閘門開啟之程度而異。因之水深亦隨之變化，如第二圖所示。閘門處之水深有時大於上游之水深，有時小於上游之水深。前者屬於昇水面曲線，後者屬於降水面曲線。



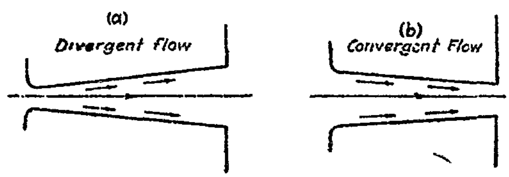
第 一 圖

若閘門處之水深保持與上游者相等，則為一定形狀水流矣。普通閘門處之水深愈小，其洩水愈大。



第 二 讀

於自然界之河川中，斷面亦多隨處不同。如第三圖所示。(a) 示溝渠之斷面逐漸擴大，而成擴張水流 (Divergent flow，(b) 示溝渠之斷面移漸縮小，而成收縮水流 (Convergent flow)。

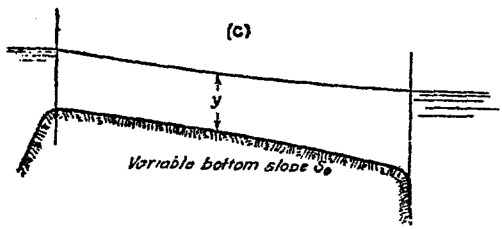


第 三 圖

渠底坡度 S_o 亦有隨處變化者，如第四圖所示。

於第一圖及第二圖中，僅水深變化，而斷面及渠底坡度到處不變，是為

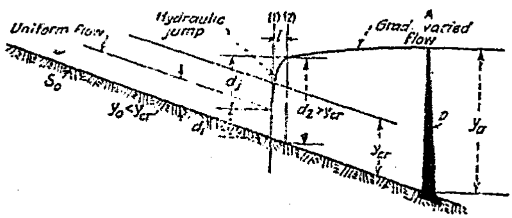
稜柱形溝渠之不定形狀水流 (Varied flow in Prismatic channel)。乃現代研究溝渠水力學之基礎也。



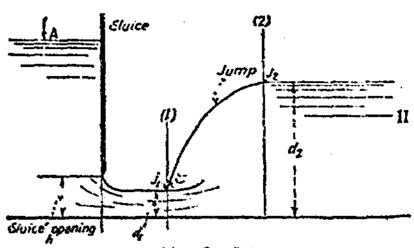
第四圖

§ 3 水躍　水躍 (Hydraulic jump) 乃溝渠中之低水面，與其下游之高水面，於銜接處產生之現象也。於河川或溝渠中，發生水躍之處，大都在構造物之附近。玆例舉如下：

1820 年 Bidone 氏謂於河底坡度陡急之處築造堰壩，其上游之水面曲線如第五圖所示。水流至斷面 (1) 突然躍起，至斷面 (2) 始行穩定，而複成定流。斷面 (1)，(2) 間之水深變化為 $d_1 \sim d_2$。



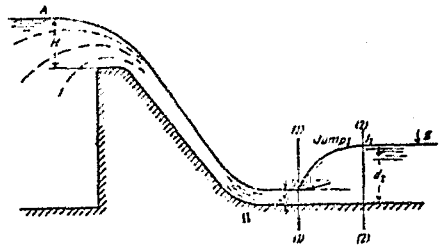
第五圖



第六圖

開啓閘門之時，若閘門開放較小，因後方水壓之關係，流經閘門之流速甚大，而成射流 (Jet flow)。於射流之斷面 (1)，水深為 d_1。下游溝渠內之水深為 d_2。射流與下游銜接之處，即產生水躍之處也。如第六圖所示。

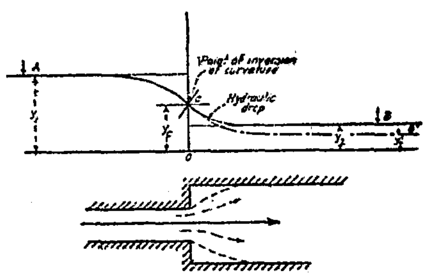
自堰頂溢下之水流，具有莫大之位能(Potential energy)，流速甚大。於堰脚處之急流中，斷面(1)水深爲 d_1。下游溝渠內斷面(2)之水深爲 d_2。急流與下游銜接之處，即產生水躍之處也。如第七圖所示。



第七圖

§4. 水跌　水跌 (Hydravlic drop) 乃溝渠中之高水面，與其下游之低水面，於銜接處產生之現象也。於河川或溝渠中，水跌大都發生於斷面突然擴大，或坡度驟然變陡之處。茲例舉如下：

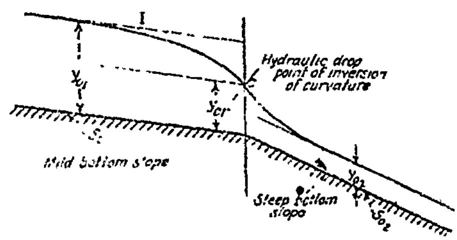
溝渠斷面驟然擴大，水流疏散，水深減小。設 d_c 爲驟然擴大斷面(O)處之水深，其上游之水深爲 d_1，下游之水深爲 d_2，無論下游水深如何增減，O處之水深永爲 d_c。是亦稱曰正深 (Critical depth) 如第八圖所示。縱下



第八圖

游水面降至B'，水深減爲 d'_2，而O處之水深永保持爲 d_c。C點爲水面曲線之轉變點 (Point of inversion of curvature).

渠底坡度平緩之溝渠，水流均勻。及至下游，渠底坡度變陡，流速增加，則流水斷面及水深俱形減小。如第九圖所示。I 示渠底坡度平緩之溝渠段

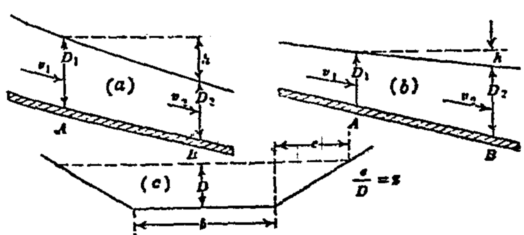


第九圖

，II 示渠底坡度陡急之急水槽（chute）。示 d_c 兩段銜接處之水深。d_1 及 d_2 分示上下兩段之水深。C 點即水面曲線之轉變點也。

第二節　加速水流及減速水流

§ 5 加速水流及減速水流　第十圖示不定形水流渠道中之 AB 一段。假定渠底坡度 S_0 不變，第十圖（a）表示水面坡度 S 大於此段之摩擦損失水頭，故流速爲加速水流（accelerated flow）。其水面乃成陰水面曲線者也。第十圖



第十圖

(b) 示流速為逆水所阻，而成減速水流（Retarted Flow），其水面乃成昇水曲綫者是也。兩者可用同一方法解析之。

假定 Q = 流量

l = AB 段之長

S_o = 渠底坡度

h_f = AB 段內之摩擦損失水頭

h = AB 段上下端之水位差

v_1 = AB 段上端之平均流速

v_2 = AB 段下端之平均流速

v = AB 段之平均流速

D_1 = AB 段上端之水深

D_2 = AB 段下端之水深

D = 相當流速 V 之水深

R = 相當水深之徑深

$z = \cot\theta$ = 側坡

根據 Bernoullie 氏之原理，

$$\frac{v_1^2}{2g}+D_1+S_o l=\frac{v_2^2}{2g}+D_2+h_f \quad\cdots\cdots (1)$$

由 Manning 氏之公式，

$$v=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}\left(\frac{h_f}{l}\right)^{\frac{1}{2}}$$

則

$$h_f=\frac{l\,v^2n^2}{R^{\frac{4}{3}}} \quad\cdots\cdots (2)$$

式中之 v 約在 AB 段之中點，　$v=\frac{1}{2}(v_1+v_2)$

於梯形斷面之渠道中，

$$A=bD+D^2z$$

$$\frac{Q}{v}=bD+D^2z$$

$$D^2z+bD-\frac{Q}{v}=0$$

$$D=\frac{-b\pm\sqrt{b^2+4\frac{Q}{v}z}}{2z}$$

$$=\sqrt{\frac{b^2}{4z}+\frac{Q}{vz}}-\frac{b}{2z} \qquad (3)$$

於矩形斷面之渠道中，$z=0$

$$D=\frac{Q}{bv}=\frac{1}{2}(D_1+D_2) \qquad (4)$$

於三角形斷面之渠道中，$b=0$

$$D=\sqrt{\frac{Q}{vz}} \qquad (5)$$

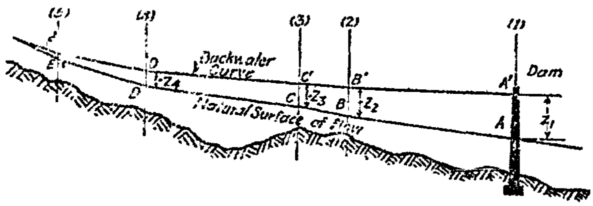
若已知 S^o，n，l，v，及 AB 段任何一端之斷面，可利用下式求出其他一端之水深。

$$S_o l-\frac{lv^2n^2}{R}=\frac{v_2^2}{2g}-\frac{v_1^2}{2g}+D_2-D_1$$

$$l=\frac{\frac{v_2^2}{2g}-\frac{v_1^2}{2g}+D_2-D_1}{S_o-\frac{v^2n^2}{R^{\frac{4}{3}}}} \qquad (6)$$

若已知 D_1 及 D_2 則可求出 l 之長度也。無論加速水流或減速水流皆可應用。

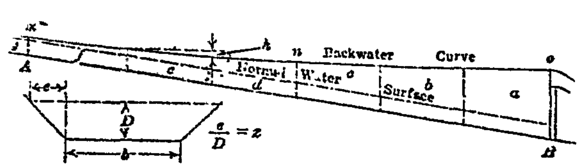
§ 6. 逆水曲線　橫斷河身築造壅壩，流水遇阻，水面上昇。壩後水面即呈昇水面曲線。如第十一圖所示。ABCDE 爲河川之原來水面。於 A 處築壩後



第十一圖

，水面上昇爲 A'B'C'D'E'。壩身處之水面昇高爲 z_1，愈向上游愈小。及至某點，水面之昇高爲零。此種曲線又名曰逆水曲線 (Back water curve)。逆水曲線之距離，乃築壩後水位昇高影響所及之範圍。是應於計劃中所須注意者也。

逆水曲線之水流爲減速水流。可按上節各式計算之。將逆水曲線分爲若干段，如 a,b,c,d,e,等。若已知流量 Q 糙度係數 n，渠底坡度 S_o，及任何點（如 o,n,m,）之渠道斷面如底寬 b，側坡 z 及水深 D 可求得距此點長度



第十二圖

處之水深，連接各點而得逆水曲線。計算之步驟如下：

一. 假定河川原來之水深爲 D，築壩後之水深爲 D'。D'－D 即水位之昇高度也。

二. 於 D' 及 D 兩值間，採取若干數値 $D_1, D_2 \cdots$。求得斷面積 $A, A_1, A_2 \cdots A'$。以之除流量 Q 而得流速 $v, v_1, v_2 \cdots v'$。

三. 求濕邊 $P, P_1, P_2 \cdots P'$ 而得徑深 $R, R_1, R_2 \cdots R'$。

四. 將已知值代入（6）式而得距離 l

五. 由距離 l 及水深可定出水面 c 點，各點相連而成逆水曲線。

六. 各段距離之總和即逆水影響之距離也。

上述水流係假定水深永遠大於正深。若水深小於正深時，因壩身附近水深較大，而發生水深如第五圖所示。

§ 7　降水曲線　灌溉渠道中常設有溢道（Spillway）以排去渠水之一部或全部。故自溢道以上之某點起，水面逐漸降下，而於溢道處爲最低，其水面是降水面曲線，是又曰降水曲線（drop-down curve）。降水曲線之坡度，由上端之某點起，向下逐漸變陡，而以溢道處爲最大，其値恒大於渠底坡度，此段內之流速，亦以下端爲最大而成加速水流也，計算降水曲線長度之方法甚多，然俱不實用。其較爲實用者，乃利用前述方法將降水曲線分爲若干段，假定每段之水面爲直線，每段之水面降落乃上下兩端之水位差，其値等於此段內增加之流速水頭 h_v 與摩擦損失水頭 h_f 之和，然後求各段之長，其總和即降水曲線之長度也。

假定灌溉渠之底寬爲 b，側坡爲 z，糙度係數爲 n，渠底坡度爲 S。設計之最高流量爲 Q，而特殊之最高流量爲 Q'，則溢道排洩之流量 $q=Q'-Q$。

計算之方法，先求流量 Q 時之水深 D。其步驟係假定一水深 D，而後代入下式：

$$A=D(b+Dz)$$

$$P=b+\frac{2D}{\sin\theta}$$

$$R=\frac{A}{P}$$

$$C=\frac{23+\frac{0.00155}{S}+\frac{1}{n}}{1+\left(23+\frac{0.00155}{S}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

$$v=c\sqrt{RS}.$$

如 Av 之積適等於 Q，則假定之水深 D 適用，否則增減之，直至 $Av=Q$ 爲止，然後以同法求流量爲 Q' 時，水深 D' 之値。D' 及 D 即降水曲線上下兩端之水深也。溢道瀉於排洩過剩之流量 q 後，水深恢復爲 D。於 D 及 D' 兩値間，採取若干數値 D_1, D_2, D_3…… 而按下述步驟計算。

一. 求流水斷面積 A, A_1, A_2 …A'。以斷面積除流量 Q' 而得流速 v, v_1, v_2 ….v'。

二. 求潤邊 P, P_1, P_2 ..P'，而得徑深 R, R_1, R_2 …R'。

三. 用 $S=\frac{v^2}{C^2R}$ 求各段之水面坡度 S。v 及 R 乃各段上下端 v_1, R_1 及 v_2, R_2 之平均値。

四. 求各段之流速水頭 $h_v=\frac{v_1^2}{2g}-\frac{v_2^2}{2g}$

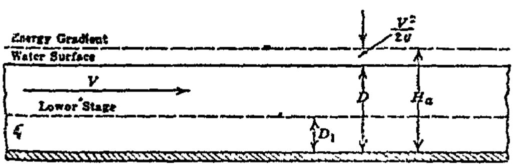
五．求各段之摩擦損失水頭 $h_f=(D_2-D_1)-h$

六．各段之長度 $l=\dfrac{h_f}{S-S_0}$

七．各段長度 l 之和，即為曲線之長度。

第三節　正　深

§ 8.　能力傾斜線　假定渠內水深為 D，平均流速為 v，其總水頭自渠底起為 H。連接各總水頭點而得能力傾斜線（Energy gradient）。能力傾斜線係在水面上之 $\dfrac{v^2}{2g}$ 處。Kennison, K, R 氏發表下列之理論：



第十三圖

$$D+\frac{v^2}{2g}=H_a \qquad (7)$$

$$v=\sqrt{2g(Ha-D)}$$

假定流量為 Q，斷面積為 A.

$$Q=A\sqrt{2g(H_a-D)} \qquad (8)$$

若 Q_1 為矩形斷面之溝渠中單位底寬之流量。

$$Q_1=D\sqrt{2g(H_a-D)}$$

$$D^3-H_aD^2+\frac{Q_1^2}{2g}=0 \qquad (9)$$

由上式解得 D 有三根 (root)，兩者為正數，其一為負數。負數者即無理數 (Unreal) 也。若總水頭 H_a 不變，於任何流量 Q_1 可得兩水深。流量 Q_1 愈增，則此兩水深欲近似，而於最後相等。若 Q_1 再大，則上式屬於虛數 (Imaginary) 矣。若以總水頭表示水深，

$$D = xH_a$$

代入(3)式　　$x^3H_a^3 - H_a^3x^2 + \frac{Q_1^2}{2g} = 0$

$$x^2 - x^3 = \frac{Q_1^2}{2gH_a^3}$$

若已知 Q_1 及 H_a，可由上式求出兩 x 值，而得兩水深。其所具能力適相等也。

一．梯形斷面之溝渠，$Q = D\,(b + Dz)\sqrt{2g(H_a - D)}$

將 $D = xH_a$ 代入，

$$(x^2 - x^3)\left(1 + \frac{H_a\,z}{b}x\right)^2 = \frac{Q^2}{2gH_a^3b^2} \quad \cdots\cdots(10)$$

二．矩形斷面之溝渠，$z = 0$

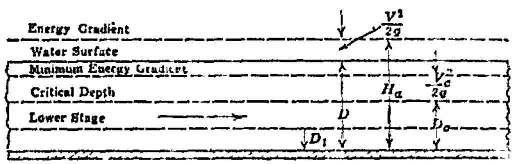
$$x^2 - x^3 = \frac{Q^2}{2gH_a^3b^2} \quad \cdots\cdots(11)$$

三．三角形斷面之溝渠，$b = 0$

$$x^4 - x^5 = \frac{Q^2}{2g\,z\,H_a^5} \quad \cdots\cdots(12)$$

§ 9.　止深　止深 (Critical depth) 云者，乃總水頭為 $H_a = D + \frac{v^2}{2g}$ 時，而流量為最大之水深也。由上節各式求得之兩水深如相等，則流量為最大，而

水中所具之能力爲最小。故於同一流量之水流中，若所具之能力爲最小，其水深卽正深也。第十四圖示溝渠中之各種流水情形。於水深爲D時，平均流



第十四圖

速爲 v。若流量不變而水深爲 D_1，其所具能力相等。換言之，於水深 D 及 D_1 流動時，能力坡度線相同也。水深爲正深 D_c 時，能力坡度線最低。於任何點假定 $D_c = x_c H_a$ ……………………………………(13)

一. 於梯形斷面之溝渠中求（10）式之 $\frac{dy}{dx}=0$

$$y=(x^3-x^2)\left(1+\frac{H_a z}{b}x\right)^2+\frac{Q^2}{2gH_a^3b^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=2\frac{H_a z}{b}\left(1+\frac{H_a z}{b}x\right)(x^3-x^2)+\left(1+\frac{H_a z}{b}x\right)^2(3x^2-2x)=0$$

假定 $e=\frac{H_a z}{b}$

$$\frac{dy}{dx}=2e(1+ex)(x^3-x^2)+(1+ex)^2(3x^2-2x)=0$$

$$2e(x^2-x)+(1+ex)(3x-2)=0$$

$$2ex^2-2ex+3x+3ex^2-2-2ex=0$$

$$5ex^2+(3-4e)x-2=0$$

$$x=\frac{4e-3\pm\sqrt{9+16e+16e^2}}{10e}$$

將e值代入並化簡

$$x_c=\frac{4H_a-3b\pm\sqrt{9b^2+16bzH_a+16z^2H_a^2}}{10z\,H_a}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

將 $\frac{D_c}{x_c}=H_a$ 代入，

$$10\,zD_c=4z\frac{D_c}{x_c}-3b\pm\sqrt{9b^2+16bz\frac{D_c}{x_c}+16z\frac{D_c^2}{x_c^2}}$$

$$10\,zD_c-4z\frac{D_c}{x_c}+3b=\pm\sqrt{9b^2+16\,bz\frac{D_c}{x_c}+16z\frac{D_c^2}{x_c^2}}$$

$$100\,z^2D_c^2-80\,z^2\frac{D_c^2}{x_c}+60\,bz\,D_c-24\,bz\frac{D_c}{x_c}+16\,z^2\frac{D_c^2}{x_c^2}+9b^2$$

$$=9b^2+16\,bz\frac{D_c}{x_c}+16z\frac{D_c^2}{x_c^2}$$

$$100\,z\,D_c^2-80\,z^2\frac{D_c^2}{x_c}+60\,bz\,D_c-40\,bz\frac{D_c}{x_c}=0$$

$$5\,D_c\,z-4z\frac{D_c}{x_c}+3b-2\frac{b}{x_c}=0$$

$$x_c(3b+5\,z\,D_c)=2b+4\,z\,D_c$$

$$x_c=\frac{2\,b+4\,z\,D_c}{3\,b+5\,z\,D_c}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

二．於矩形斷面之溝渠中求（11）式之$\frac{dy}{dx}=0$

$$\frac{dy}{dx}=3x^2-2x=0$$

$$\therefore\quad x_c=\tfrac{2}{3}\quad\cdots\cdots(16)$$

三，於三角形斷面之溝渠中求（12）式之$\frac{dy}{dx}=0$

$$\frac{dv}{dx}=5x^4-4x^3=0$$

$$x_c=\frac{4}{5}\quad\cdots\cdots(17)$$

將x_c之值代入（13）式，然後代入（7）式，而得出下列之關係。

一．梯形斷面之溝渠將（15）式之x_c代入（13）式，

$$H_a=\frac{D_c}{x_c}=\frac{D_c(3\,b+5\,z\,D_c)}{2\,b+4\,z\,D_c}$$

將H_a之值代入（7）式，

$$D_c+\frac{V^2}{2g}=\frac{D_c(3\,b+5\,z\,D_c)}{2\,a+4\,z\,D_c}$$

$$\frac{V^2}{2g}=\frac{D_c(b+z\,D_c)}{2\,b+4\,z\,D_c}$$

$$2\,b\,V^2+4\,z\,V^2\,D_c=2\,g\,b\,D_c+2\,g\,z\,D_c^2$$

$$g\,3\,D_c^2+(g\,b-2\,V^2\,z)\,D_c-b\,V^2=0$$

$$\therefore\quad D_c=\frac{V^2}{g}-\frac{b}{2z}+\sqrt{\frac{b^2}{4z^2}+\frac{V^4}{g^2}}\quad\cdots\cdots(18)$$

$$V=\sqrt{\frac{g\,D_c\,(b+z\,D_c)}{b+2\,z\,D_c}}\quad\cdots\cdots\cdots(19)$$

$$Q=A\,V=D_c\,(b+z\,D_c)\sqrt{\frac{g\,D_c(b+z\,D_c)}{b+2\,z\,D_c}}$$

$$=\sqrt{\frac{g\,D_c^3\,(b+z\,D_c)^2}{b+2\,z\,D_c}}\quad\cdots\cdots\cdots(20)$$

$$D_c^3=\frac{b+2\,z\,D_c}{(b+z\,D_c)^3}\quad\frac{Q^2}{g}\quad\cdots\cdots\cdots(21)$$

二．矩形斷面之溝渠　將（16）式之 x_c 代入（13）式

$$H_a=\frac{D_c}{x_c}=\frac{3}{2}D_c$$

將 H_a 之值代入（7）式，

$$D_c+\frac{V^2}{2g}=\frac{3}{2}D_c$$

$$D_c=\frac{V^2}{g}\quad\cdots\cdots\cdots(22)$$

$$V=\sqrt{g\,D_c}\quad\cdots\cdots\cdots(23)$$

$$Q=Av=b\,D_c\sqrt{g\,D_c}$$

$$=b\sqrt{g}\;D_c^{\frac{3}{2}}\quad\cdots\cdots\cdots(24)$$

$$D_c=\sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2g}}\quad\cdots\cdots\cdots(25)$$

三、三角形斷面之溝渠　將（17）式之 x_c 代入（13）式，

$$H_a=\frac{5D_c}{4}$$

將 H_a 之值代入 (7) 式

$$D_c+\frac{V^2}{2g}=\frac{5}{4}D_c$$

$$D_c=\frac{2V^2}{g}\quad\cdots\cdots(26)$$

$$V=\sqrt{\frac{g}{2}D_c}\quad\cdots\cdots(27)$$

$$Q=AV=zD_c^2\sqrt{\frac{g}{2}D_c}$$

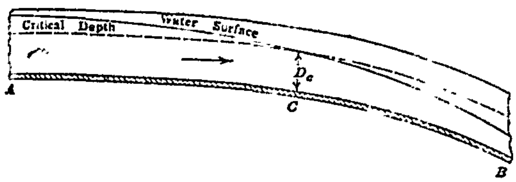
$$=\sqrt{\frac{g}{2}}\cdot zD_c^{\frac{5}{2}}\quad\cdots\cdots(28)$$

$$D_c=\sqrt[5]{\frac{2Q^2}{gz^2}}\quad\cdots\cdots(29)$$

若已知流量 Q，底寬 b，側坡 z，可由 (21)，(25) 及 (29) 三式求出正深 D_c 之值。於矩形斷面及三角形斷面之溝渠，其正深可直接由(25)及(29)式求得。惟於梯形斷面之溝渠，應先假定 D_c 之數值，然後代入 (21) 式。等號平方如相等，則假定之值爲最適宜。否則斷次試驗直至近於相等爲止。

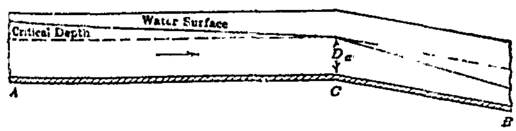
§ 10　正深之水流　若溝渠之渠底坡度 S_o，不斷增加，則流速亦行加大。第十五圖示流速漸漸增加之水流，於 C 點之水深爲正深。產生正深之處，乃渠底坡度適等於摩擦損失之斷面也。此處之斷面名曰正深斷面。(Control section)。於此斷面之下游，水深小於正深。若渠底坡度變緩，流速減

低，則有水躍發生。



第十五圖

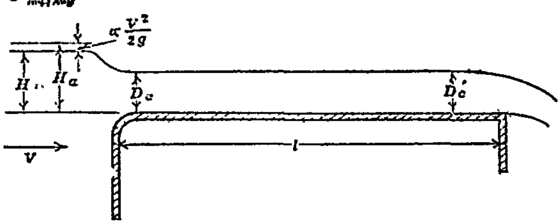
第十六圖示渠底坡度於C點有驟然之轉變。假定AC假之坡度小於而CB段之坡度大於正深時水流所需勝過摩擦損失者則　斷面適在C點之處。



第十六圖

自蓄水庫或其他渠道導水，若接近流速小於正深時之流速，則於進水渠道之入口爲一正深斷面。進水流量即此斷面之流量也。縱使坡度增加，流量毫不增大。

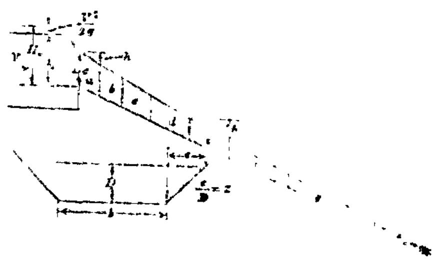
此外產生正深水流之處，乃係渠道斷面變化之影響。斷面之變化如渠底擡高，或兩岸縮窄，或兩者兼具備。第十七圖示渠底擡高之狀。流速於A點起始增加，C點爲



第十七圖

斷面。C點以下因渠底之傾斜，流速增加，水深愈小。及至J點，受逆水之作用，發生水躍。

§11. 急坡渠道 自蓄水庫或其他渠道導水，若接近流速小於正深時之流速，而進水渠道之渠底坡度大於正深時之坡度，此種渠道名曰急坡渠道(Canal With Steep Slope)。急坡渠道之坡度務須固定不變，而斷面之變化亦應均勻。計劃此種渠道之要點有二；（一）渠道入口之斷面，即正深及底寬也；(二)渠道各段之斷面及長度，如 a. b, c, d 等所示。



第十八圖

流水進入渠道之水深為正深D_c。正深處之斷面，即急坡渠道之上端斷面也。各種渠道之斷面如下：

一. 梯形斷面

$$b = \frac{Q}{H_a^{\frac{3}{2}}\sqrt{2g(x_c^2 - x_c^3)}} - x_c z H_a \cdots\cdots\cdots\cdots (39)$$

$$D_c = x_c H_a$$

二. 矩形斷面

$$b=\frac{Q}{H_a^{\frac{3}{2}}\sqrt{2g(x_c^2-x_c^3)}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

$$D_c=\frac{2}{3}H_a$$

三．三角形斷面

$$b=\frac{Q}{\sqrt{g}\,H_a^{\frac{5}{2}}x_c^{\frac{3}{2}}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

$$D_c=\frac{4}{5}H_a$$

由上列各式，渠道斷面之底寬 b_1 及水深 D_1（即正深 D_c）皆可求出。建造此種渠道時，角隅處宜爲圓形，以減低入口損失。由已知之水深可求出上端斷面之平均流速 v_1：

一．梯形斷面　　$v_1=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{D_1(b+zD_1)}\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$

二．矩形斷面　　$v_1=\frac{Q}{D_1b_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$

三．三角形斷面　　$v_1=\frac{Q}{zD_1^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$

計算第一段下端之渠道斷面，假定流速 v_2 之值稍大於 v_1，並假定 D_2，於是底寬 b_2 可由下式求出。

一．梯形斷面　　$b_2=\frac{Q}{v_2D_2}-zD_2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(36)$

二．矩形斷面　　$b_2=\frac{Q}{v_2D_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$

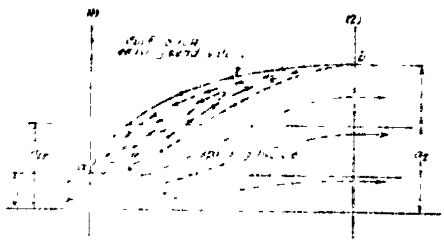
已知每段上下端之流速 v_1 及 v_2，由（6）式 $l=\dfrac{\dfrac{v_2^2}{2g}-\dfrac{v_1^2}{2g}+D_2-D_1}{S_a-\dfrac{v^2n^2}{R^{\frac{4}{3}}}}$

可求出各段長度。各段下端之斷面即其下段之上端斷面也。若急坡渠道甚長，則流速可增至最大，而斷面最小。此時流速水頭適等於渠底坡度也。因之水流成一定水流狀態，而有一不變之斷面。

第四節　水　躍

§ 12 水躍之種類　水流自小於正深之淺水，轉入大於正深之深水，發生激躍，是曰水躍。正深時之流速，乃射流（rapid flow）與緩流（tranquil flow）之界限，故水躍亦稱為由射而緩之過渡現像，水躍之特徵在能量（energy）之轉變。躍前位能（potentical energy）小而動能（Kinetic energy）大；躍後則反是。蓋因躍流之激亂大部動能轉為位能也。根據此種原理，水躍乃被採用為水工建築下游之消能器（Energy absober），水躍之上端曰躍首；下端曰躍尾。如第六圖及第七圖，（1）（2）兩點所示。躍首躍尾之水深 D_1，D_2，曰互應水深（Conjugate depth）。互應水深之差 Dj 即躍高也。躍前之水面曰下階（Lower Stage），躍後之水面曰上階（Upper stage）。水躍之形狀可分為三種：

一．自由水躍　自由水躍（direct hydraulic jump）之側觀，其水面為連續之升起。水流之上層有自由環轉之水躍（surface roll），如第十九圖所示。水躍之水質成環轉，並不向前流動。此種水躍較高。躍首躍尾明顯，易

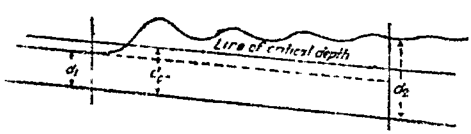


第十九圖

於辨識。

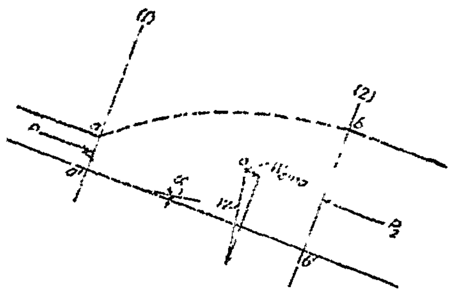
二．溺狀水躍 下游水深過大，水躍移向上游，淹蓋下階水面而無明顯之躍首，是曰溺狀水躍。(drowned hydraulic jump)。自由水躍及溺狀水躍多發生於水利構造物之下游，如§3 所述。

三．波狀水躍 於坡度稍陡之河道，常有波狀水躍(undular form)發生，如第二十圖所示。其特點爲無水躍；自下階至上階間水面僅成波浪狀而已。浪高向下游遞減。



第二十圖

§13 水躍之動量公式 水躍前後之能力相等。換言之，如不計摩擦損失水頭，水躍前後之總水頭相等也。假定躍前之水深及流速爲 D_1 及 v_1；躍後之水深及流速爲 D_2 及 v_2。於極短時間 t，(1) 處之水流至 (2)。根據 Newton 氏之運動第二定律，動量（Momentum）之改變率與所加之力成正比，其方



第二十一圖

向與力之方向同。動量爲質量（mass）與速度之乘積。以 M 表示質量，F 表示所加之力，t 爲質量 M 受力之時間，v_1 及 v_2 分別表示 t 前與 t 後之速度。

$$F=\frac{Mv_1-Mv_2}{t}$$

$$=\frac{M}{t}(v_1-v_2) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (38)$$

於時間 t 內，流量 Q 所受之力爲 F。假定水之重量爲 w，則

$$F=\frac{Qw}{g}(v_1-v_2) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (39)$$

（1）處向右之水壓力 P_1 與（2）處向左之水壓力 P_2 應相等。普通以水　較短，由摩擦損失及地心引力所生之阻力，可不計入。

$$F=P_2-P_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (40)$$

於是 $$\frac{Qwv_1}{g}-\frac{Qwv_2}{g}=P_2-P_1$$

$$\frac{Q}{g}v_1+\frac{P_1}{w}=\frac{Q}{g}v_2+\frac{P_2}{w}\cdots\cdots\cdots\cdots(41)$$

於矩形斷面之溝渠內， $A=bD$， $P=\frac{bD^2w}{2}$， $v=\frac{Q}{A}$，單位底寬之流量 $q=\frac{Q}{b}$。於是前式可化爲

$$\frac{Q}{g}\cdot\frac{Q}{A_1}+\frac{bD_1^2w}{2w}=\frac{Q}{g}\cdot\frac{Q}{A_2}+\frac{bD_2^2w}{2w}$$

$$\frac{Q^2}{gA_1}+\frac{bD_1^2}{2}=\frac{Q^2}{gA_2}+\frac{bD_2^2}{2}$$

$$\frac{q^2b^2}{gbD_1}+\frac{bD_1^2}{3}=\frac{q^2b^2}{gbD_2}+\frac{bD_2^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{gD_1}+\frac{D_1^2}{2}=\frac{q^2}{gD^2}+\frac{D_2^2}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots(42)$$

$$\frac{2q^2}{g}=D_1D_2(D_1+D_2)\cdots\cdots\cdots\cdots(43)$$

$$\left.\begin{aligned}D_1&=\frac{D_2}{2}\left[-1+\sqrt{1+\frac{8q^2}{gD_2^3}}\right]\\D_1&=\frac{D_1}{2}\left[-1+\sqrt{1+\frac{8q^2}{gD_1^3}}\right]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(44)$$

§ 14 水躍之高度　於矩形斷面之渠槽中，水躍之高度 Dj 等於互應水深 D_2 及 D_1 之差。根據 Bernoulli 氏之定理，由（7）式

$$H_a = D_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$= D_1 + \frac{q^2}{2gD_1^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (45)$$

倘知 H_a 及流量 q；由（45）式可求得 D_1。將 D_1 代入（44）式而得 D_2。於是水躍之高度可求出矣。水躍之形狀亦可由互應水深 D_2 及下游水深 D_l 定出。若 $D_2 = D_l$，是爲自由水躍；若 $D_2 < D_l$ 是爲弱狀水躍；若 $D_2 > D_l$ 是爲波狀水躍。

§ 15. 流動因數　Bakhmeteff 氏創立流動因數 λ (kinetic factor) 以定水流之流動性 (Kineticity of flow)。流動因數乃動能 E_k 與位能 E_p 之比數也。於（7）式，

$$H_a = D + \frac{V^2}{2g}$$

$$= D\left(1 + \frac{1}{2}\frac{V^2}{gD}\right)$$

$$= D(1+\lambda)$$

$$\lambda = \frac{V^2}{gD} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (46)$$

$$\lambda = 2\frac{\frac{V^2}{2g}}{D}$$

$$= 2\frac{E_k}{E_p} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (47)$$

於矩形斷面之深槽中，

$$\lambda=\frac{V^2}{gD}$$

$$=\frac{Q^2}{A^2gD}$$

$$=\frac{(qb)^2}{(bD)^2gD}$$

$$=\frac{q^2}{gD^3}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

D＝正深時，$\lambda_c=\frac{q^2}{gD^3}$

但由（15）式　$D_c^3=\frac{Q^2}{b^2g}$

$$=\frac{(qb)^2}{bg}$$

$$=\frac{q^2}{g}$$

則　$$\lambda_c=\frac{q^2}{g\times\frac{q^2}{g}}=1\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

§ 16. 水躍長度 Bakhmeteff 氏由試驗之結果，得知水躍側面之形狀乃依水流之流動因數而異。並將其結果變爲無因次數，繪成立體圖；以$\frac{y}{Dj}$爲縱座標，$\frac{X}{Dj}$爲橫座標。但以等量圖（Isometric drawing）關係，殊不易應用。李丕濟君就 Bakhmeteff 氏之研究加以整理，將$\frac{L}{Dj}$曲線點繪於對數紙上，適得一

直線。其方程式，

$$L = 9.96\ Dj\ (\lambda - 1)^{0.17} \qquad (50)$$

躍高 Dj 及流動因數 λ 得出後，則水躍長度 L 可由（50）式求出矣。其方法至爲簡便也。

參 考 書 籍

Bakhmeteff : Hydrunlics oi open Channel

Etcheverry : Irrigation Practice and Engineering Vol, III.

King : Handbook of Hydranlics.

李丕濟： 水躍長度之研究