

藤澤博士原著
西師意漢譯

算術教科書

上

山西大學譯書院



3 1646 5230 1

藤澤博士原著
西師意漢譯

算術教科書

00222
上

山西大學譯書院

TEXT-BOOK ON ARITHMETIC

BY

Dr. FUJISAWA

Widely Used In Japan.

TRANSLATED FOR

SHANSI IMPERIAL UNIVERSITY

BY

M. NISHI.

EDITED BY J. DARROCH.



SHANGHAI:

PUBLISHED BY THE SOCIETY FOR DIFFUSION OF CHRISTIAN
AND GENERAL KNOWLEDGE.

—
1904.

序

是書原本，爲日本文部省鑒定中學教科書，在彼國普行已久，茲欲移餉中國，爲學界介紹，特延日本西師意君迺譯漢文，算學教科書，必沿用西式者有二故，一因如此誌號式法，各國自古襲用，流傳中土，亦歷有年所，卽今大小學校，殆無不知之，二因中國學術，既有勃興之象，則將來支那人士，黃童白叟，必無不諳此西式誌號者。

是編嚴守西例、意卽在此、書將出板、爲序如是、
光緒三十年九月英國寶樂安

算術教科書目錄

第一編 緒論

讀數法 又 命數法

敘數法 又 記數法

小數

第二編 四則

加算 又 加法

減算 又 減法

乘算 又 乘法

除算 又 除法

四則設題

第二編 諸等數

米突式度量衡

東邦度量衡

貨幣

時辰

諸等通法

諸等命法

諸等加減

諸等乘算

諸等除算

諸等設題

第四編 整數性質

倍數及約數

九去法

素數及素因數

最大公約數

最小公倍數

設題

第五編 分數

分數緒論

約分

通分

分數化作小數

小數化作分數

分數加算

分數減算

分數乘除

分數繁雜者

循環小數之加減乘除

分數設題

答

算術教科書

第一編 緒論

第一條 一加一則二、二加一則三、如此而漸加一、稱曰計之、

其所計得、如一、二、三、稱曰數、

第二條 計物、必有可以計之目準、稱曰單位、例之、計馬數、

云有三頭、其單位者、一頭是也、計物長、云有五尺、其單位者、

一尺是也、

數下附單位之名、稱曰名數、例之、如三人、如五頭、如七里、

皆是名數也、數不為名數者、若必別之、稱曰不名數、

第三條 後條說數有二分一、三分一之類、如此者、稱曰分數、

數之為言、推擴其義、分數亦屬其中、原有之數、別之于分數、

稱曰整數。

算術所講究、在命名于數、記數、計算之、用計算于日常生業之諸法、

讀數法又命數法

第四條 綴合簡便名號、以作許多數目、稱曰讀數法、又曰命數法。

一至九之各數、稱曰基數、其名目如左。

一、二、三、四、五、六、七、八、九。

九加一者、名曰十、十加一則十一、十一加一則十二、如此而漸加一、至十九加一、名曰二十、所謂二十者、十加十、即兩個十也。二十加十則三十、如此而漸有四十、五十、六十、七十、八

十、以至九十。九十九加一者、是十個十、名曰百、十個百爲千、

十個千爲萬。

十疊萬則十萬、十疊十萬則百萬、十疊百萬則千萬、

十疊千萬則億、億者萬萬也、萬億爲兆、萬兆爲京、萬京爲垓。

一、十、百、千、萬、、、、、、各稱曰一之位、十之位、百之位、

千之位、萬之位、、、、、、又曰第一位、第二位、第三位、第

四位、第五位、、、、、。

某位之成十、爲次位更高於其初者。故稱此命數法、曰十進法。

或稱位曰桁、

讀數不至萬者、先察其含某位幾何、配位于該基數下、如此者起

于高位、而漸達于低位、必逐次連呼各位之所表也。

但、某位空欠、不呼其位名、

讀數超于萬而不至億者、其萬而上、先察其含萬幾何、附萬于其、幾千幾百幾十幾之下、以呼之。其萬而下、呼之如常。億而上、兆而上、亦皆準之、例如五百七億三千七十五萬八百十三、讀數得其當。

文書患錯誤、壹、貳、叁、拾、代用于一、二、三、十、如肆、伍、陸、柒、捌、玖、伯、仟、代用不甚便矣。

敘數法又記數法

第五條 籍用簡便記號、以敘一切衆數、稱曰敘數法、又曰記數法。

記號、表示基數者、如左。

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.

記號各字之名、從其所表示之數而呼之。此九個記號、稱曰算數字、又曰亞刺比亞記號。

0者、表示虛無、呼曰零。所謂算數字母者、推擴其義、0亦屬

其中。1至9之各字、若別之于0、特稱曰具効字母。凡指稱字

母所表示之基數、單謂之字母、不必詳言其全義。籍記號以敘一

數、察其各位所含之基數、左高右低、逐次配記字母于各位、例

如四千二百五億三千八萬七千九百六十八、敘之得

420530087968

第六條

欲讀字母所敘之一數、當初心讀一、十、百、千、萬、

何位、逐次讀其各位之數、亦易耳。 例如

84092375之8、在第八位、即千萬之位也。 讀之爲八

千四百九萬二千三百七十五。

或時除位名、惟逐次連呼其字母之名、例如讀爲八四零九二三七五。 如此者、稱曰數之豎讀。

第七條 敘數之至大者、一目要易見、施句節于之、可也。

凡三位爲一節、右至左、每節施句點、如()者、以便于見讀、是

各國所普行也。 例如 84092375

〔注意〕據此法、右端第一節之左、有第一句點、其左爲千之位。

第二節之左、有第二句點、其左爲百萬之位。 是少異于萬進句節法。

第八條

代算數字母、以一至九之漢字及表零之〇、代橫敘、以

豎敘、代句點、以批點、亦可也。例如三千八百九十二萬四千五

百八、據豎敘法、敘之得

三八、九二四、五〇八。

第九條

泰西各國、今仍不廢羅馬字母記數法、此法不甚便矣。

羅馬字母、表示數之值者、如左。

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

羅馬記數法之概要、如左。

同字連記者、若低值字母陪從于高值字母者、必併算各字之值、

分、是十、十之十分、是一也。

如此而十分至一、仍不知止、更分一于十、又分其分子十、逐次逆用十進法、則其所生而小於一者、名曰小數。

一數成于整數及小數者、稱曰帶成小數。帶成小數、與小數、通稱曰小數。

第十一條

小數讀呼

一之十分

為分

分之十分

為釐

釐之

十分、為毫

毫之十分

為絲

絲而下

每十分

有忽

微

纖

、、、之名。

分釐毫絲

、、、稱曰小數第一位

小數第二位

小數第三位

小數第四位

、、、、

凡十分者、或稱曰十分一。

百之十分一、是十、而十之十分一、是一也。故百之十分一、之十分一、是一也。百之於一、若不問中間有十、而直視之于一、可以謂百之百分一、是一也。故十分一之十分一、是百分一也。推此理言之、百分一之十分一、是千分一、千分一之十分一、是萬分一也。

小數者、皆一之分。所謂分者、是十分一、釐者、是百分一、毫者、是千分一、絲者、是萬分一也。例之、三分、示十分三、五釐、示百分五、七毫、示千分七、八絲、示萬分八、七分五釐、示百分七十五。

第十二條 小數敘列 敘小數之法、不須新定、凡敘整數者、必認其某位之十分一、右降一位。推此理于一而下、小數亦可以敘。

但其敘列所必要、在如何目標能示一之位。

第一位之下、附一點如(·)者、是世人所廣行也。例如、七及四分

五釐、記之爲 7.45

如此之點、稱曰小數點。

敘小數、或誌0于小數點之左。例如 七分五釐、記之爲 0.75

如此之0、撤之亦可。即 $.75$

敘帶成小數、惟其小數、用小字體、且施橫線于其下、亦可矣。

例如 24.375 記之爲 $24.\overset{375}{\rule{1em}{0.4pt}}$

第十三條 藉漢字以豎記帶成小數、亦必用小數點。但小數點必

立于字行正中、例如 三千七百五十八及七分二釐六毫四絲、記

之爲 $三、七五八·七二六、四$

同時列記多行帶成小數、或代小數點以一橫線、亦可也。

例如 三八、九二七 六四

一、五二八 七五

四八、二三五 〇五

六二、八〇四 七八

第十四條 讀帶成小數、有多方。例如 7.83 讀曰 七及八分

三釐、又曰 七及百分八十三、又曰 七個八分三釐、又曰 七

個百分八十三。

0.3 與 0.30 相等、又與 0.300 相同、通言之、小數之右、添附 0 幾個、其

值不變。

攷之于十進法之理、例如、 42.367 讀之曰、四十二個三分六釐七毫、又曰、四十二個三十六釐七毫、又曰、四十二個三百六十七毫、又曰、四百二十三分六十七毫、又曰、四千二百三十六釐七毫、又曰、四萬二千三百六十七毫、又曰、四十二萬三千六百七十絲、皆相同。又如 42 、讀之曰、 4.2 拾、又曰 0.42 百、又曰 0.042 千、皆相同。推言之、 42 拾、是 420 而 42 百是 4200 也。

課題

- (一) 須藉算數字母、敘五十三、三千十五、五萬十八。
- (11) 須讀 438 、 7012 、 19803 、 333 、 9010823 。
- (三) 凡整數成于三位者、何為最大。須讀且敘其數。

(四) 須藉算數字母，敘

四千五百六拾七、

五拾叁及四分貳釐、

八及百分十四、

八個壹分四釐、

九個千分八十三、

叁絲、

(五) 須讀 872.63, 0.38, 1.111,

.0007, 7317

(六) 須藉算數字母，敘八億七千三十二萬八千五百四及千分三

百七十五

又須藉漢字豎記之。

(七) 須讀 8003406, 7000737,

96028000, 4573693277068,

6317.081, 0.0087,

3.1416, 3.14159,

(八) 須用算數字母及小數點，以敘

128 頁、 128 頁、 37.2 千、 83105 釐、

(九) 須倣 第十四條末所說示，多方讀呼

3.1416 及 0.045



和、別名曰總數。又曰總計。謂之合計。亦可也。

被加數、變其序次、其和不變。

加算所用之符號、稱曰加號。加號者、 $+$ 是也。此號讀曰普羅斯。

又曰加。記之于二數之間、在其左者、加在其右者也。

第十六條 示相等之符號、稱曰等號。等號者、 $=$ 是也。此號、

讀曰「同于」。例如 $5 + 4 = 9$ 讀曰「五加四同于九」。

第十七條 凡一位之數、及其他簡易之數、心算加之、要迅速且

正確。學生宜務諳鍊。

合加多件之數、先列敘各被加數、其同位各字、必豎貫一行、列

敘既畢、施橫線于其下、求和之算、起于右端、同位各字、豎合

之、其所合得、惟記出其初位之數于當位、而移其成十之數于上。

位。迨鄰行施算、合之于其中、如此而漸算、由右進左。各位盡算、以其所得、爲總和。

例之、求 8765, 503, 3934, 73, 之和、先列敘各數、如左、

5	3	4	3	5	五、八、十二、十五、	如右端第一位
6	0	3	7	7	移一、七、十、十七、	之數、直上至
7	5	9		2	移一、八、十三、二十二、	下、連呼5、
8	3			3	移二、十、十三、	8、12、15、
				1	移一、	而記其5于線

下、且送移其1于上位、追加第二位之數、乃加之、如此而漸算、至第四位、盡合各位之數、則得

例
(2)

移	二	三	七	· · · · ·	七	六	四	二	三
移	二	五	七	十三	三		二		三
移	一	五	十二	二十一	一	九	七	四	五
移	一	六	十三	十四	四	一	七	七	五
		五	十七	十七	七	七	五	五	
		十							

第十八條 加法檢算。欲檢加算不違，其各位順算，代直上降下，

以直下昇上，而比較兩算所得，可也。

凡名數，惟得同名相加。

例之，7里加9里，則得16里。若夫異名之名數，欲加之，不得也。

問題彙集第一

(1) 至⁽¹²⁾，須用各題衆數而加合之。

(1) 296, 314, 579, 638, 719, 240,

(2) 1189, 11, 3207, 999, 6, 4200,

9267,

(3) 78125, 97501, 24860, 49753,

- 8 0 2 4 7,
- (4) 1 6 8 9 5, 1 0 0 8 9 6, 2 7 8 9 7 6, 1 2 1 8,
2 8 7 6 4 3,
- (5) 7 8 9 6 4 3 2, 9 9 8 7 6 5, 2 5 8 7 6 0 3,
3 8 0 9 5 6 0,
- (6) 0.0 1 5 6 2, 0.0 2 8 4 7, 0.0 3 4 9 2,
0.2 8 5 6 2,
- (7) 8,4 3 2 1, 1 7,2 5 6 1, 9,1 7 8 4, 1 3,2 4 6 7,
- (8) 0.1, 0.1 2 5 6 7 4, 0.0 0 2, 0.8 1,
0.1 7 6 4, 0.0 0 0 0 1 3,

- | | | | | |
|------|------------|------------|---------|------|
| (6) | 7.7, | 18.000004, | 0.2561, | 113, |
| | 2.7150087, | 043, | | |
| (10) | 19387640, | 29235877, | | |
| | 12762689, | 84750106, | | |
| | 65782144, | 20850723, | | |
| | 54849561, | 11634765, | | |
| (11) | 15309000, | 63607243, | | |
| | 556784, | 82311299, | 25709, | |
| | 8568504, | 7292211, | 400767, | |
| | 119238, | | | |

(12) 12,0176, 3,005, 1,9101,

17,2468,

103,01+6, 0,9876, 8,0325, 12,1217,

0,0406, 12,1723,

(13) 叁億八萬四千四拾三、七兆三十三億四千九百九十九萬三千八十二、八十三億七千六百五十四萬三千二百十九、五千八億七十三、十三萬七千五百三十五、二千八百六萬五百五十七、及八十五萬三千二百九十九、合之、其全計如何、

(14) 二十壹個七分六釐七毫、七個千分二百九十八、三釐四毫八絲、千分八百二十三、八個九釐五絲、及三十八個五分二釐、合之、其和如何、

(15) 4723元、 8903元、 892元、

1083元、 579元、 3624元、 796元、

加之、其總計如何。

(16) 813里、 916里、 1304里、 844里、

987里、 99里、 444里、 276里、

合之、為幾里。

(17) 31.46元、 135.75元、 237.50元、

58.93元、 305.15元、 156.07元、

7.85元、 89.45元、 235元、 75.50元、

0.84元、 219.50元、 合之、為幾元。

(18) 世界各洲之面積、及其人口、概要如左。

	面積	人口
亞細亞	28000000 方里	8.20 億
阿非利加	18700000 方里	2.06 億
歐羅巴	6200000 方里	3.40 億
亞美利加	25800000 方里	1.17 億
阿西亞尼亞	6700000 方里	0.04 億

面積及人口之各計、如何。(茲所云方里者、據日本里程)
減算。又減法。

第十九條 8 加 1 則 9、逆見之、由 9 復還 8、稱曰
「9 去 1 是殘 8」。

列敘整數、如常。

1.	2.	3.	+	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	...
				4	3	2	1					

起見于9、欲復還于5、不可不四次減1、稱曰「9減4是殘5」、所謂減之者、去之也、撤之也。

優數中、減劣數、稱曰減算、又曰減法、其優數、為被減數、其劣數、為減數、被減數去減數者、稱曰差。

差者、別名曰殘數、又曰餘數、謂之殘餘、亦可也。

減算所用之符號、稱曰減號、減號者、一是也。

此號讀曰賣那斯、又曰減、被減數之右、減數之左、記之、以示

此中減彼、例如 $9 - 4 = 5$ 、讀曰「9減4同于5。」又如 $9 - 3 = 6$

$9 - 10 = -1$ 表示5減3、而其差更加2。

通言之、

$$(被減數) - (減數) = (差)$$

第二十條

凡云「9減4是殘5」者、更得別義釋之。

列敘整數、如常。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,

4為減數、9為被減數、起于4、而至9、必須五次加1、若換

其語、必須加5、故減算者、初知二數、以究劣數加幾何能作優

數也。即

$$(減數) + (差) = (被減數)$$

前既言、凡被加數、變其序次、其和仍不變。推此理、被減數者、

惟二數之和也。故減算者、知二數之一、及其和、而索其他之一

也。

第二十一條 一位又二位之數、減一位之數、及其他簡易之減算、

因整數列敘之表而行之、但其實據心算。

察整數列敘之表、直知原理如左。

(甲) 被減數增某數、則差亦增同數。

例如 $1218 \parallel 4$ 若被減數加 5 以作 17、 $1718 \parallel 5$ 、

即知差亦增 5 以作 9。

(乙) 減數增某數、則差却去同數。

例如 $1215 \parallel 7$ 若減數增 4 以作 9、

$1210 \parallel 3$ 差却去 4 以作 3。

(丙) 被減數與減數、迭增同數、則其差仍不變。

此理出于(甲)(乙)二原理。

例如 $7 - 4 = 3$ 若被減數增 5、減數亦增 5、

$12 - 9 = 3$ 其差仍據其舊。

第二十二條 加算及減算相聯繫者、其施算、由如何次序、其所算得、必無變更。

例如 9 加 5 而減 6、與其減 6 而加 5、同得 8 也。

學生於施算變序、當注意毋減優數于劣數中。

例如 $9 + 5 - 7$ 變爲 $9 - 7 + 5$ 非不可。

變 $7 + 5 - 9$ 以爲 $7 - 9 + 5$ 不可也。

第二十三條 減算之法、出于上二條之原理、卽如左、

記減數于被減數之下、每位豎貫其行、減數之下、施一橫線、右端起算、就被減數各位之數、減去減數各位之數、若被減數某位

減(2+3)之5、而 $9-(9-3)$ 示9減(9-3)之2。

括弧複用、必以異形者。例如 $\{[]\}$ 是也。或代括弧以橫線、稱

曰括線。例之、 $16-(9+5)-7-4=16-(13-3)=16-10$

課題

- (1) $1-2-3$ 減 $1-3$ 是何。
- (2) $4-7$ 減 $2-3$ 是何。
- (3) 被減數為 $7-7-3$ 而減數為 $3-2-3$ 其差幾何。
- (4) 何數加 -7 能作 50 。
- (5) $+2$ 減幾何能得 $1-3$ 。
- (6) 被減數為 $2+4$ 而差為 $1-2$ 其減數幾何。
- (7) 二數中、其優數為 $3-3-7-2$ 而其差為 $3-7-3$ 其劣數幾何。

(8) 欲知 13333 之差，若換其語，是如何意義。

(9) 幾件之數，合之可以得 23330 而加者誤脫其一件，因之而其和僅得 2457 ，顧其所脫一件被加數果爲幾何。

問題彙集 第二

(1) 3058867 減 252567 其差幾何、

(2) 1019758 減 970654 其殘餘幾何、

(3) 貳拾叁個五分七釐，減 拾七個九分九釐，其餘數幾何、

(4) 4 中減 0.848408 其差如何、

(5) $17073+213591-1084-11037+89$ 須施

算焉。

(6) $773.47+913.03-(456.78+72.1)-99.83$

是幾何。

(7) $843.647 - 208.24 - \{489.21 + 301.31 -$

$(1487 - 978)\}$ 須因其記號所指以施算焉。

(8) 2809.50 減 1972.23 其差幾何、

元

元

(9) 125664 中減 $31 + 16$ 前後三回、其所餘竟幾何、

(10) 甲人所貯之財、多於乙人所貯、實貳百六拾四元、而少於丙人所貯、實百貳拾四元。但丙人所貯者、實有七百五拾六元。甲

乙兩人所貯、合之其計額幾何。

乘算又乘法

第二十五條 乘5于7云者、謂五次採7而合之也。

其初之十分一。左進二格、生百倍、右退二格、生百分一、三位四位、亦皆準之。

例之、573000 是 573 之千倍、374.26 是 37426 之百倍、反之、573 是 573000 之千分之一、374.26 是 37426 之百分一也。

由是、得法則如左。

整數乘十進數者、視該十進數所帶而適次添 0 于該整數之右。

例之 $25 \times 100 = 2500$

小數乘十進數者、視該十進數所帶之 0 而適次移小數點于右。

例之 $(324 \times 100) = 32.4$

因十進數而分整數者、先想定整數第一位之下必有小數點、視該

十進數所帶之0而適次移小數點于左。

例之、 27253 之 1000 分、爲 27.253

因十進數而分小數者、視該十進數所帶之0而適次移小數點于左。

例之、 2253 之百分、爲 22.53 而 2227 之千分、

爲 0.003327

課題

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| (1) 3214×100 | (2) 5040×1000 |
| (3) 325.7×1000 | (4) 0.0314×1000 |
| (5) 0.0037×100 | (6) 0.007×10000 |
| (7) 31416 之 10000 分 | |
| (8) 40.23 之 1000 分 | |

第二十七條

乘算之要

基于同數累加之算

然累次合加被乘數

(同一被加數)

其法太迂遠矣

是乘算所以須別法也

欲行乘法

須先諳知九九之表

所謂九九之表如左

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

按此表、5之行、7之列、

有35、是示 5×7 作35也。

讀此表、有簡法、例之、

$3 \times 4 = 12$ 不必讀「三乘于

四是同于十二」而惟讀曰

「三四十二」如此之讀呼、

稱曰九九之讀呼、又曰九

九之聲。

第二十八條

細覽九九之表

例如

3×8

作24而

8×3

亦作24

此理

不啻基數為然

凡二數之積

皆然矣

通言之

被乘數與乘數

若換其地

其積仍不變

九九之聲

行於世者

亦利用此原理

二數必先讀其小者

即是

也。例之

3×4 與 4×3

均讀為「三四十二」

不必讀四三十二

也。

被乘數與乘數

或換其地

其積仍不變

故苟見之於積

不必別

被乘數與乘數

兩者均稱曰因數

多件之數

俱相乘

其所乘得者

亦稱曰積

而其相乘者

皆稱

曰因數

但因數不止二件

謂其相乘

曰連乘

而稱其積

曰連

乘積

衆數連乘、其因數換其序、其積仍不變。

例如 $10 \times 3 \times 1$ 不問其因數換序如何、其積恆爲 30。

第二十九條 乘算之要、出于加算累加同一被加數者、苟知之、足以識原理如左。

(甲) 某數乘衆數相加者、其積同於該某數乘各數者之總計。

例之、 $(10 + 10 + 10) \times 3 = 10 + 10 + 10 = 30$

10×3

$= 30$

(乙) 二數之差乘於某數、其積同於該某數乘被減數者與其乘減數者之差。

例之、 $(10 - 5) \times 4 = 10 - 5 = 5$

7×4

$= 28$

因數換其序、其積仍不變、故

(丙) 某數乘一積含衆因數者、同于該某數乘其一因數。

例之、 $(4 \times 7) \times 3 = 4 \times 7 \times 3 = 4 \times 3 \times 7 = 12 \times 7$

$= 7 \times 3 \times 4 = 21 \times 4$

按 $(4 \times 7) \times 3 = 12 \times 7 = 4 \times 21 = 84$

第三十條 整數乘算

具効字母帶 0 之數、乘之以基數、先乘該基數于其具効字母、其

積、視被乘數所帶而添 0 于其右也。

例之、 $5000 \times 4 = 24000$

$900 \times 4 = 3600$

$50 \times 4 = 200$

基數乘基數者、據九九之讀呼。

乘數止基數之例。

例如 6957×4 先察

$$6957 = 6000 + 900 + 50 + 7$$

籍(甲)原理、而施算則

$$(6000 + 900 + 50 + 7) \times 4$$

$$= 24000 + 3600 + 200 + 28$$

悉加之、得

27828

由價

7 4
8 四七、二十八

行、

5
2 四五、二十(加二)

記之

8 9
8 四九、三十六(加二)

如下。

6 9
7 四六、二十四(加三)

移二

記乘數于被乘數第一位之下、而其底劃一橫線、4乘7、讀「四七二十八」誌其八于當位、而送移2于第二位、4乘5、讀「四五二十」加前次所送于此、以爲二十二、誌其2于當位、而送移2于第三位、乘第三位字母、乘第四位字母、亦皆準之、由是、得積如上。

乘數具効止一字母之例、被乘數乘于乘數之具効字母、且視乘數所帶而添0于其積之右、

例之、 $6957 \times 400 = 2782800$

何則、

$$6957 \times 400 = 6957 \times 4 \times 100 \\ = 27828 \times 100$$

乘算通法 例如 6957 乘于 463

$$6957 \times 463 = (6957 \times 400) +$$

$$(6957 \times 60) + (6957 \times 3)$$

視一積爲別于數部、其一部如 6957 × 400 者、稱曰片積。算全積、必由片積、如左。

$$6957$$

$$+ 63$$

$$6957 \times 3 = 20871 \quad \text{第一片積}$$

$$6957 \times 60 = 417420 \quad \text{第二片積}$$

$$6957 \times 400 = 2782800 \quad \text{第三片積}$$

$$6957 \times 463 = 3221091 \quad \text{積}$$

第二片積、第三片積、從其位而帶0于當位之右、如此之0、方實算、不必須記之。故定算法、如左。

被乘數之下、記乘數、每位貫一行、而其底劃橫線、乘數各字乘被乘數、起算于右端、其所乘得各片積、視乘數當位而均未端于此、列記從其序、悉合加衆片積、則得全積。

例(1)

$$\begin{array}{r}
 4793 \\
 \times 35 \\
 \hline
 2385 \\
 3355 \\
 \hline
 337625
 \end{array}$$

例(2)

$$\begin{array}{r}
 3125 \\
 \times 281 \\
 \hline
 3125 \\
 25000 \\
 625000 \\
 \hline
 878125
 \end{array}$$

例(3)

				8	6	4	2	3	
					3	0	0	2	
			1	7	2	8	4	6	
				6	9				
2	5	9	2	4	1	8	4	6	
2	5	9	4	4	1	8	4	6	

被乘數及乘數、
 數尾所帶之0、
 若彼此一數、
 或存空位于數尾。
 如此者、
 姑省去
 而行乘算如常、
 但其得積、
 從裏所省去而添0于

其數尾、是可矣。

乘法檢算、被乘數與乘數、換其地、以再算。

二數相乘者、其積中列字母之數、多則恰併合二數各列字母之數、少則其和僅減1而已、例之、四位之數乘于三位之數、其積、若不七位、則必六位矣。

課題

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| (1) 3 1 2 × 3 4 | (2) 7 3 2 6 × 9 7 |
| (3) 5 9 2 7 × 8 2 7 | (4) 5 6 7 × 6 5 3 × 9 0 8 |
| (5) 2 1 5 × 6 7 × 4 8 0 3 | (6) 4 6 7 3 0 5 × 7 3 6 |
| (7) 7 3 6 4 5 × 3 2 6 3 | (8) 7 6 5 9 3 × 6 5 9 4 |

- (9) 37485×5565 (10) 443652×4326
(11) 9646×667309 (12) 60857×80050
(13) 53700×74000 (14) 73773×500
(15) 6700×32100 (16) $5300 \times 500 \times 640$
(17) $430 \times 7700 \times 31000$

第三十一條 小數乘算 第一、起論于整數乘小數之例。

如 43.57×37 者、三十七回累加 43.57 之意耳。

顧 43.57 是 4357 釐、乘 37 于此、則得 161209 釐、是 1612.09 也。方實算、先不拘于小數點而施乘算如常、其既得積、附小數點于此、必視被乘數之位。即

$$\begin{array}{r}
 43.57 \\
 \quad \quad 37 \\
 \hline
 30499 \\
 13071 \\
 \hline
 1612.09
 \end{array}$$

第二、考究小數乘整數之例、如 5×0.1 者、 0.1 回探 5 之意、即

5 之十分也。故 $5 \times 0.1 = 0.5$

又如 5×0.3 者、 0.3 回探 5 之意、而 0.3 是 0.1 之三倍也。故

$$5 \times 0.3 = 0.5 + 0.5 + 0.5 = 1.5$$

由是觀之、小數乘整數者、亦不拘于小數點而施乘算如常、其既

得積、附小數點于此、必視乘數之位。

第三、考究小數乘小數之例、既推乘算之義、擴之于乘數爲小數

者。若夫被乘數、或爲整數、或爲小數、不復影響于其義。故小數乘整數者、足以蔽小數乘小數者。

例如 327.926×0.01 者、要探 327.926 之百分、即 $327.926 \times 0.01 = 3.27926$ 也。

又如 327.926×0.54 者、探 327.926 之百分五十四、即 327.926×0.54

$$= 327.926 \times 0.01 \times 54 = 3.27926 \times 54$$

通言之、兩因數、十倍其一、若百倍、若千倍……而同時十分其他之一、若百分、若千分……其積依然不變。

例之、十倍一因數、則積亦從之而十倍、若十分他因數、則積亦從之而十分、顧十倍之十分、不異於其初、故十倍一因數、而十

分他因數，其積仍不變。不啻10倍10分爲然。

1000倍、1000分、10000倍、10000分、亦皆然矣。今

欲乘0.54於327.926，先百倍乘數而百分被乘數，則

$$327.926 \times 0.54 = 327.926 \times \frac{54}{100}$$

是能合于前所言。而實算得積，如左。

3.27926		1311704
1639630		177.08004
177.08004		

又

327.926		1311704
1639630		177.08004
177.08004		

茲有一事可留意者、積中在小數點下之位數、恰如被乘數中同然之位數、加乘數中同然之位數、是也。

由是、定算法如左。

小數乘小數、先不拘于其小數點、而施乘算如常、其既得積、附小數點于此、必視被乘數及乘數延字母于點下之多少、以存其併數于積之點下。

由此法則觀之、所謂被乘數與乘數、換其地、其積不變者、不啻整數爲然、小數亦明確爲然矣。

小數連乘、至三因數以上、先初不拘于小數點、而算其積、次察各因數延字母于點下之多少、悉合其數、以存之于積之點下、如此而積之第一位、可以立定也。

課題

- (1) 0.0627×2700 (2) 769300×0.053
(3) 48.793×89000 (4) 0.0279×670
(5) 35.26×913000 (6) 4.6783×72500
(7) 0.573×7694 (8) 6925.81×4824
(9) 7069300×36.725
(10) 0.7829×34.2 (11) 0.0089×0.056
(12) 7.46×92.58 (13) 2.783×0.278
(14) 782.78×0.0783
(15) 982.73×0.953 (16) 2489.7×9.0867

(17) 0.3849×0.0052

(18) 598.4×384.673

(19) $0.000876 \times 9.23 \times 0.793$

(20) $0.0878 \times 58.28 \times 0.087$

第三十二條 乘算簡法

(第一) 若乘數爲一積而其因數皆簡單，宜用其因數而連乘之于

被乘數。

例(1)

568793×24

4 乘被乘數.....2275172

6 乘上積.....13651032 積

(第二) 若乘數字母中有 1，宜直取被乘數以爲其乘于 1 之片積。

例⁽²⁾

$$5364 \times 31$$

例⁽³⁾

$$46382 \times 106$$

$$16092$$

$$278292$$

$$166284$$

$$4916492$$

(第三) 若乘數字母，除左右僅一端外，皆爲 9，宜據簡法如左。

例⁽⁴⁾

$$\begin{array}{r} 1000-3 \\ 58647 \times 997 \end{array}$$

$$\text{千倍被乘數} \dots\dots 58647000$$

$$\text{三倍} \dots\dots -175941$$

$$58471059$$

又

1000-3

$$\begin{array}{r} 58647 \times 997 \\ \hline \end{array}$$

$$000$$

$$\begin{array}{r} - 175941 \\ \hline \end{array}$$

$$58471059$$

例 (5)

7000-1

$$68534 \times 6999$$

七千倍被乘數.....479738000

一倍.....68534

$$479669466$$

又

7000-1

$$68534 \times 6999$$

$$479738000$$

$$479669466$$

(第四) 乘數之一部，恰為其他部之因數，例如

$$4739 \times 357$$

之357，其35實為7之五倍，如此者乘被乘數，先作被乘數之7倍，以為第一片積，更作第一片積之5倍，以為第二片積。此第二片積者，為被乘數之三十五倍，而併合常算所得第二第三兩片積焉。即

$$\begin{array}{r} 4739 \\ 357 \\ \hline \end{array}$$

七倍被乘數...33173 此兩片積之和

$$\begin{array}{r} \text{五倍第一片積} \cdot \cdot \cdot 165865 \\ \hline \end{array}$$

爲 4739 × 357 之全積 明矣

$$1691823$$

$$58327$$

$$21318$$

例 (6)

$$3(\text{百})\text{倍被乘數} \cdot \cdot \cdot 174981 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 300 \text{ 倍被乘數}$$

$$6 \text{ 倍第一片積} \cdot \cdot \cdot 1049886 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 18 \text{ 倍}$$

$$7 \text{ 倍} \cdot \cdot \cdot 1224867 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 21000 \text{ 倍}$$

$$1243414986 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{積}$$

課題

- | | | | |
|------|--------------------------|------|------------------------------|
| (1) | 347508×31 | (2) | 8940.3×15 |
| (3) | 57.64×210 | (4) | 648.36×601 |
| (5) | 952.6×0.12 | (6) | 3758.4×11 |
| (7) | 111×867.8 | (8) | 78237×35 |
| (9) | 59.4×0.81 | (10) | 78.53×3.2 |
| (11) | 584×4200 | (12) | 360×57.4 |
| (13) | $67 \times 24 \times 28$ | (14) | 578.7×997 |
| (15) | 367.89×99 | (16) | 9999×4.267 |
| (17) | 645982×599 | (18) | $8468 \times 399 \times 993$ |
| (19) | 0.002588×0.399 | | |

(20) 3486.42×0.799

(21) 0.67325×0.06999

(22) 5784×246 (23) 3785×7.21

(24) $472.856 \times 5 + 918$

(25) $946.2108 \times 168.2 +$

第三十三條 探同一數而累次連乘之、其積稱為該數之冪、而其

累乘二次、三次、四次……者、各稱為該數之第二冪、第三

冪、第四冪……或稱該數自體、為其第一冪。

第二冪、又名曰平方、或謂之自乘、第三冪、亦別名曰立方。例

之、5之平方是 $5 \times 5 = 25$ 其立方是 $5 \times 5 \times 5 = 125$ 、

第一冪、第二冪、第三冪……或稱曰一乘冪、二乘冪、三乘

冪……

曰作7之第五冪、曰舉7于第五冪、曰累7于五乘冪、其義一也。

某數之某冪、亦皆準之。

某數之冪、示其採某數以爲因數之幾回者、稱曰冪之指數。

記冪、細書指數于元數右肩、例如7之第五冪、

簡約 $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ 、以爲 7^5 。

同一數之甲乙兩冪、若相乘成一積、其積均是同一數之冪、而其

指數、恰爲兩冪指數之和、例之、

$$7^2 \times 7^3 = (7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7)$$

$$= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= 7^5$$

故 $7^2 \times 7^3 = 7^5 = 7^{2+3}$

〔注意〕 十進數、皆10之冪也。

第三十四條 四捨五入 某數、限局其位、省去其某位以下、若

其所省去之首位、有數不超于4、則直遺棄之、若其有數過于5、

則攝取之、以加1于彼所實用者之末位、如此之取捨、稱之曰四

捨五入、

例之、視 38274135 中未滿萬之數、以四捨五入、則得

3827萬、若 38276135 則得 3828萬。

視 85139 之小數第三位以下、以四捨五入、則得 851

若 85153 則得 852

數如 435 限局于一之位而四捨五入、則得 44

凡概數不問其出于四捨五入否、其遺棄所得者、數尾附一語、或曰強、或曰餘、而其攝取所得者、附之以弱。

凡概數、不問其經四捨五入否、其既省去一部者、比之于其不省去之初、稱其差、曰誤差。

四捨五入所得者之誤差、視之于其所省去之首位、不大於 $\frac{5}{10}$ 。視之于其所實用者之末位、不大於 $\frac{0.5}{10}$ 。

〔注意〕 小數之右端、添0幾個、其值不變。然一部省去所得之小數、不可漫添0、又不可漫削0、例如四捨五入所得、 $\frac{3}{10}$ 與 $\frac{30}{100}$ 、異其義。蓋 $\frac{30}{100}$ 之誤差、不大於 $\frac{0.05}{100}$ 、而 $\frac{3}{10}$ 之誤差、不大於 $\frac{0.5}{10}$ 也。

第三十五條 乘數、必要爲不名數。例之、如云乘五圓于7、如云六里倍五圓、全屬于無意義。反之、被乘數者、或爲名數、或

爲不名數、非其所問、但名數乘于不名數、其積與被乘數、同其名。數理實如此、而施算所擇、若檢算所要、時遺名數之名、以交換被乘數與乘數、非其所妨。

例(1) 絹每一匹、價八元、若有絹十匹、其價幾何。

答 八拾元

是八元乘于十、而得八十元也。非乘于十匹也。

例(2) 有地、其橫廣三步、其豎長四步、其面積爲幾步。但面積一步、謂方形每邊各一步也。

答 拾貳步

顧此積、想其三步乘于四步、不得其正、若深究其理、實爲4倍三步、若3倍四步、卽得十二步也。

問題彙集 第三

- (1) $93245 - 91968 \times (9209 - 7055)$
- (2) $0.578 \times 32 \times 0.75 \times 10000$
- (3) $7863.67 - 947.669 \times 702003$
- (4) $\{9.45 + 3.4 + 1.07\} \times (4.46 + 3.54)$
 $+ (53.72 \times 0.32)$
- (5) $\{(14 \times 25) - (9 \times 36)\} \times \{(245 - 112) - (443 - 410)\}$
- (6) $(15)^3 - (3^2 \times 2^2) + (207)^2 - (9 \times 2^4)$
- (7) 13 之立方，乘于 17 之平方，其積爲何。
- (8) 0.7 之第五冪，減 0.5 之第六冪，其差爲何。
- (9) 2387821 \times 70090.8037

由四捨五入、以遺棄其第五位以下、則其概數爲何。

(10) 31323 及 45132

第一 兩因數之乘積、由四捨五入、以遺其千以下。

第二 各因數、先由四捨五入、以遺其十以下、而後相乘。

此 第一所得之數、比之于第二所得之數、其差爲何。

(11) 31415 之平方、由四捨五入、以遺其小數第五位以下、

其概數爲何。

(12) 洋習、以十二爲一打、二十九打爲幾何。

(13) 神戶至東京、其鐵路算三百七十六英里、而一英里、卽日本

之 40673 里也、此鐵路當日本幾何里。

(14) 有人、忽見電光、十七秒時而聞雷鳴、若音響傳走每一秒時

爲○○○清里，則其雷距其人，凡幾何清里。

(15) 一書籍，其編中有百九十二頁，而每一頁二十一行，每一行

二十二字，若想其全編毫無餘白，字數總計爲幾何。

(16) 買米者，每一苞給附四元八拾五仙，而得二百五十五苞，若

每一苞五元拾叁仙而賣之，其收利總計爲幾何。

(17) 一日爲二十四時，一時爲六十分，一分爲六十秒，一年凡三

百六十五日，是爲幾秒。

(18) 英國貨幣之名，分爲磅、志、片，而一磅是二十志，一志是

十二片也。貳千叁百貳拾五磅，是爲幾何片。

甲乙二人，同時去同地，其方向相反，甲者每一時行拾三里，

乙者行九里，背行十七時，兩人相距，竟爲幾里。

(20) 一學生、每月領得八元五拾仙、其中償食料四元叁拾五仙、授業料壹元五拾仙、雜費壹元七拾仙、而常貯其剩餘、然每年一回行見學旅行、而費消叁元五拾仙、若如此者五年、能得貯蓄幾何。

除算、又除法。

第三十六條 第一數分子第二數、又除于第二數者、謂究第二數含于第一數凡幾回、即查第一數減第二數凡幾回而能減盡、又能使其剩餘小於第二數也。

例之、23 除于 7 者、三減 7 于 23 而餘 2、即知 23 中含三倍 7 及殘數 2 也。

如上之第一數、稱曰實、又曰被除數、其第二數、稱曰法、又曰

除數 其表示實中含法之幾何者、稱曰商、其所殘者、稱曰剩餘、簡便發見商及剩餘之算、稱曰除算、又曰除法。

除算所用之符號、名曰除號、除號者、是也。此號、讀曰「除于」、

例之、 $21 \div 7$ 讀曰「二十一除于七」

實、法、與商、剩餘之間、互相關繫、如左。

$$(商) \parallel (法) \times (商) + (剩餘)$$

第三十七條 除算、若除盡無剩餘、則

$$(商) \parallel (法) \times (商)$$

今視之于乘算、則

$$(商) \parallel (被乘數) \times (乘數)$$

故視實為積、法為被乘數、則商亦為乘數、即除算者、乘算之逆

施、惟知其積及被乘數、而索乘數也、(甲說) 例之、

$8 \times 3 = 24$ 、故24中含8三也、換語言之、三探8而累加、即

得24、故24中含8三也、

乘算、互換被乘數與乘數、其積不變、故除算者、謂知積及乘數、

而索被乘數、亦可也、(乙說) 例之、

$24 \div 3 = 8$ 、而 $24 \div 8 = 3$ 、即分24于三均部、其一分、

是8也。

除算意義、有(甲)(乙)兩說、如此、而其甲說、與前條所記之釋

義、相符合、今一併視甲乙兩說、則

除算者、知積及一因數、而索他因數也、

於是、更知除算之用、有二義、

(甲) 究其所含果幾何、即計之也。

(乙) 分之、即均分也。

甲乙二義之差、籍名數除算、而釋示之、則自明矣。實與法、同其名、而惟商爲不名數。是(甲)之用也。例之、二十一尺、由三尺而除之(計之)、則其商得七。若法爲不名數、而實與商、同其名、是(乙)之用也。例之、二十一人除于3(分子三羣)、則其商得七人。

除算以(甲)之用、概稱其商、曰比。例之、二十一尺除于三尺之商、換稱曰「二十一尺較于三尺之比」。

除算簡易者、逆用九九之聲、可輒行之。例之、63除于9、先知「七九六十三」、輒識得其商爲7。

〔注意〕 除算生剩餘者、亦姑觀之爲乘算之逆施、可也、若夫處其剩餘之如何、後章論之。

課題

- (1) 除某數、直以其同數、則商得1、此理果由何。
- (2) 除某數、以1、則商是元某數也。此理果由何。
- (3) 除零、以某數、則商仍零也。此義如何。
- (4) 二數相乘、其積爲七十二、而其一因數爲9、其他因數果爲幾何。
- (5) 何數除以8、能得9。
- (6) 12乘于何數、能得48。
- (7) 5之幾倍、正爲35。

(8) 幾回集15, 正得六十。

(9) 24 累減 6, 果能得幾回。

(10) 何數之 5 倍, 正為 45。

(11) 累加得百五, 當幾回探 15。

(12) 八回累減于 80 而終減盡, 其數果為何。

第三十八條 整數除算

法。惟為基數之例。實之左、布法、其中間挾曲線如) 者、實之下、劃橫線、其下記商。

7) $\begin{array}{r} 168 \\ 24 \overline{) 168} \\ \underline{24} \\ 160 \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$ 除于 7 者、先除實之上部 16 以 7, 則商之第二位得 2, 乃 16 減 $7 \times 2 = 14$ 其剩餘有 2, 此 2 添帶實之次位 8, 為 28, 更除之以 7, 則商之第一位得 4, 即知

商之全數、爲24也。

此算法、出于除算意義(甲)說、即 1000 中、先減7之二十倍、次更減7之四倍、而其剩餘歸于0、故知 1000 中含7恰累二十四也。

除算未全畢、其半途所得之各商、稱曰片商、例如 $1000 \div 7$ 其7除16、商得2、7除28、商得4、如此之商如2及4、即爲片商、而片商之總和、如24、是全商也。

例(1) 1000 須除于6。

6)	1638	6	除16、	片商得2、	而餘4、	此4添帶其次位3、	爲43、
	273						
			此43除于6、	片商得7、	而餘1、	此1添帶其次位8、	爲
18、			此18除于6、	片商得3、		故全商爲 173 也。	

整數除于整數，而不生剩餘者，稱曰除盡。又曰整除。23 除于 7，則商得 3 而餘 2，是不除盡也。剩餘如 2 者，惟視爲剩餘，可也。別處之，有二法。

2 除于 7，如何。2 除于 7 者，2 分子 7 而已。簡明敘之，其法如何。2 下劃橫線，而其下記 7，即記爲 $\frac{2}{7}$ ，讀之曰「七分二」。所謂七分二者，若七倍之，即得 2 焉。故 23 除于 7，其商是 $3\frac{2}{7}$ 也。又 1 分子 2 者，記爲 $1\frac{2}{7}$ ，讀之曰「一分二」。是其一倍得 1 者，即所謂半也。

處剩餘如此，乃使數之意義自推擴，如 $\frac{2}{7}$ 、 $1\frac{2}{7}$ 者，亦皆包含于數。如此之數，名曰分數。分數中，其在橫線下者，稱曰分母；其在橫線上者，稱曰分子。

除號、或代之以分數式、例之、 $12 \div 11$ 又記為 $\frac{12}{11}$ 。此 $\frac{23}{7}$ 者、直視為分數、亦可也。若視 $\frac{23}{7}$ 為商、其 23 為實、而 7 為法、又若視 $\frac{23}{7}$ 為分數、其 23 為分子、而 7 為分母。

處剩餘之第二法、惟添記 0 于該剩餘末尾、而連續行除算而已。

例之、23 除于 7、其第一片商得 3、記之于線下、而其右批小數

8 點、剩餘有 2、添 0 而為 20 分、此 20 除于 7、其第二片商

得 2、記之于小數點之右、此時、實中殘餘、更有 6、添

7) $\begin{array}{r} 23 \\ \underline{3} \\ 30 \end{array}$ 0 而為 60 釐、此 60 除于 7、其第三片商得 8、記之于小數

而全商得 3.328 也。第二位。實中殘餘、雖仍有 4 釐、若遺棄之、除算略告終、

而全商得 3.328 也。

此除算、至釐位而終、若更續及于毫位、4 添 0 而為 40 毫、此 40

除于7、其片商得5毫、而剩餘亦有5毫、於是、遺棄其剩餘、則全商爲 3.285也。

〔注意〕 除算續及于小數第何位、題言所明示、或其不然者、題旨所需、可以判識之。

例(2) 32449須除于7。

7)32449

7)32449

4635⁴

又

4635.571

處剩餘如兩法、而除算爲乘算之逆施、常見其真然、如此而所謂商者之意義、亦自推擴焉。凡限局于整數之商、若明別于廣義之商、稱之曰整數商。

〔注意〕 若法爲簡數如1112者、其除算亦得倣于法惟爲基數之例。

課題

須行各題除算、而其生剩餘者、必兩法處之、且其用第二法、皆算及于小數第二位、而遺棄其以下、可也。

(1) $430825 \div 4$

(2) $89237 \div 6$

(3) $3820902 \div 9$

(4) $4082148 \div 8$

(5) $840031 \div 3$

(6) $327909 \div 7$

(7) $390006 \div 3$

(8) $77231 \div 11$

(9) $307921 \div 3$

第三十九條 十進數除整數者、同于十進數分該整數者、(第二十

六條) 卽先視其法所帶之0、而計實中字母、起于其第一位、以

進于左、待其計去相同、而批小數點于其左、若實之位、不足于

法之零，必添0于實之左，以補其不足。例之。

$$479 \div 100 = 4.79$$

$$7817 \div 10000 = 0.7817$$

$$3 \div 1000 = 0.003$$

課題

(1) $48721 \div 100$ (2) $3278 \div 1000$

(3) $63 \div 1000$ (4) $308 \div 1000$

(5) $3 \div 100$ (6) $81 \div 10000$

(7) $8320045 \div 1000$

(8) $65312489 \div 10000$

第四十條 法數涉二位以上之例

9576 除于42者、先除95百以42、其片商得2百、而減84百于
 95百、其剩餘爲11百、此11百添帶7拾、則成117拾、更除之
 以42、其片商得2拾、而減84拾于117拾、其剩餘爲33拾、此
 33拾添帶6、則成336、復更除之以42、其片商恰得8、故全商
 爲2百+2拾+8 = 228也、算中所用、如95百、117
 拾、336者、稱曰片實。
 如此之算、記之于式、如左。

$$42 \overline{) 9576} \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 8 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 117 \\ 84 \\ \hline 336 \\ 336 \\ \hline 336 \end{array}$$

片實除于法、其片商必爲基數、索之、惟據心算、法數稍大者、
 先對較片實及法之首部各二三字、以概算想定其片商、而法數乘
 于該概商、照比其所得于片實、卽可以知其概商能當否。
 整數除于整數者、先探實之首部若干字母、使之不小於法、以爲
 第一片實、第一片實除于法、則得第一片商、卽商之首字母也。
 法乘于第一片商、減之于第一片實、其所餘、爲第一剩餘、第一
 剩餘添帶實中未用之一字母在其最上位者、以爲第二片實。
 第二片實除于法、則得第二片商、卽商之第二字也。法乘于第二
 片商、減之于第二片實、其所餘、爲第二剩餘、如此而漸除下、
 盡用實之各字而後止焉。

實之字母、盡用之以施算、而後見其有剩餘、是即全除算所生之剩餘也。處此剩餘、據第三十八條所示。

爰有一事可留意者、商之首位、常同于第一片實之末位、是也。

例(1) 2046654 ÷ 2718

2718)2046654(753

19026

14405

13590

8154

8154

例
(2)

$$63 \div 17$$

$$17)63(3.705$$

$$51$$

$$120$$

$$119$$

$$100$$

$$85$$

$$15$$

檢算。商乘于法，而其積加剩餘，則當同于實。

課題

左列各題、若生剩餘、須直存留其所餘。

- (1) $3701440 \div 35$ (2) $8770952 \div 47$
(3) $744617892 \div 82$
(4) $413474301 \div 59$
(5) $2666981482 \div 526$
(6) $13622153 \div 1729$
(7) $68921016 \div 5361$
(8) $10174136 \div 1358$
(9) $27519793 \div 35418$
(10) $120396023 \div 27863$
(11) $626383341 \div 507604$
(12) $454984938 \div 50706$

$$(13) \quad 3875965 \div 406$$

$$(14) \quad 280607712 \div 8932$$

下列各題、若生剩餘、須除及于小數第二位。

$$(15) \quad 980522 \div 792$$

$$(16) \quad 31350082 \div 6009$$

$$(17) \quad 6325943 \div 4602$$

$$(18) \quad 220000 \div 7 \qquad (19) \quad 61500 \div 2743$$

$$(20) \quad 35500 \div 1183$$

第四十一條 商不帶剩餘者、視除算爲乘算之逆施、第三十七條
既說之、而第三十八條、適宜處剩餘、卽商帶剩餘者、亦均足視
除算爲乘算之逆施也。故通言之、

由是 卽知

$$(甲) \parallel (乙) \times (丙)$$

(甲) 實乘于某數、商亦乘于同數、

(乙) 法乘于某數、商却除于同數、

(丙) 實與法、均乘于同數、其商不變、

(丁) 實與法、均除于同數、其商仍不變。

第四十二條 衆因數連乘之積、除于某數者、惟其一因數、除于

該某數、是足矣。

例之、
 $(15 \times 6) \div 3 \parallel (15 \div 3) \times 6 \parallel 30$

$$15 \times (6 \div 3) = 15 \times 2 = 30,$$

$$\text{三} \quad (15 \times 6) \div 3 = 90 \div 3 = 30,$$

衆數之和、除于某數者、或先初索其和而後除之、或每數除之而後盡加其各商、其効無所異。

例之、 $(24 + 18 + 6) \div 6 = 48 \div 6 = 8$

$(24 \div 6) + (18 \div 6) + (6 \div 6) = 4 + 3 + 1 = 8$

課題

(1) 知 $30673 \div 37 = 829$, $214711 = 30673 \times 7$. 而索 $214711 \div 37$ 其商爲何。

(2) $3003 \div 7 = 429$ 因之而索 $3003 \div 21$ 其商爲何。

(3) $153 + 15$ 須除于 355 又須 \times 乘實法兩數、而後施除算。

(4) 53000 須除于 90000 又須除于 1000

(5) $(55 \times 215 \times 35) \div 133$ 須三方算之。

(6) $144 + 120 + 222 + 350 \div 12$ 須二方算之。

(7) 13125 須除于 2225 又須 8 乘實法兩數、而後施除算。

第四十三條 小數除算 實不問其為整數與為小數、凡十進數除之者、十進數分之也、即視十進數所帶之 0、而適次移送小數點于左、是可也。(第二十六條)

課題

(1) $7328.9 \div 1000$ (2) $0.73 \div 100$

(3) $64.203 \div 100$ (4) $3.141 \div 1000$

(5) $0.072 \div 1000$ (6) $49.37 \div 10000$

法爲整數之例。整數除整數。且由第二法(第二十八條)而處其剩餘。足直應用于此例。但第一片實之尾位。使商之具効字母在其首位者視準以定其位。

例(一) $845.694 \div 24$

$24 \overline{) 845.694} (35.237$

72

$\underline{125}$

$\underline{120}$

56

48

$\underline{89}$

72

$\underline{174}$

$\underline{168}$

6

例(2) 21.356 ÷ 526

526)21.356(0.0406007

2104

3160

3156

4000

3682

318

帶成小數、除于整數者、苟未用實之小數部而施算、其所得之片實、屬于商之整數部、自明矣。故施算之間、欲用實之小數部而始下記其分位字母、則先批小數點于商所既得之末尾。見之于例(1)、待片實添記分位6、批小數點于前片商5之右也。

課題

下列各題、其附記(三)(四)者、言須算及于小數第三位、第四位也。

(1) $8378.24 \div 69$ [三]

(2) $4832.7 \div 1277$ [三]

(3) $50.97 \div 62$ [四] (4) $378.2 \div 205$ [四]

(5) $5964.89 \div 826$ [四]

(6) $9.051 \div 24$ [五] (7) $0.6942 \div 403$ [六]

(8) $0.02937 \div 12$ [六] (9) $1.243 \div 465$ [五]

(10) $22.031 \div 6543$ [六]

法爲小數之例。考查 5473 ÷ 8345 其 5473

是 54730 毫、而 8.345 是 8345 毫也。故

$$54.73 \div 8.345 \text{ 全同于 } 54730 \div 8345.$$

若問其理如何、據第四十一條(丙)所示、而 1000 乘實法兩數、則自瞭然矣。

由是觀之、或小數、或整數、除于小數者、或適宜視某小數位爲單位、或適宜乘十進數于實法兩數、則化爲整數除整數之算。故方其實算、不拘其小數點、而施除算、既得商、而後命其位、是足矣。命商之位、先知其位字母在其首位者之位、可以直定之也。欲使商之命位易睹、不必化實法兩數以爲整數、惟其法化爲整數、是足矣。例之、如

$$0.0000087 \div 0.0328$$

或視絲爲單位、或 100000 乘實法兩數、而爲

0.087 + 328

卽其法化爲整數。法既爲整數、商之具効字母在其最高位者、必由第一片實之末位而定其位。今見此一算之例、其第一片實 210 之末位、是爲絲位、故第一片商得 2、其 2 者、亦爲絲位也。

化法使爲整數者、移法之小數點、以退之于其末尾也。故化法如此、則實之小數點、亦不可不右移同其格。然方其實算、惟心記其轉移、不必移動實法兩數之小數點、而直施除算、亦可也。果如此、則施算之間、實中既盡用法所均同之各位、次下手于實之位更低者、必批小數點于商所既得之末尾。見之于例(2)、法之末

位、是毫位也。故片實既用 0 毫、而將添用 0 絲、先批小數點于片商 7 之右也。

例(1) $0.0000087 + 0.0328$
 $328)0.0870(0.0002652$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2140 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1968 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1720 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1640 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 800 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 656 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \hline \end{array}$$

例⁽²⁾

$$94.32 \div 2.538$$

$$2.538 \overline{)94.32(37.163}$$

$$\underline{7614}$$

$$\underline{18180}$$

$$\underline{17766}$$

$$4140$$

$$\underline{2538}$$

$$16020$$

$$\underline{15228}$$

$$7920$$

$$\underline{7614}$$

$$306$$

課題

- (1) $6782.49 \div 43.2$ [三]
- (2) $228975.096 \div 543.2$ [二]
- (3) $264700.633 \div 52.31$ [二]
- (4) $146.73072 \div 2.32$ [三]
- (5) $97.24616 \div 47.2$ [四]
- (6) $0.02254 \div 0.92$ [四]
- (7) $0.598 \div 0.49$ [五] (8) $0.762 \div 0.056$ [四]
- (9) $3.063 \div 34.006$ [四]
- (10) $0.763 \div 68.2$ [五]

第四十四條

乘除簡便法

$$5 \parallel 10 \div 2$$

$$25 \parallel 100 \div 4$$

$$125 \parallel 1000 \div 8$$

故乘于5者、與十倍除以2者、相等、乘于25者、與百倍除以4者、相等、而乘于125者、與千倍除以8者、相等。逆見之、除以5者、與2倍10分者、又十分一乘于2者、相等、除以25者、與4倍100分者、又百分一乘于4者、相等、而除以125者、與8倍1000分者、又千分一乘于8者、相等。

例(1) $3206 \times 125 \parallel 3206000 \div 8 = 400750$

例(2) $245789 \div 25 \parallel (245789 \times 4) \div 100$

$$= 9831.56$$

課題

(1) 87.562×25

(2) 4678×0.25

(3) 7943.78×2.5

(4) 74326×0.125

(5) 9482.53×125

(6) 7986×1.25

(7) 4678×0.025

(8) $948.2 \div 0.25$

(9) $54.27 \div 0.125$

(10) $925.72 \div 1.25$

(11) $.945 \div 12.5$

(12) $0.8385 \div 0.0125$

法成于衆因數連乘，而其因數易明知，則不由法而直除之，却由其各因數而逐次除之，亦可也。例如除于35者，先除于5，而更除于7，如左。

$$\begin{array}{r} 5) 25935 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) 5187 \\ \hline 741 \end{array}$$

故 $25935 \div 35 = 741$

又除于+00者，先除于4，而後除于100（移小數點左二位）可也。

課題

- | | |
|------------------|-------------------|
| (1) 67634 ÷ 28 | (2) 678384 ÷ 48 |
| (3) 287748 ÷ 75 | (4) 3600342 ÷ 54 |
| (5) 594675 ÷ 625 | (6) 7656 ÷ 9000 |
| (7) 53248 ÷ 260 | (8) 665010 ÷ 8100 |
| (9) 10818 ÷ 3600 | |

第四十五條 衆數之總和，除于其項數者，稱曰該衆數之平均。

例之、三數、如 153.24 152.98 153.15 之總和爲 459.37，此和除于3，則爲 153.123 是三數之平均

也。

須平均之衆數、大約相等、則先姑攔留其相等者、惟由其相異者而索其平均、而後加其所得于嚮所攔留、是可也。例如前例、其150均通于三數、故姑攔留之、惟用3.24, 2.92, 3.12以索其平均、則得3.123而加之于150則得153.123也。

不知各數、惟知其總和、亦可以平均。例之、一汽車走三百七十六哩、經時凡十九時半、而每一時走行同不同、無知之。如此者、376哩、除以19.5而得19哩強、是平均每時走行之數也。

第四十六條 名數除算之實(被除數)、必名數、而索其所含幾何

(甲)者、法與實、同其名、其均分(乙)者、法必不名數也、(第三

十七條。

(甲)例 絹每一匹、價八元、銀五十六元、能買絹幾匹。

56元中、含八元、果幾何、卽其數直示買得絹一匹之度數也、56元、除于8元、則得7(非7匹)、故56元、買絹一匹、能累七回、卽知絹七匹、可以買也。

(乙)例 絹七匹、價五十六元、其一匹、價幾何。

一匹者、七均分7匹之一也、故絹一匹之價、不可不爲七均分56元之一。故56元、除于7(非7匹)、而得8元、卽知絹一匹價八元也。

課題

解各題者、須甄別其屬(甲)(乙)何義、以解答。

- (1) 布八尺、價七拾貳仙、其一尺、價幾何。
- (2) 四拾貳元、含七元、累幾何、
- (3) 設如視七元爲單位、而計四拾貳元、其數爲幾何。
- (4) 若一億元爲單位、 817500000000 元、爲如何之數。
- (5) 經始某事業、要資叁千元、而每一人所出、定爲百貳拾五元、今經始之、須幾人加入。
- (6) 職工三人、成一事、恰需消八日、若一人成之、需消幾日、又若六人成之、需消幾日。
- (7) 束鉛筆、每一把計十二管、鉛筆九百四拾八管、束成幾把。

第四十七條

因數除算所生之剩餘

例(1) 一編有文字 5869 若一卷十二張、一張四行、一行七字而書之、全編爲幾卷、而其末卷實有幾字。

一卷字數、爲 $7 \times 4 \times 12 = 336$ 而 5869 除以

336 則商得 17 而其剩餘有 157 故全編爲十八卷、而其

末卷有百五十七字、明矣。今不由 336 而直除之、却由

其因數 7 及 12 而順次除之、其算式、如左、

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 5869} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 838} \dots\dots\dots \text{剩餘有 3 字} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{2) 209} \dots\dots\dots \text{剩餘有 2 行} \end{array}$$

$$1 \overline{7} \dots\dots\dots \text{剩餘有 5 張}$$

詳見之、5869 字、爲 838 行及 3 字、其 838 行、爲

209 張及 2 行、而其 209 張、爲 17 卷及 5 張。由是觀之、各次所餘之剩餘、即 5 張 2 行 3 字、而其 5 張者、爲 $(7 \times 4) \times 5$ 字、2 行者、爲 7×2 字、故剩餘之字數、實爲 $(7 \times 4 \times 5) + (7 \times 2) + 3 = 157$

例⁽²⁾ 5 1 4 8 9 5 9 除于 $3 \times 4 \times 7 \times 1 1$ 其商及剩餘、各爲幾何。

$$\begin{array}{r} 3) 5148959 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) 1716319 \dots \dots \dots \text{餘 } 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) 429079 \dots \dots \dots \text{餘 } 3 (\times 3) \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) 61297 \\ \hline \end{array}$$

$$5572 \dots \dots \dots \text{餘 } 5 (\times 3 \times 4 \times 7)$$

各剩餘，乘于其先前之諸法數，而加之，即爲剩餘全數，故此例所生之剩餘，是 $(5 \times 7 \times 4 \times 3) + (3 \times 3) + 2 = 431$ 而商是5572也。

問題彙集 第四

- (1) $(578347 \div 49) + (64925 \div 25)$
- (2) $(2546.95 \div 25) - (10381 \div 125)$
- (3) $(694 \times 125) - (3458000 \div 5600)$
- (4) 50.08747 除以 270.56 須算及于小數第五位，而遺棄其以下。
- (5) 0.234567 除以 0.123456 須算及于小數第七位，而處其以下，以四捨五入。

(6) 0.0281849 除于 0.00081849 須算及于小數第三位。

(7) $0.03 + 除于 2.1 + 須算及于小數第六位。$

(8) 一米突(法尺) 是日本之 $\frac{33}{100}$ 尺、日本之一尺、是爲幾米突。但須算及于小數第四位、而處其以下以四捨五入。(米突、又書爲適當)

(9) 日本之 $\frac{4}{10}$ 貫、與法國 $\frac{15}{10}$ 「啓羅格郎姆」、相同、 1 貫、果爲幾「啓羅格郎姆」、而一「啓羅格郎姆」果爲幾貫。但須算及于小數第四位、而處其以下、以四捨五入。

(10) 工匠三十人、其頭領一人、共配分 325.33 元。其工匠、各得同額、頭領、則一人當三人、工匠所分得、果爲幾元。

- (11) 何數乘于 2667 爲 1490097382
- (12) 糖五百二十斤、價四拾九元四十仙、每一斤、價幾何。
- (13) 三整數連乘、得 195663 而其二因數、爲 37 及 43、其
- (14) 他一因數、爲幾何。
- (14) 米每一斛、價八元五拾五仙、金壹萬五千元、能買米幾斛、
- 但斛以下、不須算。
- (15) 蘋果每一函、價壹元叁拾叁仙、今買其一函及函外十二顆、
- 而給附壹元七拾五仙、一函、爲納容幾顆。
- (16) 1 除于 3.1416 須算及于小數第四位、而處其以下、以
- 四捨五入。
- (17) 炭一苞、納六十斤、而其六苞、價一元、若一苞納五十斤、

其二十三卷、價幾何。

(18) 8 除于 1.000000 須算及于小數第四位、而處其以下、以四捨五入。

(19) 75.46, 75.49, 75.61, 75.57,

75.48, 75.51, 75.55,

須索此七數之平均、而算及于小數第三位。

(20) 上米一斛、價九元七拾壹仙、中米、價九元拾七仙、下米、

價八元五拾五仙、平均上中下、其價如何。

(21) 1708058240940 除以 4567 須索其整數商及剩餘、

(22) 木棍長 36 尺、其中、截取小木棍長 2.03 者、能得幾根、

而其所餘之棍片，長幾何。

(23) 31.742 572843 須算及于小數第三位，而索得

其商與剩餘。

(24) 地球至太陽，其距離為 147,250,000 啓羅米突，而

陽光進走，每一秒，達 309,800 啓羅米突，凡光發于

太陽而達地球，果需幾秒時。

(25) 196149 除于 37×43 須索得其整數商與剩餘。

但不須算出 37×43 之積。

(26) 知 $1155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$ 而須索

$$4759103 \div 1155$$

之整數商及剩餘，以因數除算之法。

(27) 康熙字典所載之漢字、有四萬七千二百十六字。若一頁二十一行、一行二十二字、而書之、則總爲幾頁、而最尾之頁、有幾行、最尾之行、有幾字、且最尾之頁、總有幾字。

(28) 若一頁六行、一行十三字、而書千字文、其最尾一頁之餘白、將能填幾何文字。

第四十八條 加減乘除之符號、連結算式、其釋義、概據左例。

(第一) \times 及 \div 所結之式、惟順次施算。例之、如

$$246 + 3 + 2$$

246 除于 3 、而其商更除于 2 也。又如

$$246 \div 3 \times 2$$

246 除于 3 、而其商乘于 2 也。

(第二)十一及×÷所結之式，先行×÷所需之算，而後行+一所需之算。約言之，乘除前之，加減後之。

例之、 $15 \div 3 + 7 \times 2 - 6 + 2 \times 3 =$

$$5 + 14 - 6 = 10$$

〔注意〕如此之敘式，易招誤解，故用括弧以示施算次序，却爲安全。例如

$$(15 \div 3) + (7 \times 2) - (6 + 2) \times 3$$

第四十九條 解設題之要目，揭例以示之，如左。

例(1) 綿布三匹，價叁元九拾六仙，其七匹，價幾何。

先除 3.96 元以 3 ，即知一匹價 1.32 元，是除算也，次乘 1.32 元以 7 ，即知七匹價 9.24 元，是乘算也。設題雖繁，適宜追序。

以施加減乘除、其答、可以得。設題之要、在發見次序所適。

例(2) 路程十二里、其兩端、有二柱、若五柱插于其間、而其間隔相等、各二柱之間、果隔幾里。

二柱之間、更樹立五柱、其柱數、增爲七、而柱至柱之間隔、計爲六。故12里除以6、其商爲二里、是一間隔之長也。初學者、或以7、或以5、除十二里、是易謬、而可致意也。凡臨算題者、豫查如何計算得其正解、而後始施算、可也。

例(3) 某月三日、至同月九日、其間有幾日。
是問中間日數、故所謂三日與九日、兩不入其數、見之于實際、其間、有四、五、六、七、八、之5日。若夫其算法、9日減3日而更減1日、卽得5日以答。其所減1日者、是最尾之一日、卽所謂九日

也。

設題、如問三日某時至九日同時之間隔、則9日減3日、而爲6日、是其答也。凡云三日、云九日者、謂歷日之名、而非名數。藉此而移取彼計算所用之名數、如3日、如9日、須嚴密注意。設題、係年月日者、精細判別年月日之名與時歷之名數、是避誤之要訣也。

例⁽⁴⁾ 鶴龜、合其頭數、有五十八、而合其腳數、有百五十、各類頭數、爲幾何。

若五十八盡爲鶴、其腳數、算 116 比之于百五十、其不足爲 34 、今代鶴一羽、以龜一尾、其每一頭、增脚 2 、故欲增脚 34 、必要代鶴十七羽、以龜十七尾。於是、正知鶴四十一頭、龜十七

頭、爲此設題之答。

例(5) 甲乙相距、三十二里、乙者每一時走八里、甲者走十二里、若甲追乙而走、能幾時追及、
甲乙走行、同其方向、而甲者每一時走十二里、乙者走八里、甲追乙、其加近者、每一時爲四里、故32里除以4里、而得8、卽以八時答此設題也。

問題彙集 第五

(1) 上米一斛、價十七元二十四仙、下米十五元三十九仙、上中下平均、價十六元三十七仙、中米一斛、價幾何。

(2) 據統計學者所推算、各國財富、以一億元爲單位者、如下、

美國	1625	英國	1181	法國	959
德國	805	俄國	642	奧國	451
韓國	316	西國	226		

若合英美二國之富，比之于俄德二國之富，凡為幾倍。但須算及于小數第二位，而處其下，以四捨五入。

(3) 119及17之和，乘于其差，既得乘積，除之以48，商為幾何。

(4) 某人得俸銀，每日七拾五仙，若操業入夜，增貳拾五仙，此人操業，三十五日，而得2885元，其操業入夜，計為幾夜。

(5) 某人賣牛羊，羊頭數，二倍牛頭數，其賣價，牛每一頭八拾五元，羊每一頭拾五元，而全計得三千四百五拾元。此人賣牛幾

頭。

(6)有二數、其乙數之五倍、多於甲數之七倍、爲14、而乙數之三倍、是100也。甲數爲幾何。

(7)三人、共分一千五百貳拾元、而乙人所得、多於甲人所得、爲百元、丙人所得、多於乙人所得、爲貳百七拾元、三人所得、各爲幾元。

(8)甲人所貯、多於乙人、爲貳百九拾四元、且少於丙人、爲四百六拾八元、而丙人所貯者、爲三千七百拾五元、甲乙兩人所貯、若合之、爲幾何。

(9)三人、共分壹千元、乙人所分得、少於甲人所分得之三倍、爲貳元、而丙人所分得、多於甲乙兩人所併得之半額、爲壹元。

甲人所分得，果爲幾元。

- (10) 何數除于 48762 其商得 6285 而剩餘爲 26108
- (11) 某日問精米市價，云平均其第一等與第五等，每一斛價貳拾壹元拾五仙，平均其第二等與第四等，爲貳拾壹元叁拾貳仙，而第三等，爲貳拾壹元五拾壹仙，若平均五等，每一斛價幾元。
- (12) 懷抱銀叁元，而到市場，欲買鷄卵百八十個，其銀告不足，爲鷄卵三個之價錢及九釐(蓋者是仙之十分一)。價銀總爲幾何。
- (13) 一英里，是 1.6093「啓羅米突」，一「啓羅米突」，是日本之 0.25463 里，若一英里，改之于日本里，爲幾何，但須算及于小數第四位，而處其下，以四捨五入。
- (14) 書籍一帙，成于上下二卷，其三十八帙，價四拾七元五拾仙。

而其上卷、貴於下卷、爲拾五仙、上下各卷、價幾何。

(15) 電柱六十四根、各柱至鄰柱、隔四拾八步、若僅存兩端二柱、且盡去介間之衆柱、而更樹八十三柱于其間、使各間隔皆相等、如此則、每兩柱間隔、爲幾步。

(16) 父齡滿三十五年、而有子齡滿五年、此父與此子、漸加齡、而父齡爲子齡之二倍、方此時、父齡、果爲幾何。

(17) 二柱、隔三千七百八拾步、先樹十七柱于其間、使每隔相等、而更樹五柱于各兩柱之間、使每隔皆相等、此時、柱至柱之間、各隔幾步。

(18) 父齡滿四十三年、母滿三十五年、而子滿十二年、其後、父母年齡之和、恰爲子齡之五倍、是距此時、爲幾年後。

(19) 地廣十二步、長七步、其四隅及周邊每隔半步、各樹杙、而杙與杙之間、皆栽杉苗五根、如此、則總計需杙幾根及杉苗幾根。

(20) 一翁齡滿九十年、而其甲孫滿二十一年、乙孫滿十九年、往昔曾有一時、此祖父之齡、恰三倍兩孫年齡之和、彼時距此時、爲幾年前。

(21) 一籃納梨子三十顆、若買其七十六籃、價銀合籃值、計四拾五元貳拾貳仙、但籃每一個、定爲價二仙五釐、今如一籃納二十五顆、買其三十六籃、價銀合籃值、計爲幾何。

(22) 32.1703 英尺、是 9.80533 米突也。一英尺爲幾米突、但須算及于小數第四位、而處其下、以四捨五入。

(23) 金幣值貳拾元、值拾元、及值五元之三種、以價叁千元、其拾

元者、三倍貳拾元者之個數、其五元者、亦五倍之、其貳拾元者、計用幾個。

(24) 書籍一卷、有六百頁、一頁二十二行、一行二十四字、而無餘白、今改其版、爲一頁二十一行、一行二十二字、其印刷費、比之于原版、差爲幾何。(最尾有餘白、仍計算爲一頁)。但原版印刷費、每一頁壹元七拾五仙、改版一頁壹元七拾仙。

(25) 分配柿子于兒童、每人給八個、見三個不足、每人給七個、見二個殘餘、問兒童有幾人、而柿子有幾個。

(26) 鉛筆幾枝、分與于兒童幾人、若三人各取四枝而餘人各取三枝、則餘九枝、若惟一人取三枝、而餘人各取五枝、則無過不足。問鉛筆有幾枝、而兒童有幾人。

(27) 籃中有蘋果及柿子，其蘋果之數，二倍柿子之數，若同時摘取柿子三個及蘋果四個，凡幾回，而柿子全盡，惟蘋果殘十六個。籃中有果實，總爲幾個。

(28) $5 \div 2$ $1 \div 6$ $1 \div 24$ $1 \div 120$

$1 \div 720$, $1 \div 5040$,
 須各算及于小數第五位，而處其下，以四捨五入。如此者，皆加合之，其和與 2.71828 相減，差爲幾何。

(29) 某人買地三千五百步，後賣之，自耗損貳千百七拾元，但賣之，若每步以拾元，却得利益五千四百貳拾五元，問買價及賣價，每一步各爲幾何。

(30) 2389.57 乘于 406.509 而其積除于 1.35503

是爲幾何。

- (31) 某人領有田圃幾頃、此人賣田幾頃、每頃四百貳拾元、而得一千六百八拾元、更用此價銀、而買圃、每頃以百貳拾元、於是此人領有田六頃及圃十九頃、當初、此人所領有、田圃各幾頃。
- (32) 3827 及 6719 之乘積 除以 713 及 473 之乘積 須算及于小數第三位、而遺棄其以下。
- (33) 某人收得七元五拾仙、以銀幣值貳拾仙、及拾仙者、而幣數有五十八個、各幣個數、爲幾何。
- (34) 雀與蛙、合其頭數、有六十、而合其脚數、有百六十六、問各種頭數、爲幾何。
- (35) 米百五十苞、每苞或納四斗、或納四斗五升、而總計爲六十四

斛、苞納四斗者、及納四斗五升者、爲幾苞。但一斛是十斗、一斗是十升也。

(36) 金幣值貳拾元、及值五元之兩種、共價貳千叁百拾元、而平均視之、金幣每一個、恰當拾壹元。各幣個數、爲幾何。

(37) 甲 22 之平方、除于 7 之平方

算及于小數第四位、而處其下、以四捨五入。

乙 22 乘 7

算及于小數第四位、而處其下、以四捨五入、

更求其平方、復算及于小數第四位、而處其下、以四捨五入。

甲數與乙數之差、爲幾何。

(38) 一帙書籍、成于幾卷、其價銀、美裝者叁元六拾八仙、粗裝者

叁元四仙、但美裝每卷、貴於粗裝、爲八仙、此一帙、果爲幾卷。

(39) 財囊中、有若干元、先費消其半額、而後投入叁元六拾八仙、更費在囊之半額及壹元貳拾七仙、而後見囊中仍有叁元、當初財囊納幾元。

(40) 馬商、用八千叁百四拾六元、而買馬若干頭、既而賣幾頭、每頭九拾五元、而得叁千九百九拾元、但此時、被損耗、每頭拾貳元也、今欲賣殘餘之馬匹、通計得利益叁百貳拾四元、則每頭幾元、而賣之、可乎。

(41) 甲乙兩地、相距二百十四里、伯郎、起于甲地、而行乙地、每
一點時、走十三里、叔郎、起于乙地、而行甲地、每
一點時、

走九里、二人同時發走、經十二點時、而其相距、爲幾里。

(42) 甲乙同時、發于同地、若走行同其方向、而經五點時、兩人可以隔十里、若其方向相反、而經七點時、可以隔百二十六里、甲乙行程、每一點時、爲幾何。

(43) 二人同向同道而進走、其甲人、每一時走十里、其乙人、每一時走七里、乍見兩人相距十五里、若甲人在前、其兩人相逢、爲幾時前、若甲人在後、其兩人相逢、爲幾時後。

(44) 甲乙兩地、相距千五百五拾里、十月二十九日早天起程、伯郎發于甲地、而行乙地、叔郎發于乙地、而行甲地、伯郎步行、每日百三十里、叔郎九十里、問何月何日、兩人相會于途上。

(45) 甲人步行、每一點時二千步、乙人千四百步、甲乙同時發于同

地、走行既經一點時半、甲人有所需、而一旦還原地、復直發程追乙人、甲乙終相及、視之于最初、將在幾時後。

(46) 兩陣相距、四千六百米突、我騎兵見敵礮兵逃走、而直追之、

彼走、每一分時、爲百米突、我馳、爲五百米突、追走三分時、彼知逃遁難濟、而回首對向、既而彼我相距、爲千米突、於是、敵兵發礮、自逃走之初、以至發礮之時、其間、消幾分時。

(47) 某人每年得收銀、有一定之額、此人每年費消九百元、經六年、而負債若干、至是、自節約、每年費消八百元、經九年、而負債漸得償清。此人每年所收得、爲幾何。

(48) 船夫盪舟、其力常不變。上下于一水流、若方其平時、順流下行、每一時進五十里、逆流上行、僅進三十里、若經大雨、水

勢遽加急劇、此時、逆流上行、僅進二十里、倘此時、順流下行、能每一時進幾十里。

(49) 甲乙兩人、協力成一業、需八日、圖若其二日間、兩人協力、其後、惟甲獨勞、更經九日、而竣其工。由是觀之、乙一人成此業、計需幾日、而甲一人成此業、計需幾日。

(50) 甲鄉至乙鄉、其間有坂路、全程二十一里、轎行此路、上行每一刻進二里、下行進三里、而其賃、上行每一里定爲拾五仙、下行爲拾貳仙、一轎載行客者、先得其賃銀、而上行經三時、會他轎亦同得其賃銀而下行來同所、至是、兩轎欲換其所載而各回首、兩轎清算其得銀、果如何。



算術教科書

第三編 諸等數

第五十條 甚大之數、與甚小之數、明瞭憶想之、不爲易。日常所用之名數、務避其不便、準據不名數命位之例、集合單位若干、爲高一級之單位、更集合此第二單位若干、爲高二級之單位、其他漸昇準之。單位分子若干、爲低一級之單位、更此小單位分子若干、爲低二級之單位、其他漸降亦準之。如此之諸單位、必附特殊名目。

單位爲基原者、稱曰基原單位、其高低幾級者、稱曰補級單位。例之、長度(度數)之基原單位、爲尺、而其補級單位、爲里、步、寸、分、釐、之類。

某級單位、集合幾何、而為次高級之單位、如此者、各特定其級序之法、稱曰命位。

名數、由衆級單位而表示者、稱曰諸等數、又曰複名數、一級單位所表示之名數、若明別于複名數、稱曰單名數、例之、如三里、五日、 1.35 元、皆為單名數、而如三里五步八尺、七元三十五仙、一時三十八分、皆為複名數。

度量衡

第五十一條 長度、面積、體積、重量之制、各有所法定、稱曰

度量衡之制。

米突式度量衡

第五十二條 米突式度量衡者、其初、出于法國人所創定、而如

今、是不爲法國所專有。此式、普行于各國、稱之謂萬國度量衡、無不可。

萬國米突同盟度量衡衙門、保管白金所製之一棍、其棍面、有二標線、其間度長、與地球經線之四千萬分一、大約相等、米突式長、度、以此爲其基原單位、所謂一米突、是也。

日本、起于光緒十九年、公認米突式爲適法。米突之號、或略之、記爲米、可也。

米突式補級單位之名目及其命位、如左。

密理米突(耗) = 0.001 米突

生的米突(糲) = 0.01 "

底西米突 = 0.1 "

米突(米) = 1

底卡米突 = 10

黑羅禿米突 = 100

密羅米突(米) = 1000

生的米突 或略之曰生的 密理米突 或略之曰密理。

第五十三條 面積 平方之面 以長度一單位 爲其一邊者 卽

成面積一單位。如此者 冠長度一單位之名目 以平方 又方之

一辭 以爲其名。例之 一米突成平方之面 名曰平方米突 一

啓羅米突成平方之面 名曰平方啓羅米突。

長度單位 增爲元單位之十倍 因之而面積單位 增爲元單位之

百倍。長度單位 變爲元單位之十分一 因之而面積單位 變爲

元單位之百分一。例之，一平方米突，同于百平方底西米突，一平方密理米突，同于一平方生的米突之百分一。

土地面積，稱曰地積。

地積之單位，名曰阿阿爾。方面，以拾米突爲其一邊者，一阿阿爾是也。而其補級單位之名目及其命位，如左。

生的阿阿爾 = 0.01 阿阿爾 = 1 平方米突

阿阿爾

= 100

細密阿阿爾 = 100 阿阿爾 = 10000

第五十四條

體積

立方體

以長度一單位爲其一邊者

卽成體

積單位。如此者，冠長度一單位之名目，以立方之一辭，以爲其名。例之，一米突成立方之體，名曰一立方米突，一生的米突成

立方之體、名曰一立方生的米突。

長度單位、增為元單位之十倍、因之而體積單位、增為元單位之千倍。長度單位、變為元單位之十分一、因之而體積單位、變為

元單位之千分之一。例之一立方生的米突、同于一立方密理米突、而一立方底西米突、同于一立方米突之千分之一。

體積、或稱曰容積、或曰容量。

容積之單位、名曰立突。一立突者、是一立方底西米突也。而其補級單位之名目及其命位、如左。

生的立突 = 0.01 立突

底西立突 = 0.1 ”

立突 = 1 ”

底卡立突

|| 1 0

黑窩禿立突

|| 1 0 0

第五十五條 重量、是衡稱也、重量之單位、名曰克郎姆、而千

克郎姆、為啓羅克郎姆。

萬國米突同盟度量衡衙門、常保管白金所製之秤銅、其重量、實為一啓羅克郎姆。蒸溜所得之清水、採其一立突于攝氏寒暖計示四度之時、以衡稱其重、其所稱得之重、即為一啓羅克郎姆也。此式之各單位、如左。

密理克郎姆

(魁)

|| 0.001 克郎姆

生的克郎姆

|| 0.01

底西克郎姆

|| 0.1

克	郎姆	姆	(克)	=	1
底卡克	郎姆			=	10
黑煞忒克	郎姆			=	100
啓羅克	郎姆			=	1000

啓羅克郎姆，或略之爲啓羅，甚大之重量，如船貨者，計之以法噸。一法噸者，是一千啓羅克郎姆也。

課題

- (1) 3 米突, 7 米突, 10 米突, 各爲幾生的米突。
- (2) 0.2 米突, 0.5 米突, 0.9 米突,

各為幾糧又為幾耗。

- (3) 7.5 米, 4.168 米, 2.5 米, 0.067 米,
0.68 米, 48 糧, 23.7 糧,

各須化其單位為密理米突。

- (4) 4 啓羅米突, 7 " , 89 " , 245 " ,
7.5 " , 4.607 " , 0.53 " , 0.008 " ,

各為幾米突。

- (5) 3 平方啓羅米突, 62 " , 200 " ,
各為幾何平方米突。

- (6) 2 平方米突, 5 " , 35 " , 273 " ,
各為幾平方米底西米突。

(7) 5 平方米突, 8 " , 30 " , 68 " ,

各爲幾平方生的米突。

(8) 7.54 平方米突, 22.948 " , 0.98 " ,

546.8 " , 240.07 " ,

各爲幾平方底西米突。

(9) 5 黑窟禿阿阿爾, 70 " , 74 " ,

102 " , 508 " ,

各爲幾何阿阿爾, 又爲幾平方米突。

(10) 5.8 阿阿爾, 42.87 " ,

76.384 " , 85.004 " ,

各爲幾平方米突。

- (11) 8 立方米突, 0.072 ", 49.05 ",
各為幾立方底西米突。
- (12) 2 立方底西米突, 7 ", 892 ",
各為幾立方生的米突,
又為幾立方密理米突。
- (13) 7 立方米突, 5.63 ", 0.07325 ",
各為幾立方生的米突。
- (14) 1 立方突, 與 1 立方米突,
其相關繫如何。
- (15) 7 立方米突, 9.0286 ", 0.002768 ,
各為幾立方突。

- (16) 3 立方生的米突, 4 0 " ,
2.9 0 2 " , 6 4.8 " ,
各爲幾立突。
- (17) 3 黑窟禿立突, 2 0 " , 3 5 " ,
各爲幾立突。
- (18) 9.0 5 黑窟禿立突, 0.7 6 " , 1 3 0.7 " ,
各爲幾立突。
- (19) 4 9.7 2 立突, 8 1 0 " , 3.2 1 " ,
各爲幾黑窟禿立突。
- (20) 蒸溜水一立方生的米突, 其重爲幾克郎姆。
- (21) 1 0 啓羅, 7 " , 8 7 " ,

各爲幾克郎姆。

(22) 0.025 啓羅, 3.738 ", 7.05 "

各爲幾克郎姆。

(23) 5 克郎姆, 0.01 ", 0.35 "

各爲幾密理克郎姆。

(24) 9 啓羅, 0.004 ", 0.00083 "

各爲幾廷。

(25) 24 法頓, 0.72 ", 21.74 "

各爲幾啓羅克郎姆。

東邦度量衡

第五十六條 長度之基原單位、爲尺。一尺者、一米突之三十三

分十、而 33 尺、是 10 米突也。

長度之補級單位、如左。(清國營造尺、比之于此尺、大約爲 1.03 尺。)

毛 = 尺之萬分壹 $= 0.00001$ 尺

釐 = 尺之千分壹 $= 0.001$ 尺

分 = 尺之百分壹 $= 0.01$ 尺

寸 = 尺之拾分壹 $= 0.1$ 尺

尺 = $\frac{10}{33}$ 米突 $= 0.30303$ 米突

丈 = 拾尺 $= 10$ 尺

日本有鯨尺、惟度布帛。其一尺、爲一尺二寸五分、而其十倍、是鯨尺一丈、其十分一、是鯨尺一寸也。若明別于鯨尺、則通常

之尺、名曰曲尺。(尺及圓盤、造尺之申間在曲)

測地遠近、以里程、其命位、如左。

里 町 區 尺

$$1 = 36 = 2160 = 12960$$

$$1 = 60 = 360$$

$$1 = 6$$

間者、猶謂步也。

測地高低、專以尺。

測鐵路遠近、以哩、哩者、英里也、而

里 哩

$$1 = 0.4098$$

測水深淺、以尋、一尋者、是六尺、即同于一間。

測海遠近、以湮、湮者、海里也、而大約

論 三

1117

間艦船走力者、或稱海里、曰節(挪禿)。

第五十七條 長度各單位、能作面積單位(第五十三條)。例如方

尺、方寸、是也。

地積之單位、名爲步、又曰坪。一步者、六尺成平方之名、即三

十六方尺也。

地積各單位之名目、如左。

町	段	畝	步
1	= 10	= 100	= 3000
1	= 10	= 300	
1	= 30		

町者、猶謂頃也。(清國、制地積、概言之、以二百四十步、爲一畝、以百畝爲一頃、日本之制、以三百步爲一段、以十段爲一町。)

測田圃山林之面積、以畝步、而其名數不續至步位者、亦且附語尾以步、以示其爲地積。例如云田地三町步、云圃地五段八畝步、是也。

若測家屋面積、又測城府所割屬之邸地、不以畝步、而用坪數、其命位、如左。

算 合 寸

1 || 10 || 100

1 || 10

甚大之地積、測之以方里、方里者、一里成平方之面也。

臺灣之俗、以一丈三尺爲一戈、二十五戈成平方者、名曰甲、是

地積之單位也、地積未滿于甲者、皆以小數如分釐毫絲、讀稱之。

矩形面積、矩形一邊、稱爲橫、與此相接之他邊、稱爲豎、其短

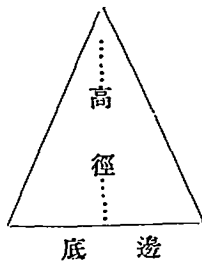
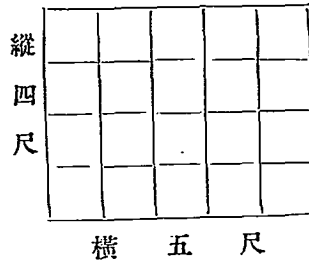
者、稱爲廣幅、其長者、稱爲長徑、是也。

如地面、如家屋、或開口徑、奧徑之名稱。

矩形之豎橫兩邊、由長度之同單位、而示其數、如此者、橫邊之

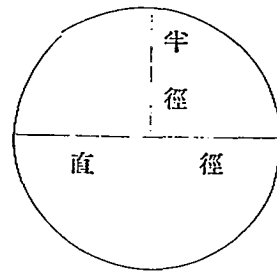
數、乘于豎邊之數、其積、附其所適應之面積單位、而讀呼之、

即矩形之面積是也。



例之、矩形、橫五尺、豎四尺者、其面積、含二十方尺、如上圖所示。若面積除以橫徑、即得豎徑、除以豎徑、則得橫徑。

欲知三角形之面積、底邊之數、乘于高度、折半其積、而添附之以其長度所對應之面積單位、是可也。



欲知圓形之面積，其半徑之平方，乘于

3.1416，其積附帶其長度所對應之面積單位，是可也。此理，姑讓之于幾何學，至後乃證明。

〔注意〕據幾何學所證明，凡圓周者，直徑乘于 3.1416 即得其長度。故圓形之面積者，圓周乘半徑，折半其積，而附帶其長度所對應之面積單位也。

課題

- (1) 一步有半成平方之地，果為面積幾步。

- (2) 口徑十二步、奧徑八步、其地積爲幾步。
- (3) 地積二百二十一步、成矩形、而其口徑十三步、問奧徑幾步。
- (4) 日本一方里爲幾步。
- (5) 一方哩、爲日本幾方里、須算及于小數第四位、而處其下、以四捨五入。
- (6) 十米突成平方者、爲日本幾方尺。
- (7) 一阿阿爾、爲日本幾步。
- (8) 底邊五尺、高度四尺、其三角形面積、爲幾何。
- (9) 半徑十米突、其圓面積、爲幾何。
- (10) 圓半徑三十三尺、須算其圓周及面積。
- 第五十八條 體積、長度各單位、足以作體積單位。

例如立方尺、立方寸之類。

量土砂者、以立步。立步者、一步成立方之容積也。

(日本、以六尺成立方者、爲立坪)

一立方尺、或呼爲才。

計船貨體積、以噸、容積一噸者、四十立方尺(四十才)是也。

容量單位、爲升、一升者、六萬四千八百二十七立方分、是也。

計容積者、用斗量、斗量、有水斗穀斗之別、水斗量液類、而穀

斗量穀類。

水斗一升之內度者、其底面豎橫各四寸九分、而其深二寸七分也、

穀斗一升之內度者、其底面豎橫各四寸九分、其深二寸七分一釐、

而上面架弦。其弦之體積、爲二百四十立方分。穀斗、用斗概、

其所以平齊穀粒于斗內也。容量各單位，如左。

$$\text{勺} = \text{升之百分壹} = 0.01 \text{ 升}$$

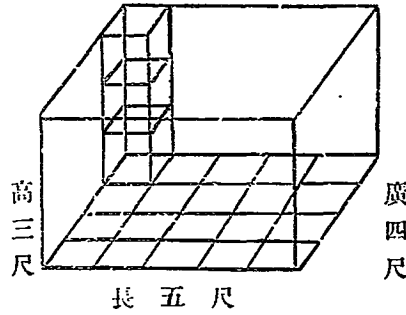
$$\text{合} = \text{升之拾分壹} = 0.1 \quad "$$

$$\text{升} = 64827 \text{ 立方分} = 1 \quad "$$

$$\text{斗} = \text{拾升} = 10 \quad "$$

$$\text{石} = \text{百升} = 100 \quad "$$

直·角·六·面·體·之·體·積。直·角·六·面·體·之·中，集·接·于·一·隅·之·三·邊，稱·爲
長、廣、高。長·廣、爲·豎·橫；高·或·爲·深、或·爲·厚。
欲·知·直·六·面·體·之·體·積，求·長·廣·高·連·乘·之·積，而·添·附·之·以·其·尺·度·所
對·應·之·體·積·單·位·也。



例之、一箱、長五尺、廣四尺、高三尺、
 則其體積、是 $5 \times 4 \times 3 = 60$ 尺
 也。

體積除于長廣高之一、即得其他二邊所成之面積。
 體積除于三邊之二、即得其他一邊、
 直立角牆、及直立圓牆之體積者、其底之面積、乘于其高度、而
 添帶其尺度所對應之體積單位也。

課題

- (1) 一箱、長四尺、廣三尺、高七尺、其體積、爲幾才。
 - (2) 計木材體積、以尺塼。尺塼者、方尺高一丈二尺之體積也。一尺塼、爲幾立方尺。
 - (3) 一箱、長九尺、廣七尺、體積五百四立方尺、其高爲幾尺。
 - (4) 一箱、高六尺、體積百五十立方尺、橫豎兩徑所成之面積、爲幾何、若橫豎相等、每邊爲幾何。
 - (5) 直立角塼、高五尺、而其底成三角形、該三角形、底三尺、而高(中勾)二尺、則角塼體積、爲幾何。
 - (6) 直立圓塼、高七尺、而底圓直徑五尺、則圓塼體積爲幾何。
- 第五十九條 重量(衡稱)之基原單位、爲貫。一貫者、一啓羅克

郎姆之四分十五也。故四貫、同于十五啓羅、克郎姆。

(日本一貫、爲清國六斤三兩二錢五分)

重量各單位、如左、

毛=貫之百萬分壹=0.0000001貫=0.0001錢

釐=貫之拾萬分壹=0.000001 " =0.01 "

分=貫之萬分壹 =0.0001 " =0.1 "

錢=貫之千分壹 =0.001 " =3.75 克

貫= $\frac{15}{4}$ 啓羅 =3.75啓羅 =1000錢

百六十錢、爲斤、一斤者、與六百克郎姆、相當。

錢、或記爲匁、或呼爲目。貫、或記爲貫目。

量重之器、稱曰秤、秤有三種、一曰天秤、二曰臺秤、三曰桿秤、

臺秤所用之錘、有送錘增錘之別、天秤所用之錘、名曰分錘。錘、爲重量之標準。

貨幣

第六十條 貨幣、有本位、幫助之別。本位貨幣者、是貨幣之標準、其通用自由、無所限制。幫助貨幣者、惟幫助本位貨幣之流通、其濟用、爲法令所限制。

凡國、計物價、必以金幣者、是金幣爲其本位貨幣也。或由銀幣而計之、銀幣爲其本位貨幣也。

日本、起于光緒二十三年陽十月、行金幣本位之法。

第六十一條 純金二分、爲貨幣之單位。稱曰圓、一圓之百分一、稱曰錢、而一錢之十分一、爲釐、一釐之十分一、爲毛。

金貨有三品、貳拾圓、拾圓、五圓、是也。此三品、屬于本位貨幣。銀貨有三品、五拾錢、貳拾錢、拾錢、是也。青銅貨、有一錢、五釐之二品、而白銅貨、為五錢。此數品、皆屬于幫助貨幣。日本貨幣之重量及其直徑、如左。

品種 一個重量全計(克)

直徑

貳拾圓金貨	一六·六六六五	九分五釐
拾圓金貨	八·三三三三三	七分
五圓金貨	四·一六六六六	五分六釐
五拾錢銀貨	一三·四七八三	一寸〇二釐
貳拾錢銀貨	五·三九一四	七分四釐
拾錢銀貨	二·六九五五	五分八釐

五錢白銅貨

四·六六五四

六分八釐

壹錢青銅貨

七·一二八〇

九分二釐

五釐青銅貨

三·五六四〇

七分二釐

金銀純粹者、

其質過軟、

故鑄造貨幣、

其中必鎔和銅少量、

稱之

曰參和銅。

貨幣之品質者、謂其純分與混分之比率也。

日本貨幣之品質、如左、

金幣

純金〇·九、

參和銅〇·一

銀幣

純銀〇·八、

參和銅〇·二

白銅幣

尼刻爾〇·二五、

參和銅〇·七五

青銅幣

銅〇·九五、錫〇·〇四、亞鉛〇·〇一

是皆示其比率以小數也。

貨幣之重量及品質、方其鑄和鑄造、不免少差。法律所容認、其誤差之限度、稱曰公差。日本貨幣之純分公差、其於金幣、認許千分一、其於銀幣、認許千分三。

金幣通用、爲法幣、無所限制、銀幣通用、其爲法幣、不能超拾圓、白銅幣及青銅幣、不能超壹圓而爲法幣。(所謂法幣者、法律准其用也。)

授受金錢、若用幫助貨幣、而過其限制、受者不肯受納、可也。但授者與受者、意思相合同、則用之而過其限制、亦非所妨矣。甲種貨幣與乙種貨幣、相交換、而其所授受、比之于呼價、互有少差。如此之互差、名曰差步。

第六十二條

日本有舊金幣、其價、視之于呼價、各二倍新金幣。

舊金幣、別為五品、曰貳拾圓、曰拾圓、曰五圓、曰貳圓、曰壹

圓、其拾圓者、當新幣貳拾圓、而其五圓者、當新幣拾圓。

舊壹圓銀幣（品質純銀○·九重量全計二六·九五七克）者、惟通用

于臺灣。

五拾錢銀幣、貳拾錢銀幣、拾錢銀幣、及五錢白銅幣、新舊同其

價。舊壹錢銅幣、及舊五釐銅幣、與新壹錢青銅幣、及新五釐青

銅幣、各同其價。舊五錢銀幣、二錢銅幣、及一釐銅幣者、仍通

用如故。

時辰。

第六十三條

今日午時、至明日午時、稱曰一太陽日、太陽日者、

隨時稍有不同、平均之于一年間、定爲時辰單位、名曰平太陽日、又單稱曰日。

一日、分爲二十四時、一時、分爲六十分、而一分、分爲六十秒。日者、始于夜半、而終于夜半、夜半至午時、爲上午、午時至夜半、爲下午。上午下午、各起于零時、而滿于十二時。

第六十四條 地球一周太陽、閱消三百六十五日五時四十八分五十秒。一年爲三百六十五日、是所謂平年也。

如此、則每年所餘之差數、有五時四十八分五十秒。蓄留此差數、至四年、大約成一日、故每四年、增一日以立一閏年、閏年者、卽爲三百六十六日。

一年之餘數、四加之、仍稍不足于一日。是以、每四年立閏、則

四百年、而過于實在之日數、大約爲三日。故四百年間、必減去三閏。洋歷年紀、其整除于4之年、爲閏年。例之、西歷一八九六年(光緒二十二年)、及一九〇四年(光緒三十年)、共是閏年也。凡整除于百之年、惟殊排其整除于四百者、其他皆不爲閏。例之、一九〇〇年(光緒二十六年)不爲閏、而二〇〇〇年、是閏年也。

(日本肇國年紀、減六六〇、則得西歷年紀)

一年者、不問其平閏、各爲十二個月、而月有大小、一月、三月、五月、七月、八月、十月、十二月、此七個月、各爲大月、大月之日數、算三十一。

四月、六月、九月、十一月、此四個月、各爲小月、小月之日數、算三十。

平年二月、算有二十八日、而閏年二月、算有二十九日。

計一年、或起于某月某日、而終于翌年同日之直前、例如學年、

是也。若明別于此之一年、凡始于一月一號、而終于十二月三

十一號者、名曰歷年。

七日、爲一週（一禮拜）、一週者、始于日曜日、逐次經

月曜

火曜

水曜

木曜

金曜

而終于土曜日。

若不指稱特殊之歷月、而單稱云月、其月者、通常爲三十日。

例如云三個月、謂九十日之義也。

諸等通法

第六十五條 化複名數、以爲單名數、稱曰諸等通法。複名數據

十進法者、其通法太簡也。例之、如拾貳圓叁拾五錢、錢化之、爲一千二百三十五錢、如貳百五拾六米叁拾貳糶、化之于啓羅米、突、卽爲

0.25632 啓羅米突、

複名數不據十進法者、算化通之、如左例所示。

例(1) 五里二十三町二十七間、須間化通之。

一里者、是三十六町也、故五里者、三十六町之五倍、卽百八十町也。
 百八十町加二十三町、爲二百三町、而一町者、是六十間也、故二百三町者、六十間之二百三倍、卽一萬

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 \times 36 \\
 \hline
 180 \\
 + 23 \\
 \hline
 203 \\
 \times 60 \\
 \hline
 12180 \\
 + 37 \\
 \hline
 12217
 \end{array}$$

二千百八十間也。此間數加三十七間，則得一萬二千二百十七間。

例(2) 地球一周太陽，若精細言之，其所閱之時數，為幾日。

題意、要答數以日。故三百六十五日，不初須算。惟五時四十八分五十秒，化之為日之小數，是可也。

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 \times 60 \\
 \hline
 300 \\
 + 48 \\
 \hline
 348 \\
 \times 60 \\
 \hline
 20880 \\
 + 50 \\
 \hline
 20930
 \end{array}$$

先化五時四十八分五十秒，而得二萬九百三十秒。今考查一日是幾秒，即知八萬六千四百秒，為一日。故二萬九百三十秒，除于八萬六千四百秒，而得小數 0.334611 日。

此小數加于三百六十五日，則成 365.334611 日。數據各國度量衡者，欲換算化為米突式度量衡之數，先初通化其

複名數、以爲單名數、固在其所便。

例之、日本之一里三町三十六間、欲化爲米突之數。

先初尺化一里三町三十六間、得一萬四千二百五十六尺、此數除于^{3.3}則得四千三百二十米突。或視之爲 $\frac{1}{3.3}$ 啓羅米突、亦可也。

問題彙集 第六

- (1) 二十三里十七町五十七間、須通化爲間數。
- (2) 七里三十五町十三間三尺、須通化爲尺數。
- (3) 一町五段二十步、爲幾步。
- (4) 長三町十四間、廣一町三十七間、其地積爲幾步。
- (5) 三石七斗八升九合五勺、是幾升。

- (6) 十二立坪、爲幾立方尺、又爲幾立方寸。
(7) 二十七斤、爲幾錢。
(8) 一週中、有幾秒時。
(9) 若定一年爲十二月、而每一月各爲三十日、其云三年八月九日者、爲幾日。
(10) 一哩爲幾尺(日本)。
(11) 一海里爲幾尺。
(12) 一水雷艇、每一時駛走三十一節、一汽車、每一時走行三十五哩、孰爲最速。
(13) 一立方尺、爲幾斗幾升幾合幾勺(日本)。
(14) 十九分一秒、爲幾日。

(15) 三里十二町三間五尺、爲幾米突。

(16) 方一町、成地積幾町步。

(17) 一町步、爲幾黑窟禿阿阿爾。

(18) 十八哩、爲幾里。

(19) 三貫九百七十五匁、爲幾啓羅克郎姆。

諸等命法。

第六十六條 諸等命法者、化單名數、以爲複名數也。

例(1) 二百三十二萬五千七百六十四秒、須分等命其位。

60) 2325764

60) 33762.....44秒

24) 646.....2分

26).....22時

一分是六十秒、故總秒數除以60、得 38762分、而餘44秒。
 一時是六十分、故 38762 除以60、得 646時、而餘2分。
 一日是二十四時、故 646 除以24、得26日、而餘22時。於是、
 卽知總秒數、化爲二十六日二十二時二分四十四秒。

例(2) 335113里、須分級命其位。

3	6	8	8	0	6	0	6	0	0	0
4	3	7	9	6	6	8	0	8	0	0
5	2	2	4	8	2	0	4	8	0	0

整數3里、不須算、小數 3413
 里、乘于36、則得 104363町。
 採其19、以爲町數。町之小數有
 4352 乘于60、則得 261033間。
 採其29、以爲間數。間之小數有
 208 乘于6、則得 1248尺。故里程總數、爲三里十九町

二十九間一尺二寸四分八釐。

諸等命法與諸等通法，迭爲其檢算。

數據米突式度量衡者，欲換算化爲他式度量衡之數，先初算出其單名數，而後命之于複名數，可也。

例之，四千三百二十米突，欲化爲日本尺度，先初乘于 3^3 ，而得一萬四千二百五十六尺，若要分級命位，由命法而化之，卽得一里三町三十六間。

問題彙集 第七

- (1) 日本著名之湖水，有琵琶湖，其周邊，算十五萬九千五百四十間，此數，果爲幾里幾町幾間。
- (2) 鯨尺計二丈八尺五寸，曲尺計之，爲幾何。

- (3) 一方里、爲幾町幾段幾畝幾步。
- (4) 四百五十八立方尺、爲幾噸。
- (5) 一立坪、爲幾斛幾斗幾升幾合幾勺。
- (6) 四百七十三斤、爲幾貫幾匁。
- (7) 2521443 秒、爲幾日幾時幾分幾秒。
- (8) 月望至月望、其日數算 25530500 須分級命之、而算及于秒位、且處其下、以四捨五入。
- (9) 四啓羅米突、爲幾里幾町幾間。
- (10) 一黑窟禿阿爾、爲幾町幾段幾畝幾步。
- (11) 一立方米突、爲幾立方尺(日本)。一立方尺、爲幾立突(算及于小數第三位)。

(12) 一立突、爲幾合幾勺、但小數未滿于勺者、須四捨五入。

(日本)。

(13) 一法噸、爲幾貫幾匁、須算及于匁。

(14) 南美、有阿麻孫河。其延長、計 3710 紆。須換算爲日本

本里程之數。

(15) 太平洋之面積、大約算 175,641,850 平方啓羅米突、

若方里(日本)算之、爲幾何。

(16) 音響傳走、每一秒、約計 330.7 米突。此數爲幾町幾間

幾尺。

(17) 地球赤道、周長 40,070,368 米、子午線(經線)、延

長 40,003,423 米、各為幾里幾町幾間幾尺。

(18) 喜馬拉山、以格理散卡爾峯、為最高。其拔高于海面、計

$22,100$ 米突。此數、為幾尺、又為幾里幾町幾間幾尺。

(19) 一方哩、為幾町幾段幾畝幾步。

諸等加減。

第六十七條 諸等加算、列敘其數、使字母帶同名者豎齊其位、

列數之下、劃橫線、施算起于右端、順次併加各單位所含之數、

皆由諸等命法、而經理其和。例之、里程之算、如左例所示、先

合加其間數、若其和過于六十、由六十而除之、送其整數商、而

移入之于町數、惟存其剩餘、而記之于間位。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

諸等數、恰適十進法者、如圓錢釐、如斛斗升合勺、直化爲單名數、加之、做常數之例、既得其和、而後命其位、可也。

第六十八條 諸等減算、敘其被減數及減數、使其各單位豎齊其行、而其下、劃橫線、其施算如常。

例之、七時二十三分四十八秒、減二時五十七分十二秒、如左。

7	23	48	
2	57	12	
4	26	36	
			7

時 分 秒

先減12秒于48秒、則得36秒、23分、不得其中減57分、故豫加60、爲83分、其中減57分、則得26分、7時

減2及1、則得4時、

某姓、光緒九年十二月二十五日生、而同二十七年三月二十四日
修完其中學課業、此時、某姓為幾歲。

光緒之初、至其九年十二月二十五日、其間、計閱8年11月及24
日、而至於二十七年三月二十四日、即計閱26年2月及23日、由
是、得算式如左。

26 ^年	2 ^月	23 ^日	即知
8	11	24	某姓年齡、為十七年二個月二
17	2	29	十九日。

〔注意〕如此之算、視一月為三十日、而一年為十二月。

問題彙集 第八

- (一) 3 7 米突 5 底西米突 3 生的米突,
 7 米 8 糧,
 1 7 米突,
 2 5 糧 7 籽,
 7 生的 3 密理,
 0.004 5 籽,
 3 尺 3 寸,
 0.009 5 6 啓羅米突,
 計爲幾米突。
- (二) 3 1 7 平方米突,
 3 9 阿阿爾,

1800 生的阿阿爾。

5 米突之平方。

0.2758 黑窟禿阿阿爾。

計發發區區。

(3) 673 立突

13.27 黑窟禿立突。

5 立方米突。

計發發立突。

(4) 327 克郎姆。

1.28 啓羅克郎姆。

37 啓羅。

500 立突。

0.5 黑窟禿立突。

2 米突之立方。

9720 克。

0.97 莊。

4 貫。

3.75 磅。

計爲幾克郎姆。

(5) 一丈二尺三寸八分、五尺七寸三分、八尺五分五釐、二寸三分五釐、八尺三寸、計爲幾何。

(6) 7812 方尺、78 尺之平方、

37 間之平方、2 町之平方、

4645 坪、

計爲幾坪。

(7) 23 立方尺、3 尺之立方、

1 立方坪、34 丈、

5 噸(容積)。

計爲幾立方尺。

(8) 四斛五斗三升、三斗二升六合、五升六合七勺、八合五勺、

三斗七升五勺、六升八合、計爲幾何。

(9) 貳拾圓金幣7個、拾圓金幣5個、五圓金幣37個、五拾錢銀

幣12個、貳拾錢銀幣23個、拾錢銀幣8個、五錢白銅幣35個、

壹錢青銅幣120個、五釐青銅幣130個、計爲幾何。

(10) 29日 12時 44分 3秒

減 27日 7時 43分 12秒

卽爲幾何。

(11) 甲地至乙地、其舊道爲七里三町七間、而其新道爲六里十九

町二十八間、新道、短於舊道、爲幾何。

(12)

某姓、上午六時二十分出于家、經六時二十五分、而歸來、

其再入于家之時、果爲何時。

(13)

伯郎者、光緒十五年七月生、而長於仲郎、爲三年五個月、

仲郎亦長於叔郎、爲二年八個月。叔郎者、是爲光緒何年何

月生。

(14)

田圃加林藪、總計有十九町九段一畝二十步。其田、計三町

五段八畝二十步、其圃、計二町七段五畝步、而其樹林、有

十二町八段步、至其竹林、計幾何。

(15)

銀百二十錢六分、混和鉛二百二十錢二分五釐、若欲使鉛重

二倍銀重、當增和鉛幾何。

信袋、重 ∞ 克郎姆、其中緘納信書重七 $\frac{1}{5}$ 分者、共量

幾何。

(17)(18)

一黑窟禿阿阿爾、與一町步、其差為幾步。
拿破崙者、西歷一七六九年八月十五日生、而一八二一年五月五日死、其享壽為幾年。

諸等乘算

第六十九條 複名數、乘于某數者、各級之名數、皆乘于該乘數、

由諸等命法、而經理各級所得之積也。

例(一) 一日十三時四十三分五秒、乘于百七十二

$$\begin{array}{r}
 5 \text{ 秒} \times 173 = 865 \text{ 秒} = \begin{array}{l} \text{日} \\ \text{時} \\ \text{分} \\ \text{秒} \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 5 \end{array} \\
 43 \text{ 分} \times 173 = 7439 \text{ 分} = \begin{array}{l} \text{日} \\ \text{時} \\ \text{分} \\ \text{秒} \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 7 \\ 3 \\ 9 \end{array} \\
 13 \text{ 時} \times 173 = 2249 \text{ 時} = \begin{array}{l} \text{日} \\ \text{時} \\ \text{分} \\ \text{秒} \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 7 \\ 3 \\ 9 \end{array} \\
 1 \text{ 日} \times 173 = 173 \text{ 日} \\
 (1 \text{ 日} 13 \text{ 時} 43 \text{ 分} 5 \text{ 秒}) \times 173 = 271 \text{ 日} 21 \text{ 時} 13 \text{ 分} 25 \text{ 秒}
 \end{array}$$

例(2) 二里三十五町四十七間三尺 乘于 1.41

$$2 \text{ 里} \times 1.41 = 2.82 \text{ 里} = \begin{matrix} 2^{\text{里}} & 29^{\text{町}} & 31^{\text{間}} & 1.2^{\text{尺}} \end{matrix}$$

$$35 \text{ 町} \times 1.41 = 49.35 \text{ 町} = \begin{matrix} 1 & 13 & 21 & 0 \end{matrix}$$

$$47 \text{ 間} \times 1.41 = 66.27 \text{ 間} = \begin{matrix} 1 & 6 & 1.62 & 0 \end{matrix}$$

$$3 \text{ 尺} \times 1.41 = 4.23$$

$$(2 \text{ 里} 35 \text{ 町} 47 \text{ 間} 3 \text{ 尺}) \times 1.41 = 4 \quad 7 \quad 59 \quad 1.05$$

若乘數、或爲基數、或爲二位簡數、施算之間、行諸等命法、爲至便。例如五町二十七間乘于七、7乘二十七間、則得百八十九間、其中百八十間成三町、而間位仍存九、又7乘五町則得三十五町、此數、納入下位所進送之三、爲三十八町、其中三十六町

成一里、而町位仍存二、如此而里位、得一于下位所進送。

三	三	三
二	二	二
一	一	一

複名數、乘于繁位之整數者、亦得倣此例。

先初算定該複名數之十倍、百倍……、而該複名數、乘于

乘數第一位之字母、其十倍、乘于乘數第二位之字母、其百倍、

乘于乘數第三位之字母、逐次施算皆如此、而終合加其各片積、

則得其全積也。

今施此算于例(1)、如左。

	日	時	分	秒
11	13	43	5	...
1	13	43	5	...
15	17	10	50	[+10]... × 7 = 110,
157	3	48	20	[+10]... × 1 = 157,
			271,	21, 13, 25,

〔注意〕若見察知乘數成于衆基數連乘、適用第三十二條(第一)簡法、即各因數順次漸乘、爲至便。

問題彙集 第九

- (1) 綿布每一匹、價叁圓貳拾七錢五釐、其百三十二匹、價幾何。
- (2) 一册子、其紙數計四百二十二張、而紙一張、其厚爲0.2密理米突、別有裝表之紙、其厚爲1.2密理米突、此一册子、

計厚幾寸(日本)。

- (3) 築堤二里二十五町二十間、每一間、平均費消拾七圓五拾錢、全堤費幾何。
- (4) 時錶、遲走、短於正刻、每一晝夜、爲一分十五秒。此錶、方日曜日午時、適正其時、至次週日曜日午時、其遲於正刻、果爲幾何。
- (5) 一日走行十二里十八町、十七日走行幾何。
- (6) 酒一升、價四十五錢、賣一斛三斗五合、能得幾何。
- (7) 平均一分時、脈搏七十五、一晝夜、搏幾何。
- (8) 湖水面積、計六方里(日本)、其水面結冰、厚二寸、此湖上凍冰之容積、爲幾立方尺。

(9) 秤水重于攝氏四度、算得一·五六啓羅、其容積爲幾立突。

(10) 田成矩形、其長二町三間三尺、其廣一町十八間、其地積爲

幾何。

(11) 田一町步、價七百貳拾叁圓五拾錢、其十三町六段八畝步、

價幾何。

諸等除算。

第七十條 法爲不名數之例

最高級之名數、除于法、附添其整數、以其名、而化其剩餘、爲

次級之名數、加之于次級所既有之數、爲第二級片實、第二級片

實、亦除于法、逐次施算皆如此、而至末級。

例(1)百六十六里貳町五間、除于百五十三。

$$\begin{array}{r}
 153 \overline{) 166} \\
 \underline{153} \\
 13 = 468 \\
 \underline{470} \\
 429 \\
 \underline{429} \\
 11 = 660 \\
 \underline{665} \\
 612 \\
 \underline{612} \\
 53 \dots \dots \dots \text{剩餘}
 \end{array}$$

剩餘五十三間者、更化之爲尺數、以續行除算、亦可也。

〔注意〕複名數、恰適十進法者、如斛斗升合勺、惟用通常除算、是可也。

小數除複名數者、先化複名數、以爲單名數、施算于此單名數、

而後更化之爲複名數，可也。

法與實兩爲同種名數之例。先化法實兩數，以爲同名之單名數，而後施除算焉。

例⁽²⁾ 三里十七町二間二尺，除于五十二間五尺。

$$3 \text{ 里 } 17 \text{ 町 } 2 \text{ 間 } 2 \text{ 尺} = 45014 \text{ 尺}$$

$$52 \text{ 間 } 5 \text{ 尺} = 317 \text{ 尺}$$

故

$$45014 \div 317 = 142$$

即百四十二，答此題。

問題彙集 第十

(1) 某人，買纒八匹，而給附百圓金幣一葉及五拾錢銀幣一個，

縵一匹、價幾何。

(2) 田二十七町七段八畝步、均分之于五人、各人所得爲幾何。
(3) 三百六十五日五時四十八分五十秒、除于三百六十、商爲幾何。

(4) 輪周一丈一尺二寸、其行三里二十三町、須幾轉。

(5) 日本橫濱、至美國桑港、其海路計四千一百三十四海里。船行走其間、消十三日六時。此船速度、爲幾何。

(6) 音響速度、每一秒、爲三町一間五尺、其走一里十三町、需幾何時。

(7) 一地圖、橫四尺、豎三尺、而視之于實地、僅表顯其長度之萬分一、此地圖所表顯之地積、爲幾方里。

(8) 某人行一里，消五十四分時，此人走行，消八時五十三分四
十秒，其行走，計幾何。

(9) 一海里，爲幾哩，須算及于小數第二位，而棄其下。
(10) 一升，爲幾立突，須算及于小數第四位，而處其下，以四捨
五入。

問題彙集 第十一

(1) 東邦，送印行物于歐洲，其郵稅，每五十克（未滿五十克亦同）定
爲貳錢。東邦人，欲送書籍重二百十五匁者，使至德國，當
貼用郵票幾何。

(2) 用貳拾圓金幣、拾圓金幣、五圓金幣、五拾錢銀幣、貳拾錢
銀幣、拾錢銀幣、五錢白銅幣、壹錢青銅幣、及五釐青銅幣、

以償八千八百二十二圓七十九錢。若各幣皆同其數，貨幣總數，爲幾個。

(3) 汽罐車，常補苴其要部，迨其駛行累至五十萬哩，卽見仍用之非所利。若一汽罐車，平均一日，駛行八十哩，其壽，能保幾年幾月幾日。但一年是十二月，而一月是三十日也。

(4) 某人，領有圃地及林地。此人，賣圃地若干段，每段叁拾圓，而得百貳拾五圓，更用此價金，以買林地若干段，而每段償七圓五拾錢。於是，此人所領有，算圃地七段八畝拾步，及林地六町九段六畝貳拾步。此人當初，領圃林各幾何。

(5) 日本舊一圓銀貨，若銀塊視之，僅值九拾貳錢。此時，銀一匁，價幾何。一圓銀貨所含之純銀，須算及于生的克郎姆，

而棄其下。但一克郎姆，約爲 0.25 匁。又算價錢，須算止于錢位，而遺其下。

(6) 一船走行百九十三里二十二町，消二晝夜及三時十五分，此船平均一時間，能走幾節。

(7) 伯郎發于甲地而行乙地，上午六時三十分起程，而每一時，步行一里六町。叔郎發于乙地而行甲地，上午八時起程，而坐乘自轉車，每一時，車走三里十二町。甲乙兩地之相距，爲二十二里，則二人相會，爲何時且何處。

(8) 一立方生的米突之水，重一克郎姆也。一立方尺之水，重幾貫幾匁幾分。

(9) 水一升，重幾匁（須處其小數以四捨五入）。

(10) 水一貫目、量幾升幾合幾勺(四捨五入)。

(11) 兩艇相競走、甲艇、每一分時、進六十三間、乙艇進五十五間。甲艇驅逐乙艇、其甲舳追及于乙艫、至其甲艫越過于乙舳、需消一分三十秒。若兩艇同長、其長、各爲幾何。若甲艇長於乙艇、爲二尺、兩艇、各長幾何。

(12) 距離若干、走之需一分三十秒、若一分時速度增二間、其走行、可以得減縮十八秒。問距離幾何、而一分時速度、爲幾何。

(13) 甲艇驅逐乙艇、其甲舳追及于乙艫、至其兩艇相離、需消一分三十秒。若甲艇速度、每一分增二間、其走過、可以得減縮十八秒。甲艇長於乙艇、爲二尺、則兩艇、各長幾何。

(14)

一客、發于客店、而到車站、該車站將開行一車、若此客、每一時走一里三町、不到及其開行、爲二十分、若每一時走一里有半、到達早於開行、爲三十分。客店至車站、其距離爲幾何。



算術教科書

第四編 整數性質

倍數及約數

第七十一條 論整數。呼曰數。謂整數之意也。一數。整除于他數。則稱其優數。曰劣數之倍數。稱其劣數。曰優數之約數。又曰因數。例之。45是9之積。而45除于9。爲5。又除于5。爲9。故45是9之倍數。又5之倍數。而9是45之約數。5亦是其約數也。

第七十二條 凡數。皆整除于自數。又整除于1。非自數及1。不得復整除者。稱曰素數。非素數者。可以使剖分成因數之羣。例如41。是爲素數。而如

42、為非素數。何則

$$42 = 6 \times 7 = 2 \times 3 \times 7 = 2 \times 21 = 3 \times 14$$

非素數者、不啻整除于自數及1、又能整除于其各因數。

例之、42者、能整除于6 7 2 3 14 21之各數。

某數之因數、為素數者、名曰素因數。例之、如2、如3、如7、

各為42之素因數、而如6、如14、如21、不為素因數。

第七十三條 一數整除于二數、又整除于眾數者、稱曰諸數之公

倍數。例之、45者、整除于3 5 9 15之各數、故45者、為此四數

之公倍數、而此四數、各為45之約數。

第七十四條 同一約數、整除二數、又整除眾數者、稱曰諸數之

公約數。例之、如21、如35、如49、如63、各整除于7、故7者、

爲此四數之公約數。 1者、一切衆數之公約數也。

羣數所共含之公約數、不必止一數。例之、如6 18 30 66之四數、

以2 3 6之各數、爲其公約數、而其6者、公約數最大者也。稱

如此之6、曰6 18 30 66之最大公約數。羣數之最大公約數、不能

大于羣數中最小者。

二數、惟1整除之、而不復有其他公約數、則二數互爲素也。

例之、5與16、互爲素。

羣數、任意探其二、而互爲素、則羣數互爲素也。

例之、如5 9 16之三數、互爲素。

第七十五條 偶數及奇數

凡數、整除于2者、稱曰偶數、其不能者、稱曰奇數。

例如 2 4 6 8 10, 是偶數, 而 1 3 5 7 9 11, 是奇數也。

凡偶數, 以 2 爲其約數。

第七十六條 二數之公約數, 必爲其和及其差之公約數。

例之, 81 與 36, 以 9 爲其公約數, 故

$$81 \div 9 = 9$$

$$36 \div 9 = 4$$

$$\text{和 } (81 + 36) \div 9 = (81 \div 9) + (36 \div 9) = 9 + 4$$

$$117 \div 9 = 13$$

$$\text{差 } (81 - 36) \div 9 = (81 \div 9) - (36 \div 9) = 9 - 4$$

$$45 \div 9 = 5$$

其和 117 與其差 45, 亦以 9 爲其公約數。

課題

下列各對、見察可以知其公約數。藉此而證明本條原理、如何。

(1) 3 5, 2 1,

(2) 7 2, 6 3,

(3) 8 8, 7 2,

(4) 9 9, 7 7,

(5) 3 9, 2 6,

第七十七條 羣數之公約數、必為其和之約數。

例之、如 28 63 77 之三數、以 7 為其公約數、故

$$28 = 4 \times 7,$$

$$63 = 9 \times 7,$$

$$77 = 11 \times 7,$$

$$\text{和 } 168 = (4 \times 7) + (9 \times 7) + (11 \times 7)$$

$$= (4 + 9 + 11) \times 7,$$

$$\text{即 } 168 = 24 \times 7$$

$$168 \div 7 = 24$$

三數之和，亦以7爲其約數。

課題

下列各羣，見察可以知其公約數。藉此而證明本條原理，如何。

(1)	15,	21,	27,
(2)	25,	35,	45,
(3)	12	20,	28,
			36,

第七十八條

某數之約數，必為約數于該某數之一切倍數。

例之，12者，能整除于3。故12之倍數，皆能整除于3。

1000能整除于4。故凡數不問其為何，其百倍，必能整除于4。

例之，如365不整除于4，而其百倍36500者，能整除于4。

凡數之千倍，能整除于8。例之，365之千倍，即365000

者，能整除于8。

凡數之十倍，整除于2，不須論。

2者、是4之約數、而4者、是8之約數也、故凡整除于4之數、必能整除于2、而整除于8之數、亦能整除于2、4之各數。

第七十九條 或二數、或衆數、互爲素者、各能整除某數、則其乘積、亦能整除該某數。

例(1) 整除于2、3之數、又整除于6、整除于3、4者、又整除于

12、整除于4、5者、又整除于20、而整除于4、9者、又整除于36。

例(2) 整除于3、6者、不必整除于18。苟以此點見之、2、10亦不

必20、4、6不必24、而4、10不必40。例如1、10者、4、6各整除

之、而24亦整除之、至如60者、雖4、6各整除之、而24不能整除

之也。

例(3) 1、2、3者、整除于2、3、5之各數、而此三約數、互爲素

故 1500 者、亦能整除于 $10 \times 3 \times 5 \parallel 30$ 而其能整除于 6 10 15 之各數、不待言也。

第八十條 下列要目之中、2 4 8 爲約數者、卽出于第七十八條所說之理。

2. 爲約數

某數第一位之字母、整除于 2、則該某數、能整除于 2。

4. 爲約數

某數末尾二位之數、仍從其位次、而整除于 4、則該某數、能整除于 4。例之、 $1111 \div 4$ 者、能整除于 4、其故何、則其 $11 \div 4$ 整除于 4 也。

8. 爲約數

某數末尾三位之數、仍從其位次、而整除于8、則該某數、能整除于8。例之、如517168、如51024、如17008者、各整除于8、何則、其末尾、如168、如24、如8者、各整除于8也。

5. 爲約數

5者、爲10之約數、故凡數之十倍、皆整除于5。若夫基數、其整除于5者、特有5而已、故凡數、整除于5者、其第一位之字母、若非5、則必0也。

9. 3. 爲約數

凡數、可以分之于二部、得使其

第一部 爲9之倍數(又爲3之倍數)

第二部 爲列位所敘字母之總和。

例如 2736

$$2000 = 2 \times 1000 = (2 \times 999) + 2$$

$$700 = 7 \times 100 = (7 \times 99) + 7$$

$$30 = 3 \times 10 = (3 \times 9) + 3$$

$$6 = \dots\dots\dots 6$$

$$2736 = (2 \times 999) + (7 \times 99) + (3 \times 9) + 2 + 7 + 3 + 6$$

第一部

第二部

據第四十二條及第七十七條所說、而推之、此第一部、整除于9、

又整除于3、明矣。若第二部(字母總和)亦能整除于3、9、則元數能整除于3、9、不容疑焉。於是、即定知、一數所敘字母之總和、整除于3、則該數、能整除于3、而其字母之總和、整除于9、則該數、能整除于9。

例如 11111 其字母之和、為12、如 1111111 其字母之和、為15、即其和各整除于3、故此二數、各能整除于3。又如 111111 其字母之和、為9、如 11111111 其字母之和、為27、即其和各整除于9、故此二數、各能整除于9。

爰有一事可致意者、某數除于9之剩餘、與其字母總和除于9之剩餘、全相同、是也。

六為約數

2與3、互爲素、故某數、整除于2及3、則必整除于6。換語言之、凡偶數、整除于3者、又能整除于6。

課題

- (1) 120 整除于 2 3 4 5 6 10 12 15 20 之各數。如何知之。
- (2) 1320 整除于 2 3 4 5 6 8 10 12 15 20 之各數。如何知之。
- (3) 31410 整除于 3 4 6 8 12 之各數。其故如何。
- (4) 下列羣數、須選擇其整除于3者、及其整除于6者。
- | | | |
|--------|-------|-------|
| 64272, | 3924, | 5736, |
| 70545, | 3467, | 1576, |
| 49374, | | |
- (5) 下列羣數、須選擇其整除于9者。

572, 5787, 5708,

6783, 5706, 68823,

948257,

(6) 下列羣數，須指摘其整除于4者，整除于8者，及整除于9者。

6482, 6578, 78351,

7642, 76392, 873259,

500697, 53486, 75944,

57832, 57636, 73452,

32524,

(7) 某數整除于9，若採其字母，換其列次，以作他數，此數，

亦能整除于9，其理如何，須舉一例以證明之。

(8) 下列各數，須述其除于9之剩餘。

7342

3748

5123

6236

7986

23372528

(9) 437及225各除于9之兩剩餘，共相乘而更除于9，其剩餘爲何。

(10) 前題兩數，共相乘而除于9，若其剩餘，比于前題所算出之剩餘，果如何。

第八十一條 由九而行檢算，名曰九去法。加減檢算，據此法，亦不爲難，而此法，最善適于乘除檢算之用。九檢乘算錯否者，先初由9而除被乘數及乘數，其兩剩餘相乘而更除于9，以見其

剩餘如何。又別由 9 而除被乘數及乘數所算得之乘積，以見其剩餘如何。若乘算無錯誤，9 除所檢之剩餘一雙，能相符合。

例之 $37 + 2$ 乘 10236 得 3737228

被乘數、除于 9、其剩餘為 4、乘數、除于 4、其剩餘為 8、而

48 相乘、為 32、更除于 9、其剩餘為 5。

若夫乘積 10236×37 除于 9、其剩餘亦為 5。故此例乘

算無錯、可略知焉。

繹究九去法所由來、其理無他。被乘數如 3740 者、成于 9 之

倍數及剩餘 4、乘數如 1030 者、亦成于 9 之倍數及剩餘 8。

兩數相乘、其被乘數、乘于乘數一部 9 之倍數者、必成 9 之倍數、

而其乘于乘數剩餘 8 者、若細查之、被乘數一部 9 之倍數、乘于

8、仍成9之倍數、惟被乘數剩餘之4、乘于8、不爲9之倍數。故乘積 23372528 減9之某倍數、其殘餘者當繫屬于48相乘之積、卽知彼乘積除于9之剩餘與32(48相乘)除于9之剩餘、必相符合也。

九去法檢除算、與其檢乘算、全同其致。被除數、對應于乘積、除數及商、對應于被乘數及乘數。故除數及商除于9之兩剩餘、共相乘而更除于9、其剩餘者、不可不與被除數除于9之剩餘相符合。若元除算生剩餘、先初減該剩餘于被除數、而後施檢算、可也。

例之、1348708 除于498、商得2708 而剩餘有
124

法 498 除于 9 、其剩餘爲 3 、商 2708 除于 9 、其剩餘爲

8 、三八相乘、爲 24 、更除于 9 、其剩餘終爲 6 。實 1348708

減剩餘 134 而除于 9 、其剩餘亦爲 6 。

檢算累去一定之數、不必 9 、但用 9 、爲至便。其故何。某數除

于 9 之剩餘、由 9 而除其字母總和、可以知、且其盡探各字母、

檢算、能洽及于各數全部也。某數除于 25 之剩餘、偏繫于其右

端一位、某數除于 4 之剩餘、偏繫于其二位。(參照第八十條)

〔注意〕九去法、雖奇、未必爲十全。若乘算之例、換被乘數與乘

數而相乘、其兩算不得同一積、乃用九去法、以檢其孰正、可也。

素數及素因數

第八十二條 逐次列記奇數、如左、先知 9 (三三三非素數、而抹

1,	3,	5,	7,	9,	11,	消之、嗣此、漸上各算三、而每次消其第三、又知25(五五)非素數、而抹消之、嗣此、漸上各算五、而每次消其第五、更知49(77)非素數、而抹消之、嗣此、漸上各算七、而每次消其第七、如此而漸消其非素數于列中、可得素數之表。左一表中、其字形稍小者、爲非素數。
13,	15,	17,	19,	21,	23,	
25,	27,	29,	31,	33,	35,	
37,	39,	41,	43,	45,	47,	
49,	51,	53,	55,	57,	59,	
61,	63,	65,	67,	69,	71,	
73,	75,	77,	79,	81,	83,	
85,	87,	89,	91,	93,	95,	
97,	99,	101,			

一數、欲知其為素數否、用素數如 2 3 5 7 11 13 ……………。逐次試除之、可也。逐次試除之、至見其商小於法、而仍不一除盡、則該數為素數也。

例(1) 103 為素數否。

此數、不整除于 2 3 5 之各數、明矣。若 7 除之、商得 14 而剩餘有 5、若 11 除之、商得 9 而剩餘有 4。爰見商 9 小於法 11、而 103 除于 2 3 5 7 11、未能一整除。故 103 者為素數。倘此數之因數、有大於 11 者、該因數除此數、必可以得商小於 11 者、而此數不含小於 11 之因數、既明矣。是以、其試除終于 11、足矣。

例(2) 161 為素數否。

2 3 5 7 11 13 17 之各數、逐次試除此數、皆不除盡、而17除之、其商得11、而小於17、即知101爲素數也。

課題

下列各數、孰爲素數。

- | | | | |
|------|------|-----|-----|
| 433 | 473 | 571 | 303 |
| 5543 | 1731 | | |

第八十三條 凡非素數者、皆幾個素因數連乘之積也。

欲知一非素數之素因數、務藉最小素數而除之、其既能整除、復務藉最小素數而除其前商、如此而漸除、至其商得素數而止焉。逐次所用之法、及最終所得之商、是爲元數之素因數也。

例之、欲知 1260 之素因數、用 2 2 3 3 5、而逐次漸除、終

得商 7 而止焉。

$$\begin{array}{r}
 2) \ 1260 \\
 \underline{2) \ 630} \\
 3) \ 315 \\
 \underline{3) \ 105} \\
 5) \ 35 \\
 \underline{\quad 7}
 \end{array}$$

由是、即知 $1260 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

課題

下列各數、須剖分顯示其素因數。

- | | | |
|-----------|-----------|------------|
| (1) 936 | (2) 6540 | (3) 10528 |
| (4) 17640 | (5) 11172 | (6) 2984 |
| (7) 6876 | (8) 40848 | (9) 18900 |
| (10) 2150 | (11) 5445 | (12) 40950 |

最大公約數

第八十四條 或二數、或衆數、共能整除于同數、其同約數之最大者、稱曰諸數之最大公約數(第七十四條)。例之、12 18 24 30 42 之五數、共能整除于2、整除于3、而又能整除于6、若夫大於6之數、不復能均整除此五數、故6者、是此五數之最大公約數也。

欲索羣數之最大公約數、先剖解其各數、以顯示其素因數、而後盡探素因數洽通于羣數者、以連乘之、其積即爲羣數之最大公約數也。

例(1) 36 42 84之最大公約數、如何。

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

故三數之最大公約數，爲 $2 \times 3 = 6$

方實算，不必剖解各數于素因數，惟其一數，特剖解顯示其素因數，是足矣。

例(2) $4095, 3003, 1755$ 之最大公約數

如何。

$$4095 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$$

此五個素因數之中，能整除 3003 及 1755 者，有 3 及 13 之二數而已。 3×13 即 39 者，能整除一數，而不能均整除彼兩數。故三數之最大公約數，爲 $3 \times 13 = 39$ 也。若夫 3003

及 $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ 之素因數、其不爲 3 及 13 者、皆不能整除 4065 故
不須查考也。

第八十五條 羣數、有剖解顯示其素因數之難、如此者、欲索其

最大公約數、據左例。

一數、整除于他數、則其除數者、兩數之最大公約數也。

例之、 $12 \cdot 12$ 整除于 42、故其 42 者、 $12 \cdot 12$ 之最大公約數也。

一數除于他數、生剩餘、其法及其剩餘之最大公約數、亦爲其實
及其法之最大公約數。

例之、60 除于 21、其商得 2 而剩餘有 18、即

$$(21 \times 2) + 18 = 60$$

21及18之最大公約數、爲3、此公約數3者、爲60之約數、又從而爲60及21之公約數、更反視之、

$$60 \div (21 \times 3) = 1 \text{ 餘 } 3$$

60及21之最大公約數、自爲18之約數、又從而爲21及18之公約數、由是觀之、60及21之最大公約數、不能大於21及18之最大公約數、即知21及18之最大公約數3者、是直爲60及21之最大公約數也。

此原理、究定算法如左。

欲索二數之最大公約數、其劣數除其優數、若不除盡、其剩餘更除其前次除數、若仍不除盡、其剩餘亦更除其前次除數、(前次剩餘)交除如此而已、可以得遂除盡、漸除竟至除盡、則最終所

用之除數、爲二數所索之最大約數也、若最終所用之除數、僅爲
 1、則元二數者、互爲素也。

例之、索 2021 及 5407 之最大公約數、如左。
 其最終所用之除數即 43 者、此一數之最大公約數也。

$$\begin{array}{r} 2021 \\ 5407 \end{array} (3)$$

$$\begin{array}{r} 344 \\ 2021 \end{array} (5)$$

$$\begin{array}{r} 1720 \\ 301 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 301 \\ 344 \end{array} (1)$$

$$\begin{array}{r} 301 \\ 301 \end{array}$$

最大公約數 $\underline{\underline{43}}$ 301 (7)

$$\begin{array}{r} 301 \\ 301 \end{array}$$

欲索衆數之最大公約數、先索其二數之最大公約數、次用此最大

公約數及第三數以索其最大公約數，次更用此第二最大公約數及第四數以索其最大公約數，漸算如此而盡用其諸數，則最終所得之最大公約數，爲諸數之最大公約數也。

課題

下列各題，須索其兩數又三數之最大公約數。

- | | |
|-----------------|---------------------|
| (1) 30, 75 | (2) 81, 108 |
| (3) 272, 425 | (4) 391, 989 |
| (5) 1334, 754 | (6) 2368, 703 |
| (7) 207, 692737 | (8) 210678, 5694 |
| (9) 2684, 6028 | (10) 808, 568, 1112 |
- 最小公倍數

第八十六條 或二數、或衆數、各整除同數、其同倍數之最小者、

稱曰諸數之最小公倍數。

羣數連乘之積、卽爲羣數之公倍數、但其羣數之中、彼此互含有

公約數、則羣數之公倍數、仍有小於其連乘積者、

羣數、互爲素、則其連乘積、直爲其最小公倍數。

例之、 $8\ 25\ 33$ 、互爲素、故 $8 \times 25 \times 33 = 6600$

此三數之最小公倍數也。

欲索羣數之最小公倍數、先剖解各數于素因數、其素因數、共通

于一數以上者、各選拔之、以爲一因數、若夫不共通于一數以上

之素因數、亦皆採之、而無所選拔。採擇如此、而其所共通之各

因數、連乘于其所不共通之衆因數、則其連乘積者、成羣數之最

小公倍數也。

例(1) 36, 132, 140 之最小公倍數、如何。

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$$

$$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$$

素因數共通于三數者

2, 2

其共通于二數者

3

其不共通者

3, 5, 7, 11

故

$$\text{三數之最小公倍數} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$= 13860$$

即 13860 爲三數之最小公倍數。

例(2) 18 24 27 45 之最小公倍數、如何。

算式如左、爲至便。

一列並記四數、先用 2 而除各數、其能除者、線下記商、其不能除者、線下仍記元數、次用 3 而除線下所新列之各數、漸除如此、至見一列各數、互爲素、而止焉。

2) 18	24	27	45	
3) 9	12	27	45	
3) 3	4	9	15	
1	4	3	5	

各次除數、連乘于最終所列四數之積、則爲元四數之最小公倍

數。即

$$\begin{aligned} \text{最小公倍數} &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 3 \times 5 \\ &= 10 \times 12 \times 9 \\ &= 1080 \end{aligned}$$

施算之間、見列中一數、爲其他數之約數、適宜抹消之、亦可也。
 例之、索 12 20 28 15 之最小公倍數、如左

$$\begin{array}{r} 2) 12 \quad 20 \quad 28 \quad 15 \\ \hline 6 \quad 10 \quad 14 \quad 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 6 \quad 10 \quad 14 \quad 15 \\ \hline 3 \quad 5 \quad 7 \quad 15 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{最小公倍數} &= 2 \times 2 \times 7 \times 15 \\ &= 420 \end{aligned}$$

欲索羣數之最小公倍數，而羣數之素因數，不可輒知，則宜據左例。

(第一) 索二數之最小公倍數。先索其最大公約數，以此而除各數，其商，各為不共通于兩數之因數，故此兩商與最大公約數，共連乘，其積，即成兩數之最小公倍數也。

例之。2021及5407之最大公約數，為43，兩數各除以43，其商，各為47及126，故元兩數之最小公倍數者，為 $43 \times 47 \times 126$

由是觀之，

二數之最大公約數，除其一數，而其商，乘他數者，為兩數之最小公倍數。

換語言之、

二數相乘、而其積、除于其最大公約數者、為二數之最小公倍數、

(第一) 索衆數之最小公倍數。先以其二數而索其最小公倍數、次以其二數所索得之最小公倍數及第三數、而索其最小公倍數、是

為三數之最小公倍數、漸索如此、而盡用衆數、則最終所得之最小公倍數、即為衆數之最小公倍數也。

例之、索 120 21 540 300 之最小公倍數、如左。

先索 120 21 540 之最小公倍數、得

$43 \times 47 \times 140$ 次索 $43 \times 47 \times 140$ 與

300 之最大公約數、得 47、而 47 除 300 得

77. 故元三數之最小公倍數者，爲

$$43 \times 47 \times 149 \times 77$$

課題

下列各題，須算出其羣數之最小公倍數。

- (1) 5, 7, 15, 21, 84,
- (2) 15, 20, 36, 40, 84
- (3) 3, 5, 7, 9, 11, 18, 24, 50, 60,
- (4) 7, 11, 24, 33, 35, 60, 72,
- (5) 2041, 8476,
- (6) 2501, 8651,
- (7) 1121, 2831, 6821,

問題彙集 第十二

下列各題、須算出其羣數之最大公約數。

- | | | | | | | | |
|------|--------|--------|------|-------|---------|------|-----|
| (1) | 556, | 973, | (2) | 336, | 812, | | |
| (3) | 2373, | 6667, | (4) | 501, | 1837, | | |
| (5) | 780, | 4095, | (6) | 7241, | 10907, | | |
| (7) | 32721, | 65169, | (8) | 3852, | 762896, | | |
| (9) | 240, | 648, | 420, | (10) | 380, | 399, | 589 |
| (11) | 1530, | 1360, | 2856 | | | | |
| (12) | 5049, | 4301, | 3553 | | | | |
- (13) 下列各題、須算出其羣數之最小公倍數。
6, 9, 15, 25, 36, 54

(14)	20, 34, 50, 56, 85,	
(15)	8, 12, 14, 15, 16, 21, 24, 30	
(16)	15, 18, 20, 25, 30, 36, 48,	
(17)	27, 91, 42, 36, 63, 156, 234	
(18)	508, 889,	(19) 517, 564
(20)	124, 341, 372,	(21) 992, 2387, 1488
(22)	360 及 798,	
各剖解顯示其素因數，如何。		
(23)	825 及 1372,	
互爲素否。		
(24)	同一數，除 103 則剩餘生 4，	除 1037 則剩餘生 7，如

此之除數、其最大者、爲何。

(25) 8134 與 2573 互爲素否。

(26) 5083 加某數、使其和得整除于3、整除于7、又整除于

11、可以加之某數、其最小者、爲何。

(27) 某數、除于8、除于9、除于10、除于12、其剩餘皆爲5、

如此之數、其最小者、爲何。

(28) 書籍三種、其甲種有百五十四帙、而乙種七十帙、丙種百四

十帙、今欲使各種各得均分子同羣人之間而無殘餘、其人數

宜爲幾何、若其人數得有異同、須舉示其各數。

(29) 苹果四百三十七個、橙子千六百九十一個、均分之、欲使其

無殘餘、其人數若需其最衆、果爲幾人。

- (30) 四鐘打響，各異其時，其一，每三十五秒，其二，每四十二秒，其三，每一分，其四，每一分三十秒，各一打。四鐘一齊共打響，至其復一齊打響，需時幾何。
- (31) 二數之最小公倍數，爲100而其最大公約數，爲7，此二數，若各大於7，果如何。
- (32) 某數及91之最大公約數，乘于其最小公倍數，其積成5915，問其最大公約數及最小公倍數，各爲幾何。
- (33) 二數相乘，其積成5010而兩數之最大公約數，爲13，兩數各爲幾何。但二數，各大於13。
- (34) 有一地，其橫徑五十一步，其豎徑三十九步，今欲樹柱于其周邊，務使其柱數最少，且使柱至柱之間隔相均同，而四隅

(35) 必各樹一柱、樹柱如此、果需幾根。

幾行幾字、而書四百六十二字、欲使其字無過不足、而使其行數與其一行字數務相近似。若行數少於一行字數、其行數爲幾何。

(36) 馬車前輪、周計十五尺、其後輪、周計十二尺、彼此在兩輪上之二點、均觸地。兩輪共轉進、其後、該二點同時觸地、累三十六回。其間、馬車進行、果爲幾何。

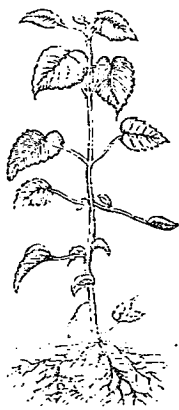
(37) 三月一日、爲寅日而又爲日曜日、次之、而爲寅日且日曜日者、果在何月何日。

(38) 三人周行一池、甲者以十二分、乙者以十五分、丙者以十八分、各能一周、三人同時發步于同點、周行幾回而終復同時

(39)

歸于同點、其間、需時幾何。

一池之周、有馬埒、長三千九百六十米突、若亞刺比亞馬、每一分走六百六十米突、清國馬、走三百九十六米突、日本馬、走五百貳拾八米突、此三馬同時發走于同所、其後經幾何時、能同時相會于同所。



算術教科書

第五編 分數

分數緒論

第八十七條 凡商、其實小於其法者、劃一線于實法兩數之間、以示其商、敘數如此者、稱曰分數。所謂分數之意義、不過此。分數之一部、在其橫線下者、名曰分母、其在線上者、名曰分子。分母及分子、通稱之曰分數之項。

除算者、或用分數式以代之。例如 $\frac{23}{7}$ 是亦分數之一也。如此者、讀曰「七分二十三」、若七倍之、即得二十三也。又如 $\frac{21}{7}$ 、雖能除盡、而分數式記之、非其所妨。如此者、亦讀曰「七分二十一」、若七倍之、即得二十一也。

故凡整數除于整數之商、不論其實小於其法與否、又不問其能除盡與否、皆可視以爲分數。

凡分數、其分母與其分子、全相等者、其值同于1。分子小於分母者、小於1、而分子大於分母者、大於1。分子等于分母、又大於分母者、稱曰假分數、分子小於分母者、名曰真分數。例之、如 $\frac{13}{7}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{5}{5}$ 者、是假分數、而 $\frac{2}{7}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{4}{5}$ 者、是真分數也。

第八十八條 某數除衆因數連乘之積者、惟除其一因數、是足矣。
(第四十二條) 凡數、皆可視以爲1及該數之乘積、故分數者、1除于分母、而探其一分從分子之數耳。

例之、

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \parallel 1 \times 3 \\ 4 \parallel 1 \times 3 \\ 4 \parallel 1 \times 3 \end{array}$$

1/4 者、1 分子四均部之一、而 3/4 者、三探其一分也。』

長度若干、表示數 1、由此而說明分數、頗為簡便。如此之長度、

折半之、可以表示 1/2、更折半之、可以表示 1/4、三探該長度

之 1/4、以接合之、則為 3/4 也。

第八十九條 分子等于分母、又為分母之倍數者、其分數、歸于

整數。例如 $\frac{12}{3} \parallel 4$

凡數、成于整數及分數之加合者、稱曰帶成分數、又曰混數。敘

帶成分數、廢撤加號于整數與真分數之間。例如 $3\frac{3}{5}$ 。此分數、

讀曰「五及七分三」、又曰「五個·七分三」。

假分數、或化為帶成分數、或化為整數。使假分數化為帶成分數

又整數、惟須除其分子以分母。

例之、 $\frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$

帶成分數、可以得化為假分數。使帶成分數化為假分數、須乘其

整數部、以分母、而加其積于分子。

例之、 $\frac{5\frac{3}{7}}{7} = \frac{5 \times 7 + 3}{7} = \frac{38}{7}$

凡整數、任意定其分母、可以得化為假分數。

例之、 $4 = \frac{4 \times 3}{3} = \frac{12}{3}$

課題

下列各數、其假分數者、須化為整數又帶成分數、其帶成分數者、

須化爲假分數。

$$\frac{31}{7}, \quad \frac{84}{11}, \quad \frac{107}{12}, \quad \frac{310}{13}, \quad \frac{59}{49},$$

$$\frac{119}{41}, \quad \frac{625}{125}, \quad \frac{8201}{365},$$

$$3\frac{1}{7}, \quad 4\frac{5}{9}, \quad 11\frac{11}{13}, \quad 21\frac{7}{100},$$

$$3\frac{7}{99}, \quad 41\frac{98}{99}, \quad 31\frac{21}{201},$$

第九十條 分數者，惟視商爲一種新數，而其分子，是實，分母，是法，而其分數，是爲商。故

$$(\text{分子}) \div (\text{分母}) = (\text{分數})$$

$$(\text{分子}) = \text{分母} \times (\text{分數})$$

第四十一條所說之各原理，若換其實法商之稱，以分子，分母，

分數、皆能直適合于分數之法則。初學者、須取第四十一條之
(甲)(乙)(丙)(丁)、各換其名辭、以讀誦其全文。卽下所說之算

法、自明矣。

分數乘于整數、直乘其分子。

例之、 $\frac{2}{8} \times 3 = \frac{6}{8}$

分數除于整數、直除其分子。

例之、 $\frac{21}{35} \div 7 = \frac{3}{5}$

若其分子不整除于該除數、更據左例。

分數乘于整數者、其分母除于該整數、亦可也。

例之、 $\frac{5}{24} \times 6 = \frac{5}{4}$

分數除于整數者、其分母乘于該整數、亦可也。

例之、
$$\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{10}$$

整數乘除分數之法、分子乘除、則分數亦乘除、分母乘除、則反之。

分子及分母、或兩乘于同一數、或兩除于同一數、其分數之值、不會變。

課題

- (1) $\frac{3}{8}$ 須使其分母化爲88、而其分數不變。
- (2) $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、須使其各分母均化爲30。
- (3) $\frac{2}{18}$ 、 $\frac{24}{54}$ 、 $\frac{77}{99}$ 、須使其各分母均化爲9。

(4) $\frac{5}{36}$ 、乘于4、須乘其分子、又除其分母。

(5) $\frac{12}{25}$ 、除于4、須除其分子、又乘其分母。

(6) 下列各數、乘于7、其分母整除者、須除其分母、其不然者、

須乘其分子。

$$\frac{2}{15}$$

$$\frac{3}{35}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{41}{49}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{303}$$

$$\frac{17}{303}$$

$$\frac{23}{283}$$

$$\frac{42}{294}$$

$$\frac{10}{19}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{40}{96}$$

$$\frac{5}{85}$$

$$\frac{13}{80}$$

(7) 下列各數、除于5、其分子整除者、須除其分子、其不然者、

須乘其分母。

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{235}{363}$$

$$\frac{10}{19}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{40}{96}$$

$$\frac{5}{85}$$

$$\frac{13}{80}$$

- (8) 二個分數、其分子相同、而其分母相異、孰大孰小。分母相同、而分子相異、孰大孰小。
- (9) 分母一定、而分子增減、如何變化其分數之值。 $\frac{12}{5}$ 者、爲 $\frac{3}{5}$ 之幾倍、而 $\frac{7}{9}$ 者、爲 $\frac{35}{9}$ 之幾分一。
- (10) 分子一定、而分母增減、如何變化其分數之值。 $\frac{7}{4}$ 者、爲 $\frac{7}{36}$ 之幾倍、而 $\frac{5}{12}$ 者、爲 $\frac{5}{4}$ 之幾分一。

約分

第九十一條

分數不變其值而其兩項化爲小、稱曰約分。約分者、約其分數也。約化分數者、分子及分母、除于其公約數、是可也。約分累回、不可復約、卽分子與分母、互爲素、如此之分數、稱曰既約分數。分子及分母、除于其最大公約數、則直成既約分數。

之項。

約分之要，主在索得其既約分數。

$$\text{例 (1)} \quad \frac{835}{915} = \frac{835 \div 5}{915 \div 5} = \frac{171}{183}$$

$$= \frac{171 \div 3}{183 \div 3} = \frac{57}{61}$$

例 (2) 化 $\frac{637}{819}$ 以作其既約分數。

先索分子及分母之最大公約數，得 91，由是

$$\frac{637}{819} = \frac{637 \div 91}{819 \div 91} = \frac{7}{9}$$

課題

下列各分數，須化爲其既約分數。

$$(1) \quad \frac{36}{204}$$

$$(2) \quad \frac{72}{96}$$

$$(3) \quad \frac{20}{36}$$

(4)	$\frac{54}{96}$	(5)	$\frac{121}{143}$	(6)	$\frac{450}{540}$
(7)	$\frac{64}{192}$	(8)	$\frac{224}{448}$	(9)	$\frac{1120}{2240}$
(10)	$\frac{693}{792}$	(11)	$\frac{1089}{1287}$	(12)	$\frac{2772}{3168}$
(13)	$\frac{144}{1296}$	(14)	$\frac{1573}{4719}$	(15)	$\frac{3456}{6420}$
(16)	$\frac{11088}{12672}$	(17)	$\frac{3767}{41437}$		

第九十二條 分數式示除算 據約分之例 以削小其兩項 名曰

對消法。下例示對消法算式。

例(1) $\frac{1365}{105} = \frac{3 \times 5 \times 7 \times 13}{3 \times 5 \times 7} = 13$

例(2) $\frac{4}{7} \times \frac{20}{15} = \frac{8}{3} = 1 \frac{2}{3}$

課題

(1) $18 \times 6 \times 4 \times 4 \times 2$ 除以 $4 \times 9 \times 3 \times 7 \times 6$

其商爲幾何。

(2) $21 \times 8 \times 60 \times 8 \times 6$ 除以 $7 \times 12 \times 3 \times 8 \times 3$

其商如何。

(3) (12, 5, 183, 18, 70 之連乘積) 除以

(3, 14, 9, 5, 20, 6 之連乘積)

其商如何。

(4) $213 \times 84 \times 190 \times 264$ 除以 $30 \times 56 \times 36$

其商爲幾何。

(5) 64 乘于 31 之 7 倍、其積除于 56 之 8 倍、其商乘于 88 之 15 倍、其積除于 55、其商乘于 3、其積除于 6 之 4 倍、而其商加 7、其所終得、爲幾何、

通分

第九十三條 或二分數、或衆分數、無變其值、而共同化其分母、稱之曰通分。

衆分數、共通帶同一分母、如此之分母、稱曰公分母。

例(1) $2\frac{1}{3}$ 、 $3\frac{1}{4}$ 、 $7\frac{1}{8}$ 、須通分使其公分母爲 48、

$$48 \div 3 = 16$$

$$48 \div 4 = 12$$

$$48 \div 8 = 6$$

故

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 16}{3 \times 16} = \frac{32}{48},$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 12}{4 \times 12} = \frac{36}{48},$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 6}{8 \times 6} = \frac{42}{48},$$

衆分數之公分母，而其最小者，稱曰最小公分母。通分使其公分母爲最小，稱曰通分于最小公分母。凡云通分者，不明言其公分母爲何，皆須通分于其最小公分母也。欲索衆分數之最小公分母，先約化其各分數，以爲其既約分數，而後用其衆分母，以索其最小公倍數，如此之最小公倍數者，卽爲元衆分數之最小公分母也。

例(2) $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{5}{6}$ 、 $\frac{7}{8}$ ，須通分于最小公分母。

此四分數者，皆是既約分數也，故不須約分。四分母 3 4 6 8 之最小公倍數，得 24，即是四分數之最小公分母也。24 除以 3 4 6 8 之商，各為 8 6 4 3，故

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24},$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24},$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24},$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}.$$

課題

下列各題，須通分子于最小公分母。

- (1) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}$
- (2) $\frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$
- (3) $\frac{4}{9}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12}, \frac{2}{3}$
- (4) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{11}{12}, \frac{4}{15}, \frac{1}{27}, \frac{2}{60}$
- (5) $\frac{5}{9}, \frac{2}{3}, \frac{4}{21}, \frac{5}{7}, \frac{11}{14}$

下列各對，孰大孰小。

(6) $\frac{4}{9}$, $\frac{31}{42}$

(7) $\frac{11}{17}$, $\frac{13}{21}$

(8) $\frac{314}{417}$, $\frac{271}{319}$

(9) $\frac{101}{217}$, $\frac{213}{416}$

下列各題，須從其大小，而逐次列記其羣數。

(10) $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$

(12) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{28}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{14}$

(14) $\frac{4}{13}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$

(15) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{9}{16}$

須通分子最小公分母。

(16) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{17}{20}$

須通分。

(17)

$$\frac{902}{2805} \quad \text{與} \quad \frac{487}{1324}$$

孰大。

$$\frac{335}{113} \quad \text{與} \quad \frac{22}{7}$$

孰小。

(18)

$$\frac{7}{9}, \frac{4}{5}, \frac{17}{19}, \frac{5}{7}, \frac{2}{3}$$

之五數。孰最大，孰最小。

分數化作小數。

第九十四條

化分數

以作小數者、

惟分母除分子、

是可也。

下

示二三例。

$$\frac{7}{125} = 7 \div 125 = 0.056,$$

$$\frac{13}{80} = 13 \div 80 = 0.1625,$$

$$\frac{34}{625} = 34 \div 625 = 0.0544,$$

$$\frac{27}{32} = 27 \div 32 = 0.84375$$

凡除算、添附 0 于剩餘之末、而繼行其算、竟能至其無剩餘、亦稱曰除盡。是推擴除盡之義焉。

分數化作小數、或能除盡、或不除盡。

第九十五條 分數化作小數者、分母除分子、漸繼行其算、或有

每桁必生剩餘、而不知其所底止、例如 $5 \div 3$ 者、5 除于 3、則其

商得 1.666... 而幾回繼行其算、每桁剩餘必有 2、而

無涯限。又如 $3 \div 7$ 者、

$$3 \div 7 = 0.428571428571428571 \dots$$

其商有 428571 之六字。反覆續出、同其序、而循環無窮。

凡小數、見其某桁以下、若干字母、反覆續出、而無涯限者、稱

曰循環小數。其若干字母、從其序而敘列者、稱曰循環項。例之、

0.123567567567567.....

者、為循環小數、而其循環項、是567也。

記循環小數之法、取其循環項一回、而其兩端字母上、各批點。

例如 0.123567.

循環之項、僅成于一字母者、記其循環小數、批點于該一字上。

例之、 $\frac{1}{3} = 0.3333.....$ 記之為 $0.\dot{3}$ 。

循環小數、別為二種、其循環起始于小數點之直下(分位)者、名

曰純循環小數、其小數點至循環項之間、仍有不循環之部者、名

曰混循環小數。

例之、 $\frac{2}{3} = 0.666..... = 0.\dot{6}$ 。

$\frac{15}{37} = 0.405405..... = 0.40\dot{5}$ 。

各為純循環小數

$$\frac{4}{15} = 0.266\cdots = 0.2\bar{6}$$

$$\frac{29}{88} = 0.3295454\cdots = 0.329\bar{54}$$

各為混循環小數

第九十六條 分數化作小數者，其分母除分子，而不除盡，如此

者，必為循環小數。其理如下所述。

凡除算所生之剩餘，雖最大，必少 1 於除數（分母）。故繼行除算之間，其所能生之剩餘，惟有起于 1，至少 1 於除數者之各數而已。例之、查

$$\frac{13}{17} = 13 \div 17 = 0.7\bar{6}47058823529411,$$

其剩餘，必不可不為 1 至 16 之各數。故漸除，雖多，累十六回，

而再見某剩餘復顯出。驗之于實算，其第十六剩餘，即為13。若自是之後，繼行其除算，則同字母續出，皆同其次序，明矣。

第九十七條 既約分數，或能化作列項有限之小數，或化作循環小數。若熟讀下所述，可以判知其別。

凡小數者，分數而其分母為十進數10, 100, 1000, 10000, ……者也。故分數化作小數者，惟查究其既約分數之分母及分子，乘于如何之數，能使其分母化為10 (2 × 5), 100 (2 × 2 × 5), 1000 (2 × 5 × 2 × 5), 2 × 5 × 2 × 5, 10000 (2 × 5 × 2 × 5 × 2 × 5), ……而已。欲為之，先須剖解該分母于素因數。

例之、

$$\begin{aligned} \frac{7}{125} &= \frac{7}{5 \times 5 \times 5} = \frac{7 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= \frac{56}{1000} = 0.056 \\ \frac{27}{32} &= \frac{27 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= \frac{84375}{100000} = 0.84375 \end{aligned}$$

既約分數之分母，單以 2 及 5 爲其因數，該分數必成有限之小數。

既約分數成有限之小數，欲知其小數列小數位如何，須見該分數之分母含素因數如何。或 2，或 5，其含多之數，卽同于小數位之數。例之， $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ，故 16 爲分母之既約分數，必成小數列四桁者。又

$125 \parallel 5 \times 5 \times 5$ 故 125 爲分母之既約分數，必成小數
 三桁。又 $40 \parallel 2 \times 2 \times 10 \times 2$ 故 40 爲分母之既約分數，亦
 必成小數三桁。
 既約分數之分母，不止含 2 及 5 ，而含其他素因數，則其所化成
 者，必爲循環小數也。

課題

下列各分數，須化作小數。

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (1) $\frac{5}{7}$ | (2) $\frac{4}{9}$ | (3) $\frac{13}{34}$ |
| (4) $\frac{2}{17}$ | (5) $\frac{157}{608}$ | (6) $\frac{143}{349}$ |
| (7) $\frac{73}{105}$ | (8) $\frac{7}{8}$ | (9) $\frac{3}{16}$ |

(10) $\frac{11}{16}$

(11) $\frac{25}{32}$

(12) $9\frac{13}{23}$

(13) $8\frac{3}{5}$

(14) $\frac{37}{64}$

(15) $\frac{59}{125}$

(16) $\frac{67}{635}$

(17) $\frac{41}{80}$

(18) $\frac{39}{48}$

(19) $\frac{17}{56}$

(20) $\frac{29}{75}$

小數化作分數

第九十八條 有限小數化作分數之例

例(1) $0.75 = \frac{75}{100}$ 約之則得 $\frac{3}{4}$

例(2) $37.425 = 37 + \frac{425}{1000} = 37\frac{17}{40}$

課題

(1) 有限之小數 化作分數者 須口說其法

(2) 下列小數、須化作分數。

0.85

0.075

3.012

57.48

340.064

0.4602

(3) 下列小數、須化作分數。

0.0078

39.054

0.0945

第九十九條 純循環小數、化作分數之例

分數、如 $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$, $\frac{1}{9999}$者、化作小數、則得純

循環小數。即

$$\frac{1}{9} = 0.\dot{1}$$

$$\frac{1}{99} = 0.\dot{0}1$$

$$\frac{1}{999} = 0.\dot{0}01$$

$$\frac{1}{9999} = 0.\dot{0}001$$

.....

故分母爲列9幾個之數、而分子爲1、凡分數如此者、各成純循環小數、而其純循環小數之循環項、與分母所列之字母、全同其桁數、且其循環項末位之字母、爲1、而其他各位之字母、皆爲0也、

分數而其分母爲列9幾個之數者、化作小數、甚易矣。例之、

$$\frac{47}{99} = \frac{1}{99} \times 47,$$

而 $\frac{1}{99} = 0.\dot{0}1,$

故 $\frac{47}{99} = 0.\dot{0}1 \times 47 = 0.\dot{4}7.$

由是觀之、

$$\frac{352}{999} = 0.\dot{3}521$$

$$\frac{73}{999} = 0.\dot{0}73,$$

$$\frac{706}{9999} = 0.\dot{0}706,$$

$$\frac{81}{9999} = 0.\dot{0}081$$

逆言之、

$$0.\dot{4}\dot{7} = \frac{47}{99}$$

$$0.\dot{3}\dot{5}\dot{2} = \frac{352}{999}$$

$$0.\dot{0}\dot{7}\dot{3} = \frac{73}{999}$$

$$0.\dot{0}\dot{7}\dot{0}\dot{6} = \frac{706}{9999}$$

$$0.\dot{0}\dot{0}\dot{8}\dot{1} = \frac{81}{9999}$$

凡純循環小數者、化作分數、則其循環項爲分子、而分母成于視該循環項之字數以列9者、是也。

分數而其分母能變爲 9、99、999、……者、

化作小數、則得純循環小數、而其循環項、各具一桁、二桁、

三桁、……

例之、

$$\frac{2}{33} = \frac{6}{99} = 0.0\dot{6}, \quad \frac{103}{111} = \frac{927}{999} = 0.92\dot{7}$$

$$\frac{1}{333} = \frac{3}{999} = 0.0\dot{0}3, \quad \frac{1}{11} = \frac{9}{99} = 0.0\dot{9},$$

課題

(1) 下列各分數，須一見直化作小數。

$$\frac{23}{90}, \quad \frac{7}{99}, \quad \frac{179}{999}, \quad \frac{28}{999}$$

$$\frac{3025}{9999}, \quad \frac{67}{9999}, \quad \frac{5}{11}, \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{33}, \quad \frac{19}{333}, \quad \frac{301}{111}, \quad \frac{8}{111}$$

(2) 下列各小數，與如何之分數，相等。

$$0.5\dot{8}, \quad 0.03\dot{1}, \quad 0.00\dot{7}, \quad 1.2.9\dot{2}$$

$$4.0\dot{3}0\dot{5}, \quad 0.900\dot{7}, \quad 9.000\dot{6}$$

第百條 混循環小數化成分數之例。

例之、化 $0.\dot{3}1\dot{4}2\dot{5}$ 以成分數、如左。

$$\begin{aligned} 0.\dot{3}1\dot{4}2\dot{5} &= (0.\dot{3}1\dot{4}2\dot{5} \times 1000) \div 1000, \\ &= 31.42\dot{5} \div 1000. \end{aligned}$$

而 $0.\dot{4}2\dot{5} = \frac{425}{999}$ ，

故 $0.\dot{3}1\dot{4}2\dot{5} = (31 + \frac{425}{999}) \div 1000$ ，

括弧所包之帶成分數、化成假分數、則

$$\begin{aligned} &= \frac{31304}{999} \div 1000 = \frac{31304}{999000}, \end{aligned}$$

2 約其分母及分子，則

$$= \frac{35697}{49950}$$

由是觀之、混循環小數、化作分數者、先視其循環項之桁數、而對準探 9 以列記之、且視不循環之小數位有幾桁、而對準探 0 以添記之、是為分母。若夫其分子、簡便算之、如左。

$$0.31425 = \frac{(31 \times 999) + 425}{99900}$$

之分子、即為

$$\begin{aligned} (31 \times 999) + 425 &= 31 \times (1000 - 1) + 425 \\ &= 31000 - 31 + 425 \\ &= 31425 - 31 \end{aligned}$$

故其不循環之部分、直並列其循環項、而其末尾減不循環之部分、是爲分子也。

例之、

$$0.0337\dot{5}51 = \frac{37631 - 57}{99900} = \frac{57614}{99900}$$

$$= \frac{9269}{156500}$$

課題

下列各小數、須化作分數。

- | | | | |
|-----|-------------------|-----|------------------|
| (1) | $0.0\dot{5}2.$ | (2) | $0.463\dot{7}.$ |
| (3) | $44.36789.$ | (4) | $5.3670\dot{2}.$ |
| (5) | $284.05\dot{6}8.$ | (6) | $0.07\dot{2}.$ |
| (7) | $66.30\dot{2}.$ | (8) | $21.03\dot{7}2.$ |

$$(9) \quad 0.308\dot{5}2$$

$$(10) \quad 0.078\dot{3}0\dot{1}$$

$$(11) \quad 0.009\dot{1}00\dot{7}$$

$$(12) \quad 1\dot{6}.00\dot{9}\dot{6}$$

分數加算

第百一條 算加衆分數帶同一分母者，直併合其分子，以作分子，而仍用其公分母，以爲分母，是可也。
 例之、

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{3+5+7}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

衆分數不同其分母，則先初通分，而後算加之，可也。
 例(1) $3\frac{3}{5}$ 、及 $7\frac{7}{10}$ 之和、如何。

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{5} &= 3\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = 3\frac{6}{10} \\ &+ \frac{7}{10} = 3\frac{6}{10} + \frac{7}{10} = 3\frac{13}{10} = 4\frac{3}{10} \end{aligned}$$

故

例(2)

$\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ 之五分數 加之爲何。

五分數之最小公分母

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

由此而化各分子

$\frac{5}{6}$	20	100
$\frac{3}{8}$	15	45
$\frac{7}{12}$	10	70
$\frac{3}{5}$	24	72
$\frac{2}{3}$	40	80

加分子

和

$$\frac{367}{120} \div 120 = \frac{37}{120}$$

帶成分數之加算、惟整數加整數、分數加分數、而兩和併合、爲至便。假分數者、先化作帶成分數、而後施算、可也。

問題彙集 第十三

下列各題、須施加算焉。

- | | | | |
|-----|--|-----|--|
| (1) | $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{6}$ | (2) | $\frac{4}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}$ |
| (3) | $5\frac{3}{4}, 3\frac{7}{8}, 4\frac{7}{12}$ | (4) | $10\frac{1}{5}, 3\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, 9\frac{2}{15}$ |
| (5) | $2\frac{1}{8}, 3\frac{2}{9}, \frac{7}{12}, 7\frac{4}{15}$ | (6) | $2\frac{1}{3}, 3\frac{4}{7}, \frac{5}{12}, 7\frac{11}{16}$ |
| (7) | $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{18}, 2, 8\frac{5}{6}$ | (8) | $1\frac{1}{8}, 3\frac{1}{3}, 2\frac{3}{4}, 5\frac{5}{12}$ |
| (9) | $\frac{13}{27}, 3\frac{1}{9}, 4\frac{2}{5}, 1\frac{7}{15}, \frac{73}{135}$ | | |

$$(10) \quad \frac{4}{7}, 3\frac{13}{21}, 5\frac{17}{28}, 1\frac{1}{2},$$

$$(11) \quad 13\frac{1}{9}, 5\frac{3}{10}, 4, 1\frac{17}{45}, \frac{13}{60}$$

$$(12) \quad 1\frac{5}{19}, 2\frac{6}{7}, \frac{11}{38}, 6\frac{1}{14},$$

$$(13) \quad 4\frac{1}{8}, 2\frac{1}{4}, 1\frac{1}{16}, 2\frac{5}{24}, 5\frac{7}{16}, 7\frac{2}{3}, 4\frac{1}{2}, 6\frac{5}{6}$$

$$(14) \quad 4\frac{3}{7} + 4\frac{5}{12} + 3\frac{5}{6} + 5\frac{1}{2} + 9\frac{13}{16}$$

須簡化之。

$$(15) \quad 4.68 + 9\frac{3}{5} + 6\frac{17}{20} + 2.585 + 2.66 + 8\frac{7}{8}$$

須化作一帶成小數。

$$(19) \quad 5\frac{13}{72} + \frac{11}{21} + \frac{37}{60} + \frac{5}{119} + 4\frac{83}{85} + 2\frac{23}{204}$$

須簡化之。

(17) 往昔、日本貨幣、以兩爲其單位、以一兩之四分之一、爲一分、

以一分之四分之一、爲一朱。

貳兩壹分貳朱、叁分壹朱、貳分叁朱、

須使各數化成兩之分數、而後併加之。

(18) 何數減 $4\frac{4}{5}$ 、則剩 $\frac{12}{25}$

分數減算。

第百二條 二分數同其分母者之差、直算其分子之差、以爲分子、

而仍用其公分母、以爲分母、是可也。

例之、
 $\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$

二分數不同其分母，則先初通分，而後索其差，可也。

例之、 $\frac{2}{3}$ 減 $\frac{5}{8}$ ，其分母 3 及 8，互為素，故 24 為最小公分

母。由此而算之、 $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ ， $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ ，

故 $\frac{2}{3} - \frac{5}{8} = \frac{16}{24} - \frac{15}{24} = \frac{1}{24}$

例 (1) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$

最小公分母

$2 \times 2 \times 3 = 12$

	3	3	9
	4	3	9
—	1	2	2
	6	2	2
差	$\frac{7}{12}$	7	差之分子

例(2) $446\frac{5}{12} - 393\frac{3}{16}$

最小公分母

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

		48	
被減數	446	$\frac{5}{12}$	20
減數	393	$\frac{5}{16}$	15
差	53	$\frac{5}{48}$	5
			差之分子

例(3) $2546\frac{3}{7}$ 減 $652\frac{4}{5}$,

先察兩分數之大小

$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$,

$\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$,

$\frac{15}{35}$ 減 $\frac{28}{35}$ 者，不可算。故被減數之整數部，控去 1 以爲 $\frac{35}{35}$ ，
 此數加 $\frac{15}{35}$ ，以爲被減數之分數部，即 $\frac{50}{35}$ 是也。 $\frac{50}{35}$ 減 $\frac{28}{35}$ ，
 則殘 $\frac{22}{35}$ ，是爲差之分數部。此算式如左。

最小公分母

$$5 \times 7 = 35$$

由此而化分子

被減數	2546	$\frac{5}{7}$	5	15	+ 35 =	50
減數	652	$\frac{4}{5}$	7		28
差	1893	$\frac{22}{35}$				22

若廢其中行

2546	$\frac{3}{7}$	1550
652	$\frac{4}{5}$	2828
1893	$\frac{22}{35}$	22

問題彙集 第十四

下列各題、須由其左數、減其右數。

- | | |
|---|---|
| <p>(1) $\frac{35}{56}, \frac{21}{56}$</p> <p>(3) $\frac{14}{39}, \frac{19}{65}$</p> <p>(5) $16\frac{5}{6}, 7\frac{1}{6}$</p> | <p>(2) $\frac{13}{15}, \frac{7}{24}$</p> <p>(4) $\frac{7}{12}, \frac{5}{42}$</p> <p>(6) $75, 4\frac{3}{7}$</p> |
|---|---|

$$(7) \quad 28 \frac{16}{63}, \quad 3 \frac{9}{14} \qquad (8) \quad 127 \frac{5}{48}, \quad 126 \frac{19}{72}$$

$$(9) \quad 45 \frac{27}{28}, \quad 35 \frac{34}{35} \qquad (10) \quad \frac{22}{7}, \quad \frac{355}{113}$$

$$(11) \quad \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{7}{8}\right) - \left(\frac{7}{11} + \frac{3}{11} + \frac{8}{11}\right) + \frac{3}{4},$$

須簡化之。

$$(12) \quad 6.15 + 0.7 + \frac{13}{20} + \frac{4}{5} + (67.025 - 14.075)$$

須使化爲一帶成分數。

$$(13) \quad \left(\frac{13}{24} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{4}{5} - \frac{3}{14}\right)$$

須簡化之。

$$(14) \quad \text{視 } \frac{1478}{4309} \text{ 爲概數 } 1 \frac{1}{3}, \text{ 其誤差爲幾何。}$$

(15) 一物、若秤之于空氣中、則爲 $\frac{100}{100}$ 貫目、若秤之于水中、則爲 $\frac{100}{105}$ 貫目。此物、處于水中、宛然、失重幾何。

分數乘除

第三百三條 分數乘于整數者、該整數、或乘其分子、或除其分母、是可也。(第九十條) 例之、

$$\frac{5}{6} \times 11 = \frac{55}{6} = 9 \frac{1}{6}$$

$$\frac{13}{18} \times 2 = \frac{13}{9} = 6 \frac{1}{2}$$

分數之分子、與乘數(整數)、互有公約數、則由該公約數而兩除之、爲施算捷徑。

例之

$$\frac{17}{35} \times 5^3 = \frac{17}{7} \times 3 = \frac{51}{7} = 7 \frac{2}{7}.$$

分數乘于其分母，則其積同于分子。

例之

$$\frac{29}{48} \times 48 = 29$$

帶成分數乘于整數者，或化其帶成分數以為假分數，而施乘算，或劃別其整數部及分數部，各施算，而後併加其兩積，皆可也。

例之

$$\frac{8}{5} \times 6 = \frac{48}{5} \times 6 = \frac{288}{5} = 52 \frac{4}{5}$$

又

$$\frac{8}{5} \times 6 = (8 + \frac{4}{5}) \times 6$$

$$= 48 + \frac{24}{5} = 48 + 4 \frac{4}{5}$$

$$= 52 \frac{4}{5}$$

第一百四條 整數乘于分數之例。

分數乘于整數者，視其乘數（整數）而累回探該分數，以加合之耳。例之， $2\frac{2}{7}$ 乘于 3 者，三探 $2\frac{2}{7}$ 而合加之也。

$$\text{即 } 1\frac{2}{7} \times 3 = 1\frac{2}{7} + 1\frac{2}{7} + 1\frac{2}{7}$$

整數乘于分數者，其所謂「乘」之意義，亦須推擴之。（參照第三十一條）

某數乘于分數者，該某數齊分子于其分母所表之數，且視其分子所表之數，而累回探其一分也。

例之，5 乘于 $3\frac{1}{8}$ 者，由 8 而齊分 5，而三探其一分也。

$$\text{即 } 5 \times 3\frac{1}{8} = 5 \times 3\frac{1}{8} = \frac{5 \times 3}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

據前條所說，則 $\infty \mid \infty \times \infty \parallel \infty \mid \frac{1}{\infty}$ ，

故 $\infty \mid \infty \times \infty \parallel \infty \times \infty \mid \infty$

凡整數乘于 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、……與該整數
 除于 2、3、4、5、……無所異。

〔注意〕 乘于分數之義，既定焉。據此義，某數乘于 $\frac{3}{8}$ 者，謂
 採其 $\frac{3}{8}$ 也。

課題

- (1) 一尺價叁拾仙， $\frac{2}{5}$ 尺價幾何。
- (2) 一貫目價貳圓， $\frac{3}{4}$ 貫目價幾何。
- (3) 酒一升價四拾五仙， $\frac{1}{10}$ 升價幾何。

- | | | | |
|------|-------------------------------|------|--------------------------------|
| (4) | $\frac{5}{76} \times 76$ | (5) | $49 \times 12\frac{3}{8}$ |
| (6) | $\frac{13}{18} \times 48$ | (7) | $576\frac{2}{3} \times 18$ |
| (8) | $\frac{158}{705} \times 45$ | (9) | $246 \times 50\frac{5}{8}$ |
| (10) | $124\frac{25}{36} \times 12$ | (11) | $144 \times 10\frac{5}{12}$ |
| (12) | $52 \times \frac{11}{16}$ | (13) | $465 \times 10\frac{2}{3}$ |
| (14) | $2785 \times \frac{177}{245}$ | (15) | $268\frac{5}{11} \times 84$ |
| (16) | $407 \times 10\frac{15}{16}$ | (17) | $\frac{1756}{4009} \times 246$ |
| (18) | $159\frac{5}{8} \times 109$ | | |

第一百五條 分數除于整數者，該整數，或乘其分母，或除其分子。

皆可也。(第九十條)

例(1) $\frac{75}{135} \div 25 = \frac{3}{135}$.

$\frac{5}{6} \div 7 = \frac{5}{42}$.

例(2) $15\frac{3}{5} \div 7 = \frac{123}{5} \div 7 = \frac{123}{56} = 2\frac{11}{56}$.

例(3) $\frac{735}{43} \div 25 = \frac{7}{43} \div 5 = \frac{7}{215}$

此除數25, 及分子35, 由其公約數5而相對約焉。

課題

(1) $150\frac{5}{9} \div 88$ (2) $13\frac{5}{6} \div 32$

(3) $566\frac{2}{3} \div 40$ (4) $33\frac{1}{5} \div 74$

- | | | | |
|------|--|------|---------------------------------|
| (5) | $5 \ 6 \ 4 \ \frac{13}{18} \div 1 \ 2$ | (6) | $\frac{164}{796} \div 4 \ 1$ |
| (7) | $\frac{121}{744} \div 1 \ 1$ | (8) | $5 \ \frac{2}{3} \div 2 \ 7$ |
| (9) | $6 \ 6 \ \frac{2}{5} \div 3 \ 3 \ 2$ | (10) | $2 \ \frac{5}{11} \div 5 \ 4$ |
| (11) | $\frac{127}{5609} \div 2 \ 5 \ 4$ | (12) | $\frac{91}{103} \div 7$ |
| (13) | $\frac{605}{1007} \div 1 \ 2 \ 5$ | (14) | $\frac{13}{37} \div 6$ |
| (15) | $\frac{22}{103} \div 1 \ 1$ | (16) | $\frac{45}{88} \div 9$ |
| (17) | $\frac{35}{11} \div 6$ | (18) | $\frac{13}{101} \div 1 \ 0$ |
| (19) | $\frac{25}{247} \div 1 \ 1$ | (20) | $\frac{63}{148} \div 1 \ 0 \ 0$ |

$$(21) \quad \frac{151}{209} \div 12$$

$$(22) \quad \frac{461}{573} \div 105$$

$$(23) \quad \frac{701}{244} + 210$$

$$(24) \quad \frac{375}{716} - 125$$

第六條 分數乘于分數之例。

某數乘于分數者，由分母而分該某數，視分子而探其一分，是不問其被乘數為整數與為分數也。(第百四條) 例之。 $\frac{5}{6}$ 乘于

$\frac{7}{8}$ 者，8 除 $\frac{5}{6}$ 而得 $\frac{5}{6 \times 8}$ ，7 乘此商而得 $\frac{5 \times 7}{6 \times 8}$ ，是也。故分數

乘于分數者，分子乘于分子，而分母乘于分母，是足矣。

例(1) $\frac{5}{3} \times \frac{2}{5}$

先化帶成分數以為假分數，則 $\frac{5}{3} = \frac{17}{3}$ ，

由是，行乘算，如左。

$$\frac{17}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{17 \times 4}{3 \times 5} = \frac{68}{15} = 4 \frac{8}{15}$$

例(2) $\frac{15}{16} \times \frac{24}{25}$

被乘數之分子，與乘數之分子，對約于5，乘數之分子，與被乘數之分母，對約于8，而後施乘算，則

$$\frac{15}{16} \times \frac{24}{25} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{10}$$

課題

(1) $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$

(2) $\frac{13}{16} \times \frac{2}{3}$

(3) $\frac{5}{9} \times \frac{6}{7}$

(4) $1 \frac{2}{3} \times \frac{7}{25}$

(5) $7 \frac{5}{16} \times \frac{8}{9}$

(6) $6 \frac{3}{8} \times 5 \frac{5}{7}$

- | | | | |
|------|---|------|--|
| (7) | $5\frac{5}{8} \times 10\frac{5}{9}$ | (8) | $9\frac{5}{6} \times 7\frac{18}{43}$ |
| (9) | $5\frac{1}{3} \times 100\frac{7}{16}$ | (10) | $500\frac{1}{2} \times 654\frac{3}{4}$ |
| (11) | $500\frac{1}{2} \times \frac{33}{61}$ | (12) | $125\frac{3}{4} \times 12\frac{5}{8}$ |
| (13) | $7063\frac{3}{4} \times 90\frac{1}{5}$ | (14) | $2043\frac{5}{8} \times 753\frac{1}{3}$ |
| (15) | $150\frac{3}{7} \times 0.546$ | (16) | $763.025 \times 89\frac{5}{11}$ |
| (17) | $0.375 \times 1000\frac{13}{125}$ | (18) | $128\frac{2}{5} \times 99\frac{13}{35}$ |
| (19) | $24862\frac{5}{4} \times 40\frac{1}{5}$ | (20) | $32569\frac{2}{3} \times 15\frac{3}{4}$ |
| (21) | $\frac{5}{8} \times \frac{7}{9} \times \frac{15}{49} \times \frac{1}{15}$ | (22) | $\frac{17}{21} \times 4\frac{5}{6} \times \frac{42}{51}$ |

$$(23) \quad 0.25 \times \frac{41}{75} \times \frac{3}{82}$$

$$(24) \quad 249 \frac{2}{5} \times 0.2005$$

$$(25) \quad 4678.069 \times 2 \frac{1}{3}$$

第七條 整數除于分數之例。

5 除于 $1 \frac{1}{2}$ 者，索知 5 中含 $1 \frac{1}{2}$ 幾回也。蓋 1 中含 $1 \frac{1}{2}$ ，明爲二，即知 5 中含 $1 \frac{1}{2}$ ，累十也。由是

$$5 \div \frac{1}{2} = 5 \times 2 = 10,$$

推此理

$$10 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15,$$

$$5 \div \frac{1}{4} = 5 \times 4 = 20.$$

故某數除以 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、……者、該某數乘于 2、3、4、5……也。

例(1) 5 除以 $\frac{3}{8}$ 、如何。

除數 $\frac{3}{8}$ 者、 $\frac{1}{8}$ 乘于 3 之積也。故被除數 5 除以 $\frac{1}{8}$ 、而其商更除以 3、則

$$5 \div \frac{3}{8} = (5 \div \frac{1}{8}) \div 3 = (5 \times 8) \div 3 = \frac{40}{3}$$

5 除以 $\frac{3}{8}$ 者、更反思其義、是索知 5 中含 $\frac{3}{8}$ 累幾回也。若視 $\frac{1}{8}$ 以爲單位(或同時 8 倍被除數及除數)、因之而被除數成

5×8 除數成 3、故

$$5 \div \frac{3}{8} = \frac{5 \times 8}{3} = \frac{40}{3} = 5 \times \frac{8}{3}$$

由是觀之、

整數除于分數者、其除數、交換分子與分母、其所換成之分數、乘其被除數、是足矣。

若除數爲帶成分數、先初化之以爲假分數、而後施算、可也

$$\text{例(2)} \quad 51 \div \frac{2}{3} = 51 \div \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \times 51 = 76\frac{1}{2}$$

$$= 9$$

若被除數爲小數、其施算、亦據此例。

$$\text{例(3)} \quad 134.8 \div \frac{4}{5} = \frac{5}{4} \times 134.8 = 33.7$$

$$= 33.7 \times 5 = 168.5$$

課題

- | | | | |
|------|-----------------------------|------|------------------------------|
| (1) | $5 \div \frac{2}{3}$ | (2) | $16 \div \frac{5}{8}$ |
| (3) | $792 \div \frac{3}{4}$ | (4) | $552 \div \frac{3}{4}$ |
| (5) | $12 \div 3\frac{3}{8}$ | (6) | $81 \div \frac{27}{376}$ |
| (7) | $465 \div 132\frac{6}{7}$ | (8) | $9555 \div 7\frac{2}{9}$ |
| (9) | $46825.4 \div \frac{4}{5}$ | (10) | $6948.25 \div \frac{35}{36}$ |
| (11) | $306.94 \div 12\frac{2}{5}$ | (12) | $0.4695 \div 2\frac{6}{7}$ |
| (13) | $28 \div \frac{5}{7}$ | (14) | $13 \div 2\frac{1}{5}$ |
| (15) | $1 \div 4\frac{2}{3}$ | (16) | $10 \div 14\frac{5}{8}$ |

$$(17) \quad 25 \div 1\frac{5}{7}$$

$$(18) \quad 0.08 \div \frac{5}{11}$$

$$(19) \quad 125 \div 2\frac{5}{10}$$

$$(20) \quad 1 \div \frac{105}{739}$$

$$(21) \quad 9 \div \frac{125}{717}$$

第一百八條 分數除于分數之例。

第一數(例如 $2\frac{1}{3}$)除于第二數(例如 $5\frac{1}{7}$)者, 索知其乘于 $5\frac{1}{7}$ 、積可以得 $2\frac{1}{3}$ 之第三數也。

$$\frac{7}{8} \times \frac{5}{9} = \frac{35}{72}$$

$$\text{故} \quad \frac{35}{72} \div \frac{5}{9} = \frac{7}{8}$$

查此例、被除數之分母及分子、各整除于除數之分母及分子、即

被除數分母72除于除數分母9，是爲商之分母8，被除數分子35除于除數分子5，是爲商之分子7，汎廣論之，例如 $\frac{35}{5} \div \frac{9}{9}$ 者，先初通分，化爲

$\left(\frac{2 \times 7}{3 \times 1}\right) \div \left(\frac{3 \times 5}{3 \times 1}\right)$ 而後其除數分母除其被除數分母，其餘數分

子除其被除數分子，則商得 $\frac{2 \times 7}{3 \times 5}$ 故

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{1} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$$

由是觀之，分數除于分數者，其餘數，交換分子與分母，其所換成之分數，乘其被除數，是足矣。換語言之，分數除于分數者，惟其被除數乘于除數逆轉者而已。

例 $2\frac{7}{9} \div 1\frac{11}{24} = \frac{25}{9} \div \frac{35}{24}$

$$= \frac{5}{9} \times \frac{24}{35}$$

$$= \frac{40}{21} = 1\frac{19}{21}$$

帶成分數除于整數者，據左例，爲至便。

$$42) 4605\frac{3}{8} (109\frac{73}{112}$$

$$\underline{42}$$

$$\begin{array}{r} 405 \\ 378 \\ \hline \end{array}$$

$$27\frac{3}{8} = \frac{219}{8} (\div 42)$$

分數除于分數、或重用分數式以記之。例如

$$\frac{5}{8} \div \frac{2}{7} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{2}{7}}$$

$$3\frac{4}{5} \div 2\frac{1}{8} = \frac{3\frac{4}{5}}{2\frac{1}{8}}$$

課題

(1) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{7}$

(2) $\frac{6}{9} \div \frac{2}{3}$

(3) $\frac{24}{35} \div \frac{6}{7}$

(4) $\frac{12}{10} \div \frac{1}{8}$

(5) $8\frac{2}{5} \div \frac{7}{16}$

(6) $20\frac{1}{4} \div 4\frac{3}{7}$

$$(7) \quad 216\frac{1}{3} \div 20\frac{2}{5} \qquad (8) \quad \frac{1}{51} \div 7\frac{1}{17}$$

$$(9) \quad 0.275 \div 5\frac{1}{4} \qquad (10) \quad \frac{1}{9} \div 0.57$$

$$(11) \quad \frac{51}{62} \div \frac{17}{31} \qquad (12) \quad \frac{3}{77} \div \frac{9}{11}$$

$$(13) \quad \left(\frac{1}{18} \div \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{3}{8} \times \frac{4}{15}\right) \qquad (14) \quad \left(6 \div \frac{5}{14}\right) - \left(\frac{5}{24} + 3\frac{1}{12}\right)$$

$$(15) \quad 164 \div \left(12\frac{1}{5} - 5\frac{9}{3}\right) \qquad (16) \quad 51\frac{5}{6} \div \left(0.625 - \frac{2}{5}\right)$$

第九條 逆數 某數之逆數者、1 除于該某數、是也。例之、

5 之逆數、是 $1 \div 5$ 、而 $3 \div 7$ 之逆數、是 $1 \div \frac{3}{7}$ 即 $7 \div 3$ 也。

某數除 1、其商復除 1、則得元數。故逆數之逆數、為原數。

例之、 $3 \div 7$ 之逆數、是 $7 \div 3$ 、而 $7 \div 3$ 之逆數、是元 $3 \div 7$ 也。

凡數及其逆數之相乘，其積爲1。

分數之逆數，以元分母爲其分子，以元分子爲其分母。況廣論之。

某數之除，與其逆數之乘，相同。

此理，不啻分數爲然。（第百七條及第百八條）凡數，皆無不然焉。

第百十條 冪數除算 某數之一冪，除于同數之他冪者，仍爲

同數之冪，而商之指數，均于被除數指數減除數指數。例之。

$$7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7$$

$$\text{故 } \frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 7 \times 7$$

$$= 7^2 = 7^{5-3}$$

若除數之指數、大於被除數之指數、其差成指數之冪、恰為商之逆數。例之、

$$\frac{7^4}{7^2} = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7 \times 7}$$

$$= \frac{1}{7^2} = \frac{1}{7^{2-4}}$$

課題

- (1) 5^8 除于 5^3 、如何。
- (2) 4^3 除于 4^5 、如何。
- (3) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ 除于 $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ 如何。
- (4) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^3$ 其商如何。
- (5) $\left(3\frac{2}{5}\right)^5$ 除于 $\left(3\frac{2}{5}\right)^3$ 其商如何。

第百十一條 複名數乘于分數、據左例。

例 五里二十五町十一間、須乘于 $2\frac{2}{3}$ 。

$2\frac{2}{3}$ 乘之者、 $4\frac{2}{3}$ 乘之、 $2\frac{2}{3}$ 乘之、而合加其兩積也、 $2\frac{2}{3}$ 乘之者、 2 乘之而 3 除之爾。由是、

里 町 間
 5 25 11
 2

3) 11 14 22 2 倍 (被乘數)

3 28 $47\frac{1}{3}$ $4\frac{2}{3}$ 倍 (..)

22 28 44 4 倍 (..)

26 21 $31\frac{1}{3}$ $4\frac{2}{3}$ 倍 (..)

問題彙集 第十五

- (1) $(\frac{15}{67} \times 67) \times (144\frac{1}{5} \times 125) + 569.473$
- (2) $25\frac{1}{4} \times 0.3 \times 4\frac{2}{3} \times 0.12 \times \frac{33}{45}$
- (3) $(\frac{5}{8} + 2\frac{1}{4} + 10\frac{1}{3}) \times (2\frac{3}{7} + 10\frac{13}{14} + 6.5)$
- (4) $(\frac{5}{7} \times 4\frac{1}{5} \times 5\frac{1}{3}) \div 785\frac{2}{3}$
- (5) $(14 \div 10\frac{5}{8}) + (8742\frac{6}{7} - 698\frac{1}{2})$
- (6) $(\frac{5}{7} \times 2\frac{1}{8} \times 0.7) \div (9\frac{1}{8} \times 5\frac{2}{3} \times \frac{1}{4})$
- (7) $(\frac{1}{3} + 2\frac{5}{6} + 10\frac{1}{2}) \div (14\frac{2}{7} - 5\frac{4}{5})$
- (8) $(14 \times \frac{5}{3} \times 74\frac{1}{6}) \div (543.706 - 296.456)$

$$(9) \quad (2\frac{1}{3} \times 5\frac{2}{7} \times \frac{3}{37}) \div (1\ 2\frac{1}{4} \times \frac{4}{7})$$

$$(10) \quad (\frac{15}{16} \times 4\ 8) + (3\ 5 \times 1\ 2\frac{5}{7}) - (\frac{5}{8} + \frac{2}{3}) + 1\ 0\ 7\ \frac{3}{4}$$

須簡化之。

$$(11) \quad (2\frac{1}{4} + 1\ 0\frac{5}{8} + 2\frac{1}{5} + 1\ 5\frac{1}{2}) \text{ 須乘于 } 2\ 8\ 5$$

(12) 二數相乘，其積爲27，而其一爲 $5\sqrt{9}$ ，其他一數爲幾何。

$$(13) \quad (6\ 2\ 4\ 8\ 9\frac{5}{6} - 5\ 9\ 8\ 7\ 6\frac{13}{21}) \text{ 須乘于 } 0.025$$

$$(14) \quad (\frac{16}{35} \times 5) + (0.3\ 7\ 5 \times 5\ 0\ 0\ 0) + (7\ 8\ 1 \times \frac{431}{1562})$$

須簡化之。

$$(15) \quad (4\ 6\ 2\frac{3}{5} - 9\ 7\frac{5}{8}) \text{ 須乘于 } (3\ 4\frac{1}{2} + 6\ 6.7\ 5)$$

$$(16) \quad 10\frac{1}{5} + 0.25 + 46.7) \times (496\frac{5}{9} - 147\frac{2}{3})$$

須算之。

$$(17) \quad (36 \div 2\frac{1}{4}) \times (4 \div 3\frac{5}{9}) \times (1 \div \frac{51}{67}) \div (10 \div \frac{5}{7})$$

須算之。

$$(18) \quad 26\frac{1}{4} \text{ 者, 當何數之 } 5\frac{1}{6}。$$

$$(19) \quad (9 \div 2\frac{5}{13}) \times (\frac{15}{37} \div 45) \times (2\frac{1}{5} - 1\frac{5}{6})$$

須簡化之。

$$(20) \quad (20 \times \frac{17}{60} \times \frac{15}{68}) \text{ 須除于 } (24\frac{5}{11} - 10\frac{6}{7})$$

$$(21) \quad (144\frac{3}{7} \div 1011) \text{ 須除于 } (\frac{13}{144} \times \frac{15}{26} \times 9\frac{3}{5})$$

$$(22) \quad \text{茶一斤, 價七拾五仙, } 1\frac{1}{4} \text{ 斤, 價幾何。}$$

(23) $\frac{1}{9}$ 加 $\frac{1}{2}$ 之 $\frac{4}{7}$

[甲]

$\frac{1}{2}$ 減 $\frac{1}{5}$

[乙]

彼和乘于此差、爲幾何。

(24) $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{4}{7}$ 之和、乘于 $\frac{4}{15}$ 、 $\frac{3}{20}$ 之差、

其積、除以 $1\frac{14}{15}$ 之 $\frac{11}{18}$ 、其商爲幾何。

(25) 何數、乘于 2 之 $\frac{5}{6}$ 之 $\frac{3}{8}$ 、能得 $7\frac{1}{9}$ 。

(26) $5\frac{4}{7}$ 之立方、爲幾何。

(27) 日本一尺、爲幾何米突、又其鯨尺一尺、視之于一米突、爲

如何之分數。

(28) 八里二十三町五間三尺、須乘于 $3\frac{5}{5}$ 。

(29) $12\frac{1}{71}$ 勿。視之于 一克郎姆、爲如何之分數。

(30) 四日六時二十分、須乘于 $\frac{1}{24}$ 。

第一百十二條 分數繁雜者。

分數式、代表除算之符號。(第三十八條及第一百八條) 被除數爲分子、除數爲分母、分母在下、分子在上、而其間劃橫線。所謂被除數及除數者、或爲整數、或爲分數、或爲數目及符號之羣集、非其所問。例如

$$\begin{array}{r} 1 \\ | \\ 2 \\ + \\ 3 \\ \hline 3 \\ + \\ 1 \\ \hline 4 \\ + \\ 2 \end{array}$$

分數繁雜者、欲簡化之、惟從其分數式所示、而施除算、是可也。

例 (1)

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5}$$

$$= \frac{14}{15}$$

例 (2)

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3+2}{6}}{\frac{3+2}{4}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{2}{3}$$

例 (3)

$$\frac{\frac{5}{4} + \frac{5}{8}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{13}} = \frac{\frac{11}{8}}{\frac{11}{78}} = \frac{11}{8} \times \frac{78}{11}$$

$$= \frac{78}{8} = \frac{39}{4} = 9 \frac{3}{4}$$

例(4)

$$3 + \frac{1}{10 + \frac{1}{12 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}}$$

如此類之分數，稱曰連分數。
簡化之，如左。

$$3 + \frac{1}{10 + \left\{ \frac{1}{12 + \left(\frac{1}{3 + \frac{1}{2}} \right)} \right\}}$$

$$= 3 + \frac{1}{10 + \left\{ \frac{1}{12 + \frac{2}{7}} \right\}}$$

$$= 3 + \frac{1}{10 + \frac{7}{86}}$$

$$= 3 \frac{86}{867}$$

問題彙集 第十六

下列各題 須簡化之。

$$(1) \quad \frac{\frac{5}{5}}{\frac{7}{7}}$$

(2)

$$\frac{1\frac{5}{6}}{\frac{11}{13}}$$

(3)

$$\frac{\frac{7}{8}}{5\frac{3}{4}}$$

$$(4) \quad 4\frac{1}{4}$$

(5)

$$3\frac{1}{7}$$

(6)

$$\frac{100\frac{1}{60}}{30\frac{1}{3}}$$

$$(7) \quad 99\frac{1}{10}$$

(8)

$$33\frac{1}{5}$$

(9)

$$2-1\frac{1}{5}$$

$$\frac{24\frac{1}{7}}{11}$$

$$\frac{10\frac{10}{11}}{11}$$

$$(10) \quad 3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$$

(11)

$$7\frac{1}{4} - 6\frac{1}{4}$$

(12)

$$5\frac{1}{3} + 3\frac{3}{7}$$

$$9\frac{1}{4} - 8\frac{1}{7}$$

$$4\frac{2}{7} - 3\frac{3}{4}$$

$$9\frac{5}{7} - 5\frac{1}{3}$$

$$(13) \quad 4 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$4 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$(15) \quad \frac{8\frac{1}{9} + 9\frac{1}{8} - \frac{71}{72}}{8\frac{8}{9} + 7\frac{5}{72} - \frac{7}{8}}$$

$$(17) \quad \frac{4\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{8} \times 1\frac{3}{5}}{4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}}$$

$$(19) \quad (5\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{8}) \div 2\frac{3}{5}$$

$$3\frac{1}{8} + 5\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5}$$

$$(14) \quad \frac{3\frac{1}{5} - 2\frac{3}{4} - \frac{1}{8}}{5\frac{1}{8} - 2\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}$$

$$(16) \quad \frac{6\frac{2}{7} - 1\frac{3}{4}}{17\frac{1}{5} \times 17\frac{1}{2}}$$

$$(18) \quad \frac{3\frac{5}{8} + 2\frac{5}{12} - 1\frac{5}{24}}{5\frac{4}{5} + 2\frac{9}{10} - 1\frac{9}{20}}$$

$$(20) \quad \frac{2 - \frac{8}{9} + \frac{12}{27}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{9} + \frac{26}{81}}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{9} + \frac{26}{81}$$

$$(21) \quad \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$$

$$(22) \quad \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

$$(23) \quad \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{9}}$$

$$(24) \quad \frac{1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{3}}$$

$$(25) \quad \frac{1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$(26) \quad \frac{3 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}}{3 + \frac{1}{1} + \frac{1}{5}}$$

$$(27) \quad \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}}$$

$$(28) \quad \frac{21\frac{1}{2} - 9\frac{5}{6}}{8\frac{2}{3} + 5\frac{3}{16}} \times \frac{6\frac{10}{11}}{4\frac{1}{5} \times 9\frac{1}{11}}$$

$$(29) \quad 5\frac{3}{4} + (2\frac{2}{35} \div 1\frac{11}{25}) - (\frac{3}{7} \times 15\frac{3}{4}) \quad (30) \quad 2\frac{1}{5} \times \frac{13}{23} \div \frac{1}{5} \times \frac{11}{19}$$

$$(\frac{3}{4} \times 7\frac{3}{7}) - (5\frac{3}{5} \div 3\frac{4}{15}) \quad \frac{3}{7} \times 1\frac{2}{17} \div \frac{3}{13} \times 1\frac{6}{17}$$

$$(31) \quad 4 + \frac{1}{2 - \frac{1}{3}} - 10\frac{2}{9}$$

$$4 - \frac{5}{6} \quad 2 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{6}$$

第一百十三條 循環小數之加減乘除。

循環小數者、加減之、乘除之、或限局之于小數第何位而施算、或化為分數而後施算、皆可也。但其加減者、不必須化為分數。

例(一) 0.26; 0.432; 2.345
加之、如何。

若化爲分數、各小數成 $\frac{4}{15}, \frac{16}{37}, 2\frac{19}{55}$

此三分數、共加合、得其和、易矣。

若不化爲分數、其算法如左。

0.2	6 6 6 6 6 6	6 6
0.4	3 2 4 3 2 4	3 2
2.3	4 5 4 5 + 5	4 5
3.	0 4 4 5 5 3 6

記列三數、而通觀

之、總和之得有循

環、必須字母豎行

相同者之循環。

察此例、字母豎行、始開其循環于小數第二位、滿六桁(由三數循環項之桁數、而算其最小公倍數、即得六)而完畢其一節。今

欲加此三數、宜記敘及于小數第七位、而加之。且其第七位之算、不可忘其下位所進送、應加1于此。加算如此、其和亦成循環小數、而其循環、起于小數第二位、且以六格爲其一節。

〔注意〕循環小數之加算、據上例、或時有使其和更得短縮。例之、

$$0.7\bar{5}28 + 0.7\bar{6}2 + 0.04\bar{7}1 \\ = 1.56276276 \text{ (算法、據上例)}$$

此和之循環項、明爲627、故

$$\text{三數之和} = 1.56\bar{2}7$$

一算總和、若得0.799之類、視此以爲0.8是當焉。

例(2) $7.4\bar{2}$ 減 $2.78\bar{5}2$ 其差如何。

$$\begin{array}{r}
 7.4 \mid 24242424 \dots \\
 2.7 \mid 852852 \dots
 \end{array}$$

$$4.6\overline{389571}$$

此算法 與前例所示之加法 同其理。

例(3) 2.428571 乘于 0.063

其積如何。

$$2.428571 = \frac{17}{7}$$

$$0.063 = \frac{7}{110}$$

故 $\frac{17}{7} \times \frac{7}{110} = \frac{17}{110} = 0.154$

例(4) 0.475 除于 0.375 其商如何。

$$0.475 = \frac{475}{999}$$

$$0.375 = \frac{375}{999}$$

故 $\frac{475}{999} \times \frac{999}{375} = \frac{475}{375} = \frac{19}{15} = 1.2\bar{6}$

課題

(1) 2.4 0.32 0.576 7.056

4.37 須相加。

(2) 0.478 0.301 0.32 0.5

0.432 須相加。

(3) 0.7854 減 0.59 其差爲幾何。

(4) 57.0587 減 27.31 其差爲幾何。

(5) $0.\dot{5}$, $0.\dot{3}2$, $0.\dot{1}2$ 加之, 其和爲幾何。

(6) $3.\dot{6}53\dot{7}$, $3.\dot{1}3\dot{5}$, $2.\dot{5}64$, $0.\dot{5}3$.

其和爲幾何。

(7) $0.\dot{4}32$ 減 $0.\dot{2}7$ 其差爲幾何。

(8) $3.4 \times 0.\dot{7}2$ (9) $0.\dot{4}32 \times 18$

(10) $0.\dot{1}54 \div 0.\dot{2}$ (11) $56.\dot{6} \div 137$

(12) $0.\dot{7}14285 \times 0.\dot{2}\dot{7}$

第百十四條 下示分數設題之例。

例 (i) 使 $2\frac{2}{9}$, $2\frac{2}{5}$, $12\frac{1}{45}$ 乘于同數, 而各得整數積, 如此之乘

數, 其最小者, 爲何。

此類, 可以答之數, 或有分數, 或有整數。

先須化帶成分數以爲假分數，化一切分數以爲其既約分數。爰化

三分數，則 $\frac{20}{9} = \frac{12}{3} + \frac{8}{9}$

乘三數以使各得整數之數，要其最小。故分子惟小，分母惟大，

且其分子須整除于 9 5 15 各數，其分母須能整約 20 12 4 各數。卽

三分母之最小公倍數 45 者，爲該分子，而三分子之最大公約數

4 者，爲該分母。故使三數各得整數積之最小乘數，爲

$$\frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$$

例 (2) 使 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{14}{21}$ 、 $\frac{18}{45}$ 除于同數而各得整數商，如此之除數，

其最大者，爲何。

化三分數以爲其既約分數，則 $\frac{4}{9} = \frac{4}{9}$ 、 $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ 、 $\frac{18}{45} = \frac{2}{5}$

除三數者、即其逆數乘三數也、此逆數、乘三數以使各得整積、而要其為最小。三分母之最小公倍數、為其分子、而三分子之最大公約數、為其分母者、即此逆數也、故三分母之最小公倍數45者、為分母、而三分子之最大公約數2者、為分子、因之而得分數 $\frac{2}{45}$ 、是使三數各得整商之最大除數也。

問題彙集 第十七

(1) 下記各數、須化成其既約分數。

$$0.428571,$$

$$0.005445,$$

$$5.46428571$$

(2) 下記各數、須化成其既約分數。

$$\frac{403}{899},$$

$$\frac{1008}{1829},$$

$$\frac{7425}{8910},$$

$$\frac{42238}{75582}$$

(3) 下記各數、須化成帶成分數、且使其真分數爲既約分數。

$$\frac{516}{156}$$

$$\frac{9765}{2550}$$

$$\frac{93208}{13786}$$

(4) $\frac{1872}{2016} \times \frac{5184}{6912} \times \frac{3168}{5148}$

須簡化之。

下列各題、須簡化其數。

(5) $3\frac{7}{24} - (1\frac{5}{9} \times 1\frac{5}{7})$

$$5\frac{2}{11} - (\frac{2}{7} \times 17\frac{1}{2}) + 1\frac{1}{4}$$

(6) $6\frac{6}{7} - \frac{3}{4} + 2\frac{2}{3}$

$$7\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{8}$$

$$(7) \quad \left(3\frac{7}{9} \times 1\frac{1}{17} \right) + 4\frac{1}{12} - 3\frac{9}{16}$$

$$5\frac{1}{9} - \left(7\frac{7}{8} \div 28\frac{7}{20} \right) + \frac{1}{3}$$

$$(8) \quad \frac{3}{2 + \frac{1}{1 - \frac{5}{7}}}$$

(9) 某數之 $5\frac{1}{7}$ ，為 48，同數之 $3\frac{1}{4}$ ，為幾何。

(10) 如何之數，減其 $7\frac{1}{9}$ 與其 $2\frac{2}{7}$ 之差，仍能剩 144

(11) 二數之和，為 $1\frac{1}{10}$ ，其差，為 $2\frac{1}{5}$ ，二數各為幾何。

(12)

$$\frac{7\frac{3}{4} - 4\frac{3}{8}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \times \frac{3\frac{1}{3}}{\frac{1}{7}} \times 3\frac{2}{9}$$

$$\frac{\frac{28}{4} - \frac{32}{8}}{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}} \times \frac{\frac{10}{3}}{\frac{1}{7}} \times \frac{28}{9}$$

$$\frac{\frac{28}{4} - \frac{4}{1}}{\frac{1}{6}} \times \frac{70}{3} \times \frac{28}{9}$$

$$\frac{24}{6} \times \frac{70}{3} \times \frac{28}{9}$$

$$4 \times \frac{70}{3} \times \frac{28}{9}$$

$$\frac{7}{1} \times \frac{70}{3} \times \frac{28}{9}$$

須簡化之。

(13)

$$2\frac{1}{2} \times \frac{1}{21}, \quad 3\frac{1}{3} \times \frac{1}{24}, \quad 4\frac{5}{24} \times \frac{1}{28}$$

須加其最大者及最小者，而其和除于其介間之數。

(14) 樹杙于池中，長計二間（日本長度），而其長之 $\frac{1}{5}$ ，顯出于水面上，若減此數于全長，其殘長之 $\frac{22}{75}$ ，浸潤于水中，其他穿埋于泥中之部分，長計幾尺。

(15) 池中立一竿，其全長之九分一，沒于泥中，若減此數于全長，其殘長之四分一，浸于水中，而水上所顯出之長，爲二尺，竿長總計幾尺。

(16) 某工作局，給勞銀之法，一幼工，當一男工之三分一，一女工，當一幼工之二倍，而每一日男工四人所得，多於女工五人所得，爲貳拾四錢。一幼工每一日得勞銀幾何。

(17) 某月某日，比較晝夜分時之差，晝爲夜之 $\frac{5}{7}$ ，晝成于幾何時。
(18) 二條之組，若合之，其長可以成一丈一尺，若甲條截去其 $\frac{1}{5}$ ，而乙條加七寸，兩條恰同其長，二條各長計幾何。

(19) 兒童之一羣，其男童，多於全數之半，爲三人，其女兒，恰當全數之五分二，羣中男女，各爲幾何。

(20) 柿子兩種、其乙種顆數、二倍其甲種顆數、方買之、甲種每三顆、價五錢、乙種每七顆、價八錢。迨賣之、平均每一顆、定爲一錢、而通計損耗貳拾錢。問柿子總數、爲幾顆。

(21) 耕夫二人、其甲姓三日之勞銀、與其乙姓五日之勞銀、相當焉。甲姓、勞役五十日、而收得米三苞及銀三元、乙姓、六十日、而收得米二苞及銀二元八拾仙。問米一苞、價幾何、而甲乙兩姓所受得、每一日各爲幾何。

(22) 甲姓成一事、需八日、乙姓成同事、需六日、兩姓協力、成之、需幾日。

(23) 甲乙兩姓共成一事、需六日、甲丙兩姓共成之、需八日、乙丙兩姓共成之、需十二日、三姓協同、成之、需幾日。

(24) 一工事、須三十日而竣工。當初、役工夫十八人、經十二日、而僅成全工之三分之一、苟欲竣工不違期、此時、應增工夫幾人。

(25) 池塘生漏穴、因之而漏水、至爲池積之 $\frac{5}{8}$ 、其間、有外水注入池中者、却爲池積之 $\frac{3}{5}$ 、方此時、池中缺水之容積、果爲幾何。

(26) 二管注水于槽、若甲管專注、十五時而滿槽、若乙管專注、二十時而滿槽、槽底有栓孔、若撤去其栓、三十時而竭盡槽水、若兩管共注、而栓孔亦開放、則水之滿槽、竟需幾何時。

(27) 某數加 $\frac{3}{4}$ 、其和減 $\frac{3}{8}$ 、其差乘于 $\frac{2}{5}$ 、其積除于 $\frac{2}{17}$ 、則其商爲 $\frac{1}{72}$ 、某數者、爲幾何。

(28) $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{14}{27}$ 、 $\frac{28}{45}$ 、各乘于同數、而皆得整數、如此之乘數、

其最小者、爲何。

(29) 某數除于 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{7}{10}$ 、 $\frac{14}{15}$ 、 $\frac{8}{25}$ 各數、而皆得整數、如此之被除數、其最小者、爲何。

(30) 甲乙兩姓同行一路、甲姓步武、爲 $\frac{12}{11}$ 尺、而乙姓、爲 $\frac{12}{33}$ 尺、兩姓一齊蹈地、至其復一齊蹈地、能共行路幾何。

(31) $18\frac{2}{5}$ 尺、 $57\frac{1}{2}$ 尺、

此二數、各含某長度、恰以整數、如此之長度、其最大者、爲幾何。

(32) 二輪滑車、各帶調革長 $63\frac{3}{4}$ 尺者、而兩車周圍、其甲者爲 $10\frac{1}{2}$ 尺、而其乙者爲 $2\frac{3}{8}$ 尺。若其輪轉無抵逆、凡兩滑車

與兩調革、交互齊同斑列之諸點、由此一轉瞬而至彼一轉瞬、復能見其同斑、其間、兩滑車各須幾回轉。

(33) 四鐘打響、每 $1\frac{1}{8}$ 、 $1\frac{1}{12}$ 、 $3\frac{1}{10}$ 秒、而各鐘一打、問每幾時而四鐘共齊打。

(34) 三舟周航一島、皆同其方向、三舟每一日、各航走周島之 $2\frac{1}{7}$ 、 $4\frac{1}{17}$ 、及 $8\frac{1}{51}$ 。三舟同時發航于同所、經幾日而同時相會于發航之地。

光緒二十九年八月

西 師意 譯



算術教科書

附錄

答題彙集

第一 (對應問題彙集第一)

- | | | | | | |
|------|-------------------|------|-------------|-----|---------|
| (1) | 2786 | (2) | 18879 | (3) | 330486 |
| (4) | 685628 | (5) | 15292360 | (6) | 0.36463 |
| (7) | 48.1133 | (8) | 1.214087 | | |
| (9) | 166.536227 | (10) | 299.253.505 | | |
| (11) | 178.190.755 | (12) | 176.549 | | |
| (13) | 7.512.855.671.808 | | | | |
| (14) | 76.5333 | (15) | 20600元 | | |

(16) 5683里 (17) 1553元
(18) 面積 8540000方里, 人口 14.87億

第一

(1) 2806300 (2) 4.9104
(3) 5.661 (4) 3.151592
(5) 25.4551 (6) 1.257.45
(7) 153.887 (8) 837.27元
(9) 3.1416 (10) 金壹千元

第二

(1) 27506.58 (2) 138720
(3) 4855053450.003

(4)	1 2 8.5 5 0 4	(5)	2 6 0 0
(6)	4 5 7 9 2	(7)	6 3 4 9 3 3
(8)	0.1 5 2 4 4 5	(9)	1 6 7 3 6 4 2 9.2 9 8 2
(10)	2 3 3 0 0 0 0	(11)	9.8 6 9 7
(12)	3 4 8	(13)	1 5 4.0 7 7 2 8 里
(14)	1 0.3 0 2 清里	(15)	8 8 7 0 4 字
(16)	7 1.4 0 元	(17)	3 1 5 3 6 0 0 0 秒
(18)	5 5 8 0 0 0 片	(19)	3 7 4 里
(20)	3 5.5 0 元		
第四			
(1)	1 4 4 0 0	(2)	1 8.8 3

(3)	250	(4)	0.18512
(5)	1.9000049	(6)	34.436
(7)	0.015887	(8)	0.3030米突
(9)	3.75啓羅格郎姆 0.2667貫	(10)	9.86元
(11)	5623009	(12)	9仙5釐
(13)	123	(14)	1754斛
(15)	38	(16)	0.3183
(17)	3.194元餘	(18)	7.9996
(19)	75.524	(20)	9.143元餘
(21)	商 37400052 剩餘 3456	(22)	17根 1.49尺

- | | | | |
|------|---------------------------|------|------------------|
| (23) | 商 1.116, 剩餘 0.01412 | | |
| (24) | 大約 475 秒 | (25) | 商 123, 剩餘 456 |
| (26) | 商 4120, 剩餘 503 | (27) | 103頁, 5行, 4字。92字 |
| (28) | 14 字 | | |
| 總計 | | | |
| (1) | 16.48 元 | (2) | 1.17 |
| (3) | 289 | (4) | 13 夜 |
| (5) | 30 頭 | (6) | 23 |
| (7) | 甲 350 元, 乙 450 元, 丙 720 元 | | |
| (8) | 6200 元 | (9) | 167 元 |
| (10) | 306495278 | (11) | 21.29 元 |

(12)	3.06 元	(13)	0.4098 里
(14)	上卷 70 仙, 下卷 55 仙	(16)	滿 64 年
(15)	36 步	(17)	35 步
(17)	35 步	(18)	6 年
(19)	柁 76 根, 杉 380 根	(21)	18 元
(20)	6 年	(22)	0.3048 米突
(22)	0.3048 米突	(23)	40
(24)	116.20 元	(25)	5 人, 37 個
(26)	33 枝, 7 人	(27)	72
(28)	十萬分二		
(29)	買價 8.45 元, 賣價 7.83 元		

- | | | | |
|------|--------------|------|----------------|
| (30) | 7 1 6 8 7 1 | (31) | 田 1 0 頃, 圃 5 頃 |
| (32) | 7 6, 2 4 5 | | |
| (33) | 貳拾仙銀幣 1 7, | | 拾仙銀幣 4 1 |
| (34) | 雀 3 7, 蛙 2 3 | | |
| (35) | 四斗苞 7 0, | | 四斗五升苞 3 0 |
| (36) | 貳拾元金幣 8 4, | | 五元金幣 1 2 6 |
| (37) | 2 絲 | (38) | 8 |
| (39) | 9. 7 2 元 | (40) | 1 3 0 元 |
| (41) | 5 0 里 | (42) | 甲 1 0 里, 乙 8 里 |
| (43) | 5 時前, 5 時後 | (44) | 十一月三日 |
| (45) | 1 0 時 | (46) | 7 分 |

(47) 840 元

(48) 60 里

(49) 甲 12 日, 乙 24 日

(50) 下行者當給上行者以九仙

續次

(1) 50757 間

(2) 103401 尺

(3) 4520 步

(4) 18818 步

(5) 378.95 升

(6) 2592 立方尺, 2592000 立方寸

(7) 4320 錢 (8) 604800 秒

(9) 1329 日 (10) 5311.008 尺

(11) 約 6120 尺 (12) 水雷艇爲最速

- | | | | |
|------|-------------------------|------|-----------------------|
| (13) | 1 斗 5 升 4 合 2 勺 餘 | (14) | 0.0 1 3 2 日 強 |
| (15) | 1 3 0 9 7.8 米 突 強 | (16) | 一 町 二 段 步 |
| (17) | 0.9 9 1 7 3 黑 堀 禿 阿 阿 爾 | | |
| (18) | 7.3 7 6 4 里 | (19) | 1 4.9 0 6 啓 羅 克 郎 姆 餘 |
- 練 中
- | | | | |
|------|-------------------------|-----|-----------------------|
| (1) | 7 3 里 3 1 町 | (2) | 3 丈 5 尺 6 寸 2 分 5 釐 |
| (3) | 1 5 5 5 町 2 段 步 | (4) | 1 1.4 5 噸 |
| (5) | 3 3 斛 3 斗 1 升 9 合 4 勺 餘 | | |
| (6) | 7 5 貫 6 8 0 匁 | (7) | 2 9 日 1 2 時 4 4 分 3 秒 |
| (8) | 同 于 第 七 答 | (9) | 1 里 4 0 間 |
| (10) | 1 町 2 5 步 | | |

- (11) 35.937 立方尺, 27.826 立突強
(12) 5 合 5 勺 (13) 266 貫 667 匁
(14) 1453 里 33 町 40 間
(15) 11387959 方里弱
(16) 3 町 1 間 5 尺餘
(17) 10203 里 3 町 42 間餘, 10186 里 2 町 2 間餘
(18) 29172 尺, 2 里 9 町 2 間
(19) 261 町 1 段 7 畝 12 步餘

第八

- (1) 75 米突 (2) 8.8 阿阿爾
(3) 15550 立突 (4) 34567 克郎姆

- | | | | |
|------|----------------|------|------------|
| (5) | 3丈4尺7寸 | (6) | 20800坪 |
| (7) | 500立方尺 | (8) | 5斛2斗9升6合7勺 |
| (9) | 390圓 | (10) | 2日5時0分51秒 |
| (11) | 19町39間 | (12) | 下午零時四十五分 |
| (13) | 光緒二十一年八月 | (14) | 7段8畝步 |
| (15) | 20錢9分5釐 | | |
| (16) | 31.925克=8.513匁 | | |
| (17) | 25步 | (18) | 51年8月20日 |

第九

- | | | | |
|-----|---------|-----|--------|
| (1) | 432圓30錢 | (2) | 0.792寸 |
| (3) | 102200圓 | (4) | 8分45秒 |

- | | | | |
|------|-----------------|------|-----------------|
| (5) | 2 1 2 里 1 8 町 | (6) | 5 8 圓 7 2 錢 5 釐 |
| (7) | 1 0 8 0 0 0 | (8) | 二億立方尺餘 |
| (9) | 1.5 6 立突 | (10) | 3 町 2 段 1 畝 3 步 |
| (11) | 9 8 9 7 圓 4 8 錢 | | |

練十

- | | | | |
|------|---------------------|-----|------------------|
| (1) | 1 2 圓 5 6 錢 2 釐 5 毛 | | |
| (2) | 5 町 5 段 5 畝 1 8 步 | (3) | 1 日 2 0 分 5 8 秒餘 |
| (4) | 4 2 1 0 回餘 | (5) | 一時 1 3 節 |
| (6) | 1 6 秒餘 | (7) | 7.1 4 4 方里餘 |
| (8) | 9 里 3 1 町 4 6 間強 | (9) | 1.1 5 哩 |
| (10) | 1.8 0 3 9 立突 | | |

練十 i

- | | | | |
|------|----------------------------|-----|-----------|
| (1) | 3 4 錢 | (2) | 2 2 1 4 個 |
| (3) | 1 7 年 4 月 1 0 日 | | |
| (4) | 圃 1 町 2 段步, 林 5 町 3 段步 | | |
| (5) | 1 4 錢 | (6) | 8 節 |
| (7) | 下午零時三十分, 距甲地七里之所。 | | |
| (8) | 7 貫 4 2 0 匁 4 分弱 | (9) | 4 8 1 匁強 |
| (10) | 2 升 8 勺 | | |
| (11) | 6 間, 又甲 6 間 1 尺, 乙 5 間 5 尺 | | |
| (12) | 速度每一分時 8 間, 距離 1 2 間 | | |
| (13) | 甲 6 間 1 尺, 乙 5 間 5 尺 | | |

(14) 3里9町
第十二

- | | | | |
|------|---------|------|-----------|
| (1) | 1 3 9 | (2) | 2 8 |
| (3) | 1 1 3 | (4) | 1 6 7 |
| (5) | 1 9 5 | (6) | 1 3 |
| (7) | 3 9 | (8) | 4 |
| (9) | 1 2 | (10) | 1 9 |
| (11) | 3 4 | (12) | 1 8 7 |
| (13) | 2 7 0 0 | (14) | 2 3 8 0 6 |
| (15) | 1 6 8 0 | (16) | 3 6 0 0 |
| (17) | 9 8 2 8 | (18) | 3 5 5 6 |

- | | | | |
|------|--|------|----------------------------------|
| (19) | 6 2 0 4 | (20) | 4 0 9 2 |
| (21) | 2 2 0 1 5 2 | | |
| (22) | $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ | | $2 \times 3 \times 7 \times 1 9$ |
| (23) | 互爲素 | (24) | 2 7 |
| (25) | 否, 二數互有最大公約數 8 3 | | |
| (26) | 2 3 | (27) | 3 6 5 |
| (28) | 2, 或 7, 或 1 4 | (29) | 1 9 人 |
| (30) | 3 1 分 | (31) | 2 1, 3 5 |
| (32) | 1 3, 4 5 5 | (33) | 6 5, 9 1 |
| (34) | 6 0 | (35) | 2 1 |
| (36) | 6 町 | (37) | 五月二十四日 |

(38) 3 時 (39) 3 0 分

第十三

- | | | | | | |
|------|-------------------------|------|-----------------------|------|----------------------|
| (1) | $1 \frac{3}{20}$ | (2) | $3 \frac{5}{72}$ | (3) | $1 4 \frac{5}{24}$ |
| (4) | $2 3 \frac{11}{12}$ | (5) | $1 3 \frac{71}{360}$ | (6) | $1 4 \frac{1}{112}$ |
| (7) | $1 1 \frac{13}{18}$ | (8) | $1 2 \frac{5}{8}$ | (9) | 1 0 |
| (10) | $1 1 \frac{25}{84}$ | (11) | $2 4 \frac{1}{180}$ | (12) | $1 0 \frac{64}{133}$ |
| (13) | $3 4 \frac{1}{12}$ | (14) | $2 7 \frac{111}{112}$ | (15) | 3 5.2 5 |
| (16) | $1 3 \frac{3875}{8568}$ | (17) | $3 \frac{7}{8}$ 厘 | (18) | $8 \frac{3}{7}$ |

第十四

- | | | | | | |
|------|--------------------|------|--------------------|------|--------------------|
| (1) | $\frac{1}{4}$ | (2) | $\frac{23}{40}$ | (3) | $\frac{1}{15}$ |
| (4) | $\frac{13}{98}$ | (5) | $9\frac{2}{3}$ | (6) | $70\frac{4}{7}$ |
| (7) | $24\frac{11}{18}$ | (8) | $\frac{121}{144}$ | (9) | $9\frac{139}{140}$ |
| (10) | $\frac{1}{791}$ | (11) | $1\frac{5}{44}$ | (12) | $61\frac{1}{4}$ |
| (13) | $1\frac{143}{840}$ | (14) | $\frac{35}{13197}$ | (15) | $4\frac{39}{44}$ |

第十五

- | | | | |
|-----|---------------------|-----|----------------------|
| (1) | 270944.473 | (2) | $2\frac{7331}{8000}$ |
| (3) | $262\frac{47}{168}$ | (4) | $\frac{48}{2357}$ |

實日

(5)	$8045 \frac{803}{1190}$	(6)	$\frac{112}{1241}$
(7)	$1 \frac{334}{1101}$	(8)	$2 \frac{3707}{5034}$
(9)	$\frac{1}{7}$	(10)	$596 \frac{11}{24}$
(11)	$8713 \frac{7}{8}$	(12)	$10 \frac{13}{23}$
(13)	$65 \frac{37}{112}$	(14)	$2092 \frac{11}{14}$
(15)	$36953 \frac{23}{32}$	(16)	19939
(17)	$331 \frac{1}{17}$	(18)	$31 \frac{1}{2}$
(19)	$\frac{143}{11470}$	(20)	$\frac{385}{4188}$

(21) $\frac{2}{7}$

(22) 1 8 仙 7 釐 5 毛

(23) $\frac{8}{35}$

(24) $\frac{3}{11}$

(25) $1 \frac{11}{45}$

(26) $1 0 4 \frac{265}{343}$

(27) 1 尺 = $\frac{10}{33}$ 米, 鯨尺 1 尺 = $\frac{25}{66}$ 米

(28) 4 8 里 1 4 町 6 間 4 尺 8 寸

(29) $\frac{45}{71}$ 克

(30) 1 1 6 日 1 3 時 6 分 4 0 秒

第十六

(1) 7

(2) $2 \frac{1}{6}$

(3) $\frac{7}{46}$

(4)	$\frac{3}{4}$	(5)	$1\frac{3}{7}$	(6)	$3\frac{3}{10}$
(7)	$4\frac{1}{10}$	(8)	$3\frac{1}{18}$	(9)	1
(10)	$3\frac{4}{57}$	(11)	$1\frac{2}{3}$	(12)	2
(13)	$1\frac{2}{23}$	(14)	$\frac{1}{7}$	(15)	$1\frac{14}{181}$
(16)	$\frac{197}{8498}$	(17)	1 0	(18)	$\frac{2}{3}$
(19)	$1\frac{21}{229}$	(20)	$\frac{81}{250}$	(21)	$5\frac{12}{13}$
(22)	$\frac{3}{7}$	(23)	$\frac{11}{23}$	(24)	$1\frac{4}{7}$
(25)	$3\frac{2}{3}$	(26)	$3\frac{21}{68}$	(27)	$\frac{92}{475}$

$$(28) \quad \frac{16}{105}$$

$$(29) \quad \frac{1}{9}$$

$$(30) \quad 1$$

$$(31) \quad \frac{88}{90}$$

第十七

$$(1) \quad \frac{3}{7},$$

$$\frac{11}{2020}$$

$$5 \frac{13}{28}$$

$$(2) \quad \frac{13}{29},$$

$$\frac{17}{31},$$

$$\frac{5}{6},$$

$$\frac{19}{34}$$

$$(3) \quad 3 \frac{4}{13},$$

$$3 \frac{7}{8},$$

$$6 \frac{86}{113}$$

$$(4) \quad \frac{3}{7}$$

$$(5) \quad \frac{55}{126}$$

$$(6) \quad \frac{67}{133}$$

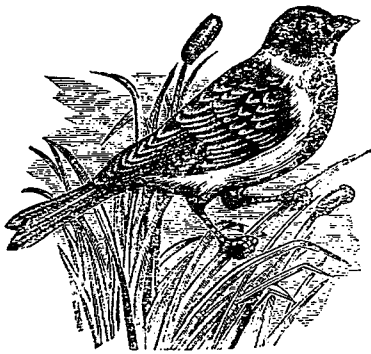
$$(7) \quad \frac{7}{8}$$

$$(8) \quad \frac{6}{11}$$

$$(9) \quad 50 \frac{2}{5}$$

- | | | | | | |
|------|---------------------|------|-----------------------------|------|------------------|
| (10) | 283 $\frac{1}{2}$ | (11) | $\frac{3}{4}, \frac{7}{20}$ | (12) | 18 $\frac{1}{8}$ |
| (13) | 1 $\frac{203}{280}$ | (14) | 6 $\frac{98}{125}$ 尺 | (15) | 9 尺 |
| (16) | 12 錢 | (17) | 10 時 | | |
| (18) | 甲6尺5寸 乙4尺5寸 | (19) | 30 人 | | |
| (20) | 63 | (21) | 4元 甲30仙, 乙18仙 | | |
| (22) | 3 $\frac{3}{7}$ 日 | (23) | 5 $\frac{1}{3}$ 日 | | |
| (24) | 6 人 | (25) | $\frac{1}{40}$ | | |
| (26) | 12 時 | (27) | $\frac{23}{56}$ | | |
| (28) | $\frac{135}{7}$ | (29) | 33 $\frac{3}{5}$ | | |

- | | | | |
|------|-----------------------|------|--------------------|
| (30) | 7 8 3 尺 | (31) | $2 \frac{3}{10}$ 尺 |
| (32) | 5 1 0 回, 3 4 2 0 回 | (33) | 1 分 5 7 秒 |
| (34) | 1 7 8 $\frac{1}{2}$ 日 | | |



算術教科書上卷

正誤

三百二	二百四十四	二百三十三	二百二十三	百五十四	九十六	六十	三十八	十九	十一	七	頁
末	七	十一	一	二	十	末	三	五	十	六	行
					十一						

誤
數之值

正
數之值

如立

加介立

37423

宜右移一位

宜右移一位

立方尺

尺

公約數

約數

3619

3 字應正起
÷ 次當有括弧半片

