物理學
問題精解

物理學問題精解

物性之部

1. 物質 密度 比重

物體與物質	占有一定之空間,得由吾人之感覺而認識其存在者,曰物體。 構成物體之實質,總稱為物質。
物質常住定律	物質常因自然之現象,而變其狀態性質等,但非消滅,亦非產生。
密度	物體單位體積中所含之質量曰密度,其關係式為 $d=\frac{m}{v}$。$d=$ 密度, $m=$ 質量, $v=$ 體積。
比重	物質之密度與攝氏四度時水之密度之比,曰比重。

1. 水壺須有二孔者何故?塞其一孔,則水卽不能出入者何故?

圖. 二物質不能同時占有同一之空間,故水壺僅剩一孔時,其內部含有空氣,故水卽不能同時入內。然有二孔時,則水自一孔流入,同時其內部之空氣,卽由他孔流出。水與空氣,得自由交換。故水能自由入內,若此時塞其一孔,斯妨礙其自由交換,水卽不能自由出入。

2. 瓦壺茶壺等之蓋上,穿有小孔者,何故?

圖. 蓋上之孔與壺口,適與水壺之二孔相當,其理亦相同。

3. 推入桌之抽屜時,其相鄰抽屜,每稍外出,其故爲何?

圖. 與前題同理,因物質有「不可入性」之故,換言之,卽抽屜不能與桌內之空氣,同時占有同一之空間。

4. 海綿粉筆等物,善於吸水,亦有「不可入性」乎?

圖. 海綿粉筆之內部有小氣孔,必先驅出孔內之空氣,水始能滲入,故仍有「不可入性」。

5. 試述密度與比重之區別!

圖. 密度爲單位體積中所含之質量;比重爲密度與4°C之水之密度之比。而4°C時之水一立方糎(c.c.)重一克(Gram),故體積之單位用立方糎質量之單位用克時,則密度與比重之數值相等。比重爲質量之比,故常爲「不名數」;密度所以表量,故常爲「名數」。

6. 物體之密度,質量,體積之關係如何?

圖. 由 $d=\frac{m}{v}$, $\therefore v=\frac{m}{d}$。

卽體積 $=\frac{\text{質量}}{\text{密度}}$。

換言之,卽體積與質量爲正比,與密度爲反比。

7. 有質量2850克之鉛塊,其體積若干?鉛塊之密度1立方糎爲11.4克。

圖. 體積 $=\frac{2850}{11.4}=250$ 立方糎(答)。

8. 若人體之比重爲一。則體重60瓩之人其體積當

爲若干立?

圖. 比重等於1之物質,其一立方糎之質量爲一克。

則1立 = 1瓩。

故此人之體積 = 1 × 60 = 60立(答)。

9. 半徑20糎(c.m.)之銅球,其質量爲幾瓩?

圖. 銅之密度1立方糎爲8.9克。

$\therefore$ 其質量 = $\frac{4}{3}\times3.1416\times20^3\times8.9=298.239$克(答)。

10. 有象牙球,其質量爲67克,其密度1c.c.爲2克,問其半徑爲若干?

圖. 設其半徑 = r 糎。

$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3\times2=67$。

$$\therefore r=\sqrt[3]{\frac{67}{\frac{4}{3}\times3.1416\times2}}=2\text{糎(答)。}$$

11. 有半徑3寸3分,長6尺6寸之鐵圓柱,其質量爲若干?

圖. 33分 = 10 c.m.。

66寸 = 200 c.m.,

鐵1 c.c.之密度爲7.8克。

故其質量 $=10^2\times3.1416\times200\times7.8=490$瓩(答)。

12. 有直徑2粍,長50糎之白金線,其質量若干?(白金之密度爲21.5)

圖. 2粍 =0.2糎 半徑 =0.1糎。

$\therefore$ 其質量 $=(0.1)^2\times3.1416\times50\times21.5=33.77$克(答)。

13. 有直徑1糎,質量1000克之鉛棒,求其長!

解. 設鉛棒之長爲 l c.m.。

其體積爲 $\left(\frac{1}{2}\right)^2\times3.1416\times l$ c.c.

$$\therefore \frac{1000}{\left(\frac{1}{2}\right)^2\times3.1416\times l}=11.3。$$

$$\therefore l=\frac{1000}{\left(\frac{1}{2}\right)^2\times3.1416\times11.3}=8.88\text{ c.m.}\ (答)。$$

14. 用1瓩之銅塊,造一直徑10 c.m.之圓柱,求此圓柱之長!

解. 銅之密度爲8.9假設銅柱之長爲 l c.m.,

則 $\left(\frac{10}{2}\right)^2\times3.1416\times l\times8.9=1000$。

$$\therefore l=\frac{1000}{25\times3.1416\times8.9}=1.43\text{ c.m.}。$$

15. 有正方形之木塊,已知其爲長6寸,寬爲2寸,厚爲4寸,其質量爲1125克,求其比重!

解. 木塊之體積爲 $\frac{6\times2\times4}{0.33^3}$ c.c.。

用C.G.S.制(長＝糎＝C, 質量＝克＝G,時間＝秒＝S)時,其密度與比重之數值相同。

$$\therefore 其比重=1125\div\frac{6\times2\times4}{0.33^3}=0.84\ (答)。$$

16 有木塊一方,其切面之面積爲600平方糎,長爲500 c.m.,質量爲150瓩,求其密度!

解. 木塊之體積＝600×500＝300000c.c.。

$$\therefore\ 其密度=\frac{150000}{300000}=0.5\ (答)。$$

17. 有正六面體之鐵片,已知其長爲5 c. m.,寬爲 2 cm.,厚爲3c.m.,質量爲234克,試用C.G.S.制,以求其密度!

解. $234\div(5\times2\times3)=7.8$。

18. 有直徑2粍,長120米之銅線,求其重量!

解. 銅線之體積 $=\left(\frac{2}{2}\right)^2\times3.1416\times12000$ c.c.。

故其重量 $=1^2\times3.1416\times12000\times8.9=335533$ 克 (答)。

19. 水1升之質量爲若干瓩,又爲若干磅?水1 c.c. =1克,1立 =5.54合。

解. 水5.54合之質量爲1瓩,故1升之質量爲 $\frac{10}{5.54}\times1=1.805$ 瓩 (答)。

$1.805\times1000\div454=3.98$ 磅 (答)。

20. 水銀1升之質量爲若干?又水銀1瓩之體積爲若干?

解. 1升 =1.804立。

水銀1立之質量 $=13.596\times1000=13596$ 克。

∴水銀1升之質量 $=1.804\times13596=24528$ 克 (答)。

又水銀1瓩之體積 $=\frac{1000}{13.596}=73.5$ c.c. (答)。

21. 問水之密度1立方寸爲若干兩?

解. 水1升之質量爲 $1.804\times1000\times\frac{4}{15}=48.1$ 兩。

1升之容積 $=4.9\times4.9\times2.7=64.827$ 立方寸。

∴1立方寸之質量爲:

$481 \div 64.827 = 7.4$ 兩 (答)。

22. 水銀0.44立方米,與空氣4650立方米之重量相等,求空氣之密度!

圖. 水銀0.44立方米之重量爲

$0.44 \times 1000000 \times 13.6 = 5984000$ 克。

∴空氣之密度爲

$\frac{5984000}{4650 \times 1000000} = 0.00129$ (答)。

23. 有銅與鋅之合金,其重量之比爲3:2。問合金之比重如何?

圖. 此合金之重量爲5克時,則所含之銅爲3克,鋅2克。但銅1克之體積爲 $\frac{1}{8.9}$ c.c.,鋅1克之體積爲 $\frac{1}{7.1}$ c.c.。

∴此合金5克之體積爲

$\frac{3}{8.9} + \frac{2}{7.1} = 0.62$ c.c.。

∴其比重 $= 5 \div 0.62 = 8.1$ (答)。

24. 今將金銀混合爲比重16之合金100克,問金銀之量各若干?

圖. 設金之量 $= x$, 銀之量 $= y$,

則得下式:

$x + y = 100$ ……………………(1)

$\frac{x}{19.3} + \frac{y}{10.5} = \frac{100}{16}$ ………(2)

∴$x = 75.4$ 克。

$y = 24.6$ 克 (答)。

25. 有甲乙二物體，甲之體積爲3立，質量爲600克，乙之體積爲25 c.c.，質量爲 75 克，問甲乙二物體之密度之比如何？

圖. 甲之密度 $\frac{600}{3000}=0.2$ 克。

乙之密度 $\frac{75}{25}=3$ 克。

$\therefore$ 甲乙之密度之比 $=0.2:3=1:15$ (答)。

26. 問18開金(金與銅之合金)之比重如何？

圖. 合金24克中，金爲18克，銅爲6克，設其比重爲x，即得下式：

$\frac{18}{19.3}+\frac{6}{8.9}=\frac{24}{x}$　　$\therefore x=15$ (答)。

27. 200立方尺之冰，變爲水時，其體積爲幾何？

圖. 密度與體積爲反比例，設水之體積爲V，即得下式：

$\frac{200}{V}=\frac{1}{0.92}$　　$\therefore V=184$ 立方尺 (答)。

28. 試說明物，物質，及物體諸名詞之物理學的意義！

圖. 物質及物體之物理學的意義，詳第一頁，例如桌，小刀，書籍等，皆爲物體。而桌由木造成，小刀由鐵造成，書籍由紙造成，故木，鐵，紙等，皆爲物質。物之名詞，物理學上無意義。

29. 試說明物質之通性！

圖. (a)占有性…………凡物質皆占有一定之空間。

(b)不可入性………二物質不能同時占有同一之空間。

(c)有孔性…………凡物質皆有多數微細之空隙。

(d)惰性……………凡物質不受外力作用，動者常動，靜者常靜。

(e)重量……………地球上之物質，皆有重量。

(f)常住性…………凡物質皆不生不滅。

30. 求水銀在0°C時之密度!

圖. 1 c.c. 爲 13.596 克。

2. 力 惰性 萬有引力 重力

力	變更物體運動狀態之作用,曰力。
惰性	凡物體不受外力作用,其運動或靜止之狀態恆不變。
萬有引力	二物體間之引力,與其兩質量相乘之積爲正比,與其距離之平方爲反比。
重力	地面上物體與地心間之引力,曰重力。
重量	作用於物體之重力之量,曰其物體之重量。

1. 電車火車等,由靜止之狀態,驟然開行時,車內之人,向後而倒;由進行之狀態,驟然停止時,車內之人向前而倒;其理若何?

圖. 驟然開車,則車內之人,本於惰性之理,而欲繼續其靜止之狀態;但足附於車底,勢不能不與車共進,故上部向後方倒。反之,車驟然停止時,則身體仍欲繼續其進行之狀態,故向前倒。

2. 物體在火車中落下時,不問火車是動是靜,落下之狀態不變,其理安在?

圖. 物體因惰性,常與火車爲同速度之進行故也。

3. 火車行至軌道之彎曲部時,問乘客之傾倒方向

及其理由如何?

圖. 乘客常向外方傾倒,因物體爲「圓運動」時,受離心力之作用,常有依切線方向飛去之惰性故也。

4. 刀柄甚鬆時,執柄向下方敲擊,刀卽自行嵌入柄內,其理若何?

圖. 柄雖驟然停止運動,刀身則因惰性,仍繼續其向下之運動,故能嵌入柄內。

5. 若於紙上置一法碼,緩緩將紙抽動,則銅卽與紙俱動;若抽紙甚急,則紙取去,而法碼仍留原處。其故安在?

圖. 抽紙甚急時,紙之運動不暇傳及法碼,故法碼卽依其惰性,仍留原處。

6. 小盤中置豆數粒,若急將盤落下時,豆卽暫留空中;待急將盤停止,豆又觸盤底,而向上躍起,其理若何?

圖. 盤急下落時,其運動不能傳於豆,豆卽依其恆靜之惰性,暫留空中。既而豆受重力作用下落,盤又急行停止,豆則依其恆動之惰性,欲繼續其落下運動,故爲盤所阻,遂被躍起。

7. 跳越河溝時,須後退數步,再行跑來,其理安在?

圖. 利用惰性故也。

8. 置二杯於桌上,杯內滿盛以水,架一細棒於其上,若驟擊此棒,則棒折而水不溢出者何故?

圖. 棒受力之作用卽折斷,然力之作用甚急,不及傳於兩杯,則兩

杯即依惰性而靜止,故水不至溢出。

9. 以細絲懸法碼,法碼之下再繫以二細絲,若急拉此二絲時,則此二絲卽裂斷;若緩拉之,則僅斷上絲,其故爲何?

圖. 拉之甚急,則力之作用,未及傳於上絲,而下者已斷;拉之甚緩,則上絲不惟與下者同受力之作用,且較下者多受法碼之重力作用,故先斷。

10. 問質量與重量有何區別?

圖. 質量者,組成物體之物質之量也。故常有一定,不因時地而異。重量者,由重力所生力之量也。恆因地球上之位置,而有不同。若其距地球過遠,其值卽等於零。
在地球之同一位置上,物體之重量與其質量爲正比例。

11. 重力雖因地球上之位置而異,然用天秤以權同一物體時,無論其位置如何,其重量毫無差異,試言其故!

圖. 在地球之同一位置上,重量與質量爲正比例。天秤之左右兩盤,可視爲在同一位置。故若兩盤中之質量相等,則作用於其上之重力,亦必相等。

12. 試由萬有引力之法則,說明下列二事:

(a) 在地球之同一位置上,物體之重量與質量爲正比例。

(b) 上昇愈高,重量愈減。

圖. (a)重力卽使物體生重量之力,亦卽萬有引力之一。但萬有

引力與二物體質量相乘之積爲正比例。地球之質量爲恆數,又在地面之同一位置上,物體與地球間之距離相等。故引力與物體之質量爲正比,質量愈大,重量亦隨之而大。

(b) 物體上昇愈高,其與地球間之距離愈大。但萬有引力與二物體間之距離之平方爲反比例,故其重量愈減。

13. 太陽與地球間之引力若爲 1,問太陽與木星間之引力爲若干?

圖. 木星與太陽間之距離,爲地球與太陽間之 5 倍;木星之質量,爲地球之質量之 320 倍。

設太陽之質量爲 M,地球之質量爲 M',太陽木星間之引力爲 F,卽得下式:

$$\frac{M \cdot M'}{1^2} : \frac{320M' \cdot M}{5^2} = 1 : F。$$

$$\therefore F = 12.8 \text{ (答)。}$$

14. 太陽半徑與地球半徑之比爲 109 : 1,其質量之比爲 329390 : 1,求同一物體,在地球上時之重量,與其在太陽上時之重量之比!

圖. 設物體之質量爲 M,地球之質量爲 m。卽得下式:

$$\frac{329390M \times m}{(109)^2} : \frac{Mm}{1^2} = 329390 : 11881 \text{ (答)。}$$

15. 地球與地面上重 a 克之物體間之引力,若爲 1,問木星與其表面上 a 克之物體間之引力爲若干?

圖. 木星之半徑,爲地球半徑之 11 倍;

木星與地球之質量比,爲 320 : 1;

木星與地球之半徑比,爲11:1;

設地球之質量爲m。

木星與其上a克之物體間之引力爲F。

卽得下式:

$$\frac{ma}{1^2}:\frac{320ma}{11^2}=1:F$$

$\therefore F=2.64$ (答)。

16. 月與地球之質量之比爲1:81;其半徑之比爲3:11。問同一物體,其在地面之重量,與月面上時之重量之比爲若干?

圖。$\frac{81}{11^2}:\frac{1}{3^2}=729:121=6:1$ (答)。

17. 求地球太陽間之引力,與地球與月間之引力之比!

但太陽與地球之質量之比爲324439:1;

地球與月之質量之比爲81:1;

太陽地球間與月地球間之距離之比爲23440:60。

圖。設月之質量爲M,則地球之質量爲$81M$,太陽之質量卽爲$324439\times81M$。

故得下式:

$$\frac{81M\times324439\times81M}{23440^2}:\frac{81M\times M}{60^2}$$

$=720\times324439:11722=168:1$ (答)。

3. 分子現象

分子	將物質逐漸剖分,不失其物質之原有性,必有不能再分之極限,達此極限之微粒,曰分子,此種想像,曰分子說。
分子引力	物體之分子距離甚近時,有互相牽引之力。同質分子間之引力,曰凝集力;異質分子間之引力,曰附着力。
彈性定律	在彈性限內,物體之形狀,體積之變化,與其所受之外力爲正比例。

1. 試舉三態及粘體之例!

圖. 固體……………………鐵,石,木等。
液體……………………水,油,水銀等。
氣體……………………空氣,輕氣,養氣等。
粘體……………………生漆,蜂蜜等。

2. 試舉易爲三態變化之物體!

圖. 水,硫磺等。

3. 試就物質之三態,以比較其形狀及容積之彈性!

圖. 橡皮,銅,鐵等,皆有形狀及容積之彈性,惟硫磺無之。一般液體皆有容積之彈性,而無形狀之彈性。氣體亦然。不過氣體之容積彈性,較液體尤小耳。

4. 茶碗打破時,雖密接其破裂之處,終難接合。其故安在?

圖. 無論如何接合,其間終有空隙,且此空隙,較其分子力作用之

距離爲大,由此推之,可知分子力作用之範圍甚小。

5. 水能溼玻璃,而水銀不能,其理安在?

圖. 水與玻璃間之附着力,較水之凝集力爲大,故水能附着於玻璃;水銀與玻璃間之附着力,較水銀之凝集力爲小,故水銀不能附着於玻璃。

6. 鉛筆之鉛條,係用水壓機加強壓於石墨之粉末而成。試由分子說說明之!

圖. 石墨之粉末,因受強壓,接觸頗爲密切,各分子間之距離,爲分子力作用所能及,故卽由其凝集力而成棒狀。

7. 漿糊何以能粘紙乎?

圖. 二者之附着力特大故也。

8. 欲接合二玻璃棒時,須強熱其相接之處,使之融解,乃能粘牢,試述其理!

圖. 未熱之時,兩端之間,尙有細隙,故分子力不起作用,故不能接合。若強熱之,則兩端柔軟,其分子卽可互相密接,使其距離趨於其分子力作用之距離以內,故能固着爲一體。

9. 試舉數種應用彈性之例。

圖. 空氣鎗,弓,時鐘之發條。

10. 試就空氣鎗,弓,時鐘之發條等,而說明其應用彈性之裝置。

圖. 空氣鎗係利用外力,壓縮空氣於鎗身內,更藉空氣之彈性,以射出彈丸。弓係用外力彎曲之,更藉其彈性以射出其矢。
時鐘之發條,係用外力捲成圓形,更藉彈力以迴轉齒輪。

11. 簧秤上,懸以10斤之物體,其延長爲4c.m.,今欲其延長12c.m.,問當懸以物體若干斤?

圖. 設物體之重爲x斤時,依彈性之法,則得下式:

$4:12=10:x$

$\therefore x=30$ 斤 (答)。

12. 用簧秤,不能在不同之地點上,測定物體之眞正質量。其理安在?又赤道與兩極之差異若何?

圖. 用簧秤時,其簧之伸縮,全由外力之作用。故若懸以物體,其所示之度,須視其地之重力如何而定。同質量之物體其所受重力在赤道上時爲最小,漸近兩極,漸次增加,至兩極時,即成最大。故簧秤之示度,亦以在赤道時爲最小,在兩極時爲最大。

13. 在地面與山頂,用簧秤測同一物體時,簧之延長不同,試言其理!

圖. 簧之延長,實由作用於物體之重力。故重力較大之地點,簧之延長必亦大。地心距山頂,較距地面爲遠,故由萬有引力之法則,知同一物體,在地面較在山頂爲重。故在地面時,簧之延長,較山頂爲大。

14. 固定簧之上端,於其下端懸1瓩之物體時,其長爲50c.m.,懸1.5瓩之物體時,其長爲55c.m.。問未懸有物體時,其長若干?

圖. 設懸以1瓩之物體時,簧之延長爲x c.m.,

則其重量之差 $=1.5-1$ 瓩 $=0.5$ 瓩,

其延長之差 $=55-50=5$c.m.

故得下式:

$1:0.5=x:5 \quad \therefore x=10$

故簧之原長 $=50-10=40$ c.m. (答)。

15. 試比較氣體液體之彈性,與其彈性限之大小若何?

圖. 氣體液體,皆隨其器而變形,故無形狀之彈性之可言,所有者惟體積之彈性耳。然液體加以大力,其體積之變化甚小,液體之變化則甚大,故氣體之彈性限,較液體爲大。

16. 試由分子說,說明擴散及溶解之現象!

圖. 據分子說,則固液氣三態之分子,皆在運動之狀態。氣體分子之運動爲最活潑,液體次之,固體又次之。擴散者,各種液體之分子在其接觸面上,往復運動,因而混入於異類之液中,爲時旣久,兩液即混合爲一之謂也。溶解者,固體之分子,混入於液體之分子中之謂也。

17. 用揮發油以除衣類上之油跡,其理如何?

圖. 揮發油有溶解油類之性質,故利用之。

18. 二液不能爲急速之混合,若振盪之,則混合甚速,其理如何?

圖. 當振盪時,二液之接觸面卽增寬,其行擴散之部分,因而較多,故其混合亦速。

19. 試舉滲透作用之實例!

圖. 蘿蔔上加以鹽,則其體積縮小而呈鹹味者,液體滲透之實例也。蓋蘿蔔之細胞中所含之水分,透過其胞膜,與鹽水交換位置故也。

輕氣球漸失其上昇力而縮小者,氣體滲透之實例也。

20. 大氣中之養氣與淡氣之比,無論何處,皆大略相同,其故何也?

答. 二氣體之比重略相等,且善於擴散故也。

21. 大氣中之各成分,比重雖不同,而不至層層相間者,何故?

答. 各氣體之比重雖不同,而所差甚微,且富有擴散性故也。

22. 試述氣體之擴散性與生物之關係!

答. 空氣中時時發生之二氧化碳隨生隨卽擴散,故無妨礙於動物之呼吸;且散至各處以助植物之生育。再由植物呼出之養氣,亦隨生隨卽擴散於各處,以備動物之吸入。

23. 氣體擴散之速度,較液體爲大,其故安在?

答. 氣體之分子引力,幾等於零,故其分子之運動速度頗大;液體之分子引力較大,故其運動較氣體爲遲緩。

24. 取去汽水麥酒等之瓶塞時,則氣泡盛發如沸騰然,試言其故!

答. 氣體溶解於液體中之量,與其所受壓力爲正比。今因受瓶塞之強壓,故能溶解多量之二氧化碳於麥酒汽水中,待去其瓶塞,壓力驟減,多量之氣體,立時放出,卽氣泡盛發如沸騰然。

25. 木炭加熱時,卽放出其所吸收之氣體者,何故?試由分子運動說明之!

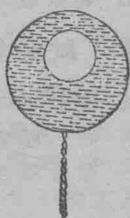
答. 凡物體分子運動之速度,常隨溫度之上昇而增加。故將木炭

加熱時,其內所含氣體之分子運動甚速,不復留於木炭,因而放出。

26. 用木炭為防臭劑者何故?

答. 木炭有吸收惡臭氣體之性故也。

27. 金屬之圓圈上,張以肥皂液薄膜,更於膜上,置一絲圈,若用針刺破絲圈內之薄膜,則絲圈立成圓形,試說明其理!



答. 凡液面皆有向內收縮之性,故刺破絲圈內之膜時,圈外之膜即欲收縮以占最小之面積,故絲圈即為圓形。(按幾何學之證明,周圍一定之面積,當以圓形為最大)。

28. 漏斗之端,蘸以肥皂液,令成球狀。置燭火於漏斗之口,則燭火即被吹滅。其理若何?

答. 肥皂球因表面張力之作用,常欲收縮。故其內部之空氣,即由漏斗口吹出,燭火遂被其氣流吹滅。

29. 置火柴二枝於水面,相隔寸許。以燒熱之金屬絲,觸其間之水面時,火柴即互相遠離,其理若何?

答. 液體之溫度愈高,其表面張力愈小。故金屬絲所觸之部分,溫度驟增,表面張力頓減,火柴被其他部分之水面所牽引,遂至離開。

30. 加熱於玻璃管之一端時,其端即變圓形者,何故?

答. 玻璃管之端,受熱即成液體,受表面張力作用欲占最小之表

面,故成球形。

31. 投樟腦一片於水面時,所呈之現象如何?其理若何?

答。樟腦在水面上,爲不規則之旋轉。因水愈不純潔,其表面張力愈減故也。蓋樟腦一觸水面,立卽溶解其一部,此部分之表面張力驟形減小,因被他部分之純水吸引而去。樟腦片亦隨之運動。但樟腦之形狀,不能各方一律,且每溶一次,形狀又復不同,故表面張力,在在皆差異,旋轉狀況,因之極不規則。

32. 以肥皂液一滴,滴於溼木板上時,其現象如何?又其理由如何?

答。板上之水,以肥皂液爲中心,向周圍退散,木板卽呈乾燥。此因肥皂液之表面張力較水爲小,故肥皂液與水之接觸點,被水之表面張力吸引以去,因而外散。

33. 以油滴於水面時,呈何現象?其理若何?

答。油卽擴散於水面之全部,因水之表面張力,較油爲大,故也。

34. 將融解之鉛液,從高處篩落於水中時,卽成圓形之彈丸者,何故?

答。融解之鉛,篩成小粒時,卽各被其表面張力收縮,欲占最小之表面,故成圓形。

35. 洗毛筆時,毛在水中,卽向四方張開;取出時又聚爲一束,試言其理!

答。毛在水中,因其彈性而張開;取出時,則被水之表面張力所吸引,遂成圓束。

36. 滴菜油於適當濃度之酒精內,菜油卽成球狀,而留於其處,其理若何?

圖. 菜油之密度與酒精之密度略同,故隨處皆可存留。又菜油因其表面張力,常欲占最小之表面,故成球狀。
(按幾何學之證明,同一體積之表面積,以球形爲最小)。

37. 何謂毛細管現象?

圖. 以兩端開口之細管,立於液中,即呈下之二現象;
(1) 液能濕管時(如水與玻璃),液卽上昇管中,液面作凹形。
(2) 液不能濕管時,(如水銀與玻璃),管中液面較管外液面爲低,其液面作凸形。
此種現象,管愈細愈著,故曰毛管現象。管內外液面之差,與管之半徑爲反比例。

38. 衣服上附着之蠟,可用下法除去之,其理若何?

法 置吸墨紙於蠟上,用熨斗反復壓之,卽能除去其蠟之大部分。

圖. 蠟受熨斗之熱,因而融解,更由毛細管現象,被吸墨紙之細纖維所吸收,故也。

39. 試述物體三態之區別!

圖. *a*. 固體……形狀體積均不易變更;
b. 液體………形狀易變,體積難變;
c. 氣體………形狀體積均易變更。

40. 螺簧之延長,與其所受張力爲正比。今有螺簧繫以100克之重,其延長爲其全長之$\frac{1}{10}$。若將螺簧之上

端,繫於一氣球上,其下端吊以 200 克之　　氣球以 a 之加速度昇高,則螺簧之延長爲其全長之 $\frac{41}{200}$。求 a 之值!

圖. 氣球上昇之加速度爲 a, 其全加速度當爲 $g+a$,

$$\therefore 100\times g : 200\times(g+a)=\frac{1}{10} : \frac{41}{200},$$

$$\therefore a=\frac{g}{40}$$ 秒秒糎(答)。

41. 磨墨時,常見硯池低處之墨汁倒流至高處。其理若何?

圖. 水愈不純,其表面張力愈小,故墨汁愈濃,其表面張力愈小。而硯池高處之墨汁,恆較低處者爲稀薄。故硯池高處之表面張力,較低處者爲大。低處之墨汁,因被高處者吸引,遂成倒流。

4. 液體之壓力

巴斯加 (Phscal) 之原理	加壓力於液體之一部時,其壓力之強度傳於各方向無增減。
壓力與深之關係	液體自身之壓力強度,與其液柱之高爲正比。設比重 $=d$, 液柱之高 $=h$ c.m.,則其底面積 1 平方糎所受之壓力爲 dh。

1. 底面積 5 平方糎,重 1000 克之法碼,置於桌上時,問桌面所受壓力之強度若干?

圖. 壓力之強度,卽單位面積上所受之壓力。故所求之壓力強度,

為 $\frac{1000}{5}=200$ 克。

即每平方糎受200克之重(答)。

2. 瓶內滿盛以水,而於其木塞上,加16瓩之力。問瓶內所受之全壓力若干?

塞之底面積爲4平方糎,瓶之內面積爲120平方糎,塞可自由上下,但不得令水溢出。

圖. 塞上所受壓力之強度,每平方糎爲 $\frac{16}{4}=4$ 瓩之重,故全壓力爲:

4瓩×120=480瓩(答)。

3. 有水壓機,其小活塞之面積爲5平方糎,大活塞之面積爲100平方糎。問大活塞上載有2瓩之物體時,小活塞上須加以若干之力,始能壓上大活塞?

圖. 設加於小活塞之力 $=p$ 克,

則小活塞所受壓力之強度 $=p\div 5$ 克,

但大活塞所受壓力之強度 $=2000\div 100$ 克,

今欲令水壓機之兩方成平衡,由巴斯加之原理,得下式:

$$p\div 5=2000\div 100$$

$$\therefore p=100 \text{ 克 (答)。}$$

4. 盛水於連通管內,其一方之水面上,加以活塞,塞上載以500克之法碼。問此時兩方水面之高相差若干?

活塞之底面積爲100平方糎,其重爲零。

圖. 法碼及於水面之壓力強度爲 $\frac{500}{100}$ 克,但在靜止之液時,同一

之水平面上所受之壓力相等。故須加$\frac{500}{100}$之壓力於連通管之他方,方能靜止。故他方之水面,較有活塞之端,高$\frac{500}{100}$糎。

5. 水壓機之大小二活塞之面積爲50∶1。問加5斤之力於小活塞時,大活塞所表之力爲若干?

解. 設大活塞所表之力爲p斤,則

$$\frac{5}{1}=\frac{p}{50}.$$

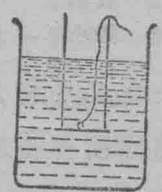
$$\therefore p=250\text{ 斤 (答)。}$$

6. 海面之成球狀者何故?

解. 海面之各部,皆與重力之方向成直角,故成球形。

7. 兩端開通之玻璃筒,下端托以薄板,沉入水中,而板不落。若將水徐徐注入筒內,使其內外水面之高低約略相同時,板即落下。其理安在?

解. 薄板受水之「上壓力」,故不落下。但內外水面之高低相同時,筒內之「下壓力」與前所云之上壓力相等;薄板遂因其自身之重量落下。由此可知水中之任何點,其上下兩壓力,皆當相等。



8. 有廣口瓶,以膜封其口,附以重錘,沉於深水中,其膜即自行破裂。試言其理。

解. 液之壓力,與其深爲正比。膜因不堪深水中之大壓力,故破裂。

9. 水桶之箍,其愈下者,愈須堅固,何也?

圖。液之下壓力,與側壓力,俱與水之深爲正比故也。

10. 井中出水之理若何?

圖。地中之水脈,較井底爲高。由連通管之理,欲達同一之水平面,故水流至井中。

11. 在20米深之水中,其壓力強度若干?

圖。水之比重爲1,故其壓力之強度爲1克 ×2000=2000克(答)。

12. 在1粁深之海中,其壓力幾何?

但海水1 c.c.之密度爲1.03克。

圖。1.03克 ×100000=103000克(答)。

13. 在1米深之水銀中,5平方糎之水平面上所受之全壓力若干?

圖。但水銀之比重爲13.596。

故全壓力爲13.596×100×5=6798克(答)。

14. 設有一桶,其底面積爲900平方糎,高爲50糎,桶蓋上之孔中,插以長180糎之管。管與桶內,均滿盛以水。問桶底所受全壓力若干?

圖。桶底所受之壓力強度爲:

50+180=230克。

故桶底所受全壓力爲:

230×900=207000克(答)。

15. 設有一船,其水線下7米之處,生有10糎平方之小孔。今欲用板擋其孔,以防水之浸入。問須用力若干?

解。小孔所受壓力之強度,為 700 克,
故全壓力為 $700\times10^2=70000$ 克 (答)。

16. 太平洋最深之處為南洋民達那威 (mindanao), 島之東 40 海里之處,其深為 9,780 米。問海底所受之壓力幾何?

解。海水 1 c.c. 之密度為 1.03 克,故所求壓力之強度為:
$9780\times100\times1.03=1007340$ 克 (答)。

17. 設有一桶,其直徑為 50 c.m., 高為 60 c.m., 問滿充以水時,桶之側面所受全壓力若干?

解。側面所受平均壓力之強度為 $\frac{60}{2}=30$ 克故所受全壓力,即側面積與 30 克之相乘積,為 $50\times3.1416\times60\times30$ 克 $=282744$ 克 (答)。

18. 某容器之底面積為 5 粉平方,深為 2 米,問滿充以水時,其底面所受壓力幾何?

解。5 粉 $=50$ c.m.
$\therefore 50\times50\times200=500000$ 克 (答)。

19. 由密度 13.6 之水銀柱 3 c.m.,密度 1 之水柱 10 c.m. 密度 0.8 之油柱 2 c.m., 所成之液層。問其底面所受之壓力若干?

解。水銀柱所呈之壓力……………………$13.6\times3=40.8$ 克,
水柱所呈之壓力……………………$1\times10=10$ 克,
油柱所呈之壓力……………………$0.8\times2=1.6$ 克,
故三者之和,即液層所呈之壓力如下:

$40.8+10+1.6=52.4$ 克 (答)。

20. 有高 20 c.m., 底面積 10 平方糎之容器。問滿充以水銀時,器底所受全壓力若干?

圖。 $13.596\times10\times20=2719.2$ 克 (答)。

21. 有長 2 米,寬 3 米,深 2 米之水槽。問滿充以水時,各側面所受壓力若干?

圖。 壓力與深爲正比,故 2 米之深處,側面所受之平均壓力等於其深之 $\frac{1}{2}$ 處所受壓力,卽爲 100 克。故所求之壓力如下:

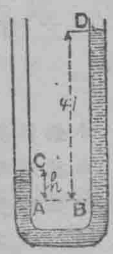
$(200\times200+300\times200)\times2=200000$

$200000\times100=20000000$ 克 (答)。

22. 有形狀不同,而底面積及重量相同之二器,二器內之水面爲同高。問置此二器於天秤之左右兩盤時,天秤呈如何之現象?

圖。 兩器底之壓力雖同,而其形狀不同,所容水之量亦異,因此天秤向水多之端傾斜。

23. 入水及水銀於連通管,從二液之接觸面至水面之高爲41 c.m.時,則二液互相平均而靜止。問由接觸面至水銀面之高若干?



圖。 由二液之接觸面至各液面之高,與其液之密度爲反比例。設所求水銀之高爲 h c.m. 時,則得下式:——

$$\frac{41}{h}=\frac{13.596}{1}$$

$\therefore h=3.015$ c.m. (答)。

24. 入石油及水於連通管,由二液之接觸面至石油面之高爲 20 c.m.,至水面之高爲 15 c.m. 時,即能平均。試求石油與水之密度比例!

圝。石油之密度∶水之密度＝15∶20 (答)。

25. 試述檢查水準器之法!

圝。將水準器置於平面上,而觀其氣泡之偏斜,距中央若干度。次將水準器爲 180° 之迴轉,再觀其氣泡之偏斜及距中央之度數,若在前次之對稱位置時,則此水準器爲正確。

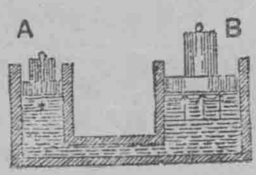
76. 用水準器時,常就互爲直角之方向檢查之。其理如何?

圝。置水準器於互成直角之二方向時,若其氣泡在中央,此平面即爲水平。

(按幾何學之證明:不平行之二直線爲水平時,則含此二直線之平面亦爲水平。)

27. 試述水壓機之原理及其應用!

圝。水壓機係應用巴斯加之原理而成。下圖爲切面圖,連結切面積不同之大小二圓筒,使其下部連通,內充以液。各液面皆有活塞,加 p 之壓力於小活塞 A 時,(面積 a 平方糎) 其及於水之壓力強度



爲 $\frac{p}{a}$, 同時 B 塞(面積 b 平方糎)上亦受相同之壓力強度。故 B 塞所受之全壓力爲 $\frac{p}{a}\times b$。若令 $\frac{b}{a}$ 之值愈大,則加小力於 A 塞,能生大力於 B 塞,此卽水壓機之原理。壓榨器,起重機等,均應用之。

28. 有一水壓機,其大小二活塞之半徑爲20吋及 $\frac{3}{4}$ 吋。今加 150 磅之力於小活塞時,問大活塞所受之壓力若干?

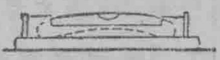
圖. 設大活塞所受之全壓力爲 y 磅時,由巴斯加之原理得下式:——

$$\frac{150}{\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{y}{20^2}$$

$$\therefore y=\frac{320000}{3}=106666\text{ 磅 (答)。}$$

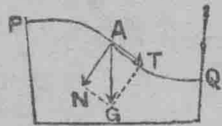
29. 試述水準器之構造及其原理!

圖. 水準器之構造,係以彎形之玻璃管裝置於金屬製之框內,其中留空處少許,而充以酒精或醇精 (Ether) 液。此器置於水平面時,氣泡常正在中央。液體之面爲水平,故氣泡常在管中最高之處;若置於任意平面上時,則管中氣泡所在之端,較高於他端。



30. 液體之表面,常爲水平,試言其理!

圖. 設下圖之液非水平時,則液面上任意點 A 之重力 AG, 可分爲 AN, AT 二力。AN 垂直於 A 面,AT 平行於 A 面。AN 之力使液



體向內收縮,同不運動。但 AT 則沿表面而生 A 點之運動,液面遂生流動。若液面與重力之方向成直角,卽 AN 與 AG 相合,卽 AT 當爲零,液乃靜止,故液面常爲水平。

31. 設有一箱,其各邊之長爲 1 米,問以水貯滿,問底面及側面所受之壓力各若干?

圖. 箱之體積 $=100^3=1000000$ 竰。

$\therefore$ 底面之壓力 $=1000000$ 克 $=1000$ 瓩(答)。

又側面積 $=100^2\times4=40000$ 平方糎。

$\therefore$ 側面之全壓力 $=\frac{100}{2}\times40000=2000000$ 克 $=2000$ 瓩(答)。

5. 阿基米得(*Archimedes*)之原理

阿基米得之原理	物體在液體中之重,等於從物體之眞重減去與物體同體積之液體之重。
浮　力	物體在液中時,作用於其周圍之壓力之合力,方向常向上,此合力曰液體之浮力。
物體之浮沉	沉……物體之比重 > 液之比重。中立……物體之比重 = 液之比重。中立者,物在液中不浮不沉,隨所置之位置而靜止。 浮……物體之比重 < 液之比重。沒於液中之部分,所排除之液重等於物體之重時,卽靜止。

1. 以繩吊上水中之石,至離水面時,往往繩有裂斷者,何故?

解. 石在水中,受浮力作用,使及於繩之張力小於石之重量。及至水面,其浮力驟失,繩之張力增大,故裂斷。

2. 人在浴池中以手下抵,則易支持全身,其理安在?

解. 身體在水中受浮力作用,其浮力常等於與身體同體積之水之重。而身體之重,略大於同體之水重,卽二者之差很小。故以手抵於池底,卽易支起全身也。

3. 在海水中較在淡水中易於浮起,其故安在?

解. 海水之比重較淡水爲大,故其浮力亦較大。

4. 小船由淡水入鹹水時,其水線之變化如何?

解. 鹹水之浮力大於淡水之浮力,故小船在鹹水中之水線較在淡水中時爲低。

5. 游泳之際,若多吸入空氣,則比較的省力者何故?

解. 吸入多量空氣,則肺臟漲大,全身之體積增加,故浮力大。且吸入空氣之重量甚微,故浮力之增加率較體重之增加率爲大,故較爲省力。

6. 浮沉子之理若何?

解. 浮沉子者,爲玻璃製小形之物,其中殘留適量之空氣,而令其浮沉於玻璃圓筒之水中。若用橡皮膜密閉圓筒口,以指輕按橡皮膜,浮沉子卽下沉;去指則浮上。此因按橡皮膜時,由巴斯加之原理,水中之壓力增加,浮沉子內之空氣卽被壓縮,而少許之水侵入,故能下沉。去指時,浮沉子內之空氣復行膨漲,浮力增加,故能浮上。

7. 試說明魚鰾之理!

解. 魚體中有空氣,由其筋肉作用以膨漲之,則浮力增大而浮上。

又縮小其體時,則浮力減少而下沉。

8. 鷄卵在普通之水中雖下沉,在適度之鹽水中則隨處可以靜止,在濃鹽水中則上浮,其理若何?

圖. 鷄卵之比重較淡水爲大,故下沉。鹽水之比重與雞卵之比重相等,故鷄卵隨處可以靜止。若在濃鹽水中,則其比重較鷄卵之比重爲大,故上浮。

9. 將杯橫置水中則下沉;正置水中,則上浮者,何故?

圖. 橫置水中,水卽侵入杯中,而杯所排除之水極少,故浮力小,而杯下沉。正置水中,則水不能侵入杯中,而杯得排除多量之水,故浮力大,而杯上浮。

10. 置同樣組織之木棒於水上時,必橫浮水面者,何故?

圖. 作用於棒之重力,在其中點,浮力則作用於水面下之棒之中點,此二點在同一垂直線時,亦能縱浮。但稍一傾斜,則重力與浮力即成偶力而傾倒。故不能爲不安定之縱浮,而爲安定之橫浮。

11. 船底破毀處被海水侵入時,卽沉沒者,何故?

圖. 船所排除之水量漸減,浮力漸小,故船之重量遂超過水之浮力,漸行沉沒。

12. 容器中浮有冰塊,問冰塊融解後,水面之昇降如何?

圖. 由冰融解所生之水,與冰塊等重。亦卽與冰塊所排除之水等重;故冰雖融解,而水面並無昇降。

13. 試舉浮於水銀上之金屬,及沉於水銀下之金屬!

答. 浮者……鉛,銀,銅,鐵,鋅,鋁,等。沉者……金,白金,銥等。

14. 設有不規則之固體,測其體積之法當如何?

答. 由C.G.S.制測其在空氣中之重量,次測其在水中之重量;二者之差,卽爲同體積之水之重量。但水1c.c.爲1克,故用c.c.以表二者之差,卽知物體之體積。

15. 設有不規則之容器,測其容積之法當如何?

答. 由C.G.S.制以測容器之重,次測其滿盛以水時之重,二者之差卽器內之水量。用c.c.以表此差,卽得容器之容積。

16. 何謂軍艦之排水噸?

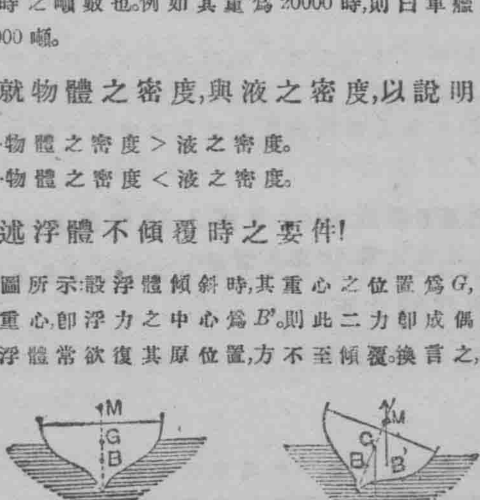
答. 軍艦之排水噸數者,即兵器,石炭,食糧,水兵,船員,彈藥等裝載足量時之噸數也。例如其重爲20000時,則曰軍艦之排水噸數爲20000噸。

17. 試就物體之密度,與液之密度,以說明浮沈之理!

答. 沈……物體之密度>液之密度。
浮……物體之密度<液之密度。

18. 試述浮體不傾覆時之要件!

答. 如下圖所示:設浮體傾斜時,其重心之位置爲G,其所排除之液之重心,卽浮力之中心爲B',則此二力卽成偶力作用於浮體,使浮體常欲復其原位置,方不至傾覆。換言之,欲令浮體不



傾覆,須令通過 B' 點之垂直線與直線 GB 之交點 M 常在 G 之上方。

19. 於試驗瓶內充水,置於天秤之盤上,令其平均,後以絲懸一物體垂於瓶中,問天秤呈何現象?又此時欲令天秤平均,當用何法?

圖. 設物體不用絲吊,直接放入水中時,則作用於天秤之力爲水與物體之重量之和。但實際用絲吊之,故絲所支持之重,爲由物體之重減去與物體同體積之水重,卽天秤較前所增之重,亦爲與物體同體積之水重。欲令天秤平均,可於他端之盤內,加以與物體同體積之水重之法碼卽可。

20. 問50立方尺之冰,融解成水之體積若干?

圖. 冰融解後,其質量不變。令水之體積爲 V 立方尺。因冰之比重爲0.92,則得下式:——

$50\times0.92=V\times1$

$\therefore V=46$ 立方尺(答)。

21. 將重300克比重0.25之木棉,入於滿水之瓶中,問溢出之水之體積若干?

圖. 物體之重量與其所排出之水之重量相等時,浮體即可靜止。故排出之水量亦爲300克,其體積爲300 c.c. (答)。

∘**22.** 冰塊浮於水面時,其水面上與水面下之體積之比例如何?

但冰之比重爲0.92。

圖. 設水面上之體積爲 x c.c.,水面下之體積爲 y c.c.,則冰塊之重量 $=(x+y)\times0.92$ 克,

水之浮力 $=y\times1$ 克,

$\therefore (x+y)\times0.92=y\times1$

卽 $0.92x=y(1-0.92)$

$\therefore \frac{x}{y}=\frac{0.08}{0.92}=\frac{1}{11.5}$ (答)。

23. 將比重0.8之木片,浮於水上時,其水面上與水面下之體積之比若何?

圖. 設水面上之體積爲 x c.c., 水面下之體積爲 y c.c., 則木片之重量 $=(x+y)\times0.8$ 克,

木片所排除之水重 $=y\times1$ 克,

$\therefore (x+y)\times0.8=y\times1$

$\therefore x:y=1:4$ (答)。

24. 以比重0.9之冰,投於比重1.03之海水中,問冰在水面上與水面下之質量之比如何?

圖. 設水面下之質量爲 M 克,水面上之質量爲 m 克,則冰之全質量 $=(M+m)$ 克,

海水之浮力 $\frac{M}{0.9}\times1.03$ 克,

$\therefore M+m=\frac{1.03M}{0.9}$

$\therefore \frac{m}{M}=\frac{0.13}{0.9}=\frac{1}{7}$ (答)。

25. 冰山浮於海上,若在水面上之體積爲7000000立方尺時,問其全體積幾何?

但海水之比重 $=1.029$,冰之比重 $=0.917$。

圖. 設其全體積爲 x 立方尺,則得下式:——

$(x-7000000)\times1.029=x\times0.917$

$\therefore x=65891000$ 立方尺(答)。

26. 以比重7.5之鐵塊浮於水銀上,更注以水,全沒鐵塊。問鐵塊沒入水銀中之部分幾何?

圖. 設鐵塊之全體積爲x,沒入水銀中之體積爲y,則得下式.—

$13.6y+(x-y)=7.5x$

$\therefore \dfrac{y}{x}=\dfrac{65}{126}$ (答)。

°27. 若將厚10 c.m.,比重0.8之木製圓柱,直立於水時,問浮出於水面之高幾何?

圖. 設木柱之切面面積爲S平方糎,現出於水面上之高爲lc.m.,則木柱之全重量爲$10\times S\times0.8$克,水之浮力爲$(10-l)\times S\times1$克。

$\therefore 10\times S\times0.8=(10-l)\times S$

$\therefore l=2$c.m. (答)。

•28. 用比重0.8之木,造一半徑2 c.m.高8c.m.之直圓錐體。附0.4克之法碼於其頂點,而沉於水中。問圓錐沒於水中之部分幾何?(但法碼設爲無體積)

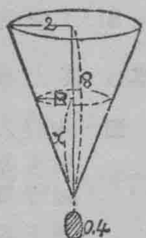
圖. 設沉於水中之深爲x c.m.,相當於其處之半徑爲R,則$8:x=2:R$。

$\therefore R=\frac{2}{8}x$

圓錐全體之重量$=\frac{1}{3}\pi\times2^2\times8\times0.8$

$+0.4$

水之浮力$=\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{2x}{8}\right)^2\times x\times1$



$\therefore \frac{1}{3}\pi \times 2^2\times 8\times 0.8+0.4=\frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{2x}{8}\right)^2\times x\times 1$

$\therefore x=7.5$ (約) c.m. (答)。

29. 以直徑 20 c.m. 之圓柱體浮於水上,直立而靜止。今已知水面下之部分爲 5 c.m.,求圓柱之重?

圖. 圓柱之重等於水之浮力,而水之浮力等於圓柱高 5 c.m. 時之體積之水重。

$\therefore$ 圓柱之重 $=\left(\frac{20}{2}\right)^2\times 3.1416\times 5\times 1$ 克,

$=1570.8$ 克 (答)。

30. 以比重 0.6 之立方體木材置於比重 1.5 之液上,垂直沉下 2 c.m.。今載 10 克之錘於木材上,問沉下若干?

圖. 設立方體之一邊爲 l c.m.,

則立方體之重量 $=l^3\times 0.6$ 克,

液之浮力 $=l^2\times 2\times 1.5$ 克,

$\therefore l^3\times 0.6=l^2\times 2\times 1.5$

$\therefore l=5$ c.m.

又設載有錘時物體沉下之深爲 x c.m.

則 $5^3\times 0.6+10=5^2\times x\times 1.5$

$\therefore x=8.6$ c.m. (答)。

31. 以比重 0.8,每邊之長 15 c.m. 之立方體木片浮於水上,其上載以 23 克之法碼。問木片浮出之高若干?

圖. 木片之重量 $=15^3\times 0.8=2700$ 克,

載有錘時之重量 $=2700+23=2723$ 克,

設浮出於水面之高爲 x c.m.,因木片之全重量等於浮力,則得下式:——

$2723=15^2\times(15-x)$

$\therefore x=2.9$ c.m. (答)。

32. 以小箱置於長18 c.m. 寬9 c.m. 之木板上,放入水中,板即沉下2 mm.求小箱之重量?

圖。置有小箱時所排除之水之體積爲 $18\times9\times0.2=32.4$ c.c.
此體積之水重等於小箱之重,亦即水之浮力。
但水1立方糎之重等於1克,故小箱之重量爲 $32.4\times1=32.4$ 克 (答)。

33. 有m克重之純金指環,求其在水中之重?

圖。純金之比重爲19.3在水中時減去1,故比重爲18.3故所求之重量爲 m 克 $\times\dfrac{18.3}{19.3}=\dfrac{18.3m}{19.3}$ 克 (答)。

34. 有一比重2.5,體積80 c.c. 之石在水中,欲支持之,須用力若干?

圖。石之重 $=2.5\times80=200$ 克,
及於石之浮力 $=80$ 克,
故所求之力 $=200-80=120$ 克 (答)。

35. 問半徑20 c.m.之白金球在水銀中之重量幾何?

圖。白金之比重爲21.5,故在水銀中爲 $21.5-13.596=7.904$
白金之體積爲 $20^3\times3.1416\times\frac{4}{3}$ c.c.

故所求之重量爲 $20^3\times3.1416\times\frac{4}{3}\times7.904=264866$ 克 (答)。

36. 有1 c.c. 之白金在0^0之水銀中,問用力若干,方能支持?

圖. 白金之重量 $=1\times21.5$ 克 $=21.5$ 克,
水銀之浮力 $=1\times13.6=13.6$ 克,
$\therefore$ 所用之力 $=21.5-13.6=7.9$ 克 (答)。

37. 問體積 55 c.c. 之鐵,在水中之重若干?又在海水中之重若干?

圖. 鐵之重 $=55\times7.8=429$ 克,
受水之浮力 $=55\times1=55$ 克,
受海水之浮力 $=55\times1.03=56.65$ 克,
$\therefore$ 在水中之重 $=429-55=374$ 克 (答)。
在海水中之重 $=429-56.65=372.35$ 克 (答)。

38. 有比重 2.5,重量 10 瓩,之物體,以線懸之,而沉其體積之半於水中。問線之張力若干?

圖. 物體之體積 $=\dfrac{10000}{2.5}=4000$ c.c. 水之浮力為 $\frac{4}{2}$ 瓩 $=2$ 瓩,
$\therefore$ 絲之張力 $=10$ 瓩 -2 瓩 $=8$ 瓩 (答)。

39. 欲令 100 克之鉛,在水中不浮不沉.問當附以軟木若干立方糎?

圖. 欲令其不浮不沉時,須使鉛與軟木之重量之和等於其所排除之水重,
設軟木之體積為 x c.c., 比重為 0.24, 鉛之比重為 11.4, 即得下式:——

$$100+0.24x=\left(\frac{100}{11.4}+x\right)\times1$$

$\therefore x=120$ c.c. (約) (答)。

40. 有 4 糎立方之鉛塊,(比重 11.4) 其上附以球狀之軟木,令其全部沉於水中,而不浮不沉。求球之半徑?

圖. 鉛塊之重爲 $4^3\times 11.4$ 克,設軟木之體積爲 x c.c., 依前題則得下式:——

$4^3\times 11.4+0.24x=4^3+x$

$\therefore x=876$ c.c.

設軟木球之半徑爲 v c.m.,則得下式:——

$\frac{4}{3}\pi v^3=876\quad \therefore v=5.93$ c.m. (答)。

41. 設有比重0.25之軟木1050克,及比重8.5之銅3400克,以絲連結之,放入於 4°C 之水中,問其浮沉若何? 其理若何?

圖. (但連結所用之絲設爲無體積及重量)

軟木之體積 $\frac{1050}{0.25}=4200$ c.c.

銅之體積 $\frac{3400}{8.5}=400$ c.c.

作用於二者之浮力爲

$4200+400=4600$ 克,

二者重量之和爲 $1050+3400=4450$ 克,

因 $3610>4450$,故能浮 (答)。

42. 置彈丸於中空細長之圓筒中,將筒正立於水中,則沉下6寸若於比重0.79之精酒中,間沉下幾何?

圖. $6\div 0.79=7.6$ 寸 (答)。

43. 有重 540 克之浮標,其浮出於水之體積爲其全體積之 $\frac{2}{3}$,問欲令其全部沉入時,當在水中加以力若干克?

圖. 浮標在水面下之部分,爲其全體積之 $\frac{1}{3}$,作用於此部分之浮

力爲 540 克。欲使其全部浸入水中,則作用於浮標之浮力須爲:——

540×3=1620 克。故當在水中加以力 1620−540=1080 克 (答)。

44. 鋼鐵艦何以能浮於海面?

圖. 鋼鐵艦與鋼鐵塊不同,其內部有極大之容積。艦之重較同體積之水重爲小,故能浮於水面。

45. 有重 4 磅之瓶,滿盛以水則重 16 磅,今欲盛以每磅價二角之硫酸,問需值若干?(硫酸之比重 1.84)。

圖. 瓶之容量爲 16 磅 − 4 磅 = 12 磅,所容硫酸之量爲 1.84×12 =22.08 磅。

故所需硫酸之值爲 2×22.08=44.16 角 =4 圓 4 角 1 分 6 厘 (答)。

46. 將比重 0.8, 重 100 克之木片,全壓入水中,問須用力若干?

圖. 木片之體積 = $\frac{100}{0.8}$ =125 c.c.

與木片同體積之水重 =125 克,

故須用力 125−100=25 克 (答)。

47. 用比重 0.8 之物質,造一高 5 寸之圓柱;

又用比重 2 之物質,造一高 1 寸之圓柱;

設將此二圓柱接合爲一體時,試說明次之二件:—

1. 合成物體之重心位置如何?

2. 入於水中之浮沉如何?

圖. (1) 各圓筒之組織相同時,其重心必在其中點 G_1G_2 上。故接合

體上 G_1G_2 之距離爲3寸,其重心卽在 G_1G_2 線上。

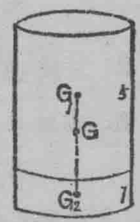
又二圓柱之半徑相等,故二圓柱之重量卽各圓柱之長及密度爲正比例,卽得下式:——

$G_1=0.8\times5=4$

$G_2=2\times1=2$

卽二圓柱之重量之比之爲4∶2。

故用4∶2之反比,以內分 G_1G_2 線,所得之內分點 G 卽爲接合體之重心。卽 G 點在於距 G_1 點1寸之下 G_2 點2寸之上。



(2) 接合體之長爲6寸重量爲4+2=6,
故長與重量之比爲6∶6=1∶1,
卽其平均密度爲1,與水之密度相同,
故此體能隨處靜止。

6. 比重之測定

比重	1. 比重 $=\dfrac{\text{物體之重量}}{\text{與物體同體積之水重}(4^\circ\text{C.})}$
	2. 比重 $=\dfrac{\text{物體之密度}}{\text{水之密度}}$
	3. 比重 = 密度 (C.G.S.)

1. 溶解於水之粒狀物(如砂糖等)之比重測定法如何?

圖. 用不溶解砂糖之液,(如石油)由比重瓶先求砂糖對於石油之比重,更以石油之比重乘之,卽得。

砂糖之比重 $=W$

充石油於比重瓶時之重 $=W_1$

又入以砂糖,而拭去所溢出之油後之重$=W_2$

石油之比重$=S$

$W+W_1=$(砂糖之重)+(瓶之重)+(與瓶同容積之石油之重)

$W_2=$(砂糖之重)+(瓶之重)+(與瓶同容積之石油之重)

−(與砂糖同體積之石油之重)

$\therefore W+W_1-W_2=$與砂糖同體積之石油之重

$\therefore$比重$=\dfrac{W}{W+W_1-W_2}\times S$(答)。

2. 試述由比重瓶而測細粒及液體比重之法?

圖。 細粒之比重測定法如前題,代石油以水卽可。

$\therefore$比重$=\dfrac{W}{W_1+W-W_2}$(答)。

液體之比重測定法如下:——

瓶之重量$=W$

瓶內充水時之重量$=W_1$

瓶內充某液體時之重量$=W_2$

$\therefore$比重$=\dfrac{W_2-W}{W_1-W}=\dfrac{\text{瓶內之液重}}{\text{瓶內之水重}}$(答)。

3. 問較水輕之物體之比重測定法如何?

圖。 以錘附物體上而沉於水中,先測物體在空氣中之重,次測物體與錘在水中之重,又測錘在水中之重,如次題之法可得其比重。

4. 以重W克之軟木上繫於鉛塊,(鉛塊在水中之重爲W_1)而沈於水中,其重量爲W_2問軟木之比重如何?

圖。 與軟木同體積之水重$=W+W_1-W_2$

$\therefore$比重$=\dfrac{W}{W+W_1-W_2}$(答)。

5. 由連通管以測液體之比重,其法如何?

圖. 取欲測其比重之液,與不相混合之他液,同入連通管中。先測由接觸面至各液面之高,設其高爲 h 及 h',所求之比重爲 x,他液之比重爲 S(已知)則得下式:——

$$xh=Sh'$$

$$\therefore x=\frac{h'}{h}S \text{ (答)。}$$

6. 有比重8.3之黃銅100克,問其體積如何?

圖. 此黃銅 1 c.c. 爲 8.3 克,

$$\therefore \frac{100}{8.3}=12.04 \text{ c.c. (答)。}$$

7. 長70 c.m.,直徑0.8 c.m. 之圓筒內可入以比重13.6之水銀若干克?

$\left(\text{但 } \pi=\frac{22}{7}\right)$。

圖. 圓筒之體積 $=\left(\frac{0.8}{2}\right)^2\times\frac{22}{7}\times 70$ c.c.,

$\therefore$ 水銀之質量 $=\left(\frac{0.8}{2}\right)^2\times\frac{22}{7}\times70\times13.6=478.7$ 克 (答)。

8. 問1瓩之銅塊,可延長爲直徑0.5粍之銅線若干糎?

圖. 設銅線之長爲 x c.m.,則得下式:——

$$\left(\frac{0.05}{2}\right)^2\times3.1416\times x\times8.9=1000 \text{ 克,}$$

$$\therefore x=\frac{1000}{\left(\frac{0.05}{2}\right)^2\times3.1416\times8.9}=57224 \text{ 糎 (答)。}$$

9. 試由冰之比重,計算 1 升之水可結冰若干?

圖。冰之比重爲 0.92,

$\therefore$ 1 升 $\div 0.92 = 1.087$ 升 (答)。

10. 有長 23 c.m.,寬 11 c.m.,厚 6 c.m. 之磚,其 1 塊之重爲 2.28 瓩,求其比重?

圖。磚之體積 $= 23 \times 11 \times 6 = 1518$ c.c.

$\therefore$ 比重 $= 2.28 \times 1000 \div 1518 = 1.502$ (答),

11. 地球之平均比重爲 5.6,平均半徑爲 6.37×10^8 c.m.,求其質量?

圖。地球之體積 $= (6.37 \times 10^8)^3 \times 3.1416 \times \frac{4}{3}$ c.c.

$\therefore$ 質量 $= 5.6 \times (6.37 \times 10^8)^3 \times 3.1416 \times \frac{4}{3} = 6063 \times 10^{21}$ 瓩 (答)。

12. 投物體於水中,僅能沒其全體積之 $\frac{2}{3}$,求此物體之比重?

圖。物體之重量等於其 $\frac{2}{3}$ 體積之水重。

$\therefore$ 比重 $= \frac{2}{3} = 0.67$ (答)。

13. 長 1 尺之角柱體,浮於水上時,其浮出之部分爲 4 寸,求其比重?

圖。設角柱體之比重爲 S

則 $10 \times S = 6 \times 1$

$\therefore S = 0.6$ (答)。

14. 有直圓柱體浮於水上時,沒其全之 $\frac{1}{5}$;浮於酒精

上時,沒其全長之 $\frac{1}{4}$;求酒精之比重?

圖。物體全體積之 $\frac{1}{5}$ 之水重與 $\frac{1}{4}$ 之酒精重相等。

故其比重 $=\frac{1}{5}\div\frac{1}{4}=0.8$ (答)。

15. 有厚2 c.m.之扁平木板浮於水面,最初尙未被水十分浸濕時,水面下之部分爲0.9 c.m.;少頃,則水面下之部分爲1.5 c.m.。問板之前後比重各如何?

又浸入板內之水量若干?

圖。由前題,設板未浸濕時之比重爲 x。

則 $2x=0.9\times1$

$\therefore x=0.45$ (答)。

又設板已浸濕後之比重爲 y。

則 $2y=1.5\times1$。

$\therefore y=0.75$ (答)。

故板之浸濕前後之比重之差爲 $0.75-0.45=0.3$。

故浸濕之水量每 c.c. 爲 0.3 克 (答)。

16. 有比重0.9之液3升與比重1.5之液 2 升相混合,問混合液之比重若干?

圖。 $\frac{0.9\times3+1.5\times2}{3+2}=1.14$ (答)。

17. 有比重0.9,0.7之二液,同體積相混合後,則減少其原體積之 $\frac{1}{100}$。求混合液之比重?

圖。設混合後其體積不減時,其比重爲 $\frac{0.9+0.7}{2}=0.8$。

但實際減少其體積之$\frac{1}{100}$,則二液之和爲$\frac{99}{100}$,故其比重$=0.8\times\frac{100}{99}=0.89$ (答)。

18. 比重0.8之液5容與水10容混合後,則減少其體積之$\frac{41}{42}$。試求混合液之比重?

圖. 體積不減時之比重爲$\frac{0.8\times5+1\times10}{5+10}=\frac{14}{15}$。

$\therefore$所求之比重$=\frac{14}{15}\times\frac{42}{41}=0.956$ (答)。

19. 醇精在0°C時之比重爲0.736,問其時醇精1立之質量若干?又將醇精入於水中之現象如何?(但1立=1000 c.c.,醇精爲與水不相混合之物)。

圖. 醇精1c.c.之質量爲0.736克,故1立之質量爲$0.736\times1000=736$克 (答)。

因醇精較水爲輕,故浮於水上,而爲一層 (答)。

20. 15瓩之石在水中之重爲12瓩,求其比重?

圖. 與石同體積之水重爲(15−12)瓩,

$\therefore$比重$=\frac{15}{15-12}=\frac{15}{3}=5$ (答)。

21. 以500克之物體置於盛水器中,所排除之水爲40c.c.,求物體之比重!

圖. 與物體同體積之水重爲40克。

$\therefore$比重$=\frac{500}{40}=12.5$ (答)。

22. 以鐵塊置入水槽中,溢出之水爲25克;又置入水銀槽中,溢出之水銀爲 195 克;問鐵塊之重量,體積比重各如何?

圖. (1) 鐵塊之體積,與溢出之水之體積相同,但溢出之水爲25克,故鐵塊之體積爲 25 c.c. (答)。

(2) 鐵塊之重量與其所排出之水銀(水銀之浮力)同爲195克(答)。

(3) 鐵塊之比重爲 $195 \div 25 = 7.8$ (答)。

23. 有長2156 c.m., 重量158克之銅線,在水中之重爲140克,問其比重,體積,切面面積,及半徑各若干?

圖. (1) 其體積等於其同體積之水重,卽 $158 - 140 = 18$ c.c. (答)。

(2) 其比重 $= \dfrac{158}{158-140} = 8.8$ (答)。

(3) 切面面積 $= \dfrac{158}{2156 \times 8.8} = 0.0083$ 平方糎(答)。

(4) 半徑 $= \sqrt{\dfrac{0.0083}{3.1416}} = 0.051$ c.m. (答)。

24. 某物體在空氣中之重爲58克,在水中之重爲46克。問其體積及比重各如何?

圖. 體積 $= 58 - 46 = 12$ c.c. (答)。

比重 $= \dfrac{58}{12} = 4.83$ (答)。

25. 某物體在空氣中之重爲63克,在酒精中之重爲33克。問物體之比重若干?

(但酒精之比重0.78)。

圖. 物體對於酒精之比重爲 $\frac{63}{63-33}$。

故物體之眞比重爲 $\frac{63}{63-33}\times0.78=1.64$ (答)。

26 有鉛塊在空氣中之重爲 7.88 克,在水中之重爲 7.19 克,在酒精中之重爲 7.33 克。問鉛塊與酒精之比重各若干?又鉛塊之體積若干?

圖. 鉛塊之體積 $=7.88-7.19=0.69$ c.c. (答)。

鉛塊之比重 $=7.88\div0.69=11.4$ (答)。

酒精之比重 $=\frac{7.88-7.33}{7.88-7.19}=0.79$ (答)。

27. 有物體在空氣中重 W 克,在水中重 W_1 克,在某液中重 W_2 克。求某液之比重!

圖. 與物體同體積之液重 $=W-W_2$

與物體同體積之水重 $=W-W_1$

$\therefore$ 比重 $=\frac{W-W_2}{W-W_1}$ (答)。

28. 有玻璃片在水中時,減其重量 33 克,在鹽水中時,減其重量 39 克。求鹽水之比重!

圖. 與玻璃片之體積之水重 $=33$ 克。

與玻璃片同體積之鹽水重 $=39$ 克。

$\therefore$ 鹽水之比重 $=\frac{39}{33}=1.18$ (答)。

29. 重 50.35 克,比重 3.21 之玻璃球,在海水中之重爲 34.28 克。求海水之比重!

圖. 玻璃球對於海水之比重爲 $\frac{50.35}{50.35-34.28}=\frac{3.21}{\text{海水之比重}}$.

$\therefore$ 海水之比重 $=\frac{3.21\times(50.35-34.28)}{50.35}=1.025$ (答)。

30. 有玻璃球在空氣中重50.35克,在海水中重34.28克,在水中重34.69克。求海水之比重!

圖. 與玻璃球同體積之海水重 $=50.35-34.28$ 克。

與玻璃球同體積之水重 $=50.35-34.69$ 克。

$\therefore$ 比重 $=\frac{50.35-34.28}{50.35-34.69}=1.026$ (答)。

31. 有某液與水銀217克,爲同體積,其重量爲14.8克。求此液之比重!(但水銀之比重 $=13.6$)。

圖. 水銀之體積 $=\frac{217}{13.6}=16$ c.c.

$\therefore$ 比重 $=\frac{14.8}{16}=0.925$ (答)。

32. 有冰糖13克,在石油中之重爲6.6克。求冰糖之比重!(但石油之比重0.8)。

圖. 冰糖對於石油之比重爲 $\frac{13}{13-6.6}=2.03$。

$\therefore$ 冰糖之比重 $=0.8\times2.03=1.624$ (答)。

33. 某固體在水中時,失其重量25克;在油中時,失其重量23克;在酒精中時,失其重量20克。求油及酒精之比重!

圖. 與固體同體積之水重爲25克。

與固體同積之油重爲23克。
與固體同積之酒精重爲20克。

$\therefore$ 油之比重 $= \dfrac{23}{25} = 0.92$ (答)。

酒精之比重 $= \dfrac{20}{25} = 0.80$ (答)。

34. 木片在空氣中重16克,繫以錘,而置於水中時,重6克。今已知錘在水中之重爲30克。問木片之比重若干?

解. 與物體同體積之水重爲 $30+16-6=40$ 克。

$\therefore$ 比重 $= \dfrac{16}{40} = 0.4$ (答)。

35. 以二液相混合,入於U形管中,自各液面至接觸面之高爲 h, h'。問二液之比重之比如何?

解. 設各液之比重爲 d, d',則得下式:——

$dh = d'h'$

$\therefore d:d' = h':h$ (答)。

36. 以石油與水同入於U形管中,自接觸面至各液面之高爲65 c.m.,52 c.m.。求石油之比重?

解. 設 $65=h$, $52=h'$, $d=1$ 則得下式:——

$1:d' = 65:52$。

$\therefore d' = \dfrac{52}{65} = 0.84$ (答)。

37. 試按比重之大小,將下列之物質順序列之!

鐵,鋁,白金,銅,銀,金。

解. 白金,金,銀,銅,鐵,鋁。

38. 問木材及砂糖之比重測定法各若何?

圖. *a.* 若木材較水爲重時,則先測其在空氣中之重,次測其在水中之重,而後由下式計算之。

設 W= 空氣中之重,W_1= 水中之重。

則木材之比重 $=\dfrac{W}{W-W_1}$ (答)。

b. 若木材較水輕時,則繫以錘,先測二者在水中之重,次測錘在水中之重,而後由下式計算之。

設 W'= 兩者在水中之重。

W''= 錘在水中之重。

則木材之比重 $=\dfrac{W}{W-(W'-W'')}$ (答)。

c. 若求砂糖之比重,須用不溶解砂糖之液;先測砂糖對於該液之比重,再以該液之比重乘之,卽得。

39. 重 m 克之物體在4°C之水中時,重 m' 克。求物體之密度及比重?

圖. 比重 $=\dfrac{m}{m-m'}$。

物體之體積 $=m-m'$ c.c.

故密度 $=\dfrac{m}{m-m'}$,克 (答)。

用C.G.S.制,則比重與密度之數值相同 (答)。

40. 比重0.8之液2.88克,與比重 1.3 之液50.7克相混合,問混合液之比重若干?

圖, 比重0.8之液之體積 $=\dfrac{28.8}{0.8}=36$ c.c.。

比重1.3之液之體積 $=\dfrac{50.7}{1.3}=39$ c.c.。

故混合液之體積 $=36+39=75$ c.c.。

$\therefore$ 比重 $=\dfrac{28.8+50.7}{75}=1.06$ (答)。

41. 以鐵塊浮於水銀面上,更自其上部注水,以能沒鐵塊爲止。設鐵塊在水中之部分爲 A,在水銀中之部分爲 B,試求其在水中與水銀中之體積之比!

(鐵之比重 = 7.8,水銀之比重 = 13.6。)

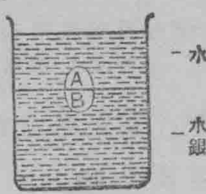
圖。設鐵塊在水中之體積爲 x,在水銀中之體積爲 y,

則鐵塊之重量 $=7.8(x+y)$

水銀之浮力 $=13.6\times y$

水之浮力 $=1\times x$

但鐵塊靜止時(如下圖,)其重量必等於水之浮力與水銀之浮力之和,



$\therefore 7.8(x+y)=13.6y+x$。

$\therefore \dfrac{x}{y}=\dfrac{5.8}{6.8}=\dfrac{29}{34}$ (答)。

42. 物體在空氣中重124克,在水中重108克,在某液中重98克,求某液之比重!

圖。物體在水中減少之量,爲與物體同體積之水量,卽 $(124-108)$ 克。

物體在液中減少之量,爲與物體同體積之液量,卽 $(124-98)$ 克。

故某液之比重 $=\dfrac{124-98}{124-108}=1.63$ (答)。

43. 有充水之玻璃瓶,其全重量為80克,今入以重12克之金屬,拭去其溢出之水後,重90.5克。求金屬之密度?

解. 密度 $=\dfrac{12}{12+80-90.5}=8$ (答)。

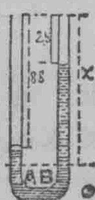
44. U形曲管,一方入以水銀,一方入以水,測其自管口至水銀面之距離為8寸8分,至水面之距離為2寸5分。問水柱之高幾何?又自管口至兩液接觸面之距離幾何?

解. 設兩液之接觸面為AB,自AB面至管口之距離為x寸,則自接觸面至水銀面之高,為$(x-8.8)$寸,至水面為$(x-2.5)$寸;因A,B兩點之壓力相等,故得下式:——

$(x-8.8):(x-2.5)=1:13.6,$

$\therefore x=9.3$ (答)。

$\therefore$ 水柱之高 $=9.3-2.5=6.8$寸。(答)。



45. 試求以銅500克,金750克所成合金之比重!(但銅之比重=8.9,金之比重=19.4。)

解. 設合金之比重為x,則得下式:——

$$\frac{500}{8.9}+\frac{750}{19.4}=\frac{500+750}{x}.$$

$\therefore x=13.2$ (答)。

46. 重7.55克之物體,在4°C之蒸餾水中,重5.17克;在甲液中重6.35克。問物體及甲液之比重各若何?

解. 物體之比重 $=\dfrac{7.55}{7.55-5.17}=3.18$ (答)。

甲液之比重 $=\dfrac{7.55-6.35}{7.55-5.17}=0.5$ (答)。

47. 以玻璃管所製之浮秤浮於水面時,則現出其長之$\frac{1}{2}$;浮於某液面時,則現出其長之$\frac{1}{3}$。求某液之比重!

圖. 設玻管之長 $=l$ c.m.

切面面積 $=S$ 平方糎。

某液之比重 $=x$

則水之浮力 $=\dfrac{l}{2}\times S$ 克 = 浮秤之重量。

液之浮力 $=\frac{2}{3}l\times S\times x$ 克 = 浮秤之重量。

$\therefore \dfrac{l}{2}\times S=\frac{2}{3}l\times S\times x$

$\therefore x=0.75$ (答)。

48. 有一浮秤,浮於比重0.6之液中,則沈至某度數,若浮於水中,令其仍至前之度數時,須加以 120 克之重。問浮秤之重若干?

圖. 設浮秤之重爲 x 克,則浮秤沈至某度數時,其所排除之液重(液之浮力)亦爲 x 克,故與此同體積之水重(水之浮力)爲 $(x\div0.6)$ 克。依題意而得下式:——

$\dfrac{x}{0.6}=x+120$ $\quad\therefore x=180$ 克 (答)。

49. 於比重0.6,體積70c.c.之木片上,置以比重 8 之黃銅,則全部沈於水中,問黃銅之體積若干?

圖. 黃銅之體積 $=V$ c.c.

黃銅之重量 $=8V$ 克。

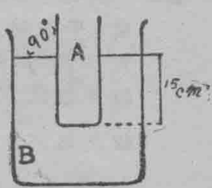
木片之重量 $=0.6\times70=42$ 克。

水及於木片黃銅之浮力 $=(70+V)\times 1$ 克。

$\therefore 70+V=8V+42$。

$V=4$ c.c. (答)。

50. 如下圖 A 為底面有孔之圓筒,以無重量之薄板抵其孔,而沈於 B 器之液中,至深 15 c.m.。緩緩注水銀於 A,水銀之重至 153 克時,薄板落下,致水銀漏於 B 器內。已知 A 之底面積為 10 平方糎。問 B 器之液之比重若干?



解. 設 B 器之液之比重 $=x$,則液及薄板上之上壓力為 $15\times 10\times x$ 克。因水銀漏出之瞬間,此壓力與水銀之重相等,故得下式:——

$15\times 10\times x=153$

$\therefore x=1.02$ (答)。

51. 試述脫里賽里氏噴水速度之定則?

解. 液體由容器上之小孔噴出時,其速度與物體由液面向小孔落下時之速度相等,此脫里賽里之定則也。設容器之側面 h c.m. 之深處有小孔時,其噴水之速度與物體由 h c.m. 之高處落下時之速度相等,即如下式:——

噴出速度 $=\sqrt{2gh}$

52. 有一水槽,下部通以導管,令水流出,設自水面出口之高為 10 米,問流水之速度若干?設出水口向上時,問水噴出之高若干?

解. 由前題之公式:

噴水速度 $=\sqrt{2\times 980\times 10\times 100}=2227$ 秒糎 (答)。

由理論上言之,水噴出之高與水面相等,即爲10米(答)。

7. 大氣之壓力 氣壓計

氣　壓	1. 等於水銀柱76 c.m. 所呈之壓力。 2. 1平方糎上之壓力強度 $=76\times13.596=1033.3$ 克之重量。

1. 問標準氣壓及於1平方吋之重爲若干磅?

圖. 76 c.m.=30吋。

故1平方吋上之水銀體積爲 $1\times30=30$ 立方吋。

但水之27.727立方吋爲1磅,

故水銀之27.727立方吋爲13.6磅。

故水銀30立方吋之重爲 $\frac{30}{27.727}\times13.6=14.7$ 磅(答)。

2. 問施於1平方吋上之氣壓爲若干瓩?

圖. 施於1平方糎之氣壓爲1033.3克,故1平方吋上之氣壓爲 $1033.3\times6.4=6.612$ 瓩(答)。

3. 設吾人身體之表面積爲1.2平方米時,問所受全氣壓若干?

圖. 1平方糎所受之氣壓爲1033.3克,故1.2平方米(即12000平方糎)所受之氣壓 $=1033.3$ 克 $\times12000=12399.6$ 瓩(答)。

4. 吾人身體所受之氣壓頗大,而不感重負者,何故?

圖. 人體內亦有氣壓,與外面之氣壓相等故也(答)。

5. 以管吸水,問其吸上高度之極限若何?

圖. 水所以上昇管內者,因管內之空氣被排出而爲眞空,外部之

氣壓即壓水使其上昇管內也。但氣壓為 1033.3 克,故其上昇之高度以達至 1033.3 c.m. 為極限。

6. 設暴風之時,大氣壓力自 76 c.m. 降至 72 c.m.。問 1 平方米上所受之壓力減少若干?

圖. 每平方糎減少之壓力 $=(76-72)\times 13.6=54.4$ 克。

故 1 平方米減少之壓力 $=54.4\times(100)^2=544$ 瓩 (答)。

7. 以口用力吮皮膚時,其部分充血者何故?

圖. 被吸之部分成眞空,其他部分受空氣之壓力,即將循環於體內之血液集中於所吸之部分。

8. 用厚紙蓋於盛水之杯上,而倒置之,放手而水不流出,試言其理!

圖. 此亦由於大氣之壓力,因大氣壓於紙面之力。較水壓於紙面之力為大故也。

9. 將麥得保半球 (Magdeburghemisphere) 密合時,若抽出其內部之空氣,則揭開甚難;通以空氣,則揭開甚易;其理安在?

圖. 抽出半球之空氣後,內部為眞空,外面仍受大氣之壓力,故難揭開。入以空氣。則內外之氣壓相平均,故易揭開。

10. 入某液體於下端較細之管內,若閉其較粗之上端,液卽不能下流;若開時,則液流出,何故?

圖. 閉管之上端,而液不落下者,以下面受大氣之壓力故也。若開其上端,則上端亦受氣壓之作用,上下之壓力相平均,液即流

出。

但管之下端若甚粗,雖閉其上端,而下口一部進氣,一部出液,故液得流出。

11. 設氣壓由761粍降至740粍時,問室內空氣減少之量若干?

圖. 空氣之體積卽由740膨漲至761,故空氣之減少量爲其全體積之$\frac{761-740}{740}=0.029=2.9\%$(答)。

12. 設最高處之空氣密度,亦與海面上之空氣密度相同,問其層之厚幾何?

圖. 海面上空氣之密度爲0.001293克,氣壓爲1033.3克,故任何處之空氣與海面上之空氣同一密度時其層之高爲

$\frac{1033.3}{0.001293}=7991$ 米(約)(答)。

13. 設氣壓表水銀柱之高爲750粍,問及於1平方糎上之氣壓若干?

圖. 水銀之密度$=13.596$克。

750粍$=75$糎。

故1平方糎上之氣壓爲$13.596\times75=1019.7$克(答)。

14. 以水代水銀,行脫里賽里之實驗,(Terricellian experiment)問水柱之高若干?

圖. 因1氣壓$=1033.3$克,水1 c.c.$=1$克,

故水柱之高$=1033.3$ c.m. $=10.333$米(答)。

15. 氣壓表之管不必同粗者,何故?

圖. 管內水銀所以靜止者,因容器內水銀所受氣壓之強度與管內（與容器內水銀面同高）之水銀面所受上部水銀之壓力強度相等故也。

但壓力之強度係就單位面積言之,與水銀柱之高有關係,與液之多少則無關係;故各管內水銀柱之高相同,即能與外氣之壓力相等,與管之粗細無關也。

16. 問晴雨表傾斜時,管內水銀之高,如何?

圖. 管雖傾斜,而水銀柱仍不變;因液體同高即呈同一之壓力,大氣之壓力不變,水銀柱之高亦不變也。(但管傾斜時,使水銀柱稍加長)。

17. 晴雨表之玻璃管,對於水平面爲30°之傾斜,管內水銀柱之長爲154 c.m.。問氣壓若何?

圖. 設水銀柱之高 $=h$ c.m.

由直角三角形之性質則得下式:——

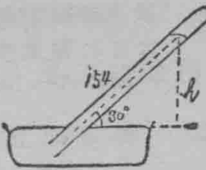
$154:h=2:1$

$\therefore h=\frac{154}{2}=77$ c.m.

或 $h=154\times\sin 30^\circ$

$\therefore h=77$ c.m.

即水銀柱77c.m.所呈之壓力(答)。



18. 晴雨表上部之眞空中,若入以少許之空氣,則水銀柱之高即爲60 c.m.。求管內空氣之壓力!(但當時之氣壓爲76 c.m.)。

圖. 未放入空氣時,水銀柱之高爲76 c.m;

放入空氣後,水銀柱之高爲60 c.m;

故管內空氣之壓力爲 $76-60=16$ c.m.,

卽水銀柱16 c.m.所呈之壓力也。

19. 設有兩端開放之曲管，在氣壓時，入以水銀至B，D之高。更連結A端於充有氣體之密閉器時，則水銀面各至C，E之高而靜止。今已知$BC=DE=2$ c.m.。問密閉器之氣體之壓力幾何？

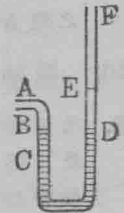


圖. 兩水銀面之高之差爲$BC+DE=4$ c.m.

∴所求之壓力$=76+4=80$ c.m.（答）。

20. 近於海面之兩地，其氣壓之差爲1 c.m.，問兩地之高之差爲若干？

圖. 大氣自上層至近海面處，若爲同一密度時，則其高約達8000米（見12問）。

故水銀柱1 c.m.約與$(8000\div76)$米相當，因近於海面之兩地，其大氣之密度相等，故其高之差爲

$8000\div76=108$米（約）（答）。

21. 輕氣球上昇之高，有一定制限者，何故？

圖. 上昇愈高，則空氣密度愈減，其浮力亦漸次減少，至浮力與輕氣球之重量相等時，則輕氣球不能再上昇矣。

22. 在空氣中之金屬球與玻璃球爲等重，問在眞空中如何？

圖. 金屬球之密度較玻璃球爲大，故其體積較玻璃球爲小，即其在空氣中所受浮力較玻璃球爲小，故在眞空中較玻璃球爲輕。

23. 以輕氣充於容積1000立方米之輕氣囊內,問其上昇力若干?

但囊及附屬品之總重量＝15瓩,

空氣1立(1000c.c.)之重量＝1.3克,

輕氣1立之重量＝0.09克。

圖. 1立方米＝1000立

故輕氣囊之總重量爲

$15000+0.09\times1000\times1000$ 克 $=105$ 瓩

空氣之浮力 $=1.3\times1000\times1000=1300$ 瓩,

$\therefore$ 上昇力 $=1300-105=1195$ 瓩 (答)。

24. 設有輕氣囊,其直徑爲10米。問充以輕氣後,能舉起重量若干?

又欲其上昇至8000米之高時,其重量之制限若何?

(但8000米高處之溫度爲攝氏零下50度,囊之體積終始不變)。

圖. (a) 囊之體積爲

$\frac{4}{3}\times\left(\frac{10}{2}\right)^3\times3.1416=524$ 立方米 $=524000$ 立。

由前題得其上昇力如下 (囊設爲無重量)

$1.3\times524000-0.09\times524000=634$ 瓩 (答)。

(b) 高差相同之二點,其輕氣壓之比大略相同;故高差爲1000米時,其氣壓之比爲 $\frac{15}{17}$。故8000米之高處所有之壓力爲

$760\times\left(\frac{15}{17}\right)^8=278$ 粍。

在$-50°C$,278耗時之空氣密度1立=0.58克。
因囊之體積不變,則輕氣之密度亦不變。
故上昇8000米時之極限重量爲
$(0.58-0.09)\times 52400=257$瓩(答)。

25. 用天秤測比重0.24之軟木塊之重量,得12克。今知天秤上所用法碼之比重爲8.5,空氣1立之重爲1.2克。問軟木之眞重若干?

圖. 軟木與法碼所受之空氣浮力之差爲

$$1.2\times\frac{1}{1000}\times\left(\frac{12}{0.24}-\frac{12}{8.5}\right)=0.058\text{ 克。}$$

故軟木之眞重=12克+0.058克=12.058克(答)。

26. 下列三項有錯誤否?試訂正之。

a. 大氣之壓力者,卽$(13.6\times 76)=1033.6$克也。

b. 作用於1克,物體之重力爲450爾(erg)。

c. 器中之水及於其器底之壓力強度,與器形無關;有多量之水者,壓力之強度卽大。

圖. *a*. 大氣壓力每平方糎爲$13.6\times 76=1033.6$克之重。
b. 作用於1克物體之重力爲980達(dyne)。
c. 器中之水及於其底之壓力強度與器形無關,與液之深爲正比例。

27. 問阿乃羅晴雨計(Aneroid barometer)之構造如何?

圖. 阿乃羅晴雨計之要部,係用極薄而有彈性之金屬板造成之

盒。盒面有凹凸之濤,盒內爲眞空,常隨大氣之壓力而變其狀。卽氣壓大時其面凹,氣壓小時其面凸,並由槓桿之作用,使此運動增大,而傳於指針。指針卽運動於刻度之圓弧上以表示氣壓之大小。

28. 問晴雨表之用法如何?

答. 空氣乾燥,則表中水銀柱上昇,爲晴天之徵。空氣濕潤,則水銀柱下降,爲雨天之徵。又其昇降甚速時,爲暴風之預兆。

29. 設有一直立之鐵圓柱,其及於柱底之壓力與同面積上之大氣壓力相等,求圓柱之長。

(但大氣壓力爲水銀柱76 c.m., 水銀之比重爲13.6, 鐵之比重爲7.8)。

答. 大氣之壓力爲水銀柱76 c.m.,今鐵柱亦呈水銀柱 76 c.m. 之壓力,因兩柱所呈之壓力相同時,其高與兩柱之比重爲反比例,設鐵柱之高爲 xc.m.,則得下式:——

$$76 : x = 7.8 : 13.6$$

$$\therefore x = \frac{76\times 13.6}{7.8} = 132.5 \text{ c.m. (答)}.$$

30. *a*. 長1米許之玻璃管入以水銀,倒立於水銀槽中,則管內之水銀柱稍稍降下,而後靜止。其理若何?

b. 設由下口入少許醇精 (Ether) 於(*a*)管內,則醇精立卽氣化,水銀柱又稍降下。其理若何?

c. 將(*b*)之管傾斜時,呈何現象?

答. *a*. 及於水銀槽之大氣壓力普通爲76 c.m., 但管長1米許,故

管內水銀稍下降,至高 76 c.m. 即靜止。

b. 醇精氣化後,充滿於管內之眞空,以增大眞空之壓力,使水銀柱又稍降下。

c. 管雖傾斜,而水銀柱之高不變。

31. 充輕氣於橡皮球,而放之空中,初則上昇甚高,繼則停止上昇,終乃降下。其理若何?

圖. 與球同體積之空氣重量,(卽空氣之浮力)較球之全重量爲大,故上昇。繼因高處之空氣稀薄,浮力減少,至與球之重量相等,則停止上昇。終則與球內之輕氣與球外之空氣由滲透作用,輕氣之量減少,隨有少量之空氣進入球內,球卽縮小而漸重,至其重量較空氣之浮力大時,卽行落下。

32. 取一極正確之天秤,以金塊載於其一端之盤,又於他端之盤載以黃銅之法碼,而令其兩端平衡。問將此天秤置於水中或輕氣中時,所呈之現象及其理若何?

圖. *a*. 金塊與黃銅之法碼爲同質量,但其體積與密度爲反比例,故金塊小,而黃銅大。在水中時,金塊所受之浮力較黃銅爲小;故金塊在水中之重量較黃銅爲大,卽載有金塊之盤下降。

b. 在空氣中時,金塊黃銅同受空氣之浮力。但黃銅之體積較金塊爲大,其所受浮力亦大。移天秤於眞空中時,黃銅之盤下降。今知天秤由空氣漸次移於密度小之氣體中,黃銅之盤卽漸次降下;故由空氣移爲密度最小之輕氣中,則黃銅之盤下降。

33. 有絹製之輕氣囊,其空時之重爲 62.5 瓩。今入以比重 $\frac{1}{13}$ 之不純輕氣時,問此輕氣囊能起重若干?(但絹

1平方米之重爲0.25瓩,空氣1立方米之重爲1.29瓩。)

圖. 設球之半徑爲r米,則其表面積爲$4\pi r^2=\dfrac{62.5}{0.25}=250$平方米,

$$\therefore r=\sqrt{\frac{250}{4\pi}}。$$

故球之體積 $=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{\frac{250}{4\pi}}\right)^3=3$ 立方米。

但輕氣囊所起之重,即由其全體之重減去同體積空氣之重,

即 1.29 瓩 $\times\left(1-\frac{1}{13}\right)\times373-62.5$ 瓩 $=346.7$ 瓩(答)。

34. 於輕氣囊內充以輕氣,其直徑爲10米,問能起重若干?

但空氣1c.c.之重爲0.0013克,輕氣對於空氣之比重爲$\frac{1}{13}$,囊之重1平方米爲250克,$\pi=\dfrac{22}{7}$。

圖. 由前題,$r=\dfrac{10}{2}$米,

以1.3瓩代前題之1.29,

以 $4\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{10}{2}\right)^2\times0.25$ 瓩代前題之62.5瓩,則輕氣囊能起之重爲 $\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{10}{2}\right)^3\times1.3-\left\{4\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{10}{2}\right)^2\times0.25+\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{10}{2}\right)^3\times\frac{1}{13}\right\}=550$ 瓩(答)。

8. 波義耳之定律(*Boyle's law*)

a.	溫度一定時,定質量之氣體之體積與其壓力爲反比例。
b.	溫度一定時,氣體之質量若爲一定,其壓力與體積相乘之積亦爲一定。
c.	溫度一定時定質量之氣體之密度與其壓力爲正比例。

1. 壓力73 cm. 時,空氣之體積爲10立。問壓力 76 cm. 時,其體積爲若干立?

圖. 設所求之體積爲V立,則由波義耳之定律,而得下式:——

$73:76=V:10$

$\therefore V=9.6$ 立 (答)。

2. 壓力76 cm. 時,輕氣之體積爲1立。問欲令其變爲800 c.c.之體積時,應加以壓力若干?

圖. 設所求之壓力爲p cm.,則得下式:——

$1000:800=p:76,$

$\therefore p=95$ cm. (答)。

3. 凡氣體之1克分子,在0°C.1氣壓時之體積爲22.4立。問在0°C,壓力50 cm.時,1克分子之體積爲若干立?

圖. $22.4\times\frac{76}{50}=34.048$ 立 (答)。

4. 設有容積100立之筒,入以150氣壓之養氣,問其重量增加若干?

圖. 養氣在標準狀況(0°C., 1氣壓)時之密度爲1立 = 1.429 克。故在150氣壓時,養氣之密度爲1.429×150 克。
故養氣100立之重量爲
$1.429\times100\times150=21435$ 克 (答)。

5. 入少量空氣於氣壓表上部之眞空內,則 76 cm. 之水銀柱降至 25 cm.。問管內空氣之壓力幾何?

圖. 76 cm. − 25 cm. = 51 cm. (答)。

6. 於脫里賽里之眞空中,入以膨脹1000倍之空氣少許,問水銀柱之變化如何?

圖. 眞空中空氣之壓力爲
$760\times\frac{1}{1000}=0.76$ 粍。
卽水銀柱降下 0.76 粍 (答)。

7. 設有盛水之U形管,將其一端連接於煤氣管時,則兩水面之差爲12 cm.。求煤氣之壓力!
(但此時之氣壓爲75 cm.。)

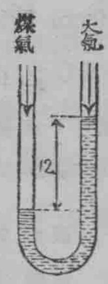


圖. 煤氣之壓力 $=75+\frac{12}{13.6}=75.9$ cm. (答)。

8. 入水銀於連通管後,將其一方之管距水銀面10 cm. 之同處閉塞之;(仍其含有空氣之原狀。)後加壓力於他方之水銀面,以壓縮此密閉之空氣,至兩水銀面之高相差爲16 cm.時。問所加之壓力若干?

圖。兩水銀面相差 16 cm. 時,則密閉管中之水銀柱必上昇 $16\div 2=8$ cm.。

故密閉之空氣體積為其原體積之 $\frac{10-8}{10}=\frac{1}{5}$。

由波義耳定律,可知密閉之空氣所受之壓力為其原壓力之 5 倍。若原壓力為 1 氣壓,則所加之壓力即為 4 氣壓。

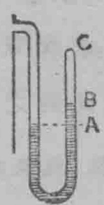
9. 於高出海面 3732 米之山頂,測知其氣壓為 490 粍,求空氣之密度。

圖。空氣之密度,在壓力 760 粍時,1 立為 1.293 克,

故在 490 粍時為 $1.293\times\frac{490}{760}=0.702$ 克 (答)。

10. 如圖,連結壓力表於盛有氣體之器中,若器中之壓力為 1 氣壓,則兩水銀面為水平。今水銀面之差 AB 為 10 cm. 時,問器中之壓力若干?

(但 BC 之長為 20 cm.。)



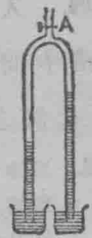
圖。1 氣壓時,密閉於管內之空氣體積為 $BC+\frac{AB}{2}=20+\frac{10}{2}=25$ cm.。今其體積減為 20 cm.,故其所受壓力為 $\frac{25}{20}=1.25$ 氣壓 (答)。

11. 如圖,將管之兩端各插於容器內之液中,從上方 A 吸出管內空氣之一部,液即上入管內。但此時兩液之高與其密度為反比例,其理若何?

解. 管內之氣壓相同,故二液柱之底壓力相等。設左右兩液之密度為 d_1, d_2, 其液柱之高為 h_1, h_2, 則得下式:——

$d_1 h_1 = d_2 h_2$,

$\therefore h_1 : h_2 = d_2 : d_1$。



12. 圓筒上之活塞直徑為20 c.m.。欲壓縮筒內之空氣,令其體積為其原體積之 $\frac{1}{2}$ 時,問活塞上當加以壓力若干?又欲膨脹其體積至其原體積之2倍時,應如何?

解. 活塞不動時之壓力若為1氣壓,則欲壓縮其體積為 $\frac{1}{2}$ 時,須2氣壓;則所加於活塞之壓力為1氣壓。故加於活塞之全壓力為

1033.3 克 $\times \left(\frac{20}{2}\right)^2 \times 3.1416 = 325$ 瓩 (答)。

若欲2倍其體積,則須以 $\frac{325}{2}$ 瓩之力,向上方抽出其活塞(答)。

13. 將兩端開放之長玻璃管插於水銀槽中,然後提上 10 cm.,而塞其上口。若更提上, 70 cm., 卽由管之上端至槽內之水銀面為 80 cm. 時,則管內水銀面較槽內高 50 cm.。問其時之氣壓若干?

解. 由管之上端至槽內之水銀面為 80 cm.,而管內水銀面較槽內高 50 cm.,故其時管內氣體所佔之管長為 $80-50=30$ cm.。設氣壓為 h cm.,則管內氣體之壓力為 $h \times \frac{10}{30} = \frac{h}{3}$ cm.,

$\therefore \frac{h}{3} = h - 50$, $\qquad \therefore h = 75$ cm. (答)。

14. 入50 cm. 之水銀於長一米之玻璃管倒立於水銀槽中,問管內水銀柱之高若干?

(但大氣之壓力76 cm.。)

圖. 設水銀柱之高 = h cm., 管內空氣之壓力 = p cm., 則得下式:——

$(100-h)p=50\times 76$. ………………………(1)

$h+p=76$. ………………………(2)

$$\therefore \left.\begin{array}{l} h=25.15 \text{ cm.} \\ p=51 \text{ cm.} \end{array}\right\} \text{(答)。}$$

15. 將長 20 cm. 之試管倒立於水銀槽中,若欲令管內空氣之體積減半,問應將試管壓下若干?

圖. 欲令管內氣體之體積減半,則作用於管內空氣之壓力自當2倍於前。但前爲1氣壓,故須將試管之中點壓至水銀內76 cm. 之深處;又管口更深10 cm.。故壓下之深爲 76+10=86 cm. (答)。

16. 將長 10 cm. 之試管倒插於水中,則管內之水面距上端爲4 cm., 問水深若干?

圖. 1氣壓時,管內空氣之體積爲 10 cm.。今其體積爲 4 cm., 設管內空氣所受之壓力爲 p cm.,則得下式:——

$10:4=p:1$,

$\therefore p=2.5$ 氣壓。

然水面上大氣之壓力爲1氣壓;故管內空氣受於水之壓力爲 $(2.5-1).=1.5$ 氣壓。但水深 1033.3 cm. 所呈之壓力爲1氣壓。故所求之水深爲 $1033.3\times 1.5=15.5$ 米 (答)。

17. 有一氣泡在水內10米深處,問此氣泡來至水面

時。其體積增加若干倍？

圖. 10米深處之壓力,爲水銀柱 76 cm. 所呈之壓力與10米深之水所呈之壓力之和。但10米深之水所呈之壓力約爲1氣壓,故氣泡所受之壓力爲2氣壓。今此氣泡來至水面時,則僅受1氣壓。故其體積爲前之2倍(答)。

18. 膀胱內有5立之氣體,問沈於水內10米之深處時,其體積若何？

(但膀胱未沈至水中時,受1氣壓之壓力。)

圖. 與前題相反,沈至水內10米之深處時,膀胱所受之壓力爲2氣壓。故其體積爲 $5\div2=2.5$ 立(答)。

19. 放入空氣於膀胱內,繫以適當之錘,而沈於海水中;在淺處則上浮,深處則沈。問其理及其深若何？

圖. 膀胱內空氣之壓力與外壓相同設膀胱內空氣此時之體積爲 V 立,膀胱沈下時之海水深爲 S 米。

因淡水10米深處之壓力爲2氣壓,海水 S 米深處之壓力爲 $1+\frac{1.02\times S}{10}=1+0.102S$ 氣壓。故此處空氣之體積爲 $\frac{V}{1+0.102S}$ 立。海水之浮力爲

$$\frac{1.02V}{1+0.102S}\text{ 瓩。}$$

上式內之 S 愈大,則浮力愈小。設膀胱上所繫之錘爲 p 瓩,則得下式:——

$$\frac{1.02V}{1+0.102S}=p,$$

$$\therefore S=\left(\frac{10V}{p}-\frac{1}{0.102}\right)\text{ 米}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{不浮不沈}$$

$$S>\left(\frac{10V}{p}-\frac{1}{0.102}\right)\text{ 米}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{沈}$$

$$S<\left(\frac{10V}{p}-\frac{1}{0.102}\right)\text{米}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{浮}$$

20. 依波義耳之實驗,盛有空氣之閉管內之水銀面較開管內之水銀面低 10 cm.,問閉管內之氣壓若干?

圖. 外部之氣壓爲 76 cm., 故閉管內之氣壓爲 76+10=86 cm. (答)。

21. 由波義耳之定律,溫度一定時,氣體之密度與壓力爲正比例,試證明之。

圖. 設氣體之質量 $=m$, 壓力 $=p$, 體積 $=V$, 密度 $=d$。
若壓力變爲 p', 則體積爲 V', 密度爲 d',
則 $pV=p'V'$
但 $V=\frac{m}{d}$, $V'=\frac{m}{d'}$;
$\therefore p\times\frac{m}{d}=p'\times\frac{m}{d'}$,
$\therefore \frac{p}{d}=\frac{p'}{d'}$。

22. 二氧化碳在溫度0°C.,氣壓5時之體積爲100立,求其質量。

圖. 0°C.,1氣壓時,100立之二氧化碳之質量爲 $0.001965\times1000\times100$ $=196.5$ 克。
因密度與壓力爲正比,
故質量 $=196.5\times5=982.5$ 克 (答)。

23. 有標準溫壓(溫度0°C.,氣壓1)之養氣200立,問加以10氣壓之壓力時,其密度如何?

圖. 在標準溫壓時養氣之密度爲0.001429,

∴所求之密度$=0.001429\times10=0.01429$(答)。

24. 英人古來斜曾云:『輕氣球達10000米高時,其氣壓爲 18 cm.』,若吾人在平地時,吸入一次之空氣,問在10000米高之輕氣球上,當吸入若干次?

圖. 平地上之氣壓爲76 cm.,其密度爲0.001293立方糎。故18 cm.之壓力時,其密度爲$0.001293\times\frac{18}{76}$立方糎。

因密度與壓力爲正比例,故平地之空氣密度與10000米高處空氣之密度之比爲$76:18=4.2$。即在平地吸入一次之空氣,在10000米之高處時,約吸四次(答)。

25. 證明波義耳定律之方法如何?

圖. 取如圖之曲玻璃管注以水銀,待兩邊之水銀面同高時,更於長管之邊加以水銀;若兩邊水銀面之差與其時氣壓表之水銀柱同高,則短管內空氣之體積必減其半;若兩邊水銀面之差爲氣壓表水銀柱之2倍時,則短管內空氣之體積爲其原體積之$\frac{1}{3}$。

26. 壓力760 mm.時,有體積200 c.c.之空氣。設其溫度不變,而壓力變爲400 mm.時之體積若干?

圖. 設所求之體積爲V,由波義耳之定律,而得下式:—

$400V=760\times200$,

$\therefore V=380$ c.c.(答)。

27. 室內之溫度不變,而氣壓由770粍降至760粍,問

室內之空氣逸出若干?

解. 溫度不變時,氣體之密度與壓力為正比。故前後之密度之比為77:76。

又體積不變時,氣體之質量與密度為正比。故其前後之質量之比亦為77:76。

故空氣逸出之質量,為其原質量之 $\frac{77-76}{77}=\frac{1}{77}$ (答)。

28. 氣壓 76 cm. 時,空氣之體積為 650 c.c.。問壓力72 cm. 時,有若干 c.c.?

解. 設所求之體積為 V c.c.則得下式:——

$$72V=76\times 650,$$

$$\therefore V=686 \text{ c.c.} \text{ (答)。}$$

29. 設空氣與輕氣之溫度及容積均相同。若輕氣為1氣壓時,問空氣為若干氣壓?

(但輕氣之密度:空氣之密度 =90:1293。)

解. 設所求之壓力 $=p$,

則 $p=1\times\frac{90}{1293}=0.07$ 氣壓(答)。

30. 氣壓720粍,溫度12°時,求空氣1立方米之質量。(空氣之密度為0.001293。)

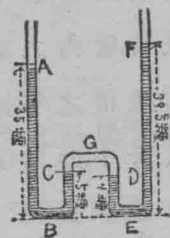
解. 標準溫壓時,此1立方米之空氣之體積為 $1\times\frac{720}{760}\times\frac{273}{273+12}$ 立方米。

但1立方米 =1000000 c.c.,

故所求之質量如下:——

$$1\times1000000\times\frac{720}{760}\times\frac{273}{273+12}\times0.001293\text{ 克}=1173\text{ 克 (答)。}$$

31. 如圖,垂直之玻璃管 ABC 部內爲硫酸銅溶液,FDE 部內爲水,CGD 部內爲空氣。



其高 $AB=35$ cm.,

$CB=5$ cm.,

$FE=38.5$ cm.,

$DE=4$ cm.。

問硫酸銅溶液之密度若何?

又 CGD 內空氣之壓力若何?

(但大氣之壓力爲 76 cm.,水銀之比重爲 13.6。)

圖。 今以水柱之高,表 CGD 內空氣之壓力,爲 $38.5-4=34.5$ cm.。

硫酸銅液柱之高爲 $35-5=30$ cm.。

因兩壓力相等,故若硫酸銅溶液之密度爲 d,水之密度爲 1 時,則得下式:——

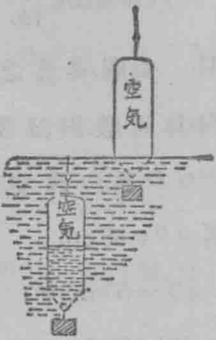
$$34.5\times1=30\times d,$$

$$\therefore d=\frac{34.5}{30}=1.15\text{ (答)。}$$

又 CGD 部內空氣之壓力,爲外氣之壓力與水柱 34.5 cm. 之壓力之和。若以水銀柱表之,則爲

$$76+\frac{34.5}{13.6}=78.54\text{ cm. (答)。}$$

32. 閉管之口上,繫以重錘,而沈於海底。提上驗之,知其在海底時,管內之空氣被壓縮,而減其體積之半。換言之,海水曾侵入管中,而佔其容積之半。問海水之深幾何?



(但海水之比重=1.02。)

圖. 由波義耳之定律,知管在海底時,管內空氣所受之壓力爲2氣壓,故海水所呈之壓力爲1氣壓。故海水之深爲

$$\frac{76\times 13.596}{1.02}=1013\text{ cm. (答)。}$$

33. 倒立試管,插至水面下2米之深處,問管內空氣之密度幾何?

圖. 設水面上空氣之密度爲1,水面下2米之深處空氣之密度爲x,則水面下2米之深處管內空氣所受之壓力爲

$$\left(76+\frac{200}{13.6}\right)\text{ cm.。}$$

因氣體之密度與壓力爲正比例,則得下式:—

$$76:\left(76+\frac{200}{13.6}\right)=1:x,$$

$\therefore x=1.2$ 倍(約)(答)。

34. 將長20 cm.之試管倒插於水底,水卽進入管內至2 cm.之高,求水之深。

(但氣壓爲76 cm.,水銀之比重爲13.6。)

解 1氣壓時,空氣柱高 20 cm.;在水底時,空氣柱高 18 cm.。故管內空氣所受之壓力為 $1\times\frac{20}{18}=1\frac{1}{9}$ 氣壓。

因大氣之壓力為 1,故水之壓力為

$1\frac{1}{9}-1=\frac{1}{9}$ 氣壓。故所求水之深為

$\frac{1}{9}\times76\times13.6=115$ cm. (答)。

35. 將長 1 米之圓筒,倒插於深 76 米之海底,問海水侵入圓筒內之高幾何?

(但大氣之壓力為 1 氣壓,水銀之比重為 13.6,海水之比重為 1.03。)

解 在 76 米之海底,筒內空氣所受之壓力為

$1+\frac{7600+1.03}{76\times13.6}=8.57$ 氣壓。

因 1 氣壓時,氣柱之長為 1 米,則 8.57 氣壓時,氣柱之長為

1 米 $\times\frac{1}{8.57}=11.7$ cm.。

故海水侵入管內之高為 $100-11.7=88.3$ cm. (答)。

36. 將長 80 cm. 之直圓筒倒插於水中,至筒底在水面上 7 cm. 時,水侵入筒內之高為 5 cm.。求大氣之壓力。

解 設氣柱高 80 cm. 為 1 氣壓;氣柱高 $80-5=75$ cm.,為 p 氣壓;自波義耳之定律,則得下式:——

$p\times75=1\times80$,

$\therefore\ p=\frac{16}{15}$ 氣壓。

但水所呈之壓力為 $80-7=73$ cm.,

即 $\frac{73}{1033}$ 氣壓。故所求之氣壓為

$\frac{16}{15}-\frac{73}{1033}=1.018$ 氣壓(答)。

9. 吸管 (*Siphon*)　喞筒 (*Pump*)

空氣喞筒　空氣之抵抗

1. 試說明吸管之構造及其用法!

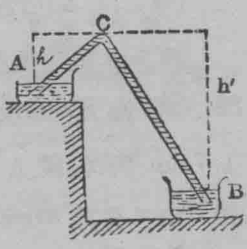
圖. 吸管係一具長短兩臂之曲管(如圖),欲移高處之液於低處時用之。用時,先盛液滿於管內,次將其短臂插於 A 器中,則液即由 A 器陸續移入 B 器。

今設想管之最高部 C 處爲隔壁,由左右兩臂作用於 C 之壓力爲 p 與 p',作用於 A, B 兩器之液面之大氣壓力同爲 P,則得下式:——

$p=P'-$(液柱 h 高時所呈之壓力),

$p'=P-$(液柱 h' 高時所呈之壓力),

$\therefore p-p'=$ {液柱 $(h'-h)$ 高時所呈之壓力};



$\therefore p>p'$ 卽左方之壓力較右方爲大。

故 A 器中之液漸次移於 B 器中,至 $h'-h=0$ 時,卽停止。

2. 吸管有不能應用之時乎?試詳述之。

圖. *a.* 管之彎曲部,較器內之水面高至 1033.3 cm. 以上時,則不能吸上器內之液。

b. 一方之管口與器內之液面爲水平時,則不能應用。

3. 吸管在眞空中能應用否?試言其理。

圖. 因利用氣壓,液體乃能昇於吸管。真空中無氣壓,故不能應用。

4. 有一吸管;其切口面積為 1 平方糎,長臂 70 cm., 短臂 20 cm.。今將短臂插於水內 10 cm. 之深時,問水最初流出之壓力幾何?

圖. 短臂露出水面之長為 20−10=10 cm., 兩臂之長相差為 70−10=60 cm., 故水最初流出之壓力為 60 克 (答)。

5. 喞筒吸水之高,有限度否?

圖. 喞筒能吸水,係由氣壓之作用,故其最高度不能超過 1033.3 cm. (10米) 以上。

6. 氣壓 76 cm. 時,利用吸上喞筒以吸比重 1.7 之液,問吸上之高幾何?

圖. 氣壓 76 cm. 時,用喞筒吸比重 1 之水至高為 1033.3 cm.。今此液之比重為 1.7, 因吸上之高與比重為反比例,故吸上之高 $=\frac{1033.3}{1.7}=608$ cm. (答)。

7. 利用吸上喞筒,其初筒內空氣尚未完全抽出,而水僅昇至導管中 3 米之高處。問筒內所留空氣之壓力幾何?

圖. 筒內所留空氣之壓力等於 7 米高之水柱所呈之壓力,即 700 克 (答)。

8. 設有抽氣機(亦稱空氣喞筒),其玻璃鐘之容積為 V, 圓筒之容積為 v, 鐘內空氣最初之密度為 d。將

活塞上下移動至 n 次後,鐘內空氣之密度爲$\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ $\times d$。試證明之。

圖. 設活塞由圓筒之底部抽上時,鐘內空氣之體積脹大爲 $V+v$。若此時之壓力爲 p' 最初之壓力爲 p,由波義耳之定律 $pV=p'(V+v)$ 得式如下:——

$$\therefore\ p'=p\frac{V}{V+v}$$

設第二次抽上活塞時之壓力爲 p'',同理。

$$p''=p'\frac{V}{V+v}=p\left(\frac{V}{V+v}\right)^2$$

同理第 n 次抽上活塞時之壓力爲 p_n,則

$$p_n=p\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

因密度與壓力爲正比例.設活塞上下 n 次後之密度爲 d_n,故

$$d_n=d\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\text{ (答)。}$$

9. 設有容積 1500 c.c. 之鐘,其內充以 1 c.c. 爲 0.001293 克之空氣,今欲令鐘內空氣之密度減爲原密度之 $\frac{1}{5}$,問應從鐘內抽出空氣若干克?

圖. 欲減其密度爲 $\frac{1}{5}$ 時,必須抽出鐘內空氣之 $\frac{4}{5}$,卽

$$0.001293\times1500\times\frac{4}{5}=1.55\text{ 克 (答)。}$$

10. 設有空氣唧筒,其圓筒之容積爲鐘之容積之 $\frac{1}{10}$。上下其活塞 2 次後,問鐘內空氣之壓力幾何?(但空氣最初之壓力爲 1 壓氣。)

圖. 上下其活塞至 n 次後,鐘內空氣之壓力 $p_n=p\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$,故2次上下其活塞後,鐘內空氣之壓力

$p_2=1$ 氣壓 $\times\left(\frac{1}{1+\frac{1}{10}}\right)^2=0.826$ 氣壓 (答)。

11. 設有空氣喞筒其圓筒之直徑為 10 cm., 活塞上下之距離為 30 cm., 鐘之容積為 10 立。問一次抽上其活塞後,鐘內之壓力若干?

圖. 圓筒之容積 $=\left(\frac{10}{2}\right)^2\times3.1416\times30=2.3562$ 立。

所求之壓力 $=1\times\frac{10}{10+2.3562}=0.809$ 氣壓 (答)。

12. 用空氣喞筒時,上下其活塞於圓筒之全部者為有利,試言其理。

圖. 由公式 $d_n=d\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$

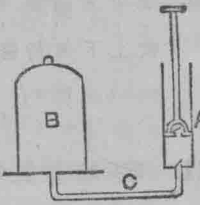
上下其活塞於圓筒全部時,則 v 甚大,卽 $\left(\frac{V}{V+v}\right)$ 之值甚小,故排氣作用甚大。

且活塞下之空氣壓力,較大氣壓力為大時,始能壓開活塞上之瓣,故須令活塞密接於圓筒之下部,以壓縮其空氣,而增大其壓力。

13. 試說明抽氣機之構造及其理由。

圖. 抽氣機者,利用氣體之膨脹性以排去密閉器內之氣體之裝置也。下圖 A 為具有活塞之圓筒,活塞與圓筒之底均有向上開放之瓣,B 為盛有氣體之玻璃鐘,C 為連 A B 之管。壓下活塞至筒底時,則筒底之活瓣閉,活塞上之活瓣開,筒內之空氣

卽至活塞以上。次抽上活塞時,鐘內之空氣即由膨脹性以衝開圓筒之底瓣,而入於其內。經活塞上下之次數愈多,則鐘內之空氣愈稀薄。



14. 用抽氣機終不能得眞空,其理若何?試列舉之。

圖. (1) 由 $p'_n = p\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ 式

$1 > \frac{V}{V+v} > 0$ n 爲正整數。

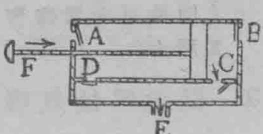
故知 n 愈大, $\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$ 愈小,但不至爲零。故活塞上下之次數愈多,而鐘內空氣之密度愈小,但不能成眞空。

(2) 附屬於圓筒與活塞之活瓣,皆有一定之重量,故鐘內空氣壓力減小,至不能抗活瓣之重時,則排氣之作用卽行停止。

(3) 活塞與筒底相接,其間必有多少之空隙。此虛隙內之空氣擴散於圓筒全部之壓力,至與鐘內空氣之壓力相等時,則排氣之作用卽行停止。

15. 試說明風箱之作用。

圖. 如圖,將 F 柄向裏推時,則 A 開而 B 閉,C 開而 D 閉;空氣卽由 E 口放出。向外抽時,則 B 開而 A 閉,D 開而 C 閉;空氣亦由E口放出。故以風箱接於火爐,卽可藉其氣,使火盛燃。

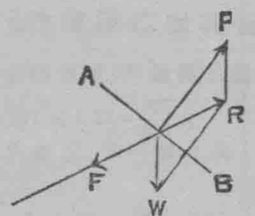


16. 同質量之羽毛及鉛彈,在空氣中落下時,有何差異?

圖. 在眞空中落下時,其加速度相同,故同時落於地面。在空氣中時,因接觸於空氣之表面積不同,其受於空氣之抵抗亦異;故鉛彈之落下較速。羽毛之表面積較大,其落下亦較遲。

17. 紙鳶,飛機等能支持於空中,其理安在?

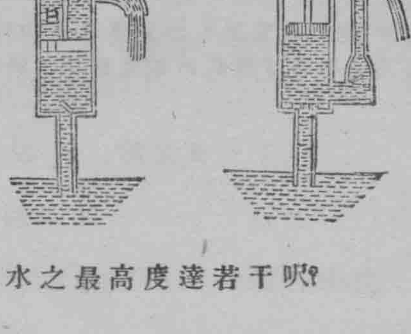
圖. 如右圖:A B 爲紙鳶之面,W 爲紙鳶之重,P 爲風之抵抗力,R 爲 P 與 W 之合力。R 向上方傾斜,故紙鳶上昇。F 爲線之張力,與 R 相等時,紙鳶卽在空中不動。若風之抵抗力 P 愈大,則其上昇力愈增。



飛機係由推進機而前進,空氣壓飛機兩翼之下面,由其向上之分力得支持其重於空中。

18. 問吸上喞筒與壓上喞筒之構造各若何?

圖. 下圖甲爲吸上喞筒,由一圓筒,一活塞,二活瓣而成。圓筒上之活瓣與活塞上之活瓣均向上方開。下圖乙爲壓上喞筒,其構造與吸上喞筒略同,惟其活塞上無活瓣,而活瓣在筒側之出水口上。



19. 問吸上喞筒吸水之最高度達若干呎?

答. 由問題6,喞筒吸水之最高度爲10.33,米卽 1033÷30.4=34 呎(約)(答)。

20. 用吸上喞筒從井中吸水,問井深之限度爲若干呎?

(但其地之氣壓爲720粍。)

答. 氣壓760粍時,吸水之最高限度爲34呎,故所求井之深爲$34\times\frac{720}{760}=32.2$呎(約)(答)。

熱學之部

1. 溫度 熱 比熱 熱容量

熱 (Heat)	熱者由物體分子之振動而所生之運動能也。物體之分子運動激烈時則溫,緩慢時則冷。
溫度	溫度係表寒暖昇降所用之語。溫度之高低常由同一物體所含熱量之多少而分。
	C＝攝氏表之度數, T＝絕對溫度, F＝華氏表之度數。 $C=\frac{5}{9}(F-32)$, $T=C+273$。
比熱	一定質量之物體上昇1度所需之熱量,與同質量之水上昇1度所需熱量之比也。
熱容量	物體之溫度上昇1度所要之熱量,曰其物體之熱容量。

1. 水銀溫度計與酒精溫度計所測溫度之範圍各若何?

圖. 水銀與酒精之冰點沸點各不相同,卽水銀溫度計所測之溫度自 $-39°$ 至 $+350°$; 酒精溫度計所測之溫度自 $-130°$ 至 $+78°$。若超出此範圍,則計內之水銀或酒精非凝結即沸騰,不能應用矣。

2. 空氣溫度普通爲37°C., 問爲F若干度?

圖. $37°\times\frac{9}{5}+32°=98.6$ F (答)。

3. 攝氏計與華氏計之溫度相同時爲若干度?

圖. 設所求之度數爲x°C.,

則$\left(\frac{9}{5}x+32\right)$°F,

依題意,得下式:——

$$\frac{9}{5}x+32=x$$

$\therefore x=-40°$ (答)。

4. 體溫計內之水銀昇而不降者何也?

圖. 體溫計卽最高溫度計,其管與球相連之處甚細而彎曲。溫度高時,水銀卽通過此彎曲之處而上昇;溫度下降時,水銀至此卽止,而殘留水銀線於管內。

5. 問溫度與熱之區別如何?

圖. 溫度係表物體之寒暖度數時所用之語物體之溫度所以有昇降者,因物體內之熱常有出入故也。例如加多量之熱於物體時,則其溫度上昇;由物體取出多量之熱時,其溫度下降是也。但質量種類不同之二物體內,雖加減以同量之熱,其溫度之昇降不能相同。換言之,溫度者所以表物體之寒暖狀態,不能表熱量之多少。

6. 凡難暖之物亦難冷,其理若何?

圖. 難暖之物體,卽熱容量大之物體,故不加以多量之熱,其溫度不易上昇。但旣熱之後,不放散多量之熱,其溫度亦不易下降。

7. 同容積之水與水銀昇至同溫度時所需熱量之比如何?

圖. 水銀之比重 =13.6, 比熱 =0.0333,

故所求之熱量之比如下:——

$$1:13.6\times0.0333=1:0.45=100:45$$ (答)。

8. 有同體積之銅塊與鋁塊,其熱容量之比如何?

圖. 銅之比重 $=8.9$, 比熱 $=0.091$;
鋁之比重 $=2.7$, 比熱 $=0.214$;
故所求熱容量之比如下:——
$8.9\times0.091:2.7\times0.214=81:58$ (答)。

9. 湯婆子(瓷器內充以熱水,用以暖被服等。)內用水時,其效果最大者,何也?

圖. 水之比熱在諸液中爲最大,故能貯蓄多量之熱。

10. 混合法所用之加計,亦須與水爲同溫度。設加計之質量爲 m 克,其比熱爲 S,試作式求物體之比熱。

圖. 設物體之比熱 $=x$, 質量 $=p$ 克, 溫度 $=t°$, 加計中水之質量 $=Q$ 克,溫度 $=t'°$, 其最終之溫度 $=T°$。則得式如下:——

$$px(t-T)=Q(T-t')+mS(T-t')$$

$$\therefore x=\frac{(Q+mS)(T-t')}{p(t-T)} \text{ (答)。}$$

11. 以 $t°$ 之鐵塊 m 克投於 $t'°$ 之水 m' 克中,其最後之溫度爲 $T°$,問鐵之比熱幾何?

圖. 設鐵之比熱 $=x$,
則鐵塊所失之熱量 $=mx(t-T)$ 加 (Calorie), 水所得之熱量爲 $m'(T-t')$ 加。設熱不曾放散於他處,則得下式:——

$$mx(t-T)=m'(T-t')$$

$$\therefore x=\frac{m'(T-t')}{m(t-T)} \text{ (答)。}$$

12. 以溫度98°質量20克之銅塊,投於溫度15°質量50克之水中,水之溫度上昇3°,問銅之比熱幾何?

解. 最後之溫度為15°+3°=18°,設銅之比熱為x,則銅所失之熱量為$20x(98-18)$加,水所得之熱量為$50(18-15)$加。

$$\therefore 20x(98-18)=50(18-15)$$

$$\therefore x=\frac{50\times3}{20\times80}=0.094\ (答)。$$

13. 10°之水41克與28°之酒精15克相混合,得13°之混合液。求酒精之比熱。

解. 設酒精之比熱為x,則得下式:——

$$41\times(13-10)=x\times15\times(28-13)$$

$$\therefore x=0.55\ (答)。$$

14. 以100°之金屬15克置於13.2°之水20克中,其結果之溫度為17.6°。求金屬之比熱!

解. 設金屬之比熱為x,則得下式:——

$$15x(100-17.8)=20\times(17.8-13.2)$$

$$\therefore x=0.075\ (答)。$$

15. 以10克之水,由零度熱至100度時所需之熱,加於質量相同溫度零度之水銀時,則水銀之溫度為3000°。求水銀之比熱!

解. 設水銀之比熱$=x$,則得下式:——

$$10\times100=3000\times10\times x$$

$$\therefore x=\frac{1000}{30000}=0.033\ (答)。$$

16. 有重30克之銅器,器內有82克之水。今以98°之銀10克投於器中,水之溫度由7.2°昇至7.8°。求銀之比熱。

解. 設銀之比熱 $=x$, 則得下式:——

$$10x(98-7.8)=(82+30\times0.09)(7.8-7.2)$$

$$\therefore x=0.056 \text{ (答)。}$$

17. 以 85°,120 克之銀塊投於 18.5°,456 克之液中,則液之温度上昇 30°。求液之比熱。

解. 設液之比熱 $=x$, 銀之比熱 $=0.056$,

則 $0.056\times120\times\{85-(18.5+3)\}=456\times x\times3$

$$\therefore x=0.246 \text{ (答)。}$$

18. 以鋅 50 克與錫 120 克成合金,求其比熱。

解. 鋅之比熱 $=0.094$, 錫之比熱 $=0.056$,

$$\text{合金之比熱}=\frac{0.094\times50+0.056\times120}{50+120}=0.067 \text{ (答)。}$$

19. 加熱於 5 克之水,令其上昇 10° 時所需之熱量,問可令 15 克之水銀上昇若干度?

解. $\dfrac{5\times10}{0.033\times15}=100^\circ$ (答)。

20. 比熱大之物質與比熱小之物質若爲同質量時,問加以同量之熱後,其温度之狀態若何?

解. 比熱大之物質,較比熱小之物質之熱容量爲大,故其温度之上昇爲少。

21. 加熱於重 100 克之鋁,令其由 15° 昇至 60°,問須加熱量若干?

解. 鋁之比熱爲 0.22,卽其質量 1 克,温度昇 1° 時,需 0.22 加之熱量。故所求之熱量如下:——

$0.22\times100\times(60-15)=9900$ 加 (答)。

22. 比熱 0.11 之鐵 50 克,由 15°昇至 100°時,問須熱量幾何?

圖. $0.11\times50\times(100-15)=467.5$ 加 (答)。

23. 以鐵上昇 50°時之熱量,加於同量之水或鉾,問其溫度上昇各如何?

圖. 鐵之比熱爲 0.11,質量爲 m.,則上昇 50°所需之熱量爲 $0.11\times50\times m=5.5m$ 加,用此熱量以熱同質量之水,可使其溫度上昇 55° (答)。

用此熱量以熱比重 0.03,質量相同之鉾,可使其溫度上昇 $5.5m\div0.03m=183.3°$ (答)。

24. 100° 之鐵球與 15° 之鉛球相接時,問其熱移動之量如何?最後之溫度如何?(但兩球之質量相同。)

圖. 設其最後之溫度爲 $t°$ 時,則得下式:—

$0.11\times(100-t)=0.03\times(t-15)$

$\therefore t=81.7°$ (答)。

故由鐵移於鉛之熱量,每克爲

$0.11\times(100-81.7)=2.013$ 加 (答)。

25. 令熱水之溫度由 50° 降至 42°,問須混以 15° 之冷水幾何?

圖. 設所加之冷水爲 x 分,則得下式:—

$50-42=(42-15)x$

$\therefore x=0.3=30\%$ (答)。

26. 以 100° 之銀塊 20 克投於 60° 之水 150 c.c. 中,問水

之溫度上昇若干?

圖. 銀之比熱 $=0.056$,

最終之溫度 $=t^\circ$, 則得下式:——

$0.056\times 20\times(100-t)=150\times(t-60)$

$\therefore t=60.3^\circ$

$60.3^\circ-60^\circ=0.3^\circ$ (答)。

27. 將 150 c.c. 之水,盛於重30克之玻璃燒杯內,加熱之,令其溫度自15°昇至100°,試計算其熱量。

圖. 玻璃之比熱爲0.19,

$\therefore (150+0.19\times 30)\times(100-50)=13$ 瓩,加 (答)。

28. 有銅10克,鐵50克之合金,令其溫度自15°昇至20°,問需熱幾何?

圖. 銅之比熱 $=0.093$,

鐵之比熱 $=0.114$,

故銅所需之熱量 $=0.093\times 10\times(20-15)=4.65$ 加,

鐵所需之熱量 $=0.114\times 50\times(20-15)=28.50$ 加,

$\therefore$ 所求之熱量 $=4.65+28.50=33.15$ 加 (答)。

29. 甲乙二物質之比熱各爲 0.09, 0.21; 其體積相等,其密度之比爲3:2。問二物質上昇至同一溫度時,其所需熱量之比如何?

圖. 設甲乙爲同質量時,其所需熱量之比爲0.09:0.21; 但體積相同時,質量與密度爲正比,則甲乙二物質之質量比爲3:2。故所需熱量之比爲 $0.09\times 3:0.21\times 2=1:1.56$ (答)。

30. 將15°之水 5升,加於 100°之水2升內。問可得若干

度之水？

圖. 設所求之溫度爲$t°$,則得下式——

$2\times(100-t)=5(t-15)$

$\therefore\ t=39.3°$(答)。

31. 以100°之鐵塊160克投入於10°之水200克中,問其結果之溫度如何？

圖. 設最後之溫度爲$t°$,因鐵之比熱爲0.11,故得下式:——

$200\times(t-10)=160\times0.11\times(100-t)$,

$\therefore\ t=1.73°$。

32. 以100°之銅塊50克,置於15°之水200克中,問其結果之溫度若何？

圖. 設結果之溫度爲$t°$,銅之比熱$=0.09$,

$50\times0.09\times(100-t)=200(t-15)$,

$\therefore\ t=16.8°$ (答)。

33. 100°之水銀500克與10°之水500克混合,求其結果之溫度。

圖. 水銀之比熱爲0.033,結果溫度爲$t°$,

$500\times0.033\times(100-t)=500\times(t-100)$,

$\therefore\ t=12.9°$ (答)。

34. 前問題之水銀與水同體積相混合,其結果之溫度如何？

圖. 水銀之比重$=13.6$,

故水銀與水之質量比爲13.6:1,

設所求之溫度爲$t°$,則得下式:——

$13.6\times0.033\times(100-t)=1\times(t-10)$,

$\therefore t=30.8°$ (答)。

35. 以100°之鐵10克置於15°之水銀50克中,其結果溫度如何?

圖。鐵之比熱$=0.11$,

水銀之比熱$=0.03$,

結果之溫度$=t°$。

$10\times0.11\times(100-t)=50\times0.03\times(t-15)$。

$\therefore t=51°$ (答)。

36. 以某溫度之鐵5克置於0°之水100克中,其結果之溫度爲2°。問鐵之原溫度若干?

圖。鐵之比熱$=0.11$, 其原溫度$=t°$,

$5\times0.11\times(t-2)=100\times2$。

$\therefore t=365.6°$ (答)。

37. 以90°之銀塊150克投於20°之水中,其結果溫度爲30°。問水有若干克?

圖。銀之比熱$=0.056$, 水之量$=m$克,

則$150\times0.056\times(90-30)=m(30-20)$。

$\therefore m=49.4$克 (答)。

38. 重3000克之錫器,內盛100°之沸水4立,問混以10°之水2立,其結果溫度若何?

圖。錫之比熱$=0.053$, 其結果溫度$=t°$,

沸水與錫器所失之熱量$=$水所得之熱量。

$\therefore 4\times(100-t)+3\times0.053\times(100-t)=2\times(t-10)$。

$\therefore t=77.8°$ (答)。

39. 以80克之白金板投於爐中,待其與爐成同溫度時,取出而投於15°之水200克中;水之溫度上昇至25°。問爐之溫度若干?(白金之比熱 =0.03。)

圖. 設爐之溫度爲$t°$,則得下式:——

$0.03\times80\times(t-20)=200\times(25-15)$,

$\therefore t=853.3°$ (答)。

40. 最高寒暑表與最低寒暑表之構造,及其用法各若何?

圖. 最高寒暑表常用以示某時間內之最高溫度,其管與球相接之處,設有障礙物,溫度上昇時,水銀能通過其障礙物而上昇;溫度下降時,水銀不能復其原處。換言之,某時間內,溫度最高時,水銀卽達其度劃;其後溫度下降時,水銀仍留於其度劃;故利用之以表示最高之溫度。

最低寒暑表常用以示某時間內之最低溫度,不用水銀,而用酒精。將玻璃製之小目標置於管內之酒精中,次將寒暑表橫置之,令目標與管內酒精之一端,保持其水平之位置。溫度下降時,目標卽與酒精同時退後;溫度上昇時,酒精卽棄目標而前進;故由目標之位置得知最低之溫度。

41. 寒暑表之管,其粗細須相等,若晴雨表之管則否,其理安在?

圖. 寒暑表係應用水銀之膨脹及收縮,故須有正確之比例。若管之粗細不等時,其水銀柱之昇降,卽不能與水銀之脹縮,成爲正確之比例,則不能表示溫度之高低。故管之粗細必須相等。

晴雨表之管已詳前章第 7 節第 15 題。

42. 問熱量單位之定法如何?

答. 水 1 克之溫度上昇 1 度時,所需之熱量,爲熱量之單位,曰一加。

43. 氣體之比熱有二種,試說明二者之關係。

答. 一爲定壓比熱,卽壓力之一定,僅變其體積時之比熱。一爲定積比熱,卽體積一定,僅變其壓力時之比熱。前者之熱,常於體積變時費去其一部;故爲後者之 1.41 倍,卽 $\frac{\text{定壓比熱}}{\text{定積比熱}}=1.41$。

44. 有比熱 0.1 之物體 60 克,令其溫度由 20° 昇至 30°,問須加熱若干?

答. $60\times0.1\times(30-20)=60$ 加。

45. 以溫度 100° 之鉛 200 克投於 10° 之水 100 克中,混合後之溫度爲 15°。求鉛之比熱。

答. 設鉛之比熱爲 S,則得下式:——

$200\times S\times(100-15)=100\times(15-10)$,

$\therefore S=0.0294$ (答)。

46. 重 25 克之銅器中,盛有 8° 之酒精 100 克。今以 100° 之銅 200 克投於器中,酒精之溫度上昇至 28.5°。求酒精之比熱。(銅之比熱爲 0.093。)

答. 銅所失之熱量 $=0.093\times200\times(100-28.5)$ 加,

銅器所得之熱量 $=0.093\times25\times(28.5-8)$ 加,

設酒精之比熱爲 x,則酒精所得之熱量爲 $x\times100\times(28.5-8)$ 加,

$\therefore 0.093\times200\times(100-28.5)=0.093\times25\times(28.5-8)+x\times100\times(28.5-8)$。

$\therefore x=0.63$ (答)。

47. 以95°之鐵1.2瓩投於15°之水3瓩內,問其溫度之變化如何?

解. 鐵之比熱$=0.11$,

最後之溫度$=t°$,

$3000\times(t-15)=1200\times0.11\times(95-t)$。

$\therefore t=18.3°$,

即水上昇3.3°,鐵下降76.7°,而成同一溫度。

48. 問1磅之水上昇1°F.時,需熱若干?

但1磅 = 453.6克。

解. 華氏1°爲攝氏$\left(\frac{5}{9}\right)^{\circ}$,故所求之熱量爲

$453.6\times\frac{5}{9}=252$ 加 (答)。

49. 普通之寒暑表,其質量甚小者,何也?

解、寒暑表之質量小時其水銀僅有少許之膨脹或收縮,亦能觀測明瞭;且從被測量之物體上所吸收之熱甚少。故其所測之溫度較爲正確。

50. 以同量之熱加於同溫度之物體,此二物體之物質,重量雖均不相同;而其溫度之上昇則相等。其理若何?

解. 加以同量之熱,其溫度之上昇相等時,此二物體之熱容量必相等。但物體之熱容量係以物體之比熱與質量之相乘積表之,故其上昇之溫度相等時,則二物體之質量之比必爲其比熱之反比。

51. 重60克之鋁由10°昇至100°時,需熱若干?

(鋁之比熱 $=0.25$。)

解。 $60\times0.25\times(100-10)=1350$ 加 (答)。

52. 某容積之水銀上昇 1° 所需熱量,與同容積之水上昇 1° 所需之熱量之比如何?

但水銀之密度 $=13.6$, 比熱 $=0.033$。

解。 水與水銀之質量比 $=1:13.6$,
水與水銀之比熱比 $=1:0.033$,
$\therefore$ 所求之比 $=1:0.033\times13.6=1:0.4488$ (答)。

53. 今欲測爐之溫度,以一白金塊入於爐中熱之,取出後,投於 20° 之水銀,則其結果溫度為 60°。次,更將白金塊投於爐中熱至 120°,取出,投於溫度 15° 質量相同之水銀中,其結果溫度為 20°。求爐之溫度。

解。 設白金塊之質量 $=m$ 克,比熱 $=c$,
水銀之質量 $=m'$ 克,比熱 $=c'$,
爐之溫度 $=t^\circ$。
由第一次之測定,則得下式:——
$mc(t-60)=m'c'(60-20)\cdots\cdots(1)$。
由第二次之測定,則得下式:——
$mc(120-20)=m'c'(20-15)\cdots\cdots(2)$。
消去上二式中之 m,c,m',c', 則
$5\times(t-60)=4000$,
$\therefore t=860^\circ$ (答)。

2. 熱之傳播

熱之傳導	凡熱由物體之一部傳至他部之移動,曰熱之傳導。
熱之對流	凡熱伴物體流動而移動,曰熱之對流。
熱之輻射	凡熱不借媒介作用,而移動於他部,曰熱之輻射。

1. 試舉熱由高處向低處移動之例。

圖. 由於傳導者:將火箸之一端置於火中,其他端則熱。
由於對流者:附近地面之空氣,受太陽之熱,而與上層空氣交換。
由於輻射者:以手近於炭火時,卽感知其熱。

2. 置金屬網於煤氣之口上,點火於網上之煤氣,令其燃燒;而網下之煤氣仍不燃,其故安在?

圖. 煤氣焰之熱,被金屬傳導而散去,不能熱及網下之煤氣,使達其發火點,故也。

3. 礦內所用安全燈之效果如何?

圖. 安全燈之火焰之周圍,係用金屬網圍繞,故雖有爆發性之氣體由外部侵入,而在燈內所起之些少熱度,盡被金屬網傳導,不至熱及外部氣體而爆發。

4. 水與空氣雖爲同溫度,但以手入水中則感冷者,何故?

圖. 水較空氣善於傳熱故也。

5. 將紙片捲於銅棒或茶碗上,而入於燭焰中,暫時不至燃燒,其理若何?

答. 燭焰之熱,被銅棒或茶碗之傳導而放散,紙所吸收之熱較少,故也。

6. 燭臺多用銅製,其理若何?

答. 銅之融點高,又善於傳熱故也。

7. 火箸,熨斗等,附有木柄者,何故?

答. 木爲熱之難傳體故也。

8. 將炭火埋於灰中,能經久不滅者,何故?

答. 灰爲熱之難傳體故也。

9. 用竹皮所製之鍋,可以煮水者,何故?

答. 鍋中之水由對流作用,傳導其熱於上部,而竹皮並不吸熱,故也。

10. 裹冰須用鋸屑者,何故?

答. 鋸屑爲熱之難傳體,故能使外部之熱不致傳於冰內。

11. 冬日之植物及水管等,多用乾草裹之,何故?

答. 冬日之空氣甚冷,故水管植物等須用難傳體之草裹之,以防其熱之外散。

12. 保險鐵箱之二重壁間,置以木屑,較之留有空隙爲有利者,何故?

答. 二重壁之間隙若爲中空,則此間隙內之空氣,卽由對流作用,

與外部之熱空氣交換位置;則庫內之物有受熱之虞。因木屑爲熱之難傳體,故能隔阻外部之熱也。

13. 寒帶之房屋,其窗上多用二層玻璃者,何故?

解. 二重玻璃之中間含有空氣,空氣爲熱之難傳體,故能使室內之熱不致外散也。

14. 水晶與玻璃之鑑別法如何?

解. 水晶對於熱之傳導度比玻璃較大,故觸於吾人之脣時,則較冷。

15. 在室內觸毛布則感溫,觸金屬則感冷者何故?又室內溫度較吾人之體溫高時,則生如何之感覺?

解. 毛布爲熱之難傳體,金屬爲熱之易傳體,故也。又室內溫度較體溫高時,則觸於金屬反感其溫,此亦因金屬爲熱之易傳體,其各部之熱得傳於手。若觸於毛布,則反感涼,因毛布爲熱之難傳體,故僅能將所觸部分之熱,傳於手也。

16. 滴水於赤熱之金屬板上,則水成球狀而殘留於板上;迨金屬板稍冷却,則水滴立卽蒸發。其理安在?

解. 觸於熱板之水滴,常由其表面繼續發生水蒸氣。因水蒸氣爲熱之難傳體,故金屬板之熱被水蒸氣所隔阻,而不能傳及於水,水卽因其表面張力成球狀;迨金屬板溫度稍降下,則水蒸氣之發生有間斷,故水滴與熱板接觸,立卽氣化。

17. 浴塘內之水,係由下部加熱,而上層之水反較溫。試言其理。

解. 浴塘下部之水因受熱而膨漲,卽減小其比重,而浮於上層。如此上下交換之現象,曰熱之對流。

18. 池水結冰,係由表面先凍,其理安在?

答. 池水受冷空氣之影響,自表面冷却後,即起對流之現象,至池內各處之溫度相同而後止。然至 4°C. 時,水之比重最大;其後表面愈冷,則其比重愈減,至停止其對流之作用而結冰。底部之水僅受水及冰之傳導,故其所失之熱甚微,而常保持其 4°C. 之溫度而不結冰。與此相反者爲油,溫度愈降,其密度愈大;且油凝結時,其體積縮小,而密度增加,故先由底部凝結。

19. 火之近旁,常有微風者,何故?

答. 火旁之空氣被熱而上昇,周圍之空氣卽向火旁進行以補其缺,故起微風。

20. 冬日開放室門時,空氣之侵入較夏日爲速者,何故?

答. 冬日室內之空氣較室外之空氣溫度爲高,故易起對流作用。

21. 正午之風,多由海向陸;黃昏之風,多由陸向海者;何故?

答. 陸地之比熱較海水爲小,故受太陽之直射時,其溫度上昇,且較海水爲速;遂由對流作用而起由海向陸之風。至夜間則陸地之熱放散較速故亦由對流作用常起由陸向海之風。

22. 室內換氣之作用若何?

答. 室內之空氣受熱後,其體積膨脹,而密度縮小,遂由上部散出。而新鮮空氣卽由下部進入,而起對流之現象。

23. 置物體於空氣中,卽漸次冷卻者,何故?

答. 由於空氣之對流及熱之輻射。

24. 暖室內之蒸氣管多在地板上,而冷藏庫內之冰塊多置於天棚上。試言其理。

圖. 暖空氣之密度小,故上昇;冷空氣之密度大故下降;故蒸氣管常置於地板上,冰塊常置於天棚上。

25. 測室外之氣溫時,須置寒暑表於空氣流通之處者,何故?

圖. 空氣不流通,則無十分之對流作用,而難測得空氣之平均溫度。

26. 工場內之煙筒之作用如何?

圖. 煙筒爲對流之通路。其內之空氣因熱而上昇,其外之空氣卽由下部流入,使石炭之燃燒得以旺盛。故煙筒愈高,效力愈大。

27. 夏日著白衣,冬日著黑衣,其故安在?

圖. 白色衣反射太陽之輻射線,故較涼。黑色衣吸收太陽之輻射線,故較暖。

28. 熱量表之面,須磨之令其光滑,其理若何?

圖. 其面光滑時,能反射輻線,既可防外熱之進入;又可防內熱之散失;故能測得正確之結果。

29. 上層空氣較下層爲冷,其理若何?

圖. 空氣不吸收輻射熱,故不能直接由日光得熱。然其觸於地面時,因地能吸收輻射熱,故可由地面得熱,而起對流作用,因之空氣亦漸溫。但高處空氣因離地面甚遠,故由對流作用傳來之熱,同時由輻射作用而放散。此上層空氣較寒之原因也。

30. 高山上之空氣,含水蒸氣甚少,晝夜之溫度相差

甚大,試言其理!

圖. 水蒸氣有吸收輻射熱之性。高山上之空氣甚乾燥,日光易於傳達;至夜間,其熱又由輻射之作用放散甚速,故晝夜溫度之差甚大。

31. 夜晴始有露者,何故?

圖. 天上之雲,足以防地熱之輻射。夜晴則無雲,地面之熱得由輻射而放散,故地面之物體容易冷却;空中之水蒸氣亦冷至露點下,遂成露。

32. 試述溫室之玻璃窗之效用。

圖. 玻璃雖能通過日光,亦稍稍吸收輻射熱,故日光得通過玻璃入於溫室。溫室內之熱,被玻璃吸收,而不至散出。故能保持室溫。

33. 地球上所有之能力,皆自太陽而來,試舉例以明之。

圖. 由太陽之熱,令水蒸發於空中,變爲雨,而降至高地,因有水力。由太陽之熱而生育之植物,腐於地中,因有石炭之火力。

34. 有甲乙二器,於甲之下部及乙之上部,各插以寒暑表。甲乙二器內入以同溫度之水,令滿。而後以水置於甲之上面及乙之下面冷卻之。問甲乙二器上之寒暑表度數之變化各若何?

圖. 甲由表面冷却,使冷水由對流作用降至底部,故底部冷却甚速,然至 4°C. 以後,則對流作用停止,底部卽無顯著之變化;而溫度下降亦極緩。簡言之,其初寒暑表之降下甚速,至 4°C. 以

後,則降下甚緩。

乙器內係由下部冷却,故最初不起對流。待底部之水冷至4°C以下,其密度減小,則急起對流;將4°C.以下之冷水浮於表面,表面之溫度卽急行降下,故寒暑表之降下,初緩後甚急。

3. 膨　　脹

線膨脹	物體之溫度上昇1度時,所膨脹之長,對於其原長之比,曰線脹係數。(Coefficient of lienear expansion)。$l'=l\ (1+pt)$
體膨脹	物體之溫度上昇1度所膨脹之體積,與其原體積之比,曰體漲係數。(Coefficient of Cubical expansion)。$V'=V\ (1+Bt)$
查理司之定律 (Charles' law)	壓力一定時,難於液化之氣體,溫度上昇1度,必增加其0°時之體積之$\frac{1}{273}$。
波義耳及查理司之定律	氣體之體積,與壓力爲反比,與絕對溫度爲正比。$V'=V\times\frac{p}{p'}\times\frac{T'}{T}$。

1. 固液氣三態,均因熱而膨脹,試各舉數例以明之。

答. 固體………鐵軌之距離,夏日較冬日爲小。

由膨脹率不同之金屬相組合而成之補正振子,其長常一定。

車輪外緣之鐵輪,常於赤熱時裝箝之。

液體………利用水銀及酒精之膨脹,而成寒暑表。

水因膨脹而起對流。

熱滿水之器時,水恆溢出。

氣體………橡皮球受熱而膨脹。

利用熱空氣之膨脹,而成爲空氣寒暑表。

麥竹之桿,因受熱而破裂。

2. 鐵軌兩端相接之處稍留間隙者,何故?

圖. 鐵軌兩端若相密接,經夏日之膨脹,鐵軌有彎曲之虞。

3. 有寒暑表,其度劃間之距離若稍長時,問管應如何?

圖. 管之內徑愈小,則水銀膨脹時,其昇降之度愈著。

4. 將赤熱之水晶管入於水中,而不破裂者,何故?

圖. 融解之水晶,其膨脹係數甚小,雖在溫度變化時,亦幾無膨脹或收縮之現象。故入於冰水中而急冷之,不至破裂。

5. 玻璃器具上多鑲以白金,其理若何?

圖. 白金與玻璃之膨脹係數相同,故受熱之作用膨脹或收縮時,二者常起相同之變化,得不破裂。

6. 有一金線,在15°時,長為10呎,在35°時,其長當為若干?(金之線脹係數=0.000015。)

圖. 設所求之長為l呎,則得下式:——

$l=10\times\left\{1+0.000015\times(35-15)\right\}=10.003$ 呎 (答)。

7. 有一鐵棒,在30°時,長為1米,若在0°時其長當為若干?(鐵之線脹係數=0.000012。)

圖. 設所求之長為l cm.,則得下式:——

$100\text{ cm.}=l(1+0.000012\times30)$,

$\therefore l=\dfrac{100}{1.00036}=99.96$ cm. (答)。

8. 有長400呎之鐵橋,在冬日−5°與夏日+35°時,其

長度之差爲若干?

圖. $400\times0.000012\times(35+5)=0.19$ 呎(答)。

9. 滬寧鐵路幹線長194哩,問溫度爲40°之變化時,當伸縮若干?

圖 設所求之長爲l哩,則得下式:——

$l=194\times0.000012\times40=0.09312$ 哩(答)。

10. 有直徑3呎之鐵環,當溫度上昇600°時,其直徑應增加幾何?

圖. 鐵環與內部完全之圓板,爲相同之膨脹,故其直徑之增加爲

3呎 $\times0.000012\times600=0.022$ 呎(答)。

11. 將直徑10.01cm.之鐵球,載於溫度0°,直徑10.00cm.之鋁環上,問熱至若干度球始落下?

圖. 求環之內徑與鐵之直徑相等時之溫度卽可。

鋁之線脹係數 $=0.000023$,

鐵之線脹係數 $=0.000012$,

設所求之溫度爲$t°$,則得下式:——

$$10.00\text{cm.}\times(1+0.000023t)=10.01\text{cm.}\times(1+0.000012t).$$

$$\therefore t=\frac{10.01-10.00}{0.000023\times10.00-0.000012\times10.01}=91°\ (\text{答})。$$

12. 溫度0°時,將長2米之鐵棒,與同長之白金棒之一端併齊,而固定之。至某溫度時,則鐵棒之他端較白金棒之他端突出0.25粍,問此時之溫度若干?

圖. 設所求之溫度爲$t°$,則得下式:——

$200 \text{ cm.} \times (0.000012-0.0000085)t=0.025 \text{ cm.}$。

$\therefore t=35.7°$ (答)。

13. 將長 2 米之鐵棒與同長之黃銅棒之一端併齊,而固定之。至溫度上昇 20°時,其他端之變化如何?

圖。與前題同理,則得下式:——

$200 \text{ cm.} \times (0.000019-0.000012) \times 20=0.028 \text{ cm.}$,

黃銅之端較鐵之端突出 0.28mm. (答)。

14. 溫度 0° 時,所製之正確黃銅尺,30° 時,測得某物之長爲 50 cm.。問此物之眞長幾何?

圖。黃銅之膨脹係數 $=0.000019$,

溫度 30° 時,此尺之 1 cm.,卽等於

在 0° 時之 $1 \times (1+0.000019 \times 30)=1.00057$ cm.。

$\therefore$ 眞長 $=1.00057 \times 50=50.0285$ cm. (答)。

15 以溫度 15° 時所製之正確鐵尺,於溫度 25°時測得鐵線之長爲 50 米。求鐵線之眞長。

圖。與前題同理,溫度 25° 時此尺之 1 米,

卽 15° 時之 $1 \times \{1+0.000012 \times (25-15)\}=1.00012$ 米。

$\therefore$ 眞長 $=50 \times 1.00012=50.006$ 米 (答)。

16. 溫度 0° 時,鐵板之長爲 5 呎,寬爲 3 呎。問溫度 40°時,鐵板之面積幾何?

。0° 時之面積 $=5 \times 3=15$ 平方呎。

$\therefore$ 所求之面積 $=15 \times (1+0.000012 \times 2 \times 40)=15.0144$ 平方呎 (答)。

17. 有直徑 2 米之圓鐵板,在溫度上昇 400°時,其周圍

之膨脹若何?

圖. 400° 時之直徑 $=2$ 米 $\times(1+0.000012\times400)=2.0096$ 米。

故周圍之延長 $=3.1416\times(2.0096-2)=0.03$ 米 $=3$ cm. (答)。

18. 將 0° 時直徑 4 尺之鐵圈,套於直徑 4 尺 2 分之車輪上;問須將鐵圈熱至若干度?

圖. 設所求之溫度爲 $t°$, 則得下式:——

4尺 $\times(1+0.000012\times t)=4.02$ 尺。

$\therefore t=417°$。

19. 玻璃筒在 4° 時,容積爲 1000c.c.,問在 100° 時之容積幾何?

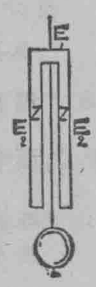
圖. 玻璃之體脹係數 $=0.000009\times3=0.000027$,

故所求之體積爲

1000c.c. $\times\left\{1+0.000027\times(100-4)\right\}=1002.6$c.c. (答)。

20. 試說明補整擺之作用。

圖. 補整擺係由長 $E_1E_2E_2$ 之鐵棒與長 Z 之鋅棒相組合而成。溫度雖變化,而擺無伸縮。



如右圖,鋅僅能向上方延長,鐵僅能向下方延長,今溫度由 0° 昇至 $t°$ 時,

鐵之延長 $=(E_1+E_2+E_2)\times0.000012\times t$。

故錘之重有稍降下之虞。然同時,

鋅之延長 $=Z\times0.000029\times t$,故振子之長恆一定。即

$(E_1+E_2+E_2)\times0.000012\times t=Z\times0.000029\times t$。

$$\therefore \frac{E_1+E_2+E_2}{Z}=\frac{29}{12}=2.42。$$

故由上式,可定鐵棒與鋅棒之長。

21. 注熱水於玻璃器時,往往破裂者,何故?

圖. 因固體之膨脹力極大;且玻璃爲熱之難傳體;故容器之內遇熱,膨脹甚急,而外部不能同時膨脹,遂至破裂。

22. 設水之最大密度在零度以下時,則生如何之結果?

圖. 由對流作用,水之全部冷却至0度,且初結冰時,上部密度較下部爲大,故漸次下沉,至全部結冰而後已。如是則水族有滅絕之虞。

23. 深水之底部,溫度常在4°C.左右,其理如何?

圖. 水4°C.時之密度爲最大,表面之水冷至4°C.卽降至水底。又水若無對流作用,則幾不能傳熱。故表面熱時,其水較輕,不能降至水底。卽水面甚冷,其密度亦較4°C.時爲小,亦不能降至水底。故水底常保持其4°C.左右之溫度。

24. 溫度之變化,與水之關係如何?

圖. 4°C.時,水之密度爲最大,溫度降下,則漸次膨脹,至0°C.,則爲激裂之膨脹而結冰。又4°C.以上時,雖亦漸次膨脹,而其膨脹爲不規則,無一定係數。至100°時,則沸騰而爲氣體,體積膨脹至1500倍以上。

25. 問1克之水在0°C.時之體積若干?

圖. 水在0°時之密度爲0.99987,

故1克之體積爲$1\div0.99987=1.00011$ c.c.(答)。

26. 以30°之水測銀塊之比重得10.54。問其眞比重若干?

解. 30° 水之密度爲 0.9957,

故其眞比重爲 $10.54 \div 0.9957 = 10.59$ (答)。

27. 鐵之比重在 0° 時爲 7.8, 問 200° 時之比重若干?

解. 200° 時之體積,爲 0° 時之 $(1+0.000012\times3\times200)$ 倍。故其密度,即按此數之逆數減小但比重與密度爲正比,故比重亦按此數之逆數減小,即得其值如下:——

$$7.8 \times \frac{1}{1+0.00012\times3\times200} = 7.74 \text{ (答)。}$$

28. 問水銀 150° 時之密度若干?

解. 設水銀 0° 時之體積爲 V,

150° 時之體積即爲 $V\times(1+0.00018\times150)$。

但密度與體積爲反比,設所求水銀之密度爲 d, 則得下式:——

$$V : V\times(1+0.00018\times150) = d : 13.596,$$

$$\therefore d = 13.238 \text{ (答)。}$$

29. 有溫度 100°,體積 50c.c. 之水銀,試求其重量。

解. 溫度 100° 時之體積爲 50 c.c.,0° 時之體積爲

$50 \text{ c.c.} \div (1+0.00018\times100)$。

但 0° 時,水銀 1c.c. 之重爲 13.59 克。

故所求之重量如下:——

$$13.59 \times \frac{50}{1+0.00018\times100} = 667.5 \text{ 克。}$$

30. 水銀寒暑表之球部,爲徑 5 mm., 長 2 cm. 之圓筒形,其冰點與沸點間之長爲 25 cm.。求管之內徑。

解. 水銀之體脹係數 $=0.00018$,

玻璃之體脹係數 $=0.00003$,

溫度由冰點昇至沸點時,水銀膨脹之量恰充滿於冰點沸點間之管中。設其時之溫度爲 100°, 管之內徑爲 R cm., 則得下式:——

$$\left(\frac{0.5}{2}\right)^2\pi\times2\times(0.00018-0.00003)\times100=\left(\frac{R}{2}\right)^2\pi\times25,$$

$\therefore R=0.016$ cm. $=0.16$ mm. (答)。

31. 將寒暑表驟投於熱水中時,則見其水銀柱暫時稍降下者,何故?

圖. 當寒暑表在於熱水中之瞬間,水銀尚未感熱,而玻璃管已先受熱而膨脹,故水銀柱稍見降下。

32. 有黃銅製之升,設夏冬溫度之差爲 40°, 問此升之容量之差若何?

圖. 黃銅之線脹係數 =.00000019,

體脹係數約爲線脹係數之 3 倍,故所求之値如下:——

1 升 $\times0.000019\times3\times40=0.0228$ 升 (答)。

33. 橡皮球加熱後,則非常堅硬,而善於躍起。其理若何?

圖. 氣體遇熱則膨脹,但橡皮球之體積爲一定,故其壓力增大,而變堅硬。且善於躍起。

34. 有溫度 0° 之氣體。設欲令其體積爲其原體積之半,問溫度之變化宜如何?

圖. 設所求之溫度 $=t°$,則得下式:——

$$1\times\left(1+\frac{t}{273}\right)=\frac{1}{2}\text{。}$$

$\therefore t=-136.5°$ (答)。

35. 若前問題其初之溫度爲$100°$時,則如何?

解. 壓力一定時,氣體之體積與絕對溫度爲正比,故得下式:——

$$\frac{t+273}{100+273}=\frac{1}{2}。$$

$\therefore t=-86.5°$ (答)。

36. 空氣在$27°$爲1000 c.c.,問$0°$時爲若干c.c.?

解. $1000\ \text{c.c.}\times\frac{273}{273+27}=910\ \text{c.c.}$(答)。

37. 1氣壓,$25°$時,氣體1克分子之體積如何?

解. 凡氣體之1克分子,在標準溫壓時爲22.4立。故所求之體積爲

22.4立$\times\left(1+\frac{25}{273}\right)=24.5$立。

38. 標準溫壓1000c.c.之氣體,求其$100°$之體積。(氣壓不變。)

解. $1000\times\left(1+\frac{100}{273}\right)=1366.3\ \text{c.c.}$(答)。

39. 有定量之氣體,其體積若爲一定,問將其溫度高時,其壓力如何?

解. 設氣體最初之體積$=V_0$,
壓力$=p_0$,溫度$=t_0$,
加熱後之體積$=V_0$,溫度$=t$,
壓力$=pt$,則得下式:——

$$V_0\times\frac{p_0}{pt}\times\frac{273+t}{273+t_0}=V_0$$

$$\therefore pt=p_0\times\frac{273+t}{273+t_0}。$$

若 $t_0=0$ 時,則 $p_t=p_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$(答)。

40. 温度 18°, 體積 24 立之氣體,設其壓力不變,温度昇至 30° 時,其體積若干?

解. $24\text{立}\times\left(1+\frac{30-18}{273}\right)=25.05\text{立}$ (答)。

41. 某氣體在標準溫壓爲 100c.c.,問温度 50°,壓力 750 mm. 時之體積幾何?

解. 由波以耳之定律,則得下式:——

$100\text{c.c.}\times\left(1+\frac{50}{273}\right)\times\frac{760}{750}=119.8\text{ c.c.}$(答)。

42. 在 20°,72 cm. 之空氣爲 100c.c.,問標準溫壓時之體積若干?

解. 設所求之體積 $=V$ c.c. 則得下式:——

$V=100\text{ c.c.}\times\frac{72}{76}\times\frac{273}{273+20}=88.3\text{ c.c.}$(答)。

43. 27°, 770 mm. 之某質量之空氣,標準溫壓時之體積若干?

解. $1\times\frac{770}{760}\times\frac{273}{273+27}=0.922$ (答)。

44. 以 18°,75 cm. 之輕氣 200 立,入於輕氣球內,待其昇至 5°, 48 cm. 之高時,問輕氣球之體積若何?

解. $200\text{立}\times\frac{75}{48}\times\frac{272+5}{273+18}=298.5\text{立}$ (答)。

45. 標準温壓時,養氣 32 克之體積爲 22.4 立。問養氣 60 克於 15°, 74 cm.時,爲若干立?

圖。因標準温壓時,養氣 64 克之體積爲 $22.4\times\frac{64}{32}=44.8$ 立。

$\therefore$ 所求之體積 $=44.8\times\frac{76}{74}\times\frac{273+5}{273}=48.5$ 立 (答)。

46. 温度 27°, 氣壓爲 4 時,有重 0.5 克之氣體 100 c.c.。若温度昇至 91°, 氣壓減爲 1 氣壓時,問該氣體之體積爲若干?又其 1 立之重爲若干?

圖。所求之體積 $=100\times\frac{4}{1}\times\frac{273+91}{273+27}=485.3$ c.c. (答)。

其 1 立之重 $=0.5\times\frac{1000}{485.3}=1.24$ 克 (答)。

47. 標準温壓時,輕氣 1 立之重爲 0.09 克。問 2 氣壓, 91° 時,輕氣 5.5 立之重若干?

圖。2 氣壓, 91° 輕氣之體積爲 5.5 立。則在標準温壓時,其體積爲 $5.5\times\frac{2}{1}\times\frac{273}{273+91}=8.25$ 立。

$\therefore$ 其重量 $=8.25\times0.09=0.74$ 克 (答)。

48. 有 0°, 65 cm. 之輕氣,設其體積不變,問加熱至 84° 時之壓力幾何?

圖。氣體之體積不變,而增其温度時,其温度每增 1°,其壓力卽增其 $\frac{1}{273}$。

故所求之壓力 $=65\text{ cm.}\times\left(1+\frac{84}{273}\right)=85\text{ cm.}$ (答)。

49. 加熱於密閉器內之氣體至90°時,其壓力爲58.3 cm.,問354°時之壓力如何?

圖. $58.3\text{ cm.}\times\left(1+\frac{354}{273}\right)=133.9\text{ cm.}$ (答)。

50. 溫度0°時,玻璃瓶之容積爲500 c.c.,今將標準溫壓時之空氣50 c.c.入於瓶內,加熱至100°。問瓶內空氣之壓力若干?

但 a 設玻璃瓶爲不膨漲。

b 設玻瓶膨漲,其膨漲係數爲$\frac{1}{38700}$。

圖. 由波以耳之定律,知玻璃瓶內空氣最初之壓力爲$\frac{1}{10}$氣壓,故溫度100°時之壓力爲$\frac{1}{10}\times\left(1+\frac{100}{273}\right)=0.137$氣壓(答)。

又設玻璃瓶膨漲時,所求之壓力如下:——

$\frac{1}{10}\times\left\{1+\left(\frac{100}{273}-\frac{100}{37800}\right)\right\}=0.136$氣壓(答)。

51. 在標準溫壓時,有某體積之氣體。設其體積不變,而溫度昇至200°時,其壓力如何?

圖. 1氣壓$\times\left(1+\frac{200}{273}\right)=1.7$氣壓(答)。

52. 溫度15°時,有10立之氣體。今不變其壓力,而欲2倍其體積,問溫度宜如何?

圖. 壓力不變時,氣體之體積與絕對溫度爲正比例,設所求之溫

度爲 $t°$,則得下式:——

$$\frac{20}{10}=\frac{273+t}{273+15}。$$

$\therefore t=303°$ (答)。

53. 問氣壓 75 cm., 溫度 15° 時,空氣之密度若干?又 1 立方米之質量若干?

圖. 設氣壓 75 cm. 溫度 15° 時,空氣之體積爲 1,則標準溫壓時之體積爲 $1\text{ c.c.}\times\frac{75}{76}\times\frac{273}{273+15}=0.93\text{ c.c.}$。

但密度與體積爲反比,設所求之密度爲 d,則得下式:——

$d:0.001293=0.93:1,$

$\therefore d=0.0012025$ 克 (答)。

又 1 立方米 $=1000000$ c.c.,

$\therefore$ 其質量 $=0.0012025\times1000000=1202.5$ 克 (答)。

54. 壓力 76 cm. 時,10 立之空氣之質量爲 10 克,求此時之溫度。

圖. 設所求之溫度爲 $t°$,因密度與絕對溫度爲反比,故得式如下:——

$$\frac{1}{1.293}=\frac{273}{283+t} \qquad \therefore t=80 \text{ (答)。}$$

55. 在 20°, 3 氣壓時,有體積 5 立,質量 18 克之氣體。問在標準溫壓時之密度若干?

圖. 標準溫壓時之體積 $=5\times\frac{3}{1}\times\frac{273}{273+20}=14$ 立。

$\therefore$ 其密度 1 立爲 $18\div14=1.286$ 克 (答)。

56. 何謂液體之膨脹係數?

解。 液體之溫度昇降1° C. 時,其體積之變化與其原體積之比,曰液體之膨脹係數。換言之,卽液體與容器同時膨脹時之膨脹係數,與容器之膨脹係數之和也。

57. 立積與面積之膨脹率,普通爲長膨脹率之整數倍,其理安在?試用鋅之膨脹率0.00003證明之。

解。 設鋅之原長爲1,其膨脹後之長爲(1+0.00003),
故其面積之膨脹如下:——
$(1+0.00003)^2-1^2=1+2\times0.00003+(0.00003)^2-1^2$。而長之膨脹係數至小數點第5位爲正確;今$(0.00003)^2=0.0000000009$,其小數點以下第5,6位均爲零,故在長之膨脹率時此項卽可棄却;故面積之膨脹率$=2\times0.00003$。同理,立積之膨脹係數爲
$(1+0.00003)^3-1^3=1+3\times0.00003+3\times(0.00003)^2+(0.00003)^3-1$,
上式之第3項與第4項均可棄却,
故立積之膨脹係數$=3\times0.00003$。

58. 命銅之膨脹係數爲0.000017,其意爲何?又溫度0°時,銅線之長爲100尺,問200°時之長爲若干?

解。 (1) 卽指溫度上昇1°時,銅之膨脹爲其原長之0.000017倍。
(2) 100尺$\times(1+0.000017\times200)=100.34$尺(答)。

59. 如圖,AB, CD均爲銅棒,置於一直線之方向,其溫度均爲0°,其長均爲30 cm.。固定其兩外端A,D,令其兩內端B,C得自由伸長。設欲令B,C兩端在溫度50°時互相接觸。問B,C之間須相隔若干?

A———B C———D

解。 BC間之距離如下:——

$30\text{ cm.}\times 0.000017\times 50\times 2=0.051\text{ cm.}$ (答)。

60. 以0°鋼製之正確尺測40°之鋁棒時,測得其長爲30.0306米。問此棒在0°時之長若干?

已知鋼之線脹係數$=\dfrac{11.5}{1000000}$,

鋁之線脹係數$=\dfrac{25.5}{1000000}$。

圖. 溫度40°時,用鋼尺測之,得30.0306米。

溫度0°時,用鋼尺測之,即得

$$30.0306\times\left(1+\frac{11.5}{1000000}\times 40\right)=30.0444\text{ 米。}$$

因此長即溫度40°時鋁棒之長,故其0°之長如下:——

$$30.0444\div\left(1+\frac{25.5}{1000000}\times 40\right)=30.0138\text{ 米 (答)。}$$

61. 在4° C.時,水1 c.c.之重爲1克。問在90° C.時,水340 c.c.之重如何?

圖. 4° C.時水之密度最大,故在他溫度時水1 c.c.之重較1克爲輕。即90° C.時,水340 c.c.之重量較340克爲輕。

62. 溫度16°時,黃銅圓板之面積爲600平方糎;熱至196°,則爲604平方糎。問黃銅之線脹係數若干?

圖. 設黃銅之線脹係數爲x,則得下式:——

$$x=\frac{604-600}{2\times 600\times(196-16)}=0.000019\text{ (答)。}$$

63. 將0° C.時,直徑3.06 cm.之黃銅球加熱至300° C.時,球之容積若干?

圖。 0° C. 時球之容積 $=\frac{4}{3}\times3.1416\times\left(\frac{3.06}{2}\right)^3$ c.c.,

300° C. 時球之容積如下:——

$\frac{4}{3}\times3.1416\times\left(\frac{3.06}{2}\right)^3\times(1+0.000019\times3\times300)=15.2508$ c.c. (答)。

64. 液面上浮有物體,今將其全體加熱,則物體之沉下較前為多。問液與物體之膨脹係數孰大?

圖。 加熱後物體沉下較多者,因物體對於液之比重較前為大,即知物體之膨脹係數較液體為小。

65. 有玻璃筒,0° C. 時之容積為25 c.c.。今入以同溫度之水銀,而熱至100° C.。問水銀溢出若干 c.c.?

(玻璃之線脹係數為0.000008,水銀之體脹係數為0.00018。)

圖。 $25\times(0.00018-0.000008\times3)\times100=0.39$ c.c. (答)。

66. 有0°時所製之正確金屬升;問30°時,其容積之誤差若干?

(金屬之線脹係數 =0.000019。)

圖。 1升 $\times0.000019\times3\times30=0.00171$ 升 (答)。

67. 水銀1 c.c.在0°時之密度為13.596,問50°時為若干?

圖。 密度與體積為反比,故所求之密度為

$13.596\times\frac{1}{1+0.00018\times50}=13.475$ (答)。

68. 4° C. 時,水1 c.c. 之重量為 1 克;問 90° C. 時,水 340 c.c. 之重量若干?

圖. 設 90° C. 時水之密度爲 d,

則所求之重 $=340d$ 克 (答)。

69. 物體之密度與溫度之關係如何?

圖. 一般物體大約因溫度上昇而膨脹,但其密度與體積爲反比,故物體之密度常因溫度之上昇而減小。惟水不然。

70. 將溫度 0°, 壓力 p_0 mm 之空氣, 封入於一定體積之容器時,其壓力爲 p mm., 問其溫度如何?

圖. 由波義耳之定律,設所求之溫度爲 $t°$, 因其體積不變,則得下式:——

$$p=p_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$$

$$\therefore t°=(p-p_0)\frac{273}{p_0}\text{(答)。}$$

71. 標準溫壓時,空氣之密度 1 c.c. 爲 0.00129 克,輕氣之密度 1 c.c. 爲 0.00009 克,今各取其 2 毴,令其混合後,密閉於 30 c.c. 之容器中時,其溫度爲 20°。問容器之壓力幾何?

圖. 標準溫壓時,容器內之混合氣體之體積爲

$$\frac{0.002}{0.00129}+\frac{0.002}{0.00009}=23.8\text{ c.c.},$$

故所求之壓力爲 $760\times\frac{23.8}{30.0}\times\frac{273+20}{273}=647.1$ 粍 (答)。

72. 以 100 c.c. 之電球,加熱至 127°,連於空氣唧筒上。設唧筒上圓筒之容積爲 900 c.c.,唧筒之活塞上下 3 次後,而封閉之。此時電球之溫度降至 27° C.。若球內空氣最初

之壓力爲760粍,問其最後之壓力幾何?

圖. 活塞上下三次後,電球內之壓力爲

$$760\text{粍}\times\left(\frac{100}{100+900}\right)^3=0.76\text{粍}。$$

卽活塞上下三次後,球內空氣之體積爲100c.c.,溫度爲127°C.,氣壓爲 760 粍。設溫度降至27°時之壓力爲p,因體積不變,由波以爾之定律,則得下式:——

$$100=100\times\frac{0.76}{p}\times\frac{27+273}{127+273},$$

$\therefore p=0.57$ 粍 (答)。

4. 融解 凝固

融解熱	融解點上 1 克之固體變爲同溫度之液體時,所需之熱量。
溶解熱	1 克之物質,溶解於液體中時所發生之熱量,或吸收之熱量。

1. 冬日之空氣雖至 0°以上,而地上之雪一時不能消者,何也?

圖. 0°之雪變爲同溫度之水時,需多量之融解熱;空氣溫度雖在 0 度以上,其熱尙不足以融解之。

2. 物體當融解時,其體積能縮小,則適於鑄造,試舉例以明其理。

圖. 融解時,體積縮小之物,如鐵,活字金等是也。凝固時,其體積脹大。故將所融之液入於模型中,則凝固而充滿於其內,能鑄成

與模型同樣之物體。

3. 以冰兩塊壓於一處,則結成一片者,何故?

圖. 二冰片相接之面,因受壓力,能在零度下融解。去其壓力,仍凍結而成一片。

4 欲將物體冷却,可用0°之水或0°之冰,孰爲有利?

圖. 冰融解時能吸收熱量,故較水爲有利。

5. 於 0° 之冰塊上掘一小穴,穴內入以100°之銅50克。問冰之融解量如何?

圖. 銅冷至0° 時放出之熱量爲$0.09\times50\times100$ 加,
融解 1 克之冰所需之熱量爲80 加,
故冰融解之量爲$0.09\times50\times100\div80=5.625$ 克 (答)。

6. 0°之冰5瓩變爲20°之水時,所需熱量幾何?

圖. 0°之冰 5 瓩變爲同溫度之水,所需之熱爲$80\times5000=400000$ 加。
又將所生之水5000克熱至20°所需之熱爲$20\times5000=100000$ 加。
故所求之熱量 $=400000+100000=500000$ 加 (答)。

7. −7°之冰1000克變爲50°之水時,所需熱量幾何?

圖. 零度下之冰之比熱 $=0.5$,故所求之熱量爲
$7\times1000\times0.5+80\times1000+1000\times50=133500$ 加 (答)。

8. 將80°之銅100克,置於冰上之小孔中,能融解9克之冰。求冰之融解熱。

圖. 設冰之融解熱爲x加,
銅所失之熱 $=80\times100\times0.09$ 加,
冰所得之熱 $=9\times x$ 加,

$\therefore 80\times100\times0.09=9\times x$。

$\therefore x=80$ 加（答）。

9. 以0°之冰10克投於100°之水50克中,水之結果溫度爲96.5°。求冰之融解熱。

圖。設冰之融解熱$=x$。則得下式:——

$10\times x+10\times96.5=500\times(100-96.5)$,

$\therefore x=80$ 加（答）。

10. 將標準溫壓之冰100克,漸次加熱,經4分鐘,冰之全部融解,又經5分鐘,達沸點。求冰之融解熱。

圖。由題意100克之冰融解時所需之熱量,與100克之水由0°昇至100°時所需熱量之比爲4:5。但後者所需之熱量爲100×100加,故前者所需之熱量爲$100\times100\times\frac{4}{5}=80\times100$加。

故1克所需之熱量,卽融解熱爲80加（答）。

11. 以0°之冰置於40°之水100克中,問欲得0°之水,當需冰若干?

圖。設所求之冰量爲x克,則得下式:——

$100\times40=80x$,

$\therefore x=50$ 克（答）。

12. 以0°之冰50克置於30°之水200克中,其平均溫度若干?

圖。設所求之溫度$=t$,

水所失之熱量$=200\times(30-t)$,

冰所得之熱量$=50\times80+50\times t$。

$\therefore 200\times(30-t)=50\times80+50\times t$。

$\therefore t=8^\circ$ (答)。

13. 以0°之冰500克投於100°之水1立中,其結果如何?

圖. 設結果溫度 $=x$,

因冰之融解熱 $=80$ 加,

水1立之重量 $=1000$ 克。

$\therefore 1000\times(100-x)=500\times80+500x$。

$\therefore x=40^\circ$ (答)。

14. 前題之水中投以3瓩之冰,則如何?

圖. 100°之水1立變爲0°之水時,所放出之熱爲100瓩加;融解3瓩之冰所需之熱爲$3\times80=240$瓩加;故冰不能全部融解。

設融解之冰 $=x$ 瓩,則得下式:——

$100\times1=80x$,

$x=\frac{5}{4}$瓩。

故剩餘之冰爲$3-\frac{5}{4}=\frac{7}{4}$瓩。

卽0°之冰$\frac{7}{4}$瓩與0°之水$2\frac{1}{4}$立相混合而存在。

15. 0°之冰20克與100°之水銀500克相混時,其結果如何?

圖. 冰融解時所需之熱量與水銀降至0°時放出之熱量之比如下:——

$20\times80:500\times0.03\times100$, 卽 $1600:1500$。

故水銀降至0°時,仍不能融解冰之全部,所剩之冰如下:——

$(1600-1500)\div80=1.25$ 克,

即在 $0°$ 時,冰有 1.25 克,水有 18.75 克,
水銀有500克相混合於一處。

16. 以 $0°$ 之冰 100 克投於 $15°$ 之水 1000 克中,其結果如何?

解. 設結果之溫度 $=t$,
水所失之熱量 $=1000\times(15-t)$ 加,
冰所得之熱量 $=80\times100+100t$ 加,
$\therefore 1000\times(15-t)=80\times100+100t$。
$\therefore t=6.4°$ (答)。

17. 將 $-10°$ 之冰 3 克投於 $40°$ 之水 9 克中,其結果溫度如何?

解. 冰點下之冰之比熱 $=0.5$,
設所求之溫度 $=t$,
冰所得之熱量 $=0.5\times10\times3+80\times3+3t$,
水所失之熱量 $=9\times(40-t)$。
$\therefore 0.5\times10\times3+80\times3t=9\times(41-t)$。
$\therefore t=8.8°$ (答)。

18. 以 $-10°$ 之冰 2 瓩,投入 $50°$ 之水銀 100 瓩中,其結果溫度如何?

解. 冰融解時所需之熱量與水銀降至 $0°$ 時放出之熱量之比爲 $85\times2:50\times100\times0.03$,即 $170:150$。
故水銀降至 $0°$ 所放出之熱量,不能融解冰之全部;
所剩冰之殘量爲 $(170-150)\div80=0.25$ 瓩。
故其結果爲 $0°$ 之冰 0.25 瓩,$0°$ 之水 1.75 瓩,$0°$ 之水銀 100 瓩,混於一處。

19. 將 40° 之銅 50 克埋於冰內,發生 2.3 克之水。求銅之比熱。

圖. 設銅之比熱 $=x$,則得下式——

$40\times50\times x=2.3\times80$。

$\therefore x=0.092$ (答)。

20. 有 0° 之冰 100 克,與 0° 之水 100 克之混合物,問溫度昇至 30° 時,須加熱若干?

圖. $100\times(80+30)+100\times30=14000$ 加 (答)。

21. 定寒暑表之零度時,須用冰與蒸溜水之混合物,其理若何?又何以不單用冰?又何以必用蒸溜水?

圖. 1. 當冰在水中融解之時,其溫度常爲零度。

2. 若單用冰,其溫度常在零度以下。

3. 若不用蒸溜水,則混合物之溫度不能適爲零度。

22. 何謂寒劑?試舉例說明之。

圖. 冰與食鹽相混合,即液化爲食鹽水。此時冰與食鹽之融解熱均爲其自己所吸收;故能非常冷却,而成寒劑。

23. 物質之融解點與壓力之關係如何?試詳述之。

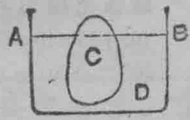
圖. 物質融解時,其體積或增或減。其體積增加之物質,常隨壓力之增加而增大其融解點。例如石蠟在 1 氣壓時,46° 即融;在 100 氣壓時非 50 度不融者是。又其體積減小之物質,常因壓力增加,其融解點愈低。例如冰在 135 氣壓時,-1° 即融;13000 氣壓時,-18° 即融者是。

24. 以0°之冰100克投於15°之水240克中。其結果如何?

圖. 0°之冰,全部化爲0°之水,所需之熱量爲$100\times80=8000$加。
15°之水降至0°時所發出之熱量爲$240\times15=3600$加。
因$3600<8000$,故冰不能全部融解,其殘留之冰爲
$(8000-3600)\div80=55$克(答)。

25. 某容器內有50°之水20瓩。其上浮有5°之冰10瓩。問冰全部融解之後,水之溫度如何?又冰融解後之水面較以前之水面高低如何?(冰之比熱$=0.5$)

圖. 設冰之融解熱$=x$瓩加。
所求之溫度$=t$,
$\therefore 20\times(50-t)=5\times0.5\times10+10\times80+10t$
$\therefore t=5.83°$(答)。



設冰浮時之液面爲AB。冰所排除之水量與冰之重量相等。冰融解之後,更熱至50°時,則適占其所排除之水之體積,故AB液面並不昇降。然實際上混合後之溫度降至5.83°,液因收縮之故,液面稍降下。

26. 溶若干之冰於100°之水1000克中,以指觸之,並不感如何寒暖,問冰之質量若干?
(但實驗者之體溫爲37°)。

圖. 設冰之質量$=x$克,則得下式:——
$(100-37)\times1000=(80+37)\times x$
$\therefore x=538$克(答)。

27. 以0°之冰置於30°之水100克中,則得0°之水。求冰之重量!

解. $\dfrac{30\times100}{80}=37.5$ 克 (答)。

28. 以0°之冰30克投於100°之水50克中,其結果溫度爲32.5°。求冰之融解熱!

解. 設冰之融解熱$=x$加;則得下式:——

$30x+30\times32.5=(100-32.5)\times50,$

$\therefore x=80$ 加 (答)。

29. 以0°之冰置於30°之水210克中,則得25°之水220克。求冰之融解熱!

解. 冰之質量$=220-210=10$克。

設冰之融解熱$=x$加,則得下式:——

$10x+25\times10=210\times(30-25),$

$\therefore x=80$ 加 (答)。

30. 將80°c之水200cc. 注於0°c之冰上時,問冰融解之量若干?

(80°c之水之比重$=0.97$)。

解. 80°c之水200cc.之質量$=200\times0.97=194$克,

設冰之量$=x$克,則得下式:——

$80x=80\times194$

$\therefore x=194$ 克 (答)。

31. 以0°之冰2瓩投於華氏194°之熱水8瓩中,問可

得攝氏幾度之水?

圖. 設所求之溫度 $=x^\circ$,

則 $2000\times(80+x)=\left\{(194-32)\times\frac{5}{9}-x\right\}\times 8000$,

$x=56^\circ$ (答)。

32. a. 所謂冰之融解熱1克爲80加者何意?

所謂銅之比熱爲0.093者何意?

b. 以100克之銅上昇 $50^\circ c$ 時之熱量,能融解 0° 之冰若干克?

圖. a. 1克之 0° 之冰化爲 0° 之水時,所需之熱量爲80加之意也。

使1克之銅上昇 $1^\circ c$ 時,所需之熱量爲0.093加之意也。

b. 設所求之值 $=x$ 克,

則 $100\times 0.093\times 50=80x$,

$x=5.8$ 克 (答)。

5. 氣化 液化 濕度

氣化	由液體之表面氣化者曰蒸發。 由液體之內部氣化者曰沸騰。
蒸發熱	1克之液體化爲同溫度之氣體,所需之熱量,曰該溫度之蒸發熱。
液化	氣體冷却至臨界溫度以下,復被壓縮,則成液體。
濕度	現存於空氣中水蒸氣之壓力,與水蒸氣之最大壓力(對於其時之溫度)之比,曰濕度。
露點	若將不飽和之蒸氣漸次冷却,遂達其飽和之狀態而開始液化,此時之溫度曰露點。

1. 外氣之壓力與液體沸騰點之關係如何?

答. 欲令液體沸騰,須使液內氣泡之壓力大於外氣之壓力。而泡之壓力,即液之最大漲力,溫度愈高亦愈大。故外氣壓力大時,非熱至高溫度則不沸騰。

2. 在海拔3732米之山頂煮水,87°即可沸騰,其理安在?

答. 水在100°時,所生蒸氣之最大漲力,即氣泡之壓力為1氣壓。而在海拔3732米之山頂氣壓約為$\frac{2}{3}$氣壓,水蒸氣之漲力若與此相等,即行沸騰,故87°之熱已足。

3. 試驗瓶內半充以水,熱之使其沸騰,然後施以塞而倒之;外注以冷水,則復沸騰。試言其理!

答. 瓶內之氣體最初為100°之水蒸氣,其壓力為1氣壓。今冷其瓶時,瓶內之蒸氣即被冷却而稍液化。瓶內液面上之壓力較水之最大漲力為小,故再沸騰也。

4. 試舉以蒸氣炊煮之利益!

答. 蒸氣不但能使物體與其同熱,且其液化時,發出多量之蒸發熱;故用以炊煮,頗為有效。且無火焰,危險甚少。又無煤煙,得保清潔。

5. 測水之沸騰點,即能計算山之高,其理若何?

答. 知水之沸騰點,即知其處之氣壓。既知山頂與山麓之氣壓,可由次式以計算山之高。

設其高$=h$, 山頂之氣壓$=a$, 山麓之氣壓$=b$.

兩地之平均溫度$=t$。

則 $h=18400\times(1+0.00366t)\log\frac{b}{a}$ 米 (答)。

6. 在空氣唧筒中。水面之壓力爲1.7糎時,沸騰點爲若干度?

圖. 蒸氣之最大壓力爲1.7糎時,其溫度爲20°,故水於20°時,卽能沸騰。

7. 蒸溜食鹽水時,其液之溫度漸次上昇者,何故?

圖. 蒸溜食鹽水時,僅蒸發其水分,而殘留其鹽分,故食鹽水之濃度漸增。但溶液之濃度愈大,其沸點亦愈高,故隨蒸溜而溫度漸高。

8. 密閉器內之水沸騰,則器有時破裂者,何故?

圖. 液面之壓力愈大,其沸點愈增。密閉器中之水沸騰時,其液面必生多量之蒸氣。蒸氣之壓力因之增大,沸點亦卽上昇,而蒸發亦愈盛,液面之壓力亦愈大,器遂破裂。

9. 自己吹其手時,因吹時之緩急,或感暖,或感冷者,何故?

圖. 緩吹時,則含有多量濕氣之溫空氣由肺中呼出,而送於手之周圍;以防手熱之放散,與手上水蒸氣之發生,故感暖。急吹時,則使皮膚所生之水蒸氣從速放散,而蒸發益盛,故感冷。

10. 以有揮發性之物質(如醇精)注於皮膚時,則覺甚冷者,何故?

圖. 揮發性之物質常由皮膚取得其所需之氣化熱,故也。

11. 試舉水與熱相關之特性,並述其對於地球及生

物之影響!

圖. 1. 比熱甚大,故海水較土地難暖,亦難冷,能調和沿岸之氣侯。
2. 融解熱及蒸發熱均甚大,故溫度之變化不能急劇變水之狀態。又冬季下雨或雪時,得放出多量之熱。夏季則由融解氣化等作用,以吸收多量之熱,而防氣溫之急變。
3. 水於4°時之密度爲最大,且爲熱之難傳體,故不至上下皆冰,而魚類得保安全。
4. 因受熱而起對流,以調和沿岸之氣候。

12. 無栓之瓶之水溫較室溫爲低,有栓時則與室溫相同者,何故?

圖. 前者不斷蒸發,由周圍吸收其蒸發熱,故其溫度低。後者不能蒸發,故溫度不下降,而與室溫相同。

13. 急激呼氣於試瓶中時,則內部生霧者,何故?

圖. 由外邊緊縮其口,而呼氣於瓶中,則氣至瓶中,必爲急激之膨漲。因此膨漲之動作,遂費去呼氣內之能(energy),而溫度下降;故呼氣中之水蒸氣被冷而凝結爲霧。

14. 得於紙製之器中,令水沸騰者,何故?

圖. 水沸騰時,不可不吸收多量之蒸發熱。因紙器所受之強熱專供水之蒸發,故紙器得不燃。

15. 浴後,身體則感清涼者,何故?

圖. 汗垢等充塞皮膚之氣孔,浴後,則被洗去。由皮膚之蒸發較盛,其吸收蒸發熱亦多,故感清涼也。

16. 夏日灑水於地,則感涼爽者,何故?

圖. 水由周圍吸收蒸發熱故也。

17. 注水於陶器中而放置之,其溫度常較玻璃器中之水稍低者,何理?

圖. 陶器常滲出少許之水,此水蒸發時卽吸收其內部之熱,故溫度較低。

18. 37°時,醇精蒸氣之最大漲力如何?

圖. 此溫度卽醇精之沸點,故其時最大漲力爲1氣壓。

19. 貯有酒精或醇精之罎,其栓須密閉者,何故?

圖. 罎內之液體因有揮發性,故常氣化;其蒸氣達至飽和,卽停止其蒸發。若不密閉其栓,則蒸氣逸出栓外,液體卽漸次氣化。

20. 入液態空氣於瓶中,不至卽時全部蒸發者,何故?

圖. 液態空氣氣化時,不能卽時吸收其所需之熱,故也。

21. 使水之蒸發甚盛之要件若何?

圖. 1. 將水加熱,以增大其蒸氣壓力。
2. 除去液面上之蒸氣。
3. 須令液之自由表面爲最大,並須減小其液面之壓力。

22. 使溼物乾燥之要件如何?

圖. 1. 溫度上昇。
2. 氣流流通。
3. 氣壓低減。

23. 有質量相等之0°之冰,與冰100°之水及水蒸氣,其所含熱量之差異各如何?

圖. 0°水中所含熱量多於0°之冰者,爲與融解熱相等之熱量。100°

之水中所含熱量多於 100° 之水蒸氣者,為與蒸發熱相等之熱量。

24. 昔日稱空氣為永久氣體者,何故?

解. 昔日不知空氣之臨界溫度甚低。若在臨界溫度以上,雖壓至數千氣壓,亦不能使其液化故也。

25. 法人阿馬客曾試驗加 5000 氣壓於空氣時,即能使其密度與水之密度相等;然空氣竟未曾液化者,何故?

解. 氣體之溫度如不冷卻至臨界溫度以下,無論加以如何壓力,亦決不液化。空氣之臨界溫度為 −140°,故空氣須冷卻至 −140° 以下,再加以強壓,始能液化。阿馬客之試驗未曾注意此臨界溫度故也。

26. 有導水蒸氣於冷水中以煮水者,係僅利用水蒸氣之高溫度乎?

解. 水蒸氣較同溫度之水含有多量之蒸發熱,故入於冷水中液化時,即利用此熱之放出,以使水之溫度上昇。

27. 冰山常被濃霧包圍者,何故?

解. 冰山附近之氣溫甚低,故含有多量水蒸氣之空氣來至此處時,即被冷卻而液化為水之小滴,呈霧狀。

28. 暖室時,通蒸氣於鐵管內,較熱水為有效,何故?

解. 蒸氣液化時,放出多量之蒸發熱故也。

29. 100° 之水蒸氣 25 克.令其變為 15° 之水,所放出之熱若干?

解. 水之蒸發熱$=536$加。

$\therefore 25\times536+25\times(100-15)=15525$加(答)。

30. 融解0°之冰8克,應用100°之水蒸氣若干克?

解. 設所求蒸氣之量$=x$克。

$\because$水之氣化熱$=536$加。

$\therefore 536x+100x=8\times80$。

$x=1$克(答)。

31. 將-5°之冰10克變爲100°之水蒸氣時,所需之熱若干?

解. 冰之比熱$=0.5$,故所求之熱量爲

$(5\times0.5\times10)+(80\times10)+(100\times10)+(536\times10)=7185$加(答)。

32. 以100°之水蒸氣通於30°之水1000克中,生成1010克之水,問其溫度若何?

解. 水蒸氣之重$=1010-1000=10$克。

10之水蒸氣變爲100°之水,所放出之熱$=536\times10$加。

設所求溫度$=x^\circ$,

則$536\times10+10\times(100-x)=1000\times(x-30)$。

$\therefore x=36^\circ$(答)。

33. 以100°之水蒸氣通於20°之水500克中,則水之量較前增10克,求水之結果溫度!

解. 設所求水之溫度$=t^\circ$,

因蒸氣之量$=10$克。

$\therefore 536\times10+(100-t)\times10=(t-20)\times500$,

$t=32^\circ$(答)。

34. 以100°之水蒸氣5克通於20°之水500克中,水之溫度若干?

圖. 設所求之溫度$=x°$,因水之蒸發熱爲536加,

$\therefore 5\times536+5\times(100-x)=500\times(x-20)$,

$x=26.1°$ (答)。

35. 以100°之水蒸氣若干克混於17°之水3瓩中,可得37°之水若干?

圖. 水之蒸發熱$=536$加,

設水蒸氣之量$=x$瓩,

則水蒸氣所失之熱量$=536x+x(100-37)$,

水所得之熱量$=3\times(37-17)$,

$\therefore 536x+x(100-37)=3\times(37-17)$,

$x=0.1$瓩 (答)。

36. 將水50 cc. 所變成之100°蒸氣,通於10°之水1000 cc. 中,可得若干度之水?

圖. 水1 c.c.$=1$克,

設所求之溫度$=x°$,

則$1000\times(x-10)=536\times50+50\times(100-x)$,

$\therefore x=39.8°$ (答)。

37. 以100°之水蒸氣通於20°之水1升(約1800克)中,欲得100°之水,問液量增加若干?

圖. 設水蒸氣液化後,所增之體積$=x$。

則$x\times1800\times536=1\times1800\times(100-20)$,

$\therefore x=0.15$升 (答)。

38. 有0°之水100克與0°之氷75克所成之混合物,問欲得30°之水時,應加以水蒸氣若干?(但水蒸氣之溫度爲100°)。

圖. 設所需水蒸氣之量$=x$克,
氷之融解熱$=80$加,
水之氣化熱$=536$加,
$100\times30+75\times80+75\times30=x\times536+x\times(100-30)$,
$\therefore x=18.6$克(答)。

39. 以100°之水蒸氣5克通於20°之水500克中,則可得26°之水。求水之蒸發熱!

圖. 設水之蒸發熱$=x$加,
則$5x+5\times(100-26)=500\times(26-20)$,
$\therefore x=526$加(答)。

40. 以100°之水蒸氣100克通於$-5°$之冰500克中,問其結果之溫度如何?

圖. 設結果之溫度$=t°$,
$100\times536+(100-t)\times100=5\times0.5\times500+500\times80+500\times t$,
$t=37°$(答)。

41. 以100°之水蒸氣通於20°之水190克中,其結果之溫度爲36°,其水量爲205克。問水之蒸發熱若干?

圖. 設水之蒸發熱$=x$加,
因液化之蒸氣之量$=5$克,
則$5x+(100-36)\times5=(36-20)\times190$,
$\therefore x=544$加(答)。

42. 玻璃杯盛有冰水,其外側常有露者,何故?

圖. 與玻璃杯相接觸之空氣溫度下降,而此時空氣中之水蒸氣達露點以下,故凝結爲露。

43. 冬季呼出之氣呈白色,夏季則否,何故?

圖. 冬季之空氣溫度低,將呼氣中之水蒸氣冷却,至其露點以下結爲露。夏季之空氣溫度高,故不呈此現象。

44. 室內溫煖時,則室內之空氣呈乾燥,何故?

圖. $$\text{濕度}=\frac{\text{現存於空氣中之水蒸氣之壓力}}{\text{對於其時之溫度水蒸氣之最大壓力}}$$

今室內之溫度高時,上式之分母大,故濕度小,空氣卽呈乾燥。

45. 試述飽和蒸氣與不飽和蒸氣之區別!

圖. 若將飽和蒸氣冷却或壓縮,使其體積減小,則其一部分液化。且接於此飽和蒸氣之液面,並無蒸氣發生。至不飽和蒸氣,則無以上之性質。

46. 陰天或有風之夜,則凝露甚少者,何故?

圖. 陰天時,從地上發出之輻射熱爲雲所遮,不能散去;而與地面上物體相接之水蒸氣不能冷至露點以下,故不凝露。又有風時,則含有濕氣之空氣被風吹散,故亦不凝結爲露。

47. 夏時驟雨之前則覺熱,待驟雨已過,則感淸涼者,何故?

圖. 驟雨之前,空氣之濕度大,身體之蒸發作用緩,故感熱。雨後,則濕度小,而身體上之蒸發甚盛;且因雨水之蒸發,地面亦被冷却,故感淸涼。

48. 置溼布於通風之處,則乾燥較速者,何故?

圖。由濕布蒸發所生水蒸氣之空氣,與乾燥空氣不絕交替故也。

49. 將0°之飽和空氣密閉之,而熱至30°時,其溼度幾何?

圖。0°之水蒸氣之最大張力=4.6粍。

30°之水蒸氣之最大張力=31.5粍。

故所求之濕度爲 $\frac{4.6}{31.5}\times100=14.6\%$ (答)。

50. 將30°之空氣冷却至10°,即凝結爲露。問最初之溼度若干?

圖。最大張力30°時,爲31.5粍,10°時,爲9.2粍,

$\therefore$ 濕度 $=\frac{9.2}{31.5}\times100=29\%$ (答)。

51. 達尼阿爾溼度計之露點爲10°,若大氣之溫度爲20°時,其濕度爲若干?

圖。水蒸氣之張力10°時,爲9.2粍; 20°時,爲17.4粍。

故所求之濕度爲 $\frac{9.2}{17.4}\times100=53\%$ (答)。

52. 有氣溫0°溼度90%之空氣,與氣溫20°溼度70%之空氣,其所含水蒸氣之量孰多?

圖。0°時水蒸氣之最大張力爲4.6粍,故濕度90%時爲 4.6×0.9 $=4.14$ 粍。

又20°時水蒸氣之最大張力爲17.4粍。

故濕度70%時爲 $17.4\times0.7=12.18$ 粍。

$\therefore$ 後者所含濕氣之量較多(答)。

53. 有 30° 時溼度 80% 之空氣,與 0° 時溼度 90% 之空氣,其含有水蒸氣之密度各若干?

又溼布之乾以何時爲速?

解. 30° 時之最大密度每立 3) 瓱,故溼度 80% 時每立 30×0.80 $=24$ 瓱。

又 0° 時之最大密度每立 4.9 粍,故濕度 90% 時每立 4.9×0.90 $=4.41$ 瓱。

故濕度小時,卽 3?° 之時,濕布之乾較速。

54. 15° 時溼度 70%,氣壓 759 粍時,水蒸氣及空氣之壓力各若干?

解. 15° 時之最大張力爲 12.7 粍,故濕度 70% 時,

水蒸氣之壓力 $=12.7\times0.7=8.89$ 粍。
空氣之壓力 $=759-8.89=750.11$ 粍。 (答)。

55. 由 1 氣壓時沸騰之水所生之水蒸氣,取其 5 立而閉之;冷之至 10° 時,凝露若干克?

又器所受內外面壓力之差如何?

解. 1 氣壓之下,水 100° 時卽沸騰,此溫度之水蒸氣之最大密度每立 0.589 克。10° 時之最大密度每立 0.0094 克。

故凝結之水量爲

$(0.589-0.0094)\times5=2.894$ 克 (答)。

又 10° 時之最大張力爲 9.2 粍,故器內壓力與器外壓力之差爲 $760-9.2=750.8$ 粍 (答)。

56. 取 1 氣壓時沸騰之水蒸氣 2 立,以入於器內,(器內容 2 立)冷却至 10° 倘不欲其成露時,問須膨漲其體

積爲幾立?

答. 10°時之最大密度1立9.4瓩。

100°時之最大密度1立589瓩。

故100°之水蒸氣2立之重 =589×2=1178瓩。

今欲使每立之重爲9.4瓩時,其體積爲

1178÷9.4=125.3立(答)。

57. 欲保持水之溫度常爲60°C時,須不絕供給以熱者,何故?

答. 水常由傳導或輻射以失其熱;且因不絕蒸發,以吸收蒸發熱甚多。故欲保持溫度,當加熱以補之也。

58. 何謂蒸氣之最大張力?

答. 卽飽和蒸氣所呈之壓力也。

59. 100°時之蒸氣之最大張力(最大壓力)若干?

答. 水100°時之最大張力,與大氣壓力相等,卽760粍也。

60. 使氣體液化之方法若何?

答. 冷却氣體至其臨界溫度以下,並須加以臨界壓力上下之壓力,卽可液化。

61. 投冰一片於玻璃杯內之水中時,

1. 冰何故浮於水面?

2. 杯之外側附有水滴者何故?

3. 冰全部融解後,水面之高低如何?

答. 1. 水結冰時,其體積膨漲,故冰之比重較水爲小。

2. 空氣中之水蒸氣觸於杯時,卽被冷却至露點以下。

3. 不昇不降,(參閱前節第二十五題)。

62. 何謂蒸發之潛熱?

答. 液體變為同溫度之氣體時所吸收之熱量也。

63. 露與霜之成因如何?

答. 夜間含有濕氣之空氣,與草木瓦石等相觸,其溫度降下達於露點,所含之濕氣即液化而成露。此時之露點若在冰點以下時,即結為霜。

64. 冬季手冷時,常吹之以口;夏季飲湯時,亦吹之以口。試從物理學上說明二者之意義!

答. 前者吹時張大其口,故氣得仍其原狀而觸於手,而感溫。後者吹時縮小其口,得吹散液面上之水蒸氣,以促進液之蒸發,而從液內所奪之蒸發熱增多,故也。

65. 以少量之液及其蒸氣入於備有活塞之圓筒內保持一定之溫度;若將其活塞引上或壓下時,其所生之變化如何? 又活塞之位置為一定,而變其溫度時則若何?

答. 將活塞引上時,液即蒸發;壓下時,蒸氣即液化。又溫度上昇時液即蒸發,而蒸氣之壓力增加;溫度下降時,蒸氣即液化,而蒸氣之壓力減少。

66. 用溼度表,以測定空氣之溼度,其理由及方法各如何?

答. 濕度表者,即二寒暑表並置,其中之一球上覆以布片,布片之

他端浸於水中。

空氣愈乾燥,則水之蒸發愈盛,故球上覆有濕布之寒暑表之示度下降。觀兩球示度之差若大,卽知空氣之濕度小也。

今設空氣中所含水蒸氣之壓力……………………f,

對於濕球上所示之度水蒸氣之最大壓力………f',

乾球之示度……………………………………………t,

濕球之示度……………………………………………t',

現在之氣壓……………………………………………P,

可由下式,以算出其濕度,

$f=f'-0.00077(t-t')P$。

67. 稱水1克之蒸發熱爲537加。試申其意!

以100°之水蒸氣入於15°之水870克中,得水之溫度爲57°,問需水蒸氣若干?

圖. a. 卽1氣壓時,1克100°之水變爲100°之水蒸氣時,所吸收之熱爲537加之意也。

b. 設所求水蒸氣之量$=x$克,

則 $(57-15)\times870=537x+(100-57)x$,

$\therefore x=63$ 克 (答)。

68. 以0°之冰89克投於100°之水蒸氣45克中,其結果如何?

圖. 0°之冰89克融解爲100°之水時,所需之熱量爲$(89\times80+89\times100)$加。

因生如上之熱量,100°之水蒸氣 x 克須變爲同溫度之水,卽如下式:——

$89\times80+89\times100=536x$,

$x=30$ 克。

又 $45-30=15$ 克之水蒸氣不變化而殘留。

故其結果 $\left.\begin{array}{l}100^\circ \text{之水 } 89+30=119\text{克}\\ 100^\circ \text{之水蒸氣} =15\text{克}\end{array}\right\}$(答)。

69. 由寒暑表可以約略測山之高,試述其方法及理由!

圖. 氣壓雖因地勢而不同,但其變更之度則非一定。例如高於海面 1000 米時,約減 90 粍;更高 1000 米時,約減 80 粍;更高 1000米時,約減 70 粍。故由寒暑表得以測知其處之水之沸點,即知其處之氣壓。由此關係,略可測知山之高度。

70. 於氣壓爲 488 粍之山頂,釜蓋之直徑爲 30 糎,欲使釜中之水與平地爲同溫度之沸騰;釜蓋上須載重若干?

圖. 加於釜蓋上之壓力每平方糎爲

$760-488=272$ 粍。

故載於蓋上之重 =

$\left(\frac{30}{2}\right)^2\times3.1416\times27.2\times13.6-$(蓋之重)$=261.5$ 瓩 $-$(蓋之重) (答)。

71. 今於 0° 之水 100 克,與 0° 之冰 75 克之混合物內,欲得 30° 之水,須加以 100° 之水蒸氣若干克?

圖. 設所求水蒸氣之量 $=x$ 克,

水蒸氣所失之熱量 = 水與冰所得之熱量,

$\therefore 536x+(100-30)x=30\times100+75\times80+75\times30$,

$x=18.6$ 克 (答)。

72. 100° 之水蒸氣 90 克,與 0° 之冰 480 克相混合,其結

果如何?

圖. 100°之水蒸氣變爲0°之水時,所放出之熱量爲(80 加 +100 加)×90=57240 加。

又 0°之冰 480 克變爲 0°之水時,所吸收之熱量

80 加 ×480=38400 加。

其差 57240−38400=18840 加。

∴所求之溫度

18840÷(90+480)=33.5°(答)。

73. 給以若干量之熱,使0°以下之冰塊能變爲100°之蒸氣,問此熱之諸作用如何?(但此變化,常在水銀柱760粍壓力之下。)

圖. 冰先被熱,而溫度上昇爲0°,其後之熱即供給固體,使其液化。但冰尙未全部融解時,則水之溫度不能上昇,冰液化後,體積急行縮小,水亦因溫度之上昇而體積漸小,至4°時密度爲最大,卽體積爲最小。由此即再行膨漲,至 100° 時,盛行沸騰,而氣化爲同溫度之水蒸氣。水氣化時,並吸收多量之蒸發熱。

74. 試舉水之特性,於吾人最有利益者三例;並述其理!

圖. 1. 溶解性大…… 洗滌器物或衣類時,多利用之。且動植物之營養物皆利用此性,成爲溶液,以被攝取。

2. 比熱大…… 熱之不易溫,冷之不易熱,便於調和氣候。

3. 潛熱大…… 不因溫度之變化,而劇烈變其狀態;亦能調和氣候。

75. 68°F 之水3750克全行氣化時,所需熱量若干瓩加?(但水之蒸發熱爲536加。)

圖. $68°F=(68-32)\times\frac{5}{9}C=20°C$,

故所求之熱量爲:

$3750\times(100-20)+3750\times536=2310000$ 加 $=2310$ 瓩加 (答)。

76. 標準氣壓時,59°F之水10克變爲100° C之水蒸氣,所需熱量若干?

圖. $59°F=(59-32)\times\frac{5}{9}C=15°C$,

故所求之熱量爲:

$10\times(100-15)+10\times536=6210$ 加 (答)。

77. 100°之水蒸氣10克,與20°之水100克相混和,其結果溫度若何?

圖. 設所求之溫度$=t°$,

水蒸氣變爲$t°$之水所放出之熱量,爲:

$10\times536+10\times(100-t)$ 加,

20°之水100克昇至$t°$所需之熱量爲:

$100\times(t-20)$ 加。

$\therefore 10\times536+10\times(100-t)=100\times(t-20)$,

$t=76°$ (答)。

78. 100°之水蒸氣10克,與20°之水100克相混後之溫度爲76°,問水之蒸發熱若干?

圖. 設水之蒸發熱$=x$ 加,

$\because$ 水蒸氣失去之熱量$=$水所得之熱量,

$\therefore 10x+10\times(100-76)=100\times(76-20)$,

$x=536$ 加 (答)。

79. 有質量530克溫度 0°C之冰塊,今將其全部變爲

100°c 之蒸氣時,最少須給以熱量若干?(但設100° 之水變爲100° 之蒸氣時之蒸發熱540加。)

圖. 冰塊變爲0° 之水所需之熱量爲 $80\times530=42400$ 加。

由融解所得之水,變爲100° 之水所需之熱量,爲:

$530\times100=53000$ 加。

又100° 之水變爲100° 之水蒸氣所需之熱量,爲:

$530\times540=286200$ 加。

$\therefore 42400+53000+286200=381600$ 加 (答)。

80. 空氣之溫度爲33.7°C.,露點爲20.4°C.,求其溼度!

溫　　度	20°	21°	33°	34°
水蒸氣之最大張力	17.4	18.5	37.4	39.6

圖. 20.4° 之最大張力:

$$17.4+(18.5-17.4)\times\frac{4}{10}=17.84,$$

33.7° 之最大張力:

$$37.4+(39.6-37.4)\times\frac{7}{10}=37.65,$$

故所求濕度:

$$100\times\frac{17.84}{37.65}=47.4\,\%\ (\text{答})。$$

力學之部

1. 速度.運動之合成及分解

速　　度	物體單位時間內經過之距離,曰速。速與方向同時而言者,曰速度。
運　　動	物體變其位置,曰運動。有等速運動,不等速運動,直線運動,曲線運動等之別。

1.　試舉例以明等速運動及不等速運動!

圖. 等速運動………天體之運動。
不等速運動……落下體,駛開及將停之車。

2.　試舉例以明速度不變,方向之變化常有一定之運動!

圖. 迴轉中之器械,及車輪之各部分等是也。

3.　投野球或庭球等使之迴轉前進時,其進路彎曲者,何故?

圖. 球因迴轉,故攪拌空氣,遂生空氣之抵抗。但此抵抗未必相等,故球之方向遂起變化,而彎曲。

4.　試用每秒糎以表1時哩!

(1呎＝30.5糎。)

圖. 1哩＝5280呎＝30.5×5280＝161040糎。
1時＝60×60＝3600秒。

$\therefore \frac{161040}{3600}=44.7$ 秒粍(答)。

5. 某物體於 $\frac{1}{10}$ 秒間運動150粍,求其速!

圖. $\frac{150}{\frac{1}{10}}=1500$ 秒粍(答)。

6. 有等速運動之物體,1時間進行180米之距離。試用秒與粍以表其速度!

圖. $\frac{180\times100}{60\times60}=5$ 秒粍(答)。

7. 赤道上地球之半徑爲6400粁,問赤道上之物體每秒運動之速度爲若干米?

圖. 地球自轉之週期,
$24\times60\times60=86400$ 秒。
∴所求之速,
$\frac{2\times6400\times1000\times3.1416}{86400}=445$ 米(約)(答)。

8. 某汽船每時之速度爲10哩,水流之速每秒 $\frac{5}{3}$ 呎。問逆流及順流之速度各如何?

圖. 逆流時之速度 $\frac{5280\times10}{60\times60}-\frac{5}{3}=13$ 呎。

順流時之速度 $\frac{5280\times10}{60\times60}+\frac{5}{3}=16\frac{2}{3}$ 呎(答)。

9. 試述速度之平行四邊形之法則!

圖. 先畫表已知二速度之二直線,更以此二直線爲二邊,作一平行四邊形。此二直線之對角線,卽所以表合成速度之線。此卽

速度之平行四邊形之法則,或稱速度之中斜法。

10. 船進行時,從檣上以石落下,問其路徑如何?

圖. 船進行時,其檣頭之石,與船爲同速度之進行。其因重力落下時,仍因慣性而前進,恆與船爲同速度之進行。故沿檣而下,不至落於後方。與前同理,火車進行時,由車底落下之物體,亦落於車底之直下。

11. 無風而降雨時,路上行人之傘多向前方傾斜者,何故?

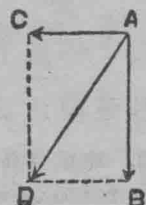


圖. 人於無風之空氣中前進時,適如人爲靜止,而空氣以與人相同之速度,由反對方向而來者。故雨垂直落下時之速度 AB,與設人爲自反對方向之速度 AC 而來,則其合速度 AD,卽爲雨對於人之速度也。故傘須向 AD 之方向傾斜。
(但人係由 C 向 A 之方向進行。)

12. 無風之日,人在進行之火車中外望時,窗外之雨綫之方向如何?且此方向之關係爲何?

圖. 與前理同,火車與人之進行適如火車與人爲靜止。而窗外之物體以同速度由反對之方向而來者,今前圖之 AC 爲窗外物體後退之距離,(與火車成反對方向)AB 爲雨滴落下之路,由雨運動之結果,車中之人當見雨滴向 AD 之方向落下。故雨滴之方向,因火車之速度與雨之速度之關係而異。

13. 無風降雨時,有人以每時 3 哩之速度行進,但云才傘之傾斜與垂直之方向成30°之角,則正適合。問雨滴

降下之速度如何?

圖. 如問題(11)之圖, AC爲人之速度, AB爲雨滴之降下速度。由直角三角形之性質則得下式:——

$AB:AC=\sqrt{3}:1,$

$\therefore AB=3\times\sqrt{3}$ 哩(答)。

14. 有上昇速度140分尺之輕氣球, 設此球被吹於風, 與地面爲60°之傾斜而上昇時,問風及輕氣球之速度各如何?

圖. 右圖, AB爲氣球之上昇速度,

Ac……風之速度。

$\therefore$輕氣球之速度即二者之合成速度AD是也。

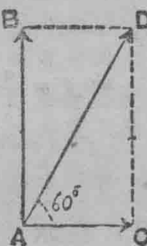
由矩形$ABCD$, $AB=140$尺,

$AB:AC=\sqrt{3}:1,$

$AC=140\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$分尺風速(答)。

$AD:AB=2:\sqrt{3}$

$AD=140\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$分尺球速(答)。



15. 有船欲於短時間内横渡某河時,問船當取如何之方向? (但船之速度爲一定。)

圖. 船首當常與水流之方向成直角。

16. 前題之船欲達最近之對岸點時,其進行之方向如何?

解. 設水流之方向及速度$=a$。
水夫駛船之方向及速度$=b$。
則 a b 之合速度及方向須

與河流成直角。由此以規定 θ 角,而後由 θ 角之方向向上流駛船可也。

17. 有水夫,其船之速度每時 2 里,水流之速度每時 $\sqrt{2}$ 里,今此水夫欲與河岸成直角而橫渡此河,問其駛船之方向如何?

解. 由前題:

$a=\sqrt{2}$, $b=2$,

$$\sin\theta=\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\therefore\ \theta=45°$。

即與水流成直角之方向,爲 45° 之角,向上流駛船可也。

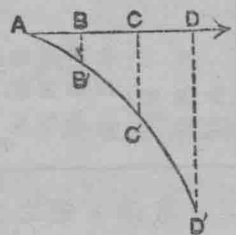
18. 有水夫在靜水中駛船,其速度爲 3 秒米,水流之速度 4 秒米。與河岸成直角而橫渡此河時,船之速度若何?

解. 所求之速度,即以 3 秒米與 4 秒米爲二邊,作直角三角形,取其斜邊是也。

$\therefore \sqrt{3^2+4^2}=5$ 秒米(答)。

19. 有速度每秒 980 c m. 之進行汽車,今有石由其窗落下時,車內及車外之人所見石之運動各如何?試記 1 秒 2 秒 3 秒後石之位置,並圖示其運動!

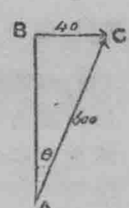
解. 設汽車以980秒 cm. 之速度向 AD 之方向進行,各秒之後,汽車之位置爲 B,C,D,則 $AB=BC=CD=980$ cm.。石離手之後,一面與汽車繼續其同一之運動,一面由重力之作用而下落;其落下之距離1秒後爲 $\frac{1}{2}g\times1^2$, 2秒後爲 $\frac{1}{2}g\times2^2$, 3秒後爲 $\frac{1}{2}g\times3^2$。故將此二運動合成時,則各秒後石之位置卽爲 B', C', D';連結此等點之曲線,卽爲石之通路。故車外之人則見此通路爲拋物線。車中之人因其在車中進行,故石來至 B' 點之直上之 B 點上,



石來至 C' 或 D' 時,人則在 C 或 D 點上;故石常在其直下,車中之人則見爲垂直線而已。

20. 飛機以40秒米之水平速度,經過於頂上時,以速度600秒米之彈丸射擊之,其描準點如何?

解. 設 A 爲人之位置,
飛機由 BC 之方向進行40米至 C 點時,彈丸則由 AC 之方向進行600米至 C 點,適擊中飛機。設槍之傾斜角爲 θ, 則得下式:——



$$\sin\theta = \frac{40}{600} = \frac{1}{15} = 0.0666,$$

$\therefore \theta = 3°50'$ (弱) (答)。

2. 力 加速度

力之	絕對單位…作用於質量1克之物體,使其於1秒間生1秒糎之加速度所用之力爲力之單位,而稱爲1達(dyne)。
單位	重力單位…實用上作用於1瓩,1磅等之質量之力爲力之單位,而稱曰1瓩1磅等之力。
加速度	在不等速運動時,單位時間內速度變化之比例,曰加速度。 即 $\frac{\text{終速度}-\text{初速度}}{\text{時間}}=$ 加速度。

1. 常謂1達之力與1瓱(約)之力相等,試說明之!

解. 公式 $f=ma$ 重力之時 $a=g=980$ 秒秒糎,故 f 卽與物體之重量相當,就1克之物體觀之,

1克重 $=1$ 克 $\times 980$ 秒秒糎 $=980$ 達,

$\therefore$ 1達 $=\frac{1\text{克重}}{980}=0.001$ 克重(瓱)卽等於1瓱重。

2. 作用於200克之物體之重力若干?

解. 公式 $f=ma$ 有重力之作用時 $a=g=980$ 秒秒糎,

$\therefore f=200\times 980$ 達 $=196000$ 達(答)。

3. 上海1磅之重量,當若干達?

解. 1磅 $=453.6$ 克。

上海重力之加速度 $=979.4$ 秒秒糎。

故所求之力爲:

$f=453.6\times 979.4$ 達 $=444256$ 達(答)。

4. 質量3750克之物體,在上海與巴黎時,其重力之差若干?

解. 上海之重力加速度 $=979.4$ 秒秒糎。

巴黎之重力加速度 $=980.9$ 秒秒糎。

設所求重量之差 $=f$,

$f=3750\times(980.9-979.4)=5625$ 達(答)。

5. 使質量 100 克之物體生16秒秒糎之加速度之力若干?

解. $f=ma$ $\because f=100\times16=1600$ 達(答)。

6. 今有力作用於質量 4 克之物體,凡 3 秒間,其速度增加12秒米,問此力爲若干達?

解. 加速度 $=\dfrac{12\times100}{3}=400$ 秒秒糎,

$\therefore f=4\times400=1600$ 達(答)。

7. 有靜止之物體,其質量100克。今加以力1分後,則生200秒米之速度,問力之大若干?

解. 加速度 $=\dfrac{200\times100}{60}=\dfrac{1000}{3}$ 秒秒糎,

$\therefore f=100\times\dfrac{1000}{3}=\dfrac{100000}{3}$ 達(答)。

8. 作用於質量 5 克之物體,使其生20秒糎之加速度之力若干?試用絕對單位及重力單位以表之!

解. 絕對單位 $5\times20=100$ 達(答)。

重力單位 1 克之重爲 980 達,

故 100 達之力爲 $\dfrac{100}{980}=0.102$ 克之重(答)。

9. 今以 250 達之力加於某物體,3 秒之後,速度之

增加爲12秒糎,問物體之質量若干?

圖. 加速度$=\frac{12}{3}=4$秒秒糎。

$\therefore m=\frac{250}{4}=62.5$克(答).

10. 今有200達之力,加於物體之運動方向,作用凡二分鐘,其速度自5秒米增至20秒米。求物體之質量!

圖. 加速度$=\frac{2000-500}{2\times 60}=12.5$秒秒糎。

$\therefore m=\frac{200}{12.5}=16$克(答)。

11. 有1000瓩之汽車出發後20秒鐘之速度爲2000秒糎,問此時作用於此車之力爲若干瓩之重?

圖. 汽車之加速度$=\frac{2000}{20}=100$秒秒糎,

故作用之力

$f=\frac{1000\times 1000\times 100}{980\times 1000}=102$瓩(答)。

12. 設有物體,其運動之速度爲15秒糎。今加力於其運動之方向上,2秒之後,每秒之速度爲25 cm.。問物體之質量與力之關係若何?

圖. 加速度$=\frac{25-15}{2}=5$秒秒糎,

$\therefore f=m\times 5$,

卽力與質量之數値之比爲1:5之關係。

13. 以重120磅之炭,載於1噸之升降機,以每秒8呎

之加速度,由炭礦上升。問繩之張力若干?

圖. 升降機及炭之質量 $=2240+120=2360$ 磅重力之加速度爲 32.2 秒秒呎,故支持此機所需之力

2360×32.2 磅力 (Poundal)。

所謂磅力者,即作用於 1 磅之物體,使其生 1 秒秒呎之加速度之力,英國所用之單位也。

故今以 8 秒秒呎之加速度上升時,須加以 2360×8 磅力之力。

故加於繩之全張力

$2360\times 32.2+2360\times 8=94872$ 磅力

$=94872\div 32.2=2946.3$ 磅之重 (答)。

14. 有物體自靜止之狀態出發,以 a 秒秒糎之等加速度而運動,試作式以表 t 秒後之速度,及其路程!

圖. t 秒後之速度……$v=at$ (答)。

t 秒間之距離……$S=$ 平均速度 $\times$ 時間 $=$

$\left(\dfrac{0+at}{2}\right)t=\dfrac{1}{2}at^2$ (答)。

15. 試由分米以表 980 秒秒糎之加速度!

圖. $\dfrac{980}{60\times 60\times 100}=0.00272$ 分分米 (答)。

16. 有由靜止之狀態,開始運動之物體,每秒增加 980 cm. 之速度,問 15 秒後之速度如何?

圖. 設所求之速度爲 v 秒糎,

$\therefore v=980\times 15=14700$ 秒糎 (答)。

17. 以 20 克之力作用於 10 克之物體,其加速度如何?

圖. 20 克重 $=980\times 20$ 達。

設所求之加速度為a,

$$a=\frac{980\times20}{10}=1960\text{ 秒糎 (答)。}$$

18 100達之力作用於質量5克之物體,其所生之加速度幾何?

圖. 加速度$a=\frac{f}{m}=\frac{100}{5}=20$秒秒糎(答)。

19. 問1秒秒糎之加速度,與1分分糎之加速度孰大?

圖. 前者之速度變化每秒為1 cm., 後者之變化每分為1 cm.。故後者之時間每為前者之60倍,而其速度之增加為前者之速度之$\frac{1}{60}$。故兩者之速度之大之比為1:3600(答)。

20. 有火車,自開始進行後,歷1分鐘之速度為$\frac{2}{3}$時哩。問1小時後之速度如何?

圖. 每分之加速度為$\frac{2}{3}$時哩,故1小時後之速度當為$\frac{2}{3}\times60=40$時哩,即每小時40哩之速度也。

21. 今以1000達之力,作用於50克之靜止物體,問2秒以後此物體所得之速度如何?

圖. 加速度$=\frac{1000}{50}=20$秒秒糎。

故2秒後之速度為$20\times2=40$秒秒糎(答)。

22. 有靜止之物體,作用以力,凡5秒鐘,其速度為700秒糎,問平均之加速度如何?

圖. 所求之加速度為$\frac{700}{5}$=140 秒秒糎 (答)。

23. 有按一定之加速度而運動之物體,其初為 5 秒糎之速度,6 秒後之速度為 29 秒糎。求其加速度!

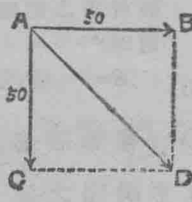
圖. 所求之加速度=$\frac{29-5}{6}$=4 秒秒糎 (答)。

24. 有速度每秒 60 cm. 之運動體,今於其反對方向抵抗之;5 秒之後,使之靜止。問由抵抗所生之加速度如何?

圖 所求之加速度 $\frac{60}{5}$=12 秒秒糎 (答)。

25. 有向某方向運動之物體,其速度為50秒秒糎,今於其運動方向為直角生 5 秒秒糎之加速度時,問由此10秒後,物體之速度如何?

圖. 設物體最初之運動方向及速度為 AB, 10 秒後之速度為 AC,
則 $AC=10\times5=50$ 秒糎,
故所求之速度即以 50 cm. 為一邊之正方形之對角線 AD 是也。
$AD=50\sqrt{2}$ 秒糎 (答)。



26. 有為直線運動之物體,其初之速度為25秒糎,30秒後之速度為145秒糎。求其加速度!

圖. 加速度 $\frac{145-25}{30}$=4 秒秒糎 (答)。

27. 問上海之重力加速度為幾秒秒呎?

圖. 上海之重力加速度為979.4秒秒糎。
因1呎 =30.48糎,
故所求加速度為$\frac{979.4}{30.48}$=32.13秒秒呎(答)。

28. 有每時速度100000米之火車,因等減速度15秒之後而靜止。問減速度之大若何?並與落體之減速度比較之!

圖. 減速度 = $\frac{100000}{15}$=6667秒秒米。
因落體之加速度為9.8秒秒米,
故6667÷9.8=680倍(約)。

29. 今有運動體,每秒減50秒糎之速度,其初速度為280秒糎。問至此物體靜止,其經過之路程若干?

圖. 負加速度為50秒秒糎,初速度為280秒糎,終速度為0,
設所求之距離為S,
則$280^2-0^2=2\times50\times S$,
$\therefore S=784$糎(答)。

30. 有等加速度運動之物體,其加速度為900秒秒糎,其某瞬間之速度為45秒米。問從此經過7秒後之速度如何? 又經過之距離如何?

圖. 所求之速度 =450+900×7=6750秒糎(答)。
所求之距離 $=450\times7+\frac{1}{2}\times900\times7^2=25200$糎 =252米(答)。

31. 有5克之靜止物體,今加以某力時,進行64糎後之速度爲80秒糎,求此力之强!

圖. 物體之加速度爲a,

$80^2=2\times a\times 64$,

$a=50$秒秒糎。

故所求之力爲$5\times 50=250$達(答)。

32. 有質量1克之靜止物體,今作用之以980達之力時,問5秒後之速度若干?

圖. 加速度$=\frac{980}{1}=980$秒秒糎,

故5秒後之速度爲:

$980\times 5=4900$秒糎$=49$秒米(答)。

33. 有運動體,其加速度爲3秒秒糎,5秒後之速度爲12秒糎。問初速度若干?

圖. 設初速度$=v$秒糎。

則$v+3\times 5=12$,

$v=-3$,

即以3秒糎之速度,向反對之方向運動。

34. 有靜止之10克及200克之二物體,用1達之力互相牽引時,1秒後之速度若干?

圖. 作用於各物體之力爲1達。

故10克之物體所得之加速度,

$a=\frac{1達}{10克}=\frac{1}{10}$秒秒糎。

200克之物體所得之加速度,

$$a' = \frac{1\text{達}}{200\text{克}} = \frac{1}{200}\text{秒秒糎。}$$

故各物體1秒後之速度,

$$\left.\begin{array}{l}\text{前者爲}\ \frac{1}{10}\text{秒糎。}\\ \text{後者爲}\ \frac{1}{200}\text{秒糎。}\end{array}\right\}\text{(答)。}$$

35. 速度19.6秒米之物體爲等減速度運動時,則2秒後停止。問其經過之路程若干?

圖. 等減速度$=19.6\div2=9.8$秒米,

設所求之路程爲S,

則$S=\frac{1}{2}\times9.8\times2^2=19.6$米(答)。

36. 初速度200秒米之運動體,若爲等減速度運動時,5秒之後,速度減至10秒米。問加速度若干?

圖. 所求之加速度$\frac{200-10}{5}=38$秒秒米(答)。

37. 有火車出發後30秒之最大速度每時爲75哩。問火車之加速度,及其經過之路程若干?

圖. 加速度$=\frac{75\div3600}{30}=\frac{1}{1440}$秒秒哩(答)。

距離$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{1440}\times30^2=\frac{5}{16}$哩(答)。

38. 有質量20克之物體,其運動之速度爲10秒米。今於其反對之方向加以5000達之力,使此物體靜止須若干秒?

解. 質量 =20 克。

速度 $=10\times100=1000$ 秒糎。

$\therefore\quad f=20\times1000=20000$ 達。

今欲其靜止,須於反對之方向加以相等之力。設至其靜止時之時間 $=t$ 秒,

則 $\quad 20000=5000\times t$,

$\therefore\quad t=20000\div5000=4$ 秒 (答)。

39. 物體之重量與其質量爲比例,試說明之!

解. $f=ma$ 之式適用於落體時,

則 $f=$ 物體之重量,

$a=$ 重力之加速度 g,

卽物體之重量 $=$ 質量 $\times\ g$,

而 g 者在地球上同一塲所常爲一定,

故物體之質量與其重量爲正比例。

40. 重量是否爲物質之通性?試就開門時,與在門檻上將門擧上時,以說明質量與重量之區別!

解. 凡在地上之物體,均受重力之作用,故重量爲物體之通性。無論在門檻上或樞上時,門之質量不變。但在樞上開門時,僅抵抗其點之摩擦。而從門檻擧上時,則非抵抗其重力作用不能擧故後者之重量遠過於前者。

41. 有力之重量單位1克,(在上海)試以絕對單位表其值!

解. 在上海之 $g=979.4$ 由公式 $f=ma$,

$\therefore f=1\times979.4=979.4$ 達 (答)。

42. 有 5 克之物體,其運動之加速度爲 29.4 秒秒米。

問作用於此物體之力若干?

圖. 由公式 $f=ma$,

$f=5\times 2940=14700$ 達。

因 980 達與 1 克相當,故所求之力爲 $14700\div 980=15$ 克 (答)。

43. 有質量 1000 克之物體,以 8 秒糎之速度運動中,於其運動之方向加以若干之力,則自此經 20 秒後之速度爲 24 秒糎。求力之强!

圖. 此運動之加速度 $=\frac{24-8}{20}=0.8$ 秒秒糎。

故所求之力爲 $1000\times 0.8=800$ 達 (答)。

44. 觀測直線運動之物體時,自其出發點第 1 秒第 2 秒第 3 秒第 4 秒之距離,各爲 5 cm. 20 cm. 45 cm. 80 cm.。問各秒之終之速度若干?並此運動中之加速度若干?

圖. 最初 1 秒中運動之距離爲 5 cm.;自 1 秒之終至 2 秒之中,運動之距離爲 $20-5=15$ cm.;自 2 秒之終至 3 秒之終,其距離爲 $45-20=25$cm.;自 3 秒之終至 4 秒之終,其距離爲 $80-45=35$cm.。故此運動爲等加速運動。設所求之加速度爲 a,

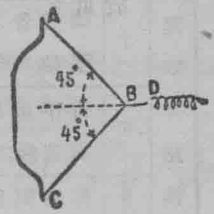
則 $5=\frac{1}{2}a\times 1^2$ $\therefore a=10$ 秒秒糎。

故 1 秒後之速度 $=10\times 1=10$ 秒糎。

2 秒後之速度 $=10\times 2=20$ 秒糎。

3 秒後之速度 $=10\times 3=30$ 秒糎。

45. 在重力之加速度 980 cm. 之地,以質量 1 瓩之錘懸於簧秤之一端,則簧秤之延長爲 4 cm.。如圖 B 爲弓弦



ABC之中點,D為BD絲之一端。今將簧秤之一端連結於D,而用水平力引長之;至簧之引長為6 cm.時,則弦AB及CB與絲DB之延長線成45°之角。問此時

(a) 絲BD之張力為若干達?

(b) 弦AB及CB之張力為若干瓩?

(c) 以質量200克之箭平置於B點,將BD切斷時,箭射出之加速度為若干?

圖. (a) 由夫斯開之定則加於BD張力為1瓩$\times\frac{6}{4}=1.5$瓩。

$1.5\times1000\times980=1470000$達。

(b) 以AB,BC為二邊,以BD之引長線為對角線,而作1平行四邊形,此平行四邊形必為正方形。故AB,BC之張力為

1.5瓩$\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1.06$瓩。

(c) 加於箭之力為1470000達,

由$f=ma$,箭所得之加速度,

$a=1470000\div200=7350$秒糎。

3. 運動之定律

運動之定律	1	物體若不受外力作用時,則靜止之物體永久靜止,運動之物體爲等速度之直線運動。
	2	力作用於物體時,則物體常於力之方向生一定之加速度;其加速度與力爲正比例,與量爲反比例。
	3	作用與反作用之大相等,方向相反。

1. 電車在進行中時,上下頗有危險,其理若何?

圞. 躍上進行中之電車,則身體之一部觸於電車,他部則依慣性而欲靜止,故有向後方傾倒之虞。又跳下時,則足先着地而靜止,上部則仍與電車爲同速之前進,故有向前方傾倒之虞。

2. 人從進行之電車躍上或跳下時,宜如何注意?

圞. 當留意慣性。躍上時,當豫先與電車同速,向前跑若干步方可;跳下時,則當竭力踏住,先着地之前足,以抵抗其向前運動之慣性。

3. 試舉數例以明運動之第一定律!

圞. 1. 疾走之車如忽行停止,則車中之人恆倒向前方。
2. 車如驟然開動,車中之人恆向後方傾倒。
3. 欲除去衣服蓆毯等之灰塵,須以棒敲打之。
4. 以銅幣載於紙上,若急將紙拉去,則銅幣幾乎不動;若緩拉時,則銅與紙共動。

4. 按運動之第一定律,運動體宜永久繼續爲直線運動,然其結果爲靜止者,何故?

圞. 因重力,空氣之抵抗,摩擦等,以阻物體之運動,故也。

5. 物體若無重量,則不用力可使之運動,此說有誤

否?

圖. 物體皆有慣性,與重量無關,故不加以外力,決不能動。但若無重量,則無二面間之摩擦,故僅以小力卽能動之。

6 火車輪船等達其一定之速度後,而欲持續其運動,所需之條件若何?

圖. 火車輪船等達其一定之速度後,若蒸氣之力與軌道及輪之摩擦力相等,或與水之抵抗力相等,則火車輪船可依慣性而進行。

7. 石向地球落下,地球亦漸次向石接近,然乎?

圖. 實際兩者同時互相接近,但由運動之第二定律,物體之加速度恆與其質量爲反比例;今地球之質量遠大於石,故其加速度遠小於石,所以吾人只見石之運動。

8. 吾人由地面向上飛躍時,則地球向反對方向運動,試說明之!

圖. 因作用與反作用相等,故地球亦向反對之方向運動,但其力相等。因人之質量甚小,故可得大速度;地球之質量甚大,故其速度極小,爲吾人所不能見。

9. 吾人不能自舉其身,而能舉起他人之身者,何故?

圖. 吾人若提自已之帶向上舉時,則帶亦以同大之力將手墜下,作用與反作用相等,故不能自舉其身。
他人之身體可視爲一物體,作用以力時,卽隨力之方向而運動。

10. 放鎗時,則肩上感撞擊者,何故?

圖. 由彈丸發射之反作用,鎗身退向後方,打擊於肩際。

11. 在船內而壓船之一部,船不進行者,何故?

圖. 壓時之力(卽作用)常與船之反作用相等,其方向相反故也。

12. 馬曳車時,車亦以同大之力曳馬;然車向前進,而馬不後退者,何故?

圖. 馬曳車之力……………………………F,

車曳馬之力……………………………F'(與F同量),

馬因曳車,其足向後方踏地之力……f,

地對此之反作用……………………………f'(與f同量)。

故作用於馬之力爲F'及f',

設$F'<f'$時馬卽前進

又以F之力將車向前方曳動時,而地面必抵抗之,此抵抗力若爲R,則車亦受FR二力之作用;

設$R<F$時,車卽前進。

因$F'<f'$ $R<F$,馬與車俱前進。

今將車與馬看作一物體,作用於此物體之多數力之合力,係向其前方作用之力,故能前進也。

13. 人步行時之作用及反作用如何?

圖. 人步行時,須以踵斜壓地,向後方,其反作用卽將人壓向前方,人所以前進。

14. 二人曳繩於平滑之水平板上,其勝負之原因如何?

圖. 其勝負不因其腕力之大小,而因足與板面之摩擦力。各人之腕力,僅保持人與繩之連結。故摩擦力小之一方必負。

15. 人在泥中時,拔其一足,其他足反深入泥中,其理如何?

答. 欲拔出一足,他足卽因反作用而深入泥中。

16. 船上舵之作用如何?

答. 船上之舵係利用水之反作用,舵向右方動時,卽由水之反作用將船之後部壓向左方,而船首卽向右方前進。

17. 試由運動之定律與重力之定律,以證明落體之加速度與其重量之大小無關,而常爲一定。

答. 由重力之定律,在同一地方上,物體之重量與其質量爲正比例。

又由運動之第二律,力者常與質量與加速度之相乘積爲正比例。

設二物體之質量各爲m,m',

二物體之重量各爲F,F'

則$F:F'=m:m'$,

又此二物體落下時之加速度各爲g,g',

則$F=mg$, $F'=m'g'$,

$\therefore m:m'=mg:m'g'$,

$m'mg=mm'g'$,

$g=g'$,

卽與重量之大小無關,而加速度常爲一定也。

18. 欲比較力之大小,當如何?

答. 由運動之第二定律,凡力作用於物體時,物體之質量若爲一定,則物體所得之加速度與力爲正例。故欲比較力之大小,當將各力作用於定質量之物體,視各物體所生加速度之大小,而定各力之大小。

4. 運動量 打擊 衝突

運動量	運動體之質量與速度相乘之積,曰運動量。
打擊衝突之效果甚大時之必要條件	極短時間內與以最著之速度變化,（卽運動量之變化）故速度與質量皆甚大之物體,急行停止時,其所生之壓力亦甚大。

1. 負重之人,不易變其方向者,何故?

圖. 負重之人,其運動量較之空手者爲大故也。

2. 有50克之物體,其運動之速度爲4秒糎,問其運動量如何?

圖. 若質量爲m,速度爲v,則運動量爲mv克秒糎。

故所求運動量$=50\times4=200$克秒糎(答)。

3. 以50達之力作用於質量20克之物體上,凡5秒間,問物體所得之運動量若干?

圖. 因$ft=mv$,

故運動量,$mv=50\times5=250$克秒糎(答)。

4. 200達之力作用於質量50克之物體上,問物體所得之加速度,及5秒間運動量之變化如何?

圖. 加速度$=\dfrac{200}{50}=4$秒秒糎(答)。

5秒間所增加之速度$=4\times5=20$秒糎。

$\therefore$運動量之變化$=50\times20=1000$克秒糎(答)。

5. 某力作用於50克之靜止物體,1秒後之速度爲

980 秒糎。求力之大！

圖. 設所求之力 $=f$ 達,由 $ft=mv$,

$f\times1=50\times980$,

$f=49000$ 達 (答)。

6. 有重量 50 噸之炮,今以 2000 秒呎之速度,由此炮發射 1000 磅之彈丸,問炮之後退速度若干？

圖. 彈丸所得之運動量 $=1000\times2000$ 呎磅,

設炮之後退速度 $=v$ 秒呎,

則炮所得之運動量 $=2240\times50\times v$ 呎磅,

因上之二運動相等,

$\therefore 1000\times2000=2240\times50\times v$,

$v=18$ 秒呎 (約) (答)。

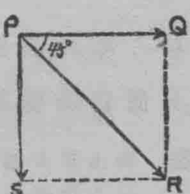
7. 有 30 克之球,其運動速度爲 10 秒米。今用棒擊此球,（但打擊之方向與球之運動方向成直角。）而球卽向與前成 45° 之方向進行。問棒所與之運動量幾何？

圖. 設 10 秒米之速度爲 PQ, 打擊後之方向爲 PS, 兩者之合運動爲 PR。

因矩形 $PQRS$ 中 $\angle QPR=45°$,

故此矩形爲正方形,卽 $PS=PQ$,

故所與之運動量 $=30\times10=300$ 克秒米 (答)。



8. 打擊及衝突之速度愈大,其結果愈顯者,何故？

圖. 設物體之質量 $=m$, 速度 $=v$,

自受打擊至停止之時間 $=t$, 擊力 $=f$,
由 $ft=mv$,
卽 v 若愈大,擊力亦愈大也。

9. 以手接球時,若用手套,則感痛較輕;若將手向後方退却,亦減痛。其理若何?

圖. 用手套時,較直接用手接球之時間爲長,故擊力減小。
設球之質量 $=m$, 速度 $=v$,
至接球,卽球之速度爲零後,運動量之變化爲 vm。手向後引退時,球與手接觸之時間較長;故單位時間內運動量之變化減小,因之手所受之擊力亦小。

10. 槍身愈短,彈丸之速度愈小者,何故?

圖. 槍身短時,則火藥爆發後至彈丸出槍口之時間,卽槍身所受火藥爆發之時間甚短。由 $ft=mv$ 式,f 與 m 爲一定時,t 若甚小,v 亦隨之而小故也。

11. 試說明以鐵槌打釘之作用!

圖. 鐵槌之速度頗大,然一觸釘頭,即急靜止,故其運動量之變化甚大。卽釘所受之擊力亦甚大。能深入於木材中。

12. 幻術者仰臥地上,令人以鐵槌擊其胸時,其胸上須另置有鐵槌。試述此槌之效用!

圖. 胸上置有鐵塊時,則因鐵塊之質量大,故打擊之結果,鐵塊卽以小速度而壓其胸部。又因其彈力,而腕部彎曲,以減輕其打擊;且較直接受打擊之時間爲長。故擊力減小,而不至甚感痛苦。

13. 有爲直線運動,其質量爲 8 克之物體, 1 分間其

速度由12秒米減至6秒米。問作用於此物體之力爲若干達?並力之方向如何?

解。由 $f=\dfrac{mv-mv'}{t}$,

$\therefore f=\dfrac{8\times1200-8\times600}{60}=80$ 達。

即以80達之力,作用於與物體運動相反對之方向(答)。

14. 有質量50克之物體,以8秒米之速度而爲等速運動。今於其運動之方向,作用以某一定之力,經過10秒後之速度爲16秒米。求力之強!

解。$f=\dfrac{50\times1600-50\times800}{10}=4000$ 達(答)。

15. 有進行中之船,其速度爲3秒米,今自停駛後1分間而靜止。問水之平均抵抗力若干?

解。設水之平均抵抗力 $=f$,

則 $f=\dfrac{200\times\dfrac{15}{4}\times1000\times300}{60}=3750000$ 達(答)。

16. 質量20克之彈丸,以400秒米之速度,於$\frac{1}{10}$秒間即能通過槍身。問火藥之力若干?

解。$f=\dfrac{20\times400\times100}{\dfrac{1}{10}}=8\times10^6$ 達(答)。

17. 以無彈性之物(如粘土)所作之二球,其質量爲 m, m'。將m克重之球,以 v 之速度與靜止之 m' 球相衝

突,而合爲一體。問此合成體之速度若干?

證. 設合成體之速度爲 V,

合一後之運動量 $=(m+m')V$,

衝突前之運動量 $=mv$,

二物體衝突前之運動量之和=衝突後運動量之和,

$\therefore (m+m')V=mv$,

$V=\dfrac{mv}{m+m'}$ (答)。

5. 力之平衡,合成,分解.

力之平衡	多數之力,同時作用於1物體,而物體與未受力之作用時相同,毫不變其運動之狀態時;此多數之力,謂之互相平衡。
合力 分力	有一力與多數之力生同一之結果時,則此一力曰多數之力之合力。 對此合力而言,前之多數之力,曰分力。
力之平行四邊形法	作用於一點,而方向不同之二力之合成法,曰力之平行四邊形法。其法由任意一點引二直線,此二直線卽指示二力之方向及其長者。以此二線爲二邊,作一平行四邊形;其對角線卽所以表合力之大,及方向者也。

1. 作用於1點之三力,欲使其平衡,其必要條件爲何?

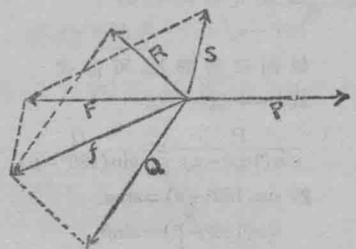
證. 三力之內,任二力之合力與他一力之大相等,方向相反,則此三力之合力爲零而平衡。

2. 試由力之多角形之法,以述多數之力相平衡時之條件!

圖. 以直線表此多數之力,順次圍成多角形;若能完成時,則此多數之力卽相平衡。

3. 多數之力 P, Q, R, S 等,作用於一點而平衡。Q, R, S 等之合力之大須於 P 相等,且其方向相反。試證明之!

圖。有四力 P, Q, R, S,如圖,先由力之中斜法,以求得 QR 二力之合力 f。次求得 f 與 S 之合力,卽 Q, R, S 之合力 F。F 卽三力之合力,



故三力與 P 相平衡,卽 F 與 P 相平衡也。故 F 與 P 之大相等,而方向相反。

4. 三相等之力相平衡時,各力之方向如何?

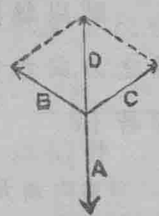
圖, 相等之三力 A, B, C 相平衡時,相等之二力 B, C 之合力 D,與他一力 A 之大須相等,方向須相反。

此時 D 之大與 A, B, C 相等。

故平行四邊形卽由 D 分爲二正三角形。

故 D 與 B 或 D 與 C 所成之角爲 $60°$,

B, C 所成之角爲 $120°$。同樣 A, B 或 A, C 間之角亦爲 $120°$。

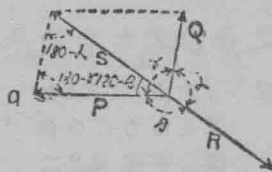


5. P, Q, R 三力作用於一點而平衡時,試證明次式之關係!

設 QR, PR, PQ 間之各角爲 α, β, γ,

則 $P:Q:R=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma$。

解. 設 PQ 二力之合力爲 S,三力平衡時,則 R 與 S 之大須相等,方向須相反。



如右圖,以 PS 爲二邊三角形之角,各爲 $180°-\alpha$, $180°-\beta$, $180°-\gamma$。故由三角形法,可得次式:—— 但 $q=Q$,

$$\frac{P}{\sin(180°-\alpha)}=\frac{Q}{\sin(180°-\beta)}=\frac{R}{\sin(180°-\gamma)}。$$

然 $\sin(180°-\alpha)=\sin\alpha$,

$\sin(180°-\beta)=\sin\beta$,

$\sin(180°-\gamma)=\sin\gamma$,

故上式卽可改爲:

$$\frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma}。$$

卽 $P:Q:R=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma$。

6. 試以絲懸80克之物體,更於物體上繫以絲,用60克重之力,向水平之方向牽引。問吊此物體之絲所受之張力若干?

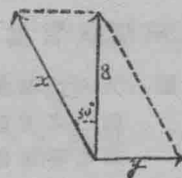
解. 所求之張力,卽以表60克重與80克重之二直線爲二邊,作一矩形,此矩形之對角線是也。

$\therefore \sqrt{60^2+80^2}=100$ 克重(答)。

7. 試以二絲支持 8 瓩之物體,一絲爲水平,他絲則與垂直爲30°之角。求各絲之張力!

解. 將 8 瓩之重,如右圖分解之卽可。

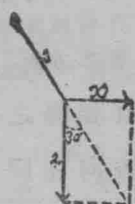
設所求之張力爲 x, y。



$$\left.\begin{array}{ll}\dfrac{8}{x}=\mathrm{Cos}30^\circ & \therefore x=\dfrac{16}{\sqrt{3}} \\ \dfrac{y}{8}=\tan 30^\circ & \therefore y=\dfrac{8}{\sqrt{3}}\end{array}\right\}\text{(答)。}$$

8. 將長 3 尺之絲之一端固定,他端懸以重 2 磅之物體。問絲之方向與垂直成30°之角時,須加以力若干?

解. 設所求之水平力 $=x$,



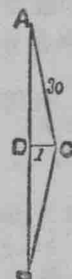
則 $\dfrac{x}{2}=\tan 30^\circ$,

$\therefore x=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ 磅 (答)。

與絲之長無關係。

9. 將長10間(每間6尺)之絲之兩端固定於地上,今用力於水平之方向,牽引其中點。問牽引至 1 尺時,絲所受之張力若干?

解. 設牽引此絲至1尺所需之力爲 f,



絲 AC 所受張力 F,

則 $F=f\times\dfrac{30}{1}$;

卽所受張力爲引絲之力之30倍。

因絲分爲 AC, CB; 故所受之張力爲引絲之力之15倍。

10. 立於地上之人,若牽引垂下之繩時,則不能盡用

其力,而有某一定之限度。若將地上之物體舉上時,則無此限度。試言其理?

圖. 人用力牽繩時,亦受同樣之力被牽於繩。故方欲十分用力時,則已之身體亦離地而吊於空中,此時加於繩上之力,即與體重相等;故體重即爲力之最大限度。然固立於地上而舉重物時,則無此限度。

11. 有二力作用於同一直線上,其合力之法如何?

圖. 1. 方向相同時,其合力爲二力之和,其方向等於二力之方向。
2. 方向相反時,其合力爲二力之差,其方向等於二力中較大者之方向。

12. 有相等之二力,試按下之諸方位以求其合力!

a. 方向相同時,

b. 互爲直角時,

c. 方向相反時。

圖. *a*, *c* 同前問。
b. 設二力爲 P,Q, 則合力卽爲以 P,Q 爲二邊之矩形之對角線。卽合力 $=\sqrt{P^2+Q^2}$。

13. 相等之二力之合力,由其夾角之大小所生之變化如何?

圖. 設二力爲 f, f^1, 其夾角爲 θ 時,卽可由次式以表其合力 R。

$$R^2=2f^2(1+\cos\theta),$$

$$\therefore R=\sqrt{2f^2(1+\cos\theta)}。$$

當 $\theta=0°$ 時,餘弦之值爲1, 角度增加,卽漸次減小。至 180° 時,卽

得最小值 -1。故 $\theta=0^\circ$ 時, $R=2f$; $\theta=180^\circ$, $R=0$。

14. 有 A, B, C, D 四力,自任意一點 F 引與 A 力相等之直線 FK, 自 K 引與 B 力相等之直線 KL, 自 L 引與 C 力相等之直線 LM, 自 M 引與 D 力相等之直線 MN; 若連結 NF 時,則 NF 卽爲四力之合力。試證明之!

(此法曰力之多角形法。)

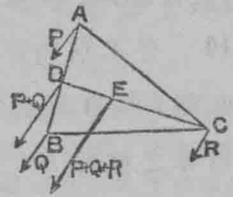
鬪. 此爲擴張平行四邊形之法也。如上連結 FL,
則 FL 卽 FK, KL 之合力,亦卽 A,B 之合力。
故 FL 與 C 之合力,卽爲 A, B, C 之合力,卽 FM 同理, FN 卽爲 A, B, C, D 之合力。

15. 試述平行力之合成法!

鬪. 1. 不等之二平行力之合成:——
二力之方向相等時,合力之大卽二力之和,其方向等於各力之方向且通過之點,卽爲以二力之反比,內分二力之作用線間距離之內分點。
又二力之方向相反時,合力之大卽二力之差,其方向對於二力內大者之方向。其通過之點,卽爲以二力之反比,外分二力之作用線間之距離之外分點。
2. 其大相等,方向相反之平行力之合力:——
此時不能求其合力。
3. 多數平行力之合成:——
順次運用(1)之方法,以求最後之合力可也。

16. 有 P, Q, R 之平行力作用於三角形之各頂點,其合力如何?

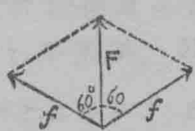
圖. 設平行力P, Q, R作用於三角形之各頂點A, B, C;則先求得P,Q之合力,卽由PQ二力之反比內分AB線之內分點D,所引之 $P+Q$ 線是也。



此$P+Q$線平行於各力,且其方向相同,故三力之合力爲$P+Q+R$線。E爲以$P+Q$與R之反比,內分DC線之內分點故$P+Q+R$之方向,與P,Q,R相同;且相平行。

17. 試將一力分解爲與其成60°之角之二力!

圖. 設旣知之力爲F,卽以F爲對角線,其兩側成60°之角之平行四邊形之二邊,$f f'$卽爲所求之分力。由對角線分成之兩三角形,皆爲正三角形,故$f=f'=F$。卽二力皆與已知力F相等。



18. 有一力,試於其兩側成30°角之方向分解之!

圖. 設已知力爲F,其分力與F所成之角相等,故分力亦必相等。設此分力爲f,則得下式:——

$$F^2=f^2+f^2+2f.f\cos 60°,$$

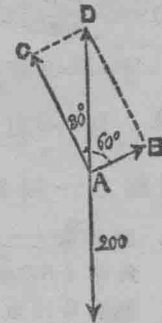
$$F^2=2f^2+2f^2\times\frac{1}{2},$$

$$F^2=3f^2,$$

$$\therefore f=\frac{F}{\sqrt{3}}。$$

19. 有重200磅之物體,今試以與垂直成30°及60°之方向上之二力支持之。問二力之大若干?

圖. 今於與200磅之力相反對之方向上,取一與此相等之力 AD。以 AD 爲對角線,以 AC（與 AD 爲30°角）AB（與 AD 爲60°角）爲二邊,作 $ABCD$ 矩形,則 AB, AC 卽所求之二力也。



$AB = AD \times \cos 60° = 200 \times \frac{1}{2}$

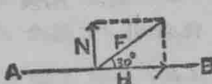
$= 100$ 磅（答）。

$AC = AD \times \cos 30° = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 100\sqrt{3}$ 磅（答）。

20. 風力爲15瓩之重,成30°之角而吹於帆面。問船所受之壓力（推力）若干?

圖. 設帆面爲 $A\ B$,與 $A\ B$ 爲30°之角而吹來之風力爲 F。今將 F 分解爲與帆面平行之力 H,與直角之力 N 時,則 N 卽船所受之推力也。



（船與帆成直角）,

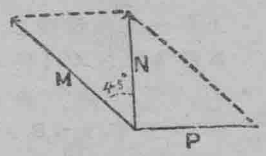
卽 $\frac{N}{F} = \sin 30° = \frac{1}{2}$。

$\therefore N = 15$ 瓩 $\times \frac{1}{2} = 7.5$ 瓩（答）。

21. 有10瓩重之力,作用於北方,今分解爲東北方與西北方之二力。問其分力之大各若干?

圖) $M=\frac{N}{\cos 45^\circ}=10\sqrt{2}$ 瓩 (答)。

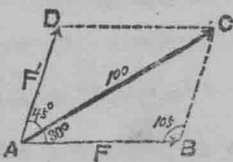
$P=N=10$ 瓩 (答)。



22. 有100瓩之力,試於其作用線之一側為45°,他側為30°之二方向上,分解之!

圖. 設所求之二力為F,F',由三角形ABC中,$BC=F'$,且三角形為已知,故得下式之關係:——

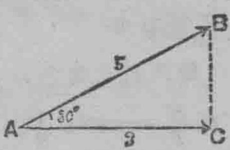
$$\frac{100}{\sin 105^\circ}=\frac{F'}{\sin 30^\circ}=\frac{F}{\sin 45^\circ}$$



$$\left.\begin{aligned}\therefore F'&=100\text{ 瓩}\times\frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ}=56\text{ 瓩}\\ F&=100\text{ 瓩}\times\frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ}=78\text{ 瓩}\end{aligned}\right\}\text{(答)。}$$

23. 有5瓩之力與3瓩之力,二力所成之角為30°。今欲使3瓩之力適為5瓩之力之分力,試作圖以分解之!

圖. $AB=5$瓩之力,與AB成30°之角,以引AC線。令AC之長,為$AB\times\frac{3}{5}$。後連結B與C,則BC即所求分力之方向及大也。



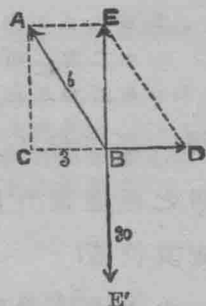
24. 欲分解已知之力為二力,而其一分力之方向及大為未知數時,則分解之方法為無限,試證明之!

圖. 以一直線為對角線,所作之平行四邊形為無限故也。

25. 有長6米之絲,固定其一端於垂直之壁,他端懸

以30瓩之物體。今以水平力引之,俟此物體距壁3米時,絲所受之張力若干?

圖. 垂直之壁爲AC,
所固定絲之端爲A,
B處吊有30瓩之物體。
今欲求支持物體之分力AB時,
須於反對之方向引直線BE。
令$BE=BE'$,後以BE爲對角線,
作平行四邊形$ABDE$。$\angle ABC=60^\circ$,分力AB卽可由下式求得之:——



$$\frac{BE}{AB}=\cos 30^\circ。$$

$$\therefore AB=\frac{30}{\sqrt{\frac{3}{2}}}=\frac{60}{\sqrt{3}}\text{瓩 (答)。}$$

26. 如下圖,用20斤之力與地面爲30°之角,由0A方向以推物體A。問推物體使其向前之力與向地面之分力各如何?

圖. 將20斤之力OA分解爲水平及垂直二分力OP及ON時,

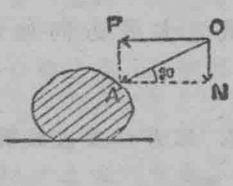
$$OP=f\times\cos 30^\circ,$$

$$=f\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\text{斤}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=10\sqrt{3}\text{斤 (答)。}$$

$$ON=f\sin 30^\circ=f\times\frac{1}{2}$$

$$=20\text{斤}\times\frac{1}{2}=10\text{斤 (答)。}$$



27. 三力作用於剛體,相平衡,問各力之方向及其大小之關係如何?

解. 1. 三力之方向不同時,

三力中,二力之合力與他一力之大相等,方向相反時。

若三力之大相等時,則各力間之角須爲120°。

2. 三力互相平行時,

a. 二力之和與他一力之大相等,方向相反時。

b. 二力之差與他一力之大相等,方向相反時。

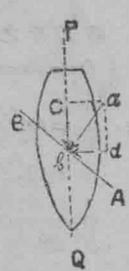
28. 有平行二力,一力之大爲 P,他力爲 $3P$。其着力點間之距離爲 6 尺。試由次之諸方位,以求合力之大小,並定其位置!

a. 二力之方向相同, b. 二力之方向相反時。

解.

	合力之大	方向	位置
a	$4P$	與二力同	在 $3P$ 之內1尺5寸處
b	$2P$	與 $3P$ 之力同	在 $3P$ 之外3尺

29. 如右圖,AB 爲帆之方向,ab 爲風力之強,今船向 PQ 方向前進時,風之大及方向如何?試作圖說明之!



解. 風力 ab,垂直於帆面,今將此分解垂直水平二分力 cb, bd。cb 卽爲推進此船之力,bd 即爲横推此船之力。船横動極難,故向 PQ 之方向前進。

6. 重心 物體之位置

重心	作用於物體各質點之重量之方向,垂直而互相平行;此無數平行力之合力,無論物體之位置如何變化,常通過於物體之某定點,此定點曰物體之重心。
物體之位置	物體之重心位置最低時,稍傾斜之,放手後,卽急復原位,此謂安定之位置。 重心之位置最高時,稍傾斜之,放手後,則愈形傾斜,去原位置愈遠,此謂不安定之位置。 又雖動此物體,而其狀態毫無異於舊位,重心之位置亦不至或高或低,此謂中立之位置。
安定位置之條件	1. 物體之重量須大。 2. 底面須寬。 3. 重心須低。 4. 通過重心之垂直線須在底邊之內。

1. 由二物體組合而成之物體之重心,卽爲兩物體之重心間之距離,由其質量之反比之分點。試證明之!

圖. 有作用於一物體之二點之平行力,(同方向)其合力之作用點,卽爲以二力之反比內分此二力之着力點間之距離時,所得之分點也。而物體之重心者,卽可看作爲物體全重量之集合點,且作用於二物體之重心之重力互相平行。故其合力卽作用於二物體之重心之距離內之一點。此點卽由其重量之反比所內分之點,故此點卽爲組合物之重心。而物體之重量與其質量爲正比,故將二重心間之距離,由重量之反比之內分點,與由質量之反比之內分點相同。

2. 試求組織一樣之圓板,球,圓柱,平行六面體及輪

之重心之位置!

圖. 圓板………由直角之方向以貫穿此板之中心之軸之中點。

球………中心。

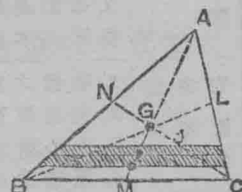
圓柱………軸之中點。

方柱……對角線之交點。

輪………中心。

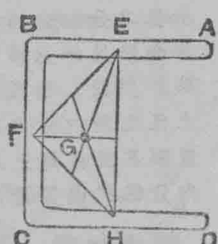
3. 有三角形之板,其組織及厚均相同,其重心即在中線之交點上半厚之處。試證明之!

圖. 設三角形之板爲 ABC,此板之厚若爲零時,平行於 BC,將此板分爲若干狹小部分。則各部分之重心即其中點,故此三角形之重心,即在其中線 AM 上;亦必在其他之中線 BL, CN 上。其重心即必爲三中線之交點 G。故板若等厚時,則重心即在其半厚之處。



4. 今有棒三條,其組織及重量皆相同,若用此三棒以作正方形之三邊時,其重心之位置如何?

圖. 正方形 $ABCD$ 上,各棒之重心各爲其中點 E,F,H。故所求之重心,即以 E,F,H 爲頂點,作一三角形。此三角形之中線之交點 G 是也。而 G 者,即由 F 點向右至 AB 之 $\frac{1}{3}$ 處之點也。



5. 用同物質作一同厚之正方形之板,由其對角線作成之四個三角形之一,已被破損。試求其殘部之重心!

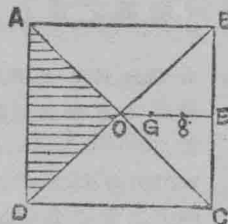


圖. 正方形$ABCD$內,若缺損之部分為AOD,所餘之三個三角形中之$\triangle AOB$及$\triangle DOC$之重心必為O點,其他之$\triangle BOC$之重心卽為g點,因g點卽在$\frac{2}{3}\times OE$之處故也。而g為一個三角形之重量,O為二個三角形之重量。故所求之重心卽為G點,因$OG=\frac{1}{3}\times Og$故也。卽在OE線上,由O向右至E點之長之$\frac{2}{9}$處之點是也。

6. 有正方形$ABCD$,其重為600克。今於其一角A上繫以200克之砝碼,若於CD之中點吊以絲時,問此板之靜止位置如何?

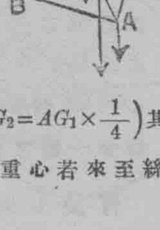


圖. 正方形$ABCD$之重心為其中點G_1,作用於G_1點上之力為600克之重,今吊200克之砝碼於A點,卽為二平行力600克與200克。此二力之距離為$ABCD$正方形之對角線之$\frac{1}{2}$,卽AG_1是也。故其合力為800克,其着力點為G_2,$\left(AG_2=AG_1\times\frac{1}{4}\right)$其方向則二力平行。故以絲繫$CD$之中點時,$G_2$之重心若來至絲之延長線上,卽靜止。

7. 有正方形 $PQRS$,其相鄰之二邊 PS, RS 之中點爲 M, N。若連結 MN,則得三角形 SMN。今三角形 SMN 缺損時,殘部之重心之位置如何?

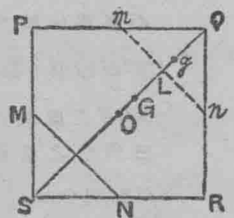


圖. 右圖三角形 MSN 爲缺損部分時,殘部之重心仍在對角線 SQ 上。但 $\triangle MSN=\triangle mQn$, 故將殘部分爲 mQn 與 $MNRnmP$ 二部分。則 $MNRnmP$ 之重心爲 O。$\triangle mQn$ 之重心仍在中線 QL 上,由 L 向右至 $\frac{1}{3}\times QL$ 處之點 g 是也。但 $MNRnmP$ 爲 $\triangle mQn$ 之 6 倍,故 O 之重爲 g 重之 6 倍。故重心之位置爲由 6 與 1 之反比,以內分 Og 之點 g 是也。

8. 正方形之板,與正三角形之板之一邊相接時,其重心之位置如何?

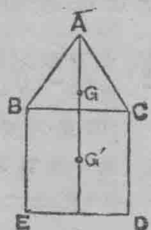


圖. 正三角形之重心在中線上,距 A 爲 $\frac{2}{3}$ 之中線之點 G 是也。

正方形之重心爲對角線之交點 G'。但 GG' 二點必在 A 與 DE 中點之連結線上。

又已知之三角形與正方形之面積之比爲 $\sqrt{3}:4$, 故其重量之比亦爲 $\sqrt{3}:4$, 故 $G=\sqrt{3}$, $G'=4$。

故合一體之重心,卽由 $\sqrt{3}:4$ 之反比以內分 GG' 之點是也。

9. 有長 1 米,質量 100 克之棒,今以半徑 1cm. 之鉛

球固着於其一端時,其重心之位置如何?

圖. 鉛球之質量$=1^3\times3.1416\times\frac{4}{3}\times11.3=47.3$克。

棒之重心卽其中點。

故兩者之重心之距離$=\frac{100}{2}+1=51$ cm.。卽作用於此端之力爲100克與47.3克。故其合力之作用點,卽重心,如下:——

設由球之中心至所求重心之距離爲x cm.,

$x\times47.3=(51-x)\times100,\quad\therefore x=34.6$。

所求之重心,卽距鉛球之中心34.6 cm.處之點(答)。

10. 有長30 cm.,半徑2 cm.之棒,於其一端附以同質之球,球半徑5 cm.,問其重心之位置如何?

圖. 棒之體積$=2^2\times\pi\times30$ c.c.$\cdots\cdots\cdots\cdots$(1),

球之體積$=\frac{4}{3}\times\pi\times5^3$c.c.$\cdots\cdots\cdots\cdots$(2),

棒之重心距一端15 cm.,故合一體之重心間之距離爲:

$15+5=20$ cm.。

此兩端重量之比等於(1) (2)之體積之比。

故所求之重心位置,卽以(1):(2)之反比,卽25:18之比以內分20 cm.之內分點是也。

11. 有一圓板,今生一內接圓之缺損時,求其重心!(但內接圓之直徑,爲圓板直徑之半。)

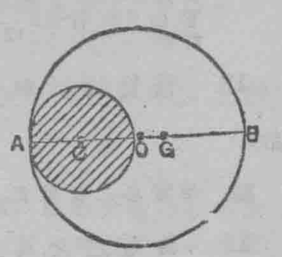
圖. 圓板之中心爲O,缺損部之中心爲C,

設$CO=r$, $AO=R=2r$,

則殘部與缺損部之面積之比爲$(R^2\pi-r^2\pi):r^2\pi=3:1$,

故其質量之比亦爲3:1。

今假設此圓板無缺損時,其重



心爲O,

設殘部之重心爲G時,則G之重爲3,C之重爲1。

故O點當滿足下式:——

$OG:OC=1:3,$

$OG:\frac{1}{3}\times OC=\frac{r}{3}=\frac{R}{6},$

故所求之重心,卽在連結兩圓之中心之直線上,由O向右至$\frac{R}{6}$處之點是也。

12. 有大小二圓板,大圓之半徑爲7寸,小圓之半徑爲5寸,二圓之中心距離爲2寸。小圓缺損時,求其重心之位置!

圖. 大圓之中心$=O$,

小圓之中心$=O'$,

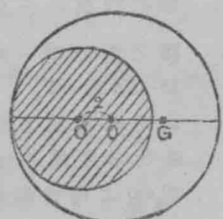
殘部之重心爲G,

則殘部與缺損部之質量之比爲:

$(7^2\pi-5^2\pi):5^2\pi=24:25,$

$\therefore 24:25=OO':OG,$

$OG=2\times\frac{25}{24}=2\frac{1}{12}$寸,



卽由O向右至$2\frac{1}{12}$寸之點是也。

13. 積貨物於車上時,重者置於下,輕者置於上者,何故?

圖. 使重心之位置低,則車爲安定之位置,故不易倒。

14. 負重之人,其上體須傾向前方者,何故?

圖。負重時,人與物之合體之重心之位置,較人自身之重心位置在後方。若通過重心之垂直線出於底面以外,則有傾倒之勢。故人之身體傾向前方,以使其重心不至移於後,以保持通過重心之垂直線,使其常在底內,而不至顚倒也。

15. 試說明不倒翁之理!

圖。不倒翁之下部底面甚廣,且塡以土塊或鉛塊等,上部空虛,故重心之位置極低。將倒之時,其重心反高。而物體之重心常欲保持最低之位置,故不倒也。

16. 走繩時,每攜有傘或棒者,何故?

圖。走繩之人,欲求安全,則須使人與傘或棒之重心常在足與繩之接觸面之直上。但此接觸面頗小,故重心易出此垂直線外。此時卽動轉傘或棒,以復其重心之舊位,而計安全也。

17. 有半球形之器置於水平面上,器與該面接觸之處僅爲一點,然其位置安定而不易倒者,何故?

圖。設半球 ABC 與水平面接觸之點爲 B,其重心爲 G,則 G 在球之中心 O 之下方之 OB 線上。

今傾此球,使其與平面之接觸點爲 S,則重心之高爲 SG。

然由幾何學之證明,$SG>BG$,卽因傾斜而重心之位置較高。但重心常欲占最低之位置,故放手而器卽復舊,以保位置之安定。

18. 欲令半徑 15 cm. 之圓柱,能在 $30°$ 之傾斜面上靜止時,問圓柱之高之限度如何?

圖。設圓柱爲 $ABCD$,圓柱之組織若全部一樣時,其重心卽爲幾何學的中心 G 是也。欲使圓柱不倒,則須使通過重心 G 之垂

直線在底面以內。

今其極限垂直線爲 GD,

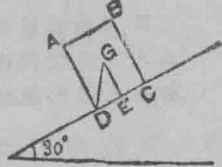
圓柱之高爲 $2\times GE$,

直角三角形 GDE 內,

$DE=15$ cm., $DGE=30°$,

$\therefore GE=DE\times\cot 30°$

$=15\sqrt{3}$ cm.。



故圓柱之高須在 $15\sqrt{3}\times 2=30\sqrt{3}$ cm. 以下。

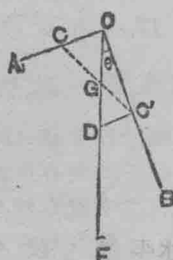
19. 有曲爲直角之銅絲,兩邊之長之比爲 1:2。今支其曲點(卽直角之頂點)時,其兩邊與垂直線所成之角度各若干?

圖. 設銅絲爲 AOB, 則 $OA:OB=1:2$。故此銅絲之重心卽在 OA 之中點 C 與 OB 之中點 C' 之連結線上,

按 1:2 之反比所得之內分點 G 是也。

故 $CG=2\,C'G$。

今支其 O 點時,則 G 點如在垂直線 OF 之內, O 點之下時,銅線卽可靜止。今由 C' 點引垂線 $C'D$ 與 OF 之交點爲 D, 則三角形 CGO, GDC' 爲相似形。



$\therefore CG=2\,C'G\quad OC'=2DC'$,

然已知 $OC'=2OC$, $\therefore OC'=4DC'$,

設 OB 與 OF 間之角爲 θ,

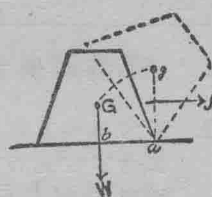
則 $\tan\theta=\dfrac{DC'}{OC'}=\dfrac{1}{4}\qquad\therefore\theta=14°2'$ (答)。

20. 試由實驗方法,以求板狀物體之重心,並說明其理!

解。於物體中之任一點繫以絲而吊之,記其延長線之方向於板面,更於板之他一點吊之如前;則所得二延長線之交點,卽重心之位置。是蓋以絲吊物體時,則物體之重量與絲之張力相平均而後靜止,卽二力在同一直線上。亦卽此物體之重心在絲之引長線上。同理,吊物體之他點時,重心亦在絲之引長線上。故物體之重心卽二延長線之交點也。

21. 底面愈大,重心之位置愈低,則物體愈安定。試言其理!

解。通過物體重心之水平力爲f。今動此水平力f,欲使物體傾倒時,須使f之及於a之周圍之能率,較物體之重量W之及於a之周圍之能率爲大。卽

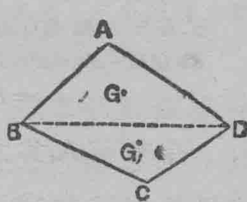


$W\times ab=f\times ag$, 卽$f=W\times\dfrac{ab}{ag}$。

故ab(底面)愈大,ag(重心之高)愈小,所需之f愈大,則物體安定而難倒。

22. 有不等邊四角形之鐵板,其各部之厚皆相同。今水平置之,試不動此板以求其重心之位置!

解。設四邊形$ABCD$,由對角線BD分爲二個三角形$\triangle ABD$, $\triangle BCD$。各三角形之重心爲G G'(由三中線之交點所求得)。則四邊形之重心必在GG'線上。次將四邊形由對角線AC分爲二個三角形,同前法求得其重心。則四邊形之重心,又必在此二重心之連結線上。故所求之重心,卽爲此線與GG'線



之交點。

7. 能率 槓桿

能　率	由物體之一點,向作用於此物體之力之方向線上,引一垂線。此垂線之長與力之相乘積,名曰其點之周圍之力之能率。用以表物體迴轉之能者也。
槓桿之定則	作用於槓桿支點之周圍,使其向反對之方向迴轉之二力之能率相等時,槓桿即平衡。

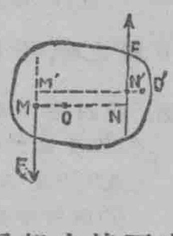
1. 試說明偶力及力之能率!

圖. 其大相等,方向相反之二平行力,曰偶力。
偶力不生進行運動,僅生迴轉運動。
能率詳上。

2. 偶力之能率與支點之位置無關,而常爲一定。試證明之!

圖. 設偶力爲 F,F, 其初之支點爲 O, 其能率爲 $F\times OM+F\times ON=F\times(OM+ON)=F\times MN$。
又若其支點爲 O' 時,其能率爲

$$F\times O'M'-F\times O'N'=F\times M'N'$$
$$=F\times MN。$$



3. 今有兩人,其力相等,持兩端不同粗之棒而曳之,問持何端者較有利?

圖. 作用於兩端之力若相等,則粗端較細端之能率爲大,故持粗

端者較有利。

4. 以膝折木時,必以手握其兩端者,何故?

答. 膝爲支點,加於兩端之力使支點生有能率,故易折斷。

5. 折木柴時,愈短愈難者,何故?

答. 木短時,以中點爲支點;則兩臂頗短;故不加以大力,則不能生較大之能率。

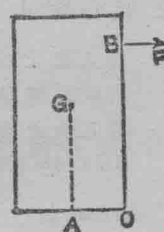
6. 有方柱立於几上,今由其側面推之,(力之方向與柱爲直角)則着力之點愈高者愈易倒,何故?

答. 設柱之重爲W,加F之力於B點,則於O點之周圍使方柱傾倒之能率爲$F\times OB$。

方柱欲復其舊位之重力能率爲$W\times OA$。

欲其平均時,須$F\times OB=W\times OA$。

$\therefore F=W\times\frac{OA}{OB}$。



即$F>\left(W\times\frac{OA}{OB}\right)$時,柱卽傾倒。

由前式$W\times OA$之值爲一定,故OB愈大,則F愈小,卽着力點愈高,愈可以小力傾倒之。

7. 有木角柱體立於粗面上,(柱之切面面積爲1平方米,高2米。)今由其側面直角之方向加以力而傾倒之,問着力點之高爲1.5米時,力之大若干?(但木之密度爲0.8)。

圖。角柱之重量$=100\times100\times200\times0.8=1600000$克。

卽1600000克之力作用於柱之重心（卽角柱之幾何學的中心,由底面之中央向上至1米之高處。）故若加於角柱之力爲F,與前問同理,可得下式:——

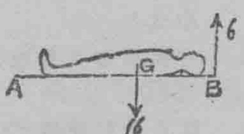
$$F\times150=1600000\times\frac{100}{2},$$

$$F=\frac{1600000}{3}\text{克。}$$

卽須在$\frac{1600000}{3}$克以上(答)。

8. 有長6呎之板,支其一端A,吊以6磅之力於他端B上。今有體重16磅之人仰臥其上。問板至水平時,此人之重心距A若干呎?

圖。設人體之重心爲G,則欲使板爲水平,須滿足次之關係:——



$AG\times16=AB\times6,$

$AB=6$呎 $\therefore AG=6$呎$\times\frac{6}{16}=2.25$呎(答)。

9. 試舉應用槓桿之實例!

圖。剪鉸,釘拔,秤,櫓,滑車,輪軸等。

10. 甲乙二人用棒荷重時,欲其分擔之比爲2:3,則當如何?

圖。由物體至二人之肩之距離爲分擔之反比,卽3:2。

11. 有12磅之物體,由A,B二人擔之,AB之距離爲4呎,物體與A之距離爲3呎。問二人所受之重量各若干?

圖. 設 A 所受之重為 W 磅,則 B 所受之重為 $(12-W)$ 磅,
欲棒平衡,須如次之關係:——
$3\times W=(4-3)\times(12-W)$,
$\therefore W=3$ 磅
B 所受之重$=12-3=9$ 磅 (答)。

12. 以 3 磅之鉛塊懸於 6 呎長之天平桿之一端,他端則懸以 1 磅之石。今將此桿置於肩上,而保其平衡時,問桿之附着點距 1 磅重端為若干呎?

圖. 設懸有石之端與肩之距離為 x 呎,則他端與肩之距離卽 $(6-x)$ 呎。 欲桿平衡,須使其左右之能率相等,卽
$3\times(6-x)=1\times x,\quad \therefore x=4\frac{1}{2}$,
卽距 1 磅重之端為 $4\frac{1}{2}$ 呎 (答)。

13. 有長 3 呎之桿,其兩端懸以 12 磅與 8 磅之物體,而擔於肩上。問支點之位置,及肩所受之重各如何?

圖. 設懸有 8 磅物體之端與肩之距離為 x 呎,
由前題 $8\times x=12\times(3-x)$,
$\therefore\quad x=1.8$ 呎。
肩所受之重 $=12+8=20$ 磅 (答)。

14. 有長 2 米之槓桿,支點在距其右端 25 糎之處。左端加以 10 瓩之力時,則右端生力若干瓩?

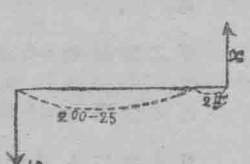


圖. $10\times(200-25)=x\times25$,
$\therefore\quad x=70$,
卽向上方 70 瓩之力 (答)。

15. 由槓桿之支點至左右兩端之距離之比爲3:4。今將 350 斤之物體懸於其兩端,而使其平衡。問分配方法如何?

圖. 由其距支點之距離之反比以分350斤可也。

卽距離 4 之端爲 $350\times\frac{3}{7}=150$ 斤

他端爲 $350-150=200$ 斤 (答)。

16. 有長 8 呎之桿,由甲乙二人支其兩端。距甲端 2 呎之點,懸以 3 磅之物體;4 呎之點,懸以 2 磅之物體。問二人之分擔量各若干?

又 3 磅之物體仍舊移動 2 磅之物體,使二人之分擔量相等時,問 2 磅物體之位置當如何?

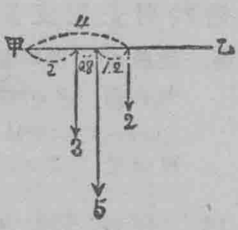


圖. 懸二物體於桿之二點時,適與由 3 磅物體向右至0.8呎之點上懸有 5 磅之物體相同。卽懸 5 磅之物體於距甲端 2.8呎之處,求二人之分擔量也。故將 5 磅之物體按2.8呎與5.2呎之反比以分之卽可。

甲之分擔量 $=5$ 磅 $\times\frac{5.2}{8}=3.25$ 磅,

乙之分擔量 $=5$ 磅 $\times\frac{2.8}{8}=1.75$ 磅, (答)。

又欲令二人之分擔量相等時,則 5 磅之合力須來至桿之中點。故由桿之中點向右至2磅物體之距離爲 x 呎,則3磅之物

體距桿之中點爲2呎,x須滿足次式:——

$3\times2=2\times x$, $\therefore x=3$,

即須移2磅之物體於距乙端1呎之處(答)。

17. 有長2尺重300斤之槓桿,今於兩端吊以200斤及500斤之物體,而使之平衡。問支點之位置如何?

圖. 槓桿之組織一樣時,其重量作用於桿之中點(重心),故可假想爲桿之兩端及中點各吊以200斤,500斤,300斤之物體。

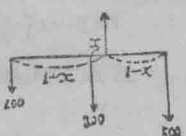
設支點之位置距中點爲x尺時,則

因左右之能率相等,故得次式:—

$200\times(1+x)+300\times x=500\times(1-x)$,

$\therefore x=0.3$,

即在500斤之端距中央3寸之點(答)。



18. 有長2米之鐵桿,其粗均等。今於其距一端40糎之處拾起時,須用力60瓩。問桿之重若干?

圖. 設桿之一端爲支點,桿之重量x在距支點1米之處,(桿之中央)則得下式:——

$(200-40)\times60=100\times x$,

$x=96$ 瓩(答)。

19. 有等質之桿,長3米重15瓩。今於其一端懸以3瓩之物體,問全部重心之位置如何?

圖. 5瓩及3瓩之力,作用於長1.5米之桿之兩端時,其合力之作用點即其重心之位置也。

故所求重心之位置,距3瓩之端爲:

$\frac{3}{2}\times\frac{15}{18}=1.25$ 米。

即距懸有物體之端 1.25 米之點 (答)。

20. 有等質之桿,懸以 4 瓩之物體於其一端。則支其距此端 1 米之處,即能平衡。若懸以 7 瓩之物體,則支其 80 糎之處,方能平衡。問桿之長及重各若干?

解. 設桿之重爲 x 瓩,長爲 y 糎,則得次之二式:——

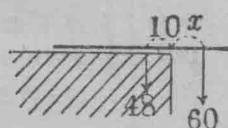
$$4\times 100=x\left(\frac{y}{2}-100\right),$$

$$7\times 80=x\left(\frac{y}{2}-80\right)。$$

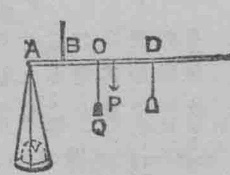
解此二式,則得 $x=8$ 瓩 (重)
$y=300$ 糎 (長) (答)。

21. 有長 4 米寬 50 糎厚 3 糎之木板,(比重爲 0.8)如下圖置諸台上。有 60 瓩體重之人向外步行,問人至何處而板傾覆?

解. 板之重量 $=400\times 50\times 3\times 0.8=48$ 瓩。
台之端爲 O 點,人自此點向外進行,至板傾覆時之距離爲 x 米。
因 O 點爲支點,故得下之關係:——
$48\times 1=60x$, $x=0.8$ 米 (答)。



22. 試說明桿秤之理!



解. 應用物體之重力與其質量爲正比例之定理,由重力以測其質量之裝置也。如右圖,置盤於 A,B 爲支點,即秤紐

Q 爲錘。

設空盤時,置錘於 O 處,即可平衡,則以 O 點爲秤星之起點。此際 B 之左方盤中之重力能率與 B 之右方 PQ 能率之和相等。(P 爲桿之重量)。

次置質量 W 之物體於盤中,移錘於 D 時,若亦能平衡,即兩方能率之增加相等。故得次式:——

$W\times AB=Q\times BD-Q\times OB=Q\times OD$,

$$\therefore W=Q\times\frac{OD}{AB},$$

上式中,爲既成之桿秤,故 Q 與 AB 爲定數,即 OD 與 W 爲正比例,蓋桿秤之度數各部相等也。

23. 問桿秤之錘之重量測定法如何?(但不用他秤)。

圝. 由前題 $W\times AB=Q\times OD$,

$$\therefore Q=W\times\frac{AB}{OD}。$$

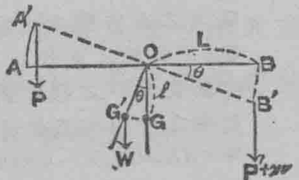
即以尺計 AB,OD 之長,用其比 ($AB:OD$) 以乘 D 點所示之重量即得。

24. 用有二秤紐之桿秤,可測定大小不同之質量,試說明之!

圝. 支點之位置不同,則力之能率亦異。今錘之位置若不變,用近於重點之秤紐與遠於重點之秤紐相比較時,則二者之能率均等於由錘所生之能率。故遠者臂大,雖輕物體亦可與錘生同一之能率;近者臂小,非重物體則不能與錘生同一之能率。故近於重點之秤紐用以測重物體;遠於重點之秤紐用以測輕物體。

25. 天平之桿長而輕,其重心距支點近,則其感度銳敏。試說明之!

圖. 所謂天平之感度銳敏者,卽以少許重量之差,能使其傾斜也。今設 G 爲天平之重心。B 端僅有 m, 過重時,則天平之桿卽傾於 $A'B'$ 之位置而靜止,於是 G 遂昇至 G' 處。



今設天平之重量 $=W$,

則桿欲復其原位之能率 $=Wl\sin\theta$。

桿欲迴轉之能率 $=mL\cos\theta$。

然天平靜止時,則 $Wl\sin\theta=mL\cos\theta$,

卽 $\tan\theta=m\times\dfrac{L}{Wl}$,

而 θ 角愈大,卽 $\tan\theta$ 之值愈大,則天平之感度愈銳敏也。故 L 須大, W 須小, l 須小。換言之,臂須長,桿須輕,支點與重心之距離須近也。

26. 天平之重心在支點之直下者,何故?又若重心與支點一致,則如何?

圖. 重心在支點之直下者,常使天平之臂爲水平故也。又重心在支點之稍下方時,則天平靜止於水平。若重心與支點一致時,則天平靜止於任何位置,而無用矣。

27. 有天平,其兩臂之長不等,今載物體於左盤,載質量 P 克於右盤,卽能平衡。又將物體載於右盤,左方載以 Q 克之砝碼,亦能平衡。問物體之質量如何?並天平兩臂之長之比如何?

圖. 設物體之質量 $=m$ 克。

天平左臂之長 $=l$,

右臂之長 $=l'$,

其初平衡時 $ml=Pl'$ ……………………(1)

其次平衡時 $Ql=ml'$ ……………………(2)

今以 (2) 式之兩邊,除 (1) 式之兩邊,則得下式:——

$$\frac{ml}{Ql}=\frac{Pl'}{ml'} \qquad \frac{m}{Q}=\frac{P}{m}。$$

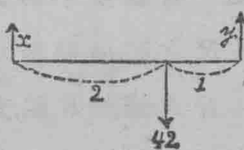
$\therefore m^2=PQ \quad m=\sqrt{PQ}$ (答)。

由 (1) 式 $\dfrac{l}{l'}=\dfrac{P}{m}=\dfrac{P}{\sqrt{PQ}}=\dfrac{\sqrt{P}}{Q}$,

卽 $l:l'=\sqrt{P}:Q$ (答)。

28. 以絲繫棒之兩端,由其左端至全長之 $\frac{2}{3}$ 處,懸以 42 克之物體。問絲所受之張力各若干?

圖. 設絲所受之張力各爲 x,y 克,



則 $x+y=42$,

$2x=y$,

$\therefore \quad x=14$ 克,
$y=28$ 克 (答)。

29. 有長 1 尺重 75 兩之棒,於距一端 2 寸處繫以絲。問須吊以若干質量之物體於其端,方能使棒水平?

圖. 繫物體於距支點 2 寸之端,設其重 $=x$ 兩;欲棒之水平,須左右之能率相等,故得下式:——

$2x=3\times75$,

$\therefore x=112.5$ 兩 (答)。

30. 有長 6 尺之棒,懸以某重之物體,以二人擔其兩端。加於肩上之重之比爲 2:3, 問此物體當懸於何處?

圖. 加於肩上之力與由物體至肩之距離爲反比例,故按 2:3 之反比以分 6 尺之內分點,卽物體應懸之位置也。

2 之重量 $6\times\frac{3}{2+3}=3.6$ 尺, 3 之重量 $6\times\frac{2}{2+3}=2.4$ 尺。

31. 有長10尺之棒,等質而同粗。今於其一端懸以500兩之砝碼,距其端 1 尺之處爲支點,其棒卽水平。問棒之重量若干?

圖. 設棒之重 $=W$ 兩。此重量作用於棒之中點,卽距一端5尺之處。

故 $500\times1=W\times(5-1)$,

$\therefore\quad W=125$ 兩 (答)。

32. 有密度不同之直桿 AB, 其重爲 W。今支其距 A 端 4 尺之點,則桿卽水平而靜止。更懸20斤之錘於 A 端,懸 4 斤之錘於 B 端,支其距 A 端 3 尺之點,直桿亦能水平而靜止。問桿之重 W 若干?

圖. W 距 A 端爲4尺,故得下式:——

$3\times20=(10-3)\times4+(4-3)\times W$,

$W=32$ 斤 (答)。

33. 有圓木橫置地上,今稍舉上其一端,須力 18 斤,稍舉其他端,須力 30 斤。問木之重若干?

圖. 設圓木之重 $=W$ 斤。

由圓木之重心至用18斤力之端之距離 $=x$,

由圓木之重心至用30斤力之端之距離 $=y$,

$18(x+y)=y.W$,

$30(x+y)=x.W$,

以後式除前式,得

$$\frac{18}{30}=\frac{y}{x},$$

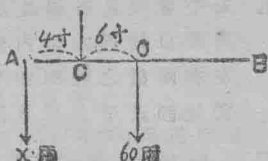
$\therefore x:y=5:3,$

將此比代入上之任何式時,則

$18(5+3)=3W,\quad \therefore W=48$ 斤 (答)。

34. 有長 2 尺重60兩之棒,(其組織相同)吊其距一端 4 寸之處,而欲令其水平時,此端當吊以若干兩之物體?

圖. 長 2 尺之棒之重心必在其中點 O 上,故 O 點上所懸之重爲60兩。



設支棒之 C 點,而令棒水平時, A 端上應懸之物體爲 x 兩,

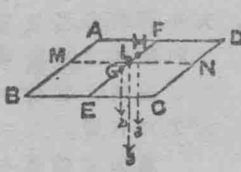
則 O 點左右之能率相等。

卽 $6\times60=4x,\quad \therefore x=90$ 斤 (答)。

35. 有一几,長 4 尺,廣 3 尺,重 2 斤。今於其距短邊 2 尺長邊 1 尺之處,置有 3 斤之物體。問四脚壓地之力若干?

圖. $AD=4$ 尺, $AB=3$ 尺, BC, AD 之中點爲 E, F。板之重心爲 G, 卽此處有 2 斤之重。

又設 H 距 AD 爲 1 尺,距 AB 爲 2 尺之點時,則 GH 之距離爲5寸。故 G 處有 2 斤之重, H 處有 3 斤之



重,適於 L 處有 $(2+3)=5$ 斤之重相同。

今通過 L, 平行於 AD, 作 MN 線;則 L 處有 5 斤之重,適如 M,N (距 L 等遠) 各有 2.5 斤之重。

M 爲距 A 1 尺 2 寸,距 B 1 尺 8 寸之點。故 A,B 兩脚按 12:18 之反比以分擔 2.5 斤之重。DC 亦然。

故 A,D 之分擔重爲 $2.5\times\dfrac{18}{30}=1.5$ 斤 (答)。

B,C 之分擔重爲 $2.5\times\dfrac{12}{30}=1$ 斤 (答)。

36. 問天平之原理如何?

圖. 天平者與具有等長左右兩臂之槓桿同理,支點在中央,右盤內載以物體,左盤內載以與物體同質量之砝碼時,則支點之左右兩盤之能率相等,故能平衡。故由砝碼可以測定物體之質量。卽天平者,用以測質量之裝置也。

37. 用桿秤得以同一秤錘比較相異物體之重量者,何故?

圖. 因秤錘位置之變換,則支點與秤錘之距離卽不同,而因之起能率之變化。而物體之重量能率亦須爲種種之變化,與此相平衡。(盤與支點之位置不變)故變秤錘之位置,可以比較種種物體之重量。

38. 天平,桿秤,簧秤等,爲測質量之器乎?抑爲測重量之器乎?試言其理!

圖. 天平,桿秤,爲測質量之器,簧秤爲測重量之器。

設物體之質量 $=m$,

砝碼之質量 $=m'$,

天平左右臂之長 $=l$,

重力之強度 $=g$.

令天平平衡,則有下式之關係:——

$$mgl=m'gl,$$

而兩方之 g,l 均相等。

$$\therefore \quad m=m',$$

卽與重力無關,得由砝碼之質量以測物體之質量。

又桿秤由秤紐至物體之距離 $=l$,

由秤紐至秤錘之距離 $=L$,

物體之質量 $=m$,

秤錘之質量 $=m'$,

重力之強度 $=g$,

令桿秤平衡,須有下式:——

$$mlg=m'Lg, \quad \therefore ml=m'L。$$

而 l,L 爲已知之長, g 則無關係。

卽得由秤錘之質量,以測定物體之質量。

簧秤………簧之伸縮,與作用於此之重力 mg 爲正比例。

簧秤所示之度,由地方重力 g 之値而異。

故簧秤得由簧之伸縮,以測得質量與重量之相乘積, mg 卽物體之重量也。

39. 秤(如圖)桿 AB 之質量 $=10$ 兩。

盤 D 之質量 $=20$ 兩。

錘 P 之質量 $=50$ 兩。

秤紐之點 C 與 A 之距離 $=4$ 寸。

秤之重心 G 與 A 之距離 $=7$ 寸。

問 0 兩與 200 兩之秤星距 C 點各若干寸?

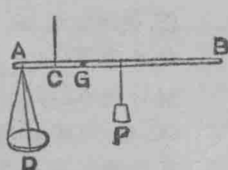


圖. $CG=AG-AC=7-4=3$ 寸。

設 0 兩之秤星距 C 爲 x 寸時,若置錘於此處空盤,則桿卽平衡。故此點須滿足次之關係:——

$$20\times4=50x+3\times10,$$

$$\therefore x=1\text{ 寸 (答)。}$$

又設 200 兩之秤星距 C 爲 l 寸時,

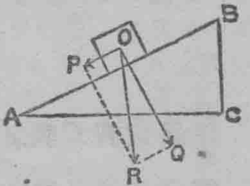
$$(200+20)\times4=50\,l+3\times10,$$

$$\therefore l=17\text{ 寸 (答)。}$$

8. 斜面 楔 螺旋 滑車 輪軸

單一機械	槓桿,斜面,楔,滑車,輪軸,螺旋等,總稱曰單一機械。蓋其他複雜之機械,均由此六種結合而成者也。
單一機械之應用	槓桿……桿秤,天平,剪,釘拔等。 斜面……落下之加速度,測定器,山路之彎曲等。 楔………刀,斧,釘,針等。 螺旋……壓縮器,螺旋釘等。 滑車……汲水滑車,起重機等。 輪軸……捲轆轤,自轉車,及其他之齒車等。

1. 試述利用斜面之利益!



圖。斜面者,以小力與大力平衡時所利用者也。

今置物體 O 於斜面 ABC 上,O 之重爲 W。

今設表 W 之直線爲 OR,

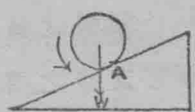
則可將 OR 分解爲平行於斜邊之力 OP 與垂直於斜邊之力 OQ。但 OQ 與斜面之抵抗相消。故支此物體之力,須與 OP 相等,方向相反。圖中三角形 OPR 與 ABC 爲相似形。

故 $OP=OR\times\dfrac{BC}{AB}=W\times\dfrac{BC}{AB}$,

故 BC 較 AB 愈小,(卽 $\angle BAC$ 愈小) OP 較 W 亦愈小。
故用斜面時,可用小力以運上較重之物體也。

2. 置球於水平盤上,若稍傾其盤,則球卽迴轉降下者,何故?

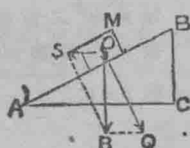
圝. 球在水平盤上時,盤面與球之接觸點在重心之直下通過重心之垂直線上,故球卽靜止。若盤面傾斜時,通過重心之垂直線卽出於基底外,則球之重量 W 對於接觸點 A 而生矢形(如圖)方向之迴轉能率,故球卽轉落而降下。



3. 置重量M之物體於平滑之斜面上,若以水平力支持之,須用力若干?

圝. OR 爲表 M 之重之線,
今將 OR 線分解爲垂直於斜面之線 OQ,及平行於斜面之線 OS,
則 $\triangle ORS$,$\triangle ABC$ 爲相似形。

$\therefore OS = OR \times \frac{BC}{AC} = M \times \frac{BC}{AC}$。



卽以 $M \times \frac{BC}{AC}$ 之力作用於 OS 之反對方向卽可。

4. 有斜面長 5 米,高 3 米。欲以平行於斜面之力支持斜面上 100 瓩之物體時,須用力若干?

圝. 100 瓩 $\times \frac{3}{5} = 60$ 瓩 (答)。

5. 有28克之物體,置於高12尺底邊35尺之斜面上。

問其及於斜面之直壓力幾何?

解. 由第(3)問,

$$OQ=OR\times\frac{AC}{AB},$$

$$\therefore OQ=28\text{克}\times\frac{35}{\sqrt{12^2+35^2}}=20\text{克}\ (\text{答})。$$

6. 傾斜之軌道上,有 150 噸之火車。今以等於 1 噸之力,即可支持之。問斜面之高與長之比如何?

解. 支持火車之力與火車之重之比,等於斜面之高與長之比;即 1:150 (答)。

7. 在與水平成 30° 之斜面上,使重 10 斤之球不轉落時,須用力若干?並作用於何方向?

解. 傾角 30° 之直角三角形,其斜邊與高之比為 2:1。
設作用於與斜面平行之力為 f,

則 $f=10\times\frac{1}{2}=5$ 斤。

又 $f=10\times\sin 30^\circ=10\times\frac{1}{2}=5$ 斤 (答)。

8. 傾斜 30° 之斜面上,有重 50 瓩之物體。今欲以水平之力支持之,須用力若干?並及於斜面之直壓力如何?

解. 在傾斜 30° 之斜面上,
底邊:高 $=\sqrt{3}:1$,
斜邊:底邊 $=2:\sqrt{3}$。

$$\therefore\text{水平力}=50\text{瓩}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{50}{\sqrt{3}}\text{瓩}\ (\text{答})。$$

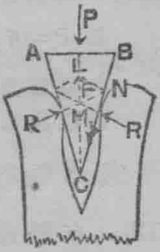
直壓力 $=50$ 瓩 $\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$ 瓩 (答)。

9. 傾斜角 10° 之滑坡上,有 100 斤之物體。今沿此坡將物體引上時,須用力若干?

圝。所求之力 $=100\times\sin 10^\circ=17.365$ 斤 (答)。

10. 有刃之物,如刀斧等,善於切物者,何故?

圝。右圖,楔爲 ABC,物體之抵抗力爲 R。設想像 R 與楔面爲直角時,更將 R 延長作一平行四邊形,以求得其合力爲 F。



但 $\triangle ABC\backsim\triangle LMN$,

$F:R=AB:BC$。

$\therefore\quad F=R\times\frac{AB}{BC}$ 即加 F 以上之力於楔之上方時,可割開物體也。而 R 者,由物體各有一定,故楔之狹而長者,其效益大,此銳利之刃所以善於切物也。

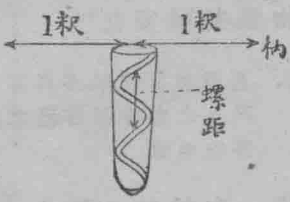
11. 有螺距 3 糎,半徑 6 糎之螺旋,今於其一端附以柄,加 5 瓩之力於其柄端。問螺旋及於物體之下壓力幾何?(但棒之長距螺旋之中心爲 1 米)。

圝。設螺旋之半徑爲 r,

螺距爲 D,

作用於螺旋之力爲 F,

螺旋及於物體之力爲 P,



則 $P=F\times\frac{2\pi r}{D}$,

由上式 $P=5$ 瓩 $\times\frac{2\times3.1416\times100}{3}=1047.2$ 瓩 (答)。

(此時之半徑爲 100 糎)。

12. 有螺旋,其螺距 6 分,附以 3 尺之柄;於其一端加以 8 斤之力,問螺旋生壓力若干?

又將柄端推動 6 尺時,問螺旋之端上下若干尺?

圖. 1. 設所生之壓力爲 P,

則 $P=8$斤 $\times\frac{2\times3.1416\times300}{6}=2513.3$ 斤 (答)。

2. 螺旋爲 1 迴轉,即 $2\times3.1416\times3$ 尺時,螺距之上下爲 6 分。故螺旋轉動 6 尺時,則螺旋之上下爲:

$6\times\frac{6}{2\times3.1416\times3}=1.9$ 分 (答)。

13. 有滑車,將其系引下 1 尺,其錘上昇 2.5 寸。問欲引 200 兩之物體,當用力若干?

圖. 此滑車之系每引下 1 尺,錘上昇 2.5 寸,是其力有四倍之利。故所需之力爲:

$200\times\frac{1}{4}=50$ 兩。即需 50 兩以上之力 (答)。

14. 由一定滑車引上物體,常不能引上較人體爲重之物體,其理安在?

圖. 人用力引繩時,亦同時以相等之力被引於繩。故欲用較體重以上之力時,則自己之身體亦必以同樣之力被引於繩,而上昇空中也。

15. 有輪軸,其輪之半徑與軸之半徑之比爲 4 : 1。若

將吊於軸上100斤之物體引上,當用力若干?

解。$100\times\frac{1}{4}=25$ 斤，卽25斤以上之力(答)。

16. 輪軸之輪之半徑爲5呎,軸之半徑爲3呎。以30斤之物體懸於軸之繩,欲其平衡時,繩上當加力若干?

解。30斤 $\times\frac{3}{5}=18$ 斤(答)。

17. 有輪軸,輪之直徑1米,軸之直徑20糎。今欲引上15斤之物體時,於輪上當加力若干?

又將物體引上2米時,當將捲於輪上之繩引動若干?

解。所求之力爲15斤 $\times\frac{20}{100}=3$ 斤(答)。

所加之力爲重量之$\frac{1}{5}$,故輪繩之引長亦必爲引上物體距離之5倍,即

2米 $\times 5=10$ 米(答)。

18. 有1秒間爲15迴轉之輪,其直徑爲1尺。今以革帶連結於直徑5寸之軸上。此軸更有直徑3尺之輪。問此輪之迴轉速度如何?

解。迴轉數與直徑爲反比例,故直徑5寸之軸之迴轉數爲

$15\times\frac{10}{5}=30$,

今設輪周上一點之速度爲v尺,

$\therefore v=3\times3.1416\times30=283$ 尺(約)(答)。

19. 有轆轤,其軸之半徑爲 8 寸,由軸之中心至把手之端之長爲 5 尺。欲引上 1000 斤之物體,問於把端須加力若干?

圖. 1000 斤 $\times \frac{0.8}{5}$ =160 斤 (答)。

20. 置物體於平滑之斜面上,以水平之力支之。問所需之力較物體之重爲大時之條件如何?

圖. 水平之支力 = 物體之重量 $\times \frac{\text{斜面之高}}{\text{斜面之底}}$。

∴斜面之高 = 斜面之底時,即斜面之傾角爲 45°時,則平行之支力等於物體之重。

若傾角 >45° 時,則斜面之高,> 斜面之底。故平行之支力較物體之重量爲大也。

21. 置某重之物體於滑斜面上,以垂直之力支之,所需之力如何?

圖. 重力常作用於垂直方向,故欲以垂直之力支物體時,須用與物體相等之力向上方支之,與斜面無關也。

22. 與水平面爲30°之斜面上,置有 5 斤之物體,問物體不滑落時之條件如何?

圖. 若斜面與物體間之摩擦力等於物體沿斜面落下之分力時,即不滑落。

而最大摩擦力與直壓力爲正比例。

但由本章第 (8) 問:

直壓力 =5 斤 $\times \frac{\sqrt{3}}{2}$。

今設物體與斜面間之摩擦係數爲n,

則最大摩擦力爲$n\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$,此力與沿斜面之分力相等。卽

$$5\times\frac{1}{2}=n\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \therefore n=\frac{1}{\sqrt{3}}。$$

卽摩擦係數較$\frac{1}{\sqrt{3}}$爲大時,卽不至滑落。

23. 有與水平成30°之滑斜面,今沿此面引上1瓩之物體至50糎時,須用幾何之力?並工率若干?

圖. 引上物體所需之力:

$1瓩\times\frac{1}{2}=0.5$瓩。或$1瓩\times\sin30°=0.5$瓩(答)。

所求之工率$=0.5\times0.5=0.25$瓩米(答)。

24. 有長5米之斜面,與水平成30°之角,今有物體(初速度爲0)從上端滑下,問達其下端時之速度幾何?(但斜面無摩擦及空氣之抵抗)。

圖. 設斜面上之加速度爲r,

$r=9.8\times\frac{1}{2}=4.9$秒秒米。

設所求之速度爲v,

$v^2=2rS=2\times4.9\times5, \quad \therefore v=7$秒米(答)。

25. 有甲乙二個同大之齒輪,甲軸上之齒與乙軸上之齒相切而組成者也。若甲輪上加以P力,乙輪上加以Q力,卽能平衡。問P與Q之比如何?

(但甲乙齒輪之直徑各10吋,軸之直徑各4吋)。

圖. 甲輪上加以P力時,其對於軸之中心之能率爲$\frac{10}{2}$P,故其軸之周圍所生之力爲$\frac{10}{2}\mathrm{P}\div 2=\frac{5}{2}$P。以此力作用於乙輪,欲其平衡,須有次之關係:——

$$\frac{5}{2}\mathrm{P}\times\frac{10}{2}=2Q.$$

$$\therefore\qquad \mathrm{P}:Q=4:25\ (答)。$$

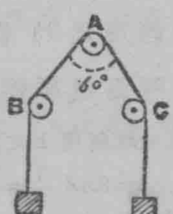
26. 有三滑車在垂直面內之三定點A,B,C上。AB,AC之距離相等,$\angle BAC$爲60°。B與C在同一水平線上。三滑車之繩之兩端各繫以10瓩之砝碼。問繩之張力,並A,B,C滑車及於軸上之力之方向及強度,各如何?

圖. 繩之張力各部相等,均爲10瓩之重。

A滑車. $AB=AC\ \angle A=60°$,

$\therefore\ \triangle ABC$爲等邊三角形,作用於$AB,AC$方向上之力各爲10瓩,故及於$A$滑車上之合力方向爲直下力之強,即

10瓩$\times\cos 30°\times 2=17.32$瓩。



B,C滑車. 力之方向:作用於各滑車之力之方向爲150°,故合力之方向即其二等分線,即與水平線下方爲15°之角。

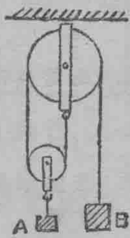
力之強$=10$瓩$\times\cos 75°\times 2=5.176$瓩。

27. 於一定滑車與一動滑車(如圖)組合而成之動滑車上,懸以4瓩之物體A。繩之一端懸以6瓩之物體B。問物體A之上昇加速度,與物體B之下降加速度

各若干?

(但滑車及繩之重均作省略,且無摩擦抵抗等)。

圖. A與B移動之距離之比爲1:2,
故其加速度之比亦爲1:2,
而加A之半分卽3瓩之重於B時,卽可平衡.故運動其全體之力爲4−3=1瓩之重之力。
故A之加速度$f=ma$,
$1000\times980=4000\times a$,
$\therefore a=245$ 秒秒糎(答)。
$\therefore B$之加速度等於$245\times2=490$秒秒糎(答)。



28 欲以小力與大力平衡時,所用之裝置爲何?

圖. 槓桿,斜面,楔,螺旋,滑車,輪軸等,皆是也。

9. 摩擦

毛林之定律	二面間之最大摩擦與其間之全壓力爲比例,與接觸面之廣狹無關係。
摩擦係數	二面間之最大摩擦,與其間之全壓力之比,曰其二面間之摩擦係數。

1. 問運貨以車,有何便利?

圖. 以車運物時,作用之摩擦力爲車輪與地面間之迴轉摩擦,及車軸與軸孔之滑動摩擦二種。而通常迴轉摩擦較滑動摩擦爲小,且軸所受之滑動摩擦由滑劑而減小。故雖有二種之摩擦,而較之物體在地上之滑動摩擦爲甚小.此用車之利益也。

2. 搬運重物時,常置圓木於其下,其效若何?

圖. 同前題,迴轉摩擦較滑動摩擦爲小故也。

3. 脚踏車車軸之周圍,入以許多之鋼製小球者,何故?

圖. 此爲減車軸之滑動摩擦,因球之迴轉變爲迴轉之摩擦故也。

4. 若無摩擦時,則房屋等能維持其位置否?

圖. 若無摩擦,則以較小之外力能使房屋運動,故不能固定於其位置。

5. 以重 500 兩之物體載於滑板上,漸次傾斜之至 30°時,則物體始向下滑動。問最大摩擦若干?

圖. 此時 500 兩之力之平行於斜邊分力發生,物體卽宜滑落。然不滑落者,卽因此分力等於物體與斜面間之摩擦力。當斜面之傾斜 30°時,則此分力爲

$$500\text{ 兩} \times \sin 30^\circ = 500 \times \frac{1}{2} = 250\text{ 兩 (答)。}$$

卽物體與斜面間之摩擦力不能增至 250 以上,故 250 兩卽其最大摩擦力也。

6. 今將重 100 兩之物體置於長 1 米之板之一端。若將此端抬高至 20 糎時,物體始行滑動。求其最大摩擦力!

圖. $\text{最大摩擦力} = 100 \times \frac{20}{100} = 20\text{ 兩 (答)。}$

7. 以某物體載於板上,漸次增其傾斜,至 45°時,物體始行滑動,問此時之摩擦係數若干?

解。如圖,物體之重爲 PQ,

平行於斜面之分力爲 PR,

垂直於斜面之分力爲 PS,

即最大摩擦力 $=PR$,

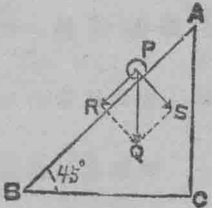
全壓力 $=PS$,

則摩擦係數爲 $PR:PS$,

因斜面之傾斜 $=45°$。

$\therefore$ $PR=PS$,

$\therefore$ 摩擦係數 $=1$ (答)。



8. 欲動水平面上15斤之物體時,至少須用力7斤。問摩擦係數若干?

解。最大摩擦力 $=7$ 斤重。

故所求之摩擦係數爲 $\frac{7}{15}$ (答)。

9. 移動重100噸之列車,須用80磅之力。求鐵軌與列車之摩擦係數!

解。1噸 $=2240$ 磅。

故所求之係數 $=\frac{800}{2240\times100}=\frac{1}{280}$ (答)。

10. 摩擦係數爲 $\frac{1}{2}$ 之水平粗面上,置有12斤之物體。今欲推動之須用力若干?

解。設所求之力爲 f 則 f 與最大摩擦相當。

故 $f=12$ 斤 $\times\frac{1}{2}=6$ 斤 (答)。

11. 長10尺高5尺之斜面上,有100克之物體。今欲以

與斜面平行之力支之,須用力若干?

(但摩擦係數 =0.2)。

圖. 物體欲沿斜面滑動之力 $=100$ 克 $\times \frac{5}{10}=50$ 克。

物體及於斜面之全壓力 $=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$ 克。

物體與斜面間之最大摩擦力 $=50\times\sqrt{3}\times 0.2=10\sqrt{3}$ 克。

故所求之力為

$50-10\sqrt{3}=(50-10\sqrt{3})$ 克 (答)。

12. 將前題之物體沿斜面推上時,須用力若干?

圖. 推上之力 > 沿斜面落下之力 + 摩擦力,

即 >50 克 $+10\sqrt{3}$ 克,

卽須 $(50+10\sqrt{3})$ 克之力以上 (答)。

13. 於傾斜角$30°$之斜面上,支持 8 斤之物體時,所需最小之力若何?(但摩擦係數為0.4) 又沿斜面推上此物體時,須用力若干?

圖. 8 斤物體及於斜面之直壓力為 $8\times\cos 30°=4\sqrt{3}$ 斤。

最大摩擦力 $=6.9$ 斤 $\times 0.4=2.76$ 斤。

又若摩擦時,沿斜面支此物體之最小力為

$8\times\sin 30°=8\times\frac{1}{2}=4$ 斤。

故於此斜面上支此物體之最小力為 $4-2.76=1.24$ 斤 (答)。

又推上所需之力為 $4+2.76=6.76$ 斤以上 (答)。

14. 以 100 克之物體,載於傾斜$30°$之斜面上,而沿斜

面以支之。試由次之諸狀態,以求其力!

a. 最大摩擦力等於15克之重時。

b. 摩擦係數爲0.3時。

圖. *a*. 所求之力………100克 $\times \sin 30° - 15 = 35$ 克 (答)。

b. 此時之最大摩擦力爲 $100 \times \cos 30° \times 0.3 = 15\sqrt{3}$,

故所求之力 $100 \times \sin 30° - 15\sqrt{3} = (50 - 15\sqrt{3})$ 克 (答)。

15. 摩擦係數各爲 0.5,0.2 之面上,置有物體。問傾斜至幾度時,物體始行滑動?

圖. 設物體之重量爲 W,

物體滑動時,斜面之傾角爲 θ,

則物體平行於斜面之分力,即最大摩擦力爲 $W \times \sin\theta$,

物體及於斜面之全壓力爲 $W \times \cos\theta$,

故得次之關係

$$\frac{W \times \sin\theta}{W \times \cos\theta} = 0.5,$$

$$\tan\theta = 0.5,$$

$$\therefore \quad \theta = 26°30' \text{ 約 (答)。}$$

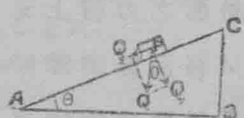
又 $\tan\theta = 0.2$ 時,

$$\theta = 11°20' \text{ (答)。}$$

16. 摩擦係係數 f 之面上,傾角達至 θ 時,物體始行滑動。試證明 $\tan\theta = f$ 之式!

圖. 物體之重爲 PQ。

將 PQ 分解爲平行斜面之分力 PQ_2,及垂直於斜面之分力 PQ_1



則 PQ^2 = 最大摩擦力,

PQ_1 = 全壓力。

$\therefore$ 摩擦係數 $= f = \dfrac{PQ_2}{PQ_1} = \tan\theta$。

17. 某水平面上有重量12磅之物體,今以P磅之力由水平方向作用於此物體,則此物體仍因摩擦而靜止。問P爲幾磅時,物體始行滑動?

(但摩擦係數爲0.14)。

圝. 物體始行滑動時之P力,卽最大摩擦力,

故 $\dfrac{P}{12} = 0.14$,

$\therefore$ $P = 12 \times 0.14 = 1.68$ 磅(答)。

18. 以100克之物體置於斜面上,漸次增大其傾角,至45°時物體卽開始滑動。今斜面之傾角爲30°,沿斜面而推上此物體所需之最小力若干?

圝. 最大摩擦力爲100克 $\times \sin 45° = \dfrac{100}{\sqrt{2}} = 70.7$ 克。

傾角30°平行於斜面之分力爲 $100 \times \sin 30° = 50$ 克。

故所求之力 $= 50 + 70.7 = 120.7$ 克(答)。

19. 傾角30°之斜面上,置有50瓩之物體。今欲以平行於斜面之力向上支持之,須用力若干?

但 A 斜面無摩擦時。

B 斜面與物體之最大摩擦力 =210 克時。

圖. A. 支物體之力 $=50\times\sin 30^\circ=50\times\frac{1}{2}=25$ 瓩 (答)。

B. 支物體之力 $=25-0.210=24.79$ 瓩 (答)。

10. 落 體

關於落體之公式	
	$v=t$ 秒後之速度, $S=t$ 秒間經過之距離
由靜止之狀態落下時	$v=gt$ $S=\frac{1}{2}gt^2$ $v^2=2gS$
	$v=$ 初速, $v'=t$ 秒後之速度, $S=$ 同上
向直下落下時	$v'=v+gt$ $S=vt+\frac{1}{2}gt^2$ $v'^2-v^2=2gS$
	$v=$ 同上, $v'=$ 同上, $S=$ 同上
向直上拋上時	$v'=v-gt$ $S=vt-\frac{1}{2}gt^2$ $v^2-v'^2=2gS$

1. 由靜止之狀態落下之物體,其各秒間經過之距離爲一等差級數。試證明之!

圖. 今落下時第 1 秒間經過之距離爲 S, 由公式,

$$S_1=\frac{1}{2}g\times 1^2=\frac{1}{2}g。$$

第 2 秒間經過之距離爲 S_2,

$$S_2=\frac{1}{2}g\times2^2-\frac{1}{2}g=\frac{1}{2}g\times3。$$

第 3 秒間經過之距離爲 S_3,

$$S_3=\frac{1}{2}g\times3^2-\frac{1}{2}g\times2^2=\frac{1}{2}g\times5。$$

如此 S_1, S_2, S_3 順次有 $\frac{1}{2}g\times2$ 之差,故爲等差級數也。

2. 物體由重力之作用而落下時之速度,其變更之比例如何?

圖. 由公式 $v=gt$,

每秒增加 g, 卽 9.8 秒米之速度,卽速度與時間爲正比例。

3. 物體自放手後,落下 1 尺時,所需之時間如何?

圖. 公式 $S=\frac{1}{2}gt^2$, $S=1$ 尺$=\frac{100}{3.3}$cm., $g=980$,

代入時, $\frac{100}{3.3}=\frac{1}{2}\times980\times t^2$,

$\therefore$ $t=0.25$ 秒 (答)。

4. 自距地面 140 米之高處落下之石,達於地面所需之時間爲若干秒?

圖. 由 $S=\frac{1}{2}gt^2$

$$140=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2,$$

$\therefore$ $t=5.3$ 秒約 (答)。

5. 由 4000 米之高處落下之物體,達於地面所需之時間及速度各如何?

圖。 $4000=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2$ $t=28.6$ 秒 (答)

由 $v=gt$ 式,

故所求之速度 $v=9.8\times28.6=280$ 秒米 (答)。

6. 有二物體相隔 2 秒而落下,問兩者之距離爲 100 米時,所需之時間爲若干秒?

圖。 設所求之時間爲 t 秒,則初落下之物體卽爲 $t+2$ 秒。

故 $\frac{1}{2}\times9.8\times(t+2)^2-\frac{1}{2}\times9.8\times t^2=100$,

$\therefore$ $t=5.1$ 秒 (答)。

7. 物體自初落下至其速度爲 980 秒糎時,所經過之距離幾何?

圖。 由公式 $v^2=2gS$,

$980^2=2\times980\times S$。

$\therefore$ $S=490\text{cm.}$ (答)。

8. 有小石從氣球上落下,經 12 秒乃達地上。問氣球之高若干?

圖。 設氣球之高 $=S$ 米,

則 $S=\frac{1}{2}\times9.8\times12^2=705.6$ 米 (答)。

9. 有小石從 10 米高處落下,達地面時之速度若干?

圖。 由 $v^2=2gS$ $v=\sqrt{2\times98\times10}=14$ 秒米 (答)。

10. 物體自初落下至 $\frac{1}{10}$ 秒後,所經過之距離及其速

度各若何?

解. 速度 $v=980\times\frac{1}{10}=98$ 秒糎

距離 $S=\frac{1}{2}\times980\times\left(\frac{1}{10}\right)^2=49$ 糎 (答)。

11. 有輕氣球以每秒 2 米之速度上昇,從此球落下之石,5 秒可達地面。問石初落下處之高若干?並達於地面時之速度如何?

解. 所求之高 $S=\frac{1}{2}\times9.8\times5^2=122.5$ 米 (答)。

所求之速度 $v=9.8\times5=49$ 秒米 (答)。

與氣球之上昇速度無關。

12. 設物體自落下後,經過距離 S 之瞬間之速度爲 v,

試將 $v^2=2gS$ 之式證明之!

解. 設自開始下落至速度爲 v 所需之時間爲 t,

$$v=gt\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$S=\frac{1}{2}gt^2\cdots\cdots\cdots(2)$$

由 (1)式 $t=\frac{v}{g}$, 以之代入(2)式中 $S=\frac{1}{2}g\times\frac{v^2}{g^2}$。

$\therefore\ v^2=2gS$。

13. 有 100 瓩之物體,自靜止之狀態下落,經過 2 秒後,欲在 $\frac{1}{5}$ 秒間用力以停止其運動。問須用力若干?

圖. 落下 2 秒後之速度 $9.8\times2=19.6$ 秒米。

設所求之力 $=f$ 瓩重,

$$f\times\frac{1}{5}=100\times19.6。$$

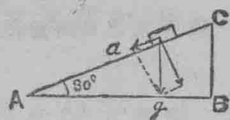
$$\therefore\quad f=9800 \text{ 瓩重 (答)。}$$

14. 有長 5 米之斜面,與水平面爲 30°之角今有初速度爲零之物體從其上端滑下,至下端時之速度幾何?

圖. 設沿斜面下落時之速度爲 a,則 a 與 g 之關係等於斜邊與高之比。故傾斜角 30°時,

$a : g=1:2,$

$a=\frac{g}{2}=4.9$ 秒秒米。



設達於下端時之速度爲 v,

由 $v^2=2aS,$

$v^2=2\times4.9\times5 \quad \therefore v=7$ 秒米 (答)。

15. 有高 3 米長10米之斜面。物體從其頂上沿斜面而落,其達於最下端之時間爲若干秒?

圖. 沿斜面而落下之加速度爲 $g\times\frac{3}{10}=294$ 秒秒糎,

設所求之時間爲 t,

則 $1000=\frac{1}{2}\times294\times t^2$。

$$\therefore t=\sqrt{\frac{1000}{147}}=2.6 \text{ 秒 (答)。}$$

16. 小球由傾角30°之斜面上轉落,8 秒間落下之距離幾何?

圖. 落下之加速度 $g\times\sin 30°=4.9$ 秒秒米。

設所求之距離爲 S,

$\therefore S=\frac{1}{2}\times 4.9\times 8^2=313.6$ 米 (答)。

17. 有傾角30°之斜面,某物體從其上端落下,達於下端時之速度爲 140 秒米。問斜面之長,並物體落下所需之時間各幾何?

圖。落下之加速度(同前問)爲4.9秒秒米。

設所求之長爲 S,

$140^2=2\times 4.9\times S$ $\therefore S=2000$ 米 (答)。

設所求之時間爲 t,

$140=4.9\,t$ $\therefore t=28.6$ 秒 (答)。

18. 物體之初速度爲 v 秒糎,落下 t 秒後之速度爲 v' 秒糎, t 秒間所落下之距離爲 S 糎, 試證明下之三式!

1. $v'=v+gt$

2. $S=vt+\frac{1}{2}gt^2$

3. $2gS=v'^2-v^2$

圖。1. 假設物體不受重力作用時,則必以 v 之速度爲等速運動。然實際,受重力之作用,故每秒增加 g 秒糎之速度。卽 t 秒間增加 gt 之速度。

故 $v'=v+gt$ ················(1)

2. t 糎秒間之平均速度爲 $\frac{v+v'}{2}$ 秒糎。

故 t 秒間落下之距離 $S=\frac{1}{2}(v+v')t=\frac{1}{2}(v+v+gt)t=$

$vt+\frac{1}{2}gt^2$…………………(2)

3. 由(1)式所得 t 之值,代入(2)式中,

$\therefore v'^2-v^2=2gS$。

19. 由 100 米高之氣球上,用5.4秒米之速度將石投下。問達於地面須若干秒?

圖。由 $S=vt+\frac{1}{2}gt^2$,

$100=5.4t+\frac{1}{2}\times9.8\times t^2 \quad \therefore t=4$ 秒 (答)。

20. 前題之石,與地面衝突時之速度如何?

圖。由 $v'^2-v^2=2gS$,

$v'^2=2\times9.8\times100+(5.4)^2 \therefore v'=44$ 秒米 (約) (答)。

21. 以每秒50米之速度向下投物體,經 3 秒間之距離若干?

圖。由 $S=vt+\frac{1}{2}gt^2$,

$S=50\times3+\frac{1}{2}\times9.8\times3^2=194.1$ 米 (答)。

22. 有甲乙二球;甲落下 5 秒之後,以80秒米之速度將乙投下。問乙追及甲時,需若干秒?

圖。設自乙之投下至追及甲,所需之時間為 t 秒,

則甲被乙追及時所落下之距離為 $\frac{1}{2}g(5+t)^2$,

又乙落下之距離為 $80t+\frac{1}{2}gt^2$,

因甲乙落下之距離相等,

$\therefore \frac{1}{2} \times 9.8 \times (5+t)^2 = 80t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$。

$\therefore$ $t=3.95$ 秒(答)。

23. 以速度 v 拋上一物體,至其速度爲 v' 時,昇上之距離爲 S。試證明 $v'^2=v^2-2gs$ 之式!

圖. 設昇 S 之距離所需之時間爲 t 秒,

$v'=v-gt$ ……………………(1)

$S=vt-\frac{1}{2}gt^2$ ……………………(2)

將(1)式之 t 之值代入(2)中,

即得 $v'^2=v^2-2gS$ 之式。

24. 以 v 秒米之速度向上直拋一物體,至最高時所需之時間若干秒?

又試證明此物體所達之高爲 $\frac{v^2}{2g}$ 米!

圖. 速度每秒減少 g 秒米,故昇至最高,即終速度 v' 爲 0 時,所需之時間爲(由前問(1)式),

$0=v-gt \quad t=\frac{v}{g}$ 秒(答)。

又此時經過之距離爲 S,即前問(2)式之 $t=\frac{v}{g}$ 時,將 t 之值代入(2)式中,

$S=v\times\frac{v}{g}-\frac{1}{2}g\left(\frac{v}{g}\right)^2=\frac{v^2}{2g}$ 米(答)。

25. 以 500 秒米之速度向直上射出之彈丸,達於最高點時,須若干秒?又其高如何?

圖. 由前問,設達於最高點所需之時間爲 t,

則 $t=\frac{v}{g}$

故爲求之時間 $t=\frac{500}{9.8}=51$ 秒 (答)。

又其高 $S=\frac{v^2}{2g}$,

故 $S \doteq \frac{500\times500}{2\times9.8}=12755$ 米 (答)。

26. 以 100 秒米之速度投上一物體,昇至半途時之速度如何?

圖. 物體上昇之高 (由前問) $\frac{100^2}{2\times9.8}=510$ 米。

設其半途 (卽 225 米之點) 之速度爲 v,

則 $100^2-v^2=2\times9.8\times225$,

$\therefore \quad v=70.7$ 秒米 (答)。

27. 以 v 之速度上拋一物體,至其再落於舊位置時所需之時間爲若干秒?又此時之速度若干?

圖. (由問題 24) 昇至最高點,所需之時間 $t=\frac{v}{g}$。

今從同一之高 S 自然落下時所需之時間

$$S=\frac{1}{2}gt^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

然昇至最高點時之 $S=\frac{v^2}{2g} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$

今以(2)之 S 之值代入 (1) 中,

$$\frac{v^2}{2g}=\frac{1}{2}gt^2 \quad \therefore t=\frac{v}{g},$$

卽上昇之時間與落下之時間相等。故所求之時間爲

$2\times\frac{v}{g}=\frac{2v}{g}$ 秒 (答)。

又此時之速度 v，以 $S=\dfrac{v^2}{2g}$ 代入 $v'^2=2gS$，

則得 $v'^2=2g\times\dfrac{v^2}{2g}$　　$\therefore\ v'=v$，

卽降下之速度與初速度相反。

28. 以 100 秒米之速度上抛一物體，經過 t 秒後，又以同速度上抛他物體。由最初 8.7 秒之後，二物體相遇。問 t 之值若干？

解. 因相遇時兩物體之高相等，

由 $S=vt-\dfrac{1}{2}gt^2$，

$$100\times8.7-\frac{1}{2}\times9.8\times8.7^2=100\times(8.7-t)-\frac{1}{2}\times9.8\times(8.7-t)^2,$$

$$\therefore\ 4.9t^2+14.74t=0,$$

$$t(4.9t+14.74)=0,$$

$$\therefore\ t=0\quad 或\ t=3,$$

$t=0$ 與題意不合，$\therefore\ t=3$ 秒（答）。

29. 以 39.2 秒米之速度向上抛甲物體，2 秒後，又以同速度向直上抛乙物體。問再經若干秒，二物體始能相遇？又相遇之點距地面之高若干？

解. 設由最初至相遇之時間爲 t 秒，因其時兩物體之高相等，則得下式：——

$$39.2\times t-\frac{1}{2}\times9.8\times t^2=39.2\times(t-2)-\frac{1}{2}\times9.8\times(t-2)^2.$$

$\therefore$　　$t=5$ 秒（答）。

又距地面之高爲 $39.2\times5-\dfrac{1}{2}\times9.8\times5^2=73.5$ 米（答）。

30. 有 250 秒米之初速度向直上發射之彈丸,問可達若干米之高?又若干秒之後,即復落於地面?

解, 設所達之高爲 S 米,

則 $S=\dfrac{v^2}{2g}=\dfrac{250^2}{2\times9.8}=3189$ 米 (答)。

又設達於最高點時之時間爲 t,

則 $t=\dfrac{250}{9.8}$,

故所求之時間 $2t=\dfrac{2\times250}{9.8}=51$ 秒 (答)。

31. 火花放射之瞬間,經 4 秒後乃見其爆發,問其上昇之高及初速度各若干?

解. 由公式 $v'=v-gt$,
設所求之時間爲 t, 則達於最高點時 $v'=0$,
$\therefore v=9.8\times4=39.2$ 秒米 (答)。
又上昇之高爲 S, 由 $v^2-v'^2=2gS$,
因 $v'=0$ $\therefore S=\dfrac{39.2^2}{2\times9.8}=78.4$ 米 (答)。

32. 欲使物體達於 200 cm. 之高時,所需之初速度若干?

解. 公式 $v^2-v'^2=2gS$,
設所求之初速度 $=v$ 秒糎,
因達於最高點之速度 $v'=0$,
$\therefore v=2\times980\times200$ $v=626$ 秒糎 (答)。

33. 自由落下之物體,其速度及路程與何爲比例?試說明之!

圖. 1. 速度與時間爲正比, (公式 $v=gt$)

2. 路程與時間之二乘爲正比, (公式 $S=\frac{1}{2}gt^2$)

3. 路程與速度之二乘爲正比, (公式 $v^2=2gS$)

34. 由靜止位置落下之物體,至其得 5880 秒糎之速度時,須經若干秒?

圖. 公式 $v=gt$, $5880=980t$, $\therefore t=6$ 秒 (答)。

35. 有比重 9 之物體,從水面落下 3 秒而達水底。設水爲無摩擦,求水之深!

圖. 物體在水中所受之浮力爲1,故在水中之重爲8。

故水中之加速度爲 $9.8\times\frac{8}{9}$ 秒米。

故所求之深由 $S=\frac{1}{2}gt^2$,

$$S=\frac{1}{2}\times\left(9.8\times\frac{8}{9}\right)\times3^2=39.2 \text{ 米 (答)。}$$

36. 有飛機距地面 400 呎,以每秒 30 哩之速度向水平方向進行。自機上以石自由落下。問該飛機進行若干呎後,石始能達地面?

(1哩 =5280 呎 重力之加速度爲 32 秒秒呎)。

圖. 由公式 $S=\frac{1}{2}gt^2$,

石由飛機落下,達於地面之時間爲 t,

因 $g=32$ $S=400$,

$\therefore t=\sqrt{\frac{2\times400}{32}}=5$ 秒。

故飛機5秒間飛行之距離$\frac{30\times5280\times5}{60\times60}$=22呎(答)。

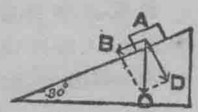
37. 有傾角30°之斜面,其上置有物體,以245秒秒糎之加速度向下滑落。問物體與斜面間之摩擦係數若干?

解。設滑下物體之重爲m克。

其最大摩擦力AB爲$(m\times245)$達。

又及於斜面之直壓力AD爲$(m\times980)\times\cos30°=$

$m\times980\times\frac{\sqrt{3}}{2}$。



故所求之摩擦係數爲

$$\frac{m\times245}{m\times980\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\text{ (答)。}$$

38. 有傾角30°之斜面,其長爲128呎。今物體由其頂端落下,所需之全時間之$\frac{1}{2}$內,物體沿斜面由頂端落下若干呎?

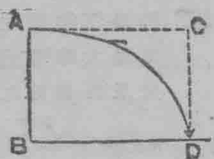
解。因加速度前後相同,故物體之落下距離與時間之平方爲正比例。故所求之距離爲由頂點$128\times\frac{1}{4}=32$呎之點。

11. 抛射體

	初速$=V$　與地所成之角$=\theta$
關於抛射體之公式	1. 射出後t秒之物體位置 高$=Vt\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2$ 水平距離$=Vt\cos\theta$ 2. 達到之水平距離$\frac{V^2\sin2\theta}{g}$

1. 有距海面 5 米之高處,以 300 秒米之速度向水平之方向射出之彈丸,進行水平距離若干米,始落於水面?

圖. 設右圖, AB 爲 5 米,由 A 點向 AC 方向以 300秒米之速度射出 t 秒後而落於 D 點今假設無重力作用時,則物體爲等速運動。t 秒間進行之距離爲



$AC=BD=vt$。然同時受重力之作用,故落下之距離爲:

$CD=AB=5=\frac{1}{2}gt^2$ 故二者合運動之結果,彈丸落於 D 點。

$\therefore 5=\frac{1}{2}gt^2 \quad \therefore t=\frac{5\times2}{9.8}$,

以 t 之值,代入 $BD=vt$ 中,

$$BD=300\times\frac{5\times2}{9.8}=306 \text{ 米 (答)。}$$

2. 在臨池之高崖上,向水平方向投石,問石達於水面所需時間,並與速度之關係如何?

圖. 由前圖,進行 AB 路之時間與落下 AB 路之時間相同,故水平拋射之物體達於地面之時間,與其自由落下達於地面之時間相等。故與石之速度無關;僅以崖之高低而異耳。

3. 在絕壁上,向水平方向投出之石,經二秒卽落於地面。求壁之高,

圖. 由問題(1), $AB=\frac{1}{2}\times9.8\times2^2=19.6$ 米 (答)。

4. 有以 300 秒米之速度向水平方向發射之彈丸，2 秒後之位置及速度如何？

圖. 由問題 1，彈丸 2 秒後之水平距離爲 $2\times300=600$ 米。

其間落下之距離爲 $\frac{1}{2}\times g\times2^2=19.6$ 米。

故合運動之結果，其位置爲水平距離 600 米，
距發射點 19.6 米之高處（答）。
又其時之水平速度常可作爲 300 米，故其落下速度
$V=9.8\times2=19.6$ 米。
此兩速度之合成，卽所求之速度，
卽 $\sqrt{300^2+19.6^2}=300.6$ 秒米（答）。

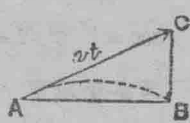
5. 有速度 v，與水平面爲 θ 角射出之彈丸，由發射點可達至水平距離 $\frac{v^2\sin2\theta}{g}$。試證明之！

圖. 設由發射點至物體達於地面 B，所需之時間爲 t 秒，

則 $AC=vt$（假設無重力），

$CB=\frac{1}{2}gt^2$（由重力作用），

$AB=vt\cos\theta$（所求之水平距離），



則 $\frac{CB}{AC}=\frac{\frac{1}{2}gt^2}{vt}=\sin\theta$。

$\therefore\quad t=\frac{2v\sin\theta}{g}$，

以之代入 $AB=vt\cos\theta$ 中，

$AB=\frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\frac{v^2\sin2\theta}{g}$（答）。

6. 有與水平爲 30°，50 秒米之速度，拋射之物體，問 3

秒後之位置如何?

圖。 3秒後之水平距離爲:

$$50\times3\times\cos30^\circ=50\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=130\text{ 米 (約)。}$$

3秒後之高爲:

$$50\times3\times\sin30^\circ-\frac{1}{2}\times9.8\times3^2=50\times3\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times9.8\times3^2=30.9\text{ 米。}$$

7. 由45°之傾角射出之彈丸,可達最大水平距離。試證明之!

圖。 彈之水平距離爲$\frac{v^2\sin2\theta}{g}$,此值於$\sin2\theta$爲1,

即$2\theta=90^\circ$　故$\theta=45^\circ$時爲最大。

8. 有與平地爲45°之角,投出之石,可達 500 米之距離。問所需之時間及其初速度若何?

圖。 水平距離 $=\frac{v^2\sin2\theta}{g}$,

$$500=\frac{v^2\sin90^\circ}{9.8}=\frac{v^2}{9.8}\quad\therefore v=70\text{ 秒米 (答)。}$$

又水平距離 $=vt\cos\theta$, 即 $500=70t\cos45^\circ$。

$$\therefore t=\frac{500}{70\times\frac{1}{\sqrt{2}}}=5\text{ 秒 (答)。}$$

9. 有與地面爲30°,48秒米之速度,拋出之物體。達於最高點,所需之時間若何?

圖。 物體所達之最高距離,等於以24秒米之速度向上直拋時所達之最高距離。

設達於最高點所需之時間爲 t,

則 $24-9.8t=0$, $t=\dfrac{24}{9.8}=2.45$ 秒 (答)。

10. 有與水平爲 $45°$, 300 秒米之速度射出之彈丸。問彈丸落於與發射點在同一水平面之處,須經若干秒?且其距離爲若干米?

圝 落於地面所需之時間

$$t=\frac{2\times300\times\sin 45°}{9.8}=43.3 \text{ 秒 (約) (答)。}$$

其落下點之水平距離

$$S=\frac{300^2\times\sin 90°}{9.8}=9184 \text{ 米 (約) (答)。}$$

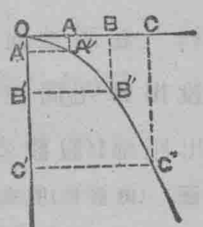
11. 有向水平方向投出之石,其運動之路徑若何?試作圖明之!

圝 以速度 v, 由 O 點向水平方向投出時,若不受重力之作用,即以 v 之速度爲等速運動, 1 秒後爲 A, 2 秒後爲 B, 3 秒後爲 C。然物體同時受有重力之作用,

$\therefore$ 1 秒後 $OA'=\dfrac{1}{2}g\times1^2$(下降),

2 秒後 $OB'=\dfrac{1}{2}g\times2^2$(下降),

3 秒後 $OC'=\dfrac{1}{2}g\times3^2$(下降)。



合運動之結果,物體於各秒之終時之位置爲 A'', B'', C'', 即畫如圖之曲線。

12. 在高 122.5 米之山頂以 700 秒米之初速度向水

平方向射出炮彈,所能達之水平距離幾何?

圖. 發射之彈丸落於地面之時間,與自由落於地面之時間相等。設此時間爲 t,

則由 $S=\frac{1}{2}gt^2$,

$122.5=\frac{1}{2}\times9.8\,t^2$, $\therefore t=5$ 秒。

故所求之水平距離 $700\times5=3500$ 米(答)。

13. 在高 500 米之飛船上,以 100 秒米之速度向水平投出物體,其落下地點距飛船之直下若干遠?又達於地面所需之時間爲若干秒?

圖. 向水平拋出之物體達於地面,所需之時間等於其自然落下時之時間。

由 $S=\frac{1}{2}gt^2$,

$t=\sqrt{\frac{2S}{g}}=\sqrt{\frac{2\times500}{9.8}}=10.1$ 秒 (答)。

故距飛船之直下爲 $100\times10.1=1010$ 米(答)。

14. 在距地面 50 米之高處,以 300 秒米之速度,向水平投出彈丸。問經若干秒後,方可達於地面?並求其水平射出距離!(假設空氣爲無抵抗。)

圖. (由前問)所求之時間爲 t,

則 $50=\frac{1}{2}\times9.8\,t^2$,

$\therefore t=3.2$ 秒(答)。

又水平射出之距離 $300\times3.2=960$ 米(答)。

12. 振　子

公　式	週期$=T$，長$=l$，重力之加速度$=g$， $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。
等時性	若振幅小時，振子之週期與其長之平方根爲正比例，與重力加速度之平方根爲反比例；並不因錘之質量及振幅而變化，此謂之振子之等時性。

1.　上海有週期 2 秒之單振子，其長若干？

圝. 由公式　$T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$，

$$2=2\times3.1416\times\sqrt{\frac{l}{979.4}}\quad\therefore l=99.2\text{ cm. (答)}。$$

2.　g 之值爲 980 秒糎之處，有週期 1 秒之單振子，其長幾何？

圝. 由前問　$1=2\times3.1416\times\sqrt{\dfrac{l}{980}}$。

$\therefore\quad l=25$ cm. (約) (答)。

3.　有 2 秒間振動 10 次之振子，其長如何？

圝. 此振子之週期 $=2\div10=0.2$ 秒。

故所求振子之長　$0.2=2\times3.1416\times\sqrt{\dfrac{l}{980}}$。

$\therefore\qquad l=1$ cm. (弱) (答)。

4.　振子振動時，能之變化如何？試詳述之！

圝. 將振子之錘引至一方而放出之瞬間，振子具有位能，漸次變

爲動能。待錘來至最下點時,其速度最大。故此時之位能爲零,全部變爲動能。由此又次第減小其速度。故動能漸減,而位能漸增待其達於他方而暫靜止時,則全部變爲位能。故振子之能常如此變化不絕。

5. 有長 1 米之單振子,其週期爲若干秒?

圖. 由公式 $T=2\pi\times\sqrt{\frac{l}{980}}$。

$\therefore$ $T=2\times3.1416\times\sqrt{\frac{100}{980}}=2$ 秒 (約) (答)。

6. 在東京長 99.2 糎之振子,週期爲 2 秒。問東京之重力加速度若干?

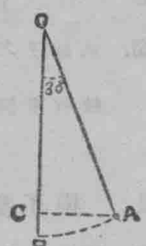
圖. 由公式 $T=2\pi\times\sqrt{\frac{l}{g}}$,

則得 $g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$。

$\therefore$ $g=\frac{4\times(3.1416)^2\times99.2}{4}=979.5$ 秒秒糎 (答)。

7. 將長 50 cm. 之振子,由靜止之位置引上 30°而放手時,其最大速度如何?

圖. 振子之長 $OA=OB=50$ cm.,
設來至 B 點時之速度(最大速度)爲 v,
最高點 A 與最下點 B 之垂直距離爲 BC。
設 $BC=S$, 則 $v=\sqrt{2gS}$。
但 $OC=50\times\cos30^\circ=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=25\times1.732=43.3$。



$\therefore v=\sqrt{2\times980\times(50-43.3)}=114.6$ cm. (答)。

8. 同一單振子在東京與富士山頂之振動週期之比如何?

解. 振子之週期與其土地之重力加速度之平方根爲反比例。
因東京之 $g=979.8$,
富士山之 $g=978.8$,
$\therefore$ 所求之比爲 $\sqrt{978.8}:\sqrt{979.8}$ (答)。

9. 有振子在甲地1分間爲50迴之振動,在乙地爲52之振動。問甲乙兩地之 g 之比若何?

解. 甲地之週期 $=\dfrac{60}{50}$ 秒,

乙地之週期 $=\dfrac{60}{52}$ 秒,

由問題(6), $g=\dfrac{4\pi^2 l}{T^2}$,即 g 與週期之平方爲反比例。

$\therefore$ 甲地之 g : 乙地之 $g=\left(\dfrac{60}{52}\right)^2:\left(\dfrac{60}{50}\right)^2=25^2:26^2$ (答)。

10. 有一晝夜遲5秒之時鐘,今欲使其準確,須將振子之長短縮若干?

解. 1晝夜之秒數……………$24\times60\times60=86400$ 秒。
此時鐘所示1日之秒數……$86400-5=86395$ 秒。
因時鐘之秒數與振子之振動數爲正比例;其振動數與週期爲反比例;又週期與長之平方根爲正比例。今設正確時鐘之振子之長爲 l,
此時鐘之振子之長爲 l',
則 $86400:86395=\sqrt{l'}:\sqrt{l}$,

$l=0.999884l'$。

$\therefore l'-l=0.000116l'$,

卽將振子之長,縮短0.000116倍卽可。

11. A 地有週期 1 秒之振子時鐘,若持至 B 地時,則1日遲10秒。試將 A, B 兩地之 g 之值比較之!

圖. 在 B 地 1 振動之時間爲 $\frac{86400}{86400-10}$ 秒。

因振子之週期與重力之平方根爲反比例,

設 A 地之重力加速度爲 g, B 地之重力加速度爲 g'。

則 $\sqrt{g'}:\sqrt{g}=1:\frac{86400}{86400-10}$。

$\therefore\quad g':g=1:1.00023$ (答)。

12. 將上海之週期 2 秒之振子時鐘,持至海拔3732粎之山頂時,問 1 日遲若干秒?

圖. 週期與g之平方根爲反比例

故設此山頂上 ($g=978.8$) 之週期爲 t,

則 $2:t=\sqrt{978.8}:\sqrt{979.4}$,

$$t=\frac{2\times\sqrt{979.4}}{\sqrt{978.8}}=2.001\text{ 秒。}$$

然 1 日爲 86400 秒,

故在上海時,振動$\frac{86400}{2}=43200$次,卽爲 1 日。

因此故振動之差爲0.001秒,

故在海拔3723 之高山頂 1 日所遲之時間爲:

$0.001\times43200=43.2$ 秒 (答)。

13. 有某時鐘,其振子之週期爲 1 秒,若每晝夜快 2

分時,當用何法補正之?

圖. 1 晝夜快 2 分 =120 秒,故 1 小時快 5 秒。

故準確之時鐘,振子振動 3600 回時,某時鐘之振子即振動 3605 回。

設正確之時鐘之振子爲 l,

某時鐘振子之長爲 l',

則 $l' : l = 3600^2 : 3605^2$,

$$\frac{l-l'}{l'}=\frac{3605^2-3600^2}{3600^2}=\frac{1}{360}\ (約),$$

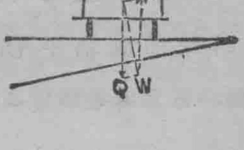
故可延長振子之長約 $\frac{1}{360}$ 即可 (答)。

13. 圓運動

求心力	物體爲圓運動時則物體有常向其中心牽引之力,此力曰求心力。求心力之反作用,曰遠心力。
公　式	物體之質量 $=m$, 速度 $=v$, 半徑 $=r$, 求心力 $=F$, 週期 $=T$。 $F=\frac{mv^2}{r}$　$F=\frac{4\pi^2mr}{T^2}$。

1. 鐵道之彎曲部,其外方之軌條必較高者何故?

圖. 火車進行於鐵道之彎曲部時,則火車之運動爲圓運動。若不於線路之內方作用以求心力,則火車有脫線之憂。然線路之外方較高時,則作用於車體之重力 W,與軌條之面不成直角,而可分解爲水平分力 P 及與軌條面爲直角分力 Q。而 P 即爲圓運動必要之



求心力,Q卽與軌道之反作用,相消而平衡。故得防脫線之虞,而爲圓運動。此軌條之外方所以較高也。

2. 市街電車之彎曲部如何?

圖. 市街電車軌條之外方多不高,行至彎曲部時,每減小車之速度,以防其脫線。

3. 電車或火車急行於線路之彎曲部時,車內之人每向外倒者,何故?

圖. 遠心力之作用故也。

4. 入水於玻璃杯,以絲吊之,而急速輪轉;則玻璃杯雖倒,而水不至流出者,何故?

圖. 玻璃杯雖倒,而圓運動仍繼續時,則須有相當之求心力。此求心力較水之重爲大,故水不溢出,反以二力之差以壓其底部。

5, 有質量m克之物體,運動於週期t秒半徑$r$cm.之圓周上。問求心力之大若干?

圖. 求心力之公式 $F=\frac{mv^2}{r}$,

設圓運動之週期爲t,則$v=\frac{2\pi r}{T}$。

以v之值代入上式,則$F=\frac{4\pi^2mr}{T^2}$。

卽在週期同一之圓運動,其求心力與半徑爲正比例。

6. 以粘土爲球,更以細棍穿其中心而爲軸。若迴轉之,則球卽成扁平形,其故安在?

圖. 粘土球各部分之週期相同,故其遠心力亦與半徑爲正比。今

粘土因迴轉,其遠心力卽集於中央部半徑較大之處,而成爲扁平。

7. 車輪迴轉時,其上所附之泥土卽行飛落者,何故?

圖. 泥土之附着力較圓運動所需之求心力爲小。故泥土因慣性,向車輪之切線方向下落也。

8. 若地球自轉之速度增加時,則地面上物體之重量所受之影響若何?

圖. 自轉之速度增加,則地面上物體之圓運動之速度亦增加由 $F=\frac{mv^2}{r}$, v 愈大, F 亦愈大。故物體卽因遠心力之作用,而有飛去之傾向。

故須由重力所生之重量內,減去此遠心力,卽物體重量減輕也。倘赤道上之自轉速度達現今之17倍時,則重力與遠心力相平衡。而物體卽失其重量。

9. 假設萬有引力急行停止時,則地球及月之運動當生若何之變化?

圖. 萬有引力常爲求心力之作用,以使此天體間爲圓運動。若萬有引力急行停止,則地球月卽停止其圓運動;因慣性,向切線之方向成直角而飛去。

10. 物體愈近兩極;則愈重;又上昇愈高,則愈輕者;何故?

圖. 因下列二理由:——

a. 地球非正圓之球,赤道上之半徑最大,愈近兩極,其半徑愈小。由萬有引力之法則,引力與距離之平方爲反比,故重力亦必於赤道爲最小,兩極上爲最大。又高處與地球中心之

距離較大,故引力卽較低處爲小。

b. 由 $F=\frac{4\pi^2 mr}{T^2}$,週期相同之圓運動,求心力與半徑爲正比例。故半徑較大之赤道上或高處,其遠心力大。故重量減小,卽物體較輕。

11. 用天平,桿秤等測物體之質量,在平地及高山所生之差異若何?又若用簧秤則如何?

圖. 天平桿秤等,爲測質量之器,故不因土地之不同,而異其結果。簧秤則爲測重量之器,山頂之重力小,故懸於簧秤者亦小。因地方之高低所生之結果亦不同。

12. 若地球之迴轉停止時,則物體之重當稍有增加,何故?

圖. 物體之圓運動停止時,求心力之反作用亦停止。故物體得顯出其眞重也。

13. 1 瓩之物體,在赤道上與兩極上之重量之差如何?

圖. 重量與重力之加速度爲正比,設赤道上與兩極上之 g 各爲 978, 983.2, 設 1 瓩之物體在兩極上之重爲 W,

則 $1:W=978:983.2$,

$\therefore\ W=1005.3$ 克。

其差卽爲 $1005.3-1000=5.3$ 克 (答)。

14. 用簧秤測物體時,赤道上之重爲 1000 克。若將此物體移至兩極上時,爲若干克?

鼲. 由前題,兩極上爲1005.3克(答)。

15. 有質量 500 克之物體,在東京與在富士山頂之重之差若何?

鼲. 東京及富士山頂之 g 之值爲979.8,978.8。

故所求重量之差爲

$500\times979.8-500\times978.8=500$ 達因(答)。

16. 地球之半徑在赤道上爲6377 粁,問赤道上 1 克之物體,因地球自轉所需之求心力若干?

鼲. 由 $F=\dfrac{4\pi^2mr}{T^2}$

$\therefore F=\dfrac{4\times(3.1416)^2\times1\times6377\times10^5}{(24\times60\times60)^2}=3.37$ 達因(答)。

17. 以 100 克之物體附於長 20 cm. 之絲之一端,以50秒糎之速度爲圓運動。問絲之張力若干?

鼲. 設所求之張力爲 F, 由 $F=\dfrac{mv^2}{r}$

$\therefore F=\dfrac{100\times50^2}{20}=12500$ 達因(答)。

18. 以 100 克之物體附於長 25 cm. 之絲之一端,而迴轉之,使其每秒迴轉12次,問求心力如何?

鼲. 物體之迴轉速度爲 $25\times2\times3.1416\times12=218496$ 秒粁。

所求之求心力 $F=\dfrac{mv^2}{r}$,

即 $F=\dfrac{100\times(2184.96)^2}{25}=19096200$ 達因(答)。

19. 繫20瓩之石於長 80 cm. 之絲之一端,而迴轉之。設此絲能堪2瓩之重,問絲切斷時,石之速度及迴轉數如何?

圖. 2瓩之重 $=2000\times980=1960000$ 達。
設絲切斷之瞬間之速度爲 v 秒糎,
則 $1960000=\dfrac{20\times v^2}{80}$,
$v=2800$ 秒糎 (答)。
又迴轉數 $=\dfrac{2000}{2\times3.1416\times80}=5.6$ 回 (答)。

20. 若月與地球間之距離,爲地球半徑之60倍。問月之表面之重力加速度若干?又試求月繞地球一週之時間!

圖. 引力與距離之自乘爲反比例。故由重力所生之加速度 g 之值,亦必有同樣之關係。
今月之表面上之加速度爲 g',
則 $g':980=1^2:60^2$,
$\therefore\quad g'=\dfrac{980}{3600}$ 秒秒糎 (答)。
又設月繞地球一週之時間 (卽週期) 爲 T 秒,
因地球之週圍約 40000 粁,
故月之速度 $=\dfrac{40000\times60}{T}$ 秒粁。
設向地心之加速度爲 a, $r=$ 月與地球之距離,

$$a=\frac{4\pi^2r}{T^2}=\frac{2\pi\times\text{地球之週圍}\times60}{T^2}$$

$$=\frac{2\pi\times40000\times100000\times60}{T}=\frac{980}{3600}$$

$\therefore T=235\times 104$ 秒 $=27.2$ 日(答)。

21. 地球繞太陽一週爲 365.24 日,月繞地球一週爲 27.32 日。問太陽之質量與地球之質量之比如何?

(地球與太陽間之距離爲 3800 萬里,月與地球間之距離爲 95500 里。)

圖. 設太陽之質量 $=M$　地球太陽間之距離 $=R$

地球之質量 $=M'$　地球與月之距離 $=R'$

月之質量 $=M''$

設地球繞太陽一週之時間爲 T

月繞地球一週之時間爲 T'

則萬有引力

地球受自太陽之力:月受自地球之力 $=$

$$\frac{MM'}{R^2}:\frac{M'M''}{R'^2}=\frac{M}{R^2}:\frac{M''}{R'^2},$$

又因加速度之關係,則上列比例式,等於下式:——

(地球之加速度 $=\dfrac{4\pi^2R}{T^2}$,月之加速度 $=\dfrac{4\pi^2R'}{T'^2}$)

$$\frac{M}{R^2}:\frac{M''}{R'^2}=\frac{4\pi^2R}{T^2}M':\frac{4\pi^2R'}{T'^2}M''=\frac{RM'}{T^2}:\frac{R'M''}{T'^2}$$

$$\therefore M=\left(\frac{T'}{T}\right)^2\times\left(\frac{R}{R'}\right)^3\times M'=\left(\frac{27.32}{365.24}\right)^2\times\left(\frac{38000000}{95500}\right)^3\times M'.$$

$\therefore M:M'=350000:1$　卽約 35 萬倍(答)。

22. 人行於圓形之路線上,其體常傾向圓之中心者何故?

圖. 人行於圓形之路上,必需求心力之作用。體所以向內方傾斜者,使其生求心力之作用也。體傾向內方時,則體之重心亦偏

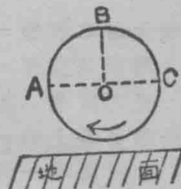
於內方。此力及地面與足之摩擦之合力,卽爲向圓之中心之力,故得以持續其圓運動。

23. 以石於絲之一端,持其他端 O,而迴轉之,於垂直平面內,石來至次列各位置,將絲放手至達於地面時,石之路徑及其速度之變化如何?

a. 絲爲水平石來至 A 時,

b. 絲爲垂直石來至 B 時,

c. 絲爲水平石來至 C 時。



圖。 *a*. 石來至 A 處,將絲放手時,
則石於 A 處,向圓之切線(卽垂直)而飛於上方。次由重力之作用,漸減其速度,至其速度爲零,卽行落下;恰與以某速度將石由 A 點向上直投之運動相同。

b. 石來至 B 處而放手時,則石卽於 B 點向圓之切線之方向飛去。同時受重力之作用,恰如向水平將物體投出之運動,而描一拋物線形。

c. 石來至 C 處而放手時,則石即於 C 處向切線之方向(卽垂直之方向)飛去。恰如以速度向直下投出物體之運動,其速度必漸次增加。

14. 功　功率

功	凡施力於物體,而令物體沿力之方向運動時其力之大與力之方向上物體所動之距離之相乘積,爲功之量。

功之單位	1 爾 erg……以 1 達因之力作用於物體,而使物體動 1 糎之功。 1 瓩米………將 1 瓩之物體舉至 1 米高之功。 1 呎磅………將 1 磅之物體舉至 1 呎高之功。
功率	單位之時間內所成之功量,謂之功率。
功率之單位	1 瓦………每秒 10^7 爾之功率謂之 1 瓦。 1 馬力………卽於 1 秒內成七十五瓩米(法制),或 550 呎磅(英制)之功也。

1. 用槓桿滑車輪軸斜面等,而其功並無損益者,何故?

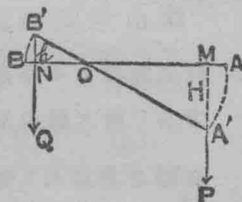


圖. *a*. 槓桿 假設置 AOB 之桿槓於 $A'OB'$ 之位置,而亦能平衡時。若就 AOB 而言,則 $P\times AO=Q\times OB$。

今將桿槓 AOB 移於 $A'OB'$ 時,A 端上 P 所爲之功爲 $P\times H$; B 端上 Q 所爲之功爲 $Q\times h$。

今因 $\dfrac{Q}{P}=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{OA'}{OB'}=\dfrac{H}{h}$。

$$\therefore P\times H=Q\times h,$$

卽 P 所爲之功等於 Q 所爲之功。

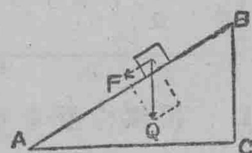
b. 滑車 用滑車吊上物體至 l 之高時,力所動之距離如下:—(*a*)定滑車爲 l。(*b*)定動各一之結合滑車爲 $2l$。(*c*)定動各二之結合滑車爲 $4l$。

然(*a*)力與物體之重相等。(*b*)力有二倍之利。(*c*)力有四倍之利。

故力對於滑車之功等於滑車對於物體之功。

C.輪軸　輪軸爲滑車之變形。今設輪之半徑爲R,軸之半徑爲r,物體之重爲W,力爲F。則因$RF=Wr$,輪軸始能平衡。$\therefore R=2r$時,則$F=\frac{W}{2}$,是力有二倍之利。但半徑之比爲1:2,故用軸將物體卷上一尺,輪上之繩須解開二尺,卽於距離有二倍之損。故結果之功無損益。

d. 斜面　沿斜面將重量之物體推上,所需之功爲$AB\times F=Q\times\frac{BC}{AB}\times AB=Q\times BC$。卽等於將物體垂直推上所需之功。



總上所述,諸器械實無功之損益也。

2.　試由水壓機以說明功之原理!

[答]. 設水壓機大小兩圓筒之面積a, b。若作用於小圓筒活塞之力爲P,則大圓筒活塞上所生之力卽爲$P\times\frac{a}{b}$。又小圓筒活塞所動之距離爲h,則大圓筒活塞所動之距離卽爲$h\times\frac{b}{a}$。故小圓筒一方之功爲Ph。大圓筒一方之功爲$P\times\frac{a}{b}\times h\times\frac{b}{a}=Ph$。故兩方之功相等。

3.　一呎磅等於若干爾?

[答]. 1磅 $=453.6$克。1呎 $=30.48$糎。

$\therefore$1呎磅 $=30.48\times453.6\times980=13.55\times10^6$爾(答)。

4.　1瓩米與幾爾相當?又與幾呎磅相當?

[答]. 1瓩米 $=1000\times980\times100=98\times10^6$爾(答)。

因1呎磅$=13.55\times10^6$爾(由前問)。

故1瓩米$=\dfrac{98\times10^6}{13.55\times10^6}=7.2$呎磅(答)。

5. 429瓩米等於若干爾?

圖。429瓩米$=429\times1000$克。

429瓩米$=429\times1000\times980\times100=42042\times10^6$爾(答)。

6. 質量m克之物體作用於重力而落下h cm.,其功若何?試由絕對單位與重力單位表之!

圖。$\left.\begin{array}{l}\text{絕對單位}\cdots\cdots\cdots mgh\text{達}\\ \text{重力單位}\cdots\cdots\cdots mh\text{克糎}\end{array}\right\}$(答)。

7. 以2磅之物體持至6呎之高處,所需之功若何?試由瓩米以表之!

圖。2磅$=2\times0.4536=0.9072$瓩。

6呎$=6\times0.3048\fallingdotseq1.8288$米。

$\therefore$所求之功$=0.9072\times1.8288=1.6452$(約)瓩米(答)。

8. 有質量85克之物體,持至2米之高處,所需之功如何?試由爾以表之!

圖。$85\times980\times200=1666\times10^4$爾(答)。

9. 有體重15磅之人,昇於高3000呎之山頂,其抵抗重力之功若干?

圖。所求之功為

15磅$\times3000$呎$=45000$呎磅(答)。

10. 將 500 噸之水移至 20 呎高之水槽內,所需之功為若干呎磅?

圖. 500 噸 $=500\times2240=1120000$ 磅。

$\therefore$ 所求之功 $=1120000\times20=224\times10^5$ 呎磅 (答)。

11. 有體重 150 磅之人,負 50 磅之貨物而登一 30 呎長之斜面,所為之功若干?

(但斜面與水平所成之角為 $45°$。)

圖. 斜面之高 $30\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=21.2$ 呎。

所求之功 $21.2\times(150+50)=4240$ 呎磅 (答)。

12. 設加於壓縮喞筒柄之力,自 0 至 4 瓩之變化一樣時,活塞一壓所需之功若干?

(但活塞往復之長為 20 cm.。)

圖. 加於喞筒之平均力為 $(0+4)\div2=2$ 瓩。

故所求之功為 2 瓩 $\times0.2$ 米 $=0.4$ 瓩米 (答)。

13. 有一輪軸,其輪之半徑 2 呎,軸之半徑 1 呎今吊 500 磅之物體於軸之繩上,問須加若干之力於輪之繩上,始能平衡?

又設輪已迴轉三週時,所施於軸之功若干?

圖. 設加於輪繩上之力為 f,

則 $500:f=2:1$ $f=250$ 磅。

又所求之功為 $250\times3\times(2\times2\times3.1416)=9424.8$ 呎磅 (答)。

14. 有 1 克之物體由 15 米之高處落下,所爲之功若干爾?

解. $1\times980\times1500=147\times10^4$ 爾(答)。

15. 有人於 1 分間能將 1500 立之水移於 1 米之高處,問此人 1 小時所爲之功爲若干瓩米?

解. 1500=1500 瓩

此人 1 分間所爲之功 $=1500\times1=1500$ 瓩米。

故 1 小時所爲之功 $=1500\times60=90000$ 瓩米(答)。

16. 有一機械,1 小時所爲之功爲 500 瓩米。問此機械之功率爲若干馬力?

解. 一馬力者,卽 1 秒間爲 75 瓩米之功之謂也。

故 $\frac{500}{60\times60}\div75=\frac{1}{540}$ 馬力(答)。

17. 有一機械,1 秒間爲 2750 呎磅之功;問爲若干馬力?

解. 一馬力卽每秒 550 呎磅之功率。

$\therefore\frac{2750}{550}=5$ 馬力(答)。

18. 用 1 馬力之機關移水於 5 呎之高處。問 1 秒間能移水若干立方呎?

(但水 1 立方呎之重量爲 62.5 磅。)

解. 1 馬力之機關 1 秒間爲 550 呎磅之功。

故 1 秒間能將 110 磅之水移至 5 呎之高。

故其水之體積爲$\frac{110}{62.5}$=1.76立方呎(答)。

19. 有15馬力蒸氣機關,從300呎深之坑中吸水。問1小時所吸之水爲若干立方呎?

圖。15馬力之機關1秒間所爲之功爲15×550呎磅。

1秒間吸上之水之容積爲(1立呎=62.5磅)

$\frac{15\times550}{300\times62.5}$立呎。

故1小時吸上之水之容積爲

$\frac{15\times550\times60\times60}{300\times62.5}$=1584立呎(答)。

20. 有一機械,能於1小時內從深45呎之坑內吸上200噸之水問此機械之功率若何?

(但1噸=2240磅。)

圖。1秒間之功………$\frac{200\times2240\times45}{60\times60}$=5600呎磅。

故所求之功率5600÷550=10.2馬力(答)。

21. 用30馬力之蒸汽機關,從25呎以下之河內吸水。問14小時內能吸上水若干噸?

圖。14小時吸上之水量

$\frac{30\times550\times14\times60\times60}{25}$磅。

故其噸數爲(1噸=2240磅)

$\frac{30\times550\times14\times60\times60}{25}$÷2240=14850噸(答)。

22. 有機關車能使重50噸之火車以每小時30哩之

速度,爲水平之進行。問此機關車之功率爲若干馬力?

(但及於進行中之火車之抵抗,每噸爲15磅。)

圖. 對於列車之抵抗爲$15\times50=750$磅。

1小時機關車所作之功爲(1哩=5280呎),

$750\times30\times5280$呎磅。

故所求之馬力爲

$$\frac{750\times30\times5280}{550\times60\times60}=60\text{ 馬力(答)。}$$

23. 每秒之水量爲750立方呎,降下之差爲100呎之水力時,能得馬力若干?

(但1立呎之水重$=62.5$磅。)

圖. $$\frac{750\times62.5\times100}{550}=8523\text{ 馬力(答)。}$$

24. 設用一機械從深10米之坑底吸水。欲每小時吸上2000立尺之水時,此機械之最小馬力數當爲若干?

圖. 1立尺之水重$=27.825$瓩。

2000立尺之水重$=27.825\times2000=55650$瓩。

故此機械1小時所爲之功爲55650×10瓩米。

故功率爲$\dfrac{55650\times10}{75\times60\times60}=2.061$馬力(答)。

25. 用一蒸汽機關從深100呎之炭礦中於一晝夜間吸上3000噸之水。問此機關之馬力若干?

圖. 3000噸$=2240\times3000$磅。

一晝夜之功爲$100\times2240\times3000$呎磅。

故所求之功率為$\dfrac{100\times2240\times3000}{550\times24\times60\times60}=14.1$馬力(答)。

26. 以50馬力之功率,作用於輪船之蒸氣機關,則船每秒之常速度為30呎。問船所受之空氣及水之全抵抗為若干磅重?

解。$\dfrac{50\times550}{30}=917$磅重(答)。

27. 某輪船之最大馬力為 40000 馬力,問此船以24海里之速度向前進行時,壓水於後方之力若干?

解。此蒸汽機關1秒間所為之功$40000=550\times40000$呎磅,
又 1 海里 =6076 呎,
則 1 秒間輪船所走之距離$\dfrac{6076\times24}{60\times60}$呎。
故壓水之力如下:——
$$550\times40000\div\frac{5076\times24}{60\times60}=543100\text{ 磅 (答)。}$$

28. 有一平滑斜面,與水平成45°之角。今沿此斜面,將重1瓩之物體拉至1米之高,所需力之強度若干?又所用功量若干?

解。重量1瓩之物體,沿此斜面之分力為
$$1\text{瓩}\times\sin45^\circ=1\times\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707\text{瓩 (答)。}$$
若加以大於0.707瓩之力,則物體卽可拉上。又功量等於將1瓩之物體垂直拉上所需之功量。
卽1瓩×1米=1瓩米(答)。

29. 有體重 150 磅之人,負 50 磅之物而登於長 20 呎之梯,問此人所作之功若干?

(但梯與水平面為 60°之傾斜。)

圖. 人所持上之全質量 $=150+50=200$ 磅。

持上之垂直距離 $=20\times\sin 60^\circ=20\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ 呎。

故人所作之功如下:——

$$200\times20\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4618 \text{ 呎磅 (答)。}$$

30. 設 AB,BC,AC 為無摩擦之三斜面,將一物體沿 AC 斜面移上,由 A 至 C 所需之功,與先沿 AB 斜面,後沿 BC 斜面,(即先由 A 至 B,次由 B 至 C。)所需之功如何?

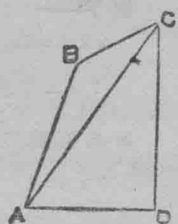


圖. 沿斜面將物體推上所需之功與垂直推上所需之功相等。故沿 AB 斜面推上所需之功,等於推上 AB 距離所需之功。又沿 BC 斜面推上所需之功,亦等於推上 BC 之垂直距離所需之功。

但 AB 之垂直距離 $+$ BC 之垂直距離 $=CD$。沿 AC 斜面推上所需之功,亦等於推上 AC 之垂直距離所需之功。但 AC 之垂直距離亦等於 CD。故沿 ABC 推上所需之功量,等於沿 AC 斜面推上所需之功量。

31. 有在共通軸上之大小二輪所成之輪軸。兩輪上捲以同方向之繩,下端吊以錘;軸上捲以方向相反之繩,

下端亦吊以錘;而令其平衡。今設下列數量爲已知數,問P_3之值若干?

$r_1=3$糎, $r_2=6$糎, $r_3=9$糎。

$P_1=20$瓩, $P_2=4$瓩。

又設此際輪軸爲某角度之迴轉,P_3之降下爲50糎,問重力對於P_2及P_3所爲之功之和與抗重力而捲上P_1所需之功各若干?

圖. 依桿槓之理,則得下式:——

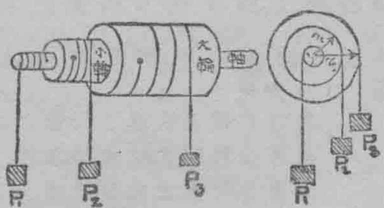
$3\times 20=6\times 4+9\times P_3,$

$\therefore P_3=4$ 瓩。

又P_3降下50糎時,輪軸迴轉之角A如下:——

$9\times A=50,$

$\therefore A=\dfrac{50}{9}$弧度。



因此迴轉,P_2降下之距離如下:——

$6\times A=6\times\dfrac{50}{9}=\dfrac{100}{3}$糎。

同時P_1上昇之距離爲

$3\times A=3\times\dfrac{50}{9}=\dfrac{50}{3}$糎。

重力對於P_2,P_3所爲之功之和如下:——

(P_2, P_3皆受 4 瓩之重力作用)

$4\times 50+4\times\dfrac{100}{3}=\dfrac{1000}{3}=\dfrac{10}{3}$瓩米。

又抗重力而捲上P_1所需之功如下:——

$20\times\frac{50}{3}=\frac{1000}{3}=\frac{10}{3}$瓩米。

卽二者之功相等。

32. 常謂某機械爲若干馬力者,其意若何?

圖. 某機械 1 秒間所作之工作爲 75 瓩米。

或 550 呎磅之若干倍之謂也。

34. 何謂運動與偶力?

圖. 一物體對於他物體而變其位置,謂之運動。等大而方向相反之平行力,曰偶力。偶力者,祇能使物體起迴轉運動;而不能起前進運動。

35. 有高 8 米之瀑布,其水量每秒爲 14 立方米。問其功率爲若干馬力?(1 馬力 =76 瓩米。)

圖. 1 立方米之水重 =1000 立 =1000 瓩。

故功率 $=\frac{8\times14\times1000}{76}=1474$ 馬力(答)。

36. 今以唧筒由深 495 呎之坑內每小時吸上 45 噸之水。問所用蒸汽機關須若干馬力?(1 噸 =2240 磅。)

圖. 1 小時內機關所作之功爲 $495\times45\times2240$ 呎磅。

故每秒之功爲 $\frac{495\times45\times2240}{60\times60}$ 呎磅。

故此機關之功率爲 $\frac{495\times45\times2240}{60\times60}\div550=25.2$ 馬力(答)。

37. 有高 70 呎之瀑布,其 1 秒間流下之水量爲 2 立方呎。今利用此瀑布之水力以運轉水車,問水車能得若

干馬力之功率?

(但水之能之0.6爲有效。水1立方呎之重爲62.4磅。)

圖. 瀑布所有之能爲 $2\times62.4\times70=87360$ 呎磅。
其功率 $=87360\times0.6\div550=95$ 馬力(答)。

15. 能

能	作功之原因稱之曰能,以其所作之功之量而測之。
二種之能	1. 動能者,物體運動中所有之能也。 設速度 $=v$ 秒糎,質量 $=m$ 克, 則物體所有之動能 $=\frac{1}{2}mv^2$ 爾。 2. 勢能者,靜止之物體所有之能也。 設距地面之高 $=h$ 糎,質量 $=m$ 克, 則物體所有之勢能 $=mgh$ 爾。

1. 落下之物體,漸次增其能者,何故?

圖. 落下之物體,每秒增加 g 之速度,故隨其落下,而速度漸大。然動能爲 $\frac{1}{2}mv^2$,故落體自己之動能亦隨速度 v 而增大也。

2. 欲造一機械,倘與以能,卽可永久工作而不息,其可得乎?

圖. 從古至今,曾費種種之思考,思以一定量之能,而永久運轉機械,使之工作,均行失敗。此蓋徵諸能力不滅之法則,爲不可能故也。因機械既行工作,則必失去其相當之能,故欲得永久之功,則須由外部繼續供給以能;否則不可能矣。

3. 試就下例,而論在平滑之水平板上,其能之增減!

1. 物體爲等速運動時。

2. 物體爲加速度運動時。

圖. 1. 物體於出發點所有之能,自始至終,不增不減。

2. 反之使物體爲加速度運動時,則$v=at$,卽速度與時間爲正比;卽速度之增加與運動開始後之時間爲正比。又以其動能$=\frac{1}{2}mv^2$,卽能力與速度之平方相正比,而增加。

4. 試就垂直拋上之物體,而論其能之變遷!並說明能之保存之原理!

圖. 在出發點僅有動能隨物體之上昇,其速度漸次減少。故其動能漸減,勢能漸增。達於最高點時,則祇有勢能。再由此降下,則動能增加,勢能減少。達於地面之際,則祇成動能。

將m克之物體,以v之速度上拋時,在出發點之能全部爲動能,卽$\frac{1}{2}mv^2$。又物體上昇至S'之高時,則兼有動能及勢能,其勢能爲mgS'。

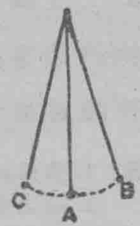
設達於S'高時之速度爲v',則$v'^2=v^2-2gS'$。又動能爲$\frac{1}{2}mv'^2=\frac{1}{2}m(v^2-2gS')$。故兩者之和,卽$mgS'+\frac{1}{2}m(v^2-2gS')=\frac{1}{2}mv^2$,卽達於$S'$高時之動能及勢能之和,等於出發點所有之能也。

5. 振子振動之能之變遷如何?又欲使振子永久繼續其振動,其裝置當如何?

圖. 錘所有之勢能在A時爲最小;在B,C爲最大。又在B時全部

爲勢能,而動能爲零。然由 B 至 A 振動時,則距 A 愈近,勢能愈減,動能愈增。至達於 A,則動能爲最大值,次又漸次減少,至 C 又爲零。

又欲使振子之振動永久繼續時,須以富有彈性之薄鋼鐵片附於振子之根。且以迴轉之齒輪之齒壓其鐵針,以助振子之振動。



6. 距地面50米之高處,有 500 瓩之物體,其勢能幾何?

圖. $500\times50=25000$ 瓩米 (答)。

7. 有 200 克之彈丸,以 300 秒米之速度飛進時,其動能幾何?

圖. 由公式 $\frac{1}{2}mv^2$,

故動能 $=\frac{1}{2}\times200\times(300\times100)^2=9\times10^{10}$ 爾 (答)。

8. 1 克之物體落下後,經過 S 米之瞬間,所有之動能幾何?

圖. 由落下公式 $v^2=2gS$,

所求動能 $=\frac{1}{2}\times1\times2\times9.8\times S=9.8S$ 克米。

9. 60克之落體,5 秒後所得之動能幾何?

圖. 由落下公式 $v=gt$,

5 秒後之速度 $v=980\times5=4900$ 秒糎。

故所求之動能 $=\frac{1}{2}\times 60\times(4900)^2=$

7203×10^5 爾 $=7.2\times 10^8$ 爾（答）。

10. 80克之物體,從10米之高處落於地面時,所有之動能爲若干爾?

解. 設達於地面時之速度 $=v$,

則 $v^2=2\times 980\times 10\times 100$,

故所求之動能如下:——

$\frac{1}{2}\times 80\times 2\times 980\times 10\times 100=784\times 10^5$ 爾（答）。

11. 小槍彈丸之質量約10克,在槍口前25米處之速度爲 680 秒米。問彈丸之動能若干?

解. $\frac{1}{2}\times 10\times 680^2=2312000$ 爾（答）。

12. 與質量 5 克之物體以60秒糎之速度時,問所加之功若干?

解. 功與能相轉換,故此物體所有之動能爲 $\frac{1}{2}\times 5\times 60^2=9000$ 爾。

卽所加之功也。

13. 水量每秒爲 400 磅,降差爲 550 呎。問此水力若干馬力?

解. 水所有之勢能 $400\times 550=220000$ 呎磅。

故此水力 $=\frac{220000}{550}=400$ 馬力（答）。

14. 有高 100 呎之瀑布,其 1 分間之水量爲3000 立

方呎。求其水力!

(但 1 立呎之水之質量 =62.5 磅。)

圖. 瀑布 1 秒間所流水之質量爲$\frac{3000}{60}\times 62.=3125$ 磅。

故瀑布之水力$=\frac{3125\times 100}{550}=568.2$ 馬力(答)。

15. 某處瀑布之高 160 尺,每分之水量 700000 噸。求其水力!

圖. 瀑布之高 160 尺 $=0.9942\times 160$ 呎。

瀑布每秒之水量$=\frac{2240\times 700000}{60}\div 550=756$ 萬馬力(約)(答)。

16. 質量 20 克之彈丸,以 4000 秒糎之速度命中於射的,其射入之深爲 5 糎。問射的之平均抵抗力若干?

圖. 設所求之抵抗力 $=f$ 達,

則彈丸對於射的之抵抗力所作之功爲 $5\times f$ 爾。

又彈丸所失之動能爲$\frac{1}{2}\times 20\times 4000^2$ 爾。

$\therefore 5\times f=\frac{1}{2}\times 20\times 4000^2$

$\therefore \quad f=32\times 10^6$ 達(答)。

17. 有速度 80 秒米,質量 1000 克之彈丸,穿透土堤至 2 米之深。問土坤之平均抵抗力幾何?

圖. 設所求之抵抗力爲 f 爾,則彈丸所作之功爲 $200\times f$ 達。彈丸所失之動能爲$\frac{1}{2}\times 1000\times (80\times 100)^2$ 爾。

$\therefore 200f=\frac{1}{2}\times1000\times8000^2$

$f=16\times10^7$ 達(答)。

18. 質量10克之小槍彈丸,其出槍口時之速度爲700秒米。今設槍身之內徑爲6粍,彈丸在槍筒內所動之距離爲80糎。問因火藥之爆發,而彈丸所受之平均壓力若干?

圖。彈丸之切口面積 $=2\times\left(\frac{0.6}{2}\right)^2\times3.1416=0.565488$ 平方糎。

所求之平均壓力 $=f$ 達,

則全壓力 $=0.565488\times f$ 達。

故火藥對於彈丸所作之功爲 $80\times0.565488\times f$ 爾。

$\therefore 80\times0.565488\times f=\frac{1}{2}\times10\times70000^2$

$f=54\times10^7$ 達(答)。

19. 有質量1瓩之物體,沿高9 cm.之斜面落下其達於最下點時,每秒之速度爲5 cm.。問運動中物體所失之能若干?

圖。物體最初之勢能 $=1000\times980\times9$ 爾。

物體在最下點時所有之動能 $=\frac{1}{2}\times1000\times5^2$ 爾。

故二者之差,卽運動中所失之能,如下式:——

$1000\times980\times9-\frac{1}{2}\times1000\times5^2=8807500$ 爾(答)。

20. 有10秒米之速度,在水平面上進行之物體,與30°

之斜面相遇時,其沿斜面上昇之高若干?

解. 設物體之質量為 m 克,則物體所有之動能為 $\frac{1}{2}\times m\times 1000^2$ 爾。

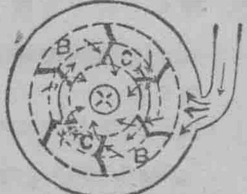
設所求之高為 h cm., 因能等於功之量,即 $\frac{1}{2}\times m\times 1000^2=$

$m\times 980\times h$。

$\therefore h=510$ cm. (答)。

21. 試說明水車之原理!

解. 水車之種類甚多,今就一種說明之。其主要部如右圖所示:



A 為外器,B 為導水翼, C 為翼車。導水翼須裝置於外器之內部;而固定之翼車在 X 軸之周圍,能與軸共同迴轉。今由高處流來之水,先入外器 A;次由四周流入於導水翼 B;繼乃經過 B 之中間,而入於 C; C 遂受水之壓迫而迴轉。(大矢之方向)水自身係由內方流出。

此種水車之功率頗大,近來最進步之水車也。

22. 有速度 v, 質量 m 克之物體,至其靜止時,所作之功若干?

解. 在物體運動之反對方向,作用以 f 達之力。

設此物體自受力之作用至其靜止時,所動之距離為 S cm.,則此力所為之功卽為 fS 爾。

因 $v^2=2aS$, $\quad f=ma$,

$\therefore fS=ma\times\frac{v^2}{2a}=\frac{1}{2}mv^2$ 爾 (答)。

23. 有速度 v 秒糎,質量 m 之物體,其動能爲 $\frac{mv^2}{2g}$ 克糎。試證明之!

圖. 反對於物體之運動方向,作用以重量 m 克之力。設此物體自始受力之作用至其靜止時,所動之距離爲 S 糎,則此力至物體靜止時所爲之功爲 mS 克糎。

但 $v^2=2aS$,

力係用重力單位,故 $a=g$,

$\therefore \quad v=2gS$

$\therefore mS=m\times \frac{v^2}{2g}=\frac{mv^2}{2g}$ 克糎。

24. 由一種能變爲他種能之實例爲何?試舉三例!

圖. 1. 用蒸汽力(勢能)以迴轉車輪(動能)。

2. 利用高處之水(勢能)以迴轉水車(動能)。

3. 箭由弦上(勢能)射出(動能)。

25. 落體運動時,其能之變遷如何?

圖. 物體靜止於高處時,僅有勢能,待至落下之途中,因有速度,乃有動能。又同時與地漸近,速度愈大,勢能漸減,動能漸增。物體達於地面之瞬間,勢能爲零,卽全部變爲動能。其與地面衝突時,發音發熱,甚而至於發光;變爲音,熱,光之能。總則能之全部變爲熱,以溫暖地球或空氣之一部分。

26. 在重力之加速度 (g) 9.8 秒米之處,將重 3 瓩之炮彈以 200 秒米之速度由地面向直上發射,問經過 10 秒所有之勢能若干?

圖. 發射後 10 秒,炮彈距地面之高爲 S,

$S=200\times10-\frac{1}{2}\times9.8\times10^2=1510$ 米。

由公式 mgS,

故所求之勢能 $=3\times1000\times980\times151000=44394\times10^7$ 爾 (答)。

27. 質量10克之物體,沿半徑 60 cm. 之圓周,以同一速度一分間為35迴轉,問此物體所有之能若干?

圖. 物體之速度,每秒為

$$\frac{2\times60\times\frac{22}{7}\times35}{60}=220\text{ cm.}$$

故其動能 $=\frac{1}{2}\times10\times220^2=24200$ 爾(答)。

16. 熱與功

熱之功當量	發生單位之熱量所用之功量曰熱之功當量。 1 加 $=4.2\times10^7$ 爾 $=0.429$ 瓩米。

1. 問1喬之功與若干之熱量相當?

圖. 1喬者,即 10^7 爾,即1千萬爾。

故其相當之熱量為 $\frac{10^7}{4.2\times10^7}=\frac{1}{4.2}=0.24$ 加 (答)。

2. 將1磅之水加熱,使其在華氏表上昇 1° 所要之熱量為若干?

圖. 1磅 $=453.6$ 克。

$\therefore 453.6\times\frac{5}{9}=252$ 加 (答)。

3. 前題之熱量,卽英國工學上所用之熱量單位也,試求其功當量!(但功當量之單位須用呎磅。)

圞. 1 加 $=430$ 克米。

因 1 克 $=0.002205$ 磅, 1 米 $=3.281$ 呎。

故所求之功當量如下:——

$430\times0.002205\times3.281\times252=786$ 呎磅 (答)。

4. 落體與地面衝突時,其能之變化如何?

圞. 落體與地面衝突時,使地面生凹陷,而變爲音熱等之能。

5. 10 瓩之落體,以 200 秒米之速度與地面衝突,所生之熱量爲若干?

圞. 此物體所有之動能如下:——

$\frac{1}{2}\times10000\times(20000)^2$ 爾 $=2\times10^{12}$ 爾。

因 1 加 $=4.2\times10^7$ 爾。

$\therefore$ 熱量 $=2\times10^{12}\div(4.2\times10^7)=4.76\times10^4$ 加 (答)。

6. 據喬爾氏之實驗,用質量 30 瓩之錘從高 20 米處落下,所得之功可熱 2 瓩之水。問此水之溫度上昇若干度?

圞. 所發生之熱量爲 $\frac{30\times20}{0.429}=1400$ 加。

故上昇之溫度 $1400\div2000=0.7^\circ$ (答)。

7. 以質量 3 瓩之鐵錘,打鐵板至 50 次,所生之熱量若干?(但錘觸於鐵板之速度爲 10 秒米。)

解。錘觸於鐵板時之動能爲

$\frac{1}{2}\times3000\times1000^2$ 爾。

故打擊50次所生之熱量爲

$$\frac{\frac{1}{2}\times3000\times1000^2\times50}{4.2\times10^7}=1786\text{ 加 (答)。}$$

8. 水由50米之高處落下,衝突於地面後,其溫度上昇若干?

(但假設所生之熱全爲熱此水所用。)

解。m克之水之勢能 $=m\times980\times5000$ 爾。

1 加 $=4.2\times10^7$ 爾。

所發生之熱量 $=m\times980\times5000\div(4.2\times10^7)$

$=m\times0.12$。

故m克之水上昇之溫度 $=0.12m\div m=0.12^0$ (答)。

9. 水滴落於地面後,自身之溫度上昇1°,求水滴落下之高!

(但假設空氣爲無抵抗,而熱量全爲此水滴所需。)

解。水1克之溫度上昇1°所需之熱量爲1加,與4.2×10^7爾之能相當。

設水之勢能爲4.2×10^7,其高爲h cm.,

則 $980\times h=4.2\times10^7$,

$\therefore\ h=4.29\times10^4$ cm. $=429$ 米 (答)。

10. 某處瀑布之水落下後,其勢能全部變爲熱,問水之溫度上昇若干?

圖. 由前節第(15)問,此瀑布所有之能爲

$$0.9942\times160\times\frac{2240\times700000}{60}$$ 呎磅。

又786呎磅之功能使1磅之水上昇$1^{\circ}F$。

故所求之溫度(華氏)爲

$$0.9942\times160\times\frac{2240\times700000}{60}\div786\div\frac{2240\times700000}{60}$$

$=0.205^{\circ}$(答)。

11. 水銀由50米之高處落下,與受器衝突後所生之熱,全被吸收。問其溫度上昇若干?

圖. 設水銀之質量爲m瓩,則衝突之際所失去之功爲$50m$瓩米。故其發生之熱量爲$50m\div429$加。

又水銀之比熱爲0.033,故使此水銀上昇1°所要之熱量爲$0.033m$加。

故所求之溫度$=50m\div429\div0.033m=3.5^{\circ}$(答)。

12. 今有等大之二鉛彈,各以100秒米之速度相對進行;衝突後,均歸靜止。問其溫度上昇若干?

圖. 鉛1克所有之動能爲$\frac{1}{2}\times(10000)^2$爾,

由此能變成之熱爲$\frac{1}{2}\times(10000)^2\div(4.2\times10^7)$加。

因鉛之比熱爲0.03,故其溫度之上昇爲

$$\left\{\frac{1}{2}\times(10000)^2\div(4.2\times10^7)\right\}\div0.03=39.7^{\circ}。$$

今設鉛彈之質量爲m克,其發生之熱量爲m倍,其溫此質量所需之熱亦爲m倍。故全體之溫度仍爲39.7°(答)。

13. 10瓩之水銀,由50米之高處注於4克之水中,問

其溫度上昇若干?

圖。水銀所有之勢能為$5000\times10000\times980\div(4.2\times10^7)$。
設上昇之溫度為x°時,則水所需之熱為$4x$加,
水銀所需之熱為$10000\times0.03\times x$加。故得下式:——
$$5000\times10000\times980\div(4.2\times10^7)=4x+10000\times0.03\times x$$
$$\therefore x=3.84^\circ \text{(答)}。$$

14. 有0°之冰塊,落於0°之水中,其全質量之$\frac{1}{10}$融解,求其落下之距離!

(但假設發生之熱,全部被水吸收。)

圖。設落下之距離為h米,冰之質量為m瓩,
則 $\frac{mh}{0.429}=m\times1000\times\frac{1}{10}\times80$
$\therefore h=3432$ 米(答)。

15. 有從500米之高處落於地上之鉛彈,倘此鉛彈之動能之半為熱此鉛彈費去,則鉛彈之溫度上昇若干?

(鉛之比熱$=0.031$。)

圖。設鉛之質量為m克,所求之溫度為t,
$$\therefore t=\frac{1}{2}\times\frac{m\times500}{0.429}\div(m\times1000\times0.031)=19^\circ \text{(答)}。$$

16. 有鉛彈以100秒米之速度,與壁相衝突。設其時所發生之熱之半被其吸收。問鉛彈上昇之溫度若干?

圖。設鉛彈之質量為m克,所求之溫度為t,
$$\text{則 } t=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times m\times1000^2\div(4.2\times10^7)}{m\times0.031}=19^\circ \text{(答)}。$$

17. 1小時消費石炭1噸之機關車,能生若干馬力?

(但機關車之效率=0.06 1克石炭之燃燒熱=8000加。)

圖. 1噸=1016000克,故1小時發生之熱量為

$1016000\times8000=8128\times10^6$ 加。

因0.43瓩米之能與1加之熱相當,故由上之熱量,所得之功為

$0.43\times8128\times10^6\div(60\times60)=970850$ 秒瓩米。

又1馬力=75秒瓩米, 效率=0.06,

故所求之值為 $\dfrac{970850\times0.06}{75}=775$ 馬力(答)。

18. 有600馬力,效率5%之蒸汽機關。問每小時之石炭消費量若干?

(由石炭1克所得之熱為8000加。)

圖. 由前題石炭1噸每時發生之熱量與970850秒瓩米之功率相當。

今設每秒所供給之熱能為E,

則 $\dfrac{E\times0.05}{75}=600 \quad \therefore E=900000$

故每小時所需之石炭量如下:——

$900000\div970850=0.927$ 噸(答)。

19. 某蒸氣機關之圓筒內之蒸汽壓力每平方糎為10瓩,活塞之面積為429平方糎。今活塞所動之距離為30糎。問蒸汽所作之功若干?又此際所失之熱量若干?

圖. 所求之功 $=10\times429\times0.3=1287$ 瓩米(答)。

所失之熱量 $=1287\div0.429=3000$ 加(答)。

) 熱機關之機關車,與消火唧筒之空氣室,二者對

於能之作用有類似點否?

圝. 機關車之運動量甚大,故作用以僅少之力時,其速度常保持一定,而無急劇之變化。若空氣室則壓縮空氣之壓力甚大,即無唧筒活塞之作用,亦因空氣之壓力而繼續噴水。

21. 多數之隕石,常繼續落於太陽之表面,能由此以說明太陽熱之一部分乎?

圝. 隕石落下時,其動能卽變爲熱,而成太陽熱之一部分。

22. 地球上之能之源,大部分在於太陽,試舉二三事實以說明之!

圝. 現在地球上能之源,常爲石炭與水力。但石炭係太古植物,由太陽熱而生成。水力亦因太陽熱之蒸發,變爲雨水,降於高處,而後有勢能。

23. 氣體被壓搾,而溫度上昇;使之膨脹,則溫度下降。何故?

圝. 壓搾時,係由外部而來之功變爲熱,以溫此氣體,故溫度上昇。膨脹者,係氣體對於外部之功,其能移於他處,故溫度下降。

24. 試舉發生低溫度之方法!

圝. *a*. 用寒劑法

冰與食鹽,以 3:1 之比相混合時,則兩者因吸收溶解熱及融解熱而冷却,至零下22度。

b. 利用蒸發熱之法

酒精,醇精,硝精,等之揮發性甚大,故常因蒸發,而吸收多量之蒸發熱,以生低溫度。

c. 用壓搾氣體使由小孔噴出,急劇膨脹之法。

製造液體空氣,即其例也。

25. 何謂石油發動機?其作用及用途各若何?

圖. 石油發動機者,使石油成霧狀噴出,然後將噴出之氣體點火令其爆發,利用其由爆發而膨脹之力,以作功之機械也。

作用:有一圓筒,其上裝有活塞,底部具有二瓣。其法先將氣體由一口放入,次由機車之迴轉推入活塞,以壓縮此氣體。縮至極限時,即點火令其爆發,因氣體之膨脹活塞,乃被推出而工作。次再由機車之迴轉,推入活塞,將廢氣由他口排出。復由推出活塞以放進氣體。如此繼續運動不已。

普通發動機,氣體爆發一次,機車迴轉二回。又點火於氣體時,用瓦斯焰或電氣火花。

用途:汽車,脚踏車,飛艇等均用之。

26. 重量 100 克比熱 0.1 之物體,由 15 米之高處垂直落下,以其動能之全部熱此物體,其溫度上升若干?並說明計算之理由!(重力之加速度 =9.8 秒秒米。)

圖. 物體在 15 米之高處之勢能爲 $100\times980\times1500=147\times10^6$ 爾。

但物體落下之際,勢力全部變爲動能,故動能亦爲 147×10^6 爾。

由能所生之熱量爲(由熱之功當量)

$147000000\div42000000=3.5$ 加。

用此熱量加於質量 100 克比熱 0.1 之物體,則物體上昇之溫度如下:

$3.5\div(100\times0.1)=0.35°$ (答)。

27. 每分間供給於蒸汽機關之熱量爲 2500 珽加,設此熱量之 $\frac{1}{10}$ 變爲功,此機關之功率爲若干馬力?

(但熱之功當量 1 瓩加 = 3100 呎磅。1 馬力 = 550 秒呎磅。)

圖. 有效熱量 $=\frac{2500}{10}=250$ 加。

所求之馬力 $=\frac{250\times3100}{550\times60}=23.5$ 馬力(答)。

28. 有質量 4000 瓩,速度每小時 20 粁之電車,若於進行中阻以鐵板,令其停止;問所發生之熱若干?(但 1 加 $=4.187\times10^7$ 爾。)

圖. 電車所有之動能 (*C.G.S.*) 爲

$$\frac{1}{2}\times4000\times1000\times\left(\frac{20000\times100}{60\times60}\right)^2=5\times10^{10}\div3^4\text{ 爾。}$$

故所求熱量爲 $\frac{5\times10^{10}\div3^4}{4.187\times10^7}=14.7$ 秒加(答)。

29. 以質量 100 克之物體置於有摩擦之水平板上,板之一端置滑車,如圖,以繩連結物體。他端則繫以 300 克之物體,令其越滑車而下垂,線卽緊張。今兩物體由靜止之狀態出動, 300 克之物體降下 400 糎時,其速度爲 700 秒糎。問此運動中 100 克之物體與板間所生之熱量若干?

圖. 300 克及 100 克之二物體所得之動能爲

$$\frac{1}{2}(300+100)\times700^2\text{ 爾。}$$

此時 300 克之物體所失之勢能爲

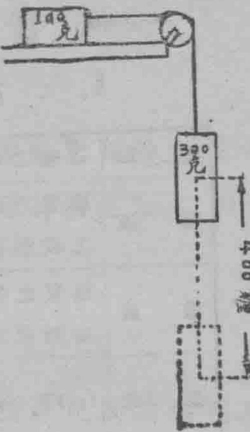
300×980×400 爾。

故運動中由摩擦所失之能，即爲兩者之差，即

$300\times980\times400-\frac{1}{2}(300+100)\times700^2=19600000$ 爾。

故所求之熱量如下：——

$\frac{19600000}{4.2\times10^7}=0.47$ 加(答)。



音學之部

1. 波動　音波

波　動	物體之各部,順次爲相同之振動時,則生波動,	
橫　波	媒質之各部與波之進行方向成直角而振動時之波動也,	
縱　波	媒質之各部與波之進行方向爲同方向之振動時所起之波動也。	
公　式	$l=VT,\quad n=\frac{1}{T}$	$l=$ 波長　$V=$ 速度 $T=$ 週期　$n=$ 振動數

1. 試說明田間所起麥浪之現象!

圖. 麥穗恆向風之方向傾斜,風過後,更以其莖之彈力復其原位,且向反對方向傾斜,風繼續吹來,麥穗即爲波動之運動,

2. 有音波,其每秒之振動數爲 420, 問波長若干?

圖. 音之速度爲 340 秒米,故波長爲
340÷420=0.81 米 =81 cm. (答)。

3. 有物體,其每秒之振動數爲 150 次,今將其所生之波,按 2 cm. 之距離排列,問其速度若干?

圖. 波之速度爲波長與振動數之相乘積,
卽 2×150=300 秒糎。

4. 靜水面上所起之波,以 20cm. 之波長, 5 秒間前進 4 米。求水之振動數!

答. 一秒之速度爲 $\frac{4}{5}$ 米,

故振動數每秒 $=\frac{4}{5}\div0.2=4$ 次(答)。

5. 有速度 340 秒米之波,設其振動數每秒爲 250 回,問其波長若干?又設波長爲 2 米時,其振動數若干?

答. 波長 $=\frac{340}{250}=1.36$ 米。

振動數每秒 $=\frac{340}{2}=170$ 次。

6. 有速度 150 秒尺之波,其波長 3 尺。問其週期及振動數各若干?

答. 週期 $=\frac{3}{150}=\frac{1}{50}$ 秒(答)。振動數 $=\frac{150}{3}=50$ 次(答)。

7. 波之速度 3×10^{10} 秒粴,波長 0.0004 粴。求其振動數!

答. $\frac{3\times10^{10}}{0.0004}=7.5\times10^{14}$ 次(答)。

8. 波長之定義若何?

答. 同相之相隣二點間之距離,曰波長。

9. 何謂波相?

答. 凡一波動上其振動狀態相同之點,曰同相之點。例如波山之相相等其谷之相亦相等。

10. 音波之波長,振動數,速度等之關係如何?

圖. 振動體爲 1 振動之時間,即 1 週期之時間,波動爲 1 波長之前進,故得下之關係:——
波長 = 速度 × 週期

11. 有一發音體,在空氣中音波之速度爲每秒 340 米,其振動數爲 500。求其波長!

圖. 由公式 $v=ln$ $\therefore l=\frac{340}{500}=0.68$ 米 (答)。

12. 振動數爲 254, 速度爲 1114 秒尺。求其波長!

圖. 波長 $=\frac{1114}{254}=4.4$ 尺。

13. 以每秒往復 600 次之振動體爲音源,由此音原所起之波,按 9 粍之間隔排列。問波之進行速度爲若干糎?

圖. 波長 =0.9 糎, 振動數 =600 次,
$\therefore$ 速度 $=0.9\times600=540$ 秒糎 (答)。

14. 有音叉,在空氣中發音之波長爲 66 糎。求此音叉之振動數!

圖. 空氣中音之速度爲 340 秒米,
$\therefore$ 振動數 $=\frac{34000}{66}=515$ 次 (答)。

15. 音者即空氣之振動,能舉例以明之乎?

圖. 在無空氣之處,物體雖振動而不能聞其音也。

2. 音波之速度，反射，干涉，共鳴

音波之速度	空氣中音波之速度，溫度 0 度時爲 331 秒米。溫度上昇 1 度，速度增加 0.6 米。
音之反射	音之反射定則，與光相同。
干　　涉	音之密部與疎部相疊而消失之現象，曰干涉。
昇　　沉	振動數稍不同之二音，互相干涉，時強時弱之現象，曰昇沉。昇沉之數，等於單位時間內兩振動數之差。
共　　鳴	同振動數之二樂器相並列時，一樂器發音，他樂器卽隨之發音之現象，曰共鳴。

1. 有人見電閃後 5 秒，始聞雷音。求人與雷之距離!

圖. 音波之速度每秒 340 米，故所求之距離爲
340×5=17700 米 (答)。

2. 溫度零度時，見礮火後 2 秒，始聞礮聲。求人與礮之距離!

圖. 音波在 $0^\circ C$ 之速度爲 331 米，故所求距離爲
331×2=662 米(答)。

3. 溫度 30 度時，見礮火後 5 秒，始聞礮聲。求發礮之處!

圖. 0° 時音之速度爲 331 米。溫度每昇 1°，速度增加 0.6 秒米。故 30° 時，速度爲 331+0.6×30=349 秒米。
∴發礮之處 =349×5=1745 米 (答)。

4. 有每秒振動數 256 之音波,其在空氣中與水中之波長各如何?

解. 空氣中之波長 $=340\div256=1.33$ 米。
音在水中之速度爲空氣中之 4 倍。
$\therefore$ 波長 $=1.33\times4=5.32$ 米 (答)。

5. 音波由空氣中傳於鐵中時,其波長若干?

解. 音在鐵中之速度爲空氣中之 15 倍,故其波長亦爲 15 倍。

6. 石墜井中,2 秒後始聞石打水面之音。問井口至水面之深若干?

解. 設所求之深爲 S 米,重力之加速度每秒爲 9.8秒米,石達於水面之時間爲 t 秒;由落體公式,則得下式:——

$$S=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2 \quad \therefore t=\sqrt{\frac{S}{4.9}}$$

又設音由水面達於耳所需之時間爲 t' 秒,

故 $t'=\dfrac{S}{340}$

由題意,則得下式:——

$$t+t'=\sqrt{\frac{S}{4.9}}+\frac{S}{340}=2。$$

$\therefore S=15$ 米 (約) (答)。

7. 射擊時,發射後 2 秒始聞子彈中的之音。求的之距離!

(但子彈之運動係等速度之直線運動,其速度爲 300 秒米。)

圖. 音之速度爲340秒米。設子彈自發射至中的之時間爲 t 秒,則由題意得下式:——

$300\,t=340\times(2-t)$

$\therefore\ t=1.6$ 秒

$\therefore$ 的之距離 $=300\times1.6=480$ 米(答)。

8. 雷聲往往繼續頗久,其理若何?

圖. 雷聲常於數里之內同時發生,故其達於耳之時間亦不同。蓋電閃之形狀甚複雜,其聲亦卽複雜也。

9. 音樂堂多用圓屋頂者,何故?

圖. 取其善於反射音波之故。

10. 在室內發音較在室外明瞭,何故?

圖. 室內之音,由反射作用而互相助合故也。

11. 隣室中談話能聽得者,何故?

圖. 門窗等能傳音故也。

12. 溫度15°時,向井底發音,$\frac{1}{5}$ 秒後始聞其反響。求由井口至水面之深!

圖. 15°時,音之速度爲 $331+0.6\times15=340$ 秒米。但音波往復於井口水面間所需之時間爲 $\dfrac{1}{5}$ 秒,故達於水面所需之時間爲

$\left(\dfrac{1}{5}\div2\right)$ 秒。

故井口至水面之深 $=340\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{2}=34$ 米(答)。

13. 向牆發音,0.8秒始聞其回音。問牆與人之距離

若干?

圖. 同前題　$340\times0.8\times\frac{1}{2}=136$ 米(答)。

14. 1秒間發5語,今欲完全聽得每語之回音,問障礙物之最近距離若干?

圖. 發一語後至發次語時,其音波進行之距離爲 $340\times\frac{1}{5}=68$ 米。

故障礙物須在68米之 $\frac{1}{2}$,卽34米外。

15. 每秒向井底發2語,今欲明瞭聽得其回音,問井深若干?

圖. 發1語所需之時間爲0.5秒,故井之深爲 $340\times0.5\times\frac{1}{2}=85$ 米(答)。

16. 先聽得由水中傳來之音,2.2秒後始聽得由空氣中傳來之音,求音源之距離?

圖. 空氣中音之速度爲340秒米,水中音之速度爲1450秒米。

設音源之距離爲 x 米,則得下式:——

$$\frac{x}{340}-\frac{x}{1450}=2.5 \quad \therefore x=1110.4 \text{ 米 (答)。}$$

17. 擊鐵管之一端,其由鐵管傳至他端之音,較由管內空氣傳來之音遲1秒。求管之長!

圖. 鐵中音之速度爲5000秒米。

設管長爲 x,則得下式:——

$\frac{x}{340}-\frac{x}{5000}=0.1\quad \therefore x=36.5$ 米(答)。

18. 將長75米之銅線一端置耳上,而擊其他端先聽得由銅線傳來之音;兩秒後始聽得由空氣傳來之音。問銅線傳音之速度若干?

圖。設銅線傳音之速度爲x秒米,則得下式:——

$$\frac{75}{340}-\frac{75}{x}=0.2$$

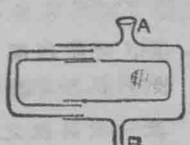
$\therefore x=3700$ 秒米(答)。

19. 試述音之干涉及昇沉之意義!

圖。干涉者,波長與振幅相同之二音波相差半波長而重疊時,其山與谷恰相消滅之現象也。

波長稍不相同之二音同時發音時其音波或互相干涉而發弱音,或互相助合而發強音;此現象曰昇沉。

20. 如下圖,干涉管之A部置有振動數425之發音體。今欲在B部聽得其最強之音時,兩管之長須相差若干?



圖。此音之波長爲$340\div425=0.8$米。

故兩管之差須爲0.8米之倍數。

21. 用每秒振動數250之音叉,爲干涉管之實驗。其道程之長相差60 cm.時,其音最弱。問音之速度若干?

圖。干涉管之長相差半波長時,其音最弱。

∴波長 $=60\ cm.\times 2=1.2$ 米。

音速 $=1.2\times 250=300$ 米(答)。

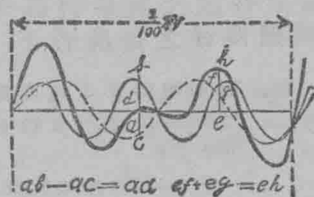
22. 有二音波,其振動數爲 200 次及 300 次。問其合成波若何?試圖解之!

圖. 設虛線 $=200$ 次之音波。

實線 $=300$ 次之音波。

粗實線 = 合成音波。

則得右圖:——



23. 有振動數相等之二音叉,若於一音叉上附有物體時,則不能共鳴。令二音叉同時發音時,則生昇沉。其理安在?

圖. 附有物體之音叉,其振動數稍減少,故與其他音叉互相干涉,而生昇沉。

24. 昇沉之數等於同時間內兩發音體之振動數之差,試證明之!

圖. 設 t 時間內兩發音體之振動數各爲 m,n。昇沉之數爲 x,但一次昇沉時間,卽自一強音至次強音之時間。

故一次昇沉之時間 $=\dfrac{t}{x}$。

又 $\dfrac{t}{x}$ 時間內一發音體之振動數 $=m\times\dfrac{1}{t}\times\dfrac{t}{x}=\dfrac{m}{x}$。

同理,他發音體之振動數 $=n\times\dfrac{1}{t}\times\dfrac{t}{x}=\dfrac{n}{x}$。

但振動數之差爲 1,卽生一次之昇沉。

故得下式:——

$$\frac{m}{x}-\frac{n}{x}=1, \quad \therefore x=m-n。$$

25. 有每秒振動數爲 400 與 405 之二音,問其同時發音之現象如何?

解。 由前問之理,每秒生 405−400=5 次之昇沉。

26. 每秒振動 130 次之音叉,與他音叉同時發音時,則 1 分間生 120 次之昇沉。問他音叉之振動數若干?

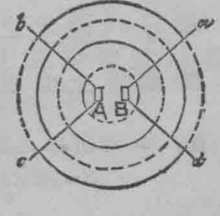
解。 昇沉之數每秒 2 次,但此數等於振動數之差。故所求之值爲 130±2, 卽 132 或 128; 卽他音叉之音高時,其振動數爲 132, 低時爲 128。

27. 有甲乙丙三音叉,甲乙之振動數爲 250,258。今令甲與丙同時發音,則生 3 次之昇沉。乙與丙同時發音,則生 5 次之昇沉。求丙之振動數!

解。 昇沉之數較甲乙振動數之差 8 爲小,故丙之振動數必在甲乙振動數之間。但與甲之昇沉數爲 3, 故其與甲之振動數之差亦爲 3。故丙之振動數爲

250+3=253 次 (答)。

28. 音叉發音時,將其回轉於耳傍,則感其音時强時弱。其原因若何?



解。 音叉之角卽 a, b, c, d 之方向,其音因互相干涉而變弱故也。

29. 音叉發音時,將其置於壁前,因其位置不同,其音之強弱亦各異。其理如何?

圖. 音叉與壁之距離之二倍爲半波長之奇數倍時,其音弱;偶數倍時,其音強。此由音叉所出之波與其反射波相干涉故也。

30. 地震時,往往甚高之煙囪不倒,而低煙囪反倒者,何故?

圖. 煙囪之高與地之震動相共振時,其力最強故也。

31. 用桶取水,有時水溢出甚多者,何故?

圖. 桶之振動數與水之振動數相同故也。

32. 何謂音之共鳴?試舉實例以明之!

圖. 振動數相同之二音叉相接近時,叩其一,其他亦響之,此現象曰共鳴。
樂器之筒及簫笛等,均係利用氣柱之共鳴。

33. 船之前面有斷崖。今欲測船與崖之距離,在船上鳴汽笛,5秒後聞其回音。問船與崖之距離若干?

但船之狀況分三種如下:——

a. 船靜止時。

b. 船以10秒米之速度向崖進行時。

c. 船雖靜止,而風以10秒米之速度由船向崖吹進時。

圖. *a*. 設所求之距離爲S,笛音往復於S所需之時間爲5秒。
$\therefore S=340\times(5\div2)=850$ 米(答)。

b. 在船上鳴汽笛後5秒始聞其回音,此時之船已由其鳴汽笛之位置前進50米。

設所求之距離爲S',則得下式:——

$$S'=\frac{5\times 340+50}{2}=875\text{ 米 (答)。}$$

c. 笛音之速度,往時爲$340+10=350$,復時爲$340-10=330$。

設所求之距離爲S'',則得下式:——

$$\frac{S''}{350}+\frac{S''}{330}=5。\therefore S''=849\text{ 米 (答)。}$$

3. 樂音

樂音之要素	高低……由於發音體的振動數之多少。 強弱……由於發音體的振幅之大小。 音色……由於音波之形狀不同的現象。
調和	二音的振動數之比(音程)爲簡單整數時,其音卽調和。

1. 音之強與音之高,有何區別?

圖. 音之強度由於音波振幅之大小。其高度則由於振動數之多少。

2. 音之高低由於音波之長短而異。試說明之!

圖. 音之高低,由於振動數之多少。振動數多者,音波短;振動數少者,音波長。

3. 以鉛筆搓動於書籍之布面上,搓動愈速,則音愈高者,何故?

圖. 鉛筆每經過布面之凸部卽發音故也。

4. 强而低,弱而高之音爲何?試舉例以明之!

圖. 1. 大鼓,汽笛等……………………强而低。

2. 笛,鈴等……………………弱而高。

5. 人聲之波長若干?

圖. 普通談話時,男聲之振動數爲 90 至 140,

故其波長 $=340$ 米 $\div 90=3.78$ 米,

至 $340\div140=2.43$ 米。

女聲之振動數爲 270 至 560,

故其波長 $=340\div270=1.26$ 米,

至 $340\div560=0.62$ 米。

6. 有 16 孔之測音器 (Syren),20 秒內與發音體之音生 60 次之昇沉,且知其已迴轉 300 次。問發音體之振動數若干?

圖. 測音器之振動數 $=16\times\dfrac{300}{20}=240$ 次,

每秒內之昇沉數 $=60\div20=3$ 次,

故其振動數 $=240+3=243$ 次 (答)。

7. 有 25 孔之測音器,10 秒之迴轉數爲 150。問其音之振動數若干?

圖. 測音器每秒之迴轉數爲 15,

故所求之振動數 $=25\times15=375$ 次 (答)。

8. 距發音體漸近,其音卽漸高;距發音體漸遠,其音亦漸低;何故?

圞. 音之高低由於每秒內振動數之多少（卽入於耳內之音波之多少），但向發音體前進時,入於耳內之音波較靜止時爲多。所多之數,爲其前進距離上所排列之音波數,故其音漸高。若離發音體漸遠時,則反是。

9. 在 100 米之距離上發射一炮,又在 200 米之距離上齊射 x 炮。欲令二音之強度相等,x 之値須若干?

圞. 音波常以球形向周圍擴散,故其強度與距離之自乘爲反比例,卽如下式:——

$$x=1\times\frac{200^2}{100^2}=4 \text{ 炮 (答)。}$$

10. 何謂音程?

圞. 二音振動數之比曰音程。

11. 醫生所用聽診器之作用如何?

圞. 音波入聽診器口,不向四方逸散,卽由橡皮管直達耳內,故體內極微之音,亦得聞也。

12. 何謂音色?

圞. 樂器各有其固有之構造,原音之外更生種種倍音,與原音相干涉。故其音波,具有其樂器特有之波形。此差異現象,謂之音色。

13. 兩樂音相調和之要件若何?

圞. 兩樂音之振動數之比爲1:2, 2:3, 3:4 等簡單整數時,其合成波之形狀甚有規則,令人生愉快之感,曰兩樂音之調和。

14. 噪音,樂音,單純音之區別如何?

圞. 噪音者,不規則之振動相繼續時之音也,令人生不快之感,如

車馬之音等。

樂音者,爲規則之週期的振動,令人生快感,如諸樂器之音是也。

單純音者,倍音消失而僅有原音之音也,如音叉之音等。

15. 何謂倍音?又其影響於音之性質若何?

答. 發音體之振動數最小時所發之音曰原音。如以弦之全長爲一區而振動時,所發之音是也。其振動數爲原音之整倍數時,所發之音,曰倍音。倍音者,所以使原音生音色者也。

16. 音在管中時,其強度減少甚微者,何故?

答. 音波恆以音源爲中心,向周圍爲球狀之波及。但球之表面積與半徑之自乘爲正比,故球面一部分所有之音卽與半徑之自乘爲反比。但在管中時,則不成球狀,而向一方進行;故減少甚微。

4. 發音體之振動

弦之振動	$n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$	$n=$ 振動數, $l=$ 長, $T=$ 用絕對單位所表之張力, $m=$ 單位長之質量。
氣柱之振動	閉管 $n=\frac{V}{4l}$ 開管 $n=\frac{V}{2l}$	$n=$ 振動數。 $l=$ 管之長。 $V=$ 音之速度。

1. 璎珴璘 (Violin) 琴,琵琶,等音之變換方法如何?

答. 變換絃之粗細,且用指壓絃以變換其長或張力。

2. 試述琴柱之功用!

答. 琴絃之粗細與張力均略相等,故由琴柱以增減絃之長短,使

其生各種之振動數。

3. 加減絃之張力者,何故!

解. 欲得所需之振動數故也。

4. 璣珴璘之低音絃,須於銀線之外捲以絲者,何故?

解. 絃之振動數與其質量之平方根爲反比,銀線之外捲以絲者,欲增大其質量,而減其振動數也。

5. 璣珴璘,琴等,皆不用絃之中央,而用其一端者,何也?

解. 用絃之中央時,僅生原音,故甚單純。若用其一端,則生多數之倍音,與原音相調和而生和諧之音。

6. 有銀,銅,黃銅之三絃,其粗度與緊張之度均相等。今欲使其發同高之音時,其長之比當如何?

解。 絃之振動數與其單位長之質量的平方根爲反比。今三絃之粗相等,故與其密度之平方根爲反比。準此以定其長,而後其振動數相等,其音同高。

設銀,銅,黃銅之密度各爲 10.5, 8.9, 8.4, 得式如下:——

$$\frac{\text{銀線之長}}{\text{銅線之長}}=\frac{\sqrt{8.9}}{\sqrt{10.5}}=0.92。$$

$$\frac{\text{黃銅線之長}}{\text{銅線之長}}=\frac{\sqrt{8.9}}{\sqrt{8.4}}=1.03。$$

即銀線須爲銅線之 0.92 倍。黃銅線須爲銅線之 1.03 倍。

7. 有同粗之銅,銀二線,欲令其發同高之音,

(a) 張力相同時,其長之比如何?

(b) 其長相同時,張力之比如何?

解. (a) 其長與密度之平方根為反比,則得下式:——

銅之長 : 銀之長 $=\sqrt{10.5}:\sqrt{8.9}=100:92$ (答)。

(b) 張力與密度為正比,則得下式:——

銅之張力 : 銀之張力 $=8.9:10.5=100:118$ (答)。

8. 有長 1 米,直徑 1.4粍之銅線,設張以 20 瓩之力時,其振動數若干?

解. 由公式 $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$

$$\therefore\ n=\frac{1}{2\times100}\times\sqrt{\frac{20000\times980}{8.9\times0.07^2\times3.1416}}=60\text{ 次(約)}.$$

9. 有同長同重之二金屬絲,其直徑一為 2 粍,一為 4粍。今各張以 4 瓩及16瓩之力時,其原振動數之比如何?

解. 設二金屬絲之振動數為 n_1, n_2, 則得複比例式如下:——

$$n_1:n_2=\left\{\begin{array}{l}4\ :\ 2\ \text{(直徑之反比)}\\ \sqrt{4}:\sqrt{16}\ \text{(張力的平方根之正比)}\end{array}\right.=1:1\ \text{(答)。}$$

10. 支持絃之 $\frac{1}{4}$ 處,而彈其短部分時,欲令其長部分生共鳴之現象,問須分長部分為若干段?

解. 各段之振動數須與被彈部分之振動數相等,而後生共鳴之現象;故須分為三段。

11. 有長 1 米之黃銅線與長 3 米之鐵線,其粗相等。今於黃銅線加以 2 瓩之張力時,欲令其與鐵線發同高

之音,問鐵線之張力若干?(黄銅之比重=8.4,鐵之比重=7.8。)

圖. 設振動數=n,所求之張力=x,

則得下式:——

$$n:n=\begin{cases}\sqrt{\frac{3}{2}}:\sqrt{\frac{1}{x}}\\ \sqrt{7.8}:\sqrt{8.4}\end{cases}$$

$\therefore n\times3\times\sqrt{2}\times\sqrt{7.8}=n\times1\times\sqrt{x}\times\sqrt{8.4}$

$\therefore x=16.7$ 瓩(答)。

12. 有琴絲二,甲之長爲乙之二倍。欲令其發同高之音時,宜如何張之?

圖. 兩絃之張力相同時,則甲之振動數爲乙振動數之二分之一。但其振動數與張力之平方根爲正比例,故甲之張力須爲乙之四倍,則兩絲卽爲同數之振動,而發同高之音。

13. 有一絃,欲令發音程 $\frac{3}{2}$ 之音,須幾倍其張力?

圖. 設所需張力爲x,

$\sqrt{1}:\sqrt{x}=2:3\quad\therefore x=2.2$ (答)。

14. 絃之張力不變,欲令其發音程 $\frac{3}{2}$ 之音時,須支絃於何處?

圖. 設支絃之處爲x,則 $1:x=3:2\quad\therefore x=\frac{2}{3}$ (答)。

15. 有鐵線銅線,其切口爲圓形,其長與張力皆相等。彈此二線時,發同一之音。問二線切口半徑之比如何?

圖. 由題意,可知兩線單位長之質量須相等。設鐵線及銅線之半

徑爲r, r'；其密度爲7.8, 8.9；. 則$r^2\pi\times7.8=r'^2\pi\times8.9$

$$\therefore\frac{r}{r'}=\sqrt{\frac{8.9}{7.8}}=1.068$$

卽銅線1：鐵線1.07

16. 支振動絃之中央時,則聞其第八音者何故?

圖. 絃之長爲前之一半,故其振動數增加二倍。

17. 直徑1粍之銀絲及直徑3粍之鐵絲,以同力張之,令其發同高之音時,其長之比如何?

圖. 銀絲與鐵絲之單位質量之比爲$1^2\times10.5:3^2\times7.8$

按其質量之平方根之反比定其長,如下:——

$$\frac{\text{銀絲之長}}{\text{鐵絲之長}}=\sqrt{\frac{3^2\times7.8}{1^2\times10.5}}=2.6\ (\text{答})。$$

18. 鼓皮乾燥,其音較高,何故?

圖. 鼓皮乾燥時,其張力較濕時爲大,故其振動數較多。

19. 試將可當樂器之發音體類別之!

圖. 利用絃之振動者…………琴類

,, ,, 棒 ,, ,, ,, ,,………… 木琴

,, ,, 膜 ,, ,, ,, ,,………… 鼓

,, ,, 氣柱之振動者………笛類

20. 有絃之樂器,多備有筒者,何故?

圖. 樂器有筒,則筒內空氣與絃之振動相共鳴,而增多其音。

21. 簫,笛之孔,所以變化音之高低者,何故?

圖. 開簫,笛之孔時,其處卽生振動膜。故氣柱卽減爲由笛頭至此處之長,而振動數增加,卽發高音。

22. 有長 50 cm. 之開管及閉管,問其原振動及倍振動之振動數各若干?

圖. *a*. 開管

設音之速度一秒爲 340 米,原振動數每秒爲

$$\frac{340}{2\times0.50}=340\text{ 次},$$

其倍振動數卽爲 340 之 2,4,6 倍。

b. 閉管

原振動數每秒爲

$$\frac{340}{4\times0.50}=170\text{ 次},$$

其倍振動數卽爲 170 之 3, 5, 7 倍。

23. 有圓筒,其深可以自由變更。今鳴音叉於其口上,圓筒之深爲 18 cm., 卽能共鳴,求音叉之振動數!

圖. 由閉管之公式,則得

$$\text{振動數}=\frac{340}{4\times0.18}=472.2\text{ 次 (答)。}$$

24. 有閉管,其最低音之振動數爲每秒 500 次。問此閉管之長!

圖. 設所求之長爲 L 米,

$$500=\frac{340}{4L}\quad\therefore L=0.17\text{ 米 (答)。}$$

25. 有長 1 米之開管,鳴之,所發原音之振動數每秒爲 170 次。求在空氣中音之速度!

圖. 設音之速度爲 V 秒米。

$$170=\frac{V}{2\times 1}\quad\therefore V=340\text{ 米(答)。}$$

26. 盛輕氣之閉管,在其口上鳴振動數 126 之音叉時,則輕氣所發音之振動數每秒爲 490 次,求音在輕氣中之速度!

圖. 由閉管公式,則 $126=\frac{340}{4L}\quad\therefore L=0.68$ 米。

設輕氣中音之速度爲 V,

$$490=\frac{V}{4\times 0.68}\quad\therefore V=1332.8\text{ 米 (答)。}$$

27. 充水於閉管內,欲令此水柱與每秒振動數爲 250 次之音叉相共鳴。求管之長!

(但水中音之速度爲 1440 秒米。)

圖. 設閉管之長爲 L 米,

$$250=\frac{1440}{4L}\quad\therefore L=1.44\text{ 米 (答)。}$$

28. 試述振動數之測定法!

圖. 1. 氣柱共鳴法

先求與發音體共鳴之閉管之長,次四倍之,以除音波之速度,卽得。

2. 測音器法

先令測音器與發音體發同調之音,次測測音器之迴轉數.再以測音器上之穴數乘之,卽得發音體之振動數。

3. 振動記入法

將發音體之振動畫於附有煤烟之紙上,次由單位時間內之波紋測定之。

29. 音波速度之測定法若何?

圖. 用振動數已知之音叉,測定與此音叉相共鳴之閉管氣柱之長,再以振動數4倍乘之,卽得。

30. 留聲機之迴轉與收音時之速度相異時則若何?

圖. 留聲機之迴轉遲,則振動數減,而音低;迴轉速,則振動數增,而音高。

31 音叉之臺須用一端開放之箱者,其效若何?又箱與音叉之關係如何始能最有效?

圖. 音叉在箱上發音時,音內空氣柱卽與之共鳴,以增大其音。若箱僅開其一端,而箱之長等於音叉所發音之波長之$\frac{1}{4}$時,則共鳴最佳。

32. 笛簫等所以能發音者,何故?

圖. 笛簫等之吹口處稍呈楔形,吹時空氣與楔形相遇,而生種種之振動。此種種振動中之某一種與氣柱振動數同一時,卽起共鳴而發音。

33. 注水於瓶時,注水愈多其音愈高者,何故?

圖. 瓶與閉管無異,注水愈多,則管愈短;故音之振動數增加,而發高音。

34. 有長100 cm. 之開風琴管,空氣中音之速度每秒爲340米,此管所發之原音及倍音之振動數爲若干?

圖. 振動數$=\frac{340}{2\times 1}=170$次。

倍音卽170,: 整倍數,爲170,340,510次等。

35. 何謂定常波 (stational wave)?

答. 固定長繩之一端,握其他端,連續振動時,其波動卽傳於繩;而前進達於固定點時卽反射而回。此前進波與反射波互相干涉之結果,繩之各部反覆爲同一之振動,而不能前進。如此之波動,曰定常波。

光學之部

1. 光之直進,照度,光度,速度

光之直進	光在組織相同之光媒中,常爲直進。
照　　度	照度者,某面之單位面積上所受光之量也 在垂直面上,光之照度與光源距離之自乘積爲反比例。
光　　度	由發光體單位距離之强度,曰光度。 鯨油製蠟燭每分燃燒2盼之光度,曰一燭光。
光之速度	每秒三億米。

1. 物體與人眼相連接之直線上,置以手,則不能見物體,何故?

圖. 由物體反射而來之光爲直線而進行,故隔以手,即不能達於人眼。

2. 槍礮描準之法如何?

圖. 利用光之直進,將標尺及準星二定點與目的物在同一直線上時,方爲適宜。

3. 日光射進室內,地上所映窗緣之影不甚明瞭者,何故?

圖. 若太陽爲一光點時,則窗緣之影必甚明瞭。然太陽爲一大發光體,窗緣本影之外,尚有半影,故不明瞭。

4. 燭火與壁之間,置以有小孔之薄板時,則壁上現

鮮明之焰影。若其孔稍大，則現孔之形。試言其理!

圖. 由焰之各部所發之光，通過板之小孔而直進，所印小孔之形則重疊而爲焰之形。若孔較大時，則壁上所印孔之像亦大;故互相重疊，而現孔之形。

5. 通過小孔，所現物體之像爲倒立，何故?

圖. 由於光之直進。

6. 由小孔所生之像，與孔之形無關;其理若何?

圖. 孔若小時，其形無論如何，從光線各點所發之光，通過小孔後所生之像，常現物體之原形。蓋所來光線，有從孔上下左右之別，而後所生之像有位置之異。此位置不同之像，結合而爲物體之形。既與小孔之形狀不同，其像結合物體之形時，不失大體也。若孔甚大，則差異亦大，卽失物體之形矣。

7. 日光通過有小孔之厚紙，而射於壁上時，其所生之像如何?小孔若爲三角形時又如何?又日蝕時如何?

圖. 光係直進，故由前題之理，小孔之形無論如何，其像常現圓形。日蝕時，則現缺損之日影。

8. 由小孔所生之像，與實物之大之比，與由小孔至像及由小孔至實物之距離之關係如何?

圖. 像與實物之大之比例，等於由小孔至像及由小孔至實物之距離之比例。

9. 光線與物體隨大小變化，其本影生如何之差?

圖. 光源若爲一點時，物體之影僅爲本影。光源增大，則生半影。光源若大於物體時，則本影之部分少，半影之部分多。

10. 試卽本影半影,以說明日月蝕之理!

解. 月當於地球之本影時,卽爲月蝕。又地球之上,當於月之本影處,卽爲日之全蝕。當於半影處,卽爲日之部分蝕。

11. 0.2米之距離處,有燭一枝。今欲得同一照度時,應於1米之距離處,置燭幾枝?

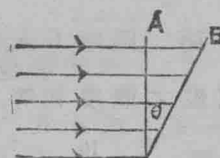
解. 設所要之燭數爲x,

則 $\frac{1}{(0.2)^2}=\frac{x}{1^2}\quad\therefore x=25$ (答)。

12. 一平面與日光成直角,問爲θ角度之傾斜時之照度之比如何?

解. 如右圖,A面與B面所受之光量相等,其面之比爲$\cos\theta:1$。故A, B之單位面積上所受之光量卽照度之比爲

$1:\cos\theta$ (答)。



13. 垂直於光線之面與成30°角之面之照度之比如何?

解. 垂直面上之照度爲1時,則30°傾斜面上之照度爲

$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$。故其比如下:——

$1:\frac{\sqrt{3}}{2}$ 卽 $2:\frac{2}{\sqrt{3}}$ (答)。

14. 照度與光源之距離自乘不爲反比時之條件若何?

圖. 光線不垂直於物體之面時,即不能與距離之自乘爲反比例。

15. 有相等之二光源,其照度相等之點之軌跡如何?

圖. 其軌跡爲垂直平分二光源間之距離之平面。

16. 將電燈對於桌面之照度增加 4 倍時,其高之變更如何?

圖. 照度與距離之自乘爲反比例,今欲 4 倍其照度,須將其原高減半。

17. 有距光源 4 米與 7 米之二點,試比較其照度!

圖. 照度與距離自乘爲反比例,如下:
$7^2:4^2$, 即 49:16 (答)。

18. 距離 6 尺之 5 燭光電燈,與距離 x 尺之 10 燭光電燈之照度相等。求 x 之值!

圖. $\frac{5}{6^2}=\frac{10}{x^2}$ $\therefore x=6\sqrt{2}=8.5$ 尺 (答)。

19. 距離 1 尺之標準燭,與距離 x 尺之 2000 燭光電燈之照度相等。求 x 之值!

圖. $\frac{1}{1^2}=\frac{2000}{x^2}$ $\therefore x\doteqdot\sqrt{2000}=44.7$ 尺 (答)。

20. 置十六燭光之電燈於距離 2 尺之處,則得閱書適當之光。若電燈爲 10 燭光時,其距離爲若干?又 5 燭光之洋燈時,則如何?

圖. 設 10 燭光之電燈所需之距離爲 x 尺,

則 $\frac{16}{2^2}=\frac{10}{x^2}$ $\therefore x=1.58$ 尺 (答)。

設 5 燭光之洋燭所需之距離為 x,

則 $\frac{16}{2^2}=\frac{5}{x^2}$ $\therefore x=1.12$ (答)。

21. 有 8 燭光與 2 燭光之二光源,相距六尺。試在連結此二光源之直線上,求其照度相等之點!

圖. 設所求之點距 8 燭光之光點為 x 尺,

$\frac{8}{x^2}=\frac{2}{(6-x)^2}$ $\therefore x=4$ 或 12 尺。

即所求之點在連結線上距 8 燭光之光源 4 尺處。

22. 距煤氣燈 6 米處之照度,等於距標準燭 1 米處之照度。問煤氣燈之光度如何?

圖. 設燈之光度為 L,

則 $\frac{L}{6^2}=\frac{1}{1^2}$ $\therefore L=36$ 燭光 (答)。

23. 置 16 燭光之電燈於距窗 12 尺之處,今欲在窗上保持同一照度。問以 4 燭光之電燈應置於距窗若干尺之處?

圖. 所求之距離設為 x 尺,

則 $\frac{16}{12^2}=\frac{4}{x^2}$ $\therefore x=6$ 尺(答)。

24. 距離 4 尺之燭光與距離 6 尺之洋燭燈,其照度相等。試求洋燈與燭火之光度比例!

圖. 設燭光之光度爲 x, 洋燈之光度爲 y, 因照度與距離之自乘爲反比例,故得下式:——

$$\frac{x}{4^2}=\frac{y}{6^2} \quad \therefore x:y=16:36=4:9 \text{ (答)。}$$

25. 距離 1 米之10燭光電燈,與距離10米之 x 燭光弧燈,其照度相等。求 x 之値!

圖. $\frac{10}{1^2}=\frac{x}{10^2}$ $\therefore x=1000$ 燭光 (答)。

26. 西利亞斯星距地球 84×10^{12} 粁,問其光由星至地球須若干年!

圖. $\frac{84\times10^{12}}{3\times10^5}\div(86400\times365)=9$ 年 (約) (答)。

27. 高 9 呎之樹,其投於地平面上之影長爲 $9\sqrt{3}$ 呎時,問太陽之高度幾何?

圖. 設太陽之高度爲 $\theta°$ 角

則 $\frac{9}{9\sqrt{3}}=\tan\theta$

$\therefore \quad \theta=30°$ (答)。

28. 日光之下,電桿有影,而電線無影者,何故?

圖. 電桿較粗,日光照時,所生之本影較長,故達於地上而生影。電線甚細,故其本影太短,而不能達於地上。

29. 一發光體對於其垂直面之照度與其間距離自乘爲反比例。試由理論說明之!

圖. 距發光體任意之距離上取一點,以發光體爲中心,通過此點而作一球面,此球面於某時間所受光之量因爲一定,此球面之單位面積上所受光之量(卽其面之照度)與球面之大爲反比例;然球面之大與兩間距離之自乘爲正比例,故照度卽與其間距離之自乘爲反比例。

30. 太陽照於地球上之一點,其強度與5500燭光之光照於距離12吋之點時之強度相等。又月照於地球上之一點,其强度與一燭光之光照於距離 126 吋之點時之強度相等。問太陽與月對於地球上一點之照度比如何?

圖. 所求之比如下:——

$\frac{5500}{12^2}:\frac{1}{126^2}$ 卽 606375:1 (答)。

31. 有A,B二光源,AC爲通過A光源之水平面。設由B至AC水平面之距離BC爲h,S爲垂直於AC之紙壁。今由AB兩光源照來時,於S面上其照度相等。試以A之光度爲單位,以計算B之光度!

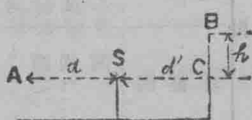
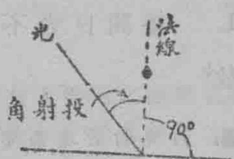


圖. 照度與光源距離之自乘爲反比例,與投射角之餘絃爲正比例。由題意,S面之照度相等。

$$\therefore \frac{A\text{之光度}}{(AS)^2}=\frac{B\text{之光度}}{(SB)^2}\times\cos BSC$$



但 $AS=d, SB=\sqrt{h^2+d'^2}$, $\cos BSC=\dfrac{d'}{\sqrt{h^2+d'^2}}$

$$\therefore \text{上式}=\frac{A\text{之光度}}{d^2}=\frac{B\text{之光度}}{h^2d'^2}\times\frac{d'}{\sqrt{h^2+d'^2}}$$

$$\therefore \quad B\text{之光度}=A\text{之光度}\times\frac{(h^2+d'^2)^{\frac{3}{2}}}{d^2d'}\text{（答）。}$$

32. 試說明本生光度計之用法!

解. 置塗有油之紙壁於刻有度數之台之中央,其一方置一標準燭 B,他方置以光體 C。先將紙壁 A 移動,俟兩側之明度相等而後止。次由台上之度數,而知由 A 至 B 至 C 之距離,然後由公式以求 C 之光度。

2. 光之反射

<table>
<tr><td>反射之定則</td><td colspan="2">1. 反射光線與投射光線在含有法線之平面上法線之兩側。
2. 反射角常等於投射角。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">球面鏡之公式</td><td>凹面鏡 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}$</td><td rowspan="3">$a=$ 物體與鏡之距離
$b=$ 　像 ,, ,, ,, ,, ,,
$r=$ 鏡之曲率半徑
$L=$ 物體之長
$l=$ 像之長</td></tr>
<tr><td>凸面鏡 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{2}{r}$</td></tr>
<tr><td>像之大 $a:b=L:l$</td></tr>
</table>

1. 書間日光不必直接射入室內,而室內能明亮者,何故?

解. 日光射於地面,屋頂,壁等處,而行亂反射;其散光入於室內,故明亮。

2. 室內明亮物體幾無影者,何故?

圖. 室內明亮,散光極多,此散光由物體各方面照來,故難生影。

3. 明室內不見有塵埃浮遊,若光線射入暗室時,其通路上則見之者,何故?

圖. 室內明亮時,塵埃以外之部分亦明,故不能見,日光射入暗室內時,塵埃上之反射光映於吾人之目,此光較室內他部之光為強,故能見。

4. 充清水於玻璃器,置之暗室內。由小孔將光射入而照之,則見其光之通路上甚明。若為濁水則其全部甚明。其理若何?

圖. 清水為透明體,而光線為直進,故僅通路上甚明。若濁水則含多數物質,故遇光反射,而為散光,則器之全部甚明。

5. 室內之壁為白色時,則較明亮何故?

圖. 白壁遇光則亂反射,散光照於室內各部,故較亮。

6 映於玻璃板上之像,不如映於鏡上者明瞭,何故?

圖. 玻璃板透明,射來光線大部分透過之,而反射光甚少,故所生之像模糊。鏡之背面塗有錸劑,善於反射,故所生之像明瞭。

7. 貼小白紙於平面鏡,其反射光線時,則壁上現紙片之黑影。其理若何?

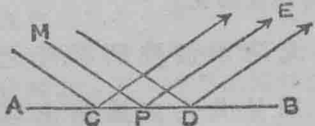
圖. 鏡遇光則向一定之方向行正反射,故壁上現鏡之影。但白紙片係行亂反射,向一定方向所送之光量較少;故此鏡影上紙片之部分光弱,而現黑影。

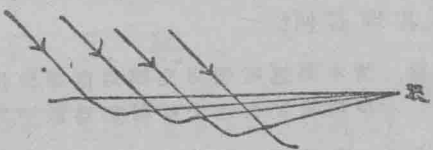
8. 設按月照地球之理,地球亦反射日光而照月;而月蝕時,見有暗部分者,何故?

圖. 地球遮日光,生黑暗部於月上,此黑暗部亦非不爲地球之反射光所照,而較直接之日光爲弱,故黑暗。

9. 有波之水面上,月影延長者,何故?

圖. 設水面反射之方面爲 PE, 則在 PE 線上之一點 E 上僅見由 P 點反射之光,故月之一點 M 卽如在 PE 之延長線上。又如下圖,水面有波浪時,則由水面各點之反射光同時入目。故此等反射光線之延長線上皆有 M 點之影,卽 M 點之影與 CD 線等長。此卽月影延長之理。





10. 池畔立有一人,其對岸有一直立之樹,若此人距水邊18尺方得見水內樹影之頂,今視線及於水面之高爲 6 尺,樹與人之距離爲90尺。求樹之高!

圖. 樹木 $=AB$ $BC=90$ 尺

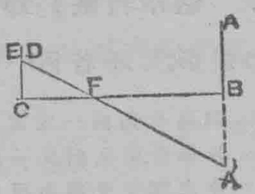
其倒像 $=A'B$ $FC=18$ 尺

眼之高 $=EC$ $EC=6$ 尺

水邊 $=F$

$\triangle EFC \backsim \triangle A'FB$

$\therefore FC:FB=EC:A'B$



$$18:90-18=6:x$$

$$\therefore x=\frac{72\times 6}{18}=24\text{ 尺 (答)。}$$

11. 平面鏡所生之像,與實物之關係如何?

關. 1. 像爲虛像,與實物同大。

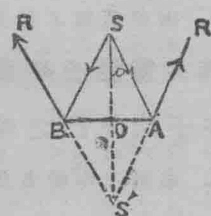
2. 像生於鏡後,鏡與像之距離,等於鏡與實物之距離。

3. 像與實物對於鏡爲左右對稱 (Symmetry)。

12. 小平面鏡內不能見自己之全像,而同時能見家屋樹木等大物體之全像者,何故?

關. AB 爲小鏡,S 爲眼之位置。

∵小鏡反射後達於 S 之投射光線,其投射角必小於 $RS'S$。故凡在鏡前 $RS'R$ 內之物體,均可得見;出此範圍者不能見。但自身近於鏡,而出於此範圍之外,故不能見其全像。家屋樹木等離鏡較遠,而包含於此角內,故得見其全像。

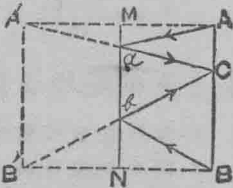


13. 不良之鏡不能生明確之像者,何故?又物體距鏡漸遠時,其像之變化如何?

關. 不良之鏡,面多凸凹,如有波之水然;反射數多,則生多數淡像,互相錯綜,而不明瞭。又物體距鏡遠時,射到鏡面之光漸減,而反射之光量亦漸減,則像更不明瞭矣。

14. 有人直立鏡前,欲見其全身之像,則鏡之最小限度及位置當如何?

圖. 如圖, AB = 身長, C = 人眼之位置, ab = 所求之鏡, $A'B'$ = 人之像。



由反射定則 $AM=A'M$

由題意 $AB \parallel MN \parallel A'B'$

$A'a=aC,\ B'b=bC$

$\therefore ab$ 爲通過 $\triangle A'B'C$

二邊之中點之直線,即 $A'B$

之半,即 $ab=\frac{1}{2}AB$。

故所求鏡之高,爲人身之半;其寬亦爲人寬之半。

15. 得見自身全像之小鏡,其高與置鏡之距離有關係否?

圖. 由前題,鏡之長常爲人高之半,故鏡長與距離無關係。

16. 對於一平面鏡,甲不能見己之像,而能見乙之像;乙亦不能見己之像,而能見甲之像。問三者之位置如何?

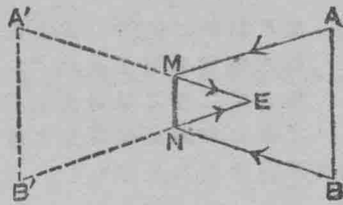
圖. 由鏡之兩端各作垂線,甲乙各置其眼於垂線之外側,即可。

17. 由玻璃窗向室內望時,得見自身之像;若向外望時,則僅能見室外之景物。其故安在?

圖. 由室外向內望時,自己之光射於玻璃窗上,反射而來之光較從室內透出之光爲強,故能見自己之像。由室內向外望時,窗所反射自己之光,爲外來強光打消,故只能見室外之景物。

18. 有立方形室,其內側壁中央懸正方形平面鏡。今立於室內中央,欲於鏡中見鏡之對面側壁之全像時,此鏡之大小當如何?

圖. 置眼於室之中央 E, 而望側壁上之鏡 MN, 其他側壁 AB 之全像若能望見時,則可想像 AME, BNE 之光之通路。因 E 爲室之中央,由反射定則,



故得

$$EM=\frac{1}{2}MA=\frac{1}{2}MA',$$

且 $AB=A'B'$

故 M 即在 $A'E$ 線上距 E $\dfrac{A'E}{3}$ 之處。

又室之兩側壁係平行,即 $MN\parallel AB\parallel A'B'$。

故於 $\triangle EA'B'$ $MN=\frac{1}{3}A'B'=\frac{1}{3}AB$

故所求鏡之一邊爲壁之高之 $\frac{1}{3}$ 也。

19. 有與水面成 $60°$ 角之棒,欲令此棒之像爲垂直時,鏡之位置如何?

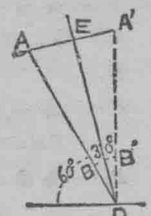


圖. 像對於鏡在對稱位置上,如右圖, AD 爲棒, $A'D$ 爲棒之像時,則鏡 DE 當置於 ADA' 角之二等分線上。故鏡與水面所成之角爲

$$60°+(90°-60°)\frac{1}{2}=75°\ (答)。$$

20. 將平面鏡回轉 $\theta°$ 時,反射線方向之變換如何?

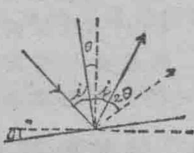
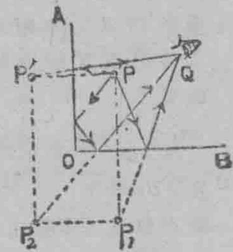


圖. 投射線與新垂線所成之角爲 $i+\theta$, 故新反射線與新垂線所成之角亦爲 $i+\theta$。而新反射線與舊垂線間之角成爲 $i+\theta+\theta=i+2\theta$, 故反射線之方向變爲 θ。

21. 二鏡互爲直角時,其所生像之位置如何?



圝. 置 P 點於二鏡 OA, OB 之前,則在對稱位置上生 P_1,P'二像,且由二鏡之反射光生 P_2 之像,如右圖。實線爲光之通路。

22. 試說明萬花筒之理!

圝. 萬花筒係三枚之平面鏡相合而成之正三角柱,內置以有色玻璃碎屑,卽互相反射而生種種之像。玻璃碎屑移動時,其像亦卽生種種之變化。

23. 平行之二平面鏡間,置以物體時,則其像無數。試說明其理!

圝. MN 爲二平面鏡,P 爲二鏡中間之一點,今先觀在 M 所生之像,

P_1……爲一次反射後所生之像。

$PM=P_1M$。

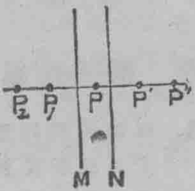
P_2……先由 N 鏡反射,再由 M 鏡反射,卽二次反射後所生之像。

$P_2M=P'M$ 但 $PN=P'N$

P_3 …先由 M 鏡,次由 N 鏡,再由 M 鏡;卽三次反射後所生之像。

P_n……n 次反射後所生之像。

同理在 N 鏡上所生之像爲 P' P'' P'''…P_m,卽在一直線上生無數之像。



24. 物體由甚遠之距離漸次接近凹面鏡時,像之變

化如何?

圖. 由凹面鏡公式:——

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}\cdots\cdots(1) \qquad \frac{L}{l}=\frac{a}{b}\cdots\cdots(2)$$

1. 物體在甚遠處時,則 a 之值頗大,卽 $b=\frac{r}{2}$;故 l 卽極小,此時在焦點處生極小之像。

2. 物體漸近,a 卽漸小,故 $b>\frac{r}{2}$,l 亦漸大;其像由焦點而漸近於球心,生小於物體之倒像。

3. 物體來至球心時,則 $a=r$, 故 $b=r$, $L=l$; 換言之,卽生與物體同大之倒像,而彼此相重。

4. 物體由球心漸近焦點,則 $b>r$, $l>L$; 此時卽生比物體大之倒像於球心外。

5. 物體來至焦點,則 $a=2r$, b 及 l 均甚大,卽在甚遠處生甚大像。換言之,像不能見。

6. 物體來至焦點以內,則 b 爲負數,故像不能在鏡前,而於鏡後生正立虛像,物距鏡愈近,其像愈大。

25. 於凹面鏡之公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}$ 之內,

(1) $a=\infty$ 時, $b=\frac{r}{2}$ (2) $a=\frac{r}{2}$ 時, $b=\infty$

(3) $a<\frac{r}{2}$ 時, $b<0$ 試說明之!

圖. (1) $a=\infty$ 時,日光線平行而來,在鏡上反射後而集於焦點(鏡與鏡心之中點)。

(2) $a=\frac{r}{2}$ 時,爲發光體在焦點時之光線,其反射線當與鏡軸作平行而進行。故其像生於無限遠之距離上。

(3) $a<\frac{r}{2}$ 時,爲發光體在焦點內時之光線反射後卽發散,而不能生實像。$b<0$ 者,卽在鏡後生虛像之意也。

26. 凹面鏡所生之像,與實物相重時,應置物於何處?

圖. 由 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}$,$a=r$ 時,則 $b=r$,卽發光體在鏡中心時,其像亦在鏡中心。

27. 欲利用凹面鏡以照遠處時,發光體之位置當如何?

圖. 用同強度之光以照遠處時,須使光線爲平行進行,故置發光體於焦點之處,卽可。

28. 凹面鏡之生實像與生虛像時,其光線之進行徑路各若何?試圖解之!

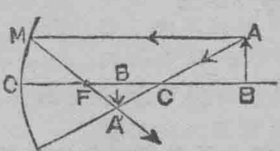
圖. OM 爲鏡　C 爲球心

F 爲焦點　AB 爲物體

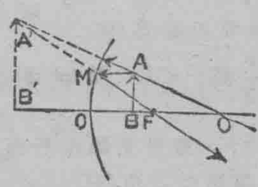
$A'B'$ 爲物體之像

生實像時,如甲圖　　　　生虛像時,如乙圖

甲



乙



29. 有直立於球面鏡軸上之物體,其物之長與像長之比,等於其到鏡心之距離之比,試證明之!

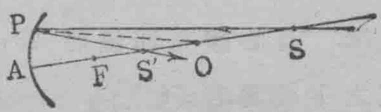
圖. 由前題之圖, AB 與 $A'B'$ 相平行,故連結 OA, OA' 時,

則 $\angle A'OB' = \angle AOB$, 故 $\triangle A'OB \infty \triangle AOB$

即 $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{OB'}{OB} = \dfrac{b}{a}$ $\therefore AB:A'B' = a:b$

30. 由鏡心至共軛點之距離爲40糎與30糎。求焦點距離!

圖. 由公式 $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f}$



$a = SA,\ B = S'A$

$\therefore \dfrac{1}{40} + \dfrac{1}{30} = \dfrac{1}{f}$

$\therefore f = \dfrac{120}{3+4} = 17.1$ 糎 (答)。

31. 有半徑50糎之凹鏡,軸上70糎之處置有物體。求其像之位置!

圖. $\dfrac{1}{70} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{50}$, $\therefore b = 3.9$ 糎 (答)。

32. 以物體置於凹面鏡前 7 尺處,所生之像在鏡前三尺。求焦點距離!

圖. 設焦點距離爲 f 尺,

$\dfrac{1}{7} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{f}$ $\therefore f = 2.1$ 尺 (答)。

33. 有凹鏡,半徑爲24尺,今置光點於鏡前, (a) 15尺, (b) 9 尺之處時,其像之位置如何?

圖. (a) $\dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{2}{24}$ $\therefore b = 60$ (鏡前)。

(b) $\frac{1}{9}+\frac{1}{b}=\frac{2}{24}$ $\therefore b=-36$ (鏡後)。

34. 前題之發光體在鏡軸上直立時,問其像之長,各爲發光體長之若干倍?

解。像長與實物長之比,與到鏡心距離之比相同。故實物長爲1時。

$$\left.\begin{array}{ll}(a)\ 15:60=1:x & \therefore x=4\\ (b)\ \ 9:36=1:x & \therefore x=4\end{array}\right\}\text{(答)。}$$

35. 有物體在凹鏡前 20 cm. 處,生三倍大之虛像。此鏡之半徑爲若干?

解。像爲實物之三倍,故像之位置在鏡後方 60 cm. 之處。

$\frac{1}{20}+\frac{1}{60}=\frac{2}{r}$ $\therefore r=30$ cm. (答)。

36. 凹面鏡之共軛點之距離爲 40 cm., 由鏡心至各點之距離,即 a, b 之比爲 3。試求 a, b, r 之值!

解。$\because a:b=3:1$ 且 $a-b=40$

$\therefore a=60$ cm. $b=20$ cm. (答)。

所求半徑 r 之值如下:——

$\frac{1}{60}+\frac{1}{20}=\frac{2}{r}$ $\therefore r=30$ cm. (答)。

37. 以長 1 尺之物體置於凹面鏡前 8 尺之處,而此物體適在鏡軸上。問像之位置及其長爲若干?(但球面半徑爲 3 尺,物體與軸作 90°之角。)

解。由鏡至像之距離爲 b,

則 $\frac{1}{8}+\frac{1}{b}=\frac{2}{3}$ $\therefore b=1.8$ 尺 (答)。

又設像之長為 l, 則 $1:l=8:1.8$

$\therefore l=2.2$ 寸 (答)。

38. 由半徑 100 cm. 之凹鏡,所生太陽像之半徑如何?(但太陽之視半徑為 16'。)

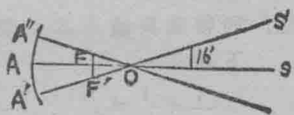
圖. 太陽距離甚遠,由其一點而來之光可看作平行。今由太陽中心所來之光,反射後皆集於中央 F 點。由太陽兩端而來之光,反射後皆集於 $A'O$, $A''O$ 之中央。

故像半徑 FF'

$FF'=100\tan 16'$

$=100\times 0.00465$

$=0.465$ cm. (答)。



39. 以凹鏡向太陽時,見其焦點距離為 25 cm., 問其曲半徑為若干?

圖. 半徑 $=2f=2\times 25=50$ cm. (答)。

40. 以物體置於凹鏡前 25 cm. 之處時,其實像生於鏡前 50 cm. 之處。求凹鏡之半徑!

圖. $\dfrac{1}{25}+\dfrac{1}{50}=\dfrac{2}{r}$ $\therefore r=33.3$ cm. (答)。

41. 前題,像長與實物長之比若何?

圖. 由公式 $L:l=a:b$ 即 $25:50=1:2$

42. 以物體置於凹鏡前 2 米之處時,其像長為實物長之 $\frac{1}{9}$。求鏡之曲半徑!

圖. $L:l=1:\frac{1}{3}=a:b \quad \therefore b=\frac{a}{3}=\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}=\frac{1}{2}+\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{2}{r} \quad \therefore r=1\text{ 米 (答)。}$$

43. 以物體置於焦點距離 30 cm. 之凹面鏡前,其實像長為物體長之 4 倍。問由鏡心至物體及像之距離各為若干?

圖. 設物體與鏡心之距離為 a, 則實像與鏡之距離卽為 $4a$,故得下式:——

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{4a}=\frac{1}{30} \quad \therefore a=37.5\text{ cm. (答)。}$$

$\therefore$ 鏡心與像之距離 $=37.5\times4=150$ cm. (答)。

44. 以 4 吋長物體置於凹鏡前 2 呎之處,則生長 10 吋之實像。求鏡之焦點距離!

圖. 設所求之距離為 b

則 $2:b=4:10 \quad \therefore b=5$ 呎

由公式得 $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{1}{f} \quad \therefore f=\frac{10}{7}$ 呎 (答)。

45. 測量凹鏡之曲率半徑之方法如何?

圖. 置物體於凹鏡前,測定其像之位置,再測定像與物至鏡之距離 a,b 後,由次式求之:——

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}$$

46. 以一物置於凹鏡前,則生二倍之像於物前 50cm. 處。求鏡之半徑!

解. 公式 $a:b=L:l$

$a:a+50=1:2 \quad \therefore a=50$ cm.

又由公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}$

$\frac{1}{50}+\frac{1}{100}=\frac{2}{r} \quad \therefore r=66.7$ cm. (答)。

47. 有焦點距離20糎之凹鏡,於其前置面積25平方糎之物體,若於鏡前30糎處生像時,其面積如何?

解. 設像之位置為b,則 $\frac{1}{30}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20} \quad \therefore b=60$ 糎

故所求之面積為 $25\times\frac{60^2}{30^2}=100$ 平方糎 (答)。

48. 有焦點距離 20 cm. 之凸面鏡,置一物於鏡前40 cm.之處,其像之位置如何?

解. 由公式 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f}$

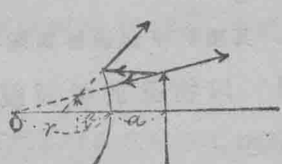
$\frac{1}{b}-\frac{1}{40}=\frac{1}{20} \quad \therefore b=\frac{40}{3}$ cm. (答)。

49. 有直徑 2 尺之凸面鏡,其前15尺之處立一身長5.4尺之人。求其像之長!

解. 由公式 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{2}{r}$

$\frac{1}{b}-\frac{1}{15}=\frac{2}{1}$

$\therefore b=\frac{15}{31}$ 尺。



又由公式 $L:l=a:b$

$5.4 : l = 15 : \frac{15}{31}$ $\therefore l = 0.17$ 尺(答)。

50. 以一物體置於半徑 2 尺之凸面鏡前,其像之位置及長各若干?

圖. 由$\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{2}{r}$, $\frac{1}{b}-\frac{1}{4}=\frac{2}{2}$ $\therefore b=\frac{4}{5}$尺(答)。

又設物體之長爲1, 像之長爲l,

$1 : l = 4 : \frac{4}{5}$

$\therefore l = \frac{1}{5}$(答)。

51. 凸面鏡之焦點位置如何?

圖. 由公式$\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{2}{r}$,$a$爲無限大時,

則$\frac{1}{a}$爲無限小,即幾等於零;則$b=\frac{r}{2}$。

故焦點常在鏡心與球心之中央。

52. 欲使人面生細長之像,鏡之構造當如何?

圖. 凸面鏡之像常小於實物,故此鏡須如圓柱形之外面。

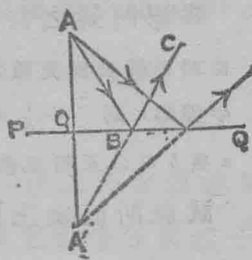
53. 由明亮之洋鐵圓罐所生之像,其縱橫之差異若何?

圖. 其頂與平面鏡無異,所生之像不變。其傍面爲凸鏡,其像細長。

54. 以物置於平面鏡前,則生像於鏡後對稱之處。試證明之!

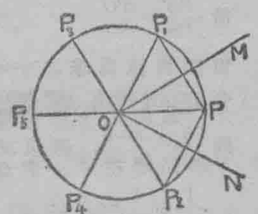
圖. 平面鏡前一點A所發之光線AB, 被鏡反射後而爲BC,

BC 之延長線與 AO 延長線之交點爲 A'; ($AO \perp PQ$) 則 $\triangle ABO$ 與 $\triangle A'BO$ 爲全等三角形。故 $AO=A'O$, A 爲 A' 之對稱點。同理,由 A 所發一切之光線被鏡反射後,其反射光線之延長線皆通過 A' 點,故 A' 爲 A 之像。



55. 有互成60°角之二平面鏡,置一物體於二等分線上,則像之數爲若干?試作圖說明之!

圖. OM, ON 爲成60°角之二平面鏡,P 爲物體之位置,P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, 爲其所生之像。



P_1…由 OM 所生之像對於 OM 爲 P 之對稱點。

P_4…對於 ON 爲 P_1 之對稱點,被此二鏡反射後所生之像也。

P_5…對於 OM 爲 P_4 之對稱點,由 P 所發出之光線受 OM, ON 之反射,再受 OM 之反射,即三回反射後所生之像也。

由此可知再生 P_2, P_3, P_5 像, P_5 爲相重疊之像,故像之數爲5。

56. 門外電燈球用毛玻璃,而屋內常用透明玻璃,試由物理學說明其理!

圖. 毛玻璃爲半透明體,能減光之強度,且行亂反射,用之於屋內,則有不亮之缺點。但用於門外,因其亂反射使周圍之光平均,故多用之。

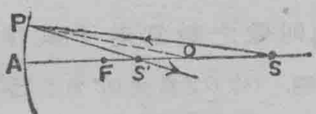
57. 試述凹鏡之共軛點!

圖. 由凹面鏡至發光體之距離爲 a, 至像之距離爲 b, 其鏡之曲半徑爲 r, 則 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}$。

a 與 b 可以互相交換,有此等關係之二點,名共軛點。

58. 試就凹面鏡上記明像與發光體之關係式,並證明之!

圖. 如右圖, S 爲發光體, S' 爲像之位置, O 爲鏡之中心,



$\angle SPO=\angle OPS'$

故 $\frac{PS'}{PS}=\frac{S'O}{SO}$

但凹面鏡爲球之一小部分,故 PS 及 PS' 幾與 AS 及 AS' 相等。

令設 AS 爲 a, AS' 爲 b, AO 爲 r,

則 $\frac{b}{a}=\frac{r-b}{a-r}$。再以 abr 除之,則得下式:——

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r}。$$

59. 有半徑 40 cm. 之凹面鏡,置一物體於其鏡軸上距心 25 cm. 之處,問在若干距離內生若何之像?又置物體於距心 15 cm. 之處則如何?

圖. 設所求之距離爲 x,

1. $\frac{1}{25}+\frac{1}{x}=\frac{2}{40}\quad\therefore x=100$

   即在距鏡 100 cm. 之處,生倒立實像。

2. $\frac{1}{15}+\frac{1}{x}=\frac{2}{40}\quad\therefore x=-60$

   即在鏡後 60 cm. 之處,生正立虛像。

60. 有曲率半徑 20 cm. 之凹面鏡,於其前 50 cm. 處置物體,其像之位置如何?

解. $\frac{1}{50}+\frac{1}{x}=\frac{2}{20}$ $\therefore x=12.5$ cm. (答)。

61. 以一物體置於曲半徑1.2尺之凹面鏡前,其像爲物體之二倍,問由鏡心至物與像之距離各爲若干?

解. 設由鏡心至物體之距離爲 a,

至像之距離爲 b, 曲半徑爲 r, 物體及像之大爲 L, l,

則 $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$, $a=\frac{b}{2}$

$\therefore \frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{1}{b}=\frac{1}{12}$ $\therefore b=18$ 寸, $a=9$ 寸 (答)。

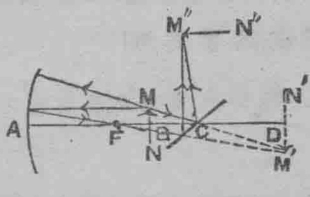
62. A, B, C 爲在一直線上之三點, AB 之長爲 15 cm., BC 之長 5 cm.。今置半徑 20 cm. 之凹鏡於 A, 與 AC 線成 45° 角之平面鏡置之於 C, 二者之反射面均向 B。更置物體於 B, 由其所發之光被凹鏡反射後,再被平面鏡反射,所生像之狀況如何?試作圖以解之!

解. 物體爲 MN, 焦點爲 F,由凹鏡所生之像 $M'N'$, 其位置及大如下:——

$\frac{1}{15}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}$ $b=30$ cm.

又實物大:像大=5:10=1:2

故像卽生於距 A 30 cm.之點 D 處,爲實像,大於實物



二倍。然平面鏡與 AC 成 45° 之角,故其方向之變換爲 90°, 距

C 10 cm. (上方) 之處生與 $M'N'$ 同大之像 $M''N''$。

3. 光之屈折

屈折之定律	1. 屈折光線在投射光線與垂線所成之平面內。 2. 投射角正弦與屈折角正弦之比,在一定二種光媒中爲一定數;與投射角之大小無關。
屈折率	光線由 A 媒質入 B 媒質,其投射角正弦與屈折角正弦之比,曰 B 對於 A 之屈折率。$\dfrac{\sin i}{\sin r}=n$
臨界角	屈折角爲90°時,則投射角曰臨界角。

1. 投射光線與平面作直角時,反射光線與屈折光線之方向如何?

圖。投射角爲0°,則反射角亦爲0°,因之反射光線逆行,或不屈折而直進。

2. 玻璃之屈折率爲1.5,試申其意!

圖。光線由空氣投入玻璃時,不拘其投射角之大小,投射角正弦與屈折角正弦之比爲1.5是也。

3. 由水面垂直下視時,見水底之石在實際深四分之三處,試言其理!

圖。設 LOR 爲由水至空氣之光線,則

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{4}{3}$$

但 $i=\angle OL'O'$　$\sin i=\dfrac{OO'}{OL'}$

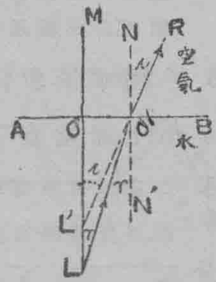
$$r=\angle O'LO \qquad \sin r=\frac{OO'}{OL}$$

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{OO'}{OL'}\div\frac{OO'}{OL}=\frac{4}{3}$$

若O'點漸次與O點相近,殆與之相合爲一點時,則$OL'=O'L'$

$OL=O'L$

故$OL'=\frac{3}{4}OL$,卽見L點在實際深OL之$\frac{3}{4}$處。



4. 以竹竿斜插入水中,在水面處作折狀,於是見水較實際爲淺。其理若何?

圖。此題與前問相同,因竿在水中部分之各點見其在實際位置之上。故見水較實際爲淺也。

5. 由水面斜視水底時,眼之位置愈底,見水愈淺;何故?

圖。目之位置愈低,入目屈折光線之屈折角愈大,因見物體在屈折光線延長之方向,故見其作上浮之狀,較實際爲淺也。

6. 欲捕水中之魚,當如何定其着手之處?

圖。水中物體,常見其在實際位置之上,故捕魚者當自所見之位置較深處着手。

7. 立於湖畔,觀近處水面,可得見水底。望遠處水面,則見湖上物體之倒影。其理如何?

圖。因在近處由水底發出之光線,在水面屈折入於空氣中,逐遞

於吾人之眼,故得見水底。而遠處則不然,因由水底發出之光線全行反射於水面下,故不得見。又望遠處水面,得見物體倒像者,因水面反射故也。

8. 注水於器內深4 cm.,其上復注加酒精一層,其深2 cm.。由上面垂直下視其底之一點,將見其深為幾何?

圖. 水之屈折率為1.33,酒精之屈折率為1.36,故由水面垂直下視,則見其深為實際之$\frac{3}{4}$,而由酒精,則見其較$\frac{3}{4}$尙淺,故實際為6 cm.,則見其底之一點在較$\frac{3}{4}$稍淺之處。

9. 光線由屈折率1.5之玻璃投入空氣,投射角為20。問其屈折之度數如何?

圖. 設r為屈折角,則$\frac{\sin r}{\sin 20^\circ}=\frac{4}{3}$。

$\therefore r=27^\circ 10'$

故屈折之度數為$27^\circ 10'-20^\circ=7^\circ 10'$ (答)。

10. 投射光線與水面成45°之角,求其屈折方向!

圖. $\frac{\sin 45^\circ}{\sin r}=\frac{4}{3}$ $\therefore r=32^\circ$ (答)。

11. 屈折光線與反射光線成直角,設其投射角為a,其屈折率為n,則$\tan a=n$,試證之!

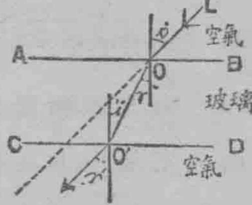
圖. 按題意,屈折角為$90-a$,

故 $n=\frac{\sin a}{\sin(90^\circ-a)}=\frac{\sin a}{\cos a}=\tan a$。

12. 光線通過兩平行玻璃板,其方向與原方向相等。

試證空氣對於玻璃之屈折率爲玻璃對於空氣之屈折率之逆數!

圝. 設光線 LO 由空氣投射於玻璃面,復循 OO' 方向前進,則



$\frac{\sin i}{\sin r}=n_1$…玻璃對於空氣之屈折率。

又光線 OO' 由玻璃投射於空氣中,則 $\frac{\sin i'}{\sin r'}=n_2$…空氣對於玻璃之屈折率。

由假設,則 $i=r'$, $i'=r$

$\therefore n_1\times n_2=1$ $\therefore n_2=\frac{1}{n_1}$。

13. 光線由玻璃投入空氣,求其屈折率!

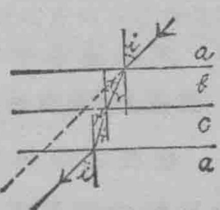
(但光線由空氣投入玻璃時之屈折率爲 $\frac{3}{2}$。)

圝. 按前問之理,光線逆行時,其屈折率亦成逆數。今光線由空氣投入玻璃,其屈折率爲 $\frac{3}{2}$。故所求之屈折率爲

$1\div\frac{3}{2}=\frac{2}{3}$ (答)。

14. 設水及玻璃對於空氣之屈折率爲 n 與 n',問光線由水投入玻璃之屈折率如何?

圝. 設 a 爲空氣,b 爲水,c 爲玻璃,光線通路如圖所示。則



$\frac{\sin i}{\sin r}=n$…………(1)

$\frac{\sin i}{\sin r'}=n'$…………(2)

以(1)式除(2)式,

則 $\frac{\sin r}{\sin r'}=\frac{n'}{n}$。即玻璃對於水之屈折率。

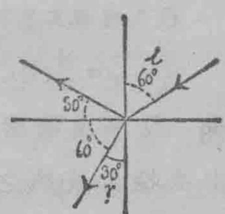
15. 水之屈折率爲 $\frac{4}{3}$,玻璃之屈折率爲 $\frac{3}{2}$。問玻璃對於水之屈折率如何?

圖。按前問解法,所求之屈折率爲 $\frac{3}{2}\div\frac{4}{3}=\frac{9}{8}$ (答)。

16. 由光源所發之光投射水中,投射角爲 20°; 復屈折而入空氣中,其屈折角爲 27°。問水對於空氣之屈折率如何?

圖。$\frac{\sin 27°}{\sin 20°}=1.33$ (答)。

17. 甲乙兩種透明物質相接合。投射角60°之光線由甲物質入乙物質,其反射光線與屈折光線成90°之角。求乙對於甲之屈折率!



圖。所求之屈折率爲 n,

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{\sin 60°}{\sin 30°}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{1}{2}=\sqrt{3}=1.732 \text{ (答)。}$$

18. 光線通過兩面不平行之玻璃板,其通路如何?

圖。通過之光線與原光線較徹向玻板厚處屈折。

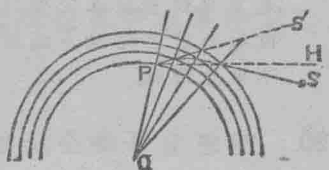
19. 起波之際,難見海底,何故?

圖。水面之方向不能一定,故由海底發出之光線在水面屈折之

時,其方向亦不能一定,因之難見海底。

20. 太陽在地平線下時,能暫得見之,何故?

圖. 空氣包圍地球,其上層密度稀薄,而其屈折率漸減少。自太陽上 S 點射來之光線係由稀薄空氣層向濃厚空氣層斜進,故漸次近法線,彎曲而達於地上之 P 點。故在 P 處,得見太陽之 S 點,恰如在 S' 之位置。



21. 常見太陽星等在其實際位置較高之處,何故?

圖. 此理與前問相同。由太陽星等所來之光線,通過大氣中時,漸近法線而屈折。故在地面上,見天體在實際較高之位置。

22. 透過炭火之上而觀前方物體時,見其微作動搖狀,何故?

圖. 炭火上之空氣,因受熱而變化其密度。通過之光線,不能直進,其進路時時變化故也。

23. 夜有風時,則見星體作動搖狀。試言其理!

圖. 此理與前問同。因氣流之關係,上層空氣之密度常變化不已;則通過之光線亦屈折不已。且因屈折之方向不定,故見其作動搖狀。

24. 附着於水草上之氣泡,見其有光輝者,何故?

圖. 光由氣泡之表面全反射故也。

25. 將空試驗管斜插水中,則見其光輝如鏡,何故?若

以水注入管中,其光輝頓消,何故?

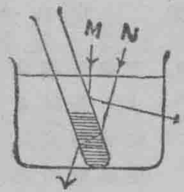


圖. 如右圖,投射於管之光線 M,不進於管內之空氣中,而行全反射,故見其光輝。若注水於管內,則如圖投射於管之光線 N 進於管內,故不呈光輝也。

26. 理想上可得全反射之鏡,其理如何?

圖. 普通反射之外,尚有屈折,故反射光線之量常較投射光線之量爲少。又普通之鏡甚明者,因在玻璃中屈折之光,復由水銀面反射故也。但此時由玻璃表面反射之光,不免有消失。然全反射者,卽投射光全部反射而爲最明之理想鏡也。

27. 有一物質,對於空氣之臨界角爲 45°。求其屈折率!

圖. n 爲所求之屈折率,則 $\sin 45^\circ = \frac{1}{n}$

$\therefore n=\sqrt{2}=1.41$ (答)。

28. 有一物質,對於空氣之臨界角爲 45°,光線由空氣中投射於此物質,其投射角爲45°,其屈折角之度如何?

圖. 設 n 爲此物質之屈折率,則

$$n=\frac{\sin 90^\circ}{\sin 45^\circ}=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\sqrt{2}。$$

又設 r 爲所求之屈折角,則

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin r}=\sqrt{2}。$$

$$\therefore \sin r=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$

$\therefore r=30°$ (答)。

29. 光線由屈折率1.5之玻璃投射於空氣中,其臨界角幾何?

解. 設 θ 為臨界角,則 $\sin\theta=\frac{1}{1.5}$

$\therefore \theta \doteqdot 41°50'$ (答)。

30. 金鋼石之屈折率約為2.5,其臨界角如何?

解. 設 θ 為所求之臨界角,則 $\frac{\sin\theta}{\sin 90°}=\frac{1}{2.5}$

$\therefore \sin\theta=0.4 \quad \therefore \theta=24°$ (約)。

31. 光線由一物質投入空氣中,其臨界角為 i,其物質之屈折率為 n。問此二量之關係如何?

解. 光線之投射角為90°時,其屈折角可作臨界角觀之。按屈折之定律,

$$\frac{\sin 90°}{\sin i}=n$$

然 $\sin 90°=1 \quad \therefore \sin i=\frac{1}{n}$。

32. 光線由甲媒質入乙媒質,其投射角為45°時,其屈折角為30°。然則光由乙媒質入甲媒質時,若行全反射,其臨界角如何?

解. 設乙媒質對於甲媒質之屈折率為 n,

$$則\ n=\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$$

又按前問之法,設臨界角爲i,則

$\sin i=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$\therefore i=45^\circ$ (答)。

33. 透過三稜鏡之互相垂直之二面,不能見物體。其理若何?

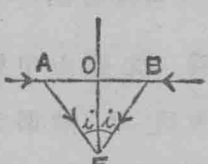
圖. 玻璃之屈折率爲 1.5, 故其臨界角在42°以內。三稜鏡之互相垂直之二面,由其一面透入之光,不拘其投射之方向如何,其投射於他面之角度雖在臨界角以上,亦不能通過之。

34. 冰爲透明而雪則否,其理如何?

圖. 雪卽冰之碎片,故與冰相比,其表面較大,因之由表面反射之光量較多。且雪片與雪片之間,存有空氣,透入之光線一部通過之後,復入空氣中作全反射,故不透明,而呈白色。

35. 水中魚類之視天空,非如吾人之視爲半球形,而爲一圓錐之底,此圓錐之頂角爲水之臨界角之二倍。試說明其理!

圖. 由地平線入於水中之光,其屈折角與水之臨界角 (i=48.5°) 相等。魚在水中與垂直方向作48.5°之傾斜,卽得見地平線。故視天空爲一頂角 48.5°×2=97° 之圓錐形之底也。



36. 水中魚類視日落於何方向乎?

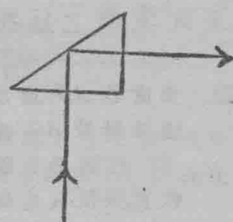
圖. 此理與前問同。投射角將近90°時,其投射光線在水面屈折而前進。屈折角爲48.5°。故魚視日落於日與法線成48.5°之處。

37. 海水平靜之時,立於海岸遠望島嶼,見其邊緣作切斷狀,其理如何?

圖. 此爲蜃樓之一例,海水溫度較空氣溫度高時,卽生此現象。蓋水面空氣密度較小,漸至上層,密度反增。故由距水面最近之空氣而望島嶼時,卽見其倒立。又稍上層之屈折率無甚變化,故由此氣層觀之,則見其正立,與普通無異。此二像倒正相重,故見其邊緣恰如切斷狀。

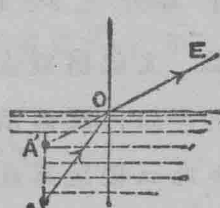
38. 三稜鏡之切口爲直角二等邊三角形。問如何利用此三稜鏡,始可使光線作直角之彎曲?

圖. 如圖所示,使光線投射於互成直角二面之任一面即可。蓋此投射光線不屈折,而透入三稜鏡內,其斜面角度爲45°,較之玻璃臨界角41°30′尙大。故投射光線全行反射後,由他面透出空氣中,故其屈折方向與原方向成直角。



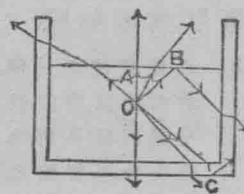
39. 觀水中物體,常見其在實際位置之上方,其理如何?

圖. 由水中物體A所發之光線,出至空氣時,因屈折角大於投射角,在水與空氣之境界面O處屈折;而近於水面,成OE之方向。故由E而觀,則見光似由A'點來也。



40. 注水於玻璃箱內,由水中一點所發光線之徑路如何?試圖示之!

解. 圖中 O 為發光體,與水面成直角。其所發之光線如 OA 時,其方向不變,又投射角若較水或玻璃之臨界角大,則全行反射,如 B, C 點是也。其他之反射光線,前已詳言,玆略之。



41. 如圖;三稜鏡 ABC, 其 A 角為 $30°$。光線垂直投射於 AB 面,復由 AC 面射出。投入光線與射出光線成 $30°$ 之角。求此玻璃之屈折率!

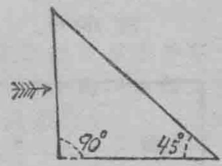
解. 垂直於 AB 面之光線不變方向,復投射於 AC 面,故其投射角為 $30°$, 然透過光線有遠離法線之性質,與投入光線成 $30°$ 之角。故知屈折角為 $60°$。故玻璃之屈折率,可按下式求之:——

$$\frac{\sin 60°}{\sin 30°}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{1}=\sqrt{3}\ (答)。$$

42. 光線循垂直方向射入於三稜鏡之一面,問光線之路徑如何?試圖示之!

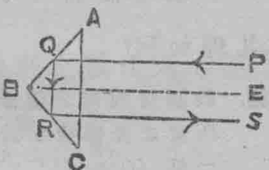
(但此三稜鏡為直角二等邊三角柱狀,又玻璃之屈折率為 1.5。)

圖. 光線垂直投射於三稜鏡之一面,不屈折而直進,入射於斜邊之面,其入射角為45°。又玻璃之臨界角為42°。故入射光線在斜邊之面全行反射,而垂於他面,不作屈折,而射出於空中。此題可與38問對照觀之。



43. 有切口為直角二等邊三角形之三稜鏡,對之自照,則見倒像。其理如何?

圖. 對於 AC 面自照,如圖所示,光由面之上部 P 投射於三稜鏡中,其方向為 PQ, 故在 Q 點之投射角為45°,較玻璃之臨界角41°30′為大,則行全反射,而至於 R 點,復行全反射而出至空氣中,因之 P 點之像見其在 P 下 RS 之延長線上, PE 間諸點之像,在 ES 間。同理 S 點之像,在 PQ 延長線上。ES 間諸點之像,在 EP 間。故生倒像。



44. 試述下列各項之數值!

a. 重力之加速度。 *b.* 大氣壓力。

c. 冰之融解熱。 *d.* 音在空氣中之速度。

e. 玻璃之屈折率。

圖. *a.* 980秒秒糎。 *b.* 水銀柱76糎之高之重。

c. 80加。 *d.* 溫度15時,340秒米。

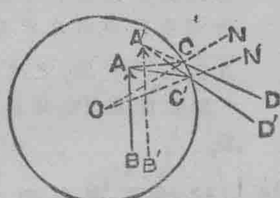
e. 1.5。

4. 透 鏡 (Lens)

透鏡之	凸透鏡 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$	$a=$ 物體與鏡之距離。
	凹透鏡 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f}$	$b=$ 像與鏡之距離。
	像之大小 $a:b=L:l$	$f=$ 焦點距離。
公式	焦點距離 $f=\dfrac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)}$	$n=$ 屈折率。 $r,r'=$ 曲率半徑。

1. 以竿插於有水之玻璃圓筒內,則見其較原物粗大。其理如何?

解. 設圖爲圓筒之橫斷面,AB 爲插入筒內之竿之直徑。由 A 點所發之光線投射於 C, C' 二點,AC 與 AC' 二線皆有遠離法線 OC 與 OC'' 之性,故屈折而循 CD 及 $C'D'$ 方向前進。故 A 之像在屈折線之延長線 A' 點上生成,同理,B 之像在 B' 點上生成。則見 AB 擴大爲 $A'B'$ 矣。



2. 金魚在瓶內,自外視之,見其較原物爲大。其理若何?

解. 與前問同理。

3. 物體自無限遠之距離漸次接近於凸透鏡時,其像之變化如何?

答。1. 物體在無限遠處,其像生於焦點。

2. 物體漸近時,其像漸遠於焦點而倒立。物體至焦點距離2倍之處時,其像亦倒立,而與實物等大;其距離與實物之距離相等。

3. 物體愈近時,則像愈遠,而較實物愈大。

4. 物體至於焦點,則無像。

5. 物體至焦點內時,則生正立之虛像。

4. 凸透鏡之公式爲$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$, a 與 b 之數值互相交換,式亦不變。試申其意!

答。此表光體與像之位置雖交換,亦無妨礙,此二點曰共軛點。

5. 在$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$式中,以種種特別之數代入 a 值,求 b 之相當數值;並說明像之種類位置及大小!

答。

發光體之位置	像之位置	像之大小	像之種類
$a=\infty$	$b=f$	無限小	倒,實。
$\infty>a>2f$	$2f>b>f$	小於發光體	倒,實。
$a=2f$	$b=2f$	與發光體等	倒,實。
$2f>a>f$	$\infty>b>2f$	大於發光體	倒,實。
$a=f$	$b=\infty$	…………………	………
$a<f$	$b<0$	大於發光體	正,虛。

6. 像與實物等大時,凸透鏡之位置如何?

答。置凸透鏡於物體與像之正中可也。

由公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

$a=b$

則 $a=2f$

即將凸透鏡置於距物體焦點距離 2 倍之處。

7. 置物體於焦點外,所生實像有大於物體時,有小於物體時,其境界如何?

圖. 按問題 5,物體與透鏡之距離在 f 與 $2f$ 之間時,實像大於物體,物體漸遠,則像漸小。至 $2f$ 之處,像與物體等大。物體在 $2f$ 與 ∞ 距離之間,則像小於實物。故其境界在 $2f$ 之處。

8. 用凸透鏡,欲使所生像為實物之二倍,其法如何?

圖. 按公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$, 使 $2a=b$ 卽可。

卽 $a=\frac{3}{2}f$。

故須將物體置於焦點距離之一倍半之處。

9. 攝遠方之物,欲得大像,當用何法?

圖. 像之大小與透鏡之焦點距離成正比例。故欲得大像,當用透鏡之焦點距離大者。

10. 用一定之透鏡撮影,欲得任意之大小之像,當如何?

圖. 按公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$。

f 若為一定,則 a 愈小,而 b 愈大,像亦因之而大。即欲得大像,當使實物近於透鏡,否則反是。

11. 凸透鏡之焦點距離爲 50 cm.,置物體於其前方 75 cm. 之處。問像之位置如何?

圖. 按公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

$$\frac{1}{75}+\frac{1}{b}=\frac{1}{50}$$

$\therefore$ $b=150$ cm. (答)。

12. 有一凸透鏡,其焦點距離爲 20 cm.,置物體於軸上距鏡 25 cm. 之處,又置物體於軸上距鏡 15 cm. 之處,問其像各如何?

圖. (a) $\frac{1}{25}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20}$ $b=100$ cm. 倒立實像。

(b) $\frac{1}{15}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20}$ $b=-60$ cm. 正立虛像。

13. 以物體置於焦點距離 5 cm. 之透鏡前,其距離爲 5 米,生 1 cm. 長之實像。問物體之大如何?

圖. $\frac{1}{500}+\frac{1}{b}=\frac{1}{5}$ $\therefore b=5.1$

像與物體大小之比,等於其距鏡距離之比。設物體之大爲 l,則得下式:——

$l:1=500:5.1$。

$\therefore l=98$ cm (答)。

14. 有一物體,其長爲 2 cm.,直立於焦點距離 10 cm. 之凸透鏡軸上,其距離爲 15 cm.。問像之位置及長各如何?

解. $\frac{1}{50}+\frac{1}{b}=\frac{1}{10}$ $\therefore b=30$ cm.………像之位置。

設 l 爲像之長,則

$2:l=15:30$ $\therefore l=4$ cm.

15. 物體與凸透鏡之距離爲 a,透鏡之焦點距離爲 F,物體之長爲 l。問其像之大如何?

解. 設像之位置爲 b,則

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$ $\therefore b=\frac{aF}{a-F}$

又設像之大爲 L,則

$l:L=a:\frac{aF}{a-F}$ $\therefore L=\frac{lF}{a-F}$ (答)。

16. 有凸透鏡,其焦點距離爲 8 cm.,今置物體於其焦點內時,於距透鏡 10 cm. 之處生一虛像。問物體之位置如何?並像與物體之長之比如何?

解. 按公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$

$\frac{1}{a}-\frac{1}{10}=\frac{1}{8}$ $\therefore a=\frac{40}{9}$ cm.

設物體之長爲 1,像之長爲 l,則得下式:——

$1:l=\frac{40}{9}:10$ $\therefore 1:l=4:9$。

17. 置燭火於距壁16尺之處,用焦點距離 3 尺之凸透鏡,作燭火明瞭之像於照壁上。問當置凸透鏡於何處?

解. 設透鏡與照壁之距離爲 b 尺,則燭火與透鏡之距離爲 $(16-b)$ 尺,故得下式:——

$\frac{1}{16-b}+\frac{1}{b}=\frac{1}{3}$，$\therefore b=4$ 或 12 尺 (答)。

18. 物體與透鏡之距離爲 6 米,所生之實像之長爲實物之 3 倍。若欲得 2 倍長之虛像,問當置物體於何處?

解. 由題理,知實像與透鏡之距離爲 18 米,故其焦點距離爲

$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{1}{f}$，$\therefore f=4.5$ 米。

設 a 爲物體與透鏡之距離,則虛像與透鏡之距離爲 $2a$, 則

$\frac{1}{a}-\frac{1}{2a}=\frac{1}{4.5}$

$\therefore a=2.25$ 米 $=225$ 糎 (答)。

19. 有一照相器,其凸透鏡之焦點距離爲 20 cm.。使所得之像爲實物之 $\frac{1}{30}$ 倍時,實物與透鏡之距離若干?

解. 按題意,物體及感光板距透鏡之比爲 30:1。設 $30a$ 爲實物與透鏡之距離,則

$\frac{1}{30a}+\frac{1}{a}=\frac{1}{20}$　$\therefore a=\frac{62}{3}$ cm. (答)。

20. 物體距透鏡爲 30 cm., 所生實像距透鏡爲 20 cm., 像與物體在透鏡之兩側。設用此透鏡,使所生實像與物體等大;問物體距透鏡若干?

解. 設透鏡之焦點距離爲 f, 則

$\frac{1}{30}+\frac{1}{20}=\frac{1}{f}$　$\therefore f=12$ cm.

但 $a=2f$ 時,則實像與物體等大。

故所求之距離爲 24 cm. (答)。

21. 使物體立於凸透鏡之軸上,生二倍大之實像,並

令其像與物體之距離爲 6 米。求透鏡之焦點距離!

圖. 物體距透鏡與像距透鏡之比爲1:2。

但物體與像之距離爲 6 米,故物體距透鏡爲 2 米,像距透鏡爲 4 米。

則得 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{f}$, 故焦點距離 $f=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ 米 (答)。

22. 凸透鏡之焦點距離爲 25 cm.,今於其前方 30 cm. 之處置一物體。問像之種類及位置並物體與像之比各如何?

圖. (a) 物體在焦點外,故生實像。

(b) 設像之位置爲 x cm.,則

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{x}=\frac{1}{25} \quad \therefore x=150 \text{ cm.}$$

(c) 像與實物之比爲 150:30=5。

卽像爲實物之 5 倍。

23. 照像時,人距透鏡爲500 cm.,所得之像爲3 cm.。若令其像成5 cm.,當如何?

圖. 設最初之像與凸透鏡之距離爲 b cm.,

焦點距離爲 f cm.,則

$$\frac{1}{500}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

設人之高爲 h cm.,則

$$h:3=500:b\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

又設第二次人與透鏡之距離爲 a cm.,

像與鏡之距離爲 b' cm.,則

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b'}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

$h:5=a:b'$ ……………………(4)

上四式中,將 b,b',f 消去,則

$$a=300\times\frac{h+5}{h+3}=300\times\left(1+\frac{2}{h+3}\right)$$

然 2 cm. 對於人之高爲極小之數,故

$\frac{2}{h+3}$ 之數可以棄去。

$\therefore a=300$ cm.

卽人立於透鏡前 3 米之處,卽可。

24. 試述求凸透鏡焦點距離之法!

圖. 置燭火於透鏡之一面,定其像之位置,測燭火與透鏡之距離,及像與透鏡之距離,其逆數之和,卽等於焦點距離之逆數。由此可知焦點距離。

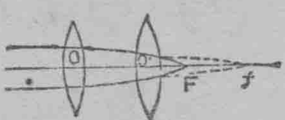
25. 以物體置於凸透鏡之一面 2 米之距離處,則生像於他面 50 cm. 之距離處。求透鏡之焦點距離!

圖. 設所求之焦點距離爲 f,則

$\frac{1}{2}+\frac{1}{0.5}=\frac{1}{f}$ $\therefore f=0.4$米$=40$ 糎 (答)。

26. 有相距 5 cm. 之二透鏡,其焦點距離一爲 15 cm.,一爲 12 cm.。光線與其軸平行而投射。求其焦點距離!

圖. 光線因 O 透鏡集於 f 點,又因 O' 透鏡集於 F 點。故就 O' 透鏡言之,f 與 F 有共軛之關係故得下式:—



$-\frac{1}{10}+\frac{1}{x}=\frac{1}{12}$ $\therefore x=5.5$ cm. (答)。

27. 有焦點距離 8 cm. 之凸透鏡,直立一長 3 cm. 之物體於其軸上,生一長 12 cm. 之實像。問由透鏡至物體與像之距離各若干?又成虛像時則如何?

圖. 物體與像之長之比爲 3:12, 卽 1:4, 故由透鏡至物體及像之距離之比亦爲 1:4。設物體與透鏡之距離爲 a, 則像與透鏡之距離爲 $4a$。故得

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{4a}=\frac{1}{8}\quad \therefore a=10\text{ cm.}$$

故像與透鏡之距離爲 40 cm.。

又生虛像時,

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{4a}=\frac{1}{8}\quad \therefore a=6\text{ cm.}$$

故像與透鏡之距離爲 24 cm.。

28. 置燭火於凸透鏡之前,則在距燭火 p cm. 之照壁上生一實像。今將透鏡向照壁移動 q cm.,則又生一實像。求透鏡之焦點距離!

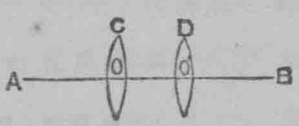
圖. 設 A 爲燭,B 爲照壁,按題意

$a=AO=BO'$, $p=AB$, $q=OO'$,

故 $a=\dfrac{p-q}{2}$。

$$\therefore \frac{1}{\frac{p-q}{2}}+\frac{1}{\frac{p-q}{2}+q}=\frac{1}{f}$$

$$\therefore f=\frac{p^2-q^2}{4p}\text{(答)。}$$



29. 物體在凸透鏡前方 A 點,其像在凸透鏡後方 B 點。今知 AB 間之距離爲 40 cm。若將透鏡向 B 移動 4 cm.,

則所生實像仍在 B 點。求此透鏡之焦點距離!

圖. 設最初由 A 至透鏡之距離爲 a, 則透鏡與 B 之距離爲 $(40-a)$cm.。又設此透鏡之焦點距離爲 f cm., 則得下列二式:——

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{40-a}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{1}{a+4}+\frac{1}{40-(a+4)}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\therefore\frac{1}{a}+\frac{1}{40-a}=\frac{1}{a+4}+\frac{1}{40-(a+4)}$$

解之,則得 $a=18$。

將 a 之值代入(1)式,則

$$\frac{1}{18}+\frac{1}{40-18}=\frac{1}{f}\quad\therefore f=9.9\text{ cm.}\ (答)。$$

30. 有凸透鏡二,其焦點距離各爲 f, f'。今將二鏡相重。問其合成之焦點距離如何?

圖. 設 A 爲物體, B 爲由凸透鏡 f 所生 A 之像, C 爲合成透鏡所生 A 之像, O 爲兩透鏡相遇之點。則 $AO=a$, $BO=b$, $CO=c$,

$$\therefore\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

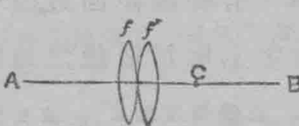
$$-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{f'}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

將(1)(2)式相加,則得

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}\cdots\cdots\cdots(3)$$

設合成透鏡之焦點距離爲 F, 則

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{F}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$



$$\therefore\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}$$

$$\therefore \_\_ = \frac{ff'}{f+f'}$$ (答)。

31. 有兩凸玻璃透鏡,其兩面之曲率一爲10 cm.,一爲 15 cm.。玻璃之屈折率爲1.53。問其焦點距離若何?

解. 設焦點距離爲f,則

$$\frac{1}{f}=(1.53-1)\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)$$

$\therefore f=11.3$ cm. (答)。

32. 物體與照壁相距150 cm.。用前問之透鏡使像生於照壁上。問透鏡之位置如何?

解. 設物體與透鏡之距離爲x cm.,則

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{150-x}=\frac{1}{11.3}$$

$x=12$ 或 138 cm. (答)。

33. 有長 3 寸之物體,在焦點距離 1 尺 5 寸之凹透鏡前,距鏡 3 尺。求像之位置及大小!

解. 凹透鏡之公式爲$\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{1}{f}$。

$\frac{1}{b}-\frac{1}{30}=\frac{1}{15}$ $\therefore b=10$ 寸 $=1$ 尺 (答)。

設 l 爲像之長,則 $3:l=30:10$。

$\therefore l=1$ 寸 (答)。

34. 有物體距凹透鏡 50 cm. 之處,欲使所生虛像爲實物之 $\frac{1}{5}$,所用透鏡之焦點距離當爲若干?

解. 虛像爲實物之 $\frac{1}{5}$,故其與透鏡之距離爲$50\times\frac{1}{5}=10$ cm.。

故所求之焦點距離如下:—

$$\frac{1}{10}-\frac{1}{50}=\frac{1}{f},\quad f=12.5\text{ cm. (答)}$$

35. 試說明透鏡之焦點!

圖. 光線與透鏡之軸平行而投射於透鏡時,則各光線向透鏡之厚處屈折,而集於軸上之一點,此點曰透鏡之焦點。

36. 何謂透鏡之共軛焦點?

圖. 光點與像點稱爲透鏡之共軛焦點。

卽由軸上一光點 p 所發之光,因透鏡而屈折,集於軸上之一點 Q 處;反之光點在 Q 處,則光集於 p 點。p, Q 二點卽共軛點。

37. 由凸透鏡所生之像如何?試述其作圖法!

圖. 由透鏡之軸上一點 A 所發之光線,通過透鏡之中心者方向不變;與透鏡之軸平行者,通過透鏡之後屈折而通過焦點。故此二光線之交點,卽爲 A 之像。按此法,可得其他諸點之像。

38. 光線投射於凹透鏡,透過之後,按下列數項,光線當如何投射?

(1) 與透鏡之軸平行。

(2) 收斂於軸上之一點。

(3) 發散。

圖. (1) 透鏡之一點與其虛焦點相連,光線由此延長方向投射卽可。

(2 使其投射角大於(1)式時。

(3) 使其投射角小於(1)式時。

39. 用蟲眼鏡觀物體時,見其廓大者,何故?試繪圖說明之!

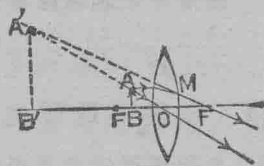


圖. 置物體 AB 於此鏡 M 之焦點內,其光通過透鏡而達於眼,則見其廓大虛像 $A'B'$。

40. 有焦點距離 1 尺 2 寸之透鏡,置物體於距此鏡 4 尺之處,問像距透鏡幾何?

圖. 設 x 爲所求距離,

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{x}=\frac{1}{1.2}\quad \therefore x=\frac{12}{7}=1\frac{5}{7}\text{尺 (答)。}$$

41. 距一凸透鏡 50 cm. 之處,置光源於其軸上,則於他側距鏡 20 cm. 處生像。今欲得像與實物同大,須置物於何處?

圖. 按公式 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ $\frac{1}{50}+\frac{1}{20}=\frac{1}{f}$ $\therefore f=14.3$ cm.

若使像與實物同大,須使像與實物至透鏡之距離相等。設 x 爲所求距離,

則 $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{1}{14.3}$ $\therefore x=28.6$ cm. (答)。

42. 在水中觀察物體,須用焦點距離極小之凸透鏡方能明瞭,試言其理!

圖. 由透鏡公式 $f=\frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)}$, 可知焦點距離與曲折率減一之數成反比例。吾人眼中水晶體對於空氣之屈折率爲

1.44，水對於空氣之屈折率爲1.33，故水晶體在水中之屈折率爲 $1.44\div1.33=1.08$。因之水晶體之焦點距離極大，恰如極強之遠視眼，故須用焦點距離極小之凸透鏡以補正之。

43. 置發光體於凸透鏡之焦點，使與軸成直角。又置平面鏡於透鏡之後，亦與軸成直角。問所生之像如何？

圖. 因發光體在透鏡焦點，故光線通過透鏡後與軸相平行而前進，遇平面鏡復反射於原來方向，故其像之大小及位置與發光體相合爲一。

44. 物體距照壁36尺，用凸透鏡映11倍大之鮮明實像於其上。問透鏡之焦點距離並其位置如何？

圖. 實物與像之大小之比爲1:11，而兩者相距36尺，故兩者與透鏡之距離爲

$36\times\frac{11}{11+1}=33$ 尺。透鏡與照壁距離。

$36\times\frac{1}{11+1}=3$ 尺。,, ,, ,, 實物 ,, ,,。

故所求之焦點距離 f 爲

$\frac{1}{3}+\frac{1}{33}=\frac{1}{f}$　$f=2.75$尺 (答)。

45. 以一光點置於焦點距離 20 cm. 之凸透鏡前30 cm之處。求像之位置!

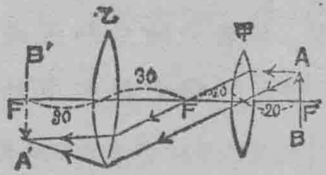
圖. 設 b 爲像與鏡之距離，則

$\frac{1}{30}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20}$　$\therefore b=60$ cm. (答)。

46. 甲乙二透鏡相距 50 cm.，直立一物體於甲之焦

點。求像之位置,並像與物大小之比!(但甲之焦點距離爲 20 cm.,乙爲 30 cm.)

圖。物體在甲之焦點,故由 A 所發之光通過甲透鏡後,平行前進,集於乙透鏡焦點,生實像 A'。B 之實像爲 B'。因之物體 AB 之



像,如圖所示,距乙透鏡爲 30 cm., 其大爲 AB 之 $\frac{30}{20}=1.5$ 倍。

47. 有燭火距透鏡 12 cm.,則生30倍大實像。若燭火再遠 3 cm.,則生幾倍之實像?

圖。物與像之大小比,與其至鏡之距離成比例。

$12\times30=360,$

故透鏡焦點距離爲 $\frac{1}{12}+\frac{1}{360}=\frac{1}{f}$ $\therefore f=11.6$ cm.。

又燭火遠移 3 cm. 時,則像與透鏡距離爲

$$\frac{1}{12+3}+\frac{1}{b}=\frac{1}{11.6} \quad \therefore b=52.5 \text{ cm.}$$

因之像爲實物之 $52.5\div15=3.5$ 倍(答)。

48. 以長 30 cm. 之物體直立於焦點距離 40 cm. 之凸透鏡前 45 cm. 之處。問其像如何?

圖。物體在焦點之外,故生實像。設 b 爲像與鏡之距離,則

$$\frac{1}{45}+\frac{1}{b}=\frac{1}{40} \quad \therefore b=360.$$

故像之長爲 $30\times\frac{360}{45}=240$ cm.。

49. 有一平凹透鏡,其凹面半徑爲 15 cm.。問其焦點距離幾何?(但其屈折率爲1.5。)

圖。設焦點距離爲f,按公式

$$f=\frac{1}{(1.5-1)\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{\infty}\right)}=30\text{ cm. (答)。}$$

50. 有一凸透鏡,其焦點距離爲5 cm.。其次接一凹透鏡,其焦點距離爲 20 cm.。問凸透鏡之焦點距離起如何變化?

圖。設F爲所求之值, $\frac{1}{F}=\frac{1}{5}-\frac{1}{20}$ $\therefore F=6.7$ cm. (答)。

51. 有二透鏡,其焦點距離爲f_1與f_2,相距爲d。使其軸線一致時,其合成透鏡之焦點公式如何?

圖。先設此二透鏡俱爲凸者,平行光線投射於f_1透鏡,則焦點在距透鏡f_1處。此光線前進至f_2透鏡,則相集而結一焦點。設S爲此焦點與f_2透鏡之距離,則對於f_2透鏡,此焦點之共軛焦點距離爲$d-f_1$。故

$$\frac{1}{d-f_1}+\frac{1}{S}=\frac{1}{f_2},\quad \therefore S=\frac{f_2(d-f_1)}{d-f_1-f_2}。$$

卽合成透鏡之焦點距離在f_2透鏡上,其距離爲S是也。然焦點距離由合成透鏡之光心測之,光心卽左右焦點間距離之中心,由此測之可也。

卽 $\left\{2\times\frac{f_2(d-f_1)}{(d-f_1-f_2)}+d\right\}\div2=\frac{d^2-2f_1f_2}{2(d-f_1-f_2)}$ (答)。

5. 視覺

明視距離	視物明瞭,而不覺疲倦,此時之距離,謂之明視距離。健全之眼,明視距離爲 25 cm.。
眼鏡之度	以吋表透鏡之焦點距離者。

1. 晨觀日光,見其燦爛者何故?

解. 在暗處瞳孔放大,突逢日光,眼之網膜因多受日光,故覺燦爛。

2. 迴旋火棒極速,則見成輪形者,何故?

解. 像映於網膜,物雖去而像不能同時消滅約殘留十分之一秒。若火棒在十分之一秒間迴旋一次或數次時,則見其火連續成輪狀。

3. 試說明電影之原理!

解. 與前問題同理。

4. 電扇迴轉雖甚速,而能望見扇後之物者,何故?

解. 與題 2 同理,扇翼雖遮蔽物體,而爲時極短,故前後之像得連續感覺於眼中。

5. 晝間觀雨則見其爲線狀,夜間借閃電觀之,則爲滴狀。試言其理!

解. 雨本爲滴,而晝間見爲線狀者,因視覺連續故也。然閃電則瞬間消滅,由此瞬間之光照雨滴,故見爲滴狀。

6. 由明處而入暗處,視物體頗覺困難者,何故?

解. 因瞳孔不能應明暗而急起變化也。

7. 閉目片時,急開之,雖能見遠方物體,而視近方物

體則不能明瞭者,何故?

圖. 吾人閉目時,其水晶體扁平。故驟開之時,雖能見遠方物體;而因水晶體之彎曲度不能急變,故視近方物體不甚明瞭。及漸次受筋肉之作用及調節,始復原狀。

8. 吾人不能同時明瞭視察遠近二物體者,何故?

圖. 因水晶體不能同時作二種之彎曲度也。

9. 觀物時將一眼之上部壓之,則見其成二重者,何故?

圖. 因物體之像不能生於左右兩眼之對應位置故也。

10. 用一眼測物之距離,常致錯誤者,何故?

圖. 判斷物體之距離,由物體至兩眼之光線所成角度之大小而定。若用一眼,則不能生光角,故判斷距離,常致錯誤。

11. 有近視者,其明視距離為 15 cm.。今物體在距 60 cm.之處,須當用焦點距離若干之眼鏡,方能視之明瞭?

圖. $\frac{1}{15}-\frac{1}{60}=\frac{1}{f}$ $\therefore f=20$ cm.(答)。

12. 明視距離 50 糎之遠視眼者,所用眼鏡當為幾度?

圖. $\frac{1}{25}-\frac{1}{50}=\frac{1}{f}$ $f=50$ 糎 $=19$ 吋 $=19$ 度 (答)。

13. 用花眼鏡當日光,其所映像之直徑為 3 耗。求此眼鏡之焦點距離!

圖. 太陽之視直徑為 32′, 故像在鏡中心所成角度亦為 32′。設

透鏡之焦點距離為x,則

$$x \tan\left(\frac{32'}{2}\right)=\frac{0.3}{2} \quad \therefore x=32.2\text{ cm.}\ (\text{答})。$$

14. 試述眼鏡之功用!

圖. 眼鏡者,補助眼之水晶體,使物體之像生於網膜上之器也。

15. 某人之明視距離為 15 cm.,若用10度之眼鏡,其明視之程度如何?

圖. 10度近視眼鏡之焦點距離為25.4 cm.。設明視距離為x,

$$\frac{1}{15}-\frac{1}{x}=\frac{1}{25.4} \quad x=36.4\ (\text{答})。$$

16. (a)明視距離18糎之近視眼者,與(b)明視距離75 cm.之遠視眼者,若與普通人之明視距離相似,當用何種之眼鏡?

圖. (a) $\frac{1}{18}-\frac{1}{25}=\frac{1}{f}$ $\therefore f=63.5\text{ cm.}=25$ 吋 (答)。

(b) $\frac{1}{25}-\frac{1}{75}=\frac{1}{f}$ $\therefore f=37.5\text{ cm.}=15$ 吋 (答)。

17. 有一遠視眼者,用焦點距離 32 cm. 之眼鏡,則得明視 48 cm. 以內之物體。問此人之明視距離幾何?

圖. $\frac{1}{d}-\frac{1}{48}=\frac{1}{32}$ $\therefore d=19.2\text{ cm.}$ (答)。

18. 某甲明視之最小距離為 50 cm.,某乙明視之最大距離為 30 cm.,問各人當用何種眼鏡,並其焦點距離若干?

圖. 最小明視距離 50 cm. 之人,使其 25 cm. 處物體所生之虛像在 50 cm. 處即可,故當用凸透鏡作眼鏡。其焦點距離爲 $\frac{1}{f}=\frac{1}{25}-\frac{1}{50}=\frac{1}{50}$, $\therefore f=50$。最大明視距離 30 cm. 之人,用焦點距離 30 cm. 之凹透鏡作眼鏡即可。

6. 光學器械

1. 用一定透鏡作幻燈,欲得大映像,當如何?

圖. 幻燈者,由透鏡使原圖實像生之於壁上者也。欲得大像時,將圖向鏡移動即可。

2. 用幻燈器械,置畫於焦點之外者,何故?

圖. 用透鏡以作實像,故當置之於焦點之外。

3. 用雙眼鏡以觀物體,因其遠近不同,則筒之長當如何變化?

圖. 光線通過雙眼鏡之對物鏡後,當未結像之前,即被對眼鏡擴散。然物體愈近,像距對物鏡愈遠,故當使筒延長;即對物鏡與對眼透鏡之距離不可不長。

4. 用同一乾板照全身像與照半身像時,其距物孰近?

圖. 攝影時,物體距鏡愈近,則像愈大。用同大乾板攝影,則全身像不如半身像之大,故距物較近。

5. 於相距 5 米之照壁上,用幻燈映 50 倍大之像。問所用透鏡之焦點距離並原畫及映畫明度之比各如何?

解. 設原畫與透鏡之距離爲 l cm.,則

$1:50=l:500 \quad l=10$ cm.

$$\therefore \frac{1}{10}+\frac{1}{500}=\frac{1}{f} \qquad f=\frac{500}{51}\text{ cm. (答)。}$$

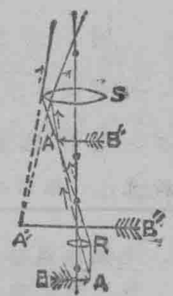
又照度與距離之平方爲反比例,故兩者之比爲

$500^2:10^2$ 卽 $2500:1$ (答)。

6. 試述透鏡之應用!

解. 爲眼鏡,顯微鏡,望遠鏡,照相器,幻燈,眼鏡,實體鏡等,皆應用透鏡者也。

7. 試以圖示顯微鏡之構造,並說明物體擴大之理!



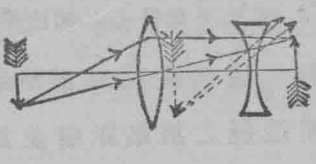
解. R 爲對物鏡, S 爲對眼鏡, AB 爲 R 焦點稍外之物體, $A'B'$ 爲 AB 之實像 ($AB<A'B'$)。故移動 S,使 $A'B'$ 在 S 之焦點以內,則大虛像 $A''B''$成矣。

8. 何謂顯微鏡之倍率?

解. 虛像長對實物長之比是也。

9. 試圖示雙眼鏡之構造及所生之像!

解. 雙眼鏡者,以焦點距離較大之凸透鏡作對物鏡,用凹透鏡作對眼鏡。置凹透鏡於凸透鏡焦點內,則由對物鏡所生之像之光,被對眼鏡所擴散,而生如圖之直立虛像。



10. 顯微鏡與望遠鏡在物理上不同之點,試比較之!

圖. 顯微鏡者,其對物鏡之焦點距離甚小,且其形亦小。將物置之於近焦點距離處,則生比實物大之虛像望遠鏡則反是,對物鏡甚大,其焦點距離亦大,物體在比焦點距離極遠之處,而得見比物較小之虛像。

7. 光之分散

光之分散	光線屈折後,而現出種種色彩之謂。
餘色	相混而爲白色之二色,名爲互爲餘色。
斯爾徐霍夫定則	有氣體,在高溫度得輻射之光能,於低溫度時則被吸收。
螢光及燐光	物質受輻射光線,而能發特殊之光者,謂之螢光。雖除去輻射線,而尚繼續發光者,謂之燐光。

1. 用三稜鏡觀物時,物之緣現有色彩者,何故?

圖. 光有若干色,各色有各色之屈折率。光自物體發出而通過三稜鏡時,因其屈折不同,遂被分析而現色彩。

2. 用三稜鏡觀物時,僅見物之緣現有色彩,而內部則否者,何故?

圖. 按前問之理,雖應見光帶之各色;而其內部之色光互相重疊,仍現白色,故不見色彩也。

3. 月之光帶與日之光帶相同者,何故?

圖. 月光爲日光之反射線,故其光帶相同。

4. 草上水滴映於朝日,而現光澤者,何故?

圖。因水光投射水滴,由屈折及全反射,其固有各色之光被分散故也。

5. 何謂透鏡之色收差?

圖。因光線之屈折率不同,通過透鏡後而分散,像亦呈色,而不鮮明之謂也。

6. 煤氣之焰較日光稍帶黃色,其光帶中有何差異?

圖。煤氣之焰較日光稍呈黃色者,因其中橙黃色之光較多,而藍色光較少也。故煤氣之光帶與日光比較,其橙黃色部分寬,而藍色部分狹也。

7. 日光通過凹透鏡時,其色收差如何?

圖。屈折較大之藍色光向透鏡厚處屈折最甚,故生藍色緣之形。

8. 球面鏡亦生色收差否?

圖。色收差者,因各色光之屈折率不同而起者也。然球面鏡則只有反射,而無屈折,故不生色收差。

9. 日光通過凸透鏡,置紙等於其焦點,而被燒焦者,何故?

圖。透鏡不惟屈折光線,並屈折熱線。太陽之熱集於焦點,故紙被燒焦。

10. 早晚可以見虹,日中則否,何故?

圖。就觀者而言,虹在日之反對側,日中非不生虹,爲地面所蔽不得見耳。

11. 吾人所見之虹爲同一部分乎?

圖. 虹之中心在連結人目與太陽之直線上,因人之位置不同,而虹之中心亦異,故吾人所見之虹不同。

12. 背太陽而吹霧,當生何種現象?

圖. 霧爲小水滴,日光被此水滴反射,屈折而分散,則生視半徑40°許之虹。

13. 太陽上昇與地平線成15°時,虹之位置如何?

圖. 虹生於西方,其中心在地平線下15°處,故在仰角27°附近,得見第一虹之最高點。

14. 太陽之高低與生虹之大小,其關係如何?

圖. 虹之中心在連結太陽與人目之直線上,若此直線與地平線一致時(日之出沒時),則虹成半圓形,此時爲最大。太陽漸高,則虹漸小。太陽之高度至42°以上,則第一虹不現。

15. 由光帶之種類,可知其發光體之狀態。試述其法!

圖. 若爲連續光帶,則發光體爲固體或液體。若爲輝線光帶,則知其爲氣體。又若爲吸收光帶,則知固體或液體之周圍有低溫之蒸氣。

16. 由佛朗霍夫線可推知太陽上所有原素與地球略同。試言其理!

圖. 地球上所有原素之輝線光帶,與佛郎霍夫線一致故也。

17. 星雲之光入於分光器時,爲輝線光帶。問星雲之狀態如何?

圖。高溫度氣體生輝線光帶,由此可知星雲爲高溫氣體之團聚體。

18. 照像暗室之窗用紅色玻璃者,何故?

圖。紅玻璃吸收紅色以外之輻射線,因之所透過之線,無化學線,而不起化學作用。

19. 夜間撮影常燃鎂者,何故?

圖。因鎂之光含化學線多也。

20. 紙片附蠟,吾人於光中見其有蠟處比他處黑。若使光透過時,則有蠟處比他處明。其理安在?

圖。有蠟之處比他處透明,故於光中觀之,其反射光線比他處少,故色黑。若光透過時,其透過光線比他處多,故透明。

21. 夜間用洋燈時,則白與黃及綠與青頗難辨別者,何故?

圖。洋燈之光比之日光,較少菫色,故甚呈黃色。被此色所照之白色與黃色,因皆反射黃色,故見之皆爲黃色。同理,青亦微帶黃色,與綠色之區別亦難。

22. 書墨字於白紙上,則現有字者,何故?

圖。白色物體反射一切光線,黑色物體吸收一切光線。故白紙中不送光於吾人眼之部分,即黑色之部分也。

23. 瀑布呈白色,何故?

圖。瀑布之水成小滴而飛散,投射於水滴之光線之一部,由前面反射他部,達於水滴後面。而大部分則全行反射而散於四方;光線之通過水滴者甚少,故呈白色。

24. 雲爲透明水滴之集合,而見其爲微黑者,何故?

解. 日光投射水滴,而行亂反射,其通過水滴而達於吾人之眼者甚少,故見爲微黑。

25. 磨砂玻璃被溼,則微見透明者,何故?

解. 磨砂玻璃面粗糙,光線之大部在表面亂反射,卽侵入之光線亦在內反射,通過者甚少。若以水濕之,則表面變平滑,而透過光線較多,故微見透明。

26. 有內面黑色之碗,注以茶色或赤色之水,則呈何色?若將粉筆置於其中,其色如何?

解. 白色光通過茶色或赤色之際,所呈之色爲不被吸收之光之色,因內面黑色之碗不反射光線,故茶及赤皆呈黑色。若置反射白色之粉筆於其中,則透過此液體之光呈茶色及赤色水之固有顏色。

27. 以黃之單色光照赤色物體,則呈如何現象?

解. 赤色物體不反射黃色光,故現黑色。

28. 混合顏料所用種類漸多,則漸成黑色者,何故?

解. 混合色爲各顏料所不吸收之光之色,若混合之顏料之種類漸多,則所吸收之光亦漸多,故呈黑色。

29. 試述太陽輻射線之種類及其作用!

解. 由太陽而來之輻射線,可分爲熱線,光線,化學線三種。熱線爲以太波之波長最強部分,屈折率最小,熱作用極爲顯著。光線爲光之感覺最極部分,以太之波長由赤而黃,而青而堇,漸次減小,屈折率漸次增加。化學線爲化學作用最顯著之部分,其以太波長最小,而屈折率最大。

30. 使光通過細隙而投射於三稜鏡,在細隙處置鈉焰,所發之光與白色之光各呈如何現象?

答. 用鈉焰則生鈉之固有黃色輝線,用白色則生七色連續光帶。若置鈉焰於白色光線與細隙之間,上記輝線之位置之處生有黑線。

31. 試述佛朗霍夫線存在於太陽光帶之理由!

答. 高溫發光體所發之光與低溫氣體所發之光,同色者卽被氣體吸收。太陽周圍有多數低溫原素之蒸氣,故太陽應現連續光帶中之一部被蒸氣吸收,而現佛耶霍夫線。

32. 試述光帶分析之原理!

答. 用無色燄熱一物體至發光時,則生此物體特有光帶。光帶分析,卽利用此理也。

33. 試說明虹成圓形之理!

答. 由在等角半徑方向之水滴,送同色之光於眼中故也。

34. 用透鏡映太陽之像於照壁,若照壁向透鏡之軸移動時,則如何?

答. 透鏡有色收差現象,在透鏡近處,生菫色光之焦點;在遠處生赤色光之焦點。若將照壁移近透鏡,則赤色光在菫色光焦點之周圍,故見其爲赤色。移遠則菫色光在赤色光焦點之周圍,故見爲青色。

35. 何謂消色透鏡?

答. 有適當曲率之冕號玻璃凸透鏡,與火石玻璃凹透鏡組合之物也。通過焦點距離小之凸透鏡之光爲焦點距離大之凹透

鏡所擴張。通過焦點距離大之凸透鏡之光爲焦點距離小之凹透鏡所收斂。故能集二色於一點,而有消色之作用。

36. 由何法可定消色透鏡之優劣?

答。映像於照壁,前後移動之,像之周圍無色者卽知此消色透鏡爲優。

37. 太陽之光本爲白者,而通過三稜鏡現色彩者,何故?

答。白色光爲屈折率各異之數光所混合,故通過三稜鏡後,各異其方向而屈折,遂分析出固有色彩。

38. 用紅玻璃作電燈球,則近旁之物非紅色,卽呈黑色者,何故?

答。用紅玻璃之電燈,其所發之光爲紅色。遇白赤色等物,卽反射紅色光,故見其爲紅若遇藍靑色等物,則赤色光被吸收,故見其爲黑。

39. 用赤色墨水寫字於黑紙上,雖不能見;而用朱則得見之者,何故?

答。赤色墨水透明,射來之光透過墨水而爲黑紙所吸收,故見其爲黑。朱爲不透明體,其表面反射赤色,故見其爲赤。

40. 白紙雖不透明,而浸水中則半透明者,何故?

答。紙乾時,由纖維之各面將光線全行反射,而不透明。若浸水中,則纖維間含水,光線由此部容易通過,而爲半透明體。

41. 物體光澤有強弱者,何故?

圖. 物體之光澤由於其表面反射,按反射光量之多少,而定光澤之强弱。故表面滑者光澤强,粗者則弱。

42. 試說明下列數項:(1)雪之白,(2)炭之黑,(3)葉之綠。

圖. 雪之白,由於無論何種光線均被反射故也。炭之黑,由於無論何種光線均被吸收故也。葉之綠,因反射日光之綠色,而吸收其他之色故也。

43. 置着色玻璃於白紙上,則顯玻璃之色;在黑紙上,則爲黑色者,何故?

圖. 白紙反射一切光線,透過着色玻璃之光線被白紙反射而再透出,故其光線爲玻璃之色。黑紙吸收一切光線故遇玻璃,皆呈黑色。

44. 顏料混合與光色混合之異點,試舉例以說明之!

圖. 黃顏料與藍顏料混合,而爲綠色。黃光與藍光混合,而爲白色。蓋混合顏料反射其各不吸收之光,故呈其反射光之色。黃顏料吸收靑藍菫諸色,藍顏料吸收赤橙黃諸色;故其混合物以白光照之,則只反射綠色光,而呈綠色。然光帶之色之混合,爲色光之混合,與顏料之混合不同。

45. 試述光之吸收與物體之色之關係!

圖. 物體之色,卽其所不吸收之光之色也。

46. 試述螢光及燐光之區別!

圖. 螢光者,物體受光時將其固有之光發出之現象也。物體受光後,光源雖除去,仍放其固有之光,此現象謂之燐光。

8. 光波

色	赤	橙	黃	綠	青	藍	菫
佛郎霍夫線	*A*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
波長 (右數)×10^{-5}粍	76	66	59	53	49	43	40
振動數 (右數)×10^{13}每秒	40	48	53	57	62	66	73
玻璃之屈折率	1.53	1.58	1.59	1.59	1.60	1.60	1.61

1. 朝夕時天空常呈紅霞者,何故?

圖. 日光通過空氣時,波長小之菫色光被塵埃所反射,波長大之赤色光及黃色光透過而入吾人之目也。

2. 吸收光帶之成因,試由共鳴之理以說明之!

圖. 置鈉焰於電燈與分光器細隙之間而觀察時,則見鈉之輝線處生有黑線。此鈉之蒸氣分子運動極自由,而其振動一定,因之所發之波動亦有一定之波長,故生輝線光帶。今假設同一之波長波動傳來而打擊鈉蒸氣之分子,此分子由共鳴之理吸收其振動之勢力,而起振動。故波動通過蒸氣後,變爲微弱。此卽所以生吸收光帶之理也。

3. 有波長0.00059粍之光,試述其振動數!

圖. 以波長除光波速度卽得振動數。

3×10^{13}粍 ÷0.00059粍 =5.1×10^{14}每秒(答)。

4. 在1 cm.之中,*D*線之波數有若干?

圖. 10粍 ÷0.00059粍 =1700(答)。

5. 有每秒發音5次之錶,問幾年後其所發之次數,與*D*線每秒之振動數相等?

圖. 按問題3,D綫光波之振動數每秒略爲5×10^{14}次。此錶一年所發之音爲$5\times60\times60\times24\times365$。故所求年數爲$5\times10^{14}\div(5\times60\times60\times24\times365)=3.17\times10^6$(答)。

6. 氷,水晶,玻璃等之裂口,放散色彩者,何故?

圖. 因裂口之處,夾有空氣薄層;由此薄層,使色光起干涉作用,將色濃厚,或將色消失,而現其餘之色故也。

7. 透過羽毛以觀手指,則見其中央黑而兩側微明,恰如見骨之出現。其理若何?

圖. 透過羽毛而來之光互相干涉,有一部消失,故生明暗。

8. 胰皂泡愈大愈美麗者,何故?

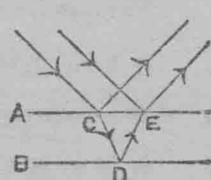
圖. 胰皂泡愈大,其液愈薄,因下題10所說之理,而現色彩。

9. 何謂偏光?

圖. 光波在與光之方向成直角之平面內,向各方向振動之以太波動,若使之通過電氣石,則其振動變爲一定方向之光,此謂之偏光。

10. 水面浮油,稍呈美麗之色者,何故?

圖. 油之表面張力小於水,故在水面成薄層。今設A B爲油之薄層,投射於C之光透入薄層,復在D處被反射於E。由此處外出之光,與由空氣直接投射於E之光相干涉。若於E處,某光之山與谷相重時,其色消失,而只現其餘之色。蓋此油之薄層



之色,爲其表面反射之光波與其內面反射而出之光波互相

干涉而生之者也。

11. 試述光之波動說!

答。光體之分子振動,傳於充滿宇宙間而有完全彈性之以太,由此生橫波動,波及四方,此謂波動說。由此說可知光波向四方振動,因振動之緩急,而波長有大小之別,因而色之差異生焉。

12. 音波及光波,其振動數之多寡及振幅之大小,由如何之結果而知之?

答。振動數多者,在音爲高音,在光爲菫色。少者,在音爲低音,在光爲赤色。又振幅之大小,由發音或發光之強弱而知之。

13. 試比較音與光之異同,而列舉之!

答。(*a*) 音波爲空氣之縱振動,光波爲以太之橫振動。
(*b*) 音波比光波,其波長極大,其振動數極少。
(*c*) 因波之長短,在音有高低之異,在光有色彩之別。
(*d*) 光波可偏,而音波則否。
(*e*) 音與光皆由其振幅之大小而感知其強弱。
(*f*) 音與光相似者,即直進,反射,屈折,干涉是也。

電磁學之部

1. 磁

磁極間之作用	二磁石,其同名之極相斥,異名之極相引。
	二磁極間之引力或斥力,與兩極磁量相乘之積成正比例,與其間距離之自乘成反比例。
磁場	磁石作用所及之處,曰磁場。 磁場內作用於單位北極之磁力,曰其點之磁場之強度。
地磁之要素	偏角,伏角,水平磁力。

1. 何謂磁感應?

圖. 將鐵片持至磁石之旁,則鐵片卽成磁石。其與磁石較近之一端,成異名之極,他端成同名之極。如此,將物體置於磁場內,卽帶磁,謂之磁感應。

2. 磁石吸引鐵片,試說明其理!

圖. 因磁感應作用,鐵片變爲磁石。其接近之端成異名極;他端成同名極。按庫倫氏定律(二極間之引力或斥力與其間距離之自乘成反比例),則今此異名極間之引力較同名極間之斥力爲強,故相吸引。

3. 鐵之吸引磁石,與磁石之吸引鐵相同。用何法驗之?

圖. 驗鐵之吸引磁石,將磁針置於軟木塞上而浮於水面,以鐵近之可也。又驗鐵與磁石以等力相引,將同質量之二針同時相對浮於水面,若一針爲磁石,則二針以同速度相接近。

4. 令磁石之一極吸住一鐵片,更將他磁石之異名極置於其上,其結果如何?

圖. 若前後二磁石之磁極強度相等,則此二極之作用互相消失,而鐵片離開;否則鐵片仍被吸引。

5. 懸稍大之磁石,若將他磁石之同名極與其極接近時,則反相吸引。其理如何?

圖. 因磁石遇強磁石起感應作用,而變爲異名極故也。

6. 蹄形磁石之保磁性較棒狀磁石爲大,何故?

圖. 棒狀磁石可假想爲數條磁石之合體,若放置之,則其同名極互相感應,磁性因之而弱。蹄形磁石之兩極相對,故互相感應而得保存其磁性。

7. 蹄形磁石吸引熟鐵棒之際,其感應之狀態若何?

圖. 蹄形磁石之兩極相對,則互相補助其感應作用,而使熟鐵棒生強磁場,其兩極亦吸引磁石之兩極,故鐵棒與磁石之相引頗強。

8. 蹄形磁石之兩極上架以熟鐵片,足以保存磁性,其理若何?

圖. 蹄形磁石之兩極架以鐵片時,因感應作用,N極處鐵片變爲S極,S極處鐵片變爲N極,兩方互相打消其作用,以防磁石兩極之變弱,故得以保存其磁性。

9. 距棒磁石兩極相等之處,置一磁針,其方向如何?(假定無其他之磁力作用。)

答。因引力斥力之作用,磁針卽旋轉,最後與棒磁石平行而靜止。

10. 磁石製法及磁性保存法如何?

答。以強磁石之一端於鋼鐵棒上由一端摩至他端,如是數次卽得。又磁石保存法:若爲蹄形磁石,可用熟鐵片架其兩端;若爲棒磁石,可將相同之二條並置,使異名極相對,兩端各置熟鐵片。

11. 用磁石之一極由鋼棒之一端向他端摩擦時,其所得磁極之種類如何?

答。鋼棒之末端因感應作用而生與磁極異名之極,其他端生同名之極。

12. 表示磁力線之集合或分散時,其事實如何?

答。撒布鐵粉於磁石之附近時,鐵粉相列而成一曲線,卽磁力線。其集合之部分所以表磁場之強,其分散之部分所以表磁場之弱。

13. 將熟鐵棒久置於地球磁力之方向內,則成磁石。又令熟鐵棒與地球磁力方向平行而敲打之,亦成磁石。其理若何?

答。按磁分子之說,鐵之各分子皆具南北兩極,其不呈磁性者,因磁分子在鐵內之方向不一,磁性作用互相消滅故也。今將熟鐵棒置於地球磁場時,則鐵之磁分子受地球磁力之影響,漸變爲南北方向因之北向之端帶北極性,南向之端帶南極性。又敲打鐵棒時,則棒內之分子運動容易,故亦成磁石也。

14. 將磁石加熱或打擊之,則失其磁力。何故?

圖。因鐵之分子運動過激,磁分子之配列失其規則故也。

15. 置鋼棒於磁場內,用力打擊之則成磁石。何故?

圖。置鋼棒於磁場之方向內而擊之,則分子振動而變其方向,至與磁場之方向相同,即帶磁性而成磁石。

16. 鐵工場之鐵砧,帶有磁性。何故?

圖。若將鐵砧偶置於地球磁場之方向內,即按上述之理而帶磁性。

17. 磁性只現於磁石之兩端,何故?

圖。磁石之各分子各爲一小磁石,其排列方向畧同。但內部之分子磁石前後互相吸引,而磁性作用消失。故中央部不現磁性,僅並立於兩端之同名極現磁性。

18. 磁針之磁力爲偶力。何故?

圖。地球磁力將磁針之北極向北方吸引,將磁針之南極向南方吸引。但磁針兩極之磁量相等,而方向相反,故爲偶力。

19. 何爲等伏角線,等偏角線,等磁力線?

圖。等伏角線者,地球上伏角相等諸點之連結線也。等偏角線者,偏角相等諸點之連結線也。等磁力線者,磁力之水平分力相等諸點之連結線也。

20. 北半球所用磁針與南半球所用磁針,其支點之變更如何?

圖。支點在磁針之重心,在北半球時,磁針之北極下傾;在南半球時,磁針之北極上仰。故北半球所用之磁針欲保持其水平時,則其支點須由重心向北極偏移;南半球反是。

21. 在北半球豎一鐵柱,經久則成磁石,其極若何?

圖. 按地磁之垂直分力,鐵柱之上部爲南極,下部爲北極。

22. 試說明羅盤針之構造!

圖. 羅盤針係一極輕之紙製圓盤,其內記有三十二方位,將數條小磁石平行(同名之極並列)合置,而支於一針上,使成水平。船雖動搖,而針則常爲垂直,並將船首之一指標固定於圓盤之旁。故由指標所指之方位,可知船之進行方向。

23. 磁場之指力線如何?

圖. 磁場指力線者,在磁場內一極受磁力之作用時所移動之道也。常由磁石之北極出,而入於南極。

24. 地球爲一大磁石,試說明之!

圖. 置小磁針於軟木塞上,令其靜浮於水面更將此盛水器置於棒磁石上,則磁針常與棒磁石平行,其北極向棒磁石之南極,其南極向棒磁石之北極。此磁針如上之實驗,常指南北而不誤者,實因地球爲一大磁石之故。此大磁石之南極在地理學上北極附近;其北極常在地理學上南極附近。故磁針在地球之北極附近時則直立,其北極爲下端;在南極附近時,反是。

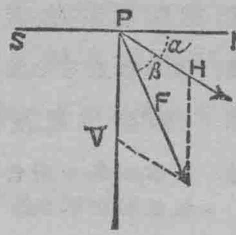
25. 地球磁力之傾角及偏角如何?

圖. 含磁力方向之垂直面與地理學上之子午線面所成之角(α)曰偏角。磁力之方向與水平面所成之角(β)曰傾斜角。(參照下圖。)

26. 地磁之赤道,四十五度地位,及北極三處之磁場指力線之方向,及其垂直分力與水平分力之大小各如何?試作圖以說明之!

圖. 如右圖設　水平分力 $=H$

垂直分力 $=V$



(1) 赤道:

$\beta=0 \quad \therefore H=F\cos\beta=F \quad V=0$。

即指力線爲水平,水平分力等於磁力之強 F,無垂直分力。

(2) 四十五度之地:

$\beta=45° \quad \therefore H=F\cos 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}F=V$

即指力線與水平成45°之角,水平分力及垂直分力皆爲地磁力之$\frac{1}{\sqrt{2}}$。

(3) 北極:

$\beta=90° \quad \therefore H=F\cos 90°=0 \quad \therefore V=F$。

即指力線垂直於水平面,垂直分力與地磁力相等。

2. 靜電

電之相互之作用	二物體帶同種之電則相斥,帶異種之電則相引。
庫倫之定律 Coulomb's law	二帶電體間相互作用之力,與電量相乘之積成正比例,與其距離之自乘成反比例。
電位	有一物體帶單位量之陽電,由無限之距離運至電場內之一點所要之工作之謂也。
電容量	導體之電位上昇一單位所要電量之謂也。

1. 將立於絕緣台上之人,用貓皮打數次後,則其人

之指能吸引輕物者何也?

答。因以貓皮打之,而人體帶電故也。

2. 摩擦生電,夏季較冬季爲難,其理由若何?

答。夏季空氣中所含之濕氣較冬季爲多,故摩擦所起之電易被濕氣導於他處。

3. 發電器具宜乾燥者,何故?

答。濕氣能傳導電於他處,故宜乾燥之以防此弊。

4. 摩擦電只有二種,何以知之?

答。以絲巾摩擦而帶電之玻璃棒,以線懸之,又以羢布摩擦之火漆棒近之,則互相吸引。若以他一用絲巾摩擦之玻璃棒近之,則相排斥。由此可知玻璃棒與火漆棒所帶之電性質不同。再摩擦其他種種之物體而試之,或與玻璃棒相引,與火漆棒相斥;或與火漆棒相引,與玻璃棒相斥;不外此二者。由此可知物體之帶電僅此二種。

5. 電振子球,被帶電之玻棒吸引,及相觸,則又被排斥。其理若何?

答。電振子之被引者,因受玻璃棒之陽電感應作用,故近於玻棒之側生陰電,其反向之側生陽電。陰電距玻棒較陽電爲近,引力大於斥力,故相引。然相觸之際,則振子之陰電與玻棒之陽電相中和,振子只剩陽電,故被斥也。

6. 帶電金屬棒與金箔片相近時,兩者接觸之間甚短者何也?

答。金屬棒爲善導電體,其電傳於金箔頗易消失,故帶電之現象

頗短也。

7. 帶電體上有塵埃時,其電消失頗速者何也?

解. 帶電體之端或尖處,電之表面密度較大,易於放電。而帶電體上之塵埃可視爲尖處故也。

8. 試述金箔驗電器之構造及其用法!

解. 金箔驗電器,爲一玻璃瓶,其瓶塞爲絕緣體,由瓶塞穿入一金屬棒,棒之下端懸二片相並之金箔。帶電體接近金屬棒之上端時,由下端金箔之開閉及其開角之大小,得定其電之種類及量。

9. 帶電體持近金箔驗電器,則金箔開放,何故?

解. 因同種電傳於金箔而互相排斥故也。

10. 帶電之驗電器與導體相近,則其箔之開角減小,試說明之!

解. 因感應作用,導體與驗電器接近之一端生與驗電器所帶之電異名之電。金箔之電向驗電器之金屬板上移動,故開角漸次減小。

11. 以絲巾摩擦之玻璃棒接觸金箔驗電器之金屬球後,離之,則箔開。今以他帶電體近之,則箔閉,問帶電體電之種類如何?

解. 帶電體之電爲陰電:最初玻璃棒觸金屬球,故金箔即帶陽電。而帶電體之電與此陽電互相吸引,故必爲陰電。

12. 帶電體漸近金箔驗電器之金屬球,金箔雖開,用

指與球接觸,則金箔忽閉。指與帶電體同時離開,則金箔復開。其理若何?

圖. 金箔因帶電體之感應,與帶電體帶同種之電,故開。以指觸之,則電經身體而傳於地,故閉。再由金屬球所生之電與帶電體之電異,因拘束而存留,故指與帶電體同時離開,則拘束之電復移於金箔,故再開也。

13. 用金箔驗電器驗電之種類,其法如何?

圖. 先將既知之電送於驗電器之金箔,復將所驗之帶電體持近時,金箔之開角增大,則知其爲同種電。開角減小,則知其爲異種電。

14. 由起電盤取電時,則盤之電量有變化否?

圖. 起電盤者,由感應而得電,其電不移於金屬板,故其量無增減。祇於樹脂與金屬板之接觸部,電略移動。但其量至微,無考究之必要。

15. 迴轉感應起電機時,初尙輕,及其發電後,則漸重。何故?

圖. 兩板因感應所起之異種電,因其引力而有礙於迴轉故也。

16 靜電器械之端,不使尖稜而使爲圓出,何故?

圖. 電易集於尖端處,故電機之端爲尖稜時,則電移於其處而逃去;若爲圓形,則無此虞。

17. 有二小球帶同種電,其量之比爲3:5,今使二球接觸後,復離之,使其距爲前距之半。問前後斥力之比如何?

圖. 斥力與電量相乘之積為正比例,與距離之自乘成反比例。故

$$\frac{4\times4}{3\times5}\times\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{16}{15}\times\frac{4}{1}=4.27$$

卽後之斥力為前之4.27倍(答)。

18. 見閃電5秒之後始聞雷聲。試求與雷源之距離?(空氣之溫度為25°。)

圖. 音之速度在0°時每秒331米,溫度上昇一度,則每秒增加0.6米。故25°時之速度為

$331+0.6\times25=346$ 米。

故與雷源之距離為

$346\times5=1730$ 米(答)。

19. 夜間由閃電觀迴轉甚速之車輪時,恰如車之靜止,得見車輪之輻。此理如何?

圖. 閃電之繼續時刻較數千分之一秒尚小,故此短時內車輪殆不迴轉。

20. 避雷針之尖端以鎳或他金屬鍍之。何故?

圖. 金屬之銹,阻電之性頗大,鍍之所以防其生銹也。

21. 來頓瓶(Leyden jar)之電容量有定限乎?

圖. 來頓瓶之電容量與內外錫箔之面積及玻璃罎之厚有關係。若錫箔之面積大,玻璃罎薄,則兩箔之距小而容量大。然瓶若過薄,則將破裂而放電矣。

22. 試驗物體之為導體與否,其法如何?

圖. 將欲試驗之物體先乾燥而清潔之,持其一端,使他端接觸於帶電之金箔驗電器。若為導體,則驗電器之電由物體經過人

身而傳於地,金箔卽閉。若非導體,則金箔無所變動。

23. 金箔驗電器 (a)若與帶電體相近時;

(b)若與帶電體相近之際,以指觸之;

(c)若將指離開後,復將帶電體離開時;

問各起如何之現象?

圖. 見問題12。

24. 試述用起電盤起電方法!又用起電盤使二絕緣導體帶電,一帶陽電,一帶陰電。試述其手續!

圖. 樹脂或火漆所作之圓盤,以㺜布摩擦之,則其面生陰電。又以裝玻璃柄之金屬板置於其上,復將指觸於板,執玻璃柄使金屬板與圓盤離開,同時指亦與板離開,則板帶陽電。

今將一導體與金屬板相觸,則陽電傳於導體,而導體卽帶陽電。又將他導體與金屬板接近,復以指觸於導體後,將金屬板取去,同時指亦離開,因感應之作用,則陰電殘留於導體。故導體卽帶陰電。

25. 試說明來頓瓶之構造,用途,及其所以蓄電之故!

圖. 來頓瓶者,玻璃瓶內外二面貼以同高之錫箔,內箔與罎口之金屬棒以鏈連之,外箔與地相連。今將電附於金屬棒,則電傳於瓶內之錫箔,因感應作用而瓶外之錫箔亦帶電,兩者互相吸引。內箔電位不甚上昇,而電容量增加,因得蓄積多量之電。

26. 起電盤起電一次,可使金屬板帶電數次。問其每次之電能由何而來?

圖. 將金屬板置於起電盤上,則帶感應電,與起電盤相引。若將此

板離開時,因有電之引力,不得不用工作,此工作卽變爲電能。

27. 等大之球狀水滴八顆,帶等量之電,合爲一滴之時,其電容量及電位與未合之前各滴之比如何?

圖. 設 r 爲小水滴之半徑, R 爲大水滴之半徑,則

$$\frac{4}{3}\times\pi r^3\times 8=\frac{4}{3}\times\pi R^3 \quad \therefore R=2r.$$

今設 Q 爲各小滴之電量,則

小滴之電位 $=\frac{Q}{r}$,

大滴之電位 $=\frac{8Q}{R}=\frac{4Q}{r}$。

則知大滴較小滴之電位增加 4 倍(答)。

又小滴之電容量 $=Q\div\frac{Q}{r}=r$,

大滴之電容量 $=8Q\div\frac{4Q}{r}=2r$,

故合成後之電容量爲最初滴電容量之二倍(答)。

3. 電池 電流

電動力	電池兩極未連結之際,其電位差之謂也。電動力亦謂之電壓。
輸道	電流流通之道,謂之輸道。
一安	一秒間一庫 (coulomb) 之電量通過導線之切口,此電流之強,謂之一安 (ampere)。

1. 來頓瓶與電池相異之點如何?

圖. a. 來頓瓶內外錫箔之電位差甚大,而電池兩極之電位差甚

小。

b. 來頓瓶放電時,電之移動頗速。而電池之電移動所費之時頗長。

2. 試舉各種電池之名,及其所用藥品!

電池之名稱	陽極	陰極
弗打 Volt	Cu, H_2SO_4	Zn, H_2SO_4
達尼爾 Daniell	Cu, $CuSO_4$	Zn, H_2SO_4
魯克蘭歇 Leclanche	C, MnO_2	Zn, NH_4Cl
本生 Bunsen	C, HNO_3	Zn, H_2SO_4
一縮二鉻酸 Bichromate	C, $K_2Cr_2O_7$	Zn, H_2SO_4

3. 弗打電池與一縮二鉻酸電池相異之點爲何?

圝. 弗打電池者,將銅板及鋅板插入稀硫酸中,因化學反應所生之氫(H),附着於銅板,易起分極作用。一縮二鉻酸電池者,用鋅(Zn)作陰極,炭(C)作陽極,所生之氫被養氣氧化,故分極作用甚小,可得強電流。此養氣因一縮二鉻酸鉀($K_2Cr_2O_7$)與硫酸起作用而生也。

4. 盛鹽水於鍍鋅之鐵桶,用銅絲繫炭棒於桶之柄而沈入鹽水中,則生電流。其理由如何?

圝. 桶之鋅爲陰極,炭棒爲陽極,恰似魯克蘭歇電池故也。

5. 通 2 安之電流一小時,問電之總量幾何?

圝. 1 安之電流通 1 秒時,電量爲 1 庫。故所求之電量爲 $2\times60\times60=7200$ 庫(答)。

6. 試舉一電池,述其構造。並說明其起電之理由!

解. 達尼爾電池者,將盛銅板及硫酸銅液之陶器,置於稀硫酸中。稀硫酸中又浸以鋅板。銅與鋅,以導線連結之。鋅溶於稀硫酸中而生$Zn^{\cdot\cdot}$,因之發生陰電。稀硫酸之H被$Zn^{\cdot\cdot}$驅入陶器內,與硫酸銅之$Cu^{\cdot\cdot}$化代,Cu卽附着於銅板而爲Cu,銅板發生陽電故連結銅板及鋅板,則電流由銅板向鋅板流動。

7. 試說明各種電池之構造及用途!

解. 見問題2。

8. 同種電池二個,其陽極與陽極,陰極與陰極,各以導線連結之。雖成輪道,而無電流發生者何故?同種電池,其大者與小者作用之差如何?

解. 因同種電池,其陰陽極電位皆相等故也。
又大者之內抵抗小,故按湿姆氏定律(Ohm's law),可得強電流。

9. 同種電池其大小之作用,異同之點爲何?

解. 同種電池,無論大小,其電動力相等。而大者較小者之內抵抗爲小,故所得之電流較強。

10. 何謂電池之分極作用,試舉實用電池二種,並記各電池分極作用之防止法!

解. 例如弗打電池,其發生之氫附着於陽極銅板,不惟妨電流之通過,並使生逆向之電流;因之電池之電動力減小,而電流變弱;此之謂電池之分極作用。設實用電池達尼爾及一縮二鉻酸二種,欲防止其分極作用;達尼爾電池則用硫酸銅將所生之氫變爲硫酸。

$CuSO_4+H_2=H_2SO_4+Cu$

一縮二鉻酸電池則使硫酸與一縮二鉻酸鉀 ($K_2Cr_2O_7$) 作用,發生養氣,以之氧化輕氣。

$4H_2SO_4+K_2Cr_2O_7+3H_2=K_2SO_4+Cr_2(SO_4)_3+7H_2O$

11. 電池所用之鋅,何故以水銀塗之?

答. 普通之鋅,都不純粹,含鐵或他金屬。電池若用此種鋅,則未連結輪道之前,鋅鐵及溶液之間,生局部電流,而鋅受消耗。若以水銀塗之,則鋅面生鋅銾齊,將不純物覆掩,使不生局部電流。

12. 欲知二電池電動力之大小,當用何法?

答. 用電壓計(voltmeter)量各電池之電動力而比較之,卽得。
又連結兩電池之同極,觀其有無電流。連結陽極之導線,其電流向外流者,則其電池之電動力大。

13. 試述熱電流!

答. 用不同之金屬導線作輪道,其一接合點之溫度較他點高時,則輪道內生電流,此之謂熱電流。其電動力由兩接點溫度之差及金屬之性質而定。

4. 電抵抗

抵　抗	導線之抵抗與其長成正比例。與切面面積成反比例。溫度上昇則增加。
抵抗單位	導線兩端電位之差爲 1 弗,其內電流之強爲 1 安。此時之抵抗謂之 1 渥。
渥姆氏定律 Ohm's law	電流之強與導線兩端之電位差成正比例,與抵抗成反比例。　$C=\frac{E}{R}$

<table>
<tr><td rowspan="2">全抵抗</td><td colspan="2">導線聯結時,則全抵抗等於各導線抵抗之和。
($R=r_1+r_2+r_3+r_4+\cdots\cdots\cdots\cdots$)</td></tr>
<tr><td colspan="2">導線並結時則全抵抗之倒數等於各導線抵抗之倒數之和。 $\left(\frac{1}{R}=\frac{1}{r}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\cdots\cdots\cdots\right)$</td></tr>
<tr><td>電池之連結</td><td>聯………$C=\dfrac{E}{\frac{R}{n}+r}$
並………$C=\dfrac{E}{R+\frac{r}{n}}$
混合…$C=\dfrac{E}{\frac{R}{m}+\frac{r}{m'}}$</td><td>$C$ = 電流之強。
E = 電動力。
R = 外抵抗。
r = 內抵抗。
n = 電池總數。
m = 聯結電池數。
m' = 並結電池數。</td></tr>
</table>

1. 試舉金屬之電抵抗,何者爲大,何者爲小?

圖。抵抗夫之金屬爲水銀。小者爲銀。

2. 有一鐵線長 100 米,切面之直徑爲 2 粍。求其抵抗!

圖。鐵線之切面積爲 $\pi\times1^2$ 平方粍。抵抗與長成正比例,與切面積成反比例。而長 1 米切面 1 平方粍之鐵線,其抵抗爲 0.097 濕,故所求之抵抗爲 $0.097\times\frac{100}{\pi\times1^2}=3.1$ 濕(答)。

3. 二倍導線之長,二分之一切面之半徑,問抵抗之變化如何?

圖。長爲二倍,則抵抗亦爲二倍。又切口變爲 $\frac{1}{4}$,故抵抗變爲 4 倍。故後之導線之抵抗爲前之 $2\times4=8$ 倍。

4. 銅線長 200 米,切面積 0.5 平方粍,0° 度時,其抵抗如何?

圖。長一米切面 1 平方粍之銅線,0° 時之抵抗爲 0.016 渥。故所求之抵抗爲

$$0.016\times\frac{200}{0.5}=6.4\text{ 渥 (答)。}$$

5. 有銅一塊,延之成線,長 120 尺時,與長爲 360 尺時,其抵抗之比如何?

圖。360 尺爲 120 尺之三倍,故其抵抗亦爲三倍。又切面積,長者爲短者之 $\frac{1}{3}$,故抵抗亦 3 倍之。故長者之抵抗爲短者之 $3\times3=9$ 倍。

6. 銅線與鐵線等長。如其抵抗相等,問其半徑之比如何?

圖。設 r 爲銅線半徑,r' 爲鐵線半徑,又設 l 爲其長,

則得次式:——

$$0.016\times\frac{l}{\pi r^2}=0.097\times\frac{l}{\pi r'^2}$$

$$\therefore r^2:r'^2=0.016:0.097$$

$$\therefore r:r'=\sqrt{0.016}:\sqrt{0.097}\text{ (答)。}$$

7. 水銀線長 2 米,切面積 2 平方粍,求其抵抗!(長 106.3 cm., 切面積 1 平方粍之水銀,其抵抗爲一渥。)

圖。$1\times\frac{200}{106.3}\times\frac{1}{2}=0.94$ 渥 (答)。

8. 有一白金絲,其抵抗爲40渥,其直徑爲0.8粍。問其長爲若干?

解. 長一米,切面積一平方粍之白金絲,其抵抗爲0.091渥,故長一米,切面積$(0.4)^2\pi$平方粍之白金線,其抵抗爲

$$\frac{0.091}{(0.4)^2\times3.1416}\text{渥。}$$

若抵抗爲40渥,故其長爲

$$40\div\frac{0.091}{(0.4)^2\times3.1416}=221\text{米(答)。}$$

9. 飽和硫酸銅液,其抵抗爲銅之幾倍?

解. 飽和硫酸銅液切面一平方糎長1 cm.之液層,其抵抗爲30渥。銅長一米切面積1平方粍之抵抗爲0.016渥。故與其硫酸銅液同形之抵抗爲

$$0.016\times\frac{1}{100}\times\frac{1}{(10)^2}=16\times10^{-7}\text{渥。}$$

故所求之值爲

$$30\div(16\times10^{-7})=2\times10^7\text{(答)。}$$

10. 相距1 cm.之銅板二片,對立於15%之硫酸銅液中,對於板面一平方糎液之抵抗如何?

解. 所求之抵抗爲24渥,爲銅之10,000,000倍。

11. 溫度0°時41克之水銀,長3米,粗甚均。求其抵抗!

解. 水銀之體積$=\frac{41}{13.596}=3$立方糎。

水銀之切面積$=\frac{3}{300}=0.01$平方糎$=1$平方粍。

故所求之抵抗爲

$0.0943\times 3=0.2829$ 渥 (答)。

12. 有銀絲長 3 米,直徑 0.5 粍;又有一銅絲長 4 米,直徑 0.2 粍。問銀絲之抵抗爲銅絲之幾分之一?

解. $\frac{0.015}{0.016}\times\frac{3}{4}\times\frac{(0.2)^2}{(0.5)^2}=\frac{9}{80}=\frac{1}{9}$ 約 (答)。

13. 注硫酸銅溶液於內徑 5 cm. 之玻璃圓筒中;又有圓銅板二片,其徑與圓筒等,使其對立置於筒中,相距 20 cm.,若使兩圓板通過電流,問抵抗幾何?

解. 硫酸銅溶液之切面 1 平方糎長 1 cm. 其抵抗爲 30 渥。故所求之抵抗爲 $30\times\frac{20}{\left(\frac{5}{2}\right)^2\times 3.14}=35.7$ 渥 (答)。

14. 有一洋銀線,其抵抗爲 1 渥;又有一鋁線,其切面積爲洋銀線之 10 倍。若其抵抗相等,問其長爲洋銀線之幾倍?

解. 同長同徑之洋銀線與鋁線,其抵抗之比爲 0.208:0.029。若其徑相等,而抵抗亦相等,則鋁線之長爲洋銀線之 $\frac{0.208}{0.029}$ 倍。今鋁線之切面積爲洋銀線之 10 倍,故其長亦爲洋銀線之 10 倍。即 $\frac{0.208}{0.029}\times 10=71.1$ 倍 (答)。

15. 有金屬線 5 條,其抵抗俱爲 10 渥。問聯結與並結之全抵抗各若干?

解. 聯結之全抵抗爲各線抵抗之和,故 $10\times 5=50$ 渥 (答)。

並結時,其全抵抗之倒數與各線抵抗之倒數之和相等。故設 R 爲全抵抗,

則 $\frac{1}{R}=\frac{1}{10}\times5=\frac{1}{2}$

$\therefore R=2$ 渥(答)。

16. 有 n 條之金屬線,其各條之抵抗爲 R。若聚爲一束時,其全抵抗爲 $\frac{R}{n}$。試證明之!

圖. 設 r 爲全抵抗,其兩端電位之差爲 v 弗時各金屬線上通過 C 安之電流

按渥姆氏定律, $C=\frac{v}{R}$。

又設 I 爲全電流,則

$$I=\frac{v}{r}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

然 $I=nC=n\frac{v}{R}\cdots\cdots\cdots(2)$

(1) 式與 (2) 式相較,

$\frac{v}{r}=n\frac{v}{R}$,

$\therefore r=\frac{R}{n}$。

17. 有導線三條,其抵抗爲 2 渥,5 渥,10 渥,求其聯結與並結時之全抵抗之比!

圖. 設 R 爲聯結之全抵抗,則

$R=2+5+10=17$ 渥。

又設 r 爲並結之全抵抗,則

$\frac{1}{r}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ 渥.

故所求之值為 $R\times\frac{1}{r}=17\times\frac{4}{5}=13.6$ 倍 (答)。

18. 抵抗20濕之導線上通以0.5安之電流時,問導線兩端之電壓如何?

圖. 按濕姆氏定律, $E=CR$。

故所求之電壓為 $0.5\times20=10$ 弗 (答)。

19. 用 2 弗之電池,其輪道之抵抗為 500 濕。問其電流之強為若干安?

圖. 設所求電流之強為 C 安,則

$C=\frac{2}{500}=0.004$ 安 (答)。

20. 有10燭光之電燈,其內炭絲之抵抗為 360 濕,其電動力為 110 弗。問其電流之強若干?

圖. 按濕姆氏定律, $C=\frac{110}{360}=0.3$ 安 (答)。

21. 探海燈所需之電動力自47乃至53弗,電流自50乃至 250 安。問其抵抗為幾何?

圖. 若為 47 弗,50 安,則

$R=\frac{47}{50}=0.94$ 濕。

若為 53 弗,250 安,則

$R=\frac{53}{250}=0.212$ 濕。

故抵抗在 0.94 濕與 0.212 濕之間。

22. 電燈炭絲兩端之電位差為 110 弗,其電流為 0.5

安。問炭絲之抵抗爲幾何？

圖. $R=\dfrac{110}{0.5}=220$ 逼（答）。

23. 有 2 導線，其抵抗一爲 2 逼，一爲 3 逼。若使之並列，與電池之兩極連結，問各導線之電流如何？

圖. 導線兩端之電壓相同，設 C, C' 爲各線電流之強，則 $E=2C, E=3C'$。

$\therefore 2C=3C'$

$\therefore C:C'=3:2$

卽電流與抵抗爲反比例。

24. 輸道二點間之抵抗爲50逼，其電流爲 2 安。今二點間以抵抗30逼之導線並結之，問此導線電流之強若何？

圖. 設 C 爲50逼導線之電流。

C' 爲30逼導線之電流。

則 $C+C'=2$ ……………………(1)

$50C=30C'$ ……………………(2)

$\therefore C'=\dfrac{5}{4}$安（答）。

25. 有一導線，其兩端之電位差爲 100 弗時，通過之電流爲 2 安。若使電流變爲 1 安，則抵抗當增加幾何？

圖. 電位差相同，則電流之強與抵抗成反比例。今欲使電流減半，故當令抵抗爲前之 2 倍。故應加之抵抗爲

$100\div2=50$ 逼（答）。

26. 長 10 米之導線，其兩端之電位差爲15弗。今此導

線上相距 2 米之兩點間,其電位差如何?但其電流之強爲 0.5 安。

圖. 此導線之抵抗爲 $\frac{15}{0.5}=30$ 渥。

故 2 米長之抵抗爲 $\frac{30}{10}\times2=6$ 渥。

故所求之電位差爲 $0.5\times6=3$ 弗 (答)。

27. 電動力 2 弗之本生電池,其內抵抗爲 0.2 渥。由此所得之電流爲 0.2 安。問導線之外抵抗如何?

圖 設外抵抗爲 R 渥,則

$$0.2=\frac{2}{0.2+R}$$

$\therefore R=9.8$ 渥 (答)。

28. 電動力 1.9 弗之本生電池,其內抵抗爲 0.2 渥。今用抵抗 5 渥之導線連其兩極,問電流之強如何?

圖. 所求電流之強 $=\frac{1.9}{5+0.2}=0.365$ 安 (答)。

29. 達尼爾電池之電動力爲 1 弗,其內抵抗爲 3 渥。問其通過於抵抗極小之電流計時,其電流之強若干?又通過於抵抗 5 渥之銅線時,其電流之强若干?

圖. 電流計之抵抗極小,可略之不計,

故電流之強 $=\frac{1}{3}=0.333$ 安 (答)。

又通過於抵抗 5 渥之銅線時,其電流之強爲

$\frac{1}{3+5}=0.125$ 安 (答)。

30. 電動力 2 弗,內抵抗 0.5 渥之電池,以抵抗 50 渥之導線連其兩極,且其輪道中插入一電流計,其抵抗爲100渥。問電流之強如何?

圖. 設 C 爲電流之強,按渥姆氏定律

$$C=\frac{2}{0.5+50+100}=0.0133\text{ 安 (答)。}$$

31. 外抵抗極大時,則兩極之電位差與電池之電動力其數值相等。試證明之!

圖. 按 $E=C(R+r)$ 式,若 R 極大,則 C 與 r 幾等於 0。故 $E=R$。

32. 有一電池,其電動力爲 1.9 弗,內抵抗爲 0.3 渥。今以導線連結其兩極,欲得 0.58 安之電流。問導線之抵抗當如何?

圖. 設 R 爲所求之抵抗,則

$$0.58=\frac{1.9}{R+0.3}$$

$$\therefore R=3\text{ 渥 (答)。}$$

33. 有一電池,其電動力爲 2 弗,內抵抗爲 0.5 渥,以抵抗 10 渥之導線連之。問因內抵抗而耗損之電動力爲幾何?

圖. 電流之強 $=\frac{2}{10+0.5}=0.19$ 安。

耗損之電動力 $=0.19\times0.5=0.095$ 弗 (答)。

34. 有一乾電池,其電動力爲 1.5 弗,內抵抗爲 3 渥;又

有本生電池,其電動力為1.9弗,內抵抗為0.2渥。今以抵抗20渥之導線將此二電池聯結時,問電流之強為幾何?

圖. $\frac{1.5+1.9}{20+3+0.2}=0.14$安(答)。

35. 有一電池,無論用如何導線連結之,其電流不過0.1安,其電壓為1.5弗。問其內抵抗幾何?

圖. 若用抵抗將近於0之導線,其電流仍為0.1安時,則由下式可求其內抵抗:

$0.1=\frac{1.5}{r}$ $\therefore r=15$渥(答)。

36. 有電動力2弗,內抵抗0.4渥之電池10個,以抵抗50渥之導線聯結時,問其電流之強如何?

又此輪道中插入一抵抗46渥之電流計時,則電流之強若何?

圖. 全抵抗 $=50+0.4\times10=54$ 渥。

全電動力 $=2\times10=20$ 弗。

$\therefore$ 電流之強 $=\frac{20}{54}=0.37$ 安(答)。

又插入電流計後,電流之強為

$\frac{20}{54+46}=\frac{20}{100}=0.2$ 安。

37. 有一縮二鉻酸電池,其電動力為2弗,內抵抗為0.5渥。以抵抗4, 5, 10渥之三種導線合為一束而連結其兩極時,問各線所流之電流幾何?

圖. 設全抵抗爲R,全電流爲C,

則 $\frac{1}{R}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{11}{20}$

$\therefore R=\frac{20}{11}=1.82$ 遲。

$C=\frac{2}{0.5+1.82}=0.86$ 安。

又設C_1, C_2, C_3爲抵抗4, 5, 10遲導線之電流,按遲娒氏定律得下式:——

$4\times C_1=5\times C_2=10\times C_3=R\times C=1.82\times 0.86$。

故 $C_1=1.82\times 0.86\div 4=0.391$ 安。

$C_2=1.82\times 0.86\div 5=0.313$,,。

$C_3=1.82\times 0.86\div 10=0.156$,,。

38. 輪道之一部分係二導線,其抵抗一爲5遲,一爲20遲.問二線之電流各如何?又此部分之全抵抗若干?

圖. 設C_1爲5遲導線之電流,C_2爲20遲導線之電流,

則 $5C_1=20C_2$ $\therefore \frac{C_1}{C_2}=\frac{20}{5}=4$

即5遲導線之電流爲20遲導線電之流之4倍(答)。

又設R爲此二導線之全抵抗,則

$\frac{1}{R}=\frac{1}{5}+\frac{1}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$ $\therefore R=4$ 遲(答)。

39. 有一電池,其電動力2弗,內抵抗0.5遲。其兩極以抵抗2遲與6遲之二導線並結之,問各線電流之強若何?

圖. 外抵抗爲 $1\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)=1.5$ 遲。

故全抵抗爲 $1.5+0.5=2$ 遲。

電流之強$=\frac{2}{2}=1$安。

設C,C'爲各線電流之強,則

$C+C'=1$………………(1)

$2C=6C'$………………(2)

$\therefore C=0.75$安, $C'=0.25$安(答)。

40. 有一輪道,其電流爲30安;但有一部分爲二導線者,其一導線之抵抗爲15渥,電流爲5安。問他導線之抵抗及電流各如何?

圖. 設E爲導線兩端之電位差。

R爲所求之抵抗,

C爲所求之電流。

則$E=C\times R=5\times 15$

但全電流爲30安,故$C=30-5=25$安(答)。

故$25\times R=5\times 15$,

故$R=\frac{5\times 15}{25}=3$渥(答)。

41. 有二導線,其抵抗一爲1渥,一爲99渥,並結之。問各線電流之比如何?

又各線電流對於全電流之比如何?

圖. 電流之強與抵抗成反比例。故兩線電流之比爲99:1,其對於全電流之比爲$\frac{99}{1+99}$與$\frac{1}{100}$,即99:100,1:100。

42. 輪道之抵抗爲r,欲令其通過之電流減爲最初之$\frac{1}{100}$。問並結導線之抵抗如何?

圖. 設r'爲所求之抵抗,今欲使抵抗r之輪道上通過之電流減爲最初之$\frac{1}{100}$,則通過抵抗r'導線之電流必爲

$1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$,故得下式:——

$$\frac{1}{100}:\frac{99}{100}=r':r$$

$$\therefore r'=\frac{r}{100}\div\frac{99}{100}=\frac{r}{99}$$

卽所求導線上之抵抗須爲最初之$\frac{1}{99}$(答)。

43. 欲得強電流當用何種電池?

圖. 內抵抗小而電壓大之電池可也。

44. 有同種電池n個,聯結及並結時,其電動力及內抵抗各如何?

圖. 聯結時,其電動力爲一電池之n倍,
其內抵抗亦爲一電池之n倍。
並結時,其電動力與一電池相等,
其內抵抗爲n分之一。

45. 有相等電池數個,欲使其聯結之電流強於並結時,當如何?(但外抵抗相等。)

圖. 由公式,

聯……………$C=\frac{nE}{R+nr}$

並……………$C'=\frac{nE}{nR+r}$

故欲令$C>C'$時,必須增大R之值。

46. 有一電池,以抵抗0.1渥之導線連結之,其電流爲0.5安。若電動力爲 1 弗,其內抵抗如何?

圖. 設r爲所求之內抵抗,則

$$0.5=\frac{1}{0.1+r}\quad \therefore r=1.9\text{ 渥 (答)。}$$

47. 有內抵抗 5 渥之達尼爾電池10個並結時,其電流之強若何?但外抵抗爲30渥。

圖. 達尼爾電池之電動力爲1.08弗,

由公式, $C=\dfrac{E}{R+\dfrac{r}{n}}$

$$\therefore C=\frac{1.08}{30+\dfrac{5}{10}}=\frac{1.08}{30.5}=0.035\text{ 安 (答)。}$$

48. 有內抵抗 4 渥之達尼爾電池40個,用抵抗 500 渥之導線聯爲一行。問導線上之電流如何?

圖. 設C安爲所求之電流。

全抵抗 $=4\times40+500=660$ 渥。

全電動力 $=1.08\times40=43.2$ 弗。

$$\therefore C=\frac{43.2}{660}=0.065\text{ 安 (答)。}$$

49. 內抵抗小外抵抗大時,若聯結則可得強電流。其理如何?

圖. 按聯結之公式, $C=\dfrac{nE}{R+nr}$。

內抵抗小時,可略而不計。其電流之強爲$C=\dfrac{nE}{R}=\dfrac{E}{R}\times n$。

卽電流之強與電池之數爲正比例。

反之,並結時, $C=\frac{nE}{nR+r}$。若將上式中之 r 略去,則 $C=\frac{nE}{nR}=\frac{E}{R}$。

卽 n 個電池相連所生之結果,與一個電池之結果相同。

50. 有本生電池 5 個,並結之,得 0.5 安之電流,求輸道之全抵抗!

圝. 本生電池之電動力爲 1.9 弗,

故全抵抗 $=\frac{1.9\times5}{0.5}=19$ 渥(答)。

51. 有內抵抗 0.2 渥,電動力 1.8 弗之本生電池 5 個用抵抗 500 渥之導線爲聯結與並結時,其電流之強各若干?

圝. 聯…………$C=\dfrac{1.8}{\frac{500}{5}+0.2}=0.018$ 安(答)。

並…………$C=\dfrac{1.8}{500+\frac{0.2}{5}}=0.0036$ 安(答)。

52. 按前問,若外抵抗爲 4 渥時,問用何法連結之,乃能生強電流?

圝. 聯結時之全抵抗爲 $\frac{4}{5}+0.2=1$ 渥。

並結時之全抵抗爲 $4+\frac{0.2}{5}=4.04$ 渥。

故聯結時,能生強電流。

53 用混合連結法時,如何而後可得最強之電流乎?

圖. 設 n 個電池中,以 p 個爲一聯,以 Q 組爲一列,而混合連結時,

則電流之強爲 $C=\dfrac{nE}{pr+QR}$。

今欲使電流爲最強,則必須使 $pr+QR$ 之値爲最小。

卽 $pr+QR=\sqrt{(pr+QR)^2}=\sqrt{(pr-QR)^2+4pQrR}$

$=\sqrt{(pr-QR)^2+4nrR}$。

上式之 $(pr-QR)^2$, $4nrR$ 均爲正數。

但 $4nrR$ 爲常數。

故欲使上式之値爲最小,則須使

$(pr-QR)^2=0$, 卽 $pr-QR=0$。

卽 $pr=QR$, 故 $R=\dfrac{p}{Q}r$。

卽外抵抗與全內抵抗相等。

但 $pQ=n$, 故 $pr=\dfrac{n}{p}R$,

$\therefore p=\sqrt{n\dfrac{R}{r}}$。

故由上式可得最大電流時 p,Q 之値。

54. 有電動力 2 弗,內抵抗 1.5 渥之電池 12 個,以抵抗 100 渥之導線聯結或並結時,其電流之強若干?又以每 4 個爲一聯,以 3 聯爲列,而爲混合連結時其電流之强若干?

圖. 由公式, $C=\dfrac{E}{\dfrac{R}{n}+\dfrac{r}{m}}$。

聯……………$C_1=\dfrac{2}{\dfrac{100}{12}+1.5}=0.2$ 安 (答)。

並……………$C_2=\dfrac{2}{100+\dfrac{1.5}{12}}$=0.013 安(答)。

混合………$C_3=\dfrac{2}{\dfrac{100}{4}+\dfrac{1.5}{3}}$=0.078 安(答)。

55. 有電動力1.8弗,內抵抗2涇之電池24個,以抵抗10涇之導線連結之,其法先將電池分爲 b 組,每組聯結後,更將各組並結之,其列數爲 a,如此則得最大之電流,求 a, b 之值及電流之強。

解. 由問題53之理, $aR=br$ 時,電流爲最強。故得下式:——

$a\times10=b\times2$……………(1)

$a\times b=24$……………(2)

$\therefore a=\sqrt{4.8}$

然 a 須爲整數,故爲2。

$b=24\div2=12$。

設所求之電流爲 C,

則 $C=\dfrac{24\times1.8}{2\times10+12\times2}=1$ 安。

56. 有內抵抗0.2涇之本生電池4個,以抵抗3涇之導線連結之,欲得最強之電流,其連結法當如何?又其電流之強如何?

解. 設 n 爲每行之電池數,m 爲每列之電池數。

按公式, $C=\dfrac{E}{\dfrac{R}{n}+\dfrac{r}{m}}$。

欲得最大電流,則$\frac{R}{n}+\frac{r}{m}$之值須最小.

故 $\frac{R}{n}=\frac{r}{m}$, $n=m\frac{R}{r}$。

但 $mn=4$, 故 $m=\frac{4}{n}$。

故 $n=\frac{4}{n}\times\frac{3}{0.2}$, $n^2=\frac{4\times3}{0.2}$,

故 $n=\sqrt{\frac{4\times3}{0.2}}=\sqrt{60}=7.8$。

但 m,n 均須爲整數。

若 $n=8$, 則 $m=0.5$,

但 m 之最小値爲 1, 故 $n=4$。

卽將 4 個電池,用聯結法連結之。

又設本生電池之電動力爲 1.8 弗,

電流之強爲 C,

則 $C=\frac{1.8}{\frac{3}{4}+0.2}=2.16$ 安。

57. 試述下列諸名詞之定義:(1)電,(2)電流,(3)抵抗.

圖。 (1) 電者,生帶電現象之原因也。

(2) 因二點間之電位差所生之電之流動,日電流。陽電流動之方向爲電流之方向。

(3) 抵抗者,物體因電壓對於電之移動所生之抵抗也。與導線之長爲正比,與其切面積爲反比。

58. 銅,鐵,水,空氣四物質,對於下列各項之次序如何?試按其大小排列之!

1. 比重。 2. 傳熱。 3. 膨脹率。 4. 其形狀相同時之電

抵抗。

圖. 1. 銅,鐵,水,空氣。

2. 銅,鐵,水,空氣。

3. 空氣,水,銅,鐵。

4. 空氣,水,鐵,銅。

59. 有切面積一平方粍,長 1 米之銅線,其電抵抗爲 0.0159 渥。又有與此同質之銅線,其切面積爲 25 平方粍,長爲 100 米,問其抵抗如何?

圖. 設所求之抵抗爲 R。

則 $R=0.0159\times\frac{1}{25}\times\frac{100}{1}=0.0636$ 渥 (答)。

60. 攝氏表 0° 時,直徑 0.05 吋,長 1000 呎之銅線,其電抵抗爲 4 渥。問攝氏表 50° 時,直徑 0.2 吋,長 5000 呎之銅線,其抵抗幾何?(攝氏表上昇 1 度,則銅線之電抵抗增加其 0° 時抵抗之 $\frac{4}{1000}$。)

圖. 導線之抵抗與其長爲正比例,與其半徑自乘積爲反比例。

設 R 爲所求之抵抗,則

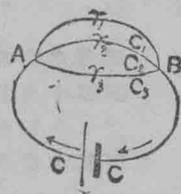
$R=4\times\left(\frac{0.05}{0.2}\right)^2\times\frac{5000}{1000}\times\left(1+\frac{4}{1000}\times50\right)=1.5$ 渥 (答)。

61. 有並結之多數導線,其全抵抗之倒數,等於其各線抵抗之倒數之和。試證明之!

圖. 設 E 爲導線兩端之電位差。

其抵抗爲 r_1, r_2, r_3。

其電流爲 C_1, C_2, C_3。



則 $C_1=\frac{E}{r_1},\ C_2=\frac{E}{r_2},\ C_3=\frac{E}{r_3}$。

設 AB 間之全抵抗爲 R,全電流爲 C,

則 $C=\frac{E}{R}$。

但 $C=C_1+C_2+C_3+\cdots\cdots\cdots$

$=\frac{E}{r_1}+\frac{E}{r_2}+\frac{E}{r_3}+\cdots\cdots$

$\therefore \frac{1}{R}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\cdots\cdots\cdots$。

62. 由抵抗 5,與 25 渥之二導線並結而成一電路,若其全電流爲 20 安時,問各線電流之強若干?

圖. 設 C_1 爲抵抗 5 渥導線之電流。

C_2 爲他導線之電流。

則 $C_1+C_2=20\cdots\cdots\cdots(1)$

$C_1:C_2=25:5\cdots\cdots\cdots(2)$

故 $C_1=16\frac{2}{3}$ 安, $C_2=3\frac{1}{3}$ 安 (答)。

63. 下圖爲電路之一部。BRC 之抵抗爲 BGC 抵抗之 $\frac{1}{9}$。但按電流計 G 而知 BGC 之電流爲 0.1 安。問 AB 線電流之強幾何?

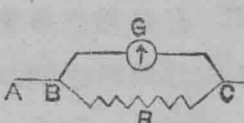


圖. 設 C 爲所求電流之強,

C' 爲 BRC 線上電流之強。

則 $0.1:C'=\frac{1}{9}:1$,

故 $C'=0.9$,

故 $C=C'+0.1=0.9+0.1=1$ 安(答)。

64. 有多數電池,其內抵抗較外抵抗甚小。問當用何法連結之,則得最強之電流?

圖。按混合連結法之公式,

$$C=\frac{E}{\frac{R}{n}+\frac{r}{m}}。$$

r 較 R 為極小,故略之,

即 $C=\frac{E}{\frac{R}{n}}=n\times\frac{E}{R}$。

即全電流之強為一電池之 n 倍,其連結法為聯結。

65. 有電動力 1.07 弗,內抵抗 2 渥之達尼爾電池四個,用聯結法連結之,所生之電流為0.2 安。問導線之抵抗如何?

圖。設 R 為導線之抵抗,則

$0.2=\frac{1.07\times4}{R+2\times4}$,

$\therefore R=13.4$ 渥(答)。

66. 電動力1.5 弗,內抵抗 0.5 渥之電池三個,以抵抗 10 渥之導線聯結之,問通於輪道上電流之強若何?

圖。設 C 為所求電流之強,則

$$C=\frac{1.5}{\frac{10}{3}+0.5}=0.39\text{ 安 (答)。}$$

67. 16燭光之白熱燈,其電動力爲100弗,通過之電流爲0.5安。問炭絲之抵抗幾何?

圖. 解見前。

68. 有電動力1.05弗,內抵抗0.1渥之電池5個,以抵抗10渥之導線並結之,問導線之電流强及其兩端之電位差各如何?

圖. 並結時電位差與電池數無關,而與一電池之電動力相等,卽1.05弗也。

又設C爲所求之電流,則按並結之公式,

$$C=\frac{E}{R+\frac{r}{n}}=\frac{1.05}{10+\frac{0.1}{5}}=0.105\text{ 安 (答)。}$$

69. 有一電池,其電動力爲2弗,內抵抗爲1渥,用抵抗1, 3, 5渥之三導線並列而連其兩極。問其電路之全電流若干?

圖. 導線之全抵抗$=1\div\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{15}{23}$渥。

$$\text{全電流}=\frac{2}{\frac{15}{23}+1}=\frac{23}{19}\text{ 安 (答)。}$$

70. 有內抵抗r渥之電池n個,分爲m組,每組並結後,更將各組爲聯結。問其全內抵抗幾何?

圖. 若 n 個電池並結時,其全內抵抗為 $\frac{r}{n}$ 渥。但 m 組用聯結法,故

其全內抵抗為 $\frac{r}{n}$ 之 m 倍。即 $m\times\frac{r}{n}=\frac{mr}{n}$ 渥(答)。

71. 有一電燈,其炭絲兩端之電位差為 100 弗,若其電流之強為 0.5 安時,卽完全發光。今將此電燈置於電位差 150 弗之二點間,問加以若干渥之抵抗,始能令此電燈完全發光?

圖. 設 R 為此電燈之抵抗,則

$$0.5=\frac{100}{R}\quad\therefore R=200\text{ 渥。}$$

若將此燈插入於電位差為 150 弗之二點間,使其通過之電流仍為 0.5 安,則電燈之外更須加 R' 渥之抵抗於電路。

故 $0.5=\dfrac{150}{200+R'}$

$\therefore$ $R'=100$ 渥(答)。

72. 有16燭光之炭絲電燈,其兩端所加之電壓為100弗,電流為0.5安。問此電燈之電抵抗幾何?又此電燈所需之功率為若干華(Watts)?

圖. 抵抗 $=\frac{100}{0.5}=200$ 渥(答)。

功率 $=100\times0.5=50$ 華(答)。

73. 內抵抗 2 渥,電動力 1.8 弗之本生電池 3 個,以抵抗 50 渥之導線聯結之,問電流之強幾何?

解。電流之強$=\dfrac{1.8}{\dfrac{50}{3}+2}=0.098$安(答)。

74. 電池之電位差 1.82 弗,其內抵抗 0.03 渥,外抵抗 1.27 渥。問電流之強若何?

解。電流之強$=\dfrac{1.82}{1.27+0.03}=1.4$安(答)。

75. 有電池,其電動力爲 1.5 弗,輪道之抵抗爲 120 渥。問電流之强如何?

解。所求之電流$=\dfrac{1.5}{120}=0.0125$安(答)。

76. 導線之外抵抗爲 16 渥,其電流爲 0.5 安。倘電池之電動力爲 1.8 弗,內抵抗爲 1.6 渥時,問當用電池若干?

解。按題意導線兩端之電位差爲 $16\times0.5=8$ 弗。
因其大於一電池之電動力,故不得不用聯結法。今設 n 爲所用之電池數,
則 $0.5=\dfrac{1.8}{\dfrac{16}{n}+1.6}$, $\therefore n=8$(答)。

77. 電燈之抵抗爲 350 渥,電流爲 0.8 安。問電位差若干?

解。電位差$=350\times0.8=280$弗(答)。

78. 有電動力 1.08 弗,內抵抗 3 渥之達尼爾電池 6 個,用外抵抗 1 渥之導線連結之,試計算聯結與並結之

電流各幾何?並用何法連結時,其電池之能先行耗費?

圖. 聯…………… $C=\dfrac{1.08\times6}{1+3\times6}=0.34$ 安。

並…………… $C=\dfrac{1.08\times6}{1\times6+3}=0.72$ 安。

電池之能由電壓及電流之強測之。

故聯結時…$1.08\times6\times0.34=2.2$

並結時…$1.08\times0.72=0.78$

故並結時,電池能消耗較速。

79. 外部導線之抵抗爲10渥,將相等之二電池聯結之,所生之電流爲 $\frac{1}{4}$ 安。並結之,所生之電流爲 $\frac{1}{7}$ 安。求此電池一個之內抵抗及電動力!

圖. 設 r 爲所求之內抵抗,E 爲所求之電動力,

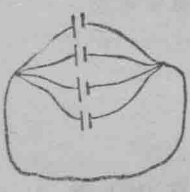
則 $\dfrac{E}{\dfrac{10}{2}+r}=\dfrac{1}{4}$ ……………(1)

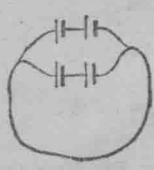
$\dfrac{E}{10+\dfrac{r}{2}}=\dfrac{1}{7}$ ……………(2)

將(1),(2)式解之,則得 $E=1.5$ 弗,$r=1$ 渥。

80. 試舉電池連結法之種類,並圖解之,而述其用途!

A. *B.* *C.*





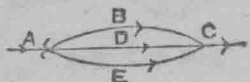


圖. (1) 聯結法………一電池之陰極與次電池之陽極,順次連結之方法也。外抵抗甚大時欲得強電流即用此法(圖A)。

(2) 並結法………各電池之陽極與陽極相連,陰極與陰極相連之法也。內抵抗甚大時欲得強電流即用此法(圖B)。

(3) 混合連結法………即將聯結之數電池,再爲並結之法也。電池之外抵抗與內抵抗之比等於聯結電池之數與並結電池之數時,則得最大電流(圖C)。

81. (a) 導線之連絡如圖 C 所示,AC 間之電動力爲 100 弗,其抵抗 ABC 線爲 17 渥,ADC 線爲 23 渥,AEC 線爲 33 渥。問通過於此三導線及本線之電流各如何?

(b) 又電動力 1.2 弗之電池,其兩極以抵抗 1 渥之導線連結之,則得 1 安之電流。若以抵抗 0.8 渥連結之,問得電流幾何?

圖. a. 按渥氏定律:——

$$ABC\text{之電流}=\frac{100}{17}=5.88\text{安。}$$

$$ADC\text{之電流}=\frac{100}{23}=4.34\text{安。}$$

$$AEC\text{之電流}=\frac{100}{33}=3.03\text{安。}$$

故本線之電流 $=5.88+4.34+3.03=13.25$ 安。

b. 設 r 爲電池之內抵抗,則

$$\frac{1.2}{1+r}=1 \quad \therefore r=0.2\text{渥。}$$

故所求之電流 $=\dfrac{1.2}{0.8+0.2}=1.2$ 安。

82. 有 L 及 L' 之電燈二個,L 之抵抗爲 200 渥,L' 之

抵抗爲 100 渥,如圖所示,並結之,更與電池之兩極連結後,則通過 L 之電流爲 $\frac{1}{2}$ 安。問通過於導線 AB 或 CD 之電流若干?並電池之電動力若干?(導線之抗抵與電池之內抵抗均略之。)

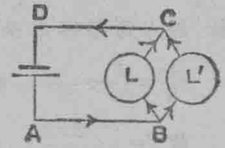


圖. 設 C 爲通過 L' 之電流,則 $C=\dfrac{200\times\frac{1}{2}}{100}=1$ 安。

故 BC 間之全電流卽 AB 部之電流,爲

$1+\dfrac{1}{2}=1.5$ 安(答)。

又設 R 爲 BC 間之全抵抗亦卽輪道 $ABCD$ 之全抵抗,則

$\dfrac{1}{R}=\dfrac{1}{200}+\dfrac{1}{100}$。

故 $R=66.7$ 渥。

設 E 爲電池之電動力,則

$E=1.5\times66.7=100$ 弗(答)。

83. 輪道之一部分爲抵抗20渥與100渥之二導線,其全電流爲0.6安。問各導線通過之電流幾何?

圖. 設 C_1 爲20渥導線上之電流。

C_2 爲他線上之電流。

則 $C_1+C_2=0.6$ ……………………(1)。

$20C_1=100C_2$ ……………………(2)。

故 $C_1=0.5$ 安(答)。

$C_2=0.1$ 安(答)。

84. 將抵抗60渥與20渥之二種導線並列之,以電動

力2弗內抵抗0.5滙之電池二個按聯結法,繫於其兩端。問通過輪道之電流幾何?

解. 設R爲導線之全抵抗,C爲電流之強,則

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{60}+\frac{1}{20},\quad \text{故 } R=15。$$

$$\text{故 } C=\frac{2\times2}{15+2\times0.5}=0.25 \text{ 安 (答)。}$$

85. 將內抵抗相等,電動力1.2弗之電池6個並結之,其輪道爲抵抗2.4滙之銅線,所得之電流爲0.4安。今將此電池每三個聯結之,復用與前相同之導線,將此二組並結之。問可得幾安之電流?

解. 設r爲電池之內抵抗,則

$$0.4=\frac{1.2}{2.4+\frac{r}{6}},$$

$$\therefore r=3.6 \text{ 滙。}$$

設C爲所求電流之強,則

$$C=\frac{1.2}{\frac{2.4}{3}+\frac{3.6}{2}}=0.46 \text{ 安 (答)。}$$

86. 如甲圖,用抵抗50滙之導線,將抵抗5滙之電流計連結於電池時,則電流計之指針所示者爲0.3安。又如乙圖所示,用抵抗1滙之導線Q連結電池之兩極時,問電流計之指針所示者當爲若干安?

（電池之內抵抗略之。）

解。 按甲圖電池之電動力爲

$0.3\times(50+5)=16.5$ 弗。

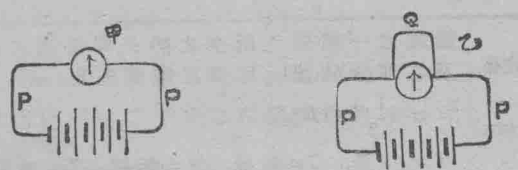
又乙圖電流計與導線 Q 係並結，

故其全抵抗爲 $\dfrac{1}{\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{5}}=\dfrac{5}{6}$ 渥。

故乙之電流 $=\dfrac{16.5}{50+\dfrac{5}{6}}=0.324$ 安。

故乙之電流計之電流，爲

$0.324\times\dfrac{5}{1+5}=0.324\times\dfrac{5}{6}=0.27$ 安（答）。



87. 問何謂惠斯頓氏橋 (Wheatstone's bridge)，試說明之！

解。 將抵抗 r_1, r_2, r_3, r_4 之四導線連結如下圖，更用導線將電池 E 連結於 AC 間，將電流計 G 連結於 BD 間，所以測導線之抵抗。今述其作用如下：——

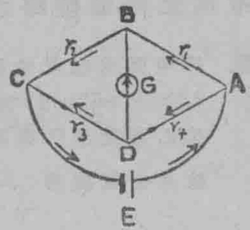
設 A, B, C, D 各點上之電位爲 a, b, c, d，若 BD 間無電流時，則得下式：——

$b=d$ ……………………(1)。

且此時 A,B,C 各點間電流之強皆相等，故

$$\frac{a-b}{r_1}=\frac{b-c}{r_2}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)。$$

同理　$$\frac{a-d}{r_4}=\frac{d-c}{r_3}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)。$$



解上之(1), (2), (3)式時,卽得下式:——

$$\frac{r_1}{r_4}=\frac{r_2}{r_3}$$

今r_1與r_3爲一定之抵抗,將欲測其抵抗之導線連於r_4之位置,r_2之値可任意變換,BD間無電流時,若r_2之値旣定,則按上式可求得r_4之値矣。

5. 電流與熱

朱爾氏定律 (Joule's law)	輸道之一部分上所生之熱量,與電流之平方及其部分的抵抗相乘之積爲正比。 $H=\frac{1}{4.2}C^2RT$ 加。 $H=$熱量, $C=$電流, $R=$抵抗, $T=$時間。

1. 求華(Watt)與馬力之比!

解. 1華$=10^7$爾秒。

1馬力$=33000$呎磅分。

1呎$=30.48$ cm.。

1磅$=453.6$克$=453.6\times980$達。

$\therefore$ 1馬力$=(33000\times30.48)\times(453.6\times980)$爾分

$=(33000\times30.48)\times(453.6\times980)\times\frac{1}{60}$爾秒

$=745\times10^7$爾秒。

$\therefore$ 1馬力$=745$華(答)。

2. 電力之量每小時1聹 (Kilowatt), 與幾爾相當?又與幾加相當?

圞. 1聹 $=10^7$ 爾秒。

1聹每時 $=10^7\times1000\times60\times60$ 爾

$=36\times10^{12}$ 爾

$=36\times10^{12}\div(4.2\times10^7)$ 加

$=8.6\times10^5$ 加。

3. 16燭光每秒所發散之光能爲 1.9×10^6 爾。今有16燭光之炭絲電燈,其所要之電能爲50華。問此中之幾分曾變爲光能乎?

圞. 50華 $=50\times10^7$ 爾秒。

$$\therefore\ \frac{1.9\times10^6}{50\times10^7}=0.004。$$

即電力50華中之千分之四變爲光能(答)。

4. 電流強時,其導線須用粗者何理?

圞. 電流強時,其發熱量大,若導線甚細,則易於燒斷,且與導線相接之物有燒壞之虞。故須用粗導線也。

5. 設導線之直徑,爲其原來直徑之 $\frac{1}{5}$ 時,通以同一電流,則其溫度上昇之差異若何?

圞. 發熱量與導線之抵抗爲正比。而抵抗與導線之切面積爲反比。且切面積與直徑之自乘爲正比。故直徑爲原直徑之 $\frac{1}{5}$ 時,其切面積必爲原切面積之 $\frac{1}{25}$。因而抵抗卽爲原抵抗之25倍。

但其質量為原質量之 $\frac{1}{25}$，故若熱量相同，則其熱量之上昇度數必為其原質量時上昇度數之25倍。故對於同一之電流，細導線之溫度上昇，即為原導線之 $25\times25=625$ 倍。

6. 令二鐵棒互相接觸，而通以強電流，則熔合為一體。試說明其理！

圖. 鐵棒之接觸部分頗小，恰如一細鐵線。然因電流通過，則其部分發強熱，故熔合為一體。

7. 將同粗之銅鐵二線相連，而通以電流。則鐵線熾紅，而銅線則否。其理如何？

圖. 銅之比熱為0.094，比重為8.9。鐵之比熱為0.11，比重為7.8。故同粗同長之銅鐵二線，使其上昇同一溫度時，其所需熱量之比為 $8.9\times0.094:7.8\times0.11=84:86$。
上二數所差甚微，可視為相等。
但鐵線與銅線之抵抗之比為
$0.097:0.016=6:1$。
即鐵線之抵抗為銅線之6倍，故其受熱太強則紅熾也。

8. 抵抗 150 渥之導線，其電流為0.8安。問 2 秒內所生熱量幾何？

圖. $0.24\times0.8^2\times150\times2=46.08$ 加 (答)。

9. 電動力為 110 弗，電流之強為0.5安。問10分鐘內，所生熱量幾何？

圖. 此電流之能 $=0.5\times110$ 華。

$$=0.5\times110\times10^7\text{ 爾秒。}$$

但 1 加 $=4.2\times10^7$ 爾,

故每秒所生熱量爲

$$\frac{0.5\times110\times10^7}{4.2\times10^7}\text{加。}$$

10 分 $=10\times60=600$ 秒,

故 10 分鐘內所生之熱量爲

$$\frac{0.5\times110\times10^7}{4.2\times10^7}\times600=7857\text{ 加 (答)。}$$

10 將抵抗 10 渥之白金線置於 200 克之水中,通以 5 安之電流,經 2 分鐘後,問水之溫度上昇若干?

圖. 發生之熱量爲 $0.24\times5^2\times10\times60\times2=7200$ 加。

故溫度上昇之度數爲 $7200\div200=36$ 度 (答)。

11. 長與粗相等之銀鐵二線,連接之後,通以電流。問各線所起熱量之比如何?又其溫度上昇之比如何?

圖. 其所生熱量之比等於抵抗之比。

0.015:0.097, 卽 15:97 (答)。

又銀之比熱爲 0.056, 比重爲 10.3,

鐵之比熱爲 0.11, 比重爲 7.8,

故其溫度上昇之比爲

$$\frac{15}{0.056\times10.3}:\frac{97}{0.11\times7.8}=2:9\text{ (答)。}$$

12. 抵抗 300 渥之白熱電燈,其電壓爲 100 弗。問一小時所生之熱量幾何?

圖. $H=$ 熱量, $R=$ 抵抗, $V=$ 電壓。

$C=$ 電流, $t=$ 時間。則得下式·——

$$H=\frac{1}{4.2}RC^2t=\frac{1}{4.2}\times\frac{V^2}{R}t\quad(因C=\frac{V}{R})$$

$$=\frac{1}{4.2}\times\frac{110^2}{300}\times60\times60=5762\text{ 加 (答)。}$$

13. 有一導線,在 1 秒內通過 15 安之電流時,所生之熱爲1000 加。問此導線之抵抗如何?

(但抵抗21 渥之導線上通以 1 安之電流時,每秒生 5 加之熱量。)

解. 設所求之抵抗爲 R,因熱量與抵抗爲正比,亦與電流之自乘爲正比。故得下式:——

$$5\times\frac{R}{21}\times\frac{15^2}{1^2}=1000。$$

$$\therefore R=\frac{1000\times21}{5\times15^2}=18.7\text{ 渥 (答)。}$$

14. 炭絲之電球,用之漸久則光漸減。其理若何?

解. 電流之發光能與 C^2R 成正比。而電球內之炭絲用之漸久,則炭漸次飛散,不但令球內不潔,且絲細而抵抗增加,故電流之強度漸減,而 C^2R 之值漸小也。

15. 16燭光之電燈 150000 個,問所需之電量如何?

解. 16燭光之電燈 1 個,其電壓爲100弗,電流爲0.5安,故所需之電量爲 100×0.5=50 華。

故 150000 個所需之電量爲

50×150000=7500000 華

=7500 軒 (答)。

16. 用 500 馬力運轉一發電機,問所得電可供若干16燭光電燈之用。

圖. 按前問,一個電燈所需之電爲50華。

又一馬力爲746華。

故500馬力 $=746\times500=373000$ 華。

故所求之電燈數爲

$373000\div50=7460$ 個(答)。

17. 16燭光之電燈所需之電壓爲110弗,電流爲0.5安。問10燭光之電燈所需之電力爲幾華?

圖. 16燭光所需之電力爲 $110\times0.5=55$ 華。

故10燭光所需之電力爲 $55\times\frac{10}{16}=34.4$ 華(答)。

18. 有16燭光之炭絲電燈,可用千小時,

(1) 問通過電之總量幾何?

(2) 問所用之電力幾何?

(3) 問所生之總熱量幾何?

圖. 16燭光所需之電壓爲100弗,電流爲0.5安。

$$\text{故}\left.\begin{array}{ll}(1)\ \text{電之總量} & =0.5\times60\times60\times1000=1800000\ \text{庫。}\\ (2)\ \text{電力} & =0.5\times100\times1000=50000\ \text{華時。}\\ (3)\ \text{總熱量} & =0.24\times0.5\times100\times60\times60\times1000=43200000\ \text{加。}\end{array}\right\}\text{(答)}$$

19. 有一電燈,其炭絲兩端之電位差爲100弗,若通以0.5安之電流,即完全發光。今導線二點間之電位差爲150弗,將此電燈連於其間時,問再加幾渥之抵抗,即能完全發光?

解. 此炭絲之抵抗爲 $\frac{100}{0.5}=200$ 渥。

又設 C 爲電位差 100 弗導線之電流,則得下式:——

$0.5\times100=C\times150$。

$\therefore C=\frac{1}{3}$。

故抵抗爲 $150\div\frac{1}{3}=450$ 渥。

故所求之抵抗爲 $450-200=250$ 渥 (答)。

20. 有一探海燈,其所需之電壓爲47弗,電流爲50安。問其所需之功率若干?

解. $47\times50=2350$ 華 (答)。

21. 有24燭光之鎢絲電燈,與10燭光之炭絲電燈。問何者所需之電力爲多?

(但鎢絲電燈一燭光所需之電力爲1.3華。)

解. 按問題17, 10燭光所需之電力爲34.4華;而24燭光之鎢絲電燈,所需之電力爲 $1.3\times24=31.2$ 華。

故 $34.4>31.2$ (答)。

22. 某電燈公司所定價目:電力1鞆時,價1角8分。若用10燭光之電燈4個,每夜點5小時,問一月之電燈價若干?

(電壓爲100弗,電流爲0.35安。)

解. 一個電燈所需之電力爲 $0.35\times100=35$ 華,

故一月所用之電量爲

$35\times4\times5\times30=21000$ 華時。

然 1 瓩時 $=1000$ 華時,

故所求之價爲 $0.18\times\frac{21000}{1000}=3.78$ 圓(答)。

23. 當鎢絲電燈之電壓爲 100 弗,若通以 0.644 安之電流,則可得 68 燭光.問 1 燭光所要之電力爲若干華?又此電燈之抵抗如何?

圖. 一燭光所要之電力爲

$100\times0.644\div68=0.947$ 華(答)。

此電燈之抵抗爲 $\frac{100}{0.644}=155.2$ 渥(答)。

24. 抵抗 100 渥之導線,通以 0.5 安之電流。問一分鐘所生熱量幾何?

(但抵抗 1 渥,電流 1 安,1 秒鐘所生之熱量爲 0.24 加。)

圖. 設所求之熱量爲 H,

則 $H=0.24\times RC^2t=0.24\times100\times0.5^2\times60=360$ 加(答)。

25. 有等長之二銅線,其切面之直徑甲爲乙之 3 倍,通過甲線之電流爲乙之 5 倍。問一秒鐘內,甲乙所生熱量之比爲何?

圖. 甲乙二線,其切面積之比爲 $3^2:1^2$,

故其抵抗之比爲 $1^2:3^2$。

又所生熱量與抵抗爲正比,又與電流之自乘爲正比,故其熱量之比爲

$1^2\times5^2:3^2\times1^2=25:9$ (答)。

26. 有同長同粗之鐵銅二線,通以電流,問聯結與並結時,二者所生之熱孰多?

圖. 1. 聯結時…………鐵之抵抗爲銅之6倍,
故其所生熱量亦爲銅之6倍。
2. 並結時…………設鐵線之電流爲1,則
銅線之電流爲6,故熱量之比爲
$1^2\times6=6^2\times1=1:6$。

27. 置抵抗16.8渥之導線於50克之水中,而通以電流,經1分半鐘,水之溫度上昇攝氏5度。問電流之強幾何?

(但熱之功當量1加與4.2×10^7爾相當。)

圖. 電流所生熱量$=50\times5$加。
設C爲所求之電流強度,
則$50\times5=\dfrac{1}{4.2}\times C^2\times16.8\times90$,
$\therefore C=\dfrac{5}{6}$安(答)。

28. 電位差爲100弗,電流之强度爲0.5安。問一分鐘內發生熱量若干?

圖. 1弗之電壓,1安之電流,每秒所生之熱量爲0.24加。
故所求之熱量$=0.24\times100\times0.5\times60=720$加(答)。

29. 抵抗10渥之導線,通以0.5安之電流;抵抗2渥之導線,通以1.2安之電流。問同時二線所生之熱量孰大?其

比如何?

圖。因電流所生之熱量與電流強度之自乘及抵抗相正比,故所求之比爲 $0.5^2\times10:1.2^2\times2=2.5:2.88$。

故抵抗2渥之導線所生熱量較多。

30. 通適當之電流於電燈,則燈球內之炭絲即熱至極度而發光。但導線反不甚熱,其故何也?

圖。普通用銅線作導線,且較粗於炭絲。故其抵抗較炭絲爲小,其發熱量亦少。

31. 16燭光之電燈所要之電流爲0.5安。今設炭絲之抵抗爲200渥,問其電動力幾何?

又將此電燈置於250克之水中,其所發之熱若盡傳於水,問10分鐘內水之溫度上昇若干?

圖。所求之電動力 $=0.5\times200=100$ 弗(答)。

又10分鐘內所生熱量爲

$0.24\times0.5\times100\times60\times10=7200$ 加,

故所求之溫度 $=7200\div250=28.8$ 度(答)。

32. 有一電燈球,其適當之電壓爲50弗。今用100弗之電壓,其結果如何?

圖。電燈之抵抗爲一定,故電壓大則電流之強度增加,將燈球內之炭絲燒斷。

33. 同質同長之甲乙二導線,甲之直徑爲1粍,乙之直徑爲0.5粍。若將此二線聯結之,而通以電流,問甲線之

溫度上昇 1 度時,乙線之溫度上昇若干?
(但假設導線之抵抗不因溫度而變更。)

圖. 乙線之切面爲甲線之 $\frac{1}{4}$, 故其抵抗爲甲線之 4 倍, 其所生熱量亦卽爲甲線之 4 倍。又其質量爲甲線之 $\frac{1}{4}$, 故其溫度上昇爲 $4\times4=16$ 度。

34. 10燭光之炭絲電燈其所要之電壓爲 100 弗,電流爲0.3安。每夜點12小時,每月之電燈價爲9角。今欲購此電流作動力,則其價爲電燈之半,有 5 𣂈之電動機,每日運轉14小時,問一月之價幾何?

圖. 電燈一月所要之電力爲

$\frac{100\times0.3}{1000}\times12\times30$ 𣂈時。

若將此電力供電動機之用,則其價爲 4 角 5 分,又電動機一月間所用之電力爲

$5\times14\times30$ 𣂈時。

故所求之價爲

$5\times14\times30\times\frac{1000}{100\times0.3\times12\times30}\times0.45=0.875$ 圓 (答)。

35. 將長粗相等之銅鐵二線聯結之,而連於電池之兩極作爲導線,通以電流。問各線電流之强有差異否?又在同時間內,各線所生熱量之比如何?(鐵之抵抗爲銅之 6 倍。)

圖. 輪道內電流之強度無論何點皆相等。若導線各部強弱不同

時,則電流卽蓄積於其較强之部分。

又所生之熱量與電流强度之自乘及抵抗爲正比例。但電流之强度相等,故鐵線所生之熱量爲銅線之 6 倍。

36. 將抵抗 5 渥之導線沉於 250 克之水中,而通以 1.4 安之電流。問經 30 分鐘,水之溫度上昇幾度?

(但抵抗 1 渥之導線,通以 1 安之電流,1 秒間所生熱量爲 0.24 加。)

圖. 按朱爾氏定律,所生之熱量爲

$0.24\times5\times(1.4)^2\times30\times60=4233.6$ 加。

故所求之度數爲 $4233.6\div250=16.9$ 度 (答)。

37. 16 燭光之炭絲電燈,其電位差爲 100 弗,電流爲 0.56 安。問所要之功率幾何?又炭絲之抵抗幾何?

圖. 所求之功率 $=100\times0.56=56$ 華 (答)。

又抵抗 $=\dfrac{100}{0.56}=178.6$ 渥 (答)。

38. 某電燈公司定價 1 瓩時之價爲 1 角 8 分;今有 16 燭光之電燈 2 個,與 10 燭光之電燈 3 個,每夜點 5 小時,問一月之價幾何?

(電壓爲 100 弗,電流之强度 1 燭光爲 0.03 安。)

圖. 1 燭光所要之電量爲 $0.03\times100=3$ 華秒。

故一夜所用之電量爲

$$\frac{3\times16\times2+3\times10\times3}{1000}\times5=0.93 \text{ 瓩時。}$$

故30日之價為
0.93×30×0.18=5.022 圓(答)。

39. 電燈之炭絲其兩端之電位差為110弗,其所要之電流為0.5安。求此炭絲之抵抗!

圖. 所求之抵抗為 $\frac{110}{0.5}$ =220 渥(答)。

6. 電 解

法拉第定律 (Faraday's law)	由電流所分解之離子(Ion)之量與通過於電解質之電之總量成比例。 由同一電量所分解之離子量與離子之化學當量成比例。

1. 硝酸銀溶液內通以0.5安之電流,經一小時後,問銀之析出量若干?

圖. 1安之電流1秒間通過之電量為1庫,故0.5安之電流1小時通過之電量為0.5×60×60=1800庫。
故析出之銀為0.001118×1800=2.0124克(答)。

2. 用5安之電流,1小時所析出之銅幾何?(1安之電流每秒析出銅0.000327克。)

圖. 0.000327×5×60×60=5.886克(答)。

3. 置2寸見方之銅板於硫酸銅液中,通以10安之電流。問5小時內析出之銅若干?使析出之銅附着於銅

板上,則銅板之厚增加幾何?

圖. 用1安之電流,每秒析出之銅為0.000327克。
故用10安之電流5小時內析出之銅為
$0.000327\times10\times60\times60\times5=58.86$ 克。
又銅1 c.c. 之重量為8.9克。
故析出之銅之體積為
$58.86\div8.9=6.61$ c.c.。
2寸見方之板即 $(20\div3.3)$ cm. 見方之板。
假設析出之銅附着於銅板之兩面,則其厚之增加為
$6.61\div(20\div3.3)^2=0.18$ cm. (答)。

4. 硫酸鋅及硫酸銅中以同一之電流電解,問其所析出各離子之重量比例如何?

圖. 由同一之電量所析出離子之量,與其元素之當量為正比例。
銅之原子量63.5,原子價2。鋅之原子量65,原子價2。
故 $\frac{63.5}{2}:\frac{65}{2}=1:1.236$ (答)。

5. 有10 cm. 平方之金屬板,用3安之電流鍍銀於其上,問1小時內所鍍之銀厚若干?

圖. 用3安之電流,1小時內析出之銀為
$0.001118\times3\times60\times60=12.0744$ 克。
銀之比重為10.3,
故其體積為 $12.0744\div10.3=1.172$ c.c.。
板之面積為 $10^2\times2$ 平方糎,
故所求之厚為 $1.172\div(10^2\times2)=0.0058$ cm. (答)。

6. 將硝酸銀 ($AgNO_3$),氫氧化鈉 ($NaOH$),二氯化銅

($CuCl_2$) 各溶液置於一輪道中。其各陰極析出物之重量比例如何?

解. 電解生成物與元素之化學當量成正比例。

故 $Ag : H : \frac{Cu}{2}$, 即 108:1:32 (答)。

7. 用 2 安之電流電解水 (H_2O) 時,問一小時內所析出之氧及氫各幾何?又溫度 27 度,氣壓 750 粍時,其體積各如何?

解. 用 2 安之電流, 1 秒內所析出之銀為 $0.001118\times2=0.002236$ 克。

銀之當量為 108, 氫之當量為 1, 故 1 小時內所析出之氫為

$\frac{0.002236}{108}\times60\times60=0.07453$ 克。

故氧之量為 $0.07453\times8=0.59624$ 克。

又氫 0.09 克在標準狀況其體積為 1 竏,

故 0.07453 克之體積為

$0.07453\div0.09=0.828$ 竏。

27°,750 粍時,其體積為

$0.828\times\frac{760}{750}\times\frac{273+27}{273}=0.922$ 竏 (答)。

氧之體積為氫之 $\frac{1}{2}$ (答)。

8. 將稀硫酸與硫酸銅溶液連於一輪道中,而通以電流。問在同時間內所生之氫,氧,銅之重量比例如何?

解. 析出物之重量比與其化學當量成正比例。

故氫,氧,銅之比為 $H : \frac{O}{2} : \frac{Cu}{2}=1:8:32$ (答)。

9. 電解硫酸鈉時,則發生氫與氧。而兩極之周圍一成酸性一成鹽基性何故?

圖. 電解硫酸鈉時:$NaSO_4 \leftrightarrows 2Na^{\cdot}+SO_4''$。
所生之鈉由陰極析出後,卽與水相作用而生氫($2Na+2H_2O=2NaOH+H_2$)。
其極之周圍卽因氫氧化鈉而呈鹽基性。SO_4''在陽極析出後,亦與水相作用而成硫酸,放出氧[$2(SO_4)+2H_2O=2H_2SO_4+O_2$]。
陽極之周圍卽以硫酸而呈酸性。

10. 用白金極電解硫酸銅與炭酸鉀時,其結果各如何?

圖. (1) 硫酸銅在水溶液中電離如下:——
$CuSO_4 \leftrightarrows Cu^{\cdot\cdot}+SO_4''$。
$Cu^{\cdot\cdot}$向陰極移動失其所帶之電而成銅。
SO_4''向陽極移動失其所帶之電而成SO_4後,
卽與水作用而發生氧。
(2) 炭酸鉀在水溶液中電離如下:——
$K_2CO_3 \leftrightarrows 2K^{\cdot}+CO_3''$。
因電流而起下之變化:——
$2K+2H_2O=2KOH+H_2$,
$2CO_3+2H_2O=2H_2CO_3+O_2$,
卽在陰極發生氫,在陽極發生氧。

11. 問通電流於鹽水中時,則生如何之現象?

圖. 鹽在水中電離如下:——
$NaCl \leftrightarrows Na^{\cdot}+Cl'$。
$Na^{\cdot}$在陰極放電而成Na後,卽分解其附近之水而生氫。

$2Na+2H_2O=2NaOH+H_2$。

Cl 在陽極放電而成 Cl_2,爲氣體而放出。

12. 電解銀 1 克當量所用之電量若干?

圖. 用 1 庫之電量所析出之銀爲 0.001118 克。

但 1 克當量之銀爲107.88克。

故電解時所用電量爲 $107.88 \div 0.001118 = 96494$ 庫 (答)。

13. 有一鹽類溶液,其中之陰陽離子向反對方向移動。今在溶液之截面上一分鐘內所通過的離子之電量各爲 5 庫。問電流之強度如何?

圖. 電量爲 $5 \times 2 = 10$ 庫。

故電流之強度爲 $10 \div 60 = \frac{1}{6}$ 安 (答)。

14. 電解水,一小時內所得之氧,氫共爲 500 c.c.,但此時之溫度爲15度,氣壓爲 750 粍,求電流之平均強度!

圖. 500 c.c. 之氣體在標準狀況時,其體積爲

$500 \times \frac{750}{760} \times \frac{273}{273+15} = 472.7$ c.c.。

其內氫之體積爲

$472.7 \times \frac{2}{3} = 315.1$ c.c.。

氫 22.4 竔之重量爲 2 克,又 1 秒間 1 安之電流所析出之氫爲 0.0104 毿。

故所求之電流強度爲

$2000 \times \frac{315.1}{22400} \times \frac{1}{60 \times 60} \times \frac{1}{0.0104} = 0.76$ 安 (答)。

15. 電解硫酸銅溶液 3 小時內析出之銅爲15克。問

電流之強度如何?

圖。1秒間析出之銅爲

$15\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{60\times60}=\frac{1}{720}$ 克。

用1安之電流1秒間析出之銅爲

0.000327 克。

故所求之電流爲

$\frac{1}{720}\div0.000327=4.97$ 安(答)。

16. 電解銀鹽溶液一小時內析出之銀爲0.5克。問電流之強度如何?又所用電量幾何?

圖。所求之電量爲

$0.5\div0.001118=447.2$ 庫(答)。

所求之電流強度爲

$447.2\div(60\times60)=0.124$ 安(答)。

17. 5分鐘內析出之銀爲1克分子。問電流之強度如何?

圖。銀之1克分子爲108克。

1安之電流所析出之銀爲0.001118克。

故所求之電流強度爲

$108\times\frac{1}{5\times60}\times\frac{1}{0.001118}=322$ 安(答)。

18. 電池內所用之鋅板厚0.5 cm., 高10 cm., 寬20 cm.。問至鋅板之厚減半時,其通過之電量若干?又若電流之強度常保持2安時,能支持若干小時?

答。鋅之密度1 c.c.爲7.1克。

故所耗費之鋅量爲$7.1\times\frac{0.5\times10\times20}{2}=355$克。

1庫之電能分解出0.0104毦之氫。

鋅爲二價元素，$Zn=65$，故其耗費量爲

$0.0104\times\frac{65}{2}=0.338$毦。

故所求之電量爲

$355000\div0.388=1036400$庫（答）。

若電流之強度爲2安，則每秒所移動之電爲2庫。

故所求之時間爲

$1036400\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{60\times60}=142.6$小時（答）。

19. 用本生電池三個，電解稀硫酸；輪道之全抵抗爲20渥，若分極電動力爲1.4弗，則電流之強如何？

答。本生電池之電動力爲1.8弗，故輪道之電動力爲

$1.8\times3-1.4=4$弗。

按渥姆氏定律，電流之強爲$4\div20=0.2$安（答）。

20 一蓄電池，其電動力約爲2弗。今用抵抗0.1渥之導線時，所得之電流爲10安。問此電池之內抵抗如何？

答。設內抵抗爲x，按渥姆氏定律

$$10=\frac{2}{0.1+x}$$

$$\therefore x=\frac{2-10\times0.1}{10}=0.1\text{渥（答）。}$$

21. 蓄電池放電，其液中之浮秤卽變更其度數，何故？

答。蓄電池放電時，硫酸之變化如下：——

$(+)PbO_2+2H+H_2SO_4=PbSO_4+2H_2O$,

$(-)Pb+SO_4=PbSO_4$。

成硫酸鉛同時生水,硫酸之濃度漸減,而比重減小故也。

22. 試說明蓄電池!

圖. 蓄電池者,將電流之能變爲化學之能而貯藏之之裝置也。將含有氧化鉛之二鉛板對立於稀硫酸中,作爲兩極,若通電流於鉛板,卽生下之變化:——

(陽極) $PbO+SO_4+H_2O=PbO_2+H_2SO_4$,

(陰極) $PbO+H_2=Pb+H_2O$。

氧化鉛在陽極氧化而成二氧化鉛;在陰極還原而成鉛。此蓄電池之狀態也。

用導線以連結此鉛板時,在蓄電池內所起之變化如下:——

(陽極) $PbO_2+H_2SO_4+H_2=PbSO_4+2H_2O$,

(陰極) $Pb+SO_4=PbSO_4$。

其能卽變爲電流而流於導線,放電後,若再送入電流,則$PbSO_4$復變化而爲PbO_2與Pb,遂得貯蓄電流之能。蓄電池之電動力爲2弗,其內抵抗甚小,故得強電流甚易。

23. 電解硝酸銅,5小時內析出之銅爲2.952克。問電流之強度如何?

(銅之電化學當量爲0.000328。)

圖. 用1安之電流,每秒析出之銅爲0.000328克。

故所求之電流強度爲

$$\frac{2.952}{0.000328\times5\times60\times60}=0.5\text{安 (答)。}$$

24. 抵抗R渥之絡圈,與盛有稀硫酸之電解器爲聯結,而通以電流A安時:

(a) 絡圈兩端之電位差如何?

(b) 絡圈所生之熱量與 A,R 關係如何?

(c) 電解器之兩極所生之物質如何?其質量之比如何?

圖. (a) 電位差 $=A\times(R+$ 電解器之抵抗)。

(b) 所生熱量與 $R\times A^2$ 成比例。

(c) 陽極生氧,陰極生氫,其質量之比爲

氧之質量:氫之質量=8:1。

25. 用白金極通電流於稀硫酸中時,其所呈之現象如何?

圖. 稀硫酸電離如下:——

$H_2SO_4 \leftrightarrows 2H^{\cdot}+SO_4''$,

故 $2H^{\cdot}$ 至陰極放電而成 H_2, SO_4'' 在陽極放電後,卽與水作用,

而發生氧,其變化如下:——

$2SO_4+2H_2O=2H_2SO_4+O_2$。

7. 電磁作用

安培氏定律 (Ampere's law)	使螺旋釘之方向與電流之方向相同,就其旋轉前進時察之,則磁針之北極常向螺旋釘之旋轉方向前進。
絡圈(Coil)之極	將螺旋釘插入絡圈中,循電流之方向而旋轉,則絡圈之北極在螺旋釘之前進方向。

1. 有一磁針,指定南北而靜止,將通電流之導線置於其上,與之平行,則磁針之北極卽向東偏。問電流之方

向如何?又導線在磁針之下則如何?

圖。電流之方向,前者由北向南;後者由南向北。

2. 有固定之磁針,以一銅線與之平行,而通以電流,則銅線所起之運動如何?

圖。銅線因磁針之反作用,故其運動方向與未固定時之運動方向相反。

3. 磁針之近傍,若有鐵或通電流之導線時,則不能指正確方向。其理如何?

圖。鐵受磁針之感應作用而成磁石,與磁針相引。若遇通電流之導線,則受磁性作用,按安培氏定律,磁針移動,遂不能指正確方向。

4. 鋼磁石及電磁石之製法及其差異如何?

圖。將鋼鐵置於絡圈中,而通電流於絡圈,鋼成永久磁石,鐵成一時磁石。一時磁石者,電絕卽失其磁性之謂也。故亦曰電磁石。

5. 製造磁石之鐵,其適當之品質如何?

圖。鋼鐵(含有0.5至1.5%碳之鐵)之中,含有10%之鎢,其經燒過者,爲製造永久磁石最適當之品質。

6. 通電流之絡圈,常向其軸之方向收縮者,何故?

圖。通電流之絡圈,可視爲金屬線環重疊而成之物,其各環又可視爲一薄絡圈。故環之左右兩面,各生南北磁極,與鄰接之環互相吸引,故收縮也。

7. 電壓計可用爲電流計,其法如何?

解. 設用 x 安之電流，t 秒間析出之生成物爲 m；又 1 庫電量析出之生成物爲 k，則得下式：——

$$m=kxt,\quad \therefore x=\frac{m}{kt}。$$

8. 磁針之偏角一爲30°，一爲45°。今用一正切電流計測得其電流之強各若何！試比較之。

解. $\dfrac{\tan 30^\circ}{\tan 45^\circ}=\dfrac{0.57735}{1.00000}=0.58$。

∴電流之強之比爲1:0.58（答）。

9. 電報線 1 哩之抵抗爲20渥，今將電動力 1 弗，內抵抗 4 渥之達尼爾電池 150 個聯結之，通信於400哩之地。問供給此電線之電流強度若何？

（往復電路均用電報線，又繼電機之抵抗爲500渥。）

解. 外抵抗爲

$20\times400\times2+500=16500$ 渥。

設所求之電流強度爲 C，

則 $C=\dfrac{1}{\dfrac{16500}{150}+4}=\dfrac{1}{114}$ 安（答）。

10. 由遠方之電報局接電報時，須用繼電器。其理若何？

解. 因電路之抵抗甚大，至受信局時，電流已甚弱，不能直接作用於印字機。然繼電器則能感受甚弱之電流，故恆以之接受電報。

11. 試說明電流計及電壓計之用途及其原理!

圖。電流計者,測電流之強度者也。卽於抵抗甚小之絡圈近傍置一鐵片,通電流於絡圈時,因其磁力作用,鐵片卽被絡圈吸引而接近,視其接近之程度,卽知絡圈上之電流強弱。

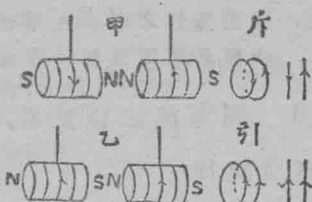
電壓計者,測算電壓之電流計也,其與電流計相異之點,卽其所用絡圈之抵抗較大。今設絡圈兩端之電壓爲E,抵抗爲R,絡圈上之電流強度爲C,則得$E=RC$之關係式。故測知R,C之值時,卽得E之值。

12. 電流與磁性之關係如何?

圖。詳見安培氏定律。

13. 平行之二銅線上,通以同方向或反方向之電流時,則二線相吸引或排斥。其理若何?

圖。先就二絡圈察之,如甲圖所示,電流之方向反對時,則其相對之端生同名之極,故相斥。又如乙圖所示,電流同方向時,則相對二端生異名之極,故相引。若絡圈之捲數極少,則成一環形。今將二環相對而通以電流,如甲圖所示,方向相反則相斥。如乙圖所示,方向相同則相引。又平行二銅線可作半徑無限大之環之一部觀之。故按上理,電流同方向相引,異方向相斥。

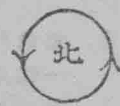


14. 何謂電磁石?又磁石之北極按如何事實而定之?

圖。將絕緣之導線捲於熟鐵之周圍如絡圈狀者,謂之電磁石。通

以電流時,則成強磁石,電流停止時,卽失其磁性。

電磁石之絡圈上正通電流時,吾人面絡圈之切口而察之,其電流若向時針之反對方向流動,則為北極。



15. 應用電磁石之機械為何?又其應用之要點為何?

圖. 電磁石者,熟鐵棒之周圍捲以導線者也。導線上正通電流時,則鐵成磁石。應用電磁石之機械,如電報機,電話機,電鈴,發電機及電動機等,皆是也。

16. 電流主要之三種作用及其應用如何?

圖. 磁作用……………電報,電話,電動機。

熱作用……………電燈,電爐。

化學作用……電鍍術,冶金術。

17. 地磁之原因為地球表面之電流。問其方向如何?

圖. 設南極性之磁極,在地球北極附近;北極性之磁極,在地球南極附近;則電流卽沿赤道由東而西流動。

18. 測電流之強度時,利用何項原理,試列舉之,並附以簡單說明!

圖. 1. 利用電流之磁力作用。

普通之電流計卽屬於此。因電流所生磁場之強度,與電流之強度成正比例。故置磁針於磁場內,按其偏角之大小,卽知電流之強弱。

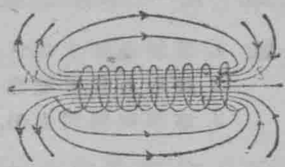
2. 電流發生之熱量與其強度為正比例,故測其熱量之多寡,卽知電流之強弱。

3. 由電解所析出離子之量亦與電流之強度為正比例。故測

其在單位時間內析出離子之量,再由其化學當量測知其電流強度。

19. 將電流所生之磁場,舉一例而圖示之,並詳記電流及磁力線之方向!

答. 右圖所示,即絡圈上通電流時所生之磁力線。絡圈之矢形,示電流之方向,周圍之曲線,爲磁力線。其矢形爲磁力線之方向。



20. 試述電流計之構造及其作用!

答. 正切電流計者,即將扁圓之絡圈垂直豎立,其中央置一刻度之圓板,令成水平。圓板之中心置一小磁針。欲測電流之強度時,先將絡圈之面置於地磁之子午線上,通電流於絡圈時,中心之磁針,因電流所生之磁力作用漸由子午線面偏斜,由此偏角之大小,可測知電流之強度。

21. 銅線上有無電流通過,應用何法驗之?

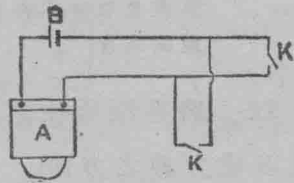
答. 1. 將此銅線與正指南北之磁針平行放置時,銅線上若有電流,則磁針必偏斜。
2. 試檢銅線之熱否。
3. 截斷銅線之兩端而浸於稀硫酸中,若銅線上有電流,則稀硫酸電解而生氣體。

22. 用電鈴一個,電池一個,按鈕二個,而作一電鈴,由兩處各能自使電鈴作聲。其電線之連結方法如何?

圖。 *A*………電鈴

B………電池

K………按鈕



23. 由一種能變爲他種能,試舉三種實例以明之!

圖。 1. 發射砲彈之際,火藥之化學能變爲砲彈之運動能。
2. 藉水力發生電流時,水之位置能變爲電流能。
3. 摩擦物體則生熱,是機械能變爲熱能。

24. 利用高處之水回轉發電機,由發生電流至電燈發光,其中能之變遷如何?試詳述之。

圖。 水之位置能落下之際,變爲運動能;復因發電機而變爲電流能;最後變爲熱能與光能。

8. 感應電流

林慈氏定律 (Lenz's law)	因感應而生之電流向對於輪道之磁石運動之反對方向流動。

1. 令絡圈成水平,將棒磁石之北極由絡圈之右方插入,至一半,則電流計之磁針卽偏於一方;將磁石由左方抽出時,則磁針又偏於他方。其理若何?

圖. 由林慈氏定律,初絡圈所生電流之方向與磁石之插入方向相反對;後電流之方向與磁石之抽出方向相反對。換言之,初絡圈以右方爲北極後以左方爲北極故也。

2. 熱鐵心之絡圈適於起較強之感應電流,試說明其理!

圝. 通電流於絡圈時,則其中之熱鐵成強磁石,電流斷則磁性頓失,而於其周圍第二絡圈之磁場變化頗強故也。

3. 第一絡圈斷續時,第二絡圈所生電流之方向如何?試按磁石出入絡圈中時,所生感應電流之方向推定之。

圝. 第一絡圈之電流斷絕時,其處所生之磁場消失,恰如通有電流之絡圈由第二絡圈拔出,又恰如絡圈內抽出所插入之磁石,因之第二絡圈所生電流,卽生吸引磁石之磁場。簡言之,第二絡圈卽與第一絡圈生同方向之電流。

反之,通電流於第一絡圈時,恰如將通有電流之第一絡圈或磁石插入於第二絡圈,因之第二絡圈有妨礙此運動之性,卽與第一絡圈生方向相反之電流。

4. 在強磁石附近移動導體,或在導體附近移動磁石,皆感有阻礙其運動之力。試說明其理!

圝. 設導體爲塊狀,而非線形,其磁場變化之際,按林慈氏定律,導體內亦生制止磁石運動之電流故也。磁石運動卽所以起磁場變化者也。

5. 得電流之法如何?

圝. 利用電池之化學作用,利用熱電堆之熱作用,利用發電機之感應作用,或用感應絡圈之方法等是也。

6. 將熱鐵棒近於通電流之絡圈之一端時,則被其

吸引。其故何也?

圖. 絡圈之端爲磁極,因感應作用,熟鐵棒成磁石,故互相吸引。

7. 將絡圈接近於磁石之 S 極時,其所生感應電流之方向如何?

圖. 由磁石觀之,感應電流之方向與時針之回轉方向相同。

8. 電池之一極連以鑢,他極連以導線,以導線之他一端與鑢之粗面相摩擦時,則放小火花。其理如何?

圖. 因其自身之感應作用也。卽導線之端與鑢之凸部離開時生火花也。

9. 用輪道之一部,絕斷磁力線所生之結果,與通過輪道內之磁力線數目有變化時之結果相同。試說明之!

圖. 輪道之面與磁力線成直角時,則通過於輪道之磁力線爲最大。輪道漸次回轉至與磁力線平行後,則通過於輪道之磁力線減少爲零。

10 感應絡圈之電動力雖大而電流殊弱者,何故?其說明之。

圖. 電流之能,用電流之強度與電動力相乘之積表之。而通過於第一絡圈之電流能與第二絡圈所生之電流能相等,故感應絡圈之電動力愈大,其電流愈弱。

11. 直流與交流之差異如何?

圖. 直流者,有一定方向之電流也。交流者,其方向交互轉換之電流也。直流與交流之電壓相同時,交流之生理作用較直流爲

烈。

12. 發電機發生電流之後,則迴轉較難。其理若何?

圖。發電機者,將外力之能變爲電流能之裝置也。故所生之電流愈大,其所需之力亦愈大。

13. 感應絡圈之第一絡圈之線粗,而第二絡圈之線細。其故何也?

圖。第一絡圈之抵抗須小,且欲生大電流,故其線粗。第二絡圈須用長導線捲於第一絡圈之磁場近傍,故其線細。

14. 感應絡圈之第二絡圈上電流斷續不定時,其第一絡圈所生之電流如何?

圖。與普通之現象相反對,即第一絡圈上生電動力甚小之交流。

15. 有用交流之炭絲電燈,若令其近於磁石之極時,則見燈內之炭絲較寬。其故何也?

圖。因係交流,故炭絲之電流對於磁石極之作用變化不絕,忽而吸引,忽而排斥,炭絲即振動,故見其較寬。

16. 電解時,可用交流否?

圖。交流之陰陽二極互相變化,故不適於電解。

17. 試說明輸送電力之方法!

圖。電流所變之熱量與其強度之自乘爲正比;亦與導線之抵抗 R 爲正比。用導線輸送強電流於遠方時,C^2R 需極大之值,因之電力之大部分變爲熱而耗費。然爲減少抵抗而用粗導線,則費用頗巨。故常使電流之強度減小,以防此電力之耗費。今

電流之能即電力,由電流之強與電壓E相乘之積 CE 表之.故輸送大電力時,C之值愈小,則E之值愈大;故通常用高電壓以輸送電力於遠方。

18. 若感應電流之方向與林慈氏定律相反時,問發電機因電流而回轉開始後之結果如何?

圖. 欲令發電機回轉不已,須繼續供給其電力。然感應電流之方向,若與林慈氏定律相反,則雖不供給其電流亦能工作。

19. 用550弗之電壓使5噸之電車在平地駛行時,則每噸所受之抵抗爲14兛。設發動機之效率爲0.7,電車之速度爲10秒米,問須電流若干?

圖. 此電車進行10米所要之功率每秒爲

14×5 兛 $\times10$ 米 $=700$ 兛米。

設x爲所求之電流強度,則得下式:——

$550\times x\times0.7=6860$,

$\therefore x=18$ 安 (答)。

20. 發電機之電壓爲100弗,電流爲50安,問其功率如何?

圖. $100\times50=5000$ 華 $=5$ 瓩 (答)。

21. 用110弗,50安之發電機,能供給炭絲電燈若干?又運轉此發電機時,須用若干馬力之汽機?

圖. 16燭光之電燈需50華之電力,

故所求之電燈數,爲

$110\times50\div50=110$ 個 (答)。

又1馬力 $=746$ 華,

故 $110\times50\div746=7.4$ 馬力 (答)。

22. 問何謂感應電流?又應用感應電流之機械有何種?

圞. 磁石向絡圈急行接近,或急行離開時,則絡圈內生瞬間之電流。此電流之方向於其接近或離開時,適相反對。此電流謂之感應電流。

感應電流不限用磁石;以通電流之絡圈代磁石亦可。

又不令電流或磁石向絡圈接近或離開,而令絡圈內急行發生磁場,或消滅之,或令其磁場之強弱起急遽之變化,亦能得同樣之結果。

應用感應電流之機械如下:——

感應絡圈,變壓器,電話器,發電機等。

23. 試舉發生電流之二法,並說明其理由!

圞. 一由電池,一由發電機。前者係由化學變化所起之化學能變爲電能之法也;後者係令絡圈在磁場內迴轉而生感應電流,卽由機械能變爲電能之法也。

24. 除化學作用外,發生電流之法有幾?試舉其最簡明者!

圞. (1) 摩擦法。

(2) 維母氏起電機,如發電機之由於感應作用者。

(3) 如熱電堆由金屬接合點之溫度差所起者。

25. 感應絡圈生大電動力之理爲何?

圞. 第一絡圈之電流斷續之際,鐵心之磁場卽起急遽之變化,第二絡圈卽由此感應作用而生電流。但第二絡圈之捲數極多,故全輪道受此變化之影響甚大,而生高壓之電流。

26. 電流能與他種能互相變換,能舉其實例否?

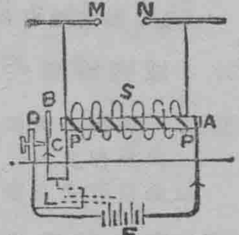
答. 1. 電流能變爲化學能之例……電解。
2. ,, ,, ,, ,, ,, 熱 ,, ,, ,, ,,……電爐。
3. ,, ,, ,, ,, ,, 光 ,, ,, ,, ,,……電燈。
4. ,, ,, ,, ,, ,, 音 ,, ,, ,, ,,……電話機。
5. ,, ,, ,, ,, ,, 磁 ,, ,, ,, ,,……電磁石。
6. ,, ,, ,, ,, ,, 機械 ,, ,, ,, ,,……電動機。

27. 若使發電機爲急速之運轉時,則生電之結果如何?此時假設發電機之各部全無摩擦,則不由外力,亦能發生電流否?

答. 發電機運轉愈速,則磁場之變化愈烈,因之電流亦愈強。而發電子所生電流之方向有妨礙於發電子之回轉,故各部卽全無摩擦,若不由外力將此妨礙打消,則發電子卽漸次停止其回轉,不能發生電流。

28. 試述感應絡圈之構造及作用!

答. 如下圖: A 爲熟鐵棒, P 爲一次線(絕緣之粗導線其捲數甚少), S 爲二次線 (絕緣之細導線捲數多), B 爲鐵簧片,支於易於振動之熟鐵片 C, D 爲輕觸於 B 之螺旋, L 爲石蠟蓄電器, E 爲電池,矢形示電流通過之狀況,但電流不通於 S。如此通電流時,則 A 成磁石,以吸引 B, C 與 D 相離,故電流斷, A 卽失其磁性,而 B, C 復原,電流又通,故連結於電池 E 時,則反復上之運動。而 B C 振動, P 中之電流或斷或續,因之二次線 S 卽生電動力甚強之感應電流, M, N 之間卽放火花。但 P 中電流之通或斷時,二次線內所起電流之方向正相反對。然由自身感應



之關係與 L 之作用,一次線內之電流斷絕,二次線內乃能起同方向之電流,M,N 之間向一定之方向放火花。

29. 試就感應絡圈以解答下諸問題!

a. 鐵心之效用如何?

b. 斷續器之效用如何?

c. 第一絡圈之輪道閉或開時,第二絡圈之兩極電位有何差異?

d. 蓄電器之效用如何?

圖. *a.* 可使第一絡圈所生磁場之變化增大。

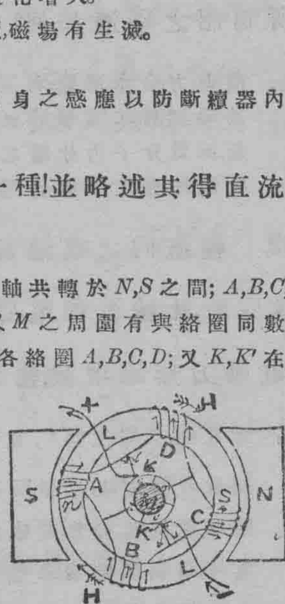
b. 可使第一絡圈之電流有斷續,磁場有生滅。

c. 開時之電位較閉時爲大。

d. 第一絡圈之輪道開時,由其自身之感應以防斷續器內之生火花。

30. 試圖示直流發電機之一種!並略述其得直流之理!

圖. N,S 爲場磁石;L 爲熟鐵輪,與 M 軸共轉於 N,S 之間;A,B,C,D 爲絡圈,互相連接於一定方向;又 M 之周圍有與絡圈同數之銅片 a,b,c,d,互相絕緣而連結於各絡圈 A,B,C,D;又 K,K' 在反對之位置爲接觸於銅片之金屬製刷,成發動機之兩極。



熟鐵輪 L 常由場磁石之感應,對於場磁石之 N,S 而生 s,n 極,如此而迴轉於 N,S 間之輪,稱

爲發電子(Armature)。

今設發電子按矢形H所示之方向迴轉,則絡圈A距N遠,絡圈B距N近,故此等絡圈中卽依林慈氏定律而生矢形所示之感應電流;同時絡圈C卽距S極遠,絡圈D卽距S極近,故此等絡圈中亦生如矢形所示之感應電流。故絡圈中所生之電流經過銅片而由刷子K流出,由K'流入,故K爲陽極,K'爲陰極。

在普通之發電機,場磁石非永久磁石,乃用電磁石將絡圈所生電流之一部送於場磁石,而令其生磁以起強大之感應電流。

31. 不用熱電堆,而以火力發電時,其方法如何?又其時所起能之變遷如何?

圝. 由火力令水沸騰,利用其汽力以迴轉發電機而起電流。

其時燃料之化學的位置能卽變爲熱能,以令水蒸發爲水蒸氣,而爲分子力分離之能。

次運轉發電子而爲運動能,遂成電流之能。

32. 輪道內之電池設以某原因,其電動力漸次增加或減少時,此輪道內電磁石之有無,與電流之差異如何?(但電動力無論增減,輪道上之全抵抗爲一定不變。)

圝. 設電流之強度爲C,電動力爲E,全抵抗爲R,則$C=\frac{E}{R}$。R不變,故E變化時,C卽因之而變。若輪道內有電磁石,輪道爲絡圈時,電流起變化,則磁場之變化甚大,故生甚大之自身感應電流,以調節電流之強度。故較輪道內無電磁石時輪道內電流之變化爲小。

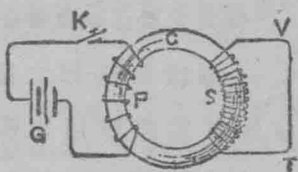
33. 用10馬力之功率以回轉效率0.8之發電機,用所得之電流以供給電燈,設電燈所要之電壓爲100弗,抵抗爲200湿時,問能供給電燈若干?

(但1馬力爲735華。)

圖. 發電機所生之電流1馬力爲735華,
故 $735\times10\times0.8=5880$ 華。
又電燈一個所要之電力爲
$100^2\div200=50$ 華,
故電燈之數爲 $5880\div50=117$ 個(答)。

35. 如圖,將P,S之絕緣銅線二條,捲於環狀之熟鐵心,P中預先通以由電池極之左方流出之電流,若由開閉器K急將此電流絕斷時,問S所生之感應電流如何?其方向如何?

圖. P中通以電流時,則鐵心C處卽生與時針之迴轉方向相同之磁力線。但電流絕斷,則此力線卽將消失,因之S絡圈上卽生增加此力線之感應電流。其方向由安培氏定律導線在絡圈以外之部分,係由V向T。



9. 眞空放電 電振動

蓋斯拉管	管內之壓力1粍。
克羅克管	管內之壓力$\frac{1}{1000}$粍。
樂琴管	同　上
電　　波	最長……………數粁。
	最短……………數粍。

1. 蓋斯拉管之應用如何?

圖. 因管內氣體之種類不同,其所放火花之色各異,故用分光器將其火花分析之,以檢查其輝線景,而後應用之以分析氣體。

2. 試舉放射性物質?

圖. 鈾,釷,鏷,鐳等是也,其中尤以鐳之放射能爲最大。

3. 試略述電子說!

圖. 電子者,含有極少定量陰電之微粒也。電子在物體中振動時,則生光波;移於導線內時,則生電流。物質內含電子甚多時,其物質卽帶陰電。電子之陰電與附屬於物質之陽電互相中和而存在時,則此物質爲不帶電體。若電子由眞空管之陰極衝突於金屬面時,卽由金屬板發X線。

4. 導體接觸部之電抵抗由某種原因起顯著之變化,試舉其實際應用之例!

圖. 裝置於電話器送話器中之炭精粒,與無線電信之粉末檢波器中之金屬粉是也。

5. 粉末檢波器之性質,構造,用途各若何?

圖. 構造:將鎳粉與少許銀粉之混合物納入細玻管,用金屬板二

片由兩側輕輕壓之可也。

性質:將其插入於輪道之一部時,則以金屬粉之抵抗甚大,而電流爲之不通。但若遇電波時,則粉末卽互相結合,而抵抗大減,電流得以通過。次將此管輕輕敲打時,則粉末振動而解散,又復其原狀,仍妨電流之通過。

用途:因其能檢電波之有無,故常用爲無線電信之檢波器。

6. 試說明X線!

答. 放電於具有白金極之眞空管時,由對陰極之白金陽極板上生波長極小之能媒波,即爲X線,眼不能見,雖係直進而無反射及屈折,能通過對於光不透明之物體,有感應照相乾片之性質。

7. 試區別次列對照語,並簡單記述之!

a. 陽離子與陰離子。

b. 陰極線與X線。

答. *a*. 電解質之水溶液中,帶有陽電之原子曰陽離子;帶有陰電之原子曰陰離子。

b. 眞空放電時,由陰極放射之原子分裂而成之微粒曰陰極線;X線者,此微粒與物體衝突時所起能媒之波動是也。

8. 試簡單說明電與離子!

答. 物理學上所謂離子者,卽帶有電之空氣分子是也。若多數之空氣分子附着於電子而爲一團時,爲陰離子;空氣分子失去其電子時,爲陽離子。

9. 何爲電振動?

答. 蓄電器放電時,其放電不僅一次;而陰陽二極互相交換爲數次放電時之電流曰電振動。此電振動由於電流之磁所場生

之自身感應電流而起,其振動數每秒幾數萬次。

10. 試將音波,光波,電波等分別論之!

圖. 音波係由物體之分子振動而生,此振動係以空氣或其他彈性體爲媒質之縱波;光波與電波均以能媒爲媒質之橫波也。在音波時,由波長之大小,卽振動數之多少,而分音之高低;在光波時,則爲色之變化,卽紅色光之波長,菫色光之波短;電波者較光波更大之波也。音波感耳,光波感目,電波感粉末檢波器之金屬粉。三者皆呈反射,屈折,干涉,共振之現象。但光波,電波又呈偏欹之現象,音波則否。

11. 問欲知各種輻射線存在之法如何?又此等輻射線之共通性質如何?

圖. (1) 輻射線均爲能媒之橫波。

(2) 波長最小者爲 X 線,由其在鉑蜻化鋇中所放之螢光而知之。

(3) 波長較 X 線稍大者爲紫外線,以其能使銀化合物還原而知之。

(4) 波長更大者爲能感於眼之光線。

(5) 波長尤大者爲紅外線,得由銳敏之驗溫器驗知之。

(6) 波長最大者爲電波,得由粉末檢波器檢知之。