

庫文有萬

種百七集二第

編主五雲王

蘊精理數

(三)

編敕祖聖清

行發館書印務商



數理精蘊

(三)

清聖祖敕編

國學基本叢書

# 數理精蘊下編卷三

## 線部一

### 比例

凡物彼此相形並之而用加較之而用減聚之而用乘散之而用除觀之不過兩率然乘除之間四率之理已默寓其中如因乘命法曰人幾何每人得物幾何求總物幾何則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率乃自小而得大者也如歸除命法曰有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何與每一人得物幾何相比而成四率乃自大而得小者也蓋因命數以一人爲法故乘與除各省其率耳是雖名爲乘除而實爲相比之四率也至於比例正法則所該甚廣大而推步七政天行測量高深廣遠小而量功命事度大移小無一非由比例而得蓋以兩數爲比例用今有之數即可以得未有之數也比例之理雖分相連相當二種而相當比例之中實又兼相連比例相當比例一盡人皆知線有線之比例面有面之比例體有體之比例殊不知差分盈虧方程借衰疊借之類正皆比例之屬也然此類中有合數之比例分數之比例均數之比例借數之比例非條分縷析各項專論則不備故仍舊各自爲類而獨於比例中最切者詳明其理以列法焉其法一名異乘同除或名爲準測或名爲

順單。以原有之兩件相除。故爲同除。以今有之一件乘之。故爲異乘。如先乘而後除亦同。而今則質言之。曰正比例。蓋以原有之兩件爲一率二率。以今有之一件爲三率。而所求之一件則爲四率也。一名爲同乘異除。或名爲變測。或名爲互視。或名爲逆單。以原有之兩件相乘。故爲同乘。以今有之一件除之。故爲同除。而今則質言之。曰轉比例。蓋以原有之兩件爲二率三率。以今有之一件爲一率。而所求之一件則爲四率也。然論其乘除之名雖異。究其比例之理則一而已。今以數明之。如原有之兩數爲二與四。今有之一數爲八。以原有之二作一率。原有之四作二率。今有之八作三率。卽得今所求之四率爲十六。而一率二與二率四之比。卽三率八與四率十六之比。爲相當之比例也。如原有之兩數爲八與四。今有一數爲十六。以原有之八作二率。原有之四作三率。今有之十六作一率。卽得今所求之四率爲二。而一率六與二率八之比。卽三率四與四率二之比。或以一率十六與三率四之比。卽同於二率八與四率二之比。皆爲相當之比例也。總之乘除之名有異。同四率之列有更換。而既成比例之後。其理無不歸於大同。由此引伸觸類。推而廣之。有合幾四率而爲一四率者。則名爲同乘同除。或名爲重測。或名爲順較逆較。而今則質言之。曰合率比例。蓋其理亦不過合幾乘而爲一乘。合幾除而爲一除。各按四率參互錯綜。豈能出於比例之外哉。凡此各種比例。俱設數例於後。以明立法之根。加之解說。以廣用法之意。

## 正比例

設如有銀買米。每米一石銀八錢。今買米二百四十石。問共該銀若干。  
 法以米一石爲一率。銀八錢爲二率。今買米二百四十石爲三率。二三率  
 相乘。一率除之。得四率一百九十二兩。卽共銀數也。蓋一石與二百四十  
 石爲加二百四十倍。而八錢與一百九十二兩亦爲加二百四十倍。見幾  
 十二兩之比也。此法一率是一。止用八錢乘二百四十石亦得。但爲明正比例之理。  
 故首設一二易法。使人好推尋也。

設如有銀買米。每銀一兩買米一石三斗。今有銀三百二十兩。問

共買米若干。

法以銀一兩爲一率。米一石三斗爲二率。今銀三百二十兩爲三  
 率。二三率相乘。一率除之。得四率四百一十六石。卽共米數也。蓋  
 一兩與一石三斗之比。卽同於三百二十兩與四百一十六石之  
 比也。

設如有銀賞人。每三人賞銀一兩八錢。今有二百四十人。問共該銀若干。

一率	一兩
二率	一石三斗
三率	三百二十兩
四率	四百一十六石

一率	一石
二率	八錢
三率	二百四十石
四率	一百九十二兩

法以三人爲一率。一兩八錢爲二率。今有二百四十人爲三率。二三人率相乘。一率除之。得四率一百四十四兩。卽共銀數也。蓋三人與一兩八錢之比。卽同於二百四十人與一百四十四兩之比也。

設如有穀換米。每穀一石四斗。換米八斗四升。今有穀三十二石六斗八升。問換米若干。

法以穀一石四斗爲一率。米八斗四升爲二率。今有穀三十二石六斗八升爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率一十九石六斗零八合。卽所換共米數也。蓋穀一石四斗與米八斗四升之比。卽同於穀三十二石六斗八升與米一十九石六斗零八合之比也。

設如天上二度。當地面四百里。今七度。該里數若干。

法以原有之二度爲一率。四百里爲二率。今有之七度爲三率。二三人率相乘。一率除之。得四率一千四百里。卽七度之里數也。蓋一率二與二率四之比。爲加一倍。而三率七與四率十四之比。亦爲加一倍。故二率得一率中之幾分之幾。則四率亦得三率中之幾分之幾。而

一率	二度
二率	四百里
三率	七度
四率	一千四百里

一率	穀一石四斗	一率	三人
二率	米八斗四升	二率	一兩八錢
三率	穀三十二石六斗八升	三率	二百四十人
四率	米一十九石六斗零八合	四率	一百四十四兩

設如一星一日內行一度三十分。今問八刻內應行若干。

法以原數一日變作九十六刻爲一率。一度三十分變作九十分。一度作六十分。加入三十分。共九十分。爲二率。今星行八刻爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率七分半。卽八刻內所行之數。蓋九十六刻與九十分之比。卽同於八刻與七分半之比也。然將日變爲刻者。因每日九十六刻。不以十進位。又今所有者爲八刻。故以刻數與刻數相比也。度變爲分者。因每度六十分。亦不以十進位。而今八刻內所行者必爲分。故以分數與分數相比也。

設如驗時儀算砲聲。自烟起至聞聲。計七秒。得五里。今得十四秒。問里數若干。

法以七秒爲一率。五里爲二率。今得十四秒爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十里。卽十四秒之里數也。蓋七秒與五里之比。卽同於十四秒與十里之比也。

設如有羊四百六十隻。共賣銀八十二兩八錢。問每羊一隻價銀幾何。  
法以羊四百六十隻爲一率。銀八十二兩八錢爲二率。羊一隻爲三率。推得四率一錢八分。卽每羊一隻之價也。此法三率是一。止用羊四百六十

一率 九十六刻

二率 九十分

三率 八刻

四率 七分半

一率 七秒

二率 五里

三率 十四秒

四率 十里

一率 四百六十隻

二率 八十二兩八錢

三率 一隻

四率 一錢八分

隻歸除八十二兩八錢亦得。但列四率法中，不得不備其一體也。

設如有羊一羣，共二百四十隻，又生羔七十二隻，問加羊羣內十分之幾。

法以羊二百四十隻爲一率，十分爲二率，今生羔七十二隻爲三率，推得四率三分，卽爲加羊羣內十分之三也。蓋二百四十與十分之比，卽同於七十二與三分之比。若將二百四十作十分，每分得二十四，將羊羔七十二作三分，每分亦得二十四，總而約之，故爲十分之三也。

設如有田科糧，每三畝科糧八斗四升，今有四千六百三十五畝，問得糧若干。

法以三畝爲一率，八斗四升爲二率，今有四千六百三十五畝爲三率，推得四率一千二百九十七石八斗，卽所得共糧數也。蓋三畝與八斗四升之比，卽同於四千六百三十五畝與一千二百九十七石八斗之比也。

設如用古量法，豆區釜皆以四進，有八十豆，當二十區，有二十區，當釜若干。

法以八十豆爲一率，二十區爲二率，又爲三率，推得四率五釜，卽二十

一率	二率	三率	四率
二率	三率	四率	五率
三率	四率	五率	六率
四率	五率	六率	七率
五率	六率	七率	八率

一率	二率	三率	四率
八斗	二斗	二十區	二十區
八十豆	二十區	二十區	二十區
一千二百九十七石八斗	一千二百九十七石八斗	一千二百九十七石八斗	一千二百九十七石八斗

一率	二率	三率	四率
八十豆	二十區	二十區	二十區
一千二百九十七石八斗	一千二百九十七石八斗	一千二百九十七石八斗	一千二百九十七石八斗
五百四十一石八斗四升	一百零八石一斗八升	二十一石二斗四升	四石五斗八升
一百零八石一斗八升	二十一石二斗四升	四石五斗八升	八升

區所當釜數也。此正比例中相連比例法也。蓋因二十區與二十區相乘得四百區。而八十豆與五釜相乘亦得四百區。二十區既爲二率。又爲三率。故謂相連比例。是以八十五豆與二十區之比。卽同於二十區與五釜之比也。

設如一商原有本銀三千兩。一年得利銀九百兩。今復將九百兩爲本。問一年得利若干。

法以三千兩爲一率。九百兩爲二率。又爲三率。推得四率二百七十兩。卽九百兩所得之利也。此法以九百兩爲二率。又爲三率。蓋三千兩與九百兩之比。爲三與九之比例。而九百兩與二百七十兩之比。亦爲三與九之比例也。

一率	三千兩
二率	九百兩
三率	九百兩
四率	二百七十兩

## 轉比例

設如有田一畝，原闊八步，長三十步。今闊要十二步，問長得幾何。

法以今闊十二步爲一率，原長三十步爲二率，原闊八步爲三率。二三率相乘，一率除之，得四率二十步。即今闊十二步之長也。此法以原有之兩數相乘，以今有之一數除之。

而得今所求之數者，因乘出兩數相同故也。在正比例，原有之兩件爲

一率，二率。今有之一件爲三率，而今所求之一件爲四率，俱以原有之

一件與今有之一件相乘，其積相同，在轉比例，則原有之兩件爲二率

三率。今有之一件爲一率，而今所求之一件爲四率，是原有之兩件相

乘。今有之兩件相乘，其積相同，此兩法異同之故也。雖今闊比原闊多，

而今長卻比原長少，故原有之闊八步，與長三十步，相乘得二百四十步，而今有之闊十二步，與長二十步，相乘亦得二百四十步。其積既同，是以轉而比之，自成比例。蓋今闊比原闊多三分之一，今長比原

長少三分之二，其比例相同。見幾何原本七卷第三節，故今闊十二步與原闊八步之比，即同於原長三十步與今長二十步之比也。若借正比例論之，以原闊八步爲一率，原長三十步爲二率，今闊十二步爲三率，二三率相乘，一率除之，得四率四十五步，則是今闊比原闊多，今長亦比原長多，所容積數亦多，而與

一畝之數不合矣。故轉以今闊十二步爲一率，原長三十步爲二率，原闊八步爲三率，而得四率二十步。

一率	今闊十二步
二率	原長三十步
三率	原闊八步
四率	今長二十步

是爲一率與三率之比。同於二率與四率之比也。

設如有地寬二十丈長一百二十丈今換地寬三十丈問長得幾何。

法以今寬三十丈爲一率原長一百二十丈爲二率原寬二十丈爲三率二三率相乘一率除之得八十丈卽今寬三十丈之長也此法原有之寬與長相乘得二千四百丈今有之寬與長相乘亦得二千四百丈其積既同故轉而比之自成比例以今寬比原寬以原長比今長俱三與二之比例是以今寬三十丈與原寬二十丈之比卽同於原長一百二十丈與今長八十丈之比也設如傭工開渠八人開之二十日完今加倍用十六人開之間得幾日完

法以今十六人爲一率原二十日爲二率原八人爲三率二三率相乘一率除之得四率十日卽十六人完工之日也此法因工少而用日多故加人使工多而用日少蓋今十六人與原八人之比卽今之工加倍而原二十日與今十日之比則今所得之日亦必減一倍故一率十六人與三率八人之比卽同於二率二十日與四率十日之比也

設如有地四百八十畝八人耕之十二日完今用六人耕之間得幾日完法以今六人爲一率原十二日爲二率原八人爲三率二三率相乘一率除之得四率十六日卽六人耕

一率 今寬三十丈  
二率 原長一百二十丈  
三率 原寬二十丈  
四率 今長八十丈

一率 今十六人  
二率 原二十日  
三率 原八人  
四率 今十日

完之日也。此法人數日數不同而所耕之田則同爲四百八十畝而所用之工又同爲九十六故以八人論一日八工十二日則用九十六工以六人論一日六工十六日亦用九十六工也故轉用四率自成比例以一率六人與三率八人之比卽同於二率十二日與四率十六日之比也。

設如衆軍支米足用四年則每人每月支米三斗今欲將四年之米足用十二年間欲用十二年爲一率原支米三斗爲二率足用四年爲三率二三率相乘一率除之得四率一斗卽足用十二年每人每月應支之數也此法支米多則足用年數少今支米少則足用年數多蓋四年與十二年之比在年爲加三分之二而三斗與一斗之比在米又爲減三分之二其比例固同也。

設如木星十二年一周天每年行三十度土星則二十八年一周天

問每年行幾度

法以土星所行一周二十八年爲一率木星每年所行三十度爲二率木星所行一周十二年爲三率二三率相乘一率除之得四率十二度五十一分二十五秒有餘卽土星每年所行之度數也蓋木星

一率	土一周二十八年
二率	木每年行三十度
三率	木一周十二年
四率	土每年行十二度餘

一率	今十二年
二率	原三斗
三率	原四年
四率	今一斗

一率	今六人
二率	原十二日
三率	原八人
四率	今十六日

周天比土星年數少而行度卻多。土星周天比木星年數多而行度卻少。多得少而少反得多。故轉而比之。以二十八年與十二年之比。卽同於三十度與十二度有餘之比也。」

設如一人借人之絹寬三尺長二十四丈。今還絹寬四尺。問長該若干。

法以今絹寬四尺爲一率。原絹長二十四丈爲二率。原絹寬三尺爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率十八丈。卽爲今所還寬四尺絹之長也。蓋原絹寬三尺長二十四丈相乘。得七百二十尺。今絹寬四尺長十八丈相乘。亦得七百二十尺。因其積數相同。故今絹寬四尺與原絹寬三尺之比。卽同於原絹長二十四丈與今絹長十八丈之比也。

設如驗時儀墜子。其繩長四尺四寸八分一釐二毫八絲。四刻內來往共三千次。今造一墜。欲使來一秒往一秒。問繩長若干。

法以四刻化三千六百秒爲今墜子往來次數。自乘得一千二百九十六萬次爲一率。原墜繩長四尺四寸八分一釐二毫八絲爲二率。以原墜往來三千次自乘得九百萬次爲三率。二三率相乘。一率除之。得四率三尺一寸一分二釐。卽今所求墜繩之長也。夫以四刻化秒者。蓋以所求之墜子。欲其來一秒往一秒也。故秒數卽次數四刻所化之秒。卽今墜子在四刻內往來之次數也。其比例以次數自

一率 今寬四尺

二率 原長二十四丈

三率 原寬三尺

四率 今長一十八丈

一率	今一千二百九十六萬次
二率	原四尺四寸八分一釐二毫八絲
三率	原九百萬次
四率	今三尺一寸一分二釐

乘者。因墜子往來之際已成平面形。故以往來之方數相比爲面比。而原墜與今墜之長數相比爲線比。線務使其類相當。而後可以相比也。是以今墜往來次數自乘與原墜往來次數自乘之比。即同於原墜長數與今墜長數之比也。然原墜於四刻內往來之次數少而墜卻長。今墜於四刻內往來之次數多而墜卻短。故以今墜之往來次數與原墜之往來次數爲比。即同於原墜之長與今墜之長爲比。所以爲轉比例也。

設如有正方池一面。每邊十二丈。今欲作寬八丈之池。使其池面積數與方池等。問長得幾何。  
法以今池寬八丈爲一率。原池長十二丈爲二率。原池寬十二丈爲三率。推得四率十八丈。卽今欲作池之長也。此轉比例中相連比例法也。

蓋原池方面每邊十二丈。其積一百四十四丈。卽二率三率相乘之數。今所得四率長十八丈與一率寬八丈相乘。亦得一百四十四丈。兩數相等。故以一率今池寬八丈與三率原池寬十二丈之比。卽同於二率。

原池長十二丈與四率今池長十八丈之比也。

設如原用金九兩係九成。今用八成金折還當加幾兩。

法以今金八成爲一率。原金九兩爲二率。原金九成爲三率。推得四

率十兩零一錢二分五釐。內減九兩餘一兩一錢二分五釐。卽八成金當加之數也。此法二率三率爲體。雖不同而數則一。故亦爲相連

一率	今八成
二率	原九兩
三率	原寬十二丈
四率	今長十八丈

一率	今八成
二率	原九兩
三率	原長十二丈
四率	今十兩零一錢二分五釐

比例。蓋以原金九兩又係九成相乘得十成金八兩一錢。以今之八成與所得十兩零一錢二分五釐相乘。亦得十成金八兩一錢。是八成與九成之比。卽同於九兩與十兩零一錢二分五釐之比也。

## 合率比例

設如以夏布換棉布。但知每夏布三丈。價銀二錢。每棉布七丈。價銀七錢五分。今有夏布四十五丈。問換棉布若干。

法以夏布三丈與棉布價銀七錢五分相乘。得二兩二錢五分爲一率。夏布價銀二錢與棉布七丈相乘。得一兩四錢爲二率。夏布四十五丈爲三率。推得四率二十八丈。卽夏布四十五丈所換之棉布數也。此法乃兩比例合爲一比例也。如分作兩比例明之。每夏布三丈價銀二錢。今夏布四十五丈。則價銀應得三兩。此一比例也。

棉布價銀七錢五

分得棉布七丈。今

夏布四十五丈之

價三兩。則應得棉

布二十八丈。此又

一比例也。夫銀三兩原爲夏布四十五丈之價。則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈。價銀亦應三兩可知矣。蓋兩比例中。一以三丈作一率。一以七錢五分作一率。故三丈與七錢五分相乘。得二兩二錢五分而爲一率。是合兩一率而爲一率也。一以二錢作二率。一以七丈作二率。故二錢與七丈相乘。得一

	一率	二兩二錢五分
	二率	一兩四錢
總	三率	夏布四十五丈
四率	棉布二十八丈	

	一率	夏布三丈
	二率	銀二錢
一	三率	夏布四十五丈
四率	銀三兩	

	一率	銀七錢五分
	二率	棉布七丈
二	三率	銀三兩
四率	棉布二十八丈	

兩四錢而爲二率。是合兩二率而爲一二率也。而後比例之三率。卽前比例之四率。如以兩三率相乘爲三率。則所得四率亦爲兩四率相乘之數。必須以前比例之四率除之。方得後比例之四率。故卽以夏布之四十五丈爲三率。而得棉布之二十八丈爲四率也。

設如以芝麻換黃米。但知每芝麻三石換菉豆五石。每菉豆四石換黃米三石。今有芝麻五十四石。問換黃米若干。

法以芝麻三石與菉豆四石相乘。得十二石爲一率。又以菉豆五石與黃米三石相乘。得十五石爲二率。芝麻五十四石爲三率。推得四率六十七石五斗。卽芝麻五十四石所換之黃米數也。此法亦兩比例合爲一比例也。如

分作兩比例明

之。每芝麻三石

換菉豆五石。則

芝麻五十四石。

必換菉豆九十

石。此一比例也。菉豆四石換黃米三石。則菉豆九十石必換黃米六十七石五斗。此又一比例也。夫菉豆九十石原爲芝麻五十四石所換。則菉豆九十石所換之黃米。卽芝麻五十四石所換之黃米可知矣。蓋以兩比例之各一率相乘爲一率。兩比例之各二率相乘爲二率者。卽合兩次乘除爲一次乘除也。

總	一率	十二石
二率	十五石	
三率	芝麻五十四石	

一率	芝麻三石
二率	菉豆五石
三率	芝麻五十四石

二	一率	菉豆四石
三率	二率	黃米三石
四率	三率	菉豆九十石

設如養兵七百名，每年額餉一萬二千六百兩。內有新著伍兵三百名，已應役七個月。問該餉銀若干。  
法以原養兵七百名與十二個月相乘，得八千四百爲一率。額餉一萬二千六百兩爲二率。新兵三百名與七個月相乘，得二千一百爲三率。推得四率三千一百五十兩，即兵三百名七個月應得之餉銀數也。此法亦兩比例合爲一比例也。如分作兩比例明之。兵七百名得一萬二千六百兩，則兵三百名應得五千四百兩。乃兵三百名十二個月應得之數。此一比例也。兵三百名十二個月應得五千四百兩，則七個月應得三千一百五十兩。此又一比例也。

今以兩比例之各

一率相乘爲一率。

兩比例之各三率相乘爲三率者，亦

如兩比例之各一率二率相乘合爲一率二率也。

設如原有鵝八隻，換雞二十隻，又雞三十隻，換鴨九十隻，又鴨六十隻，換羊二隻。今有羊五隻，問換鵝幾何。

法以所換羊二隻與所換鴨九十隻相乘，得一百八十隻。再以所換雞二十隻乘之，得三千六百隻爲一率。又以原鴨六十隻與原雞三十隻相乘，得一千八百隻。又以原鵝八隻乘之，得一萬四千四百隻爲二

一率	八千四百
二率	一萬二千六百兩
三率	二千一百
四率	三千一百五十兩

一率	七百兵
二率	一萬二千六百兩
三率	三百兵
四率	五千四百兩

一率	十二個月
二率	五千四百兩
三率	七個月
四率	三千一百五十兩

率今羊五隻爲三率。推得四率二十隻。卽羊五隻所換之鵝數也。此法乃三比例合爲一比例也。如分作三比例明之。羊二隻換鵝六十隻。則羊五隻必換鵝一百五十隻。此一比例也。鵝九十隻換雞三十隻。則鵝一百五十隻必換雞五十隻。此二比例也。雞二十隻換鵝八隻。則雞五十隻必換鵝二十隻。此三比例也。夫雞五十隻原爲鵝一百五十隻之所換。而鵝一百五十隻又原爲羊五隻之所換。則雞五十隻所換之鵝二十隻。卽爲羊五隻之所換可知矣。今以三比例之各一率連乘之爲一率。又以三比例之各二率連乘之爲二率者。正合三比例爲一比例也。

問換菽幾何。

法以所換麥五斗。與所換稻四斗相乘得二石。復以所換稷三斗乘之得六石。再以所換黍二斗乘之。得十二石爲一率。又以原有稻六斗。與原有稷五斗相乘得三石。復以原有黍四斗乘之得一十二石。再設如原有菽三斗。換黍二斗。又黍四斗。換稷三斗。又稷五斗。換稻四斗。又稻六斗。換麥五斗。今有麥七斗。

一率 三千六百隻	一率 羊二隻
二率 一萬四千四百隻	二率 鵝六十隻
三率 羊五隻	三率 羊五隻
四率 鵝二十隻	四率 鵝一百五十隻
二率 雞三十隻	一率 雞二十隻
三率 鵝一百五十隻	二率 鵝八隻
四率 雞五十隻	三率 雞五十隻
一率 雞二十隻	四率 鵝二十隻

以原有菽三斗乘之得三十六石爲二率。今有麥七斗爲三率。推得四率二石一斗。卽麥七斗所換之菽數也。此合四比。

例爲一比例也。

如分作四比例

明之。麥五斗換稻六斗。則麥七

一率	一十二石
二率	三十六石
三率	麥七斗
四率	菽三石一斗

一率	麥五斗
二率	稻六斗
三率	麥七斗
四率	稻八斗四升

一率	稷三斗
二率	黍四斗
三率	稷一石零五升
四率	黍一石四斗

一率	稻四斗
二率	稷五斗
三率	稻八斗四升
四率	稷一石零五升

一率	黍二斗
二率	菽三斗
三率	黍一石四斗
四率	菽三石一斗

四升此一比例也。稻四斗換稷五斗。則稻八斗四升必換稷一石零五升。此二比例也。稷三斗換黍四斗。則稷一石零五升必換黍一石四斗。此三比例也。黍二斗換菽三斗。則黍一石四斗必換菽二石一斗。此四比例也。夫

黍一石四斗原爲稷一石零五升之所換。而稷一石零五升又爲稻八斗四升之所換。而稻八斗四升又爲麥七斗之所換。則黍一石四斗所換之菽三石一斗。卽爲麥七斗之所換可知矣。今以四比例之各一率連乘之爲一率。又以四比例之各二率連乘之爲二率者。正合四比例爲一比例也。設如原有工人一百。開河四十丈。二十日工完。今有工人一千。開河八十丈。問得日數幾何。

法以今有工人一千與原開河四十丈相乘得四萬丈爲一率二十日爲二率以原有工人一百與今開河八十丈相乘得八千丈爲三率推得四率四日卽一千人開河八十丈之日數也此法以原有今有兩數互乘以比例者所以齊其分也試將兩首位一千工與一百工互乘得十萬工然後互乘丈數原有一邊得四萬丈今有一邊得八千丈是原一百工開四十丈則十萬工開四萬丈其比例相同今一千工開八十丈則十萬工開八千丈其比例亦同也因兩工數相同故以四萬丈與二十日之比卽同於八千丈與四日之比蓋原有十萬工開河四萬丈二十日可完今亦有十萬工開河八千丈則四日可完爲比例四率也然此法

實係兩比例合爲

一比例也如分作兩比例明之則先以人工爲比例原

一百工開二十日今一千工卽應開二日爲今一千工開河四十丈之日數此一轉比例也次用丈數爲比例原四十丈應開二日今八十丈則應開四日爲今一千工開河八十丈之日數此一正比例也法以

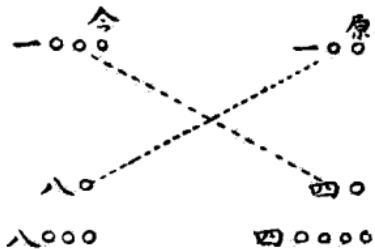
一率	四萬丈
二率	二十日
三率	八千丈
四率	四日

一率	今一千工
二率	原二十日
三率	原一百工
四率	今二日

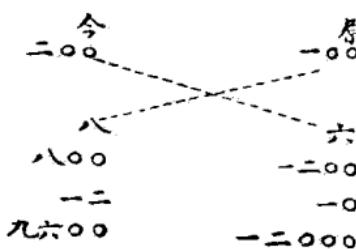
  

一率	原四十丈
二率	原二日
三率	今八十丈
四率	今四日



兩比例之一率相乘爲一率。兩比例之三率相乘爲三率者。正合兩比例爲一比例也。  
設如原有書一百篇。六人寫之。十日完。每篇三百字。今有書二百篇。八人寫之。十二日完。問每篇得字若干。

法以今有二百篇與原有六人相乘得一千二百又以原有十日乘之得一萬爲二千爲一率。每篇三百字爲二率。以原有一百篇與今有八人相乘得八百又



一率	原六人
二率	原一百五十字
三率	今八人
四率	今二百字

一率	一萬二千工
二率	三百字
三率	九千六百工
四率	二百四十字

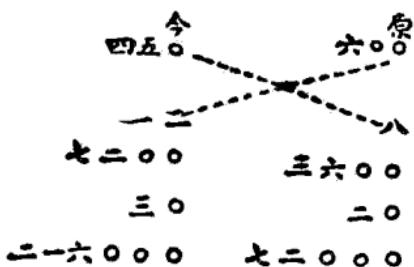
一率	原十日
二率	原二百字
三率	今十二日
四率	今二百四十字

篇用一千六百工。其每篇必二百四十字爲比例四率也。然此法實係三比例合爲一比例也。如分作三比例明之。則先以篇數爲比例。原一百篇每篇三百字。今匀二千工。今有一邊得九千六百工。恭原有二萬二千工。今有一邊得一千二百又以原有十日乘之得一萬爲二千爲一率。每篇三百字爲二率。以原有一百篇與今有八人相乘得八百又

爲二百篇，則每篇只應一百五十字。此一轉比例也。然人數不同，故次以人數爲比例。原六人寫之，每篇應一百五十字。今八人寫之，則每篇應二百字。此一正比例也。然日數又不同，故次以日數爲比例。原寫十日，每篇應二百字。今寫十二日，則每篇應二百四十字。此又一正比例也。法以三比例之各一率連乘之爲一率。三比例之各三率連乘之爲三率者，正合三比例爲一比例也。

設如原雇人寫書，每篇六百字。八人寫二十日，得一百二十篇。今寫書每篇四百五十字，卻用十二人寫三十日，問得篇數幾何。

法以今有四百五十字，與原有八人相乘，得三千六百。又以原有二十日乘之，得七萬二千爲一率。一百二十篇爲二率。以原有六百字，與今有十二人相乘，得七千二百。又以今有三十日乘之，得二十一萬六千爲三率。推得四率三百六十篇。即今十二人寫三十日之篇數也。試將兩首位六百字與四百五十字互乘，得二十七萬字。然後互乘人工與日，原有一邊得七萬二千工。今有一邊得二十一萬六千工。蓋原有一邊二十七萬字，用七萬二千工得一百二十篇。今一邊亦二十七萬字，用二十一



四率	三百六十篇
三率	二十一萬六千工
二率	一百二十篇
一率	七萬二千工

萬六千工，則得三百六十篇爲比例四率也。然此法亦係三比例合爲一比例也。如分作三比例明之，則先以字數爲比例。

原每篇六百字爲

一百二十篇。今每

篇四百五十字，則

必勻爲一百六十

篇。此一轉比例也。

一率	今四百五十字
二率	原一百二十篇
三率	原六百字
四率	今一百六十篇

一率	原八人
二率	原一百六十篇
三率	今十二人
四率	今二百四十篇

一率	原二十日
二率	原二百四十篇
三率	今三十日
四率	今三百六十篇

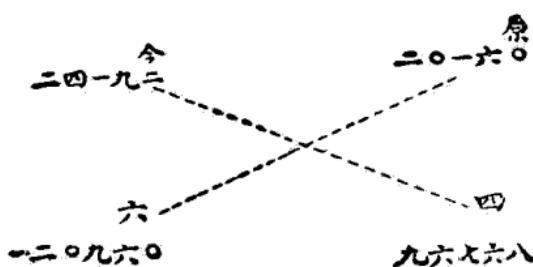
然人數不同，故次以人數爲比例。原八人寫之，應得一百六十篇。今十二人寫之，則應得二百四十篇。此一正比例也。然日數又不同，故次以日數爲比例。原寫二十日，應得二百四十篇。今寫三十日，則應得三百六十篇。此又一正比例也。法以三比例之各一率連乘之爲一率。三比例之各三率連乘之爲三率者，正合三比例爲一比例也。

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤，每人每日用二斤，足用四個月。今又添四千零三十二斤，合前數共二萬四千一百九十二斤，欲用六個月，問每日每人應用幾何。

法以原有二萬零一百六十斤，與今六個月相乘，得一十二萬零九百六十個月爲一率。每人每日用水二斤，通爲三十二兩，爲二率。以今有二萬四千一百九十二斤，與原四個月相乘，得九萬六千七百六十八個月爲三率。推得四率二十五兩六錢，即今每人每日應用之數也。試將兩首位數互乘，得四億八千

七百七十一萬零七百斤。然後互乘月數。原有一邊得九萬六千七百六十八個月。今有一邊得一十二萬零九百六十個月。蓋原有水四億八千七百七十萬零七百斤。足用九萬六千七百六十八個月。每人得三十二兩。今有水亦四億八千七百七十一萬零七百斤。欲用十二萬零九百六十個月。則每人得二十五兩六錢。爲轉比例四率也。

然此法亦係兩比例合爲一比例也。如分作兩比例明之。則先以水數爲比例。原有水二萬零一百六十斤。每人每日用三十二兩。今水二萬四千一百九十二斤。則每人每日應用三十八兩四錢。此一正比例也。然月數不同。故次以月數爲比例。原用四個月。每日應用三十八兩四錢。今欲用六個月。則每日應用二十五兩六錢。此一轉比例也。法以



一率 今一十二萬零九百六十月	二率 原三十二兩
三率 原九萬六千七百六十八月	四率 今二十五兩六錢
一率 原二萬零一百六十斤	二率 原三十二兩
三率 今二萬四千一百九十二斤	四率 今三十八兩四錢
一率 今六個月	二率 原三十八兩四錢
三率 原四個月	四年 今二十五兩六錢

兩一率相乘爲一率。兩三率相乘爲三率者。正合兩比例爲一比例也。

設如原有米八萬石。用車二十四輛。日行四十里。二十日運完。今有米十萬石。用車三十輛。日行六十里。

### 問運完日數幾何。

法以原有八萬石與今用車三十

輛相乘得二百四十萬輛。又以今

行六十里乘之。得一億四千四百

萬里爲一率。二十日爲二率。以今

有十萬石與原用車二十四輛相

乘亦得二百四十萬輛。又以原行

四十里乘之。得九千六百萬里爲

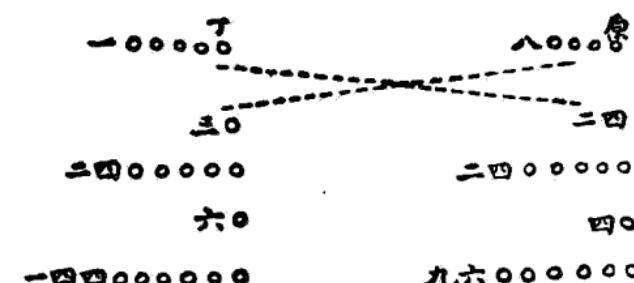
三率。推得四率。十三日又三分日

之一。即今米十萬石運完之日數

也。試將兩首位數互乘得八十億

石。然後互乘車數里數。原有一邊

得九千六百萬里。今有一邊得一



一率	原八萬石	一率	今一億四千四百萬里
二率	原二十日	二率	原二十日
三率	今十萬石	三率	今十三日又三分日之一
四率	今二十五日	四率	

億石用車二百四十萬輛行九千六百萬里得二十日運完今有米亦八十億石亦用車二百四十萬輛行一億四千四百萬里故十三日又三分日之一運完爲轉比例四率也然比法亦係三比例合爲一比例也如分作三比例明之則先以米數爲比例原米八萬石運二十日今米十萬石則應運二十五日此一正比例也然車數不同故次以車數爲比例原車二十四輛應運二十

五日今車三十輛則應運二十日此

一轉比例也然日行里數又不同故

次以里數爲比例原行四十里應運

二十日今行六十里則應運十三日

又三分日之一此又一轉比例也法以三比例之各一率連乘之爲一率三比例之各三率連乘之爲三率者正合三比例爲一比例也

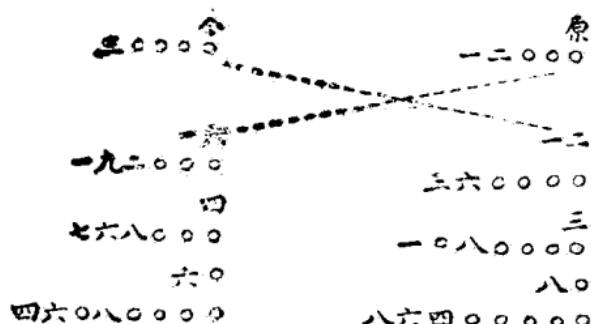
設如原有麥子一萬二千石車十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車十六輛每車載四石日行六十里問運完日數幾何

法以原有麥子一萬二千石與今車十六輛相乘得一十九萬二千輛又以今每車載麥四石乘之得七十六萬八千石又以今行六十里乘之得四千六百零八萬里爲一率四十日爲二率以今有麥子三萬石與原有車十二輛相乘得三十六萬輛又以原每車載麥三石乘之得一百零八萬石又以原行八十

一率	今三十車
二率	原二十五日
三率	原二十四車
四率	今二十日

一率	今六十里
二率	原二十日
三率	原四十里
四率	今十三日又三分日之一

里乘之得八千六百四十萬里爲三率推得四率七十五日卽今麥三萬石運完之日數也試將兩首位數互乘得三億六千萬石然後互乘車數石數里數原有一邊得八千六百四十萬里今有一邊得四千六百零八萬里蓋原有麥三億六千萬石用車三十六萬輛載一百零八萬石行八千六百四十萬里得四十日運完今有麥亦三億六千萬石用車一十九萬二千輛載七十六萬八千石行四千六百零八萬里得七十五日運完爲轉比例四率也然此法係四比例合爲一比例也如分作四比例明之則先以麥數爲比例原麥一萬二千石運四十日今麥三萬石則應運一百日此一正比例也然車數不同故次以車數爲比例原車十二輛應運一百日今



			一率 今四千六百零八萬里
			二率 原四十日
			三率 原八千六百四十萬里
			四率 今七十五日
二率	原一百日	一率 原一萬二千石	總
三率	原十二車	二率 原四十日	
四率	今七十五日	三率 今三百萬石	
		四率 今一百日	

車十六輛則應運七十五日。此一轉比例也。然每車所載石數不同，故次以石數爲比例。原每車載三石，應運七十五日。今每車載四石，則應運五十六日二五，卽四分日之一。此又一轉比例也。然日行里數又不同，故次以里數爲比例。原日行八十里，應運五十六日二五。今日行六十里，則應運七十五日。此又一轉比例也。法以四比例之各一率連乘之爲一率，四比例之各三率連乘之爲三率者，正合四比例爲一比例也。

一率	今四石
二率	原七十五日
三率	原三石
四率	今五十六日二五

一率	今六十里
二率	原五十六日二五
三率	原八十里
四率	今七十五日

## 正比例帶分

設如有銀買米。每米一石價銀八錢四分。今買米三分石之二。問該銀若干。

法以米一石用分母三通爲三分爲一率。銀八錢四分爲二率。分子二分爲三率。二三率相乘。一率除之得四率五錢六分。卽銀數也。蓋米一石通爲三分。以三分與八錢四分之比。卽同於二分與五錢六分之比。皆爲三分之二之比例也。

設如有人行路。行過五分之二。係八十里。問總里數幾何。

法以分子二分爲一率。分母五分爲二率。行過八十里爲三率。二三率相乘。一率除之得四率二百里。卽總里數也。蓋總里數之五分之二爲八十里。以二分與五分之比。卽同於八十里與二百里之比。皆爲五分之二之比例也。

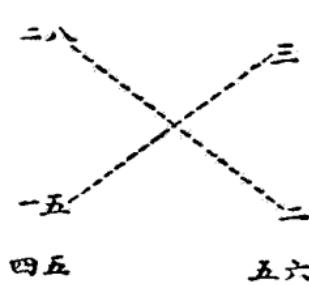
設如有銀買米。每米三分石之二。價銀七分兩之五。今買米四分石之三。問該銀若干。法以三分石之二爲一率。七分兩之五爲二率。四分石之三爲三率。用通分乘法。以二率分母七與三率分母四相乘。得二十八爲乘出之分母。又以二率分子五與三率分子三相乘。得一十五爲乘出之分子。

一率	二分
二率	五分
三率	八十里
四率	二百里

一率	三分
二率	八錢四分
三率	二分
四率	五錢六分

是爲二十八分之十五爲二率三率相乘之數以一率三分石之二除之因分母除不盡乃用通分互乘代除之法除之以乘出之分母二十八與一率之分子二相乘得五十六爲除出之分母又以一率之分母三與乘出之分子十五相乘得四十五爲除出之分子即得四率五十六分兩之四十五爲所求之數也如求真數則變零分爲兩以分母五十六爲一率一兩爲二率分子四十五爲三率推得四率八錢餘二不盡命爲五十六分錢之二約爲二十八分錢之一卽所求之真數也

設如有銀買蠟每銀二兩六錢買蠟十斤通爲一百六十兩又五分斤之二通爲六兩四錢又七兩零二分兩之一今有銀九錢問買蠟幾何



一率	三分石之二
二率	七分兩之五
三率	四分石之三
四率	五十六分兩之四十五

一率	五十六分
二率	一兩
三率	四十五分
四率	八錢又二十八分錢之一

四-----三八-----七  
三-----五-----五

之一通爲七兩五錢。共得一百七十三兩九錢爲二率。今有銀九錢爲三率。推得四率六十兩零一錢九分。收爲三斤零十三兩一錢九分。卽所求之蠟數也。此法雖有零分。而分兩實可相通。故各相通以爲比例四率也。

設如有銀買羽絨。每三分丈之一價銀四分兩之二。今欲買八分丈之七。問該銀若干。

法以原羽絨三分丈之一爲一率。原銀四分兩之三爲二率。今羽絨八分丈之七爲三率。用通分乘法。以二率分母四與

三率分母八相乘。得三十二爲

乘出之分母。又

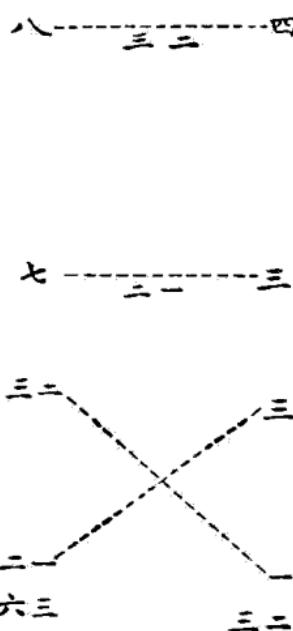
以二率分子三

與三率分子七

相乘。得二十一

爲乘出之分子。是爲三十二分之二十一爲二率三率相乘之數。乃以一率三分丈之一除之。因分母除不盡。乃用通分互乘代除之法除之。以乘出之分母三十二與一率之分子一相乘。仍得三十二爲除出

一率	三分丈之一
二率	四分兩之三
三率	八分丈之七
四率	一兩又三十二分兩之三十二



一率	二兩六錢
二率	一百七十三兩九錢
三率	九錢
四率	六十兩零一錢九分

之分母又以一率之分母三與乘出之分子二十一相乘得六十三爲除出之分子即得四率三十二分兩之六十三爲所求之數也滿分母三十二分收爲一兩餘三十一六十三分內減去三十二分仍餘三十一爲一兩又三十二分兩之三十一如求真數則以分母三十二爲一率一兩爲二率分子三十一爲三率推得四率九錢六分八釐七毫五絲與整數一兩相加得一兩九錢六分八釐七毫五絲卽真數也

設如有銀買緞每緞二疋共價八兩又五分兩之四今欲買三十六疋問共價若干

法以二疋爲一率共價八兩用分母五通爲四十分加分子四得四十四分爲二率今買三十六疋爲三率推得四率七百九十二分以每分母五分收爲一率得一百五十八兩又五分兩之二十八兩又五分兩之二以五分爲一率一兩爲二率七百九十二分爲三率推得四率一百五十八兩又五分兩之二

一率	三十二分
二率	一兩
三率	三十一分
四率	九錢六分八釐七毫五絲

一率	二疋
二率	四十四分
三率	三十六疋
四率	七百九十二分

一率	五分
二率	一兩
三率	七百九十二分
四率	一百五十八兩又五分兩之二

一率	二疋
二率	八兩八錢
三率	三十六疋
四率	一百五十八兩四錢

卽所求之數也。如以五分兩之二收爲四錢。五分爲一兩。則二分爲四錢。則得一百五十八兩四錢。卽緼三十六疋之共價也。如以子母分變爲真數求之。二疋共價八兩又五分兩之四。則五分爲一兩。四分爲八錢。是二疋共價爲八兩八錢。卽以二疋爲一率。八兩八錢爲二率。三十六疋爲三率。亦得四率一百五十。八兩四錢爲緼三十六疋之共價也。

轉比例帶分

設如一案長九尺寬一尺六寸今欲將原長減三分之一其面積仍與原案等間寬幾何

法以原長九尺用分母三歸之得每分三尺於原長九尺內減去一分之三尺餘六尺爲今長爲一率原寬一尺六寸爲二率原長九尺爲三率二三率相乘一率除之得四率二尺四寸卽今所求之寬也此法因分母三可以度盡原長故變今長爲真數與他率爲比例也

設如營造原每日用五十六人歷一月又九分月之三可以完工今每日用六十四人問完工之日得幾何

法以今用六十四人爲一率以分母九通一月爲九分加入分子三共爲九分月之十二爲二率原用五十六人爲三率推得四率九分月之十分半滿分母九分收爲一月餘一分半十分半內減去九分餘一分半約爲六分月之一卽得一月又六分月之一爲今用六十四人完工之日也蓋六十四人與一月又九分月之三之比卽同於五十六人與一月又六分月之一之比也

一率	今長六尺
二率	原寬一尺六寸
三率	原長九尺
四率	今寬二尺四寸

一率	今六十四人
二率	原九分月之十二
三率	原五十六人
四率	今九分月之十分五

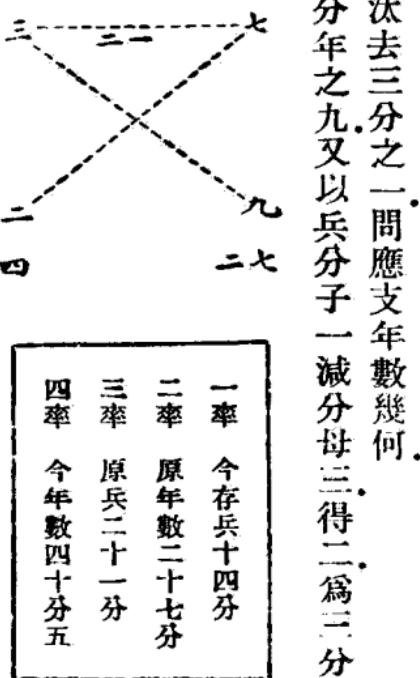
設如原有一門簾用綾一丈二尺其綾寬一尺五寸今欲作一新簾其綾比原綾寬七分尺之三問應用長數幾何

法以原寬一尺五寸用分母七通爲十分半加入分子三得今寬一十三分半爲一率原長一丈二尺爲二率原寬十分半爲三率推得四率九尺又一百三十五分尺之四十五約爲三分尺之一卽得九尺又三分尺之一爲今應用之長數也蓋今寬十三分半與原寬十分半之比卽同於原長一丈二尺與今長九尺又三分尺之一之比也

設如城守兵一營其糧可支一年又七分年之二今汰去三分之一問應支年數幾何

法先以年分母七通一年爲七分加入分子二得七分年之九又以兵分子一減分母三得二爲三分之二爲現存兵數汰去三分之一則存者爲三分之二

因兩分母不同故用互乘以齊之以兩分母三七相乘得二十一爲共母分卽原兵分以年分母七互乘兵分子二得十四爲今存兵分以兵分母三互乘年分子九得二十七爲原年分卽以所通今存兵十四分爲一率原年數二十七分爲二率原



一率 今寬十三分五
二率 原長一丈二尺
三率 原寬十分五

兵二十一分爲三率。推得四率二十一分年之四十分半。滿分母二十一分收爲一年。餘十九分半。四十  
分半內減二十一分。餘十九分半。約爲七分年之六分半。卽得一年又七分年之六分半爲今應支之年數。  
也。蓋今存兵比原兵少三分之。一則支糧年數必多三分之一。故今存兵十四分與原兵二十一分之比。  
卽同於原年數二十七分與今年數四十分半之比也。



# 數理精蘊下編卷四

## 線部二

### 按分遞折比例

差分之款項雖多而按分遞折者皆爲相連比例故約之而歸一類如二八三七四六差分俱以十分爲總率而按各分以分之者也如遞折差分亦以十分爲率而按十分之幾以遞折之者也如加倍減半差分則以倍半爲率按一定之分而加減之者也今細分其目如左

二八差分者以總物平分十分一得十分之二一得十分之八有三色者則以二與八與三十二爲衰數蓋八與三十二之比卽如二與八之比也有四色者則以二與八與三十二與一百二十八爲衰數蓋三十二與一百二十八之比亦如二與八之比也至於五色以上者皆以相連比例求各衰數總不越乎二八之比例故曰二八差分

三七差分者以總物平分十分一得十分之三一得十分之七有三色者則以九與二十一及四十九爲衰數以九爲第一衰數者因三與七非彼此度盡之數七作三分必至奇零不盡故以三因三得九爲三分則以三因七得二十一爲七分如二十一轉爲三分則四十九又爲七分矣蓋九與二十一卽如二與七之比而二十一與四十九亦如二與七之比也有四色者則以二十七與六十三及一百四十七與三百四十三爲衰數以

三因九得二十七爲三分。故以七因九得六十三爲七分。若六十三轉爲三分。則一百四十七爲七分。一百四十七轉爲三分。則三百四十三又爲七分矣。蓋二十七與六十三。六十三與一百四十七。一百四十七與三百四十三。皆如三與七之比也。五色以上者。皆以相連比例求各衰數。總不越乎三七之比例。故曰三七差分。

四六差分者。以總物平分十分。一得十分之四。一得十分之六。有三色者。則以四與六與九爲衰數。蓋六與九之比。卽如四與六之比也。有四色者。則以四與六與九與一三五爲衰數。蓋九與一三五之比。亦如四與六之比也。五色以上者。亦以相連比例求各衰數。總不越乎四六之比例。故曰四六差分。遞折差分者。十分之中。得其幾分。卽爲幾折。如得其六分。卽爲六折。得其四分。卽爲四折。若夫五折。則爲十分之半。故載於倍半法中而別爲一類。

加倍差分。其數自少而多。皆以倍而加減半差分。則數自多而少。皆以半而減。因加減有定分。故立衰有定例。總以加倍減半之數爲相連比例。設爲借數。以求正數也。

### 二八差分

設如有銀三千兩。令二人戶二八納之。問各該若干。

法以二分八分相併得十分爲一率。銀三千兩爲二率。二分爲三率。推得四率六百兩爲下等人戶所納之數。仍以二分八分相併之十分爲一率。銀三千兩爲二率。以八分爲三率。推得四率二千四百兩。卽爲上等人戶所納之數也。此法兩用四率者。正爲明比例之理。蓋二分八分相併之十

一率	十分
二率	三千兩
三率	二分
四率	六百兩

分與總銀三千之比，卽如二分之與六百之比，八分之與二千四百之比也。

又捷法以二八所併之十分歸除總銀三千兩，得每分三百兩，以二分乘之，得六百，以八分乘之，得二千四百，蓋每一分得三百，而二分得六百八，分得二千四百也。又或先得二分所納之數，於總銀內減之，卽八分所納之數，此又正法外之變法也。

設如有人一千六百名，二分賞銀八分賞米，問賞銀人若干，賞米人若干。法以二分八分相併得十分爲一率，人一千六百名爲二率，二分爲三率，推得四率一千二百八十名，即應賞米之人也。蓋二分八分相併之十分，與總人一千六百之比，卽如二分之與三百二十名之比，八分之與一千二百八十名之比也。

又捷法以二八所併之十分歸除總人數一千

六百名，得每分一百六十名，以二分乘之，得賞銀人三百二十名，以八分乘之，得賞米人一千二百八十名，蓋每一分得一百六十名，而二分得三百二十名，八分得一千二百八十名也。

一率	十分	二率	三千兩
三率	一千六百名	四率	三千四百兩
二率	一千六百名	一率	三千兩
三率	八分	二率	八分
四率	一千二百八十名	三率	八分
一率	三千兩	四率	一千二百八十名

設如有米五百八十八石令甲乙丙三人二八分之間每人應得幾何。

法以二分爲甲衰八分爲乙衰三十二分爲丙衰相併得四十二分爲一率總米五百八十八

石爲二率以甲二分爲三率推得四率二十八石卽甲分米數以乙八分爲三率得四率一百

一十二石卽乙分米數以丙三十二分爲三率得四率四百四十八石卽丙分米數也此法用

二與八八與三十二者卽二八相連比例分蓋總分數四十二分與總米五百八十八石之比卽二分與二十八石之比八分與一百一十二石之比卽三十二分與四百四十八石之比也

又捷法以總數四十二分歸除總米五百八十八石得每分一十四石以二分乘之得甲米二十八石以八分乘之得乙米一百一十二石以三十分乘之得丙米四百四十八石也

設如有銅五百二十斤鍊成精銅每十分中去渣二分餘精銅八分問精銅與渣各得若干法以十分爲一率銅五百二十斤爲二率八分爲三率推得四率四百一十六斤爲精銅之數如以二分爲三率推得四率一百零四斤卽銅渣之數也蓋十分與五百二十斤之比卽如八分之與四百一十六

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	二分
四率	二十八石

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	八分
四率	一百一十二石

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	三十二分
四率	四百四十八石

斤之比二分之與一百零四斤之比也。

又捷法以十分歸除總銅五百二十斤得每分五十二斤以八分乘之得四百一十六斤以二分乘之得一百零四斤蓋每一分五十二斤而二分得一百零四斤八分得四百一十六斤也。又或先得精銅八分數減總銅餘卽銅渣二分數也。

設如有田二千六百三十五畝以

麥穀豆麻四色遞次二八分種

問各田應得幾何。

法以二分爲麻衰八分爲豆衰三

十二分爲穀衰一百二十八分爲

麥衰併之得一百七十分爲一率

總田二千六百三十五畝爲二率

以麥一百二十八分爲三率得四

率一千九百八十四畝卽麥田數

一率 十分

二率 五百二十斤

三率 八分

四率 四百一十六斤

一率 一百七十分

二率 二千六百三十五畝

三率 麥一百二十八分

四率 一千九百八十四畝

一率 一百七十分

二率 二千六百三十五畝

三率 穀三十二分

四率 四百九十六畝

一率 十分

二率 五百二十斤

三率 二分

四率 一百零四斤

一率 一百七十分  
二率 二千六百三十五畝  
三率 麥一百二十八分  
四率 一千九百八十四畝

一率 一百七十分  
二率 二千六百三十五畝  
三率 麥二分  
四率 三十一畝

如以穀三十二分爲三率。得四率四百九十六畝。卽穀田數。如以豆八分或麻二分爲三率。所得四率。卽豆一百二十四畝。與麻三十一畝之田數也。

又捷法以總數一百七十分除總田數二千六百三十五畝。得每分一十五畝五分。乃以每色分數乘之。卽得每色應種數也。

設如有銀三千四百一十兩。令五商遞次二八分出。問各出幾何。

法以一商爲二分。一商爲八分。一商爲三十二分。一商爲一百二十八分。一商爲五百一十二分。併之得六百八十二分爲一率。總銀三千四百一十兩爲二率。以五百一十二分爲三率。得四率二千五百六十兩。卽五百一十二分應出之數。如以一百二十八分爲三率。得四率六百四十兩。卽一百二十八分應出之數。如以三十二分爲三率。得四率一百六十

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	三十二分
四率	一百六十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	五百一十二分
四率	二千五百六十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	二百八十八分
四率	六百四十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	三百二十兩
四率	一百六十兩

兩卽三十二分應出之數.如以八分或二分爲三率.所得四率四十兩.卽八分應出之數.一十兩卽二分應出之數也.

又捷法以總數六百八十二分除總銀三千四百一十兩.得每分五兩.再以每人分數乘之.卽得每人應出銀數也.

設如有糧二千六百五十五石九斗.令甲乙丙丁戊五等人戶照二八遞減納之.甲三十戶.乙四十戶.丙五十戶.丁六十戶.戊七十戶.問各戶所納幾何.各等戶共納幾何.

法以五百一十二爲甲一戶分數.再以甲三十戶乘之.得一萬五千三百六十.爲甲三十戶共分數.以一百二十八爲乙一戶分數.再以乙四十戶乘之.得五千一百二十.爲乙四十戶共分數.又以三十二爲丙一戶分數.再以丙五十戶乘之.得一千六百.爲丙五十戶共分數.又以八爲丁一戶分數.再以丁六十戶乘之.得四百八十.爲丁六十戶共分數.又以二爲戊一戶分數.再以戊七十戶乘之.得一百四十.爲戊七十戶共分數.以所得五等共分數併之.得二萬二千七百爲總分數爲一率.總糧二千六百五十五石九斗爲二率.以甲五百一十二分爲三率.得甲一戶納五十九石九斗零四合.又以甲三十戶乘之.得甲共納一千七百九十七石一斗二升.以乙一百二十八分爲三率.得乙一戶納

甲共分數一萬五千三百六十

乙共分數五千一百二十

丙共分數一千六百

丁共分數四百八十

戊共分數一百四十

十四石九斗七升六合。又以乙四十戶乘之。得乙共納五百九十九石零四升。  
 以丙三十二分爲三率。得丙一戶納三石七斗四升四合。又以丙五十戶乘之。  
 得丙共納一百八十七石二斗。以丁八分爲三率。得丁一戶納九斗三升六合。  
 又以丁六十戶乘之。得丁共納五十六石一斗六升。以戊二分爲三率。得戊一戶納二斗三升四合。又以戊七十戶乘之。得戊共納十六石三斗八升也。

又捷法以總分數除總糧數。得每一分。

一斗一升七合。以各等一戶分數乘之。得各等一戶納糧之數。以各等共戶分數乘之。得各等共戶納糧之數。蓋前法有各等戶而各等之中。又有衆戶。故以定分數二八三十二。一百二十八。五百一十二之數。爲各等分數。又以衆戶乘之。爲各等共戶之分數。此捷法以總分數除總糧。是得各等每一戶中之一分。故以每一戶分數乘之。得每一

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	甲五百一十二分
四率	五十九石九斗零四合

一率	二萬三千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	丙三十二分
四率	三石七斗四升四合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	丁八分
四率	九斗三升六合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	戊二分
四率	二斗三升四合

戶之數以每一等共分數乘之得每一等之全數也。

### 三七差分

設如有銀五千兩令東西二縣三七支銷問各該幾何。法以七分爲東縣衰數三分爲西縣衰數併之得十分爲一率總銀五千兩爲二率以七分爲三率得四率三千五百兩卽東縣應支之數如以三分爲三率得四率一千五百兩卽西縣應支之數也蓋三七比例亦以總衰數與總銀數之比卽若每縣衰數與每縣銀數之比故十分與五千之比卽若三分與一千五百之比七分與三千五百之比也。

一率	十分
二率	五千兩
三率	七分
四率	三千五百兩
一率	十分
二率	五千兩
三率	三分
四率	一千五百兩

又捷法先以總衰十分除總銀五千兩得每分五百兩以七分乘之卽東縣之數以三分乘之卽西縣之數或得東縣數於總銀內減之餘卽西縣數也此法以總衰除總銀得每分五百兩以七乘之卽得七分以三乘之卽得三分也前法先乘而後除後法先除而後乘其理一也。

設如有田二千五百畝令上等戶七分種之下等戶三分種之間各該幾何。

法以七分三分相併得十分爲一率二千五百畝爲二率上戶七分爲三率得四率一千七百五十畝卽

上戶應種田數。如以三分爲三率。得四率七百五十畝。卽下戶應種田數。蓋十分與二千五百畝之比。卽七分與一千七百五十畝之比。三分與七百五十畝之比也。

又捷法以三七相併之十分歸除總田二千五百畝。得每分二百五十畝。以三分乘之。得下戶七百五十畝。以七分乘之。得上戶一千七百五十畝。蓋一分爲二百五十畝。而三分得七百五十畝。七分得一千七百五十畝也。

設如以車運物行十里。二十刻到。今已行七里。問尙得幾刻到。

法以十里爲一率。二十刻爲二率。以七里與十里相減餘三里爲三率。推得四率六刻。卽運到刻數也。如以七里爲三率。推得四率十四刻。與總二十刻相減餘六刻。亦卽運到刻數也。蓋十里與二十刻之比。卽三里與六刻之比。七里與十四刻之比也。

又捷法以十里歸除二十刻。得每里二刻。以三里乘之。得六刻。以七里乘之。得十四

一率	十分
二率	二千五百畝
三率	七分
四率	一千七百五十畝

一率	十分
二率	二千五百畝
三率	三分
四率	七百五十畝

一率	十里
二率	二十刻
三率	三里
四率	六刻

一率	十里
二率	二十刻
三率	七里
四率	十四刻

刻。蓋每一里爲二刻。則三里得六刻。七里得十四刻也。

設如種樹一千一百六十株。按松柏桃柳四色遞次三七分種。問各該幾何。  
法以三百四十三分爲松衰。一百四十七分爲柏衰。六十三分爲桃衰。二十七分爲柳衰。併之得五百八  
十分爲一率。一千一百六十株爲二率。以  
三百四十三分爲三率。得四率六百八十  
六株。卽種松之數。以一百四十七分爲三  
率。得四率二百九十四株。卽種柏之數。以  
六十三分爲三率。得四率一百二十六株。  
卽種桃之數。以二十七分爲三率。得四率  
五十四株。卽種柳之數也。  
又捷法以總衰數五百八十歸除總樹一  
千一百六十得每分二株。以三百四十三  
分乘之。得種松之數。以一百四十七分乘  
之。得種柏之數。以六十三分乘之。得種桃  
之數。以二十七分乘之。得種柳之數也。此法有四位。故以三因九得二十七爲柳衰數。又遞用七因三歸  
爲桃柏松之衰數也。

三百四十三分爲三率。得四率六百八十

六株。卽種松之數。以一百四十七分爲三

率。得四率二百九十四株。卽種柏之數。以

六十三分爲三率。得四率一百二十六株。

卽種桃之數。以二十七分爲三率。得四率

五十四株。卽種柳之數也。

一率 五百八十分

二率 一千一百六十株

三率 三百四十三分

四率 六百八十六株

一率 五百八十分

二率 一千一百六十株

三率 一百四十七分

四率 二百九十四株

三百四十三分爲三率。得四率六百八十

六株。卽種松之數。以一百四十七分爲三

率。得四率二百九十四株。卽種柏之數。以

六十三分爲三率。得四率一百二十六株。

卽種桃之數。以二十七分爲三率。得四率

五十四株。卽種柳之數也。

一率 五百八十分  
二率 一千一百六十株  
三率 三百四十三分  
四率 六百八十六株

一率 五百八十分  
二率 一千一百六十株  
三率 一百四十七分  
四率 二百九十四株

一率 五百八十分  
二率 一千一百六十株  
三率 三百四十三分  
四率 六百八十六株

一率 五百八十分  
二率 一千一百六十株  
三率 一百四十七分  
四率 二百九十四株

設如有熟絲四百九十七兩七錢。按絹綾緞遞次三七分織。問各該絲幾何。

法以九分爲絹衰。二十一分爲綾衰。四十九分爲緞衰。併之得七十九分爲一率。絲四百九十七兩七錢。

爲二率。以緞

四十九分爲

一率 七十九分

二率 四百九十七兩七錢

三率 四十九分

四率 三百零八兩七錢

一率 七十九分

二率 四百九十七兩七錢

三率 二十一分

四率 一百三十二兩三錢

一率 七十九分

二率 四百九十七兩七錢

三率 九分

四率 五十六兩七錢

又捷法以總衰數七十九分除總絲四百九十七兩七錢。得每分六兩三錢。以緞四十九分乘之。得緞絲之數。以綾二十一分乘之。得綾絲之數。以絹九分乘之。得絹絲之數也。此法有三位。故以三因三。得九爲絹之衰數。又遞用七因三歸爲綾與緞之衰數。蓋九與二十一。二十一與四十九爲相連比例三率。而九與二十一之比。即二十一與四十九之比也。

設如編銀八百二十八兩二錢。令甲乙丙丁戊五等戶三七徵納。問各戶所納幾何。

法以八十一分爲甲衰。一百八十九分爲乙衰。四百四十一分爲丙衰。一千零二十九分爲丁衰。二千四

百零一分爲戊衰，併之得四千一百四十一分爲一率。總銀八百二十八兩二錢爲二率。以每人分數各爲三率。

得四率

一率 四千一百四十一分

之一十

二率 八百二十八兩二錢

六兩二

三率 八十一分

錢卽甲

四率 一十六兩二錢

所納銀

數得四率之三十七兩八錢，卽乙所納銀數。得四率之八十八兩二錢，卽丙所納銀數。得四率之二百零五兩八錢，卽丁所納銀數。得四率之四百八十兩二錢，卽戊所納銀數也。

又捷法以總衰數四千一百四十一分。

歸除總銀八百二十八兩二錢，得每分

二錢，以甲乙丙丁戊各人分數乘之，卽

得各人所納銀數也。此法有五位，故以

三因二十七得八十一分爲甲之衰數。

又遞用七因三歸，卽得乙丙丁戊各衰數矣。

設如有田一百三十八畝，每畝徵米二斗。今七分徵米三分折絲，每米一石折絲一斤。問各該幾何。

一率 四千一百四十一分

二率 八百二十八兩二錢

三率 一百八十九分

四率 三十七兩八錢

所納銀

一率 四千一百四十一分

二率 八百二十八兩二錢

三率 四百四十一分

四率 八十八兩二錢

所納銀

一率 四千一百四十一分

二率 八百二十八兩二錢

三率 一千零二十九分

四率 二百零五兩八錢

一率 四千一百四十一分

二率 八百二十八兩二錢

三率 二千四百零一分

四率 四百八十兩二錢

法以七分爲米衰.三分爲絲衰.併之得十分爲一率.又以徵米二斗乘田一百三十八畝.得總米二十七石六斗爲二率.以米七分爲三率.得四率一十九石三斗二升.卽徵米七分之數.與總米相減餘八石二斗八升.爲三分折絲之數.按米每石折絲一斤.則以八石二斗八升用十六兩乘之.得一百三十二兩四錢八分.爲八斤四兩四錢八分.卽折絲三分之數也.此法以徵米二斗乘總田.是得總徵米數而三七分之也.總米分去七分.卽本色米數餘者.折爲絲.卽三分絲數也.折絲之法.每石旣爲一斤.則八石二斗四升.自得八斤四兩四錢八分也.

又捷法以總衰十分歸除總米二十七石六斗.得每分二石七斗六升.以米七分乘之.得米數.以絲三分乘之.得折絲之米數.而絲之斤兩亦得矣.

#### 四六差分

設如有金四千兩.令上下二等金戶六四傾銷.問各該幾何.

法以六分爲上等衰數.四分爲下等衰數.併之得十分爲一率.共金四千兩爲二率.以六分爲三率.得四率二千四百兩.卽上等金戶傾銷之數.如以四分爲三率.得四率一千六百兩.卽下等金戶傾銷之數.此法以四分六分相併之十分.與共金四千兩之比.卽如六分與二千四百兩之比.四分與一千六百兩之比也.

一率	十分
二率	二十七石六斗
三率	七分
四率	一十九石三斗二升

又捷法以總衰十分歸除共金四千兩。  
得每分四百兩以六分乘之得二千四  
百兩爲上等金戶傾銷之數以四分乘  
之得一千六百兩爲下等金戶傾銷之  
數如先得上等六分金數於共金數內  
減之其餘卽下等四分金數也。

設如有水田三百畝令上下二戶四六分灌問各灌若干。

法以四分六分相併得十分爲一率三百畝爲二率六分爲三率推得四率一百二十  
畝卽下戶所灌之田也蓋四六相併之  
十分與三百畝之比卽六分與一百八  
十畝之比四分與一百二十畝之比也。

又捷法以相併之十分歸除總田三百

一率	十分
二率	四千兩
三率	六分
四率	二千四百兩

一率	十分
二率	四千兩
三率	四分
四率	一千六百兩

一率	十分
二率	三百畝
三率	四分
四率	一百二十畝

田數以四分乘之卽下戶田數蓋每一分得三十畝而六分得一百八十畝四分得一百二十畝也如或  
先得六分田數減總田餘卽四分田數也。

設如有絲二百五十斤換米。每絲一斤換米一石。今已換過六分。尙餘絲四分。問已換未換各若干。

每絲一斤換米一石故也。

法以四分六分相併得十分爲一率。將二百五十斤絲變作二百五十石米爲二率。

以六分爲三率。推得四率一百五十石爲已換之米數。

以四分爲三率。推得四率一百石爲未換之米數。

蓋四六相併之十分與二百五十石之比。卽六分與一百五十石之比。四分與一百石之比也。

也。

又捷法以相併之十分歸除總米二百五十石。得每分二十五石。以六分乘之。得已換之一百五十石。以四分乘之。得未換之一百石。蓋每一分得二十五石。而四分得一百石。六分得一百五十石也。

設如有絲一千五百五十八斤。令甲乙丙三家四六分織。問各該幾何。

法以四爲甲

衰數六爲乙

衰數九爲丙

衰數併之得十九爲一率

一率十九分

二率一千五百五十八斤

三率四分

四率三百二十八斤

一率十分

二率二百五十石

三率六分

四率一百五十石

一率十分

二率二百五十石

三率四分

四率一百石

一率十九分

二率一千五百五十八斤

三率六分

四率四百九十二斤

一率十九分

二率一千五百五十八斤

三率四分

四率三百二十八斤

總絲一千五百五十八斤爲二率。以甲四分爲三率。卽得甲絲三百二十八斤。以乙六分爲三率。卽得乙絲四百九十二斤。以丙九分爲三率。卽得丙絲七百三十八斤。此法以總衰十九分與總絲一千五百五十八斤之比。卽甲四分與三百二十八斤之比。乙六分與四百九十二斤之比。丙九分與七百三十八斤之比也。

又捷法以總衰數十九分除總絲一千五百五十八斤。得每分八十二斤。以甲四分乘之。得甲絲三百二十八斤。以乙六分乘之。得乙絲四百九十二斤。以丙九分乘之。得丙絲七百三十八斤也。

設如有田九百七十五畝。令甲乙丙丁四人四六分種。問每人各得幾何。

法以四分爲甲衰。六分爲乙衰。九分爲丙衰。一十三分半爲丁衰。併之得三十

二分半爲一率。總田九百七十五畝爲二率。以甲四分爲三率。卽得甲田一百二十畝。以乙六分爲三率。卽得乙田一百八十畝。以丙九分丁一十三分半各爲三率。卽得二百七十畝爲丙田。得四百零五畝爲丁田也。蓋三十二分半與

二率  
九百七十五畝  
三率  
一百二十畝  
四率  
二百七十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	一百二十畝
四率	二百七十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	六分
四率	一百八十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	一十三分五
四率	四十零五畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	六分
四率	一百八十畝

九百七十五畝之比，卽甲四分與一百二十畝之比，乙六分與一百八十畝之比，亦卽丙九分與二百七十畝之比，丁十三分半與四百零五畝之比也。

又捷法以總衰數三十二分半歸除總田九百七十五畝，得每分三十畝，以甲乙丙丁各衰數乘之，卽得每人田數也。

設如有糧一千二百六十六石，令甲乙丙丁戊五舟按六分四分遞次運載，問各該幾何。

法以四分爲戊衰。

六分爲丁衰，九分

爲丙衰，一十三分

半爲乙衰，二十分

二十五爲甲衰，併之

得五十二分七五

一率 五十二分七五

二率 一千二百六十六石

三率 二十分二五

四率 四百八十六石

一率 五十二分七五

二率 一千二百六十六石

三率 一十三分五

四率 三百二十四石

一率 五十二分七五

二率 一千二百六十六石

三率 九分

四率 二百一十六石

一率 五十二分七五

二率 一千二百六十六石

三率 四分

四率 九十六石

爲一率，總糧一千二百六十六石爲二率，以甲二十分二五爲三率，得甲運四百八十六石，以乙一十三分半爲三率，得乙運三百二十四石，以丙九分爲三率，得丙運二百一十六石，以丁六分爲三率，得丁運一百四十四石，以戊四分

爲三率得戊運九十六石此法總衰數與總糧之比卽各人分數與各人糧數之比也蓋六與九九與一三五、一三五與二〇二五皆同爲四六之比例也

又捷法以總衰五十二分七五歸除總糧一千二百六十六石得每分二十四石以甲乙丙丁戊各舟衰數乘之卽得各舟運糧之數也

設如有米三百八十五石五斗二升令上等人戶六分下等人戶四分交納上等二十六戶下等四十戶問各等每戶各該幾何

法以六爲上等衰數以上戶二十六戶乘之得一百五十六爲上等二十六戶共衰數以四爲下等衰數以下戶四十乘之得一百六十爲下等

四十戶共衰數併之得三百一十六爲

一率總米三百八十五石五斗二升爲

二率總米三百八十五石五斗二升爲

三率總米三百八十五石五斗二升爲

四率總米三百八十五石五斗二升爲

五率總米三百八十五石五斗二升爲

六率總米三百八十五石五斗二升爲

七率總米三百八十五石五斗二升爲

八率總米三百八十五石五斗二升爲

石三斗二升爲上等二十六戶共米數如以下等四分爲三率得四率四石八斗八升爲下等一戶米數以下等共分數一百六十爲三率得一百九十五石二斗卽下等四十戶共米數也

又捷法以總衰三百一十六分歸除總米三百八十五石五斗二升得每分一石二斗二升以六分乘之

一率三百一十六分  
二率三百八十五石五斗二升  
三率六分  
四率七石三斗二升

一率三百一十六分  
二率三百八十五石五斗二升  
三率四分  
四率四石八斗八升

得上等一戶米數以上等共分數乘之得上等共米數以四分乘之得下等一戶米數以下等共分數乘之得下等共米數也。

### 遞折差分

設如有熟稻七百九十九畝六分八釐令三人以十分之六收割問每人得幾何。

法以一百爲第一人分數六十爲第二人分數三十六爲第三人分數三分數相併得一百九十六分爲一率總稻七百九十九畝六分八釐爲二率第一人分數一百爲三率得四率四百零八畝卽第一人收

割田數

如以第

一率 一百九十六分

二人分

二率 七百九十九畝六分八釐

數六十

三率 一百分

四率 四百零八畝

一率 一百九十六分
二率 七百九十九畝六分八釐
三率 六十分
四率 二百四十四畝八分

一率 一百九十六分
二率 七百九十九畝六分八釐
三率 六十分
四率 二百四十四畝八分

一率 一百九十六分
二率 七百九十九畝六分八釐
三率 三十六分
四率 一百四十六畝八分八釐

一率 一百九十六分
二率 七百九十九畝六分八釐
三率 三十六分
四率 一百四十六畝八分八釐

得四率

二百四十四畝八分卽第二人收割田數如以第三人分數三十六爲三率得四率一百四十六畝八分八釐卽第三人收割田數蓋十分之六如彼得十分此得六分也第二人得第一人十分之六第三人又得第二人十分之六故一百與六十之比卽六十與三十六之比遞次比例皆十分之六也其得數四百零八畝與二百四十四畝八分之比卽二百四十四畝八分與一百四十六畝八分八釐之比亦皆爲十

分之六也。

又捷法以總分一百九十六除總田七百九十九畝六分八釐得每一分四畝零八釐以一百分乘之得第一人四百零八畝以六十分乘之得第二人二百四十四畝八分以三十六分乘之得第三人一百四十六畝八分八釐也。

設如有銀一千二百六十六兩五錢令四商以十分之七遞次販貨出賣問每人該銀幾何。

法以一千爲第一人分數七百爲第二人分數四百九十爲第三人分數三百四十三爲第四人分數相併得二千五百三十三分爲一率總銀一千二百六十六兩五錢十六兩五錢爲二率以一千分爲三率得四率五百兩卽第一人銀數以七百分爲三率得四率三百五十兩卽第二人銀數以四百九十分爲三率得四率二百四十五兩卽第三人銀數以三百四十三分爲三率得四率一百七十一兩五錢卽第四人銀數蓋十分之七遞

人分數四百九十爲第三人分數三百四十三爲第四人分數相併得二千五百三十三分爲一率總銀一千二百六十六兩五錢十六兩五錢爲二率以一千分爲三率得四率五百兩

分爲三率得四率三百五十兩卽第二人銀數以四百九十分爲三率得四率二百四十五兩卽第三人銀數以三百四十三分爲三率得四率一百七十一兩五錢

一率 二千五百三十三分  
二率 一千二百六十六兩五錢  
三率 四百九十分  
四率 二百四十五兩

一率 二千五百三十三分  
二率 一千二百六十六兩五錢  
三率 一千分  
四率 五百兩

一率 二千五百三十三分  
二率 一千二百六十六兩五錢  
三率 三百四十三分  
四率 三百五十兩

一率 二千五百三十三分  
二率 一千二百六十六兩五錢  
三率 三百四十三分  
四率 一百七十一兩五錢

折而下。第二人得第一人十分之七。則第三人亦得第二人十分之七。其先立衰數一千分七百分四百九十分三百四十三分皆十與七之比例也。

又捷法以總分二千五百三十三除總銀一千二百六十六兩五錢。得每一分五錢。以一千分乘之。得第一人五百兩。以七百分乘之。得第二人三百五十兩。以四百九十分乘之。得第三人二百四十五兩。以三百四十三分乘之。得第四人一百七十一兩五錢也。

設如生銅入爐鎔化三次。每一次去渣十分之二。淨得上好熟銅二百四十八兩。問原銅幾何。

法即以十分之八爲分數。十分之中去渣二分。得淨銅八分。故以十分之八爲比例。以八分爲一率。十分爲二率。熟銅二百四十八兩爲三率。

一率 八分
二率 十分
三率 二百四十八兩
四率 三百一十兩

一率 八分
二率 十分
三率 三百一十兩
四率 三百八十七兩五錢

得四率三百一十兩爲第三次入爐銅數。又以八分爲一率。十分爲二率。三百一十兩爲三率。得四率三百八十七兩五錢爲第二次入爐銅數。再以八分爲一率。十分爲二率。三百八十七兩五錢爲三率。得四率四百八十四兩三錢七分五釐。即第一次入爐生銅數也。此法因八折三次而轉求原數。故以八分爲一率。十分爲二率。轉求三

一率 八分
二率 十分
三率 三百八十七兩五錢
四率 四百八十四兩三錢七分五釐

次而始得也。

又法以八分自乘再乘得五百一十二分爲一率.十分自乘再乘得一千分爲二率.熟銅二百四十八兩爲三率.得四率四百八十四兩三錢七分五釐.卽第一次入爐生銅數也.前法以三次三率各求四率.故必乘除三次.此法則以一率二率俱各自乘再乘.止以第三次熟銅數爲三率.卽得第一次生銅數.是合三次乘除而爲一次乘除也.

設如有絲三百六十九斤令甲乙丙丁四人照十分之八折分問各得幾何

法以一千爲甲分數八百爲乙分數六百四十爲丙分數五百一十二爲丁分數相併得

二千九百五十二分爲一率。總絲三百六十  
九斤爲二率。以每人分數各爲三率。所得各  
四率。一百二十五斤爲甲數。一百斤爲乙數。  
八十斤爲丙數。六十四斤爲丁數。蓋十分之  
八遞折而下。乙得甲十分之八。丙得乙亦十

十分自乘再乘得	一率五百一十二分
率四百八十四兩	二率一千分
三次三率各求四	三率二百四十八兩
再乘止以第三次	四率四百八十四兩三錢七分五釐
一率二千九百五十二分	一率二千九百五十二分
二率三百六十九斤	二率三百六十九斤
三率一千分	三率八百分
四率一百二十五斤	四率一百斤
一率二千九百五十二分	一率二千九百五十二分
二率三百六十九斤	二率三百六十九斤
三率五百一十二分	三率五百一十二分
四率六十四斤	四率六十四斤

分之八而丁得丙亦十分之八其先立衰數一千分八百分六百四十分五百一十二分皆十與八之比例也如捷法先除後乘須用通分不然則斤數有奇零矣

設如有絹四百七十丈一尺八寸四分令三人戶照十分之六出之上等戶二十五中等戶三十下等戶四十八問每戶該出幾何

法以一百爲上等分數用二十五乘之得二千五百爲上等戶共分數以六十爲中等分數用三十乘之得一千八百爲中等戶共分數以三十六爲下等分數用四十八乘之得一千七百二十八爲下等戶共分數併之共六千零二十八分爲一率絹四百七十丈一尺八寸四分爲二率以三等各分數各爲三率所得各四率上等每戶出七丈八尺中等每戶出四

丈六尺八寸下等每戶出二丈八尺零八分又以各等戶數乘各等每戶絹數得上等二十五戶共出絹一百九十五丈中等三十戶共出絹一百四十丈零四尺下等四十八戶共出絹一百三十四丈七尺八寸四分也

又捷法以總分數六千零二十  
八分除總絹四百七十丈一尺

一率	六千零二十八分
二率	四百七十丈一尺八寸四分
三率	六十分
四率	四丈六尺八寸

一率	六千零二十八分
二率	四百七十丈一尺八寸四分
三率	一百分
四率	七丈八尺

一率	六千零二十八分
二率	四百七十丈一尺八寸四分
三率	三十六分
四率	二丈八尺零八分

八寸四分得每一分爲七寸八分以各等分數乘之得各等每一戶絹數再以各等戶數乘之卽得各衆戶共出絹數也。

設如有官糧一百六十八石四斗八升八合令四等人戶以十分之七依次遞折交納一等二十二戶二等三十六戶三等四十二戶四等四十八戶問每等每戶各納幾何。

法以一千爲一等分數用二十二戶乘之得二萬二千卽一等戶共分數以七百爲二等分數用三十六戶乘之得二萬五千二百卽二等戶共分數以四百九十爲三等分數用四十二戶乘之得二萬零五百八十爲三等戶共分數以三百四十三爲四等分數

一率 八萬四千二百四十四分  
二率 一百六十八石四斗八升八合

三率 一千分  
四率 二石

用四十八戶乘之得一萬六千四百六十四爲四等戶共分數

併之共八萬四千二百四十四分爲一率總糧一百六十八石

四斗八升八合爲二率以一千分爲三率得四率一等每戶二

分爲三率得四率一等每戶二分爲三率得四率一等每戶二

一率 八萬四千二百四十四分  
二率 一百六十八石四斗八升八合  
三率 四百九十分  
四率 九斗八升

一率 八萬四千二百四十四分  
二率 一百六十八石四斗八升八合  
三率 三百四十三分  
四率 一石四斗

一率 八萬四千二百四十四分  
二率 一百六十八石四斗八升八合  
三率 三百四十三分  
四率 六斗八升六合

石以共戶數乘之得共納四十四石以七百分爲三率得四率二等每戶一石四斗以共戶數乘之得共納五十石零四斗以四百九十分爲三率得四率三等每戶九斗八升以共戶數乘之得共納四十一石一斗六升以三百四十三分爲三率得四率四等每戶六斗八升六合以共戶數乘之得共納三十二石九斗二升八合也。

又捷法以總分數八萬四千二百四十四除總糧一百六十八石四斗八升八合得每一分爲二合以各等分數乘之得各等每一戶糧數再以各等戶數乘之即得各等衆戶共納糧數也。

加倍減半差分

設如一人讀書日加一倍三日共讀三千四百六十五字問每日所讀幾何。

法以一爲第一日分數二爲第二日分數四爲第三日分數併之得七分

爲一率總字三千四百六十五爲二率一分爲三率得四率四百九十五

字卽第一日所讀之數倍之得九百九十字卽第二日所讀之數又倍之

得一千九百八十字卽第三日所讀之數也蓋加倍者是第二日增於第

一日一倍第三日又增於第二日一倍倍數多者由此遞加如二與四四

與八八與十六之類皆爲加倍之比例也。

設如一人織絹日加一倍至第四日織成六丈七尺五寸問每日織幾何。

法以一爲第一日分數二爲第二日分數四爲第三日分數八爲第四日分數併之得十五分爲一率總

一率	七分
二率	三千四百六十五字
三率	一分

絹六丈七尺五寸爲二率。一分爲三率。得四率四尺五寸。卽第一日之數。倍之得九尺。爲第二日之數。又倍之得一丈八尺。爲第三日之數。又倍之得三丈六尺。爲第四日之數。四數相加。共得六丈七尺五寸。以合原數也。

設如一人借銀爲商三次。每次得利銀比本銀加倍。每次還人二百兩。三次之後。本利還盡。問原本銀若干。

法以一爲本銀分數。二爲第一次本利共分。四爲第二次本利共分。八爲第三次本利共分。卽以八分爲一率。原本銀一分爲二率。又以一爲第三次還銀分。二爲第二次還銀分。四爲第一次還銀分。併之得七分。與每次還人二百兩相乘。得一千四百兩爲三率。得四率一百七十五兩。卽原本銀數也。蓋每次得利銀比本銀加倍。則原本銀爲一分。第一次必得二分。第二次必得四分。至第三次必得八分。此以未還人計也。然每次還人二百兩。三次之後。本利還盡。若第三次不還。則得二百兩者一分。第二次不還。則至第三次必得二百兩者二分。第一次不還。則至第三次必得二百兩者四分。以第一次之一分。第二次加倍得二分。第三次加倍得四分。是第三次應得二百兩者七分。而爲一千四百兩矣。故以八分與一分之比。同於一千四百兩與一百七十五兩之比也。

一率	十五分
二率	六丈七尺五寸
三率	一分
四率	四尺五寸

一率	八分
二率	一分
三率	一千四百兩
四率	一百七十五兩

又法以二百兩用三次還銀共分七乘之得一千四百兩折半三次亦得本銀之數蓋折半三次卽以八除也

設如一人賣酒每日比原數加一倍一日賣一斤六日賣盡問原酒若干

法以一爲原酒分數按六日加倍六次得六十四分爲一率原酒一分爲二率又以一爲第六次賣酒分二爲第五次賣酒分四爲第四次賣酒分八爲第三次賣酒分十六爲第二次賣酒分三十二爲第一次賣酒分併之得六十三分與每斤十六兩相乘得一千零八兩爲三率得四率十五兩七錢五分卽原酒數也

又法以每斤十六兩用六次賣酒共分六十三乘之得一千零八兩折半六次亦得原酒之數蓋折半六次卽以六十四除也

設如有田一千二百畝分與甲乙丙丁四人種之自上以下遞減一半問各該若干

法以八爲甲分

四爲乙分二爲

丙分一爲丁分

併之得十五分爲一率田一千

一率十五分

二率一千二百畝

三率八分

四率六百四十畝

一率十五分

二率一千二百畝

三率四分

四率三百二十畝

一率六十四分

二率一分

三率一千零八兩

四率十五兩七錢五分

一率十五分

二率一千二百畝

三率二分

四率一百六十畝

二百畝爲二率。以甲八分爲三率。得四率六百四十畝。卽甲田數。以乙四分爲三率。得四率三百二十畝。卽乙田數。以丙二分爲三率。得四率一百六十畝。卽丙田數。以丁一分爲三率。得四率八十畝。卽丁田數。如以甲田六百四十畝折半。卽乙田數。以乙田三百二十畝折半。卽丙田數。以丙田一百六十畝折半。卽丁田數也。

設如有銀一萬八千零八十八兩。令甲乙丙三人減半分之。問各該幾何。

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	四分
四率	一萬零三百三十六兩

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	二分
四率	五千一百六十八兩

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	一分
四率	二千五百八十四兩

一率	十五分
二率	一千二百畝
三率	一分
四率	八十畝

八兩。卽乙所得銀數。以丙一分爲三率。得四率二千五百八十四兩。卽丙所得銀數也。蓋減半者。卽自上而下折半減之也。如四折半爲二。二折半爲一是也。今以甲銀一萬零三百三十六兩折半。卽得乙銀五

千一百六十八兩將乙銀再折半卽得丙銀二千五百八十四兩也。

設如有銀三千一百六十兩分與三人第一等人二十名第二等人二十四名第三等人三十名第二等比一等之銀減一倍第三等比二等之銀減一倍問各等每人分銀幾何法以四爲一等分數二爲二等分數一爲三等分數以一分乘三等三十名仍得三十分以二分乘二等二十四名得四十八分以四分乘一等二十名得八十分三數相併共得一百五十八分爲一率總銀三千一百六十兩爲二率四分爲三率得四率八十兩爲第一等每人所得銀數減半得四十兩爲二等每人所得銀數又減半得二十兩爲三等每人所得銀數以各等人數乘各等每人所得銀數卽各等共人所得共銀數併之以合原銀數也。

一率	一百五十八分
二率	三千一百六十兩
三率	四分
四率	八十兩

# 數理精蘊下編卷五

## 線部三

### 按數加減比例

差分之內又有按數遞加遞減或互和折半者皆爲相當比例其法有四一曰遞加遞減差分蓋所加所減之中遞次數目皆同者也一曰超位加減差分乃加減之中彼此分數不同者也一曰互和折半差分蓋立法以首尾二數之較互和折半以求中數而遞加遞減者也一曰首尾互準差分乃以前幾分之數與後幾分之數互相比較或以前幾分與後幾分定爲同數以立準則然後立衰數以求之者也然超位加減卽遞加遞減之一類而首尾互準又爲互和折半之變體也

遞加者其數自少而多以漸而加也遞減者其數自多而少以漸而減也加減之數遞次皆同故以遞次名之法中有三色者以總法比總實卽得中一數凡單位者俱按此例如五色七色九色之類是也有四色者以總法比總實得中二數相和折半之數凡雙位者皆按此例如六色八色十色之類是也旣得中數按定數加減則各色之數可得矣

超位加減者加減之中遞次分數不同卽如三人分銀若干一得三分一得五分一得八分而彼此分數之比例不同又如三人買物第一人比第二人多出二倍第二人比第三人又多出一倍而加倍之比例

不同故謂之超位加減然立衰分求之與遞次加減無異故次於遞次加減之後

互和折半者亦如遞次加減之理但用法微異遞次加減知總物數知總人數併知遞加遞減之數以求各數互和折半則亦知總物數總人數但知首一人比末一人之較數而求遞加遞減之數以得各數是以三色者第一數第三數相和折半卽第二數四色者第一數第四數相和折半卽第二數第三數之中數既得中數按較數之分加減之卽得遞加之數五色六色以至多位者止分奇偶立法總以三四爲例俱可以相和折半而得故名之曰互和折半也

首尾互準者卽互和折半之變體蓋互和折半知總物數知總人數又知首一人比末一人之較數因此較數而得各人分數首尾互準則不知總物數但知總人數與首尾二人各分數或但知首尾幾位共分數由此互相準折而得各項分數與總數要之但以互和折半之法逆推之而卽得故次於互和折半之後焉

### 遞加遞減差分

設如有金六十兩令甲乙丙三人依次遞加五兩分之問各得幾何

法以三人爲一率金六十兩爲二率一人爲三率推得四率二十兩卽乙應得之數自乙數加五兩得二十五兩卽丙應得之數自乙數減五兩得十五兩卽甲應得之數也此法因甲丙二人所得較之乙所得加減之數皆同故以總三人與總六十兩之比卽若中一人與中一分二十兩之比

	一率	三人
	二率	六十兩
	三率	一人
四率	二十兩	

也。

設如有鉛三百五十斤。欲作四球。依次遞加二十五斤。問每球重數若干。  
法以四球爲一率。鉛三百五十斤爲二率。一球爲三率。推得四率八十七斤半。卽第二球第三球相和折  
半之數。乃以遞加二十五斤折半得十二斤半。與八十七斤半相加。得一百斤。卽第三球之重。與八十七斤半相減。餘七十五斤。卽第二球之重。於  
第三球重數內再加二十五斤。得一百二十五斤。卽第四球之重。於第二  
球重數內再減二十五斤。餘五十斤。卽第一球之重也。此法比例所得八  
十七斤半。較之第二球多十二斤半。較之第三球則少十二斤半。故爲二  
球相和折半之數。以遞加二十五斤之數折半加減之。卽得中二球之重。  
再以二十五斤加減之。卽得第一與第四球之重也。  
設如有金七十五斤。分與公侯伯子男五等。自男以上遞加五斤。問各該  
幾何。

法以五人爲一率。金七十五斤爲二率。一人爲三率。推得四率十五斤。卽  
伯所得之數。自伯十五斤而上加五斤。得二十斤。卽侯所得之數。再加五  
斤。得二十五斤。卽公所得之數。自伯十五斤而下減五斤。餘十斤。卽子所  
得之數。再減五斤。餘五斤。卽男所得之數也。

一率 五人

二率

七十五觔

三率

一人

四率

一十五觔

一率 四球

二率

三百五十觔

三率

一球

四率

八十七觔半

設如有俸糧三百零五石。令五等官依品級遞減十三石給之。問各得若干。

法以五分爲一率。卽五等官五分也。糧三百零五石爲二率。一分爲三率。推得四率六十一石。卽三等官俸。自六十一石遞加十三石。得二等七十四石。一等八十七石。自六十一石遞減十三石。得四等四十八石。五等三十五石也。

設如有銀九百九十六錠。分給八人。自末名以上。依次遞加十七錠。問首末兩人各該幾何。

法以八人爲一率。銀九百九十六錠爲二率。一人爲三率。推得四率一百二十四錠半。爲第四人第五人相和折半之數。乃以遞加十七錠折半得八錠半。與一百二十四錠半相加得一百三十三錠。卽第四人應得之數。再以十七錠遞加三次。得一百八十四錠。卽第一人應得之數。以八錠半與一百二十四錠半相減。餘一百一十六錠。卽第五人應得之數。再以十七錠遞減三次。餘六十五錠。卽第八人應得之數也。

設如一人有九子。不明說出各人歲數。但云共有二百零七歲。自長至少。皆遞差三歲。問各歲幾何。法以九分爲一率。卽以九子爲九分也。二百零七歲爲二率。一分爲三率。推得四率二十三歲。卽第五子之

一率	八人	二率	三百零五石
二率	九百九十六錠	三率	一分
三率	一人	四率	六十一石
四率	一百二十四錠半		

年自二十三歲遞加三歲得四子二十六歲三子二十九歲二子三十二歲長子三十五歲自二十三歲遞減三歲得六子二十歲七子十七歲八子十四歲九子十一歲也。

設如有敍功之二十人其末一人賞銀一百兩以上遞加三十兩問第一人賞銀幾何共賞銀幾何。

法以一分爲一率遞加三十兩爲二率十九分爲三率推得四率五百七十兩卽第一人比末一人共多之數於此數內加入末名之一百兩共六百七十兩卽第一人應得之數以第一人所得之數與末一人所得之數併之共七百七十兩復以二十人乘之得一萬五千四百兩折半得七千七百兩卽二十人共得之銀數也此法蓋以第一人比第二十人共多十九個三十兩故以一分與遞加之三十兩相比卽如十九分與第一人共多於第二十人之五百七十兩相比也既得十九分共多之數再加入末一人之一百兩卽得第一人應得之數矣又首末三數相併以人數二十乘之折半得共銀數者蓋以遞加之數彼此均同首一人得數至多末一人得數至少首末二人之數相併折半卽爲中數以中數乘人數而得共數今首末二人之數相併而未折半卽用人數乘之故所得之數爲應得共數之加倍數是以半之而始得共銀數也。

一率 九分  
二率 二百零七歲

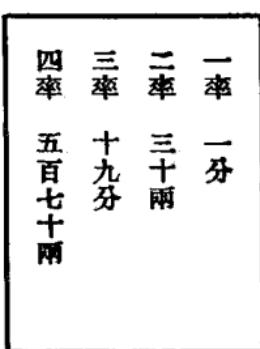
三率 一分  
四率 二十三歲

一率 一分

二率 三十兩

三率 十九分

四率 五百七十兩



設如有牛四十區，但云第一區是三十頭，餘遞加二十頭，問第四十區該幾何？總數幾何？

法以一分爲一率，遞加二十頭爲二率，三十九分爲三率，推得四率七百八十，加入第一區之三十，共八百一十頭，卽第四十區之數。以首末二區數相併，共八百四十頭，用四十區乘之，得三萬三千六百頭，折半得一萬六千八百頭，卽四十區之總數也。此法第二區比第一區加二十，由此遞加，則第四十區比第一區共多三十九個二十，故以一分與二十頭相比，卽如三十九分與第四十區共多於第一區之七百八十頭相比也。再加入第一區之三十頭，卽第四十區之數，繼而併首末兩數，以總區數四十乘之，折半卽得共數也。

設如有人一百名，第一人賞銀一百兩，以下遞減五錢，問共該銀幾何？

法以一分爲一率，遞減五錢爲二率，九十九分爲三率，推得四率四十九兩五錢，卽第一名多於第一百名之數，於一百兩內減之，餘五十兩零五錢，卽第一百名應賞之數。又與第一名賞銀相併，得一百五十兩零五錢，以一百名乘之，得一萬五千零五十兩，折半得七千五百二十五兩，卽共賞銀數也。蓋賞銀遞減五錢，則第一名比第一百名多九十九個五錢，故以一分與五錢相比，卽如九十分與第一名總多於第一百名之數相比也。爰以首尾兩數相併，以名數一百乘之，折半而得總銀數也。

四率	七百八十	一率	一分
三率	三十九分	二率	二十
四率	四十九兩五錢	三率	九十九分

四率	四十九兩五錢	一率	一分
三率	九十九分	二率	五錢
四率	四十九兩五錢	三率	九十九分

設如一人染絹。初日染八尺。日加一尺。加至六十尺止。問日與絹各幾何。  
 法以初日之八尺與末日之六十尺相加。得六十八尺。爲首尾兩日共染之絹數。又看八尺以前遞減至  
 一尺。有幾分。今有七分。卽爲七尺。乃於末日之六十尺減去七尺。餘五十  
 三尺。卽爲共日五十三日。乃以二日爲一率。六十八尺爲二率。五十三日  
 爲三率。推得四率一千八百零二尺。卽五十三日共染之絹數也。此法以  
 二日爲一率者。取其首末相合之共日爲準也。以初日末日之尺數相併  
 爲二率者。取其首末尺數相合與首末兩日爲比也。以八尺遞減至一尺  
 而得目數爲三率者。蓋以初日之八尺上數至一尺得數必爲七分。卽爲  
 七尺。理與一面尖堆法同。而今有之末日六十尺內減去七尺。餘五十三尺。卽爲五十三日。故二日與首末  
 相合之尺數相比。卽如共日五十三日與共絹之尺數相比也。

設如一人行路。日增六里。共行三百二十里。但知初末兩日所行共一百  
 六十里。問共行幾日。及初日末日各行幾里。

法以初末兩日行數一百六十里折半得八十里。乃共日之中數爲一率。  
 一日爲二率。共行三百二十里爲三率。推得四率四日。卽共行日數也。又  
 以日增六里折半得三里。與六里相併得九里。加於中數八十里得八十  
 九里。卽第四日所行之數。減於中數八十里餘七十一里。卽第一日所行

一率	二日
二率	六十八尺
三率	五十三日
四率	一千八百零二尺

一率	八十里
二率	一日
三率	三百二十里
四率	四日

之數也。此法以第四日第一日行數相併折半者爲得四日之中數。既得四日之中數與一日之比。卽如共數與四日之比也。又以日增之數折半而與日增之數相併。加於中數而得末日所行之數。減於中數而得初日所行之數者。其所得之中數在第二日第三日之間。故此中數內加日增數之半。卽得第三日所行之數。減日增數之半。卽得第二日所行之數。故再加日增數之全。而得末日所行之數。再減日增數之全。而得初日所行之數也。

設如一人織布歷十三日。共織一千三百五十二寸。因日漸長。每日加功六寸。至末日比初日多織七十二寸。問初末二日各織幾何。

法以十三日爲一率。共織數一千三百五十二寸爲二率。一日爲三率。推得四率一百零四寸。乃初末二日之中數。爲第七日所織之數。以第七日上計初日。下計末日。俱得六分。是以六分與日加六寸相乘。得三十六寸。乃以三十六寸於第七日之一百零四寸內減之。得六十八寸。卽初日所織之數。於第七日之一百零四寸上加之。得一百四十寸。卽末日所織之數也。此法雖求初末兩日之數。然以十三日與總織數之比。卽一日與初末兩日中數之比。旣得中數。按分加之。何所不得。此又遞次加減法中之又一例也。

設如有田七百二十畝。令甲乙丙三戶依次遞減分耕。問各該幾何。

法以三分爲甲衰數。二分爲乙衰數。一分爲丙衰數。相併得六分爲一率。總田七百二十畝爲二率。一分

一率	十三日
二率	一千三百五十二寸
三率	一日
四率	一百零四寸

爲三率推得四率一百二十畝爲一分卽丙所耕之數以二分因之得二百四十畝卽乙所耕之數以三分因之得三百六十畝卽甲所耕之數也此法併總衰分爲一率總田數爲二率者是將總衰分比總田數故六分得七百二十畝而一分得一百二十畝也六分中甲得三分乙得二分丙得一分自甲遞次至乙至丙皆減一百二十畝故爲遞減也凡命法中不定所減分數者卽以此法爲例

設如有銀九十二兩令伯仲叔季四人遞減分之問各得幾何法以四分爲伯衰數三分爲仲衰數二分爲叔衰數一分爲季衰數相併得十分爲一率總銀九十二兩爲二率一分爲三率推得四率九兩二錢卽季所得之數以二分因之得一十八兩四錢卽叔所得之數以三分因之得二十七兩六錢卽仲所得之數以四分因之得三十六兩八錢卽伯所得之數也此法以十分比總銀卽如總銀分爲十分也是以十分中伯得四分仲得三分叔得二分季得分得一分自伯遞次至季皆減一分故謂之遞減差分也

設如有金一十二兩六錢欲挨次遞減造套杯六個問各重若干

法以六五四三二一爲六杯衰分併之得二十一分爲一率共金數一十二兩六錢爲二率一分爲三率推得四率六錢卽第六杯之重以二分因之得一兩二錢卽第五杯之重以三分因之得一兩八錢卽第

一率	六分
二率	七百二十畝
三率	一分
四率	一百二十畝

一率	十分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	九兩二錢

四杯之重以四分因之得二兩四錢卽第三杯之重以五分因之得三兩卽第二杯之重以六分因之得三兩六錢卽第一杯之重也此法以總分比總銀卽如以一分比末一杯之重也以上遞加一分卽各杯之重矣

設如有糧一千一百三十四石令五等戶遞減納之一等二十四戶二等三十三戶三等四十二戶四等五十一戶五等六十戶問各等每戶應納若干

法以五四三二一爲五等衰分以五分因一等戶二十四得一百二十分以四分因二等戶三十三得一百三十二分以三分因三等戶四十二得一百二十六分以二分因四等戶五十一得一百零二分以一分因五等戶六十仍得六十分總併之得五百四十分爲一率總糧一千一百三十四石爲二率一分爲三率推得四率二石一斗卽五等每戶所納之數以二分因之得四石二斗卽四等每戶所納之數以三分因之得六石三斗卽三等每戶所納之數以四因之得八石四斗卽二等每戶所納之數以五因之得十石五斗卽一等每戶所納之數也

四率  
二石一斗

一率  
五百四十分

二率  
一千一百三十四石

三率  
一分

一率	二十一分
二率	一十二兩六錢
三率	一分
四率	六錢

設如甲丙丁三人買房一所共價八百一十兩丙比甲出銀加一倍丁比甲丙共出銀又加一倍問每人各出幾何

法以一分爲甲衰數加一倍得二分爲丙衰數又以甲一分丙二分相併爲三分復加一倍得六分爲丁衰數相併得九分爲一率總銀八百一十兩爲二率以甲一分爲三率得四率九十兩卽甲所出銀數加一倍得一百八十兩卽丙所出銀數將甲丙共銀復加一倍得五百四十兩卽丁所出銀數也此法以一分爲甲數加一倍爲丙數者因丙比甲銀多一倍也又共甲丙兩數加一倍爲丁數者因丁比甲丙共銀又多一倍也故以所命各人分數相併得共分數以此共分數比共銀數卽如各人分數比各人所出銀數也

設如有銀五千兩買馬四匹園一區宅一所其園價比馬價多三倍而宅價比園價又多四倍問各價幾何

法以一分爲馬衰數加三倍爲三分得四分爲園衰數又將園四分加四倍爲十六分得二十分爲宅衰數相併得二十五分爲一率總價五千兩爲二率馬一分爲三率推得四率二百兩卽馬四匹之價馬每匹價五十兩加三分六百兩得八百兩卽園一區之價再將園價加四分三千二百兩得四千兩卽宅一所之價也此法將馬爲一分而加三分爲園價者因園

一率 九分

二率 八百一十兩

三率 一分

四率 九十兩

一率 二十五分

二率 五千兩

三率 一分

四率 二百兩

價比馬價多三倍也。又將園價爲一分而加四分爲宅價者。因宅價比園價又多四倍。也是以共分之比共價。卽如馬四匹之一分比各色每一分之價也。

設如有糧七百六十石。以船三次運之。第一次運十分。二次運七分。三次運二分。問每次運糧幾何。法以十分七分二

分相併得十九分

爲一率。共糧七百

六十石爲二率。十

分爲三率。得四率

四百石。卽第一次

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	十分
四率	四百石

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	七分
四率	二百八十石

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	二分
四率	八十石

設如有銅一百八十兩。依次遞減造三等儀器。上等比中等加二倍。中等比下等加一倍。問三等儀器各得銅幾何。

法以一分爲下等衰數。二分爲中等衰數。二分加二倍得六分爲上等衰數。併之得九分爲一率。共銅一百八十兩爲二率。下等之一分爲三率。推

一率	九分
二率	一百八十兩
三率	一分
四率	二十兩

得四率二十兩卽下等儀器之重加一倍得四十兩卽中等儀器之重又加二倍得一百二十兩卽上等儀器之重也此法命一分爲下等數故加倍爲中等數而得二分復以二分加二倍爲上等數故上等數又爲六分也

設如有銀七十兩買駝駝馬驢各一匹而價之多少不等但知馬比駝價爲九分之四驢比駝價爲九分之一問各價幾何

法以一分爲驢衰數四分爲馬衰數九分爲駝衰數併之得十四分爲一率銀七十兩爲二率驢一分爲三率推得四率五兩卽驢一匹之價以四分因之得二十兩卽馬一匹之價以九分因之得四十五兩卽駝一匹之價此法因駝價爲九分故卽以九爲衰數且兩分母俱同爲九分而馬居九分之四故卽以四爲馬分驢居九分之一故卽以一爲驢分也旣得驢價取其四分卽馬價取其九分卽駝價也

設如一人爲商三次初次獲利比原銀多二倍二次獲利比初次本利共銀多四倍三次獲利比二次本利共銀又多三倍共計獲利併原銀得九百兩問原銀幾何

法以一分爲初商原銀衰數加二倍得三分爲初次本利共分又比三分加四倍得十五分爲二次本利共分又比十五分加三倍得六十分爲三

一率	十四分
二率	七十兩
三率	一分
四率	五兩

一率	六十分
二率	九百兩
三率	一分

四率  
十五兩

次本利共分，即以此六十分爲一率。三次本利共銀九百兩爲二率。一分爲三率。推得四率一十五兩。即原銀數也。此法初次加二倍是原銀之外加二倍也。又加四倍是比初次本利共銀之外又加四倍也。又加三倍是比二次本利共銀之外又加三倍也。故以總分比總銀，即如一分之比原銀也。

設如有米二十四石，分與四人。甲四分，乙五分，丙七分，丁九分。問各該幾何。

法以甲之四分、乙之五分、丙之七分、丁之九分相併得二十五分爲一率。共米二十四石爲二率。一分爲三率。推得四率九斗六升。乃每一分之數。以甲四分因之。即得甲之三石八斗四升。以乙五分因之。即得乙之四石八斗。以丙七分因之。即得丙之六石七斗二升。以丁九分因之。即得丁之八石六斗四升也。此法以一分爲三率。故得每人一分之數。如以各人分數各爲三率。即得各人之全分矣。

設如有銀九十二兩。賞二十人。分上中下三等。上等四人。中等六人。下等十人。其中等比下等賞加一倍。上等比中等賞加二倍。問各等每人得賞幾何。

法以一分爲下等衰數。乘下等十人得十分。又將一分加一倍得二分爲中等衰數。乘中等六人得十二分。又將二分加二倍得六分爲上等衰數。乘上等四人得二十四分。乃以十分十二分二十四分相併得四十六分。

一率	四十六分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	
二兩	

一率	二十五分
二率	二十四石
三率	一分
四率	九斗六升

爲一率。總銀九十二兩爲二率。下等一分爲三率。推得四率二兩。卽下等每人應得之數。將二兩加一倍得四兩。卽中等每人應得之數。將四兩再加二倍得十二兩。卽上等每人應得之數。復以各等人數乘各等每人應得之數。卽得上等四人共得四十八兩。中等六人共得二十四兩。下等十人共得二十兩也。此法以下等一分爲三率。故得下等每人一分之數。按分倍加而得中等上等。如以各等衆人分數各爲三率。卽得各等之共數矣。

設如有米五百三十五石。賞與三人。第一等二十名。第二等五十名。第三等一百十名。一等比二等每名加七斗。二等比三等每名加五斗。問三等每名各得幾何。

法以二等比三等每名多五斗。與二等五十名相乘。得二百五十斗。又以一等比二等每名多七斗。與二等比三等每名多五斗相加。得十二斗。與一等二十名相乘。得二百四十斗。兩數相併。得四百九十斗。乃於總米五百三十五石內減之。餘四百八十六石。乃以一等二十人。二等五十人。三等一百一十人。相併得一百八十人。爲一率。四百八十六石爲二率。一人爲三率。推得四率二石七斗。卽三等每一人應得之數。加五斗。得三石二斗。卽二等每一人應得之數。再加七斗。得三石九斗。卽一等每一人應得之數也。此法以二等比三等每

一率	一百八十人
二率	四百八十六石
三率	一人
四率	二石七斗

名多五斗。與二等五十人相乘者。是求二等比三等共多之數。又以一等比二等每名多七斗。併二等比三等每名多五斗。與一等二十人相乘者。是求一等比三等共多之數也。既得一等二等共多於三等之

數於總數內減之所餘卽三等相併共一百八十人均分之數故以一百八十人比總米四百八十六石卽第三等每一人之比二石七斗也由此加五斗卽得第二等每一人所得之數於第二等每一人數內再加七斗卽得第一等每一人所得之數矣

互和折半差分

設如有米一百八十石令甲乙丙三人互和折半分之但知甲多丙三十六石問各該若干法以三人爲一率總米一百八十石爲二率一人爲三率推得四率六十石卽乙應得之數次以甲多丙三十六石二分之每分得一十八石於乙數內加之得七十八石卽甲應得之數於乙數內減之得四十二石卽丙應得之數也此法蓋以三人共得之數比一人所得之數其一人所得之數卽中一人應得之數甲多乙幾何卽乙多丙幾何而甲多丙之數又爲甲多乙之倍數故以甲多丙之數分爲二分於中數內一加一減則彼此相較之數自得均平故謂之互和折半也

設如有銀二百四十兩令趙錢孫李四人互和折半分之但知趙多李一十八兩問各該若干法以四人爲一率總銀二百四十兩爲二率一人爲三率推得四率六十兩卽錢孫中二人相和折半之數次取趙多李十八兩之數以三歸之以三立法者用二歸以四立法者用三歸蓋以之相比而得較也得六兩卽四人遞加之數折半得三兩乃中二人相和折半數與中二人應得數之較以此三兩加於六十兩得

一率	三人
二率	一百八十石
三率	一人
四率	六十石

六十三兩卽錢銀數減於六十兩餘五十七兩卽孫銀數錢銀數內再加六兩得六十九兩卽趙銀數孫銀數內再減六兩餘五十一兩卽李銀數也此法蓋以四人共得之數比一人應得之數其一人應得之數固非四人平分之數故比例所得六十兩爲錢孫二人之中數較之錢數少三兩較之孫數多三兩故於六十兩中加三兩卽錢數減三兩卽孫數旣得錢孫中二人數則首末二人祇按分數加之而已若干

設如有兵二萬三千八百令甲乙丙丁戊五將互和折半領之只云戊少甲三千三百六十問各將所領

法以五分爲一率兵數二萬三千八百爲二率一分爲三率推得四率四千七百六十卽丙所領之數又取戊少甲之三千三百六十以四歸之此有五人而較爲四故用四歸也得八百四十爲平分如減之數自丙數而上遞加之得五千六百卽乙所領之數得六千四百四十卽甲所領之數由丙數而下遞減之得三千九百二十卽丁所領之數得三千零八十卽戊所領之數也

設如有稻一百九十八畝令甲乙丙丁戊己六人收割但知甲比己多收三十畝問各該收稻幾何法以六人爲一率總田一百九十八畝爲二率一人爲三率推得四率三十三畝卽丙丁中二人相和折

一率 四人  
二率 二百四十兩  
三率 一人

四率 六十兩

一率	五分
二率	二萬三千八百
三率	一分
四率	四千七百六十

半之數次取甲多己三十畝以五歸之得六畝折半得三畝加於三十三畝得三十六畝卽丙收數再加六畝得四十二畝卽乙收數再加六畝得四十八畝卽甲收數又以折半三畝減於三十三畝餘三十畝卽丁收數再減六畝餘二十四畝卽戊收數再減六畝餘十八畝卽己收數此法因三十三畝爲丙丁二人之中數較之丙少三畝較之丁多三畝故以丙與丁總差六畝折半加減之卽得也

首尾互準差分

設如甲乙丙丁四人遞次分銀但知甲得六十九兩丁得五十兩問乙丙各得銀幾何法以三分爲甲多於丁之差數有四人故用三分如或五人則用四分六人則用五分爲一率甲六十九兩與丁五十一兩相減餘一十八兩爲二率一分爲三率推得四率六兩卽四人所得遞加之數將丁銀五十一兩加六兩得五十七兩卽丙應得之數再加六兩得六十三兩卽乙應得之數也蓋甲數最多丁數最少相差一十八兩由丁至丙至乙至甲相隔三位則知有三差故用三分比一十八兩卽如一分比六兩而爲遞加數也若三色者以首尾兩數相加折半即中數其法易求故不設例

設如五人遞次絡絲第一人絡絲四十兩第五人絡絲二十四兩問中三人各絡絲幾何

四率	六兩
三率	十八兩
二率	一分

一率	六人
二率	一百九十八畝
三率	一人

法以四分爲第一人多於第五人之衰數爲一率。第一第五兩數相減餘一十六兩爲二率。一分爲三率。推得四率四兩卽五人絡絲遞加之數。將第五人絡絲二十四兩加四兩得二十八兩卽第四人所絡之數。再加四兩得三十六兩卽第二人所絡之數也。此法用四爲除法。蓋第五與第一相隔四位。則知有四差。故用四爲比例也。

又捷法以第一第五兩數相加折半得三十二兩。卽第三人所絡之數。又

以第一第三兩數相加折半得三十六兩。卽第二人所絡之數。復以第三

第五兩數相加折半得二十八兩。卽第四人所絡之數。此法卽前互和折半之法。凡位數奇者俱可用。如

三五七九是也。

設如七人運糧。不言總數。但知第一人第二人共運二十三石七斗。第五人第六人第七人共運二十六石一斗。其遞加之數俱相等。問第三人第四人與前後五人各運幾何。法以第一第二兩人共運二十三石七斗。折半得十一石八斗五升爲第一。第二兩人相和折半之數。第五第六第七三人共運二十六石一斗。三歸之得八石七斗。卽第六人應運之數。乃以第一分第二分之中數一分半與第六分相減。餘四分半爲一率。第一第二兩人相和折半之十一石八斗五升內減第六人之八石七斗。餘三石一斗五升爲二率。一分爲三

一率	四分
二率	十六兩
三率	一分
四率	四兩

一率	四分五
二率	三石一斗五升
三率	一分
四率	七斗

率推得四率七斗卽每人遞加之數由第六人八石七斗而下減七斗得八石卽每七人應運之數由第六人八石七斗而上遞加七斗得九石四斗卽第五人應運之數得十石一斗卽第四人應運之數得十石八斗卽第三人應運之數得十一石五斗卽第二人應運之數得十二石二斗卽第一人應運之數也此法蓋因第一人第二人相和折半之數至第二人差半分至第三人差一分半至第四人差二分半至第五人差三分半至第六人則差四分半故先以第一第二之中數與第六相減得其四分半之差數而以四分半與前二人相和折半多於第六人之六石三斗卽如一分比每人遞加之七斗也設如八人分銀不言總數但知第一第二第三三人共得四十五兩第七第八二人共得八十五兩其遞

加之數俱相等問各人應得若干

法以前三人共得銀數四十五兩用三歸之得十五兩卽第二人應得之數後二人共得八十五兩折半得四十二兩五錢卽第七第八兩人相和折半之數乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減餘五分半爲一率第二人應得之十五兩

與後二人相和折半之四十二兩五錢相減餘二十七兩五錢爲二率一分爲三率推得四率五兩卽每人遞加之數於第二人十五兩內減五兩

卽得第一人十兩於第二人十五兩外遞加五兩卽得第三人二十兩第

四人二十五兩第五人三十兩第六人三十五兩第七人四十兩第八人四十五兩之數也此法蓋因第二人至第三人差一分至第四人差二分至第五人差三分至第六人差

四率	五兩
三率	一分
二率	二十七兩五錢
一率	五分五

四分至第七人差五分至第七第八兩人相和折半之數則差五分半故先以第二與第七第八之中數相減得其五分半之差數而以五分半比後二人相和折半多於第二人之數即如每一分比每人遞加之數也。

設如八人分米不言總數但知第一第二兩人共得一十一石九斗第七第八兩人共得八石三斗其遞加之數俱相等問每人應得若干。

法以第一第二兩人共數一十一石九斗折半得五石九斗五升卽第一第二兩人相和折半之數再以第七第八兩人共數八石三斗折半得四石一斗五升卽第七第八兩人相和折半之數乃以第一分第二分之中數一分半與第七分第八分之中數七分半相減餘六分爲一率第一第二兩人相和折半之五石九斗五升內減第七第八兩人相和折半之四石一斗五升餘一石八斗爲二率一分爲三率推得四率三斗卽每人遞加之數折半得一斗五升加於第一第二兩人相和折半之五石九斗五升得六石一斗卽第一人之數以次遞減三斗卽得第二人五石八斗第三人五石五斗第四人五石二斗第五人四石九斗第六人四石六斗第七人四石三斗第八人四石之數也此法蓋因第一第二兩人相和折半之數至第二人差半分至第三人差一分半至第四人差二分半至第五人差三分半至第六人差四分半至第七人差五分半至第七第八兩人相和折半之數則差六分故先以第一第二之中數與第七第八之中數相減得其

一率	六分
二率	一分
三率	一石八斗
四率	三斗

六分之差數而以六分比第一第二相和折半多於第七第八相和折半之數即如每一分比每人遞加之數也又以第一第二之中數比第一人差半分故以一分之三斗折半得一斗五升加於第一第二兩人相和折半之數即得第一人之數也

設如有竹九節截爲九笛盛米遞次長短不均但知根底三節共盛米三升九合梢上四節共盛米三升

問九節各盛米數幾何

法以根底第一第二第三三節共盛米三升九合用三歸之得一升三合即第三節盛米之數梢上第六第七第八第九四節共盛米三升用四歸之得七合五勺即第七第八兩節相和折半之數乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減餘五分半爲一率第二節盛米一升三合內減第七第八兩節相和折半之七合五勺餘五合五勺爲二率

一分爲三率推得四率一合即每節遞加之數自第二節盛米一升三合而上加一合即得第一節盛米一升四合自第二節盛米一升三合而下遞減一合即得第三節盛一升二合第四節盛一升一合第五節盛一升第六節盛九合第七節盛八合第八節盛七合第九節盛六合也

設如有竹九節截爲九笛盛米但知根底二節盛米六升三合梢上二節盛米二升一合問各節所盛米數若干

法以根底二節共盛米六升三合折半得三升一合五勺爲第一第二兩節相和折半之數梢上二節共

盛米二升一合折半得一升零五勺爲第八第九兩節相和折半之數。乃以第一分第二分之中數一分半與第八分第九分之中數八分半相減餘七分爲一率。第一第二兩節相和折半之三升一合五勺內減第八第九兩節相和折半之一升零五勺餘二升一合爲二率。一分爲三率。推得四率三合。卽每節遞加之數折半得一合五勺加於第一第二兩節相和折半之三升一合五勺得三升三合。卽第一節盛米之數以次遞減三合。卽得第二節盛三升。第三節盛二升七合。第四節盛二升四合。第五節盛二升一合。第六節盛一升八合。第七節盛一升五合。第八節盛一升二合。第九節盛九合也。

設如十人按數挨次納糧。前三人共納一十三石八斗後四人共納一十三石二斗。問十人各納糧數若干。

法以前三人共納一十三石八斗用三歸之得四石六斗爲第二人所納之數。後四人共納一十三石二斗用四歸之得三石三斗爲第八第九兩人相和折半之數。乃以第二分與第八分第九分之中數八分半相減餘六分半爲一率。第二人之四石六斗內減第八第九兩人相和折半之三石三斗餘一石三斗爲二率。一分爲三率。推得四率二斗。卽每人遞加之數。自第二人四石六斗以上加二斗得四石八斗。卽第一人所納之數。自

一率	七分
二率	二升一合
三率	二分
四率	三合

一率	六分五
二率	二升一合
三率	二分
四率	三合

第二人四石六斗以下遞減二斗得四石四斗卽第三人所納之數得四石二斗卽第四人所納之數得四石卽第五人所納之數得三石八斗卽第六人所納之數得三石六斗卽第七人所納之數得三石四斗卽第八人所納之數得三石二斗卽第九人所納之數得三石卽第十人所納之數也。設如有米二百四十石令甲乙丙丁戊五人遞減納之定甲乙二人納數與丙丁戊三人納數相等問五人各納幾何。

法以四分爲甲多於戊之衰數。自甲至乙至丙至丁至戊隔四位故以四分爲衰數。

一率 一人

二率 四分

三率 一人

四率 四分

三分爲乙多於戊之衰數併之爲七分以二分爲丙多於戊之衰數一分爲丁多於戊之衰數併之爲三分乃以三分與七分相減餘四分爲前二人多於後三人之較又以前二人與後三人相減餘一人爲後三人多於前二人之較夫前多四分後多一人而其數相等則四分卽爲一人之數乃以一人爲一率四分爲二率戊一人爲三率推得四率仍得四分卽定爲戊一人之分數各加每人所多衰數則甲得八分乙得七分併之得十五分丙得六分丁得五分併戊之四分亦得十五分是前後分數已同矣乃以兩總分相併得三十分爲一率總米二百四十石爲二率一分爲三率推得四率八石卽每一分之數用甲之八分乘之得甲之六十四石用乙之七分乘之得乙之五十六石併之共得一百二十石用丙之六

四率	八石
二率	二百四十石
三率	一分

一率	三十分
二率	四分
三率	一人

分乘之得丙之四十八石用丁之五分乘之得丁之四十石用戊之四分乘之得戊之三十二石併之亦共得一百二十石是甲乙二人納數與丙丁戊三人納數等也

設如有銀六百兩令甲乙丙丁戊己六人遞加分之定甲乙丙丁四人與戊己二人分數相等問六人各分幾何

法以一分爲乙多於甲之衰數二分爲丙多於甲之衰數三分爲丁多於甲之衰數併之爲六分四分爲戊多於甲之衰數五分爲己多於甲之衰數併之爲九分乃以六分與九分相減餘三分爲後二人多於前四人之較又以前四人與後二人相減餘二人爲前四人多於後二人之較夫前多二人後多三分而其數相等則三分卽爲二人之數乃以二人爲一率三分爲二率甲一人爲三率推得四率一分五卽一分子也卽定爲甲一人之分數各加每人所多衰數則乙得二分半丙得三分半丁得四分半併甲乙丙丁四人數得十二分戊得五分半己得六分半

併戊己二人數亦得十二分是前後分數已同

矣乃以兩總分相併得二十四分爲一率總銀

六百兩爲二率一分爲三率推得四率二十五

兩卽每一分之數用甲一分半乘之得甲三十五

七兩五錢用乙二分半乘之得乙六十二兩五

錢用丙三分半乘之得丙八十七兩五錢用丁四分半乘之得丁一百一十二兩五錢併四人數共得三

一率	二人	一率	二十四分
二率	三分	二率	六百兩
三率	一人	三率	一分
四率	一分五	四率	二十五兩

百兩用戊五分半乘之得戊一百三十七兩五錢。用己六分半乘之得己一百六十二兩五錢。併二人數亦共得三百兩。是甲乙丙丁四人銀數與戊己二人銀數等也。

設如有麥一千零八畝。令七人遞減分收。定前三人與後四人所得共數相同。問七人各收麥幾何。

法以六分爲第一人比第七人所多衰數。自第一至第七隔六位。故以六爲衰數。

五分爲第二人比第七人所多衰數。

三分爲第四人比第七人所多衰數。

二分爲第五人比第七人所多衰數。

一分爲第六人比第七人所多衰數。

人比第七人所多衰數。併之爲十五分。

三分爲第四人比第七人所多衰數。

二分爲第五人比第七人所多衰數。

一分爲第六人比第七人所多衰數。

人比第七人所多衰數。併之爲十五分。

三分爲第四人比第七人所多衰數。

二分爲第五人比第七人所多衰數。

一分爲第六人比第七人所多衰數。

人比第七人所多衰數。併之爲六分。

乃以六分與十五分相減餘九分。爲

前三人多於後四人之較。又以前二人與後四人相減餘一人。爲後四人

多於前三人之較。夫前多九分後多一人而其數相等。則九分卽爲一人

之數。乃以一人爲一率。九分爲二率。末一人爲三率。推得四率仍爲九分

卽定爲第七人之分數。各加每人所多分數。則第一人得十五分。第二人

得十四分。第三人得十三分。併之爲四十二分。第四人得十二分。第五人

得十一分。第六人得十分。第七人得九分。併之亦爲四十二分。是前後分

數已同矣。乃以兩總分相併得八十四分爲一率。麥一千零八畝爲二率。

一分爲三率。推得四率十二畝。卽每一分之數。用十五分乘之。卽得第一

人一百八十畝。用十四分乘之。卽得第二人一百六十八畝。用十三分乘

四率	一率 八十四分
二率	二率 一千零八畝
三率	三率 一分
一率	一率 十二畝

四率	一率 九分
二率	二率 九分
三率	三率 一人
一率	一率 一人

之卽得第三人一百五十六畝併三人數共得五百零四畝用十二分乘之卽得第四人一百四十四畝

用十一分乘之卽得第五人一百三十二畝用十分乘之卽得第六人一百二十畝用九分乘之卽得第七人一百零八畝併四人數亦共得五百零四畝是前三人畝數與後四人畝數等也

設如有糧一千零九十二石令七次遞減運送定前二次與後五次運送之數相等問每次運送幾何  
法以十八分爲第一次比第七次所多之衰數自第一次至第七次相隔六位應以六分爲衰數是爲每次遞加一分今將六分用三因之爲十八分是爲每一次遞加三分故各衰五四三二俱用三因其比例仍同也十五分爲第二次比第六次所多之衰數六分爲第五次比第七次所多之衰數三分爲第六

次比第七次所多之衰數併之爲三十分乃以三十分與三十三分相減餘三分爲前兩次多於後五次之較又以後五次與前兩次相減餘三次爲後五次多於前兩次之較夫前多三分後多三次而其數相等則三分卽爲三次之數乃以三次爲一率三分爲二率一次爲三率推得四率一

一率	三次
二率	三分
三率	一次
四率	一分

分卽爲第七次之分數各加每次所多衰數第一次得十九分第二次得十六分併之得三十五分第三次得十三分第四次得一十分第五次得七分第六次得四分併第七次之一分亦得三十五分是前後分數已同矣乃以兩總分相併得七十分爲一率總糧一千零九十二石爲二率一分爲三率推得四率一十五石六斗卽第七次一分所運之數用十九分乘之得二百九十六

石四斗卽第一次所運之數用十六分乘之得二百四十九石六斗卽第二次所運之數併兩次共得五百四十六石用十三分乘之得二百零二石八斗卽第三次所運之數用一十分乘之得一百五十六石卽第四次所運之數用七分乘之得一百零九石二斗卽第五次所運之數用四分乘之得六十二石四斗卽第六次所運之數併第七次所運之一十五石六斗亦共得五百四十六石是前二次運送糧數與後五次運送糧數等也。

一率	七十分
二率	一千零九十二石
三率	一分
四率	一十五石六斗

# 數理精蘊下編卷六

## 線部四

### 和數比例

比例之中有合率而復有和數者。將幾比例之率合爲一比例。故謂之合率。至於有總數又有分數。以分數合而與總數相比。則謂之和數。其在九章總名差分。而其實總不越比例之理。故今質名之曰和數比例。其立法有以實數與實數比者。如合衆人數與總物數之比。卽若每人人數與每物數之比是也。有以所立衰數與實數比者。如合衆衰數與總物數之比。卽若每人衰數與每物數之比是也。又或以加倍數成率者。其得數亦爲加倍之數。或以兩數相乘而成率者。其得數亦爲兩數相乘之數。要之皆以比例而得。故於各條詳加解說以明其故焉。

設如南北二商合本貿易。南出本銀一百五十兩。北出本銀二百五十兩。共得利銀一千兩。按各人所出本銀之分分之間。二人各得利銀幾何。法以南出本銀一百五十兩與北出本銀二百五十兩相併。得四百兩爲一率。利銀一千兩爲二率。南出本銀一百五十兩爲三率。推得四率三百七十五兩。卽南所分利銀數。於共利一千兩內減三百七十五兩。餘六百。

一率	四百兩
二率	一千兩
三率	一百五十兩
四率	三百七十五兩

二十五兩卽北所分利銀數也。如以二人本銀共四百兩爲一率。二人共利一千兩爲二率。北出本銀二百五十兩爲三率。推得四率六百二十五兩。卽北所分利銀數也。此法蓋以二人共本比共利。卽如每人各本比各利而爲相當比例四率也。

又捷法以二人共出本銀四百兩歸除二人共得利銀一千兩。得每一兩之利爲二兩五錢。乃與各人本銀數相乘。卽得各人所分利銀數。此又以每一兩之利與各人所出本銀之利相比而得也。

設如趙周馮三人合夥生理。趙出本銀一千兩。周出本銀八百兩。馮出本銀六百兩。共得利銀一千二百兩。按各人所出本銀之分分之。問三人各得利銀幾何。

法以三人各出本銀相併得二千四百兩爲一率。三人共得利銀一千二百兩爲二率。三人所出本銀數各爲三率。推得各四率。趙五百兩。周四百兩。馮三百兩。卽爲各人所得利銀數也。若用捷法。則以三人所併本銀二千四

百兩歸除共得

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩

利銀一千二百

三率	一千兩
----	-----

兩得每一兩之

四率	五百兩
----	-----

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩

三率	八百兩
----	-----

四率	四百兩
----	-----

一率	四百兩
二率	一千兩
三率	二百五十兩
四率	六百二十五兩

人本銀數乘之。卽各人所得利銀數也。

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩。得利銀一百九十兩。甲分一百二十兩。乙分四十兩。丙分三十兩。問各人原本銀若干。

法以共利銀一百九十兩爲一率。共本銀一千五百二十兩爲二率。每分利銀各爲三率。推得各四率。甲本銀爲九百六

十兩。乙本銀爲

三百二十兩。丙

本銀爲二百四

十兩。如用捷法。

則以共利銀一百九十兩歸除共本銀一千五百二十兩。得每一兩利銀之本銀爲八兩。乃以八兩乘各

人利銀分數。卽得各人本銀之數矣。

設如甲丙戊三人合本貿易。共得利銀三千二百二十兩。甲本銀三千六百兩。丙本銀五百一十兩。戊本銀不知其數。但知該分利銀四百八十兩。問其本銀若干。

法以三人共得利銀三千二百二十兩。內減戊之利銀四百八十兩。餘二千七百四十兩。兩間其本銀若干。

法以三人共得利銀三千二百二十兩。內減戊之利銀四百八十兩。餘二千七百四十兩爲一率。甲丙二人本銀相併得四千一百一十兩爲二率。

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	一百二十兩
四率	九百六十兩

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	四十兩
四率	三百二十兩

一率	一千五百二十兩
二率	三十兩
三率	三百二十兩
四率	二百四十兩

一率	二千七百四十兩
二率	四千一百一十兩
三率	四百八十兩
四率	七百二十兩

戊利銀四百八十兩爲三率。推得四率七百二十兩。卽戊之本銀數也。此法於總利中減去戊利銀。所餘者卽甲丙二人之利銀。故以甲丙二人之共利銀與甲丙二人之共本銀相比。卽若戊一人之利銀與戊一人之本銀相比也。

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩。今得本利共銀一千七百二十兩。甲分本利共銀一千零八十兩。乙分本利共銀三百六十兩。丙分本利共銀二百七十兩。問三人所分本利各若干。

法以三人所得本利共銀一千七百二十兩爲一率。共出本銀一千五百二十兩爲二率。各人所分本利

共銀各爲三率。

推得各四率甲

一率	一千七百二十兩
二率	一千五百二十兩
三率	一千零八十兩
四率	九百六十兩

一率	一千七百二十兩
二率	一千五百二十兩
三率	三百六十兩
四率	三百二十兩

一率	一千七百二十兩
二率	一千五百二十兩
三率	二百七十兩
四率	二百四十兩

二百四十兩卽爲各人本銀數。以各人本銀減各人共銀。甲得利銀一百二十兩。乙得利銀四十兩。丙得利銀三十兩。卽各人利銀數也。

設如有三人合本貿易。第一人出本銀五百兩係七成。第二人出本銀一千兩係八成。第三人出本銀一千五百兩係九成。共得利銀二千兩皆係十成。問每人應得利銀若干。

五十兩三數相加共得二千五百兩爲一率。共得利銀二千兩爲二率。每人所得相乘之數。第一人三百五  
 十兩。第二人八百兩。第三人一千三百五十兩。各爲三率。推得各四率。第一人得二百八十兩。第二人得六百  
 四十兩。第三人得一千零八十兩。卽各人應得利銀數也。此法以各銀成色。

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	三百五十兩
四率	二百八十兩

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	八百兩
四率	六百四十兩

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	一千三百五十兩
四率	一千零八十兩

乘各人銀數者。是將各銀成色俱變作十成銀也。如第一人七成銀五百兩變作十成銀止得三百五十兩。第二人八成銀一千兩變作十成銀止得八百兩。第三人九成銀一千五百兩變作十成銀止得一千三百五十兩。併之得十成銀二千五百兩。故以總十成銀二千五百兩與共利銀二千兩之比。卽若每  
 十成本銀與每人應得利銀之比也。

設如甲丙戊三人合本貿易。其所出本銀多寡不同。時日亦不同。甲出本銀六百兩。係八個月。丙出本銀四百五十兩。係六個月。戊出本銀五百兩。係十個月。共得利銀一千兩。問各人應分利銀幾何。

法以各人本銀與各人月分相乘。甲得四千八百兩。丙得二千七百兩。戊得五千兩。三數相併。得一萬二千五百兩爲一率。共利銀一千兩爲二率。

一率	一萬一千五百兩
二率	一千兩
三率	四千八百兩
四率	三百八十四兩

各人本銀乘各人月分之數爲三率。推得各四率。甲得三百八十四兩。丙得二百一十六兩。戊得四百兩。卽爲各人應得之利銀數也。此法先以各人本銀乘各人月分者。蓋以各人所出本銀按月分以加倍也。三人本銀各有月分。則行利亦按月加倍也。

設如乙丙丁三人合夥生利。乙出本銀二百兩係八個月。出本之兩月後。又添本銀四十兩。丙出本銀三百二十兩。係六個月。出本之一月後。又添本銀八十兩。丁出本銀一百六十兩。係十個月。共得利銀三百六十兩。問每人各該利銀幾何。

法以乙本銀二百兩與八個月相乘。得一千六百兩。又以後添四十兩與六個月相乘。因出本之兩月後。又添銀。故用六月。得二百四十兩。此兩數相加得一千八百四十兩爲乙之衰數。以丙本銀三百二十兩與六個月相乘。得一千五百二十兩。

一千九百二十兩。又以後添八兩。與五個月相乘。得一千八百四十兩。十兩與五個月相乘。因出本之一

一率	五千七百六十兩
二率	三千六百兩
三率	一千八百四十兩
四率	一百一十五兩

一率	一萬三千五百兩
二率	一千兩
三率	二千七百兩
四率	二百一十六兩

一率	一萬二千五百兩
二率	一千兩
三率	五千兩
四率	四百兩

一率	五千七百六十兩
二率	三百六十兩
三率	一千六百兩
四率	一百四十五兩

月後又添銀。故用五月。得四百兩。此兩數相加。得二千三百二十兩爲丙之衰數。以丁本銀一百六十兩與十個月相乘。得一千六百兩。卽丁之衰數。乃以三人衰數相加。得五千七百六十兩爲一率。三百六十兩爲二率。各人衰數各爲三率。推得各四率。乙得一百一十五兩。丙得一百四十五兩。丁得一百兩。卽各人應得之利銀數也。此法因出銀前後各不同。故以各人出銀依次乘各人月分而得各人衰數。既得各人衰數。則相加而與總利銀爲比。卽如各人衰數與各人利銀相比也。

設如甲乙丙三商合本貿易。共得利銀一千兩。甲本銀三百兩。係十個月。乙本銀六百兩。丙本銀四百兩。俱不知月分。其利銀則甲分五百兩。乙分三百兩。丙分二百兩。問乙丙二人出本銀月分各幾何。法以甲之利銀五百兩爲一率。甲之本銀三百兩與十個月相乘。得三千兩爲二率。乙之利銀三百兩爲三率。推得四率一千八百兩。爲乙之本銀六百兩與月分相乘之數。以乙之本銀六百兩除之。得三個月。卽乙出銀之月分。如以丙之利銀二百兩爲三率。則得四率一千二百兩。爲丙之本銀四百兩與月分相乘之數。以丙之本銀四百兩除之。得三個月。卽丙出本銀之月分也。

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	三百兩
四率	一千八百兩

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	二百兩
四率	一千二百兩

設如乙丙丁三人合本貿易。共得利銀三百八十兩。丙得利銀爲乙三分之一。丁得利銀爲乙四分之一。乙之本銀爲八十兩。收利十二個月。丙丁二人本銀不知數。但知丙收利銀係八個月。丁收利銀係四

個月間乙丙丁利銀各若干。丙與丁本銀各若干。

法以十二分爲乙之衰數。兩分母相乘之數。取其三分之一得三分爲丁之衰數。將三衰數相併。得一十九分爲一率。共利三百八十兩爲二率。以各人衰數各爲三率。推得各四率。乙之利銀得二百四十兩。丙之利銀得八十兩。丁之利銀得六十兩。三宗利銀相併。共三百八十兩。以合前數。又用乙利銀二百四十兩爲一率。乙本銀八十兩與十二個月相乘。得九百六十兩爲二率。丙利銀八十兩爲三率。推得四率三百二十兩。爲丙本銀八個月之共分。以八個月除之。得四十兩。卽丙之本銀數。復以乙利銀二百四十兩爲一率。乙本銀九百六十兩爲二率。丁利銀六十兩爲三率。推得四率二百四十兩爲丁本銀四個月之共分。以四個月除之。得六十兩。卽丁之本銀數也。

設如甲丙戊三家。每日派一人當差。論各家田數定日之多少。甲田八十

一率	十九分	一率	十九分
二率	三百八十兩	二率	三百八十兩
三率	十二分	三率	四分
四率	二百四十兩	四率	八十兩

一率	二百四十兩	一率	二百四十兩
二率	九百六十兩	二率	九百六十兩
三率	六十兩	三率	六十兩
四率	二百四十兩	四率	二百四十兩

畝丙田六十畝。戊田五十二畝。問各人一年內連閏月應該當差之日幾何。

法以甲丙戊三家田數甲八十一。丙六十。戊五十二。相併得一百九十二畝爲一率。一年連閏月作三百八

十四日爲二率。

各家田數各爲

三率推得各四

率甲當差一百

六十日內當差

一率一百九十二畝

二率三百八十四日

三率八十畝

四率一百六十日

一率一百九十二畝

二率三百八十四日

三率六十畝

四率一百二十日

一率一百九十二畝

二率三百八十四日

三率五十二畝

四率一百零四日

一百二十日戊當差一百零四日併之得三百八十四日合一年連閏月之數也。

設如二人居住相隔一千四百里同日起身一人日行八十里一人日行六十里問途中幾日相會。  
法以八十里與六十里相併得一百四十里爲一率一日爲二率一千四  
百里爲三率推得四率十日卽相會之日也此法以八十里六十里相併  
爲一率者每一日之內兩人共行一百四十里也一百四十里行一日則  
一千四百里行十日矣蓋日行八十里者十日行八百里日行六十里者  
十日行六百里併之以合原數也。

設如有銀四百八十六兩糴米麥豆三色其石數相等米每石價銀一兩二錢麥每石價銀九錢豆每石  
價銀六錢問石數若干。

法以米價一兩二錢麥價九錢豆價六錢相併共得二兩七錢爲一率。一石爲二率總銀四百八十六兩爲三率推得四率一百八十石卽各色之石數也。此法蓋因三色之石數旣相等故三色每石之共價與每一石之比卽同於三分之共價四百八十六兩與每一分之一百八十石之比也。

設如有銀一千二百兩買綾絹二色絹一分綾二分綾每疋價銀三兩六錢絹每疋價銀二兩四錢問綾絹與價銀各幾何。

法以綾價三兩六錢二因之綾二分故用二因得七兩二錢與絹價二兩四錢相加共得九兩六錢爲一率。絹一疋爲二率總銀一千二百兩爲三率推得四率一百二十五疋爲絹數倍之得二百五十疋爲綾數以絹每疋價銀二兩四錢與絹一百二疋相乘得三百兩爲共絹價以綾每疋價銀三兩六錢與綾二百五十疋相乘得九百兩爲共綾價也。此法蓋因絹爲一分綾爲二分故將綾價二因之與絹價相加卽綾二疋絹一疋之共價以綾二疋絹一疋之共價與絹一疋之比卽同於綾一分絹一分之共價一千二百兩與絹一分一百二十五疋之比也。

設如有銀三百三十六兩買羅八十疋絹一百二十疋羅每疋價比絹每疋價加一倍問羅價絹價各幾何。

一率	二兩七錢
二率	一石
三率	四百八十六兩
四率	一百八十石

法以羅八十疋倍之得一百六十疋與絹一百二十疋相加得二百八疋  
 正爲一率絹一疋爲二率總銀三百三十六兩爲三率推得四率一兩二  
 錢即絹每一疋之價倍之得二兩四錢即羅每一疋之價也此法蓋因羅  
 價比絹價加一倍故將羅疋數倍之與絹疋數相加爲羅二倍絹一倍之  
 共數而以羅二倍絹一倍之共數與絹一疋之比即同於羅二倍絹一倍  
 之共價三百三十六兩與絹一疋之價一兩二錢之比也

設如有銀七百八十五兩令甲乙丙丁四人分之乙得甲銀十分之七丙得乙銀十四分之三丁得丙銀  
 十二分之九問各分銀幾何

法以一千六百八十分三分母連乘之數爲甲衰數取甲十分之七得一千一百七十六分爲乙衰數取乙  
 十四分之三得二百五十二分爲丙衰數取丙十二分之九得一百八十九分爲丁衰數乃以四人衰數  
 相併得三千二百九十七分爲一率總

銀七百八十五兩爲二率以甲衰一千  
 六百八十分爲三率得四率四百兩即  
 甲所分之銀數以乙衰一千一百七十  
 六分爲三率得四率二百八十八兩即乙  
 所分之銀數以丙衰二百五十二分爲

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一千六百八十分
四率	四百兩

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一千一百七十六分
四率	二百八十兩

一率	二百八十疋
二率	一疋
三率	三百三十六兩
四率	一兩二錢

三率得四率六十兩卽丙所分之銀數。以丁衰一百八十九分爲三率得四率四十五兩卽丁所分之銀數四人所得銀數併之得七百八十五兩以合原數也此法因各分母不同恐難度盡故以

分母連乘爲甲衰數次各按分取其衰數乃併各衰數爲共衰數以共衰數與總銀數之比卽同於各人衰數與各銀數之比也。

設如東西中三村共納糧一千零三十六石東村一百二十戶每戶該納七分西村八十戶每戶該納五分中村六十戶每戶該納四分問各村納糧若干每戶納糧若干法以七分與東村一百二十戶相乘得八百四十分爲東村衰數以五分與西村八十戶相乘得四百分爲西村衰數以

四分與中村六

一率 一千四百八十分

二率 一千零三十六石

三率 八百四十分

四率 五百八十八石

十戶相乘得二

一率 一千四百八十分

二率 一千零三十六石

三率 四百分

百四十分爲中

村衰數乃以三

村衰數相併得

一率 三千二百九十七分

二率 七百八十五兩

三率 二百五十二分

四率 六十兩

一率 三千二百九十七分

二率 七百八十五兩

三率 一百八十九分

四率 四十五兩

一率 一千四百八十分

二率 一千零三十六石

三率 二百四十分

四率 一百六十八石

一率 一千四百八十分

二率 一千零三十六石

三率 四百分

四率 六十兩

一千四百八十分爲一率。共納糧一千零三十六石爲二率。各村衰數各爲三率。推得各四率。東村共該納糧五百八十八石。西村共該納糧二百八十石。中村共該納糧一百六十八石。再以各村戶數歸除各村所納糧數。則東村每戶該納糧四石九斗。西村每戶該納糧三石五斗。中村每戶該納糧二石八斗。如以三村共衰分數歸除共納糧數。得每一分所納糧數。而以各村分數乘之。即得各村共納糧數。以各戶分數乘之。即得各村每戶所納之糧數也。

設如乙丙丁三人共納地租銀十一兩五錢。乙田長一百二十丈。寬四十丈。丙田長二百丈。寬六十丈。丁田長八十丈。寬二十丈。問每人該租銀若干。

法以乙田長一百二十丈與寬四十丈相乘。得四千八百丈。丙田長二百丈與寬六十丈相乘。得一千二百丈。再以各人該納糧數。乘之。即得各人該租銀數。

十丈與寬二十丈相乘。得一千六百丈。

一率 一萬八千四百丈

二率 十一兩五錢

三率 四千八百丈

四率 三兩

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	一萬二千丈
四率	七兩五錢

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	一千六百丈
四率	一兩

併。共得一萬八千四百丈爲一率。

率。共地租銀十一兩五錢爲二率。各田長寬相乘之數各爲三率。推得各四率。乙該銀三兩。丙該銀七兩。丁該銀一兩。併之爲十一兩五錢。以合原數也。

設如孫鄭褚三家買貨共載一船遠近船價不同。孫家貨物九十五擔每擔船價六分。鄭家貨物八十五擔每担船價四分。褚家貨物五十六擔每擔船價二分五釐。因中途撥淺共貼銀二兩五錢二分。欲照船價分派問各該若干。

法以孫貨九十五擔與每擔六分相乘得五兩七錢。以鄭貨八十五擔與每擔四分相乘得三兩四錢。以褚貨五十六擔與每擔二分五釐相乘得一兩四錢。乃以三家船價相併共得一十兩零五錢爲一率。共貼銀二兩五錢二分爲二率。一兩爲三率。推得四率二錢四分。卽爲每一兩應貼之數。復以各家船價銀乘之所得一兩三錢六分八釐。卽孫應出之數。所得八錢一分六釐。卽鄭應出之數。所得三錢三分六釐。卽褚應出之數也。

設如甲丙戊三縣共納米四千石。論縣之大小米之貴賤運之遠近分之。

甲縣有三千三百六十戶。每米一石價銀八錢。運至六十里。丙縣有一千二百戶。每米一石價銀一兩。運至三十里。戊縣有二千四百戶。每米

一石價銀六錢。運至八十里。問每縣該米若干。

法以甲縣米價八錢與六十里相乘得四百八十。用此數歸除甲縣三千三百六十戶。得七爲甲縣之衰數。又以丙縣米價一兩與三十里相乘得三百。用此數歸除丙縣一千二百戶。得四爲丙縣之衰數。以戊縣米價六

一率	十兩零五錢
二率	二兩五錢二分
三率	一兩
四率	二錢四分

一率	十六
二率	四千石
三率	七
四率	一千七百五十石

錢與八十里相乘得四百八十用此數

歸除戊縣二千四百戶得五爲戊縣之

衰數乃以此三衰數相併得一十六爲

一率總米四千石爲二率各縣衰數各

爲三率推得各四率甲縣爲一千七百

五十石丙縣爲一千石戊縣爲一千二

百五十石三數相併共四千石以合原數也

設如甲乙丙丁戊五處共輸粟二千石以田地之多寡道里之遠近粟價之貴賤均輸之甲田一萬三千零六十畝粟每石價銀二兩自輸本處乙田一萬二千三百一十二畝粟每石價銀一兩至輸所二百里丙田七千一百八十二畝粟每石價銀一兩二錢至輸所一百五十里丁田一萬三千三百三十八畝粟每石價銀一兩七錢至輸所二百五十里戊田五千一百三十畝粟每石價銀一兩三錢至輸所一百五十里每石每里車價四釐問各處所輸若干

法以甲粟每石價二兩歸除甲田一萬三千零六十畝得六百五十三爲甲衰數次以乙輸所二百里與每石車價四釐相乘得八錢併入乙粟每石價一兩共一兩八錢歸除乙田一萬二千三百一十二畝得六百八十四爲乙衰數次以丙輸所一百五十里與每石車價四釐相乘得六錢併入丙粟每石價一兩二錢共一兩八錢歸除丙田七千一百八十二畝得三百九十九爲丙衰數次又以丁輸所二百五十里

一率 十六

二率 四千石

三率 四

四率 一千石

一率 十六

二率 四千石

三率 五

四率 一千二百五十石

與每石車價四釐相乘得一兩併入  
丁粟每石價一兩七錢共二兩七錢。  
歸除丁田一萬三千三百三十八畝。  
得四百九十四爲丁衰數。次又以戊  
輸所一百五十里與每石車價四釐  
相乘得六錢併入戊粟每石價一兩

一率	二千五百
二率	二千石
三率	三百九十九
四率	三百一十九石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百五十三
四率	五百二十二石四斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	四百九十四
四率	三百九十五石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百八十四
四率	五百四十七石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	二百七十
四率	二百一十六石

三錢共一兩九錢歸除戊田五千一百三十畝。得二百七十爲戊衰數。乃合五衰數共二千五百爲一率。  
共粟二千石爲二率。五處各衰數各爲三率。推得各四率。甲爲五百二十二石四斗。乙爲五百四十七石  
二斗丙爲三百一十九石二斗。丁爲三百九十五石二斗。戊爲二百一十六石。五數相併。共二千石以合  
原數也。此法蓋因地畝以定粟數。故粟可以均。然粟之價既有貴賤。而道里又有遠近。故取粟價以除地

畝正所以均其貴賤而取車價併入粟價以除地畝又所以均其遠近也。

設如買米八十四石每米一石價一兩四錢七分運價一錢三分今欲抽米作運價與之間正米與運價米各幾何。

法以每石米價一兩四錢七分與每石運價一錢三分相加得一兩六錢爲一率總米八十四石爲二率每石米價一兩四錢七分爲三率推得四率七十七石一斗七升五合卽正米數如先求運價米數則仍以一兩六錢爲一率總米八十四石爲二率每石運價一錢三分爲三率推得四率六石八斗二升五合卽運價米數也既得正米數與運價相乘得十兩零三分二釐七毫五絲爲共運價而以運費米數與米價相乘亦得十兩零三分二釐七毫五絲其數適相當也此法蓋因八十四石爲正米與運價米之總數今抽米作運費故以米價與運價相併亦爲米價與運價之總數以總價與總米之比卽同於米價與正米之比又以總價與總米之比卽同於運價與運米之比也此法卽和數差分之變體舊算書名爲就物抽分因其以總米內抽運價故爲抽分然要以米價運價之和與總米爲比例故附於和數比例之後設如有絲四十三斤十二兩每織絹一疋用絲一斤與織工絲四兩問織絹絲與織工絲各幾何。

一率	一兩六錢
二率	八十四石
三率	一兩四錢七分
四率	七十七石一斗七升五合

一率	一兩六錢
二率	八十四石
三率	一錢三分
四率	六石八斗二升五合

法以織絹絲一斤通爲十六兩與織工絲四兩相加得二十兩爲一率總絲四十三斤十二兩通爲七百兩爲二率織工絲四兩爲三率得四率一百四十兩收爲八斤十二兩卽織工絲與總絲相減餘三十五斤卽織絹絲也此亦就物抽分法也以每疋織絹絲及織工絲之共數與總絲之比卽同於每疋織工絲與總織工絲之比也

一率	二十兩
二率	七百兩
三率	四兩
四率	一百四十兩

# 較數比例

比例之中有和數而復有較數者。以數相合而爲比例。故謂之和數。若夫因數之相較而成比例。則謂之較數。在九章謂之匿價差分。其立法蓋以每一物與較數之比。卽若其物與共較之比。或以共物之較與每一物價之較爲比。卽若其物與每一物價之比也。又或有以實數相比者。或有以各物分數相比者。雖未有一定之規。然而總不越以彼此相差之較數爲比例。故今質名之曰較數比例焉。

設如有錢買綾羅二色。綾七尺。羅九尺。兩價相等。但知綾每尺價比羅每尺價多三十六文。問二色每尺價錢幾何。

法以綾一尺爲一率。綾比羅每尺價多三十六文爲二率。綾七尺爲三率。推得四率二百五十二文。卽綾七尺共多之數。又以綾七尺與羅九尺相減。餘羅二尺爲一率。綾七尺共多二百五十二文爲二率。羅一尺爲三率。推得四率一百二十六文。卽羅一尺之價。加多三十六文。得一百六十二文。卽綾一尺之價。以一百二十六文乘羅九尺。得一千一百三十四文。以一百六十二文乘綾七尺。亦得一千一百三十四文。兩價相等也。此法蓋因綾一尺多三十六文。則綾七尺共多二百五十二文也。夫綾價多二百五十二文。羅多二尺。而其價相等。則二百五十二文卽羅二尺之價。羅二尺價二百五十二文。則羅一尺價一百二十六文也。旣得羅價。

一率	二尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	二百五十二文

則綾價亦可推矣。

一率	二尺
二率	二百五十二文
三率	一尺
四率	一百二十六文

比而共物之較與每一物價之較相比。亦必同於共物與每一物價之比。故以綾共少二尺與羅每尺價少三十六文之比。卽同於綾共七尺與

羅每尺價一百二十六文之比也。又以

羅共多二尺與綾每尺多三十六文之

比亦卽同於羅共九尺與綾每尺價一

百六十二文之比也。

設如有銀買駝馬二色馬十四駝六匹。

兩價相等。但知駝每匹比馬每匹價多八兩。問二色每匹價銀若干。

法以駝一匹爲一率。駝比馬每匹價多八兩爲二率。駝六匹爲三率。推得四率四十八兩。卽駝六匹共多

一率	二尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	一百二十六文

一率	二尺
二率	三十六文
三率	九尺
四率	一百六十二文

又法以綾七尺與羅九尺相減。餘二尺爲一率。綾比羅每尺價多三十六文爲二率。綾七尺爲三率。推得四率一百二十六文。卽羅每一尺之價。加多三十六文。得一百六十二文。卽綾每一尺之價。如以羅九尺爲三率。推得四率一百六十二文。卽綾每一尺之價。減多三十六文。餘一百二十六文。卽羅每一尺之價也。此法共綾與共羅之較爲二尺。綾每尺與羅每尺之較爲三十六文。凡共物之較與共價之較相比。卽同於共物與共價之比。亦必同於其物與每一物價之比。故以綾共少二尺與羅每尺價

之數又以馬十四與駝六匹相減餘馬四匹爲一率駝六匹共多四十八兩爲二率馬一匹爲三率推得四率十二兩卽馬一匹之價加多八兩得二十兩卽駝一匹之價以二十兩乘駝六匹得一百二十兩以十二兩乘馬十四亦得一百二十兩兩價相等也此法蓋因駝一匹多八兩則駝六匹共多四十八兩也夫駝價多四十八兩馬多四匹而其價相等則四十八兩卽馬四匹之價馬四匹價四十八兩則馬一匹價十二兩也

又法以駝六匹與馬十四相減餘四匹爲一率駝比馬每匹價多八兩爲二率駝六匹爲三率推得四率十二兩卽馬每匹之價加多八兩得二十兩卽駝每匹之價如以馬十四爲三率推得四率二十兩卽駝每匹之價減多八兩餘十二兩卽馬每匹之價也蓋駝共少四匹與馬每匹價少八兩之比卽同於駝共六匹與馬每匹價十二兩之比又馬共多四匹與駝每匹價多八兩之比卽同於馬共十四與駝每匹價二十兩之比也

一率	一匹
二率	八兩
三率	六匹
四率	四十八兩
一率	四匹
二率	四十八兩
三率	一匹
四率	十二兩
一率	四匹
二率	八兩
三率	六匹
四率	十二兩
一率	四匹
二率	八兩
三率	十四匹
四率	二十兩

設如有稻一十八石。稷二十二石。兩價相等。如交換五石。則兩邊俱差銀一兩六錢。問每石價與共價各若干。

法以交換五石爲一率。相差一兩六錢爲二率。稻一十八石爲三率。推得四率五兩七錢六分。卽稻一十八石共多之數。又以稻一十八石與稷二十二石相減。餘稷四石爲一率。稻一十八石共多五兩七錢六分爲二率。稷一石爲三率。推得四率一兩四錢四分。卽稷一石之價。以稷二十二石乘之。得三十一兩六錢八分。卽稷之共價。亦卽稻之共價。以稻十八石除之。得一兩七錢六分。卽稻一石之價也。如交換五石。則一爲稻十三石稷五石稻十三石價二十二兩八錢八分。稷五石價七兩二錢。相加得三十兩零八分。比共價三十一兩六錢八分少一兩六錢。一爲稷十七石稻五石稷十七石價二十四兩四錢八分。稻五石價八兩八錢。相加得三十三兩二錢八分。比共價三十一兩六錢八分。則多一兩六錢。是兩邊俱差一兩六錢也。此法蓋因稻五石多一兩六錢。則稻十八石共多五兩七錢六分也。夫稻多五兩七錢六分。稷多四石。而其價相等。則五兩七錢六分。卽稷四石之共價。稷四石價五兩七錢六分。則稷一石價必一兩四錢四分。五稷二十二石價必三十一兩六錢八分。與稻十八石之價相等。故以十八除之。得稻每一石之價也。

四率	一兩四錢四分
三率	一石
二率	五兩七錢六分
一率	四石

一率	五石
二率	一兩六錢
三率	十八石
四率	五兩七錢六分

設如有金球八銀球十二兩重相等今移換三則銀球邊多六十兩問金球銀球各重幾何法以移換之三爲一率多六十兩折半得三十兩卽三金球比三銀球所多之數爲二率金球八爲三率推得四率八十兩卽金球八共多之數又以金球八與銀球十二相減餘銀球四爲一率共多八十兩爲二率銀球一爲三率推得四率二十兩卽銀球

一之重數以十二乘之得二百四十兩卽

銀球十二之共重數亦卽金球八之共重

數以金球八除之得三十兩卽金球一之

重數也此法蓋因移換三而差六十兩卽

三金球比三銀球多三十兩三銀球比三

金球少三十兩其總差爲六十兩故折半爲三金球多於三銀球之重數也三金球多三十兩則八金球共多八十兩夫金球多八十兩銀球多四而其重相等則八十兩卽四銀球之重數四銀球重八十兩則一銀球重二十兩而十二銀球必重二百四十兩與八金球之重相等故以八除之卽得金球之重數也

設如甲乙丙三人合本爲商共得利銀四百兩乙比甲多分十二兩丙比乙又多分十六兩問各分利銀幾何

法以共利銀四百兩內減乙比甲多十二兩又減丙比乙又多分十六兩問各分利銀

餘三百六十兩乃以甲乙丙共三人爲一率三百六十兩爲二率甲一人  
爲三率推得四率一百二十兩卽甲應得利銀數加十二兩得一百三十  
二兩爲乙應得利銀數又加十六兩得一百四十八兩爲丙應得利銀數  
也此法減去乙丙共多於甲之數所餘者卽三人均分之數故以三人與  
三百六十兩之比卽同於甲一人與一百二十兩之比也

設如有銀七百四十兩共買馬驢一百匹馬八十四匹驢二十四匹其馬每匹  
價比驢每匹價多三兩問馬驢每匹價各得幾何

法以馬驢共一百匹爲一率馬每匹多三兩與馬八十四匹相等得二百四十兩於總銀內減之餘五百兩  
爲二率驢一匹爲三率推得四率五兩卽驢一匹之價加馬每匹多三  
兩得八兩卽馬一匹之價以馬價八兩乘馬八十四匹得馬共價六百四  
十兩以驢價五兩乘驢二十四匹得驢共價一百兩也此法蓋因馬每匹  
多三兩則馬八十四匹共多二百四十兩於總銀內減去馬共多之價則  
馬價皆同於驢價矣故以總數一百匹與銀五百兩之比卽同於驢一  
匹與銀五兩之比也

設如有銀二千九百九十六兩二錢買上等田一百六十畝中等田三百畝下等田四百六十畝其上等  
田比中等田每畝價多四錢七分中等田比下等田每畝價多一兩三錢五分問三等田每畝價銀幾  
錢

一率	一百匹
二率	五百兩
三率	一匹
四率	五兩

一率	三人
二率	三百六十兩
三率	一人
四率	一百二十兩

何。

法以上中下三等田數相併得九百二十畝爲一率。將中等田三百畝用中等比下等每畝多一兩三錢五分乘之得四百零五兩爲中等比下等共多之數。又以上等田一百六十畝用上等比下等每畝多一兩八錢二分乘之。上等比中等每畝多四錢七分。中等比下等每畝多一兩三錢五分。共爲一兩八錢二分。得二百九十一兩二錢爲上等比下等共多之數。爰併兩數共六百九十六兩二錢與總銀二千九百九十六兩二錢相減餘二千三百兩爲二率。下等田一畝爲三率。推得四率二兩五錢。

卽下等田每一畝之價加多一兩三錢五分得三兩八錢五分卽中等田每一畝之價再加多四錢七分得四兩三錢二分卽上等田每一畝之價也。此法蓋因中等田比下等田每畝多一兩三錢五分則三百畝共多四百零五兩。上等田比下等田每畝多一兩八錢二分則一百六十畝共多二兩五錢之比也。

設如二人行路疾徐不等。疾行者日行九十五里。今令徐行者先行八日。問疾行者追及之日數幾何。

法以徐行七十五里與疾行九十五里相減餘二十里爲一率。一日爲二率。徐行七十五里與先行八日

一率 九百二十畝

二率 二千三百兩

三率 一畝

四率 二兩五錢

相乘得六百里爲三率。推得四率三十日，卽追及之日數也。此法蓋因徐行者先行八日，以日行七十五里計之，則已多行六百里。今疾行者日行九十五里，則比徐行者每日多行二十里，多二十里爲一日追行之數，多六百里，則爲三十日追行之數可知矣。

設如二人自鄉上城，一人步行，一人騎馬，使步行者先行三十七里，騎馬者追至一百五十四里，尙不及二十三里。問追及之里數幾何？

法以不及二十三里與先行三十七里相減，餘一十四里爲一率，追至一百五十四里爲二率，不及二十三里爲三率。推得四率二百五十三里，卽追及之里數也。此法蓋因步行者已先行三十七里，今騎馬者追之，止不及二十三里，是已追過十四里也。追過十四里，必須一百五十四里。今尙不及二十三里，則必須二百五十三里方能追及也。

設如一人行路，步行則三十日可到，騎行則二十日可到，今行二十六日到，問步行騎行日數各幾何。

法以三十日與二十日相減，餘十日爲一率，步行三十日爲二率，今行二十六日與騎行二十日相較，多六日爲三率，推得四率十八日爲步行之日數，與共二十六日相減，餘八日爲騎行之日數也。如以十日爲一率，騎行二十日爲二率，今行二十六日與步行三十日相較，少四日爲三率，推得四率八日爲騎行之日數也。

一率	一十四里	二率	二十里
二率	一百五十四里	三率	六百里
三率	二十三里	四率	三十日
四率	二百五十三里		

之日數也。此法蓋因步行三十日可到。  
 騎行二十日可到。則步行比騎行遲十  
 日。卽騎行比步行早十日也。步行比騎  
 行遲十日。而步行爲三十日。今步行比  
 騎行遲六日。則步行爲十八日可知矣。  
 騎行比步行早十日。而騎行爲二十日。

今騎行比步行早四日。則騎行爲八日可知矣。

設如有上下二等酒。上等酒每斤價銀五分。下等酒每斤價銀三分。今以二等酒相合。共重一百二十斤。每斤價銀三分六釐。與下等酒價銀三分相較。得多六釐。爲三率。推得四率三十六斤。爲上等酒數。於二等酒共一百二十六斤內減三十六斤。餘八十四斤。卽下等酒數也。如以二等酒相合。每斤價銀三分六釐。與上等酒價銀五分相較。得少一分四

一率	十日
二率	三十日
三率	六日
四率	十八日

一率	十日
二率	二十日
三率	四日
四率	八日

一率	二分
二率	一百二十斤
三率	六釐
四率	三十六斤

一率	二分
二率	一百二十斤
三率	一分四釐
四率	八十四斤

釐爲三率，則得四率八十四斤，即下等酒數也。此法上等酒價五分，下等酒價三分，是上等比下等多二分，即下等比上等少二分也。若二等酒相合，價比下等酒價多二分，則一百二十斤皆上等酒矣。因二等酒相合，價比下等酒多六釐，故知上等酒有三十六斤也。又二等酒相合，價比上等酒價少二分，則一百二十斤皆下等酒矣。因二等酒相合，價比上等酒價少一分四釐，故知下等酒有八十四斤也。

設如有布三百一十疋，每疋長四十尺，但知每疋扣運費二尺，共扣去一十六疋，復找回錢六百文，問布每疋價錢幾何。

法以每疋扣運費二尺與總布三百一十疋相乘，得六百二十尺。又以每疋長四十尺與共扣布一十六疋相乘，得六百四十尺。兩數相減，餘二十尺爲一率，找回錢六百文爲二率。每疋長四十尺爲三率，推得四率一千二百文，即每一疋之價也。此法蓋以每疋扣運費二尺計之，則總布三百一十疋當扣六百二十尺。今乃抽去十六疋，則扣去六百四十尺，是多扣去二十尺也。多扣去二十尺而找回錢六百文，是六百錢即二十尺之價。二十尺價六百文，則四十尺疋之數，價必一千二百文也。

設如有銀一千零八兩，買線一分，絲二分，綿三分，共重三百六十斤，俱不言價，但知綿二兩當線一兩之價。線二兩當絲一兩，六錢之價。問三色各重若干？三色每斤價銀若干？法以線一分，絲二分，綿三分相併，得六分爲一率，共重三百六十斤爲二率。線一分爲三率，推得四率六

一率	二十尺
二率	六百文
三率	四十尺
四率	一千二百文

十斤卽線一分之重數二因之得一百二十斤卽絲二分之重數三因之得一百八十斤卽綿三分之重數既得各色之重數卽以線重六十斤爲線之衰分綿二兩當線一兩之價卽將綿一百八十斤二歸之得九十斤爲綿之衰分絲一兩六錢當線一兩之價卽將絲一百二十斤用一六除之得七十五斤爲絲之衰分併三衰分共二百二十五斤爲一率總銀一千零八兩爲二率線一斤爲三率推得四率四兩四錢八分卽線每斤之價二歸之得二兩二錢四分卽綿每斤之價一六除之得二兩八錢卽絲每斤之價也此法先求各色之重數以共分與共重數之比卽同於線一分與線重數之比又以各分數因之卽得各重數也次求各色之價數既以線重六十斤爲線衰分則絲價與綿價必俱變爲與線相當之數而後可以爲比例蓋綿二兩當線一兩之價則綿一百八十斤必當線九十斤之價故以九十爲綿之衰分絲一兩六錢當線一兩之價則絲一百二十斤必當線七十五斤之價故以七十五爲絲之衰分既得各衰分併之與總銀相比卽同於線每斤與每斤之價相比也既得線每斤之價者綿價居線價二分之一也既得線每斤之價又以一六除之得絲每斤之價者絲價居線價十六分之十也

設如李王二人合本生利不知二人本銀之數但知李本銀比王本銀多一倍零八兩共得利銀二十二

一率	六分
二率	三百六十斤
三率	一分
四率	四兩四錢八分

一率	六分
二率	三百六十斤
三率	一分
四率	六十斤

兩李分十六兩。王分六兩。問二人各出本銀若干。

法以王利銀六兩加一倍。因李本銀比王本銀多一倍。故加倍也。得十二兩。  
與李利銀十六兩相減。餘四兩爲一率。所零八兩爲二率。王之利銀六兩。  
爲三率。推得四率十二兩。卽王之本銀數加一倍又加八兩。共三十二兩。  
爲李之本銀數也。蓋李之本銀比王之本銀多一倍又多八兩。李之利銀  
比王之利銀多一倍又多四兩。是四兩卽爲八兩所得之利銀數。利銀四  
兩知本銀爲八兩。則王之利銀六兩。卽知其本銀爲十二兩也。

設如買綬一千疋。不言出銀之數。但知每疋賣價七兩二錢。則比原出銀少十分之一。問原出銀若干。  
法以分母十與分子一相減。餘九分爲一率。以七兩二錢與一千疋相  
乘。得七千二百兩爲二率。十分爲三率。推得四率八千兩。卽原出銀之  
數也。此法蓋因每疋賣價七兩二錢。比原出銀少十分之一。則今賣價  
止得原出銀十分之九。故以九分與今賣價之比。卽同於十分與原出  
銀之比也。

設如甲丙丁三人合本貿易。丙之本銀爲甲本銀五分之四。丁之本銀  
爲甲本銀三分之二。丙之本銀比丁之本銀多十兩。問三人本銀各若干。  
法以十五分爲甲之衰數。兩分母相乘之數。取甲五分之四。得十二分爲丙之衰數。取甲三分之二。得十

一率	四兩
二率	八兩
三率	六兩
四率	十二兩

一率	九分
二率	七千二百兩
三率	十分
四率	八千兩

分爲丁之衰數

乃以丁十分與

丙十二分相減

餘二分爲一率

多十兩爲二率

甲十五分爲三

率推得四率七十五兩爲甲本銀數

如以丙十二分爲三率則得四率六十兩爲丙本銀數

如以丁十分爲三率則得四率五十兩爲丁本銀數

以丁銀與丙銀相減餘十兩卽丙多於丁之數也

設如有銀賞三人一等八人二等六人三等九人二等

每人所得爲一等每人三分之二三等每人所

得爲二等每人四分之一二等比三等共多得三百兩問每等每人各得幾何

法以十二分爲一等每人之衰數

兩分母相乘之數

取十二分中之三分

一率 二分

二率 十兩

三率 十五分

四率 七十五兩

一率 二分

二率 十兩

三率 十二分

四率 六十兩

一率 二分

二率 十兩

三率 十分

四率 五十兩

一率 三十分

二率 三百兩

三率 十二分

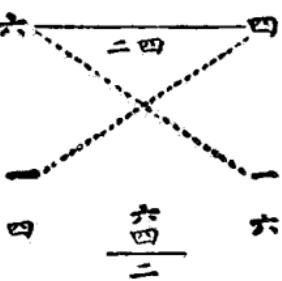
四率 一百二十兩

共多得三百兩爲二率。一等每人衰數十二分爲三率。推得四率一百二十兩爲一等每人所得之數。以一等八人乘之。得九百六十兩。卽一等八人所得之共數。如以二等每人衰數八分爲三率。則得四率八十兩。爲二等每人所得之數。以二等六人乘之。得四百八十兩。卽二等六人所得之共數。如以三等每人衰數二分爲三率。則得四率二十兩。爲三等每人所得之數。以三等九人乘之。得一百八十兩。卽三等九人所得之共數。以二等共得四百八十兩與三等共得一百八十兩相減。餘三百兩。卽二等共多於三等之銀數也。

設如有田一百二十畝。一人一日耕四畝。一人一日種六畝。欲令二人同日完工。問耕者該先起工幾何。法以四畝與六畝相乘。得二十四畝。以四畝互乘。一日得四日。以六畝互乘。一日得六日。乃以二十四畝爲一率。四日六日相減。餘二日爲二率。一百二十畝爲三率。推得四率十日。卽是耕者該先起工十日也。此法蓋因四畝與六畝不同。故用互乘以

一率	三十分
二率	三百兩
三率	八分
四率	八十兩

一率	三十分
二率	三百兩
三率	二分
四率	二十兩



一率	二十四畝
二率	二日
三率	一百二十畝
四率	十日

齊其分一得二十四畝耕六日一得二十四畝種四日欲令同日完工則耕者當先起工二日然則田二十四畝當先起工二日今田一百二十畝則當先起工十日也

