

指
心
彥
沈
學
氣

科學文庫

劉咸主編

第三集 第一號

三三、一、廿一

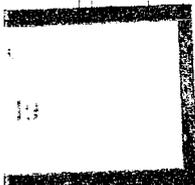
老朱夢遊物理世界

葛莫孚著

王普譯



中國科學社出版



19

MG
04-49
15

科學文庫

劉咸主編

第三集：第一號

老朱夢遊物理世界

葛莫孚著

王普譯



上海

中國科學社印行

民國三十一年二月



3 2168 1865 2

老朱夢遊物理世界

目 錄

科學文庫緣起	I
譯者序	I
序言	I
夢一：小體宇宙	1
夢二：量子室	12
夢三：城市馭速限制	21
夢四：再論不準確	29
夢五：老朱休假旅行	39
夢六：最後一遊	47

附 錄

引起老朱夢遊之講演稿三篇

第一講：空間及時間之相對性	55
第二講：曲的空間與引力	66
第三講：作用量子	79

科學文庫緣起

近年以來吾國朝野上下，迫於時勢需求，咸努力於救亡圖存之大業，而科學建設因相需之殷，進行尤不遺餘力，而國人對於科學知識之追求，亦異常迫切，此誠一良好現象也。願坊間之出版物，雖汗牛充棟，名目繁多，然求其能供給學術資料，作知識上之啓發者，則寥寥可數，而介紹近代科學具有真實價值之刊物，尤屬鳳毛麟角，有識之士未嘗不引以為憾焉！

本社為吾國先進科學團體，以提倡科學研究，傳播科學知識為職志，秉一貫政策，循序漸進，不激不隨，不偏不黨，不矜功能，不趨時尚，二十年來，漸為社會人士所認識，今後仍當本此方針，以求邁進，格物致知，利用厚生，期於國計民生，有所裨益。

當本社成立伊始，首先發行科學雜誌以為傳播科學知識之機械，日積月累，現已刊行二十餘卷，就前二十卷之內容約略統計，得科學專著論文二千二百三十餘篇，合科

學新聞，書報介紹，論文提要，拾零，雜俎，通信，來件等，都三萬二千零四十八頁，堪稱集國人介紹科學文字之大成，亦即本社倡導科學之些許成績（本社研究成績另有論文專刊，研究叢刊，及生物論文等不在此例），彌足珍貴，就中有不少論文，為極精構之作，具有永存價值，惟因各卷期印數有限，且歷時既久，多已絕版，致使有心購藏者，置備無由，良以為憾！茲為應國人迫切需求起見，爰分門別類，彙編重刊，顏曰“科學文庫，”茲釐定其內容系統如下：

- 第一集：科學通論，科學史傳。
- 第二集：數學，天文學。
- 第三集：物理學，化學。
- 第四集：地理學，氣象學，地質學，礦物學。
- 第五集：動物學，植物學，古生物學。
- 第六集：人類學，考古學。
- 第七集：醫藥科學。
- 第八集：農林科學。
- 第九集：工程科學。
- 第十集：社會科學。

以上略依現代科學分類法分為十類，每類為一集，每集之內，視材料多寡，性質異同，分別輯成小冊子，每冊為一

號,各集自爲號序,不相混雜,更不限定時間,完成文庫之全部,但視人力財力所能及,陸續分別出版。如此各門學科分之可自成獨立之一系,合之則爲科學全部大體系,所以便圖書館之收藏,供科學家之採覽焉。

劉 咸

上海,中國科學社編輯部。

譯 者 序

一九三八年之夏葛莫孚 (G. Gamow) 先生由美京赴波蘭出席物理學會，會後過柏林，余適在德威廉皇家學會習核子物理，得匆匆一面。是年秋余渡美入卡南奇研究院地磁部之高電壓實驗室；葛氏任喬治華盛頓大學理論物理教授，並兼充該高電壓實驗室之理論顧問。實驗室中，網球場上，頻相往還。時葛氏正著老朱夢遊奇境* (*Mr. Tompkins in Wonderland*) 在英國之發現雜誌 (*Discovery*) 陸續發表。余閱而愛之，葛氏伉儷憇惠譯成中文，並特為譯文寫一短序；此短序實作於本書序言之先，茲附錄於原序之末。惟甫譯三篇，[§]余以事回國，遂中輟。一九三九年葛氏集合夢記六篇及講演三篇，刊為一書，由劍橋大學出版。科學主編劉重熙先生建議，將譯稿續成，仿劍橋辦法，另行出版，余

* 又名為 c. G. h 故事集，蓋恐前名易滋誤會。余初譯為老朱夢遊幻境，今改為老朱夢遊物理世界，比較能表現書之內容。

§ 載科學，XXIII (1939) 428—435 頁，676—680 頁；XXIV (1940)，627—29 頁。

乃趁暑假餘暇，揮汗完成，不計工拙，藉饗同好，並對葛劉二氏之熱忱，深致謝意。

王普

民國廿九年七月，北平，輔仁大學。

序 言

吾人自孩提以長，耳濡目染漸習慣於周圍之世界；凡空間、時間及運動等基本觀念，即在此智慧發育時期形成。此諸觀念在吾人腦海實根深蒂固，依此基礎構成之世界觀，至使吾人認為惟一可能之世界觀；任何糾正此等觀念之議，於吾人皆難予接受。然而近代科學賴精確物理觀察方法之進展，並緻密分析其結果，已經確知此種“經典的”^{*}基礎完全不能依為根據，以描寫日常觀察所不能到達之細微現象；果欲正確的描寫精密觀察此等現象之結果，吾人對於空間、時間及運動等基本觀念之改造，實絕對的必要。

近代物理學中新觀念與普通觀念之歧離，其在日常生活所經歷之範圍內，固微乎其微。苟設想另有世界，其物理定律亦如吾人之世界，惟物理常數（即決定舊觀念應用限度之物理常數）之數值不同，則近代科學經長期艱勉研究所得到的空間時間運動等新觀念，其在此等世界必視為平凡常識，雖最不開化之野人對於相對論量子論

* 所謂“經典的”即舊的，對革命的新的而言。

諸原理亦必熟悉，且必應用於射獵等日常生活。

本書之主角於夢中屢現身此等世界，吾人官覺平常不能感應之現象，於此世界均特別放大，故各該現象猶如日常事物之易於觀察。著者所希望於本書者，朱琴欣君在此等世界中新奇之經歷，將幫助讀者對於吾人所居實際世界深邃之背景，得一更清切之印象。

書後之附錄，如該教授*對於相對論量子論之通俗講演三篇，朱琴欣以赴此講演，致被誘往新奇之夢境。講演中對於促成物理觀念澈底改革之事實與理想加以分析，對於老朱經歷中所遇之奇蹟，亦多加以解釋，凡具舊物理基本知識之讀者將能了解。

著者對於施諾(C.P. Snow)博士之先在發現雜誌刊佈諸夢，並對於劍橋大學印書局之出版是書，同表示申謝焉。

葛莫孚

一九三九年三月於喬治華盛頓大學

美京華盛頓。

著者為中譯序言

“朱琴欣先生夢遊記，非荒誕之故事。勿就字面意義疑

*書中與朱琴欣對話之教授。

爲紅樓之幻境。彼夢中所遇各事，實與近代物理學中所闡明之自然定律極端符合。

老朱夢中之境界與吾人之世界，兩者惟一不同之點，在於相對現象與量子現象；在夢境中此兩現象俱被‘特別放大’，故夢中人可直接觀察近代科學精密研究所得之結果。

普通對於近代物理學中相對論或量子論等重要部份所遇之困難，全由於該理論中空間時間運動等新觀念與日常所得之印像懸殊。設有一世界，其自然定律一如吾人之所有，惟光速，引力常數，蒲郎克常數等數值不同，則最粗魯之人亦必熟知相對論及量子論；並應用於漁獵等日常事物。

著者希望夢中人着王普博士鑑製之中國服裝，能幫助有‘科學’興趣者，對吾人所居之世界得一清切之形象。

葛莫孚”

夢一：小體宇宙*

朱琴欣[§]者某城大銀行之小書記，一日疲倦非常。銀行賬簿中無窮行數，終日加來加去的工作，使其頭腦已達於悻憤無知之境地。他確實需要些消遣。檢起晚報，翻開影戲頁；而所有之影片均不合其興趣。這些好萊塢出品，著名影星無限之浪漫穿插其中，是他一向之所厭惡。最少須有一真正冒險影片，帶些怪異，甚至荒誕。然而竟一無獲。出乎意料，報角有一小啓事觸其眼簾。本埠大學通告一排之近代物理問題講演；今日之講題爲空間時間宇宙等問題。好了，這許有點意思！他約略記得幼時讀過一本遊記，敘述一漫遊的天文家，以流星代船，渡過星體空間，訪各行星，以至遠方之恆星。對的，他可以去聽講，說不定正是彼所需求的。

他到大學之講廳時，講演*已經開始。廳中坐滿學生，大多數是

*原註云：“下文所描寫之宇宙，其光速較吾人大宇宙中小千萬倍，引力常數則大千萬萬倍。在膨脹達最大時期，此宇宙之半徑約百哩，其時塵埃之密度約每立方哩1磅。此宇宙在這情形下之脈動週期約兩小時。岩石之密度則與地球上無異”。（凡原註均置引號‘ ’中）

§將 Tompkins 譯爲朱琴欣是葛莫孚夫人之建議（譯者註無引號）。

**“第二講，第12頁”。

青年，注意諦聽高身材白鬚長者，靠近黑板講說。老朱進門之際，教授正忙着在黑板上寫‘令人望而生畏’之公式，大致像是： $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R = k T_{\mu\nu}$ 。老朱的數學知識限於算術四則（他在銀行中所用者實不過四則之前兩種），這種怪像公式之奧妙，非彼所知。他憧憬的希望着，教授把黑板寫滿較上式更為複雜的公式之後，臨了或許講些較易明瞭的



圖一 總是好萊塢這套東西

問題，也許描寫其心目中料必已有之宇宙形像。

事實却不然，除了屢次重複之句：“吾人所住之空間是曲的，是自己封閉的，而且是向外膨脹的”，老朱沒聽到任何於彼有意義的事。這並不是說，他對於此重複之句，較講演之他部特別清楚些；不過這句在他腦中之印像特深切耳。歸途他試想像此曲面空間，殆如舊式福特汽車前之曲形緩衝鐵樑，他所僅能想像者絕不能更超於此——錯了，他不當該去參加這種講演，科學之極度文明與他無緣！心中如此鬱鬱，老朱解衣，扯袖而蒙其頭。

* * * *

老朱醒寤，覺有異感，如臥眠於堅硬之物體上。張目而視，知己伏臥於物，初疑為海岸上之巨石。既而發現乃係直徑三十呎許極巨

之石，浮游空間，無一物爲之托持。石面盡爲綠苔；而叢林散處，生石罅中。石外空間，塵埃浮騰，有隱約之光，照射其間。空中塵埃之多，實爲彼‘得未曾見’，雖表演偏半部暴風塵之影片，亦無如此者。以手帕縛於鼻上，始覺痛苦大減。石之周圍有較塵埃尤爲危險之物；大愈頭顱之石塊，時常飛射其右之附近，有時射落石上，發沉濁之怪響。老朱且曾望見，一二巨石浮蕩於遠處之空間，其大小殆如他所伏臥之石。他在環顧之際，迄竭力貼伏於突起之石脊，深恐墜落而葬身塵淵。但不久胆稍大，試匍匐赴石邊，視是否果無物托持焉。如此匍進而前，老朱有意外發現，即雖其身已佔石周四分之一，但其體重常使之密貼於石面，不至墜落。他初臥處之下方，適有亂石積聚成脊，由脊後探望，他驗明實無物托持此石於空間。尤可驚異者，有高大之人體現於隱約之光中；其人之鬚白而長，似倒身垂立，而作記錄於小冊。老朱晚間曾聽講演，識其爲講演之教授。

抑老朱漸有所了解，記着在學校中學過，地球爲一大圓石，在宇宙間繞日自由運行。也還記得兩人對足而立於地球兩方之圖形。其石即一極小之星體*，將各物吸至其表面；而彼與教授實爲該行星僅有之居民。此事使老朱稍爲慰藉，至少可無墜落的危險。

老朱一聲：“早安”使此長者的注意離開了他的計算。

教授自小冊移其目光，而言曰：“此處沒有早晨；在這宇宙中無

* 點明顯旨。



圖二 此處沒有早晨

太陽，亦無半裸明耀之星體。幸而此處物體表面有種化學變化；不然，吾將無法觀測此空間之膨脹矣”。語畢復注視其小冊。

老朱殊覺不快，於此全宇宙中遇此惟一之活人，而彼竟如此‘不講社交’。忽然有小流星爲之臂助，砰然一聲，此石落於教授手中之冊；冊遂脫離這小行星，凌空飛馳而去。這小冊飛馳空間越來越小，老朱說：“哪，先生將永不得見之矣！”

教授答曰：“適得其反，君知吾人現時所居之空間，非廣無涯矣者。啊，啊！吾知君於小學中曾學過：‘宇宙無邊’與‘兩平行線永不相交’。惟此事對其餘人類所居之空間及我們現處之空間均屬不確。其餘人類所居之空間誠大矣哉；科學家估計，其現有之大小約10,000,000,000,000,000,000哩；這個數目對於普通之腦筋，殆

已無限大。設我失書於彼，書之歸來將須令人難以置信之久。而此處之情形則不然。適在小冊脫離吾手之前，我已算出，此處之空間雖然膨脹甚速，但其直徑不過五哩左右。預料吾書不出半小時即可歸來”。

老朱陳言曰：“如是，先生殆謂此書正效澳洲土人之飛槍，循曲拋物線而歸落先生之足下耶”？

教授回答說：“非此之類；吾如欲確知其情形，可就不知地爲圓形之古希臘人着想。設彼差遣一人使永遠照直向北進行。其差遣員終自南方歸來，其將如何驚訝！古希臘人無環行世界（此處吾指環行地球）之思想，將確信其差遣員必曾迷其途，取迴曲之路線以至回歸舊處。其實此人始終沿地面上所能畫出最直之線進行；係繞世界一週，故自對方歸來。若於途中不被他石撞擊，致改其直前之路面，吾書之經歷正同於此。請用此望遠鏡，試觀尙能望見否？”

老朱置鏡於目，雖塵埃使全景模糊，仍差可望教授之小冊遠遠凌空馳行。遠處之物及書均呈緋紅色，殊使老朱詫異。

少頃呼曰：“先生之書正在歸旋。吾見其逐漸增大也。”

教授說：“不然，仍在繼續前進中。君見其體積增長，似正歸來。此事係由封閉球面空間對於光線之特殊焦集效應而發生。茲更就古希臘人言之。設若光線能始終沿地球之曲面進行（假定賴大氣之折射作用），彼可利用大望遠鏡望見其差遣員在全程中之情形。試

觀地球儀，君見其面上各直線，即子午線，由一極起相距漸遠，過赤道後復向他極聚集。若光線沿子午線進行，而君立於一極，君將見離君前進之差遣員，只在過赤道之前，越來越小。過此之後，彼雖仍在前進，君則見其增長而疑為歸旋。待彼達於對方之極，君將見其高大，適如立於君側。然君不能觸捫之，正猶君之不能觸捫球面鏡中之影像。依此兩度空間之類喻為基礎，君可想像奇曲之三度空間對光線所發生之情形。我想此時書之影像當已甚近”。老朱放下望遠鏡，果見其書相距不過數碼。但看去甚為奇異！書之輪廓不清，極呈模糊，教授在書頁所寫之公式殆不能辨識。全書似一‘焦距’不對，‘顯影’不足之影片。

教授說：“君知之，此書之影像，扭斜失真，乃光線經歷半個宇宙之後集成”。君如欲確知之，試觀如何得經書頁望見書後之石塊”。

老朱試以手觸捫之，而手通過影像，不為所阻。

教授曰：“書之本身此時距宇宙之他極甚近，而君此處所見者乃其兩影像耳。第二影像正在君之背後，當兩像重合時，實際之書方達於他極。老朱正沈於凝想，試追憶初級光學中凹鏡及凸透鏡之如何造成物體影像，故未聞教授之言。及其終輟所思，兩像復向反對方向退却矣。

老朱問教授說：“果何物使宇宙屈曲，而生此種種古怪效應？”

“有重物質之存在使然”爲答。“當牛頓發現引力定律時，以爲乃普通之力，例如張於兩物體之絃所生之力，彼此正同。然而有玄妙之事，迄不能解釋。卽各物體不論輕重大小，受引力作用其加速度相等，行徑亦同；自然係假定將空氣阻力及類似之事除去。至愛因斯坦方闡明，使宇宙成曲形係有重物質之原作用；引力場中各物體之拋物線所以爲曲形，乃因宇宙本身爲曲形。然而，無充分之數學知識我想此事非君所能了解”。

老朱說：“固然。但請見告，設無物存在，吾人之幾何學是否如我在學校中所學，而兩平行線永不相遇？”

教授答曰：“斯未必然。既無物存在，則亦無復任何質體以證示之。”

“啊，或歐克立特 (Euclid) 不曾存在，方能建設絕對空間之幾何學歟？”

但教授顯然不願作這‘形而上學’之討論。

同時書之影像依最初之方向馳行已遠，第二次重新歸來。惟較前益爲破碎，直令人不可復識。依教授之解說，蓋因此次光線須經歷全宇宙之故。

教授謂老朱說：“君如再回顧，將見吾書完成其環球遊行而終歸來矣”。伸手捉之而塞置於衣袋中。教授說：“此宇宙中如是多之塵埃碎石，幾不作世界環眺，我們周圍不成樣子之影像，君當尙能

看出。此殆皆你我及周圍物質之像；惟因塵埃及空間曲度之參差致盡失真像，故我亦不能分別其爲誰何”。

老朱問曰：“吾人前此所居之大宇宙中，亦有同樣之效應發生乎？”

答曰：“當然，惟該宇宙之大，先須千兆光年作一環行。不用鏡子，君當該能看見腦後剪下之髮，但須於去理髮店千兆年之後方可。不但如此，星體間之塵埃必將使影像完全失真。茲附及之，曾有英國天文學家至於相信（頗類似一笑談）天空中現在可見之星體，其中若干實只昔日曾經存在之星體影像而已。”

* * * *

竭力求了解此諸現像，已經疲倦之老朱，於回顧之際，驚見天空情狀頓變。周圍之塵埃已變稀微，因去其尙縛面上之手帕。過往之碎石遠少於前，落擊於其石面時之力亦大減。起初所睹大與其石相瑯之數大石，終已馳往遠方，殆不復可見。

老朱忖想：“好呀，生活確漸安適。因顧教授曰：“我迄覺不安，深恐爲諸游離石塊所中。先生能解釋我們環境之轉變乎？”

“殊易事耳，吾人之小宇宙膨脹至速，自我們在此，其大小已由五哩約增至百哩。余乍到此，卽由遠處物體之變紅知其膨脹。』

老朱曰：“啊，我亦見遠處各物漸變緋紅，惟何以知其表示膨脹？”

教授說：“遠來火車汽笛之聲甚高，但車過後聲頓低君曾注意此事否？是即所謂都卜勒效應：音之高低隨發音體之速度改變。全宇宙膨脹時，其中各物俱遠馳，其速度視其與觀測者之距離成比例。故此諸物體所發之光逐漸變紅；光學上之變紅相當聲之變低。物體愈遠，馳行愈速，吾人視之即愈紅。我們之舊宇宙亦在膨脹，此變紅即吾人所稱之‘紅向移動’，天文學家用之以測極遠處之星雲。例如最近星雲之一，所謂安塔*新星者，其紅向移動為0.05%，相當光於八萬年所行之距離。復有若干新星，現在最強之望遠鏡僅可測見，其紅移約為15%，相當七百萬光年之距離。武斷些說，這些新星大致位於大宇宙赤道之中點§，地球上天文學家**所知之宇宙之總體積代表大宇宙總體積之大部份。現時之膨脹速率每年約為0.00000001%，故每秒鐘內宇宙之半徑增加千萬哩。此處小宇宙之膨脹比較甚速，其大小約每分鐘增加1%。

老朱問：“此膨脹將繼續無已耶？”

教授曰‡：“自有已時。但將繼之收縮。每一宇宙各在一極小與一極大半徑中間作脈動。大宇宙之週期殊大，殆數千萬萬年。而此

*安塔= Andromeda。

§ “……大宇宙赤道之中點”一語頗隱晦，蓋謂由極至赤道之中點。

**地上天文學家係據望遠鏡所能測及者推算，故失之過小。

‡著者對此段有所修正，參閱夢六，頁47。

小宇宙，其週期不過兩小時。我想，吾人正在膨脹達於最大之境。君覺此時殊寒冷否？”

熱之輻射瀰漫宇宙，而今分配於極大之空間，故事實上其小行星所得之熱量僅少許，其溫度約達於冰點。

教授說：“我們殊為僥倖，原有之輻射甚多，雖在膨脹期間仍得若干熱量。不然，此時之凜冽將使我們四周之空氣凝結為液體，我們必凍斃矣。惟收縮已開始，不久又將溫暖”。

老朱仰觀天際，見遠物之色由紅變紫。依教授之解釋，係因一切星間物體俱向彼兩人進行，老朱尚記憶教授所說之類喻，遠來火車汽笛之聲高。旋因恐懼而戰慄。“如果各物現正收縮，滿佈空間之大石豈不行將集合而來，我們斯碎身其間乎？”老朱不勝迫切問於教授曰。

教授泰然答曰：“正是如此。惟我想猶在此事發生之前，而溫度之增高，將使吾兩人分解為原子矣*。此即大宇宙末日之縮影——萬物混合成均勻之熱氣一團；而新生機將再隨新膨脹而起始”。

老朱發嗚咽之聲：“天乎！如先生曾言，大宇宙中吾人於末日之前有千兆年，而此處之進行於我為太快！雖着寢衣，我已覺其熱”。

教授說：“無寧依舊着之，脫去亦無所裨益。只臥而注觀，盡君所能有之時間為止。

*本為原子，惟未分解耳。

老朱不答。熱氣逼不可耐。塵埃於時已異常濃密，猶在環彼積聚。老朱感覺，如裹於熱氈中，轉動以求解脫，其手伸於冷空氣中。

“我將該不可居之宇宙穿透一孔耶”？是彼初得之想像。欲以之問於教授，但徧不知其所之。晨光曦微中所尋見者，識為熟悉臥室器具之輪廓。老朱正臥於牀，緊裹毛毯中，僅得伸出一手於外。



“新生機隨膨脹開始”，他默想着，追念老教授之言。“感謝上帝！吾人尚在膨脹也！”

圖三

而老朱去盥洗矣。

夢二：量子室^{*§}

朱琴欣所參加之第二講，乃關於量子論的問題；較比第一講更為難懂。教授費不少時間向聽衆申說：任何物體之位置或速度等簡單觀念，實在絕不簡單，談運動物體之路線者，是表示自己對於近代物理爲門外漢。確有一熟習之字眼振達老朱之耳鼓，‘不準確’是也。依教授之意見，吾人永不能確知一物體之速度與位置。“任何運動只能用一種稀粥代表之”——教授繼續着說，以手指作勢，表示其心目中那種稀粥。最後他在黑板上畫一大寫的希臘字母

ψ

設假牠管轄這種‘稀粥’之‘擴展’，而大多數聽衆對於此字之意義，均‘莫明其妙’。爲使聽者了解他的意思，教授施其最後之技倆說，對於數學有造詣者，借助於‘不可換項之無限方陣’，此諸問題均不難了解；而教授先生不憚煩勞，作方陣之圖；其圖約略如下：

*原註云：“在此文中，關於彈子球運動之量子常數 h 等於 $1 \text{ erg} \times \text{sec}$ ”。

§量子室是指文中之彈子房。葛莫乎教授謂初稿本稱‘量子彈子室’，後經刪改。

看着好像不是一個球在棹上滾過；殆若干個球彼此穿插一起，同時進行。老朱頗熟悉與此類似的現象；不過今天既滴酒未曾入口，何以也發生這樣現象；實使老朱莫明其妙。他自忖：‘好吧，且看這混然一團之球如何去撞別個’。

這個打彈子者分明是個專家；滾轉之球恰如其意，與另一球作串字衝撞。砰然有聲，兩球（靜止之球與射來之球，老朱却認不清那個是那個）即分馳“各方”。却也真奇怪，已不復是兩個輪廓略呈模糊之球，而竟像無數之球，個個極端模糊不



圖四

清，分頭奔馳，其方向與原撞擊方向，殆均不出 180° ，頗類似一稀奇之波，自衝撞點發出。

然老朱看出：依原撞擊方向流動之球最多。

“S波之散射”熟習之聲發於背後，老朱識其為講演之教授；因呼曰：“噯，亦有屈曲之物於斯耶？§余視此棹似極平正”。

教授答曰：“完全不錯，此處之空間十分平正。但君所觀者實係一量子力學現象”。

“啊，矩陣也！”老朱以諷刺語氣，沖口而出。

*何謂之S波？只能以 $L=0$ 為註釋。 §見夢一，係迴應前文之句。



圖 五

教授說：“噯，無寧謂之運動之不準確。彈子房主人搜集數物於斯，使之體驗‘量子象牙主義’*之痛苦如我得如此言之。自然界任一物體實均受量子定律之支配。不過，節治此等現象之量，所謂量子常數者，極為微渺耳。實際言之，其數值在小數點後有廿七個零。而此處之球，其常數特大——其數約為 1。故君不難以自己之目觀察：科學上應用最靈敏最曲折之觀測方法所僅能發現之現象”。教授至此略加思索。

*何為‘量子象牙主義’(Quantun·elephantism)?正如道色主義，那色主義同樣難以註解。“使之體驗‘量子象牙主義’之痛苦”一語，蓋著者深惡各色主義之意云耳。

“我非有所批評”，教授繼續說，“不過欲知主人之球何處得來耳。確實言之，此球非吾人世界中所能有，因吾人世界中各物體，其常數數值均同樣微渺也”。

老朱陳言曰：“也許彼自其他世界輸入得來”。但教授不然其說，而關疑焉。惟謂：“球之‘擴展’，君目睹之矣。是即球在棹上之位置殊不確定，君實不能準確表明一球之位置；盡其能事，亦不過說：‘球之大部份在此，其若干成分則在別處’”。

老朱低聲自語曰：“此事太不平凡”。

教授堅決主張：“適得其反，永無一物逃出此例，依此義言之，則此事絕對平凡。不過，因量子常數太小，而普通之觀測方面太粗，故此不準確遂不爲人所注意，因得出荒謬之結論，謂位置或速度均常爲確定之量。實際兩者俱永帶幾許之不定。如限制其一，限制愈確切，則他一愈散漫模糊。量子常數正所以統制此兩不準確之關係。請注意，余今置球於木三角中，以確定其位置之範圍。

此球一置入這封鎖範圍，全三角之內立即充滿象牙光輝。

教授說：“你請看！我以此三角之尺度限制球之位置，即限制其位



圖 六

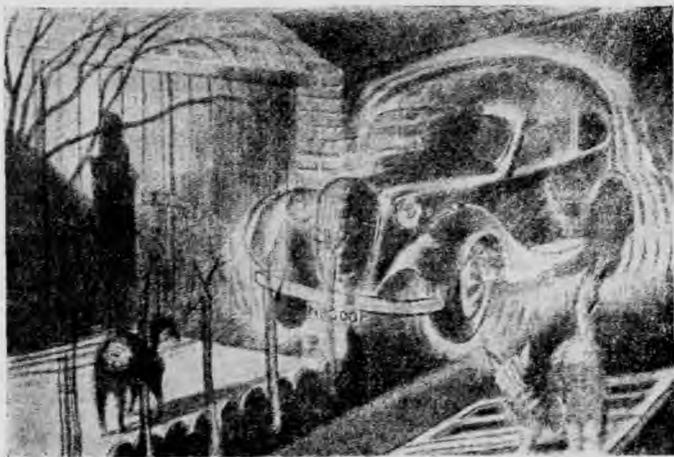
置於數吋之內，結果其速度發生極大之不準確，以高速度運行於界限之內。”

老朱問曰：“先生能止之乎？”

“不能，此非人力之所能。封閉空間內任何物體均具有若干運動——我們物理學家稱為‘零點運動’。例如，原子中電子之運動即屬如此。

老朱注視球在封閉空間馳來馳去，好像猛虎之在鬪。正注視間，極怪之事忽而發生，球方經三角之壁“逸出”，倏即向桌角滾去。所以奇怪，實因球並未躍過木壁，未離開桌面，而通過木三角之壁。

朱老說：“喔，已矣夫，先生之零點運動逃脫矣。此亦合乎法則



圖七：恰如中世紀之老妖精

耶？

教授說：“自然合乎法則；實際上，此為量子論最饒興趣結果之一。若物體之能量於穿逸壁阻後，仍能逃去，則因之封閉域中為不可能；此物體終必‘逸出’而遠颺。”

“我也不進動物園矣”老朱態度十分堅決的說，其活潑的想像力立刻繪出虎豹豺狼“逸出”圍外之可怖圖形。其思想突轉移至另一方面；想到汽車房中所鎖汽車之逸出，恰像中世紀老而狡黠的妖精可以穿汽車房之壁而過。

老朱問教授說：“茲有普通鋼製之汽車，非用此種象牙材料為之。我須待幾何時，此車能逸出車房，比方磚砌之車房？余固願得而見之！”

教授略作迅速之心算，得出答語：“約需 1,000,000,000—000,000年。”

雖久慣銀行賬上大數目之老朱，也弄不清教授所說之圈數——總之圈數之多，準可使老朱不必為其汽車之遠颺而耽憂。

即令我信先生之言，但終不解此類事如何可以察知——若無此球於此。”

教授曰：“此乃合理之辨難也。量子現象而可用如君日常應用之大物體察知，自非我所持論。而問題所在，為原子電子等之質體極小，對量子定律之應用，其效應殊為顯著。此等微粒，其量子效應

特大，故普通力學完全失其效用。兩原子之衝撞，正如君適纔所見兩球之衝撞。原子中電子之運動則甚類似吾置木三角內彈子球之‘零點運動’。”

老朱問曰：“而原子時常奔出其車房之外耶？”

“正是，時時奔出。君必嘗聞放射物質矣。其原子發生蛻變，放射極快之粒子。如此之原子，或確切言之，其被稱為原子核之中樞部份，極類車房；若干之車，即他種微粒，存儲其中。而微粒確實穿逸原子核之壁而逃出。——微粒有時在內停留不到一秒之久。於此等核中，量子現象十分平常矣！”

老朱經此長談覺十分疲倦，無精打彩，回顧左右。立於壁角祖傳之大鐘引起其注意。舊式之長擺遲緩的左右擺動。

教授曰：“我視君正注意此鐘。

此亦不十分平凡之機構也。——惟現在已成過渡。鐘所代表者正前人用以思考量子現象之途徑。其擺之裝置，適使週期只能依一定之階段增加。而現在之製鐘錶者均喜用專利之‘散漫擺’*矣。



圖 八

頭腦惛惛之老朱正留心觀祖傳

*何謂‘散漫擺’(Spreading-out-pendulum)?可就錶中之「遊絲」着想。

之鐘，其上書有一怪像之公式。倏焉其擺發生擴展，模糊之影像似立刻瀰漫室內，週圍之物體以及教授均逐漸暗淡，其臥室之熟習輪廓代之而現。老朱醒覺矣……。

夢三：城市駛速限制*

朱琴欣既喜其夢，故渴望下週夢遊中，能得更多之資料。不幸大失所望；量子論之講演已是末次，而本年又不更有其他講演。第一次之量子論講演，老朱因缺席，未能聽到。設法弄到一份講義之後，其失望爲之稍蘇。

是晨銀行大廳中甚爲岑寂；老朱隱於小窗之後，展開厚冊的講義，而求了解那“不可貫通的公式藩籬”與那“漫無頭緒的幾何圖形”；是皆教授向學生講釋相對論時之工具。而彼所能了解者，不過此講之要點爲：速度有一最大限度，即光之速度，爲一切運動之質體所不能超越。由此事推演而出之結果，極爲奇異。惟經聲明，以光速爲每秒鐘 186,000 哩，故相對效不能顯示於日常生活之事物。但真正難以了解者，爲此種奇異效應之真諦。由老朱看來，凡此種種皆與常識不相符合。他盡力的想像：測桿之縮短，及鐘錶之奇怪行動——此皆各該物體以近於光速之速度運動時，所發生之效應。

*本文係說明相對論中若干個效應。在所論之世界中，光速之值極小，約爲每小時十哩（其他宇宙常數均不變），故相對效應均成日常生活之普通現象。

——而其頭已漸垂睡於講義上矣。

當其再張目而顧，已置身美麗古城之十字街頭。亦猜想着，自己大概在夢遊；然而四周毫無異樣之變化，殊出意外；對面街頭站立之警察，亦與平常之警察無異。街心鐘樓上大鐘之指針約指正午，街上頗形冷落，只一騎腳踏車者正從容而來；當其行近之際，老朱驚訝至“目瞪口呆”！車與車上之少年在進行之方向皆變“扁薄”，其荒謬之狀，如經過柱體透鏡所成之影像。鐘樓之鐘適鳴十二響；



圖九 變成不可思議的扁薄

騎車之人狀甚促忙，加力踏其腳蹬。老朱不見其進行加快；而用力之結果，爲其自身愈變扁薄，行於街中形如厚紙剪成之像。此時老

朱頗自鳴得意，以自己能了解，騎車者何以發生此種現象——此即運動物體之縮短，乃彼適間在講義中所讀過者。因得出結論：此城自然之運動極限顯然甚低，故街頭之警察，狀甚閒適，並不注意“行速違警者”。恰有一僱用汽車正沿街馳騁；然而盡其喧囂之能事，而



圖十 街衢愈變狹隘

不能較腳踏車更快多少，亦只蜿蜒而前進。該騎車少年像貌誠樸，老朱決意追而問訊一切。趁警察正向他方顧盼，老朱假手他人暫存路邊之腳踏車，疾馳而去。預料自己必即刻變扁薄，欣然自喜，因彼近來時以體重日增為慮也。然而出乎意表，彼與所騎之車皆無變動；惟周圍之景象完全改觀；街衢逐漸變短，鋪店之窗戶殆成狹縫，街頭警察變為有生僅見之瘦人。

“啊哈！”老朱感悟而呼：“我可明白這一套了！此即“相對論”一詞之由來。與我相對而動之一切物體，自我觀之皆變短，固不論踏脚蹬者之爲誰！”老朱固騎車之健將，盡其力而追行。倏而感覺，欲以此車快進，實非易事——當彼努力求速進也，行愈速而所遇之阻力亦愈大。雖



圖 十 一

盡其所能*，終不能使車加快；奮力之結果，爲使街巷變短，其前之騎車者，似已接近。在第二轉角處，已追及之；當兩人並肩駕行之須臾，老朱見該騎車者，如常人而且極活潑之少年，不禁驚詫。“啊！此事蓋因我們彼此無相對運動之故。”遂向該少年發問曰：

“對不起，”老朱說，“此城駕車之速限如此之低，君居於此，亦感覺不便否乎？”

“駕車速限？！”少年不禁愕然；答曰：“吾人此地並無任何‘駕車速限’。我往各處，馳行之速，惟我所欲；易言之，如有‘摩托車’以代此‘不可救藥’之破東西（指其自行車言），我可任意馳騁。”

老朱曰：“但君適間馭行過我時，進行實極緩慢。我特別留心啦。”

*此段與原文不符，係因著者提議稍加修正。

“啊！您留心啦，你真留心啦？”少年說時，似有不豫色然。“我想您尙未留心吧；自君與我接談，吾人已越過五條街。您還嫌不夠快？”

“但街道已變的如此之短！”老朱答辯。

“或吾人進行加快，或街道變短，其結果究有何不同？我須過十條街而達郵局；若我用力踏此腳踏，街道變短，則我可快些到達。實際我們業已到了，”少年說時，跳下車來。

老朱注視郵局之鐘，正是十二點半。遂得意洋洋的說：“喂！不論怎樣，走這十條街用了半點鐘——我初見你時，那恰是正午！”

“您會‘留心’這半點鐘了麼？”那同行者問，老朱須承認，依彼覺察，其時間實不過數分鐘。不僅如此，觀其手錶所示，亦只十二點零五分。因說道：“啊！郵局之鐘快了？”

“自然那個鐘快呀，也可以說您的錶慢，正因您走的太快，您到底怎麼啦？您從月球上落下來的吧？！”而少年已步入郵局矣。

經此段談話，老朱深覺不幸；因無其老友（教授）在側，爲之解釋此諸怪事。少年顯係本地人；雖在學步之前，對此諸事態已是“司空見慣。”而老朱無可奈何，須自己對此奇異世界加以探索。依郵局之鐘對準其錶；並經過十分鐘之核對。其錶實在不慢。繼續沿街下行，嗣望見火車站，決定再核對其錶。奇怪，又慢了不少。“哈，這一定又是什麼相對效應，”老朱斷定；遂決定再向較騎車少年聰明之

人問詢之。



圖十二：親愛的祖父！

機會即刻到來。一年四十許之紳士下火車，趨向“出口”；有老年婦人迎接而呼爲“祖父”老朱見之，不勝驚訝。此事殊非老朱所能了解。藉幫助照料行李，與彼等攀談。

“對不起，我冒昧問及先生的家庭事，”老朱說：“先生果真是這位老太太的祖父麼？您知道，我不是本地人，並未，永未——”

“啊哈！紳士曰：‘你一定以我是‘漫遊猶太’一流人物，但事實却甚簡單。我之事業使我多所遊歷，因我之生活大部消磨於火車中，我自然比居城市中親屬老的慢許多。我很高興，猶能及時趕回看見我孫女尚健在。對不起，我須照拂她上汽車。紳士張皇離去。老朱仍

須自求解決其問題。由車站‘小食處’買來幾個餡餅，食後頗加強其思考力；竟至宣言，他已經尋出著名相對原理的破綻。

老朱嚼着咖啡想到：“對，自然如此；若一切都是相對的，在親屬看起來，旅行者為老人；在旅行者看起來，其親屬均為老人；雖然事實上兩方俱係相當年輕。不對，不對！我現在所說的話是毫無意識*：人總不能有相對的鬍鬚吧！”故決定作最後嘗試，探求事實之真像。有穿路員制服之人，閒坐於小食處，乃轉身向彼問訊。

“先生，勞駕！”老朱說，“您可以告訴我麼？坐火車的人比常住於一地者老的慢許多，誰使之然？”

那人簡潔了當的說：“我實使之。”

老朱驚曰：“那您不是解決了古人煉丹的問題了嗎！於醫學界定享盛名。您是否主持此地之‘醫學講座’？”

其人愕然，答曰：“我不過是這路上管制止機的。”

“管制止機的！您說使車停止的人——”老朱不禁有些暈眩呼曰：“你說——車要進站時，你把車停下來，是不是？”

“對啦！這正是我的事，車每次慢下來的時候，旅客的年齡（對其他人們而言）增加起來。”又客氣的說：“自然，司機者使火車快起來，對於此事，也有所幫助。”

老朱殊以為怪，問曰：“然而這與‘留住青春’有何關係？”

*此數語實無意識，讀者幸勿為所惑。

路員曰：“那我所知不詳；而事實如此。某次有大學教授坐我車中，我問他何以如此？他便大‘講’其長而‘莫明其妙’的‘演’，最後他說這與太陽之‘紅移’*爲同一道理——我想他是說的‘紅移’兩字。你會聽說有若是名詞否？”

老朱疑慮的說：“沒——有，”而該路員已搖頭而去，有面帶戚容之高大侍者持賬單來至其桌前，老朱乃掏腰包取錢，竟不名一文；因問憂鬱之侍者，可否予以支票。

侍者厲聲曰：“須付現款！”

老朱很胆怯的樣子說：“而我實無任何現款。”

侍者吵起來：“現款，請兌現！”更出忿忿之聲。老朱乃由桌抬起頭來。對面立者，非憂戚之侍者，乃其老友教授，正手持支票。

老朱呼曰：“我正要見先生！想請問你，吾人是否可僅以續繼奔遊而獲長生？”

“對不起，我沒聽懂，”教授說：“我急於出席會議，請兌換此支票。”

老教授在實際生活中殊不像夢境中那樣客氣。老朱長嘆一聲，開始數其鈔票。

*照應前文之句，‘紅移’覓夢一。

夢四*：再論不準確§

十一月間一個灰色的早晨，朱琴欣在床上假寐之際，覺察有人在其室中。啓目而顧，看見他的老友教授正坐在安樂椅上，凝神閱讀展在膝蓋的地圖。

教授舉首問曰：“君將隨余遊乎？”



圖十三 “將何之？”老朱說，猶在狐疑教授怎已闖進其室內。

*「必係第三講所引起」

§第二夢中曾論及之

“將何之？”老朱答着，猶在狐疑，教授如何闖進他的室內。

“自然係往觀巨象及量子森野中其他各獸。前次我們所遊量子室的主人，曾以象牙彈子球出處之秘密告余。“君見余在地圖上所作之紅鉛筆記號未？”此線內一切物體殆皆受量子定律之支配，其量子常數特別之大。土人以爲該區係妖魔之藪，我頗慮無人能充嚮導，如君欲同遊，則請趕急籌備，一點鐘之內就要開船，而我們還得順路去招呼雷協武士。”

老朱問曰：“雷協何人斯？”

“未嘗聞雷協其人耶”？教授殊爲詫異。

彼乃著名之獵虎將，因我謂定多饒有興趣之射擊，他已決定隨我們同往。

他們到碼頭時正看見有數長箱搬往船上，箱中裝着雷協之槍械與特製之鉛彈，此鉛質係教授自量子森野附近之鉛礦得來。老朱在艙中整理行裝之際，覺船不停的擺動，知已開船。海行無可記述，老朱似已忘記時間之久暫，而船已在富有東方美之城邊靠岸，此城即密接神密量子區之城市。

教授說：“我們須於此地購一象，以爲旅行內地之用。因恐無任何土人肯隨同前往，我們須要自己驅策此象。老朱須學習此事，我既忙於科學觀察，而雷協武士則須照顧槍械。”

到城外象市，老朱見那些龐然大物，其中之一即彼須管理者，

心中殊覺不快。雷協頗認識象之優劣，選出一碩而健者，問買主索價幾何。

土人露出雪白的牙齒，說：“呢喃嗶嘰——哈啦嗎嗎……”

雷協譯曰：“賣者索價甚高，謂此象係量子森野所產，故其價昂。吾人是否購買？”

教授謂：“不論價之高低；我在船上曾聽得此地土人每能捕獲量子區中逃出之象。此等象較他處產者爲佳。就我們情形言，此象既習慣於量子森野生活，於我們宜大有裨益。”

老朱繞着象四週視察，見其甚華美雄壯，惟與彼在動物園中所觀之象，行動並無甚不同。轉身對教授說：先生謂此爲量子象，自我觀之，恰如平常之象，行動無異狀，殊不類此種象牙所製之彈子球。爲何不向各方擴展？

教授說：“君之了解力殊顯特別遲鈍，此實因其質量過大。前些時我曾語君，位置與速度之不準確胥視質量爲定。質量愈大，則不準確愈小。量子定律對普通物體，雖微體如浮塵者，所以不能有所表現，亦因質太大，而對小至億萬萬倍之電子，則極重要。在量子森野中量子常數固大，但對於大如偉象者之行動，仍嫌不足，不能發生顯著效應。量子象位置之不準確，只有精密觀察其輪廓始得見之。君當可看出其皮之表面不甚清晰，似有一層細毛掩護之。此不準確逐漸與時俱增。此事想卽此地一種傳聞之由來，謂量子森野之

老象生有長毛。然而我預料小些的動物必顯示極顯著之效應。”

老朱想道：“此次探險不於馬背上行之，實甚善也。若須乘馬，則我將莫知：馬是否在我跨下，或在前面之山谷中矣”。

雷協攜槍隨教授攀登縛於象背之籃中，老朱以馭象夫之資格，則卜居於象頸，手握驅策之利器。他們遂起程向神秘之森野進發。

城中居民告訴他們約需一小時即可到達。老朱竭力保持其平衡於象之兩耳間，決定利用這時間向教授作量子現象之問難。

他迴身向教授問曰*：“先生請告我，何以小質體之行動如此特別？先生所常說之量子常數，其通俗之意義如何？”

教授曰：“此並不難了解，在量子世界中君所見一切物體之怪行，乃由於君對此事加以觀察也。”

老朱笑曰：“彼等均如此嬌羞耶？”

教授鬪色曰：“嬌羞非適當之詞。而事之真諦在此，欲對任何事物之進行作觀察，則君必須擾亂其運動。如君欲求知一物體之運動，事實上即運動之物體，對君之官覺或君所用之儀器施一作用。因作用與反作用相等，故可推知，君之測量儀器亦必作用於該物體；使其位置與速度發生之不準確，就可以說因此而毀壞了牠的運動。”

老朱說：“若我以手觸彈子室中之球，我身必擾亂其運動，但我

*下文書歸正傳，以上為諷詞。

僅注視之，果何由而擾亂之”？

“君實擾亂矣。君不能見球於黑暗中；然君如施一燈光，則光綫自球反射使其可見，光綫已作用於球（吾人稱爲光之壓力），因此毀壞其運動。”

“設我用極精確靈敏之儀器對運動物體之作用小至可以忽略，不亦可能乎？”

“此即作用量子發現以前，舊物理學中之思想。在本世紀之初，已經證明，物體所受之作用不能使降至某一定限度以下，此限度謂之量子常數，平常以‘ h ’表示之。普通世界中之作用量子異常微小，以習用之單位表示之，其數值在小數點後有二十七個零。惟對於輕如電子之微體，始顯重要，因此等物體之質量至微，故雖極小之作用，亦可發生影響，在我們現在前往的森野中却不然，其作用量子極大，係一粗暴的世界，不能有溫文爾雅的动作。設有人在此世界中撫弄其心愛的小貓，牠或毫無感覺，不然即於第一寵愛量子下犧牲其性命！”

老朱帶着沈思的樣子說：“這都很對，然若無人注意之，此等物體之行動是否合乎規矩？我謂，是否依吾人所想像之方式？”

教授說：“既無人注視，即無人知其行動，故你之問題不復有物理之意義。”

老朱呼曰：“對，對！此事自我視之，實爲哲學也！”

“君欲叫牠哲學，亦無不可”——教授顯有‘不豫色然。’——“但事實上，這是近代物理的基本原則——永勿侈談己所不知之事。近代物理理論無不根據這條原則，惟哲學家則多忽略之。例如德國著名哲學家康德(Kant)費不少心血，思考物理之性質，非“自我觀之”之「外在」的性質，是物體本身‘內在’的性質。至於近代物理家，惟所謂“觀測量”(即凡可以觀察之性質)始有意義，近代物理俱以此諸量相互的關係為基礎。凡事物之不能觀察者，只適於無所裨益之冥想——這種事物之發明不受什麼限制，既不能證明其存在，更無所謂利用。我可以說——。

是時空中忽發巨響，其象狂躍，老朱幾乎墜於象下。蓋羣虎環躍，同時圍攻此象。雷協武士攔槍撥機，瞄準最近之虎兩目中間。迅刻即聽到雷協叫出獵人慣用之口頭語。雖照頭瞄準射去，而虎未受傷。

教授呼曰：“再射！”“使火線散開，不必瞄準！實不過一虎，而擴展於吾象之周圍，吾人之希望惟有提高哈密爾頓值。

教授亦攔取一槍，槍聲與量子虎之吼聲併起。一切俱息之前，其在老朱，已如‘萬世無疆。’一彈中的，羣虎忽化爲一，受彈力之衝擊，屍體拋飛空中，遠墜棕林之後。

萬事寂息，老朱問曰：“哈密爾頓氏爲誰？其爲善獵而先生欲其‘起死回生’來相助耶？”



圖十四 羣虎同時自四方環攻彼等之象

教授說：“啊，對不起！於興奮之際，用起君所不解之科學語詞來。哈密爾頓值係一數學式，描寫兩物體間之量子作用。愛爾蘭之

數學家哈密爾頓首先用此數學式，由此取名。我不過想說明：多射量子彈，以增加槍彈與虎體間互相作用之或然率。於量子世界，吾人不能精確瞄準而斷定其必中。由於槍彈之擴展以及目標之擴展，射中常有一定之可能，而永無必然性。吾人今所射者，至少為卅彈，而後始實際射中於虎。而彈力作用於虎至為強烈，故拋其屍體於遠方。事情之發生於我們家鄉世界者，正與此相同，惟規模特小而已。我說過：於普通世界中須研究微小如電子之質體，始能有所覺察。你當該聽說過，一原子係由較重之原子核及繞行之若干電子組成，最初之觀點，認為電子繞核子之運動，猶各行星之繞太陽。惟更進一步之分析證明，對於小如原子之系統，普通之運動觀念殊嫌粗而無當。凡於原子中顯示重要性之作用，其數量級與基本作用量子相同。故全圖呈顯著之擴展。虎之繞象運動，殆無處無之；電子之繞核子運動，亦大體類似。”

老朱問曰：“果有人射擊電子如吾人之射虎耶？”

“自然有之。核子本身每放射高能之光子或光之基本作用單位。亦可使光柱照映於電子，自原子之外射擊之。事態之演變，正如吾人之射虎：若干光子通過電子之所在，而不生影響；至突有一光子作用於電子，而拋之原子之外。量子系統不能稍受影響，或全無影響，或影響殊甚。”

“此事正如量子世界中歹運之貓，不能受寵愛而不遭犧牲，”老

朱結論說。

雷協爵士舉槍呼曰：“瞧！羚羊，成羣結隊！”大隊羚羊正由竹林出發。

老朱想道：“受過訓練的羚羊，排隊奔馳，正如閱兵式中之隊伍。不知此中亦有量子效應否？”



圖十五 雷協將射，而教授止之。

向象進行之羚羊羣，奔馳甚速，雷協武士將射，而教授阻止之。他說：“勿徒耗子彈，一獸依「繞射花樣」進行時，射中之機會甚小。”

雷協武士呼曰：“何則爾所謂「一」獸？至少亦有數打之衆！”

“不然！實只有一隻小羚羊，以受驚恐，奔馳於竹林中，物體之

“擴展”具有特性，類似普通之光；通過依一定秩序排列之孔，例如竹林中竹幹間之隙，有繞射現象發生，君等在學校中，當曾聽說過繞射。故吾人因此論及物體之波動特性。”

此神祕名詞“繞射”之含義如何，完全非雷協武士與老朱所能想像。

深入量子之域，此諸遊客於饒有興趣之現象，殊多遇合，例如量子蚊*以及極端娛人之量子猴*；量子蚊之質量微小，故直令人不能捉摸。遊客終達一處，綦類土人之村落。

教授說：“余前此不知此域尚有人類居處，由此喧囂判斷，他們在舉行某種慶祝，試聽此繼續不斷之鐘聲。

野人正在繞大樹作野舞，各人之體軀殊不易辨別，羣衆環舞，頻舉褐手，俱執各式之鈴。更近以觀，一切物體，若茅舍，若樹木，無不發生擴展，鈴聲振耳，使老朱不知所可，伸手握一物而執之，小警鐘衝擊床邊桌上之水杯，冷水四濺，老朱清醒矣。一躍而起，加速裝梳。半點之內，須到銀行辦事。

*似意在影射‘微中子’(Neutrino)及‘重子’(Mesotron)。

夢五：老朱休假旅行*

前次遊覽相對現象的城市，朱琴欣甚感興趣；惜教授未與偕行，爲其解釋所見之奇蹟。鐵路停車員對於旅客有「駐顏之術」，此中奧妙，老朱特別縈心。屢於入眠之際，希冀再度往遊。惜乎夢既希而常惡，上次之夢，係銀行經理之革其職，蓋於銀行賬中，彼竟引用不準確原理——故老朱決定，不如乘此赴海濱旅行，作週間之休養。老朱於是現身火車中，依窗坐眺，眼簾中城郊灰色之房脊，漸爲鄉野綠色之草場所代替。檢起報紙，試注意英意之衝突。此竟如是之枯燥，而車輻之振搖殊爲愜意——。§

丟開報紙，再窺窗外，景物大變。電綫桿彼此密邇相接，形如籬笆，樹頭奇狹，俱似意大利之扁松。其老友教授坐於對面，向窗外注視。他大概是當老朱注意閱報之際進來。

老朱說：“我們已進於相對鄉境，是吧？”

教授驚曰：“啊！君所知已如此其多？何處學來？”

“我會一至是鄉，惟該次未獲先生同來，以爲恨耳。”

*此文中之情形同第三夢：光速每小時十哩，其餘世界常數如常。

§老朱又入夢矣。



圖十六 ……如此相近，形如竹籬。

長者說：“想君此次可爲我嚮導矣。”

老朱答曰：“這則不敢，曾獲見不少之奇蹟，問之當地居民，直無入知我困難之何在。”

教授說：‘毫不足異，居民生長此間，視周圍之現象俱爲當然；設移彼等於君所習居之世界，則奇異橫生，吾知彼等必將「嗒然若失」矣。’

老朱說：“請問，余前次到此，遇一鐵路停車員，他力持其說，火車之忽行忽止，可使旅客比城市居民變老較慢，此爲魔術乎？抑亦合於近代科學者乎？”

教授說：“不論作何飾詞，不能以魔術爲解釋；此乃物理定律直

接之結果。愛因斯坦以其空間時間新(或者應說老如地球,不過新近發現之)觀念之分析為基礎,證明此事:如一系統之速度繼續改變,凡發生於此系統中之物理變化,均變遲緩。於吾人之世界,此種效應殆小至不可測驗;於此地則不然,光速既小,故效應非常顯著。茲舉一例,若君煮鷄子於斯,不使煮鍋靜止於火上,而使左右運動,繼續變更其速度,本來五分鐘可以煮妥者,如此恐需六分鐘矣。若人坐於搖椅(譬如說)中或速度常變之火車中,則人體中一切變化亦變遲緩;在此情形下,吾人之生活變慢,惟因一切事物之進行同樣變慢。物理學家樂取之句調:於不等速運動系統中,時間之流行較慢。

“其於吾人家鄉之世界中,科學家果觀察此等現象耶?”

“果觀察之矣,惟需特別技巧。欲得需求之加速度,技術方面甚為困難。然而不等速運動系統中之情形,與極大重力作用之結果,兩者相類,或可說盡同。君若乘電梯,以大加速上行,君必曾覺感好像體重增加;反之當電梯開始下降(若繫繩斷絕,則覺察最切)則君感覺好像體重減小。係因加速所生引力與地球之重力相加減。太陽之重力遠大於地球之表面之重力,太陽上一切變化須稍遲緩,天文學家確觀察其如此。”

“但天文學家不能赴太陽觀察?”

“那固不待言。他們觀察自太陽射來之光。此光係由太陽空氣

中各種原子之振動發出。如各種變化較為遲緩，則原子振動之速度亦減低，比較地上光源與太陽上光源所發出之光，可以見其差異。”

教授忽打斷自己的話頭說：“不知正經過的這小車站何名？”

火車正馳過一鄉村小站之站台，站中殊形岑寂，惟站長與一青年之脚夫，脚夫坐於拉行李之排子車上看報。站長突然撒手空中，倒槍地上。老朱未聞槍聲，槍聲或為火車之喧囂所混響。但站長屍體周圍之血泊，其為槍殺無疑，教授立即拉車中之警繩，火車突然



圖十七 屍身週圍之血泊不容懷疑。

停止。他們走出火車之際，青年脚夫正向屍體奔跑，一鄉村警察亦正前往。

警察檢察後說：“射穿心臟”揪住脚夫之肩，他說：“我逮捕你為

殺害站長之兇手。”

罹難的脚夫喊着說：“我未殺人，適在讀報，而聞槍聲。車中諸位想必共見，能證明我之無罪。”

老朱說：“對的，站長被擊時，我親見此人正在閱報。我可指天爲誓。”

“然而你却坐在動的火車中。”警察說時用着權威的語調，“故你之所見，絕不足爲憑。自站台觀之，其人可適於此時射擊，君不知同時間係視觀察人所在之系統而不同？”轉身向脚夫說：“老實的隨我走來。”

教授插言說：“警長！對不起，你完全錯誤，到警署我想他們一定不滿意你之粗心。在此鄉中，同時間的觀念具有高度之相對意義，自然不錯。不同地點之兩件事，其同時間與否視觀察人之運動，亦屬正確。然而雖在此鄉，固無觀察人能先原因而見結果。電報不能於發報之前收閱，亦不能未啓酒瓶而先醉，君不爲然歟？揣度君意，蓋以爲因火車之行動，吾人所見之射擊遠在射擊效果以後。吾人立刻出車，見站長之倒，而仍未得看見射擊。我知你們在警隊中所受之教育，你們是只信賴警章，試翻閱之，君或能尋得此項。”

教授之語氣頗使警察感動，取出警章手冊，慢慢查閱。倏爾，警察寬大紅闊之面上現出不好意思的笑容。

他說：“找到了！三十七章，十二條第五節：「嫌疑犯不論在何運

動系統，如提出下列確實證據：於犯事時刻或 $\pm \frac{d}{c}$ （ c 爲自然速限， d 爲至犯事地點之距離）時間內，有人見其另在他處，則爲無罪嫌疑。」

“朋友，你實無罪。”警察對脚夫說，繼轉身向教授說：“多謝先生，使我得脫於總局之責難。我初入警隊，對於這些規則，尙未熟習。但不論如何我仍須報告本案。”他走去打電話，少頃隔站台呼曰“一切已解決！真正兇手由車站跑出時，已被捕獲。再謝謝先生。”

車再開時老朱說：“余誠愚魯，同時間云云究屬何事？同時間在此鄉中果無意義乎？”

所得之回答是：“只在一定限度內有其意義，不然我絕不能有所助於脚夫。一切物體之運動，各種信號之傳達，均有一自然速限，此速限之存在使同時間失掉其普通之意義。用下邊的想法，或者容易了解些。若君有友人，遠處他方，兩地以信件通消息，而最快之交通方法爲郵政火車。設君於星期日遭遇一事，而知此事亦將爲貴友所遭遇。君不能於星期三以前使他得悉此事，不難明瞭。反之，若貴友預悉其事將爲君所遭遇，最晚須於前星期四通知你。故由星期三至次星期四，此六日內貴友於君之際遇既不能有所影響，亦不能得悉之。依因果論的觀點，可以說他在六日內與君絕緣。”

老朱建議：“通一電報如何？”

“而我認定郵車之速度為最大可能之速度，此鄉之速度大致如此。於吾人家鄉，光速為最大速度，傳送信號不能較無綫電再快。”

老朱說：“余仍不知無惑焉，即今郵車之速度不能再超過，此與同時間有何關係？吾友與我仍可同時進星期日之晚餐，此事亦不可歟？”

“不可以，這樣說法已無意義；有一觀察人對此可以同意，但其他各火車上之觀察人們將堅持其觀察結果，君進星期日之晚餐時，貴友正食星期五之早點或星期二之午膳，然而決無人觀察你兩位同時進膳相差至三日以外。”

老朱帶不相信神情呼曰：“凡此種種如何發生？”

“甚為簡單，君聽吾講演當已注意及此。雖自不同之運動系統觀察，速度之

.....”

教授說末尾數語時，老朱見其面孔頓改，灰白頭髮變為可愛之金黃色，眼眉頓變窄狹而灣屈多致，睫毛亦增長，終至失其長鬚。而老朱發現自己正端詳一美麗女郎之容顏，女郎係前站上車者。此姝



圖十八

*參閱第一講：空間及時間之相對性

正愕然暗笑而注視之，老朱急自地上檢起報紙，遮於面前，直至下車不敢復露。老朱素極羞却，尤畏女流如蛇蝎！

夢六：最後一遊*

老朱下榻於旅舍，次晨，到樓下輝皇明朗的長廊下早餐，發現無限之驚訝。對面近廊角的棹上，坐着老教授與車中遇見之女郎；女郎正娓娓對長者有所敘述，並向老朱所坐之處頻頻盼顧。

“我想我在車中匿着，一定太不成樣子，”老朱自忖，越來越覺自己可恨。我有一次不兌換其支票，而却請教他「還童」問題，教授大概尚未忘却那愚騷的問題。現在正可藉此往事與他接近，而請教我闕疑已久的事情。”他即對自己亦不願承認，他心目中不僅是與教授說話而已。

“啊，是的！是的！我記得講演時見過你，”教授於離開餐廳時說。“這是我女兒茂德；她學習繪畫。”

“茂德小姐！得識小姐，非常榮幸！”朱琴欣說，心理想聽到這最美麗的名字，還是第一次呢。“這樣環境，我想小姐的畫稿材料，一定美不勝收。”

教授說：“她以後可以奉閱。茲請問，君聽我講演，獲益亦多耶？”

“啊，獲益的確非淺，而我尚可感覺宇宙之膨脹，好像昔時之親

*下文各種世界常數俱「仍舊慣」，忽而「改作」，狂變不已。

在其中。”

“事實上，君固在其中也，”教授說，他並未懂老朱的意思。“例如空間正負曲率之分別，君了解否？”

“爸爸！你若又談物理，我想我還是去作點事，”茂德小姐努着嘴唇說。

“好啦，你去吧，”教授說着，就驀然坐在安樂椅中。

“小夥子，你一定沒學過多少算學，不過我想我可以很簡單的解釋給你。爲簡單起見，茲取一面爲例。設想謝爾——你知道，他是石油站的業主——決意看看他的油站在全美國之分佈是否均勻。他的辦事處在美國中部某地（我想堪索斯城算作美國的中心。）爲辦理此事他命令



圖十九

辦公處，數一數離城百哩內的站數，二百哩內若干，三百哩內若干，如此數下去。由中學時代他記得圓之面積與半徑之平方成比例。若油站之分布均勻，他想如此數得之數目依1；4；9；16……諸數字順序增加。但收閱報告之際，將不勝驚愕，實際站數之增加，遠非如是之快，殆依1；3，8；8，5；15，0；等等數字增加。

他一定叫起來：“一塌糊塗！”美國這堆經理不稱職。爲什麼把

油站都集中堪城附近？」但是他這樣論斷對嗎？」

“他對嗎？”老朱接說，他正在想着別的事。

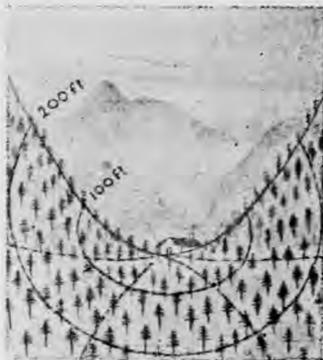
教授鄭重的說：“他不對，他忘記了地面是圓的，而不是平的。在球面上，一定半徑內之面積，其隨半徑增加較在平面上為慢。你果不知其然？那麼，試取一地球儀，自己想想看。譬如君在北極，以子午綫之半為半徑之圓係赤道，所夾之面積，為北半球。增加半徑二倍，使將地球之全面積包括在內；是面積之增加不過二倍，而非像平面上之應得四倍。現在明白了吧？”

“明白了，”老朱說，竭力集中其注意力，“但不知此為正曲率，抑為負曲率？”

“是謂之正曲率，由地球儀之例，可以知道，正曲率相當有定之面，具一定之面積。具負曲率之面，馬鞍即為一例。”

老朱重覆說：“馬鞍為例？”

“是的，以馬鞍為例，就地面說，可用兩山間鞍形之山坡為例。設有生物學家住於山廬，廬在鞍坡上，而



圖廿 鞍形山道上之廬舍

欲知茅廬周圍松柏之密度。若數離廬百呎內之株數，二百呎內之株數，繼此以往。將得知株數之增加較距離平方之增加為快，原因是

鞍形面上一定半徑內之面積較在平面上爲大。吾人謂如此之面具有負曲率。試將鞍形面展鋪平面上，須作摺疊：如以圓面試之，若圓面無彈性，勢須撕裂之。”

老朱說：“我知之矣。先生謂鞍形之面雖是曲的，而却無限。”

教授讚許他說：“完全不錯。鞍形面向各方無限伸延，永不向其本身封閉。在我所取鞍形山坡之例，若你離山而進至地球之正曲面，則負曲率自然立刻停止。但吾人不難想像一面，處處保持其負曲率。”

“然而如何引用於三度之空間？”

“同樣引用之。設君有若干物體，平均分佈於空間，所謂平均分配即每鄰接兩物體間之距離俱各相同，而數由君向外各距離內之物體數目，若此數目依距離之平方而增加，則此空間是平的，若數目之增加太慢或者太快，則此空間具有正曲率或者負曲率。”

“如此則有正曲率之空間，其於一定距離內所有之體積較小；而有負曲率之空間，其體積較小。”老朱帶着驚訝神氣說。

教授笑道：“一點也不錯，可知君已了解鄙意矣。欲考究吾人所居大宇宙曲率之正負，祇須照上法數一數遠處物體之分布。你當曾聞所謂星雲矣，星雲均勻的灑散於宇宙中，其在數十萬萬光年以內者俱可望見，對於宇宙曲率之檢討，星雲乃甚爲方便之物體。”

“吾人宇宙是有限的，是自己封閉的，即如此得出乎？”

老朱說，這時他記起第一夢中教授手冊歸來之奇蹟。

教授沉思著說：“普通所承認者如是，當我那時講演之際，我自己實在亦曾作如是想。不過前數週我在英國自然雜誌 (Nature) 看到一篇文章，兩青年物理家建議謂，這種意見是錯誤的，宇宙實是無限的，而具有負曲率。我想他們這個建議是對的。”*

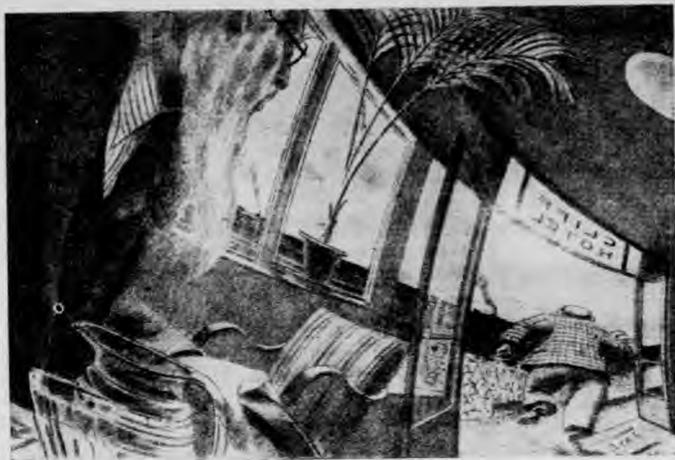
故不
“故吾人乃居於無限膨脹之鞍上，而此膨脹永不變為收縮，至將吾人及吾人之子孫擠斃。”老朱頗覺寬慰的呼曰：“是生活尚有所指望也。”

他轉身注水杯中，雖罄水瓶中之所有，杯中似無點滴。他聽到教授說：“杯中之空間大概具有極大之負曲率，故小面積內有極大之容積。若君取一內部正曲率極大之杯，幾滴水大約即能滿溢杯緣矣。我猜度吾人周圍空間之曲率，將發生古怪之變化，類似「宇震」一流的事情。”

他們之周圍確實似有非常奇異之變化發生：走廊之一端變成極端狹小，將其中之木器擠縮；他端則增長的若是其大，老朱看起來好像能容下整個之宇宙。一可怕的念頭忽貫其腦際：茂德小姐寫生大地，海邊宇宙之一片，若脫離其餘宇宙而逝，為之奈何？將永不不能再相見矣！他奔出門，聽見教授自後之呼聲：“當心！量子常數亦

*譯者案：著者當然承認此建議，因他就是「兩青年物理學家」之一。讀者

可視此建議為前文(夢一)之修正。



圖廿一 「小心些！」教授呼曰。

在狂漲不已也！”初到海邊覺異常擁擠。千百女子向四方亂奔。他想到：“地上之擁擠如此，我將如何兌得我之茂德？”既而覺察所有女子之相貌全似教授之女兒，他明白這正是不準原則之惡作劇。漲大失常量子常數之波濤，又須與而成過去，茂德小姐正立於海邊，驚懼之狀流露於秋波之外。

“啊，原來是你！”她說時，如怨而如慰。“我固以為烏合羣衆向我奔來也。蓋係炎熱之太陽使我頭腦不清。請在此稍候，我到旅館去取遮太陽的大帽來。”

老朱抗議說：“不要，我們現在不要分離。我感覺光速亦在改變；待小姐自旅館歸來，我或已成「老朽」！”

“瞎說”，茂德說，然而仍投其玉腕於老朱之掌握中。回旅館方至中途，不準確之波濤又到來矣，老朱與女郎兩人之擴展瀰漫於海濱。當此時也，宇宙之摺疊發於附近之山岡，漸傳播於遠方，四周之岩石與漁戶之廬舍，曲折上下，厥狀萬端。太陽光線受強烈引力場之偏轉，全不能射達於地面，而老朱沈沒於昏黑鄉矣。

時光如流，百歲易逝，老朱終為無限恩愛之語聲，喚其醒來。

女郎訴說：“啊，我父親之物理談催眠了你，今日之水如此其「清兮，」盍來伴我隨波而逐浪？”

朱琴欣由安樂椅中，一躍而起：“終是「南柯一夢」耳。”他走下海岸時，自己思索。“也許此夢正在開幕吧？”……



圖廿二 心心相印

他們的婚禮不事鋪張的舉行了，他們的生活很安適的過著。

第一講

空間及時間之相對性

諸位：

溯自原始時代，人類思想陶鑄空間時間之觀念，製成參考坐標，以紀事物。此諸觀念逐代延續傳襲，殊鮮改革。及科學發達，利用算學作宇宙之描寫，實以此諸觀念為基礎。空間時間之‘經典的’（舊的）觀念，其確定形式之授予，殆始於牛頓（Newton）大師。他在其原理（*Principia*）裏寫到：

“不與任何外界物體連繫，就其本義言，絕對的空間永保其舊觀而不變。”而“絕對的，真正的，算學的時間，由其本體，就其本義，同樣與外界任何物體無涉而流行。”

時間空間經典觀念絕對正確之信心，根深而蒂固，不但哲學家常認為‘天經地義’；科學家亦均視為無懷疑之餘地。

然而廿世紀開始之際，實驗物理最精確方法所得若干結果，若依空間時間之舊體系解釋之，發生顯然之衝突。當代最大物理學家之一，愛因斯坦（Albert Einstein）氏之偉大的改革思想，即由此點出發，視空間時間之舊觀念為絕對正確，除習慣之因襲外，殆無任何理由；改正此舊觀念以適應較精密的新經驗，事屬可能而且正

當：即愛氏之改革思想也。空間時間之舊觀念事實上本以人類日常經驗爲基礎而成立；其可用於日常生活，適用於物理未甚發達之時期，而不能適用於今日，殊不足異。因實驗技術之邁進，觀察方法日趨於精密，故今日之結果克證明舊觀念過於粗率欠精。以用於日常生活及未甚發達之物理，舊觀念與正確觀念之歧離至微。而近代科學研究之範圍既廣，於若干新領域中，此種歧離變爲甚大，故舊觀念絕不能復用，亦屬無足異也。

引起舊觀念根本批評之實驗結果，其最重要者爲下事之發現：光速在真空中爲一切物理速度之上限。

此出乎意料之重要結論，大部分根據美國物理家邁克爾孫（Michelson）之實驗結果。於十九世紀之末，邁氏企圖觀察地球運動對於光速之效應，竟得意外之結果：不論光源之運動如何，不論自何系統測定，真空中之光速不變，地球之運動無所影響。此項結果不但非邁氏之所期待，實出全體科學界之意外。甚爲特殊，而與運動之基本觀念不符。若有物體在空間以高速向君進發，而君復前進以迎之，則物體逆君進行之相對速度增大，等於物體之速度與君之速度相加；反之，若君背物體而逃，則物體追君之速度較小，等於兩速度之差數。此固無待解釋者也。

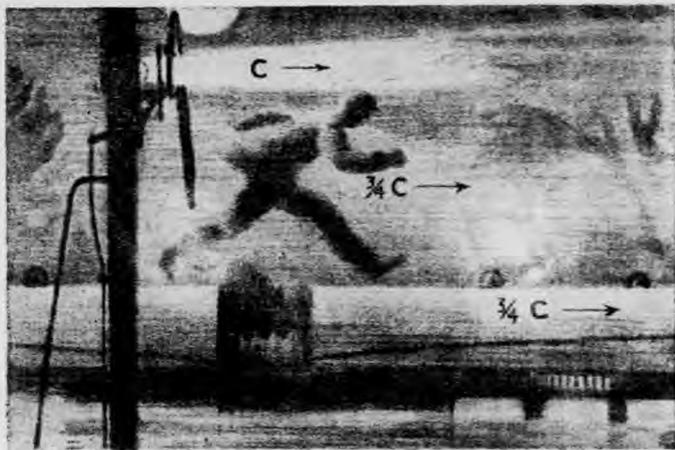
又如君乘車向發音體進行，則在車中所測得空氣傳音之速度必大，即普通音速加君之馳速；若君離發音體而馭，則所測得者爲

普通音速減去馭速。是所謂速度相加原理，不待求證而自明者也。

然而最悉心之光學實驗證明，此項原理與事實不復符合，真空中之光速不變，永等於每秒 300,000 公里(平常以 C 表示之)，即不論觀察人之行動如何迅速，測定之結果完全相同。

你門也許要說：“人力所能產生之速度小於光速，若使數速度相加，以創造超光速，不亦可能乎？”

舉例言之，設想有極速之火車，其速度為光速四分之三。有善跑者亦以光速四分之三，沿車頂狂奔。



圖廿三 以光速四分之三沿屋頂奔馳

依相加原理，則全速應為光速之一倍又半。若一信號燈發出訊號，則此人須能追及之。然而事實不然，以光速不變是實驗事實，故

上述之全速必小於吾人之所期——即不能超越臨界值 C ；故可推斷，雖對較低之速度，舊的速度加法亦必錯誤。

兩種運動相加，而求其合速，由數學之探討得一極簡單之新公式。數學之討論繁冗，茲略而不述。

認 V_1 與 V_2 為相加之兩速度，其合速為：

$$V = \frac{V_1 \pm V_2}{1 \pm \frac{V_1 V_2}{C^2}} \quad \text{----- (1)}$$

由此式可知，若原來兩速度甚小，謂比較光速為小，則上式分母之第二項較 1 為小，可以忽略，即得速度之舊加法。若 V_1 與 V_2 不小，則結果必較算術和為略小。就上文所舉之例言之， $V_1 = \frac{3}{4}C$ ，與 $V_2 = \frac{3}{4}C$ ，由公式(1) 得合速 $V = \frac{24}{25}C$ ，仍較光速為小。

有一特別情形，即若原來兩速度之一為 C ，由 (1) 式算得之合速為 C ，不論他一速度如何。故使若干速度相加，永不能超越光速。

此式早經實驗證明，想亦諸君之所樂聞。即已確實證明，兩速度之合速永較其算術和略小。

明乎速度上限之存在，吾人可進而檢討空間時間舊觀念之批評。同時間之觀念係根據空間時間之舊觀念成立，吾人可首先予一打擊。

當你說*：“德國明興大炸彈案發生之際，正是我在重慶家中吃火腿炒飯之時。”君自以為知道此語所表示者何意。而我今證示於君，君並未之知；嚴格說起來，此語且無確切之意義。在不同地點發生之兩事，其為同時與否，君將用何方法以核證之？大概要說兩地之時計指同樣之時刻。但下列之問題即發生，如何對準兩地之時計，使同時指同樣之時刻？是則吾人仍回到原來之問題矣。

真空中光速與光源之運動無關，不^論自何系統測量，永為定值，乃最精確實驗事實之一。茲欲測定各觀察站間之距離及對正各站之時計應取何法？依上述之事實，應承認下述方法最為有理，如多加考慮，勢須認為惟一合理之方法。

由 A 站發一光訊，待 B 站接到立即向 A 站發一回訊。A 站自發訊至收訊所記錄之時間之半，以光速乘之，以為 A 與 B 間距離之定義。

若光訊到達 B 站之際，B 站時計適指 A 站所記錄發訊與收訊兩時刻之平均數，則 A，B 兩站之時計可說是已經對準。若於固體上建若干之站，照此辦理，吾人終可得出所需求之參考坐標；關於同一時間及不同地點兩事所差之時間等問題，克予以回答。

然而其他參考坐標上之觀察者對此等結果是否承認？欲解答此問題，可設想兩固體上各作此種參考坐標。茲取鐵路上反向進行

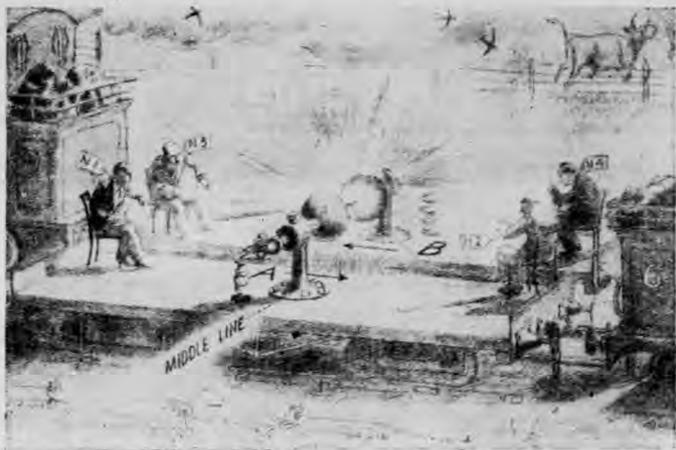
*下句之地名與說法稍有改竄。

的兩平台以爲例，試觀此兩系統（即兩參考坐標）如何互相核對。設有四個觀察員分配於兩平台之前後端，而欲先對正其時計。同台上兩人可就上述方法加以變化，由台之中點（以量杆測量定之）發一光訊，此光訊到達兩端時，各將時計撥指零點。照上文之定義，每組觀察員於是成立同時間之標準於他們自己之系統，並且對準了他們的時計——自然是依他們之觀點。

一組觀察員決定要看看：他們平台上之時間記錄是否與他台上一致。不同組的兩觀察員相遇時，兩人之時計是否指同樣時刻？此事可用下述之方法以試之：於每平台之幾何的中點，各立一帶電之導體，兩平台之中線相遇時，兩帶電體間適可發生一電花，光訊同時自兩台中點向兩端進行。因光訊以一定之速度進行，光訊到達觀察員時，兩平台之相對位置已經改變；觀察員 N_1 （平台 A 之左端）與 N_4 （平台 B 之右端）距離光源較 N_2 與 N_3 至光源爲近。

當光訊到達觀察員 N_1 （平台 A）時，觀察員 N_3 （平台 B）退後較遠，故光訊格外需若干時方可到達 N_3 。若 N_3 於光訊達到時使其時計指零時，則 N_1 一定堅持 N_3 之時計太慢。

而觀察員 N_2 （平台 A）必斷定 N_4 （平台 B）之時計太快；因爲 N_4 先 N_2 而遇到光訊。平台 A 上兩觀察員之時計係依同時間之定義對準，因此兩人同意說，平台 B 上兩觀察員之時計彼此相差。然而我們應當知道，平台 B 兩觀察員據同一理由認爲自己之時計準



圖廿四 兩平台反向進行

對，而判定平台 A 上兩時計彼此不對。

因兩平台之情形全無不同，兩組間此種爭執，祇可如此解決，即依兩組自己之觀點可說兩組都對；至於誰『絕對』的對，乃無物理意義之問題。

我如此長篇大論，恐諸位已覺疲倦，然如諸君悉心追隨我之所論，即可明瞭，祇要採取吾人空間時間之測法，則絕對同時之觀念立即消失，而不同地點之兩事，在一參考坐標認為同時，依另一坐標之觀點，則兩事相隔一定之時間。

這個命題乍一聽來極端奇怪。若君食西餐於火車中，而我說君之喝湯(引食品)與吃尾食品係在飯車中同一地點，但在軌道上係

距離很遠的兩地點，君亦視為奇怪乎？然而車中用膳一事亦可作成如下之命題：不同時間發生之兩事，係在一坐標中之同一地點，依他坐標之觀點，則兩事相隔一定之空間。

以此‘平平無奇’之命題與上文‘神是而貌非’之命題比較，可知兩者絕對對稱，祇將‘時間’與‘空間’兩詞交換，則兩命題即互易。

愛因斯坦氏之全部觀點如下：在舊物理學中，視時間為與空間及運動無關，“同樣與外界任何物體無涉而流行”（牛頓之言）；在新物理學中則不然，空間與時間密切連繫，實代表整個均勻‘空時連續域’中不同之兩斷面，一切可觀察之事物盡發生於此域內。將四度之連續區域分割為三度之空間與一度之時間係完全武斷，而分割復隨作觀察之系統（即坐標）而不同。

有兩事焉，自一系統觀之，空間相去為 l ，時間相差為 t ；若自另一系統觀之，則空間距離為 l' ，時間差別為 t' ，故吾人頗可以說空間轉變至時間，及時間轉變為空間。時間之轉變為空間，如火車中用膳之例，乃十分平常之觀念，迨至空間之轉變為時間（同時間相對性之結果，則覺異常奇怪。此中原因亦不難明瞭。其要點在此：若吾人取“浬”測量距離；與此相當之時間單位非習用之“秒”而應為一“合理時間單位”，以光行 l 浬所需之時間代表之，即 $0.000,000,-000,003$ 秒。故在普通經驗範圍內，空間轉變為時間之結果，實用上無從覺察。舊觀念之以時間為絕對獨立而不變者，此事殆助成之。

然而有極高速度之運動，如放射物質所放出電子之運動，^如原子內電子之運轉，某時間內所行距離之數量級約等於時間之數量級（須以合理單位表示時間），苟欲施以研究，則必須遇到上述之兩種效應，而相對理論於是益為重要。

雖降至較低之速度，例如太陽系中各行星之運動，藉極端精密之天文測量，相對效應亦得而觀察。惟此項觀察須測量行星運動之變化，其量至微，以角度論，全年不過變化若干分之一秒。

如我上文所解釋者，由空間時間觀念之批評，因而斷定，空間之間隔可部分的轉變為時間之間隔，時間之間隔亦可部份的轉變為空間之間隔。申其意義，即一空間距離或一定時間之數值，由不同之運動系統測量之，所得之結果不同。

由簡單之數學分析，可得一定之公式，代表上述各量之變化。此種數學分析，茲不贅述，祇記其結果於次。

設有長度 l 之物體，（沿其長度之方向）*以相對速度向觀察人運動，觀察人量得之長度為：

$$l = \frac{l'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad (2) \S$$

即其長度縮短之量，視其速度為定奪。

*原文省略此短句，似易起誤解。

§(2)與(3)兩式原文均有印刷錯誤，即 l 與 l' ， t 與 t' 易其位置。

論至時間，亦與此相類似。需 t 時間之任一過程，自與此有相對運動之系統觀之，需較長之時間 t' ，其值為：

$$t = t' \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} \quad (3)$$

此即相對論中著名之“空間縮短”與“時間膨脹。”

普通情形下， V 之值較 C 非常之小，此兩效應至為微小；惟對於極高之速度，自運動系統測量之各種長度可使成為任意之小，而時間則任意之長。

諸君幸勿忘記，這兩種效應對於兩系統都是絕對對稱的，急行火車上之旅客視靜止火車上之旅客見其體既削瘦而行動遲緩，靜止火車上之旅客對於急行火車上之旅客亦正有同感。

最大速度(即速限)存在之另一重大結果，與運動物體之質量有關。依普通力學基礎，物體之質量決定使之發生運動之困難，或使之增加既有運動之困難，質量愈大，使其速度增加一定量亦愈困難。

任何情形下，物體之速度不能超越光速。由此事實可直接推斷，物體速度近於光速時，其質量(換言之即再加速度所遇之阻力)必無限增大。由數學之分析，得質量隨速度變化之公式，與(2) (3)兩式類似。在速度極小時之質量為 m_0 ，在速度 V 時之質量為 m ，則

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad (4)$$

故當 V 近於 C 時，物質對於再增速度之阻力變成無限大。

此為質量變化之相對論的效應。用高速運動之質點，不難由實驗證明。例如放射體發射電子（速度可達光速 99%）之質量較靜止者可大數倍，所謂宇宙光線中之電子，速度達光速 99.98%，其質量約大至 1000 倍。對於如此之高速，經典力學絕對無用武之餘地，完全隸轉於純粹相對理論之領域。

第 二 講

曲的空間與引力

諸位：

今天要討論的問題爲曲的空間及其與引力現象之關係。討論一曲線或一曲面，大家不難想見其情形；若一說到曲的三度空間，則無不‘瞠目而視’，以爲事屬‘怪哉’，甚至以爲‘超凡’。大家對於曲的空間同感‘恐怖’，試問理由何在？其觀念果較曲面之觀念爲難乎？如稍加思索，在坐諸君定有不少人要說：例如球體之曲面，吾人可得而見之；又如鞍形曲面，雖頗特別，吾人亦得而見之；至於曲的空間，吾人不能“自外”視之，故覺難於想像。然而執此言者，實判決自己未悉數學上曲率之確義；數學上之曲率與普通之含意頗有不同。設有一面，繪幾何圖形於其上，若圖形之性質與繪於平面上者不同，我們數學家即稱爲曲面。曲面上之圖形不遵守歐幾立德 (Euclid) 氏經典的法則，吾人即用其與此法則之歧離，以量曲率。如諸君於平紙面上畫三角形，由初級幾何學可知，三角度之和等於兩直角。諸君可將紙摺爲柱體形，或錐體形，或更複雜之形狀，但所畫三角形各角度之和必永等於兩直角。

面之幾何學不隨上述之‘形變’而改變，由“內”*曲率之觀點，經

此種形變後之面(普通說法爲曲面)其“平”正與平面無異。然而諸君若不使紙格外舒展，則不能使其貼合於球面或鞍面。若於球面上畫三角形(即球面三角)，歐幾立德幾何學之簡單定理不再適用。

例如北半球上兩子午線及其間赤道之一段所成之三角形，底部兩角既爲直角，而頂部一角尙可取任意之角度。

在鞍形面上則與此相反，三角之和永小於兩直角。諸君聞之，將以爲詫異。

故知欲定一面之曲率，必須研究此面上之幾何學。徒自外視之，易入迷途。柱面乃‘事實俱在’的“平”而環面則‘不可救藥’的“曲”，如祇自外視之，諸君大概要歸入一類。然諸君一旦熟習此曲率新觀念之後，再聽到物理家談論：吾人所居之空間是否彎曲，即不難了解。問題固甚簡單，祇求出：於實際空間所作之幾何圖形，是否遵守歐幾立德幾何學之普通定律。

因吾人所討論者爲實際的，物理的空間，對於幾何學中之名詞，須先予以物理的定義；幾何圖形係由直線作成，直線之意義如何，須特別說明。

諸君必皆知，直線最普通之定義，即兩點間之最短距離。此最小距離之求得，可於兩點間張扯一繩；或取定長之量杆若干，試於兩點間沿各線排列之，求出需用杆數最少之線。兩法之意義相同，

*對自外視之而言。

惟後法手續較繁。

用此法直求線，所得結果隨物理情形而不同。欲證示此事，可設想一大圓台*，依其軸作等速旋轉，有一實驗家企圖求出台周兩點間最小之距離。備有若干量杆，各長五吋，此實驗家試於兩點間以最少杆數排成一線。若圓台不轉動，他必沿圖中所示之虛線排列。惟圓台之旋轉使量杆發生相對論的縮短（如第一講中所討論者），近於台邊之量杆之線速度較大，故比較近於台心者縮短較甚。可知欲使每杆佔最大之距離，應使其位置盡量接近台心。然而線之兩端固定於台周，如果使各杆過於遠離線之中部而趨台心，亦屬不利。

故須折中此兩事，以求達到目的；結果最短之距離為向圓心微凸之曲線。

若不用截斷之量杆，而於兩點間張扯一繩，此實驗家必得同樣結果，以繩之各部份所受之相對論的縮短，與截斷之量杆無異。我於此特別提示圓台起始旋轉時，此繩所發生之‘形變’與普通離心力效應無關；不論將繩扯緊至何程度，其於此種形變無所影響。明乎此，固不必提說普通離心力係作用於反對之方向矣。

如果台上實驗家決定，以其所求得之“直線”與光線比較，以求

*此為所舉之第一例。文中說明頗為隱晦，殊難作簡單之註釋，然而如不細加推索，或不窺見其中之困難。



圖廿五 設想一大圓台

核證。結果證知光確實循所作之線進行。對於台下靜止之觀察者，其情形自然不同，光線絕未表現彎曲；台下人對於台上運動的實驗家之結果，如何解釋？必謂台之旋轉與光之直行相重疊故爾；並將舉例而告曰：當留聲機片旋轉之際，若君使手作直線運動而劃痕於片上，片上之痕自必亦呈曲狀。

但祇就台上之觀察人而言，稱其所得之曲線為“直線”，自完全有據：既確係最短距離，又實與其參考系統中之光線符合。假設此實驗家在台周選取三點，以直線連合，作成三角形。其三角度之和小於兩直角，實驗家因此斷定，他周圍之空間是曲的；吾人亦須承認其判斷正確。

茲再舉一例。設台上有兩人(2與3)決定測量台之圓周及半徑,以推算 π 之值。2所用之量杆不受旋轉之影響,以其運動方向永與長度垂直*。而3所用量杆始終有縮短效應,則所測台周之長度,其值較不旋轉時為大。以2之結果除3之結果,故所得之值較普通教科書中 π 之值為大。此乃空間彎曲之又一結果。

旋轉運動不僅能影響長度之測量,置一時計於台邊,該處線速度較大,則此時計必較置於台心之時計為慢,由第一講所討論之結果可知。

若兩實驗家(4與5)於台心核對之後,5將其時計帶至台邊,過相當時間回至台心,以其時計與始終留於台心之時計比較,則見其時計太慢。因此斷定,圓台各處物理手續進行之速率不同。

假定諸實驗家停止工作,就所測得之(幾何的)新奇結果稍加考察,復假定所處之台為封閉的,例如旋轉之室而無窗戶,故實驗家不能見彼等與周圍物體之相對運動。若不提及圓台與台基(圓台建於“固地”上)間之旋轉,此輩實驗家能解釋上述各結果而謂純粹由於台上之物理情形耶?

尋覓台上與台下(“固地”)物理情形之各種不同,以解釋所見之(幾何的)變化,此輩必立即覺察,有種種新力存在,牽引各物體使離台心而向邊緣。自然認為所見各種效應俱係此力作用之結果;

*祇能使量杆之寬度(或厚度)依(2)式縮短。

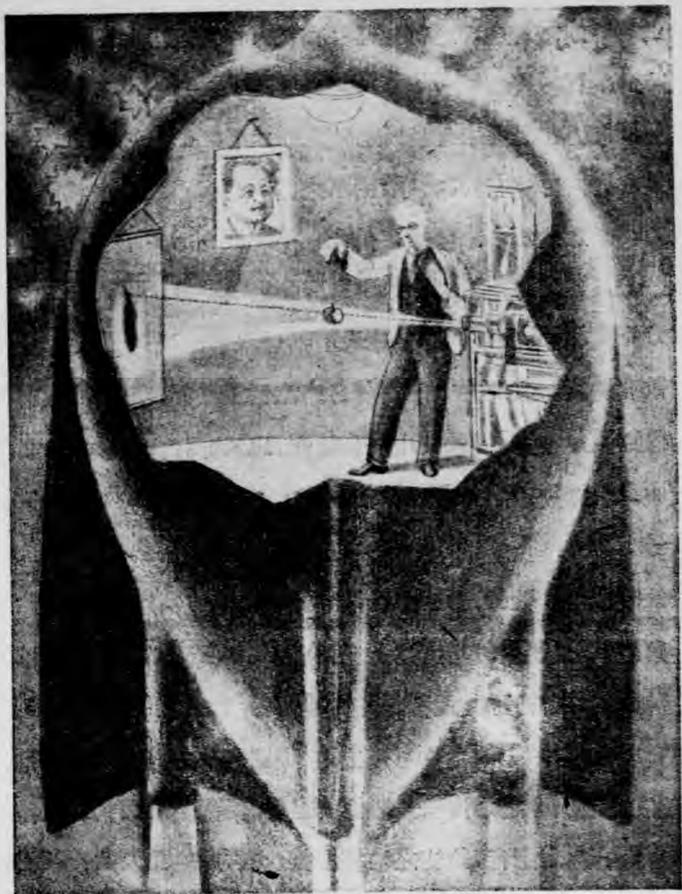
例如兩時計間之效應，其解釋必說：在新力作用之方向，離台心較遠之時計進行較慢。

然而此力果新而未見於“固地”者乎？各物體爲所謂重力作用吸向地心，非吾人所習見者乎？兩者之方向自屬不同，一爲向台邊之吸力，一爲向地心之吸力，但此種不同祇不過表示力之分配不同。進一步言，參考系統不等速運動所生之“新”力，可與吾人室內之重力完全相同。此種例亦不難舉示。

設有遊行星體間之‘流星船’*自由漂浮於空間，距各星體俱遠，故船中無重力存在。因此其中一切物體，以及隨行之實驗家，俱無重量而自由漂浮於空氣中。其情形類似魏耐（Jules Verne）所作著名小說中阿爾登（Michel Ardent）赴月旅行團。

此時機器已發動，船正開行，速度漸增。船中情形有何變化？吾人不難想見，祇要船以加速度上行，船內一切物體表現向地板進行之趨勢；換言之，亦可說地板向諸物體進行。取一較爲具體之例，若船中實驗家手持一蘋果，而釋放之。蘋果必以等速——即釋放之際，船在該時所有之速度——繼續前進（對周圍星體而言）。但流星船本身尙在加進上行，船艙之地板愈行愈速，故終追及蘋果而衝撞之；衝撞後蘋果將從此著於地板而不動，因地板不變之加速度使之固着焉。

*此爲此舉之第二例。



圖廿六 地板…將迫及蘋果而衝撞之。

惟由船內之實驗家觀之，實無異於蘋果以一定加速度墜落，達地板後由其本身之重量使之固着焉。使不同之物體下落，此實驗

家(若忽視空氣之阻力)必更進一步察知，各種物體均以等加速度墜落；因而記起，這正是伽利略(Galileo Galilei)所發現的自由墜落定律。對於加速船艙內各種現象與普通重力現象，船內之實驗家實不能覺察任何些須之不同。他可使用帶擺之時計，可以置書於架上，而不虞其飛去，可懸愛因斯坦之像於壁上。愛氏首先指明參考系統之加速度與力場兩者效驗相當，並以此為基礎而設建所謂普通相對論。

此流星船及旋轉圓台為吾人所舉之兩例，在此兩例中吾人見到數種現象，係伽利略與牛頓在研究重力時之所未知。於船艙壁上掛一屏，自對面射一光線，光線於途中發生彎曲，射在屏上之位置，視船之加速度之大小而不同。船外人對此事之解釋自必說，光之直行等速運動與實驗家所乘船艙之加速運動，兩者重疊故爾。幾何學亦發生錯誤；三光線作成三角形，三角度之和大於兩直角，圓周與直徑之比率大於 π 之值。吾人所舉之兩例，乃各種加速系統之最簡單者；但上文所述之效驗對當，不論參考系統(剛體或柔體)之運動如何，一律有效。*

茲進而討論一極關重要之問題，上段曾述數種現象祇克於加速參考系統中觀察，而未見於普通引力場中。此等新現象，如光線之彎曲或時計之變慢，是否亦存在於有重物質所生之引力場中？換

*總結所舉兩例內之結果。自下段起申說引力與加速度之關係。

言之，加速度之效應與重力之效應，是否不僅類似而實根本相同？

由便於記憶之觀點，自以承認兩種效應根本相同為合宜；但最後答案祇能由直接實驗求出。而實驗果證明此等新現象亦存在於普通重力場矣。夫人類意志對於宇宙間諸定律，惟要求單純與內部和諧。由直接實驗證明兩種效應相同，是與吾人之志願符合，殊堪慰藉。由加速度與引力場效驗對當之假說，推算所得之各種效應俱甚微小；科學家特別設法測求以前，此種效應迄未發現，原因即在過於微小。

用上文所舉兩加速系統之例，吾人不難求出下列兩種（各種中之最重要者）相對論的引力效應：時計快率之改變及光線之彎曲。

茲先取旋轉圓台之例。有單位質量之一質點，距中心為 r ，依初級力學，作用於此質點之離心力由下式表示之：

$$F = r\omega^2 \quad \text{-----} \quad (1)$$

式中 ω 為圓台旋轉之定角速度。質點由中心運動至台邊，此力所作總工作為：

$$W = \frac{1}{2} R^2 \omega^2 \quad \text{-----} \quad (2)$$

式中 R 為圓台之半徑。

根據上述對當原理， F 須為圓台之重力， W 為中心及台邊引力位之差。

由第一講，吾人必能記憶，速度為 V 之時計，依下列之因子變慢：

$$\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{V}{C}\right)^2 + \dots \quad (3)$$

若 V 較 C 甚小，則其他各項可以忽略。由角度之定義，可知 $V = R\omega$ 故“變慢因子”變為：

$$1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R\omega}{C}\right)^2 = 1 - \frac{W}{C^2} \dots \quad (4)$$

即由兩所在地點之引力位之差表示時計快率之變化。

若置一時計於哀佛爾塔* (高 1000 呎) 底，另置一時計於塔頂，兩處引力位所差甚小，故塔底時計之變慢因子不過 0.999,999,999, - 999,97。

然而地球表面之引力位與太陽表面之引力位相差比較甚大，太陽上之變慢因子達 0.999,999,5，最精確之測量可以驗示之。自然未嘗有人攜普通之時計赴太陽表面，而注視其快慢。但物理學家之方法，遠勝於此。應用光譜學，吾人可以觀察太陽表面各種原子振動之週期。置各物質於本生焰中，吾人可於實驗室中測得各種原子之振動週期，以與太陽表面各原子之週期兩相比較。太陽表面各原子之週期應依(4)式而變慢，此種原子所發之光必較地上光源之光為略紅。此種“紅移”現象確實存在於太陽及其他數星體(此數星體

*哀佛爾(Eiffel)塔即法國巴黎火星大院著名之鐵塔。

之光譜能精確測量)之光譜中。實驗結果與上述理論公式算出之值符合。

故紅移之存在已證明;因其表面引力位較高,故太陽上各種手續之進行,確稍遲慢。欲求光線在重力場中彎曲之量,應用第七十一頁,流星船之例較為方便。設 l 為船艙兩壁間之距離,光線穿過船艙所需之時間為:

$$t = \frac{l}{C} \text{-----} (5)$$

船之加速度為 g ,在此時間內船所行之距離 L ,由下列初級力學中之公式表示:

$$L = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{l}{C} \right)^2 \text{-----} (6)$$

故知表示光線方向變化之角度,其數量級為

$$\varphi = \frac{L}{l} = \frac{1}{2} \frac{g l}{C^2} \text{ 弧度。}$$

式中 l 為光線所通過引力場之距離; φ 之值隨 l 增加。此處流星船之加速度 g 自須釋為重力加速度。若我使一光柱通過這大講堂,大致約計 $l=1000$ 呎,地面上之重力加速度 $g=981$ 呎/秒²。

$$C = 3.10^{10} \text{ 呎/秒}$$

故得

$$\varphi = \frac{1000 \times 981}{2 \times (3.10^{10})^2} = 5.10^{-16} \text{ 弧度} = 10^{-10} \text{ 秒(弧度)}$$

由此可見，光之彎曲實非平常情形下所能觀察。但太陽表面附近 g 之值為 27,000，而通過太陽引力場之路程甚大。一光線通過太陽表面附近時，由精確計算知其偏向應為 1.75 秒。此與實驗觀測之值恰相符合；日全蝕之際，天文學曾觀察各星體（其光通過太陽附近）‘視位’之移動。故由此亦可見觀察已證實加速效應與引力效應根本相同。

明乎此，吾人可回論空間之彎曲問題。應用最合理之直線定義，吾人曾得一結論，即不等速運動參考系統中之幾何學與歐幾立德幾何學不同，而此種空間應視為曲的空間。因任一引力場各相當於參考系統之某一定加速度，故任何空間中若有引力場存在，則此空間係曲的空間。如進一步言之，即引力場實不過空間彎曲之一種表徵。故空間各處之曲率應由各質量之分佈決定之；於重物體之附近，空間之曲率最大。曲的空間之性質及其隨物質分佈之變化，欲加描寫須用繁複之數學，吾人於此不能討論。我祇提及，此種曲率普通不是由一個數字定出，而由十個數字定出，通常稱為引力位之部份 $g_{\mu\nu}$ ，係代表上述引力位 W 之普通化。任一點之曲率亦因此由十個曲率半徑記載之；曲率半徑普通 $R_{\mu\nu}$ 表示。諸與質量分佈之關係由愛因斯坦之基本方程式：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = K T_{\mu\nu} \quad (9)$$

代表之；式中 $T_{\mu\nu}$ 關係於有重物質所生引力場之密度，速度

及其他各種性質。

於結束此次講演之前，我願指明(9)式最饒興趣之推論。

設有一空間，各物質平均充實其間，例如吾人充滿星體及星系之空間。若對此空間加一檢討，吾人可得一結論，即就大距離言，(各星體附近，曲率之偶爾增大，忽略不計)此空間有依一定方向平勻彎曲之趨勢。在數學上有數種不同之解答，或與封閉之空間相當，即此空間終自己封閉，因而具有有限之體積；或代表無限之空間，類似吾於講演開首所說之鞍面。(9)式之第二重要推論，為此種曲的空間應處於繼續膨脹狀態，或處於繼續收縮之狀態，其物理意義即充實空間之各物或相蹙飛馳，或彼此趨近。更有得而證明者，具有有限體積之空間，其膨脹與收縮依週期性互相代替——是所謂脈動宇宙。而無限之“鞍形”空間則不然，不處於永久膨脹狀態，則處於永久收縮狀態。

數學之可能既有數種，吾人所居之空間究相當於何種？此問題之答案不屬於物理學，而屬於天文學，茲置不論。余祇申明，天文證據所能確切指示者，為吾人之空間正在膨脹中；至於其為有限，或為無限，則係尚未正式解決之問題。

第三講

作用量子

諸位：

在前兩講中，我曾盡力指明：物理速度上限之發現與直線意義之分析，如何使吾人全輻改造空間時間之舊觀念。

物理學各基礎觀念之嚴格分析，並未以此爲止境，更驚人之發現與推斷，追跡繼起，層出不窮。我現在要述說者，爲物理學之一枝，稱爲量子論。量子論對於各種質體在空間時間之運動，以及各質體間之互相作用，至關重要；對於空間時間本身各性質之關係則較疏。兩實在物體間之作用，可依實驗情形之需要，減至任意之小，必要時可實際減至零：此事在舊物理學中無不視爲當然。

例如欲研究某種變化所發生之熱量，溫度表須吸取若干熱量，因此攪擾該變化之正常進行，舊實驗家莫不確信，若用較小之溫度表，或極爲微小之熱電偶，此種攪擾可使降至所需之準確限度以下。

舊物理學承認，在原則上，任何物理變化均可觀測至所需求之準確程度，而觀測對於變化並無攪擾。此種信念堅固異常，故直無人肯再費心思明白的製成命題。對於減小攪擾之困難，俱認爲純粹

技術問題。然而自廿世紀之初，新經驗事實積壘日多，漸使物理家相信，物體互相作用之情形遠非如此之簡單，自然中實有一永不能超越之下限存在。對於日常生活所經歷之各種變化，此種自然準確限度小至可以忽略；推論及原子分子等微小機械系統內之作用時，則此準確限度即十分重要。

1900年德國物理家蒲郎克(Max Planck)由理論研究物質與輻射間之平衡情形，竟得驚人之結論：物質與輻射間之互相作用，非如吾人一向所想像者，係連續不斷的發生；實由若干不相連繫之“激動”斷斷續續的發生，互相作用之每一基本動作將有定之能量由物質傳於輻射，或由輻射傳至物質；除非吾人承認此種說法，則兩者間之平衡為不可能。與此種能量傳遞有關之物理量有二，一為每次激動所傳過之能量，一為引起能量傳遞之變化之頻率。欲得到所需之平衡，並使與實驗事實符合，必須假定此兩量間有一定之比率。

若以“ h ”代表比例常數。蒲郎克為事實所迫，不得不承認能量傳遞中最小之能量，即量子，係由下式表示：

$$E = h\nu \text{-----} (1)$$

式中 ν 為頻率。常數 h 普通稱為蒲郎克常數或量子常數，其值為 6.547×10^{-27} 爾格 \times 秒。量子現象在日常生活中不能覺察，即由於此值之過於微小。

繼續發輝蒲郎克氏之思想者，爲愛因斯坦。愛氏於(1900)數年後斷定，輻射不但作成不連繫的有定部分向外發出，並且永久如此存在，作成若干不連繫的“能捆”；愛氏名此能捆爲光量子。

光量子在運動之際，除所有之能量 $h\nu$ 以外，應當有一定之機械動量，依相對論的力學，此動量應等於光速除其能量。光之頻率 ν 與其波長 λ 之關係式爲 $\nu = \frac{C}{\lambda}$ 。故光量子之機械動量可寫爲：

$$P = \frac{h\nu}{C} = \frac{h}{\lambda} \quad (2)$$

因運動物體碰撞他物體所生之機械作用，係由於其所有之動量，故可斷定光之波長愈短，光量子之作用愈大。

光量子之觀念是否正確，所賦予之能量及動量是否得宜，須由實驗證明。美國物理家昆普吞(Arthur Compton)之研究係數種最佳實驗證明之一，昆普吞由光量子與電子之衝撞證明，光線之作用使電子運動，其運動情形恰似被一質點所撞擊，而質點之能量與動量依(1)及(2)兩式得出。與電子撞衝之後，光量子本身亦顯示變化(頻率改變)，測得之變化與理論之推斷完全相符合。

祇就輻射與物質之互相作用而論，輻射之量子性質爲確定之實驗事實。此現時吾人所得言者。

量子思想之再加推進者，爲丹麥物理大師波爾。1913年波爾(Niels Bohr)首先闡明下述思想：任一機械系統之內部運動祇可具有一組不連繫的，可能的能量；而其運動祇能依有限之步驟改變

其狀態，每經如此之過渡一次，即放出一定之能量。規定機械系統可能狀態之數學法則，較在輻射情形時為繁雜，茲不敘述。我們但指明，光量子之運動係由其波長規定；在機械系統中，任一運動質量之動量則與其運行空間之大小相關，其數量級由下式表示：

$$p \underset{\text{(質點)}}{\approx} \frac{h}{l} \quad (3)$$

此式中 l 為運動區域之長度。以量子常數之值太小，故祇對於極小區域內之運動，如原子及分子內之運動，量子現象方為重要。吾人對於物質內部構造之知識，多賴量子現象加以推進。

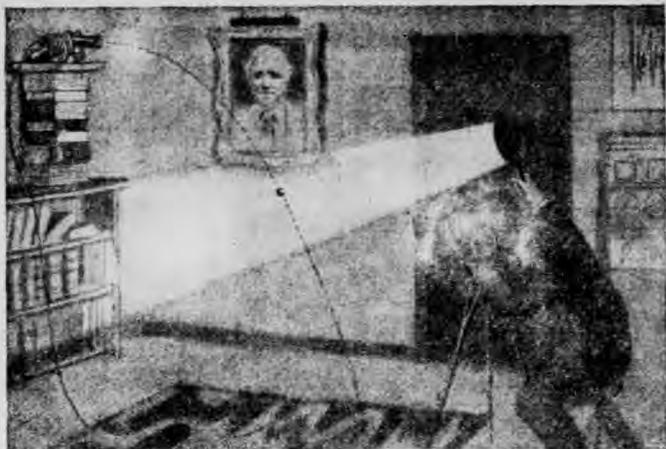
證示原子等微小機械系統中不連繫狀態之存在，最直接各種證明之一為傅蘭克(James Franck)與赫芝(Gustav Hertz)之試驗。以各種能量之電子打擊原子，兩氏察知：祇當電子之能量達某若干不連擊之值時，原子之狀態發生有定之變化；若電子之能量降至某一定限度以下，則對被打擊之原子即不生任何影響，蓋因每電子所帶之能量不足以使原子由第一量子狀態升至第二量子狀態也。

故在量子論初步發展第一期完成之際，其情形不能看作對舊物理觀念與原則之修正；不過利用頗為神秘之量子條件加以極不自然之限制，即由舊物理認為可能之無限連續運動中，僅選出若干不連繫的“容許”的運動。各量子條件雖為長期之經驗所需要，然如

深求此種量子條件與舊力學間之關係，則發現兩者連合所成之體系，有根本之衝突；舊力學所根據之各基本觀念，依經驗的量子條件觀之，俱失却意義。按舊理論中關於運動之基本觀念爲，任一運動的質點於任意時刻俱佔有一定之空間位置，並具有一定之速度；速度所以表示拋射線上位置隨時間之變率。

位置，速度及拋射線之基本觀念，爲慘淡締造之舊力學所據爲基礎，此諸觀念（亦與其他各觀念相同）係由觀察吾人環境內之現象造成。依空間時間舊觀念所遭遇之前例，吾人之經驗一旦推進迄未開闢之新領域時，此諸觀念亦應需要澈底之修正。

若我問一人爲何相信：任一運動的質點於任意時刻俱有一定位置，此位置於時間進行中畫出一定之線，謂之拋射線。他大約如此回答：“因我於觀察此運動之際見其如此。”茲分析作成拋射線舊觀念之方法，看其是否能予吾人一定之結果。設想有一物理家，備有各種最精確之儀器，由其實驗室之壁射出一小質體，而試追求其運動。他決定用“看”牠如何運動，作成其觀測。爲作此觀測，他使用一甚小而十分精確之經緯儀。欲看見此運動的物體，必須以光映照之；因光照射於物體普通能發生壓力，因此可以攪擾其運動。此物理家知之，故決定祇在觀測之時刻作剎那間之閃映。於其第一試，他祇觀測拋射線上之十點，並令其閃映之光甚弱，十次映照積成之光壓效應仍在其所需之準確以下。照此作法，於物體墜落之



圖廿七 試追求小質體之運動

際，閃映十次，依需要之準確在拋射線上求得十點。

此實驗家欲重試一次，而求出百點。他知道百次繼續的映照對於運動攪擾過甚，故於進行第二次觀測時，將閃映之強度減小十倍。於第三次觀測，想求得千點，他將閃映之強度較最初減小百倍。

依此進展，繼續減小映照之強度，此物理家於該拋射線上可得之點數，如其所欲之多，同時不至將可能的錯誤增大至起初所選定之限度以上。此種作法，固極理想化，但在原則上則十分可能。欲由“注視運動的物體”求出運動拋射線，此作法代表極端合理之途徑；依舊物理學之結構，諸君且知其十分可能。

任何輻射之作用祇能取光子之方式。若我們計及此事並引

入量子限制，試觀有何變化。我們於上文已見到，該物理家曾繼續減小映照運動物體之光，我們於此須料定，迫他一旦將光減小至一量子時，即不能照上法進行，或此整個光量子自運動物體反射，不然即全無反射；全無反射時，則觀測不能進行。光量子衝撞之效應隨波長之增加而減小，我們曾於上文見到，此實驗家亦知之，故彼於觀測多數點時將光之波長增加，所以資補救。然而又遭遇另種困難。

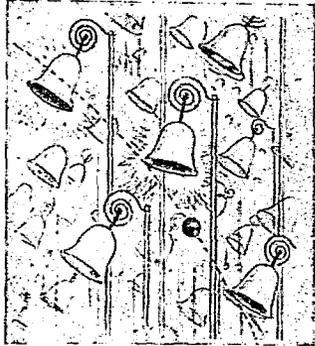
應用某波長之光，吾人不能看清較此波長更小之物體，係大家諳知之事實；即用糊牆的刷子，不能畫波斯小圖畫*。由此可知，此實驗家繼續增加波長，對每單一點之估計即不能準確，繼此以往，終達一階段，欠準確之量將超過其實驗室之大小。故實驗家迫不得已，終就觀測之點數與每點之估計取折中辦法，是即永不能獲得一精確之拋射線；他那“經典的”同志們能得到確為數學線之拋射線，而此公不能也。其最佳之結果，為一邊緣散漫之寬帶，若據其自己之經驗作成拋射線之觀念，此公之觀念與經典觀念殊不相符。

以上所討論者為光學方法；我們不妨嘗試另種可能，取一力學方法。為此目的，該實驗家可鑑製某種小機械，例如繫小鈴鐺於彈簧上，若一質體經過其附近，各鈴鐺俱記錄質體之通過。於料想運

*中古西文書每章起首大寫字母附近多畫各種美麗小圖畫，波斯人士以

擅長此種繪畫著稱，故謂之波斯小圖畫。

動物體所經過之空間，佈置多數此種“鈴璫”，物體通過後，沿途之鈴聲即代表其行徑。依舊物理學，所製“鈴璫”之微小與精確，惟視吾人之所欲。無限小之鈴璫，取用無限多之數目，其極限情形復依所需之準精作成拋射“線”之觀念。然而量子論對於機械系統之量子限制又毀滅之。蓋若鈴璫過於微小，由公式 (3) 可知，其由運動物體所取得之動量



圖十八 彈簧上繫小鈴璫

即過於巨大，雖僅一鈴被衝擊之後，對於物體之運動攪擾已經過大。若所用之鈴璫重大，每一位置之不準確即甚大，所求得最後之拋射線仍為闊展之帶！

關於實驗家企圖觀察拋射線之討論，諸君之感想或嫌太偏於技術化，以為即令該實驗家不能以其所用之方法測得拋射線，必能用其他繁雜方法達此目的。而我正告諸君，我們此處所討論者，非某實驗室所作之任何特別試驗，實為物理測量問題最普遍之理想化。因宇宙間任何作用祇能分納於兩類，或發生於輻射場，或純係機械作用，故上述兩種方法實包括一切精進測量方法之要素。上述理想“測量儀器”既包括全部物理世界，則吾人終必得出結論：於量子定律支配之世界中，若確切之位置，若形狀精確之拋射線等類似

之事，無有存在之餘地。

茲回顧上述之實驗，試求出量子條件所加限制之數學形式。在上述兩種方法中運動物體所具速度之攪擾與位置之測定兩事，永相衝突，在光學方法中，光量子與物體衝撞後，按動量不變之力學定律，物體之動量即發生不準確，約等於所用光量子之動量。故藉用公式(2)，可將物體動量之不準確寫成：

$$\Delta P_{(\text{質點})} \simeq \frac{h}{\lambda} \quad (4)$$

而質點位置之不準確約等於波長 ($\Delta q \simeq \lambda$)，故得

$$\Delta P_{(\text{質點})} \times \Delta q_{(\text{質點})} \simeq h \quad (5)$$

在所舉之力學方法，運動物體之動量所生之不準確等於“鈴璫”所取去之量，藉用公式(3)，並知此時位置之不準確約等於鈴之大小 ($\Delta q \simeq l$)，吾人仍得出同上之公式。第(5)式為德國物理家海神鉢(Werner Heisenberg)首先作成，係代表量子論中基本的‘測不準關係式’——若將位置限定愈確切，則速度即愈無一定；反之，若將動量限制愈確切，則速度愈無一定。

我們知道，質點之動量係質量與速度之乘積。故得

$$\Delta v_{(\text{質點})} \times \Delta q_{(\text{質點})} \simeq \frac{h}{m_{(\text{質點})}} \quad (6)$$

對於吾人平常所處理之物體，此種不準確微乎其微。對於小質點之飛塵，若質量為 0.000,000,1 克，位置與速度兩者可測量之準

確為 0.000,000,01%！對於電子(其質量為 10^{-29} 克)則不然， $\Delta v \Delta q$ 乘積之數級約為 100。電子在原子中之速度，最低度之限制，須不超出每秒 $\pm 10^{10}$ 糧，此即原子整個之大小。故原子中二電子之軌道闊展之程度至使拋射線之“厚度”等於原子之“半徑”，是即該電子同時現於核子之周圍也。

在過去廿分鐘內，我試指示於諸君者，為運動之舊觀念經過批評後之悲厄情形。美麗嚴整之舊觀念到破碎枝離，不得不‘辦理交代’；其取而代之者，吾無以名之，姑稱為無定形之稀粥。諸君自然要問：不準確如海，既茫茫無邊，地上物理家，將如何描寫任何現象？答案是這樣：我講到現在，雖已將舊觀念毀滅，但尚未論及新觀念之製成。

茲進而論新觀念之製造。因一切事物俱生擴展，我們普通既不能用一數學點規定一質點之位置，亦不能用數學線規定其拋射線，顯然吾人須另取他種描寫方法，譬如說，定出空間各處“稀粥之密度。”就數學方法言，即取用連續函數(如流體力學中所用者)；就物理意義說，吾人須習慣下列之語法：“這件物體大部分在此，而若干部份則在彼或更遠處，”以及“這個錢幣 75% 在我衣袋內，而 25% 在你衣袋內。”我知道這種詞句使諸君聞而生畏；好在量子常數之值甚小，日常生活中絕用不到這類說法。惟諸君若學原子物理，則我懇切勸告諸君，須去習慣此種語法。

描寫“存在密度”之函數，如認為在普通三度空間實際存在，乃係一錯誤觀念，願諸君留心避免之。例如描寫兩質點之動作，即必須解答關於兩質點同時所處之方位（第一質點於某處存在同時第二質點於他處存在）問題；解答此問題必須用六個變數（兩質點之坐標）之函數，此六個變數已不能“安插”於三度空間。惶論更複雜之組織，其函數所含之變數必益多。就此義說，“量子力學函數”類似舊力學中一組質點之“位函數，”或類似統計力學中一組織之“嫡”。此函數祇描寫運動，幫助吾人推斷一定情形下任一特別運動之結果。物理事實不附着於此描寫運動之函數，而附着於發生運動之質點。

一質點或一組質點在各處存在之或然率，係由量子力學函數描寫之。此函數在數學上需要一種寫法，按照奧國物理家什羅宜頂格 (Erwin Schrödinger) 應用 ψ 代表之。限制此函數行動之方程式，即什羅宜頂格首先寫出。

現在不去討論此基本方程式之數學證明，祇請諸君注意導出此式時須滿足之條款；各條款中之最要者甚為特殊：

此方程式須依下列條件寫成，即描寫質體運動之函數應表顯波之各種性質。

法國物理家布羅衣 (Louis de Broglie) 據原子構造之理論研究，首先指明*，物體運動之際具有波之各種性質，吾人有加入波

之性質於物體運動之必要。此後數年，運動質點具有波之各種性質，經多數實驗確切證實，如電子光柱通過微孔時表現繞射現象，又如複雜重大如分子之質點亦可發生干涉現象。

質點有波之各種性質既經實驗證明，惟依舊運動之觀點，則絕對不能解釋。布羅衣自己當時亦迫不得已，而取殊不自然之觀點：各質點俱有某種波“隨行”，可以說由此種波“指導”其運動！

但舊觀念一旦毀滅，而我們改用連續函數描寫運動，則須含波性質之條款，即不難了解。其意即謂“ ψ ”函數之傳佈，不類似熱量由牆壁一面向他面之傳導，而類似機械形變（音波）通過牆壁之傳佈。就數學方面言，所需求者不僅改用連續函數描寫運動之方程式，而為此式之一定狹義形式。此基本條件之外，尚須滿足一附加之條款，即重質體之量子效應既可忽略，則新得之方程式施用於重質體時，應即變為舊力學中之方程式。根據此種條件尋求所需之方程式，則此問題實際上已變成一純粹數學習題。

若諸君願知，此方程式最終之形式何似，我可為諸君寫出，其形式即：

$$\nabla^2\psi + \frac{4\pi mi}{h} \dot{\psi} - \frac{8\pi^2 m}{h} U\psi = 0 \quad (7)$$

此式中函數 U 代表作用於質點（其質量為 m ）各力之位函數。對於力之任一分配，質點之運動問題，可由上式求得一定解答。此

式即“什羅宜頂格氏波方程式，”產生於十四年前。在此十四年內物理學家應用此式於原子世界所發生之各種現象，由此獲得最為完美和諧之結果。

諸君或覺詫異，直到現在我未曾用關於量子論常可聽到之詞“方陣”。我不諱言，我個人殊不愛此道，能避免時寧避免之。

惟為諸君計，不使諸君對量子論此種數學工具，完全盲無所知，我稍說幾句。諸君已知，一質點或一複機械組織之運動，於今永用連續波函數描寫之。此等函數每甚複雜，可看作若干簡單之振動集成，用所謂“特性函數”表示之；此作法猶複雜之音能由若干簡單之諧音集成。舉示一複運動各部份之振幅，即可描寫此整個複運動。以其部分（倍音）之數目無限，表示各部份振幅所列之圖表亦須無限，其形狀如下：

$$\begin{array}{cccc}
 q_{11} & q_{12} & q_{13} & \dots\dots\dots \\
 q_{21} & q_{22} & q_{23} & \dots\dots\dots \\
 q_{31} & q_{32} & q_{33} & \dots\dots\dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots\dots\dots
 \end{array} \tag{1}$$

如此之排列，遵從比較簡單之數學運算規則，即稱為一方陣，與一定之運動相當。有些理論物理學家樂用方陣運算，而不用各波函數本身。故此輩物理學家所稱之“方陣力學”實即普通“波力學”之數學的變像。我之講演，大部份討論主要之論題，對此等問題不加深

研。

我殊覺抱歉，因時間不敷，不能敘述量子論後來與相對論相關之進步。這方面之進展，大部份出於英國物理家迪拉克(Paul Adrien Maurice Dirac)之手，不但產生若干極有興趣論點，並且由此得出不少極關重要之實驗發現。將來或有機會對此等問題加以討論，而現在須即停止。余甚盼望，此組講演既幫助諸位，對於現時物理世界中之觀念，得一較清切之印像，且已引起諸君繼續研究之興趣矣。

科學文庫

劉咸主編

第三集 第一號

老朱夢遊物理世界

中華民國三十一年五月初版

每冊實價國幣肆元

版權所有 不准翻印

原著者 葛莫孚 (G. Gamow)

譯述者 王 普

發行者 中國科學社
上海亞爾培路五三三號

發行人 楊 孝 述

印刷所 中國科學圖書儀器公司
上海福州路六四九號

