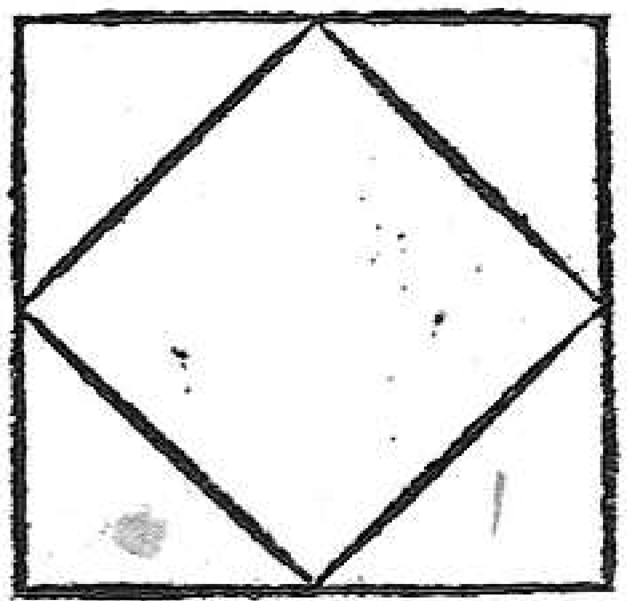
LIBRO QVARTO DELOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarense philosopho griego.

¶Definiciones.

1. ¶Dizese describir se vna figura rectilinea ẽ otra figura rectilinea quando cada angulo dela figura inscripta toca a cada lado de la figura en la qual se describe.

2. ¶Dela mismamanera vna figura se dize describirse a otra figura quãdocada vn lado de la descripta a la redonda toca a cada angulo de aquella en cuyo derredor se describe.



3. Vna figura rectilinea se dize describirse ẽ vn circulo quãdo cada angulo de la figura inscripta toca a la circũferẽcia del circulo

4 ¶Vn circulo, se dize d̃scribirse al derredor de vna figura rectilinea quando la circunferencia del circulo toca a cada angulo de aquella en cuyo derredor se describe.

El

5. ¶El circulo se dize describirse ẽ vna figura rectilinea quando la circũferẽcia del circulo toca a cada lado de aquella en la qual se describe.

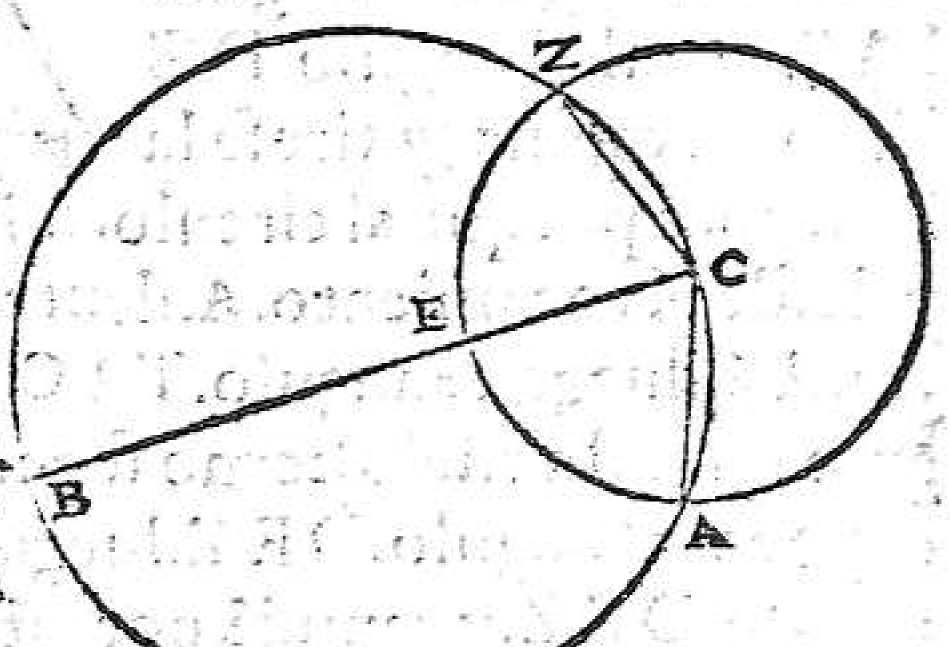
6. Dizese descrebirse vna figura rectilinea al derredor de vn circulo quando cada lado dela que se describe al derredor toca en la circunferencia del circulo.

7. ¶Vna linea recta se dize assentarse, quando sus extremidades caen en la circunferẽcia del circulo.

Problema. I. Proposicion. I.

¶En vn circulo dado assentar vna linea recta ygual a vna linea recta dada, que no es mayor que el diametro del circulo.

Sea el circulo dado. A B C. y la linea recta dada que no es mayor que el diametro sea. D. Conuiene aora en el circulo. A B C. assentar a vna linea recta ygual a la linea recta. D. Tirese el diametro del circulo. A B C. y sea. B C. Si la, B C. es ygual a la. D. ya esta hecho lo que se propone. Porque en el circulo dado. A B C. Esta assentada la linea. B C. ygual a la misma. D. Pero sino mayor es la. B C. que no la. D. Ponga



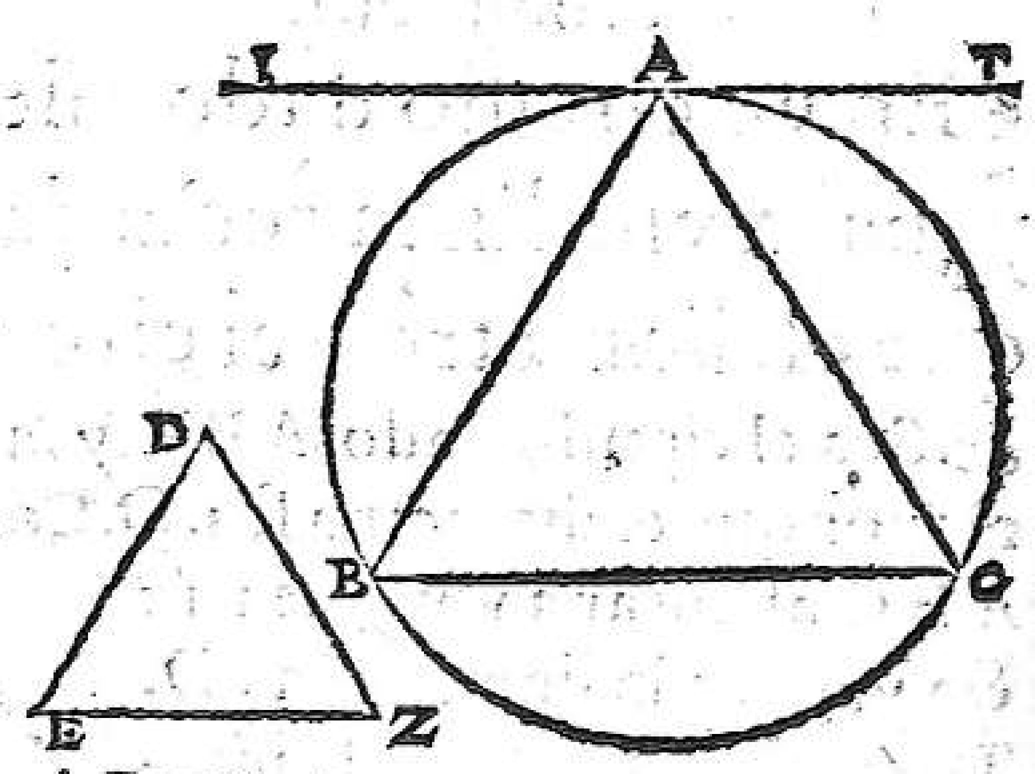
se por la. 3. del. 1.) la. C E. ygual ala. D. y sobre el centro. C. y el espacio. C E (por la tercera peticion.) describase el circulo.

E A Z.y tire se la.C A.Pues porque el centro del circulo.E A Z.es el puncto.C.(por la quinze definicion del.1.)es ygual la C A.a la.C E.y a la misma.D.es ygual la.C E.luego (por la.1. comun sentencia)tambien la.D.es ygual a la.A C.luego ē vn circulo dado.A B C.esta assentada la.C A. ygual a la linea recta dada.D.lo qual conuenia hazerse.

Problema.2. Proposicion.2.

¶En vn circulo dado describir vn triangulo de angulos yguales a los de vn triágulo dado.

Sea el circulo dado.A B C.y el triangulo dado sea.D E Z. conuiene pues en el circulo dado.A B C.describir vn triangulo de angulos yguales a los del triágulo.D E Z.Saque se(por la.17.del.3.)vna linea recta que toque al circulo. A B C. y sea I A T.y toque le en. A.(y por la.23.del.1.)hagase sobre la linea recta.A T.y sobre el puncto en ella. A.el angulo.T A C.ygual al angulo.DEZ.y sobre la linea recta.A I. y sobre el pūcto en ella.A.hagase el angulo I A B.ygual al angulo.D Z E,por la misma)y tirese la B C.Pues porque al circulo.A B C.le toca la linea recta.I A T y desde el tocamiento.A.dentro del circulo se saca la linea recta.A C.luego el angulo.T A C(por la.31.del.3)es ygual al angulo que esta enel alterno segmento.A B C.y el angulo.T A C es ygual al angulo.D E Z.luego el angulo.A B C. es ygual al angulo.D E Z.y tambiē por esto el angulo.A C B.es ygual al angulo.D Z E.luego tambien el anguloque resta.B A C,es ygual al que resta,E D C,luego el triangulo,A B C,es de angulos yguales al triangulo, D E Z, y esta descrito el triangulo,



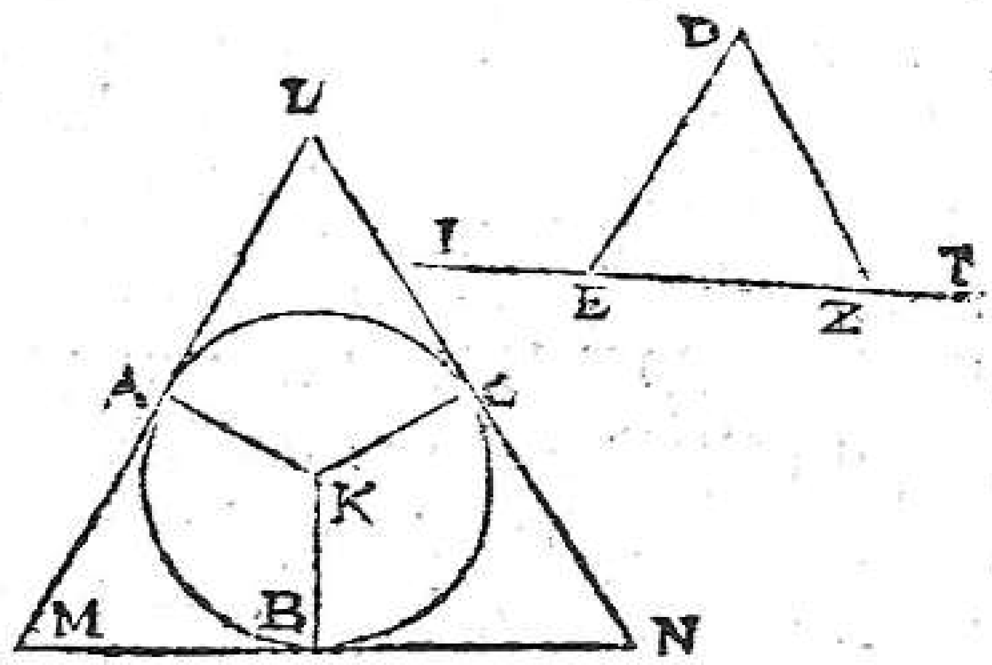
CAB

A B C.en el circulo dado, A B C, luego en vn circulo dado se ha descrito vn triangulo de angulos yguales a los de vn triangulo dado.

Problema.3. Proposicion. 3.

¶ Al derredor d̄ vn circulo describir vn triágulo de águlos yguales a los devn triágulo dado

Sea el circulo dado. A B C. y el triangulo dado sea. D E Z conuiene describir al derredor del circulo A B C. vn triangulo equiangulo al triangulo. D E Z. estiendase la. E Z. por vna y otra parte asta los punctos. I. T. y tomese (por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. A B C. y sea. K. y tire se como quiera la linea recta. K B. y hagase (por la. 23. del. 1.) sobre la linea recta. K B. y en el puncto en ella. K. el águlo. B K A ygual al angulo. D E I. y el angulo. B K C. ygual al angulo. D Z T. y por los pūtos



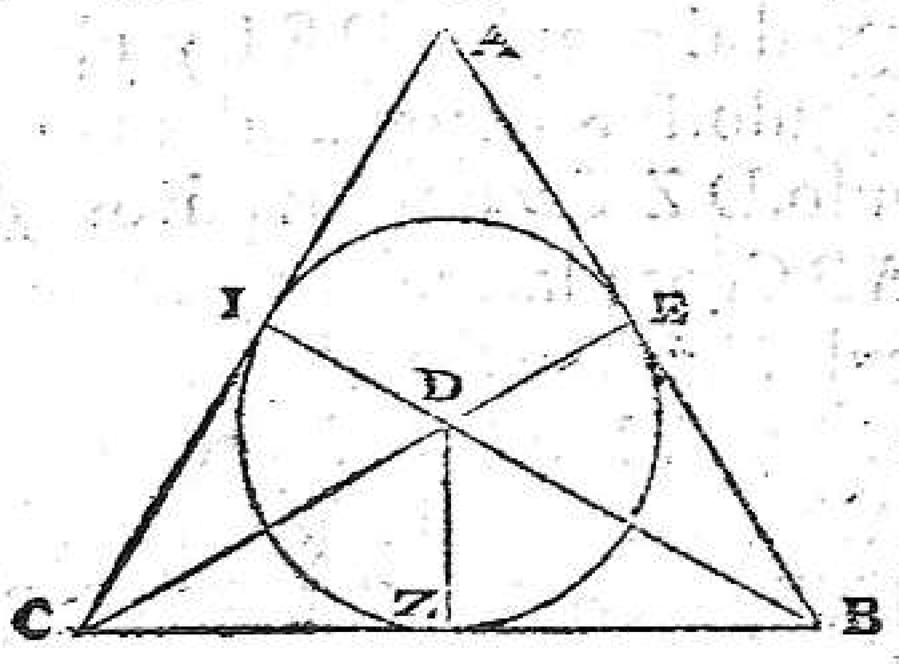
A B C (por la. 17. del. 3.) tirése lineas rectas que toquen al circulo. A B C. y sean. L A M. M B N. N C L. y porque las lineas rectas. L M. M N. N L. tocan al circulo. A B C. en los punctos A B C. y desde el centro. K. sobre los punctos. A B C. se tirarō las lineas rectas. K A. K B. K C. luego los angulos que estā en los punctos. A B C. son rectos, y porq̄ los quatro angulos del quadrilatero. A M B K. son yguales a quatro rectos, porq̄ el quadrilatero. A M B K. se diuide en dos triangulos, delos quales los dos angulos. K A M. K B M. son dos rectos. Luego los angulos que restan. A K B. B M A. son yguales a dos rectos. Y los angulos. D E I. D E Z. por la treze del primero, son yguales a dos rectos, luego los angulos. A K B. A M B. son yguales a los angulos, D E I. D E Z. de los quales el angulo

A K B. es ygual al angulo. D E I. luego el angulo. A M B. que resta es ygual al angulo que resta. D E Z. De la misma manera se demostrara que tambien el angulo L N M. es ygual al águlo. D Z E. luego el angulo que resta. M L N. es ygual al angulo que resta. E D Z. luego el triangulo. L M N. es el equiangulo al triangulo. D E Z. y describese al derredor del circulo A B C. luego al derredor de vn circulo dado esta descrito vn triangulo æquiangulo a vn triangulo dado. Lo qual cóuenia hacerse.

Problema. 4. Proposició. 4.

¶ En vn triangulo dado describir vn circulo.

Sea el triágulo dado. A B C. es menester enl triágulo. A B C. describir vn circulo. Cortense (por la. 9. del. 1.) los angulos. A B C. A C B. por medio con las lineas rectas. B D. D C. q̃ concurran enel puncto. D. y saquense por la. 12. del, 1, desde el púcto. D. sobre las mismas lineas rectas. A B. B C. C A. las perpédiculares. D E. D Z. D I. y porques ygual el angulo. A B D, al angulo. C B D. y el angulo. B E D, recto es ygual al angulo recto. B Z D. Son ya los dos triágulos. E B D. Z B D, que tienẽ los dos angulos yguales a los dos águlos, y el vn lado ygual al vn lado es a saber. B D. el q̃l es comun a ellos y oppuesto a los angulos yguales. Luego los demas lados (por la. 26. del. 1. tendran yguales a los demas lados. Luego la, D E. es ygual a la. D Z. y por esto tambien la. D I. es ygual a la. D Z. por lo q̃l tambien la. D E. es ygual a la. D I. luego las tres. D E. D Z. D I. son yguales entre si (por la primera comun sentencia) luego descripto vn circulo sobre el centro. D. segun el espacio. D E o. D Z. o D I. passara por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B. B C. C A. porque los angulos que estan en

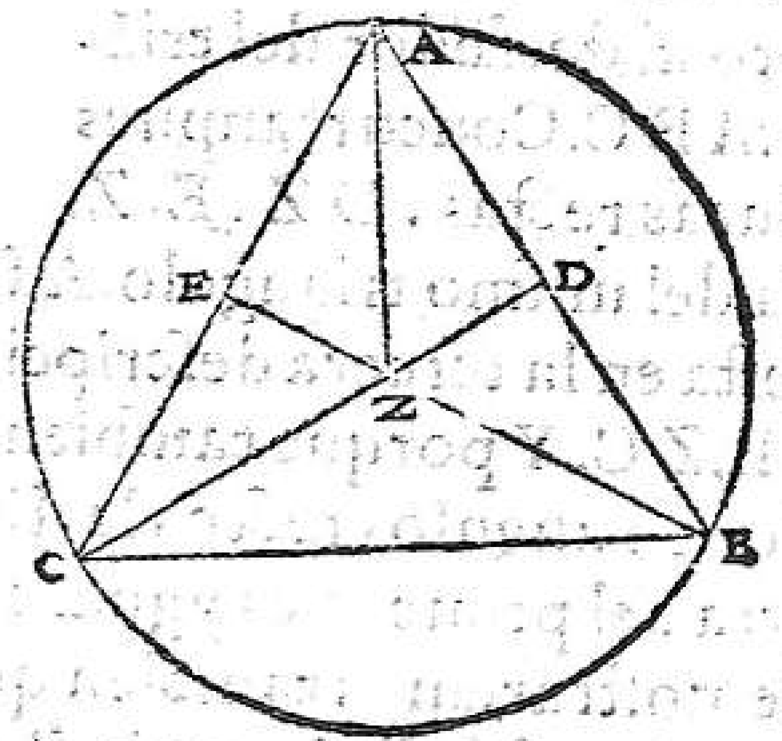


los

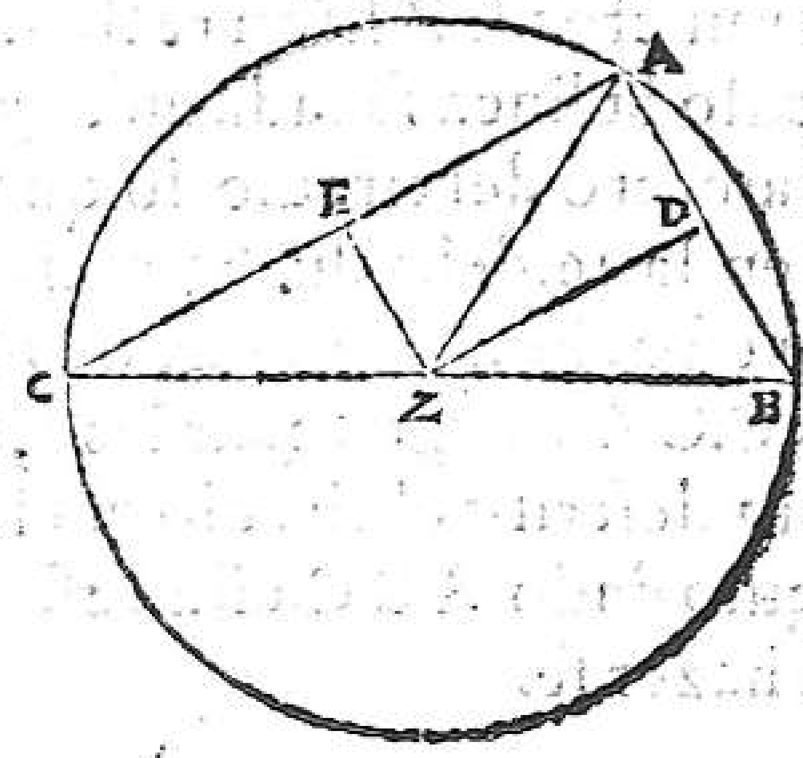
enlos punctos.E Z I.ſon rectos.Porque ſi las corta, caera en el circulo la linea ſacada en angulos rectos dela extremidad del diametro del circulo,lo qual ſer impoſſible ſe vio claro a rriba en la.16.del.3 .luego el circulo deſcrito ſobre el centro D.y el eſpacio.D E.o D Z. o D I. no corta a las lineas rectas A B.B C.C A.Luego tocar las a,por el corelario de la miſma, y eſtara deſcrito el circulo enel triangulo. A B C.Luego en el triangulo dado. A B C.eſta deſcrito el circulo.E Z I.lo qual cō uenia hazer ſe.

Problema.5. Propoſicion. 5.

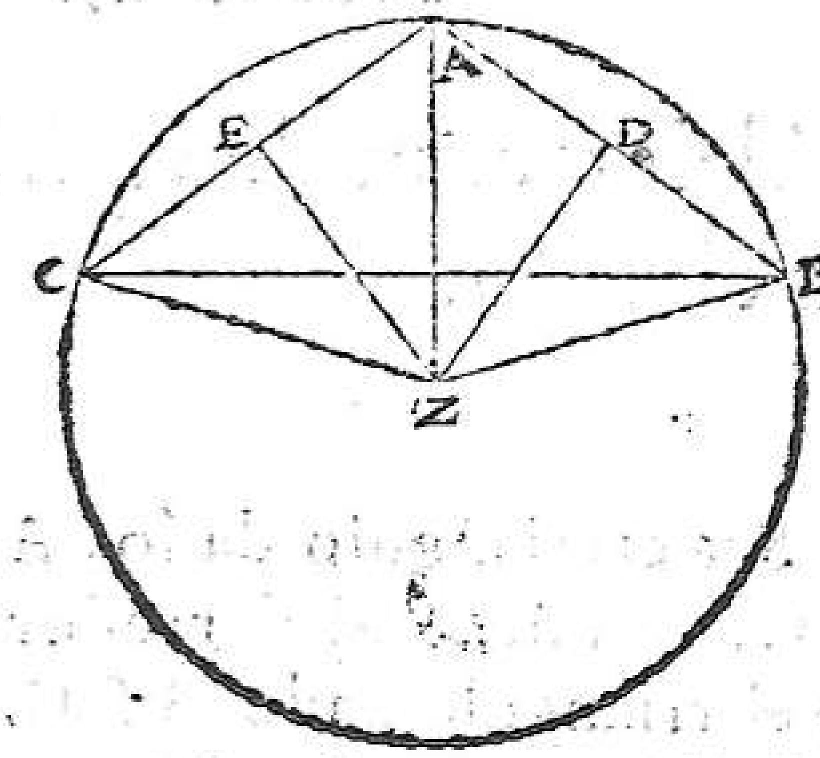
¶Al derredor de vn triangulo dado deſcribir vn circulo.



Sea el triangulo dado. A B C. conuiene al derredor de el triangulo dado. A B C. deſcribir vn circulo, Corten ſe las lineas rectas. A B. A C. por medio en los punctos.D E.(por la decima del primero y deſde los punctos .D E. ſaquenſe(por la.11. del primero) D Z.E Z. en angulos rectos ſobre.A B.A C.y eſtas concurren,o dentro del triangulo.A B C.o en la linea recta.B C.o fuera de la linea recta. B C Concurran pues lo primero dentro del miſmo triangulo en el puncto.Z.y tiren ſe(por la primera peticion).Z B.Z C.Z A y porque es ygual la, A D.a la, B D,y comun la. D Z.y en angulos rectos.Luego la baſis. A Z(por la quarta del primero) es ygual a la baſis.Z B,de la miſma manera demoſtraremos que tambien la.C Z,es ygual a la. A Z, por lo qual la. Z B. es



yguał a la.Z C. luego las tres Z A.Z B.Z C. son yguales entre si.luego sobre el centro.Z y el espacio.Z A.o.Z B.o.ZC. descrito vn circulo passara por los de mas punctos:y estara descrito el circulo al derredor del triangulo. A B C. describase ya como. A B C. Pero concurran las lineas rectas.D Z.EZ.sobre la linea recta.B C.en el puncto. Z. como esta en la segunda descripcion,y tire se la. A Z. y demostraremos tambien de la misma suerte que el puncto Z.es el centro del circulo descripto al derredor del triágulo.A B C.Concurranpues las lineas rectas. D Z. E Z.



fuera del mismo triangulo.A B C.en el puncto.Z.otravez,como esta en la tercera descripcion.tiren se las lineas rectas. A Z.Z B.Z C. Y porque tambien es ygual la. A D.a la.D B, y comun y en angulos rectos la.D Z.luego la basis. A Z.(por la quarta del primero es ygual a la basis.BZ.Dela misma manera demostraremos tambien que la,C Z.es ygual a la.A Z.luego otra vez sobre el centro.Z,y el espacio. Z A.o.Z B. o.Z C. descrito vn circulo passara por los de mas punctos, y estara descrito al derredor del triangulo.A B C.describase pues,como.A B C.luego al derredor de vn triangulo dado esta descrito vn circulo,lo qual conuenia hazerse.

Corolario

❧ Y es manifiesto que quando dentro del triangulo cae el centro del circulo, el angulo.B A C. que esta en mayor segmento de circulo,es menor que recto y quando

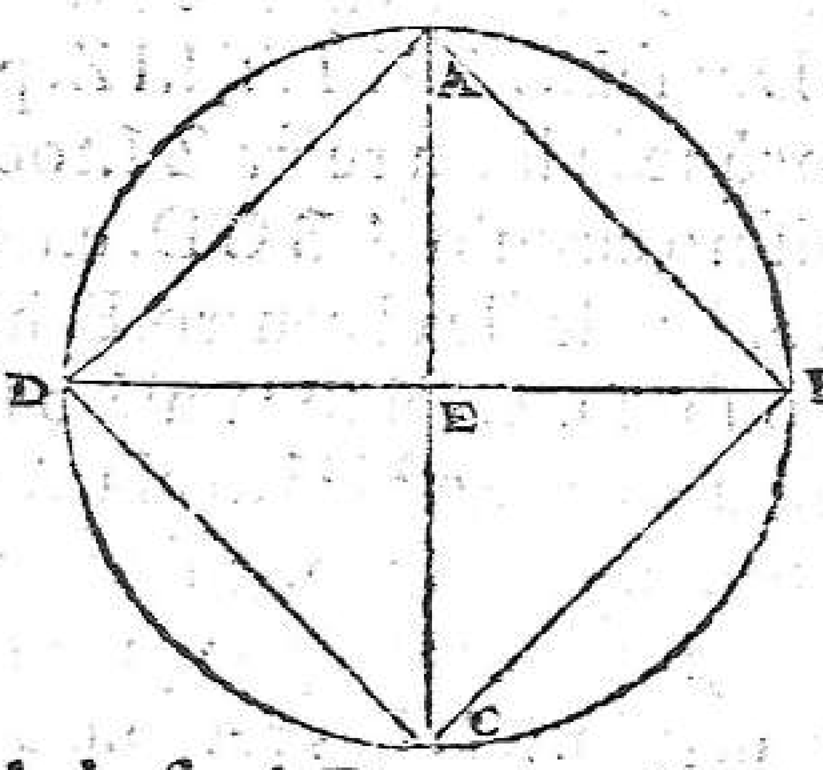
cae

cae en la linea recta. B C. el angulo estando en medio circulo es recto. Pero quando cae el centro fuera de la linea recta. B C. el angulo. B A C. estando en menor segmento de circulo, es mayor que recto. Por lo qual tambien quando el angulo dado fuere menor que recto, las lineas rectas. D Z. E Z concurren dentro del mismo triangulo, y quando es recto, sobre la. B C. Pero quãdo mayor que recto concurren fuera de la misma. B C. lo qual conuino hazerse.

Problema. 6. Proposicion. 6.

¶ En vn circulo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado. A B C D. es menester en el circulo. A B C D. describir vn quadrado. Saquen se los diametros del mismo circulo. A B C D. en angulos rectos entre si, y sean. A C. B D. y tiren se A B. B C. C D D A. Y porque es ygual la. B E. a la. D E. (por la decima quinta definicion del primero). Porque. E. es el centro, y comun y en angulos rectos la. E A. Luego la basis. A B. (por la quarta del primero) es ygual a la basis. A D. y por esto tambien cada vna de las dos. B C. C D. es ygual a cada vna de las dos. A B. A D. Luego es equilatero el quadrilatero. A B C D. Digo que tambien rectangulo. Porque la linea recta. B D. es diametro del circulo. A B C D. Luego el angulo es de medio circulo. Luego el angulo. B A D. es recto (por la 31. del tercero) y por esto tambien cada vno de los angulos contenidos debaxo de. A B C. B C D. C D A. es recto. Luego

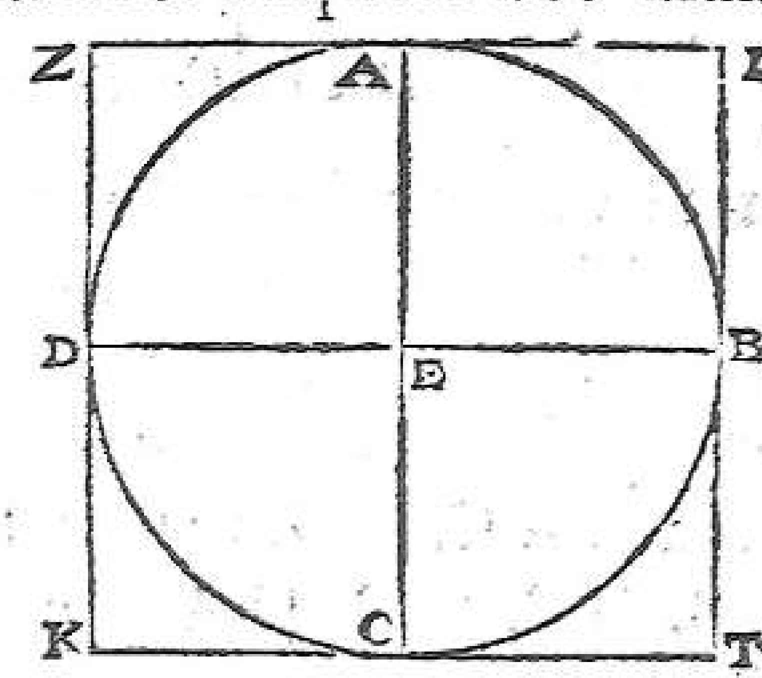


es rectangulo el quadrilatero. A B C D.y esta demostrado q̃ tambien equilatero, luego es quadrado(por la.30.definicion del.1.) y descripto enel circulo.A B C D.lo qual conuiño hazerse.

Problema.7. Proposicion.7.

¶Al derredor de vncirculo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado.A B C D.es menester al derredor del circulo.A B C D.describir vn quadrado. Saquēse dos diametros del circulo.A B C D. en angulos rectos entre si,y sean.A C B D.y por los punctos.A.B.C.D por la.17.del.3.tirense lineas rectas que toquen al circulo. A B. C D.y seã.Z K.K T.T I.I Z. pues porque la linea recta.Z I.toca al mismo circulo.A B C D. enel pũcto.A.y desde el centro.E. hasta



el puncto.A.del tocamiẽto sale la linea recta.E A. luego los angulos que estã jũto ala.A.son rectos,por la.18.del.3. y por esto tambien los angulos que estan cerca de los punctos.B. C.D,son rectos.yporque el angulo.A E B.es recto,y tambiẽ el angulo.E B I.es recto.Luego.I T.es palela ala. A C.por la. 28.del.1.y por esto tambien la.A C.es parallela ala.Z K. dela misma manera tambien demostraremos que cada vna delas dos,I Z.T K.es parallela ala,B E D, luego son paralelogramos,I D, I C.A K,B K.luego ygual es la.I Z.ala,T K.yla.I T. ala.Z K.por la.34.del.1.y porques ygual la. AC,ala,B D.y la A C.es ygual a cada vna d̃las dos,I T. Z K.y la.B D.es ygual a cada vna de las dos.I Z.T K. luego cada vna de las dos.I T Z K. es ygual a cada vna delas dos.I Z.TK.luego el quadrila

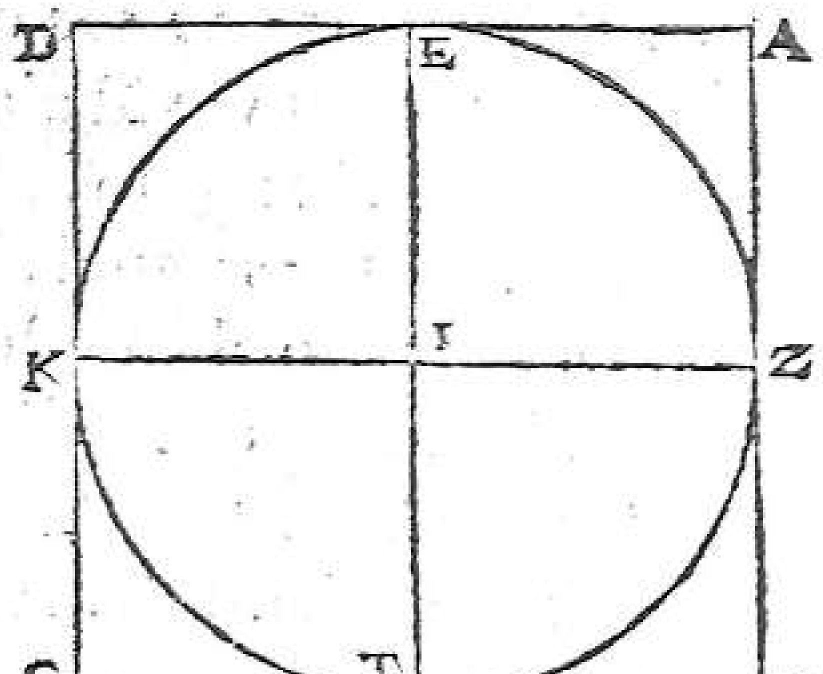
tero

tero.Z I.T K.es equilatero. Digo que tambien rectangulo Porque.I B E A.es parallelogramo,y el angulo. A E B. es recto,luego tambien es recto el angulo.A I B.por la.34.del.1. dela misma manera tambien demostraremos que los angulos.T.K.Z. son rectos,luego es rectangulo el quadrilatero.Z I T K.y esta demostrado que tambien æquilatero,luego es quadrado:y al derredor del circulo.A B C D.esta descripto. Luego al derredor de vn circulo dado esta descripto vn quadrado,lo qual conuenia hazerse.

Problema.8. Proposicion.8.

¶En vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado.A B C D.conuiene.enel quadrado. A B C D.describir vn circulo,cortese,por la.10 del.1. cada vna d las dos.A B.A D.por medio enlos punctos.E.Z.y por el puncto,E.tiresse.E T.parallela a cada vna delas dos.A B. D C. porla.31.del.1,y por elpuncto.Z.tiresse.Z.K,paralela a cada vna delas dos.A D.B C.porla.31.del,1.luego es paralelogramo cada vno destos,A K,K-B.A T.T D.A I.I D.B I,I C,Y los lados suyos conuiene asaber los opuestos son yguales por la.34.del primero y por que A D. es ygual a la. A B,y la. A E,es la mitad de la A D,y la,A Z.es la mitad de la,A B,luego ygual es la A E a la, A Z, por lo qual tambien las oppuestas(por la misma)son yguales. Luego la,Z I. es ygual ala.E I,Semejantemente tambien demostraremos que cada vna delas dos,I T.I K,es ygual a cada vna d las dos Z I,I E,luego las quatro,I E,I Z,I T,I K,son yguales entre si, por la,1,comun sentencia) luegodescripto vn circulo sobre el centro,I,segun el espacio,I E,o,I Z,o,I T,o,I, K, passara



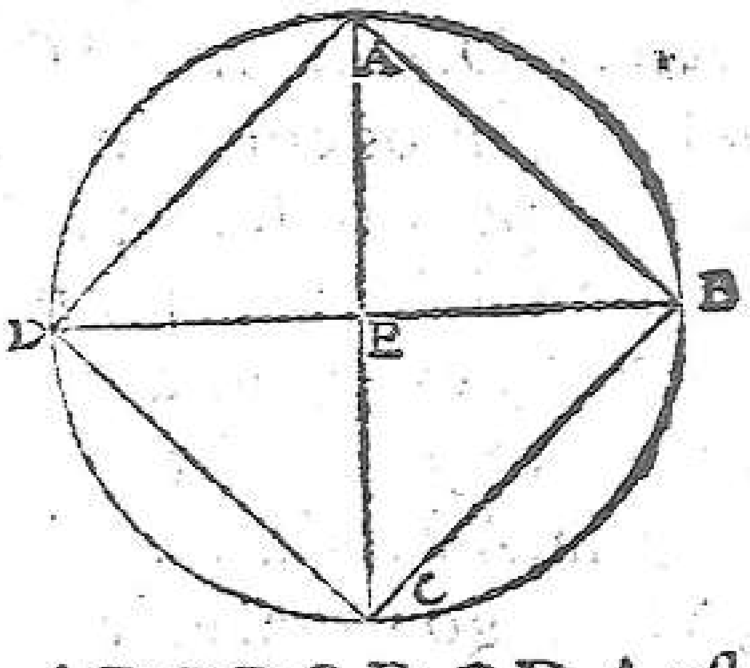
tam

tambien por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B.B C.C D.D A.porque los angulos q̃ estan en los pũctos. E.Z.T.K.son rectos.Porque si el circulo corta alas lineas.AB B C.CD·D A.la linea q̃ se tira ẽ angulos rectos desde la extre midad del diametro caeria dentro del mismo circulo,loqual (por la.16.del.3.)es impossible.Luego sobre el cẽtro.I. y el es pacio.I E.o.I Z.o·I T.o I K. descrito vn circulo no corta alas lineas rectas.A B.B C.D C.D A.luego toca las,y esta eñl qua drado.A B C D.luego en vn quadrado dado y lo que de mas se sigue.Lo qual conuenia hazerse.

Problema.9. Proposiciõ.9.

¶Al derredor de vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado dado.A B C D.conuiene al derredor del quadrado.A B C D.describir vn circulo.Tiradas las lineas re ctas.A C.B D.corten se entre si en.E.yporque esygual la.D A a la.A B.y comun la.A C.luego las dos.D A.A C. son yguales a las dos.B A.A C.la vna a la o tra,y la basis.D C.es ygual ala basis.B C.Luego el angulo . D A C(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.B A C. luego el angulo D AB.esta diuidido por medio con la linea. A C. De la misma manera tambien demostrare-

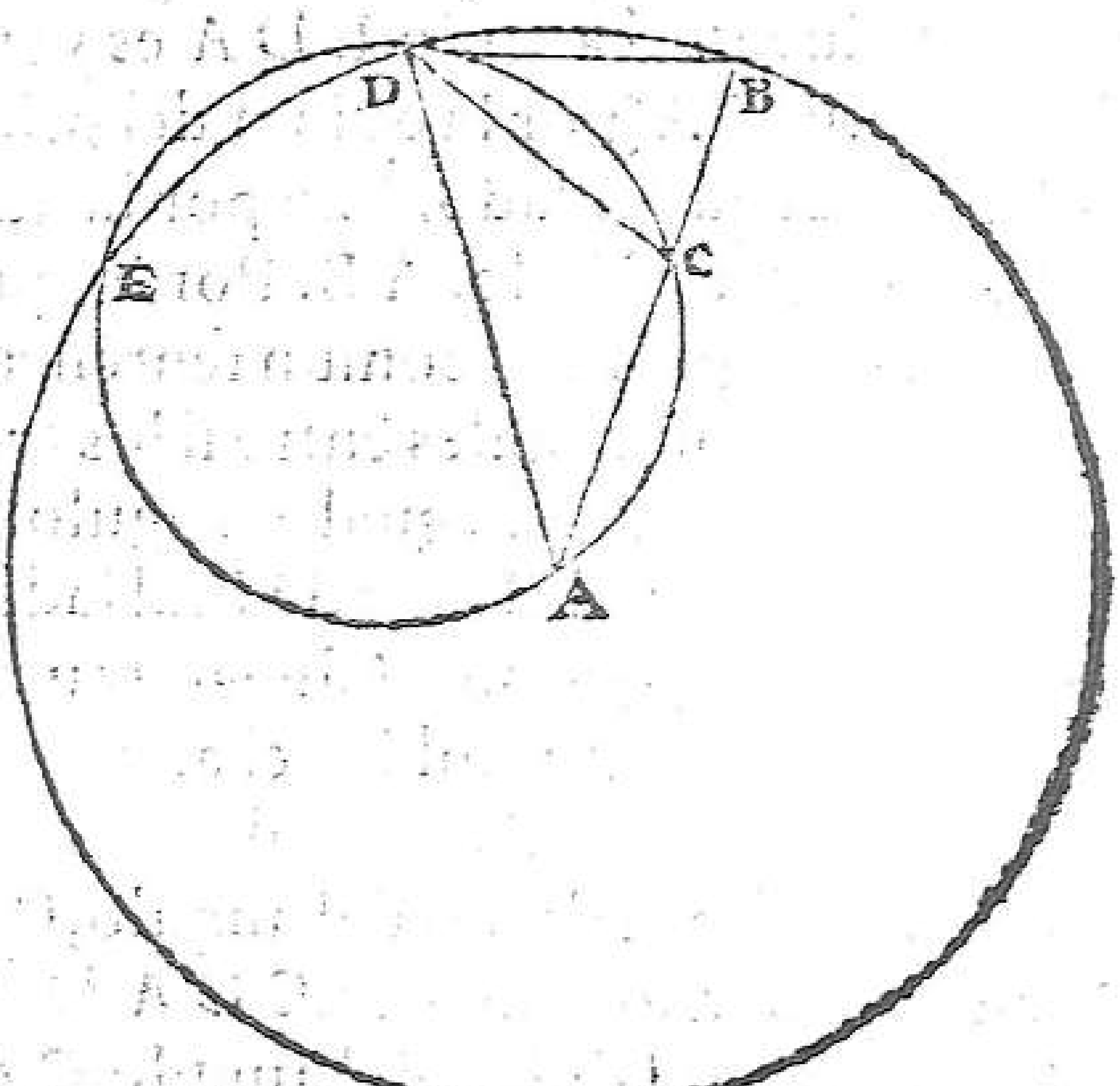


mos que cada vno de los angulos.A B C.B C D.C D A.esta di uidido por medio con las lineas rectas.A C.DB. y porque el angulo.D A B.es ygual al angulo.A B C,y el angulo.E A B.es mitad del angulo.D A B.y el angulo.A BE.es mitad del angu lo.A B C. luego el angulo.EAB.es ygual al angulo.E B A.por lo qual(por la.6.del.1.el lado.E A.es ygual al lado.B E.De la misma manera demostraremos q̃ cada vna de las dos lineas rectas

rectas.E A.E B.es ygual a cada vna de las dos.E C.E D. Luego las quatro.E A.E B.E C,E D.son yguales entre si. Luego sobre el centro.E.y el espacio,E A.o.E B.o.E C,o.E D. descrito vn circulo passara por los de mas punctos y sera descrito al derredor del quadrado.A B C D.Describase como, A B C D.Luego al derredor de vn quadrado dado esta descrito vn circulo.Lo qual conuinio hazerse.

Problema.10. Proposicion.10.

¶Hazer vn triangulo ysosceles que tenga cada vno de los angulos de sobre la basis doblado del que resta.



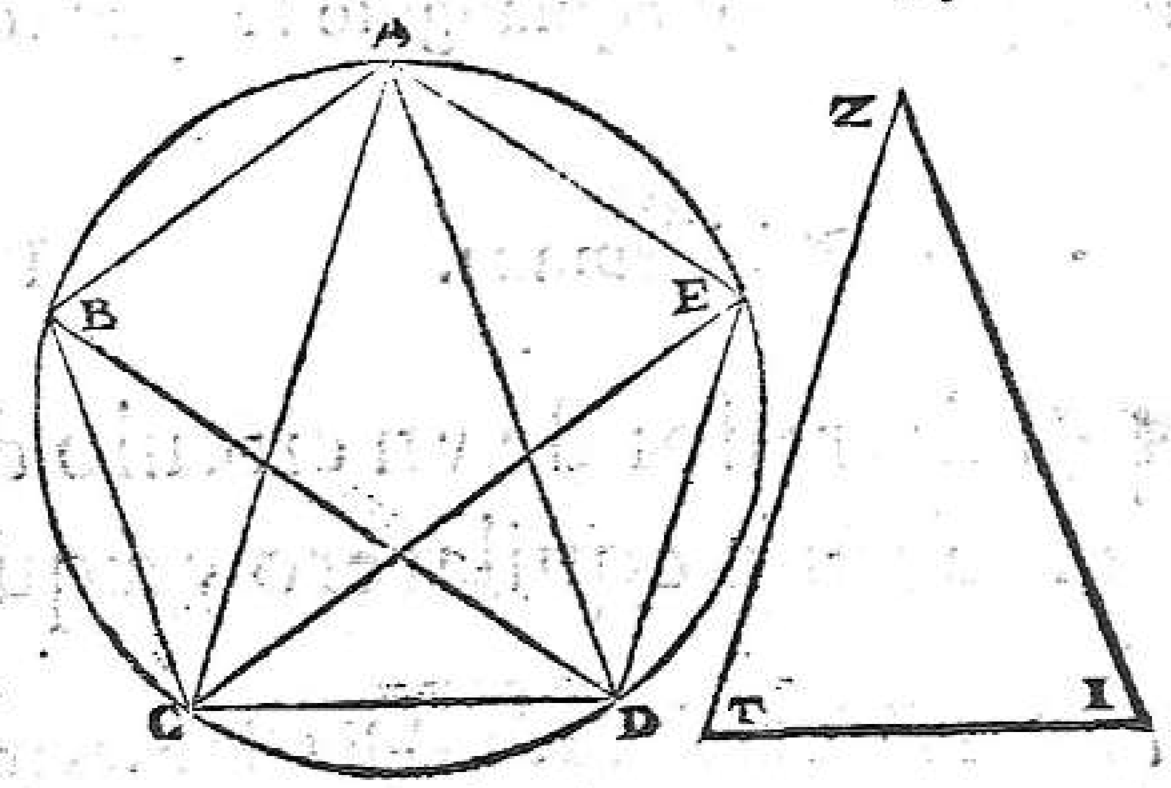
☞Tirese vna linea recta.AB.y diuidase(por la vndecima del.2.) en el puncto.C. de manera que el rectágulo cóprehédido debaxo de la.A B.y de la.B C. sea ygual al quadrado que se haze de la.C A,y sobre el centro,A. y el espacio,A B.(por la tercera peticion) describase el circulo . B D E. y assientese ẽ el circulo B D E.la linea recta.B D.ygual a la recta linea. A C . la qual no es mayor que el diametro del circulo,B D E. (por la primera del quarto)y tiren se.A D.D C,y (por la quinta del.4.) describase el circulo.A C D E.al derredor del triangulo. A C D.Y porque el rectangulo que se contiene debaxo dela, A B. y de la.B C.es ygual al quadrado que se haze de la. A C. Porque

que assi se admitio esto, y la. A C es ygual a la. B D, luego el q̃ se contiene debaxo de la. A B. y de la. B C. es ygual al quadrado que se haze de la. B D. Y porque fuera del circulo. A C D E se toma vn puncto. B. y desde el mismo puncto. B. sobre el circulo. A C D E. cayeron las dos lineas rectas. B C A. B D. y la vna dellas le corta y la otra cae, y el contenido debaxo de la A B. y de la. B C. es ygual al quadrado de la. B D. luego (por la 37. del. 3. la, B D. toca al circulo. A C D E, Pues porque. B D. le toca en el puncto. D. y desde el puncto. D. del tocamiento se tiro la. D C. luego el angulo. B D C. (por la. 32. del mismo) es ygual al que esta en el segmento alterno del circulo, ques al angulo. D A C. Pues porque es ygual el angulo. B D C. al angulo. D A C. pongase comun el angulo. C D A. luego todo el angulo. B D A. es ygual a los dos ãgulos. C D A. D A C. y a los dos, C D A. D A C, es ygual el angulo exterior. B C D (por la 32. del. 1.) luego el angulo. B D A. es ygual al angulo. B C D. y el angulo. B D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. C B D. porque el lado. A D (por la quinze definicion del primero) es ygual al lado. A B. Por lo qual tambien el angulo D B A (por la primera comun sentencia) es ygual al angulo. B C D. luego son yguales entre si los tres angulos. B D A. D B A. B C D. Y porque es ygual el angulo. D B C. al angulo. B C D sera tambien ygual el lado. D B. al lado. D C. y B D (por la suposicion) es ygual a la. C A. luego tambien la, C A. es ygual a la. C D. por lo qual tambien el angulo. C D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. D A C. Luego los angulos. C D A. D A C. son el doblo del angulo, C A D. pero el angulo. B C D. es ygual a los angulos. C D A. D A C. luego tambiẽ el angulo. B C D. es el doblo del angulo. C A D. y es ygual el angulo. B C D. a cada vno delos dos angulos. B D A. D B A. Luego tambien cada vno de los angulos. B D A, D B A. es el doblo del angulo. D A B. luego esta hecho el triangulo ysosceles. A B D. que tiene cada vno de los angulos de sobre la basis. D B doblado del que resta. Lo qual conuino hazerse.

Proble-

¶En vn circulo dado defcribir vn pentango no æquilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado, A B C D E. es menefter en el circulo. A B C D E. defcribir vn pentagono æquilatero y equiangulo, tomefe (por la.10. defte) vn triangulo y fofceles, y fea. Z I T. que tenga el angulo qualquiera defobre la bafis doblado al q̄ refta, ques. Z. y defcribafe por la.2. del, 4, en el circulo. A B C D. el triãgulo, A C D. ygual en angulos al triangulo, ZIT, de tal manera q̄ al angulo. Z. fe le haga ygual el angulo. C A D. y cada vno de los dos angulos. A C D, C D A, fe haga ygual a cada vno de los dos angulos. T. y afsi cada vno de los dos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, C A D, Cortefse, por la nouena del primero cada vno de los dos angulos. A C D. C D A. por medio cõ las lineas rectas. C E, D B. y tirenfe, A B, B C. CD, D E, E A, pues porq̄ cada vno delos ãgulos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, CAD, y eftã diuididos por medio cõ las lineas rectas, C E, D B, luego los cinco ãgulos q̄ fon, DAC, A C E, E C D, C D B, B D A, fon yguales entre fi, y los angulos yguales eftã fobre yguales circunferẽcias, por la, 26, del, 3, luego fon yguales entre fi las cinco circunferencias, A B, B C, C D D E, E A, y a yguales circũferentias, por la, 29, del mifmo fe eftienden yguales lineas rectas. Luego las cinco lineas rectas. A B. B C. C D. D E. E A. fõ yguales entre fi. Luego equilatero es el pẽtagono. A B C D E. Digo ya que tambien equiangulo, porque la circunferencia. A B. es ygual a la circunferencia. D E. Pongafe comun. B C D.



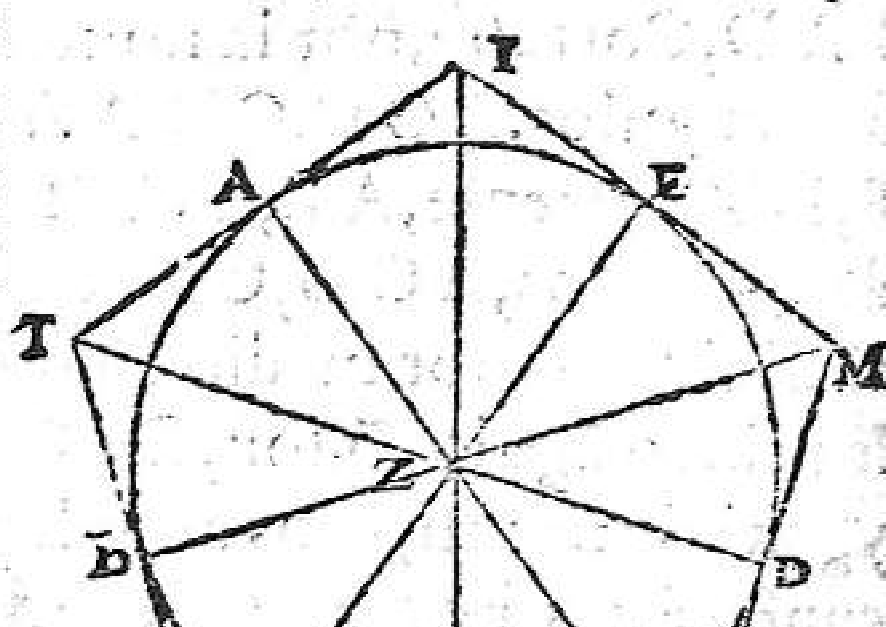
Luego

Luego toda la circunferencia. A B C D. es ygual a toda la circunferencia: E D C B. y esta sobre la circunferencia. A B. C D, el angulo. A E D. Y sobre la circunferẽcia. E D C B. esta el angulo. B A E. luego tãbien el angulo. B A E. es ygual al angulo A E D. y por esso cada vno delos angulos. A B C. B C D. CDE es ygual a cada vno delos angulos. B A E. A E D. luego el pentagono. A B C D E. es equiangulo, y esta demostrado q̃ tãbiẽ equilatero, luego ẽ vn circulo dado esta descrito vn pentagono equilatero y equiangulo lo qual conuenia hazer se.

Problema. 12. **Proposicion. 12.**

¶ Al derredor de vn circulo dado describir vn pentagono equilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado. A B CD E. es menester al derredor d̃l circulo. A B C D E. describir vn pentagono equilatero y equi angulo. E ntiendanse los punctos. A. B. C. D. E. de los angulos del pentagono descripto (por la. 11. del. 4.) de tal manera que (por la precedẽte) sean yguales las circunferencias. AB. B C. CD D E. E A. Y por los punctos. AB C D E. sean tiradas (por la. 17. d̃l. 3) las lineas rectas. I T. T K. K L L M. IM. que toquen al mismo circulo. y tome se el centro del mismo circulo. A B C D E. y sea Z. (por la. 1. del. 3.) y tirense las li neas rectas. ZB. ZK. ZC. ZL. ZD



y porque la linea recta. K L toca enel puncto. C. al circulo. A B C D E. y desde el centro. Z. sobre el mismo tocamiento se tiro la. Z C. luego (por la. 18. del. 3. la. Z C. sobre la. K L. es perpẽdicular, luego es recto cada vno delos angulos q̃ estan en. C. Y

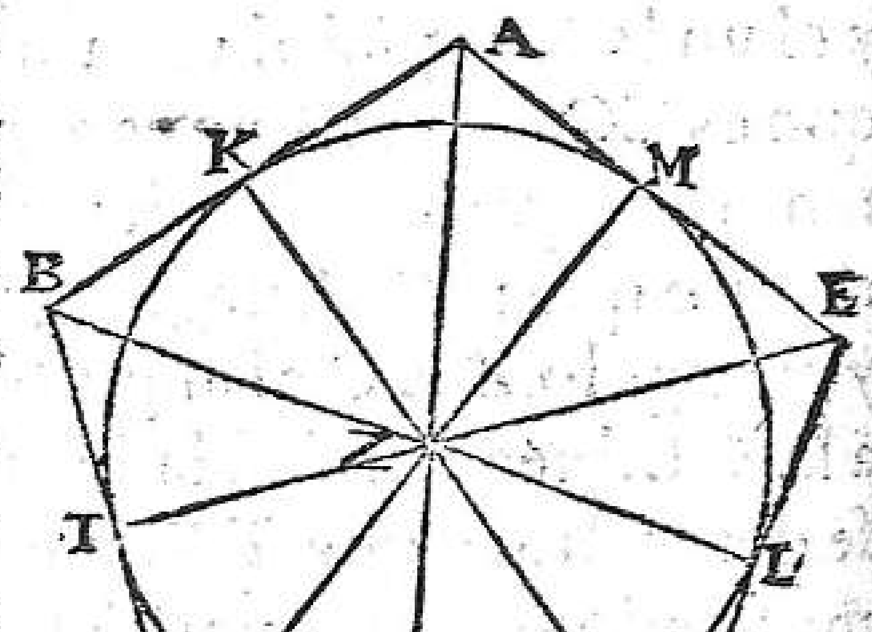
por

por esto los angulos que estan en los pũctos.B.D. son rectos Y porque el angulo.Z C K.es recto.luego el quadrado de la. Z K.es ygual a los que se hazen dela.Z C.y dela.C K (por la. 47.del.1.)y por esto a los que se hazen de la.Z B.y de la. B K. es ygual el que se haze dela.Z K. (por la misma.) luego los que se hazen de la.Z C.y dela.C K.son yguales a los que seha zen dela.Z B.y dela.B K.de los quales el q̃ se haze dela.ZC es ygual al q̃ se haze dela.Z B.luego el q̃ resta que se haze de la C K.es ygual al q̃ resta que se haze de la.B K. luego ygual es la.C K.a la.K B· Y porques ygual la.Z B.a la.Z C.y comũ la. Z K.luego las dos.B Z.Z K.son yguales a las dos. C Z.Z K.y la basis.B K.es ygual a la basis.C K.luego el angulo.B Z K.(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.K Z C.y el angulo.B K Z.al angulo.Z K C.luego el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C.y el angulo.B K C.al angulo.Z K C.y por esso tãbien el angulo.C Z D.es doblado al angulo.C Z L.y el angulo.D L C.al angulo.Z L C· Y porq̃ la circunferencia.B C.es ygual a la circunferẽcia.C D.el angulo.B Z C(por la.27.del.3.)es ygual al angulo.C Z D.y el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C y el angulo.D Z C.al angulo.L Z C.luego el angulo.K Z C. es ygual al angulo.L Z C.luego ya son los dos triangulos.Z KC Z L C.que tienen los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado(por la.26.del.1.)y comũ deellos que es.ZC.esto es,que es a ellos comũ.luego los demas lados tendran yguales a los demas lados, y el angulo que resta al angulo que resta.Luego ygual es la linea recta.K C.a la.C L. y el angulo.Z K C.al angulo.Z L C.y porque es ygual la.K C. a la.C L.luego es doblada la.K L.a la.K C.y por esto tambiẽ se demostrara que.T K.es doblada a la.B K. y porque esta demostrado q̃.B K.es ygual a la.K C.y la.KL.es doblada ala.KC y la.T K.ala.B K.luego la.T K.es ygual a la.K L.De la misma manera tambien se demostrara que cada vna delas lineas.I T I M.ML.es ygual a cada vna delas lineas.T K. K L. luego es equilatero el pentagono.I T K L M.Digo q̃ tãbien equiãgulo Porque el angulo.Z K C.es ygual al angulo. Z LK.y esta demostra demostrado que el angulo.T K L.es doblado al angulo.Z K C y el angulo.K L M.es doblado al angulo.Z L C.luego el angulo.T K L.es ygual al angulo.K L M.Semejãte mente se demostrara tambien que cada vno de los angulos.K T I.T I M.I M L.es ygual a cada vno de los angulos.T K L.K L M.luego los cinco angulos que son.I T K.T K L.K L M.L M C.M I T. son yguales entre si.luego es equiangulo el pentagono.I T K L M y esta demostrado que tambien equilatero,y esta descrito al derredor del circulo. A B C D E.lo qual conuino hazer se.

Problema.13. Proposicion.13.

¶En vn pentagono dado equilatero y equiangulo describir vn circulo.

Sea el pentagono dado equilatero y equiangulo.A B C D E.es menester enel pentagono.A B C D E.describir vn circulo.Corte se(por la.9.del.1.)por medio cada vno de los angulos. B C D.C D E.con las lineas rectas.C Z.Z D.y desde el pũcto.Z. en el qual concurren entre si las lineas rectas.C Z.D Z Tiren se las lineas rectas.Z B.Z A.Z E . Y porque es ygual la B C.a la.C D.y comun la.C Z.luego las dos.B C.C Z.son yguales a las dos.D C.C Z . y el angulo.B C Z.es ygual al angulo.D CZ.luego la basis.B Z(por la.4.del.1.) es ygual a la basis.D Z. y el triangulo B C Z.al triangulo.D C Z.y los demas angulos son yguales a los demas angulos debaxo de los quales se estiendenyguales lados.luego ygual es el angulo.C B Z.al angulo.C D Z.Y porque el angulo.C D E.es el doblodel angulo C D Z.y el angulo. C D E.es ygual al angulo.A B C.y el ãgulo



CDZ

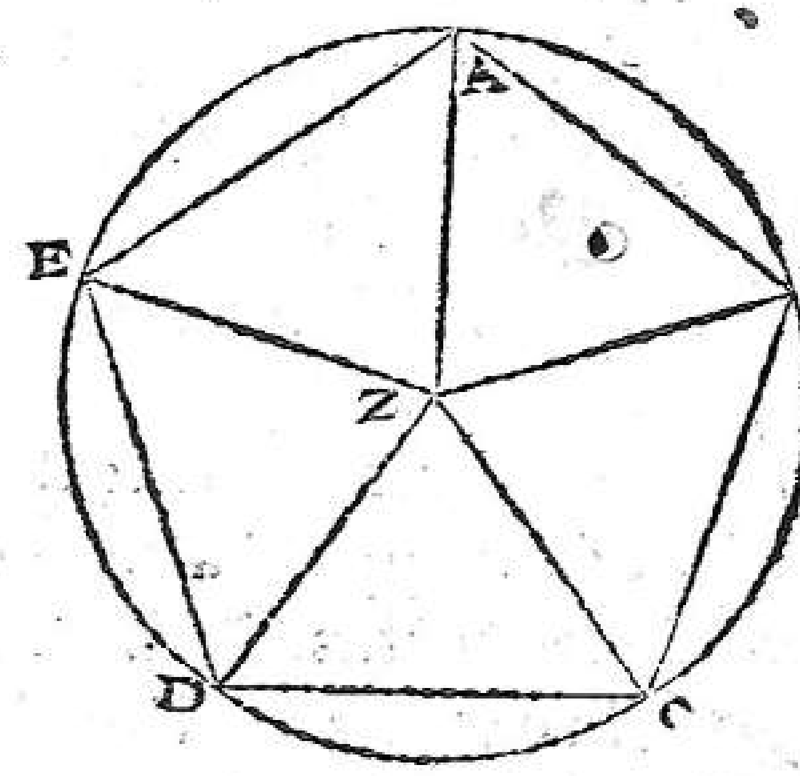
C D Z.al angulo,C B Z,luego el angulo.CB A.es doblado al angulo.C B Z.luego el angulo,A B Z.es ygual al angulo.Z B C.Luego el angulo.A B C.esta diuidido por medio con la linea recta.B Z.de la misma manera tambien se demostrara q̃ tambien cada vno de los angulos.B A E.AE D.esta diuidido por medio conlas dos lineas rectas.AZ.Z E.Saquense,por la .12.del.1.)desde el pũcto.Z. sobre las lineas.A B.B C.CD.D E E A, las perpẽdiculares, Z K.Z T.Z I.Z L. Z M. y por que es ygual el ãgulo.T C Z.al angulo.I C Z.y el angulo rectoZ T C ygual al angulo recto.Z I C.son ya los dos triangulos.Z T C. Z I C.q̃ tienẽ los dos angulos yguales a los dos ãgulos el vno al otro y el vn lado ygual al vn lado,porq̃, C Z.es comun de llos estẽdido debajo de vno delos yguales angulos.luego ten drã los demas lados yguales a los demas lados(por la.26.el.1 luego es ygual la perpendicular.Z T.alaperpendicular,Z I.d̃ la misma manera tãbiẽ se demostrara q̃cada vna delas lineas ZL.Z M.ZK.es ygual a cada qual delas dos.Z T.Z I,luego las cinco lineas rectas.Z I.Z T.Z K.Z L.Z M.son yguales entresi luego sobre el centro.Z.y el espacio.Z I.o,Z L.o,Z M.o Z K. o.Z T.descripto vn circulo por la.3.peticion vendra por los demas punctos,y tocara alas lineas rectas.AB.B C.C D.D E E A.(por el corolario dela.16.del.3.)porque los angulos que estan junto alos punctos.K.T.I.L,M,son rectos,porque sino las tocare,sino que las corta acontecera que la linea tirada dela extremidad del diametro en angulos rectos caera dentro del circulo,lo qual ser imposible esta demostrado (por la.16.del.3)luego sobre el centro.Z.y el espaciovno de los pũ ctos.K.T.I.L.M.descripto vn circulo,en ningũa manera cortara alas lineas rectas,A B.B C.C D.D E.E A. luego tocara las(por el corolario dela.(16.del.3.)describase como. K T I L M,luego enel pentagono dado equilatero y equiangulo esta descrito vn circulo.Lo qual conuenia hazerse.

Problema.14. Proposicion.14

L Al der

¶ Al derredor de vn pentagono dado æquilatero y equiangulo describir vn circulo.

¶ Sea el pentagonodado equilatero y equiangulo. A B C D E conuiene al derredor del pentagono. A B C D E. describir vn circulo. Corte se (por la. 9. del, 1.) por medio cada vno de los angulos. B C D. C D E. con las dos lineas. C Z. D Z. y desde el puncto. Z. en que concurren las mismas lineas rectas asta los punctos. B. A. E. tiren se las lineas rectas. Z B. Z A. Z E. Semejãtemente a la precedente se demostrara que cada vno de los angulos. C B A. B A E. A E D. es diuidido por medio, con cada vna de las lineas rectas. Z B Z A. Z E. Y porque es ygual el angulo. B C D. al angulo C D E (por la supposicion) y el angulo. Z C D. es la mitad del angulo. B C D. y el angulo. C D Z. es mitad del angulo. C D E. Luego (por la. 7. comun sentẽcia) el angulo. Z C D. es ygual al angulo. Z D C. Por lo qual tãbiẽ el lado. Z C. es ygual al lado. Z D. (por la. 6, del. 1.) De semejãte manera se demostrara que tambien cada vna de las lineas Z B. Z A. Z E. es ygual a cada vna de las lineas. Z C. Z D. luego las cinco lineas rectas. Z A. Z B. Z C. Z D. Z E. son yguales entre si. Luego sobre el centro. Z. y el espacio. Z A. o. Z B. o. Z C. o. Z D, o, Z E, descrito vn circulo (por la. 3, peticion) passara por los de mas punctos, Y estara descrito al derredor del pẽtagono, A B C D E, que es equilatero y equiangulo. Describase y sea, A B C D E. luego al derredor del pentagono dado q̃ es quilatero y equiangulo esta descrito vn circulo, Lo qual conuenia hazerse,

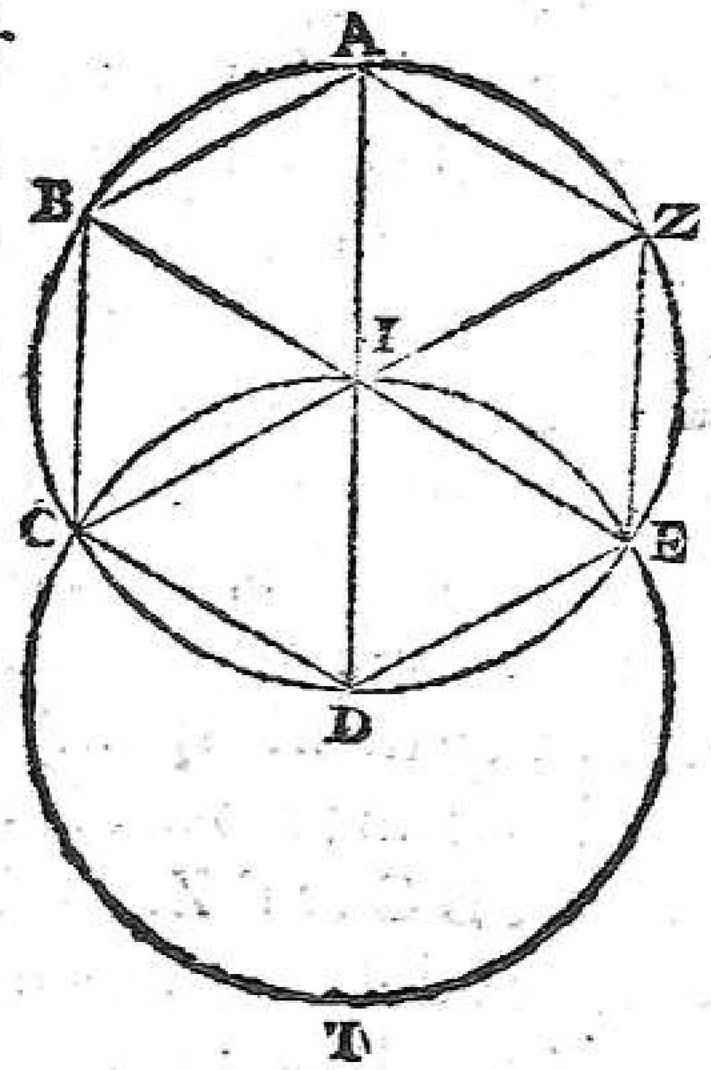


Problema. 15. Proposicion. 15.

En vn

¶En vn circulo dado deſcribir vn hexagono æquilatero y equiangulo.

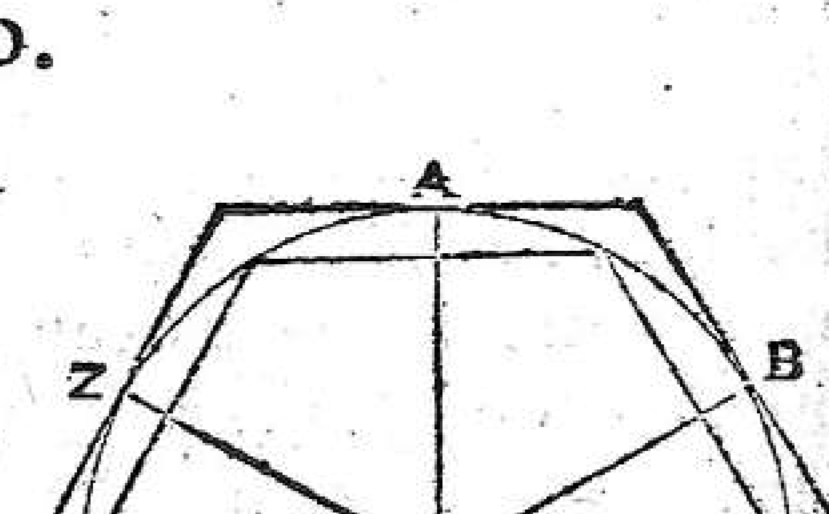
Sea el circulo dado. A B C D E Z, conuiene enel circulo dado, A B C D E Z, deſcribir vn hexagono equilatero y equi angulo. Saque ſe el diametro del circulo miſmo. A B C D E Z y ſea, A D, y tomeſe (por la primera del tercero) el cētro del circulo y ſea. I, y ſobre el centro, D, y el eſpacio, D I, por la, 3, peticiō deſ cribaſe el circulo, C I E T, y tiradas las lineas rectas, E I, I C, Eſtiendanſe aſta los punctos, B, Z, y tirenſe, A B. B C, C D, D E, E Z, Z A, Digo que, A B C D E Z, es hexagono equilatero y equiangulo, Porque el puncto, I, es centro del circulo, A B C D E Z, es ygual (por la quinze definiciō del primero) la, I E, a la, I D, Yten porq̄ el puncto, D, es centro del circulo, C I E T, es ygual (por la miſma) la D E, a la, D I, y la, I E, eſta demoſtrado que es ygual a la, I D, luego la, I E, es ygual a la, E D (porla primera comun ſentencia) luego es equilatero el triangulo, E I D, Luego los tres angulos ſuyos, eſto es. E I D. I D E. D E I ſon yguales entre ſi. Porque por la quinta del primero) los angulos de ſobre la baſis delos triangulos y ſoſceles, ſon yguales entre ſi, y los tres angulos del triangulo (por la, 32. del primero) ſon yguales a dos rectos. luego el angulo, E I D. es el tercio de dos rectos. Semejantemēte tābiē demoſtraremos que el angulo, D I C. es el tercio de dos rectos, y porq̄ la linea recta, C I, eſtādo ſobre la. E B (por la, 13, del, 1, de ambas partes haze los āgulos, E I C, C I B, yguales a dos rectos luego tā biē el angulo que reſta, C I B, es el tercio de dos rectos, luego los angulos. E I D. D I C. C I B. ſon yguales entre ſi, porlo qual



los angulos opueſtos q̃ ſon.BIA.AI Z.Z IE.ſon yguales a los miſmos,E I D.D I C.C I B. por la.15.del.1.luego los ſeys angu los.E I D.D I C.C I B.B I A,A I Z.Z I E.ſon yguales entre ſi,y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias,por la.26.del.3.luego las ſeys circunferẽcias.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi.y debaxo de yguales circunferencias ſe eſtienden yguales lineas rectas(por la.29.del miſmo). Luego las ſeys lineas rectas.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi,luego es equilatero el hexagono.A BCDEZ. Digo tambien que equiangulo. Porque la circunferẽcia.A Z es ygual ala circunferencia.E D.junteſe por comun la circunferencia.AB C D. luego toda la. Z A B C D. es ygual a toda la.E D C B A.y ſobre la circunferencia.Z A B C D. eſta el angulo.Z E D.y ſobre la circunferencia.E D C B A.eſta el angulo.A Z E.luego el angulo.A Z E.es ygual al angulo. D E Z. Dela miſma manera tambien ſe demoſtrara que tambienlos demas angulos del hexagono.A B C D E Z,eſto es,cada vno delos angulos.Z A B.A B C.B C D.C D E.ſon yguales a cada vno delos angulos.A Z E.Z E D,luego equiangulo es el hexagono.A B C D E Z. y eſta demoſtrado que tambien equilatero,y eſta deſcripto enel circulo,A B C D EZ,luegoenelcirculo dado,A BC D EZ,eſta deſcripto vn hexagono equilatero y equiangulo,lo qual conuenia hazerſe,

Corolario.

¶De aqui es manifieſto que el lado del hexagono es ygual al ſemidiametro d͞lcirculo.y ſi por los punctos. A.B.C.D.E Z.tiramos lineas que toquen alcirculo,ſe deſcri



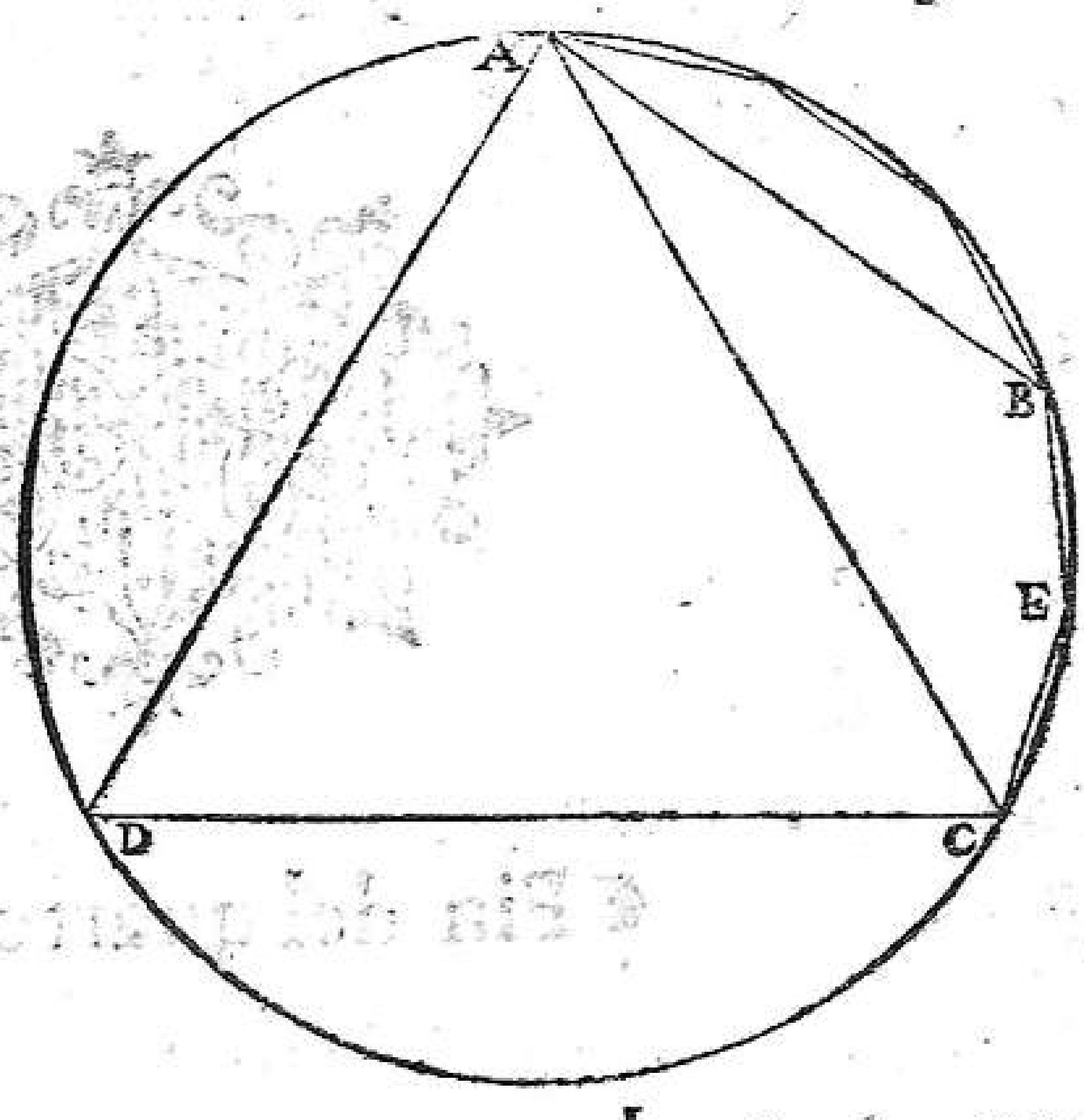
bira

bira al derredor del circulo vn hexagono æquilatero y equiangulo, lo qual se seguira de lo dicho enel pentagono. Y demas desto por lo que semejantemente esta dicho en el penthagono inscribiremos vn circulo en el hexagono dado, y le describiremos al derredor, lo qual conuenia hazer se.

Problema.16. Proposicion.16.

¶En vn circulo dado describir vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula,

¶Sea el circulo dado. A B C D. conuiene en el circulo. A B C D. describir vna figura de. 15. angulos equilatera y equiangula. describase en el circulo. A B C D. el lado. A C. de vn triangulo equilatero, y del pẽtagono equilatero el lado. A B. en el arco. A C. luego de los segmentos que el circulo. A B C D. fuere quinze yguales, de los tales la circunferencia. A B C. que es el tercio del mismo circulo sera cinco, y la circũferencia. A B. que es la quinta parte del circulo sera đ tres. Luego la restante. B C. sera de dos yguales. Cortese la B C. (por la treynta del tercero) por medio en E. luego cadavna delas dos circũferẽcias. B E. E C, sera la quincena ptẽ del mismo circulo. A B C D. Luego si assentare



mos ē el circulo. A B C D. las lineas rectas. B E, C E. o yguales
a ellas (por la primera del quarto) estara en el descrita
vna figura de quince angulos equilatera y equian
gula. Lo qual cōueni a hazerse. Dela mismasuer
te como en el pentagono, si por la diuision
del circulo tiraremos lineas que toquē
al circulo, se describira al derredor
del circulo vna figura de quinze
angulos equilateray equian
gula. Y por la demostra
cion como enlos pen
tagonos describi
remos dentro
y al derre-
dor de
vna
figura de quinze angulos
equilatera y equian
gula vn circulo.

(*)

¶ Fin del quarto libro.