

出來ル電話線ノ長サノ略シ限界デアル。

$$n = h + qi = \sqrt{(r + qli)(s + qki)}$$

ヲ計算セヨ。又次ノ n ヲ計算セヨ。

$$z_0 = \sqrt{(r + qli) + (s + qki)}$$

私ハ z_0 ヲ用ヒル代リニ、之ヲ屢々 r/n ト呼ブ。之ハ實ニ $\frac{r + lqi}{n}$ ヲ意味スル。答ハ前表(359頁)ノ通りデアル。

10. 此ノ表ニ於テ、前述ノ各線ノ距離 L 哩ヲ與ヘル。各場合ニ於ケル $\cosh Ln$, $\sinh Ln$ 及ビ $\tanh Ln$ ヲ計算セヨ。

線	L 哩	$\cosh Ln$	$\sinh Ln$	$\tanh Ln$
A	30	11.685[180°.5]	11.645[180°.5]	0.9965[0°]
"	5	1.025[15°.6]	0.7437[50°.3]	0.7256[34°.7]
B	150	3.041[259°]	3.19[259°.5]	1.049[0°.5]
"	25	0.7911[15°.6]	0.7526[72°.5]	0.9513[56°.9]
C	200	0.995[339°.1]	0.8421[304°.2]	0.8457[325°.1]
"	33	0.605[7°.3]	0.8077[85°.9]	1.335[78°.6]
D	60	4.993[193°.6]	4.904[194°.1]	0.9822[0°.5]
"	10	0.9325[13°.1]	0.6642[59°.9]	0.7123[46°.8]
E	2432	952820[828°]	952820[828°]	1.0000[0°]
"	392	5.154[134°]	5.159[133°]	1.0008[1°.07]

11. 前述ノ標準「ケーブル」 A ニ對シテ、次ノ答ヲ求メヨ。

L	$\sinh Ln$	$\cosh Ln$	$\tanh Ln$
1	0.1483[45°.4]	0.9998[0°.6]	0.1484[44°.8]
5	0.7437[50°.3]	1.025[15°.6]	0.726[34°.7]
10	1.525[65°.9]	1.348[53°.7]	1.131[12°.2]
20	4.097[119°.4]	4.034[120°.9]	1.016[-1°.5]
30	11.65[180°.5]	11.69[180°.5]	0.9965[0°.0]

12. 前述ノ標準「ケーブル」 A ニ對シテ、次ノ答ヲ求メヨ。

q	$\frac{r}{n}$	n	$\cosh 40n$	$\cosh 60n$	$\cosh 80n$
3000	541.5(1-i)	0.08122(1+i)	12.875[186°.15]	65.5[230°.23]	332[372°]
5000	419.5(1-i)	0.10486(1+i)	33.156[240°.33]	270[360°.51]	2194[480°.45]
7000	354.5(1-i)	0.12408(1+i)	71.55[284°.40]	855[426°.77]	10246[568°.71]
10000	296.6(1-i)	0.1483(1+i)	188.5[339°.9]	3675[509°.9]	71130[679°.97]

此等ノ結果ハ、40哩、60哩及ビ80哩ノ距離ニ於テ受話スル電話機ノ電流ヲ比較スルトキニ重要ナモノデアル。

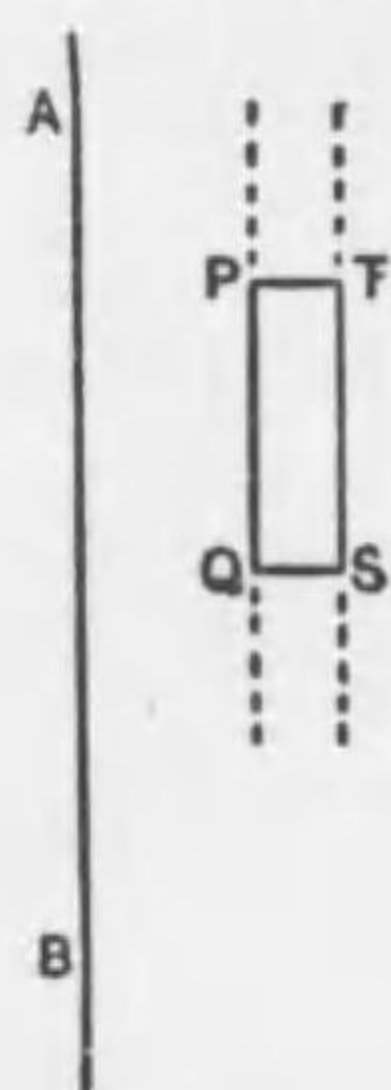
第三十四章 基礎ノ公式

§ 150. 基礎ノ公式

熱ノ傳導、電話或ハ海底電信ノ導線内ニ於ケル電流、水或ハ他ノ流體ノ流れ、電氣或ハ電磁氣ノ形勢ノ送達、流體ノ擴散等ニ關スル或ル基礎ノ公式ハ皆一定ノ數學的形式ヲ採ツテキル。其ノ結果トシテ、此等ノ科學ノ何レカノ問題ヲヤラネバナラス人ハ、總テノ他ノ科學ニ於ケル類似シタ問題ヲヤラネバナラス。拙著微積分學ニハ此等ノ問題ノ解ケルヤウナ二三ノ方法ヲ記載シテオイク。此所テ、熱ガ一方向ニ流レルトキノ基礎ノ公式ヲ求メヨウ。

§ 151. 熱ノ傳導

均一ナ物質ガアルト假定シ、之ガ平面 AB ヲ有スルトスル。(第48圖)。 AB カラノ距離 x ナル點 P ニ於テ、溫度ヲ v トシ、又 AB ニ平行ニ P ヲ通ル平面上ノ總テノ點ノ溫度ハ同一デアルト想像スル。(即チ平面 AB ニ直角ナ熱ノ流レヲ考ヘルダケデヨイ)。ソシテ P ニ於ケル一極毎ニ溫度ノ上昇ノ割合ヲ $\frac{\partial v}{\partial x}$ トスレバ、 $-k \frac{\partial v}{\partial x}$ ハ x ノ増大スル方向ニ於テ PQ ノヤウナ面積ノ一平方極毎ニ毎秒流レル熱ノ總量デアル。之ハ實ニ物質ノ傳導率 k ト定義サレルモノデアル。 k ハ常數デアルト想像シヨウ。 k ハ溫度ノ増減ノ割合ヲ1トスルトキ、毎秒一平方極毎ニ流レル熱量デアル。 PQ ハ



第48圖

(1) 溫度 v ハ距離 x ト時 t ノ函數デアル。

(2) 溫度傳導率 (temperature conductivity) ハ又熱ノ擴散率 (diffusibility) トモ言ハレル。溫度上昇ノ遲速ヲ表ハスモノデアル。

正確ニ其ノ面積ガ一平方極アルトシ、 PT 即チ QS ヲ δx トシヨウ。毎秒熱ノ流レ $c = -k \frac{\partial v}{\partial x}$ ガ、面 PQ ヲ通ツテ片 $PQTS$ ニ流レ込ム。面 TS カラ流レ出ル量ハ何程カ。ソレヲ $c + \delta c$ 、即チ $c + \delta x \frac{\partial c}{\partial x}$ トシヨウ。然ラバ、此ノ片ノ中ノ熱ノ總量ハ毎秒 $\delta x \frac{\partial c}{\partial x}$ ダケ減ズル。

即チ毎秒
$$\delta x \cdot k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2},$$
 ダケ増加スル。

ソコデ、片ノ重量ハ $1 \times \delta x \times w$ デアル。但シ w ハ一立方極ノ重量デアル。若シ δ ヲ單位重量ノ物質ヲ溫度1度ダケ上昇サセルニ要スル熱量、即チ物質ノ比熱トシ、時間ヲ秒デ t トスレバ

$$\delta x \cdot w \cdot s \frac{\partial v}{\partial t}$$

モ亦、毎秒片中ノ熱ノ増加スル割合ヲ測ル。故ニ

$$\delta x \cdot k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \delta x \cdot w \cdot s \frac{\partial v}{\partial t},$$

即チ
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{ws}{k} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \dots \dots \dots (1)$$

今 $\frac{ws}{k} \cdot \frac{\partial}{\partial t}$ ノ代リニ n^2 ヲ用ヒテ、

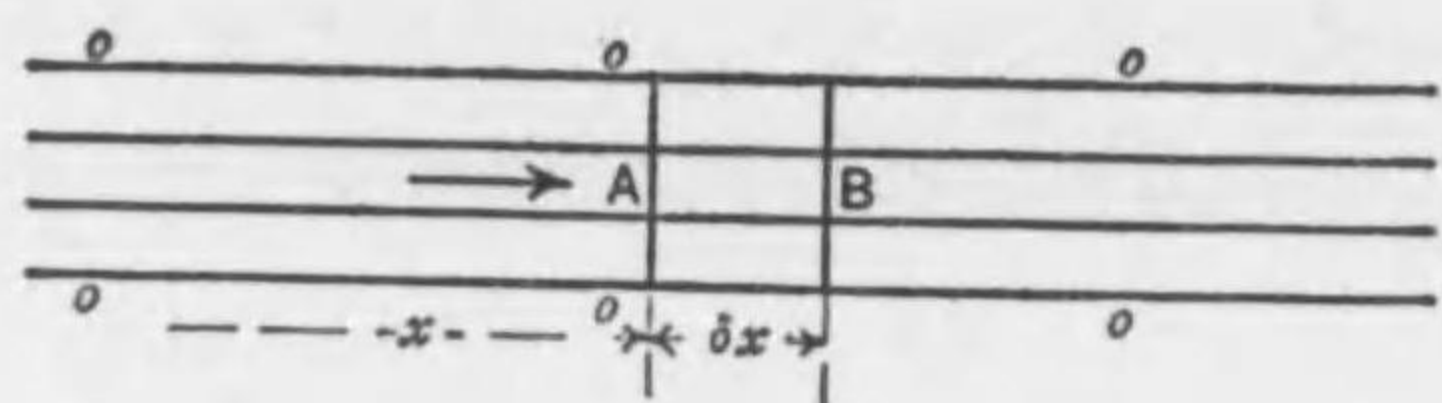
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = n^2 v.$$

ト書ク。之ガ自分ノ所謂基礎ノ公式ト呼ブモノデアル。

§ 152. 電信電話ノ[ケーブル]

抵抗ナク、且ツ無限ニ完全ニ返ツテ來ル導體、即チ地球(其ノ上デハ何處デモ電位ハ0デアル。)カラ絶縁サレタ金屬ノ導線ヲ考ヘヨウ。發信ノ端カラ距離ガ x ナル點 A (第49圖)ニ於ケル電位ヲ v 、電流ヲ c トシ、發信ノ端カラ距離ガ $x + \delta x$ ナル點 B ニ於ケル電位ヲ $v + \delta v$ 、電流ヲ $c + \delta c$ トスル。

電流 c ハ矢ノ方向デアルトスル。 A ニ於ケル電流ハ



第 49 圖

$$c = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial x}$$

但シ、 r ハ導線一單位ノ長サニ於ケル抵抗デアアル。學生ハ、此ノ簡單ナ事項即チ如何ナル導線内ニ於ケル電流デモ、電位差ノ變化ノ割合ヲ r デ割ツタモノガ電流デアルトイフ事ヲ十分明瞭ニ諒解出來ルマデハ、次ニ進ンデハナラナイ。Bニ於ケル電流ハ $c + \partial c$

即チ
$$c + \partial x \frac{\partial c}{\partial x},$$

故ニ
$$\partial c = -\partial x \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}.$$

併シ、導線一單位長ニ就キ s 「ムオー」ノ「リーカンス」ガアルナラバ、横道ニ漏レル電流ノ嵩ハ $v \cdot s \cdot \partial x$ デアアル。故ニA、B間ノ場所ニ於ケル毎秒ノ電氣量ノ増加ノ割合ハ、

$$\partial x \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - v \cdot s \cdot \partial x.$$

ソコデ、單位長ノ容量ヲ k トスレバ、ABハ電氣容量ガ $k \cdot \partial x$ ナル蓄電器ノ一ツノ層デアアル。從ツテ、場所ABニ於ケル電氣量即チ荷電ハ $k \cdot \partial x \cdot v$ デアツテ、若シ時間ヲ t トスレバ $k \cdot \partial x \frac{\partial v}{\partial t}$ ノ割合ヲ以テ増加スル。同一ノ事項ニ就イテ二ツノ式ヲ得タ。故ニ之ヲ等シイトオキ、

$$\partial x \frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - v \cdot s \cdot \partial x = k \cdot \partial x \frac{\partial v}{\partial t},$$

即チ
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = r(s + k\theta)v.$$

但シ、 θ ハ $\frac{\partial}{\partial t}$ ノ意味ニ用ヒタモノデアアル。

併シ、若シ導線ガ單位長ニ就イテ l ノ自己感應ヲ有スルナラバ (§128参照)、 r ノ代リニ $r + l\theta$ ヲ用ヒルカラ、基礎ノ公式トシテ

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = (r + l\theta)(s + k\theta)v. \dots\dots\dots(1)$$

ヲ得ル。之ヲ
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = n^2 v.$$

ト名ヅケヨウ。

之ハ熱ニ就イテ既ニ得タ方程式ト同一デアアル點ニ注意セヨ。唯熱ノ場合ニハ l ガナカツタ。從ツテ横道ノ漏レガナクテ、 s ヲ有シナカツタダケデアアル。棒ニ沿ウテ熱傳導ヲ研究スルニハ、棒ノ傍ニ熱ガ逃ゲルモノトシテ、其ノ値ニ s ヲ與ヘネバナラヌ。

次ノ問題ニ於テ、電氣ノ問題デハ v ハ電壓デ、 c ハ電流デアアル。併シ、熱ノ問題デハ v ハ溫度ヲ意味シ、 c ハ毎秒一平方糎ニ於ケル熱ノ流レヲ表ハス。何レノ問題ニ於テモ、學生ハ θ ノ函數デアアルニ就イテ惱マサレテハナラナイ。

$\sin qt$ ノヤウナ函數ヲ取扱フトキニハ、 θ ハ單ニ qi デアアルカラ、カヤウナ量ニハ既ニ慣レテキル筈デアアル。

第三十五章 電信電話ノ問題

§ 153. 電信電話線

§ 142 或ハ § 143 ノ公式(1)ニ於テ、 n ガ實量デアラナラバ、解ハ次ノ通りニナルノデアラウ。

$$v = Pe^{nx} + Qe^{-nx} \dots\dots\dots(1)$$

ココデ P 及ビ Q ハ任意常數デアアル。併シ、 n ハ $\frac{\partial}{\partial t}$ ヲ含ムカラシテ、單ナル常數トシテ P ヲ Q ヲトル代リニ、其等ハ時間ノ函數トシテ見做サルベキモノデアアル。 x ガ無限大ニ達シタ場合ニハ P ハ 0 ニナラネバナラス。從ツテ、無限ニ長イ線ニ對シテハ次ノ式ヲ得ル。

$$v = e^{-nx}Q \dots\dots\dots(2)$$

ココデ $x=0$, $v=Q$ デアルカラ、 Q ハ $x=0$ ノトキ v ハ如何ニ變化スルカトイフ事ヲ表ハス時間ノ函數デアアル。ソシテ x ノ任意ノ値ニ對スル v ノ値ヲ求メルニハ、 Q ノ上ニ e^{-nx} ニ依ツテ示サレル演算ヲ完成セネバナラス。⁽¹⁾ 自分ガ考ヘル場合ニ、 Q 及ビ P ハ $\sin qt$ ノ型ヲトリ、ソシテ其ノ問題ハ既ニ、如何ニ容易ニ實際問題ヲ取扱ヒ得ルカトイフ事ヲ示シテクレタノデアアル。 x ニ就イテノ微分ニ於テハ、 Q ハ常數デアルトイフ事ハ記憶スベキコトデアアル。

x ガ有限デアルトキニハ、(1)ニ於ケル P ハ或ル値ヲ有スル。ソシテ(1)ト同値ナ而モモツト使用ニ便ナ式ヲ求メ得ル。

$$v = A \cosh nx + B \sinh nx \dots\dots\dots(3)^*$$

(1) 此ノ演算ヲナストハ即チ乘法ヲナス事ヲ意味スル。
* $\cosh nx$ ハ時間ノ函數デアアル所ノ A ノ上ニ演算スル式デアアル。故ニ $\cosh nx \times A$ ト書クノガ一層合理的デアラウ。併シ、ソレヲ $A \cosh nx$ ト書ケバ代數的誤謬ニ陥ル危險ガナイ。

電氣ノ場合ニハ $c = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial x}$ デアルカラ、
$$c = -\frac{n}{r}(A \sinh nx + B \cosh nx) \dots\dots\dots(4)$$

但シ r ハ $r+l\theta$, 或ハ $r+lqi$ ノ代リデアアル。ケンネリー教授ハ $\frac{r+lqi}{n}$ ノ代リニ z_0 ヲ用ヒタ。

(3)及ビ(4)ハ總テノ種類ノ問題ヲアルノニ用ヒルコトガ出來ル。

§ 154. 無限電話線

電話線ノ送話端ニ於テ、 $v=v_0 \sin qt$ デアルトシ、且ツ線ノ長サハ無限デアルトスル。今問題ヲアルニ、公式(2)ヲ選バウ。ココデ

$$c = \frac{n}{r} Qe^{-nx}$$

但シ r ハ $r+lqi$ ノ代リデアアル。
 r, l, s 及ビ k ノ値ヲ知レバ此ノ式ヲ評價スルコトガ出來ル。
 Q ハ明ラカニ $v_0 \sin qt$ デアアル。併シ $\sin qt$ ハ何處デモ解カツテキルモノトシテ考ヘヲ進メヨウ。從ツテ之ヲ書ク必要ハナイ。尙 Q ヲ v_0 ト呼バウ。事實、何處デモ

$$v = v_0 e^{-nx}$$

ハ $\sin qt$ ニ演算サレル。且ツ $n = \sqrt{(r+lqi)(s+kqi)}$ 。
 r, l, s, k 及ビ q ノ數値ガ與ヘラレルトキニハ、 n ハ容易ニ $h+gi$ ノ形ニ求メル事ガ出來ル。

$$e^{-(h+gi)x} = e^{-hx}(-gx)$$

送話ノ端ニ於ケル v 、(即チ x ガ 0 ナルトキノ v ノ値)ヲ $v_0 \sin qt$ デアルトスレバ、他ノ任意ノ場所ニ於ケル v ノ値ハ

$$v = v_0 e^{-hx} \sin(qt - gx)$$

(1) 此ノ脚註ハ、 $A = \cosh nx$ ヲ乘ズルコトヲ $A \times \cosh nx$ ト書ク我が國ニハ、不用デアアル。歐米デハ其ノ讀ミ方ヨリシテ、例ヘバ、 $5m$ ノ 3 倍ヲ $3 \times 5m$ ト書クノデ、此ノ脚註ガ書イテアル。

即チ、 v ノ値ハ乗數 e^{-hx} ノ爲ニ弱マツテ來テ、 gx ダケ遅レテ來ル。若シ欲スルナラバ、遅レガ 2π ニナルマデトレバ、完全ナ波ヲ得ル。波長ヲ λ トスレバ、

$$g\lambda = 2\pi, \text{ 即チ } \lambda = \frac{2\pi}{g}$$

c ハ弱マツテ來テ、ソノ遅レハ v ト全ク同様ニ増スコトガ觀察出來ル。事實

$$c = \frac{nv}{r+lqi}, \text{ 即チ } \frac{v}{z_0}$$

デアアル。

例1. 所謂標準電話「ケーブル」ニ於テ、 $r=88$ 「オーム」 $l=0, s=0, k=0.05 \times 10^{-6}$ 「ファラッド」[之ハ普通 0.05 「マイクロファラッド」ト言フ。1「マイクロファラッド」ハ1「ファラッド」ノ百萬分ノ一デアアル]。公式(1)ヨリ、又公式(2)ヨリ兩方カラ n ヲ求メヨ。又普通 r/n 、或ハ z_0 ト呼ンデキタ所ノ $(r+lqi)/n$ モ求メヨ。

q ノ四ツノ値、3000, 5000, 7000, 10000ヲ與ヘル。公式(1), $n = \sqrt{rki}$ ヲ用

* 第三十三章ノ問題ニ於テ、學生ガ、數値計算デハコマデ代數的ニナスヤウニハ心ニ掛ケナイ事ヲ希望シタ。怠惰ナ學生ハ私ノ(2)ナル答ヲ此處デモ正シイトシテトルデアラウ。

$$n = h + gi = \sqrt{(r+lqi)(s+kqi)} \dots\dots\dots(1)$$

$$h^2 - g^2 + 2hgi = rs - lkq^2 + i(rkq + slq).$$

故ニ $h^2 - g^2 = rs - lkq^2$

且ツ $2hg = q(rk + sl)$

此等ノ方程式ヲ h 及ビ g ニ就イテ解キ、次ノ結果ヲ得ル。

$$\sqrt{\frac{kqr}{2}} \sqrt{\sqrt{\left(1 + \frac{q^2 l^2}{r^2}\right) \left(1 + \frac{s^2}{k^2 q^2}\right)} \mp \left(\frac{qt}{r} - \frac{s}{qk}\right)} \dots\dots\dots(2)$$

之ハ負號ヲトレバ h ノ値デアツテ、正號ヲトレバ g ノ値デアアル。

$\frac{q^2 l^2}{r^2}$ ガ1ニ比シテ大デアルトキニ、 s ガ0デアルナラバ、近似的ニ次ノ式ノ眞デアアルコトハ容易ニ證明サレル。

$$h = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{k}{l}}, \text{ 且ツ } g = q\sqrt{kl} \dots\dots\dots(3)$$

之ハ x ガ小ナルトキハ、 $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x$ トナルコトノ適切ノ例デアアル。

ヒヨ。

q	$n = h + gi$	$\frac{r}{n}$ 即チ z_0
3000	$0.08124 + 0.08122i = 0.1149[45^\circ]$	$541.5(1-i) = 766[-45^\circ]$
5000	$0.10486 + 0.10486i = 0.1483[45^\circ]$	$419.5(1-i) = 593[-45^\circ]$
7000	$0.12408 + 0.12408i = 0.1754[45^\circ]$	$354.5(1-i) = 501[-45^\circ]$
10000	$0.1483 + 0.1483i = 0.2097[45^\circ]$	$296.6(1-i) = 419[-45^\circ]$

例2. $v_0=1$ デアルトキ、 q ノ上ノ各値ニ對スル30哩ノ端ニ於ケル v 及ビ c ヲ求メヨ。 $q=5000, h=g=0.10486$ ノ場合ヲトリ、 v トシテハ何處デモ $v = e^{-0.10486x} \sin(qt - 0.10486x)$ トスルナラバ、答ハ次表ノ中ニ與ヘラレル。他ノ q ノ値ニ對シテハ、同様ノ式ヲ得ル。遅滯角ヲ「ラディアン」ノ代リニ度デ與ヘヨウ。

何處デモ電流 c ハ $c = v \times \frac{n}{r}$ 、即チ $\frac{v}{z_0}$ デアアル。

q	v	c
3000	$0.08744 \sin(qt - 139^\circ.6)$	$0.0001142 \sin(qt - 94^\circ.6)$
5000	$0.04303 \sin(qt - 180^\circ.2)$	$0.00007253 \sin(qt - 135^\circ.5)$
7000	$0.02418 \sin(qt - 213^\circ.27)$	$0.0000482 \sin(qt - 168^\circ.3)$
10000	$0.01169 \sin(qt - 255^\circ.0)$	$0.000028 \sin(qt - 210^\circ)$

[注意] 總テノ場合ニ、 c ハ v ニ 45° 先ン

x	v
1	$0.9004 \sin(qt - 6^\circ.008)$
5	$0.5920 \sin(qt - 30^\circ.04)$
10	$0.3504 \sin(qt - 60^\circ.08)$
15	$0.2074 \sin(qt - 90^\circ.12)$
20	$0.1227 \sin(qt - 120^\circ.16)$
25	$0.07269 \sin(qt - 150^\circ.2)$
30	$0.04303 \sin(qt - 180^\circ.2)$
35	$0.02548 \sin(qt - 210^\circ.24)$
40	$0.01508 \sin(qt - 240^\circ.3)$

ズル點及ビ高度ノ振動數ノ大ナル弱マリト遅レトニ注意セヨ。

例3. $v_0=1$ デアルトキ、送話ノ端ヨリ次ノ距離 x 哩ヲ距ツタ點ニ於ケル v ヲ求メヨ。但シ $q=5000$ トスル。答ハ次ノ通りデアアル。

$$e^{-0.10486x} \sin(qt - 0.10486x).$$

v トエトノ此等ノ値ヲ坐標ト

シテ點ヲ打チ「グラフ」ヲ描キ、波長 λ が 60 哩ノトキ、 v が如何ニ弱マルカニ注意セヨ。

§ 155. 自己感應

普通ノ電信電話線ハ、其ノ l が通常極メテ小デ 0 ト見做シ得ルトキニモ尙電流ヲ弱ラス。況ンヤ l が大デアルトキニハ電流ヲ弱ラス事ハ著シイトイフ事ハ、オリヴァー・ヘヴィサイド氏ニ依リ發見サレタ。

次ノ例ニ就イテ之ヲ試セ。標準「ケーブル」ヲトル場合ニハ、1 哩ニ就キ、 $r=88$, $k=0.05 \times 10^{-6}$, $s=0$, 併シ $l=0.1$ 「ヘンリー」。

$$q=5000 \text{ ヲトレ。} \quad \S 154 \text{ ノ脚註ノ公式(1),(2)或ハ(3)ノ何レカノ式ヲ用ヒテ、}$$

$$n=0.0311+0.3536i=0.355[84^\circ.97].$$

ヲ得ル。

故ニ、若シ $v_0=1$ ナラバ $v=e^{-0.0311x} \sin(qt-0.3536x)$ 。

次ノ點ニ注意セヨ。

$$v_0 \text{ 即チ } \frac{r+li}{n} = \frac{88+500i}{0.355[84^\circ.97]} = \frac{507.7[80^\circ.02]}{0.355[84^\circ.97]} = 1430[-4^\circ.95].$$

即チ、何處デモ電流ハ v ヲ 1430 デ割ル。ソシテソレハ v ニ僅カニ約 5% ダケ前進スル。即チ v ト $e^{-0.0311x}$ ハ殆ンド同週期デアル。

x	v
1	$0.9694 \sin(qt-20^\circ.26)$
5	$0.8561 \sin(qt-101^\circ.3)$
10	$0.7326 \sin(qt-202^\circ.6)$
15	$0.6272 \sin(qt-303^\circ.9)$
20	$0.5369 \sin(qt-405^\circ.2)$
25	$0.4596 \sin(qt-506^\circ.5)$
30	$0.3933 \sin(qt-607^\circ.8)$
35	$0.3367 \sin(qt-709^\circ.1)$
40	$0.2882 \sin(qt-810^\circ.4)$

自己感應ノ誘導ノ效果ハ、其等ノ最後ノ例題ヲ此等ノ數ト比較シテ見ルト明瞭ニナル。特ニニツノ「グラフ」ヲ描ケバ、其ノ結果ヲ一層明ラカニスル。

此ノ方法ハ今ヤ廣ク實際ニ實行サレテキル。

上ノ例題ニ於テ、 n ヲ求メルニハ、學生ハ § 154 ノ脚註ニ於テ與ヘタ公式ヲ用ヒルト、非常ニ手ガ省ケル。(368 頁参照)

$\frac{ql}{r}$ が 4 ヲリ大ナルトキニハ、近似的ニ

$$h = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{k}{l}}, \text{ 及ビ } g = q\sqrt{kl}.$$

事實總テノ振動數ノ電流ハ同シ程度マデ弱マル。ソシテ g ハ近似的ニ q ノ倍量デアルカラ、合成電流ノ歪ハ殆ンドナイ。

例 1. 標準「ケーブル」 A (§ 149) ノ無限ニ長イ線ヲトル。振動數ガ $5000 \div 2\pi$ 及ビ $10000 \div 2\pi$ ナル電流ヲ此ノ線ニ送リ込メ、低振動ノ電流ハ 6.6 哩毎ニ二分サレ且ツ遲滯角ガ 39° デアツテ、高振動ノ電流ハ 4.7 哩毎ニ二分サレ且ツ遲滯角ガ 39° デアルコトヲ證明セヨ。

例 2. 上ノ「ケーブル」ニ電流ヲ送リコムト、

$$e_0 = \sin 5000t + \sin 10000t \dots \dots \dots (1)$$

デアル。30 哩ノ端ニ於テ電流ハ

$$e = 0.04303 \sin(5000t - 3.145S) + 0.01169 \sin(10000t - 4.449) \dots \dots \dots (2)$$

デアルコトヲ示セ。

(1) 及ビ (2) ヲ完全ニ一週期分、方眼紙上ニ描イテ示セ。即チ時間 $T = 2\pi/5000$ ニ對シテデアル。

例 3. 例 2 ノ場合ニ於テ、唯「ケーブル」ガ $l=0.1$ 「ヘンリー」ヲ有スルダケ違フトキ、30 哩ニ於テハ電流ガ

$$d = 0.3933 \sin(5000t - 10.6) + 0.3933 \sin(10000t - 21.2) \dots \dots \dots (3)$$

デアルコトヲ示セ。

(1) 及ビ (2) ノ「グラフ」ヲ描イタ同シ方眼紙上ニ (3) ヲ描ケ。

【注意】 (2) ハ (1) ト形ハ全ク異ナルガ、(3) ハ全ク (1) ト同シ形デアル。之ハ歪ガナイ事ヲ意味スル。(2) ガ示ス程ニ歪ガ大デアルトキニハ、歪ガ電話ノ傳達ヲ妨害シナイトイフ事ハ誠ニ診ラシイコトデアル。

§ 156. 海底電信

次ノ「ケーブル」ハ無限ニ長イモノト假定スル。發信ノ電壓ヲ $30 \sin 60t$ トスレバ、次ノ各場合ニ於ケル v ハ何程デアルカ。又 $x=1000$ 地理里ノト

(1) 地球ヲ球トシテ考ヘ、地球表面上ニ於テ、中心角 1 分ニ對スル弧ヲ 1 地理里トイフ。我が國デ 1852 米 = 1 哩ト定メタ所ノ哩ハ即チ此ノ地理里デアル。或ハ又航海里トモイフ。(103 頁及ビ 261 頁脚註(1) 参照)

キ、電流ハ如何。但シ、次ノ表ニ與ヘラレル r 及ビ k ハ 1 地理里ニ就イテノ値デアアル。各場合ニ $l=0, s=0$ デアル。

線名	r	k	n	$\frac{n}{r}$ 即チ $\frac{1}{\lambda_0}$
スエズーアデン線	10.42	0.3580×10^{-6}	$0.01058 + 0.01058i$	0.001435[45°]
アデンーボムベイ線	7.02	0.3610×10^{-6}	$0.00872 + 0.00872i$	0.001753[45°]
ベルシヤ 灣線, 1864	6.25	0.3486×10^{-6}	$0.008085 + 0.008085i$	0.001830[45°]
大西洋線, 1865	4.27	0.3535×10^{-6}	$0.00673 + 0.00673i$	0.002229[45°]
佛國大西洋線, 1869	3.16	0.4295×10^{-6}	$0.00638 + 0.00638i$	0.002352[45°]
直通合衆國線	2.88	0.4095×10^{-6}	$0.005948 + 0.005948i$	0.002920[45°]

此等ノ各場合ニ於テ、

$$n = \sqrt{\frac{kqr}{2}}(1+i), \quad \frac{n}{r} \sqrt{\frac{kq}{2r}}(1+i) = \sqrt{\frac{kq}{r}}[45^\circ].$$

但シ $n = \alpha + \alpha i, v = 30e^{-\alpha x} \sin(qt - \alpha x), c = \frac{n}{r}v.$

著者ハ $x=1000$ 哩(即チ 1000 地理里)ニ對シテ、次ノ結果ヲ得タ。

線名	v	c
スエズーアデン線	$0.000764 \sin(qt - 606^\circ)$	$0.0000011 \sin(qt - 561^\circ)$
アデンーボムベイ線	$0.00490 \sin(qt - 500^\circ)$	$0.0000086 \sin(qt - 455^\circ)$
ベルシヤ 灣線	$0.00924 \sin(qt - 463^\circ)$	$0.0000169 \sin(qt - 418^\circ)$
大西洋線	$0.03583 \sin(qt - 386^\circ)$	$0.0000799 \sin(qt - 341^\circ)$
佛國大西洋線	$0.05085 \sin(qt - 366^\circ)$	$0.0001450 \sin(qt - 321^\circ)$
直通合衆國線	$0.07832 \sin(qt - 341^\circ)$	$0.0002287 \sin(qt - 296^\circ)$

次ノ點ハ學生ニ明ラカデアアルニ相違ナイ。電信電話線ニ於テ、若シ l ヤ s ガ小サクテ、之ヲ無視スルコトガ出來ル位デアアルト、 $L\sqrt{rk}$ ガ一定デ從ツテ L^2rk ガ一定デアアルトキ、受信電流ハ一定デアアル。但シ、 L ハ「ケーブル」ノ長サデアアル。事實「ケーブル」ノ全抵抗ヲ R 、全容量ヲ K トスレバ RK ガ一定デアアルトキ、受信電流ハ一定デアアル。併シ、電話線ニ就イテハ

カヤウナ法則ハ普通ナイ。何トナレバ、 l ヤ s ハ決シテ無視シテヨイダケ小サクハナイ。若シ、 l ガ十分大デアアルトキニハ、如何ナル樂音デモ、他ノ全ク異ナル調子ヲ有スル音ト同時ニ遅レル。遅滯角ハ gx デアルガ、併シ時間上ノ遅レハ gx/q デアル。

今ココデ電氣ニ關スル問題ヲ中斷シタクハナイ。學生ハ §162 及ビ §163 ニ於テ、上述ノ電氣問題ト類似スル熱ニ關スルニツノ問題ヲ見出スデアラウ。

§157. 有限線ニ關スル問題

ソコデ、今再ビ長サ L 哩ニ限ツタ有限ノ線ノ一層難解ナ場合ニカハツテ研究シヨウ。時間ノ不定函数ニツ、 A 及ビ B ガ與ヘラレルヤウニ、ニツノ條件ガ與ヘラレネバナラス。§153 ヲ参照セヨ。

例1. $x=0$ ノ所デ $v=v_0, x=L$ ノ所デ $v=0$ トスル。即チ $x=L$ ノ所デ線ヲ地中ニ入レル。之ハ極ク容易ナ問題デアアル。 $x=0$ ノトキニハ、 $\cosh nx=1$ 及ビ $\sinh nx=0$ デアルコトハ記憶スベキ事デアアル。

(3)ニ依リ、 $v_0=A+0$, 即チ $A=v_0$.

又同ジク $0=A \cosh nL + B \sinh nL$.

即チ $B = -v_0 \frac{\cosh nL}{\sinh nL}$.

故ニ何處デモ、 $v = v_0 \left(\cosh nx - \frac{\cosh nL}{\sinh nL} \sinh nx \right)$ (1)

$c = - \left(\sinh nx - \frac{\cosh nL}{\sinh nL} \cosh nx \right) \frac{r_0 n}{r}$ (2)

ココデモ $\frac{r}{n}$ ハ $\frac{r+lg_i}{n}$, 即チ v_0 ノ意味ニ用ヒタノデアアル。

例2. 與條件ニ依リ、 $x=0$ ノトキ、 v_0 及ビ c_0 ハ知ラレテキルモノトスル。ココデ $A=v_0$. 又 $c_0 = -\frac{n}{r}B$, 即チ $B = -\frac{r}{n}c_0$. 即チ

$v = v_0 \cosh nx - \frac{r}{n}c_0 \sinh nx$,(1)

$c = -\frac{n}{r}v_0 \sinh nx + c_0 \cosh nx$ (2)

例3. $x=0$ ノトキ、 $v=v_0$ ガ知レテキルモノトスル。且ツ又 $x=L$ ノ所デ $v=v_1, c=c_1$ デアレバ、電話機即チ受話機或ハ其ノ他ノ受話装置ノ抵抗ハ $\frac{v_1}{c_1} = R$ デアル。 R ハ虚量ヲ有スル事ガ出來ル事ニ注意セヨ。

最後ノ例題ノ公式ヲトリ,

$$v_1 = v_0 \cosh nL - \frac{r}{n} c_0 \sinh nL,$$

$$c_1 = -\frac{n}{r} v_0 \sinh nL + c_0 \cosh nL.$$

邊々相除シ、且ツ其ノ商ヲ $R = \frac{r}{n}$ 等シトオイテ、 c_0 ハ

$$c_0 = v_0 \frac{\cosh nL + R \frac{n}{r} \sinh nL}{R \cosh nL + \frac{r}{n} \sinh nL} = v_0 \frac{1 + R \frac{n}{r} \tanh nL}{R + \frac{r}{n} \tanh nL}.$$

デアコトヲ知ル。 v 及 c ニ對スル式モ書キ下スコトガ出來ル。受話機ヲ流レル電流ハ、即チ

$$c_1 = \frac{v_0}{R \cosh nL + \frac{r}{n} \sinh nL}, \dots\dots\dots(1)$$

デアコトハ求メラレル。之ハ極メテ有用ナ公式デアル。實用ニ供スル場合ニハ、 L ガ通常大デアツテ、 $\sinh nL = \cosh nL$ デアル。

故ニ
$$c_1 = \frac{v_0}{\left(R + \frac{r}{n}\right) \cosh nL} \dots\dots\dots(2)$$

例 4. 次ノ事ハ記憶スベキコトデアル。

$$r_0 = \frac{v_0}{c_0} = \frac{R + \frac{r}{n} \tanh nL}{1 + R \frac{n}{r} \tanh nL}.$$

長イ線デハ $\tanh nL$ ハ 1 デアル。故ニ何處デモ、 R ハ $\frac{r_0}{c_0} = \frac{r}{n}$ 、即チ r_0 デアル。ケレドモ、之ニ關スル數個ノ問題ヲヤルコトハ骨折甲斐ノアルコ

L	$\frac{r_0}{c_0}$ ノ 値				
	R=0	R=50	R=100	R=200	R=400
1	88.0[-0°.2]	138.0[-0°.7]	188.0[-1°.4]	237.7[-2°.9]	485.6[-5°.7]
5	429.4[-10°.3]	473.0[-12°.6]	513.3[-15°.1]	585.0[-19°.9]	696.0[-29°.1]
10	669.7[-32°.7]	675.8[-34°.9]	677.8[-36°.9]	677.0[-40°.3]	665.1[-44°.8]
20	602.4[-46°.5]	603.3[-43°.9]	604.0[-44°.1]	603.1[-44°.5]	602.0[-45°.1]
30	591.1[-45°.0]	591.2[-45°.0]	591.4[-45°.0]	591.6[-44°.9]	593.1[-44°.9]

トデアル。

$r=88, k=0.05 \times 10^{-6}, l=0, s=0$ デアルトキハ、 $q=5000$ ノトキ、 $n=0.1482[45^\circ]$ 、 $\frac{r}{n}=593[-45^\circ]$ デアルコトハ既ニ求メ得タ所デアル。

長サ $L=1, 5, 10, 20, 30$ 哩ノ線ヲトリ、 $R=0, 50, 100, 200, 400$ 「オーム」ヲトレ。(5)ヨリシテ各場合ノ $\frac{v_0}{c_0}$ ヲ計算セヨ。

〔注意〕線ガ長イトキニハ、 R ガ何デアラウトモ、 $\frac{v_0}{c_0}$ ハ $\frac{r}{n}$ ニ近迫スル事ニ著眼セヨ。之ハ(5)ヨリ明ラカナ所デアツテ、若シ L ガ大デアレバ $\tanh nL$ ハ殆ンド 1 ニ等シクナリ、從ツテ $\frac{v_0}{c_0} = \frac{r}{n}$ トナル。

例 5. § 149 ノ問題 12 ノ標準「ケーブル」A デ、例 3 ノ(2)ヨリ、 $R=420+0.084qi$ (即チ其ノ抵抗ノ「オーム」數ハ 420 デ、感應係數ハ 0.084「ヘンリー」)ノ機械デ受話スル電流 c_1 ヲ計算セヨ。 q ノ値トシテハ次ノ表ニアル各場合ヲトリ、 $L=40, 60$ 及ビ 80 哩トシ、 $v_0=1$ トセヨ。

$$c_1 = 1 \sin qt + \left(420 + 0.084 qi + \frac{r}{n}\right) \cosh Ln,$$

トシテ、§ 149 ノ問題 10 デ與ヘラレタ $\cosh Ln$ ノ値ハ有用デアルコトガワカル。

$$\frac{r}{n} = \frac{30028}{\sqrt{q}}(1-i).$$

q	40 哩ニ對スル c_1	60 哩ニ對スル c_1	80 哩ニ對スル c_1
3000	$70.94 \times 10^{-6} \sin(qt - 169^\circ)$	$15.09 \times 10^{-6} \sin(qt - 263^\circ)$	$2.976 \times 10^{-6} \sin(qt - 355^\circ)$
5000	$35.71 \times 10^{-6} \sin(qt - 240^\circ)$	$4.385 \times 10^{-6} \sin(qt - 360^\circ)$	$0.5396 \times 10^{-6} \sin(qt - 480^\circ)$
7000	$17.21 \times 10^{-6} \sin(qt - 300^\circ)$	$1.441 \times 10^{-6} \sin(qt - 443^\circ)$	$0.1202 \times 10^{-6} \sin(qt - 585^\circ)$
10000	$5.893 \times 10^{-6} \sin(qt - 377^\circ)$	$0.3024 \times 10^{-6} \sin(qt - 547^\circ)$	$0.01563 \times 10^{-6} \sin(qt - 717^\circ)$

例 6. 海底電線デ、1 哩ニ就キ $r=3, k=0.373 \times 10^{-6}, l=0, s=0, q=34$ (之ハ 1 分間ニ就キ 95 文字ニ相當スル)、 $v_0=1 \sin qt$ デアルトスル。抵抗ガ 344 デ $L=2500$ 哩離レタ所ニアル受信局ニ於ケル感應係數ハ 10.1 ナル受信機ガアルナラバ、受信機ノ「コイル」ヲ流レル電流 c_1 ハ何程デアルカ。

ココデ、

$$R=344+344i, n=0.006168[45^\circ], \frac{r}{n}=486.3[-45^\circ]=344-344i,$$

$$Ln = 15.42[45^\circ] = 10.90 + 10.90i, \cosh Ln = 27100[624^\circ].$$

故 = $e_1 = 1 \sin qt + 688 \cosh Ln.$

若シ、1 分間ニ就イテノ文字數ガ 168 マデニ増加スレバ、 $q=60$ ヲトルヤウニスル爲メ、受信機ノ「コイル」ヲ流レル電流 e_1 ヲ求メヨ。

文字數	q	e_1
95	34	$5.363 \times 10^{-8} \sin(qt - 624^\circ)$
168	60	$1.732 \times 10^{-9} \sin(qt - 860^\circ)$

實地ノ實驗ニ依ツテ、次ノ事ハ知ラレルデアラウ。 $v_0=30$ ヲ以テ正弦電流ヲ送ル研究デ、到着電流 e_1 ガ 160×10^{-8} デアルト、逆點要素ガ實際ノ言葉ノ信號デ送ラレ、送信電壓ノ極大ガ 30 デアルトキハ受信點ニ於ケル極大電流ハ約 160×10^{-8} 「アムペア」デアル事ガ解ル。

例 7. § 149, 問題 9 ノ「ケーブル」 E ニ於テ、 $r=2.88, l=0, s=0, k=0.4095 \times 10^{-6}, L=2432$ 沱デアルトキ、其ノ端ニ抵抗 263「オーム」、感應係數 4.4「ヘンリー」ナル受信機ガアリ、「ケーブル」ト受信機トノ間ニハ 40×10^{-6} 「フアラッド」ナルヴァーレー蓄電器ガアル。若シ、 $v_0=30$ ナラバ、 $q=60$ 及ビ $q=4$ ナルトキ、(第一)蓄電器ナシニ、(第二)蓄電器ガアツテ、受信機ヲ流レル電流 e_1 ヲ求メヨ。徐々ニ變ズル電流ヲ出來ルダケ少ク受信スルヤウニ希望スル事及ビ之ガヴァーレー蓄電器ヲ使用スル目的デアアル事ヲ注意セヨ。

解. I. (1). $q=60$ ナラバ、蓄電器ガアルトキ、 $n=0.00841[45^\circ]$ デアルカラ、
 $\cosh 2432n = 952820[828^\circ], \frac{r}{n} = 263 - 263i,$

ヴァーレー蓄電器ノ抵抗ハ

$$-\frac{i}{40 \times 10^{-6} q} = -417i, R = 263 + 263i,$$

$$e_1 = 30 \sin qt + (-417i + 263 + 263i + 263 - 263i) \cosh Ln,$$

此ノ分母ハ

$$(526 - 417i) \cosh Ln = 671[-38^\circ] \times 952820[828^\circ] = 6.393 \times 10^8 [790^\circ],$$

故 = $e_1 = 4.692 \times 10^{-8} \sin(qt - 790^\circ).$

(2). 蓄電器ガナイトキ、

$$e_1 = 30 \sin qt + 526 \cosh Ln = 5.985 \times 10^{-8} \sin(qt - 828^\circ).$$

II. (1). $q=4$ ナラバ、蓄電器ガアルトキ、蓄電器ノ抵抗ハ

$$-\frac{i}{4 \times 40 \times 10^{-6}} = -6250i$$

$$n = 0.002172[45^\circ], \cosh Ln = 20.93[214^\circ],$$

$$r/n = 938 - 938i, R = 263 + 18i.$$

此ノ分母ハ $(-6250i + 263 + 18i + 938 - 938i) \cosh Ln,$

$$(1201 - 7170i) \cosh Ln = 1.521 \times 10^5 [133^\circ],$$

故 = $e_1 = 1.972 \times 10^{-4} \sin(qt - 133^\circ).$

(2). $q=4$ デアツテ、蓄電器ガナイトナラバ、分母ハ

$$(263 + 18i + 938 - 938i) \cosh Ln, \text{ 即チ } 31660[176^\circ],$$

故 = $e_1 = 9.475 \times 10^{-4} \sin(qt - 176^\circ).$

カクシテ、ヴァーレーノ蓄電器ハ、徐々ニ變ズル電流ヲ其ノ五分ノ一ニマデ減シ、從ツテソレハ、信號ヲ僅カニ五分ノ一ダケ減ズル。

例 8. 有名ナ海底電信繫電器ニ於テ、抵抗 r ナル受信機ガ非常ニ大ナル感應係數 L ト僅少ナル「オーム」ノ抵抗トデ分岐サレタ。「ケーブル」カラ流レル電流 C ハ、 c ガ其ノ受信機ヲ通り、残りガ其ノ分路ヲ通ルヤウニ自分自身デ分ケル。コノトキ

$$\frac{C}{c} = 1 - \frac{ri}{Lg}$$

デアルコトハ明ラカデアル。私ハ單ニ振幅又ハ實効電流ノミヲトルデアラウ。

カクテ、 $L=6$ 「ヘンリー」、 $r=200$ 「オーム」トセヨ。

$$q=60 \text{ ノトキ, } \frac{c}{C} = 0.7681.$$

$$q=4 \text{ ノトキ, } \frac{c}{C} = 0.07974.$$

即チ、良イ信號電流ニ就イテハ、此ノ機械ハ其ノ 77% ヲ受信シ、之ニ反シテ惡イ徐々ニ變ズル電流ニ就イテハ、僅カニ其ノ 8% ヲ受信スルダケデ、其ノ他ハ分路ヲ通過スル。

§ 158. 受信機ノ捲キ數ヲ求メル問題

相當長イ電線ノ端ニ於ケル受信機ノ最良ノ捲キ數ヲ求メル事. § 157 ノ例 3 ハ受信電流ヲ與ヘル。併シ、總テノ斯様ナ機械ニ於テハ、電流廻轉ガ大キクナルヤウニ望ム。今任意ノ機械ガ大サノ異ナル針金ヲ捲カレ

タトキ、若シ其ノ絶縁ガ銅ト同シ比ヲナスナラバ、

$$\rho = at^2, \quad \lambda = bt^2$$

デアル。但シ ρ ハ「オーム」ノ抵抗、 λ ハ感應係數、 a, b ハ常數、 t ハ捲キノ數デアル。

任意ノ場合ニ於テ、 $\frac{r}{n} = \alpha - \beta i$,

トセヨ。§157ノ R ハ $\rho + \lambda qi$ ヲ意味スル。從ツテ分母ハ

$$(\rho + \lambda qi + \alpha - \beta i) \cosh nL.$$

此ノ部分ニ捲キハ影響スル事ハ出來ナイカラ、 $\cosh nL$ ヲ無視セヨ。電流廻轉ヲ大ナラシメル爲ニ、

$$\{\rho + \alpha + i(\lambda q - \beta)\} + t,$$

ノ振幅ヲ小ニシナケレバナラナイ。即チ

$$at + \frac{\alpha}{t} + i\left(btq - \frac{\beta}{t}\right),$$

ヲ小ニシナケレバナラナイ。此ノ振幅ノ平方ハ、

$$\left(at + \frac{\alpha}{t}\right)^2 + \left(btq - \frac{\beta}{t}\right)^2.$$

之ヲ出來ルダケ小ニスル爲ニハ、

$$btq - \frac{\beta}{t} = 0.$$

即チ $\lambda q = \beta$ トシナケレバナラナイ。 $at + \frac{\alpha}{t}$ ヲ極小ナラシメル爲ニハ、

$a^2 = \alpha$, 即チ $\rho = \alpha$ デアル事が必要デアル。

(1) $r=88, k=0.05 \times 10^{-6}, l=0, s=0, q=5000$ ナル非常ニ長イ標準「ケーブル」ノ端ニ於ケル受信機ニ對シテ、最良ノ ρ 及ビ λ ヲ求メヨ。

$$\text{答 } \frac{r}{n} = \alpha - \beta i = 419.5 - 419.5i.$$

$$\text{故ニ } \rho = 419.5 \text{「オーム」}, \quad \lambda = \frac{419.5}{5000} = 0.084 \text{「ヘンリー」}$$

併シ、次ノ點ハ記憶シテオカネバナラヌ。鐵ノ機械内ノ渦流(ソレハ普通殆ソドウマク分離サレナイ。)ハ、斯様ナ受信機ノ靜的抵抗ヲ 419.5「オーム」ノ代リニ僅カニ 100 乃至 120「オーム」ニ導クモノデアル。

(2) $r=3, k=0.373 \times 10^{-6}, l=0, s=0, q=34$ ナル非常ニ長イ海底線ノ端ニ於ケル受信「コイル」ニ對シテ、最良ノ ρ 及ビ λ ハ如何。

ココニ、

$$n = \sqrt{3 \times 0.373 \times 10^{-6} \times 34i},$$

$$n = 0.006168\sqrt{i} = 0.006168[45^\circ],$$

$$\frac{r}{n} = \frac{3}{0.006168[45^\circ]} = 486.3[-45^\circ] = 344 - 344i.$$

故ニ、受信「コイル」ハ 344「オーム」ノ抵抗及ビ $\frac{344}{34}$, 即チ 10.1「ヘンリー」ノ感應係數ト有シテヲラネバナラヌ。

§159 海底電信繫電機

抵抗 r_2 ナル受信機ガ、抵抗 r_3 ナル受信機ニ並列シテキルナラバ、

$$R = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}, \quad \text{及ビ } c_2 = \frac{v_0}{\left(r_2 + \frac{r}{n} \frac{r_2 + r_3}{r_3}\right) \cosh Ln}$$

ブラウン氏海底電信繫電機ノ最モ重要ナ部分ハ、大ナル感應係數 r_3 デアツテ、之ガ其ノ受信機 r_2 ヲ分路スル。

r_2 ノ部分ニ蓄電器ガアル所ノ c_2 ヲ叙述スル事ハ容易デアル。又此ノ代リニ、其ノ分路ニ到ル前ニ c_1 ガ通過スル蓄電器ヲ想像スル事ハ出來ル。[之ガ有名ナ「ヴァーレー」ノ蓄電器デアル] 而シテカヤウナ解法ヲ比較スル事モ出來ル。

§160. 電流ト抵抗

電線ノ發信端ニ於テ v_0 ハ與ヘテナイカモ知レナイ。今、其ノ端ニ交流ノ源ガアルトシテ、ソノ電動力ヲ E , 抵抗ヲ R_0 トスレバ、

$$v_0 = E - R_0 c_0, \quad \text{即チ } v_0 = \frac{E}{1 + \frac{R_0}{r_0}}$$

故ニ §157ノ例3ノ(2)ニ於ケル v_0 ニ、此ノ式ヲ代入スル。長イ線ニ於テハ、 r_0 ハ $\frac{r}{n}$ 即チ r_0 デアルト考ヘラレル。カクテ、 L 哩ヲ距テタ地點ニ於テ、抵抗 R ナル機械ニ依ル受信ノ電流 c_1 ハ

$$c_1 = \frac{E}{\left(1 + R_0 \frac{r}{n}\right) \left(R + \frac{r}{n}\right) \cosh nL}$$

デアルデアラウ。

電線ノ發信端ニ於ケル仕組ガ如何デアラウトモ、ソコニハ交流電動力 E ガアル。ソシテ其ノ抵抗サヘ知ラレルト、 E ト r_0 ノ項デ v_0 ヲ容易ニ表ハス事ハ出來ル。故ニ、 E ヲ用ヒテ受信電流ヲ表ハス事モ容易デア

ル。

上ノ公式ハ直チニ海底線ニ適用スル。何トナレバ、歸リノ導體、即チ海
ハ抵抗ガナイト考ヘラレルカラデアアル。併シ、電話術ニ於テハ、歸リノ導
體ハ約1呎離レタ針金デアツテ往キノ導體ト同シ抵抗デアアル。此ノ場
合ニハ、上ノ公式ハ、

$$\begin{aligned} r &= 1 \text{「ループ」哩ニ就イテノ抵抗。} \\ l &= 1 \text{「ループ」哩ニ就イテノ感應係數。} \\ s &= 1 \text{「ループ」哩ニ就イテノ「リーカンス」} \\ k &= 1 \text{「ループ」哩ニ就イテノ容量。} \end{aligned}$$

トスルナラバ、正シイノデアアル。

之ヲ換言スレバ、次ノ通りデアアル。今ココニ、二本ノ導體 AB, CD ガア
ツテ、之ヲ實際ノ往ト復トノヤウニ同シ距離ヲ隔テテ相並ベテ置イテア
ルモノト想像セヨ。且ツ其ノ長サハ各々1哩アルモノトスル。サウス
レバ、 r ハ直列ニアル AB ト CD トノ抵抗デアアル。即チ2哩ノ導體ノ抵
抗デアアル。今ソノ兩端ガ連結サレタモノトスレバ、電路 $ABDC$ ノ自己感
應係數ハ l デアル。即チ l ハ AB ト CD トノ間ノ相互感應係數デアアル。
 s ハ AB ト CD トノ間ノ「リーカンス」デアリ、 k ハ蓄電器ノニツノ層ト考
ヘタ AB ト CD トノ間ノ容量デアアル。

發信機カラ受信機マデノ距離ハ L デアツテ、導體ノ長サハ勿論 $2L$ デ
アル。

私ハ本章ヲ“電話ノ問題”ト名ヅケテキルガ、上ノ公式ハ、交流ノ電流ニ
依ル力ノ傳送ニ關スル問題ニモ直チニ適用サレル事ハ昔ヲ俟タヌ所デ
アル。併シ、横ガツタ容量ノ影響が大キイノハ、長イ線ニ於テダケデアアル。

§ 161. ケンネリ教授ノ説

私ハ電氣ヲ研究スル學生ニハ、ハーヴァード大學ノケンネリ教授ノ著
書ヲ讀ムヤウニ勸メル。同教授ハ計算ヲナス此ノ方法ヲ非常ニ進歩啓
發サセタ。特ニ1904年ニ電氣技術者ニ就イテノ米國ノ制度ノ決議録ニ
於テ公表シタ同教授ノ論文ハ、或ル興味アル實際問題ヲ含ンデキル。併
シ彼ハ、學生ガ理解ニ苦シムヤウナ言葉ヲ用ヒタ。私ハ實際彼ガ何故斯
様ナ言葉ヲ用ヒタノカ理解ニ苦シム。

私ノ所謂 R ヲ同教授ハ“受信機ノ「インピーダンス」”ト名ヅケタ。

§ 157 ノ例 3 ノ方程式(1)ノ分母、即チ

$$R \cosh Ln + \frac{r}{n} \sinh Ln$$

ヲ彼ハ“受信端ノ「インピーダンス」” z_1 ト呼ンダ。

又私ノ $\frac{r}{n}$ 、又ハ寧ロ $\frac{r+Lq^i}{n}$ ヲ彼ハ z_0 トオキ、之ヲ“發信端ノ「インピーダ
ンス」”ト言フ。

又 r_0 、即チ $\frac{r_0}{c_0}$ ヲ彼ハ z_0 トオキ、之ヲ“發信端ニ於ケル電路ノ「インピー
ダンス」”ト言フ。

私ノ言フ r_0 ノ振幅ヲ彼ハ“發信裝置ノ極大循環電動力”ト名ヅケ、即チ
發信機ハ何等ノ抵抗即チ「インピーダンス」ヲ有シナイモノト假定シタ。
通常ノ電池系統ノ傳導裝置デ、普通ノ排列ニ於テハ、此ノ誤ツタ假定ニ基
ク誤差ハ驚クベキモノデアアル事ヲ私ハ發見シタ。§ 151 ヲ参照セヨ。

〔注意〕 本章ニ於テ、ケンネリ教授ノ如ク、私ハ電話ノ問題ヲ解クベキ
ヘヴィサイドノ一方法ニ就イテ二三ノ例題ヲ述ベタ。到ル所ヘヴィサイ
ドノ有力ナ方法ニ注意ヲ拂フヤウニ試ミタ。此ノ方法ハ、所謂正統ナ數
學的方法ニ依ツテハ解ク事が出来ナイト思ハレル物理學ノ問題ニ對シ
テ應用數學ノ偉大ナル方法デアアル。⁽¹⁾

(1) 338 頁ヲ参照セヨ。

第三十六章 熱ノ問題

§ 162. 熱ノ問題

次ニ述ベル熱ノ問題ハ、§ 146 ノ電氣ノ問題ト類似シテキル。金屬製ノ蒸汽機關ノ圓筒ノ熱イ表面ニ於ケル温度 v ハ、

$$v_0 \sin qt, \dots\dots\dots(1)$$

ナル法則ニ從フ。

今、週轉ノ週期ヲ $\frac{1}{2}$ 秒トスル。(即チ機械ガ 1 秒間ニ 2 週轉スルヤウニ作ラレタモノトスル。) 從ツテ $q=2\pi \times 2=6.2832$ 。今 $C. G. S.$ 單位ヲ採用スル事ニスル。鐵ノ傳導率ハ $k=0.20$ 、鐵 1 立方糎ノ熱容量ハ $us=0.37$ デアル。任意ノ深サ x ト、任意ノ時間 t トニ於ケル v ヲ求メヨ。今金屬ノ表面ハ圓筒形デハナクシテ、全クノ平面デアルト假定シ、且ツロノ金屬ハ無限ニ厚イモノトセヨ。此處ニ

$$n = \sqrt{\frac{us}{k}} qi = 3.7 + 3.7i, \text{ 且ツ } v = e^{-nx} v_0 \sin qt.$$

又ハ $\sin qt$ ハ常ニ既知デアルカラ、コレヲ省ケバ、

$$v = e^{-nx} v_0, \\ c = -k \frac{dv}{dx} = x k e^{-nx} v_0, \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{今 } e^{-nx} = e^{-3.7x - 3.7xi} = e^{-3.7x} [-3.7xi].$$

$$\text{故ニ } v = v_0 e^{-3.7x} \sin(qt - 3.7x), \dots\dots\dots(3)$$

及ビ

$$c = nk v.$$

若シ希望ナラバ、他ノ項ヲ導キ出シテ、(3)ノ代リニ

$$v = v_0 e^{-3.7x} \sin(qt - 3.7x) + ax,$$

ヲ使用シテモヨイ。何トナレバ、 $v=ax$ モ亦原方程式ノ一ツノ解デアルカラデアアル。

此ノ式ガ汽套カラ内側ヘノ熱ノ常流ノ場合ヲ如何ニ満足スルカラ見ルコトハ、容易デアアル。此ノ問題ノ残りノ部分ニ對シテハ、 $a=0$ ト假定シヨウ。

若シ熱ガ温度 V ナル大氣カラ此ノ表面ニ入ルナラバ、兩者ノ温度差 $V-v_0$ ノ影響ノ下ニ入ツテ來ル熱ノ流レニ關スル或ル假定ヲ作レ。若

シ、 e ガ此ノ表面ノ放射率デアラナラバ、取ルベキ最モ簡單ナ假定ハ $e(V-v_0)=c_0$ デアル。汽套ノ項ヲ省略スレバ、即チ $a=0$ 、 $c_0=nk v_0$ トスレバ從ツテ、 $e(V-v_0)=nk v_0$ 、即チ $V=v_0 \frac{nk+e}{e}$ 。

$$\text{即チ } V = \left(1 + \frac{nk}{e}\right) v_0.$$

若シ汽筒ニ於ケル金屬ノ上ニ濕ツタ層ガアルナラバ、 e ハ金屬表面ガ乾イテキルトキヨリモ非常ニ大デアアル。之ハ過熱蒸氣ヲ使用スルトキデアアルカラデアアル。次ノ二ツノ場合ヲ考ヘル。(第一) $\frac{k}{e}=6$ 、乾イタ表面；(第二) $\frac{k}{e}=0.1$ 、濕ツタ表面。

$$\text{第一ノ場合。 } V = (1+6n)v_0 = (23.2+22.2i)v_0 = 32.11[43.74^\circ]v_0.$$

$$\text{又ハ } V = 32.11v_0 \sin(qt + 43.74^\circ).$$

即チ、蒸氣ニ於ケル温度ノ範圍ハ、金屬面ニ於ケル温度ノ範圍ノ 32.11 倍デアアル。

$$\text{第二ノ場合。 } V = (1.37+0.37i)v_0 = 1.421[15.1^\circ]v_0.$$

$$\text{又ハ } V = 1.421v_0 \sin(qt + 15.1^\circ).$$

即チ、蒸氣ニ於ケル温度ノ範圍ハ、金屬面ニ於ケル温度ノ範圍ノ僅カニ 1.421 倍ニ過ギナイ。

吾々ハ或ハ一循環ノ間ニ金屬ニ入ル所ノ熱ノ量ヲ知リタイト思フカモシレナイ。若シ、金屬面ニ於テ、 $c=c_0 \sin qt - b$ デアルナラバ、負ノ流レ b ハ汽套ニ基クモノデアアルカラ、一循環ノ正ナル部分ニ於テ入ツタ熱ノ量ハ $\frac{c_0}{2q} - \frac{1}{2} b T$ デアル。但シ、 T ハ週期デアツテ、此ノ場合ニハ 0.5 秒デアアル。

此ノ結果ニ依ツテ、指示サレタ水カラ凝結ニヨツテ失ハレタ水ノ量ヲ近似値ヲ以テ云ヒ表ハス事ガ出來ル。〔蒸氣ニ關スル拙著、381-389 頁參照〕。

§ 163. ケルヴィントフォーストノ實驗

次ノ熱ノ例題ハ前節ノ例題ト數學的ニ同一デアアル。尙又 § 154-156 ニ於ケル電信電話線ノ例題トモ同一デアアル。

ケルヴィン卿及ビフォース校長ハエザンバラノクレグレース・クオリニアル岩石中ニ寒暖計ヲ種々深サニ埋メタ。温度ノ變化ハ(第一)

24時間ヲ週期トシテキル、(第二)一年ヲ週期トシテキル。ソコデ上ノヤウナ問題ニ於テハ、 q ノ二ツノ値ヲ有スル二ツノ項ヲ研究シナケレバナラナイ。而シテ任意ノ深サニ於ケル温度 v ハ、各々ノ項ガ出スモノノ和デアル。併シ、此ノ場合ニ於テハ、唯観測ニ依ツテ、年週期ニ對シテノミ結果ヲ得ル事ガ出来タ。而シテ其等ノ結果ハ次ノ通りデアッタ。

地表面カラノ深サ(呎)	1年間ノ温度ノ範圍(華氏)	最高温度ノ時間
3 呎	16.138	8 月 14 日
6 呎	12.296	8 月 26 日
12 呎	8.432	9 月 17 日
24 呎	3.672	11 月 7 日

[エザンバラノカルトン丘ニ於ケル地下 24 呎ニ於ケル観測ハ、1 月 6 日ニ最高温度ヲ示シタ。併シ、私ハ今カルトン丘ノ観測ヲ研究シテキルノデハナイ。]

私ガ著述スルトキニ、ケルヴィンヤフォースノ作ツタ原論文ヲ参照スル事ノ出来ナカツタノハ残念デアル。又彼等ガドウシテソノ観測値ヲ求メタカラ覺エテキナイ事モ遺憾ニ思フ。ソレヲ知ツテキタナラバ、次ニ示ス方法ヨリモモツト骨ノ折レル、モツト正確ナ方法ヲ採用シ得タ事デアラウ。

第一ニ、一年間ノ範圍ニ 5 ヲ乗ジ、コレヲ 18 デ割レバ、攝氏寒暖計ニ於ケル振幅ヲ得ル。呎ヲ糎ニ換算セヨ。又遅レヲ日ニテ表ハセ。先ヅ深サ z 呎ニ於ケル遅レヲ m 日ト假定セヨ。吾々ノ定理ヲ正シイトスレバ、

$$v = v_0 e^{-ax} \sin(qt - ax).$$

z 呎	z 糎	$y = v_0 e^{-ax}$ 攝氏	日數ニ依ル 遅レ, d .	ラディアン ニ換算シタ遅 レ, ax .	定理ガ正シイ モノトシテ計 算シタ d .
0	0	v_0	0	0	0
3	91.44	4.483	m	0.207	12+0
6	182.88	3.4156	$m+12$	0.414	12+12
12	365.76	2.3422	$m+34$	0.828	12+36
24	731.52	1.020	$m+85$	1.656	12+84

$\log_{10} y$ ト x (呎) トヲ坐標トシテ方眼紙上ニ點ヲ打テバ、其等ノ點ハ立派ニ一直線上ニ並ブ事ヲ知ル。[此ノ事ハ吾々ノ定理ノ一部分ヲ證明スルモノデアル] 又私ハ

$$\log_{10} y = 0.72 + 0.03x, \text{ 即チ } y = 5.25e^{-0.002x}$$

ヲ取ル。但シ、ココニ x ハ呎デアル。カクスレバ、 $\alpha = 0.069$ ヲ得ル。故ニ、[ラディアン]ヲ單位トスル遅レハ、上ノ表ニ計算シタヤウナ値ヲトラネバナラナイ。若シ日數デ與ヘラレタ遅レガ正シイナラバ、

$$\frac{d}{365.25} = \frac{\text{「ラディアン」ヲ單位トスル遅レ}}{2\pi}$$

デアツテ、從ツテ吾々ノ定理ガ正シイナラバ、 d ノ取ルベキ値ヲ計算スル事ガ出来ル。私ハ上ニ與ヘタヤウナ答ヲ發見スル。其等ノ計算ニヨル數値ハ、観測ニヨル數値ト殆ンド一致スル事ヲ知ル。極大ノ温度ハ 12 呎ノ深サデ 9 月 17 日デハナク、9 月 19 日デアル事ガ發見セラレネバナラナイ。又 11 月 7 日ハ 11 月 6 日デナケレバナラナイ。此等ハ大キイ相違デハナイ。

x ヲ糎トスレバ、 $x = 91.44$ ナルトキ、 $\alpha x = 0.207$ デアリ、從ツテ適當ナ單位(即チ C.G.S.)ニヨル α ハ 0.002264 デアル。サテ次ニ、

$$\alpha = \sqrt{\frac{wsq}{2k}} = 2.264 \times 10^{-3}$$

デアル事ヲ知ツテキル。週期ハ 1 年、即チ $T = 31.56 \times 10^6$ 秒デアリ、 q ハ $2\pi/T$ 、即チ $q = 1.991 \times 10^{-7}$ デアル。又 ws ハ 1 立方糎ニ就イテ其ノ岩石ノ熱容量デアツテ、0.5 デアルト考ヘラレル。ソコデ、

$$2.264^2 \times 10^{-6} \times 2k = 0.5 \times 1.991 \times 10^{-7}$$

トナル。之ニ依リ、 $k = 0.00951$ 。之レ即チ、クライグレース・クォアリーニ於ケル岩石ノ確カラシイ傳導率デアル。

ケルヴィントフォーストニ依ツテ發表サレタ結果ハ 0.01063 デアルコトハ解ツテキル。彼等ハ、上ニ用ヒタ ws トハ異ナツタ値ノ ws ヲ用ヒタカモ知レナイシ、又上ノ問題ヲヤツタヨリモヨリ以上ニ注意深ク計算シタカモ知レナイ。

電線ノ研究學生ハ、好ンデ波長ヲ論ズル。此處ニ熱ノ波長ハ $2\pi/\alpha$ 、即チ $6.2832/0.069$ 即チ 91 呎デアル。即チ 91 呎ノ深サデハ、遅レハ丁度 1 年デアル。從ツテ斯様ナ方面ノ學生ハ、熱ノ岩石中ヲ廻ルニハ 1 年ニ 91 呎

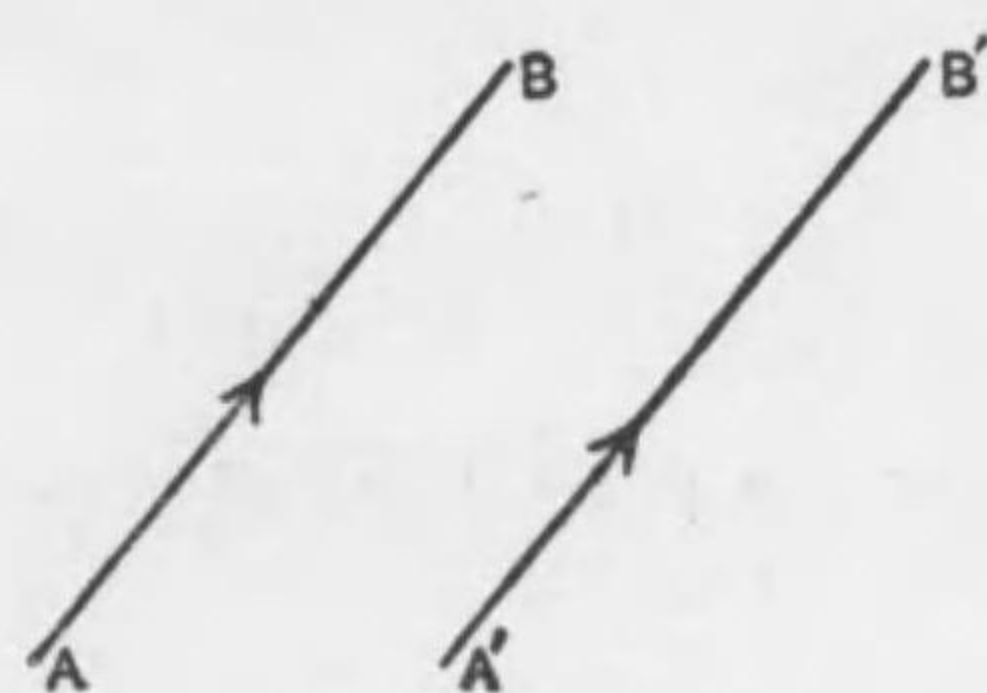
ノ速度ヲ以テスル事ガ知レルトイフデアラウカ。之ハ寧ロ不合理ノヤウニ見エル。而モ之ハ學生ガ電線ニ於ケル電氣ノ速度ニ就イテ言フノ事デアル。

有限ナ長サノ電線ノ問題ト類推シテ熱ノ問題ヲ考ヘルコトハ全ク容易デアル。

第三十七章 ベクトル

§ 164. 「ベクトル」ノ意義

著者ハ是迄單ナル數ノヤウニ取扱ハレル所謂「スケーラー」量⁽¹⁾ヲ考ヘタダケデアル。之ニ反シ、「ベクトル」量例ヘバ變位、速度、運動量、加速度、力、力積、歪、歪力、流體ノ流動、電流ノ流動、磁力、磁氣感應等ノ



第 50 圖

量ハ方向ト大サトヲ有スル。

「ベクトル」ハ一直線ヲ表ハス事ガ出來ル。其ノ大サハ或ル尺度ニ依ル直線ノ長サヲ表ハサレ、其ノ方向ハ直線ノ方向ヲ表ハサレ、其ノ向キハ矢印ヲツケテ示サレル。例ヘバ直線 AB (第 50 圖) ノ

長サハ、或ル尺度ニ依ル測度ニ對スル「ベクトル」ヲ表ハシ、其ノ向キハ矢印ヲ示シテアル。

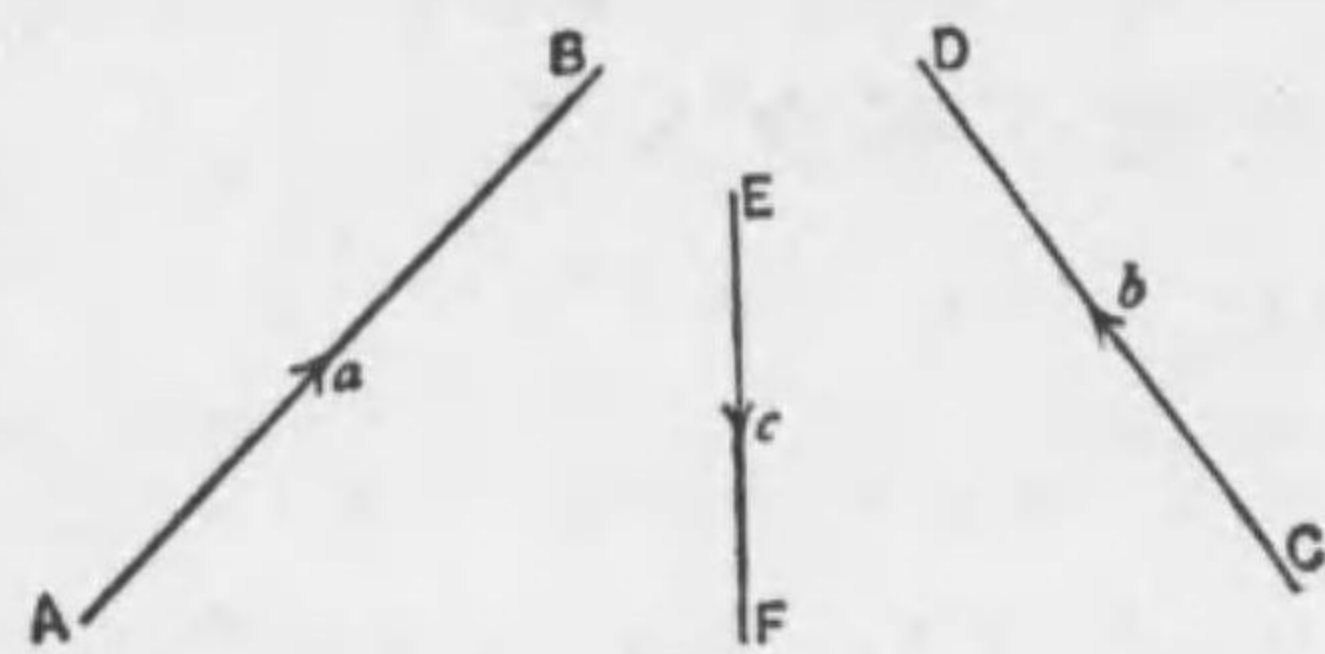
若シ、 $A'B'$ ガ AB ニ平行デアツテ、且ツ等シイ長サト同ジ向キトヲ有スルヤウニ引イテアルナラバ、 $A'B'$ ハ AB ト同一ノ「ベクトル」ヲ表ハス。

§ 165. 「ベクトル」ノ和

a, b, c (第 51 圖) ガ三ツノ「ベクトル」ヲ表ハストキ、其等ヲ加ヘル事⁽²⁾。此等ノ直線ヲ邊ニ用ヒテ、多角形ヲ作レ。(第 52 圖)。其ノ矢印ノ方向ガ輪ノ方向ニ進ンデキル事ニ注意セヨ。〔隣ノ「ベクトル」ニ

(1) 大サノミヲ有スル量ヲ「スケーラー」量トイフ。質量、溫度等ハ其ノ例デアル。

(2) 同一方向(向キハ異ナルモノヲ含ム)ノ「ベクトル」ヲ加ヘルノハ全ク其ノ代數和ヲ求メル事ニ歸スル。



第 51 圖

續イテキル。

斯様ニスレバ, AB ハ a , CD ハ b , EF ハ c ト同ジデアアル。

然ルトキハ,此ノ多角形ノ輪ノ方向ト反對ノ方向ノ矢印ノ最後ノ邊ハ其等ノ「ベクトル」ノ和ヲ表ハス。即チ之ヲ式ニ示セバ

$$AB + CD + EF = AF,$$

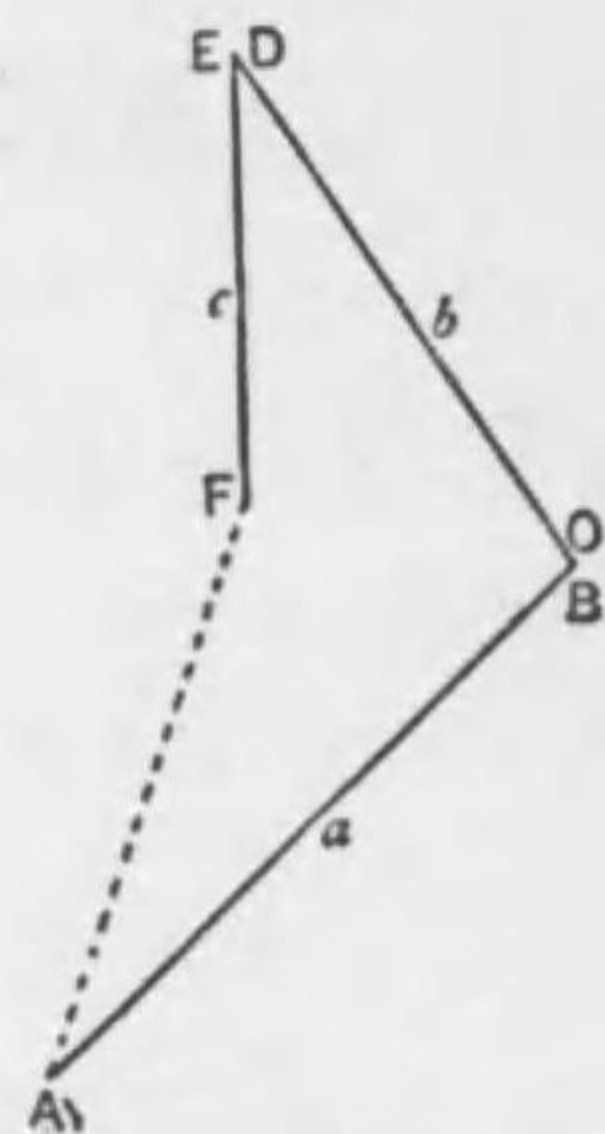
又ハ $a + b + c = AF$(1)

學生ハ三個又ハ四個ノ「ベクトル」ヲトツテ,上ノ法則ニ從ヒ,之ヲ加ヘテ見ナケレバナラナイ。又多角形ノ邊トシテ,全ク異ナル順序デ其等ヲトツテモ見ネバナラナイ。各場合ニ於テ,同一ノ結果ヲ得ラレル。實際 $a + b = b + a$ デアル。吾々ハ此處ニ,代數學ニ用ヒテキルノト同ジ記號ヲ適用スル。即チ「スケーラ」量ニ關スルモノデ,(1)ハ次式ト同一デアアルトイフヤウナ類デアアル。

$$a + b + c - AF = 0, \dots\dots\dots(2)$$

又ハ $a + b = AF - c$(3)

文字ガ「ベクトル」ヲ表ハストキハ,太文字ヲ使用スル事ニスルカラ注意セヨ。又此等ノ「ベクトル」ハ必ズシモ同一平面上ニハナイトイフ點ニモ注意セヨ。即チ,其等ガ總テノ種類ノ方向ヲ有

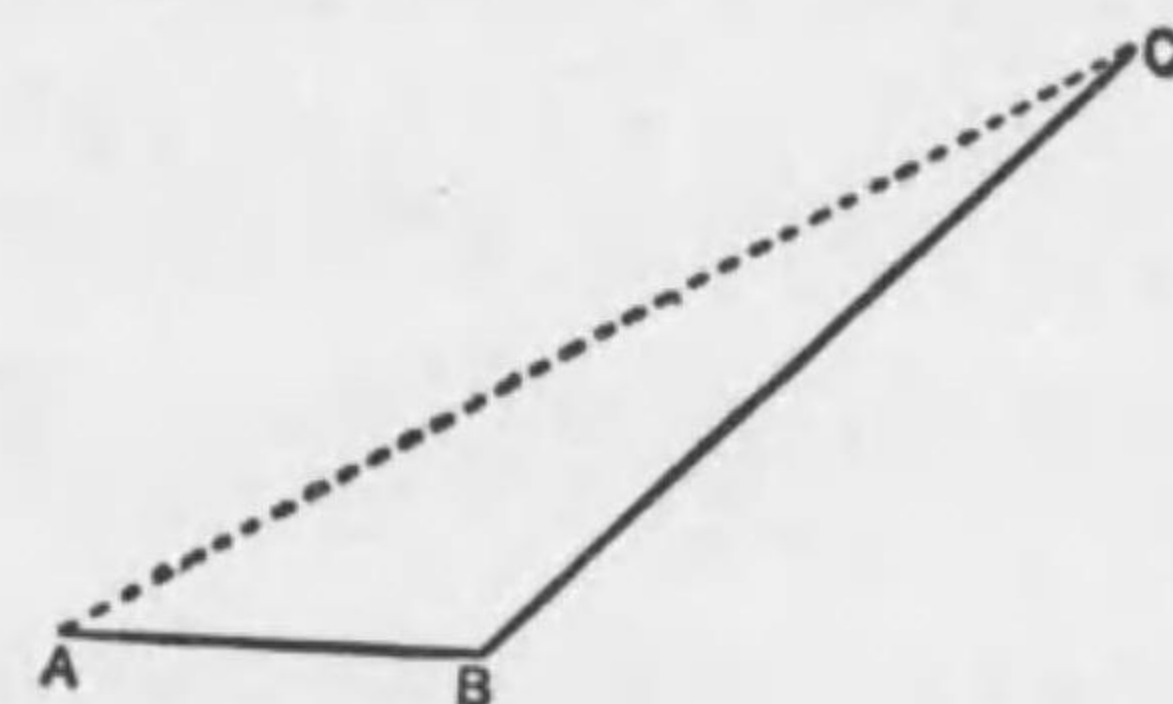


第 52 圖

スルトキニハ,其ノ多角形ハ歪多角形デアツテ,數本ノ針金デ説明ガツク場合トナル,

上述ノ總テノ叙述ハ,「ベクトル」ノ定義ヲ構成スルモノデアアルト言ヒ得ル。

「ベクトル」量ハ上ノ法則ニ依ツテ加減シ得ルヤウナ量デアアル。



第 53 圖

變位ガ「ベクトル」デアアル事ハ自明ノ眞理デアアル。若シ,一點ガ東ヘ1呎動キ,更ニ北東ヘ2呎動クトイフナラバ,此等二ツノ變位ヲ表ハスタメニ AB ト BC トヲ描ク。カクテ二ツノ「ベクトル」ノ

和, AC ハ二ツノ變位ノ實際ノ和ヲ與ヘル。

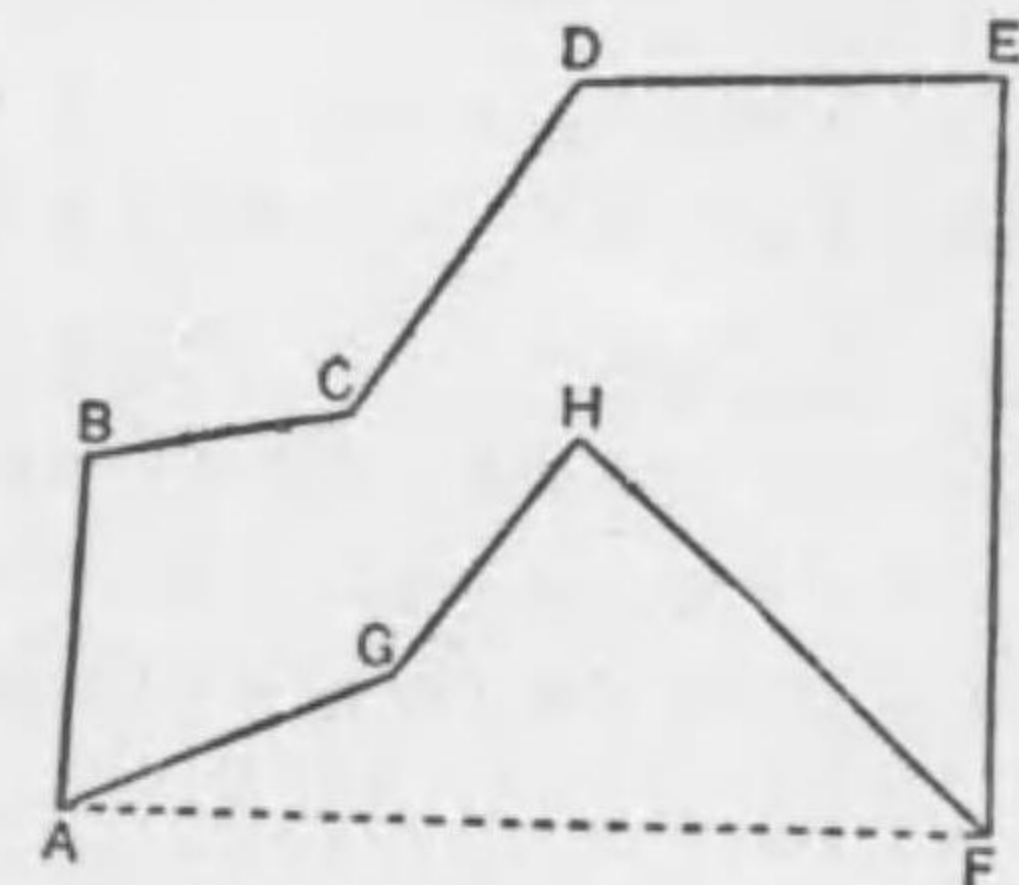
此處ニ $AB + BC = AC$,

又ハ $AB = AC - BC$,

又ハ $BC = AC - AB$ 。

從ツテ,「ベクトル」ノ差ハ其ノ和ト同様ニ容易ニ諒解サレル。

變位 AB, BC, CD, DE 及ビ EF (第54圖)ノ和ハ確カニ AG, GH 及ビ HF ノ和ト同ジデアツテ, AF ハソレヲ表ハス事ハ明ラデアアル。



第 54 圖

同様ニシテ,速度ハ,單位時間ニ

(1) 邊ガ同一平面上ニナイ多角形ヲ歪多角形トイヒ,或ハ原語ノママ之ヲ「ゴニシュ」多角形トモイフ。歪四邊形ナラバ邊ハ二平面上ニアル。

於ケル變位デアアルカラ、「ベクトル」デアアル。總テ上述ノ量ハ自明ノ眞理トシテ「ベクトル」デアアルト云フ叙述ヲ考ヘテ見ル。其處ニハナサウニモ、他ニ何物モナイ。吾々自身ノ存在ノ眞ナル事ヲ證明スル事ガ出来ナイト同様ニ、此ノヤウナ陳述ノ眞ナル事ヲ證明スル事ハ出来ナイ。此ノ叙述ヲ諒解スルヤ否ヤ、如何ナル證明ヲモ要シナイ事ヲ知ル。同様ニシテ、加速度ハ1秒毎ニ増加スル速度デアアルカラ、又「ベクトル」デアアル。力ハ質量ニ加速度ヲ乗ジタ積デアアルカラ、之レ又「ベクトル」デアツテ、力ハ單ナル方向ノミナラズ、更ニ實際ノ位置ヲ有スル限り、之ハ單ナル「ベクトル」ノ性質ニ更ニ一ツノ性質ヲ附加シタモノデアアル。

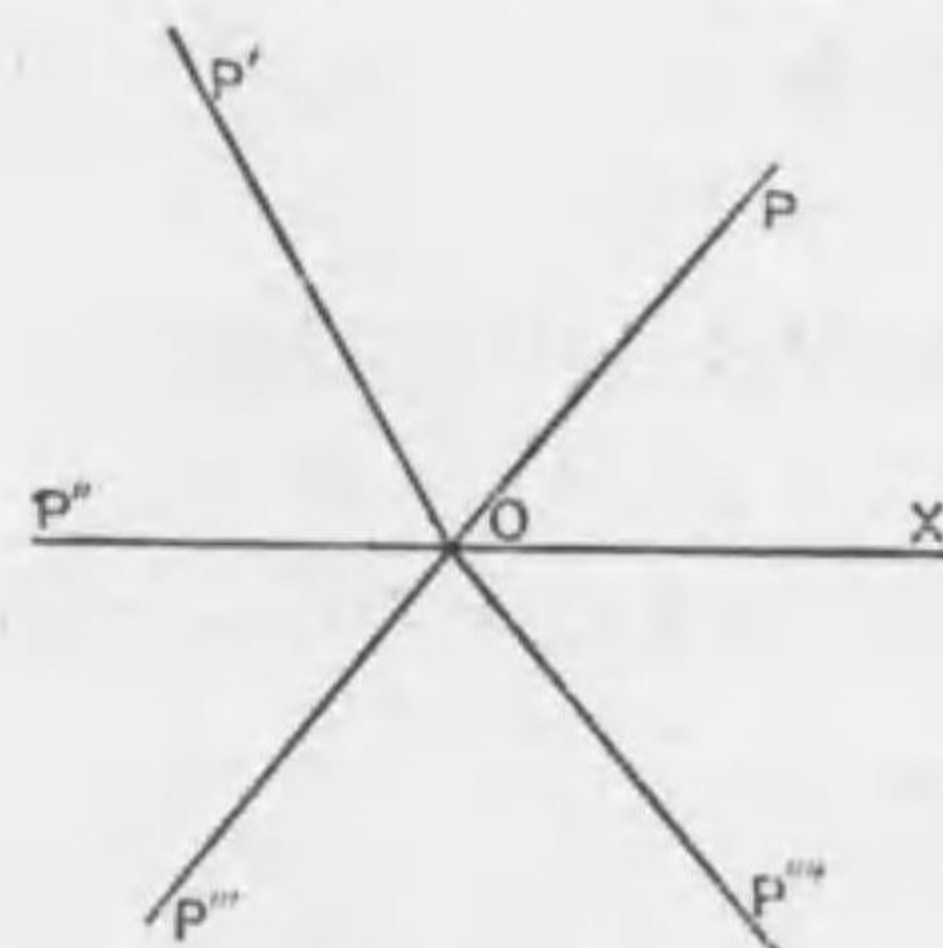
次ノ點ニ注意セヨ。吾々が「ベクトル」ヲ表ハスニ文字 a ヲ用ヒルトキハ、太文字ヲ以テスル。從ツテ方程式ノ中ニ太文字ガアルノヲ見タナラバ、特別ノ斷リハナクトモ、「ベクトル」方程式デアアル事ヲ知ル。尙又 $-a$ ハ「ベクトル」ノ向キ、即チ矢印ガ逆ニナツテキルコトヲ省イテハ a ト丁度同ジデアアル。

私ハ若イ時、カト言フモノハ上ノ方法ヲ加ヘラレルモノデアアルト言フドゥシーラーノ證明ニ多大ノ時間ヲ費シタ。幸ニシテ、其ノ昔吾々青年ヲ苦シメタ其ノ古イ15頁ハ、今ヤ其ノ本カラ省カレテキル。之ハ單ニ非論理的デアツタノミナラズ、又ツマラヌモノデアツテ、今日デハ總テノ人が此ノ事實ヲ認メテキル。教科書ノ中ノ所謂「抽象的推理ニヨル證明」ト呼バレテキルモノノ名殘リハ何時無クナル事デアラウカ。不幸ニシテ、其等ノ證明ハ精神陶冶ニ於テハ特ニ必要ナ様子ヲシテキル。又愚鈍ナ教師等ハ其ノ他ノ何物ヲモ教ヘ得ナイ。從ツテニュークリッド及ビ其ノ後ニ曳カレテキル幾多ノ不幸ナ雲ハ、餘々ニ省カレルヨリ外ニ致シ方カナ

* 此ノ叙述ハ餘リニ急過シテキル。進ンダ學生ハ「ベクトル」デナイモノガ「ベクトル」ト間違ヘラレル事ヲ發見スルデアラウ。例ヘバ有限ノ廻轉ハ「ベクトル」デハナイ。

§ 166. 「ベクトル」ノ向キ

此ノ材料ニ關スル問題ヲ作ル事ハ非常ニ困難デアアル。何トナレバ方向ヲ述ベル事ガ非常ニ困難デアアルカラデアアル。若シ、私ガ兩脚器ノ諸點ヲ用ヒルナラバ、僅カニ數名ノ學生ガ諒解スルダケデアラウ。私ガ、學生ニ次ノ方法ヲ記憶スルヤウニ言ハネバナラナイ事ヲ恐レル。OX (第55圖) ヲ與ヘラレタ標準ノ方向トセヨ。例ヘバ、Oカラ東ヲ向イテキルモノトスル。今若シ「ベクトル」OPノ向キヲ常ニOカラ外ニ向フモノデアアルト假定シ、又角XOPヲ時計ノ針ノ方向ト反對ニ廻ツタモノトスルナラバ、學生ハ諒解スル事ガ出来ルデアラウカ。



第 55 圖

斯クシテ、第55圖ニ描カレタヤウニ、XOPヲ 50° 、XOP'ヲ 120° 、XOP''ヲ 180° 、XOP'''ヲ 230° 、XOP''''ヲ 320° トスル。即チ、私ハ決シテ時計ノ廻ル方向ニ角ヲ測ラナイ。

* 私ハニュークリッドノ研究ヲ以テ、研究科ノ研究ノ最も價値アルモノノ一ツト考ヘル。私ガ非難スル所ハ英國ノ總テノ子供ガ各々ニュークリッドノ推理ヲ理解シ得ルヤウニ見セビラカス事ヲ強制サレネバナラナイ點デアアル。

** 序ニ、私ハ一點ヲ通ラナイカノ一群ヲ明記スルノニ、次ノ方法ヲ用ヒル事モ述ベタイ。Oヲ既知ノ點トシ、OXヲ標準ノ方向トセヨ。ABナルカノ方向ハ點AニテOXヲ切り、又ABヲ其ノ向キ、即チ矢ノ方向トセヨ。角BAXヲ θ トシ、距離OAヲ a トセヨ。若シ、Pガ其ノカノ大サデアアルナラバ、其ノカハ aP_θ デ表ハサレル。例ヘバ、角 $\theta=125^\circ$ 、 $OA=2$ ニシテ50封度ナルカニ對シテハ、記號 $2:50:125^\circ$ ヲ用ヒル。

コレマデ問題ヲ作ルニ當ツテ、カヲ明記スルタメニ、試験官ハ正方形ヤ三角形ヲ描ク事ヲ望ム。ソシテ此等ノカヲ此ノヤウナ圖形ヲ用ヒテ(以下次頁ニ續ク。)

今や問題ヲ作ル事ハ容易デアル。私ハ各「ベクトル」ノ大サヲ述ベルデアラウ。其ノ向キハOカラ外ニ向フモノデアルト假定スル。ソシテソレガOXトナス角ヲ述ベヨウト思フ。

若シ $A=20_{140^\circ}$, $B=15_{30^\circ}$, $C=30_{230^\circ}$, $D=12_{330^\circ}$, $E=25_{17^\circ}$ ナラバ如何。

此ノ答ハ同ジ方法ヲ述ベナケレバナラナイ。作圖ニヨツテ求メヨ。

- | | | | |
|-----|---------------|---|-----------------------|
| (1) | $A+B+C+D+E.$ | 答 | $30.5_{10^\circ.5}.$ |
| (2) | $A+B+C-D-E.$ | 答 | $32.6_{220^\circ.8}.$ |
| (3) | $-A-B-C+D+E.$ | 答 | $32.6_{40^\circ.8}.$ |
| (4) | $-A-B-C-D-E.$ | 答 | $30.5_{185^\circ.5}.$ |

文字 A ガ「ベクトル」ヲ表ハストキニハ、一ツノ文字ニハ澤山ノ意味ガ含マレテキル。即チ方向、向キ及ビ「スケラー」ノ部分ナドガ含マレテキテ、單ナル大サノミデハナイ。若シ、 $Q=1\frac{1}{2}P$ トスルナラバ、ソレハ Q ト P トガ同方向 (又ハ或ル人々ガ云フヤウニ「オート」ト同ジ向キトヲ有スル場合ニノミ真デアリ得ル。

「ベクトル」 P ヲ P_0p ト書ク事ハ、大變ニ價值ノアル事デアル。此處ニ P_0 ハ「スケラー」ノ大サ、即チ所謂「テンサー」デアリ、又 p ハ單位「ベクトル」ト言ハレル。

§ 167. 「ベクトル」ノ運動

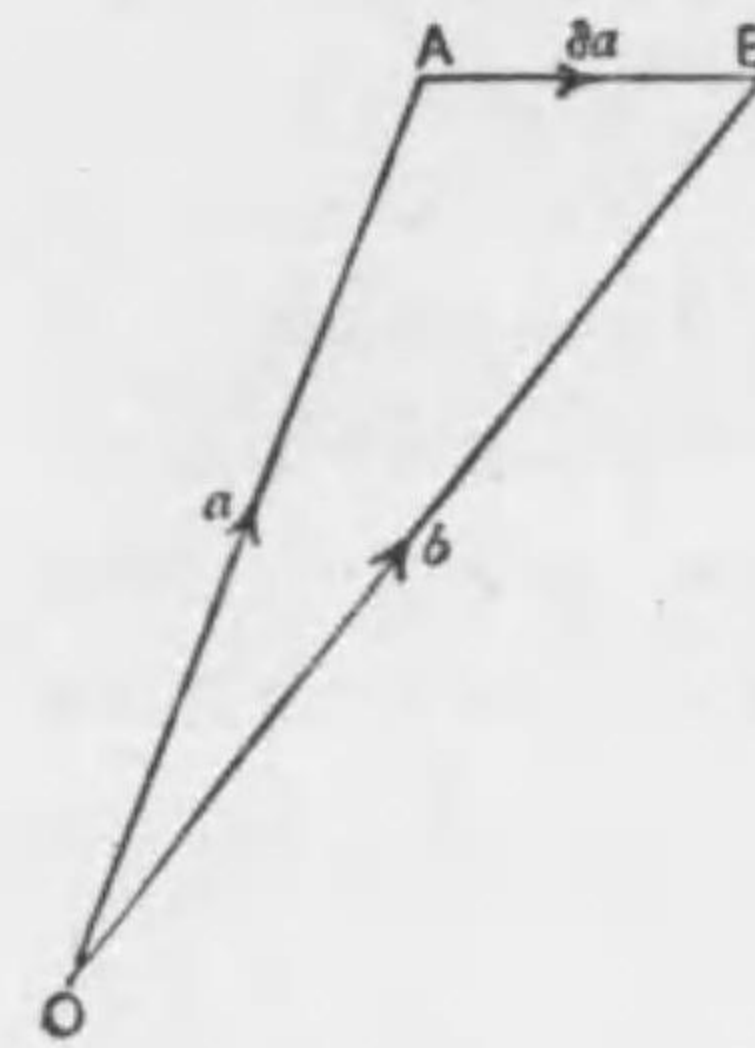
若シ、「ベクトル」 a ガ時間 δt ノ間ニ b ニ變ルナラバ、「ベクトル」 AB (第56圖) ハ、此ノ時間内ニ附加サレタモノデアル。從ツテ此ノ時間内ニハ、1秒ニ就イテ平均 $AB/\delta t$ ノ割合ノ増加ガアルト言ヘル。

此處デ $a+AB=b,$

又ハ $a+\delta a=b.$

トシ、又 $\frac{\delta a}{\delta t}$ ハ増加ノ平均ノ割合デアルト云フ。

明記シタ。其ノ結果學生ハ靜力學ニ於ケル問題ハ正確ナ幾何學的圖形ト神祕的關係ガアルモノト信ズルヤウニナツテシマツタ。



第 56 圖

之ハ AB ナル方向ニ於ケル「ベクトル」デアル。

併シ、若シ任意ノ瞬間ニ於ケル増加ノ眞ノ割合ヲ知ラウト思ヘバ、時間 δt ヲ限リナク小サクシナケレバナラナイ。

學生ハ極ク單純ナ場合ヲ考ヘテモヨロシイ。今、物體ガ一定ノ速サ v デ半徑 r ナル圓形ノ軌道ヲ動クモノトスル。

其ノ物體ガ時間 δt ニ於テ一點 a カラ位置 b マデ進ムモノト考ヘヨ。距離 ab ヲ

δs ト名ツケヨウ。 a ニ於ケル切線ニ平行ニ直線 OA ヲ引キ、又 b ニ於ケル切線ニ平行ニ直線ヲ引キ、其ノ兩者ノ長サヲ等シクシ、且ツ各々同ジ尺度デ速度 v ヲ表ハサシメヨ。(第57圖)。

カクスレバ、上ノ法則ニ從ツテ、「ベクトル」 $AB/\delta t$ ハ加速度デアル。

$$\text{角 } AOB = \frac{\delta s}{r} = \frac{v \cdot \delta t}{r} \text{ 及ビ } AB = v \times \frac{v \cdot \delta t}{r}.$$

從ツテ、加速度ハ $\frac{v^2}{r}$ デアツテ、其ノ方向ハ任意ノ瞬間ニ於テ v ニ直角ナ方向、即チ圓形ノ軌道ノ中心ニ向ツテキル。

曲ツタ軌道ヲ速サヲ變ヘ乍ラ動ク點ノ全加速度ハ中心加速度ト速度ノ加速度トノ「ベクトル」和デアル事ヲ示スタメニ、此ノ式ヲ擴張スル事ハ容易デアル。

迂回運動ノ研究ハ「ベクトル」代數學ニヨツテ比較的容易ニナサレル。



第 57 圖

§ 168. 「ベクトル」量ノ積

若シ私ニ“二ツノ卓ニ三ツノ椅子ヲ乗ゼヨ”ト言フナラバ、私ハ拒絶シナイデ、六ツノ“卓-椅子”デアルト言フデアラウ。併シ、若シ“卓-椅子”トハ何ノ事カト聞カレタラ、返事ヲ斷ルデアラウ。何トナレバ、今迄ドンナ人デモ、此ノ言葉ニ意味ヲ與ヘテハキナイカラデアル。併シ、此ノヤウナ種類ノモノガ物理的問題ニ入ツテ來ルトキニハ、常ニ有用ナ意味ヲ之ニ附與スル事が出來ルト云フ事ヲ、私ハ知ツテキル。此ノ事ハ、普通ノ代數學ヲ超越シテキル。而カモ此ノ過程ハ代數學ノ法則ニヨツテ處理サレルノデアル。私ガ

$$2 \text{ 卓} \times 3 \text{ 椅子} = 3 \text{ 椅子} \times 2 \text{ 卓}$$

トハ言ハナイ事ニ注意セヨ。

此ノ式ガ眞デアルカ否カハ、吾々ガ全過程ニ附與スル意味ニ基クモノデアル。任意ノ量ニ單ナル數ヲ掛ケル事ハ容易デアル。例ヘバ、 $2 \text{ 卓} \times 3 = 6 \text{ 卓}$ 。又、眞東ヘ6秒呎ナル速度ニ3ヲ乘ズレバ、眞東ヘ18秒呎トナル。次ニ、若シ吾々ガ「ベクトル」ニ「スケラー」ノ量ヲ乘ズレバ、タトヒ、其ノ意味即チ其ノ單位ノ名稱ハ固定サレナイニシテモ、同ジ方向ノ「ベクトル」ヲ得ルノデアル。眞東ヘ6秒纏ナル速度ニ3瓦ヲ乘ズレバ、其ノ結果ハ眞東ニ18秒瓦纏ノ運動量トナル。斯様ニシテ、「ベクトル」ト任意ノ「スケラー」量トノ積ハ之ヲ諒解スルニ苦シムワケデハナイ。此ノ結果ハ同方向ニ於ケル一ツノ「ベクトル」デアル。併シ、「ベクトル」相互ノ積ニハ如何ナル意味ヲ附與スベキデアラウカ。

例題ヲ示シテ、之ヲ諸君ニ示サウ。若シ、4封度ナル鉛直ノ力ガ、鉛直距離ニ3呎働クナラバ、其ノ力ハ

$$3 \text{ 呎} \times 4 \text{ 封度} = 12 \text{ “呎封度”}$$

ナル仕事ヲスルトイフ。

此等ハ二ツノ「ベクトル」デアツテ、今私ハ之ヲ掛ケ合セタノデアル。實際ニ、力ト變位トノ積ハ十分ヨク知ラレテキル。若シ、コ

コニ任意ノ力 A ガアリ、又其ノ力ガ働イタ物體ガ變位 B ヲナシタナラバ、其ノナシタ仕事ハ AB デアルトイフ。

或ル人々ハ、之ヲ $S \cdot AB$ ト書ク。其ノ意味ハ、ナサレタ仕事、即チ「エネルギー」ハ方向ヲ持タナイ所ノ「スケラー」量デアツテ、「ベクトル」デハナイトイフノデアル。併シ、私ハ此ノ S ヲ用ヒナイ事ニスル。今、 A ト B トノ方向及ビ向キノ如何ニ關ラズ、ナサレタ仕事ヲ表ハス爲ニ AB ヲ用ヒル點ニ注意セヨ。

此ノ問題ヲ注意シテ研究スル事ハ價值ノアル事デアル。何トナレバ、此ノ二ツノ「ベクトル」ノ積ハ、任意ノ二ツノ「ベクトル」ノ「スケラー」積トイフ言葉ノ意味スル所ヲ正確ニ説明シテキルカラデアル。

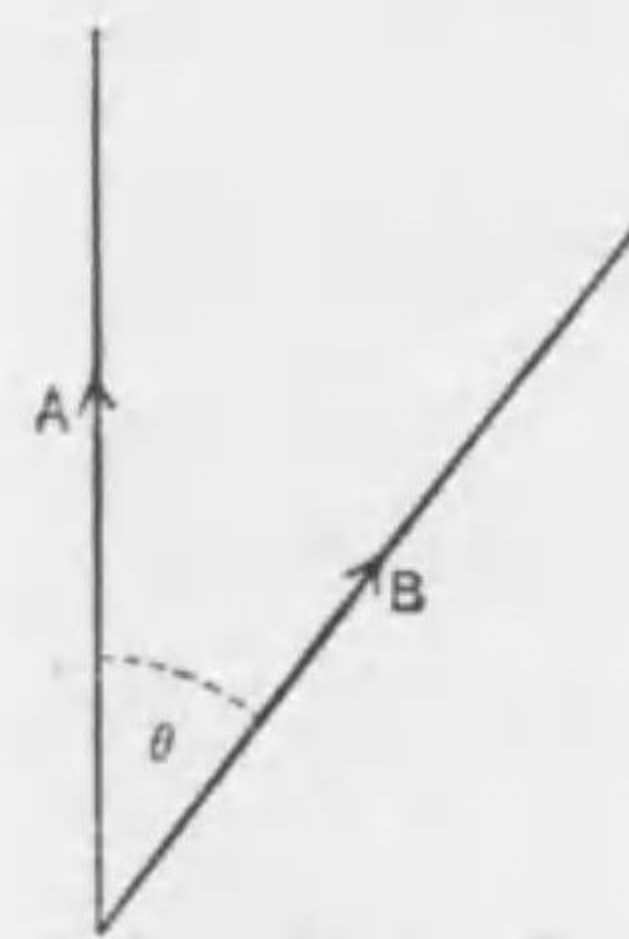
私ノ力ノ單位ハ機械技師ニヨツテ用ヒラレルモノ、即チロンドンニ於ケル1封度ノ重サデアル。

今、力 A ヲ4封度トスル。併シ、ソレハ明ラカニソレ以上ノ意味ヲ有スル。私ハ其ノ方向ヲ言ハネバナラナイ。今ソレハ鉛直ニ上ニ向フモノトスル。若シ、鉛直ニ上方ニ働ク1封度ノ力ガ、文字 a ニヨツテ完全ニ表ハサレルナラバ、

$$A = 4a,$$

デアル。即チ、 a ハ單位力ノ「ベクトル」デアリ、 A ハ單ナル數デアル。

次ニ、 B (第58圖)ヲ上ニ鉛直ノ方向デナイ或ル方向ニ於ケル B 呎ノ變位トセヨ。又文字 b ハ B ノ實際ノ方向ニ於ケル1呎ノ「ベクトル」ノ變位ヲ表ハスモノトセヨ。即チ、文字 b ハ1呎ト其ノ方向ヲモ意味スルモノデ



第58圖

アル。實際ニ、

$$B = Bb.$$

故ニ

$$AB = AB \cdot ab$$

トイフ事ガ出来ル。

二ツノ單ナル數 A 及ビ B ノ積ハ容易ニ理解サレルガ、サテ二ツノ單位「ベクトル」ノ積 ab ニハ如何ナル意味ヲ與ヘルベキデアラウカ。但シ、 a ハ上ニ鉛直ナル 1 封度ノ力デアリ、 b ハ必ズシモ上ニ鉛直デハナイ所ノ或ル方向ニ於ケル 1 呎ノ變位デアル。

之ハ確カニ吾々ノ卓-椅子ノ問題デアル。吾々ハ此ノ單位ノ積 ab ニ意味ヲ與ヘル事ヲ要求サレル。サテ、若シ上ノ場合ニ於テ、

$$AB = \text{爲シタ仕事}$$

ト言ハウトスルナラバ、其ノ單位意味ガ知ラレテキル。

何トナレバ、力 A ガ物體ニ働イテ其ノ物體ガ B ナル變位ヲナシタトキニ、其ノナシタ仕事ハ B ノ方向ニ於ケル A ノ分力ヲ求メテ (之ヲ $A \cos \theta$ 封度ト言フ。但シ、 θ ハ兩「ベクトル」ノ交角デアル)、ソレニ B 呎ヲ乗ジタモノデ、其ノ結果ハ $AB \cos \theta$ 呎封度デアルカラデアル。又ハ A ノ方向ニ於ケル B ノ分變位 (即チ $B \cos \theta$ 呎) ヲ求メテ、ソレニ A 封度ヲ乗ジテモヨイ。其ノ結果ハ前ト同様ニ $AB \cos \theta$ 呎封度デアル。

從ツテ、 $AB = AB \cdot ab = AB \cdot \cos \theta$ 呎封度、

デアルカラ、

a , 上ニ鉛直ナル 1 封度ノ力、

b , 上ノ方向ト角 θ ヲナス 1 呎ノ變位。

ノ積 ab ハ $\cos \theta$ 呎封度デアル事ヲ知ル。學生ハ此處デ ba ハ ab ト同ジデアル事ニ著眼シナケレバナラナイ。

單位量ノ單ナル名稱ヲ省略スレバ、二ツノ單位「ベクトル」ノ「ス

ケラー」ノ積ノ意味ノ定義ハ

$$\cos \theta$$

デアルト言フ事ガ出来ル。但シ、 θ ハ兩「ベクトル」ノ方向ノナス角デアル。又積 AB ノ意味ハ $AB \cos \theta$ デアル。但シ、 A 及ビ B ハ各々ノ「テンサー」デアリ、 θ ハ兩「ベクトル」ノ方向ノナス角デアル。 θ ヲ測ルニハ常ニ一點 O カラ矢印ガ外ニ向フヤウニ二ツノ「ベクトル」ヲ描ケ。此ノ角ノ餘弦ヲ扱フトキニ限ツテ、時計ノ針ノ方向デモ、或ハ其ノ反對ノ方向デモ何レニ測ツテモ差支ハナイ事ヲ知ルデアラウ。

例 1. 350 封度ノ力ガ北カラ 20° 西ノ方向ニ電車ニ作用スル。電車ノ速度ハ正北ニ 20 秒呎デアル (即チ $\theta = 20^\circ$)。電車ニ與ヘラレル動力ヲ求メヨ。(一般ニ任意ノ種類ノ力ニ任意ノ種類ノ速度ヲ乗ジタトキニハ、其ノ結果ヲ「アクティヴィター」ト呼ブノガ普通デアル。)

答. 6578 秒呎封度。此ノ場合ニハ「アクティヴィター」ハ單ニ機械技師ガ動力ト呼ブモノニ過ギナイ。

例 2. 上ノ場合ニ於テ、力ガ正西ノ方向ニ働ク (即チ $\theta = 90^\circ$)。其ノ場合ノ動力、即チ「アクティヴィター」ハ何程デアルカ。 答 0。

例 3. 上ノ場合ニ於テ、力ガ南西ノ方向ニ働ク (即チ $\theta = 135^\circ$)。其ノ動力如何。 答 -4949 秒呎封度。

例 4. 上ノ場合ニ於テ、力ガ南ノ方向ニ働ク (即チ $\theta = 180^\circ$)。其ノ動力如何。 答 -7000 秒呎封度。

§ 169. 點ノ位置

若シ OX (水平) ト OY (鉛直) トガ一平面上ニ於ケル互ニ直交スル二本ノ標準直線デアルナラバ、一點 P ノ位置ハ二ツノ方法デ決定セラレル。

(1) 若シ、 OY カラ右ヘ其ノ點マデノ距離 x ト、 OX カラ上ヘ其ノ點マデノ距離 y トヲ知ルナラバ、其ノ位置ヲ知ル。⁽¹⁾

(2) 若シ、一點 O カラノ其ノ距離 r ト、 r ガ OX トナス角 θ トヲ知ルナラバ、其ノ位置ヲ知ル。⁽²⁾

此等ノ坐標ノ間ノ關係ハ

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

デアリ、又勿論

$$r^2 = x^2 + y^2$$

デアル事ハ解カツテキル。尙又

$$y/x = \tan \theta$$

デアル。 x ト y トガ與ヘラレレバ、 r ト θ トヲ求メル事が出来ルシ、又 r ト θ トガ與ヘラレレバ、 x ト y トヲ求メル事が出来ル。

§ 170. 空間ニ於ケル「ベクトル」

空間ニ於ケルアラユル種類ノ方向ノ「ベクトル」ヲ取扱フトキニハ、互ニ直交スル三本ノ標準ノ方向 OX, OY, OZ ヲ使用スル事が必要デアル。^{*} 一ツノ「ベクトル」 OP ハ方向 OX ニ於テハ OA トシテ射影サレル。若シ α, β, γ ヲ、 OP ト夫々 OX, OY, OZ トノナス角デアルトスレバ、

$$OA = x = OP \cdot \cos \alpha, \quad OB = y = OP \cdot \cos \beta, \quad OC = z = OP \cdot \cos \gamma.$$

^{*} 勿論、私ハ之が必要クベカラザルコトデアルトハ思ハナイ。一ツノ單ナル「ベクトル」 \mathbf{a} ガ與ヘテアルトキニハ、 \mathbf{a} ニ平行ナ空間ニ於ケル總テノ「ベクトル」ヲ指示スルコトが出来ル。又若シ尙他ノ獨立シタ「ベクトル」 \mathbf{b} (又ハ \mathbf{b} ニ平行ナ「ベクトル」) ガ與ヘラレレバ、 \mathbf{a} ト \mathbf{b} トノ(又ハソレニ平行ナ任意ノ)平面ニ於ケル任意ノ大サノ任意ノ「ベクトル」ヲ指示スルコトが出来ル。第三ニ、任意ノ第三番目ノ獨立「ベクトル」 \mathbf{c} ヲ用ヒレバ $x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$ トシテ、如何ナル「ベクトル」デモ指示スルコトが出来ル。

(1) 之ハ所謂デカルトノ坐標ノ特殊ノ場合デ、直角坐標デアル。

(2) 之ヲ極坐標トイヒ、角 θ ヲ變角、距離 r ヲ動徑トイフ。

(3) 之ヲ有向直線 \overline{OP} ノ方向角トイフ。之ニ對シ其ノ餘弦 $\cos \alpha$ 等ヲ方向餘弦トイフ。(401頁参照)

デアル。若シ、「ベクトル」ノ方向ヲ指示シヨウトスルナラバ、此等ノ三ツノ線ノ中、二ツヲ與ヘナケレバナラナイ。

サテ、 $OP^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2$ ナル事ヲ證明スルノハ容易デアル。

從ツテ、 $OP^2 \cdot \cos^2 \alpha + OP^2 \cdot \cos^2 \beta + OP^2 \cdot \cos^2 \gamma = OP^2$ 。

即チ $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ 。⁽¹⁾

§ 171. 問題

以上ニ依ツテ、若シ人ガ「ベクトル」ノ方向ヲ私ニ話ストキニ、其ノ α, β, γ ヲ與ヘルナラバ、私ハ其ノ人ノ測量ノ正確サニ就イテ一ツノ驗シラスル事が出来ル。

例 1. 私ハ注意深ク測定シタ結果、或ル場合ニ $\alpha = 20^\circ, \beta = 75^\circ, \gamma = 76^\circ.5$ デアル事ヲ知ツタ。

α ト β トカラ γ ガ取ルベキ値ヲ計算シ、且ツ其ノ二ツガ全ク正シイモノトシテ、 γ ノ測定ニ於ケル誤差ノ百分率ヲ述べヨ。

答 $77^\circ.08$, 百分率誤差 $100 \times \frac{0.58}{77.08}$, 即チ 0.75% 。

例 2. OP 及ビ $\alpha, \beta =$ 就イテノ次ノ値ガ、三ツノ「ベクトル」ニ對シテ與ヘラレル。各場合ニ於ケル γ ヲ求メヨ。又三ツノ標準ノ方向ニ於ケル其等ノ射影ヲ求メヨ。各々ヲ加ヘヨ。

OP ノ値	α	β	計算サレタ γ	OA	OB	OC
30	70°	37°	$60^\circ.3$	10.26	23.06	14.86
25	150°	84°	$60^\circ.7$	-21.65	2.612	12.23
15	85°	170°	$81^\circ.4$	1.308	-14.77	2.242
和				-10.08	11.80	29.33

例 3. 上ノ和ヲ三ツノ射影トスル「ベクトル」ヲ求メヨ。

(1) 之ハ“有向直線ノ方向餘弦ノ平方ノ和ハ1ニ等シイ”トイフ立體解析幾何學ノ基礎ニナル定理デアル。本節並ニ次ノ數節ニ就イテ立體解析幾何學ニ依リ基礎ノ概念ヲ得ラレヨ。例ヘバ、新宮恒次郎譯、オスグード-グラウスタイン、立體解析幾何學(1930)(共立社)第一、第二章ヲ参照セヨ。

答 $OP = \sqrt{(10.08)^2 + (11.8)^2 + (29.33)^2} = 33.18.$

又之ガ OX, OY, OZ トナス角ヲ夫々 α, β, γ トスレバ,

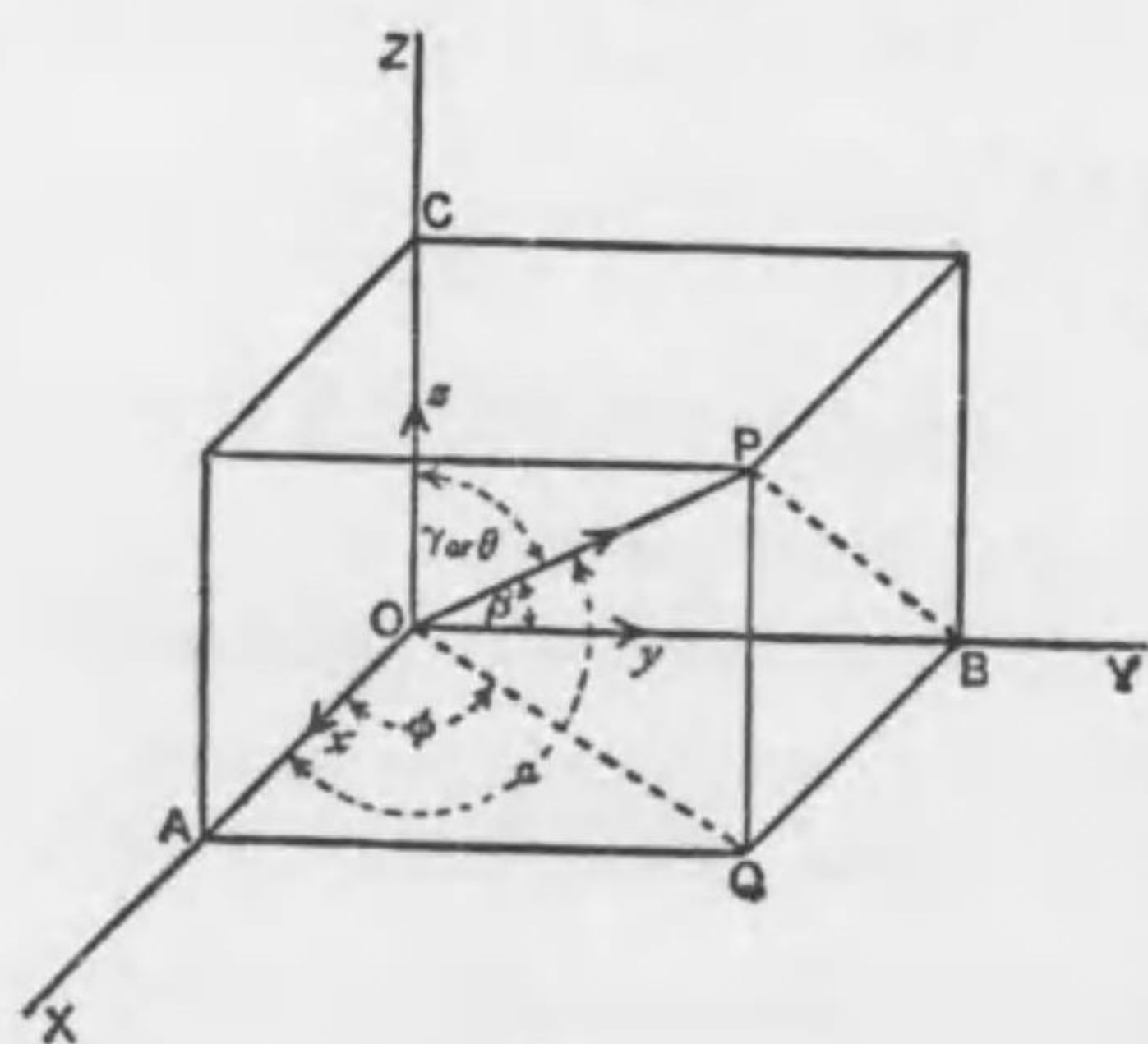
$\cos \alpha = -0.3033,$ 即チ $\alpha = 107^\circ.7,$

$\cos \beta = 0.3556,$ 即チ $\beta = 69^\circ.2,$

$\cos \gamma = 0.8840,$ 即チ $\gamma = 27^\circ.9.$

從ツテ上ノ三ツノ「ベクトル」ノ和ヲ求メタノデアル.

畫法幾何學ヲ知ツテキル學生ハ作圖ニヨツテ上ノ三ツノ「ベクトル」ノ和ヲ求メ其ノ結果ガ同一デアルカ否カラ見ルデアラウ.



第 59 圖

平面 XOY (第 59 圖)

上ノ「ベクトル」 OP ノ

射影ハ $OP \cdot \cos POQ$ 即チ

直線 OQ デアル. 直線

OZ 上ノ OP ノ射影

ハ $OP \cdot \cos POZ$ 即チ直

線 OC デアル. 角 POZ

ヲ θ トセヨ, (私ハ只

今之ヲ γ ト呼ンダ). カ

クスレバ POQ ハ θ ノ

餘角デアル事ガ解ル.

$OC = OP \cdot \cos \theta, OQ = OP \cdot \sin \theta.$

角 QOX ヲ ϕ トセヨ. $OA = OQ \cdot \cos \phi$ 及ビ $OB = OQ \cdot \sin \phi$ トナル. 若シ OP ノ長サヲ常ニ正デアルト考ヘ, コレヲ r トシ, 又互ニ直角ナル三ツノ標準ノ方向 OX, OY, OZ 上ノ r ノ射影ヲ夫々 OA, OB, OC トシ, 且ツ OA ヲ x, OB ヲ y, OC ヲ z ト呼ブ事トスレバ, 上ノ結果ヲ叙述スルノニ二ツノ方法ガアル. 其ノ何レノ方法モ役ニ立ツ.

$x = r \cos \alpha,$ 又ハ $x = r \sin \theta \cdot \cos \phi;$

$y = r \cos \beta,$ 又ハ $y = r \sin \theta \cdot \sin \phi;$

$z = r \cos \gamma,$ 又ハ $z = r \cos \theta.$

又

$x^2 + y^2 + z^2 = r^2,$

及ビ

$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

デアル事ニ注意スベキデアル.

§ 172. 點ノ位置ヲ知ル三方法

若シ, 平面 XOY ヲ地球ノ赤道平面ト考ヘ, 又 OZ ヲ地球ノ軸ト考ヘレバ, 地球ノ内部又ハ表面又ハ外部ニ在ツテ地球ト共ニ動ク所ノ一點 P ノ位置ハ, 其ノ r , 即チ地球ノ中心マデノ距離, 其ノ θ , 即チ其ノ餘緯度⁽¹⁾ 及ビ其ノ ϕ , 即チ東經トヲ知レバ, 其ノ位置ハ與ヘラレルノデアル. ϕ ハ明ラカニ $OZ, OP,$ 及ビ OQ ヲ含ム所ノ平面(即チ子午線平面)ガ標準子午線平面(即チ吾々ノ類推ニ於テハ之ハ グリニッチヲ通ル子午線 デアル)トナス角デアル. 併シ, α, β, γ ノ方法ハ方向ヲ明示スルタメニ非常ニヨク使ハレルト云フ事ハ記憶スベキデアル. $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ ハ直線ノ方向餘弦ト呼バレ, $\cos \alpha$ ノ代リニ $l, \cos \beta$ ノ代リニ $m, \cos \gamma$ ノ代リニ n ナル文字ヲ屢々用ヒル. 故ニ $x = lr, y = mr, z = nr,$ 及ビ $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ デアル.

吾々ハ普通ニ平面ノ傾キヲ其ノ法線ノ方向餘弦ヲ述ベル事ニヨツテ表ハシ, 又任意ノ場所ニ於ケル物體ノ表面ノ傾キヲ其ノ場所ニ於ケル其ノ表面ノ法線ノ方向餘弦ニヨツテ表ハス.

私ハ一般ノ「ベクトル」ノ考察ヲ知ラズ識ラズニ殘シテ, 唯單ナル變位ノ「ベクトル」ニ就イテノミ此ノ法則ヲ適用シタ事ヲ知ラナイデナイ. 事實, 吾々ハ幾何學ノ材料ニマデ論及シタノデアル. 即チ, 單ナル直線相互ノ間ノ關係ニマデ到達シタノデアル. 若シ XOZ, ZOY, YOX ヲ基準トナル互ニ垂直ナ三ツノ標準平面ト考ヘ

(1) 緯度ヲ表ハス角ノ餘角ヲ餘緯度トイフ. 即チ 餘緯度 = $90^\circ -$ 緯度.

ルナラバ、一点 P の位置ハ其ノ x, y, z ヲ知レバ、又ハ其ノ γ, θ, ϕ ヲ知レバ、又ハ r ト任意ノ二ツノ方向餘弦トヲ知レバ固定セラレル。又若シ、此等ノ三ツノ方法ノ中ノ任意ノ一ツニ依ツテ、一点ノ位置ヲ知レバ、他ノ方法ノ各値ハ之ヲ計算スル事ガ出来ル。

§ 173. 問題

例 1. 或ル平面上ノ一点ノ x 座標及ビ y 座標ガ 3 及ビ 4 デアル。 r ト θ トヲ求メヨ。

解 $r \cos \theta = 3$ 及ビ $r \sin \theta = 4$ デアルカラ、

$$\frac{4}{3} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \tan \theta, \text{ 即チ } \theta = 53^\circ.13; r^2 = x^2 + y^2 = 25.$$

従ツテ $r = 5$ デアル。

例 2. 若シ、一点ガ $r = 10$ 吋、 $\theta = 37^\circ$ デアルナラバ、 x ト y トヲ求メヨ。

$$x = 10 \cos 37^\circ = 7.986 \text{ 吋}, y = 10 \sin 37^\circ = 6.018 \text{ 吋}.$$

次ニ三次元及ビ第 59 圖ニ進マウトスル。

例 3. $r = 10$ 吋、 $\theta = 35^\circ$ 、 $\phi = 62^\circ$ ナルトキ、 x, y, z ヲ求メヨ。

$$\text{此處ニ } x = 10 \sin 35^\circ \cos 62^\circ = 2.693 \text{ 吋},$$

$$y = 10 \sin 35^\circ \sin 62^\circ = 5.064 \text{ 吋},$$

$$z = 10 \cos 35^\circ = 8.192 \text{ 吋}.$$

例 4. $x = 3, y = 5, z = 6$ ナルトキ、 γ, θ, ϕ ヲ求メヨ。

$$\text{此處ニ } r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \text{ 故ニ } r = 8.370.$$

$$z = r \cos \theta, \text{ 即チ } \cos \theta = \frac{6}{8.37} = 0.7171, \text{ 即チ } \theta = 44^\circ.18.$$

$$\text{又 } 3 = 8.370 \sin 44^\circ.18 \times \cos \phi,$$

$$\text{即チ } \cos \phi = 3 \div (8.370 \times 0.6969) = 0.5144,$$

$$\text{即チ } \phi = 59^\circ.03.$$

例 5. $x = 3, y = 5, z = 6$ ナルトキ、 r, l, m, n ヲ求メヨ。前問ニ於ケルヤウニシテ、次ノ答ヲ得ル。

$$r = 8.370, l = z/r = 0.3585, m = y/r = 0.5975, n = x/r = 0.7171.$$

§ 174. 「スケーラー積」ニ關スル問題

(1) 或ル表面ヲ通ル流體ノ流レハ、單位面積毎ニ nV デアル。此處ニ

n ハ其ノ表面ニ垂直ナル單位「ベクトル」デアリ、 V ハ其ノ速度デアル。今若シ、コノ流體ガ表面ノ法線ト 35° ノ角ヲナス方向ヘ 5 秒間ノ速度デ流レルナラバ、1 平方呎ニ就イテノ流レノ量ヲ求メヨ。

答 毎秒 $5 \cos 35^\circ$ 立方呎、即チ 4.096 立方呎。

(2) 若シ、 E ガ電力デアリ、 D ガ電氣變位デアルナラバ、 ED ノ半分ヲ計算スル事ハ重要デアル。若シ、 $E = 250$ ガ鉛直ニ下ニ降り、又 $D = 1.56$ ガ其ノ下ノ方向ト 42° ノ角ヲナスナラバ、 $\frac{1}{2}ED$ ヲ求メヨ。

$$\text{答 } \frac{1}{2} \times 250 \times 1.56 \times \cos 42^\circ = 144.9.$$

(3) 若シ、 A ト B トガ平行四邊形ノ邊デアルナラバ、 $A+B, A-B$ ハ對角線デアル。

$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 。之ハ實際ニ、一ツノ對角線ノ長サノ平方ニ對スル普通ノ公式デアル事ヲ證明セヨ。

$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 。之ハ實際ニ、今一ツノ對角線ノ長サノ平方ニ對スル普通ノ公式デアル事ヲ證明セヨ。

$$\text{次ニ } (A+B)^2 + (A-B)^2 = 2(A^2 + B^2),$$

$$\text{及ビ } (A+B)^2 - (A-B)^2 = 4AB.$$

ノ幾何學的意味ヲ述ベヨ。

(4) 若シ、 A, B, C ガ平行六面體ノ稜デアルナラバ、其ノ對角線ノ長サニ對スル普通ノ公式ハ、

$$(A+B+C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$$

ニヨツテ與ヘラレル事ヲ證明セヨ。

(5) 若シ、平面圖形ガ動クナラバ、(其ノ面積ノ單位毎ニ)「スケーラー」ノ積 nD ニ等シイ體積ヲ作ル。但シ、 n ハ其ノ平面積ニ垂直ナル單位「ベクトル」デアリ、 D ハ面積ノ中心ノ變位デアル。若シ、其ノ面積ヲソレ自身ニ平行ニスルナラバ、(最後ノ位置ニ於テ、面積ノ中心ヲ通ル軸ノ周リニ廻轉スル。而シテ此ノ事ハ答ニハ何等ノ變化モ及ボサナイデアラウ)、 n ハ總テノ位置ニ於テ同一デアリ、従ツテ D ハ合成變位、即チ全變位トナルデアラウ。

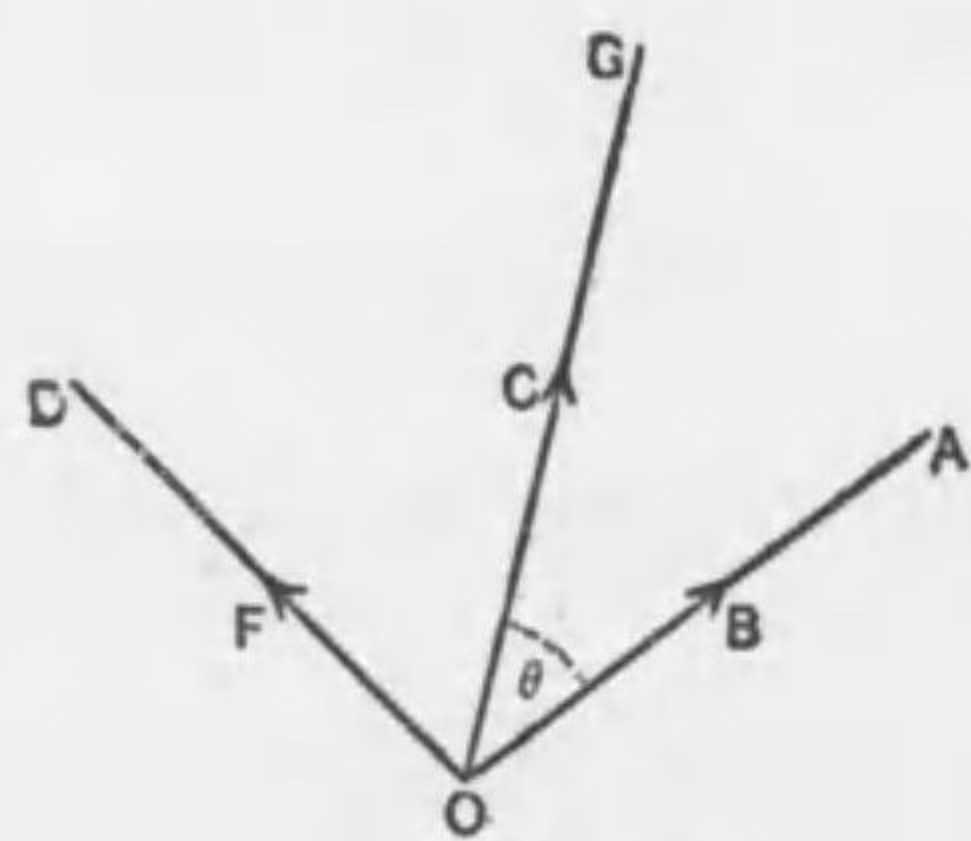
§ 175. 「ベクトル積」ノ二種類

$$2 \text{ 卓} \times 3 \text{ 椅子} = 6 \text{ “卓-椅子”}$$

ナル式ハ何ヲ意味スルカト尋ネラレトキニ、私ハ答ヘル事ヲ拒絶シタ。代數學ハ其ノ務ヲ果シタノデアツテ、ヨリ以上ニ進ム事ハ出来ナイ。併シ私ハ今ヤ

1“卓-倚子”

ニ意味ヲ與ヘ、ソシテ新ラシイ科學ヲ發明スル事ガ出来ル。併シ、私ハ之ニ又別ノ意味ヲ與ヘ、ソシテ今一ツノ科學ヲ發明スル事ガ出来ル。而シテ此ノ二ツノ科學ハ共ニ有用デアアル。故ニ、「ベク



第 60 圖

トル」ヲ乗ズルトキニハ、既ニ知ツテキルヤウニ、其ノ答ニ「スケーラー」ノ意味ヲ與ヘル事ガ出来ル。併シ、別ノ意味即チ「ベクトル」ノ意味ヲ與ヘテハナラナイトイフ理由ハナク、又或ル場合ニハ、斯カル事モ亦價値ガアルベキモノデアアル。

「ベクトル」ノ積ガ計算ノ中ニ入ツテ來ルノニハ、今一ツノ方法ガアル。今磁場 B ガアルモノトスル。即チ、之ハ OA (第60圖) ナル方向ニ B ナル量デアルトスル。而シテ量ト方向トハ共ニ文字 B デ表ハサレル。此ノ磁場ニ電流 C ガ流レテキル導體ヲ置ク。ココニ C ハ OG ナル方向ニ流レル C ナル量ノ電流ヲ意味スルコトヲ重ネテ斷ツテオク。此ノ場合 OD ナル方向ニ導體ニ働ク力ノアル事ヲ知ツテキル。且ツ OD ハ OA 及ビ OB ニ直角デアツテ、其ノ量ハ $BC \sin \theta$ デアル。若シ、此ノ力ヲ F デ表ハセバ、

* 二ツノ「ベクトル」ノ分力ノ積ニ於ケル任意ノ組合セハ、恐ラク其等ノ「ベクトル」ノ積ノ或ル特殊ナ種類ト呼バレルカモ知レナイ。併シ、此ノ二ツノ「ベクトル」ハ有用ナモノノミデアアル。更ニ、此等ガ坐標軸ニ無關係デアルトキニハ、自然ニ起ル「ベクトル」デアアル。

F ハ「ベクトル」積 CB デアル。

即チ

$$F = V \cdot CB,$$

デアルトイフ。

定義 二ツノ「ベクトル」 C 及ビ B ノ「ベクトル」積ハ一ツノ「ベクトル」デアツテ、其ノ方向ハ兩者ニ直角デ、其ノ「テンサー」ハ C 及ビ B ノ各「テンサー」ノ積ニ兩者ノ交角ノ正弦ヲ乗ジタモノデアアル。即チ OA ト OG トヲ二邊トスル平行四邊形ノ面積デアアル。

例題 或ル物體ガ軸 OX ノ周リニ毎秒 A [ラジアン] ノ速サデ廻轉シテキル。文字 A ハ廻轉ノ量ト方向 OX トノ兩者ヲ表ハス。事實、 A ハ A ノ「テンサー」デアリ、又 A ハ OX ナル方向ヲ有スル。其ノ物體ノ一點 P ハ O カラ $r = OP$ ナル距離ニアツテ、文字 R ハ r 、即チ OP ナル量ト尙 OP ノ方向トヲ表ハスモノトスル。任意ノ瞬間ニ於ケル P ノ速度 V ハ

$$V = V \cdot AR$$

ニ依ツテ、其ノ大サト方向トノ兩者ヲ與ヘラレルコトハ明ラカデアアル。何トナレバ、其ノ「テンサー」ノ大サハ $Ar \cdot \sin XOP$ デアリ、其ノ方向ハ平面 XOP ニ直角デアアルカラデアアル。

「ベクトル」ノ積ノ二種類ニ就イテ、之レ以上ニ論ズル事ハ物理的計算ニ深入リスルカラ、此ノ初等程度ノ著書ノ範圍外ニ屬スル。故ニ、私ハ $V \cdot AB$ ノ符號ニ對スル法則ヲ論ズル事、即チ

$$V \cdot AB = -V \cdot BA$$

ナル關係ヲ證明スル事サヘモシナイ。

他ノ數學的方法ニ關シテハ、學生ハ二三ノ公式ヲ使用スルコトニ熟練セネバナラナイ。例ヘバ、 $aVbc$ ハ何デアルカ。之ハ b ト c トノ「ベクトル」積並ニ之ニ a ヲ乗ジタ「スケーラー」積ガアル。若シ、 a, b, c ガ或ル平行六面體ノ一頂點ニ相會スル三ツノ稜デアアルナラバ、 $aVbc$ ハ明ラカニ其ノ平行六面體ノ體積デアアル。故ニ、 $aVbc = bVca = cVab$ デアツテ、此ノ一組ノ式ハ極メテ重要ナ恒

等式デアル。次ニ學生ハ

$$Vc Vab = a \cdot bc - b \cdot ca.$$

デアル事ヲ證明シナクテハナラス。

私ハ「ベクトル」代數學ノ使用ヲ學生ニ紹介スルヤウナ著書ヲ知ツテキナイ。非常ニ興味ノアル(併シ、大變ニ短イ)入門ハオリヱー・ヘヴィサイド氏ノ“電磁論”ノ第一卷⁽¹⁾ニ在ル。之ニハ、電磁論ノ研究ヲ最モ容易ナラシメル「ベクトル」代數學ヲ用ヒテアルカラ、特殊ナ電氣學研究者ニトツテハ價值ノアルモノデアラウ。⁽²⁾

(1) Oliver Heaviside, Electromagnetic Theory, Vol. I. 1893. London.

(2) 邦書ニハ、伊藤徳之助氏著、「ベクトル」解析。(岩波書店)ガアル。

〔本文終リ〕

英國學務局試験問題

1912年以前ニハ、此ノ學務局試験ハ、第一、第二、第三ノ三段階ニ分レテキタ。將來ハ第一階ノ試験ハナクナルデアラウ。ソコデ、普通試験ナルモノガ行ハレル。之ハ元ノ第二階ト同程度ノモノデアル。又高等試験ナルモノモ行ハレル。之ハ元ノ第三階ヨリモ高イ程度ノモノデアル。此處ニハ 1910年、1911年、1912年ノ各試験問題ニ、答ヲ附シテ採録スル事ニシタ。又必要デアル場合ニハ、其等ノ解法ノ暗示ヲモ與ヘテオク。ソレヨリ古イ問題ハ、殆ンド既ニ本書ノ本文中デ、例題又ハ問題トシテ組合セテ提出シテアルカラ、ココニハ示サナイコトニスル。

1912年ノ普通試験

1. 次ノ四問題、(a)、(b)、(c)及ビ(d)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 對數ヲ用ヒナイデ、省略算ニ依リ、次ノ數値ヲ計算セヨ。

$$3.207 \times 0.01342 \div 3.415.$$

(b) 對數ヲ用ヒテ、次ノ平方根ヲ求メヨ。

$$62.41 \times 0.1352 \div 2.416.$$

(c) 230° ノ正弦、餘弦及ビ正切ノ値ヲ言ヘ。

(d) 13520ノ自然對數ノ値ヲ言ヘ。

答. (a) 0.004571; (b) 1.869; (c) -0.7660 , -0.6428 , 1.1918 ; (d) 9.5118.

2. 次ノ三ツノ問題(a)、(b)及ビ(c)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 鑄鐵ノ中空ナ圓環ガアル。其ノ長サハ 10 吋、内側ノ直徑ハ 3 吋デアル。若シ、此ノ圓環ノ重サガ 30 封度デアラナラバ、外側ノ直徑ハ何程デアルカ。〔鑄鐵 1 立方吋ノ重サハ 0.26 封度デアル。〕

(b) ABC ハ C ヲ直角トスル直角三角形デアル。 AC ガ 4 吋デアツテ、角 A ガ 40° デアルトキ、 BC ノ長サ及ビ此ノ三角形ノ面積ヲ求メヨ。

(c) $x=1.201$ ナルトキ、 $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ ヲ計算セヨ。

答. (a) $W=30=0.7854(D^2-d^2) \times 10 \times 0.26$ デアルカラ、

$$D^2 - d^2 = \frac{30}{2.6 \times 0.7854} = 14.69, \quad D^2 = 23.69, \quad D = 4.867 \text{ 吋.}$$

(b) $\frac{BC}{4} = \tan 40^\circ = 0.8331$. $BC = 3.3564$ デアルカラ、面積 $= 3.3564 \times 2 = 6.7128$ 平方吋。

(c) 1.813.

3. 次の三ツノ問題(a),(b)及(c)ヲ全部満點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) x ト y トノ和ハ 5.17 デアリ、各々ノ平方ノ和ハ 14.25 デアルトイフ。 x ト y トヲ求メヨ。

(b) 直円錐ガアツテ、其ノ底面ノ直径ハ 3 吋デアリ、鉛直ノ高さガ 5 吋デアラバ、此ノ圓錐ノ曲面積如何。

(c) 此處ニ二ツノ完全ニ相似ナル大理石ノ像ガアツテ、一方ノ高さハ他方ノ高さノ 2.13 倍デアル。若シ、小サイ方ノ重サガ 20 封度デアラバ、大キイ方ノ重サ如何。

答 (a) $x+y=5.17$ 及ビ $x^2+y^2=14.25$ デアルカラ、

$$2xy = 5.17^2 - 14.25 = 13.48. \text{ 故ニ、} x^2 - 2xy + y^2 = 1.77.$$

即チ $x-y=1.33$. 之ヲ $x+y$ ニ加ヘテ、

$$2x = 6.50, \text{ 即チ } x = 3.25. \text{ 故ニ、} y = 1.92.$$

(b) 斜高ハ $\sqrt{25+2.25} = 5.22$ デアル。底面ノ圓周ハ 9.4248 吋デアツテ、之ハ展開曲面積ノ扇形ノ弧ノ長サデアル。其ノ面積ハ $\frac{1}{2}(9.4248 \times 5.22)$, 即チ 24.6 平方吋デアル。

(c) 相似形ノ體積ハ、其ノ對應元ノ三乗ニ比例シ、又重サハ同シ物質デアラバ體積ニ比例スル。大キイ方ノ重サハ 2.13³ 倍、即チ 9.664 倍デアル。故ニ、193.28 封度デアル。

4. $y = x^2 - 3.39x + 1.95$ ナルトキ、0 カラ 3 マデノ x ノ値ニ對シテ、方眼紙上ニ曲線ヲ描クニ十分ナ點ヲ打チ、 x ノ如何ナル値ニ對シテ y ガ 0 トナルカヲ示セ。此ノ x ノ値ヲ求メヨ。 答 2.655 及ビ 0.735.

5. 「アラキメーター」ノ指針ガ或ル平面圓形ノ周ヲ一回廻ツタトキニ、器械ノ讀ミ R ハ、面積 A ガ CR デアル事ヲ示ス。但シ C ハ或ル常數デアル。

若シ、半径 3 吋ナル圓ニ對シテ R ガ 22.48 デアルナラバ、此ノ面積ヲ平方吋デ求メタトキ C ノ値如何。今此ノ器械ヲ汽力圖ニ用ヒテ、 R ハ 3.77 デアル事ヲ知ツタ。其ノ面積如何。此ノ圓ノ長サハ 4.11 吋デアル。其ノ平均ノ幅ヲ求メヨ。

答 1.258; 4.742 平方吋; 1.1538 吋。

6. 外側ノ半径ガ r_0 ニシテ、内側ノ半径ガ r_1 ナル圓盤ガ廻轉シテキル。任意ノ半径 r = 於ケル放射應力 P 及ビ周應力 Q ハ、

$$P = r_0^2 + r_1^2 - r^2 - \frac{r_0^2 r_1^2}{r^2}, \quad Q = r_0^2 + r_1^2 + \frac{r_0^2 r_1^2}{r^2} - 0.538 r^2$$

デアル。今 $r_0 = 10$, $r_1 = 4$ デアルトキ、 P 及ビ Q ヲ表ハス式ヲ書ケ。次ニ、 r ガ 4, 6, 8, 10 ナルトキ、 P 及ビ Q ノ値ヲ計算セヨ。又此等ヲ二ツノ曲線ニ描イテ示セ。

$$\text{答 } P = 116 - \frac{1600}{r^2} - r^2, \quad Q = 116 + \frac{1600}{r^2} - 0.538 r^2.$$

r	P	Q
4	0	207.4
6	35.56	141.1
8	27	106.6
10	0	78.2

此ノ「グラフ」ヲ描クトキニ、曲線 P ヲ正シク示スタメニハ、モツト多クノ點ガ必要デアルト思フ。 $r = 6.325$ ナルトキ P ガ極大デアル事ハ明ラカデアル。

7. 海底電線ノ一片ノ絶縁抵抗 R ヲ測定スルニ、ソレハ既ニ荷電サレテキテ、電壓 v ハ

$$v = b e^{-t/KR}$$

ナル法則ニ從ツテ減ズル。但シ、 b ハ或ル常數デアリ、 t ハ時間(秒)デアリ、又 K ハ 0.8×10^{-6} デアル。

若シ、 v ガ 26.43 ト記録サレテカラ 15 秒ノ後ニ 30 ト記録サレルナラバ、 R ノ値如何。

答 $t=0$ ナルトキ、 $v=30$ トセヨ。又 $t=15$ ナルトキ、 $v=26.43$ トセヨ。

$$v = 30 e^{-t/KR}, \text{ 故ニ } 26.43 = 30 e^{-15/KR}.$$

從ツテ、

$$\log_e \frac{30}{26.43} = \frac{15}{KR}, \quad R = 15 + K \log_e \frac{30}{26.43}.$$

之ヲ計算シテ、

$$R = 148 \times 10^6.$$

8. x ト y トハ次ノ表ニアルヤウナ値デアル。

$$u = 5y + 10 \frac{dy}{dx},$$

ナル關係ハ、既ニ知ラレテキルモノトスル。各區間ノ中央ニ於ケル u ノ近似値ヲ求メヨ。エヲ横坐標トシ、 y ト u トヲ二ツノ曲線ニ描ケ。

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
y	5.000	5.736	6.428	7.071	7.660	8.192	8.660	9.063	9.397	9.659	9.848

u ト y トハ同シ目盛ヲ描カレナクテモ宜シイ。

答 x ト y トヲ列ニ置イテ、各區間毎ニ求メル。

x	y	$\frac{\partial y}{\partial x}$	u
0.05	5.368	7.36	100.44
0.15	6.082	6.92	99.61
0.25	6.750	6.43	98.05
0.35	7.366	5.89	95.73
0.45	7.926	5.32	92.83
0.55	8.426	4.68	88.93
0.65	8.862	4.03	84.61
0.75	9.230	3.34	79.55
0.85	9.528	2.62	73.84
0.95	9.754	1.89	67.67

中間ノ値トシテ、ココニ表記サレタリノ値ハ、問題ニ與ヘラレタリノ値ノ平均デアリ。例ヘバ $5.368 \times \frac{1}{2} (5.000 + 5.736)$ デアル。

9. 或ル水平楕円ノ一端ニ於ケル針ガ、支點カラ 42 吋ノ所ニアル。若シ、此ノ楕円ガ 70° 上ニ廻轉スルナラバ、

(i) 此ノトキ針ガ動イタ道ノ長さ、

- (ii) 初メノ位置カラノ其ノ距離、
- (iii) 初メノ水平線カラノ高さ。

ヲ求メヨ。若シ、角度ガ僅カニ 7° 廻轉シタノミデアラナラバ、此等ノ答ハ如何ニナツタデアラウカ。

答 51.31, 48.17, 39.47; 5.132, 5.124, 5.120.

10. 若シ、重サ w ナル彈丸ヲ發射スル大砲ノ砲口カラ d ナル近距離ニ立ツナラバ、其ノ人ノ聴覺ハ確カニ害セラレル恐レガアル。若シ、 d ガ w ノ 6 乗根ニ比例シ、且ツ d ガ 64 封度ノ彈丸ノ發射ニ對シテ 10 呎デアラナラバ、9 封度ノ彈丸ノ發射ニ對スル d ノ値如何。

答 $d = cw^{\frac{1}{6}}$, c ハ常數。故ニ、 $c = 10 \div 64^{\frac{1}{6}} = 5$ 及ビ $d = 5 \times 9^{\frac{1}{6}}$ 。

從ツテ、求メル答ハ、7.211 呎デアリ。

多分、此ノ事ハ砲手ニハ譯者ガ多イ理由ヲ明ラカニシテキル。彼等ハ、自分等ノ耳ハ大キイ大砲ノ砲口カラ、例ヘバ、11 呎ノ所ニ害セラレナイカラシテ、小サイ大砲ヘハズツト近寄ツテモ害ハナイモノデアルト考ヘテキル。

11. 邊ノ長さ 4 吋ナル正方形ガ、或ル軸ニ平行ナ一本ノ對角線ヲ有スル。コノ軸ハ正方形ノ平面上ニ在ツテ、對角線カラ 3 吋ノ距離ニ在ル。此ノ正方形ガ軸ノ周リニ廻轉シテ環ヲ作ルトキ、此ノ環ノ體積ト面積トヲ求メヨ。 答 301.6 立方吋; 301.6 平方吋。

12. 圓イ楕ノ兩端ガ直径 40 吋デアリ、中央截断面ノ直径ガ 48 吋デアリ、又其ノ楕

ノ長さハ 60 吋デアリ。其ノ體積如何。楕ノ如何ナル形ニ對シテ諸君ノ近似の法則ハ完全ニ正シクナルカ。

答 平均截断面ハ $\frac{\pi}{4} (40^2 + 40^2 + 4 \times 48^2) \div 6$ デアリ、此ノ 60 倍ハ體積デアリ。即チ 97,513 立方吋デアリ。若シエガ楕ノ軸ノ任意ノ點カラ此ノ軸ニ沿フ距離デアラナラバ、シムプソンノ法則ガ正確デアルタメニ、截断面 A ノ面積ハ公式

$$A = a + bx + cx^2$$

ニ從ハネバナラナイ。ココニ a, b, c ハ任意ノ値ヲトルモノトスル。廻轉曲面ニ關シテハコノ法則ガ正確ニ適用サレルベキ數箇ノ形ガアル。併シ、楕ノ形ニ適シタ唯一ノ曲面ノ形ハ廻轉橢圓體デアリ(ト私ハ信ズル)。

13. 21 節ヲ航行スル船ガ、其ノ方向ヲ徐々ニ正北ヨリ西北ニ變ズルノニ 2 分ヲ要シタ。コノ航程ノ半徑ヲ求メヨ。

角 45° ハ 0.7854 「ラディアン」デアツテ、之ハ即チ弧ニ半徑デアリ、又 弧 = $21 \times 2 \div 60$ デアル。故ニ、 $r = 21 \times \frac{2}{60} \div 0.7854 = 0.891$ 海里、即チ 5420 呎デアリ。

14. 互ニ垂直ナル三軸上ノ一平面ノ截片ガ夫々 $OA=3, OB=4, OC=5$ デアル。原點カラコノ平面ニ下シタ垂線 OP ノ長さヲ求メヨ。 答 $OP=2.164$ 。

1912 年ノ高等試験

1. 次ノ四ツノ問題 (a), (b), (c) 及ビ (d) ヲ全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 對數ヲ用ヒナイデ、省略算ニヨツテ次ノ數値ヲ有效數字四桁マデ正シク求メヨ。

$$10.32 \times 0.005231 \div 0.02076.$$

(b) 對數ヲ用ヒテ、 $\cosh a$ 及ビ $\sinh a$ ヲ計算セヨ。但シ $a=1.013$ 。

(c) 對數ヲ用ヒテ、 $(3.062 \div 27.15)^{-1.23}$ ヲ計算セヨ。

(d) 若シ、 i ガ $\sqrt{-1}$ ヲ表ハスナラバ、 $-2.35 + 1.90i$ ヲ $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ノ形デ表ハシ、且ツ其ノ立方根ヲ求メヨ。

答 (a) 2.600.

(b) $e^a = 2.754, e^{-a} = 0.3632$. 故ニ $\cosh a = 1.5586, \sinh a = 1.1954$ 。

(c) 14.65.

(d) § 146 ヲ見ヨ。 $3.060(\cos 140^\circ.167 + i \sin 140^\circ.167)$ 。

立方根ノ一ツハ、 $1.452(\cos 46^\circ.72 + i \sin 46^\circ.72)$ 、即チ $0.9956 + 1.056i$ 。

2. 「プランメーター」ノ指針ガ、或ル平面圓形ノ周ヲ一回廻ツタトキニ、其ノ讀ミ R ハ閉面積ヲ與ヘル。此ノ面積ノ單位ハ其ノ廻轉棒ガ度盛リシタ腕狀突起ニ固定シテアル

位置 S ニヨツテ定マルノデアル。半徑 3 吋ナル圓ニ對シ、又三ツノ位置 S ニ對シテ、器械ノ讀ミハ次ノ通りデアル。

S	24	27	30
R	25.29	22.48	20.23

S ト R トノ間ニ簡單ナ法則ガアル。其ノ法則ヲ求メヨ。又其ノ讀ミガ夫々平方吋ニヨル面積ト平方櫃ニヨル面積トデアルヤウナ S ノニツノ位置ヲ求メヨ。

答 SR ガ常數デアル事ハヨク知ラレテキル。併シ、之ヲ知ラナイ受験者ハ、多分 $\log S$ ト $\log R$ トヲ坐標トシテ「グラフ」ヲ描カウトシタデアラウ。サウスレバ $SR = 607$ デアル事ヲ知ルデアラウ。圓ノ面積ハ 28.274 平方米、又ハ 182.42 平方櫃デアル。之ヲ 607 デ割レバ、 S ノニツノ位置ハ 21.47 及ビ 3.33 デアル事ヲ知ル。

3. x ト y トノ次ノ値ガ、實驗室デ觀測サレタ。而シテ學說ハ其處ニ

$$y = ax + b \log x$$

ナル法則ノアル事ヲ暗示シタ。之ニハ觀測ノ誤差ガアル。方眼紙ヲ用ヒテカヤウナ法則ガアルカドウカラ見ヨ。若シアルナラバ、 a ト b トノ最モ確カラシイ値ヲ求メヨ。 $\log x$ ハ $\log_{10} x$ デアルト考ヘテヨイ。

x	10.2	31.0	52	75	104	132	181
y	3.75	6.26	7.99	9.54	11.39	12.94	15.67

答 x ト y トヲ連結スル任意ノ方程式ニ於テ、若シニツノ常數ガアルダケデアルナラバ、直線ヲ與ヘル點ヲ打ツ事ハ出來ル。例ヘバ、此ノ場合ニハ次ノ通りニスル事ガ出來ル。

- (1) $\frac{x}{y}$ ト $\frac{\log x}{y}$ トヲ坐標トシテ點ヲ打チ、一直線ヲ得ル。
- (2) $\frac{y}{x}$ ト $\frac{\log x}{x}$ トヲ坐標トシテ點ヲ打チ、一直線ヲ得ル。
- (3) $\frac{y}{\log x}$ ト $\frac{x}{\log x}$ トヲ坐標トシテ點ヲ打チ、一直線ヲ得ル。

カヤウニシテ、次ノ式ヲ得ル。

$$y = 0.045x + 3.3 \log_{10} x.$$

4. 若シ $y = Ae^{ax}$ デアルナラバ、 $\frac{dy}{dx}$ ハ何デアルカ。電氣容量 K 「ファラッド」ニシテ漏電抵抗 R 「オーム」ナル蓄電器ガ充電サレテキテ、電壓 v ハ次ノ法則ニヨツテ減ズ

ル。

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{KR}$$

v ノ時間 t 秒ノ項ヲ表ハセ。若シ、 K ガ 0.8 「マイクロファラッド」(即チ、 0.8×10^{-6} 「ファラッド」) デアリ、又 v ガ 30 ト記録サレテカラ 15 秒ノ後ニ 26.43 デアルト記録サレルナラバ、 R ノ値ハ何程カ。

§ 113 ヲ見ヨ。 $y = Ae^{ax}$ ナラバ、 $\frac{dy}{dx} = aAe^{ax} = ay$.

故ニ、 $v = v_0 e^{-t/KR}$, 即チ $\log_e \frac{v_0}{v} = \frac{t}{KR}$.

$t=0$ ナルトキ $v=30$ ナラバ、明ラカニ $v_0=30$. 故ニ

$$\log \frac{30}{26.43} = \frac{15}{KR}, \text{ 即チ } R = \frac{15}{K \log \frac{30}{26.43}}$$

$\frac{30}{26.43}$ ノ自然對數ハ 0.1266,

$$R = \frac{15 \times 10^6}{0.8 \times 0.1266} = 148 \times 10^6 \text{ 「オーム」} = 148 \text{ 「メガオーム」}$$

5. 週期函數ハ、曲線トシテ、又ハ 12 カ 18 カ 24 カ若シクハソレ以上ノ等距離ノ値ノ表ヲ與ヘラレル。此ノ函數ノフーリエノ級數ノ種々ノ項ノ値ヲ如何ニシテ求メルカ。之ヲ書ケ。

之ニ對スル一ツノ答ハ § 132 ニ與ヘラレテキル。

尙又 425 頁ヲ参照セヨ。

6. 方程式 $1.5x - \frac{1}{3}x^2 + 3 \sin \frac{x}{2} - 5 \log_{10} x = 2.6$ ヲ満足スル x 一ツノ値ガ 2 ト 2.5 トノ間ニアル。有效數字三桁マデ正シク其ノ値ヲ求メヨ。 答 2.340.

7. $\frac{d^2x}{dt^2} + 2f \frac{dx}{dt} + n^2x = 0$

ヲ解ケ。

$n^2=200$, $f=7.485$ トセヨ。 $t=0$ ナルトキ $x=0$, 又 $\frac{dx}{dt}=10$ トセヨ。 § 121 及ビ § 133 ヲ参照セヨ。

答 補助方程式ハ $m^2 + 2fm + n^2 = 0$ デアツテ、其ノ根ハ

$$m = -f \pm \sqrt{f^2 - n^2}$$

デアル。此ノ場合ニハ、 $i = \sqrt{-1}$ トスレバ、 $m = -7.485 \pm 12i$.

從ツテ、 $x = e^{-7.485t} (A \sin 12t + B \cos 12t)$.

$t=0$ ナルトキ、 $x=0$ デアルナラバ、 $B=0$ ナル事ハ明ラカデアル。此ノ場合ニハ

$$\frac{dx}{dt} = Ae^{-7.485t} (-7.485 \sin 12t + 12 \cos 12t).$$

$t=0$ ナルトキ $\frac{dx}{dt} = 10$ デアルナラバ, $A = \frac{10}{12} = 0.8333$.

故 = $x = 0.8333e^{-7.485t} \sin 12t$.

8. 1 封度ノ氣體ガ膨脹スル間ニ吸収スル熱ノ割合ハ、體積ニ於ケル増加ノ 1 單位ニ就イテ次ノ通りデアル。

$$\frac{dH}{dv} = \frac{1}{\gamma-1} \left(v \frac{dp}{dv} + \gamma p \right).$$

今, $pv^n = c$ デアルトスレバ, $\frac{dH}{dv}$ ノ項ヲ表ハセ。ココニ γ , n 及ビ c ハ常數デア
ル。

n ノ如何ナル値ニ對シテ $\frac{dH}{dv} = 0$ トナルカ。

答 $p = cv^{-n}$, 從ツテ $\frac{dp}{dv} = -ncv^{-n-1} = -n \frac{p}{v}$.

故 = $v \frac{dp}{dv} = -np$ 及ビ $\frac{dH}{dv} = \frac{\gamma-n}{\gamma-1} p$.

之ハ $n = \gamma$ ノトキ 0 デアル。從ツテ、其ノ膨脹ハ斷熱的デアルト言ハレル。

9. 與ヘラレタ曲線、又ハ x ト y トノ表ノ値ガ近似的ニ次ノ法則ニ從フカ否カラ見ルベキ方法ヲ述ベヨ。

$$y = a + bx^n,$$

又ハ $y = b(x+a)^n,$

又ハ $y = a + be^{vx}.$

此問題ハ §79 ニ解イテアル。

10. 長さ l ナル電話線ニ於テ, q ハ $2\pi f$ デアル。但シ, f ハ樂音調子即チ振動數デア
ル。又 1 哩ニ就イテノ抵抗 r ヲ 88 トシ, 又 1 哩ニ就イテノ電氣容量 k ヲ 0.05×10^{-6}
トスル。今 $q = 5000$ トシ, $n = \sqrt{rkq}$ トセヨ。但シ i ハ $\sqrt{-1}$ デアル。 $l = 40$ 哩トスル。
若シ, $R = 100 + 0.04 qi$ ガ受信機ノ抵抗デアラナラバ, ソレヲ流レル電流ハ

$$C = 2V_0 \div \left(R + \frac{r}{n} \right) e^{in}$$

デア。但シ, V_0 ハ $10 \sin 5000t$ デアリ, C ハ $a \sin(qt+b)$ ナル形デア。但シ $q = 5000$ 。
 a 及ビ b ヲ求メヨ。

[備考: $\alpha + \beta i$ ハ $\rho(\cos \theta + i \sin \theta)$ ナル形ニ置ク事ガ出來ル。若シ, 之ヲ $m \sin qt$ ニ
乗ズレバ, 其ノ結果ハ, $mp \sin(qt+\theta)$ デアル。尙又 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ ナル事ニ注意
セヨ。]

§ 146 及ビ第三十五章ヲ見ヨ。

$$n = \sqrt{88 \times 0.05 \times 10^{-6} \times 5000} = 0.1483\sqrt{i} = 0.1049 + 0.1049i = 0.1483[45^\circ]$$

$$\frac{r}{n} = \frac{88}{0.1483[45^\circ]} = 593[-45^\circ] = 419 - 419i.$$

故ニ, $R + \frac{r}{n} = 100 + 200i + 419 - 419i = 519 - 219i = 563[-22^\circ.9],$

$$In = 4.196 + 4.196i \text{ 及ビ } e^{In} = e^{4.196} e^{4.196i}.$$

サテ, 4.196 「ラディアソ」ニ $240^\circ.43$ 及ビ $e^{4.196} = 66.42$ 。從ツテ, $e^{In} = 66.42[240^\circ.43]$ 。

$$C = \frac{20 \sin 5000t}{563[-22^\circ.9] \times 66.42[240^\circ.43]} = 0.0005343 \sin(qt - 217^\circ.5).$$

11. 或ル電信「コイル」ニ於ケル電流廻轉ヲ出來ルダケ大キクシタイト思フ。ソシテ之
ハ次ノ式ガ極小ニナツタ場合デア。ル。

$$\left(\frac{R}{t} + \frac{500}{t} \right)^2 + \left(\frac{Lq}{t} - \frac{500}{t} \right)^2.$$

「コイル」ノ抵抗ハ, $R = at^2$ 「オーム」デア。ココニ a ハ常數デアリ, t ハ針金ノ捲キ
數デア。 「コイル」ノ感應係數ハ $L = bt^2$ デアル。常數 q ハ既知デア。ル。

$R = 500$, $Lq = 500$ ナルトキ, 最良ノ結果ヲ得ル事ヲ證明セヨ。

之ハ § 158 ニ證明シテアル。併シ, $R = 500$ 「オーム」ハ 120 「オーム」ノ一定不變ナ電
流ニ對スル抵抗ヲ表ハス事ヲ記憶スル事ハ, 實際家ニトツテハヨイ事デア。ル。之ハ鐵又
ハ銅線ニハ渦流及ビ「ヒステレシス」ニ基ク見カケノ抵抗ガアルカラデア。ル。

12. 電話ノ送話器ハ變化スル抵抗,

$$R = 10 + 0.1 \sin 5000t$$

ヲ有スル。其ノ變化ハ樂音ニ基ク。此ノ音ノ調子即チ振動數ヲ求メヨ。若シ, 6 「ボルト」
ノ電動力 E ノ電池ガアルナラバ, 電流ハ $E \div R$ デアル。其ノ電流ハ上ノ振動數ヨリナ
ル變化スル項ヲ有スルガ, 併シ又其處ニハ「オクターヴ」及ビヨリ高イ和音ガアル事ヲ證
明セヨ。但シコノ和音ハ R ノ常數部分 10 ガアマリ大キイカラシテ, 全クトルニ足ラ
ヌダケ小サイモノデア。ル。此ノ事ハ, 共通電池系統ガ局部電池系統ヨリモヨイ發音ヲ與
ヘル理由ヲ説明シテキル。

答 電流 = $6 \div (10 + 0.1 \sin 5000t) = 0.6 \div (1 + 0.01 \sin 5000t)$ 。

サテ, 正弦ハ決シテ 1 ヨリ大トナルコトナク, 又 -1 ヨリ小トモナルコトガナイカラ,
 $0.01 \sin 5000t = x$ トスレバ, 次ノヤウニ言ヘル。

$$0.6 \div (1+x) = 0.6(1-x) = 0.6 - 0.006 \sin 5000t.$$

即チ, 電流ノ變化スル部分ハ, 吾々ガ望ム所ノモノデア。ル。答ハ實際ニ
 $0.6(1-x+\alpha^2-x^3+\dots)$ デアル。而シテ α^2, α^3 ノ項ハ, 實際ニ $\sin 10000t, \sin 15000t$

等ノヤウナ項ノ導入ヲ意味スル。即チ、「オクターヴ」及ビヨリ高イ和音ヲ意味スル。併シ、 α ガ非常ニ小サイタメニ、此ノ場合ニハ此等ハ全クトルニ足ラヌダケ小サイ事ガ解ル。而シテ之ハ R ノ常數部分 10ガアマリ大キイカラ起ル事デアル。

13. 一平面ガ、或ル軸上ニ有スル截片ハ、 $OA=3, OB=4, OC=5$ デアル。原點カラ此ノ平面ニ下シタ垂線ノ長サ OP ヲ求メヨ。又 OP ガ軸トナス角ヲ求メヨ。

答 $OP=2.17, \alpha=43^\circ.7, \beta=57^\circ.25, \gamma=64^\circ.35$ 。

14. 曲線 $y=1+0.2x^2$ ヲ x 軸ノ周リニ廻轉シテ、一ツノ廻轉曲面ヲ生ズル。 $x=0$ ニ於ケル截断面ト $x=10$ ニ於ケル截断面トノ間ノ體積ヲ求メヨ。

答 πy^2 , 即チ $\pi(1+0.4x^2+0.04x^4)$ ノ積分ハ

$$\pi\left(x + \frac{0.4}{3}x^3 + \frac{0.04}{5}x^5\right)$$

デアル。 $x=10$ トスレバ、求メル答ハ 943.3π 即チ 2963 デアル。

1911年ノ第二階試験

1. 次ノ四ツノ問題(a),(b),(c)及ビ(d)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 對數ヲ用ヒナイデ、省略算ニ依ツテ、有效數字四桁マデ正シク

$$23.56 \times 0.1023 \div 2.363$$

ノ數値ヲ計算セヨ。有效數字五桁マデ計算シテ最後ノ數字ヲ切捨テヨ。 答 1.020

(b) 對數ヲ用ヒテ $1782 \div 0.3152$ ノ立方根ヲ求メヨ。 答 17.81

(c) $\sin 26^\circ, \cos 110^\circ, \sin 220^\circ$ ノ値ヲ言ヘ。 答 0.4334, -0.3420, -0.6428.

(d) 高さ 68 吋ノ人がアル。300 碼ノ距離ニ於テ其ノ人が張ル角ヲ求メヨ。又此ノ角ノ正弦ト正切ト「ラジアン」ヲ單位トスル角自身トハ實際ニ同一デアルノハ何故カ。[非常ニ小サイ角ヲ描イテ見レバ、此ノ理由ハ僅カ數語デ説明シ得ル。

今距離ハ 300×36 即チ 10,800 吋デアル。「ラジアン」ヲ單位トスル角ノ大サハ $68 \div 10800$ デアリ、コレニ 57.3 ヲ乘ズレバ度ニナル。 答 0.3608° , 即チ $21.65'$.]

2. 次ノ三ツノ問題(a),(b)及ビ(c)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 外側ノ直徑ガ D , 内側ノ直徑ガ d ナル中空ノ球ガアル。其ノ體積ハ如何。又其ノ重サ W ヲ求メヨ。但シ其ノ材料ノ單位體積ノ重サヲ w 封度トスル。

重サ W ハ 10 封度デアリ、内側ノ直徑ハ 6 吋デアル。若シ w ガ 1 立方吋ニ就イテ 0.3 封度デアラバ、外側ノ直徑ハ如何。

(b) $x^2 - 3.25x + 1.56$ ノ因數ヲ求メヨ。

(c) 或ル矩形ノ面積ガ 22.4 平方吋デアリ、周ガ 19.2 吋デアルト云フ。各邊ノ長サヲ求メヨ。

答 (a) 球ノ體積ハ $\frac{4}{3}\pi r^3$, 即チ $0.5236d^3$ デアル。(1) 故ニ

$$W = 0.5236w(D^3 - d^3).$$

今、 $W=10, d=6, w=0.3$ トスレバ、 $10 = 0.1571(D^3 - 216)$, 即チ $D^3 - 216 = 63.65$, 即チ $D^3 = 279.65$. 故ニ $D = 6.539$ 吋。

(b) 此ノ因數ハ觀察ニヨツテハ直チニ得ラレナイ。此ノ式ヲ $(x-a)(x-b)$ ト置ケ。今若シコレヲ 0ニ等シトスレバ、方程式 $x^2 - 3.25x + 1.56 = 0$ ノ根ハ a 及ビ b デアル。サテ、此ノ二次方程式ノ根ハ 2.664 及ビ 0.586 デアル。故ニ、求メル因數ハ $x - 2.664$ 及ビ $x - 0.586$ デアル。

(c) 相隣ル二邊ノ長サヲ x, y トスル。 $xy = 22.4$ 及ビ $x + y = 9.6$(1)

$x + y$ ヲ自乗シテ、 $x^2 + 2xy + y^2 = 92.16$, 又 $4xy = 89.6$ デアル。

故ニ $x^2 - 2xy + y^2 = 2.56$,

故ニ $x - y = 1.6$, 而シテ $x + y = 9.6$ デアル。

故ニ $2x = 11.2$, 即チ $x = 5.6$ 吋。次ニ $2y = 8$, 即チ $y = 4$ 吋。

3. $\sin x + x = 0.75$ デアルナラバ、 x ノ値ハ如何。但シ、單位ヲ「ラジアン」トスル。方眼紙ヲ用ヒヨ。

答 方程式ハ $\sin x - 0.75x = 0$ デアル。 $y = \sin x - 0.75x$ トセヨ。 x ノ値ヲ取ツテ y ヲ計算セヨ。 x ト $\sin x$ トヲ示ス諸君ノ表ヲ見レバ、 x ガ小デハイケナイ事ガ解ル。若シ、諸君ガ $\frac{3}{4}x$ ガ $\sin x$ ト殆ソド同シデアルカ否カラ見ル事ヲ急ゲナラバ、恐ラク 65° 位カラ始メルデアラウ。ソシテ自然ニ 70° ト 75° トヲ計算スルニ到ルデアラウ。

度ヲ單位トスル角	x	$\sin x$	y
65°	1.1345	0.9063	0.0556
70°	1.2217	0.9397	0.0234
75°	1.3090	0.9659	-0.0159
73°	1.2741	0.9563	0.0007

方眼紙上ニ x ト y トノ三ツノ値ヲ以テ大體ノ「グラフ」ヲ描キ、

$x = 73$ ヲ試ミ、コレニ對シテ $y = 0.0007$ ヲ計算スルヤウニススル。 $x = 73$ ト $x = 70$

(1) r ハ半徑、 d ハ直徑デアル。故ニ $r = \frac{d}{2}$ ヲ $\frac{4}{3}\pi r^3 =$ 代入スレバ $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{d^3}{8} = \frac{\pi}{6}d^3$.

$0.5236 \cdot \frac{\pi}{6}$ ノ近似値デアル。

(2) 實ハ $x - y = \pm 1.6$ トナリ、 $x - y = 1.6$ ノ外ニ $x - y = -1.6$ ナル式ガアル。之ヨリ $x = 4, y = 5.6$ ヲ得ルモ、問題ノ答トシテハ同一ニナル爲、原著者ハトツテキナイ。併シ方程式(1)ノ根トシテハコレヲ棄ツベキデハナイ。

トノ間デハ曲線ハ殆ンド直線デアラシテ、諸君ハ之ヲ實際ニ直線ト考ヘテヨロシイ。ソレデモ諸君ハ殆ンド正シイノデアル。

次ニ又之ヲ算術的ニ解カウ。3度ノ差ニ對シテ y ノ差ハ0.0227デアル。 $\delta y=0.0007$ ハ何度ニ對シテ起ルカ。 $3 \times \frac{7}{227}$ 、即チ0.09度。故ニ求メル答ハ $73^\circ+0.09$ 、即チ $73^\circ.09$ デアル。度ノ代リニ「ラディアン」デ求メル事モ出來ル。其ノ答ハ $73^\circ.09 \div 57.3=1.276$ 「ラディアン」デアル。

4. 或ル屋根ノ一部分ガ150平方呎ノ面積ヲ有スル。其ノ水平面ニ對スル傾キハ 37° デアル。其ノ平面ノ面積如何。(1) 諸君ガ用ヒル法則ヲ證明セヨ。

答 $150 \times \cos 37^\circ$ 、即チ119.8平方呎。又、其ノ證明ハ既知デアル。

5. 次ノヤウナ x ト y トノ對照數値ガ觀測セラレタ。其處ニハ觀測ノ誤差ガアルカモ知レナイ。確カラシイ法則トシテ

$$y = a + bx^2,$$

ノヤウナ式ガアルカ否カヲ試ミヨ。若シ、アレバ a, b ノ確カラシイ値如何。

x	1.00	1.50	2.00	2.30	2.50	2.70	2.80
y	0.77	1.05	1.50	1.77	2.03	2.25	2.42

答 x^2 ノ値ヲ表記シ、 x^2 ト y トヲ坐標トシテ「グラフ」ヲ描ケ。カクスレバ直チニ其等ノ點ハ殆ンド一直線上ニ在ル事ヲ知ル。此ノ直線ヲ各點ノ間ニ最モ滑ラカニ在ルヤウニスレバ、次ノ式ヲ得ル。

$$y = 0.54 + 0.24x^2.$$

6. 或ル汽車ガ出發シテカラ、 t 時間ニ出發驛カラ s 哩ノ距離マデ行ク。 s ト t トデ「グラフ」ヲ描ケナ。表記セラレタ各時間ノ間ノ平均速度ハ幾時哩デアルカ。今之ヲ實際ニ其ノ區間ノ中央ニ於ケル速度デアルト假定シテ方眼紙上ニ時間ト速度トデ「グラフ」ヲ描ケ。 $t=1.07$ ナルトキ、速度及ビ加速度ヲ求メヨ。

t	1.03	1.05	1.07	1.09	1.11	1.13
s	20.15	20.76	21.42	22.13	22.88	23.67

答 速度 34.25 時哩; 加速度 125 時々哩。

(1) 水平面(即チ地面)ニ於ケル其ノ正射影ノ面積ヲ求メヨトイフニ同シ。

7. t 秒間ニ或ル物體ガ通過シタ空間ヲ s 呎トスレバ、 $s=10t^2$ ナル關係ガアル。今 $t=3$ トスレバ s ノ値如何。又 $t=3+m$ ナルトキ距離ヲ求メヨ。 $t=3$ ノ後 m 秒間ニ通過シタ空間ヲ求メヨ。此ノ時間内ノ平均速度如何。 m ガ小サクナルニ從ツテ速度ハ如何ニナルカ。

$$s = 10 \times 9 = 90, \quad s + \delta s = 10(9 + 6m + m^2),$$

$$\delta s = 60m + 10m^2, \quad \frac{\delta s}{\delta t} = 60 + 10m.$$

之ハ m ガ漸次小サクナルニ從ツテ、 $t=3$ ナルトキノ眞ノ速度 $\frac{ds}{dt} = 60$ 秒呎ニ段々近ヅイテ行ク。

8. 1秒間ニ Q 立方呎ノ液體又ハ氣體ガ通ルトキニ生ズル離心「ポンプ」又ハ回旋送風機ノ周ノ速度ヲ V 秒呎トシ、頭部ノ速度ヲ H 呎トスレバ、理論ニヨツテ次ノ關係ガアルヤウニ見エル。

$$\frac{H}{V^2} = a + b \frac{Q}{V} - c \frac{Q^2}{V^2}.$$

次ノヤウナ實驗ガラトニ送風機ニツイテ行ハレタ。 a, b, c ノ値ヲ求メヨ。

Q	V	H
1243	96.5	206.5
825	112	371
46	96	144

答 $a=0.0137,$

$b=0.0048, c=0.000272.$

9. 互ニ垂直ナ三ツノ基準平面ガ O ニ於テ交ル。コノ三平面カラ一點 P マデノ距離ハ、 $x=0.25, y=4.6, z=1.2$ デアル。又他ノ一點 Q マデノ距離ハ、

$x=0.57, y=6.82, z=2.5$ デアル。 P カラ Q マデノ距離如何。 答 2.592.

10. 直径2吋ナル圓ガ同シ平面上ニアツテ圓ノ中心カラ3吋離レテキル一直線ノ周リヲ廻轉シテ一ツノ環ヲ作ル。此ノ曲面ノ面積及ビ環ノ體積ヲ求メヨ。

答 118.5 平方吋, 59.23 立方吋。

11. 鉛直ナ軸ノ上ノ車輪ガ稍々平衡ヲ失シテキル。ソレハ1分間ニ n 回廻轉スル。彎曲率 M ノ値ハ

$$M = \frac{an^2}{1 - bn^2}$$

デアル。但シ、 $a=10^{-3}, b=10^{-5}$ デアル。

特ニ軸ガ折レヨウトスル臨界速度、即チ M ガ極メテ大トナル速度ヲ求メヨ。

答 $n=316.$

此ノ臨界速度ノ2倍ノ速度ニ於ケル彎曲率如何。 答 $M=-133$.
 此ノ臨界速度ノ半分ノ速度ニ於ケル彎曲率如何。 答 $M=33$.
 12. 或ル型ノ水車「タービン」ニ於テ、水ノ入所ノ車ノ平均半径ヲ R トシ、落下距離ヲ H 呎トシ、落下ノ全力ヲ P トスレバ、

$$R \propto P^{\frac{1}{2}} H^{-\frac{3}{2}}$$

デアル事ガ知レテキル。一ツノ場合ニ於テ、 $P=100$, $H=10$ ナルトキ、 R ガ 1.5 呎デアッタ。 $P=250$, $H=50$ ナルトキ、同シ型ノ「タービン」ニ對スル R ヲ求メヨ。

答 $1.5=c \times 100^{\frac{1}{2}} \times 10^{-\frac{3}{2}}$. 故ニ $c=0.845$. 從ツテ $R=0.845 P^{\frac{1}{2}} H^{-\frac{3}{2}}$,
 故ニ、特殊ナ場合ニ於テ、 $R=0.7094$ 呎デアル。

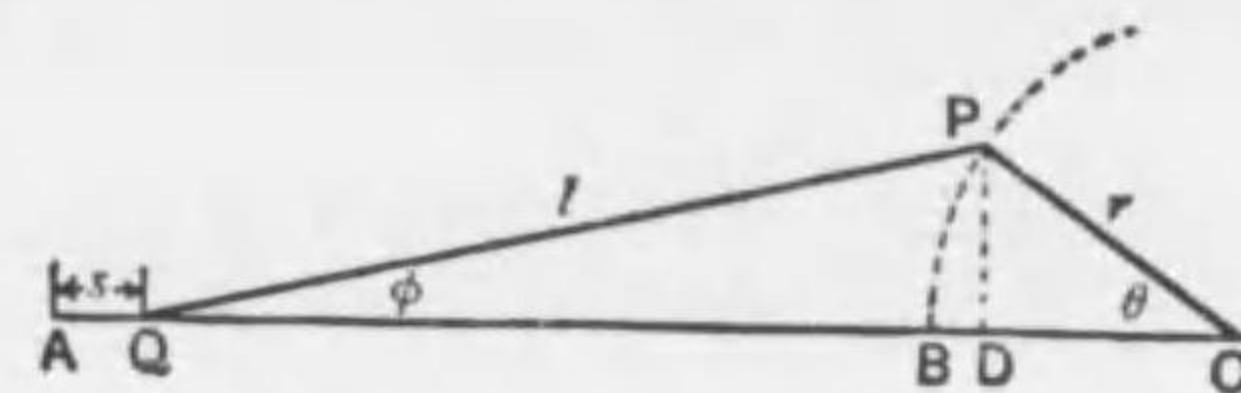
1911年ノ第三階試験

- 次ノ四ツノ問題(a),(b),(c)及ビ(d)ヲ、全部満點ヲトルヤウニ答ヘヨ。
 (a) 對數ヲ用ヒナイデ、省略算ニヨツテ、次ノ數値ヲ有效數字四桁マデ正シイヤウニ求メヨ。
 $23.56 \times 0.01023 \div 0.02563$.
 (b) 對數ヲ用ヒテ、 $(178.2 \div 0.3152)^{-0.4}$ ヲ計算セヨ。
 (c) $\cos 110^\circ$, $\sin 220^\circ$, $\tan 220^\circ$, $\sin 320^\circ$, $\tan 320^\circ$, $\sin 580^\circ$ ノ値ヲ云ヘ。
 (d) i ガ $\sqrt{-1}$ ヲ表ハスナラバ、 $5+4i$ ヲ $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ナル形ニ表ハセ。又其ノ平方根ヲ求メヨ。
 答 (a) 五桁マデ求メテ、最後ヲ切捨テ。カクシテ 9.404 ヲ得ル。
 (b) $178.2 \div 0.3152$ ノ對數ハ 2.7523 デアル。之ニ -0.4 ヲ乘ズレバ -1.1009 , 即チ 2.8991 デアル。從ツテ、求メル答ハ 0.07927 デアル。
 (c) -0.3420 , -0.6428 , 0.8391 , -0.6428 , -0.8391 , -0.6428 .
 (d) $r \cos \theta = 5$, $r \sin \theta = 4$ デアルカラ、 $\tan \theta = 0.8$. $\theta = 38^\circ.66$, 及ビ $r^2 = 25 + 16$, 即チ $r = 6.403$. 故ニ求メル答ハ、 $6.403(\cos 38^\circ.66 + i \sin 38^\circ.66)$ デアリ、之ハ屢々 $6.403[38^\circ.66]$ ト書カレル。其ノ平方根ハ

$$r^{\frac{1}{2}} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right),$$

デアリ、ドモアヴルノ定理ニヨツテ、次ノヤウニ書カレル。
 $2.531[19^\circ.33]$, 又ハ $2.531(\cos 19^\circ.33 + i \sin 19^\circ.33) = 2.388 + 0.8377i$.
 2. 長サ 1 呎ナル「クランク」ガ 1 秒間ニ 1 廻轉ヲナスヤウニ一様ニ廻轉シテキル。ソレニ長サ 5 呎ナル棒ガ連結サレテキル。衝ノ終リカラ丁頭マデノ距離ヲ時間ノ函數トシテ述ベヨ。又其ノ運動ハ殆ド一ツノ單弦運動デアツテ、其ノ半分ノ週期ヲ有スル運動

ト組ミ合ハサレテキル事ヲ證明セヨ。
 答 第61圖ニ於テ、 OP ヲ長サ r ナル「クランク」トシ、連絡セル棒 PQ ノ長サヲ l トセヨ。其ノ衝ノ端カラ丁頭マデノ距離ヲ $AQ=s$ トセヨ。角 QOP ヲ θ トシ、



第 61 圖

角 OQP ヲ ϕ トスル。總テ斯様ナ問題ニ於テ、若シ一ツノ閉テタ圖形ヲ任意ノ二直線上ニ射影スレバ、二ツノ方程式ヲ得ル。水平ニ射影シテ後、鉛直ニ射影シテ、 $AO=l+r$ ナルニヨリ、

$$\left. \begin{aligned} s+l \cos \phi + r \cos \theta &= l+r, \\ l \sin \phi &= r \sin \theta. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

若シ、 ϕ ヲ消去スレバ、 s ヲ r ノ項デ表ハシテ式ヲ得ル。
 $\sin \phi = \frac{r}{l} \sin \theta$, $\cos \phi = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \theta}$,

デアルカラ、初メノ方程式ハ、
 $s = l \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \theta} \right\} + r(1 - \cos \theta)$

トナル。今 l ハ r ノ 5 倍デアリ、又近似的ニ平方根ノ項ヲ $\sqrt{1-a} = 1 - \frac{1}{2}a$ ト考ヘル事ガ出來ル。

$$s = \frac{r^2}{2l} \sin^2 \theta + r - r \cos \theta,$$

ナル事ヲ知ル。之ハ
 $s = r + \frac{r^2}{4l} - r \cos \theta - \frac{r^2}{4l} \cos 2\theta,$

ト同様デアル。今、 $\theta = qt$ トスル。ココニ q ハ「クランク」ノ角速度デアリ、從ツテ内側ノ點ノ位置カラ時間ヲ數ヘル。カクシテ

$$s = r + \frac{r^2}{4l} - r \cos qt - \frac{r^2}{4l} \cos 2qt,$$

即チ $s = 1 - \cos qt + 0.05(1 - \cos 2qt)$. 但シ $q = 2\pi$.

3. 或ル「フライホイール」ガ時間 t 秒ニ毎秒 α 「ラディアン」ノ速度デ廻轉シテキル。若シ、 M ガ働ク能率デアリ、又 f_x ガ流體ノ摩擦デアツテ且ツ唯一ノ抵抗デアリ、又 I

か此ノ車ノ慣性能率デアルナラバ,

$$M = f\alpha + I \frac{d\alpha}{dt},$$

デアル. $f=200$ 及ビ $I=5000$ トセヨ. $\alpha=20+0.1 \sin 12t$ デアルナラバ, M ノ値如何.

$$\text{答 } \frac{d\alpha}{dt} = 1.2 \cos 12t. \quad M = 4000 + 20 \sin 12t + 6000 \cos 12t.$$

之ハ次ノヤウナ形ニ書カレル. ($\sqrt{6000^2 + 20^2}$ ヲ 6000 トスル.)

$$M = 4000 + 6000 \sin(12t + 89^\circ.81).$$

4. 曲線

$$y = a + bx + cx^2 + ke^{mx} + h \sin qt$$

ノ面積ヲ表ハス式ヲ求メヨ.

諸君ガ y ヲ積分スル理由ヲ明瞭ニ述ベヨ. 又此ノトキ附ケ加ヘル常數ノ意味如何.

$$\text{答 } A = \int y \cdot dx = C + ax + \frac{1}{2}bx^2 + \frac{c}{n+1}x^{n+1} + \frac{k}{m}e^{mx} - \frac{h}{q}\cos qt.$$

5. $\tan x + x = 3$ ヲ満足スル x ノ二ツノ値ヲ求メヨ.

$$\text{答 } x = 1.324, \text{ 即チ } 75^\circ.875. \text{ 又ハ } x = 4.64, \text{ 即チ } 265^\circ.85.$$

6. 抵抗ガ R , 自己感係數ガ L , 電路ノ一部分ニ於ケル蓄電器ノ電氣容量ガ K , 其ノ兩端ノ間ノ電壓ガ V , 電流ガ C デアルナラバ,

$$V = \left(R + L\frac{d}{dt} + \frac{1}{Kq} \right) C,$$

ナル事ヲ證明セヨ. 但シ, θ ハ $\frac{d}{dt}$ ヲ表ハスモノトスル. (t ハ時間). 今, $C = a \sin qt$ ナラバ, 電路ニ於ケル自己感係數ノ影響ハ適當ナ蓄電器ヲ置ケバ, 消サレル事ヲ證明セヨ.

答 § 127 ヲ見ヨ. 此ノ場合ニハ $\theta = qi$. 但シ, i ハ $\sqrt{-1}$ デアル. $\frac{1}{Kq}$ ハ $\frac{1}{Kqi}$ デアルカラ, ソレハ $\frac{-i}{Kq}$ デアリ, 從ツテ C ニ乗ズル項ハ $R + i \left(Lq - \frac{1}{Kq} \right)$ デアル. 必要ナ蓄電器ハ $Lq - \frac{1}{Kq} = 0$ デアツテ, $K = \frac{1}{Lq^2}$ ガ其ノ電氣容量ナルヤウナ蓄電器デアル.

7. 點 P ノ x, y 及ビ z 坐標ガ夫々 $5, 4$ 及ビ 3 デアル. $r, \theta,$ 及ビ ϕ 坐標ヲ求メヨ. 尙又 O ヲ原點トシ, 距離 OP ト OP ノ方向餘弦トヲ求メヨ.

$$\text{答 } OP = \sqrt{25 + 16 + 9} = 7.071. \text{ 方向餘弦ハ } \cos \alpha, \text{ 即チ } l = \frac{5}{7.071} = 0.7071.$$

$$\cos \beta, \text{ 即チ } m = \frac{4}{7.071} = 0.5656. \quad \cos \gamma, \text{ 即チ } n = \frac{3}{7.071} = 0.4242.$$

又 $5 = r \sin \theta \cdot \cos \phi, 4 = r \sin \theta \cdot \sin \phi, 3 = r \cos \theta$ デアリ, 且ツ $r = OP = 7.071$

デアルカラ, $\cos \theta = \frac{3}{7.071} = 0.4242$, 即チ $\theta = 64^\circ.9$. 又 $\frac{4}{5} = 0.8 = \tan \phi$. 從ツテ

$$\phi = 38^\circ.66.$$

8. A ヲ「ベクトル」量トシ, t ヲ時間トスレバ, dA/dt ヲ如何ニシテ測ルカ. 「ベクト

ル」ノ値ハ a_0 トシテ測ラレル. ココニ a ハ大サデアリ. θ ハ基準方向カラ時計ノ針ト反對ノ方向ニ測ツタ角デアル. 「ベクトル」ハ一平面内ニ在ル. 或ル點ガ次ノヤウナ時間(秒)ニ次ノヤウナ速度(秒呎)ヲ有スル:

速 度	100 _{30°}	103.3 _{35°}	105.7 _{42°}	107.3 _{51°}	107.8 _{62°}
時 間	10	10.01	10.02	10.03	10.04

t ガ 10.02 ナルトキノ加速度ノ近似値ヲ求メヨ. 「グラフ」ヲ用ヘル方法ガ最モヨイ.

答 § 167 参照. 求メル答ハ 1480_{126°} 秒々呎デアル.

9. 内部ノ壓力ガ p デアツテ, 外部ノ壓力ガ零ナル状態ニアル「ニツケル」鋼鐵ノ中空ノ圓筒ニ於テ, 物質ガスベテ沈下シテキルトキニ, 軸カラ r ナル距離ニ在ル一點ニ於テ p ガ放射應力デアリ, f ガ周應力デアリ, 又鋼鐵ノ特殊ノ種類ニ對スル常數ヲ a, b トスルトキ, 若シ $f + ap = b$ デアツテ, 且ツ又

$$r \frac{dp}{dr} + p + f = 0,$$

ナル普通ノ關係ガアルナラバ, p ヲ r ノ函數トシテ求メヨ.

若シ内側ノ半徑 r_1 ガ 3 吋デアリ, 内側ノ p_1 ガ 1 平方吋 = 30 噸デアルナラバ, 外側ノ半徑 r_0 如何. 「ニツケル」鋼鐵ニ對シテ $a = \frac{3}{4}, b = 30$ トセヨ.]

答 第一ノ方程式カラ f ヲ出シ, 第二ノ方程式ニ之ヲ代入シテ,

$$r \frac{dp}{dr} + (1-a)p + b = 0.$$

$\frac{dr}{r}$ ヲ乘ジ, 且ツ $(1-a)p + b$ デ除スレバ,

$$\frac{dp}{(1-a)p + b} + \frac{dr}{r} = 0.$$

之ヲ積分シテ, $\frac{1}{1-a} \log\{(1-a)p + b\} + \log r = \text{常數},$

$$\log\{(1-a)p + b\} + (1-a) \log r = \text{常數}, \quad \{(1-a)p + b\} r^{1-a} = \text{常數}.$$

今, $a = \frac{3}{4}, b = 30$ トスレバ, $\left(\frac{1}{4}p + 30\right) r^{\frac{1}{4}} = C.$

又 $r = 3$ ナルトキ, $p = 30$ ナルニヨリ, $37.5 \times 3^{\frac{1}{4}} = C.$

$p = p_0 = 0$ ナル外部ニ於テハ, $30 r_0^{\frac{1}{4}} = 37.5 \times 3^{\frac{1}{4}},$

$$\frac{r_0}{3} = \left(\frac{37.5}{30}\right)^4, \text{ 即チ } r_0 = 7.323.$$

〔試験官ハ, 次ノヤウナ面白イ問題ヲ出サナカツタ. 到ル所ノ p ト f トヲ求メテ之ヲ方眼紙上ニ描ケ.

$$p = 150 \left(\frac{3}{r} \right)^{\frac{1}{2}} - 120,$$

$$f = 120 - 112.5 \left(\frac{3}{r} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

ナル事ヲ知ル。

カヤウナ方程式ハ鑄鐵及ビ軟鋼ノ場合ノヤウニ $a=1$ ナルトキ、大變ニ面白イ。此ノトキ、
 $p = p_1 + b \log \frac{r_1}{r}$ 及ビ $f = b - P$]

10. 鑄鐵製ノ中空圓筒ガアツテ、其ノ長サハ 10 吋、重サハ 62 封度デアル。其ノ内側ノ直徑ハ外側ノ直徑ノ 0.78 倍デアル。鑄鐵ノ 1 立方吋ノ重サガ 0.26 封度デアルトキ、内外ノ直徑ヲ求メヨ。答 $W = 0.26 \times 0.7854 \times 10(D^2 - d^2) = 2.042(D^2 - 0.6084D^2)$,
 $62 = 0.7996 D^2$, 即チ $D = 8.805$, $d = 6.868$ 吋。

11. 空氣又ハ蒸氣ガ壓力 p_1 ナル器ノ中カラ圓形ノ孔口ヲ通ツテ外ノ大氣中ヘ流出スルトキ、若シ p ガ孔口ノ壓力デアルナラバ、1 秒間ニ流出スル流體ノ重サハ $x^{2n} - x^{1+n}$ ニ比例スル。但シ、 x ハ p/p_1 デアリ、 n ハ既知ノ常數デアツテ、殆ンド乾イテキル蒸氣ニ對シテハ 0.8850 デアル。又ノ如何ナル値ニ對シテ殆ンド乾イタ蒸氣ハ極大トナルカ。答 1 秒間ノ流體ノ重サヲ W トスレバ、
 $\frac{dW}{dx} = 2nx^{2n-1} - (1+n)x^n$.

之ヲ 0 ニ等シト置ケバ、 $x^{n-1} = \frac{1+n}{2n}$ デアル。若シ、 $n = 0.885$ ナルトキノ蒸氣ノ場合ヲ探ルナラバ、

$$x^{-0.115} = 1.885/1.770, \text{ 即チ } x = 0.578.$$

即チ、孔口ノ壓力ガ容器ノ内側ノ壓力ノ 0.578 倍ナルトキ、蒸氣ノ流レハ極大デア
 ル。

12. l ノ週期函數ノ、全週期ヲ通ジテ l ノ 12 個ノ等距離ノ値ニ對スル値ガ此處ニ與ヘテアル。之ヲフーリエノ級數デ表ハセ。四次及ビソレ以上ノ次數ノ項ヲ無視セヨ。

2.340, 3.012, 3.685, 4.149, 3.685, 2.203, 0.825, 0.513, 0.875, 1.085, 1.189, 1.637.

答 私ハココニ、§ 132 デ述ベタ方法デ、此ノ問題ヲ解ク總テノ過程ヲ示ス。但シ、終リノ方デハ、此ノ方法ヲ斟酌シテキル。ソレハ少シシカ縱線ガ與ヘテナイカラデア
 ル。

此ノ場合ニ於テ、 A ト各成分ノ e トヲ得ル爲ニハ、縱線ガ餘リ多クナイカラ、其等ノ縱線ヲ「グラフ」ニ描イタ方がヨイト思フ。例ヘバ成分 2 ニ對シテハ、 60° ニ於テ 0.1800, 90° ニ於テ 0.5170, 及ビ 120° ニ於テ 0.3370 ノ三ツノ正ノ縱線ガアルダケデア
 ル。此等ヲ「グラフ」ニ描イテ、 A_2 ハ大體 0.527 デアルヲシテ、 $c = 260$ デアル事ヲ知ル。カヤウニシテ他ノ A 及ビ C ヲ知ル。求メル答ハ、

$$x = 2.10 + 1.633 \sin(\phi + 20^\circ) + 0.527 \sin(2\phi + 260^\circ) + 0.2 \sin(3\phi + 90^\circ).$$

緯線ノ番號	ϕ^0	x	A	B	C	D	E	F	G	H
			即チ $x-2.1$	ソレ自身ノ上ニ重ネラレタ A	$A+B$	$\frac{1}{2}C$, 即チ成分 2 及ビ 4 ノ和	ソレ自身ノ上ニ重ネラレタ D	$D+E$	$\frac{1}{2}F$, 即チ成分 4, 之ハ 0 デアル。	$D-G$, 即チ成分 2
0	0	2.340	0.240	-1.275	-1.035	-0.5175	0.5170	0	0	-0.5175
30	1	3.012	0.912	-1.587	-0.675	-0.3375	0.3370	0	0	-0.3375
60	2	3.685	1.585	-1.225	0.360	0.1800	-0.180	0	0	0.1800
90	3	4.149	2.049	-1.015	1.034	0.5170	G ハ下方ニ續ク。		0	0.5170
120	4	3.685	1.585	-0.911	0.674	0.3370	[右ノ行ヲ見ヨ.]		0	0.3370
150	5	2.203	0.103	-0.463	-0.360	-0.180			0	-0.180
180	6	0.825	-1.275	M ハ上方ニ續ク。			-0.5175	-0.7575	-0.5575	
210	7	0.513	-1.587	[右ノ行ヲ見ヨ.]			-0.3375	-1.2495	-1.2495	
240	8	0.875	-1.225	1.585	0.240	0.600	0.200	0.1800	-1.4050	-1.6050
270	9	1.085	-1.015	0.103	0.912	0.00	0.00	0.5170	-1.5320	-1.5320
300	10	1.189	-0.911	-1.275	1.585	-0.600	-0.200	-0.6630	-0.2480	-0.0480
330	11	1.637	-0.463	-1.587	2.049	0.00	0.00	-0.1800	-0.2830	-0.2830
平均 縱線	} = 2.1		重ネラレタ A	重ネラレタ A	$A+I+J$, 成分 3 ノ 3 倍	$\frac{1}{3}K$, 之ハ成分 3 デアル。	繰リ返ヘサレタ D	$A-D$, 成分 1 及ビ 3	$N-L$, 成分 1	
		A	I	J	K	L	M	N		

13. 地球ノ半徑ヲ r トシ、地球ノ中心カラ質量 m ナル他ノ天體 M マデノ距離ヲ l トスレバ、 $m/(l+r)^2$, $m/(l-r)^2$ ハ地球上 M ヨリ最モ遠イ點及ビ最モ近イ點ノ M ノ方向ヘノ加速度デア
 ル。此等ノ點ニ於ケル潮流ノ影響ハ、 m/l^2 , 即チ地球ノ中心ノ加速度ト、其等ノ點ニ於ケル加速度トノ差デア
 ル。 M ノ潮流ノ影響ハ、地球ノ中心カラノ距離ノ立方ニ反比例スル事ヲ證明セヨ。 l ハ r ニ比シテ極メテ大デア
 ルト考ヘヨ。

此ノ證明ハ、第五章ノ終リニ於ケル練習問題トシテ述ベタ所デア
 ル。

14. 或ル汽船ノ一時間ノ總費用ハ(利子、船價ノ下落、給料、石炭等ヲ合メテ)

$$c = 8.21 + \frac{v^2}{1200} \text{ 磅},$$

デア
 ル。但シ、 v ハ節ニヨル速度デア
 ル。3400 哩ノ旅客總費用ヲ s ノ項デ表ハセ。 s ノ如何ナル値ニ對シテ此ノ總費用ハ極小トナルカ。其ノ極小ナラシメル速度ノ 10% 大ナルカ、又ハ小ナルカノ速度デハ、其ノ總費用ハ最良ノ速度ニ對スル費用ヨリ餘リ大デア
 ナイ事ヲ證明セヨ。

之ハ § 104 ノ問題 5 = 似テキル。コノ旅程ハ 3400/s 時間積ク。總費用ハ 3400/s = c ヲ乗シタモノ、即チ $\frac{27914}{s} + 2.833s^2$ デアル。之ハ s=17 節ナルトキ、極小デアル。

s	費用
15.3	2487
17	2462
18.7	2484

15.3, 17, 18.7 ナル値 = 對シテ之ヲ計算シ左ノ表ヲ得ル。

15. 下ノ表 = 於テ、C ハ或ル物質ノ放射能デアツテ、t ハ實驗ヲ始メテカラ經過シタ時間デアル。ココニ

$$\frac{dC}{dt} = -aC$$

ナル關係式が存在スルト信ズベキ理由ガアル。但シ、a ハ常數デアル。

果シテサウデアルカ、吾カラ試ミヨ。若シ果シテサウデアルナラバ、a ノ最モ確カラシイ値ヲ求メヨ。

t	0	7.9	11.8	23.4	29.2	32.6	49.2	62.1	71.4
C	100	64	47.4	19.6	13.8	10.3	3.7	1.86	0.86

答 之ハ複利法デアツテ、若シ、 $\frac{dC}{dt} = -aC$ デアルナラバ、§ 113 = 依ツテ、

$$C = C_0 e^{-at}, \text{ 即チ } \log_e C = \log_e C_0 - at.$$

デアル事ヲ知ル。

常用對數ヲ用ヒテ、t ト $\log C$ トヲ坐標トシテ方眼紙上ニ點ヲ打チ、其等ノ點ノ間 = 最モ滑ラカニ存在スル直線ハ、

$$\log_{10} C = 2 - 0.02933t$$

デアル事ヲ知ル。各項總テ = 2.3026 ヲ乗シテ、⁽¹⁾後書キ改メレバ

$$C = 100e^{-0.0675t}.$$

1910 年ノ第二階試驗

1. 次ノ四ツノ問題(a),(b),(c)及ビ(d)ヲ全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(1) 2.3026 ハ即チ $\log_e 10$ デアツテ、之ヲ乗ズレバ

$$\log_e 10 \times \log_{10} C = \log_e 10 \times \log_{10} 100 - 2.3026 \times 0.02933t.$$

即チ

$$\log_e C = \log_e 100 - 0.0675t,$$

或ハ

$$\log_e C = \log_e 100 + \log_e e^{-0.0675t}.$$

之ヲ書キ改メテ

$$C = 100e^{-0.0675t}.$$

(a) 對數ヲ用ヒナイデ、省略算ニ依ツテ、次ノ數値ヲ有效數字四桁マデ求メヨ。

$$5.306 \times 0.07632 \div 73.15.$$

(b) 對數ヲ用ヒテ $(22.15 \div 4.139)^{0.86}$ ヲ計算セヨ。

(c) 緯度 l = 於ケル重力 = 基ク加速度(秒々輻) g ノ値ハ(近似的ニ)

$$980.62 - 2.6 \cos 2l,$$

デアル。緯度 52° = 對スル此ノ値ヲ計算セヨ。

(d) 射手ノ法則ニ依レバ、半「ベニイ」ノ貨幣(直徑 1 吋)ハ 100 碼ノ距離ニ於テ、1 分ノ角ヲ張ルト言ハレル。此ノ法則ノ誤差ノ百分率如何。

答 (a) 0.005536. (b) 4.232.

(c) $\cos 104^\circ = -0.2419$, 故ニ $g = 980.62 + 2.6 \times 0.2419$, 即チ 981.25.

(d) 100 碼ハ 3600 吋デアル。從ツテ其ノ角ハ「ラディアン」デ $1 \div 3600$ デアル。之ヲ分ニ直スタメニ、 57.3×60 ヲ掛ケル。其ノ結果ハ、0.955 分デアル; 故ニ誤差ハ 0.045/0.955, 即チ 4.72% デアル。

2. 次ノ四ツノ問題(a),(b),(c)及ビ(d)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 中空ナ圓錐ガアツテ、外側ノ直徑 D, 放射狀ノ厚サ t, 長サ l デアルト云フ。其ノ體積如何。若シ、D=4 吋, t=0.5 吋, 體積=2) 立方吋デアルナラバ、l ノ値如何。

(b) 二隻ノ相似形ノ船 A, B ガ相似形ニ荷積ミサレテキル。B ノ長サハ A ノ 2 倍デアル。A ノ水ニ浸ル面積ハ、12,000 平方呎デアリ、其ノ排水量ハ 1500 噸デアル。B ノ水ニ浸ル面積及ビ其ノ排水量ヲ求メヨ。

(c) 或ル流レノ截斷面ノ面積ヲ、ソレガ流レテキル溝ノ濕ツタ周ノ長サデ割ツタ結果ヲ水壓ノ平均深度ト云フ。今水ガ直徑 d ナル管ヲ流レルトキ、(i) 水ガ管ニ滿チテキルトキ、(ii) 水ガ管ニ半バ滿チテキルトキ、其ノ各々ニ就イテ水壓ノ平均深度ヲ求メヨ。

(d) 0.6314 ヲ自然對數トスル數ヲ求メヨ。

答 (a) d ヲ内側ノ直徑トスレバ、 $V = \frac{\pi}{4} l (D^2 - d^2)$.

$$d = D - 2t \text{ トスレバ、 } V = \pi t l (D - t),$$

$$20 = \pi l \times 0.5(4 - 0.5) = 1.75\pi l. \text{ 從ツテ、 } l = 3.638 \text{ 吋.}$$

(b) 面積ハ長サノ平方ニ比例シ、排水量ハ其ノ立方ニ比例スル。B ノ濕ル面積ハ $12000 \times 4 = 48000$ 平方呎デアリ、其ノ排水量ハ、 $1500 \times 8 = 12000$ デアル。

(c) 管ノ半徑ヲ r トセヨ。(i) 其ノ面積ハ πr^2 デアリ、周ハ $2\pi r$ デアル。從ツテ、 $m = \pi r^2 \div 2\pi r = \frac{1}{2}r$. (ii) 面積ハ $\frac{1}{2}\pi r^2$, 濕ツタ周ハ πr . 故ニ、m ハ同シク $\frac{1}{2}r$

デアル。

(d) 其ノ常用對數ハ $0.6314 \times 0.43429 = 0.2742$ デアルカラ、求ムル數ハ 1.880 デアル。

3. 次ノ三ツノ問題(a),(b)及(c)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) $xy^n = a$ ニ於テ、 $y=10$ ナルトキ $x=5$ 、 $y=8$ ナルトキ $x=11$ デアルナラバ、 n ト a ノ値如何。又 $x=7$ ナルトキ、 y ノ値ヲ求メヨ。

(b) 空中ニ於ケル音ノ速度ハ $66.3\sqrt{t}$ 秒呎デアル。此處ニ t ハ絕對溫度ノ攝氏トスル。即チ普通ノ溫度ニ 273 ヲ加ヘタモノデアル。溫度ガ $10^\circ C$ カラ $15^\circ C$ マデ變ズル所デ、音ノ速度ノ些少ノ變化ヲ求メヨ。

(c) 地球ヲ直徑 8000 哩ノ球デアルト假定スレバ、緯度 52° ノ緯度圓ノ圓周ノ長さ如何。地球ハ(近似的ニ) 24 時間ニ一週轉スル。緯度 52° ニ於ケル速度ハ幾時哩デアルカ。

答 (a) $5 \times 10^n = 11 \times 8^n$ デアルカラ、 $\log 5 + n \log 10 = \log 11 + n \log 8$ 。

即チ、 $0.6990 + n = 1.0414 + 0.9031n$ 、 $0.0969n = 0.3424$ 、 $n = 3.5334$ 。

尙又、 $a = 5 \times 10^{3.5334} = 17080$ 、 $0.8451 + n \log y = 4.2324$ 、即チ $y = 9.093$ 。

(b) 速度ハ $\sqrt{233}$ ト $\sqrt{288}$ トニ比例スル。即チ、 1 ト $\sqrt{288/233}$ トニ、又ハ 1 ト 1.009 トニ比例スル。從ツテ、速度ノ些少ノ變化ハ 0.009 、即チ 0.9% デアル。

(c) 圓周ハ 15474 哩；速度ハ 644.75 時哩。

4. ココニ周ガ不規則ナ自然ノ貯水池ガアル。最下點カラ上ニ鉛直ニ h 呎ノ高サマデ水ガ滿チタトキニハ、1000 平方呎ヲ單位トシタ水ノ表面積 A ハ次ノ通りデアル。

h	0	5	10	20	30	42	50	65	75
A	0	220	322	435	505	560	586	617	624

$h=10$ ト $h=65$ トノ間ノ A ノ平均値ヲ求メヨ。

$h=36$ ナルトキ、 A ノ値如何。 $h=36\frac{1}{2}$ カラ $h=36\frac{1}{2}$ マデ水面ガ高マルトキ、増加スル水ノ體積ヲ求メヨ。

答 520, 536, 536.

5. 相似形ノ「フライホイール」ニ貯ヘラレタ「エネルギー」ハ $E=ad^3n^2$ デアル。但シ、 d ハ直徑デアリ、 n ハ 1 分間ノ週轉數デアリ、 a ハ常數デアル。直徑 5 呎デアツテ、1 分間ニ 100 回週轉スル車ガ 18,500 呎封度ヲ貯ヘルナラバ、 a ノ値如何。或ル相似形ノ「フライホイール」ガアツテ、速度ガ 1 分間ニ 149 回カラ 151 回ニマデ増加シタトキ、其ノ蓄積ノ「エネルギー」ガ 10,000 呎封度ダケ増加スルナラバ、其ノ車ノ直徑如何。

$a = 5.92 \times 10^{-4}$ 、又 $10000 = ad^3(151^2 - 149^2)$ デアルカラ、
從ツテ $d^3 = \frac{10000}{0.35514}$ 即チ $d = 7.761$ 呎。

6. 方程式 $x^2 + 5x - 11 = 0$ ノ一解ハ、 1 ト 2 トノ間ニ在ル。方眼紙ヲ用ヒテ、有效數字四桁マデ正確ニ求メヨ。

$y = x^2 + 5x - 11$ トシ、 x ノ多クノ値ニ對スル y ヲ計算シ、之ヲ坐標トシテ方眼紙上ニ「グラフ」ヲ描キ、 x ノ如何ナル値ニ對シテ y ガ 0 トナルカラ見ヨ。

x	y
1	-5
2	7
1.5	-0.125

先ヅ、 $x=1$ トスレバ、 $y=-5$ 。次ニ、 $x=2$ トシテ $y=7$ ヲ得ル。從ツテ求ムル答ハ、明ラカニ x ノ此ノ二ツノ値ノ間ニ在ル。

次ニ、 $x=1.5$ トスレバ $y=-0.125$ トナル。

今、求メタ此等三點ヲ方眼紙上ニ打ツテ見レバ、 $x=1.52$ ヲ試ミル事ニ氣付ク。カクシテ求ムル答ハ $x=1.511$ ナル事ヲ直チニ知ル。

7. 或ル汽船ガ東ヘ 20 秒呎デ動イテキル。乗客ガ煙突カラ出ル煙ノ一見南西ヘ 10 秒呎ノ速度デ流レテ行クヤウニ見エルヲ認メタ。風ノ眞ノ速度及ビ其ノ方向如何。若シ、實際ノ圖ヲ描イテ解クナラバ、其ノ操作ハ正確ニナサレネバナラナイ。

答 煙ノ全速度ハ、船ノ速度ニ船ト相對的ナ速度ヲ加ヘタモノデアル。即チ、縮尺デ「ベクトル」ヲ描ケバ、煙ノ全速度(即チ、風ノ速度)ハ 14.73 秒呎デアツテ、其ノ方向ハ $28^\circ 40'$ ノ北西カラ換言スレバ $28^\circ 40'$ ノ南東ヘ吹イテキル事ヲ知ル。

8. $y = 20 + \sqrt{30 + x^2}$ ナルトキ、 10 カラ 50 マデノ x ノ種々ノ値ヲトツテ、 y ヲ計算セヨ。方眼紙上ニ「グラフ」ヲ描ケ。此等ノ値ノ間デ最モ曲線ニ近ク一致スル直線ヲ求メ、之ヲ $y = a + bx$ ナル形ニ表ハセ。

答 $y = 21.25 + 0.973x$ 。

9. 流體ノ中デ、或ル物體ノ落下ヲ阻害スル力ガ rs ニ比例シ、又落下ヲ早メル力ハ其ノ物體ノ重サデアラナラバ、物體ガ小サクナルニ從ツテ、ソノ落下ハ漸次遅クナル事ヲ證明セヨ。但シ、 v ハ落下ノ速度デアリ、 s ハ其ノ物體ノ表面積デアル。

同シ物質デ作ラレタ相似形ノ物體ニ就イテ、重サハ或ル次元ノ立方ニ、面積ハソノ平方ニ比例スル事ヲ想起セヨ。

答 重サハ $s^{\frac{3}{2}}$ ニ比例シ、落下ノ速度ハ $s^{\frac{3}{2}} \propto rs$ 、即チ $v \propto s^{\frac{1}{2}}$ デアル事ハ明ラカデアル。例ヘバ、今球狀ノ物體ヲ採レバ、直徑ガ d ナルトキ、 $s \propto d^2$ 、從ツテ $v \propto d$ 。

故ニ直徑 1, 0.1, 0.01, 0.001 ナル物體ハ、夫々 1, 0.1, 0.01, 0.001 ニ比例スル速度デ落下スル。

10. 或ル滑走器ガ、時間 t 秒ニ其ノ軌道上ノ一點カラ s 呎マデ行ク。 s ト t トデ「グラフ」ヲ描クナ。時間ノ各區間ニ於ケル平均速度如何。之ハ實際ニ各區間ノ中央ニ於ケル速度デアルト假定シ、次ニ時間ト速度トデ方眼紙ニ「グラフ」ヲ描ケ。

s	1.0000	1.1054	1.2146	1.3268	1.4432	1.5624	1.6857	1.8118
t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7

$t=0.25$ ト $t=0.35$ トノ間ノ速度ノ近似ノ増加如何。 $t=0.3$ ナルトキ近似ノ加速度ヲ求メヨ。

答 各區間ニ於ケル平均速度ハ次ノ表ノ通りナル。

t	$\frac{\delta s}{\delta t}$
0	
0.1	1.054
0.2	1.092
0.3	1.122
0.4	1.164
0.5	1.192
0.6	1.233
0.7	1.261

$t=0.25$ カラ $t=0.35$ マデノ間ノ速度ノ近似ノ増加ハ 0.1 秒間ニ 1.122 秒呎カラ 1.164 秒呎マデ、即チ 0.1 秒間ニ 0.042 秒呎ナル。從ツテ、 $t=0.3$ ニ於ケル加速度ハ近似ノ $\frac{0.042}{0.100} = 0.42$ 秒呎ナル。

11. 或ル構ノ兩端ノ截斷面ガ夫々、12.25 平方呎アツテ、中央截斷面ガ 14.16 平方呎ナル。又構ノ軸ニ沿ウタ長サガ 5 呎ナル。體積如何。

シムプソンノ法則ニヨレバ、其ノ平均截斷面ハ $\frac{1}{6}(12.25+12.25+4 \times 14.16) = 13.558$ 平方呎ナルカラ、體積ハ 13.558×5 、即チ 67.79 立方呎ナル。

12. 重サガ x 及ビ y ナル二ツノ部分カラ出来テキル機械ガアル。此ノ機械ノ費用ハ、 $12x+5y$ 磅デアリ、又其ノ馬力ハ xy ニ比例スル。若シ、費用ガ 100 磅デアツテ最大馬力ヲ有スル機械ヲラシメルニハ、 x ト y トノ値如何。方眼紙ヲ用ヒテモ宜シイ。

答 $12x+5y=100$, $y=20-2.4x$, $xy=20x-2.4x^2$
而シテ今之ヲ極大ナラシメル x ノ値ヲ求メヨウトシテキル。微積分學ニヨツテ、 $x=4\frac{1}{6}$, $y=10$ ガ最良ノ値ナル事ヲ知ル。併シ、方眼紙ヲ用ヒテ 3, 4, 4.5, 5, 6 等ノ x ノ値ヲトリ、 xy ヲ計算セヨ。 xy ト x トヲ坐標トシテ「グラフ」ヲ描イテ見レバ、 $x=4\frac{1}{6}$ ニ於テ此ノ曲線ノ頂ヲ發見スル。且ツ勿論 $y=20-2.4 \times 4\frac{1}{6} = 10$ ナル。

13. 或ル假設ニ從ヘバ、鐵鈎ノ矩形截斷面ニ於ケル應張力ハ、其ノ截斷面ノ中心ヲ通

ル或ル直線カラ y ナル距離ニ於テハ、

$$p = \frac{y+c}{1-\frac{y+c}{R}}$$

ニ比例スル。 $R=10$, $c=1$ ナルトキ、 $y=5$ カラ $y=-5$ マデノ y ノ種々ナ値ニ對シテ p ヲ計算セヨ。又方眼紙ニ「グラフ」ヲ描ケ。 p ノ平均ノ値如何。 y ノ如何ナル値ニ對シテ張力ハ 0 トナルカ。

答 $y=-1$ ナルトキ、明ラカニ $p=0$ 。平均ノ $p=2.55$ 。

1910 年ノ第三階試験

1. 次ノ三ツノ問題(a),(b)及ビ(c)ヲ、全部滿點ヲトルヤウニ答ヘヨ。

(a) 對數表ヲ用ヒナイデ、省略算ニ依リ、次ノ數値ヲ有效數字四桁マデ正シク計算セヨ。
 $5.306 \times 0.07632 \div 73.15$ 。

(b) 對數表ヲ用ヒテ、 $(22.15 \div 4.139)^{-0.86}$ ヲ計算セヨ。

(c) 緯度 l ニ於ケル緯度 1 度ノ長サハ圓ニテ $(1111.317 - 5.688 \cos l)10^4$ 及ビ $(1111.164 \cos l - 0.950 \cos 3l)10^4$ ナル。1 哩ノ長サ(即チ、6082 呎)ハ 185380 哩ナル。緯度 52° ニ於ケル緯度 1 分及ビ經度 1 分ノ長サハ幾何ナルカ。

答 (a) 0.005536; (b) 0.2363; (c) 0.99600, 0.61687。

2. 振動數 p 2ニナル電話機ノ電流ガ、 x 哩ノ距離デハ、

$$C = C_0 e^{-kx} \sin(pt - gx)$$

ナル値トナル。而シテ

$$\sqrt{\frac{kpr}{2}} \sqrt{\sqrt{(1 + \frac{p^2 l^2}{r^2}) \pm \frac{pl}{r}}}$$

ノ複號ノ負號ヲトレバ之ハ h ノ値ヲ與ヘ、正號ヲトレバ g ノ値ヲ與ヘル。 pl/r ガ非常ニ大ナルトキ、 h 及ビ g ノ近似値ヲ求メヨ。若シ、 $k=0.05 \times 10^{-6}$, $r=88$, 及ビ $p=5000$ ナラバ、二ツノ場合ヲ考ヘヨ。(i) $l=0$ ナルトキ、(ii) $l=0.3$ ナルトキ。而シテ、各々ノ場合ニ於テ、 C ノ振幅ガ二分サレル所ノ距離 x ヲ求メヨ。

答 $h = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{k}{l}}$, $g = p\sqrt{kl}$; $x=6.609$ 及ビ 38.58 哩。

3. $\cosh 0.1(1+i)$ ノ値ヲ求メヨ。但シ、 i ハ $\sqrt{-1}$ ヲ表ハス。

答 $1+0.01i$ 、即チ $1(0^\circ.573)$ 。(§ 139 參照)。

4. 樹ノ一部分、角錐臺又ハ圓錐臺、截斷シテ「レール」又ハ堤防ノ一部分ナドノ體積ヲ求メルタメニハ、「擬錐公式」ヲ用ヒル。コノ公式ハ「兩端ノ截斷面ノ面積ト中央截斷

面ノ面積ノ4倍トヲ加ヘテ、其ノ和ヲ6デ割ツタモノガ平均截面デアリ、從ツテ之ニ全長ヲ掛ケタ積ガ全體積デアリト言フノデアリ。如何ナル條件ノ下ニ此ノ規則ガ完全ニ正シイカ。其ノ正確サヲ證明セヨ。

[擬導公式ハ單ニシムブソンノ法則ニ過ギナイ。而シテ此ノ問題ハ §51ニ於テ完全ニ解イテアル。]

5. $z=y+2\frac{dy}{dx}$ デアツテ、且ツ y ガ次ノ通り表記セラレルトキ、 z ノ近似値ヲ求メヨ。曲線ニ於テ、 y ト z トヲ共ニ x ノ函數トシテ示セ。

x	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
y	3.162	3.548	3.981	4.467	5.012	5.623

答 中間ニ於ケル z ノ値、即チ $x=4.05, 4.15,$ 等ニ對スル z ノ値ハ11.08, 12.42, 13.94, 15.64, 17.54デアリ。

6. 減衰振動ヲナシ得ル物體ニ、振動數 f ニシテ單純ニ變化スル力ガ働イテキル。若シ x ガ任意ノ瞬間 t ニ於ケル物體ノ變位デアツテ、又其ノ運動ガ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + n^2x = a \sin 2\pi ft,$$

ニヨツテ制限セラレルナラバ、強制振動ヲ研究シタイト思フ。

$a=1, b=1.5, n^2=4$ トセヨ。先ヅ、 $f=0.2547$ ナルトキノ x ヲ求メ、次ニ $f=0.3820$ ナルトキノ x ヲ求メヨ。

答 (§126 參照). $q=2\pi f$ トスレバ、

$$x = \sin qt / (n^2 - q^2 + bqi), \quad x = \sin qt / (4 - q^2 + 1.5qi).$$

q ノ値ハ1.6及ビ2.4デアリ。二ツノ場合ニ於テ、

$$x = \frac{\sin q_i}{1.44 + 2.4i} \quad \text{及ビ} \quad x = \frac{\sin qt}{-1.76 + 3.6i}$$

又ハ $x = \sin qt / 2.799 [59^\circ.03]$ 及ビ $x = \sin qt / 4.007 [116^\circ.05]$,

又ハ $x = 0.3572 \sin (qt - 59^\circ.03)$ 及ビ $x = 0.2496 \sin (qt - 116^\circ.05)$.

7. x ト y トノ次ノ數値ガ與ヘラレルトキ、各區間ニ於ケル $\frac{\partial y}{\partial x}$ 及ビ $\partial A = y \cdot \partial x$ 、並ビニ $A = \int y \cdot dx$ ヲ表記セヨ。又 $y, \frac{dy}{dx}$ 及ビ A ノ三ツト x トノ關係ヲ各々曲線デ示セ。

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
y	6.428	7.071	7.660	8.192	8.66	9.063	9.397	9.659	9.848

答 各々ノ區間ニ對スル $\frac{\partial y}{\partial x}$ 及ビ $y \cdot \partial x$ ニ對シテ、又 $x=0.1, x=0.2$ 等ニ對スル A ノ各値ニ對シテ、

$\frac{\partial y}{\partial x}$	6.43	5.89	5.32	4.08	4.03	3.34	2.62	1.89
∂A	0.6750	0.7365	0.7926	0.8426	0.8862	0.9230	0.9528	0.9754
A	0.6750	1.4115	2.2041	3.0467	3.9329	4.8559	5.8087	6.7841

8. 此處ニ x ノ函數トシテ y ノ値ヲ與ヘル表ト、 y ノ函數トシテ u ノ値ヲ與ヘル

x	y	y	u
7	14.914	15	0.8169
8	16.128	16	0.7118
9	17.076	17	0.5543

表トガアル。 $x=8.3$ ノトキ、 u 如何。

答 $y=16.44$ デアツテ $u=0.6488$.

9. $pv=100t$ ニ於テ、 $t=300$ ナルトキ、 $p=3000$ デアラナラバ、 v ノ値如何。若シ、 $p=3010$ デアツテ、

$t=302$ デアラナラバ、此ノ場合ノ新

ラシイ v 如何。此等ノ値ノ第二ノ組ヲ $3000+\partial p, 300+\partial t, v+\partial v$ トスレバ、 ∂v ノ値如何。今公式

$$\partial v = \left(\frac{dv}{dp}\right)\partial p + \left(\frac{dv}{dt}\right)\partial t$$

ヲ用ヒ、且ツ新ラシイ方法デ ∂v ヲ計算セヨ。答ニ誤差ノ起ル理由ヲ述ベヨ。

§143ヲ見ヨ。 $v=10$ 、眞ノ $\partial v=0.033223$ 。新ラシイ公式ハ0.033333ヲ與ヘル。此ノ公式ハ ∂p 及ビ ∂v ガ限リナク小サクナルトキニノミ眞デアリ。

10. t ノ週期函數 y ノ値ガ全週期ヲ通ジテ t ノ12個ノ等距離ノ値ニ對シテ與ヘテアル。 y ヲフーリエノ級數デ表ハセ。

13.602,	18.468,	20.671,	20.182,	17.820,	14.346,
10.130,	5.612,	1.877,	0.486,	2.500,	7.506.

18.468ガ第二ノ値デアルト云フ必要ハナイ。

[§132 參照。尙又1911年ノ第三階試験ノ問題12ヲ見ヨ。]

$$\text{答 } y = 11.1 + 10 \sin(\phi + 10^\circ) + \sin(2\phi + 52^\circ).$$

11. $x^3 - 20x + 9 = 0$ ヲ「グラフ」デ解クタメニ、 x^3 ヲ $20x - 9$ ニ等シカラシメルヤウナ x ノ値ヲ求メル事ハ、明ラカデアリ。故ニ、曲線 $y=x^3$ ト直線 $z=20x-9$ トノ「グラフ」ヲ描ケ。コノ兩者ノ交點ハ求メル x ノ値ヲ與ヘル。之ヲ實行スレバ、三ツノ答ヲ得ルデ

アラウ。其ノ値ヲ求メヨ。

答 4.23, 0.455, -4.68.

12. 或ル瓦斯機關ノ汽力圖ニ於テ、次ノ表ハ壓力 p ト體積 v トノ或ル讀ミデアル。其ノ熱ノ吸收ノ割合ハ (若シ、瓦斯ガソレ自身ノ化學的作用カラデハナク、外部ノ熱源カラ熱ヲ吸收スルモノト考ヘルナラバ、)

$$\frac{dH}{dv} = p + \frac{k}{K-k} \left(p + v \frac{dp}{dv} \right)$$

デアル。但シ、 k 及ビ K ハ、次ノ通りニ、重要ナ比熱デアル。

$$\frac{k}{K-k} = 2 + \frac{pv}{300}$$

v	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8
p	84.5	110	176	215	251	234	226	213	202
x	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	
p	192	183	175	167	159	152	146	140	

次ニ三箇所ニ於ケル $\frac{dH}{dv}$ ヲ求メヨ。即チ $v=2.05, 3.55$ 及ビ最高壓力ノ場所。

此ノ問題ハ第二十七章、問題 89 ニ答ヘテアル。 答 1750, -115, 1160.

13. 或ル軸ガ彎曲率 M ト扭力率 T トノ結合作用ヲ受ケテ破損スルトキニハ、

$$M + a\sqrt{M^2 + T^2}$$

ハ常數デナケレバナラナイ。但シ、ココニ a ハ常數デアル。公表サレタ次ノ數ヲ用ヒテ、果シテサウデアルカ否カラ驗セ。實驗ニ於テ考ヘラレル誤差ヲ豫期シナケレバナラナイ。

M	0	0	0	1200	1160	1240	2800	2840
T	4320	4360	4308	4338	4326	4368	3836	3846
M	2760	4400	4320	4600	5020	5180	5360	
T	3804	2416	2438	2060	0	0	0	

答 學生ハ $\sqrt{M^2 + T^2}$ ヲ表記シ、之ト M トヲ坐標トシテ「グラフ」ヲ描ケ。此等ノ點ノ間ニ最モ滑ラカニ横タル直線ヲ用ヒルト、

$$\frac{20}{3} \sqrt{M^2 + T^2} - M = 28830$$

デアル事ガ解ル。

索引

I. 術語索引

- A, B, C 順(發音ハ凡テ日本語音、綴リハ日本式ローマ字綴)。
- 數字ハ頁數(\$ヲ冠ラスハ節ノ番號、漢數字ハ章ノ番號)。
- 再三使用シタ術語ハ定義ヲ與ヘタ所、或ハ最初ニ出タ所ヲ示ス。
- 初等數學デ慣用ノ術語ニハ省クモノモアル。

A

- Ab. 「アヴ・アール・デュ・ポア」, avoidupois.102
- Aka. 「アカデミック」ナ數學教授法, academic method of teaching of mathematics.v, xiv
- Aku. 「アーク・サイン」, arc sine.27
「アーク・タンゼント」, arc tangent.152
「アクティヴィティ」, activity.397
- Amp. 「アムペア」, ampere.102, 118
アムスラーノ「アラニメーター」, Amsler planimeter.128
- Ant. 安定度, stability.133
- Anz. 安全, safe.63
—荷重, —load.63
—應力, —stress.63
- Äru. 「アール」, are.103
- A-sy. A尺, A-scale.21, 23
- Atu. 壓力, pressure.30
平均—, average—.128
有效—, effective—.264
絶對—, absolute—.31
- Bai. 倍音, overtone.319
「ヴァイオリン」, violin.319
- Bar. ヴァーレー蓄電器, Varley condenser.376, 377, 379
馬力, horse power.1
計量—, brake—.154
汽船ノ—, —of steam vessel. 46
船舶用機關ノ—, —of a marine engine.1
指示—, indicated—.46
有效—, available—.129
實—, actual—.154, 160
- Bek. 冪根, power root.11
冪級數, series of power.334
「ベクトル」, vector.284, 三十七
—代數學, —algebra.351, 393, 406
—方程式, —equation.390
—解析, —analysis.406
—ノ加法, addition of—.387
—ノ向キ, sense of—.§166
—ノ積, —product.§148, 405
—ノ大サ, magnitude of—.387
—ノ差, difference of—.389

B

—ノ運動, motion of —. §167
 —ノ和, sum of —. . . 289, §165
 —量, —quantity. . . 387, 422
 —量ノ積, product of —quantity. . . §168
 同一ノ—, same —. . . 387
 空間ニ於ケル—, —in space. . . §170
 自然ニ起ル—, —that occur in nature. . . 404
 單位—, unit—. . . 392
 Ben. 瓣ノ運動, valve motion. . . 284, 320
 Ber. 「ベルト」, belt. . . 53, 253
 —ノ滑リ, slipping of —. . . 53, 253
 Bib. 微分, differential. . . 194
 —學, —calculus. . . 97
 —記號, —symbol. . . §101
 —曲線, —curve. . . 276
 —ニ關スル例題. . . §141
 —ニ依ル極大極小ノ求メ方. . . §104
 —スル, differentiate. . . 203
 偏—, partial differential. §143
 高次式ノ—, —of expression of higher degree. . . §90
 二次式ノ—, —of expression of second degree. . . §89
 三次式ノ—, —of expression of third degree. . . §90
 對數函數ノ—, —of logarithmic function. . . §140
 $y=x^n$ ノ—, —of $y=x^n$. §138
 微分方程式, differential equation. . . 290, 313, §133
 一次—, linear—. . . 323

四階—, fourth order—. . . 323
 微分係數, differential coefficient. . . 201, §92(204)
 函數ノ函數ノ—, —of function of functions. . . §135
 函數ノ積ノ—, —of product of functions. . . 327
 函數ノ四則ノ—, —of arithmetical operations of functions. . . §134
 函數ノ商ノ—, —of quotient of functions. . . 327
 函數ノ和ノ—, —of sum of functions. . . 326
 Bis. 微積分學, calculus. . . 二十, 254, 313
 —ノ概念, idea of—. . . 十八
 —ノ公式, formula of—. . . §94
 Bob. 拋物線, parabola. . . 32, 84, 123, 212, 233, 234, 235, 245等
 —ノ曲率半徑, radius of curvature of—. . . 224
 —ノ面積, area of—. . . §97
 —體, paraboloid. . . 212
 —的弓形, parabolic segment. . . 84
 —的通路, —path. . . 264
 Bor. 「ボルト」, volt. . . 102
 B-sy. B尺, B-scale. . . 21
 Bot. 膨脹, expansion. . . 237
 斷熱—, adiabatic—. . . 238
 氣體ノ—, —of gas. . . 238, 414
 Bun. 分度器, protractor. . . 87
 分變位, component of displacement. . . 396
 分解器, analyser. . . 320

分力, component. . . 32, 246, 396
 分數, fraction. . . 259
 分母, denominator. . . 328
 分子, numerator. . . 328
 分子力學, molecular dynamics. 325
 Bur. ブラウン海底電信機, Brown's submarine relay. . . 379
 ブレートン「サイクル」, Brayton cycle. . . 62
 But. 物理(學), physics. . . 299, xii
 —的問題, physical problem. 394
 —振子, physical pendulum. 299
 C
 Cgs. C. G. S. 制, C. G. S. system. . . 98
 C-sh. C尺, C-scale. . . 23
 Cwt. cwt. (hundred weightノ略). . . 7
 D
 Dae. 橢圓, ellipse. . . 146, 147
 —形ノ斷面, elliptic section. 85
 —ノ「グラフ」, graph of—. 146
 —ノ面積, area of—. 75, 82, 94
 —ノ短徑, semi-minor axis of —. . . 82, 147
 —ノ長徑, semi-major axis of —. . . 82, 147
 —ノ中心, centre of —. . . 147
 —錐, elliptic cone. . . 85
 —體, ellipsoid. . . 125
 Dai 「ダイアグラム」, diagram. . . 62, 127
 瓦斯機關ノ—, gas-engine—. . . 171
 「ダイン」, dyne. . . 102
 代入法, substitution. . . 38
 代數學, algebra. . . 五, xx等

—ノ問題, problem of—. . . 48
 —ノ應用, application of—. . . §18
 代數(的), algebraic.
 —的法則, —law. . . 163
 —函數, —function. . . 139, 326
 —記號, —symbol. . . 211
 —的公式, —formula. . . 29, 33
 —和, —sum. . . 283, 387
 Dam. 斷面, section. . . 62
 圓形—, circular—. . . 62
 矩形—, rectangular—. . . 62
 Dan. 彈道, trajectory. . . 32
 —ノ「グラフ」, graph of—. 264
 斷熱(的), adiabatic. . . 68
 —膨脹, —expansion. . . 238
 —法則, —law. . . 247, 252
 彈性率, modulus of elasticity. 62, 63
 延長ノ—, stretch modulus. . . 70
 ヤングノ—, Young's modulus. . . 62, 63, 249
 彈性體, elastic body. . . 63, 305
 Dek. デカルトノ坐標, Cartesian co-ordinates. . . 145, 398
 Den-a. 電壓, voltage. . . 217, 222, 285, 422等
 Den-b. 電媒質, dielectric. . . 304
 Den-d. 傳導, conduction. . . 70, 341
 電氣ノ—, electrical—. . . 70
 熱ノ—, heat—. . . 341
 傳導率, conductivity. . . 164, 362, 382
 岩石ノ—, —of rock. . . 385
 「ガラス」ノ—, —of glass. . . 164
 傳導裝置, transmitting apparatus. . . 381
 電動計, electric-dynamometer. . . 288
 電動力, electromotive force (E. M.

F.). §153
 逆—, back—, 223
 Den-i. 電位差, potential difference. 222, 249
 Den-k. 電氣, electricity.
 —學, electricity. 293, 319
 —技師, electrical engineer. ..
 284, 380, xxii
 —排水「ポンプ」, electrically
 driven pump (or drainage-
 pump). 159
 —變位, electric displacement.
 303
 —法則, electrical law. 285
 —工學, —engineering. .. 111
 —量, quantity of electricity. 302
 —振動, electrical vibration. ..
 §124
 —振動ニ於ケル強制振動, forc-
 ed vibration of—. §127
 —單位, electrical unit. 102
 —抵抗, electric resistance. .. 170
 —抵抗ノ損失, loss of electric
 resistance. 231
 —容量, electric capacity.
 249, 285
 Den-r. 電纜, (telegraph) cable. 69
 電流, electric current.
 118, 214, 222, 284, 285, 311, §160, 387
 —廻轉, current-turn. .. 337, 415
 —ノ強サ, intensity of—. 222
 電路, (electric) circuit. 284, 303
 電力, electric force. 403
 Den-s. 電信, telegraph. 69
 —電話「ケーブル」, —tele-
 phon cable. §152
 —電話線, —telephone line.

..... §153
 —電話ノ問題, problem of—
 and telephone. 三十五
 電車, electric car. 397
 Den-t. 電池系統, battery system. 415
 電燈會社, electric light company.
 162
 Den-w. 電話, telephone. 69
 —線, —line.
 312, 350, 358, 359, 414, xxii
 無限—線, infinite—line. .. §154
 Den-z. 電磁氣輻射, electromagnetic radi-
 ation. 300
 電磁論, electromagnetic theory. 406
 Dêz. ディーゼル石油機關, Diesel oil en-
 gine. 160
 Do. 度, degree. 74, 87, 110
 Dô. 銅, copper. 94
 —線, —wire. 70
 —線ノ抵抗, resistance of—
 wire. 260
 Dôk. 動徑, radius vector. 398
 Dok. 獨立變數, independent variable.
 341, 342
 Dom. ドモアヴルノ定理, Demoiivre's the-
 orem. 340, §146
 Dor. 弗(ドル), dollar. 8
 度量衡, weights and measures. 9, xx
 英國ノ—, —of England. .. 9
 動力, power. 397
 Dos. ドシュラーノ證明, Duchayla's proof.
 390
 Dôt. 導程, lead. 278, 285
 Dôy. 動搖(船ノ), rolling (of ship). .. 297
 D-sy. D尺, D-scale. 23
 Dy.1 dy/dx. 194

E

E. e (自然對數ノ底, base of natural
 logarithm). 10, 56, 103, 122
 Eki. 液體, liquid. 247
 En. 圓, circle. 17, 352
 —函數, circular function.
 352, 353
 —形斷面, —section. 6
 —弧, —arc. 7, 9
 —ノ「グラフ」, graph of circle.
 147
 —ノ曲率, curvature of—. 240
 —ノ面積, area of—. .. 17, 78
 —周, circumference (of circle).
 78
 —周角, inscribed angle. 77
 Enb. 圓盤, disc. (or disk). 31, 63, 408
 —ノ重心, centre of gravity of
 —. 133
 圓弧ノ長サ, length of arc. 79
 Ene. 「エネルギー」, energy. 41, 62, 395, 423
 —ノ單位, unit of—. 159
 運動ノ—, kinetic—. .. 99, 221
 Ens. 遠心力, centri-fugal force. 244
 圓錐, (circular) cone. 80, 212
 —臺, frustum of—.
 81, 95, 124, 216
 直—, right—. 80, 408
 Ent. 圓筒, (circular) cylinder.
 42, 43, 80, 212
 —形ノ小包, cylindrical parcel.
 189, 227
 —形ノ堤, —dam. 41
 —ノ表面積, area of cylindrical
 surface. 229

—ノ體積, volume of cylinder.
 212
 —透影圖法, cylindrical projec-
 tion. 73
 厚イ—, thick cylinder. 42
 直—, right(circular)—.
 63, 80, 91
 中空—, hollow—.
 82, 260, 407, 423
 「エントロピー」, entropy. 60
 水ノ—, —of water. 60
 蒸氣ノ—, —of steam. 61
 延長, elongation. 63
 —ノ彈性率, stretch modulus. 63
 鉛直線, vertical line. §37(92)
 Enz. 演算式, operator. .. 286, 290, 313, 350
 Eru. 「エルグ」, erg. 102
 Ete. 「エーテル」, ether. 305
 G
 G. g(重力=依ル加速度). .. 32, 103, 427
 Gah. 畫法幾何學, descriptive geometry.
 79, 400
 Gai. 外挿入, extrapolation. 117, 165
 Gan. 元金, principal. 50
 元利合計, amounts of principal and
 interest. 50
 Gar. 「ガロン」, gallon. 85, 102, 118
 Gas. 瓦斯, gas. 68
 —機關, —engine.
 62, 178, 238, 434, x
 單一圓筒—機關, single cylinder
 —engine. 154
 —ノ填出, flow out of—. 230
 —ノ速度, velocity of—. .. 68
 Gen. 弦, chord. 77, 110

—ノ長さ, length of—, ..110
 Gen-k. 現價, present value.\$27,255
 Gen-o. 原音, fundamental tone.319
 Gen-s. 嚴正, rigorous.332
 減衰項, damping term.324
 減衰振動, damped vibration. 295,296
 減衰運動, damping motion. 66,294
 Gen-t. 原點, origin.145
 Gin. 銀行割引, banker's discount.52
 Git. 長壩, prismoid.125
 —公式, formula of—, ..431
 —ノ體積, volume of—, 125
 —ノ定義, definition of—, 125
 —ノ展開面, developable surface of—,125
 Gos-a. 誤差, error.1,2
 —率, rate of—,6
 —ヲ律フ大數ノ記シ方.\$2
 比較—, relative—,89
 百分率—, percentage—, ..89
 相對—, relative—,6
 確カラシイ—(推差), probable—,119
 絕對—, absolute—,6
 Gōs-c. 合成, composition.282
 —變位, resultant displacement.403
 —曲線, —curve.321
 「クランク運動ノ—, —of crank motion.\$115
 剛性率, sheer modulus (or modulus of rigidity).279
 Gōs-i. 合資算, fellowship.48
 Gōs-y. 「ゴージュ」多角形, gauche polygon.389
 Gōd. 剛度, stiffness (or rigidity).

.....191,218,228,297
 角梁ノ—, —of rectangular beam.191,228
 「ゼンマイ」ノ—, —of spring.218
 Gōt. 剛體, rigid body.236
 Gur. 「グラフ」, graph.111,114,185,xx等
 —ノ方法, graphic method. 320
 「グレーン」, grain.102
 「グリニッチ」ノ時刻, Greenwich hour.146
 偶力, couple.288
 Gya. 逆電動力, back electromotive force.223
 逆函數, inverse function.356
 逆三角函數, inverse trigonometric function.27
 逆正弦, inverse sine.27
 逆雙曲線函數, inverse hyperbolic function.356
 逆數, reciprocal.18,22
 逆對數, antilogarithm.12
 —表, —table.12,13,129
 Gyō. 凝結式機關, condensing engine.167,231
 凝結式三段膨脹蒸汽機關, condensing triple expansion steam engine. 166
 凝結式蒸汽「タービン」, condensing steam turbine.154
 倖率の推察, tucky guess.166

H

Hai. 背壓, back pressure.231,263
 排水量, displacement. 136,170,172等
 Han. 半圓, semi-circle.77,78
 —ノ重心, centre of gravity of

—,86
 反曲點, point of inflexion.196
 半對數方眼紙, semi-logarithmic paper.174
 Has. 發散スル, divergent.338
 發育(子供ノ), growth (of child).261,262
 Hat. 發電機, generator (or dynamo).154,228,270
 —ノ價格, cost of—,270
 發電所, electric lighting station. 155
 發電子, armature.228
 波長, wave length.305,385
 Hay. 速サ, speed.96
 Heb. ヘヴィサイドノ方法, Heaviside's method.338,381
 Hei-h. 平方, square.18,23
 —根, square root. ..18,23,345
 Hei-k. 平均, average.
 —壓力, —pressure.128
 —ノ幅, —breadth.126
 —ノ位置, mean position. ..278
 —ノ勾配, average slope. ..195
 —ノ高さ, average height. ..137
 —速度, —velocity.96
 —深度, mean depth.427
 —値, average value.288
 —縱線, mean ordinate.124,332,333,425
 平衡, equilibrium.236,253,278
 平行六面體, parallelepiped. 403,405
 平行線, parallel lines.74
 平行四邊形, parallelogram.75,283,403,405
 —ノ面積, area of—,75
 —ノ面積ノ中心, centre of area

of—,78
 —ノ對角線, diagonal of—, 403
 閉曲線, closed curve.75,261
 Hei-m. 平面板, (plane) plate.82
 閉面積, enclosed area.411
 平面圖形, plane figure.403
 Hei-r. 並列, parallel.310
 Hen-a. 變壓機, transformer.315
 Hen-b. 偏微分, partial differentiation. \$143
 —ノ記號, symbol of—, ..343
 Hen-i. 變位, displacement. 278,293,387,389
 分—, component of—, ..396
 合成—, resultant—,403
 Hen-k. 變角, variable angle.398
 Hen-r. 「ヘンリー」, henry.302
 ヘンリッシーノ分解器, Henrici's analyser.320
 Hen-s. 變數, variable.139
 獨立—, independent—,341,342
 補助—, auxiliary—,148
 Hi. 比, ratio.45
 Hig. 非減衰振動, undamped vibration. 296
 非凝結式機關, non-condensing engine.167,231
 非凝結式蒸汽「タービン」, non-condensing steam turbine.154
 Hik. 比較誤差, relative error.89
 曳船, towing boat.169
 Hin. 比熱, specific heat.363,434
 日ノ長さ, length of a day.262
 Hir. 比例, proportion.9,\$21,48
 —ノ記號(\propto), symbol of—, ..28
 —ノ問題, problem of—, \$22
 —スル, proportional to.45
 複—, compound proportion. ..

- 46, 48
- 連——, continued——. 48
- 線分ノ——, —of line-segment. 74
- 單——, simple——. 45, 48
- His. 擺線(「サイクロイド」), cycloid. .66
- 「ヒステレシス」, hysteresis. 70
- Hiz. 歪, strain. 304, 387
- 歪四邊形, gauche quadrilateral. 389
- 歪多角形, gauche polygon. 389
- Hôd. 放電, discharge. 249
- 蓄電器ノ——, —of battery. 295
- Hog. 補外, extrapolation. 117
- 方眼紙, (cross) section paper.
-九(\$41), 139, 十四, 十六, ii
- 使用ノ效果. \$43
- 使用ノ實例. \$42
- 半對數——, semi-logarithmic paper. 174
- 對數——, logarithmic paper. \$74
- 方眼透寫紙, squared tracing paper. 74
- Hok. 補間, interpolation. 115
- 保險, insurance. 114, 256
- 方向, direction (or clinure). .387, 391
- 角, —angle. 398
- 餘弦, —cosine. 401, 422
- Hon. 骨組圖, skeleton drawing. 265, 275
- 本初子午線, prime meridian. .146
- Hos. 補正, correction. 163
- 公式, correct formula. 72
- 法線, normal. \$105
- 影, subnormal. \$107
- ノ方程式, equation of normal. \$106
- 法則, rule. \$19
- ノ擴張, extension of——. .
-三十二
- ノ證明, proof of——. 三十二
- 放射能, radio activity. 426
- 放射應力, radial stress. 408
- 放射應壓力, radial compressive stress. 423
- 砲手ノ法則, gunner's rule. \$9, 94
- Hôt. 方程式, equation. 十六
- ノ解法, solution of——. . \$83
- ノ「グラフ」= 依ル解法, graphic solution of——. \$83
- ノ根, root of——. 36, 186
- 補助——, auxiliary——. 413
- 一元——, —of one variable. 186
- 一次——, linear——. 33
- 二次——, quadratic——(or —of second degree). 35
- 一元二次——, quadratic——of one variable. 186
- 三次——, cubic——(or —of third degree). 187
- 聯立——, simultaneous——. .35
- Hôw. 飽和蒸氣, saturated steam. 30, 61, 171
- Hoz. 補助變數, auxiliary variable. .148
- 補助角, auxiliary angle. 149
- Hôa. 「フエーロング」, furlong. 2, 7
- 風壓, leeway. 2
- 「ファラッド」, farad. 302
- 「ミクロ——」, micro——. . 304
- 「フエーシング」, farthing. 51
- Hui. 呎, feet. 102
- Huk. 負角, negative angle. 346
- 風琴管, organ pipe. 306, 319
- 複合電流, complex current. 311
- 複比例, compound proportion. 46, 48
- 複利, compound interest.

- \$26, 54, 184, 252
- ノ法則, —law. 二十七, xiv
- ノ法則ノ實例. \$113
- 複振子, compound pendulum. .297
- 複値函數, double-valued function. 146
- Hun. 船, vessel. 47, 72
- ノ動搖, rolling of——. .297
- ノ吃水, draught of——. .136
- ノ吃水面, water plane of——. 129, 132, 136
- ノ抵抗, resistance of——. .47
- Hur. 「フライホイール」, fly wheel.
- 41, 86, 91等
- ノ「エネルギー」, energy of——. 41, 428
- 「フラン」(法), franc. 9
- フロウドノ法則, Froude's rule. .47
- 「フレ」, deviation. 72
- フーリエノ定理, Fourier's theorem. 319, 413
- Hus. 不正多角形ノ面積, area of irregular polygon. 78
- 不正直ノ計算, dishonest calculation. \$1
- Hut. 不定函數, variable function (or arbitrary function). . 222, 373
- Hya. 百分率, percentage. \$5
- 誤差, —error. \$9
- Hyô. 表, table.
- ノ法, tabulated method. \$100
- ノ使用, use of table. \$40
- 差, tabulating difference. 118
- 評價, evaluation. 27
- 公式ノ——, —of formula. .四
- 表面積, area of surface. 229
- 標準, standard.
- 拋物線, —parabola. 186
- 平面, —plane. 401
- 方向, —direction. 398
- 電話「ケーブル」, —telephone cable. 69, 358, 368
- 「ケーブル」, —cable. .359
- 「コムパス」, —compass. .72
- 子午線平面, —meridional plane. 401
- 直線, —(straight) line. 397
- I
- I. $i(\sqrt{-1})$ 37, 254, \$119, \$144
- Ido. 緯度, latitude. 73, 89, 146, 401, 431
- 圓, parallel of——. \$9, 261, 428
- Ika. 錨環, anchor ring. 84, 260
- Imp. 「イムピーダンス」, impedance.
- 286, \$130, 381
- 受信端ノ——, receiving end——. 381
- Ind. 「インディケーター」, indicator. .127
- 「——ダイアグラム」, —diagram. 127
- Ink. 陰函數, implicit function. 148
- Inr. 引力ノ法則, law of attraction. .165
- Ins. 因數, factor. 36, 230
- 分解, factorisation (or factoring). 36
- Int 吋, inch. 102
- Ipp. 一般, general.
- ノ問題, —problem. \$38, 255
- ノ週期函數, —periodic function. 三十一
- 積分, —integral. .211, 237
- Isc. 緯線, latitude. 73, 145
- Isô. 位相, phase. 279

Iti 一次, linear (or first degree).
 —微分方程式, —differential equation.323
 —方程式, —equation.33
 —函數, —function.173
 —式, —expression (—law).
十三
 —式ニ變換サレル式.§65

K

Kad. 荷電, charge.303
 Kag. 化學, chemistry.xii
 科學的方法, scientific method. ..90
 加減法, method of addition or subtraction.35
 Kai-h. 開平, extraction of square root. ..76
 Kai-s. 解析學, analysis.123,219
 「ベクトル」, —, vector—. ..406
 解析幾何學, analytic geometry.
112,145, iv
 立體, —, solid—.399
 回旋風機, centrifugal fan.419
 Kai-t. 海底電信, submarine telegraph. §156
 —繫電機, —relay. ..377, §159
 海底電線, —line. ..353,359, xxii
 迴轉, revolution.74,90,405
 —拋物線體, paraboloid of—.
124,212,245,246
 —橢圓體, ellipsoid of—. 411
 —器, whirling vessel.245
 —「クランク」, rotating crank.
239
 —曲面, surface of revolution.
 216,237,248,269,276,411,416
 —ノ軸, axis of revolution. ..62
 —スル, turn.239

—體, rotating body.62
 —棒, roller frame.411
 有限ノ—, finite rotation. ..390
 Kai-r. 海里(哩), sea mile.89,103,261
 Kai-z. 階乘, factorial.56
 Kak. 角, angle.74,80,七,119
 —空間, angular space.90
 —ノ方向, direction of—.
391,397
 —ノ作圖, construction of—.
§34
 —ノ單位, unit of—.74
 —加速度, angular acceleration.
90,387
 —速度, —velocity. 62, §35,244
 平面ノ作ル—.80
 極メテ小ナル—.83,133,240
 額面高, par-value (or face-value)
 (of a bill).52
 確率, probability.153
 角梁, rectangular beam. 190,227,228
 —ノ剛度, stiffness of—. 191
 —ノ強度, strength of—. ..190
 擴散, diffusion.362
 —率, diffusibility.362
 角錐, pyramid.80
 —臺, frustum of—.121
 —ノ體積, volume of—. ..81
 角錐, prism.80,243,261
 —ノ體積, volume of—. ..80
 Kan-e. 過熱蒸氣, superheated steam. ..383
 Kan-ō. 感應, induction.70
 —係數, inductance.
217,223,235,378
 —「コイル」, induction coil. ..70
 磁氣, —, magnetic—.387

自己—, self—.236
 Kan-s. 慣性能率, moment of inertia.
 ..62, 63, 133, 240,242,236
 慣性ノ中心, centre of inertia. ..111
 管唇, lip of an organ pipe.306
 函數, function.37,139
 —記號, symbol of—.37
 —ノ圖示, plotting of—. ..40
 代數—, algebraic—.139
 圓—, circular—.352,353
 逆—, inverse—.356
 逆圓—, inverse circular—. 356
 逆雙曲線—, inverse hyperbolic
356
 複值—, double-valued—. 146
 不定—, variable—. ..222,373
 陰—, implicit—.148
 一次—, linear—.173
 指數—, exponential—. ..139
 雙曲線—, hyperbolic—.
§149(352)
 單值—, single-valued—. ..165
 超越—, transcendental—. 139
 陽—, explicit—.148
 Kan-t. 簡單ナ(公)式, simple formula. §82
 Kan-z. 完全氣體, perfect gas.238,277
 Kar. 「カラット」, carat(ct).103
 渦流, eddy current.70,415
 Ka-ō. 假想機關, hypothetical engine. ..62
 假想蒸氣機關, —steam engine. 230
 加速度, acceleration.
98,198, §98,293,390,393
 —ノ記號, symbol of—. ..221
 角—, angular—.90,387
 等—, uniform—.98
 中心—, centripetal—. ..393

Kas-s. 滑車, pulley.53,153,165,253
 滑尺, slide.19
 滑子, slider.231
 滑走器, sliding piece.214,430
 Kas-ū. 假數, mantissa.13
 「カースル」, cursor.22,23
 Kat. 「カタナリー」, catenary.224
 —ノ曲率半徑, curvature of—.
224
 Kaz. 荷重, load.62,92
 —率, load factor. ..159,162,331
 安全—, safe—.63
 過載—, over—.161
 滿載—, full—.160
 集中—, concentrated—. ..64
 等布—, uniform—.64
 Kēb. 「ケーブル」, cable.69,192,353
 電信電話ノ—, telegraph-tele-
 phon—.§152
 標準—, standard—. 69,358,359
 海底電信—, submarine—. 192
 Kei. 經度, longitude.89,146
 —1度ノ長サ.89,431
 經緯度表, traverse table.2
 計量馬力, brake horse power. ..154
 計算尺, slide rule.三(21)
 —ノ原理, principle of—. §13
 —ノ目盛, graduation of—. §14
 —ノ用法, direction for use of
§15
 逸見式—, Hemami's—.22
 フォラー式—, Fuller's spiral
 scale—.23,24
 藤野式—, Huzino's—.24
 サッチャー式—, Thacher's—.
24

スタンレー式(時計型)——, Stanley-Boucher —. 24
 ウキヒマン式——, Wichmann's —. 23
 横田式——, Yokota's —. 24
 係数, coefficient. 36
 微分——, differential —. 201, §92(204)
 感應——, inductance. 217, 223, 285, 378
 摩擦——, coefficient of friction. 53, 253
 未定——, undeterminate —. 334
 經緯線, longitude. 73, 145
 經濟學, economics. xii
 Kek. 缺球, spherical sector of one base. 82
 ——面, surface of spherical sector —. 82
 Ken. 索引力, pull. 136, 169
 検査, check. 39
 Ker. ケルヴィン-フォースノ實驗, Kelvin-Forbes's experiment. § 163
 Ket. 桁, girder. 62, 65
 ——腹, web. 62
 Kia. 氣壓, atmospheric pressure. 102, 103, 251
 ——線, —line. 128
 Kid. 軌道, orbit. 94
 ——ノ離心率, eccentricity of —. 94
 Kig. 記號, symbol. 27
 微分——, —of differentiation. §101
 偏微分ノ——, —of partial differentiation. 343

積分——, —of integration. §99
 雙曲線函數ノ——, —of hyperbolic function. 352
 數學的——, mathematical —. §17
 Kii. 歸一法, unitary method. 9
 生絲ノ價, price of silk. 113
 Kik. 機械, machine.
 ——技師, engineer. 278, 326
 ——工學, mechanical engineering. 111
 ——ノ費用, expense of machine. 228
 ——的振動, mechanical vibration. 303
 幾何(學), geometry. §29
 ——級數, geometrical progression. 49, xiv
 ——的圖形, —figure. 392
 ——中項, —mean. 50
 畫法——, descriptive geometry. 79
 立體——, solid —. 80, ii
 實用——, practical —. 74, ii
 汽罐, boiler. 155
 機關, engine. 127
 ——車, locomotive (engine). 280
 瓦斯——, gas —. 62, 128, 170
 假想——, hypothetical —. 61, 170
 石油——, oil —. 62, 128
 蒸汽——, steam —. 61, 170
 Kin. 近似, approximate.
 ——法則, —rule. 79
 ——式, —formula. 十六
 ——值, —value (or approximation). 30
 Kir. 「キロ」, kilo.

「—グラム」(底), —gram (kg). 102, 103
 「—メートル」(底), —metre (km). 103
 「—ジュール」, —joule. 103
 「—ワット」, —watt. 103
 Kir. 汽力圖, indicator diagram. 127, 128, 230, 277
 ——線, curve of —. 171
 Kis. 汽船, steam vessel. 46, 170, 172, 173
 ——ノ馬力, horse power of —. 46
 ——ノ排水量, displacement of —. 268
 ——ノ費用, expense of —. 191, 230, 259, 425
 ——ノ速度, velocity of —. 173
 基礎ノ公式, fundamental formula. 三十四 (§150, 363)
 吃水, draught. 172
 汽車ノ問題, problem of a train. 215, 264
 Kit. 氣體, gas. 247
 ——ノ法則, law of gases. 342
 ——ノ熱吸收. 414
 汽套, steam jacket. 382, 383
 汽筒, steam cylinder. 383
 Kiz. 起重機, crane. 155
 基準水平面, datum level surface. 128
 基準水平線, datum level (line). 244
 Ko. 弧, arc. 77, 87
 ——ノ長さ, length of —. 79, 87
 項, term. 56
 ——ノ和, sum of —s. (Σ) 28
 ——數, number of —. 48
 r 番目ノ——, rth term. 56

Kob. 勾配, slope. 113, §61, 193, 226
 平均——, average —. 195
 曲線ノ——, —of curve. §86, §105
 鐵道ノ——, —of railway. 193
 直線ノ——, —of straight line. §62, §85
 弧度, circular measure. 12, 87
 ——ノ單位, unit of —. 87
 Kod. 高度, altitude. 89
 Kog. 工學, engineering. xii
 光學, light (optics). 293, 325
 紅玉ノ價, value of ruby. 255
 Koh. 公比, common ratio. 49
 Kdk. 槓杆(挺子), level. 410
 航海里, nautical mile. 371
 Kom. 圓盤, top. iv, x
 「コムパス」, compass. 72
 標準——, standard —. 72
 Kon. 根, root. 186
 等——, equal —. 324
 混合法, alligation. 48
 Kór. 工率, power. 155
 交流, alternating current. 70
 ——發電機, alternator. 303
 ——電氣, alternating electric current. §235, 291, xxii
 Kós. 公差, common difference. 48
 公債, consol. 114
 「コーサイン」(餘弦), cosine. 12
 交線, intersection. 80
 公式, formula. 25, 33, 43, 82, 十九
 ——ノ評價, evaluation of —. 四
 ——ノ練習問題, exercises of —. §28
 ——ノ證明, proof of —. §95
 代數的——, algebraic —. 29, 33

補正—, correct—, 72
 Kōt. 恒等式, identity. 334
 Kōz. 高次式, expression of higher degree. 203
 Kud. 管, tube. 62,92,258
 Kuk. 矩形, rectangle. 16
 —断面, rectangular section. 62
 空気ノ抵抗, air resistance. 234
 Kum. 組合, combination. 56
 Kuo. 「クオター」, quarter. 7
 Kur. 「クランク」, crank. 280,281,420,421
 「シャフト」, shaft. 325
 —腕, arm. 280
 —運動, motion. 282
 —運動ノ和, sum of—s. 283
 Kur. 「クラウン」, crown. 5
 黒糸ノ方法, black thread method. 150,152
 「クロノメーター」, chronometer. 146
 Kus. 楔, wedge. 125
 —ノ截頭體, frustum of—. 125
 Kyō-d. 強度, strength (or intensity). 190,227
 Kyō-k. 極大, maximum. 十七,二十二
 —ノ問題, problem of—. §84
 —値, value. 194
 —縱線, ordinate. 323
 極限ノ思想, idea of limit. §88
 極限值, limiting value. 196,200,201
 曲柄, crank. 280
 曲面積, area of curved surface. 81
 球分ノ—, —of spherical sector. 81
 球ノ—, —of sphere. 81
 直圓錐ノ—, —of right circular cone. 80,81,408
 直圓錐ノ—, —of right cir-

cular cylinder. 80,81
 中空圓錐ノ—, —of hollow cylinder. 82
 環ノ—, —of ring. 81
 曲率, curvature. 92,93,225,240
 —半徑, radius of—. 93,224
 曲線, curve. 二十三
 —群, family of—. 141
 —ノ勾配, slope of—. §86, §105
 —ノ面積, area of—. 422
 —ノ作圖, construction of—. §57, §79
 微分—, differential—. 276
 三點ヲ通ル—. §80
 正弦—, sine—. 137
 正切—, tangent—. 137
 餘弦—, cosine—. 137
 重要ナ—, important—. 十五
 極坐標, polar co-ordinates. 398
 極小, minimum. 十七,二十二
 —ノ問題, problem of—. §84
 —値, value. 194
 Kyō-m. 共鳴, resonance. 332
 Kyō-r. 距離, distance. 2,19,75
 水平—, horizontal—. 32
 垂直—, vertical—. 32
 地球ト太陽トノ—. 2
 虛量, imaginary (or unreal) quantity. 37, §119
 —ニ關スル問題. 三十三
 Kyo-s. 強制, forced.
 —電壓, impressed voltage. 308
 —電動力, forced electromotive force. 304
 —振動, vibration. 291, §120, §123, 三十 (§126)

—振動數, frequency of—. 301, 302
 —運動, motion. 324
 競争, race. 175,176
 虛數, imaginary number. 37,254
 —ノ計算, calculation of—. §144
 Kyō. 球, sphere. 63,75,80
 —分, spherical sector. 82
 —殼, hollow—. 258
 —ノ體積, volume of—. 81,82,124,417
 —帶, spherical zone. 82
 Kyō-k. 弓形, segment (of circle). 77
 —ノ面積, area of—. 78,79
 Kyō-m. 球面, spherical surface. 145
 —三角法, spherical trigonometry. 146
 —坐標, co-ordinates. 145
 求積法, method of mensuration. 84
 Kyō-s. 級數, series (or progression). 40,334, 337,339等
 —ノ展開, development of—. 59
 器—, power—. 334
 發散—, divergent—. 338
 幾何—, geometrical progression. §49, xiv
 無限—, infinite series. 338
 算術—, arithmetical progression. §24
 等比—, geometrical—. 49
 等差—, arithmetical—. 48

M

Mai. 哩, mile. 102

Mak. 捲キ數, number of winding. §158
 末項, last term. 48
 マクローリンノ定理, Maclaurin's theorem. 340
 Ma. 摩擦, friction. 31,69,294,296
 —係數, coefficient (or index) of—. 53,253
 —力, frictional force. 253
 Meg. 「メガダイネ」, megadyne. 103
 Mei. 命題, proposition. 76
 Men. 面積, area. 123,124,208,422
 —ノ射影, projection of—. 91
 —ノ中心, centre of—. 78,86,131
 —測定ノ方法, method of mensuration. §52
 Mer. ヌルカートルノ地圖, Mercator's map. 72,73
 Mêt. 「メートル」, metre. 8,103
 —法, metric system. 8,32,96
 水道ノ—, water-metre. 118
 Mik. 見カケノ抵抗, spurious resistance. 415
 「マイクロファラッド」, microfarad. 304, 368
 Mit. 未定係數, undeterminate coefficient. 334
 —ノ法, method of—. 334
 Mok. 木造船, wooden ship. 72
 Mor. 漏レ, leakage. 364
 Mug. 無限, infinity. 200
 —大, infinite. 302,366
 —電話線, telephone line. §154
 —級數, series. 338
 —長イ線, infinitely long line. 366

Muk. 向き, sense. 387,391
 「ベクトル」ノ——, —of vector.
 §166
 Muo. 「ムオー」, mho. 350,364
 Mur. 無理数, irrational number. 78
 Mus. 無線電信, wireless telegraph. §125,218

N

Nag. 長サノ射影, projection of length. 91
 Nam. 滑ラカナ曲線, smooth curve. .. 249
 —ノ勾配, slope of —. .. §109
 Nen. 年齢, age. 34,256
 年金, annuity. 52,255
 終身——, life——. 255
 捻力, torque. 273,288,296
 —系統, torsional system. .. 325

Nep. ネピアノ對數, Napierian logarithm. 28

Net. 熱, heat. 341
 —ノ傳導, — conduction.
 341, §151, xxii

—ノ波長, wave length of —.
 335

—ノ擴散率, diffusibility of —.
 362

—ノ問題, problem of —.
 三十六

—ノ仕事當量, mechanical
 equivalent of —. 102

—力學, thermodynamics. 60,223
 —容量, — capacity. 385

Nik. 二項定理, binomial theorem.
 56,206, §137

Nin. 任意常數, arbitrary constant.
 139,205,249,323

Nip. 日本魔鏡, magic mirror of J p u x
 Nit. 二等分線, bisector. 38

二等分スル, bisect. 74
 Niz. 二次方程式, quadratic equation (or
 equation of second degree). 35,324

—ノ根, root of —. 36

—ノ根ノ公式, formula of roots
 of —. 36

聯立——, simultaneous——. .. 38

二次曲面, quadratic surface (or
 quadric). 125

二次式, quadratic expression. .. 202

Nôr. 能率, efficiency. 62

Not. 「ノット」(節), knot. 9,8,102

Nyô. ニュートンノ法則, Newton's law. 165
 ニュートンノ冷却法則, Newton's
 law of cooling. 250

O

Ôat. 應壓力, compressive stress. 42,92
 放射(又ハ半徑ノ)——, radial
 —. 42,423

Ôde. オーデルノ測定, Odell's measure-
 ment. 273

Ôhu. 往復運動, to and fro motion. .. 278

Oir. オイレルノ理論(支柱ニ關スル),
 Euler's theory (of struts). .. §110

Ôis. 大サ, magnitude (or size). 387

Oku. 遅レ, lag. 69,279
 「オクターヴ」, octave. 415

Omo. 重サ, weight. 1
 水ノ——, —of water. 102

水素ノ——, —of hydrogen. 102

大氣ノ——, —of atmosphere.
 102

中空圓筒ノ——, —of hollow
 cylinder. 82,407

Ômu. 「オーム」, ohm. 222,302

—ノ法則, Ohm's law. §102
 「メガー」, meg——. 413

Ond. 温度, temperature. 118,337
 —傳導率, —conductivity. 362

絕對——, absolute——. .. 60,102

Onk. 音響ノ速度, velocity of sound.
 264,428

恩給, pension. 269

Ons. 「オンス」(匁), ounce. 19

Ôto. 「オート」, ort. 392

Ôry. 應力, stress. 63
 安全——, safe——. 63
 放射——, radial——. 408

周——, hoop——. 408

Ott. オットー「サイクル」, Otto cycle. 62

Oty. 應壓力, compressive stress. .. 42,430
 環狀(又ハ周)——, hoop——. ..
 42,423

Ôyô. 應用, application. xii
 —問題, applied problem. .. 33
 —力學, —mechanics. .. 132, x
 —數學, —mathematics. .. 381

Ôza. 横坐標, abscissa. 186

Ôzi. 横軸, transverse axis. 32

P

Pai. π(圓周率). 103
 「ポイント」, pint. 119

Pam. 「パーミッタンス」, permittance. .. 359

Pas. 「パーセント」, percent (%). 5

Pat. 「パーチ」, perch. 7

Per. ベリー運動, Perry's movement. .. ii
 ベルジャ「ゴム」被覆線, gutta-percha
 covering. 192

Pit. ピタゴラスノ定理, Pythagoras'
 theorem. 147

Pon. 「ポンド」(磅), pound. 5,6
 「ポンド」(封度), pound. 102

Pôr. 「ポール」, pole. 7

Pur. 「アラニメーター」, planimeter.
 127,408,411

アムスラー——, Amstar——. 128

「プロレタリア」的數學, proletarian
 mathematics. v

R

Rad. 「ラディアン」, radian. 74,87,103,110

Rak. 落下距離, distance fallen. 93
 落下運動, falling motion. 429

Ran. ランキン「サイクル」, Rankine cy-
 cle. 61

Ras. 螺旋形「ゼンマイ」, spiral spring.
 218, 243

螺旋曲線, helical curve. 280

螺絲, screw thread. 230

Rat. ラトー送風機, Rateau fan. 419

Rei. 冷却法則, law of cooling. 259

Ren. 連結機, connecting rod. 280,421

連比例, continued proportion. 48

聯立方程式, simultaneous equation.
 35

聯立二次方程式, simultaneous quad-
 ratic equation. 38

レニョーノH, Ragnault's H. .. 102

連続的複利, continuously compound
 interest. 255

Res. 列車運行ノ問題. §87

Ria. 「リアクタンス」, reactance. 287

Rik. 「リーカンス」, leakance. 350,364,389
 力學, dynamics. 211,293,319,ix
 力積, impulse. 387
 力線, line of force. §111(245)

Rim. 利廻り, income.6
 Rin. 臨界速度, critical velocity.325
 Rip. 立方, cube.18,21
 —根, —root. ..18,21,345,350
 —體, cube.75
 Rir. 利率, rate.50
 Ris. 利子, interest.9
 離心「ポンプ」, centrifugal pump. 419
 離心率, eccentricity.94
 利息, interest.50,51
 Rit. 立體解析幾何學, solid analytic
 geometry.399
 立體幾何學, solid geometry. ..80,ii
 「リットル」, [立], litre(1).103
 Rod. 漏電, leakage.250
 —抵抗, —resistance. 250,412
 「ロッド」, rod.7
 Rai. 類似, analogy.303
 Rōp. 「ループ」, loop.128
 Ryo. 梁, beam.62,65
 英國屋ノ—, —of English
 oak.64
 一端固定—, —fixed at one
 end.224,241
 角—, rectangular —.
190,227,238
 兩端固定—, —fixed at two
 ends.64
 兩端支持—, —supported at
 two ends.62,242
 單—, girder.32
 兩脚器, compass.391
 料理屋, restaurant.161
 Ryō. 流筋, flux.337
 流管, stream tube.63,246
 流體, fluid.42,二十六

—ノ膨脹, expansion of— 237
 —ノ流レ, flow of—402
 —ノ運動, motion of— . . . §112
 非等質ノ—, heterogeneous—
244

S

Sai. 「サイクロイド」, cycloid.
66,148, 149,330
 「サイクル」, cycle.
 「プレートン」—, Brayton—
62
 「オットー」—, Otto—62
 「ランキン」—, Rankine— . 61
 「サイン」[正弦], sine.12,27等
 最小自乗法, least square.153
 San-k. 三角形, triangle.41,74,257
 —ノ解法, solution of— . . .76
 —ノ面積, area of— . . .75,257
 —ノ面積ノ中心, centre of area
 of—78
 —ノ作圖, construction of—
74
 正—, regular—133
 等角—, equiangular— . . .74
 直角—, right-angled— . 75,87
 三角法, trigonometry.
75,207, 280,331,iv
 球面—, spherical—146
 初等—, elementary—
207,280,331
 三角函數, trigonometrical function.
27,59,345
 —表, table of—27,59
 —ノ意義, meaning of— . §145
 三角定規, triangular ruler(or set

square).177
 參考圓, reference-circle.280
 San-t. 「サンチム」[參], centim.9
 San-z. 三次元, three dimensions.402
 三次式, expression of third degree.
203
 算術, arithmetic.28,29,78,xx
 —級數, arithmetical progres-
 sion.§24
 —ノ法則, rule in arithmetic.40
 —ノ問題, problem of— . §23
 —中項, arithmetic mean. . .49
 商業—, commercial —. . . §6
 Sas. 鎖線, catenary.224
 Sei-b. 成分, component.321,322,424
 Sei-g. 正弦, sine.12,27,67,75,87,
 110,193,278,xx
 —函數, —function. . .59,323
 —曲線, —curve. 137,279,311
 —級數, —series.306
 正變化スル, vary as.45
 Sei-h. 正方形, square.133
 Sei-r. 靜力學, statics.392
 Sei-s. 正切, tangent.12,27,75,87,110,
 193,196,346
 —函數, —function.59
 —曲線, —curve.137
 正雙曲線, equilateral hyperbola.148
 整數, integar.78
 Sek. 積分, integral.§93
 —學, —calculus.84,128
 —記號, symbol of —. . . §99
 —問題, problem of— . . . §103
 —ノ應用, application of—
§96
 —スル, integrate.204

—常數, —constant.204
 一般ノ—, general—211
 赤道, equator.145
 —平面, equatorial plane. . .401
 石油機關, oil engine.62,163,238
 ディーゼル—, Diesel— . . .160
 Sem. 船舶ノ抵抗, resistance of vessel. . .47
 船舶用機關ノ馬力, horse power
 of a marine engine.1
 Sen. 扇形ノ面積, area of sector.79
 線速度, linear velocity.91
 「セント」, cent.8
 Sep. 截片, intercept.150
 Ses. 切線, tangent.196,§105
 —影, subtangent.§107
 —ノ方程式, equation of tan-
 gent.§106
 —ト正切.196
 Set. 截頭體, frustum.81
 説明題, illustration.二十一,
 二十四,二十五,二十六
 截面, section.
 斜—, oblique —.92
 直—, right—91
 Shm. S. H. M. (simple harmonic motion
 ノ略).278
 Sia. 始壓, initial pressure.231,263
 Sig. 子午圓, circle of meridian.89
 子午線, meridian.145,401
 —平面, meridional plane. . .401
 仕事, work.396
 「シグマ」, Σ.28,131,211
 Sih. 支拂, payment.48
 —ノ方程式, equation of— .48
 四邊形, quadrilateral.77
 内接—, inscribed—77

指標, characteristic.13
 四階, fourth order.323
 Sik. 試験, examination.407,xcii
 Sim. 振幅, amplitude.137,278
 シンプソンノ法則, Simpson's rule.
 ...123,124,126,128,200,411
 Sin. 振動, vibration.
 — 數, frequency.301,319
 — 物體, vibrating body. ...66,xii
 — 的運動, vibrating motion. 278
 減衰 —, damped vibration. ...295
 機械的 —, mechanical —. 303
 強制 —, forced —.291,
 §120, §123, 三十 (§126)
 自然 —, natural —.
 ...二十九 (§120)
 單 —, simple —. ...二十八 (278)
 眞ノ値, real value.97
 振子, pendulum.278
 物理 —, physical —.290
 複 —, compound —.297
 單 —, simple —.297
 眞數, number.13,15,121
 眞割引, true discount.52
 Sio. 潮ヲ起ス運動, tide producing ac-
 tion.71,425
 Sis. 支線, branch (of circuit). 285,313,314
 指數, exponent (or index).334
 — 函數, exponential function. 139
 — 函數表, table of — function.
108,109
 — 定理, — theorem.
122,206,§137,§139
 (對數ノ) —, index (of loga-
 rithm).13
 Sit. 七年戦争, Seven Years' War. ...142

質量, mass.290,337
 支柱, strut.92,184,二十五
 —ニ關スルオイレルノ理論,
 Euler's theory of —. ...§110
 —ノ理論, theory of —. ...184
 Siz. 自然, nature.
 — 現象, natural phenomena. 301
 — 科學, — science.326
 — 振動, — vibration.
二十九 (§120)
 — 週期, — period.317
 — 對數, — logarithm.
5,10,11,28,103,122
 — 對數ノ底(e), base of — log-
 arithm.10,56,103,122
 — 運動, — motion.324
 指示馬力, indicated horse power. ...46
 Sdg. 相互感應, mutual induction. ...§129
 —ノ體系, system of —. ...§131
 Sdk-o. 裝甲船, armour-clad ship.72
 Sok-u. 速度, velocity.31,八,§98,293,
 387,389,393
 —ノ意義, meaning of —. §39
 —ノ記號, symbol of —. ...221
 彈丸ノ —, — of bullet.99
 平均 —, average —.96
 光ノ —, — of light.103
 表面 —, surface —.99
 汽車ノ —, — of the train. 198
 任意ノ瞬間ニ於ケル —, — at
 any instant.96
 音響ノ —, — of sound. 264,428
 臨界 —, critical —.419
 垂直 —, vertical —.32
 相對 —, relative —.429
 初 —, initial —.32

等 —, uniform —.96
 銃口ノ —, — at muzzle. ...264
 測量, mensuration.六 (§32),xx
 —ノ法則, rule of —.§51
 —ノ問題, exercise of —.
十,十一
 Sdk-y. 雙曲線, hyperbola.214,352
 —ノ「グラフ」, graph of —. 147
 —ノ面積, area of —.214
 正 —, equilateral —.148
 直角 —, rectangular —. 148,353
 雙曲線函數, hyperbolic function.
§149(352)
 — 表, table of —.354,355
 —ノ微分係數, differential co-
 efficient of —.356
 —ノ代數的定義, algebraic defi-
 nition of —.353
 —ノ記號, symbol of —. ...352
 —ノ幾何學的定義, geometrical
 definition of —.353
 —ノ種類, kind of —.356
 —ノ展開, development of —.
356
 雙曲線對數, hyperbolic logarithm.
28
 Son. 損益, profit and loss.48
 挿入, interpolation.§44
 —スル, interpolate.115
 外 —, extrapolation.117,165
 「グラフ」ニ依ル —.120
 Sos. 素數, prime number.78
 「ソース」鍋, sauce pan.119
 Sot. 送達, transmission.362
 相對的位置, relative positions. ...283
 Söw. 總和, (total) sum.48

Söz. 相似形, similar figure.75,255
 —ノ面積, area of —. ...75,427
 —ノ物體, similar object. 47,408
 相似立體, similar solid.75
 —ノ體積, volume of —.
75,408,427
 Sub. 滑リ, slipping.53,253
 Sög. 數學, mathematics.
 — 教育ノ改造, reconstruction of
 mathematical teaching. ...i,vii
 —ノ實踐性, practicality of
 mathematics.i
 — 史, history of —.9
 — 的記號, mathematical sym-
 bol.§17
 — 的歸納法, — induction. 333
 — 的哲學者, — philosopher. 202
 理論的 —, theoretical mathemat-
 ics.i
 正統ナ — 的方法, orthodox ma-
 thematical method.331
 抽象的 —, abstract mathematics.
ii
 實用 —, practical —. 序(xix)
 純正 —, pure —.xiv
 Sui-a. 水壓ノ平均深度, hydraulic mean
 depth.427
 Sui-h. 水平, horizontal.
 — 分力, — component. 32,264
 — 桿杆, — lever.410
 — 距離, — distance.32
 — 面, — plane.32,89,92
 — 振子, — pendulum. ...299
 Sui-m. 錐面振子, conical pendulum. ...299
 Sui-t. 垂直, vertical.
 — 分力, — component.32

—距離, perpendicular distance. 32, 75
 —速力, vertical velocity. ...32
 Sui-z. 水準面, level surface. ...§111 (245)
 Suk. 「スケラー」, scalar. 392
 —量, — quantity. 387
 —量=關スル問題. §174
 —積, — product.395
 Sya. 射影, projection. §36,77,280,399,400
 面積ノ—, — of area.91
 長サノ—, — of length.91
 正—, orthogonal—.418
 點ノ—, — of point.79
 直線ノ—, — of line.79
 「シャフト」 shaft. 90,94
 遮汽, cut off (of steam). ...231,264
 斜角坐標, oblique co-ordinates. ...145
 斜高, slant height. 80
 車輪, wheel.90
 射手ノ法則, gunner's rule. 427
 Syd. 衝, stroke. 231,264
 Syd-g. 商業算術, commercial arithmetic. §6
 Syo-k. 初項, first term.48
 消去, elimination.321
 Syd-m. 證明, proof. 112, 十九
 公式ノ—, — of formula. ...§95
 Syd-r. 省略計算, shortened method
 (of calculation). 3
 —ノ問題.§11
 乘法ノ—, — of multiplica-
 tion. 3
 除法ノ—, — of division.4
 捷路, short circuit.304
 Syd-s. 小數點, decimal point.xxiv
 Syo-t. 初等代數學, elementary algebra. 33
 「ショートサーキユット」 short cir-

cuit.304
 Syu. 週期, period. 279,319
 —的運動, periodic motion. 278
 自然—, natural period.317
 週期函數, periodic function. 319,424
 —ノ概念, idea of—.§132
 一般ノ—, general—. 三十一
 瞬滅火花, quenched spark.318
 周應カ, hoop stress. 408
 周應張力, hoop tensile stress.23
 收斂スル, convergent. 333
 終身年金, life annuity. 255

T

Tab. 「タービン」, turbine.71,259,260
 凝結式蒸氣—, condensing
 steam—. 154
 非凝結式蒸氣—, non-condensing
 steam—. 154
 フランシス—, Francis—. ...71
 水車—, water—.71,420
 トムソン—, Thomson—. ...32
 Tai. 大圓, great circle. 81,82
 大砲, gun (or cannon).47,410
 對角線, diagonal. 75,283,403
 對照, correspond. 139
 —值, — value.134
 —縱線, — ordinate.321
 體積, volume.80,81,123,124
 —測定ノ方法, method of men-
 suration of—. §53
 對數, logarithm. 二, 28, 121
 —方眼紙, logarithmic paper. §74
 —表, table of—s.
2, §9, 104, 105, 121
 —表ノ使用, use of—.

.....12, §10, §12, §49
 —表作製ノ級數.337
 —曲線, logarithmic curve. 245
 —ノ底, base of logarithm. ...10
 —ノ定義, definition of—. §8
 逆—, anti—. 12, 13, 15
 逆—表, table of anti—. 106, 107
 ネピアノ—, Napierian—. 28
 自然—, natural—. 5, 10, 11, 28
 雙曲線—, hyperbolic—. ...28
 常用—, common—. 5, 10, 11, 28
 太陽系, solar system.165
 Tak. 多角形, polygon.78
 「ゴージュ」, gauch—. ...389
 相似—, similar—.75
 高サ, height.75
 Tam. 多面體, polyhedron.80
 正—, regular—.80
 相似—, similar—.75
 單比例, simple proportion. ... 45, 48
 Tan. 單弦運動, simple harmonic motion.
§114
 單利法, simple interest.50
 單梁, girder.62
 單振動, simple vibration.
二十八(278), §122
 單振子, simple pendulum. 297
 「タンゼント」(正切), tangent. 12, 27
 短軸, minor axis.82
 Tar. 樽, barrel. 125
 —ノ體積, volume of—.
 125, 130, 410, 430
 Taw. 撓ミ, deflection.62
 —定規, deflected ruler.120
 Ted. 手取金, net receipt.52
 Tei. 定義, definition. 74

定價表, price list.119
 梯形, trapezoid.
 —ノ法則, trapezoidal rule. ...124
 —ノ面積, area of trapezoid. ...78
 抵抗, resistance.70, §130, §160
 電氣—, electrical—.310
 波ヲ作ル—, wave-making—.
47
 靜的—, static—.378
 渦ヲ作ル—, eddy-making—.
47
 絶緣—, insulation—.409
 丁頭, cross-head.420
 丁定規, T-square. 177
 Tek. 挺子, lever. 91
 Tem. 「テンブ」(懐中時計ノ), balance (of
 watch).297, 299
 Ten. 點, point.397
 —ノ位置, position of—.
 §58, §169
 球面上ノ—ノ位置, position of
 — on spherical surface. ...§59
 展開, development. 320
 —ノ理論, theory of—. ...320
 級數ノ—, — of series.59
 「テンサー」, tensor.392
 點數ノ換算, change marks. 156, 263
 Ter. テーラーノ定理, Taylor's theo-
 rem. 219, 337, §142
 Tet. 鐵ノ重サ, weight of iron. ...1,407,424
 Tih. 地方時, local hour. 146
 Tik. 弛緩聯成, loose coupling. 317
 力, force.214, 387, 390, 394
 —ノ群, family of—.391
 —ノ單位, unit of—.391
 一點ヲ通ラナイ—.391

- 蓄電器, condenser. 249,250,308
- ヴァレー——, Varley—. .. 376,377,379
- 地球. earth. 71,89,94,261,401
- 儀, model of terrestrial globe. 47
- ノ密度, density of—. .. 103
- Tir. 地理里, nautical mile. 89,371
- Tit. 遲滯角, lag. 278,290,369
- 地中ノ温度, temperature in the earth. 384
- Tiz. 地軸, axis of the earth. 89,401
- Tôh. 等比級數, geometrical progression. 49
- 等比中項, geometrical mean. 50
- Tôk. 等角三角形, equiangular triangle. 74
- 時計ノ針ノ方向, clock-wise. 289
- 時計ノ針ト反對ノ方向, anti-clock-wise (or counter—). .. 281,289
- 等根, equal roots. 324
- 等距離, equidistance.
- 平行截面, —parallel section. 124
- 縱線, —ordinates. 124
- Tom. トムソン計量器, Thomson gauge. 175
- トムソンノ定理, Thomson's theorem. 175
- トムソン「タービン」, Thomson turbine. 32
- Ton. 「トン」(噸), ton. 7,103
- Tôp. 等「ポテンシャル」面, equi-potential surface. 245
- Tor. 取引, barter. 43
- Tos. 等差級數, arithmetical progression. 48
- 等差中項, arithmetical mean. .. 48
- 等速度運動, uniform velocity motion. 96
- 等速圓運動, uniform circular motion. 278
- 等速運動, uniform motion. .. 96,278
- 投射角, projecting angle. 32
- 投射體, projectile. 264
- Tôh. 通風ノ問題, ventilation problem. 247
- Tui. 追跡, tracing. 78
- 平面ノ——, —of plane. 78
- 曲線ノ——, —of curve. 78
- Tur. 吊リ橋, suspension bridge. 236
- Tôy. 通約スベカラザル量, incommensurable quantity. 78
- Tyô-e. 超越函數, transcendental function. 139
- Tyo-k. 直角, right angle. 74
- 三角形, —ed triangle. 75,87,407
- 雙曲線, rectangular hyperbola. 143,353
- 坐標, —co-ordinates. 145,398
- 直圓錐, right(circular)cone. 80
- ノ曲面積, area of surface of—. 80,408
- ノ斜高, slant height of—. 80
- ノ體積, volume of—. 81,212
- 直圓筒, right(circular)cylinder. 63,80
- ノ面積, area of surface of—. 80
- 直列, series. 380
- 直六面體, rectangular parallelepiped. 63
- 直線, straight line. §60
- ノ方程式, equation of—. 150
- ノ勾配, slope of—. §62

U

- 直截面, right section. 91
- Tyô-r. 張力, tension. 53,63,253
- 應——, tensile stress. 42
- 潮流, tide. 301,425
- ノ力學的定理, dynamical theory of—. 301
- Tyo-s. 調子, pitch. 279
- 貯水池, reservoir. 126,128,135,268,428
- Tyô-w. 調和函數, harmonic function. .. xxii
- Tyô-z. 長軸, major axis. 82
- Tyô-k. 中間縱線ノ法則, mid-ordinate rule. 124,126,128
- 中空圓筒, hollow(circular)cylinder. 82,260,407,423
- ノ曲面積, area of surface of—. 82
- ノ重サ, weight of—. 82,407
- ノ體積, volume of—. 82,427
- 中空球(球殼), hollow sphere. .. 416
- Tyô-r. 扭力率, —twisting moment. .. 434
- Tyô-s. 中心, centre.
- 角, central angle. 77
- 加速度, centripetal acceleration. 393
- 線, centre line. .. 224,240,243
- 慣性ノ——, —of inertia. .. 131
- 面積ノ——, —of area. 78,86,131
- 線ノ——, —of line. 240,131
- 質量ノ——, —of mass. 131
- 抽象的, abstract.
- 幾何學, —geometry. xx
- 推理, —reasoning. 74,77,390,xiv,xvii
- Tyô-w. 扭歪, distortion. 371
- Tyô-z. 中軸線, neutral axis. 62,240

W

- Wa. 環(輪環), ring. 81,§33,260,261
- ノ面積, area of—. 81,86,410
- ノ體積, volume of—. 81,85,258,410
- 環(ループ), loop. 128
- Wab. 輪緣, flange. 62
- Wai. 歪力, stress. 387
- Wan. 彎曲, bending. 242,243
- (能)率, —moment. 241,242,419,434
- 腕狀突起, graduated arm. 411
- Wao. 和音, harmonics. 415
- War. 割(歩合ノ), vari. 6,50
- 割引, discount. §27
- 高, (amount of)—. 52
- 銀行——, banker's—. 52
- 眞——, true—. 52
- 割ル, divide. 22
- Wat. 「ワット」, watt. 102
- Wit. ウキツタッカーノ曆, Whitaker's almanack. 114,116

Y

- Yan. ヤングノ彈性率, Young's modulus

- of elasticity, 62,63,240
 - ノ測定, measurement of—, 297
 - Yog. 餘隙, clearance, 62
 - 餘弦, cosine, 12,27,75,87,110,346, xx
 - 函數, —function, .. 59,320
 - 曲線, —curve,137,279
 - 級數, —series,336
 - Yoi. 餘緯度, co-latitude, 401
 - Yok. 餘角, complement(of angle), ..401
 - 陽函數, explicit function,143
 - 豫期年數(生命ノ), expectation of life, 256
 - Yor. ヲリ大, greater than,23
 - ヨリ小, less than,23
 - Yos. 餘切, cotangent,110
 - Yot. 用帶裝置ノ法則, rule for belting, 254
 - Yoz. 四次方程式, biquadratic equation, 324
 - Yog. 遊隙, clearance,171
 - 有限ノ廻轉, finite rotation,390
 - 有限線, finite length line, 366, §157
 - ニ關スル問題, §157
 - Yok. 融解溫度, temperature of melting, 223
 - 點, melting point,223
 - 有效壓力, effective pressure,264
 - 有效馬力, available horse power, 129
 - 有效數字, significant figure, 1
 - 有向直線, directed line,399
 - ユークリッドノ幾何原本, elements of Euclid, ..76,77,78,79,390,391, xviii
- Z**
- Zah. 坐標, co-ordinates, 十二
 - 幾何學, —geometry, ..112
 - 相互間ノ關係,398
 - 軸, —axes,145,404
 - デカルトノ—, Cartesian—, 145, 398
 - 極—, polar—,398
 - 球面—, spherical—,145
 - 直角—, rectangular—, 145,398
 - Zai. 材料強弱學, elasticity and strength of materials,65
 - Zen. 「ゼンマイ」, spring, 218,298,307,325
 - 秤, —balance,278, §121
 - ノ剛性, stiffness of—, ..218
 - 前進角, advance,278,290
 - 漸長圖法, Mercator projection, ..73
 - Zet. 絕對, absolute, 31
 - 壓力, —pressure, 31
 - 誤差, —error,6
 - 項, —term,37
 - 溫度, —temperature, 60,102
 - 值, —value,205
 - 常數, —constant,249
 - Zid. 自動閉閉器, cut-off,167
 - 自動機關, automatic engine, .. 280
 - 自動圖表記載器, indicator,127
 - Zig. 次元, dimension,75
 - Zik. 磁氣感應, magnetic induction, 387
 - 實驗, experiment,1
 - 式, experimental formula, 61, 十四 (§67), §81
 - 室, laboratory,111
 - 的證明, experimental proof, xv
 - 實驗, experiment and actual measurement,77, ii
 - 實效, effective, 288, 291
 - 電壓, —voltage, .. 288, 291

- 電流, —current, 288, 291, 331
- 自己感應, self induction, 286, 365, §155, 422
- 誘導ノ效果, effect of the introduction of—,370
- 軸, axis, 62
- 迴轉ノ—, —of rotation, ..62
- 地球ノ—, —of the earth, 401
- 坐標—, co-ordinates axes, 145, 404
- Zin. 人口, population, 51,116,174,193,272
- Zir. 磁力, magnetic force, 387
- Zis. 磁針, magnetic needle, 72
- 地震記計, earthquake recorder, ..302
- 實測, actual measurement, ..xviii, xx
- 值, observed value,119
- 十進法, decimal system,9
- Zit. 實馬力, actual horse power, 154,160
- 實用, practical, ii
- 解析, —analysis,ii
- 幾何學, —geometry, ..74, ii
- 數學, —mathematics, 28, 序(xiv)
- 算, practice, §7(S)
- Ziy. 自由運動, free motion,324
- Ziz. 磁場, magnetic field, 404
- Zok. 增加率, rate of increase, 241
- Zos. 造船學, naval architecture,136
- Zuk. 圖解問題, graphic work, §118
- 圖計算, nomograph, §64
- 圖示法, graphic method, 74
- Zyô-b. 乘器, power,44
- ノ計算, calculation of —, §23
- Zyô-g. 上下運動, up and down motion, 278
- Zyô-h. 除比ノ理, dividendo, 54
- 除法, division, §4, 21
- 乘法, multiplication, §3, 31
- 記號ノ點, multiplicative symbol, xxiv
- Zyô-k. 常衡, avoirdupois weight,102
- 蒸氣, steam,63, 118, 263, 383
- 發電機, steam electric generator, 270
- 乾イタ—, dry—,68
- 濕ツタ—, wet—,65
- 蒸汽機關, steam engine, 61, 123, 160, 166, x
- ノ價格, cost of—,160
- ノ亂調, hunting of—, ..325
- 凝結式—, condensing—, 166, 231
- 非凝結式—, non-condensing—, 167, 231
- 假想—, hypothetical—,230
- Zyô-r. 常流, steady flow,382
- Zyô-s. 常數, constant,28
- 項, —term,140
- 任意—, arbitrary—, 130, 205, 240
- 積分—, integral—,204
- 絕對—, absolute—,240
- 有用ノ—, useful—,102
- Zyô-y. 常用對數, common logarithm, 103, 122
- 剩餘定理, remainder theorem, ..37
- Zyô-h. 銃砲實驗, gun-experiment, 99
- 銃口速度, muzzle velocity,264
- Zyu-n. 順列, permutation,56
- 純正數學, pure mathematics, ..xiv
- Zyô-r. 「ジュール」, joule,102, 103
- ジュールノ當量, Joule's equivalent,

..... 102	triangle. 133
Zy0-s. 縦線, ordinate. 321,322,424	直圓錐ノ——, —of right cone. 81
重心, centre of gravity. 81,86,十一(\$54),210
物體ノ——, —of body. 131	銃身, gan-tube. 42,43
半圓ノ——, —of semi-circle.86	受信器, receiving instrument. .. 373
角錐ノ——, —of prysm. 81	——ノ捲キ數, number of winding of——. §158
曲線ノ——, —of curve. .. 131	Zyu-t. 術語, technical term. 48
面積ノ——, —of area. 131	Zy0-z. 縦坐標, ordinate. 288
正三角形ノ——, —of regular	縱軸, perpendicular axis. 34

II. 人名索引

A,B,C順(發音ハ其ノ國音,綴リハ其ノ國語ニ據ル.)
數字ハ頁數. 科學ニ關係ノナイ人名ハ掲ゲナイ.

A	Euler, L. オイレル, (1707-1783), (瑞, 數). 242
Amsler, アムスラー. 128	Everett, エヴァレット. 24
Apollonius, アポロニウス, (260-200 B. C. 頃). xvii	F
Ayrton, W. E. アイルトン. 111, ix	Forbes, フォーブス. 333, 334
B	Forsyth, フォーサイス, (英, 數). v
Borel, E. エミル, ボレル. i	Fourier, J.B.J. フーリエ, (1768-1830), (佛, 數物). 319
Boyle, ボイル. 102	Fricke, R. フリッケ, (獨, 數). i, iii
Brayton, ブレートン. 62	Froude, W. フラウド, (1810-1879), (英, 工). 47
Brown, S. シドニー, ブラウン. 311, 312, 379	Fuller, フッラー. 24
C	Fuzino, 藤野. 24
Clark, J. R. クラーク, (米, 數). 75	G
Comberousse, コムブルース, (佛, 數). .. 125	Graustein, W. C. グラウスタイン, (米, 數). 399
D	Gunter, E. ガンター, (1581-1626). .. 23
De Moivre, ドマーヴル, (1667-1754). 340	H
Descartes, R. ルネ, デカルト, (1596-1650). 145, 398	Harrison, ハリソン. 125
Dewey, デュワイ, (米, 心理). ii	Heaviside, ヘヴィサイド. .. 333, 370, 381, 406
Diophantus, ディオファントス. xvii	Heewood, ヒーウッド, (獨, 數). v
Duchaylas, ドシュラー. 390	Hemmi, Z. 逸見次郎. 22
E	Henrici, ヘンリッヒ. 320
Edser, エドサー, (英, 數). 121	I
Euclid, ユークリッド, (330-275 B.C. 頃). 76, 78, 390, ii, xvii	Ide, Y. 井田彌門. 9

Itô, T. 伊藤徳之助. 406

J

Jeffreys, ゼフレウス. 338

Joule, J. P. ジュール, (1818-1889). 102

K

Kennelly, ケンネリー. 358, 380

Klein, F. フェリックス. クライン, (獨, 數). i

Kondô, T. 近藤 隆. 128, 219, 320

L

Lagrange, J. L. ラグランジュ, (1736-1813), (佛, 數). 338

Lord Kelvin, T. W. ケルヴィン卿, (1824-1907), (英, 數). 325, 383, 384

Lord Rayleigh, ロードレーリー. 165

Lorentz, H. A. ローレンツ, (和, 物理). 319

M

Mac Laurin, C. マクロリン, (1698-1746), (蘇, 數). 340

Manheim, A. マネム, (1831-1909), (佛, 數). 23

Mercator, メルカートル, (1512-1594), (獨, 地理). 73

Minchin, G. M. 352

Moore, ムーア, (米, 數). i

N

Nabesima, N. 鍋島信太郎. i

Napier, J. ジョーン. ネピア, (1550-1617). 23, 28

Newton, I. アイザック. ニュートン, (1642-1727), (英, 數物). 165, 221, 250

Nozu, M. 野津正忠. 23

Nunn, P. ナン. (英, 心理). ii

O

Odell, オーデル. 273

Ogura, K. 小倉金之助. 9, 125, 128, 219, vi, xii

Ohm, G. S. オーム, (1781-1854), (獨, 物理). 222

Osgood, W. F. オスグード, (米, 數). 399

Otto, オットー. 62

Oughtred, W. オートレッド, (1574-1660). 23

P

Partridge, S. パートリッジ. 23

Perry, J. シヨン. ベリー, (1850-1920), (英, 數工). 133, 254, 序(i, vii, viii), 口繪

Plato, プラト. 78

Pringsheim, プリングスハイム, (獨, 數). 338

Pythagorous, ピタゴラス, (560-500B.C.頃). 78, 147

R

Rankine, ランキン. 69

Rateau, ラト. 411

Regnault, H. V. レニョー, (1810-1878), (佛, 化). 102, 223

Roget, ロゼット. 25

Rouché, E. ルージュ, (1840-1910), (佛, 數). 125

Rugg, H. O. ラッグ, (米, 心理). 75

S

Sanden, H. ザンデン, (1883-), (獨, 數). 128, 219, 320

Simpson, T. トーマス. シムプソン, (1710-

1761). 123

Singu, T. 新宮恒次郎. 75, 146, 399, xiii

Smith, C. チャールス. スミス. 335

Smith, W. B. スミス. 335, 352

T

Taylor, B. テーラー, (1685-1731), (英, 數). 219, 338

Thacher, サッチャー. 24

Thomson, J. ジェームス. タムソン, (1822-1892), (蘇, 工). iii, vii

Thomson, W. ウェリアム. タムソン, (ケルヴィン卿), (1824-1907), (英, 數物). 32, 175, 325, vii, 口繪

Thorndike, ソーングアイク, (米, 心理). ii

Turner, H. H. ターナー, (英, 天文). iii

V

Varley, ヴァーレー, (英, 工). 376, 377, 379

W

Wedmore, ウェッドモア. 321

Whitaker, J. ジョセフ. ウェッカー, (1820-1895). 114

Willans, ウェランス. 166, 167

Y

Yamada, M. 山田光雄. 319

Yano, T. 矢野恒太. 114

Yokota, 横田. 24

Young, T. トーマス. ヤング, (1773-1829), (英, 物理). 63

〔索引終り〕

昭和5年5月5日印刷

昭和5年5月8日發行

ベリ一初等實用數學

【定價金參圓五拾錢】

著 作
所 有

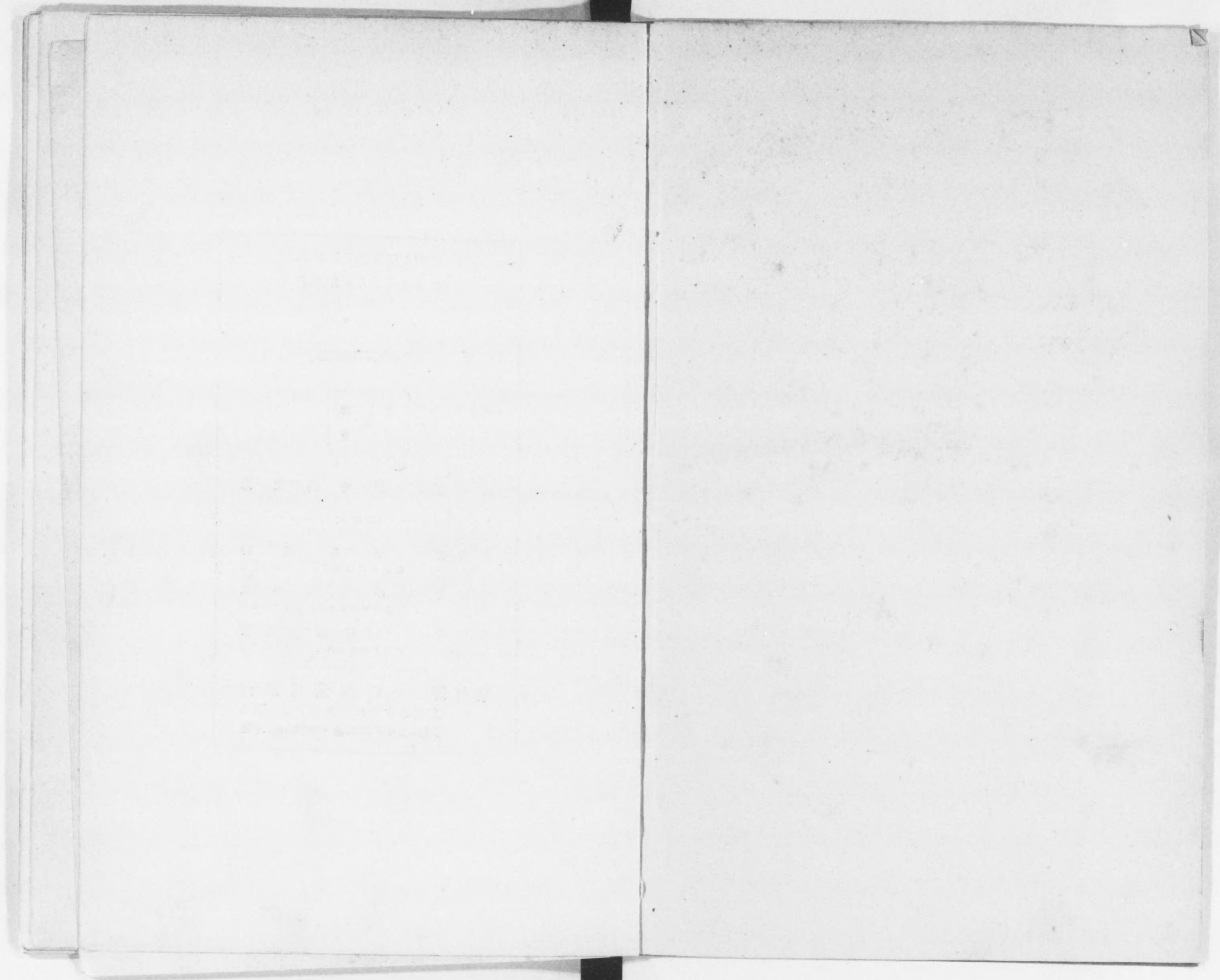
譯 者 新 宮 恒 次 郎

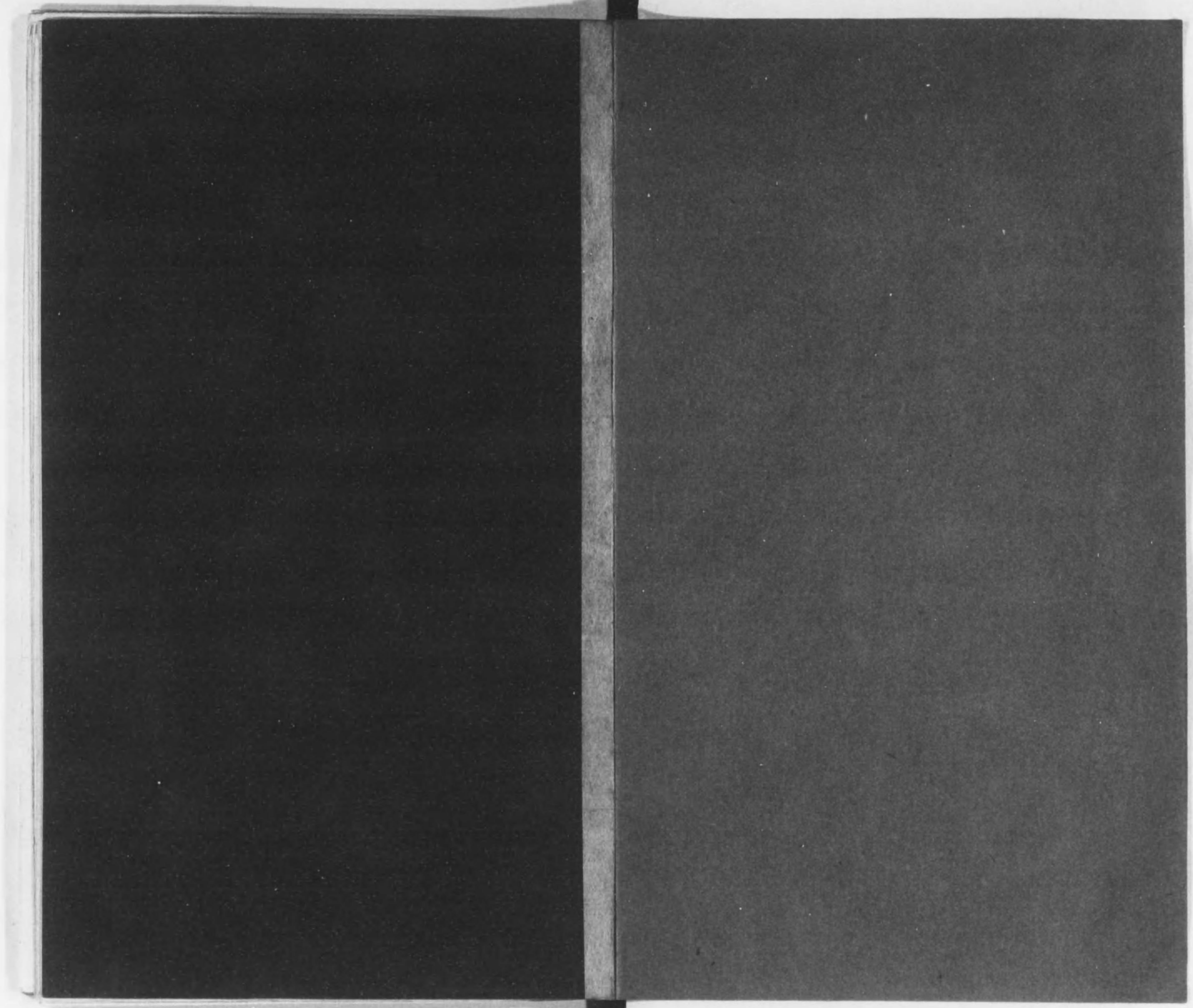
發 行 者 來 島 正 時
東京市神田區北神保町二一番地

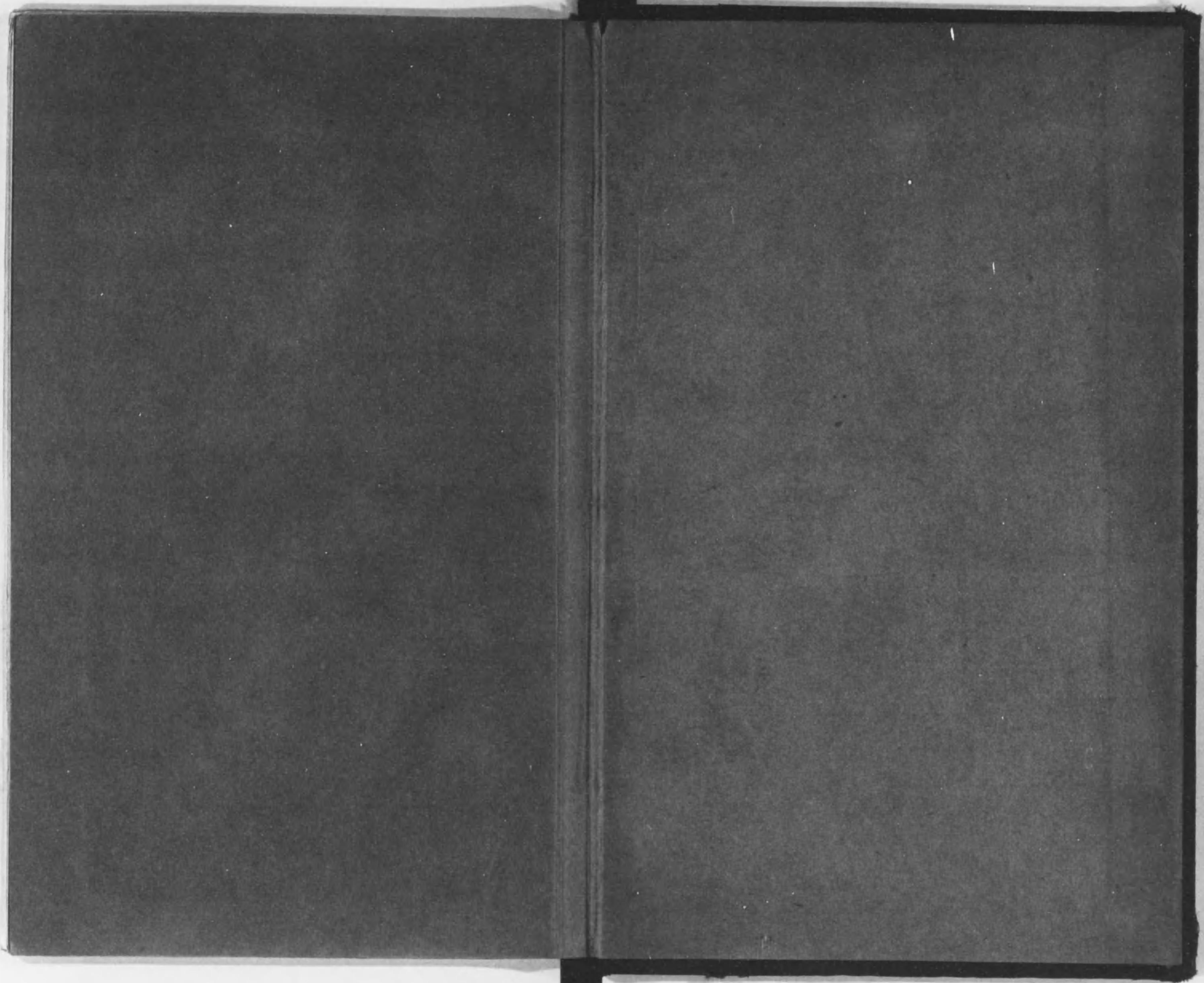
印 刷 者 小 笠 原 秀 雄
東京市神田區龜町三丁目十一番地

印 刷 所 秀 好 堂 印 刷 所
東京市神田區龜町三丁目十一番地

發 行 所 山 海 堂 出 版 部
東京市神田區北神保町二一番地
振替口座東京21691番・電話九段1310番







322-469-(7)



1200501378255

322

469

終