



* 0 0 4 6 8 3 6 0 0 0 *

3

0046836-000

特 2 0 7 - 6 0 3

新撰代数学問題集

星野華水・著

数学研究社

昭和 1 1

AHF

本物は、著作権者不明のため、著作権法
の規定に基づき、平成12年5月15日
文化庁長官の裁定を受け使用するものです。

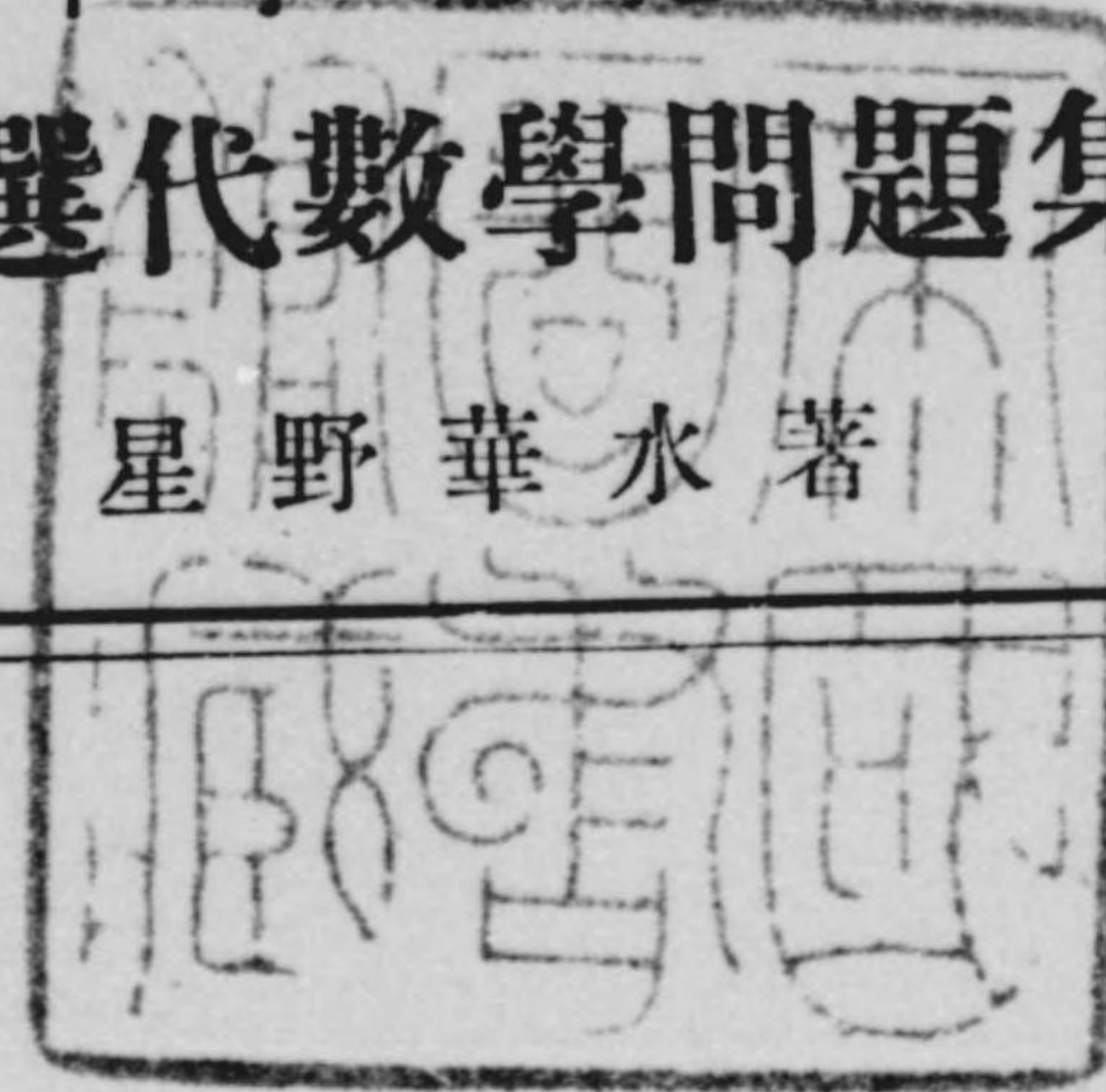
納本

特207
603

中學補充用

新選代數學問題集

星野華水著



目次

1. 整式 問題數 96 (1)
主題數 24 試練問題數 72

內容 整式決定問題, 除スル問題, 整數性質問題, 因數分解, 約數倍數, 整式ノ變形

2. 分數式 問題數 8 (26)
主題數 2 試練問題數 6

3. 無理數及ビ無理式 問題數 13 (29)
主題數 3 試練問題數 10

4. 式ノ值 問題數 43 (33)
主題數 10 試練問題數 33

內容 有理式ノ值, 無理式ノ值

5. 方程式 問題數 260 (44)
主題數 65 試練問題數 195

內容 (i) 整方程式(一次, 二次, 高次) → 解法ト理論
(ii) 分數方程式 → 解法ト理論
(iii) 無理方程式 → (一元, 分數, 聯立)

6. 方程式應用問題 問題數 82 (116)
主題數 22 試練問題數 60

內容 時計, 寒暖計, 數ノ作製, 速度, 綜合, 條件變更, 損得, 分配, 仕事, 面積

7. 比及ビ比例 問題數 48 (139)
主題數 12 試練問題數 36

內容 定理, 求比, 證明, 規定準據, 割合, 混合

8. 證明問題 問題数 73(152)

主題数 19 試練問題数 54

内容 重要公式利用, 等不等, 變形法, 代入法, Couple,
 $A=B=C$ 型, A or B 型, 實数性, 假設組合セ

9. 不等式 問題数 48(174)

主題数 12 試練問題数 36

内容 大小, 式ノ符號, 條件附

10. 極大及極小 問題数 26(187)

主題数 7 試練問題数 19

内容 二次式ノ極大極小, 定理, 應用問題

11. ぐらふ 問題数 7(196)

主題数 2 試練問題数 5

12. 級数 問題数 136(199)

主題数 37 試練問題数 99

内容 (i) $A.P.$ → 整数, 級数決定, 方程式聯絡, 應用, 證明
 (ii) $H.P.$
 (iii) $G.P.$ → 有限, 無限, 循環小数
 (iv) 混成級数
 (v) 雑級数 → 工作, ずらせ, 一般特注問題

13. 對数 問題数 51(243)

主題数 14 試練問題数 37

内容 指數擴張, 指數方程式, 基礎事項, 理論ト定理, 對数
 方程式, 桁数問題, 對数計算, 應用問題, 證明問題

答ト解ノ hints(260)

1. 整式

講評ニツイテ: 受験者ノ熱血ヲ注イテ死活ノ境ニ難關突破, 一路合格必勝ヲ期シタ答案ハ, 僅カナル缺点ノ發見ニヨツテ容赦ナク減点サレ, 些細ノ不備ノタメニ驚クホドノ薄情ナ点ヲツケラレル. 中學校ノ先生ガ温情ヲ以テよくつけようトセラレル採点振リトハ雲泥ノ差ガアル. 苛酷トイフ程ノ眼デ見ラレル入試採点者ノ講評ハ諸君ノ日頃ノ豫習復習ノ際, 温情溢シタル諸君ノ先生ノ御指導ニ加ヘルベキ好資料デアルト信ジテ所々ニ挿入スルコトニシタ. コノ講評ハ最モ責任アルモノヲ紹介スル必要アレハ特ニ採点者カラ學校長, 學校長カラ文部省ニ報告セラレ, 文部時報トイフ月三回發行ノ雑誌ニ掲載サレタモノヲ轉載スルコトニシタ.

解法例 $x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ ヲ $x - 2 + \sqrt{3}$ ニテ割リ
 タル商ニ於テ, x ヲ $2 + \sqrt{3}$ トシタルトキノ値
 ヲ求メヨ. (水高)

答案 $P = x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x^3 + 1) - 3(x^2 + x)$
 $= (x+1)(x^2 - x + 1) - 3x(x+1) = (x+1)(x^2 - 4x + 1)$
 $Q = x^2 - 4x + 1 = 0$ トシテ $x = 2 \pm \sqrt{4-1} = 2 \pm \sqrt{3}$
 $\therefore Q = (x - 2 + \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3})$
 $\therefore P = (x - 2 + \sqrt{3})(x+1)(x - 2 - \sqrt{3})$ ナレバ P ヲ $x - 2 + \sqrt{3}$ デ割
 ヲ商ハ $(x+1)(x - 2 - \sqrt{3})$ コノ $x = 2 + \sqrt{3}$ ヲ代入スルト
 $(2 + \sqrt{3} + 1)(2 + \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}) = 0$ 答 0



採点者講評 與ヘラレタル式ガ $x+1$ ナル因数ヲ有ツコトハ直グニ知ラレルノデアツテ, 之レニヨツテ因数分解ヲ行ヘバ容易ニ答ヲ出スコトガ出來ル. コレガ最モ勝レタ解デアルガ, 此ノ方法ニヨツタモノハ割合ニ少カツタ. 最モ多カツタモノハ叮嚀ニ與式ヲ $x - 2 + \sqrt{3}$ デ割ツテ商ヲ出シテ居タ. ソノ中ニハ剰餘ガ 0 ニナル所マデ出シ得ナイモノガアツタ.

又 $\frac{x^3 - 3x^2 - 3x + 1}{x - 2 + \sqrt{3}}$ ナル分數ヲ商トシテ, コノ式ノ $x = 2 + \sqrt{3}$ ヲ代入シテ答トシタモノガアツタガ, 本題デ剰餘ガ 0 トナルノダカラヨイガ, 正シイ解トハ云ヘナイ.

又因数分解ヲナスニ當ツテ $(x^2 + ax + b)(x - 2 + \sqrt{3})$ トシタノモ割リ切レルモノト假定シテ居ル, 又之レニ殘リマデ入レテ解イタモノモアルガ迂遠デアル云々.

(2)

主題 1. x に関する二次ノ整式アリ. コノ式ノ値ハ x ガ 1 ナラバ 12, x ガ 3 ナラバ 16, 又 x ガ 6 ナルトキニ 7 トナル. 此ノ二次式ヲ決定セヨ. (二高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x=3, 7, -5$ ナルトキ其ノ値ガ夫々 18, 106, 130 ナル x ノ二次式ヲ求ム. (廣高)
2. x ガ 1, 2, 3 ナル値ヲトルトキ夫々 -3, 1, 17 ナル値ヲトルベキ x ノ二次三項式ヲ求メヨ. 又コノ式ヲオナラシムル x ノ値如何. (濱工・東師)
3. 或實驗デ二ツノ數値 x 及ビ $y =$ 就テ次ノ如キ相對應スルモノヲ得タ. x ガ 2 ナルトキ y ハ 2; x ガ 3 ナルトキ y ハ 1.7; x ガ 4 ナルトキ y ハ 1.6 ナリ. 若シ y ハ x ノ二次式デ表ハサレルモノトスレバ, y ガ 2.5 ナルトキ x ノ値ハ如何. (神商・彦商)

(3)

主題 2. $\frac{x^3+4x^2-2x+4}{x^4+x^2+1} = \frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{Cx+D}{x^2-x+1}$
ガ x ノ恒等式ナル様ニ常數 A, B, C, D ヲ定メヨ. (姫高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $A+B(x+2)+C(x+2)^2+D(x+2)^3$ ヲ簡單ニスレバ $1+x^3 =$ ナルトイフ. A, B, C, D ノ値各幾何ナルカ. 但シ A, B, C, D ハ x ヲ含マズ. (海機)
2. $(Ax+B)(x-5)(x-5)+C(x-5)(x-7)+D(x-7)(x-3)$ ヲ簡單ニスレバ $8x-5$ トナルトイフ. A, B, C, D ノ數値ヲ求メヨ. 但シ A, B, C, D ハ何レモ x ヲ含マザルモノトス. (浪高)
3. $\frac{x^2-10x+13}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$ ヲシテ恒等式ナラシムルタメニ A, B, C ノ數値如何. (廣師)

主題 3. a, b, c が實數ナルトキ

$$(x+a)(x+b)+(x+b)(x+c)+(x+c)(x+a)$$

が x = 關スル完全平方式ナルタメニハ

$a=b=c$ ナリ.

(京醫・高明專・大商・長商・廣師)

Notes of our teacher

主題 4. P ハ x ノ二次式ニシテ $P-1$ ハ $x-1$ ニテ割リ切レ, $P-40$ ハ $x+2$ ニテ割リ切レ, $P-2$ ハ x ニテ割リ切ルルトキ, P ヲ零ナラシムル x ノ値如何.

(東商專)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $4x^2+2px+(q^2-18)$ ト $2x^2+2qx+(p^2-2)$ トノ和及ビ差ガ共ニ完全平方式ナルヤウニ p, q ノ値ヲ決定セヨ.

(浦高)

2. $4x^4-Ax^3+Bx^2-40x+16$ ガ完全平方式ナル様ニ A, B ヲ決定セヨ.

(陸士)

3. $ax^3+3bx^2+3cx+d$ ガ $ax^2+2bx+c$ ニテ整除セラルルナラバ前者ハ完全立方式, 後者ハ完全平方式ナルコトヲ證セヨ.

(大工・高・盛農・京城工・三高)

自習用試験問題

1. x^3+4x^2+px+q ガ $(x-1)(x+3)$ ニテ整除セラルルヤウニ p, q ヲ定メヨ.

(東船)

2. $x = \sqrt{a}$ テノ二次式 ax^2+bx+c アリ. $x=14, 16, 20$ ナルトキ式ノ値ハ夫々 $49, 85, 181$ ナリトイフ. コノ式ノ値ヲ 4 ナラシムル x ノ値ヲ四捨五入シテ小數第二位マデ求メヨ.

(神商)

3. $(\quad)x^3 - (\quad)x^2 - 29x - 12 = (2x+1)(x-4)(\quad)$ ナル x ノ三次式ヲ因數ニ分解セシ式ニ於テ括弧ノミニテ示セル x^3, x^2 ノ係數及ビ一個ノ因數ハ汚損ノタメ不明トナレリ. 理由ヲ附シテ之レヲ補足セヨ.

(海軍)

主題 5. x^3+px^2+qx+r が ax^2+bx+c にて整除
 シ得ルタメニハ $\frac{ap-b}{a} = \frac{aq-c}{b} = \frac{ar}{c}$ ナル關
 係アルコトヲ證セヨ. 但シ a, b, c ハ零ナラズ.
 (名商・彦商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^3+px-10$ が x^2+4x+q にて割り切ルルトキ p, q ノ
 値如何. (東商豫)
2. ax^3+bx^2+cx+d が x^2+h にて整除セラルルトキ, $a, b,$
 c, d ハ比例ヲナスコトヲ證セヨ. (大商豫)
3. ax^4+bx^2+c が ax^2+bx+c にて割りタルトキノ剰餘ガ
 x ヲ含マズトスレバ a, b, c ノ間ニ如何ナル關係アル
 ベキカ. 又ソノトキノ剰餘ヲ求メヨ. 但シ $ab \neq 0$ ナリ
 トス. (一高)

主題 6. x ニツキテノ一ツノ有理整式ヲ
 $x-a$ にて割りタル剰餘ハ A , $x-b$ にて割りタ
 ル剰餘ハ B ナルトキ $(x-a)(x-b)$ にて割りタル
 剰餘ヲ見出セ. 但シ $a \neq b$ トス. (弘高・彦商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x ノ一整式アリ. コレヲ $x-2$ にて除セバ 5 ヲ殘シ,
 $x-3$ にて除セバ 9 ヲ殘スト云フ. 然ラバ此ノ式ヲ
 $(x-2)(x-5)$ にて除セバソノ残り如何. (名商)
2. x ニツイテノ整式ヲ $x+3$ にて割りタルトキノ剰餘
 ヲ -5 トシ, ソノ商ヲ更ニ $2x-1$ にて割りタルトキノ
 剰餘ヲ 4 トス. 原整式ヲ $2x-1$ にて割りタルトキノ剰
 餘及ビ原整式ヲ $2x^2+5x-3$ にて割りタルトキノ剰餘
 ヲ求メヨ. (三高)
3. x^3-3x^2-3x+1 が $x-2+\sqrt{3}$ にて割りタル商ニ於テ x
 ヲ $2+\sqrt{3}$ トシタルトキノ値ヲ求メヨ. (水高)

主題 7. n が奇数ナルトキ $n^6+3n^4+7n^2-11$ ハ
 32 ニテ整除セラルルコトヲ證明セヨ。(臺高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. ニツノ奇数ノ平方ノ差ハ 8 ノ倍数ナリ。(金 醫)
2. 相隣レル四ツノ奇数ノ相乗積ヨリ 1 ヲ引キタルモノハ 8 ノ倍数ナリ。(名 商)
3. 連続セル三ツノ奇数ノ二乗ノ和ニ 1 ヲ如ヘタル数ハ 12 ニテ割り切れ、 24 ニテハ割り切れズ。(海 兵)

主題 8. 整数ノ奇數位ノ数字ノ和ト、偶數位ノ数字ノ和トノ差ガ 11 ノ倍数ナルトキハ、ソノ整数ハ 11 ニテ整除シ得ルコトヲ證セヨ。

(松江高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 或整数ヲ 9 ニテ割ルトキ生ズル剰餘ハ、其ノ數ヲ組立ツル数字ノ和ヲ 9 ニテ割ルトキ生ズル剰餘ニ等シ。(高・神商)
2. x, y ガ正ノ整数ニシテ $(2x-y)(x-2y)=5$ ナルトキ x, y ノ値ヲ求メヨ。(浦 高)
3. $x^2-y^2=17$ ヲ満足スル x, y ノ値ヲ求メヨ。但シ x, y ハ共ニ正ノ整数トス。(北 大)

主題 9. 一隊ノ兵士ヲ以テ中空方陣ヲ作レルアリ. 若シコレヲ各面4列ノ中空方陣ニ直セバソノ外側一邊ノ人數ハ前ノ方陣ノ外側一邊ノ人數ヨリモ 16 人増ストイフ. コノ一隊ノ兵數ハ幾何ナリヤ. (京 醫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 360 人ノ兵士ヲ並ベテ中空方陣ヲ作ル仕方ハ幾通リアルカ. (陸 士)
2. 二位ノ整数アリ. ソノ數ハ丁度各位ノ數字ノ和ノ7倍ニ等シトイフ. モシソノ數字ノ順ヲ轉倒スレバソノ數字ノ和ノ4倍ニ等シキコトヲ證シ且ツ斯クノ如キ數ヲ求メヨ. (新 高)
3. 七進法ニテ表ハサレタル三位ノ數アリ. コレヲ十一進法ニテ表ハセバ亦三位ノ數トナリテ, 前ノモノトハ全ク逆ノ順序ニアル數字トナルト云フ. コノ數ハ十進法ニテ表ハセバ如何ナル數ナルカ. (靜 高)

主題 10. $2x^2 - 5xy + 2y^2 - ax - ay - a^2$
ヲ因數ニ分解セヨ (高松商・東外)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $10x^2 - 3xy - 18y^2 + 6x + 45y - 28$ ヲ因數ニ分解セヨ. (東商專)
2. 次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ.
 $x^3 + (2a+1)x^2 + (a^2+2a-1)x + a^2 - 1$ (阪高商)
3. $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$ ヲ因數分解セヨ. (東露・東外海兵)

主題 11. $(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)-3y^4$
ヲ因數分解セヨ. (神商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $a^3+b^3+c^3-3abc$ ヲ因數分解セヨ.
2. $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$ ヲ因數分解セヨ.
3. $a^4+b^4+c^4-2b^2c^2-2c^2a^2-2a^2b^2$ ヲ因數分解セヨ.

(北農 海機 神商・農實)

主題 12. ax^2+by^2+c ガ x ト y トニ關スル一
次因數ニ分解シ得ルコトノ能否ヲ問フ.
但シ a, b, c ハ常數ナリ. (静高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^2+y^2-1+k(x^2+2axy-y^2)$ ガ x 及ビ y ニ關スル二ツ
ノ一次式ノ積ニ分解セラルルタメニハ a ト k トノ間
ニ如何ナル關係アルベキカ. (大高)
2. x ニ關スル二次三項式 $x^2-2px+2qa^2$ ヲ $(x-m)$, $(x-na)$
ナル二因數ニ分解シ得ルタメニハ p ノ値如何.
但シ m, n ハ正整數ナリトス. (姫高)
3. $y^2+5xy+mx^2+x+y-2$ ガ x, y ニツキテ一次ノ二因
數ニ分解セラルルタメニハ m ノ値ヲ如何ニ定ムベキ
カ. (東船)

主題 13. 最大公約数ト最小公倍数トノ和
ガ 56 ナル正ノ整数ニツノ組ハ幾組アルカ.
全部書キ出セ. (八高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 三ツノ整数アリ. 其ノ比ハ $7:5:3$ ニシテ, 其ノ最大公約数ト最小公倍数トノ和ハ 2650 ナリト云フ. 三數各如何. (東商專)
2. 或數ト 6 トノ最小公倍数ハ 96 ナリトイフ. コノ數ヲ求メヨ. (京醫)
3. 正ナル二數アリ. 其ノ和ハ 128400 ニシテ, 其ノ最大公約数ハ 8025 ナリトイフ. スクノ如キ二數ハ幾通りアルカ悉ク之レヲ求メヨ. (高)

主題 14. ニツノ整数ノ積ハ 2940 ニシテ其
ノ最大公約数ハ 7 ナリト云フ. 此ノ如キ二數
ヲ求メヨ. 但シ二數ハ何レモ 25 ヨリ大ナリ
トス. (三高・東商專)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. ニツノ正整数ノ積ガ 26250 デ最小公倍数ガ 1050 デアルトキ, コノ二數ヲ求メヨ. (東府高)
2. 分子ニハ 12, 分母ニハ 34 ヲ同時ニ加フルモ其ノ値ノ變ラザル分數ヲ見出セ. 但シ此ノ分數ノ分子, 分母ハ最小公倍数トシテ 1734 ヲ有スルモノトス. (東商豫)
3. 二數アリ. 其ノ最大公約数ハ 12 ニシテ, 最小公倍数ハ 420 ナリ. コノ二數ヲ求メヨ. (農實・東工・京醫)

主題 15. ニツノ整数ノ和ハ 1092 ニシテ其ノ最小公倍数ハ 3528 ナリトイフ. 此ノ二數ヲ求ム. (阪商・水高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 100 以下ノ相異なる正整数若干箇アリ. ソレラノ最大公約數ハ 7 ニシテ最小公倍数ハ 819 ナリト云フ. 各數如何. (水高)
- 三ツノ自然數 A, B, C ガ何レモ奇數ナルトキ A, B, C ノ任意ノ公約數ハ $\frac{B+C}{2}$, $\frac{C+A}{2}$, $\frac{A+B}{2}$ ノ公約數ナリ. (山口高)
- 次ノ二式ノ最大公約數ト最小公倍数トヲ求メヨ.
 $x^4+x^3-3x^2+4x+2$, $x^4+3x^3+2x^2+3x+1$ (福高)

主題 16. $2x^4+x^3-6x^2-2x+6$ ノ數値ヲ 3 ナラシムルト同時ニ $2x^4-3x^3+2x-2$ ノ數値ヲ 1 ナラシムル x ノ値ヲ求メヨ. (廣師・三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $2x^3-x^2+x-6$ ト $6x^3-9x^2+10x-15$ トヲ同時ニ零ナラシムル x ノ値ヲ求メヨ. (高)
- $8x^5-4x^4+2x^3-7x^2+5x-1$, $24x^4-28x^3+6x^2+3x-1$ ヲ同時ニ零ナラシムル x ノ値ノ總テヲ求メ, 而シテ $8x^5-4x^4+2x^3-7x^2+5x-1=0$ ヲ解ケ. (山工)
- $6x^3-7x^2-16x+12$ ヲ零ナラシムルモ $3x^3-5x^2-4x+4$ ヲ零ナラシメザル x ノ値ヲ求メヨ. (海軍・満醫)

主題 17. 次ノ三ツノ方程式ノ共通根ヲ求
メヨ.

$$3x^3 + 7x^2 - 4 = 0 \quad 3x^3 + x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0 \quad (\text{高})$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 一ツノ共通根ヲ有スル次ノ二ツノ方程式ヲ解ケ.

$$2x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0 \quad 6x^3 - 7x^2 + 1 = 0 \quad (\text{福商})$$

2. $3x^2 - 11x + k = 0$ ト $5x^2 - 21x + 5k = 0$ トガ一ツノ共通根
ヲ有スル様ニ k ノ値ヲ定メ且ツ其ノ共通根ヲ求メヨ.

(京醫)

3. 三次式 $8x^3 - 12x^2 - 26x + 15$ ヲ零ナラシムルモ, 三次式
 $12x^3 + 8x^2 - 13x + 3$ ヲ零ナラシメザル x ノ値如何.

(靜高)

主題 18. 二ツノ整式 A ト B トノ公約數ノ
全體ハ $A-B$ ト $A+B$ トノ公約數ノ全體ナル
コトヲ證セヨ. (浦高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. A, B, Q 及ビ R ガ何レモ有理整式ニシテ $A = BQ + R$
ナル關係アルトキ, A ト B トノ最大公約數ハ B ト R ト
ノ最大公約數ト全然同一ナリ. (東工・高)
2. 係數ガ實數ナル x ニ關スル四次ノ整式ト五次ノ整
式トアリ. 其ノ最大公約數ハ $x^2 + x - 1$ ニシテ, 最小公
倍數ハ $3x^7 + 5x^6 - 4x^4 - 6x^3 + x + 1$ ナリ. 二式ヲ求メヨ.
(姫高)
3. 同次數ノ二ツノ整式アリ. 最大公約數ハ $x + 2$ ニシテ,
ソノ最小公倍數ハ $x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 + x + 2$ ナリ. 初ノ
二式ヲ求メヨ. (大商豫)

主題 19. $x^n - ax + b$ と $nx^{n-1} - a$ とガ公約數ヲ有スルトキハ $\left(\frac{a}{n}\right)^n = \left(\frac{b}{n-1}\right)^{n-1}$ ナリ. 但シ n ハ 1 ヨリ大ナル整數ニシテ a ハ 0 ナラズトス.
(高・松江高)

Notes of our teacher

主題 20. $(a+b+c)(a-b+c)(a-c) \neq 0$ ナルトキ ax^2+bx+c と cx^2+bx+a とニ公約數アリヤ.

(六高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- x^3+ax^2+bx+c 及ビ x^2+bx+c ガ公約數 $x-k$ ヲ有スルトキハ $(a-k)^2 - b(a-k) + c = 0$ ナルコトヲ證セヨ.
但シ $a \neq k, c \neq 0$ トス. (高・米工宮農)
- x^3+x^2+ax+2 と x^3+2x^2+bx+1 とガ二次ノ最大公約數ヲ有スルトキ a, b ノ値如何. (東商豫)
- ax^3+bx^2+cx+d と $a'x^3+b'x^2+c'x+d'$ とガ (i) 一次ノ, (ii) 二次ノ共通因數ヲ有スルタメニハ各場合ニ於テ係數間ノ關係如何. (名商)

自習用試験問題

- 二ツノ二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ と $cx^2+bx+a=0$ とガ唯一根ヲ共有スルトキ a, b, c ノ間ニ如何ナル關係アルカ. 但シ a, b, c ハ何レモ正數ナリトス. (弘高)
- $ax^2+bx+c=0$ と $px^2+qx+r=0$ とノ間ニ共通ノ根アラバ次ノ關係アリ.
 $(cp-ar)^2 = (br-cq)(aq-bp)$ (東商・松商・慶豫・海棧)
- 方程式 $x^2+ax+b=0$ 及ビ $x^2+cx+d=0$ ガ其ノ一根ヲ相等シクスルタメニハ a, b, c 及ビ d ノ間ニ $(b-d)^2 = (a-c)(bc-ad)$ ナル關係アリ. (海兵・彦商)

主題 21. x^3+px^2+qx+r と x^3+rx^2+qx+p とノ
間ニ公約數ガ存在スルタメニハ p, q, r ノ間
ニ如何ナル關係ガ存在スベキカ. (四高)

Notes of our teacher

主題 22. 甲乙丙三ツノ整式アリ. 甲ハ $2x-1$
ナル一次式, 乙ハ二次式, 丙ハ $2x^3+x^2-13x+6$ ナ
ル三次式ナリ. 又コレラノ三式ノ最小公倍數
ハ $6x^4+5x^3-38x^2+5x+6$ ナルトキ乙式ヲ求メヨ.
(東高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $x^3+3x^2+\lambda x+1$ と $x^3+\lambda x^2+3x+1$ トガ公約數ヲ有ス
ルトキ λ ノ値ヲ求メヨ. (横工)
- x^2-x+p と $x^3+x^2+x+3+p$ トガ四次ノ最小公倍數
ヲ有スル様ニ p ノ値ヲ定メヨ. (七高)
- x^3+ax^2+bx+1 と x^3+bx^2+cx+1 トガ一次ノ公約數ヲ
有スルナラバ a と b トノ間ニ如何ナル關係アルカ.
(小商・大高)

自習用試験問題

- $x^2+lx+mn, x^2+mx+ln$ ノ最大公約數ガ $x+k$ (但シ
 $k \neq 0$) ナラバ $k = -n$ ニシテ最小公倍數ハ
 $x^3+(lm+mn+nl)x-lmn$ ナルコトヲ證セヨ. (松本高)
- m, n 及ビ $\frac{mn}{m+n}$ ガ何レモ正整數ニシテ m, n ノ最大
公約數ヲ D トシ, m, n ヲ D ニテ割リテ得ル商ヲ a, b
トスレバ $a+b$ ハ D ノ約數ナルコトヲ證セヨ. (山口高)
- $x(x+3)(x^2+m)-(x+3)(x^2+n)-96$
 $x^4+7x^3+11x^2-7x-12, x^4-10x^2+9$ ガ二次ノ最大公約數
ヲ有スル様ニ m と n トノ値ヲ定メヨ. 但シ m, n ハ x
ヲ含マザル定數デアル. (東府高)

主題 23. 二式 x^2+ax+b , x^2+cx+d ノ最大公約數ガ $x+r$ ナルトキ, 兩式ノ最小公倍數ヲ a , c , r , x ノ整式ニテ表ハセ. (陸士・靜高・臺高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x = 關スル相異ナル二ツノ三次式ト $6x^2+19x+15$ トノ最小公倍數ガ $12x^4+8x^3-23x^2+58x+105$ ナルトキ, 其ノ二ツノ三次式ヲ求メヨ. (海機)
2. x^3+px+q ガ x^2+ax+b 及ビ $x^2+a'x+b'$ ノ倍數ナルトキ次ノ關係式ガ成立ス.
 $ab=a'b'=-aa'(a+a')$ (高)
3. x^2+mx+n ト x^2+nx+m トガ一次ノ最大公約數ヲ有スルトキハ其ノ最小公倍數ハ $x^3+(m-n^2)x-mn$ ナリ. (海兵經)

主題 24. $ax^2+2bxy+cy^2 =$ 於テ $x=px'+qy'$, $y=rx'+sy'$ トシテ得ベキ式ヲ $Ax'^2+2Bx'y'+Cy'^2$ トスルトキ B^2-AC ヲ a, b, c, p, q, r, s ノミノ積ノ形ニテ表ハセ. (京醫・靜高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $ax^2+2bxy+cy^2$ ノ x, y ノ代リ = 夫々 $3X+2Y, 4X+3Y$ ヲ入レテ得ベキ式ヲ $AX^2+2BXY+CY^2$ トスルトキ, $AC-B^2$ ヲ a, b, c ニテ表ハセ. (一高)
2. $X^2+2pXY+Y^2, X^2+2qXY+Y^2$ ノ $X, Y =$ 夫々 $rx+y, -x$ ヲ代入シ $x, y =$ ツキテ整頓シタル結果ヲ $ax^2+2bxy+cy^2, a'x^2+2b'xy+c'y^2$ トスルトキ, $ac'+a'c-2bb'$ ノ値ヲ求メヨ. 但シ $pq=1$ ナリ. (陸士)
3. $(a^2+b^2)(c^2+d^2)$ ヲ二ツノ整式ノ平方ノ和 = 變形セヨ. (滿醫)

2. 分 数 式

解法例 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{3(x^2+x-2)}{x^2-x-2} - \frac{3(x^2-x-2)}{x^2+x-2} - \frac{8x}{x^2-4} + \frac{4x}{1-x^2} \quad (\text{七 高})$$

解説 分母ノ因数分解, 分母ノ最小公倍数, 次ニ通分トクルガ, 項數ガ四ツ一時ニ通分スルト長クナル, 分母ノ因数ニ注意シテ一ツノ共通因数ガアル様ナニ群ニ分ケル.

$$\begin{aligned} \text{答} \quad A &= \frac{3(x^2+x-2)}{(x-2)(x+1)} - \frac{4x}{(x-1)(x+1)} = \frac{3(x^3-3x+2)-4(x^2-2x)}{(x+1)(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{3x^3-4x^2-x+6}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{3x^2-7x+6}{(x-1)(x-2)} \\ -B &= -\frac{3(x^2-x-2)}{(x+2)(x-1)} - \frac{8x}{(x+2)(x-2)} = -\frac{3(x^3-3x^2+4)+8(x^2-x)}{(x+2)(x-2)(x-1)} \\ &= -\frac{3x^3-x^2-8x+12}{(x+2)(x-2)(x-1)} = -\frac{3x^2-7x+6}{(x-2)(x-1)} \\ A-B &= \frac{3x^2-7x+6}{(x-1)(x-2)} - \frac{3x^2-7x+6}{(x-2)(x-1)} = 0 \quad \text{答 } 0 \end{aligned}$$



採点者講評 成績良好ト認ム. 遺憾ニ思ハルル点ヲ列挙スル.

- (1) 計算ガ下手デアル.
- (2) 分母ヲ掛ケ合セテ多項式ニ直シ然ル後之レヲ因数ニ分解シタルモノガアル.

(3) 分數方程式ヲ解クトキニ行フトコロノ分母ヲ拂フ様ナコトヲナセルモノアリ.

(4) 與式ニ等號ヲツケテ方程式ヲ作り, 之レヲ解イタモノガアル. 而モ其ノ解法ヲ間違ヘテヲル.

(5) $\frac{0}{(x^2-4)(x^2-1)}$ ナル結果ニ到達シテ「不定」「不能」「不都合ナリ」等答ヘタモノガアル.

主題 25. 次式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{3(x^2+x-2)}{x^2-x-2} - \frac{3(x^2-x-2)}{x^2+x-2} - \frac{8x}{x^2-4} + \frac{4x}{1-x^2}$$

(七 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

$$1. \frac{6x^3+x^2+4x+4}{9x^3-x+2} \quad (\text{姫 高})$$

$$2. \frac{x^2-4x+3}{x^2-5x+4} \times \frac{x^2-9x+20}{x^2-10x+21} \div \frac{x^2-5x}{x^2-7x} \quad (\text{新 高})$$

$$3. \frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \div \frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x+1} \times \frac{x^2+3x-4}{2x^2-3x-2} \quad (\text{東 師})$$

主題 26. $\frac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)(x-b)}$
 $+ \frac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$ ヲ簡單ニセヨ. (北大豫・水高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

次式ヲ簡單ニセヨ.

1. $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$
 (富薬・醫・東農・長商・鳥農・北大)

2. $\frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)}$ (海經)

3. $\frac{a}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)(x-b)}$
 $+ \frac{c}{(c-a)(c-b)(x-c)}$ (京城商)

3. 無理數及ビ無理式

解法例 $\frac{10+5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+\sqrt{12}-6\sqrt{3}}$ ヲ有理化セヨ.

(新高)

答 $\sqrt{12}-6\sqrt{3}=\sqrt{12}-2\sqrt{27}=3-\sqrt{3}$

∴ 與式 = $\frac{10+5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+3-\sqrt{3}} = \frac{10+5\sqrt{3}}{3+3\sqrt{3}} = \frac{(10+5\sqrt{3})(3-3\sqrt{3})}{9-27}$
 $= \frac{30-15\sqrt{3}-45}{-18} = \frac{5(1+\sqrt{3})}{6}$ ← 答



採点者講評 簡單ナ問題デアルカラ勿論出来タモノガ多数デ

アッタ. $\frac{15(\sqrt{3}+1)}{18}$ トシタモノガアッタ, 之ハ約分シテオクベキデアル. 又 $\frac{5\sqrt{3}+5}{6}$ トシタモノモアッタガ之ハ

$\frac{5(\sqrt{3}+1)}{6}$ トシテオク方ガヨイト思フ. 間違ッタモノヲ次ニ列挙スレバ

1. $\frac{(10+5\sqrt{3})(4\sqrt{3}-\sqrt{12}-6\sqrt{3})}{(4\sqrt{3}+\sqrt{12}-6\sqrt{3})(4\sqrt{3}-\sqrt{12}-6\sqrt{3})}$ トシテ始メタモノモアッタガ複

雑ニナッタ爲メニ計算間違ヒヲシタモノガ可成リアッタ.

2. $\sqrt{12}-6\sqrt{3}=\sqrt{3}-3$ トシタモノモ少数アッタ.

3. 計算ノ間違ヒデハナイガ $\frac{10+5 \times 1.732}{4 \times 1.732 + \sqrt{12} - 6 \times 1.732}$ トシテ計算ヲ行ツ
 タモノガーニアッタ.

4. 全ク計算デキナイモノノ例

$$4\sqrt{3}+\sqrt{12}-6\sqrt{3}=4\sqrt{3}+\sqrt{6\sqrt{3}}$$

$$4\sqrt{3}+\sqrt{12}-6\sqrt{3}=12+\sqrt{12}-6\sqrt{3}$$

$$\frac{10+5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+\sqrt{12}-6\sqrt{3}} = \frac{10+5 \times 9}{4 \times 9 + \sqrt{12} - 6 \times 9}$$

主題 27. $\frac{11}{5}$, $\frac{1+6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$, $\frac{1+8\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$ ノ三數ヲ大

イサノ順ニ列ベヨ.

(旅工)

Notes of our teacher

自習用試験問題

次ノ各問ノ二數ノ大小ヲ比較セヨ.

1. $\sqrt{8} - \sqrt{6}$, $\sqrt{6} - 2$

2. $\sqrt{11}$, $\sqrt[3]{37}$

3. $\frac{3-12x^2}{\sqrt{1-(3x-4x^3)^2}}$ ヲ簡單ニシ、之ガ常ニ實數ナルタメ
ニハ x ノ値如何. (水産)

4. a, b ガ同符號ノ實數ニシテ $x = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$ ナルトキ

$\frac{2a\sqrt{1+x^2}}{(a+b)(x+\sqrt{1+x^2})}$ ノ値ヲ a ト b トノ最モ簡單ナル
式ニテ表ハセ. (富高)

主題 28. $\frac{6}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{4}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} - \frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

ヲ計算シテ小數第四位マデ正シク求メヨ.

(大高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ (金薬)

2. $\frac{1+2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}+2\sqrt{7}+3}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{7}+3)}$ (二高)

3. $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$+ \frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ (陸士)

主題 29. $\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{18-\sqrt{3}+\sqrt{5}}} - \frac{\sqrt{10+\sqrt{18}}}{\sqrt{8+\sqrt{3}-\sqrt{5}}}$

ヲ計算シ小數第三位未滿ヲ四捨五入セヨ.

(福高・三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{1}{\sqrt{12+2\sqrt{35}}} + \frac{1}{\sqrt{12-2\sqrt{35}}}$ (五高)

2. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2+\sqrt{2}+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2-\sqrt{2}-\sqrt{3}}}$ (高・大商豫)

3. $\frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ (海兵経)

4. $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2+\sqrt{7-3\sqrt{5}}}} \times \sqrt{\frac{1}{6-3\sqrt{3}}}$ (松江高)

4. 式ノ値

解法例 $x = \frac{2a}{a^2+1}$ ($a \neq 0$) ナルトキ

$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ ノ値如何.

但シ根號ハ正ノ値ヲ表スモノトス. (水高)

答 $x = \frac{2a}{a^2+1}$ ナレバ $1+x = \frac{(a+1)^2}{a^2+1}$ $1-x = \frac{(a-1)^2}{a^2+1}$

[I] $a \geq 1$ ノトキ $a+1 > 0, a-1 \geq 0$ = シテ

$$\sqrt{1+x} = \frac{a+1}{\sqrt{a^2+1}}, \sqrt{1-x} = \frac{a-1}{\sqrt{a^2+1}} \quad \therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{2a}{\sqrt{a^2+1}}$$

[II] $1 > a > 0$ 又ハ $0 > a > -1$ ノトキ $a+1 > 0, a-1 < 0$ ナレバ

$$\sqrt{1+x} = \frac{a+1}{\sqrt{a^2+1}}, \sqrt{1-x} = \frac{1-a}{\sqrt{a^2+1}} \quad \therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{2}{\sqrt{a^2+1}}$$

[III] $a \leq -1$ ノトキ $a+1 \leq 0, a-1 < 0$ ナレバ

$$\sqrt{1+x} = \frac{-(a+1)}{\sqrt{a^2+1}}, \sqrt{1-x} = \frac{-(a-1)}{\sqrt{a^2+1}} \quad \therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{-2a}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$\text{答} \begin{cases} a \geq 1 \text{ ノトキ} & \frac{2a}{\sqrt{a^2+1}} \\ 1 > a > 0 \text{ 又ハ} \\ 0 > a > -1 \text{ ノトキ} & \frac{2}{\sqrt{a^2+1}} \\ a \leq -1 \text{ ノトキ} & \frac{-2a}{\sqrt{a^2+1}} \end{cases}$$



採点者講評 成績中等. 本題ハ平方根ノ正ナルモノノ意味ガ平素ドノ位明瞭=理解サレテ居ルカラ見ル目的デ出シタノデアルガ意外=徹底シテ居ナイ様デアル. 即チ漫然 $a > 1, a < 1$, ノ場合ヲ考ヘタルモノ或ハソレサヘモ考ヘズ=出鱈目ナ値ヲ

答トセルモノモ可成リアツタ. 甚ダシイ例トシテ

$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{1+\sqrt{x}} + \sqrt{1-\sqrt{x}}$ トシタモノ一ニ=止マラズアツタノハ注意スベキコトデアル. 要スル=本題ハ受験者=トリ容易ナルモノト見做サレナガラ解答ノ不充分ナモノガ多カッタ様デアル.

主題 30. $a+b+c=0$ ナルトキ次式ノ値如何.

$$a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

(大商豫・長商・慶豫・福高・奈師・三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $a+b+c=0$ ナルトキ, 次式ノ値如何.

$$\left(\frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c}\right) \left(\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b}\right)$$

(山形高)

2. $abc=1$ ナルトキ次式ノ値如何.

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$$

(東船・二高)

3. $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$

ナルトキ abc ノ値如何.

(名商)

主題 31. $4x^2 - 12x + 7 = 0$ ナルトキ

$4x^4 - 12x^3 + 21x - 12$ ノ値ヲ求メヨ. (東高・横工)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^2 + 3x - 5 = 0$ ナルトキ (x ハ正数トス) 次式ノ数值ヲ
小數第二位マデ求メヨ.

$$x^3 + 7x^2 + 3x + 20$$

(弘高・京城豫)

2. x ガ $x^2 + x - 1 = 0$ ノ根ナルトキ

$$x^3 + 2x^2 + x + 1$$

ノ値ヲ計算セヨ. (四高・早一・東師)

3. $x^2 - 4x + 1 = 0$ ノトキ $x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ ノ数值ヲ問フ.

(横工)

主題 32. $x=3+3\sqrt{-1}$ 及 $x=3-3\sqrt{-1}$ ナル
トキ代數式 $x^3-5x^2+12x+20$ ノ値ハ同一ナルコ
トヲ證セヨ. (名商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x=1+2i$ ナルトキ x^3+x^2-x+15 ノ値ヲ求メヨ. (専檢)
2. $x=\frac{1-\sqrt{-3}}{\sqrt{2}}$ ナルトキ次式ノ數値ヲ求メヨ.
 $x^3+(3-\sqrt{2})x^2+(2-3\sqrt{2})x+9$ (京醫)
3. $x=\frac{i\sqrt{3}-1}{2}$ ナルトキ $2x^4-11x^3-9x+11$ ノ値ヲ問フ. (神商)
4. $x+\frac{1}{x}=2\sqrt{2}$ ナルトキ $x-\frac{1}{x}$ ノ値如何. (慶豫)

主題 33. $x+\frac{1}{x}=4$ ナルトキ $x^4-\frac{1}{x^4}$ ノ値ヲ
ナルベク簡單ナル形ニテ表ハセ. (五高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x+\frac{1}{x}=y$ トシテ $x^4+\frac{1}{x^4}$ ヲ y ニテ表ハセ. (商船・小商)
2. $x+\frac{1}{x}=1$ ナルトキ $x^3+\frac{1}{x^3}$ ノ値ヲ求メヨ. (海兵・鳥農)
3. $x+\frac{1}{x}=1$ ナルトキ $x^6+\frac{1}{x^6}$ ノ値ヲ求メヨ. (東外)
4. $x-\frac{1}{x}=a$ ナルトキ, $x^3-\frac{1}{x^3}$ ノ値ヲ a ニテ示セ. (廣工)

主題 34. $x^2+y^2=1, ax+by=c$ ナルトキ
 $bx-ay$ ノ値如何. (水高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1$ ナルトキ $xyz + 1$ ノ値ヲ求メヨ.
(東工・熊工・高岡商)
- $\frac{a}{x+y} = \frac{b}{x-y}, \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$ ナルトキ $\frac{x-a}{y-b} + \frac{y-a}{x+b}$
ヲ a, b ノ簡單ナル式ニテ表ハセ. (二高)
- $x = a + \frac{1}{a}, y = b + \frac{1}{b}$ ニシテ且ツ $x^2 + y^2 + z^2 - xyz = 4$
ナルトキ z ハ a, b ノ如何ナル式ニテ表ハサルベキカ.
(東商)
- $x^2 = 2 - y, y^2 = 2 - x$ ニシテ, $x \neq y$ ナルトキ $x^4 + y^4 - x^2 y^2$
ノ値ヲ見出セ. (弘高)

主題 35. $x+3y+5z=0, 2x+4y+7z=0$ ナルトキ
 $\frac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}$ ノ値ヲ求メヨ. (海機)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $x+3y-5z=0, 2x+4y-7z=0$ ナルトキハ
 $\frac{x^2+3y^2-5z^2}{2x^2+4y^2-7z^2}$ ノ値如何. (高岡商・宇農)
- $x+y+z=0, ax+by+cz=0, a^2x+b^2y+c^2z=abc$
ナルトキ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}$ ノ値ヲ求メヨ. 但シ a, b, c ハ何
レモ零ナラズ, 且ツ相異ナル常數トス. (名商)
- $x+y+z = \frac{14}{3}x = \frac{7}{2}y$ ナルトキ $\frac{x+y+z}{z}$ ノ値如何.
(大分商・長薬・長商・阪薬)

主題 36. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ ナルトキ

$\frac{a+b+c+d}{a+b+c-d}$ ノ値ヲ求メヨ.

(東商專)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$ ナルトキハ、此ノ式ノ値如何.

(廣高)

2. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a}$ ナルトキ $\frac{a-2b+3c-4d}{a+2b+3c+4d}$ ノ値ヲ求

メヨ. 但シ a, b, c, d ハ實數トス.

(浦高)

3. $\frac{x}{b+c-a} = \frac{y}{c+a-b} = \frac{z}{a+b-c}$ ナルトキハ

 $(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z$ ノ値ヲ求メヨ.

(東師)

主題 37. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ナルトキ $\frac{1+x}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{1-x}{1-\sqrt{1-x}}$

ノ値ヲ計算セヨ.

(名工・高・長商・松本高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $3x = 1$ ナルトキ $\frac{2(1+2\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} - \frac{1-\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}}$ ノ値ヲ求ム.

(弘高)

2. $2x = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ナルトキ $\frac{x^2-1}{x-\sqrt{x^2-1}}$ ノ値如何.

(東船)

3. $x = \sqrt{5}$ ナルトキ次式ノ値如何.

$$\frac{4x-1}{3+\sqrt{9-4x}} + \frac{4x+1}{3-\sqrt{9+4x}}$$

(旅工)

主題 38. $x = \frac{2ab}{b^2+1}$ ナルトキ

$$\frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} \text{ノ値ヲ求メヨ.}$$

(海兵・陸士・山商・東船・静高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x = \frac{2a}{1+a^2}$ トシテ $\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ ヲ簡單ニセヨ.

(京城豫・水高)

2. $x = b\sqrt{2a-b^2}$ ナルトキ、次式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$$

(東船・三高)

3. a, b ガ實數ニシテ $a^2 + b^2 = a^2 b^2$ 且ツ $ab + 2 < 0$ ナルトキ次式ハ眞ナリヤ.

$$\frac{\left(a\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} + b\sqrt{1-\frac{1}{b^2}}\right)^2}{ab(ab+2)} = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 \quad (\text{六高})$$

主題 39. $x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$

$$+ \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \text{ナルトキ}$$

$x^3 + px + q$ ノ値ヲ計算セヨ.

(水高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x = \sqrt[3]{\sqrt{5+2}} - \sqrt[3]{\sqrt{5-2}}$ ナルトキ $x^3 + 3x + 1$ ノ値ヲ求メヨ.

(海機)

2. $\frac{1}{2} < a^2$ ナルトキ $\sqrt{1+2a\sqrt{1-a^2}} + \sqrt{1-2a\sqrt{1-a^2}}$ ヲ簡單ニセヨ.

(四高)

3. $x = \sqrt[3]{\frac{b}{a}}$ ナルトキ $\sqrt[3]{\left(a + \frac{b}{x}\right)^2 + (b+ax)^2}$ ノ値如何.

(東商専)

5. 方程式

解法例 二次方程式 $(x-a)(x-b)+h^2=0$ の根 α, β トスル時, $\alpha+2\beta, \beta+2\alpha$ ヲ二ツノ根トスル二次方程式ハ $(x-a-2b)(x-b-2a)+h^2=0$ ナルコトヲ證明セヨ. (佐高)

答案 與式ヲ整理シテ $x^2-(a+b)x+(ab+h^2)=0$

根ト係數ノ關係ヨリ

$$\alpha+\beta=a+b, \quad \alpha\beta=ab+h^2 \quad \text{.....①}$$

①ヲ代入シテ

$$(i) \quad (\alpha+2\beta)+(\beta+2\alpha)=3(\alpha+\beta)=3(a+b)$$

$$(ii) \quad (\alpha+2\beta)(\beta+2\alpha)=2(\alpha^2+\beta^2)+5\alpha\beta=2(\alpha+\beta)^2+\alpha\beta \\ =2(a+b)^2+ab+h^2$$

故ニ $\alpha+2\beta, \beta+2\alpha$ ヲ二根ニ有スル方程式ヲ作レバ

$$x^2-3(a+b)x+2(a+b)^2+ab+h^2=0$$

變形シテ $x^2-3(a+b)x+(2a^2+5ab+2b^2)+h^2=0$

$$\text{而シテ } x^2-3(a+b)x+(a+2b)(2a+b) \\ =\{x-(a+2b)\}\{x-(2a+b)\} \text{ノ因數分解アリ.}$$

$$\therefore (x-a-2b)(x-b-2a)+h^2=0 \text{ ヲ得.}$$



採点者講評 成績ハ概シテ良好デアッタ。原式カラ根ト係數トノ關係式ヲ作り, 次デ所定ノ二數ヲ二根トスル二次方程式ヲ作ル處迄ハ無難デアリナガラ, ソレヲ變形シテ證明式ヲ導ク手段ヲ取ラズ, 證明式ヲ變形シテソノ形ヲ導キ, 以テ證明

ナレリトシタ人ガ可ナリアッタ。猛烈ナ人ニナルト所定ノ二數ヲ二根トスル二次方程式ヲ長イ形デ求メテオイテ, 「故ニ $(x-a-2b)(x-b-2a)+h^2=0$ トナル」ト平氣デ云ヒ退ケテ居タ。

主題 40. $4bx=3a-\frac{2b^2x+a}{1+b}$ ヲ解ケ. (東商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

$$1. \quad \frac{x-(b+c)}{a} + \frac{x-(c+a)}{b} + \frac{x-(a+b)}{c} = 3 \text{ ヲ解ケ.}$$

(城嶽・彦商)

$$2. \quad (x-a)^3 + (x-b)^3 + (x-c)^3 = 3(x-a)(x-b)(x-c) \text{ ヲ解ケ.}$$

(臺商)

主題 41. $(2m-1)x - my + 10 = 0,$

$$(4m+1)x + (2m+1)y - 48 = 0$$

ヲ満足セシムル y ノ値ガ x ノ値ノ 5 倍トナル
タメニハ m ニ如何ナル値ヲ與フベキカ。

又ソノ x 及ビ y ノ値如何。

(佐 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 次ノ聯立方程式ニ適合スル y ノ値ガ其ノ x ノ値ノ
三倍トナルタメニハ、 m ニ如何ナル値ヲ與フベキカ。
又ソノ x, y ノ値ヲ求メヨ。

(東 師)

$$(5m+11)x - (m+4)y + 12 = 0$$

$$(m+15)x + (2m-1)y - 20 = 0$$

2. 次ノ二ツノ方程式ヲ同時ニ満足スル x 及ビ y ノ値
ガ相等シクナルヤウニ t ノ値ヲ定メヨ。

(東 船)

$$(5+t)x - (t-1)y = 8+7t \quad (1-t)x - (2+t)y = 3(1+t)$$

3. 次ノ聯立方程式ヲ解キ、 $x=y$ ナル様ニ k ノ値ヲ定メ
ヨ。

(高)

$$kx - 6y = 5k - 3 \quad \dots\dots\textcircled{1} \quad 2x + (k-7)y = -7k + 29 \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

主題 42. 次ノ聯立方程式

$$(2k+1)x + (4k+3)y = 3k+1$$

$$(k+2)x + (3k+4)y = 1-k$$

ハ k ノ如何ナル値ニ對シテ

(i) 不定 (ii) 不可能ナルカ。

(新 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $ax+by+c=0, a'x+b'y+c'=0$ ナル聯立方程式ガ不定
ナルトキハ $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ナルコトヲ證セヨ。但シ $a,$
 b, c, a', b', c' ハ 0 ナラズ。 (富 高)
2. 聯立方程式 $ax+by+c=0, a'x+b'y+c'=0$ ガ不定ナル
トキ $(a^2+b^2+c^2)(a'^2+b'^2+c'^2) = (aa'+bb'+cc')^2$ ナルコト
ヲ證セヨ。 (京藝・京醫)

主題 43. $x+y+z=0, abx+cay+bcz=1$
 $(a+b)x+(a+c)y+(b+c)z=0$ ヲ解ケ. (海兵・海機)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $x-ay+a^2z-a^3=0, x-by+b^2z-b^3=0,$
 $x-cy+c^2z-c^3=0$ ヲ解ケ. (東商職)
- a, b, c ハ相異ナル數ニシテ
 $a^3+pa^2+q=0, b^3+pb^2+q=0, c^3+pc^2+q=0$
ナルトキハ $bc+ca+ab=0$ ナリ. (弘高)
- $bcx+cay+abz+(b-c)(c-a)(a-b)=0$
 $x+y+z=0, ax+by+cz=0$
ヲ解ケ. 但シ $a \neq b \neq c$ トス. (小商)

主題 44. $xy=a(x+y), yz=b(y+z), zx=c(z+x)$
ヲ解ケ. (大分商・海兵・海機)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 二組ノ聯立方程式

$$\left. \begin{aligned} ax+by+cz &= 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= 6 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} - \frac{3}{z} &= 9 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} ax-by+cz &= 1 \\ ax+by-cz &= 1 \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} - \frac{3}{z} &= 0 \end{aligned}$$

ガ同一ノ根ヲ有スルトキハ、ソノ根及ビ a, b, c ノ値如何.

(二高)

主題 45. $x^2 + y^2 + gx + fy + c = 0$ が三組ノ値

$$(1) \begin{cases} x=5 \\ y=0 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

ニテ満足セラレルルタメニハ g, f, c ノ値如何.

(廣 師)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 次ノ聯立方程式ヲ満足セシムル正整数ノ最小ナル一組ヲ求メヨ.

$$x = z, y = 2v, y = 2z + u, 3y = (z + u + v) \quad (\text{名 商})$$

2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$ax - by - z + 1 = 0, x + y - az - b = 0, x + y - z + 1 = 0 \quad (\text{静 高})$$

3. 次ノ三ツノ方程式ガ x, y ノ同ジ値ニヨリテ満足セラレルトキハ, a ハ如何ナル値ヲ有スルカ.

$$ax + y = 1, x + 5ay = 2, 2x + cy = 3 \quad (\text{長 商})$$

主題 46. 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) ヲ解キ, 得タル公式ヲ用ヒテ $a=1, b=-4.7, c=-16.1$ ナル場合ノ根ヲ算出セヨ. (一 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

次ノ二次方程式ヲ解ケ.

(因数分解の容易なのはそれに據れ)

1. $5x^2 - 7x + 3 = 0$ (宇 農) 2. $5x^2 - 15x + 1 = 0$ (海 横)
 3. $14x^2 + 9x - 65 = 0$ (慶 高)
 4. $x^2 + 1000x + 25 = 0$ (東 船)
 5. $25x^2 - 106x + 12 = 0$ (成 高)
 6. $(2x - 3)^2 + 2x = 2(4 - x)(4 + x) + 1$ (福 商)

主題 47. 二次方程式

$$(53-20\sqrt{7})x^2+5(5-2\sqrt{7})x+4=0$$

ノ根ヲ小數第三位マデ求メ, 第三位未滿ヲ四捨五入セヨ.

(三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $9x^2-6x-16=0$ ノ正根ヲ小數第三位マデ正シク求メヨ. 但シ途中ノ計算ヲ明示セヨ. (山形高)
2. 次ノ二次方程式ノ根ヲ小數第三位マデ求メヨ.

$$\sqrt{3}x^2+2\sqrt{7}x+4=0$$
 (東船)
3. $x^2-2(\sqrt{3}-1)x-5+2(\sqrt{14}-\sqrt{3})=0$ ノ根ノ値ヲ小數第三位マデ計算セヨ. (四高)
4. $(7-4\sqrt{3})x^2+(2-\sqrt{3})x=2$ ヲ解ケ. (神商)

主題 48. $(1-a)(x+a)-2a(1-x^2)=0$ ヲ解ケ.

(神商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $a(x^2+1)=x(a^2+1)$ ヲ解ケ. (陸士・早高)
2. $ax^2+bx+c=0$ ヲ解キ, 尙ホ a, b, c ガ實數ナルトキ其ノ根ヲ吟味セヨ. (高松商)
3. 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ガ相異ナル實根ヲ有テバ $cx^2+2bx+3a=0$ モ實根ヲ有ツコトヲ證明セヨ. 但シ a, b, c ハ虚數ナル常數トス. (八高)

主題 49. $p^2 < 4q, q^2 < 4r$ ナルトキ, 方程式
 $2x^2 + (p+q)x + (q+r) = 0$ ハ 實根ヲ有セザルコトヲ
 證セヨ. (三 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 1.
- a, b, c
- ガ實數ナルトキ

$$(b-c)x^2 + 2(c-a)x + a-b = 0$$

ナル方程式ノ根ノ虚實ヲ吟味セヨ. (静 高)

- 2.
- $x^2 + 2x + a = 0$
- ハ 實根ヲ有シ,
- $x^2 - 2x + b = 0$
- ハ 同符號ノ
-
- 實根ヲ有スルトキ
- $x^2 - 2x + ab = 0$
- ノ根ヲ判別セヨ.

(陸 士)

- 3.
- a, b, c, d
- ガ實數ナルトキ方程式

$$x^2 + (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)x + a^2b^2 - a^2d^2 - b^2c^2 = 0$$

ノ根ハ實數ナリ. (静 高)

主題 50. x ノ二次方程式

$$(b-c)x^2 + (c-a)x + a-b = 0$$

ガ等根ヲ有スルトキハ a, b, c ハ 等差級數ヲ
 ナスコトヲ證明セヨ.

(長商・東藝・千醫・二高・廣高・高岡商・鹿農・京城豫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 二次方程式 $a(b-c)x^2 + b(c-a)x + c(a-b) = 0$ ガ等根ヲ
 有スルトキハ b ハ a, c ノ調和中項ナリ. (長 商)
- 次ノ二次方程式ガ等根ヲ有スルトキハ $p^2 = 4q$ ナリ.

(長商・米工)

$$(1-q + \frac{p^2}{2})x^2 + p(1+q)x + q(q-1) + \frac{p^2}{2} = 0$$

主題 51. 二次方程式

$$(2a+2b+m)x^2-2(a-b)x-m=0$$

ガ等根ヲ有スル様ニ m ノ値ヲ決定シ且ツ m ノ此レ等ノ値ニ對スル與ヘラレタル方程式ノアラユル根ノ積ハ 1 ニ等シキコトヲ證セヨ. 但シ a ハ b ニ等シカラザルモノトス.

(松本高・北大豫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^2-2x+1+l(x^2+3x+5)=0$ ガ等根ヲ有スルトキ l ノ値如何. (海經・小商)
2. 二次方程式 $p(p-1)x^2+2(p^2-1)x+p^3=0$ ガ等根ヲ有スル如ク p ノ値ヲ定メヨ. (弘高)

主題 52. 二次方程式

$$(a^2+b^2)x^2-2b(a+c)x+b^2+c^2=0$$

ノ根ガ實數ナルタメニハ等根ヲ有シ a, b, c ハ等比級數ヲナス, 且ツソノ根ハ其ノ公比ニ等シキコトヲ證セヨ.

(高・名工・彦商・山商・濱工・京醫 海機・靜高・京藝・哈爾)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二次方程式

$$(a^2+b^2)x^2+2(ab'+a'b)x+a'^2+b'^2=0$$

ガ實根ヲ有スルトキハ等根ナルコトヲ證シ且ツソノ値ヲ求メヨ. (大外・城豫)

2. a, b, c ガ實數ナルトキ方程式

$$2x^2+2(a-c)x+(a-b)^2+(b-c)^2=0$$

ノ根ガ實數ナルタメニハ a, b, c ハ等差級數ヲナスコト, 及ビソノ根ハ此ノ級數ノ公差ナルコトヲ證セヨ.

(海兵)

3. 次ノ二ツノ x = 關スル二次方程式ハ同時ニ等根ヲ有スルコト能ハザルコトヲ證セヨ.

$$(a+b)(c-b)x^2+2b(a-c)x+(b+c)(b-a)=0$$

$$(c-b)x^2+(a-c)x+(b-a)=0$$

(金醫)

主題 53. a, b, c ハ同符號ニシテ且ツ

$$\frac{b^2+2c^2}{a^2} = \frac{c^2+2a^2}{b^2} = \frac{a^2+2b^2}{c^2}$$

ナルトキ, 二次方程式 $(x-a)^2 + (x-b)^2 + (x-c)^2 = 0$
ハ實根ヲ有スルコトヲ證セヨ. (三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. a, b, c ハ正數ナルトキ方程式

$$(a+b+c)x^2 - 2(a^2+b^2+c^2)x + a^3+b^3+c^3 = 0$$

ハ如何ナル場合ニ實根ヲ有スルカ. (東商專)

2. $mx^2 - (m+3)x - 5m + 2 = 0$ ナル方程式ニ於テ, m ヲ實數トスレバ, 二根ハ必ズ相異ナル實數ナルコトヲ證シ, 且ツ二根ノ差ヲ 28 ナラシムル如キ m ノ値ヲ定メヨ.

(新高)

3. a, b, c ガ實數ナルトキハ方程式

$$(b-c)^2x^2 + 2(c-a)(b-c)x + (b-c)^2 - 2(a-b)(c-a) = 0$$

ガ實根ヲ有スルタメニハ $a=b$ ナラザルベカラズ.

(北大豫)

主題 54. 方程式 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ガ不等實根ヲ有スルトキハ方程式

$$(a+c)(ax^2 + 2bx + c) + 2(b^2 - ac)(x^2 + 1) = 0$$

ハ實根ヲ有セザルコトヲ證セヨ. (山形高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二次方程式 $x^2 + px + q = 0$ ガ實根ヲ有スルトキハ方程式 $x^2 + px + q = k\left(x + \frac{p}{2}\right)$ ハ k ノ値ノ如何ニ關セズ實根ヲ有スルコトヲ證明セヨ, 又後ノ方程式ハ如何ナル場合ニ等根ヲ有スルカ. 但シ p, q 及ビ k ハ實數ナリトス.

(五高)

2. $ax^2 + 2bx + c = 0$ ノ二根ガ實數ナルトキハ

$$(ax^2 + c)(ac + 3b^2) + 2b(b^2 + 3ac)x = 0$$

ノ二根モ亦實數ナルコトヲ證セヨ. (旅工)

3. 一次方程式 $x - a = 0$ ノ根ガ二次方程式 $x^2 + 2px + q = 0$ ノ二根ノ間ニアルトキハ, λ = 如何ナル實數ヲ與フルトモ方程式 $x^2 + 2px + q + \lambda(x - a) = 0$ ハ實根ヲ有スルコトヲ證セヨ. 但シ a, p, q ハ何レモ實數トス.

(米工)

解法例 二次方程式 $mx^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$
 ノ二根ガ共ニ正ノ實數トナルタメニ m ノト
 ルベキ値ノ範圍ヲ定メヨ。(二高)

解説 二根ガ正ノ實數トナルタメ必要十分條件ハ次ノ三ツノ
 關係ナリ。

$m > 0, \quad D' = (m+1)^2 - m(m-1) \geq 0 \quad \dots\dots\dots ①$

二根ノ和: $\frac{2(m+1)}{m} > 0 \quad \dots\dots\dots ②$

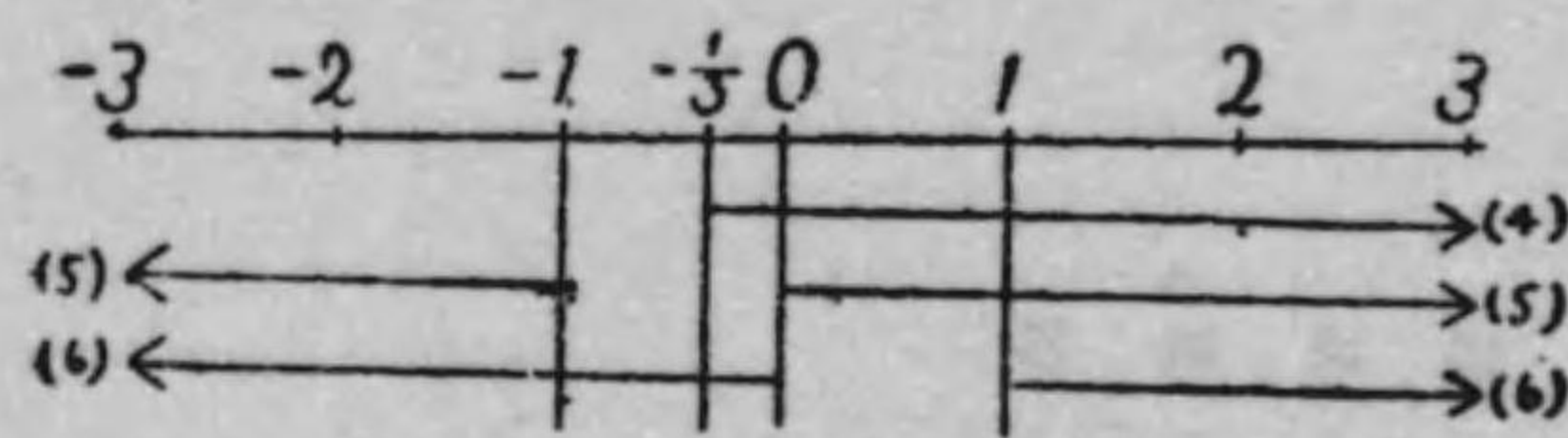
二根ノ積: $\frac{m-1}{m} > 0 \quad \dots\dots\dots ③$

①カラ $3m+1 \geq 0 \quad \therefore m \geq -\frac{1}{3} \quad \dots\dots\dots ④$

②カラ $m(m+1) > 0 \quad \therefore m > 0 \text{ 又ハ } m < -1 \quad \dots\dots\dots ⑤$

③カラ $m(m-1) > 0 \quad \therefore m > 1 \text{ 又ハ } m < 0 \quad \dots\dots\dots ⑥$

④, ⑤, ⑥三式ヲ同時ニ満足スル m ノ値ハ $m > 1$ 答 $m > 1$



研究 m ノ値ヲ決定スルタ
 メニ數列ノ圖ヲ畫イテ見ル。
 ④, ⑤, ⑥ニ共通部分ヲトツテ
 $m > 1$ ヲ定メル。



採点者講評 成績ハ良好トハ云ヘナイ。缺点ノ主ナルモノハ
 次ノ様ナモノデアアル。

1. 實根ノ條件ハ殆ンド出來テキタガ次ノ様ナノモアツタ。

(1) $D = (m+1)^2 - m(m-1) > 0$ (2) $m > 0$ ナラバ $D \geq 0$,
 $m < 0$ ナラバ $D \leq 0$ (3) $\sqrt{(m+1)^2 - m(m-1)} \geq 0$ (4) $4 - 4, 1,$
 $(m-1) = 0$

2. 正根ノ條件ハ與方程式ノ根ヲ α, β トシテ $\alpha > 0, \beta > 0$ トシタモノモアツ
 タガ大多數ハ $D \geq 0, \alpha + \beta > 0, \alpha\beta > 0$ ヲ採用シタ。次ノ様ナモノハ誤謬ノ
 主ナルモノデアアル。(1) (i) $D \geq 0$ (ii) $D > 0$ (2) $D \geq 0, \alpha + \beta \geq 0$,

$\alpha\beta \geq 0$ (3) (i) $D \geq 0, \alpha + \beta > 0$ (ii) $D \geq 0, \alpha\beta > 0$ (iii) $\alpha + \beta > 0, \alpha\beta > 0$
 (iv) $D > 0, \alpha + \beta \geq 0$ (v) $D > 0, \alpha\beta \geq 0$ 等々 (4) $\alpha + \beta = 2(m+1) > 0,$
 $\alpha\beta = m-1 > 0$

3. 不等式ノ解キ方ニ就テ次ノ様ナコトガ多數アツタ。之ガ本題ノ成績不良
 デアツタ主因デアアル。

(1) (i) $D = 3m+1 \geq 0 \quad \therefore m \geq -\frac{1}{3}$

$\therefore m \leq \frac{1}{3}$ (ii) $3m \geq -1 \quad \therefore m \geq -\frac{1}{3}$ (iii) $m \geq -\frac{1}{3} \quad m \neq 0$

$\therefore m > -\frac{1}{3}$ (iv) $3m+1 \geq 0 \quad \therefore m \geq -\frac{1}{3}$, 然ルニ $m > 0$ ナルニヨリ

$m > -\frac{1}{3}$ ノミ採用スル (2) $\frac{2(m+1)}{m} > 0 \quad \frac{m-1}{m} > 0 \quad m \neq 0$ ナル

故ニ $m+1 > 0 \quad \therefore m < -1$

$m-1 > 0 \quad \therefore m > 1$ (3) $\frac{2(m-1)}{m} > 0 \quad m(m+1) > 0$

$\therefore m > 0, m < -1 \quad \frac{m-1}{m} > 0 \quad m(m-1) > 0 \quad \therefore m > 0, m > 1$

(4) $m \geq -\frac{1}{3}, m > 0, m < -1, m < 0, m > 1$ 之レ等ヲ満足スル m ノ範圍ハ

$0 > m \geq -\frac{1}{3}$ (5) $\frac{2(m+1)}{m} \geq 0 \quad m \neq 0 \quad \therefore m \geq -\frac{1}{3}$ (6) $m \geq -\frac{1}{3},$

$m > 0, m < -1, m < 0, m > 1$ 之レ等ノ共通ナ m ノ範圍ハ $-1 > m \geq -\frac{1}{3}$ 及

ビ $m > 1$ デアル (7) $m^2 > 1 \quad \therefore m > \pm 1$ (8) $m+1 > \sqrt{3m+1}$

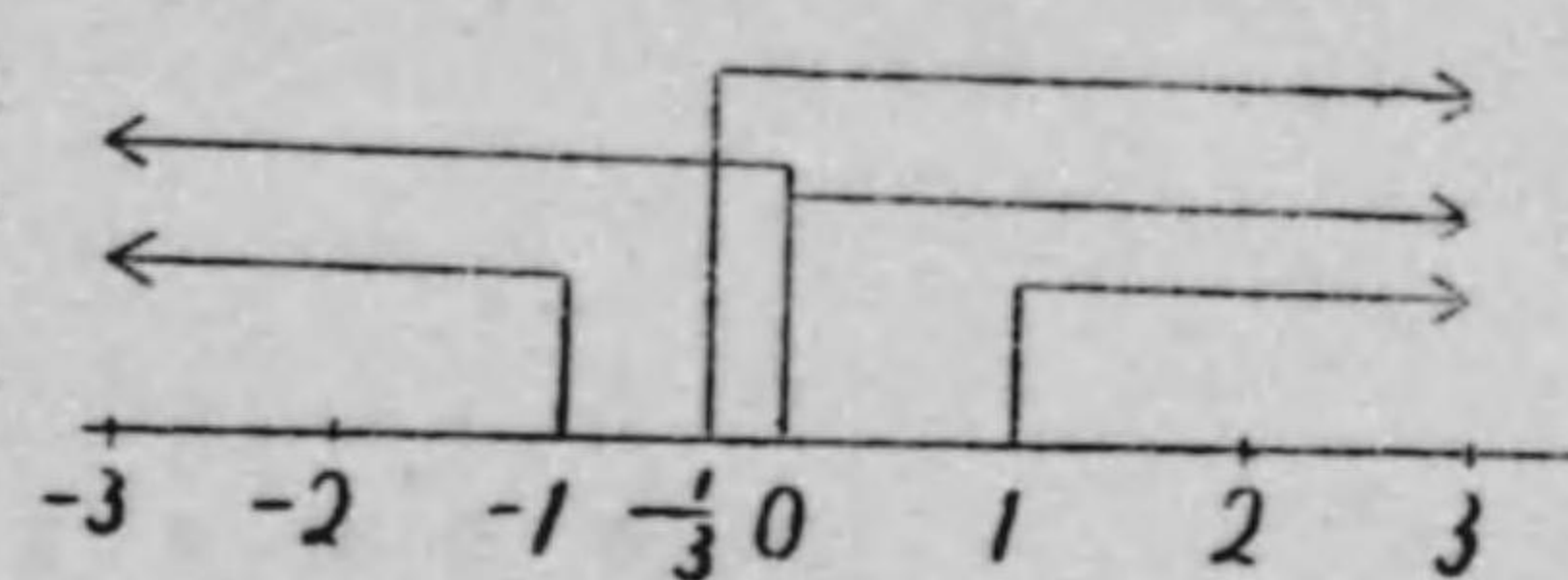
m = 就テ解キテ $m(m-1) > 0 \quad \therefore m < 0$ 又ハ $m > 1$ 然ルニ $m < 0$ ナ

ルトキハ $\frac{m+1 \pm \sqrt{3m+1}}{m}$ ノ分子ハ正トナルモ分母ハ負トナリ x ハ負ト

ナル故ニ $m > 1$ ヲトル。

4. 次ノ様ナノハ誤謬デハナイガ改メル方ガヨイト思ハレル。(1) 數軸ニ數

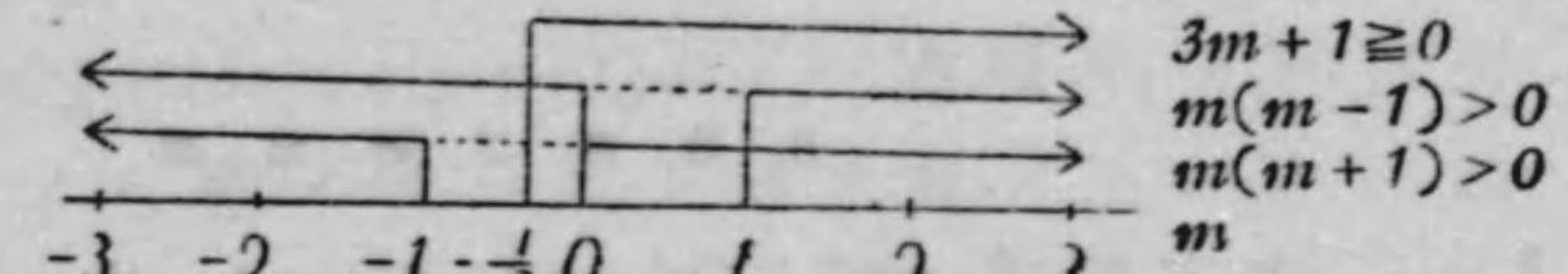
ヲ記入スルニ當リ左方ニ正
 數右方ニ負數ヲ記入シタル
 モノ(右方ヲ正, 左方ヲ負
 ニシタイ)



(2) モット整頓シ

タ圖ニシタイ。

例ヘバ右ノ様ニ



0 2-24 25

| | | | | | |
|-------|---|----|----|-----|-----|
| 5. 成績 | { | 文科 | 5% | 80% | 15% |
| | | 理科 | 9% | 71% | 20% |

主題 55. 二次方程式 $mx^2+6x+n=0$ ノ二根
ガ有理數トナルベキ m, n ノ總テノ正ノ整數
値ヲ見出セ. (佐高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二次方程式 $mx^2+(m+1)x+n=0$ ガ m ノ如何ナル有
理數ナルモ常ニ有理數ノ根ヲ有スルトキハ $n=0$, 又ハ
 $n=1$ ナルコトヲ證セヨ. (富高)
2. a, b, k ガ有理數ニシテ且ツ $b=ak+\frac{c}{k}$ ナルトキハ方
程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ二根モ有理數ナルコトヲ證明セヨ.
(名商)

主題 56. 方程式 $a(1+x^2)+2bx+c(1-x^2)=0$
ニ於テ a, b, c ガ一ツノ三角形ノ三邊ノ長サ
ヲ表ハストキ根ヲ判別シ, 邊 a = 對スル角ト
此ノ方程式トノ關係ヲ求メヨ. (海兵)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $a(1-x^2)+2bx+c(1+x^2)=0$ ハ虚根ヲ有シ且ツ
 a, b, c ガ三角形ノ三邊ヲ表ハスト云フ. 此ノ三角形ハ如
何ナル三角形ナルカ. (山口高)
2. a, b, c ハ三角形ノ三邊ノ長サヲ表ハシ, x = 關スル
二次方程式 $(c^2-mb)x^2+2\sqrt{a^2+b^2}x+1=0$
ガ等根ヲ有スルナラバ $m=0, m=-a, m=a$ ノ各ノ場合
ニ於ケル c 邊ニ對スル角ノ大イサハ何度ナルカ.
(松本高)

主題 57. 二次方程式 $ax^2 - x + b = 0$ ノ二根ガ
實數ナルトキハ, 絶對值ノ大ナル根ハ a ト同
符號ニシテ, 絶對值ノ小ナル根ハ b ト同符號
ナルコトヲ證セヨ. (四高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ガ異符號ノ實根ヲ有シ, 且
ツ負根ノ絶對值ガ正根ヨリ大ナルタメノ條件ヲ求メ
ヨ. (山工)
2. 和ハ $2\sqrt{a^4 + b^4} =$ 等シク, 積ハ $ab(a^2 + b^2) =$ 等シキ如キ
二ツノ數ハ常ニ實數ナルカ. 但シ a, b ハ實數トス.
(松本高)
3. $ax^2 + 2bx + c = 0$ デ a, b, c ハ等差級數ヲナスモノト假
定スル. コノ方程式ノ二根ヲ α, β トシテ
 $(\alpha + 1)(\beta + 1)$ ノ値ヲ求メヨ (東府高)

主題 58. 方程式 $x^2 + ax + b = 0$ ノ二根ニ夫々
 1 ヲ加ヘタルモノガ方程式 $x^2 - a^2x + ab = 0$ ヲ
満足スルトイフ. 初ノ方程式ノ根ヲ索メヨ.
但シ $a \neq 1$ ナリトス. (一高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^2 - p^2x + p = 0$ ノ二ツノ根ハ $x^2 - px - 1 = 0$ ノ二ツノ根
ニ夫々 1 ヲ加ヘタルモノニ等シトイフ. p ノ値ヲ問フ.
(海軍・佐高)
2. 二次方程式 $x^2 - p^2x + 2p^2 = 0$ ノ兩根ハ $x^2 + px + 2p = 0$
ノ兩根ニ 1 ヲ加ヘタルモノニ等シトイフ p ノ値如何.
(米工)
3. 方程式 $x^2 - 4x + 2 = 0$ ノ二根ヲ α, β トシ, 且ツ $\alpha > \beta$ ト
スレバ, 方程式 $2x^4 - 20x^2 + 1 = 0$ ノ根ハ
 $\pm\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2}} - \sqrt{2\beta}\right)$ 及ビ $\pm\left(\sqrt{\frac{\beta}{2}} + \sqrt{2\alpha}\right)$ ナルコトヲ證セヨ.
(高知高)

主題 59. a, β ハ方程式 $3x^2 + 3(a+b)x + 4ab = 0$
ノ根ニシテ, 且ツ $\frac{\beta}{a+m} + \frac{a}{\beta+m} = 1$ ナル關係
ヲ満足スルトキ $a-b = \pm m$ ナルコトヲ證セヨ.
(松本高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $x^2 + px + 12 = 0$ ノ二根ヲ a, β トスルトキ
 $(a-\beta)^2 - a\beta > 2(a+\beta)$ ナル如ク p ヲ定メヨ. (弘高)
- 方程式 $(14m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$ ノ二根 a, β 間 =
 $3a\beta = 2a - \beta$ ナル關係ノ成立スルタメニハ $m =$ 如何ナル
値ヲ與フベキカ. (海兵經)
- 方程式 $2x^2 - (a+b+c)x + 4(bc+ca+a^2) = 0$ ノ二根ガ夫
々 a, b ト相等シキ様ニ a, b, c ノ比ヲ定メヨ.
(浦高)

主題 60. $ax^2 + 2bx + c = 0$ ノ二根ガ a, β ニシテ
 $px^2 + 2qx + r = 0$ ノ二根ガ $a+k, \beta+k$ ナルトキ

$$\frac{b^2 - ac}{a^2} = \frac{q^2 - pr}{p^2}$$

ナルコトヲ證セヨ.

(滿工・神商・東船・慶應)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- p, q ハ整数ニシテ $x^2 + nx + p = 0, x^2 + nx + q = 0$ ノ根ガ夫
々 a, b 及ビ c, d ナルトキ $(a-c)(b-d)(a-d)(b-c)$ ハ完
全平方數ナルコトヲ證セヨ. (四高)
- $ax^2 + 2bx + c = 0$ ガ等根 a ヲ有シ, $px^2 + 2qx + r = 0$ ガ等
根 β ヲ有スルトキハ, a, β ハ $bqx^2 + (br+cq)x + cr = 0$ ノ根
ナルコトヲ證セヨ. (七高)
- $ax^2 + bx + c = 0$ ノ係數 a, b, c ハすべて有理數ト假定ス
ル. コノ方程式ノ二根ヲ a, β トスルトキ
 $\frac{1}{k-a} + \frac{1}{k-\beta} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta}$ ヲ満足スル k ハ又有理數ナルコ
トヲ證明シ, 次ニソノ値ヲ求メヨ. (東府高)

主題 61 $x^2+px+q=0$ ノ二根ノ差ガ
 $x^2+qx+p=0$ ノ二根ノ差ニ等シキトキ $p=q$ 或
 ハ $p+q+4=0$ ナルコトヲ證セヨ. (小商・阪商)

Notes of our teacher

主題 62 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ニ於テ,
 二根ノ和ヲ S_1 , 二根ノ平方ノ和ヲ S_2 , 二根ノ
 立方ノ和ヲ S_3 トスレバ $aS_3+bS_2+cS_1=0$ ナル
 コトヲ證セヨ. (名商・京醫・山口高・小商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $ax^2+bx+c=0$ ナル方程式ノ二ツノ根ノ第 n 乗ノ和ヲ S_n , 第 $n-1$ 乗ノ和ヲ S_{n-1} , ニテ表ハストキハ
 $aS_n+bS_{n-1}+cS_{n-2}=0$ ナル關係アルコトヲ證シ, 且ツ
 $S_1=-\frac{b}{a}$ 及ビ $S_0=2$ ナルコトヲ知リテ前ノ關係式ニヨ
 リテ S_2, S_3 ヲ計算セヨ. (慶應)
2. $a^2x^2+b^2x+c^2=0$ ノ根ガ $ax^2+bx+c=0$ ノ根ノ平方ナル
 トキハ b ハ a, c ノ比例中項ナリ. (和商)
3. $x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ x_1, x_2 トシ, $y^2+my+n=0$ ノ二根
 ヲ y_1, y_2 トスルトキ, コレ等ノ間ニ $x_1=2y_1+1, x_2=2y_2+1$
 ナル關係アリト云フ, コノ場合 m, n ヲ p, q ニテ表ハセ.
 (浪高)

自習用試験問題

1. $4x^2+12x+d=0$ ノ二根ノ差ガ 2 ナルトキ二根及ビ d
 ヲ求メヨ. (高・廣師)
2. $x^2+px+15=0$ ノ二根ノ差ノ平方ガ 4 トナル様ニ p
 ノ値ヲ定メヨ. (海兵・東蕨)

主題 63. $x^2+px+q=0$ ノ一ツノ根ガ他ノ根
ノ 2 倍ナルトキ $2p^2=9q$ ナルコトヲ證明セヨ.

(神工・小商・廣師)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $x^2+ax+b=0$ ノ二根ノ比ガ $3:4$ =シテ,判別式ガ $2-\sqrt{3}$ ナルトキ,コノ方程式ノ二根ヲ求メヨ.
(臺高)
2. 方程式 $x^2+(4m-2)x+3m^2+5=0$ ノ二根ノ中,一根ガ他ノ根ノ二倍ナルタメニハ m ノ値如何. (臺醫・島農・東外)

主題 64. $ax^2+bx+c=0$ ニテ $mnb^2=(m+n)^2ac$ ナ
ルトキハ二根ノ比ハ $m:n$ ナルコトヲ證セヨ.

(上置・三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ノ比ヲ $m:n$ トスルトキ $mn b^2=(m+n)^2 ac$ ナリ. (海樞)
2. 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ヲ α, β トシ, $\alpha:\beta=m:n$ ナルトキ $\frac{(m+n)^2}{mn}$ ヲ a, b, c =テ示セ. (新高)
3. $ax^2+bx+c=0$ =於テ $m(m+n)b^2=(m+n)^2ac$ ナルトキハ二根ノ比ハ $m:m+n$ ナルコトヲ示セ.

主題 65. 等根ヲ有スルトキハ $\frac{1}{b-c}, \frac{1}{c-a}, \frac{1}{a-b}$ ガ等差級數ヲナス如キ x = 關スル二次方程式ヲ作レ. (六高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $x^2 - 85x + 356 = 0$ ノ二根ノ小數点下ヲ切捨テタルモノヲ二根トスル方程式ヲ作レ. (浦高)
2. 二次方程式 $x^2 + px + q = 0$ ノ二根ヲ a, β トシ,
 $x^2 + p'x + q' = 0$ ノ二根ヲ a', β' トスルトキ $aa' + \beta\beta'$ 及ビ $a\beta' + a'\beta$ ヲ根トスル方程式ヲ作レ. (松本高)
3. x = 關スル二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根ヨリ夫々一定數 k ヲ減ジタル二數ヲ根トスル方程式ヲ作レ. (京醫)

主題 66. 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根ヲ α, β トシ, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\gamma}, \frac{1}{\delta}, \frac{1}{\beta}$ ガ等差級數ヲナス様ニ γ, δ ヲ定ムレバ, 此ノ二數ヲ根トスル方程式如何. 但シ係數ヲ a, b, c ニテ表ハセ.

(仙工・新高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ ノ二根ヲ α, β トス. α, γ, β 及ビ $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\delta}, \frac{1}{\beta}$ ガ共ニ等差級數ヲナス如キ γ, δ ヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ. (大高)
2. $ax + by = -16, cx + 20y = -224$ ナル聯立方程式アリ. 甲ハ之ヲ正シク解キテ $x = 8, y = -10$ ナル解ヲ得タリ. 然ルニ乙ハ c ヲ書キ誤リシタメ $x = 12, y = -13$ ナル解ヲ得タリ, 然ラバ此ノ聯立方程式ハ如何ナルモノナリシカ, 又 c ヲ何ト書キ誤リシカ. (浦高)

主題 67. 甲、乙二人ガ同一ノ一元二次方程式ヲ解キシニ、甲ハ一次ノ項ノ係數ヲ書キ誤リ、乙ハ常數項ヲ書キ誤リタルタメニ二根ノ絶對値ノ比トシテ甲ハ $2:3$ 、乙ハ $5:3$ ヲ得。且ツ甲ノ大ナル根ハ $-\frac{4}{5}$ 、乙ノ小ナル根ハ $\frac{2}{3}$ ナリシト云フ。元ノ方程式ヲ求メヨ。(新高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲、乙兩人 $ax^2+bx+c=0$ ナル形ノ方程式ヲ解クニ、甲ハ c ヲ見誤リタルタメ $-13, 4$ ナル二根ヲ得、乙ハ b ヲ見誤リタルタメ $4, 5$ ナル二根ヲ得タリトイフ。コノ方程式ノ正シキ二根ヲ求メヨ。(臺高)
2. x, y = ツイテ整方程式 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ ヲ $p = \frac{x}{x^2+y^2}, q = \frac{-y}{x^2+y^2}$ ナル關係ニヨツテ p, q = ツイテノ整方程式ニ直セ。A, B, C ガドンナ値ヲ有ツトキ、新ニ得ラレタ方程式ガ元ノ方程式ト全ク同ジ形ニナルカ。(廣高)

主題 68. 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) ニ於テ

- (i) 二根ガ實數ニシテ同符號ナルトキ
 - (ii) 二根ガ實數ニシテ絶對値等シク符號相反スルトキ
 - (iii) 一根ガ他根ノ k 倍ナルトキ
- 係數間ニ如何ナル關係アルベキカ。(高知高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $px^2+qx+r=0$ ノ根ノ間ニ次ノ關係アルトキ p, q, r ノ符號如何。(高知高)
 - (イ) 兩根共ニ正ナルトキ。
 - (ロ) 兩根符號ヲ異ニシ、負根ノ絶對値ガ正根ノ絶對値ヨリモ大ナルトキ。
2. p 及ビ q ガ實數ナルトキ方程式 $x^2+px-q^2=0$ ハーツノ正根トーツノ負根トヲ有スルコトヲ證明セヨ。(弘高)

主題 69. $ax^2+2bx+c=0, px^2+2qx+r=0$ ノ各方程式ノ根ガスベテ正ナラバ

$$apx^2+2(aq+bp)x+ar+2bq+cp=0$$

ノ根モ正ナルコトヲ證セヨ.

(四高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^2+(m+2)x+m+5=0$ ノ二根ガ共 = 正ナルタメ = m ノトルベキ値ノ範圍如何. (浪高)
2. $x^2-(2m+1)x+m-5=0$ ナル方程式ノ二根ガ共 = 正數ナルタメ = m ノトル値ノ限界ヲ如何ニスベキカ. (阪商豫)
3. $x =$ 關スル二次方程式 $(k-1)x^2-2kx+1=0$ ガ二ツノ正根ヲ有スルヤウ = k ノ範圍ヲ決定セヨ. (東府高)

主題 70. 方程式 $x^2+2(m-4)x+3m-2=0$ ノ二根ガ何レモ正數ナルヤウ = 整數 m ヲ定メヨ.

(浪高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二次方程式 $mx^2-2(m+1)x+m-1=0$ ノ二根ガ共 = 正ノ實數トナルタメ = m ノトルベキ値ノ範圍ヲ定メヨ. (二高)
2. $m > 0$ ナルトキ, 二次方程式 $(2-m)x^2+4mx-(m+1)=0$ ノ二根ノ符號ヲ決定セヨ. 又二根ノ絶對値ノ大小ヲモ決定セヨ. (五高)
3. 二次方程式 $x^2+(5m^2-50m-3)x+2880=0$ ノ二ツ正根ノ最小公倍數ガソノ最大公約數ノ 20 倍トナル如キ m ノ實數値ヲ求メヨ. (海兵經)

主題 71. 方程式 $(ax+1)^2=a^2(1-x^2)$ デ $a>1$ ト
 假定スル. コノ方程式ハ正負ノ二實根ヲ有
 シ, 正根ハ 0 ト 1 トノ間, 負根ハ -1 ト 0 トノ間
 ニ存在スル. コレヲ證明セヨ. (東府高)

Notes of our teacher

主題 72. 二次方程式 $x^2+px+q=0$ ノ二根ガ
 共ニ實數ナルトキ $p+2<0$ $p+q+1>0$ ナラ
 バ二根ハ 1 ヨリ大ナリ, 之ヲ證セヨ. (浦高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 自習用試験問題
1. 方程式 $2x^2+3x+5m=0$ ノ根ガ何レモ 1 ヨリ小ナルタ
 メ m ハ如何ナル値ヲトルベキカ. (松山高)
 2. $x^2-11x+(30+a)=0$ ガ實根ヲ有シ且ツ二根ガ共 $= 5$
 ヨリ大ナルタメ m $=$ ハ $\frac{1}{4} \geq a > 0$ ナルコトヲ證セヨ.
 (海兵經・阪商豫)

1. $x^2+px+q=0$ ①
 $x^2+(p+2)x+(p+q)=0$ ②
 方程式(1)ガ實根ヲ有スルトキハ方程式(2)モ亦實根ヲ
 有スルコトヲ證シ, 且ツ方程式(1)ノ小ナル方ノ根ハ方
 程式(2)ノ二根ノ間ニアルコトヲ證セヨ. (新高)
2. $p^2-q>0$ ナルトキ, 二次方程式
 $x^2+2px+q=0$ ①
 $x^2+2(p+1)x+2p+q=0$ ②
 ノ四根ヲ大小ノ順ニ並べヨ. (五高)

主題 73. ニツノ方程式 $x^2+px+q=0$,
 $x^2+qx+p=0$ ガ唯一ツノ共通根ヲ有スルトキ,
 共通ナラザル根ノ和ハ -1 ニ等シキコトヲ
 證セヨ. (東商・四高・松江高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. ニツノ方程式 $x^2+ax+b=0$, $x^2+Ax+B=0$ ガ只一根ヲ
 共有スルトキハ

$$(b-B)^2x^2+(a-A)(b^2-B^2)x+bB(a-A)^2=0$$

ノ二根ハ夫々前ノ二ツノ方程式ノ根ナリ. (大 高)

2. 方程式 $x^2+ax+bc=0$, $x^2+bx+ca=0$ ガ唯一ツノ根ヲ
 共有スルトキ, ソノ共通根ト他ノ二根トヲ根トスル方
 程式ハ

$$x^3 - \frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)x - \frac{1}{3}(a^3+b^3+c^3) = 0$$

ナルコトヲ證明セヨ. (三 高)

3. $x^2+ax+bc=0$, $x^2+bx+ca=0$, $x^2+cx+ab=0$ ノ任意ノ二
 式ガ一ツノ共通根ヲ有スルトキハ, 共通ナラザル二根
 ハ他ノ一ツノ式ヲ満足スルコトヲ證セヨ. (大工・京城豫)

主題 74. ニツノ方程式 $x^2-3x+a=0$,
 $x^2+5x+2a=0$ ガ共通根ヲ有スルトキハ, 次ノ二
 ツノ方程式モ共通ナル根ヲ有スルコトヲ證
 明セヨ.

$$x^2-x+a-2=0, x^2+7x+2a+6=0 \quad (\text{一 高})$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. ニツノ方程式 $x^2-ax+b=0$, $x^2-ax+c=0$ ノ各々ト方
 程式 $x^2+px-q=0$ トガ夫々只一根ヲ共有スルトキ

$\frac{p}{a+p} = \frac{q}{b+q} + \frac{q}{c+q}$ ナルコトヲ證セヨ. 但シ $b \neq c, q \neq 0$ ト
 ス. (大 高)

2. a, b, c ガ實數ニシテ且ツ $a^3+b^3+c^3=3abc$ ナルトキハ,
 ニツノ方程式 $x^2+ax+bc=0$, $x^2+bx+ca=0$ ハ少クモ一
 ツノ共通根ヲ有スルコトヲ證明セヨ. (東府高)

3. x = 關スル次ノ二ツノ方程式ガ共通ナル一
 根ヲ有スルトキノ m ノ値及ビソノ共通根ノ値ヲ求メヨ.

$$x^2+mx+6=0, x^2-(m+4)x-12=0 \quad (\text{松本高})$$

主題 75. $9x^3 - 4x + 1 = 0$ を解け. (陸士)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^3 = 27$ を解け. (長商)
2. $x(x-1)(x-2) = 120$ を解け. (高・北農)
3. 三次方程式 $x^3 - ax^2 - 72 = 0$ の一つの根が -6 ナルコトヲ知リテ他ノ二根ヲ小數第三位マデ四捨五入シテ求メヨ. (高知)

主題 76. 三次方程式

$x^3 - (a^2 + b^2 + ab)x - ab(a+b) = 0$ を解け. (大高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $(x+b+c)(x+c+a)(x+a+b) + abc = 0$ を解け. (東藝)
2. $6x^3 + 23x^2 + 42x + 49 = 0$ と $3x^3 + 10x^2 + 13x + 14 = 0$ とニ共通根ノアルコトヲ知リテ $3x^3 + 10x^2 + 13x + 14 = 0$ を解け. (姫高)
3. x ニツイテ三次式 $x^3 - 8x^2 - (a+1)x + 4a$ アリ. コノ式ノ値ヲ 28 ナラシムル x ノ値ノ一つガ -2 ナルトキ, 他ノ二ツヲ四捨五入シテ小數第二位マデ求メヨ. (神商)

主題 77. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24=0$ ヲ解ケ.

(廣 師)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^4 - 22x^2 + 81 = 0$ ヲ解キ, 根ハ小數点下三位マデ求メヨ.
(横工・城醫)
2. $(x^2 + 4x + 5)^2 - 12(x^2 + 4x) - 40 = 0$ ヲ解ケ. (秋 鎮)
3. $1000x^5 - 6119x^3 + 9261 = 0$ ヲ解ケ. (城 工)
4. $x^4 - 12mx^2 + 7nx + 2 = 0$ ノ二根ガ $-1, -2$ ナリトイフ.
 m, n ノ値及ビ他ノ二根ヲ求メヨ. (臺 高)

主題 78. $6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$ ヲ解ケ.

(新 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ ヲ解ケ. (大工・哈學)
2. $4x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 4x + 4 = 0$ ヲ解ケ. (千 醫)
3. $x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 3 = 0$ ヲ解ケ. (東 齒)

主題 79. a, b が共に正ニシテ, 方程式

$$ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$$

が三ツノ實根ヲ有スルトキハ $b \geq 3a$ ナルコトヲ證セヨ. (東商專)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ が絶対値相等シクシテ符號相反スル二ツノ根ヲ有スルトキハ, 係數ノ關係如何. (明專)
2. $x^3 + px + q = 0$ ノ三ツノ根ノ中, 二ツノ根ガ等シキタメニハ $4p^3 + 27q^2 = 0$ ナル關係アルコトヲ證セヨ. (東藝)
3. $x^3 - (2p+1)x + 2p = 0$ ナル方程式ノ三根ノ内, 二根ガ相等シキトキ p ノ値如何. (四高・關豫)
4. $x^3 + ax^2 + b = 0$ ノ一根ガ他ノ一根ノ逆數ナル關係アルコトヲ知リテコノ方程式ヲ解ケ. (京城豫)

主題 80. p ノ値ヲ如何ニ定ムレバ, 次ノ方程式ノ四ツノ根ガ何レモ實數トナルカ.

$$x^4 - 2x^2 + 2p^2 - p = 0$$

(佐高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x = 關スル四次方程式 $x^4 - 2(3p+1)x^2 + 7p^2 + 3p = 0$ ノ四根ガ實數ナルタメノ p ノ範圍ヲ決定セヨ. (海機)
2. $x^4 - p^2 = x^2 - 5p + 6$ ノ四根ガ悉ク實數ナルタメニハ p ノトルベキ値ノ範圍如何. (北大豫)
3. $x^4 - (2+a+b)x^3 + \{4+2(a+b)+ab\}x^2 - 2(ab+2a+2b)x + 4ab = 0$ ノ實根ヲ求メヨ. 但シ a, b ハ實數ナリトス. (姫高)

解法例 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$\begin{cases} yz=y-2z \\ zx=6z-x \\ xy=x-y \end{cases}$$

(商業專)

$$\text{例} \quad yz=y-2z \quad \dots\dots\dots \text{①} \quad zx=6z-x \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

$$xy=x-y \quad \dots\dots\dots \text{③}$$

I. $xyz \neq 0$ ノトキ ①, ②, ③ ヲ夫々 $yz, zx, xy =$ テ除シ

$$\frac{1}{z} - \frac{2}{y} = 1 \quad \dots\dots\dots \text{④} \quad \frac{6}{x} - \frac{1}{z} = 1 \quad \dots\dots\dots \text{⑤}$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 1 \quad \dots\dots\dots \text{⑥}$$

$$\text{④} + \text{⑤} \Rightarrow \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 2 \quad \therefore \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 1, \text{コレ} = \text{⑥} \text{ヲ加ヘテ}$$

$$\frac{2}{x} = 2 \quad \therefore x=1 \quad \text{從ツテ} \quad y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{5}$$

II. $xyz=0$ ノトキ $x=0$ トセバ $y=z=0$ トナル. y, z ヲ $0 =$ シテモ同様ナレバ $x=y=z=0$

$$\text{答} \quad x=1, y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{5}; x=y=z=0$$



採点者評 出来栄エガ一體 = 良好デアッタ. 然シ ($x=0, y=0, z=0$) ナル組ノ答ヲ見出サズシテ單ニ ($x=1, y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{5}$) ノミヲ答トシテ與ヘテ居タ者ガ可ナリ多カッタ様 =

見受ケタ. 又容易ニ出来ル答ト思ハレル問題ニモ拘ラズ解キ方ヲ一寸誤リ却テ面倒ナ式ニ變化サセ爲ニ時間ヲ徒費シ失敗ニ終ツテ居タ者ガアッタ. 屢々残念ニ思ハレルノハ極メテ簡單ナ普通ノ計算ヲ不注意ニモ間違ヘテ居ル事デアル.

主題 81. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$2x^2 + 5xy + 2y^2 + x + y + 1 = 0$$

$$x^2 + 4xy + y^2 + 12x + 12y + 10 = 0 \quad \text{(旅工)}$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$5x^2 - 12xy + 5y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$$

$$11x^2 - 28xy + 11y^2 + 3x - 3y + 7 = 0 \quad \text{(神商)}$$

2. $(x^2 - 1)(y^2 - 1) = 280, (x - 1)(y - 1) = 10$ ヲ解ケ. (東商專)

3. $x + y = 6, (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) = 1440$ (松山高)

4. $(x + y)^2 + y^2 = 106, x^4 + 4y^4 = 2756$ (水高)

主題 82. $2x^2 + 6y^2 - 7xy = 14$, $5x^2 + 4y^2 - 9xy = 21$
ナル聯立方程式ヲ解ケ. (北大豫)

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. $2x^2 - 7xy + 11y^2 = 60$, $x^2 - 3xy + y^2 = 15$ (新高)
2. $x^2 - 3xy + 2y^2 = 12$, $x^2 + 2xy - 3y^2 = 32$ (京城豫)
3. $x^2 + 3xy - 3y^2 = 33$, $2x^2 + 2xy - y^2 = 66$ (和商)
4. $2x^2 - xy + y^2 = 2y$, $2x^2 + 4xy = 5y$ (水産・醫專・鳥農・明薬)

主題 83. $x^2 + xy + 2x = 14$, $y^2 + xy + 2y = 21$
ナル聯立方程式ヲ解ケ. (徳工)

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. $x^2 + xy = 4x - 2$, $y^2 + xy = 4y - 1$ ヲ解ケ. (東船・水農)
2. $x^2 = ax + by$, $y^2 = ay + bx$ ヲ解ケ. (醫專・靜高)
3. $xy^2 + x - 3y = 0$, $2x^2y - 3x + 2y = 0$ ヲ解ケ. (東商豫)
4. $(x+y)(x+y+1) = 56$, $(x-y)(x-y-1) = 12$ ヲ解ケ. (長商・臺醫)

主題 84. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.

$$xy + 2x - 3y = 12, \quad 2yz - y + 4z = 11,$$

$$2zx - 6z - x = 3$$

(名 商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $(x+y)(x+z)=30, (y+z)(y+x)=15, (z+x)(z+y)=18$
ヲ解ケ. (海兵・長業)
2. $xy+x+y=29, yz+y+z=41, zx+z+x=34$ ヲ解ケ.
(高・鳥農・秋鏡・海橋・大阪商・明醫・山商・大醫・城醫)
3. $xy+y+2x-6=0, yz+2z+3y-18=0, zx+3x+z-9=0$
ヲ解ケ. (愛 醫)
4. $x(y+z)=a, y(z+x)=b, z(x+y)=c$ ナルトキ xyz ノ値
如何. (水 高)

主題 85. $\frac{y}{z} + \frac{2z}{y} = 8x \quad \frac{z}{x} + \frac{2x}{z} = 13y$

$$\frac{x}{y} + \frac{2y}{x} = 9z \quad \text{ヲ解ケ.}$$

(四高・旅工)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x(x+y+z)=12, (2y+z)(x+y+z)=30,$
 $(y+2z)(x+y+z)=42$ ヲ解ケ. (四 高)
2. $ax+by=xy, by+cz=yz, cz+ax=zx$ ヲ解ケ. (小 商)
3. $\frac{x}{y+z+a} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y-a} = x+y+z$ ヲ解ケ.

主題 86. $x+y+z=19$, $x^2+y^2+z^2=133$, $xz=y^2$
ナル聯立方程式ヲ解ケ. (廣 師)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x+y+z=6$, $x^2+yz=7$, $x^2+y^2+z^2=14$ ヲ解ケ. (長 商)
2. $x+y-3z=7$, $x^2+y^2+z^2=9-2z$, $yz+zx+xy=2z^2+3z$ ヲ解ケ. (陸 士)
3. $x+y+z=a^2x+b^2y+c^2z=xyz+a^4x+b^4y+c^4z=0$ ヲ解ケ. 但シ a, b, c ハスベテ相異ナルモノトス. (松山高)

主題 87. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.
 $x=(1-z)(1-x)$, $y=(1-x)(1-y)$, $z=(1-y)(1-z)$

(一 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x^2+y^2-z^2=21$, $3xz+5yz-2xy=18$, $x+y-z=5$ ヲ解ケ. (浦 高)
2. $1-x^2=0$, $1-y^2=w$, $xy=0$, $u+xz=2w$, $v+yz=0$, $u^2+v^2-z^2=0$ ヲ解ケ. (一 高)
3. $x^2+xy+y^2=37$ ① $y^2+yz+z^2=19$ ②
 $z^2+zx+x^2=28$ ③ ヲ解ケ. (松山高)

主題 88. 次ノ聯立方程式ノ實根ヲ求ム.

$$x^2=y+z, y^2=z+x, z^2=x+y \quad (\text{東商豫})$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x, y, z ノ正ノ實數値ニ對シテ次ノ聯立方程式ノ成立スルタメノ條件ヲ求ム. $x+y+z=a, xy=bz, x^2+y^2=z^2$
(靜高)
2. 次ノ二ツノ方程式ヲ共ニ満足スル x, y, z ノ實數値ヲ求メヨ. $5x^2+4y^2+3z^2=2yz+4zx+6xy, x^2+y^2+z^2=1$
(京醫)
3. $\frac{3x}{y} + \frac{2y}{x} = 5, x^2+y^2-4y+4=0$ ヲ満足スル x, y ノ實數値ハ存在セザルコトヲ證シ, 然ル後之ヲ解ケ.
(山口高・水産)

主題 89. m ハ整數ニシテ, 聯立方程式

$$x^2+y^2=m, xy=m^2-1$$

ハ實根ノミヲ有スト云フ. m ノ値ヲ求メヨ.

(五高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 次ノ聯立方程式ノ根ガ實數ナルタメニハ a ノ値ノ限界如何. $x+y=2, x^3+y^3=axy$
(富高)
2. t ニ關スル二次方程式 $at^2+bt+c=0$ ノ根ガ實數ナルトキハ, 聯立方程式
$$y=x+\frac{1}{x}, ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$$
ヲ満足スル y ノ値モ亦實數ナルコトヲ證セヨ. (京藝)
3. 聯立方程式 $x+y=a, x^2+y^2=5$ ガ實根ヲ有スルトキ, a ノ値ノ範圍如何. 又 a ガ正ノ整數ナルトキ, ソノ値ヲ求メヨ.
(廣師)

主題 90. 次ノ方程式ヲ満足スル x 及ビ y
ノ實數値ヲ求メヨ.

$$(x^2+4)(y^2+1)-8xy=0$$

(醫專・大阪商豫・熊藥・松本高・東外・鳥農)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $(2x - \frac{1}{2y} - 5)^2 + (4x^2 + \frac{1}{4y^2} - 37)^2 = 0$ ナル方程式ヲ満足スル x, y ノ實數値ヲ求メヨ. (大分商)
2. $(x^2 + xy - 12)^2 + (xy - 2y^2 - 1)^2 = 0$ = 適スル實根ヲ求メヨ. (海兵)
3. $5x^2 - 4xy + y^2 - 3x + 2 = 0$ ガ x, y ノ實數値 = 對シテ成立スルタメ x ノ値ノ範圍ヲ求メヨ. (仙工)

主題 91. 聯立方程式 $ax+by=1, cx^2+dy^2=1$
ガ唯一組ノ根ヲ有スルタメニハ $\frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{d} = 1$
ナル關係アルコトヲ證セヨ. (京城豫・横商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 次ノ聯立方程式ガ只一組ノ根ヲモツタメニ、 m = 與フベキ正ノ數値ヲ求ム.
 $3x^2 + 5y^2 = 30 \quad y - mx = 6$ (桐工)
2. 次ノ聯立方程式ガ唯一組ノ根ヲ有スル爲ノ條件ヲ求メ、且ツ此ノ場合ニ於ケル根ヲ求メヨ.
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, Ax + By + C = 0$
但シ a, b, A, B, C ハ何レモ零ナラザル定數トス. (東高)
3. x, y = 關スル次ノ聯立方程式ノ二組ノ根ガ相等シクナルタメニハ m ヲ如何ニ定ムベキカ.
 $mx + y = 5, x^2 + 2y + 3m = 0$ (徳工)

主題 92. $\frac{3x+1-a}{x-a}=2-3a$ ヲ解ケ. (水高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{(x-3)^2}{x-2} = \frac{(a-3)^2}{a-2}$ ヲ解ケ. (徳工)
2. $\frac{2x^2}{x^2-4} - \frac{x}{2-x} = \frac{x}{x+2} + 1$ ヲ解ケ. (東船)
3. $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ヲ解ケ. (千園)

主題 93. $\frac{x+a}{a-x} + \frac{x+b}{b-x} + \frac{x+c}{c-x} = 3$ ヲ解ケ. (福商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{x+3}{3-x} + \frac{x+6}{6-x} + \frac{x+9}{9-x} = 3$ ヲ解ケ. (岐農)
2. $\frac{2x-9}{x-4} + \frac{3x+16}{x+6} = \frac{2x+9}{x+5} + \frac{3x-11}{x-3}$ ヲ解ケ. 但シ x ノ
値ヲ小數第 2 位マデ計算セヨ. (高松商)
3. $\frac{x^2-3x}{x^2-1} + 2 + \frac{1}{x-1} = 0$ ヲ解ケ. (水農・大阪商)

主題 94. $xy - \frac{x}{y} = 2, xy - \frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ ヲ解ケ.
(新高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $\frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = \frac{20}{3}, xy + \frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ ヲ解ケ. (大商專・鹿農・高松商)
- $xy + \frac{x}{y} = \frac{5}{6}, 1 + y^2 = \frac{15}{2}xy$ ヲ解ケ. (高岡商)
- $\frac{y}{x} - \frac{1}{xy} = 2, yx - \frac{x}{y} = 8$ ヲ解ケ. (水産)

主題 95. 分數方程式 $\frac{3}{x} + \frac{6}{x-1} - \frac{x+a}{x(x-1)} = 0$
ガ根ヲ有スル爲ニハ a ノ値ヲ如何ニスベキ
カ.
(京醫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 分數方程式 $\frac{a(a+2)}{2x} - \frac{a(a-1)}{2(x-1)} = 1$ ガ根ヲ有スル爲
ニハ a ノ値ヲ如何ニスベキカ. (京醫)
- 分數方程式 $\frac{(a+1)(b+1)}{x+1} + \frac{(a-1)(b-1)}{x-1} = \frac{2ab}{x}$ ガ根ヲ
有セザルトキ $a^2 + ab + b^2$ ノ値如何. 但シ a, b ハ相等シ
カラズトス. (京醫)
- 方程式 $\frac{a^2}{x-p} + \frac{b^2}{x} - 1 = 0$ ハ常ニ實根ヲ有スルコト
ヲ證セヨ. 但シ a, b, p ハ實數トス. (松山高)

主題 96. $x^2+1+\frac{1}{x^2+1}=2a$ ヲ満足スル x ノ
 總テノ値ガ實數ナルタメニハ a ノ値如何:
 (四高・大商專)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x, y =$ 關スル次ノ聯立方程式ノ實根ヲ求メヨ.

$$x^2 = 4ay \quad y = \frac{8a^2}{x^2 + 4a^2} \quad (\text{陸士})$$

2. x ヲ未知數トスル方程式

$$\frac{2A}{x+a} + \frac{k}{x} + \frac{2B}{x-a} = 0$$

ガ等根ヲ有スル如キ k ノ値ハ一般ニ二ツアルコトヲ示
 シ、且ツ其ノ二ツノ値ヲ k_1, k_2 トスルトキハ $k_1 k_2 = (A-B)^2$
 ナルコトヲ證セヨ. (名工・七高・山形高)

3. 方程式 $\frac{3}{x+3-m} + \frac{2}{x+2-m} = 1$ ノ二根ノ逆數ノ和
 ヲ 2 トナラシムル m ノ値ヲ求メヨ. (三高)

解法例 次ノ方程式ヲ解ケ.

$$x - \sqrt{a-x} = b \quad \text{但シ } a > b > 0 \text{ トス}$$

尙無緣根アリトスレバ如何ナル方程式ノ根
 ナルカラ附記セヨ. (東藝)

解法 I. 移項シテ $x - b = \sqrt{a-x}$ ①

平方スルト $x^2 - 2bx + b^2 = a - x \quad \therefore x^2 - (2b-1)x - (a-b^2) = 0$

$$x = \frac{2b-1 \pm \sqrt{(2b-1)^2 + 4(a-b^2)}}{2} = \frac{2b-1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2}$$

(檢) $x - b = \frac{2b+1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2} - b = \frac{-1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2}$

$$\sqrt{a-x} = \sqrt{a - \frac{2b-1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{4a-4b+2 \mp 2\sqrt{4a-4b+1}}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{(\sqrt{4a-4b+1})^2 \mp 2\sqrt{4a-4b+1} + 1}}{2} = \frac{\sqrt{(\sqrt{4a-4b+1} \mp 1)^2}}{2}$$

然ルニ $a > b > 0$ ヲリ $4a-4b+1 = 4(a-b)+1 > 1$

$$\therefore \sqrt{a-x} = \frac{\sqrt{4a-4b+1} \mp 1}{2}$$

故ニ根ハ $x = \frac{2b-1 + \sqrt{4a-4b+1}}{2}$ ヲケテアル.

①ヲ平方スルコトハ $x - b = -\sqrt{a-x}$ ヲ掛ケルコトニテ無緣
 根ハコノ時ニ入ツタモノデアル. 即チ無緣根ハ $x + \sqrt{a-x} = b$ ノ
 根デアル.

解法 II. $x - b - \sqrt{a-x} = 0$ トシテ $x - b + \sqrt{a-x}$ ヲカケ

$$x^2 - 2bx + b^2 - a + x = 0 \quad \therefore x^2 - (2b-1)x - (a-b^2) = 0$$

$$(2b-1)^2 + 4(a-b^2) = 4a - 4b + 1 \quad \therefore x = \frac{2b-1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2}$$

吟味 $x-b =$ 上ノ x 値ヲ入レテ

$$x-b = \frac{-1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2}, \text{ 然ルニ } a > b > 0 \text{ ナレバ}$$

(I) 複號中ノ $-$ 號ヲトルトキ

$$D > 0 \therefore \frac{-1 - \sqrt{4a-4b+1}}{2} < 0 \text{ 又 } \sqrt{a-x} \geq 0 \text{ ナレバ}$$

$x-b - \sqrt{a-x} = 0$ ヲ満足セズ。是レ $x-b + \sqrt{a-x}$ ヲ乘ジタルトキニ入リシ無縁根ニシテ $x-b + \sqrt{a-x} = 0$ ノ根ナリ。

(II) 複號中ノ $+$ 號ヲトルトキ

$$4a-4b+1 > 1 \therefore -1 + \sqrt{4a-4b+1} > 0$$

故ニ $x-b + \sqrt{a-x} > 0$, 乘ゼシ式ヲ $0 =$ セズ

$$x = \frac{-1 + \sqrt{4a-4b+1}}{2} \text{ ハ與方程式ノ根ナリ。}$$



採点者講評 本問題ハ單ニ根ヲ出スダケデハ簡單デア。受験者ノ大部分ハ二根ヲ出シテキル。其二根ハ間違ッテキナイガ、然シ問題ハ更ニ其ノ根ノ吟味ヲ要求シテキル。二根中何レガ無縁根デア。カヲ指摘セルモノハ案外少ナルツタ。之レ

ハ文字ヲ含ム無理方程式ダカラ吟味ハ簡單デハナイガ、普通ノ方法デ代入シテモ實際ノ根デア。カ又ハ無縁根デア。カハ判ズルコトガ出來ル。答案中ニ次ノ様ナモノガアツタカラ參考ニ掲ゲル。

[解] $x-b = \sqrt{a-x}$ ……① 兩邊ヲ平方シテ整頓スレバ

$$x^2 - (2b-1)x + b^2 - a = 0 \dots \textcircled{2} \text{ 之ヲ解ケバ } x = \frac{2b-1 \pm \sqrt{4a-4b+1}}{2} \dots \textcircled{3}$$

此二根ノ上號ヲトリタルモノヲ α , 下號ヲトリタルモノヲ β トス。

$$\text{(吟味)} \alpha \text{ ヲ } \textcircled{1} \text{ ノ左邊ニ代入スレバ } x-b = \frac{2b-1 + \sqrt{4a-4b+1}}{2} - b$$

$$x-b = \frac{\sqrt{4a-4b+1}-1}{2} \text{ 又右邊ニ代入スレバ}$$

$$\sqrt{a-x} = \sqrt{a - \frac{2b-1 + \sqrt{4a-4b+1}}{2}} = \sqrt{\frac{2(2a-2b+1) - 2\sqrt{4a-4b+1}}{4}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{4a-4b+1}-1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{4a-4b+1}-1}{2} \text{ 依テ } \alpha \text{ ハ原方程式ヲ満足スルガ}$$

故ニ所要ノ根デア。又 β ヲ代入スレバ右邊ト左邊トハ絶對値相等シク符號相反スルカラ β ハ方程式 $x-b = -\sqrt{a-x}$ ノ根デア。

此答案ハ普通ノ方法デ吟味シタノデア。ルガ然シ要ヲ得テキル。

此問題ハ次ノ様ニ吟味スレバ面白イ。

③ノ二根ヲ前ト同様 α 及ビ β トシ ②ヲ $f(x) = 0$ ナル記號デ表ハスナラバ $f(x) = (x-\alpha)(x-\beta)$ 茲ニ $\alpha > \beta$ トナルカラ $x =$ 置キ換ヘル値ノ如何ニヨリテ $f(x)$ ハ正トモ負トモ零トモナル性質ガアル。

今 $f(a) = a^2 - (2b-1)a + b^2 - a = (a-b)^2 > 0$ 依テ α ハ二根 α, β ノ外ニアリ然ルニ假定ニヨリ $a > b > 0$ ナルカラ α ハ二根中ノ大ナルモノヨリ大デア。即チ $\alpha > a > \beta$ 次ニ $f(b) = b^2 - (2b-1)b + b^2 - a = b-a < 0$ 依テ b ハ二根ノ間ニアリ、即チ $a > b > \beta$ $\therefore \alpha > a > b > \beta$ 而シテ原方程式ノ根ハ a ヲヨリ小ニシテ b ヲヨリ大ナルコトヲ要ス。依テ α ハ所要ノ根デア。又 β ハ a, b ノ何レヨリモ小ナルガ故ニ $-(x-b) = \sqrt{a-x}$ 即チ $(x-b) = -\sqrt{a-x}$ ノ根デア。

筆水曰ク; 講評中ノ最後ノ吟味ハ誠ニ高尚デア。併シ中學生ニハ稍々高尚過ギルカラ第II答案ノ吟味位ガ上等デア。ルコトニシテモラヒタイ。

主題 97. 次ノ方程式ノ根ヲ小數第二位マ
デ正シク求メヨ.

$$6\sqrt{x^2-2x+6}+21+2x-x^2=0 \quad (\text{臺 高})$$

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. $x + \sqrt{3x-5} - 2 = 0$ ナルトキ $\sqrt{3x-5}$ ノ値ヲ求メヨ. (新高)
2. $3x^2 - 4x - 10 + 2\sqrt{3x^2 - 4x + 5} = 0$ ヲ解ケ. (東商豫・宮農)
3. $\sqrt{16-7x-x^2} = x^2 + 7x - \frac{1}{4}$ ヲ解ケ. (神工)

主題 98. 方程式 $4x^2 + 2x\sqrt{3x^2+1} = 8$ ヲ解ケ.

(三高)

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. $\sqrt{1-x^2} + ax = 1$ ヲ解ケ. 但シ $\sqrt{\quad}$ ハ平方根ノ中ノ正數
ノミヲ表ハスモノトス. (横商)
2. a ハ負數ニシテ, 其ノ絶對値ハ 1 ヨリ小ナラズトス
ルトキ, $a(x+1) + \sqrt{x^2+x+1} = 0$ ナラシムル x ノ値ヲ
求メヨ. 但シ \sqrt{p} ノ如キハ, p ガ正數ナルトキ, p ノ正チ
ル平方根ヲ表スモノトス. (六高)
3. $\sqrt{x+1} - \sqrt{1-2x} = 1$ ヲ解ケ. (東高)

主題 99. $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-6}$ ヲ解ケ.
(水産・臺商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\sqrt{2x-1} - \sqrt{11-2x} = \sqrt{x-1}$ ヲ解ケ. (東 師)
2. $\sqrt{5x-1} - \sqrt{8-2x} = \sqrt{x-1}$ ヲ解ケ. (廣 師)
3. $\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2-x+1} = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ ヲ解ケ.
(陸 士)

主題 100. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3x}}}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3x}}}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3x}}}{\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{3x}}}}$
ヲ解ケ. (七 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = -\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$ ヲ解ケ. (三 高)
2. $\sqrt{\frac{3x-2}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-3}{3x-2}} = \frac{10}{3}$ ヲ解ケ. (大商專)
3. $\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{x-c}{\sqrt{(x-c)^2+b^2}} = 0$ ヲ解ケ. 但シ a, b ハ正ニシ
テ c ハ 0 ナラズ. (高)

主題 101. $\sqrt[3]{a+x} - \sqrt[3]{b+x} = \sqrt[3]{a-b}$ ヲ解ケ.
但シ $a \neq b$ トス. (東工・熊薬)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\sqrt[3]{8x+4} - \sqrt[3]{8x-4} = 2$ ヲ解ケ. (廣工)
2. $\sqrt[3]{37+x} - \sqrt[3]{x} = 1$ ヲ解ケ. (仙工)
3. $\sqrt[3]{(1+x)^2} + 4\sqrt[3]{(1-x)^2} = 5\sqrt[3]{1-x^2}$ ヲ解ケ. (東船)

主題 102. 聯立方程式

$x+y+\sqrt{x^2+y^2}=6, xy+12=0$ ヲ解ケ. (佐高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x+y+\sqrt{x+y}=12, x^3+y^3=189$ ヲ解ケ. (富薬)
2. $\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2, x^2 - y^2 = 64$ ヲ解ケ. (東藝)
3. $\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2, x^2 - y^2 = 9$ ヲ解ケ. (七高)

主題 103. $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{17}{4}, x^2+y^2=706$

ヲ解ケ.

(松江高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $(\frac{1}{x})^2 + (\frac{1}{y})^2 + 4 = 0, \frac{1}{x} \frac{1}{y} - 4 = 0$ ヲ解ケ. (六高)
2. $2(x+y) - \sqrt{x+y} = 3, 16x^2y^2 + 2xy = 5$ ヲ解ケ. (七高)
3. $4x^2 - 6x = y^2 + 3y, 2x + y + 6\sqrt{2x+y+4} = 23$ ヲ解ケ.

(臺高)

主題 104. $x-y + \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = \frac{2}{x+y}, x^2+y^2=7$

ヲ解ケ.

(陸士)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $2(x+y) - 3\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{1}{x-y} = 0, x^2+y^2=7$ ヲ解ケ. (高松商)
2. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} = \frac{z}{\sqrt{1+z^2}}, x+y+z=2$ ヲ解ケ. 但シ $\sqrt{\quad}$ ハ正ノ平方根ヲアラハスモノトス. (一高)

6. 應用問題

解法例 或ル人甲驛ヨリ汽車ニ乗リ, 60 軒距タレル乙驛ニテ下車シ, 汽車ノ發車ト共ニ馬車ニテ乙驛ヨリ丙村ニ赴キタルニ丙村ニ到着セシ時刻ニ汽車ハ乙驛ヨリ 35 軒ノ地点ニ在リタリ. 馬車ガ 5 軒進ム間ニ汽車ハ此人ガ甲驛ヨリ丙村ニ到着スルマデノ行程ノ四分ノ一ニ等シキ距離ヲ進ムト云フ. 乙驛ヨリ丙村マデノ距離及ビ汽車ト馬車トノ速サノ比ヲ求メヨ. (山形高)

答案 甲乙間ノ距離 60 軒, 乙丙間 x 軒, 汽車ト馬車トノ時速夫々 a, b 軒トセバ馬車ガ乙丙間ニ要スル時間ヨリ

$$\frac{x}{b} = \frac{35}{a} \quad \therefore x = \frac{35b}{a} \quad \dots\dots\dots ①$$

$$\frac{60+x}{4a} = \frac{5}{b} \quad \therefore 60+x = \frac{20a}{b} \quad \dots\dots\dots ②$$

①×②, カラ $x^2 + 60x - 700 = 0$

$(x+70)(x-10) = 0$ $x > 0$ ナレバ $x+70 > 0$ $\therefore x-10 = 0$ $\therefore x = 10$

①ニ入レテ $\frac{b}{a} = \frac{2}{7}$ 吟味適ス.

答 { 乙丙間 10 軒
汽車ト馬車トノ速サノ比 7:2



採点者講評 簡單ナ應用問題デ成績モ良好デアアルガ受験者ノ缺点ヲアゲルト次ノ通りデアアル. 方程式ノ立ツマデノ理由ヲ説明セズ直チニ題意ニヨリトセルモノ. 未知數ヲ多ク取り過ギ計算ヲ必要以上ニ複雑ニセルモノ. 答ガ無理數トナツテモ自己ノ評算ニ誤アリト氣ツカナイト思ハルモノ. ココニ一ツノ附加スベキハ此ノ際ニ負根ハ明ラカニ問題ニ適シナイノデアアルガ, 鐵道線路ト乙丙間ノ距離ガ一直線ヲナスガ如ク誤解シ坐標ノ考ヲ取り入レテ負根ヲ解釋シタルモノ有ルガ此ハ餘リニモ吟味ニ捕ハレタリト云フベキデアラウ.

主題 105. 時針, 分針, 秒針ヲ中央ニトリツケタル時計アリ. コノ三針ノ重ナル時刻ハイツカ. (四高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 時計ノ時分秒三針ヲ同ジ軸ニ裝置セル時計アリ. コノ三針ハ正午ニ於テ相重ナル. 然ラバ零時十五分ノ後ニ於テ初メテ秒針ガ時分兩針間ノ角ヲ二等分スベキ時刻ヲ求メヨ. (松山高)
2. 午前十一時半ヨリ午後十一時半マデノ間ニ於テ, 時計ノ長針ト短針トノ重ナル時刻ノ總和ヲ求メヨ. 但シ十二時何分ハ零時何分ト讀ムモノトス. (福工)
3. 8 時ト 9 時トノ間ニ於テ時計ノ兩針ガ互ニ 60 度ノ角度ヲ示ス時刻ヲ求ム. (大分商)

主題 106. 同溫度ヲ零下何度ト云フトキ, 攝氏, 華氏何レノ寒暖計ニヨルモ, 同ジ度数ヲ表ハサレル溫度ハ零下何度カ. モシ 1° ノ端數アラバ分數ニテ表ハセ. (浪高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 攝氏, 華氏兩様ノ度盛ニテ同ジ度数ヲ有スル溫度ハ何度ナルカ. (富彙)
2. 或時寒暖計ヲ見タルニ, 華氏ノ度数ハ攝氏ノ度数ヨリ 50 度多カリシト云フ. 其ノ時ノ華氏ノ示度幾何ナリヤ. (三農)

主題 107. 一ノ位ト小數第一位トノ二桁ヨリ成ル帶小數アリ. コノ數ト數字ノ位置ヲ交換シテ得ル數トノ和ハ 11 ニシテ, 各位ノ數字ノ平方ノ差ハ 20 ナリト云フ. 原數ヲ求メヨ. (三高・臺醫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 大小二ツノ數アリ. ソノ大ナルモノト二數ノ和トノ積ハ 144 ニシテ, ソノ小ナルモノト二數ノ差トノ積ハ 14 ナリ. 二數如何. (京醫・廣工)
2. 3 ニテ除スレバ 1 剩リ, 4 ニテ除スレバ 2 剩リ, 6 ニテ除スレバ 4 剩ル如キ正整數中 1000 未滿ノモノノ總和ヲ求メヨ. (姫高)
3. 三數 45560 , 53516 , 75746 ヲ割リタルトキ, 同一ノ剩餘ヲ得ベキ除數ノ中ニテ最大ナルモノヲ求メヨ. (山形高)

主題 108. 二數アリ. 其ノ和, 其ノ積, 其ノ平方ノ和皆相等シト云フ. 二數ヲ問フ. (松江高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二數アリ. ソノ和, ソノ積及ビ平方ノ差悉ク相等シトイフ. ソノ二數ヲ求メヨ. (高)
2. 三數アリ. 何レノ二數ノ相乗積モ残りノ一數ニ等シトイフ. 各數ヲ求メヨ. (東商)
3. 二整数ノ積ガ是等二數ノ和ノ4倍ニ等シトイフ. カ、ル二數ヲ求メヨ. (名商)

主題 109. 9 及ビ 5 ニテ整除シ得ベキ三桁ノ正ノ整数アリ. 第三位ト第二位トノ數ノ和ハ第一位ノ數ノ二倍ヨリ大ナラズ且ツ第三位ノ數ハ第二位ノ數ヨリ小ナリト云フ. コノ數ヲ求ム. (城大)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二位ノ正ノ整数アリ. ソノ一位, 二位ノ數字ヲ夫々 x, y トス. 然ラバコノ x, y ハ方程式 $6x^2 - 11xy + 3y^2 + x + 2y - 1 = 0$ ヲ満足スルト云フ. コノ方程式ノ左邊ヲ因數ニ分解シテ, 以テコノ整数ヲ定メヨ. (静高)
2. ニツノ正ノ整数アリ. コノ二數ノ逆數ノ和ハ $\frac{1}{5}$ ニ等シトイフ. コノ二數ヲ求メヨ. (高知高)
3. 5000 以内ノ正ノ整数ノ中, 完全平方ニシテ同時ニ完全立方ナル總テノ數ヲ求メヨ. (佐高)

主題 110. 正ノ既約分數アリ. ソノ平方根ヲ小數第一位ニ止メ, ソレ以下ヲ切り捨ツルトキハ 1.3 トナル. 又ソノ分母子ノ和ハ 81 ナリト云フ. 此ノ分數ヲ求メヨ. (靜高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 一ツノ既約分數アリ. ソノ平方根ヲ小數第一位マデ採リテソノ餘ヲ切り捨ツレバ 1.1 ヲ得. 又分母子ヲ加フレバ 20 トナルトイフ. コノ分數ヲ求メヨ. (仙工)
2. 分母, 分子トモニ正整數ナル既約分數アリ. 其ノ分子ニ 3 ヲ加フレバ, 其ノ値 $\frac{1}{3}$ ヨリ大トナリ, 分母ニ 3 ヲ加フレバ其ノ値 $\frac{5}{18}$ ニ等シトイフ. モトノ分數如何. (松江高)
3. ニツノ正ノ整數 x, y アリテ $x > y$ トス. 而シテ其ノ和 22, 又 x ヲ y ニテ除シタルトキノ剩餘ハ 2 ナリト云フ. x, y ノ値ヲ求ム. (四高)

主題 111. 甲, 乙兩人同時ニ同所ヨリ反對ノ向キニ走リテ池ヲ一周シ, 甲ハ 3 時間ヲ費シ, 乙ハ甲ニ出會ヒテヨリ 4 時間ニシテ出發点ニ到着セリトイフ. 乙ガ池ヲ一周スルニ要スル時間ヲ求ム. (東工・福商・海機・廣師)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲, 乙二列車アリ. 甲ハ東地ヲ, 乙ハ西地ヲ同時ニ出發シ, 甲ハ 10 時間半ニテ西地ニ着シ, 乙ハ途中甲ニ出會ヒテ後 8 時間ヲ徑テ東地ニ着セリ. 乙ガ兩地間ヲ走ルニ要セシ時間ヲ問フ. (三高)
2. A 飛行機ハ東京ヨリ大阪ニ, B 飛行機ハ大阪ヨリ東京ニ向ヒ, 各一定ノ速サニテ同時ニ出發セリ. A 飛行機ハ 3 時間ニシテ大阪ニ到着シ, B 飛行機ハ途中 A 飛行機ニ出會シテヨリ 4 時間ニシテ東京ニ到着セリトイフ. B 飛行機ハ大阪, 東京間ニ幾時間ヲ要セシカ. (松本高)
3. 圓周上ノ一点ヲ同時ニ出發シテ反對ノ方向ニ各々一様ノ速サニテ運動スル二点 A, B アリ. A ハ 1 分 40 秒ニテ一周シ, B ハ A ニ會シテヨリ 1 分 30 秒ニテ一周シ終レリ. B ハ每秒幾度ノ弧ヲ通過スルカ. (四高)

主題 112. 甲乙二人正方形ノ周圍ヲ廻ルニ、甲ガ出發点ナル一ツノ頂点ヲ發シテ次ノ頂点ニ達シタルトキ、乙ハ甲ト同ジ出發点ヲ發シテ甲ト同方向ニ廻ルモノトス。乙ノ出發後兩人初メテ正方形ノ同一邊ニ來ルマデノ時間ヲ求メヨ。但シ甲乙ノ速サハ毎分夫々 144 米及ビ 134 米ニシテ、正方形ノ一邊ノ長サハ 120 米ナリ。

(弘高・富高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 周圍 400 間ノ高塀ヲ以テメグラシタル正方形ノ邸アリ。今甲、乙兩人ガ塀ノ相隣レル隅ヨリ同時ニ同方向ニ向ツテ之ヲ廻リ始ム。甲ハ乙ヨリモ前ニアツテ其ノ速サ毎分 42 間、乙ノ速サハ 34 間ナリ。然ラバ兩人出發後初メテ一方ガ他ヲ見出シ得ルニハ幾時間ヲ要スルカ。 (福工)
2. A 地ヨリ B 地ニ向フ甲、乙、丙三人アリ。乙ハ丙ヨリ 5 分後レテ出發シ 20 分ノ後ニ丙ニ追ヒツキ、甲ハ乙ヨリ更ニ 15 分後レテ出發シ I 時間後ニ丙ニ追ヒツキタリトイフ。甲ガ丙ニ追ヒ付キタル時ヨリ幾分ノ後ニ甲ハ乙ニ追ヒツイタカ。 (佐高)

主題 113. A, B ノ二列車同時ニ P 驛ヲ發シテ Q 驛ニ向ヒ、之レト同時ニ C, D ノ二列車ガ Q 驛ヲ發シテ P 驛ニ向ヘリ。A ハ P ヨリ 120 軒及ビ 140 軒ノ所ニテ夫々 C 及ビ D ニ會シ、又 B ハ Q ヨリ 126 軒ノ所ニテ C ニ、兩驛ノ中央ニ於テ D ニ會セリトイフ。P, Q 兩驛間ノ距離ヲ求メヨ。

(松山高・千薬・浦高・松本高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲、乙、丙、丁ナル 4 人ノ自轉車乘アリ。甲、乙 2 人ハ A 地ヨリ B 地ニ向ヒ、丙、丁 2 人ハ B 地ヨリ A 地ニ向ヒ 4 人同時ニ出發シタルニ、甲ハ A ヨリ 5 哩ノ所ニテ丙ニ會シ、B ヨリ 4.5 哩ノ所ニテ丁ニ會シ、乙ハ兩地ノ中央ニテ丁ニ會シ A ヨリ 3.6 哩ノ所ニテ丙ニ會セリトイフ。A, B 兩地間ノ距離如何。 (和商・海機)
2. 甲、乙兩人 A 地ヲ出發シテ B 地ニ向ヒ、B 地ニ到着スルト直チニ引返スモノトス。今甲ハ乙ヨリ I 時間遅レテ出發セシモ B ヨリ 2 軒ノ所ニテ追ヒツキ、ソノ後 36 分ヲ經テ相會シ、甲ガ A ニ歸着セルトキ乙ハ尚ホ A ヨリ 4 軒ノ所ニアリタリトイフ。兩地間ノ距離如何。 (高)

主題 114. A, B 二列車アリ. A ハ甲驛ヲ發シテ乙驛ニ向ヒ, B ハ同時ニ乙驛ヲ發シテ甲驛ニ向ヒ, 各一定ノ速サニテ進行シ, 途中ニテ出會ヒタルトキマデニ, A ハ B ヨリモ 120 軒ダケ多ク走レリ. 而シテ相會シタルトキヨリ A ハ 4 時間後, B ハ 9 時間後ニ各目的地ニ到着セリトイフ. 甲, 乙兩驛間ノ距離, 及ビ兩列車ノ速サ毎時各何程ナルカ. (福岡高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 或人甲地ヲ出發シテ乙地ニ向ヘリ. 最初一時十五分間ハ自動車ニテ進ミ, 其ノ後ハ自動車ノ四分の一ノ速サノ馬車ニテ進ミ, 出發ヨリ二時四十五分間ニテ乙地ニ到着シタリ. 歸途ニハ全路程ヲ馬車ニテ, 往路ヨリ毎時二軒宛速ク進ミ, 五時十二分間ニテ甲地ニ歸着セリ. 甲乙兩地間ノ距離ヲ求メヨ. (弘高)
2. 甲列車ガ東驛ヲ發シ西驛ニ向フト同時ニ乙列車ハ西驛ヲ發シテ東驛ニ向ヒ, 發車後 24 分ニシテ出會ヒ, 甲列車ハ乙列車ヨリモ 14 分早く目的ノ驛ニ到着セリトイフ. 東西兩驛間ノ距離ヲ求メヨ. 但シ甲列車ハ乙列車ヨリ毎時 16 軒大ナル速サヲ有ス. (神商)

主題 115. 自動車アリ. A 地ヨリ B 地ニ到リ 10 分間休憩後 A 地ニ引返ス. 今 B 地ヨリ A 地ニ行カントスル人途中 C 地ニ來レルトキコノ自動車ハ A 地ヲ出發シ, ソレヨリ 630 メートル歩ミテソノ自動車ニ出會セリ. 尙ホ 900 メートル歩ミタルトキ自動車ハ B 地ヲ出發シ, 更ニ 396 メートル歩ミテ自動車ニ追ヒ付カレタリ. 仍テ直ニ乗車シ 8.9 分ニシテ A 地ニ到達セリ. 然ラバ人及自動車ノ速サ何程ナリシカ. 但シ兩者ノ速サハ不變ナリトス. (海兵經)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲乙二列車アリ. 甲ガ東驛ヲ發シ西驛ニ向ヒタル後一時間ニシテ乙ハ東驛ヲ發シ西驛ニ向ヒタリ. 而シテ乙ハソノ出發後二時間ニシテ甲ガ四十五分前ニ通過シタル地点ニ到達セリ. 然ル後乙ハ毎時 5 哩速度ヲ増加シタルニ甲乙同時ニ西驛ニ到着シタリトイフ. 東西兩驛ノ距離ヲ 240 哩トスレバ甲乙兩列車ガ東驛ヲ出發シタル際ノ速度何程ナルカ. (高松商)

主題 116. 電車道ニ沿ヘル道路アリ. 此ノ道路ヲ走ル自動車内ノ一乗客ガ, 反對ノ方向ニ走ル電車ニ出會ヒタル時ヨリ互ニ相離ルルマデニ要セシ時間ハ 2 秒ニシテ, 又同方向ニ走ル電車ニ追ヒツキタル時ヨリ追ヒ越スマデニ要セシ時間ハ, 此ノ間ニ自動車ガ 3 秒間ノ急停車ヲナシタルタメニ, 30 秒ナリシトイフ. 電車ノ長サヲ 18 米トシテ自動車ノ速サヲ求メヨ.

(新高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 200 哩隔リタル東西兩驛ヨリ甲, 乙二列車ガ同時ニ相向ヒテ出發シ, ソノ後 30 分ニシテ摺レ違ヒ, 甲ハ乙ガ東驛ニ達スル時刻ヨリ 25 分早ク西驛ニ達セリ. 兩列車ノ速サ毎時何程ナルカ. (七高)
2. 甲, 乙ガ 2 哩ノ競走ヲナセシニ, 第一回ニハ乙ハ甲ヨリ 2 分間早ク決勝線ニ達シ, 第二回ニハ前回ニ比シテ甲ハソノ速度ヲ毎時 2 哩ノ割合ニテ増シ, 乙ハ毎時 2 哩ノ割合ニテ減ジタルタメ, 甲ハ乙ヨリ 2 分間早ク決勝線ニ達セリトイフ. 第一回ノ競走ニ於ケル甲, 乙兩人ノ走リシ速度ヲ求メヨ. (高知高)

主題 117. 砲兵ノ戦闘ニ於テ 2400 米ノ射擊距離ヲ以テ發射セシ砲手ハ 10.5 秒ニシテ其ノ命中音ヲ聞ケリ. 而シテ砲手ト 480 米ノ距離ニアル觀測所ニテハ發火ヲ見テヨリ 1.5 秒ニシテ其ノ發砲音ヲ聞キ, 更ニ 10 秒ノ後命中音ヲ聞ケリ. 觀測所ト標的間ノ距離及ビ砲彈ノ毎秒ノ平均速度ヲ問フ.

(陸經)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 射擊兵アリ. 455 米ヲ隔リタル的ヲ撃チタルニ, 發射後 $4\frac{1}{3}$ 秒ヲ經テ的中シタル響ヲ聞ケリ. 又射擊兵ヨリ 600 米, 的ヨリ 370 米ヲ隔リタル所ニ居ル傍觀者ハ發射ノ響ヲ聞キシ後 $2\frac{1}{3}$ 秒ヲ經テ的中シタル響ヲ聞ケリトイフ. 然ラバ音ノ速サ及ビ彈丸ノ速サハ平均毎秒幾米ナルカ. (福工・大工・山商)

主題 118. 或驛ヲ發シテ他ノ驛ニ到ル汽車ガ發車後 1 時間ニシテ損所ヲ生ジ 1 時間滯留シ、然ル後前ノ速サノ $\frac{3}{5}$ ヲ以テ駛セ定刻ヨリ 3 時間ダケ遅レテ着シタリ。若シ此ノ破損ガナホ 50 軒進ミタル所ニ於テ起リタランニハ前ヨリ 1 時 20 分間ダケ早く着スベシト云フ。汽車ノ元ノ速サ及ビ二驛間ノ距離ヲ問フ。

(福高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 自轉車ニテ甲地ヨリ乙地ニ行ク人アリ。途中ニテ自轉車ニ破損ヲ生ジタルヲ以テ修繕ニ 30 分ヲ要シ、ソノ後ハ速度ヲ半減シ最初ヨリ 6 時間ニテ乙地ニ達セリ。若シコノ破損ガ尙ホ 12 哩進ミテ生ジタリトセバ最初ヨリ 4.5 時間ニシテ乙地ニ達スベシ。初ノ速度ヲ求メヨ。但シ甲乙兩地間ノ距離ハ 30 哩トス。

(濱工・松本高)

主題 119. 兎ノ足ニテ 90 歩ダケ前方ニアル兎ヲ追フ犬アリ。兎ガ 9 歩スル時間ニ犬ハ 6 歩スレドモ、兎ノ 7 歩ノ距離ハ犬ノ 3 歩ノ距離ニ等シトイフ。然ラバ犬ガ兎ニ追ヒツクマデニ犬ハ幾歩走ルベキカ。但シ兩者ハ同ジ道ヲ走ルモノトス。

(福商・四高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲、乙二人ニテ前後二回 800 米ノ競走ヲナセルニ、最初甲ハ乙ヨリ 4 秒先ニ出デテ 6.4 米負ケ、次ニ 20 米先ニ出テ 12 米負ケタリ。甲、乙各何秒ニテ 800 米ヲ走ルカ。
2. 甲、乙二人ノ競走者アリ。甲ノ 3 歩ノ距離ハ乙ノ 4 歩ノ距離ニ等シク、甲ガ 4 歩進ム間ニ乙ハ 5 歩進ム。400 米ノ競走ニ於テ、甲先着シ乙ハソノ後 30 歩ニテ決勝点ニ到着セリ。然ラバ 600 米ノ競走ニ於テ甲ガ決勝点ニ入りタルトキ乙ハ後方幾米ノ地点ニアルベキカ。

(東商)

主題 120. 甲,乙二船アリ. 甲ノ速サト乙ノ速サトノ比ハ $2:3$ ニシテ, 各一定ノ速サニテ甲ハ正東ニ, 乙ハ正南ニ向ツテ進行ス. 二船間ノ距離初メ 12 哩ナリシガ 1 時間後ニ 8 哩トナリ, 更ニ 1 時間ヲ經テ 20 哩トナレリ. 二船ノ速サ各 1 時間ニ幾哩ナルカ. (海機)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 一点 A ハ每秒 4 米ノ速サ, 一点 B ハ每秒 3 米ノ速サニテ夫々互ニ直交スル二直線上ヲ動キツツアリ. 今 A ハ交点ヲ隔ツル 300 米ノ位置ニアリテ交点ニ近ヅキツツアリ. B ハ交点ヲ隔ツル 250 米ノ位置ニアリテ交点ヨリ遠カリツツアリ. A, B 二点間ノ距離ガ 1825 米トナルハ今ヨリ幾秒後ナルカ. (福高)
2. 北方 2500 メートル隔タレル点ヲ遁走中ノ速サ毎分 650 メートルノ敵艦ニ對シ魚形水雷ヲ北ヨリ 30° 西ノ方向ニ發射シテコレヲ撃沈セシメタリトイフ. 發射後何分何秒ニテ命中シタルカ. 但シ魚形水雷ノ速サハ毎分 1100 メートルニシテ敵艦ハ我艦ヨリ遠ザカルモノトス. (海兵經)

主題 121. 或人金 1300 圓ヲ甲,乙二口ニ分チ, 夫々異ナル利率ニテ貸シタルニ, 一ケ年後ニ於ケル利息ハ同額ナリキ. 若シ甲口ヲ乙ノ利率ニテ, 乙口ヲ甲ノ利率ニテ貸シタランニハ一ケ年ノ利息夫々 36 圓及ビ 49 圓ヲ得ベシトイフ. 各利率ヲ問フ.

(旅工・四高・京醫・山商・福商・大商・神商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲,乙二人ノ職工アリ. 或期間甲ハ休マズニ働キテ賃金 43 圓 20 錢ヲ得, 乙ハコノ期間中ニ 4 日休ミシタメ賃金 30 圓ヲ得タリ. モシ乙ガ休マズシテ, 甲ガ 4 日休ミシナラバ兩人ノ賃金ハ同額トナルベシトイフ. ソノ期間及ビ各人ノ日給ヲ問フ. (熊醫・彦商・山商・和商・三高)
2. 或人金 13000 圓ヲ甲,乙二口ニ分チ, 異ナル利率ニテ貸與シタルニ一年ニ合計 840 圓ノ利息ヲ得タリ. 若シコノ場合甲口ヲ乙ノ利率ニテ貸サバ一年ニ 360 圓ノ利息ヲ得ベク, 乙口ヲ甲口ノ利率ニテ貸サバ一年ニ 490 圓ノ利息ヲ得ベシトイフ. 利率各如何. (彦商・廣師)

主題 122. 奸商アリ。甲、乙二ツノ不正ノ秤ヲ作り、商品ヲ買フトキニハ甲、賣ルトキニハ乙ヲ用ヒ、相場ニテ買入値段ノ1割ノ利益ヲ得ル外、奸手段ニヨリ不當ノ利益ヲ得ントセリ。然ルニ誤ツテ、買フトキ乙、賣ルトキ甲ヲ用ヒシ故1割2分ノ損ヲナセリトイフ。奸手段ニヨリ幾割ノ利益ヲ得ントセシカ。

(山商・彦商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 商人アリ。正當ノ利益ノ外ニ尚ホ一割一分ノ利ヲ得ンガタメニ賣買ニ要スル不正ノ秤ヲ別々ニ偽造セリ。然ルニ或品物ノ賣買ニ際シ、此ノ秤ヲ誤リテ使用セシガ爲ニ僅カニ原價ヲ得タルノミナリシトイフ。正當ノ利益ノ歩合如何。(松山高)
2. 甲、乙兩港間ノ汽船賃ハ百人以上ノ團體ニ對シテハ3割引ナリトイフ。百人ニ滿タザル團體ニシテ個人別ニ乗車券ヲ求ムルヨリモ百人ノ團體トシテ求ムル方が有利ナルハ何人以上ノトキナルカ。(廣高)

主題 123. A, B 各若干ノ金子ヲ所持セリ。AハBニ、Bガ所持セル丈與へ、BハAニ、Aガナホ餘セル丈ヲ返戻セリ。次ニAハBニ、コノ時Bガ所持セル丈ヲ與へ、BハAニ、Aガ此ノ時餘セル丈ヲ返戻セリ。而シテ最後ニA, B各16圓ヲ所持セリトイフ。A, Bガ最初ニ所持セシ金額ヲ求メヨ。

(大阪商職)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 若干個ノ果物ヲ若干人ノ小供ニ分チ與フルニ、一人ニ3個宛トスレバ8個残り一人ニ5個宛トスレバ一人ノ小供ノ分5個ニ足ラズトイフ。小供ノ人數ヲ問フ。(福高)
2. 義捐金若干圓ヲ分配スルニ各戸ニ70圓宛與フレバ355圓残り、100圓宛與フレバ最後ノ一戸ダケハ90圓未滿ノ金額ヲ受クルコトナル場合ニ於ケル戸數ヲ求メヨ。(高岡商)

主題 124. 甲,乙,丙ノ三人ノ所有セル金額ノ總和ハ408圓ナリ. 今コレヲ三人ニ等分スルタメニ先ヅ甲ハ乙丙ニ各ガ現在有セル金額ニ等シキ金額ヲ與ヘ, 次ニ乙ハ甲丙ニ各ガ現在有セル金額ニ等シキ金額ヲ與ヘ, 最後ニ丙ハ甲乙ニ各ガ現在有セル金額ニ等シキ金額ヲ與フルコトヲ要ストイフ. 最初ニ有セル各人ノ金額如何.

(五 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 幾人カノ兄弟アリ. 父ノ遺産ヲ分配セントスルニ, 長子ハ金 a 圓ト残りノ m 分ノ一ヲ取り, ソノ次ニ次子ハ $2a$ 圓トソノ残りノ m 分ノ一ヲ取り, ソノ次ニ第三子ハ $3a$ 圓トソノ残りノ m 分ノ一ヲ取り, 以下順次斯クノ如クシテ末子ニ至リタルニ, 兄弟皆同一ノ金額ヲ得タリトイフ. 父ノ遺産及ビ兄弟ノ數ヲ求メヨ.

(京 醫)

主題 125. 甲,乙,丙ノ三人ガ或工事ヲ成スニ甲一人ニテ成サバ乙丙協力シテ成ス日數ノ m 倍ヲ要シ, 乙一人ニテ成サバ丙甲共力シテ成ス日數ノ n 倍ヲ要シ, 丙一人ニテ成サバ甲乙二人ニテ成ス日數ノ p 倍ヲ要ス. 然ラバ各單獨ニテ成シ遂グル日數ノ比ハ $m+1:n+1:p+1$ ナルコトヲ證セヨ.

(海 兵)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲,乙兩人ニテ或仕事ヲナスニ, 午前七時ニ取掛リ晝 I 時間ノ休憩ヲナシ午後三時ニ之ヲ仕上グル豫定ナリシトコロ, 事故ノタメ乙ガ遅刻セルニヨリ, 甲ノミ豫定通りニ仕事ヲ開始シ, 乙ハ35分ノ後之ニ参加セリ. 而シテ休憩時間ヲ10分間短縮セルモ, ナホ豫定ヨリ5分遅レテ其ノ仕事ヲ完了セリト云フ. 兩人ガ別々ニ其ノ仕事ヲナストキハ夫々幾時間ヲ要スベキカ.

(東 師)

主題 126. 長サガ幅ヨリモ 10 米長キ矩形ノ
地所ニ縦横ニ貫通シテ一様ナル幅ノ十字形ノ
道路ヲ設ケタルニ、道路ノ面積ガ 6000 平方米
トナリ、又此ノ地所ノ外側ニ前ト同ジ幅ノ道
路ヲ設ケタルニ此ノ道路ノ外周ガ 1300 米ト
ナリシトイフ。道路ノ幅幾米ナルカ。 (一 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 長サガ幅ヨリ 50 米長キ矩形ノ地面ニ縦横ニ貫通シ
テ一様ナル幅ノ十字形ノ道路ヲ作ルトキハ、道路ノ面
積ガ 6400 平方米トナリ、又此ノ地面ノ外側ニ地面ノ邊
ニ平行シテ前ト等シキ幅ノ道路ヲ作ルトキハ、其ノ道
路ノ外周ガ 1380 米トナルト云フ。道路ノ幅ハ幾米ナ
ルカ。 (三 高)
- 正方形ヲナセル土地アリテ各邊ノ中央ニ門アリ。
北門ヨリ北行二十歩(一步ノ間隔ハ 1.8 尺トス)ニシテ
一樹アリ。人ガ南門ヨリ南行スルコト十四歩、更ニ西
折シテ行クコト一千七百七十五歩ニシテ土地ノ西北
隅ト樹木トガ相重ナリテ見エタリト云フ。此ノ土地
ノ面積ハ幾坪ナルカ。 (浦 高)

7. 比 例

解法例 家族ノ人数一定ナル時生活費ハ
月數ニ比例シ、又月數ガ一定ナル時生活費ノ
一部ハ人数ニ比例シ、他ノ一部ハ不變ナリト
ス。今家族四人、三ヶ月ノ生活費 450 圓；又五人、
四ヶ月ノ生活費 675 圓ナリトスレバ六人、一年
間ノ生活費幾何ナリヤ。 (富 藥)

答案 I. 人数ニカカハラズ、生活費ノ一部タル不變ノ定額ヲ
 a 圓トシ、人数 x 、月數 y 、生活費 z ナルトキ k ヲ比例常數トシテ
 $z = y(a + kx)$ ナル關係アリ。

$$(i) \quad x=4, y=3, z=450 \quad (ii) \quad x=5, y=4, z=675 \text{ ヲ入レテ}$$

$$450 = 3(a + 4k) \quad \dots\dots ① \quad 675 = 4(a + 5k) \quad \dots\dots ②$$

$$① \text{ ヲ } a = 150 - 4k \text{ ②ニ入レテ } 675 = 4(150 - 4k + 5k) \quad \therefore k = \frac{75}{4}$$

$$\text{從ツテ } a = 150 - 75 = 75 \quad \text{6人一年間ノ生活費ハ}$$

$$\therefore 12\left(75 + \frac{75}{4} \times 6\right) = 2250 \quad \text{答 } 2250 \text{ 圓}$$

答案 II. 不變月額ヲ x 圓、人数ニ比例スル一人一ヶ月ノ生活
費ヲ y 圓トセバ $3(x + 4y) = 450 \quad \dots\dots ① \quad 4(x + 5y) = 675 \quad \dots\dots ②$

$$① \text{ ヲ } x = 150 - 4y \text{ ②ニ入レテ}$$

$$675 = 4(150 - 4y + 5y) \quad \therefore y = \frac{75}{4} \quad \therefore x = 150 - 75 = 75$$

$$6 \text{ 人ガ一年即チ } 12 \text{ ヶ月ニ於テ } 12\left(75 + \frac{45}{4} \times 6\right) = 2250 \quad \text{答 } 2250 \text{ 圓}$$



採点者講評 過去數年間應用問題ヲ提出セザリシヲ以テ本年
度初メテ之ヲ提出シタルニ左迄難問ナラザルニ不拘其ノ成績
ハ概シテ不良ニシテ解答者ハ受験者總數ノ二割ニ充タザリキ。
而シテ聯立方程式ヲ立テ得ザリシモノ大多數ニシテ全然算術
ニテ計算セントシタルモノ、甚シキハ比例算トシテ取扱ハン
トシタルモノスラアリキ。

華水曰ク；講評者ノ比例算トイフノハ算術ノ複比例ノコトナラン。代數トシ
テ比例ニ屬スル解法ヲナスハ當然デアアル。尙御校ノ受験者秀才少シ。

主題 127. $y+z-x : z+x-y : x+y-z = a : b : c$

ナルトキ, 次ノ連比ヲ a, b, c ニテ表ハセ.

$$y+z-2x : z+x-2y : x+y-2z \quad (\text{東府高})$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $a(y+z) = b(z+x) = c(x+y)$ ヨリ $x : y : z$ ヲ求メヨ.

(醫專・大分商・福工)

1. $\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35}$ ヨリ $x : y : z$ ヲ求メ

ヨ. (海 機)

3. $\frac{a-5b}{5} + \frac{b-4a}{13} = \frac{3a-b}{2}$ ナルトキ, 次ノ比ノ値ヲ求メ

ヨ. $a^2 + b^2 : b^2 - a^2 - 4ab$ (山形高)

主題 128. $\frac{b}{a+b} = \frac{a-b+c}{-a+b+c} = \frac{a+b+c}{2a+b+2c}$ ナルト

キ, $a : b : c$ ヲ求メヨ.

(福工・京醫・熊醫・千園)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 次ノ式ヨリ $x : y$ ノ値ヲ求メヨ. (鹿 農)

i. $x^2 + 2y^2 = 3xy$ ii. $x-y : x-2y = 3x-y : x-3y$

2. $\frac{x+y}{2x+y} = \frac{x+y+z}{2(x+y)} = \frac{z+2x}{3y}$ ナルトキ, $x : y : z$ ヲ求メヨ.

(新 高)

主題 129. $xy+x+y=2$ ナルトキ, 次式ノ成立スルコトヲ證セヨ.

$$x^4-8x:1+x^3=y^4-8y:1+y^3 \quad (\text{山形高})$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $ab+bc+cd$ が $a^2+b^2+c^2$ と $b^2+c^2+d^2$ とノ比例中項ナラバ, a, b, c, d ハ連比例ヲナス. コレヲ證明セヨ. 但シ a, b, c, d ハ何レモ零ナラザル實數トス. (京 醫)
2. b が a, c ノ比例中項ナラバ, 次ノ關係式ノ成立スルコトヲ證セヨ.

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{a^3+b^3+c^3}{a^2b^2c^2} \quad (\text{山 商})$$

3. $a \neq c$ ニシテ $a:c=(a-b)^2:(c-b)^2$ ナルトキ, a, b, c ハ連比例ヲナス. (神商・彦商)

主題 130. $\frac{x+y}{a-b} = \frac{y+z}{b-c} = \frac{z+x}{c-a}$ ナルトキハ, コノ

各式ハ $\frac{x^2+y^2+z^2}{(b-c)^2+(c-a)^2+(a-b)^2}$ ノ平方根ノ何レカニ等シキコトヲ證セヨ. (陸士・神商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ナラバ各比ハ $\sqrt{\frac{x^2+2y^2+3z^2}{a^2+2b^2+3c^2}}$ ニ等シ. (大分商)
2. $a:b=c:d$ ナルトキ次式ヲ證セヨ.

$$\frac{a+c}{a-c} : \frac{b+d}{b-d} = \frac{b^2+d^2}{b^2-d^2} : \frac{a^2+c^2}{a^2-c^2} \quad (\text{北大・長商})$$
3. $(3a+6b+c+2d)(3a-6b-c+2d)$
 $= (3a-6b+c-2d)(3a+6b-c-2d)$ ナレバ $a:b=c:d$ ナリ. (高)

主題 131. 比例ヲナス正數 a, b, c, d アリ. a が最大ナルトキ, $a+d > b+c$ ナルコトヲ證セヨ.

(陸士・海軍・城豫・滿醫・長商・福工・和商・廣高・一高)

Notes of our teacher

主題 132. x, y ハ共ニ正ニシテ $x^2 - y^2$ ガ xy ニ比例シテ變化スルトキ, 一般ニ $x - y$ ハ $x + y$ ニ比例シテ變化スルコトヲ證セヨ. (大高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $A^2 + B^2$ ガ $A^2 - B^2$ ニ比例スルトキ, $A + B$ ハ $A - B$ ニ比例スルコトヲ證セヨ. (阪商專)
2. x, y, z ハ各其ノ値ヲ變ズレドモ其ノ和ハ不變ナリ. 若シ $(x - y + z)(x + y - z)$ ガ yz ニ正比例スレバ $y + z - x$ モ yz ニ正比例ス. (松本高)
3. $\frac{I}{x} - \frac{I}{y}$ ガ $x - y$ ニ反比例スルトキハ $(x + y)^2$ ハ $x^2 + y^2$ ニ正比例ス. (新高・福工・熊藥・福商)

自習用試験問題

1. 分子ガ分母ヨリ大ニシテ共ニ正ナル分數ノ兩項ニ正數ヲ加フレバ, 分數ノ値ハ減少ス. (東商・高)

主題 133. ニツノ變數アリ. 一ツハ x = 正比例シ, 他ノ一ツハ x = 反比例ス. 而シテ y ハ x ノ二變數ノ和 = 正比例スルモノトス. 今 $x=2$ ナルトキ $y=3$, $x=3$ ナルトキ $y=5$ ナラバ x ト y トノ關係ヲ表ス式ヲ求メヨ. (高知高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. y ハ x = 比例スル數ト x = 反比例スル數トノ和ニシテ, $x=a$ ナルトキ $y=na+b$, $x=b$ ナルトキ $y=nb+a$ ナリト云フ. x ノ如何ナル値 = 對シテ $y=nab+1$ ナルカ.

(水高)

2. x, y, z ナル三ツノ變數アリ. y ハ x ノ三乗 = 比例シ, z ハ x ノ平方根 = 逆比例ス. 而シテ $x=1$ ナルトキ $y+z=5$ = シテ, $x=2$ ナルトキハ $y+z^2=26$ ナリ. 今 $\sqrt{y \cdot z}=2$ ナラシムル x ノ値ヲ求ム. (姫高)

主題 134. 光ノ照度ハ光源ノ強サニ正比例シ, 光源ヨリノ距離ノ自乗 = 反比例ストイフ. 今 10 米ヲ距テテ 60 燭光ノ電燈ト, 30 燭光ノ電燈トアルトキ, 其ノ照度ノ等シキ位置ヲ, 兩燈ヲ連ヌル甲直線ニ平行ニシテ, 且ツ甲ヨリハ 2 米ノ距離ニアル乙直線上ニ求メヨ.

(京藥・高松商・彦商・福高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 風ガ平面 = 直角 = 當ルトキ, 其ノ面ノ受クル壓力ハ其ノ平面ノ面積ト風速ノ平方ト = 比例スルモノトス. 風速毎秒 23.5 呎ノ風ガ一平方呎ノ平面 = 直角 = 當ルトキノ壓力ハ一封度ナリトスレバ, 横 3 呎, 縦 6 呎ノ矩形ノ板 = 112.5 封度ノ壓力ヲ加フル風速ハ何程ナルカ.

(學習院・新高・三農・横商)

2. 井戸ノ中 = 石ヲ落トシテヨリ t 秒ヲ經テソノ石ガ水面 = 達シタル音ヲ聞ケリ. 井戸ノ水面マデノ深サ何程ナルカ. 但シ靜止セル物體ノ落下ノ距離ハ所要時間數ノ二乗 = 比例シ, 最初ノ 2 秒間 = $2g$ 米落ツルトシ, 又音波ノ速度ハ毎秒 v 米トシテ計算セヨ. (名商)

主題 135. 家族 4 人 3 ヶ月ノ生活費ハ 550 圓, 家族 5 人 2 ヶ月ノ生活費ハ 435 圓ナルトキ, 家族ノ生活費ハ人數一定ナレバ月數ニ比例シ, 又月數一定ナレバ一部分ハ定額ニシテ他ノ部分ガ人數ニ比例スルモノトス. 生活費 z ト人數 x , 月數 y トノ關係ヲ見出セ.

(横商・富商・彦商・廣師・臺高)

Notes of our teacher

主題 136. 某校ノ文科ト理科トノ受験者ノ比ハ $l:m$ ニシテ合格者ノ比ハ $a:b$, 又不合格者ノ比ハ $c:d$ ナリトイフ. 各科ニ於ケル合格者ト受験者トノ比ヲ求メヨ. (新高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 汽船ノ石炭消費量ハ速度ノ三乗ニ比例スト云フ. 今或汽船ガ一時間ノ速力 13 哩ノトキ, 毎時 2.4 噸ノ石炭ヲ要ストセバ, 速力 16 哩ノトキ幾何ノ石炭ヲ要スルカ. (臺商)
2. だいやもんどノ價格ハソノ重量ノ自乗ニ比例スルモノトス. 今價格 5000 圓ナルだいやもんどヲ過リテ二ツニ割リタリ. 兩片ノ重量ノ比ハ 2:3 ナリト云フ. 損害何程ナルカ. (阪商豫)

自習用試験問題

1. 甲, 乙ノ兩病院ニテ收容患者數ノ比ハ $A:B$, ソノ内死亡者數ノ比ハ $a:b$, 退院セシ者ノ比ハ $c:d$ ナリ. 各病院ニテ死亡者ト退院者トノ數ノ比ヲ求メヨ. (陸士)
2. 或専門學校ニテ入學志願者數ヲ昨年ト本年トニツキ比較セシニ, 本年ニ於ケル無試験志願者ハ昨年度ニ比シソノ $P\%$ 減少セシモ, 試験志願者ハ $P\%$ 増加セルヲ以テ總數ニ於テ $r\%$ 増加セリ. 本年度ニ於ケル試験志願者ト無試験志願者トノ比ヲ求ム. (廣師・七高)

主題 137. 銅ト亜鉛トノ合金甲乙二塊アリ.
甲ニ於テハ銅ト亜鉛トノ比ハ $5:1$, 乙ニ於テ
ハ其ノ比ハ $25:3$ ナリトイフ. 然ラバ甲, 乙二
塊ヲ如何ナル割合ニ溶解スレバ, ソノ中ニ含
マルル銅ト亜鉛トノ比ガ $45:7$ トナルカ.

(新高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 同容積ノ甲, 乙二液アリ. 兩液共ニ水ト酒精トノ混
合液ニシテ甲液ハ水ト酒精トノ比 $l:m$ ニシテ, 乙液
ハ其ノ比 $l:n$ ナリ. 今コノ兩液ヲ混合セバ水ト酒精
トノ比ハ如何ニナルカ. (海兵)
2. 寶石ヲ鑲メタル純金ノ指環アリ. 其ノ重量ハ 9.1 グ
ラムナリ. コレヲ水中ニテ秤量セシニ, ソノ重量 8.1 グ
ラムナルヲ見ル. 純金及ビ寶石ノ重量何程カ. 但シ
純金ハ比重 19 ニシテ, 寶石ノ比重ハ 2.5 ナリ. (高・彦商)

主題 138. 水ヲ入レタル甲樽ト, 酒ヲ入レタ
ル乙樽アリ. 初メ乙樽ノ酒ノ $\frac{1}{3}$ ヲ甲樽ニ入
レ, 次ニ此ノ混合液ノ $\frac{1}{3}$ ヲ乙樽ニ入レ, 更ニ
乙樽中ノ混合液ノ $\frac{1}{3}$ ヲ甲樽ニ入レタルニ,
甲樽中ニ水ト酒トノ等分ノ混合液ヲ得タリ.
此ノトキノ乙樽中ノ水ト酒トノ割合如何.

(浦高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 5% ノ食鹽水 50 瓦ニ幾許ノ水ヲ加ヘルト 3% ノ食
鹽水ヲ得ルカ. (廣師)
2. a リットルノ酒精アリ. コノ中ヨリ c リットルヲ汲
出シ, ソノ代リニ c リットルノ水ヲ加ヘ, 次ニ又 c リッ
トルヲ汲出シテ c リットルノ水ヲ加ヘ, 斯クノ如ク n
回行フトキ生ズル酒精液ノ容積百分比ヲ索メヨ. 但
シ水ヲ加フルタメニ容積ヲ變セザルモノトス.
(松商・城隍)

8. 証明問題

解法例 $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$ ナラバ
 $x^3 + 3bx - 2a = 0$ ナルコトヲ証明セヨ。(金醫・大藥)

解答 $(A+B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A+B)$ ナレバ $A = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}}$,
 $B = \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$ トオイテ
 $x^3 = a + \sqrt{a^2 + b^3} + a - \sqrt{a^2 + b^3} + 3\sqrt[3]{(a + \sqrt{a^2 + b^3})(a - \sqrt{a^2 + b^3})} \{x\}$
 $= 2a + 3\sqrt[3]{a^2 - (a^2 + b^3)} \{x\}$
 $= 2a + 3\sqrt[3]{-b^3}x$
 $= 2a - 3bx \quad \therefore x^3 + 3bx - 2a = 0$



採点者講評 本問ハ白紙モ少シアツタガ大抵ハ何トカ書イテ
 形式ダケハ証明シタ事ニシテアツタ。コレハ假設ノ式ヲ三乗
 シテ簡單ニ整理スレバ容易ニ證明式ニ導キ得ルノdealガ、
 完全ニ解答シタ者ハ僅カ40名ニ過ギナカツタ。大多數ノ者
 ハ x ノ値ヲ直ニ證明式ニ代入シテ展開シ恐ラク一時間以上モカカルカト思
 ハレルヤウナ非常ニ長イ複雑ナ計算ヲシテアツタ。其ノ結果或ハ計算ノ間違
 ヲ生ジ或ハ途中デヤリ切レナクナツテゴマカシタ者ガ多カツタ。尤モ最後マ
 デ忠實ニ計算シテ解答シ得タ者モアツタガ、ソノヤウナ人ハ恐ラク本問ダケ
 デ過半ノ時間ヲ費シ他ノ問題ガ犠牲ニナツタモノト思フ。限ラレタ時間内ニ
 行フ試験dealカラ計算ニ一時間以上モカカル問題ノ出ス筈ガナイ。ドコカ
 ヤリ方ガ悪イノdealカラ考ヘ直スカ或ハ他ノヤサシイ問題ニ移ル方ガ得策
 deal。

注意 華水曰ク; $x = A + B$ ナレバ x ヲ三乗スル際上ノヤウニ、ソノ一部

$3\sqrt[3]{(a + \sqrt{a^2 + b^3})(a - \sqrt{a^2 + b^3})} \{x\} \leftarrow x$ 混入ノ技巧

トセズ =

コノ x ノ場所ヲ馬鹿正直ニ $\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$

トスルト講評ノヤウニ1時間以上モ運算ニ目ヲ廻ハスコトニナル。

主題 139. $a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)^3$ ナルトキハ
 $b+c, c+a, a+b$ ノ中、少クモ一ツハ零ナルコト
 ヲ證シ、且ツ之レニヨリテ

(i) $a^{2n+1} + b^{2n+1} + c^{2n+1} = (a+b+c)^{2n+1}$

(ii) $\frac{1}{a^{2n+1}} + \frac{1}{b^{2n+1}} + \frac{1}{c^{2n+1}} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^{2n+1}$

ヲ證セヨ。但シ n ハ正整數トス。(山口高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- $a+b+c+d=0$ ナルトキハ
 $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(a+d)(b+d)(c+d)$ ナリ。(京醫)
- $a+b+c+d=0$ ナルトキ
 $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(bcd + cda + dab + abc)$ ナリ。(海兵)
- $a+b+c=0$ ノ時 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ナルコトヲ示シ、
 $\frac{(b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3 + (a^2 - b^2)^3}{(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3}$ ヲ簡單ニセヨ。(米工)

主題 140. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ ナルトキ, 次ノ
等式ノ成立スルコトヲ證セヨ.

$$\begin{aligned} & (b+c)^3 + (c+a)^3 + (a+b)^3 \\ & = 2(a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - bc - ca - ab) \quad (\text{東高}) \end{aligned}$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x = \frac{I}{(b-c)(c-a)}, y = \frac{I}{(c-a)(a-b)}, z = \frac{I}{(a-b)(b-c)}$
ナルトキ $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ ナリ. (彦商)
2. $x+y+z=a, \frac{I}{x} + \frac{I}{y} + \frac{I}{z} = \frac{I}{a}$ ナルトキハ, x, y, z ノ中,
少クモ一ツハ $a =$ 等シキコトヲ證セヨ. 但シ x, y, z, a
ハ 0 ナラズ. (満醫・徳工・金工・山口高・山商・廣高・水高)
3. $\frac{I}{bc} + \frac{I}{ca} + \frac{I}{ab} = \frac{I}{bc+ca+ab} > 0$ ナルトキハ
 $(x-a)(x-b)(x-c)$ ハ $x = a+b+c$ ナラザル如何ナル實
數ヲ代入スルモ 0 ナラザルコトヲ證セヨ. (福工・六高)

主題 141. 互ニ相異ナル三數 x, y, z ノ間ニ
 $\frac{x}{z+x} = \frac{y}{x+y} = \frac{z}{y+z}$ ナル關係アルトキ, 各分數式
ハ實數値ヲ取り得ザルコトヲ證セヨ. (三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x + \frac{a^2}{x} = y + \frac{a^2}{y} = z + \frac{a^2}{z}$ ナルトキ, x, y, z ノ何レカ二ツ
ハ相等シ. (高)
2. $a + \frac{I}{a} = b + \frac{I}{b} = c + \frac{I}{c}$ ナルトキ
 $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 0$ ナリ. (松江高)
3. $x(I-y) = y(I-z) = z(I-x)$ ナルトキ, 之等ノ値ハ $I =$
等シキコトヲ證セヨ. 但シ x, y, z ハ互ニ等シカラズ
トス. (東工・福工)

主題 142. $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}$ ナルトキ、各式ノ値ハ 1 = 等シキカ又ハ -1 = 等シキコトヲ證明セヨ。但シ x, y, z ハ等シカラズトス。

(三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$ ナルトキハ、 $a = b = c$ ナルカ、或ハ $a^2 b^2 c^2 = 1$ ナリ。(京城商・三高)

2. $y + \frac{a^2}{z} = z + \frac{a^2}{x} = a$ ナルトキ、 $x + \frac{a^2}{y} = a$ = シテ且ツ $xyz + a^3 = 0$ ナリ。(水産)

3. x, y, z ガ悉ク相等シカラザルトキ

$$x - \frac{ayz}{x^2} = y - \frac{azx}{y^2} = z - \frac{axy}{z^2} = k$$

ナラバ、 $k = x + y + z - a$ ナリ。

(神商)

主題 143. $x + \frac{yz - x^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ = 於テ x ト y トヲ交換スルトキ、其ノ値ニ變化ナキトキハ、 x ト z ト交換スルモ其ノ値ハ變化セザルコトヲ示セ。又此ノ場合ニ $x + y + z = 1$ ナルトキハ、各式ノ値ハ 0 ナルコトヲ示セ。但シ $x \neq y$ トス。

(京醫・福工・富高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{yz - x^2}{1 - x} = \frac{zx - y^2}{1 - y}$ ナラバ、ソノ各ガ $\frac{xy - z^2}{1 - z}$ = 等シク、且ツ $yz + zx + xy = 0$ = モ等シキコトヲ證セヨ。但シ x, y, z ハ互ニ相等シカラズ又 $1 = 0$ = モ等シカラズ。(米工)

2. x, y, z ガ等シカラズシテ $\frac{x^2 - yz}{x(1 - yz)} = \frac{y^2 - zx}{y(1 - zx)}$ ナラバ分數ノ値ハ $x + y + z, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}, \frac{z^2 - xy}{z(1 - xy)}$ = 等シ。(山商)

主題 144. x, y, z が等シカラズシテ

$x^3 + y^3 + axy = y^3 + z^3 + ayz = z^3 + x^3 + azx = k$ ナルトキハ,
 $x + y + z = a$ ニシテ, 且ツ $x^3 + y^3 + z^3 + xyz = 2k$ ナルコ
 トヲ證セヨ. (松江高・阪商專)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x, y, z ハ何レモ相等シカラズシテ

$$y^2 + z^2 + ayz = z^2 + x^2 + azx = x^2 + y^2 + axy$$

ナルトキハ, $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ ナリ. (長商・山口高)

2. $y^3 + z^3 + m(y+z) = z^3 + x^3 + m(z+x) = x^3 + y^3 + m(x+y)$

ナルトキ, x, y, z ガ不等ナラバ, 各式ハ $2xyz =$ 等シ.

3. x, y, z ガ不等ニシテ

$$y^3 + z^3 + m(y^2 + z^2) = z^3 + x^3 + m(z^2 + x^2) = x^3 + y^3 + m(x^2 + y^2)$$

ナルトキハ, $x + y + z + m = 0$ ニシテ, 各式ハ $2xyz =$ 等シ.

主題 145. $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2} = 1$ ナルトキハ,
 $a^2 + b^2 = 1$ ナルコトヲ證セヨ. (一高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ ナルトキ次式ヲ證セヨ.

$$\frac{\sqrt{x}}{-x+y-a} = \frac{\sqrt{y}}{x-y-a} \quad (\text{海軍})$$

2. $a > b > 0$ ニシテ

$$\sqrt{(x - \sqrt{a^2 - b^2})^2 + y^2} + \sqrt{(x + \sqrt{a^2 - b^2})^2 + y^2} = 2a$$

ナルトキハ, 次式ノ成立ヲ證明セヨ.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{陸士})$$

主題 146. $x = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2}, y = \frac{2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2}$ ナルト
 キ $x^3 - x = y^3 - y$ ナルコトヲ證セヨ. (東高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{x}{y+z} = a, \frac{y}{z+x} = b, \frac{z}{x+y} = c$ ナラバ,

$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = 1$ ナリ.

(山商)

2. $x + \frac{1}{y} = l, y + \frac{1}{x} = m, \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = n$ ナルトキハ

$l^2 + m^2 = lmn$ ナリ.

(佐高)

3. $x = a + \frac{1}{y}, y = b + \frac{1}{z}, z = c + \frac{1}{x}$ ナルトキ

$xyz - \frac{1}{xyz} = abc + a + b + c$ ナリ.

(米工)

解法例 $bx^2 + lx + c = 0, cy^2 + my + a = 0,$
 $az^2 + nz + b = 0, xyz = 1$ ヲリ x, y, z ヲ消去セヨ.

(熊薬)

① $bx^2 + lx + c = 0$ ① $cy^2 + my + a = 0$ ②
 ③ $az^2 + nz + b = 0$ ③ $xyz = 1$ ④

④ ヲリ $xyz = 1$ ナレバ ① ヲ x , ② ヲ y , ③ ヲ z = テ除シテ移項スレバ

$bx + \frac{c}{x} = -l, cy + \frac{a}{y} = -m, az + \frac{b}{z} = -n$ ⑤

邊々カケテ

$bc \cdot xyz + \frac{cab}{xyz} + \frac{ab^2x}{yz} + \frac{bc^2y}{zx} + \frac{ca^2z}{xy} + \frac{c^2ayz}{x} + \frac{a^2bzx}{y} + \frac{b^2cxy}{z} = -lmn$

④ ヲリ $yz = \frac{1}{x}, zx = \frac{1}{y}, xy = \frac{1}{z}$ ナレバ ④ ト共 = 代入シテ

$2abc + ab^2x^2 + bc^2y^2 + ca^2z^2 + \frac{c^2a}{x^2} + \frac{a^2b}{y^2} + \frac{b^2c}{z^2} = -lmn$

$\therefore 2abc + a\left(b^2x^2 + \frac{c^2}{x^2}\right) + b\left(c^2y^2 + \frac{a^2}{y^2}\right) + c\left(a^2z^2 + \frac{b^2}{z^2}\right) = -lmn$

$\therefore 2abc + a\left\{\left(bx + \frac{c}{x}\right)^2 - 2bc\right\} + b\left\{\left(cy + \frac{a}{y}\right)^2 - 2ca\right\}$

$+ c\left\{\left(az + \frac{b}{z}\right)^2 - 2ab\right\} = -lmn$

⑤ ヲ代入シテ

$2abc + a(l^2 - 2bc) + b(m^2 - 2ca) + c(n^2 - 2ab) = -lmn$

$\therefore al^2 + bm^2 + cn^2 + lmn = 4abc$



採点者講評 餘リ良イ成績デハナカッタ. 或ハコレモ後廻シ
 = 殘シテ置イテ遂ヒ其ノマ、時間ガ徑過シ終ツタモノカモ知
 レヌガ殆ド手ヲ附ケズ = 提出シテ居ル者ガ随分多カッタ. 計
 算ヲ出來ル丈短時間内 = 早く而モ確實 = 行フ練習ヲ附ケテ置
 ク事モ必要デハナカラウカ. 又受験者ノ中ニハ得手勝手 = 解イテ居ル者ヲ屢
 ヲ見受ケタガ其ノ一二例トシテ示ス.

$$bx^2+lx+c=0 \quad \dots\dots ①, \quad cy^2+my+a=0 \quad \dots\dots ②$$

$$az^2+nz+b=0 \quad \dots\dots ③, \quad xyz=1 \quad \dots\dots ④$$

①+②+③ = 於テ

$$(b+c+a)x^2y^2z^2+(l+m+n)xyz+(a+b+c)=0 \quad \dots\dots ⑤$$

$$⑤ = ④ \text{ヲ代入シテ } (b+c+a)+(l+m+n)+(a+b+c)=0$$

$$\text{答 } 2(a+b+c)+(l+m+n)=0$$

或ハ又 ①×②×③ = 於テ

$$abc(xyz)^2+lmn(xyz)+abc=0 \quad \dots\dots ⑥$$

$$⑥ = ④ \text{ヲ代入シテ } abc+lmn+abc=0 \quad \text{答 } 2abc+lmn=0$$

以上ノ様ナモノデアル。

筆水曰ク；消去問題ハ一般ニ中學校教科書ニハ多クノ練習題ガ課シテナイ。受験者ニトツテハ本問ハ相當ムツカシイ。願クベ出題者各位ハ現行中學校ノ多クノ教科書ヲ参考ニシテモラヒタイ。尤モ講評者ノ示サレタ様ナ失敗例ハ甚ダシク答メテ然ルベキ誤リデ、幼稚ナ失敗トシテ看過出来ヌ。

主題 147. $bc+ca+ab=1$ ナルトキハ

$$\frac{a}{a^2-1} + \frac{b}{b^2-1} + \frac{c}{c^2-1} = \frac{4abc}{(a^2-1)(b^2-1)(c^2-1)}$$

ナルコトヲ證明セヨ。

(金醫・東外・京藝)

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. $a+b+c=0$ ナルトキ

$$\frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2} = 0 \quad (\text{海 經})$$

2. $a+b+c=0$ ナルトキ,

$$\frac{b+c}{bc}(b^2+c^2-a^2) + \frac{c+a}{ca}(c^2+a^2-b^2) + \frac{a+b}{ab}(a^2+b^2-c^2) = 0$$

(神 船)

3. $a+b+c=0$ ナルトキ

$$\frac{a^2}{2a^2+bc} + \frac{b^2}{2b^2+ca} + \frac{c^2}{2c^2+ab} = 1$$

主題 148. $x=by+cz, y=cz+ax, z=ax+by$
ナルトキ, 次式ヲ證セヨ.

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} = 1 \quad (\text{高・横商})$$

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x=by+cz+du, y=cz+du+ax, z=du+ax+by,$
 $u=ax+by+cz$ ナルトキ

$$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} + \frac{d}{d+1} = 1 \quad (\text{慶 豫})$$

2. $a(by+cz-ax) = b(cz+ax-by) = c(ax+by-cz) = \text{シテ},$
 $a+b+c=0$ ナルトキハ $x+y+z=0$ ナリ. 但シ $abc \neq 0$

(大 工)

3. $\frac{x+y}{cx+ay} = \frac{y+z}{ay+bz} = \frac{z+x}{bz+cx}$ ナルトキ, 此ノ各分數ハ

$$\frac{3}{a+b+c}, \frac{2}{a+b} = \text{等シ. 但シ } xyz \neq 0 \quad (\text{静 高})$$

主題 149. $x=cy+bz, y=az+cx, z=bx+ay$

ナルトキハ $\frac{x^2}{1-a^2} = \frac{y^2}{1-b^2} = \frac{z^2}{1-c^2}$ ナルコトヲ證
セヨ.

(海經・米工)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $ax+hy+gz=0, hx+by+fz=0, gx+fy+cz=0$ ナルトキ,

(i) 上ノ三式ヨリ $\frac{x}{L} = \frac{y}{M} = \frac{z}{N}$ ノ形ヲ有スル式三

種ヲ作レ. 但シ L, M, N ハ x, y, z ヲ含マズ.

(ii) $\frac{x^2}{bc-f^2} = \frac{y^2}{ca-g^2} = \frac{z^2}{ab-h^2} \quad (\text{名 工})$

2. $a(y+z)=x, b(z+x)=y, c(x+y)=z$ ナルトキ

$$\frac{x^2}{a(1-bc)} = \frac{y^2}{b(1-ca)} = \frac{z^2}{c(1-ab)}$$

但シ $xyz(x+y+z) \neq 0$ トス.

3. $x+y+z=x^2+y^2+z^2=2$ ナレバ

$$x(1-x)^2 = y(1-y)^2 = z(1-z)^2 \quad (\text{山形高})$$

主題 150. a, b, c が相異なる三数ニシテ

$a(y-z)+b(z-x)+c(x-y)=0$ ナルトキハ、

$\frac{x-y}{a-b} = \frac{y-z}{b-c} = \frac{z-x}{c-a}$ ナルコトヲ證セヨ。(東商・松山高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $a(y-z)+b(z-x)+c(x-y)=0$ ナルトキ

$$\frac{cy-bz}{y-z} = \frac{az-cx}{z-x} = \frac{bx-ay}{x-y} \quad (\text{東商専})$$

2. $\frac{a-b}{1+ab} = \frac{c-d}{1+cd}$ ナルトキ、 $\frac{a+d}{1-ad} = \frac{b+c}{1-bc}$ ナリ。(濱工)

3. $\frac{p}{a^2-bc} = \frac{q}{b^2-ca} = \frac{r}{c^2-ab}$ ナルトキハ

$$\frac{a}{p^2-qr} = \frac{b}{q^2-rp} = \frac{c}{r^2-pq} \quad (\text{東商})$$

主題 151. a, b, c が實數ナルトキ、

$x^3-3b^2x+2c^3$ が $x-a, x-b$ ニテ整除セラルルナ
ラバ $a=b=c$ ナルカ、或ハ $a=-2b=-2c$ ナルコ
トヲ證セヨ。

(名工・旅工・神船)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $b^2-4ac=(a-c)^2$ ナルトキハ、 $c^2-4ab=(a-b)^2$ ナルカ、
又ハ $c^2+4ab=(a+b)^2$ ナリ。(廣師)

$$2. \frac{y^2+z^2-x^2}{2yz} + \frac{z^2+x^2-y^2}{2zx} + \frac{x^2+y^2-z^2}{2xy} = 1$$

ナルトキハ、 $x=y+z$ ナルカ、 $y=z+x$ ナルカ、 $z=x+y$
ナリ。(北農)

$$3. \frac{x+y}{a^2} = \frac{y+z}{b^2} = \frac{z+x}{c^2}, \quad xy+yz+zx=0$$

ナルトキハ $a \pm b \pm c = 0$ ナリ。

(東工・水高)

主題 152. x, y, z が何レモ實數ニシテ

$$6(x^2+2y^2+3z^2)=(x+2y+3z)^2$$

ナルトキハ $x=y=z$ ナルコトヲ證セヨ。(海兵)

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. a, b, c が實數ニシテ、且ツ $a+b+c \neq 0$, $a^3+b^3+c^3=3abc$ ナラバ $a=b=c$ ナリ。(横商)
2. a, b, c ハ何レモ實數ニシテ $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ ナラバ $\frac{2a}{a+b+c}=\frac{2}{3}$ ナルコトヲ證明セヨ。(山商)
3. $a^2+b^2+c^2=x^2$, $l^2+m^2+n^2=y^2$, $al+bm+cn=xy$ ナルトキ $\frac{a}{l}=\frac{b}{m}=\frac{c}{n}$ ナリ。但シ a, b, c, l, m, n ハ實數トス。(專檢)

主題 153. $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$ ニシテ a, b, c, d が正ノ實數ナレバ $a=b=c=d$ ナルコトヲ證セヨ。

(北大・三高)

Notes of our teacher

自習用試練問題

1. $(x^2+a^2)(y^2+b^2)$ 及ビ $(x^2+a^2)(y^2+b^2)(z^2+c^2)$ ハ孰レモ二ツノ整式ノ平方ノ和ニ變形シ得ルコトヲ證明セヨ。(六高)
2. a, b が實數ナルトキ、次ノ方程式ヲ満足スル x, y ノ實數値ハ $x=a, y=b$ ナルカ、 $x=-a, y=-b$ ナリ。
 $(x^2+b^2)^2+(y^2+a^2)^2=2(ax+by)^2$ (神船)
3. a, b, c が正ノ數デ然カモ $\frac{c}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}=3$ ナラバ $a=b=c$ ナリ。(八高)

主題 154. $x^2+y^2=1, x'^2+y'^2=1, xx'+yy'=0$ ナル
トキハ $x^2+x'^2=1, y^2+y'^2=1, xy+x'y'=0$ ナルコト
ヲ證明セヨ. 但シ x, x', y, y' ハ零ナラズトシ
テ證明スルヲ妨グズ. (一高・姫高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{I}{a} + \frac{I}{b} = \frac{I}{x-a}, \frac{I}{a} + \frac{I}{c} = \frac{I}{y-a}, \frac{I}{a} - \frac{I}{x} - \frac{I}{y} = 0$
ナルトキハ $a+b+c=0$ ナリ. (佐高)

2. a, b, c ハ正ノ實數ニシテ何レノ二ツノ和モ残りノ一
ツヨリ大ナリトシ, 且ツ次ノ四等式ガ成立スルトキハ
 $b-a$ ハ $a-c$ ニ等シキコトヲ證明セヨ.

$$bcx + 2cay + 2abz = a^2 + b^2 + c^2 \quad bx + 2ay = 2c$$

$$cy + bz = a \quad x + y + z = 2 \quad (\text{旅工})$$

主題 155. $x' = x - \frac{2a}{a^2+b^2}(ax+by+c),$
 $y' = y - \frac{2b}{a^2+b^2}(ax+by+c)$ ナルトキハ
 $x = x' - \frac{2a}{a^2+b^2}(ax'+by'+c), y = y' - \frac{2b}{a^2+b^2}(ax'+by'+c)$
ナルコトヲ證明セヨ. (一高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $\frac{I-t^2}{I+t^2} + \frac{I-s^2}{I+s^2} = \frac{I}{a}, \frac{I-t^2}{2t} + \frac{I-s^2}{2s} = \frac{I}{b} - \frac{I}{c}$
 $\frac{I+t^2}{2t} + \frac{I+s^2}{2s} = \frac{I}{b} + \frac{I}{c}$ ナルトキ $2a(b^2-c^2) + (b-c)^2 + 4 = 0$
ナリ. (一高)

2. $lx + my + nz = 0, \frac{lx}{a^2} + \frac{my}{b^2} = 0$ 及ビ $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$ ナ
ルトキ, $\frac{a^2}{l^2} + \frac{b^2}{m^2} = \frac{(a^2-b^2)^2}{n^2}$ ナリ. (名工)

3. $y^2 + z^2 = ayz, z^2 + x^2 = bzx, x^2 + y^2 = cxy$ ヨリ x, y, z ヲ消
去セヨ. (京醫・秋鏡・高松商)

主題 156. $x = \frac{\sqrt[3]{a+1} - \sqrt[3]{a-1}}{\sqrt[3]{a+1} + \sqrt[3]{a-1}}$ ナルトキ
 $ax^3 - 3x^2 + 3ax - 1 = 0$ ナルコトヲ證セヨ. (三高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x(I-y) = y(I-z) = z(I-x)$ ナルトキハ $xyz = -I$ ナルコトヲ證明セヨ, 但シ x, y, z ハ互ニ相等シカラザルモノトス. (七高)
2. $U = a^2 + ab + b^2, V = a^2 - ab + b^2$ ナルトキ, 次ノ等式ハ正シキカ.
 $4(a^6 + b^6) = 3U^2V + 3UV^2 - U^3 - V^3$ (山商)
3. $x = \frac{1}{2}\left(a + \frac{A}{a}\right), y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{A}{x}\right)$ ナルトキ次式ヲ證明セヨ. 但シ a ト A ハ共ニ正數ナリトス.

$$\frac{y - \sqrt{A}}{y + \sqrt{A}} = \left(\frac{a - \sqrt{A}}{a + \sqrt{A}}\right)^4 \quad (\text{陸士})$$

主題 157. $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$ ナルトキ x, y, z ノ
 値如何ニ關セズ次式ノ値ハ一定ナルコトヲ
 證セヨ.

$$\frac{(b+c)(-x+y+z)^2 + (c+a)(x-y+z)^2 + (a+b)(x+y-z)^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

(山形高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. a, b, c ガ三角形ノ三邊ノ長サヲ表ハス數ナルトキ,
 $ax + by + c = 0$ ヲ満足スル x, y ノ實數値ハ常ニ
 $ay + bx + cxy = 0$ ヲ満足セザルコトヲ證明セヨ. (旅工豫)
2. a, b, c ハ皆整數ニシテ何レモ或定マレル素數 p ニテ
 整除セラレ, 而シテ c ハ p^2 ニテハ整除セラレザルモ
 ノトス. 然ラバ整式 $x^3 + ax^2 + bx + c$ ハ整數ノ係數ヲ有
 スル整式ノ因數ニ分解スルコト不可能ナリ. 之ヲ證明
 セヨ. (松江高)
3. a, b, c ハ實數ニシテ $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} = -3$ ナル關係
 アリトス. 然ラバ $ab + bc + ca$ ハ零ナラザレバ必ズ負ナ
 ルコトヲ證明セヨ. (満醫豫)

9. 不等式

解法例 a, b, c が實數ナルトキ $a^2+b^2+c^2$ が $ab+bc+ca$ ヨリ大ニシテ相等シカラザル様ニスルニハ a, b, c ヲ如何ニスベキカ。 (浦高)

解答 I. $a^2+b^2+c^2 > ab+bc+ca$ ヲ成立セシムベキ條件ヲ求メントス。2ヲ乗ジ配項シテ

$$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2) > 0$$

$$\therefore (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 > 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

a, b, c ハ實數ナレバ $(a-b)^2 \geq 0, (b-c)^2 \geq 0, (c-a)^2 \geq 0$ ナルベシ。

\textcircled{1} ヨリ $a-b=0, b-c=0, c-a=0$ 即チ $a=b=c$ ナルベカラズ。

従ツテ「 a, b, c ハ悉クハ相等シカラズ」ナルベシ。

解答 II. $a^2+b^2+c^2 > ab+bc+ca$ ヲ成立セシムベキナレバ

$$a^2-(b+c)a+b^2-bc+c^2 > 0$$

$$a^2-(b+c)a+\frac{(b+c)^2}{4}-\frac{(b+c)^2}{4}+b^2-bc+c^2 > 0$$

$$\left\{a-\frac{(b+c)}{2}\right\}^2+\frac{3(b-c)^2}{4} > 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

a, b, c ハ實數ナレバ $\left\{a-\frac{(b+c)}{2}\right\}^2 \geq 0, \frac{3(b-c)^2}{4} \geq 0$ ナレドモ \textcircled{1}

ヨリ $a-\frac{b+c}{2}=0, b-c=0$ ナルベカラズ、即 $a=b=c$ ナルベカラズ。



採点者備評 本問ハ受験者ノ論理的ノ能力ヲ試験スル目的ノ下ニ出題シタルモノデ $a=b=c$ ナラズシテ a, b, c ガ悉クハ相等シカラズト正シク解答スルカ或ハ誤リテ a, b, c ガ皆相異ナルトスルカ受験者ノ解答ハ果シテソレラノ孰レナルカヲ

檢スルコトニ重点ヲ置イタ。此点ヲ正解シタルモノハ全受験者ノ半数ニ及ンダト思ハレル。尙此ノ問題ハ a, b, c ヲ如何ニスベキカ換言スレバ a, b, c ヲ如何ニスル必要アルカト云フ問題デアルガ上述ノ正解者ノ中ニモ「 a, b, c ガ悉クハ相等シカラザルトキ $a^2+b^2+c^2 > ab+bc+ca$ ナリ」又ハ「 a, b, c ガ悉クハ相等シカラザレバ可ナリ」等トシタルモノ多ク此結論ヲ正シク明確ニ必要條件ノ形式ヲ以テ表現シタルモノハ少数デアッタ。

主題 158. a, b, c ハ何レモ正數ニシテ悉クハ相等シカラザルトキ $(b+c)(c+a)(a+b) > 8abc$ ナルコトヲ證セヨ。 (海機)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. a, b, c, d ガ悉ク正數ナルトキハ $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\right)$ ハ4ヨリ小ナラズ。 (一高・早一)
2. a, b, c ヲ正トシ $\frac{a-b}{c}+\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}$ ガ正ナルタメニハ a, b, c ノ間ニ如何ナル關係アルヲ要スルカ。 (東府高)
3. a, b, c ガ實數ナルトキ、 $a^2+b^2+c^2$ が $ab+bc+ca$ ヨリ大ナル様ニスルニハ a, b, c ヲ如何ニスベキカ。

(城商・浦高)

主題 159. a, b が共に負数ナルトキ $\frac{3a-b}{a+b}$
ト $\frac{4a+3b}{2a+5b}$ トノ大小ヲ比較セヨ. (四高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. a, b ヲ二ツノ實數トスルトキ $\frac{a+b}{2}$ ト $\frac{2ab}{a+b}$ トノ大小ヲ比較セヨ. 但シ $a+b \neq 0$ トス. (浪高)
2. a, b が同符號ノ實數ナルトキハ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ハ 2 ヨリ小ナラズ. (和商)
3. a, b, c, d ハ不等ノ正數ニシテ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ ナルトキ $\frac{2a}{b-d}$ ト $\frac{(3b-c)d}{c^2-d^2}$ トノ大小如何. (海兵・臺高)

主題 160. $a, b, c, d, e, f, l, m, n$ が正數ニシテ
 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} > \frac{e}{f}$ ナルトキハ $\frac{a}{b} > \frac{la+mc+ne}{lb+md+nf} > \frac{e}{f}$
ナルコトヲ證セヨ. (京醫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. a, c が正數ニシテ $\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$ ナルトキハ $\frac{b}{a} > \frac{b+d}{a+c} > \frac{d}{c}$ ナリ. (廣高)
2. $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ ナラバ $m \geq n$ ナルニ從ツテ $\frac{ma+nc}{mb+nd} < \frac{na+mc}{nb+md}$ ナリ. 但シ a, b, c, d, m, n ハ正數ナリ. (松本高)
3. n ハ 2 ヨリ大ナル或正數, x ハ 1 ヨリ大ニシテ n ヨリ小ナル任意ノ正數ナルトキハ $\frac{4}{n+1} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{n-x+1} < \frac{n+1}{n}$ (名工)

主題 161. a, b, c が三角形ノ三邊ヲ表ス數ナルトキ, $a^4 + b^4 + c^4 < 2(b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2)$ ナルコトヲ證セヨ.

(姫高・名商)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x+y+z=0$ ナルトキ, 次ノ不等式又ハ等式ノ何レガ成立ツカ.

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 \geq 2(x^4 + y^4 + z^4) \quad (\text{松本高})$$

2. 三角形ノ三邊ヲ a, b, c トセバ

$$2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) > a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \quad (\text{神船})$$

3. a, b, x, y ガ何レモ相等シカラザル實數ニシテ,

$$a^2 + b^2 = 1, x^2 + y^2 = 1 \text{ ナルトキハ, } ax + by < 1 \text{ ナリ.} \quad (\text{阪商豫})$$

主題 162. a, b, c が三角形ノ三邊ノ長サヲ表ス數ナルトキ $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2$ ハ x ノ如何ナル實數値ニ對シテモ恒ニ正ナルコトヲ證セヨ.

(水産・山工・松江高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ガ相異なる實根ヲ有スルトキ, $ax^2 + bx + c$ ハ x ノ實數値ニ對シテ正トモナリ, 又負トモナル. 但シ a, b, c ハ實數トス. (京醫)
2. a ガ實數ナルトキ $\frac{1}{a^2 + a + 1}$ ト $a^2 - a + 1$ トノ大小如何. (四高)
3. 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ガ虚根ヲ有スルトキ, 二次式 $ax^2 + bx + c$ ハ x ノ實數値ニ對シテ a ト同一符號ヲ有ス. (東藝・濱工・高)

主題 163. 整式 $(x^2+ax+b)(x^2-2x+3)$ が $x-a$ に
 テモ, $x-\beta$ にテモ整除セラルルトキ, x が a と
 β との間ニアル任意ノ實數ナラバ, 上ノ四次
 式ノトル符號如何. 但シ a, β ハ互ニ異ナル實
 數ナリトス. (三 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $2 < a < 5$ ナルトキハ $x^2 - 4ax + 3a^2 + 7a - 10$ ハ x = 如何
 ナル値ヲ與フルモ常ニ正數ヲ表ス. (廣 高)
2. $4x^2 + 4ax + 6a - 9$ ガ x ノ如何ナル實數値ニツキテモ
 負トナラザルタメニハ a ノ値如何. (廣 工)
3. x = 關スル二次式 $x^2 - (8m-2)x + 15m^2 - 2m - 7$ ヲ x ノス
 ベテノ實數値ニ對シテ正ナラシムルタメニハ, m ヲ如
 何ニ定ムベキカ. 又上式ヲ 0 = 等シトオキタル方程
 式ノ根ノ平方ノ和ガ 24 ナル如ク m ヲ定メヨ.

(東 藤・松山高)

主題 164. 四次式 $ax^4 + hx^3 + (2a+b)x^2 + hx + a$ が x
 ノ總テノ實數値ニ對シテ正ナルタメノ條件
 ヲ出セ. (水 高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $(x+2)(x+3)(x-5)(x-6) + 20$ ハ x ノ實數値ニ對シテ
 常ニ正ナリ. (名商・神船)
2. $2x^4 - 2x^3 - x^2 + 1$ ノ符號如何. (海兵・分商・神船・靜高・大高)
3. 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ガ相等シキ二ツノ實根ヲ有ス
 ルトキハ, x ノ實數値ニ關シテ一元二次式 $ax^2 + bx + c$
 ノ値ハ a ト同符號ヲ有ス. 但シ a, b, c ハ實數トス.

(富高・城豫)

主題 165. $x^2 - 2x - 4 < 0$ ニシテ且ツ
 $(x+2)(x-1)(x-4) > 0$ ナル x ノ値ノ範圍ヲ見
 出セ。(弘高)

Notes of our teacher

主題 166. a, x ガ實數ナルトキ, x ガ如何ナル
 範圍内ノ値ヲトルトキ $\sqrt{\frac{(a^2+x^2)(2-x)}{3+x}}$ ハ實
 數ナルカ。(山口高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

- 自習用試験問題
- x ノ値ガ -6 ヨリ 4 マデ増加スルトキ $\frac{2(x-3)(x+5)}{x-7}$
 ノ値ガ負トナルベキ x ノ値ノ範圍ヲ求メヨ。(陸士)
 - 次ノ不等式ヲ解ケ。(阪商豫)
 - $\sqrt{3-x} < x-2$
 - $\sqrt{3-x} > x-1$

- 自習用試験問題
- $\sqrt{\frac{(1+x^2)(1-x)}{1+x}}$ ハ x ガ如何ナル範圍ノ實數値ヲト
 ルトキ實數ナルカ。(七高)
 - $x^{2n} + \frac{1}{x^{2n}} - 2a$ ガ x ノ如何ナル實數値ニ對シテモ常ニ
 正ナル様ニ a ノトリ得ル範圍ヲ定メヨ。但シ n ハ正整
 數ナリ。(姫高)
 - a, x ハ實數ニシテ、且ツ $p = x + a - 3$ ナルトキ
 $(ap - 3x)(3a - px)$ ノ平方根ヲ實數ナラシムル x ノ値ノ
 範圍ヲ求メヨ。(高知高)

主題 167. x と y とが $(x^2+y^2)^2 = x^2 - y^2$ ナル關係アルトキハ、 x 及ビ y ノ取り得ル實數値ニハ如何ナル制限アルカ。 (陸士)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x, y ノ實數値ニ對シテ $x(x^2+y^2) = a(x^2-y^2)$ ガ成立ツタメ x, y ノ範圍ヲ定メヨ。(但シ $a > 0$ トス) (松山高)
2. $x = a$ ナルトキ $x^2 + ax + b$ ガ負數ナラバ $x^2 + ax + b = 0$ ハ相異ナル實根ヲ有スルコトヲ證シ、且ツ二根ト a トヲ比較セヨ。但シ a, b, x ハ實數ナリトス。 (靜高)

主題 168. x, y ヲ實數トスルトキ、 $\frac{2x-y}{x^2-4x+3}$ ヲシテ任意ノ實數値ヲトラシメ得ル爲ニハ、 y ヲ如何ニスベキカ。 (京醫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x ガ實數ナルトキ $\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$ ノ値ノ範圍ヲ求メヨ。(盛農・大藥・小商・金工)
2. $x =$ 如何ナル實數値ヲ置クモ $\frac{2x-7}{2x^2-2x-5}$ ハ I ト $\frac{I}{II}$ トノ間ノ値ヲトラズ。(金工・長工)
3. a, b, c ガ實數ニシテ、其等ノ間 $= 2b^2 = a^2 + c^2$ 、且ツ $a \neq c$ ナル關係アルトキ、實數 $x =$ 對シ $\frac{ax^2+2bx+c}{cx^2+2bx+a}$ ハ任意ノ値ヲ取り得。(浪高)

主題 169. 長さ $x, x+1, x+2$ ナル三ツノ線分
ガ鈍角三角形ノ三邊ヲ表スタメノ x ノ限界
ヲ求ム. (東商豫)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. 甲、乙二地間ノ距離 s 軒ナリ。石炭 1 施ノ價甲地ニテハ a 圓、乙地ニテハ b 圓、ソノ運賃ハ何レヨリニテモ 1 施 1 軒ニ付 c 錢ノ割合トスレバ、兩地間ノ沿道ニ於テ、甲地ヨリ買フ方ガ利益ナル所ハ甲地ヨリ幾軒ノ地点マデナルカ。 (横工)
2. 圓ノ直徑 AB 上ニ一点 P ヲトリ、 $AB =$ 垂線 PC ヲ作り圓周ト C デ交ハラシメル。線分 PA, PC, PB ガ三角形ノ三邊トナリ得ルニハ AB 上下ノ範圍ニ P ヲトレバヨイカ。又直角或ハ鈍角三角形ノ三邊トナリ得ルニハ更ニドンナ制限ガ必要トナルカラ吟味セヨ。 (東府高)

10. 極大及極小

極大定理 二正數 x, y ノ和ガ一定ナルトキ、ソノ積ノ極大ハソノ二正數ノ等シキトキナリ。

① $x > 0, y > 0$ ニシテ $x + y = a$ ← 一定、 $S = xy$ ノ極大ハ $x = y$ ノトキデアル。

極小定理 二正數 x, y ノ積ガ一定ナルトキ、ソノ和ノ極小ハソノ二正數ノ等シキトキナリ。

② $x > 0, y > 0$ ニシテ $S = xy$ ← 一定、 $x + y$ ノ極小ハ $x = y$ ノトキデアル。

解法例 x, y, z ガ實數ニシテ

$$x-1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3} \text{ ナル關係アルトキ、} x^2 + y^2 + z^2 \text{ ノ}$$

最小値ヲ求メヨ。 (静高)

① $x-1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3} = k$ トシテ $x = k+1, y = 2k-1, z = 3k+2$ トシテ

$$x^2 + y^2 + z^2 = (k+1)^2 + (2k-1)^2 + (3k+2)^2 = 14k^2 + 10k + 6 = S$$

トシテ $14k^2 + 10k + 6 - S = 0$ x, y, z ハ實數、從ツテ k モ實數ナレバ判別式ニヨリ

$$25 - 14(6 - S) \geq 0 \quad S \geq 4\frac{3}{14} \quad \text{最小値 } 4\frac{3}{14}$$

② $x-1 = \frac{y+1}{2}, x-1 = \frac{z-2}{3}$ ナレバ

$$2x-2 = y+1 \quad \therefore y = 2x-3; \quad 3x-3 = z-2 \quad \therefore z = 3x-1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= x^2 + (2x-3)^2 + (3x-1)^2 \\ &= 14x^2 - 18x + 10 \\ &= 14\left\{x^2 - \frac{9}{7}x + \frac{81}{49}\right\} - \frac{81}{49} + 10 \end{aligned}$$

$$= 14\left(x - \frac{9}{14}\right)^2 + \frac{3}{14}$$

x は實數ナレバ $\left(x - \frac{9}{14}\right)^2 \geq 0$. 故に最小値ヲ有スルトキハ $x - \frac{9}{14} = 0$
ニシテ、ソノ最小値ハ $\frac{3}{14}$ ナリ. 答 $\frac{3}{14}$



採点者講評

1. 本題ハ容易ナルタメニ成績ヨク、満点或ハソレニ近キモノ……文科ニ於テ三割、理科ニ於テ四割。
2. 缺点、間違ヒノ例ヲ擧ゲレバ

a. $x^2 + y^2 + z^2 = 14\left(x - \frac{9}{14}\right)^2 + \frac{59}{14}$ ヨリ直ニ (x ガ實數ナルコトヲ斷ラズシテ) 最小値ハ $\frac{59}{14}$ ナリ.

b. 計算ノ誤ヨリシテ $x^2 + y^2 + z^2$ ノ最小値ガ負數トナリタルニ其ノ不都合ナルニ氣付カザルモノ.

c. $x - 1 = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 2}{3} = 0$ ト置キ $x = 1, y = -1, z = 2$ ヲ得テ

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6 \text{ トスルモノ.}$$

d. 實數ト正數トヲ混同セルモノ多シ.

主題 170. x, y, z ガ實數ニシテ

$x - 1 = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 2}{3}$ ナル關係アルトキ、 $x^2 + y^2 + z^2$ ノ

最小値ヲ求メヨ.

(七高・靜高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. $x + y - z = 1, x - 5y + 2z = 16, 3y + z = 5a$ = 適スル x, y, z = ツキ $x^2 + y^2 + z^2$ ヲ出來ルダケ小ナラシメルヤウニ a ノ値ヲ決定セヨ. 但シ a ハ整數デアル. (東府高)
2. $x + y + z = 3, x - y + 5z = 1$ ナルトキ $x^2 + y^2 + z^2$ ノ最小値トソノトキノ x, y, z ノ値ヲ求メヨ. 但シ x, y, z ハ實數トス. (京藝・金工)
3. $0 \leq x \leq 5$ ナルトキ $x^2 - 4x + 3$ ノ最大及ビ最小値ヲ求メヨ. (仙工)

主題 171. 二次式 ax^2+bx+c が二つの相異なる x の値 p, q に対シテ相等シキ値ヲトルトキ, コノ式ハ $x=\frac{p+q}{2}$ ノトキ極大値又ハ極小値ヲトルコトヲ證セヨ. (長工・五高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x = 關スル二次三項式アリ. $x=2$ ナルトキ最大値 5 ヲ有シ, 且ツ係數(絶對項ヲ含メテ)ノ和ハ 4 = 等シトイフ. コノ式ヲ決定セヨ. (京 醫)
2. ax^2-bx+5 ハ $x=2$ ナルトキ, 最小値 1 ヲ有ストイフ. a, b ノ値ヲ求ム. (高松商)
3. $y-4$ ハ x = 比例スル一數ト x^2 = 比例スル一數トノ和ニシテ, $x=1$ ナルトキ $y=1$, $x=3$ ナルトキ $y=1$ ナリトイフ. y ノ最小値ヲ求ム. (山口高)

主題 172. x, y ノ値ハ何レモ正數ニシテ $x+y=xy$ ナル如ク變動スルモノトス. 此ノ式ノ値ヲ最小ナラシムル x, y ノ値ヲ求メヨ. (山口高・大高・高知高・七高)

Notes of our teacher

自習用試験問題

1. x = 關スル二次式アリ. x ノ値ガ $-2, 0, 1$ ナルトキ, 此ノ式ノ値ハ夫々 $-15, 5, 9$ ナリト云フ. 此ノ式ヲ求ム. 又此ノ式ノ最大値ヲ求ム. (東 師)
2. $\frac{3}{x^2+3x+5}$ ノ値ヲ最大ナラシムル x ノ實數値ヲ求メヨ. (陸 士)
3. 三正數 a, ar, ar^2 アリ. 何レノ二數ノ和モ残りノ一數ヨリ小ナラズトス. 然ルトキハ $S=a+ar+ar^2$ ノ最大値及ビ最小値夫々如何. 但シ a ハ與ヘラレタル正數トス. (浪 高)