中等教育

新制數學

幾何

東北帝國大學教授
理學博士
岡田良知著

東京
山海堂出版部

中等教育 新制數學

幾何

東北帝國大學教授
理學博士
岡田良知 著

東京
山海堂出版部

緒　　言

本書ハ最近新タニ制定サレタ中學校數學教授要目ニ準據シテ,初メノ三學年間ニ於ケル幾何學ノ課程ニ供スルタメニ編纂シタ教科書デアル。

本書編纂ニ際シテ,現代ノ數學教育ノ趨勢ト新要目ノ趣旨トニ鑑ミ,特ニ注意シタ主要ナル點ヲ列擧スルト大體次ノ通リデアル。

[1] 幾何圖形ハ圖形ノ觀察,測定及ビ模型ノ作製等ニ依ツテ空間ニ於ケル觀念ヲ明瞭ニスルト同時ニ,以後ニ於ケル教材トノ極メテ自然ナル連絡統一ヲ圖リ,學習ノ基礎タラシメルコトニ意ヲ注ギ,特ニ挿圖ヲ多クシテ理解ヲ容易ナラシメ學習ニ興味アラシメルコトニ努メタ。

[2] 直線圖形ニ於テハ圖形ノ個別的ナ性質ノ研究カラ自然的ニ幾何學的研究ニ導クコトニ特ニ意ヲ用ヒ,教材ヲ精選シ,ソノ排列ヲ心理的ニシ,

正確ナル觀察力,推理力ノ養成ノ門戸タラシメルコトヲ圖ツタ.

[3] 比例ハ算術代數ノ比及ビ比例ト出來ル限リノ連絡ヲ圖リ,鋭角ノ三角函數ハコレヲソノ初歩概念ノミニ止メタ。

[4] 作圖題ハ諸定理ノ應用トシテ適宜コレニ附屬セシメ,實生活,其他ヘノ活用ニ重キヲ置イタ。

[5] 軌跡,定線分ヲ中末比ニ分ケル作圖等ヤヽ程度ノ高キモノハ增加教材トシテ高學年ニ讓リ,專ラ基本幾何ノ徹底ヲ圖リ,ソノ應用ノ基礎ヲ確實ナラシメル事ヲ期シタ。

[6] 各節ノ初メニハ學生ノ自學ノ便ヲ圖リ,出來ルダケ問ヲ設ケ,既往ノ智識ヲ復習シコレヲ根柢トシテ新事項ノ了解收得ヲ確實ナラシメルコトニ努メタ。

[7] 練習問題ハ十分精選シ問題ト難題トニ分ケ學生ノ實力練磨ノ根柢トシ,應用豊カナモノヲ選ビ算術代數トノ融合ヲ圖リ實生活トノ接觸ニ努メタ。

[8] 卷末ニ補充問題ヲ附シテ本文ノ問題ノ補

充トソノ復習トニ充テ學生ノ實力練磨ノ便ヲ圖ツタ。

要スルニ本書ノ編纂ニ際シテ深ク留意シタ點ハ,日常生活トノ接觸及ビ各分科トノ連絡ヲ考慮シ,學生ノ自學ヲ重ジ,基礎的事項ニ着眼シテ知識ノ收得ヲ便且ツ確實ナラシメ,兼ネテ思考力,推理力ノ練磨ノ徹底ヲ期シ,ソノ活用ヲ十分ナラシメントシタコトデアル。

著者ハ以上ノ如ク精々努力シタノデアルガ,ナホ不備不滿ノ點ガアルデアラウ。ソレ等ニツイテハ實地教授者諸賢ノ忠言ニ依ツテ將來ノ改善進歩ヲ切望スルモノデアル。

昭和八年十月

著者識

目次

第一篇
幾何圖形
第一章
圖形

1. 物體ト立體

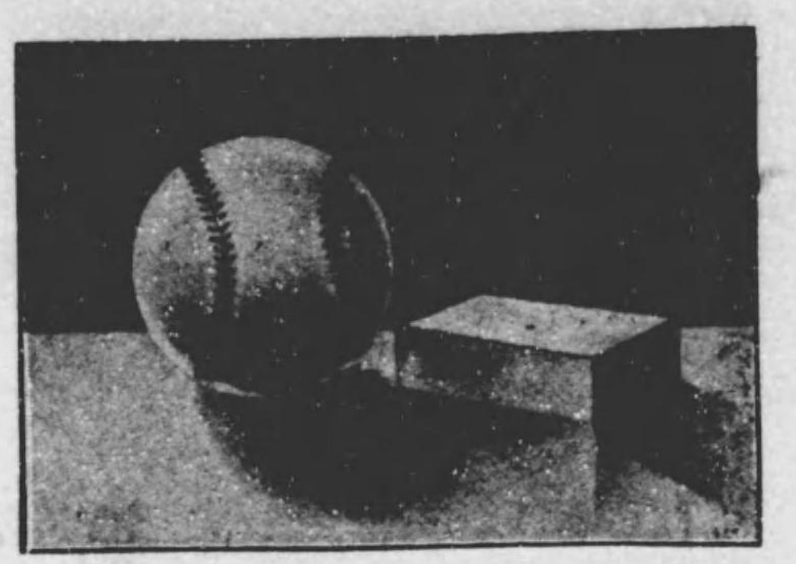
圖 規則正シイ形ヲシテキル物體ノ例ヲ三ツイヘ。

吾等ノ目ニ觸レル物體ハ千差萬別デアル。ソレ等ノ物體ヲ色彩,重サ又ハ成分等ニ就イテ研究スルコトガ出來ルガ,コレ等ノ事ニハ關係ナク唯ソノ形,大イサ及ビ位置ダケニ就イテ研究スルコトモ出來ル。一般ニ

物體ヲ唯ソノ形,大イサ及ビ位置ダケニ就イテ研究スルトキ,ソレヲ**立體**トイフ。

例ヘバ,まっち箱ノヤウナ角ナ物體ヤぼーるノヤウナ丸イ物體ヲ物質ヲ離レテ立體トシテ考ヘルトキハ,コレ等ハ夫々直六面體及ビ球デアル。

2. 表面



問 1. 物體ニハ境ガアルカ。

立體ノ境ヲ**表面**又ハ**面**トイフ。

問 2. 靜カナ水ノ表面又ハぼーるノ表面ハドンナ形ヲシテヰルカ。

面ノ中デ平ラナモノヲ**平面**トイヒ,平デナイ曲ツタモノヲ**曲面**トイフ。

【注意】 面ニハ位置ト廣サトハアルガ厚サハナイ。

問 3. 直方體ノ六ツノ面ハ何トイフカ。又球ノ面ハ何トイフカ。

問 4. 右ノ圖ノヤウナ物體ノ表面ノ中デ,平面ノ部分ト曲面ノ部分トヲイヘ。

問 5. 表面ガ曲面ダケデアル物體ノ例ヲ三ツアゲヨ。

3. 線ト點

問 1. 紙ヲ二ツニ折ツタトキノ折目ハドンナ形ヲナスカ。

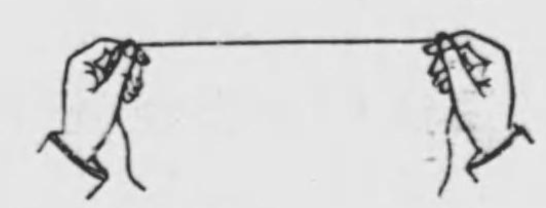
問 2. 直方體ノ二ツノ平面ノ交ハリハ何カ。

問 3. コノ教科書ノ紙面ノ緣ハ何カ。

面ト面トノ交ハリ又ハ面ノ境ヲ**線**トイフ。

【注意1】 線ニハ位置ト長サトハアルガ幅モ厚サモナイ。

上ノヤウニ線ハ面ニ基ヅイテ考ヘラレルガコレハ又單獨ニモ考ヘラレル。例ヘバ,細イ絲,針ノ先ヲ動カシタトキ又ハ細ク削ツタ鉛筆デ畫イタトキノ跡等ハ何レモ線ヲ想像サセル。



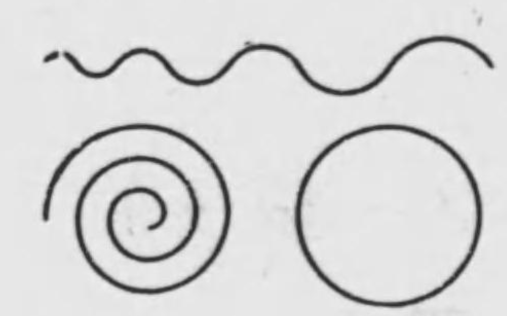
問 4. 細イ絲ヲ强ク引張ツタ形ハドウカ。

眞直ナ線ヲ**直線**トイフ。

問 5. 直方體ノ二ツノ平面ノ交ハリハ何トイフ線カ。

【注意2】 二ツノ平面ノ交ハリハ直線デアル。

問 6. 直線狀ヲナスモノノ例ヲ三ツアゲヨ。

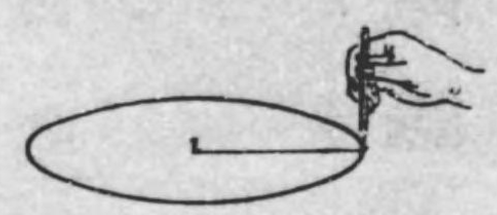


眞直デナイ曲ツタ線ヲ**曲線**トイフ。

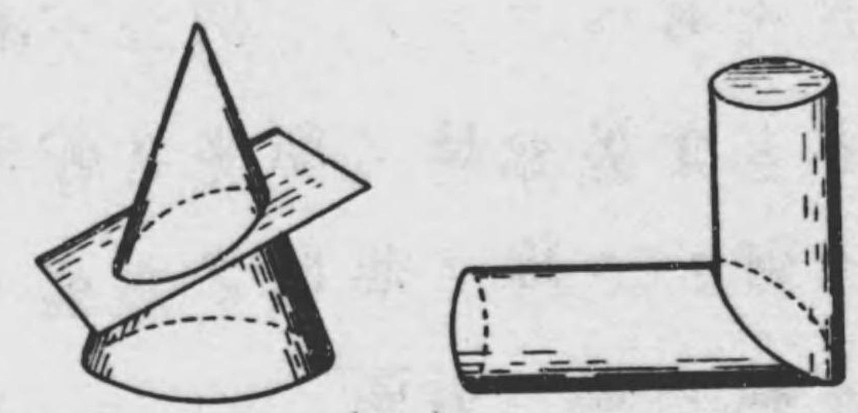
平面ノ上デ直線ノ一部分ヲ考ヘ,ソノ一端ヲ固定シテ

コレヲ廻轉シ元ノ位置ニ歸ラセルトキ他ノ端ノ畫ク曲線ヲ**圓周**トイフ。

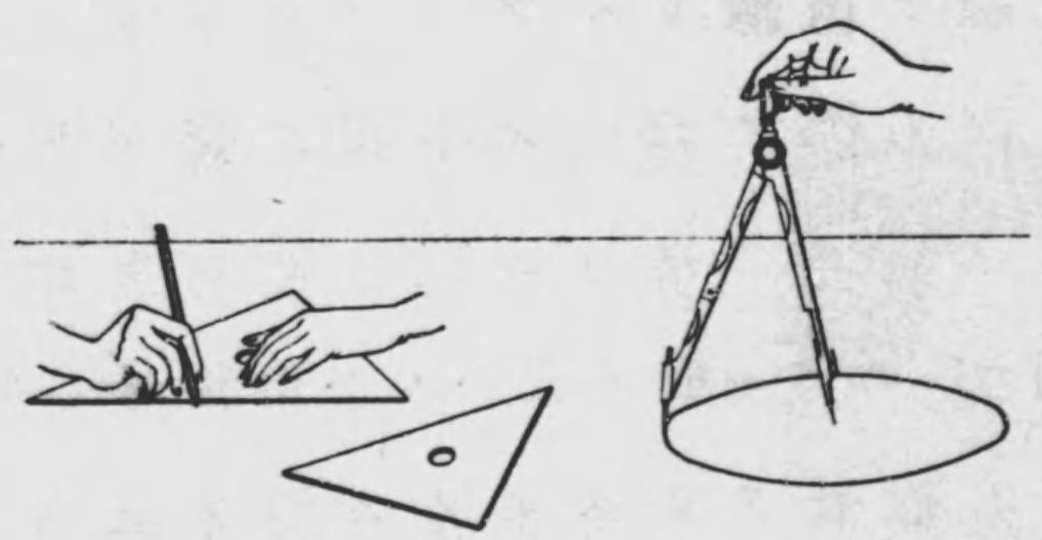
圓周ハ規則正シイ形ノ曲線デアル。

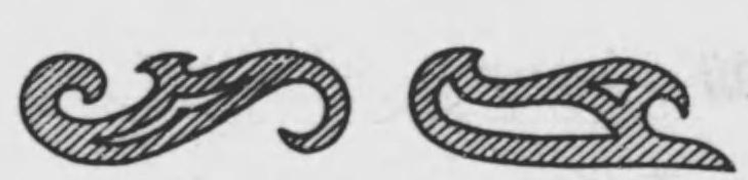


[注意3] 曲面ト平面トノ交ハリ又ハ曲面ト曲面トノ交ハリハ一般ニ曲線デアル。



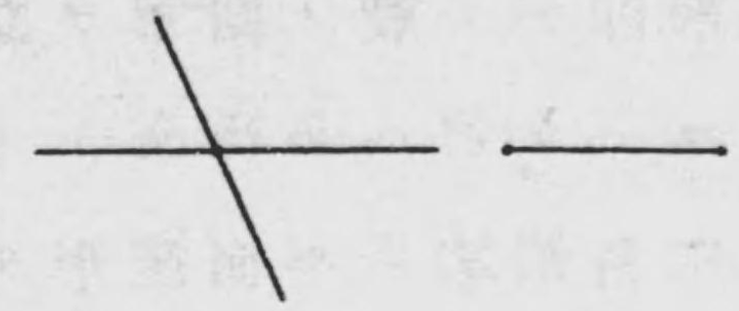
[注意4] 直線及ビ圓周ヲ畫クニハ夫々定木及ビこんぱすヲ使ヒ,不規則ナ曲線ヲ畫クニハ右ノ圖ノヤウナ雲形定木ヲ使フ。





問 7. 曲線狀ヲナスモノノ例ヲ二ツアゲヨ。

二ツノ線ノ交ハリ又ハ線ノ端ヲ**點**トイフ。



[注意5] 點ニハ位置ハアルガ大イサハナイ。

點ヲ表ハスニハ次ノ圖ノヤウニ「·」又ハ「×」等ノ印デソノ位置ヲ示シ,ソノ傍ニA, B, C等ノ文字ヲ畫イテ點A, 點B, 點C等又ハA點, B點, C點等ト呼ブ。

A

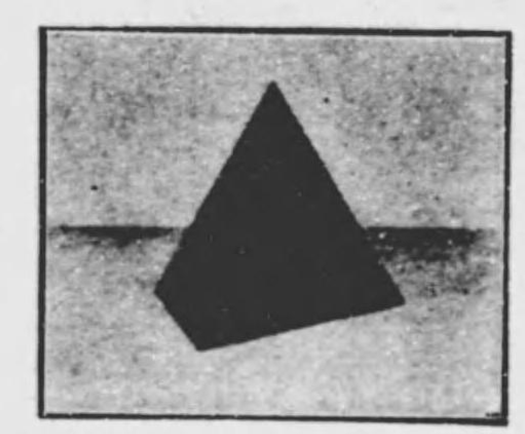
B·　×C

二ツノ直線ガ唯一點ダケデ出會フトキハコノ二直線ハ**相交ハル**トイヒ,ソノ點ヲ**交點**トイフ。

[注意6] 上ノヤウニ點ハ線ニ基ヅイテ考ヘラレルガコレハ又單獨ニモ考ヘラレル。例ヘバ,針ノ先ヤ細ク削ツタ鉛筆ノ先デ突イタトキノ跡ハ點ヲ想像サセル。

4. 圖形

問 1. 次ノ圖ノヤウナ立體ニ於イテ面,線,點ノ數ヲイヘ。



立體,面,線,點又ハソレ等ノ集合ヲ**幾何圖形**又ハ單ニ**圖形**トイフ。

特ニ同一平面上ニアル圖形ヲ**平面圖形**トイヒ,空間ニアル圖形卽チ一般ノ圖形ヲ**立體圖形**ハ又ハ**空間圖形**トイフ。

例ヘバ,矩形,三角形等ハ平面圖形デ直方體,球等ハ立體圖形デアル。

問 2. 次ノモノガ動イタ跡ハ何カ。

① 點　② 線　③ 面

一般ニ點ガ動ケバ線ヲ生ジ,線ガ動ケバ面ヲ生ジ,面ガ動ケバ立體ヲ生ズル。ソレ故ニ立體ハ無數ニ多クノ面ヲ含ミ,面ハ無數ニ多クノ線ヲ含ミ,線ハ無數ニ多クノ點ヲ含ム。

問 3. 線及ビ面ガ動イテモ夫々面及ビ立體ノ生ジナイ場合ガアル。ドンナ動キ方ノトキカ。

圖形ニハ種々ノ性質ガアル。一般ニ圖形ノ性質ヲ研究スル學科ヲ**幾何學**トイフ。

問題 一

1. 線ト面トノ交ハリハ何カ。
2. 平面ダケデ圍マレタ立體ノ中デ,平面ノ數ガ夫々三ツ,四ツ,六ツデアルモノノ例ヲ擧ゲヨ。
3. 平面ハソノ上ノ任意ノ二點ヲ通ル直線ガ全クソノ面上ニアルモノデアル。

或面ガ平面デアルカ否カヲ驗ス方法ヲ考ヘヨ。大工ガ板ヲ平面ニ削ルノニ鉋(カンナ)ヲ使フ,ソシテソノ刄先ヲ常ニ直線狀ニ研(ト)グ。ソノ理由ヲ述ベヨ。

[注意] 平面ハ四方ニ限リナク擴ガレルモノトスル。

5. 球ヲ平面ノ上ニ置クトキ平面ニ觸レル部分ハ何カ。

第二章

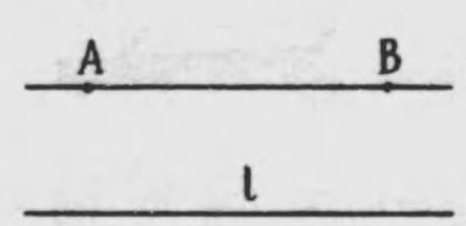
直線及ビ圓

5. 直線

問 1. 定木ヲ使ッテ長サ3cmノ直線ヲ畫ケ。ソレヲ引延バシテ6cmノ直線トセヨ。

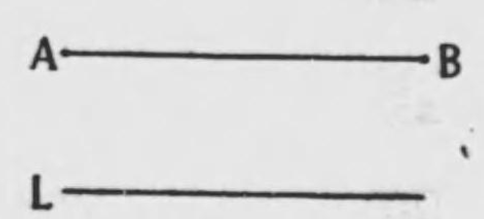
直線ハ双方ニ限リナク長イモノトスル。

直線ヲ示スニハソノ上ニ二點ヲ取ッテソノ二點ノ名ヲ以テスル。例ヘバ,「直線AB」ノ如クデアル。又直線ノ傍ニ文字ヲ一ツ書イテ例ヘバ「直線 l」ノヤウニ呼ブコトモアル。



[注意1] 曲線ヲ示スニハ三ツ以上ノ點ヲソノ上ニ取ッテ例ヘバ「曲線ABC」ノヤウニ呼ブ。

二點ヲ兩端トスル直線ノ一部分ヲ**線分**トイフ。



線分ヲ示スニハソノ兩端ノ點ヲ用ヒ例ヘバ「線分AB」又ハ單ニABト呼ブ。又線分ノ傍ニ文字ヲ一ツ書イテ線分L又ハ單ニLト

呼ブコトモアル。

問 2. 二點A, Bヲ適當ナ隔リニ取リ線分ABヲ引ケ。

[注意2] 二點例ヘバA,Bヲ兩端トスル線分ヲ畫クコトヲ**二點A,Bヲ結ブ**トイフ。

[注意3] 線分ABヲAカラBノ方ヘ延バシタ部分ヲ**ABノ延長**トイフ。同樣ニBカラAノ方ヘ延バシタ部分ヲ**BAノ延長**トイフ。

直線上ニ一點ヲ取ッテソレヲ二ツノ部分ニ分ケタトキ,ソノ一部分ヲ**半直線**トイフ。

半直線ヲ示スニハ分點トソノ上ノ他ノ一點ノ名ヲ用ヒ,例ヘバ半直線OA又ハ單ニOAト呼ブ。

[注意4] 直線ヲ畫クコトヲ**直線ヲ引ク**トモイフ。又線分ノ延長ヲ作ルコトヲソレヲ**延長スル**トイフ。

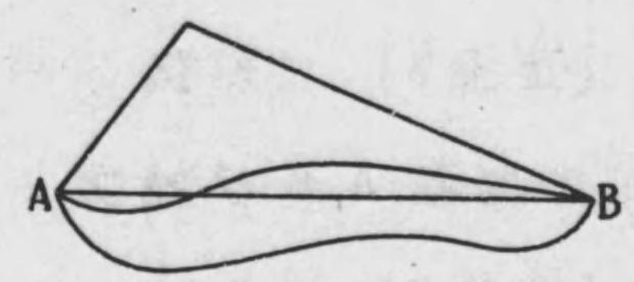
問 3. 一點ヲ通ル直線ハ幾ラ引キ得ルカ。

問 4. 二點A,Bヲ通ル直線ハ幾ラ引キ得ルカ。

問 5. 二點A,Bヲ兩端トスル線ノ中デ最モ短イモノハ何カ。

二點ヲ通ル直線ハ唯一ツダケデアル。

コノコトヲ**二點ハ一直線ヲ決定スル**トイフ。



二點ヲ結ブ線分ハソノ二點間ニ引キ得ル線ノ中デ最モ短イ。卽チ線分ハ二點間ノ最短通路デアル。

コノ線分ノ長サヲソノ**二點間ノ距離**トイフ。

問　題　二

1. 三ツノ點ヲ通ル唯一ツノ直線ヲ引クコトガ出來ルカ。

2. 同一直線上ニ三ツノ點ガナイヤウニ點ノ位置ヲ定メテ次ノヤウナ直線ヲ引ケ。

① 三點ノ中各二點ヲ通ルモノ。

② 四點ノ中各二點ヲ通ルモノ。

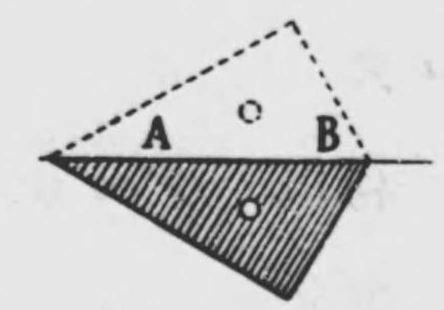
③ 五點,六點,七點ノ各場合ニ於イテ,ソノ中各二點ヲ通ルモノ。

又①,②,③ノ各場合ニ於イテ引キ得タ直線ノ數如何。

3. n ノ値ガ 2, 3, 4, 5, 6, 7 デアル場合ニ就イテ $\frac{n(n-1)}{2}$ ノ數値ヲ求メヨ。コレト上ノ問題2ノ點ノ數ト引キ得ル直線ノ數トヲ比較セヨ。

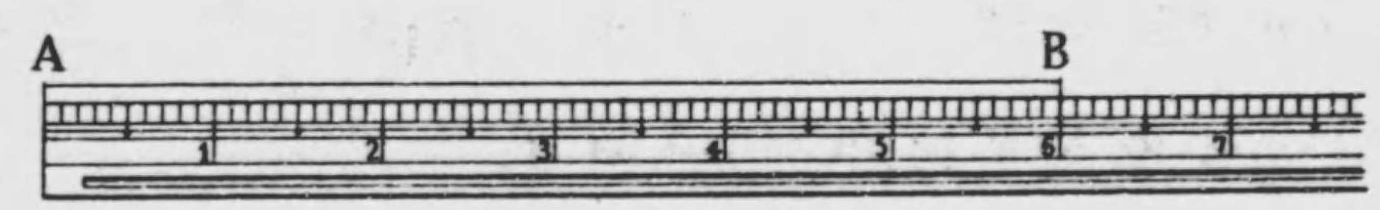
4. 直線ヲ三ツ引ケバ交點ハ幾ラ出來ルカ。種々ノ場合ヲ考ヘヨ。

5. 右ノ圖ニ依ツテ定木ノ緣ニ沿ウテ引イタ線ガ直線カ否カヲ驗ス方法ヲ考ヘヨ。



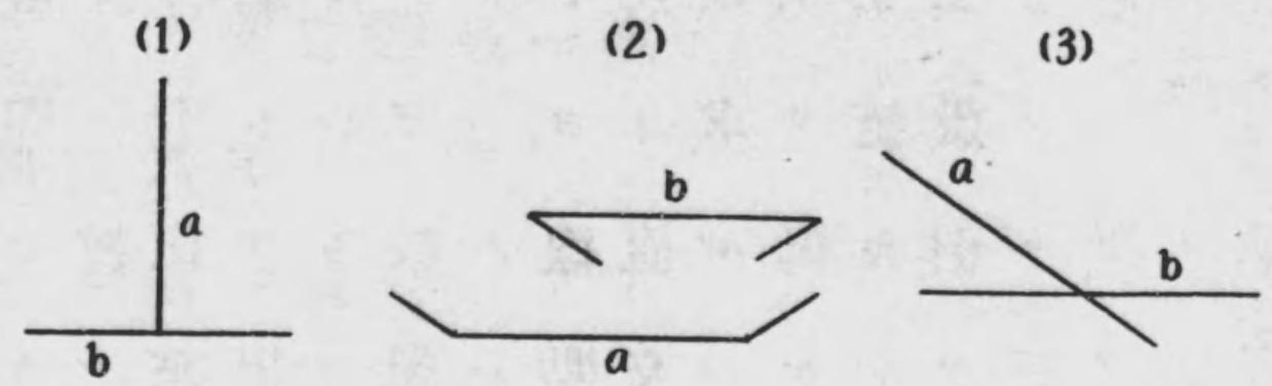
6. 線分ノ長サ

[1] 線分ノ長サハソレニ物指ヲ當テテ測ラレル。

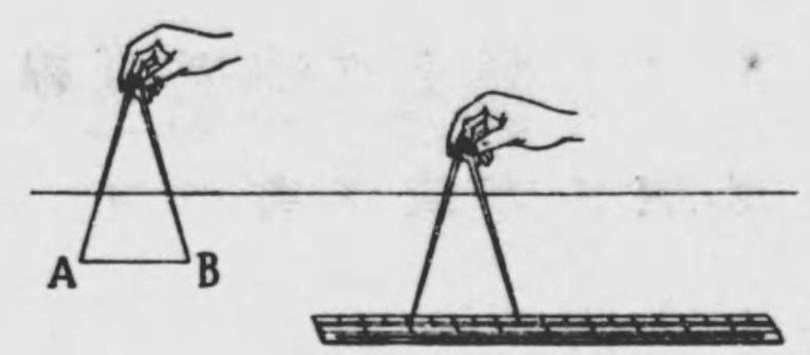


問 1. 次ノ線分ヲ目測シテ次ニ物指デ測レ。

問 2. 次ノ圖ノ線分 a, b ノ大小ヲ視察デ定メタ後コレヲ物指デ測ツテソノ大小ヲ比較セヨ。

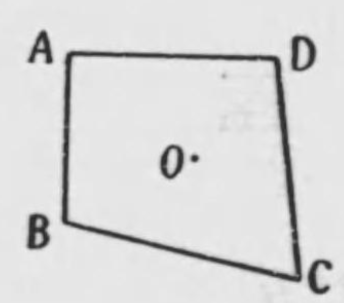


〔注意1〕 線分ノ長サハ直接コレニ物指ヲ當テズニ右ノ圖ノヤウニこんぱすヲ利用シテモ測ラレル。又線分ノ大小ヲ精密ニ比較スルニハこんぱすヲ使フト便利デアル。



〔注意2〕 二點間ノ距離ガ比較的大デアルトキソノ距離ヲ實測スルトキヤ又ハ曲ツタ表面ニ沿ウテ線ノ長サヲ實測スルトキハ卷尺ヲ利用スルトヨイ。

問 3. 右ノ圖ニ於イテ四點 A, B, C, D ノ中デ點 O ニ最モ近イモノト最モ遠イモノトヲ擧ゲヨ。



問 4. 次ノ二點 A, B ノ距離ヲ直接ニ物指ヲ當

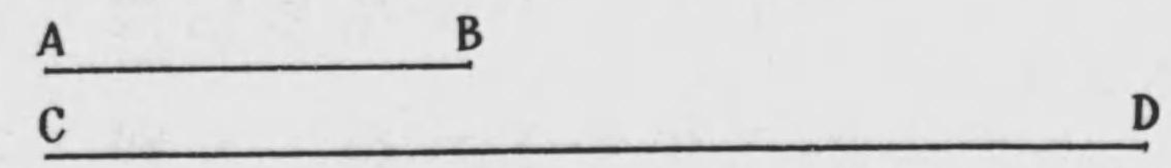
テズニ測レ。

〔2〕 與ヘラレタ長サノ線分ヲ畫クコト。

與ヘラレタ長サノ線分ヲ畫クニハ定木,物指,こんぱすヲ使フ。

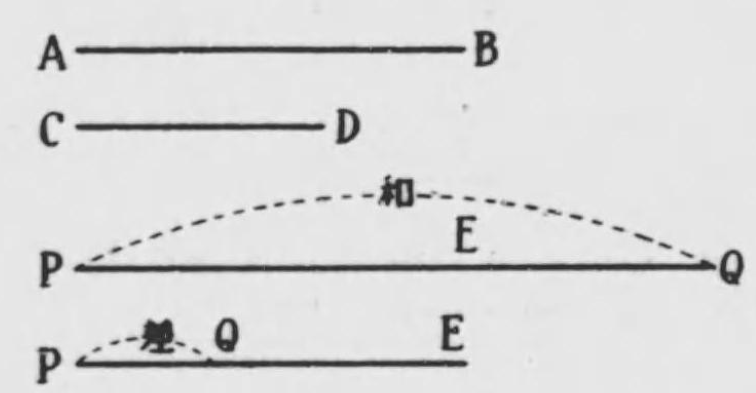
問 5. 長サ 5cm ノ線分ヲ畫ケ。

問 6. 次ノ線分ニ等シイ長サノ線分ヲ畫ケ。



例 1. 二ツノ線分 AB, CD ノ長サノ和ニ等シイ長サノ線分ヲ畫ケ。又コレ等ノ差ニ等シイ長サノ線分ヲ畫ケ。

解 ① 和ノ場合。線分 AB ノ長サノ線分 PE ヲ畫キ PE ノ延長ニ線分 CD ノ長サノ線分 EQ ヲトレバ PQ ハ求メル線分デアル。



② 差ノ場合。線分 AB ノ長サガ線分 CD ノ長サヨリモ大キイトスル。

線分 AB ノ長サノ線分 PE ヲ畫キ,ソノ端カラ線

分CDノ長サノ線分EQヲソノ上ニトレバPQハ求メル線分デアル。

[注意3] 例ヘバ,線分ABノ長サトイフ代リニ線分AB又ハ單ニABトイフコトガアル。

[注意4] 例ヘバ,線分ABト線分CDトノ和又ハ差ニ等シイ長サノ線分ヲ夫々

$$AB+CD, \qquad AB-CD$$

デ表ハス。ココニ差ノ場合ニハ線分ABハ線分CDヨリモ長イトスル。

[注意5] 例ヘバ,線分ABノm倍ノ長サノ線分ヲmABデ表ハス。

例 2. 次ノ圖ニ於イテ二ツノ線分AB, CDヲ實測シテコレ等ガ相等シイコトヲ驗セ。又コノトキ二ツノ線分AC, BDガ相等シイコトヲ確メヨ。

解 AB=CDノ兩邊ニBCヲ加ヘルト

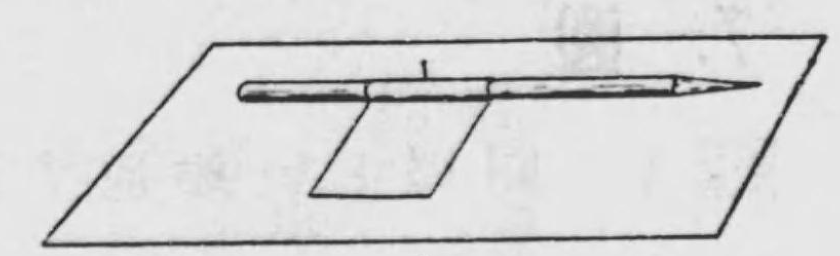
$$AB+BC=CD+BC$$

コノ式ノ左邊ハACデ右邊ハBDデアル。故ニAC=BDデアル。

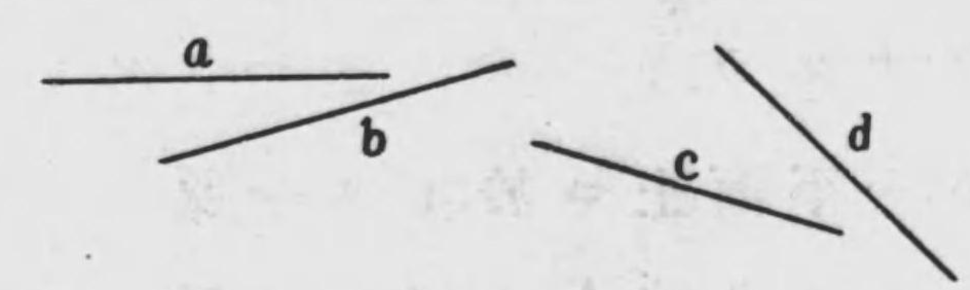
問題三

1. コノ教科書ノ縱横ノ長サハ夫々何糎カ。又約何頁デ5mmノ厚サトナルカ。

2. 各自持ッテキル鉛筆ノ長サヲ測レ(單位cm)。又丸イ鉛筆ノ周圍ヲ測レ(單位mm)。

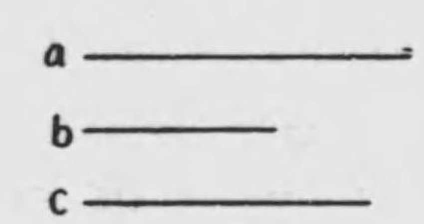


3. 次ノ四ツノ線分ノ大小ヲ定メヨ。



4 目測デ5cm, 7.5cm, 12cmノ線分ヲ畫キ,後ソレ等ヲ實測セヨ。

5. 次ノヤウナ三ツノ線分a, b, cガアル。コレヲ用ヒテ次ノ式デ表ハサレル線分ヲ畫ケ。



① $a+2b$ ② $a+b-2c$

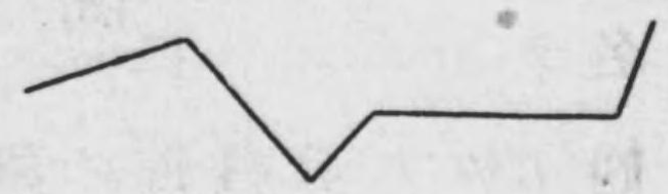
③ $3a-2b+c$

④ $2(a-b)+2c$

6. 二ツ以上ノ線分ノ端ヲ順次ニ結ビ付ケテ得

ル線ヲ折線トイフ。

右ノ圖ノ折線ヲ引キ延バシタ線分ダケノ長サノ線分ヲ畫ケ。



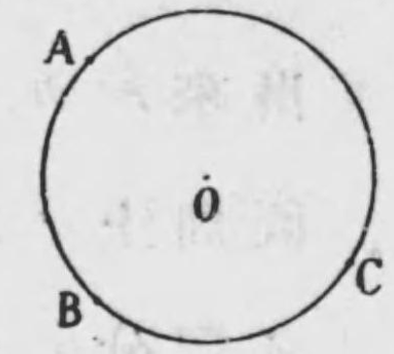
7. 圓

圖 1. 圓周トハ如何ナル曲線カ。

圖 2. 紙面上ニ一點Oヲトリソレヨリ1.5cmノ距離ニアル點ヲ出來ルダケ多クトレ。ソレ等ノ點ハドンナ形ヲナスカ。

圓周トハ,一平面上ニ於イテ一ツノ定點ト一ツノ曲線上ノ何レノ點トノ距離ヲ考ヘテモコレ等ガスベテ相等シイヤウナ曲線デアルトイヘル。圓周デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**圓**トイフ。又上ノ定點ヲソノ圓ノ**中心**トイヒ,中心ト圓周上ノ一點トヲ結ブ線分ヲソノ**半徑**トイフ。又中心ヲ通ツテ兩端ガ圓周上ニアル線分ヲソノ**直徑**トイフ。

圓ヲ示スニハ圓周上ノ三點ノ名カ,又ハ中心ノ名ヲ用ヒル。例ヘバ,右ノ圖ノ圓ハ圓ABC又ハ圓Oト呼バレル。



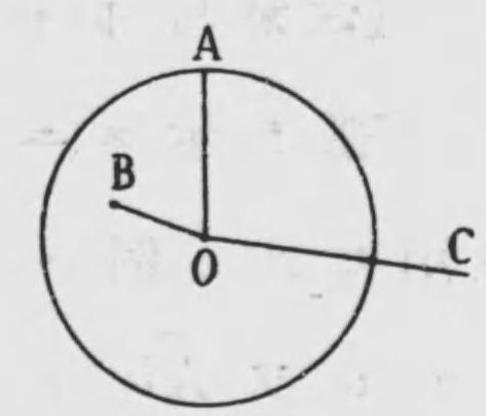
圓ニ關スル重要ナ性質ハ次ノ通リデアル。

[1] 同ジ圓ノ半徑ハ皆相等シイ。

[2] 直徑ハ半徑ノ2倍デアル。從ツテ同ジ圓ノ直徑ハ皆相等シイ。

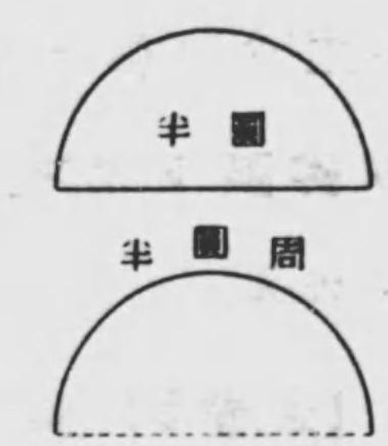
[3] 圓内ノ點ト中心トノ距離ハ半徑ヨリモ小サイ。

[4] 圓外ノ點ト中心トノ距離ハ半徑ヨリモ大キイ。



[5] 直徑ハ圓及ビ圓周ヲ二等分スル。

直徑デ分ケラレタ圓又ハ圓周ノ二部分ノ各ヲ夫々**半圓**又ハ**半圓周**トイフ。

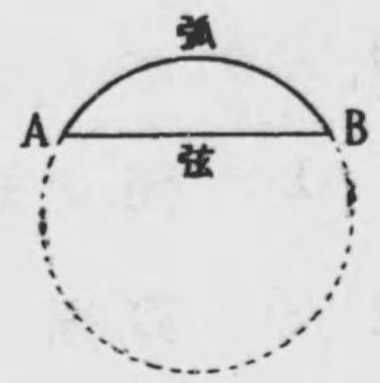


【注意1】 圓周ハ一定點カラノ距離ガ一定デアル點ガ動イタ跡デアルト考ヘラレル。

【注意2】 圓周ノコトヲ單ニ圓トイフコトモアル。

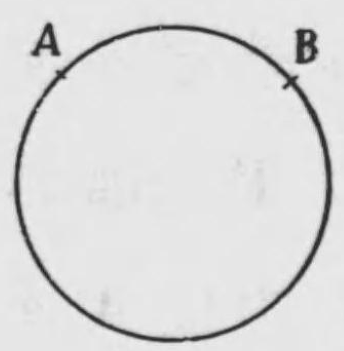
問3. 半徑ガ2cmデアル圓周ヲ畫キ,ソノ圓周ヲ2cmノ距離デ順次ニ截ツテ行ケバ幾ツノ分點ガ出來ルカ。又コノ分點ヲ順次ニ結ビ付ケヨ。

圓周上ノ二點ハ常ニ圓周ヲ二ツノ部分ニ分ケル。



圓周ノ一部分ヲ**圓弧**又ハ單ニ**弧**トイフ。又弧ノ兩端ヲ結ブ線分ヲ**弦**トイフ。

[注意3] 直徑ハ中心ヲ通ル弦デアル。



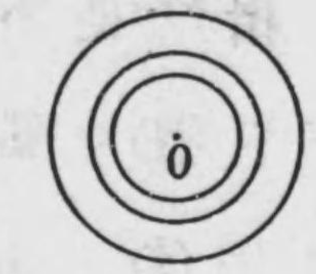
弧ヲ示スニハソノ兩端ノ名ヲ用ヒル。例ヘバ,弧ABト呼ブ。又コレヲ $\overset{\frown}{AB}$ トモ書ク。

[注意4] 圓周上ノ直徑ノ兩端デナイ二點ハコレヲ大小二ツノ弧ニ分ケル。大ナル方ヲ**優弧**トイヒ,小ナル方ヲ**劣弧**トイフ。シカシ弧トイヘバ單ニ劣弧ヲ指スモノトスル。

[注意5] 弧トソノ兩端ヲ結ブ弦トハ互ニ一方ハ他方ニ對スルトイフ。

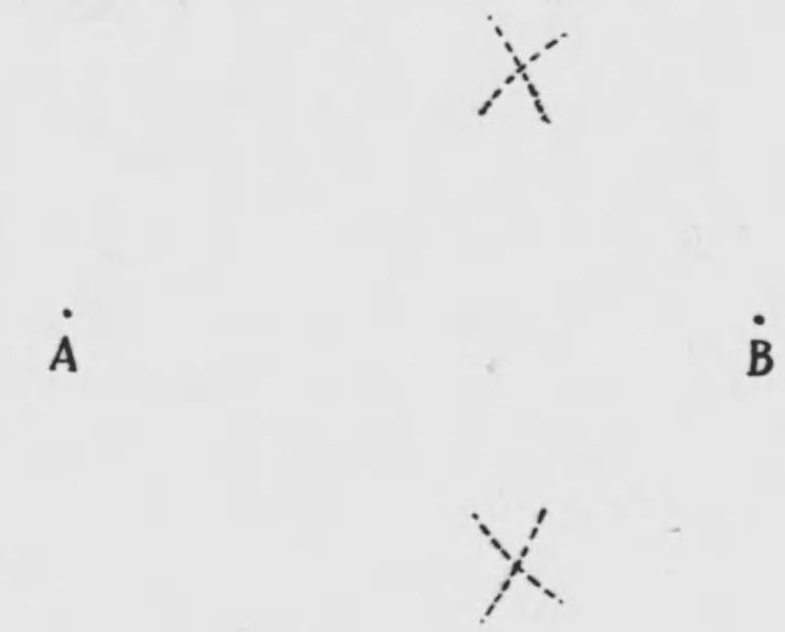
問4. 半徑ガ夫々 1cm, 1.5cm, 2cm, 2.5cm デアル圓周ヲ同ジ點ヲ中心トシテ畫ケ。

中心ガ同ジデアル二ツ以上ノ圓ヲ**同心圓**トイフ。

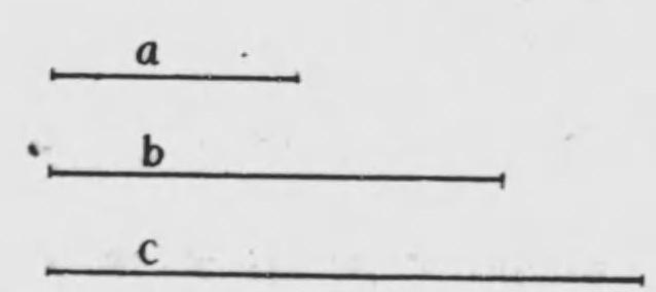


問題四

1. 3cmノ線分ヲ畫キ,ソノ兩端ヲ中心トシテ夫々2cmノ半徑ヲ持ツ圓周ヲ畫ケ。
2. 距離ガ4cmデアル二點A, BヲトリAカラ3cmデBカラ2cmデアル點ヲ求メヨ。幾ツ求メラレルカ。



3. 二ツノ圓又ハ半圓ハ如何ナル場合ニ全ク重ネ合セルコトガ出來ルカ。
4. 同心圓ヲ應用シタ圖案又ハ設計等ノ例ヲ擧ゲヨ。
5. 二定點カラノ距離ガ相等シイ點ハドウスレバ求メラレルカ。
6. a, b, cヲ右ノ圖ノヤウナ線分トシタトキ,物



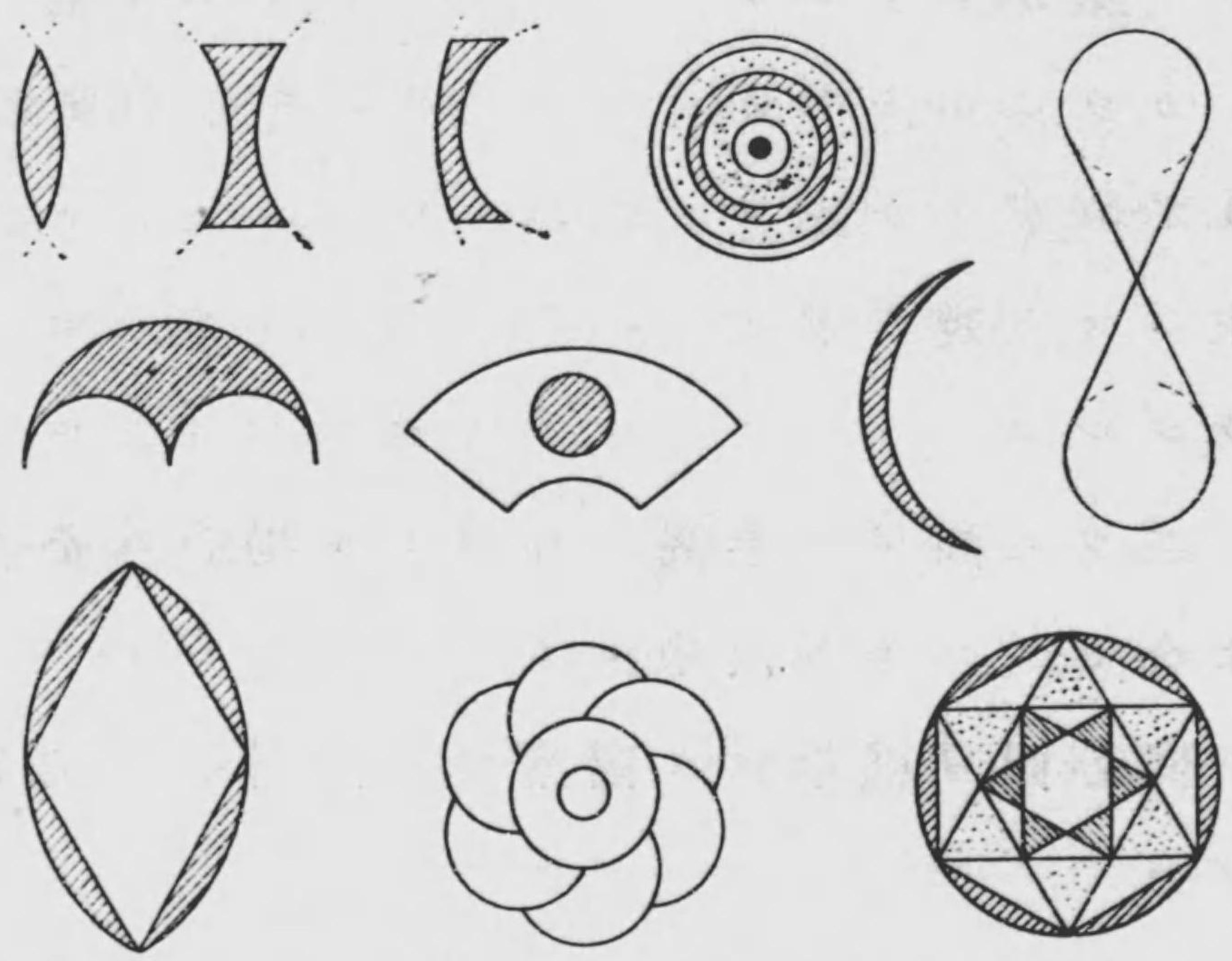
指ヲ使ハズニ次ノ式ヲ滿足サセル線分ヲ畫ケ。

① $x+a=b$　　② $2x+a=x+c$

③ $3x+b-a=2x+c$

7. 圓周上ノ三點ハコレヲ幾ツノ弧ニ分ケルカ。

8. 次ノ各圖形ヲ畫ク方法ヲ推察シ,コレ等ノ圖形ヲ適當ノ大イサニ畫ケ。又コレニ類スル圖形ヲ各自工夫シテ畫ケ。

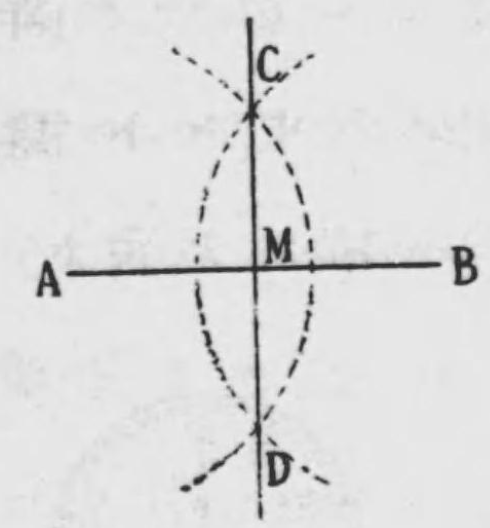


9. 線分上ニアッテソノ線分ヲ相等シイ二ツノ部分ニ分ケル點ヲソノ線分ノ中點トイフ。

紙上ニ畫カレタ線分ノ兩端ヲ重ネルヤウニソノ紙ヲ折重ネテ與ヘラレタ線分ノ中點ヲ求メヨ。

[注意] 線分ノ中點ハ唯一ツダケデアル。

10. 線分 AB ノ兩端ヲ夫々中心トシテ等シイ半徑ヲ持チ相交ハル二ツノ圓弧ヲ畫キ,ソノ交點ヲ夫々 C, D トシ, CD ヲ通ル直線ヲ畫キ AB トノ交點ヲ M トスルト, AB ハ M ニヨッテ二等分セラレルカドウカヲ上ノ圖ニツイテ驗セ。



11. 上ノ問題デ A, B ヲ中心トシテ畫ク圓弧ノ半徑ヲ異ナラセルトドウカ。又 A, B ヲ中心トシテ畫イタ圓弧ガ相交ハラナイ場合ハドウカ。

12. 4.5 cm ノ線分ヲ物指ヲ使ッテ畫キ,次ニ定木トこんぱすダケデソノ中點ヲ求メヨ。

13. 5 cm ノ線分ヲ畫キ,ソレヲ四等分セヨ。

第三章

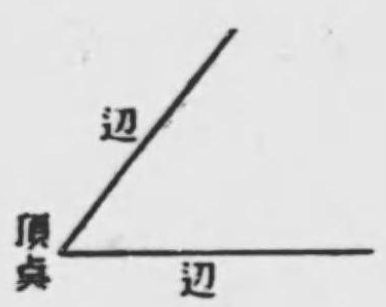
角

8. 角

問 1. 種々ノ物體ノ中デ角ヲナシテヰルトコロヲイヘ。又一番多ク見受ケル角ハドンナ角カ。

問 2. 時計ノ短針ハ1時間ニハ全廻轉ノ幾分ノ幾ツヲ廻轉スルカ。又20分間,30分間,45分間ニハ夫々全廻轉ノ幾分ノ幾ツヲ廻轉スルカ。

一點カラ引イタ二ツノ半直線カラ成ル圖形デコレ等ノ開キヲ示スモノヲ**角**トイフ。ソシテソノ點ヲ**角ノ頂點**,二ツノ半直線ヲ何レモ**角ノ邊**トイフ。

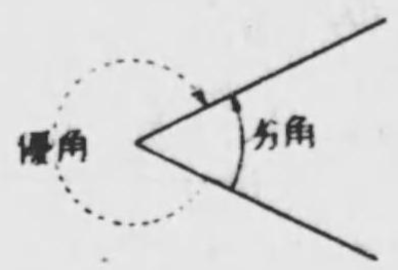


角ハソノ一邊ヲ固定シテ他ノ邊ヲコノ固定シタ邊ノ位置カラ頂點ノ廻リニソノ位置マデ廻轉シテ得タモノト考ヘラレル。ソレ故ニ

角ノ大イサハ邊ノ廻轉ノ分量デ測ラレル。

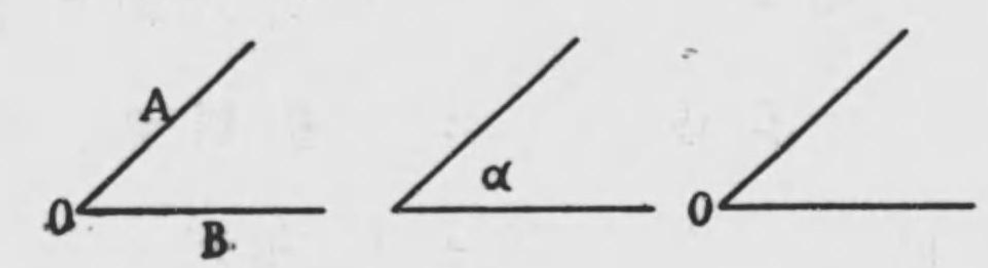
邊ガドンナ長サノ線分デアツテモ,コレハ角ノ大イサニハ關係シナイ。

邊ヲ廻轉スルニハ二ツノ方向ガアル。一ツハ時計ノ針ト同ジデ他ハコレト反對デアル。ソレ故ニ一點カラ引イタ二ツノ半直線ニハ二ツノ開キガアル。從ツテ二ツノ角ヲ得ル。コレヲ**共軛角**トイヒ,又コノ二角ハ**互ニ共軛デアル**トイフ。コノ中大キイ方ヲ**優角**トイヒ,小サイ方ヲ**劣角**トイフ。



[注意1] 單ニ角トイフトキハ劣角ヲ指スモノトスル。

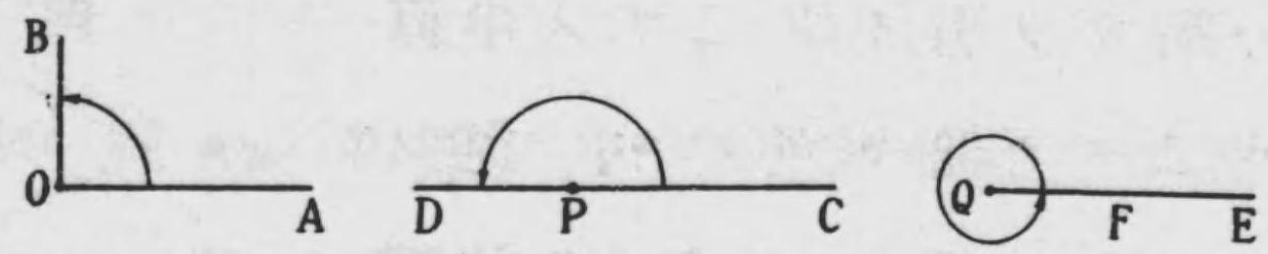
角ヲ示スニハ次ノ圖ノヤウニ符號ヲ附ケテ角AOB等又ハ角α等ト呼ブ。特ニ紛レルコトノナイトキハ略シテ角O等トモ呼ブ。而シテコレ等ノ角ハ$\angle AOB$, $\angle\alpha$又ハ$\angle O$ト書キ表ハス。



[注意2] 角ノ大イサノコトヲ單ニ角トイフコトモアル。

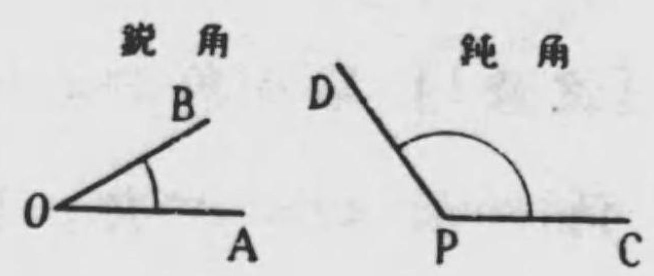
大イサガ全廻轉ノ四分ノ一デアル角ヲ**直角**又全廻轉ノ半分デアル角ヲ**平角**トイフ。特ニ全廻轉ノ角ヲ**周角**トモイフ。從ツテ

平角ハ直角ノ２倍デ,周角ハ直角ノ４倍デアル。



〔注意3〕 平角ノ二邊ハ頂點ノ兩側ニアツテ一直線ヲナス,又周圍ノ二邊ハ重ナツテ唯一ツノ半直線ヲナス。

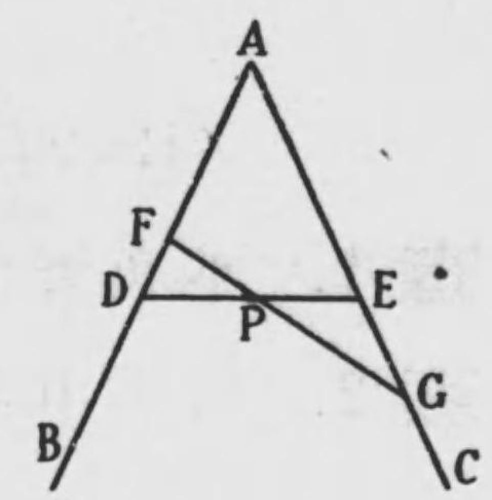
直角ヨリモ小サイ角ヲ**鋭角**トイヒ,直角ヨリモ大キクテ**平角**ヨリモ小サイ角ヲ**鈍角**トイフ。



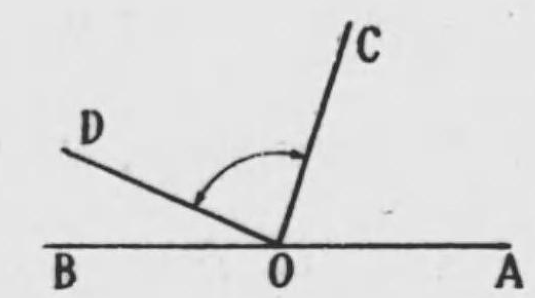
問題五

1. 二直線ガ相交ハルトキ幾ツノ角ガ出來ルカ。
2. 紙ヲ二ツニ折リ,更ニソノ折目ヲ重ネテ二ツニ折レバ隅ニ出來ル角ハ直角デアル。何故カ。又コレヲ利用シテ三角定木ノ直角ガ正シイカ否カヲ驗セ。

3. 二直線ガ角ヲナサナイ場合ガアルカ。
4. 次ノ圖ニアル總テノ角ニ就イテ鋭角ト鈍角トヲ區別シ,符號ヲ用ヒテコレ等ヲ示セ。



5. 時計ノ兩針ガナス角ノ中デ鋭角,直角,鈍角,平角ノ時刻ヲ夫々一ツヅツ示セ。
6. 直線 AB 上ノ一點 O カラ同ジ側ニ互ニ直角ヲナス半直線 OC, OD ヲ引クトキ ∠AOC ト ∠DOB トノ和ハ直角デアル。何故カ。



7. 次ノ大イサノ角ハ常ニ鋭角カ。

　① 鋭角ノ半分　　② 鋭角ノ２倍

9. 角ノ測定

角ノ大イサヲ表ハスニハ直角ヲ單位トスル。直角ヲ示スニハ ∠R 又ハ R∟ ヲ用ヒ,直角ノ m 倍ノ大イサノ角ヲ m∠R 又ハ mR∟ デ表ハス。

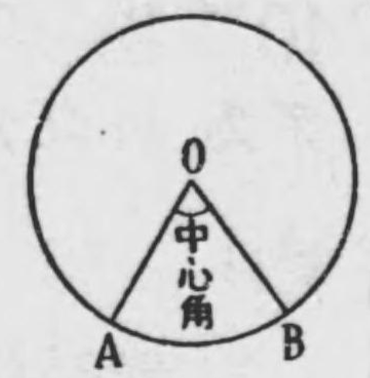
角ノ單位トシテハ直角ノ他ニ度(°),分(′),秒(″)

ヲ用ヒル。コレ等ノ相互ノ關係ハ次ノ通リデアル。

$$\angle R=90°,\quad 1°=60',\quad 1'=60''$$

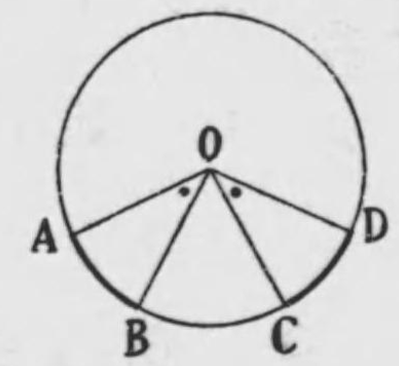
問 1. 平角及ビ周角ハ夫々何度カ。

問 2. 圓ノ中心カラ出タ二ツノ半直線ノナス角ヲソノ圓ノ**中心角**トイフ。中心角ハ又ソノ角內ニアル**弧ノ上ニ立ツ**トイフ。例ヘバ,右圖ニ於イテ中心角 AOB ハ弧 AB 上ニ立ツ中心角デアル。半圓周又ハ全圓周ノ四分ノ一ノ弧ノ上ニ立ツ中心角ノ大イサハ夫々幾度カ。

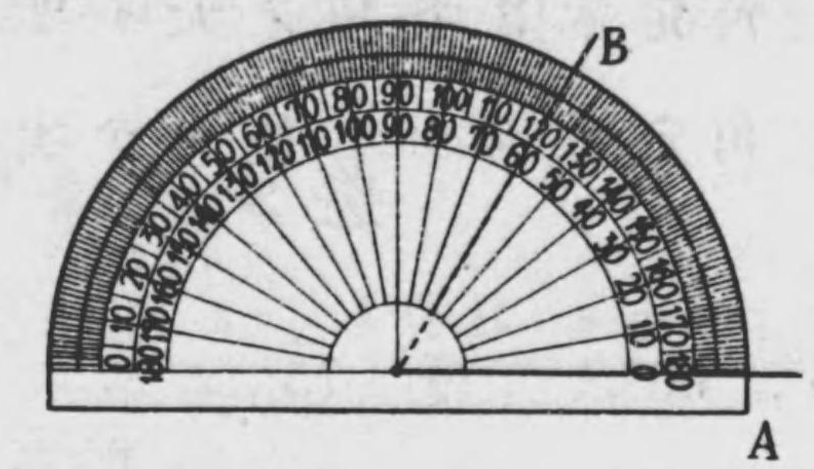


角ノ大イサヲ測リ或ハ與ヘラレタ大イサノ角ヲ畫クニハ分度器ヲ用ヒル。

分度器ハ一ツノ圓ニ於イテ弧ノ長サガ相等シイト,ソノ弧ノ上ニ立ツ中心角モ亦相等シイトイフ理ニヨツタモノデ半圓形ノ透明ナ薄板ニ度盛シタモノデアル。

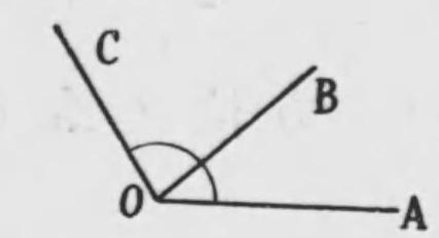


問 3. 分度器ヲ用ヒテ角ノ大イサヲ測ルニハ圖ノヤウニスルトヨイ。$\angle AOB$ ハ何度カ。



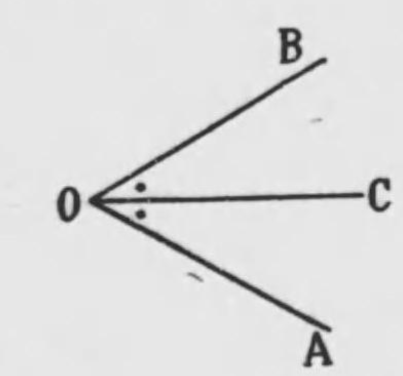
10. 接角・角ノ二等分線

頂點ト一邊トガ共通デソノ兩側ニアル二ツノ角ヲ**接角**又ハ**隣接角**トイフ。



例ヘバ,右ノ圖ニ於イテ $\angle AOB$ ト $\angle BOC$ トハ互ニ接角デアル。

角ノ頂點ヲ通リ相等シイ接角ニ分ケル半直線ヲソノ**角ノ二等分線**トイフ。



角ノ二等分線ハ唯一ツダケデアル。

問題六

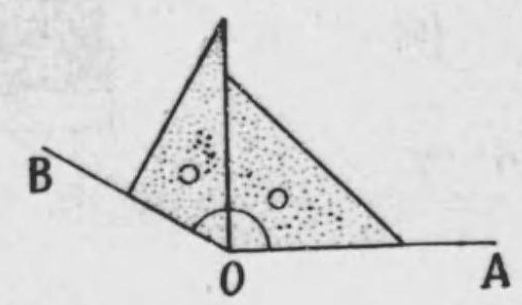
1. 次ノ角ハ何度カ。

　① $3\angle R$　② $\frac{3}{5}\angle R$　③ $1\frac{2}{3}\angle R$

2. 時計ノ長針ハ 1 分間ニ何度廻轉スルカ。

3. 一組ノ三角定木ノ各角ノ大イサヲ測レ。

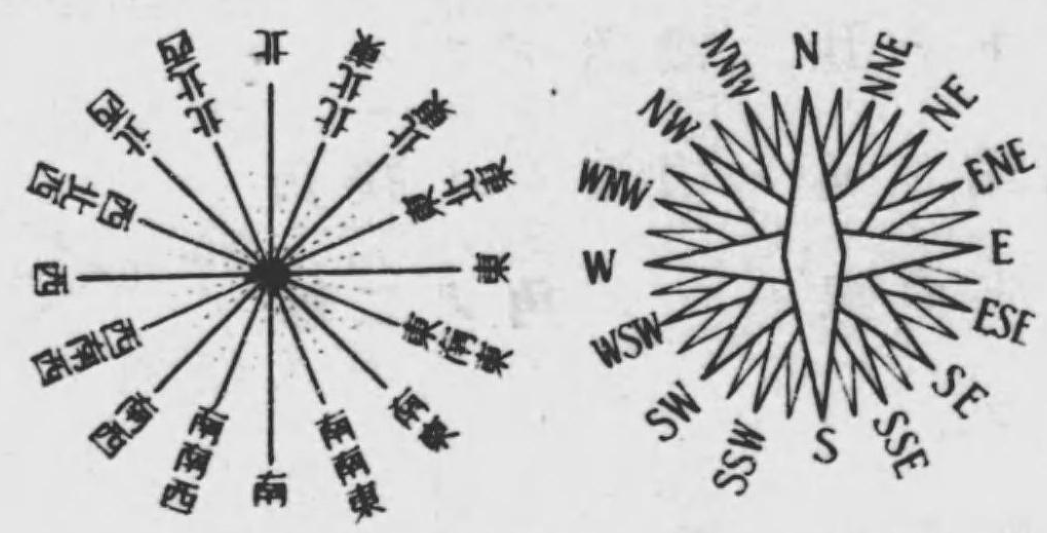
4. 一組ノ三角定木ダケヲ使ツテ次ノ各角ヲ畫ケ。



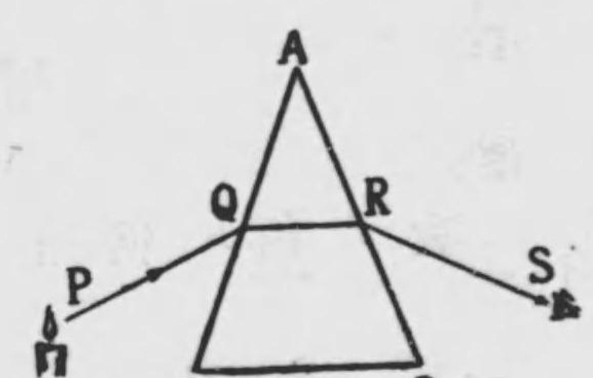
① 30°, 45°, 60°　② 75°, 105°, 120°　③ 15°, 135° 150°

5. 分度器ヲ用ヒテ 40°, 100°, 150° ノ角ヲ畫キ,且ソノ二等分線ヲ引ケ。

6. 方位ノ名稱ハ次ノ圖ノヤウニ呼ブ。



北東ト南南東トノ間及ビ北西ト西南西トノ間ハ各幾度カ。又北カラ東へ 135° ノ方位ノ名稱ヲイヘ。



7. 右ノ圖ニ於イテ,次ノ角ノ大イサヲ測レ。

① ∠PQB　② ∠CRS

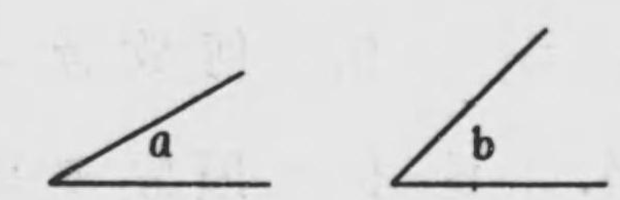
11. 角ノ和及ビ差

例ヘバ, ∠AOB ト ∠A′O′B′ トノ和,差ニ等シイ大イサノ角ヲ夫々

$$\angle AOB+\angle A'O'B, \qquad \angle AOB-\angle A'O'B'$$

デ表ハス。但シ差ノ場合ニハ ∠AOB ハ ∠A′O′B′ ヨリモ大キイトスル。又直角ノ m 倍ノ大イサノ角ヲ $m\angle R$ デ表ハスヤウニ,例ヘバ, ∠AOB ノ m 倍ノ大イサノ角ヲ $m\angle AOB$ デ表ハス。

問 a, b ヲ右ノ圖ノヤウナ大イサノ角トシタトキ次ノ式ヲ滿足サセル角 x ヲ畫ケ。



① $x+a=b$　② $x+a=2x-b$

12. 餘角・補角

問 1. 二ツノ角ノ和ガ 90° ナルモノヲ三組イヘ。

問 2. 二ツノ角ノ和ガ 180° ニナルモノヲ三組イヘ。

二ツノ角ノ和ガ直角デアルトキハ,一方ヲ他ノ**餘角**トイヒ,コノ二ツノ角ハ**互ニ餘角ヲナス**トイフ。

又二ツノ角ノ和ガ二直角ナルトキハ,一方ヲ他ノ補角トイヒ,コノ二ツノ角ハ**互ニ補角ヲナス**トイフ。

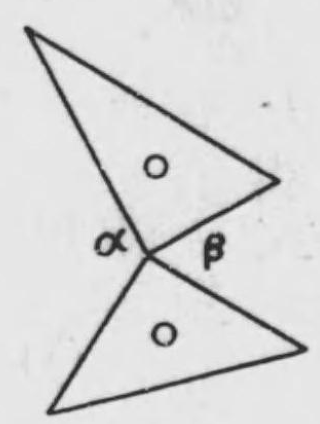
問題七

1. 次ノ各角ノ餘角ヲイヘ。又補角ヲイヘ。
　① 45°, 72°, 80°　　② 12°, 36°, 50°

2. 「∠Aト∠Bトガ互ニ餘角ヲナス」又「∠Cト∠Dトガ互ニ補角ヲナス」トイフ事實ヲ式デ示セ。

3. 二ツノ相等シイ角ノ餘角又ハ補角ハ夫々相等シイ。何故カ。

4. 定木ノ頂點ヲ圖ノヤウニ置クトキ,∠αト∠βトハ互ニ補角ヲナス。何故カ。

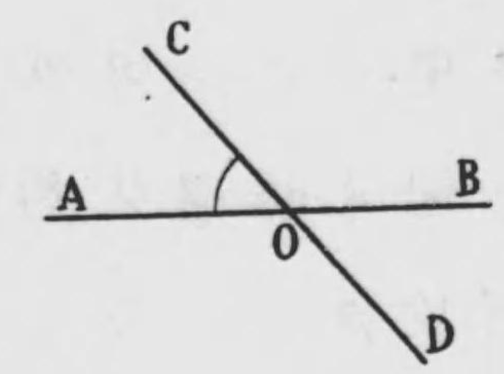


5. 或角ノ補角ト餘角トノ差ハ直角デアル。何故カ。

6. 互ニ餘角ヲナス二ツノ角ガアル。大キイ角ノ2倍ハ小サイ角ノ3倍ニ等シイ。コノ二角ヲ求メヨ。

13. 對頂角

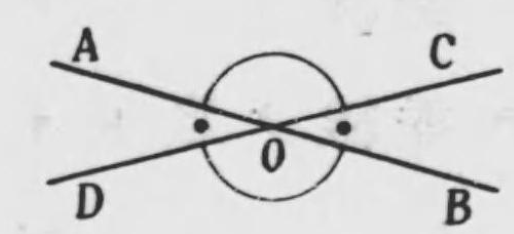
問 1. 右ノ圖デ ∠AOB=50° ナラバ他ノ三ツノ角ノ大イサハ幾ラカ。



二ツノ直線ガ相交ハッテナス四ツノ角ノ中デ隣リ合ッテヰナイ二ツノ角ヲ互ニ**對頂角**トイフ。

二ツノ直線ガ相交ハルトキハ常ニ對頂角ガ二組出來ル。

例ヘバ,次ノ圖ニ於イテ ∠AOC ト ∠BOD 及ビ ∠AOD ト ∠BOC ハ何レモ互ニ對頂角デアル。



對頂角ハ相等シイ。

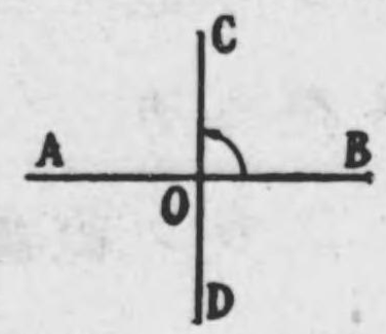
問 2. 上ノ圖ニ於イテ對頂角ヲナス二組ノ角ハ夫々相等シイコトヲ實測ニヨッテ確メヨ。

問 3. 對頂角ヲナスモノノ實例ヲ擧ゲヨ。

問 4. 相交ハル二ツノ直線ヲ引キ,ソノ一組ノ對頂角ノ大イサヲ60°トセヨ。

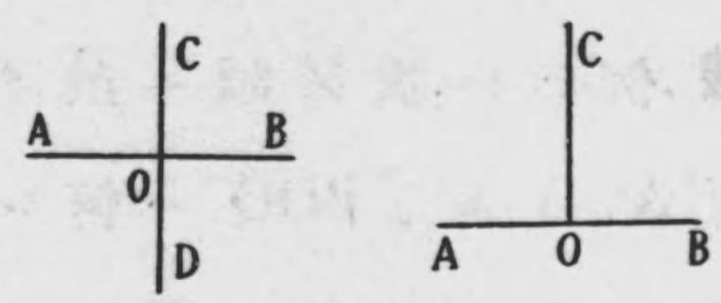
14. 無線・斜線

問 1. 二ツノ直線ガ相交ハツテナス四ツノ角ノ中,ソノ一ツガ直角デアルトキハ他ノ三ツノ角モ亦直角デアル。何故カ。



二ツノ直線ガ相交ハツテナス角ガ直角デアルトキハ,コノ二ツノ直線ハ**直交スル**又ハ互ニ**垂直**デアルトイフ。

二ツノ直線ガ直交スルトキハソノ一ツヲ他ノ**垂線**トイヒ,ソノ交點ヲ**垂線ノ足**トイフ。



例ヘバ,上ノ圖デ直線 AB ト CD トハ互ニ直交シテキル。又 CO ヲ AB ノ垂線トスレバ O ハソノ足デアル。

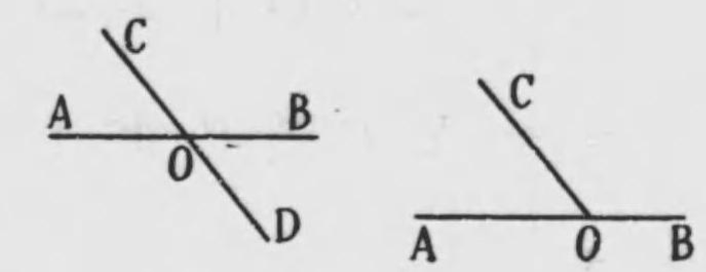
〔注意1〕 二ツノ直線例ヘバ,AB ト CD トガ互ニ垂直デアルコトヲ $AB \perp CD$ ト書キ表ハスコトガアル。

〔注意2〕 垂線ヲ引クニハ三角定木ヲ用ヒルト便利デアル。

問 2. 三角定木ヲ用ヒテ直線上ノ一點ヲ通リソノ直線ノ垂線ヲ引ケ. 又ソノ直線外ノ一點カラソノ直線ヘ垂線ヲ引ケ。

直線外ノ一點トソレカラソノ直線ニ引イタ垂線ノ足トノ距離ヲソノ**點ト直線トノ距離**トイフ。

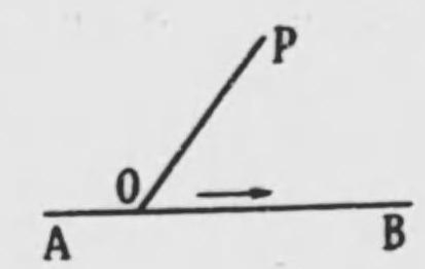
二ツノ直線ガ相交ハツテ直交シナイトキハコノ二ツノ直線ハ**斜交スル**トイフ。



二ツノ直線ガ斜交スルトキハ,ソノ一ツヲ他ノ**斜線**トイヒ,ソノ交點ヲ**斜線ノ足**トイフ。

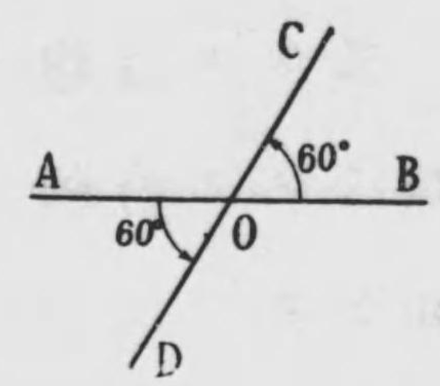
例ヘバ,上ノ圖デ直線 AB ト CD トハ互ニ斜交シテキル。又 CO ヲ AB ノ斜線トスレバ O ハソノ足デアル。

問 3. 右ノ圖ノヤウニ一直線 AB トコノ直線外ニ一點 P トガアル。今 AB 上ヲ點 O ガ動クトキ二點 O, P ノ距離ガ最モ短クナルノハ O ガ如何ナル位置ノトキカ。

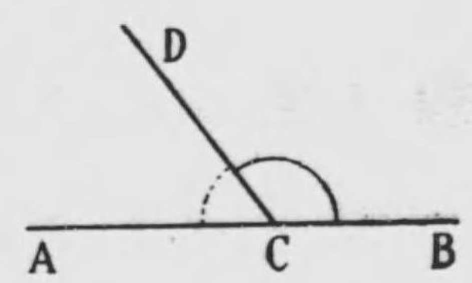


問題八

1. 圖ノヤウニ直線AB上ノ一點Oカラソノ兩側ニ半直線OC, ODヲ引キ, ∠BOC=60°, ∠AOD=60° トスルトOCトODトハ一直線トナル。カヤウナ圖ヲ書イテコレヲ確メヨ。

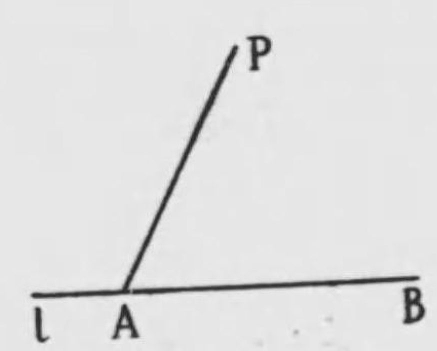


2. 直線上ノ一點カラコレニ斜交スル半直線ヲ引イタトキ出來ル接角ノ中,一ツハ鈍角デ他ハ鋭角デアル。何故カ。



3. 直線ABト一點Pトノ距離ガ3cmデアルトキPヲ中心トシテ5cmノ半徑デ書イタ圓弧ガABト交ハル點ヲ夫々C, DトスレバCDノ長サハ幾ラカ實測セヨ。

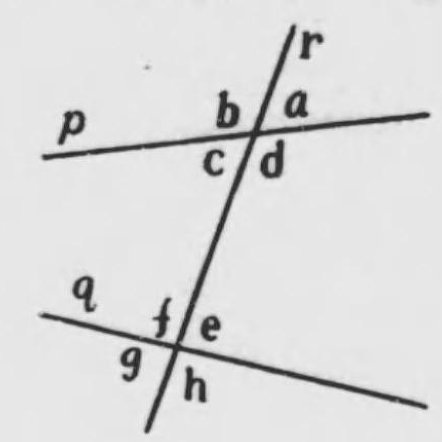
4. 直線 l 外ノ一點Pカラコノ直線ヘ引イタ斜線ノ足ヲAトシタトキ, l 上ニ一點Bヲ求メテ PA=PB ナルヤウニスルニ



ハドウスレバヨイカ。又直線外ノ一點カラコノ直線ニ相等シイ斜線ハ幾ツ引キ得ルカ。

15. 平行線

右ノ圖ノ如ク二ツノ直線 p, q ガ他ノ一ツノ直線 r ト交ハツテ出來ル八ツノ角ニ於テ



$\angle a$ ト $\angle e$, $\angle d$ ト $\angle h$

$\angle b$ ト $\angle f$, $\angle c$ ト $\angle g$

トヲ何レモ**同位角**トイフ。又

$\angle c$ ト $\angle e$, $\angle d$ ト $\angle f$

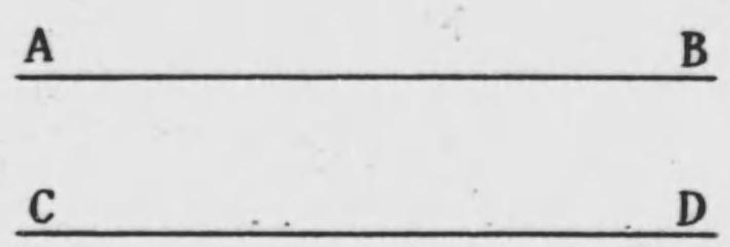
トヲ何レモ**錯角**トイフ。ナホ又 $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$, $\angle f$ ヲ**內角**, $\angle a$, $\angle b$, $\angle g$, $\angle h$ ヲ**外角**, $\angle c$ ト $\angle f$, $\angle d$ ト $\angle e$ トヲ**同側內角**, $\angle a$ ト $\angle h$, $\angle b$ ト $\angle g$ トヲ**同側外角**トモイフ。

問 1. 一組ノ同位角又ハ一組ノ錯角ガ相等シイトキハ他ノ各組ノ同位角又ハ錯角ハ夫々相等シク各組ノ同側內角又ハ同側外角ハ夫々補角ヲナス。何故カ。又一組ノ同側內角又ハ同側外角ガ互ニ補角ヲナストキハ各組ノ錯角又ハ同位角

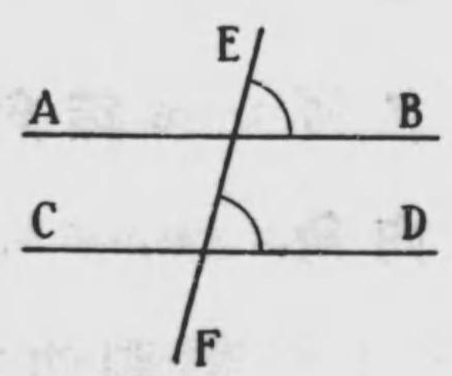
ハ夫々相等シイ。何故カ。

問 2. 同ジ平面上デ一ツノ直線ヲ畫イテソレニ垂線ヲ幾ツモ引ケ。コレ等ノ垂線ハ互ニ交ハルカ。

同ジ平面上ニアツテ相交ハラナイ二ツノ直線ハ**互ニ平行デアル**トイヒ,コノ二直線ヲ**平行線**トイフ。



問 3. 一ツノ直線ニ交ハル二ツノ直線ヲ引キ一組ノ同位角ヲ相等シクセヨ。コノ二直線ハ交ハルカ。



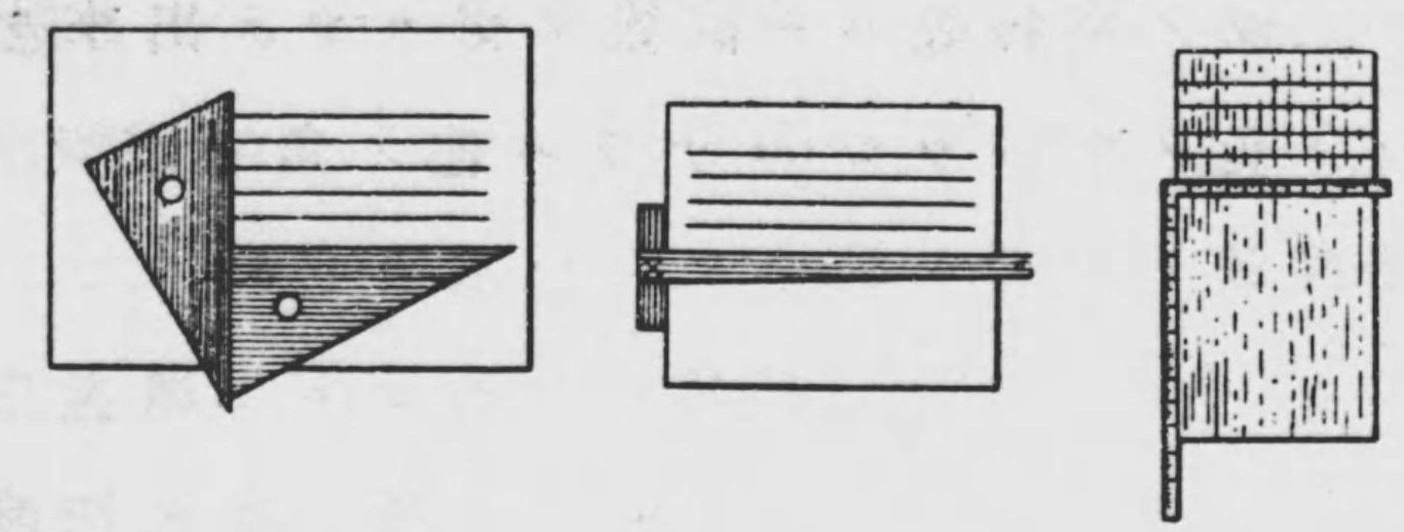
平行線ヲ畫クニハ一ツノ直線ヲ畫キ,コレトナス一組ノ錯角又ハ同位角ヲ相等シクスル二直線ヲ引ケバヨイ。

〔注意1〕 二直線 AB, CD ガ平行デアルコトヲ AB∥CD ト書キ表ハスコトガアル。

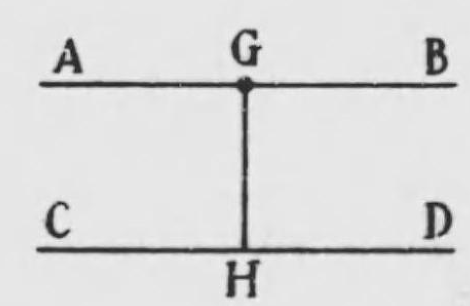
〔注意2〕 相交ハル二直線ヲ**相交線**トイフ。

問 4. 平行線狀ヲナスモノノ例ヲ三ツ擧ゲヨ。又平行線デナクシカモ相交ハラナイ二直線ノ例ヲ二ツ擧ゲヨ。

問 5. 次ノ圖ニヨツテ平行線ヲ畫ク方法ヲ考ヘテ,平行線ヲ畫ケ。



問 6. 二ツノ平行線ヲ畫キソノ一ツノ直線上ノ多クノ點ト他ノ直線トノ距離ヲ測ツテミヨ。コレ等ノ距離ハスベテ等シイカ。



平行ナ二直線ノ一ツノ直線上ノ點ト他ノ直線トノ距離ヲコノ**平行線ノ距離**トイフ。

平行ナ二直線ノ距離ハ一定デアル。

問 題 九

1. 一直線ヲ畫イテコレヨリ 2cm ノ距離ニアル

平行線ヲ畫ケ。

2. 直徑ガ $1m$ デアル車輪ガ一直線狀ヲナス軌道ノ上ヲ廻轉スルトキソノ心棒ハドンナ線ヲ畫クカ。

3. 二ツノ平行線ニ一直線ガ交ハッテ出來ル八ツノ角ノ中一ツガ60°ナラバ他ノ角ハ幾ラカ。

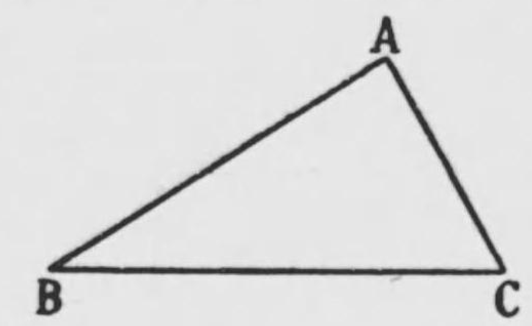
第四章

多角形及ビ面積

16. 三角形

問1. 二ツノ線分デ平面ノ一部分ヲ圍ムコトガ出來ルカ。三ツノ線分ナラバドウカ。

三ツノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**三角形**又ハ**三邊形**トイヒ,各ノ線分ヲ**三角形ノ邊**,二邊ノ交點ヲ**三角形ノ頂點**トイフ。



三角形ヲ示スニハ各頂點ニ文字ヲ書イテ,例ヘバ,三角形 ABC ノヤウニ呼ビ,コレヲ △ABC ト書キ表ハス。

三角形ノ二邊ノ夾ム角ヲ**內角**又ハ單ニ**角**トイヒ,コレニ對シテ一邊ト他ノ邊ノ延長トノナス角ヲ**外角**トイフ。又三角形ノ外角ノ接角デナイ內角ヲコノ外角ノ**內對角**トイフ。特ニ一邊ヲ底邊ト呼ブトキハ底邊ノ兩端ノ內角ヲ**底角**トイフ。

三角形ノ一ツノ邊ニ對スル角ヲソノ**對角**トイ

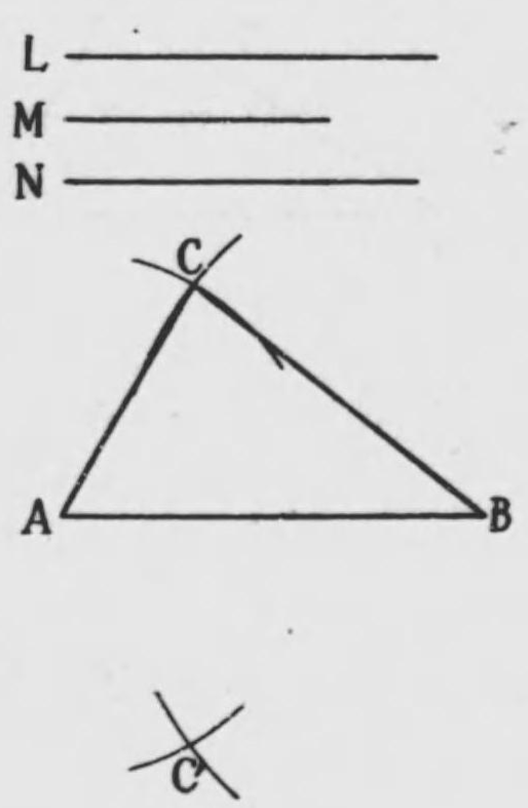
ヒ,一ツノ内角ニ對スル邊ヲソノ**對邊**トイフ。

例ヘバ, △ABC ニ於イテ ∠A ト BC, ∠C ト AB 等ハ何レモ相對スル角ト邊トデアル。

[注意] △ABC ニ於イテハ ∠A, ∠B, ∠C ノ對邊ヲ夫々 a, b, c デ表ハスコトガアル。

問 2. 三角形ニハ外角ガ幾ツアルカ。又三角形ノ一ツノ外角ノ内對角ハ幾ツアルカ。

三邊ノ長サガ夫々與ヘラレタ三ツノ線分L,M,Nニ等シイ三角形ヲ畫クニハ次ノヤウニスレバヨイ。



① L ニ等シイ線分 AB ヲ畫ク。

② A 及ビ B ヲ中心トシテ夫々 M 及ビ N ニ等シイ半徑ノ圓弧ヲ畫キ,ソノ交點ノ一ツヲ C トスル。

③ AC, BC ヲ結ブト △ABC ハ求メル三角形デアル。

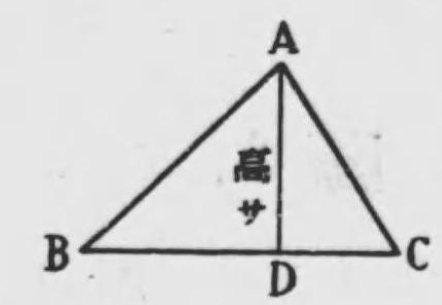
問 3. 三ツノ線分ガ與ヘラレタルトキ常ニ三角形ハ作リ得ラレルカ。

問 4. 三邊ガ夫々次ノ長サノ三角形ヲ畫ケ。

① 2cm, 3cm, 4cm ② 2.5cm, 3.2cm, 4.5cm

問 5. 三角形ヲ適當ナ大イサニ畫キ,一ツノ頂點カラソノ對邊ニ垂線ヲ畫ケ。

三角形ノ一ツノ頂點カラソノ對邊ニ下シタ垂線ノ長サヲソノ**三角形ノ高サ**トイフ。



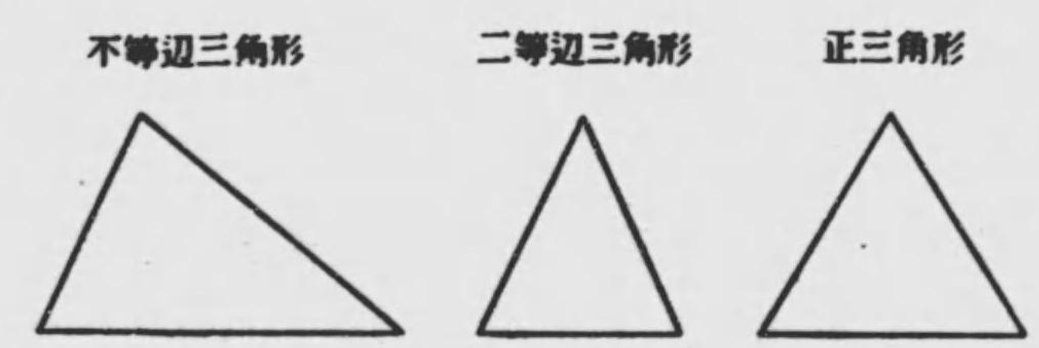
17. 三角形ノ性質

[1] **邊ノ長サ**

問 1. 二邊ノ相等シイ三角形及ビ三邊ガ皆相等シイ三角形ヲ適當ノ大イサニ畫ケ。

三邊ガ何レモ相等シクナイ三角形ヲ**不等邊三角形**トモイフ。

二邊ガ相等シイ三角形ヲ**二等邊三角形**トイヒ,三邊ガ皆相等シイ三角形ヲ**正三角形**トイフ。



二等邊三角形ノ相等シイ二邊ノ夾角ヲソノ頂

角トイヒ,ソノ頂點ヲソノ**頂點**トイフ。又ソノ頂點ノ對邊ヲソノ**底邊**,底邊ノ兩端ノ角ヲソノ**底角**トイヒ,頂點ト底邊トノ距離ヲソノ**高サ**トイフ。

[注意1] 單ニ三角形トイフトキハ不等邊三角形ヲ指スモノトスル。

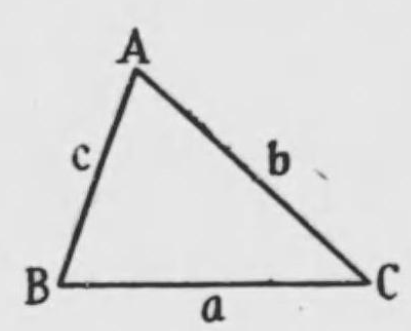
問 2. 二等邊三角形ノ形ヲシテヰルモノノ實例ヲ三ツ擧ゲヨ。

問 3. 三邊ガ夫々 3cm, 1cm, 5cm デアル三角形ハ畫キ得ルカ。試ミヨ。

問 4. 任意ノ三邊ヲ有スル三角形ヲ數箇畫イテソノ各ニ就イテ最モ長イ邊ト他ノ二邊ノ和トノ長サヲ比ベヨ。

三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリモ大デアル。

即チ,例ヘバ,△ABCノ三邊 a, b, c ノ長サノ關係ヲ示スト次ノ通リデアル。

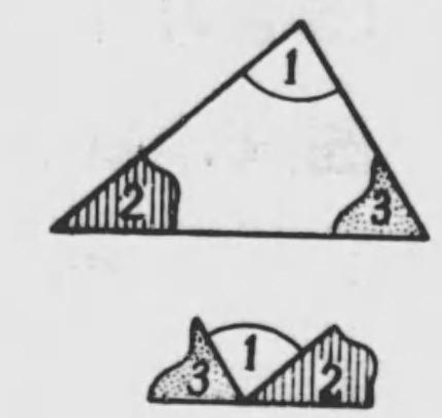


$$b+c>a,\qquad c+a>b,\qquad a+b>c$$

[注意2] 與ヘラレタ三ツノ線分デ三角形ガ畫カレルニハソノ三ツノ線分ノ中何レノ二ツノ和モ殘リノ一ツヨリハ大キイトイフ制限ガナケレバナラヌ。

[2] 內角ノ和

問 5. 任意ノ三角形ヲ紙片ニ畫イテ三ツノ內角ヲ分度器デ測ツテ,ソレ等ノ和ヲ求メヨ。又圖ノヤウニ三ツノ角ヲ切リ離シテ並ベテ見ヨ。三ツノ角ノ和ハ幾ラニナルカ。



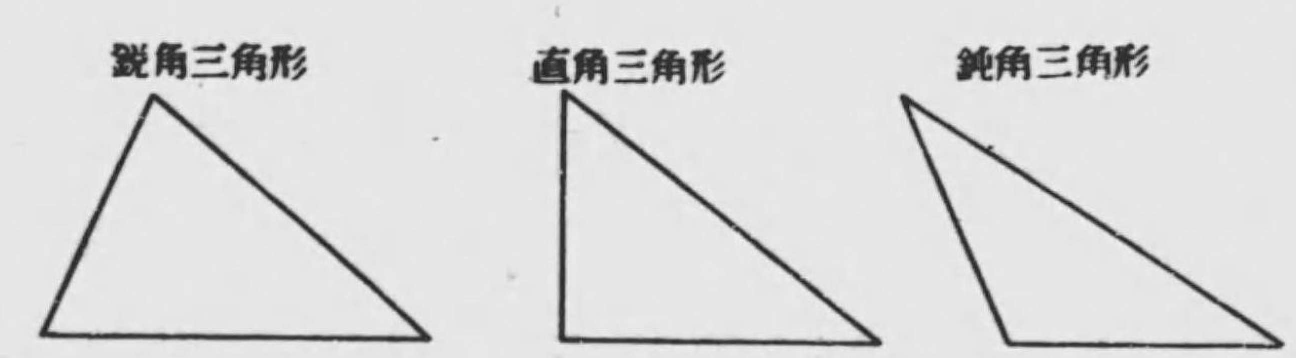
三角形ノ三ツノ角ノ和ハ二直角デアル。

ソレ故ニ三角形ハ一ツヨリ多クノ鈍角ヲ持チ得ナイ。又一ツヨリ多クノ直角モ有シ得ナイ。

問 6. 三角形ノ外角ハソノ內對角ノ和ニ等シイ。何故カ。

問 7. 二邊ガ 2cm ト 3cm デソノ夾角ガ 90° ナル三角形ヲ畫ケ。又二邊ガ 2cm ト 3cm トデアッテソノ夾角ガ 120° デアル三角形ヲ畫ケ。

三ツノ角ガ皆銳角デアル三角形ヲ**銳角三角形**トイヒ,一ツノ角ガ直角デアル三角形ヲ**直角三角**



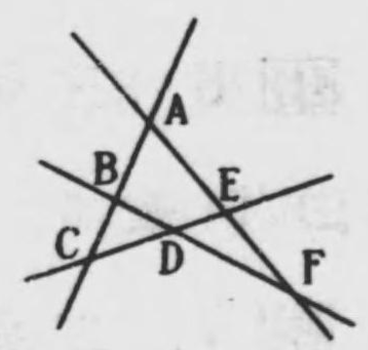
形トイフ。又一ツノ角ガ鈍角デアル三角形ヲ鈍角三角形トイフ。

〔注意3〕直角三角形ノ直角ノ對邊ヲ斜邊トイフ。

圖 8. 直角三角形ノ直角デナイ二ツノ角ガ相等シイトキハ各何度ヅツカ。

問　題　十

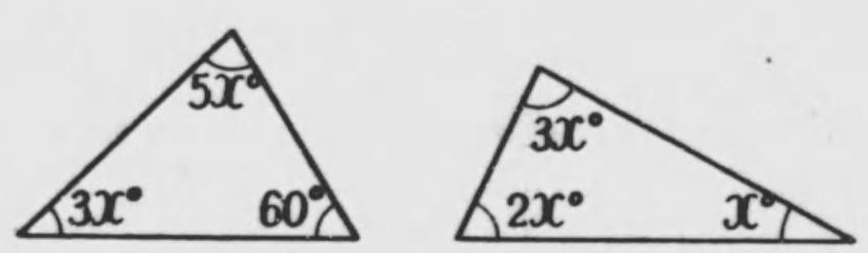
1. 次ノ圖ニハ三角形ガ幾ツアルカ。
2. 二ツノ角ガ夫々次ノ各組ノヤウナ三角形ガアル。之等ハ鋭角三角形,直角三角形,及ビ鈍角三角形ノ何レカヲ判定セヨ。



① 50°, 70°　② 105°, 30°

③ 40°, 50°　④ 20°, 30°

3. 次ノ圖ニ於イテxノ大イサヲ求メヨ。



4. 種々ノ二等邊三角形及ビ正三角形ヲ畫キ,ソ

レ等ノ各角ヲ測定シテ次ノ事實ヲ確メヨ。

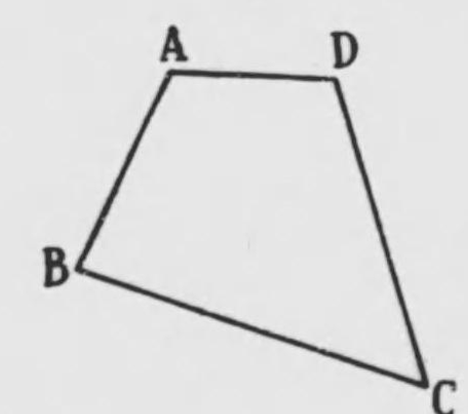
① 二等邊三角形ノ等邊ニ對スル二ツノ角ハ相等シイ。

② 正三角形ノ三ツノ角ハ何レモ 60° ヅツデアル。

5. 頂角ガ 22°30′ デアル二等邊三角形ノ底角ハ何度カ。

18. 四角形

四ツノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**四角形**又ハ**四邊形**トイヒ,各ノ線分ヲ**四角形ノ邊**,相隣ル二邊ノ交點ヲ**四角形ノ頂點**トイフ。



四角形ハ四ツノ邊ト四ツノ頂點トカラナル。

四角形ヲ示スニハ各頂點ニ文字ヲ書イテ,例ヘバ,四角形 ABCD ノヤウニ呼ブ。

四邊形ニハ次ノヤウナ種類ガアル。

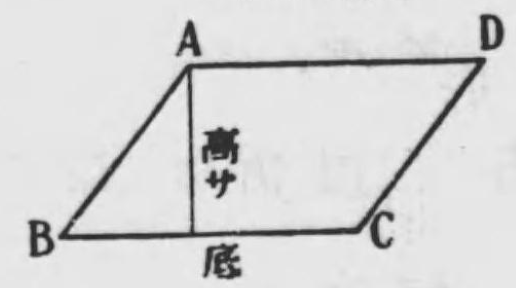
[1] **梯形**　一組ノ對邊ガ平行デアル四邊形ヲ**梯形**トイフ。

梯形ノ平行ナ二邊ヲ何レモ**底**トイヒ,ソノ間ノ距離ヲソノ**高サ**トイフ。又梯形ノ平行デナイ二邊ヲ共ニ**脚**トイフ。

梯形

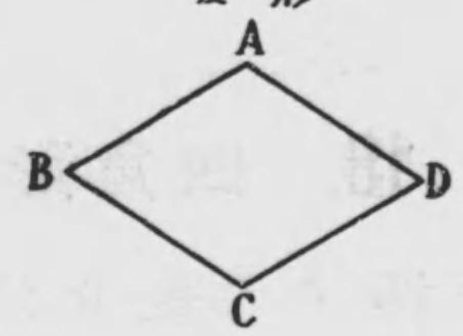
[2]　**平行四邊形**　二組ノ對邊ガ夫々平行デアル四邊形ヲ**平行四邊形**トイフ。

平行四邊形



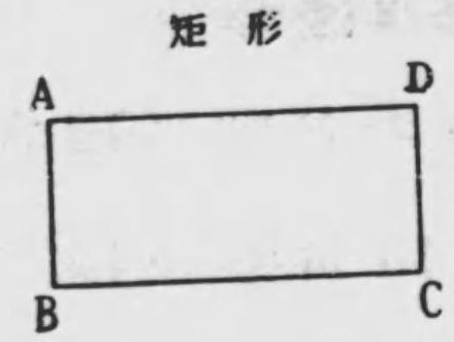
平行四邊形ノ一邊ヲ**底邊**ト呼ブトキハ底邊トソノ對邊トノ距離ヲ**高サ**トイフ。

菱形



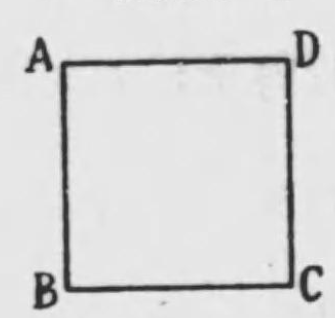
[3]　**菱形**　四ツノ邊ガ皆相等シイ四邊形ヲ**菱形**トイフ。

矩形



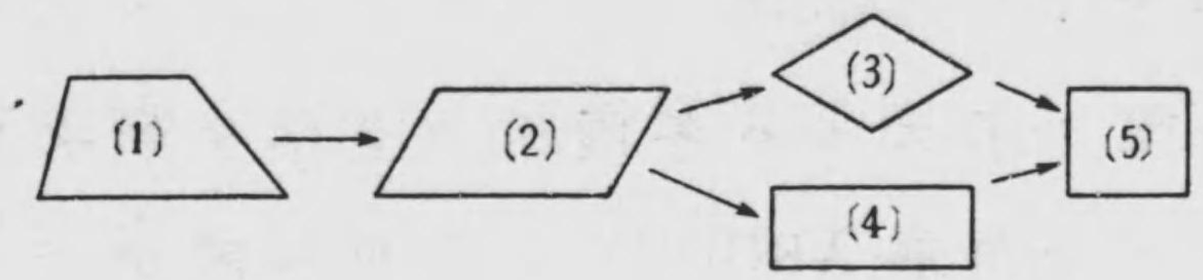
[4]　**矩形**　四ツノ角ガ皆直角デアル四邊形ヲ**矩形**トイフ。

正方形



[5]　**正方形**　四ツノ邊ガ皆相等シク,四ツノ角ガ皆直角デアル四邊形ヲ**正方形**トイフ。

【注意】　梯形ノ特別ナモノガ平行四邊形デ,平行四邊形ノ特別ナモノガ菱形ト矩形トデアル。ソシテ菱形又ハ矩形ノ特別ナモノガ正方形デアル。

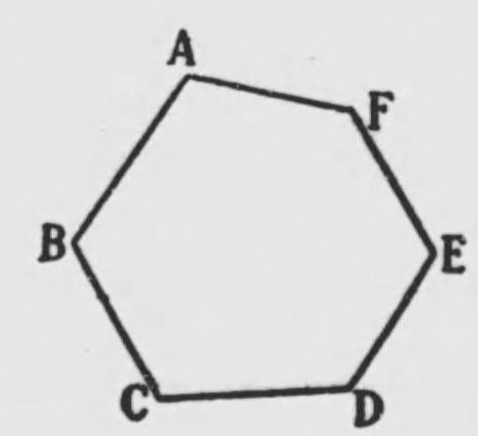


問 1.　梯形,平行四邊形,菱形,矩形及ビ正方形ノ形ヲシテヰルモノノ例ヲ各二ツヅツ擧ゲヨ。

問 2.　平行四邊形,矩形及ビ正方形ヲ畫ケ。

19.　多角形

順次ニ相接續スル幾ツモノ線分デ圍マレタ平面ノ部分ヲ**多角形**又ハ**多邊形**トイヒ,各ノ線分ヲ**多角形ノ邊**,相隣ル二邊ノ交點ヲ**多角形ノ頂點**トイフ。多角形ニ於イテソノ相隣ル二邊ノナス形內ノ角ヲ**內角**又ハ單ニ**角**トイヒ,ソノ一邊トコレニ隣ル邊ノ延長トノナス角ヲ**外角**トイフ。



多角形デハソノ邊ノ數,角ノ數及ビ頂點ノ數ハ相等シイ。ソレ故ニ多角形ハソノ角又ハ邊ノ數ニヨツテ**三角形,四角形,五角形,**………,一般ニ**n角形,**又ハ**三邊形,四邊形,五邊形,**…………,一般

ニ n 角形トイフ。

多角形ヲ示スニハ各頂點ニ文字ヲ順次ニ書イテ,例ヘバ,六角形 ABCDEF ノヤウニ呼ブ。

【注意】 多角形ノ内角ガ何レモ二直角ヨリモ小サイモノヲ**凸多角形**トイヒ,内角ノ中少クモ一ツガ二直角ヨリモ大キイモノヲ**凹多角形**トイフ。今後單ニ多角形トイフトキハ凸多角形ヲ指スモノトスル。

多角形ノ相隣ラナイ二ツノ頂點ヲ結ブ線分ヲソノ多角形ノ**對角線**トイフ。

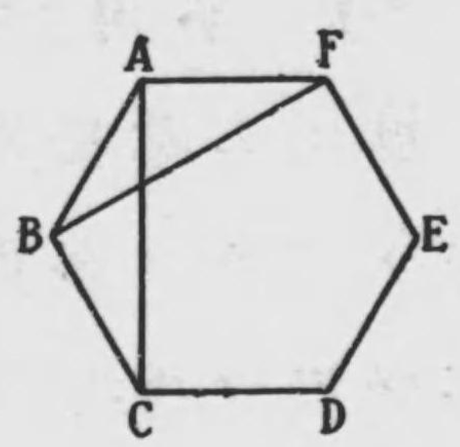


圖 六角形ノ對角線ハ全部デ幾ツアルカ。

問題 十一

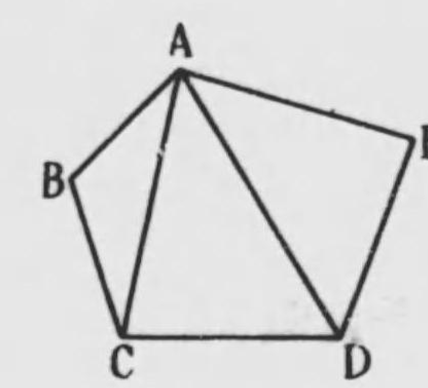
1. 實際ニ多角形ヲ畫イテ次ノ表ノ空所ニ數ヲ記入セヨ。

多角形	四角形	五角形	六角形	七角形	八角形
一頂點カラ引キ得ル對角線ノ數					
對角線ノ總數					

一般ニ多角形ノ邊數ト,一頂點カラ引キ得ル對角線ノ數ニハドンナ關係ガアルカ。又 n 角形ノ對角線ノ總數ハ $\frac{n(n-3)}{2}$ デ表ハサレルコトヲ考ヘヨ。

2. 四角形ヲ對角線ニヨッテ二ツノ三角形ニ分ケテソノ内角ノ和ヲ求メヨ。

3. 五角形ノ一ツノ頂點カラ對角線ヲ引イテ,コレヲ三ツノ三角形ニ分ケテ,ソノ内角ノ和ヲ求メヨ。又コノ方法ニヨッテ六角形ノ内角ノ和ヲ求メヨ。

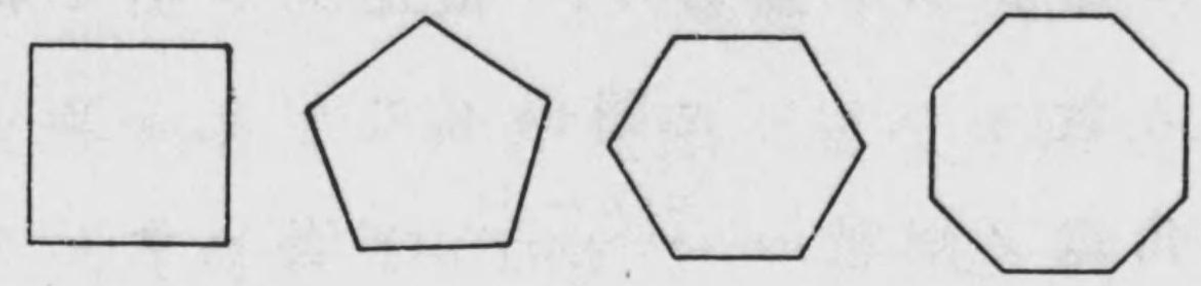


一般ニ n 角形ノ内角ノ和ハ $2(n-2)\angle R$ デ表ハサレルコトヲ考ヘヨ。

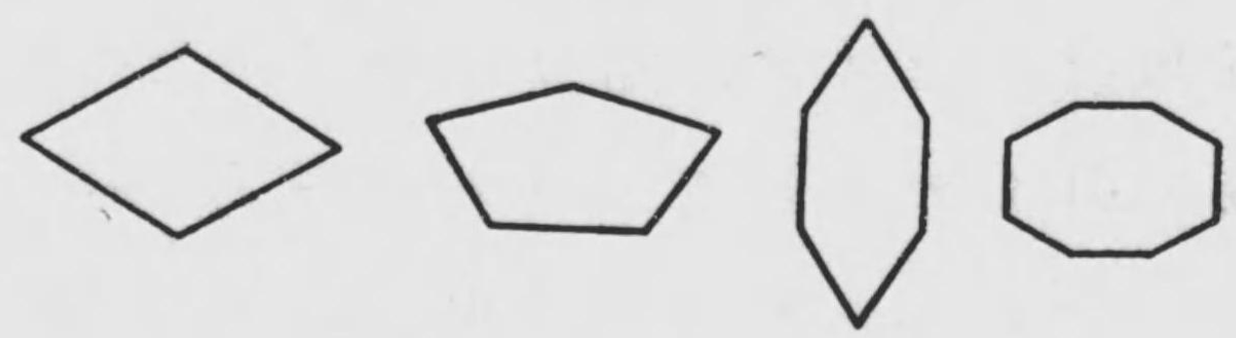
4. 或多角形ノ内角ノ和ガ10直角デアルトイフ。ソノ邊數ハ幾ラカ。

20. 正多角形

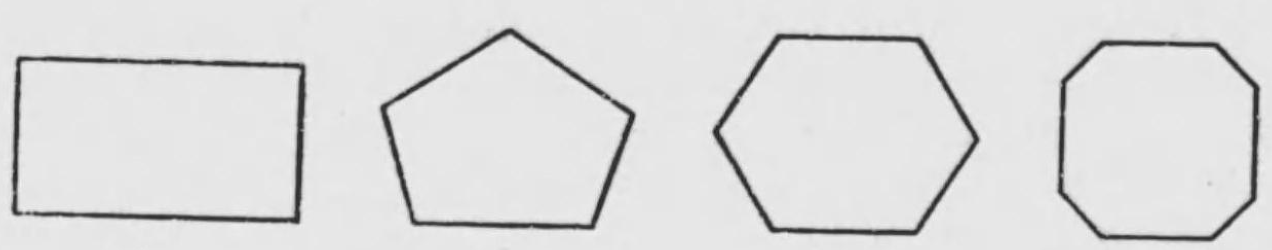
多角形デ總テノ邊ガ相等シク且ツ總テノ角ガ相等シイモノヲ**正多角形**トイフ。



[注意1] 多角形ノ總テノ邊ガ相等シイモノヲ**等邊多角形**トイフ。



[注意2] 多角形ノ總テノ角ガ相等シイモノヲ**等角多角形**トイフ。

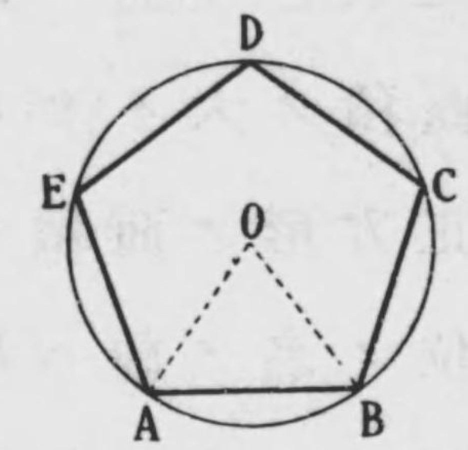


[注意3] 三角形ニ於イテハ等邊三角形モ等角三角形モ共ニ正三角形デアル。 正多角形ヲ畫クニハ分度器ヲ使フト便利デアル。

問 1. 各角ガ120°デアル等角多角形ヲ畫ケ。ソノ邊數ハ幾ラカ。

問 2. 任意ノ圓周ヲ畫イテ中心カラ $\frac{360^\circ}{5}$ 即

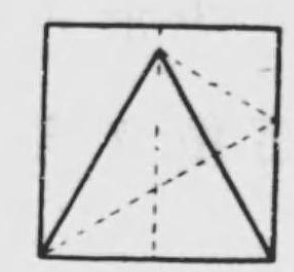
チ72°ナル角ヲ畫イテ,コノ角内ノ弧ニ對スル弦ノ長サデ圓周ヲ區切リソレヲ順次ニ結ンデ正五角形ヲ畫ケ。



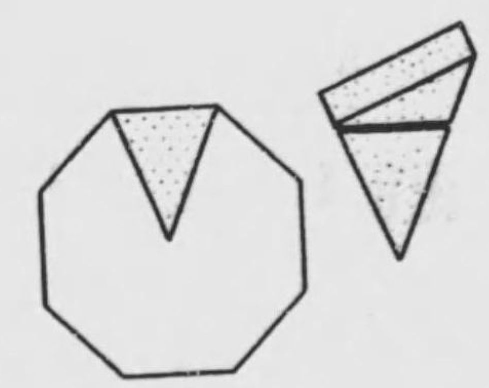
一般ニ正n角形ヲ畫クニハ中心カラ $\frac{360^\circ}{n}$ ナル角ヲ作リソノ角内ノ弧ニ對スル弦ノ長サデ圓周ヲ區切リソレヲ順次ニ結べバヨイ。

問題十二

1. 正方形ノ紙カラ正三角形ヲ切リ拔クコトヲ工夫セヨ。



2. 紙ヲ八ツニ折ツテ正八角形ヲ切リ拔クコトヲ工夫セヨ。



3. 分度器ヲ使ツテ正十角形及ビ正十五角形ヲ適當ノ大イサニ畫ケ。

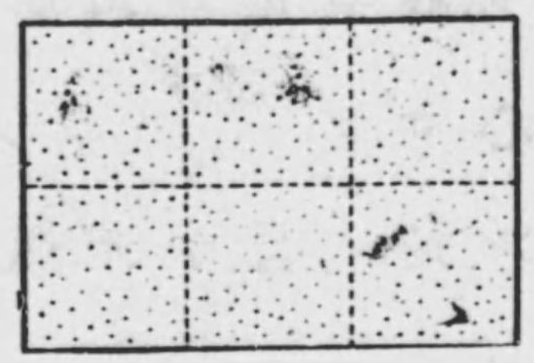
21. 面積

平面形ノ面積トハ,幾ツカノ直線,線分,曲線等デ

圍マレタ平面ノ部分ノ廣サノコトデアル。

面積ノ大イサハ單位ノ長サノ線分ヲ一邊トスル正方形ノ面積デ測リ,コレヲ表ハスニハ長サノ單位ノ名ノ前ニ**平方**ト書キ添ヘル。

例ヘバ,右ノ矩形ノ面積ハ一邊ガ1cmノ正方形ノ6倍デアル故ニ6平方糎トシテ表ハサレル。



矩形ノ面積ヲ表ハス數ハソノ縱横ノ長サヲ表ハス數ノ積ニ等シイ。

卽チ矩形ノ縱横ノ長サヲ表ハス數ヲ夫々 a, b トシ,面積ヲ表ハス數ヲ A トスルト

$$A=ah$$

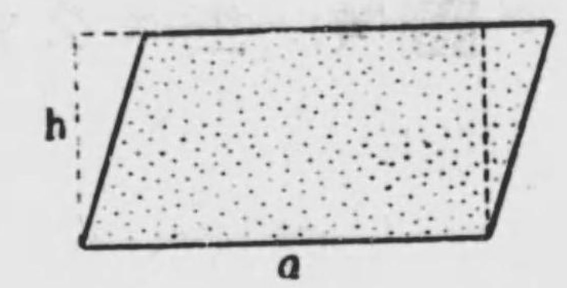
デアル。

問 1. 正方形ノ一邊ガ am デアルトキ,ソノ面積ハ幾ラカ。

[1] 平行四邊形ノ面積

平行四邊形ノ面積ハコレト底邊及ビ高サヲ夫々相等シクスル矩形ノ面積ニ等シイ。從ツテソノ底邊及ビ高サヲ表ハス數ヲ夫々 a, h トシ,ソノ

面積ヲ表ハス數ヲSトスルト



$$S=ah$$

デアル。

問 2. 上ノ公式ノ理由ヲ說明セヨ。

[2] 三角形ノ面積

三角形ノ底邊及ビ高サヲ表ハス數ヲ夫々 b, h トシ,ソノ面積ヲ表ハス數ヲSトスルト

$$S=\frac{1}{2}bh$$

デアル。

問 3. 上ノ公式ノ理由ヲ說明セヨ。

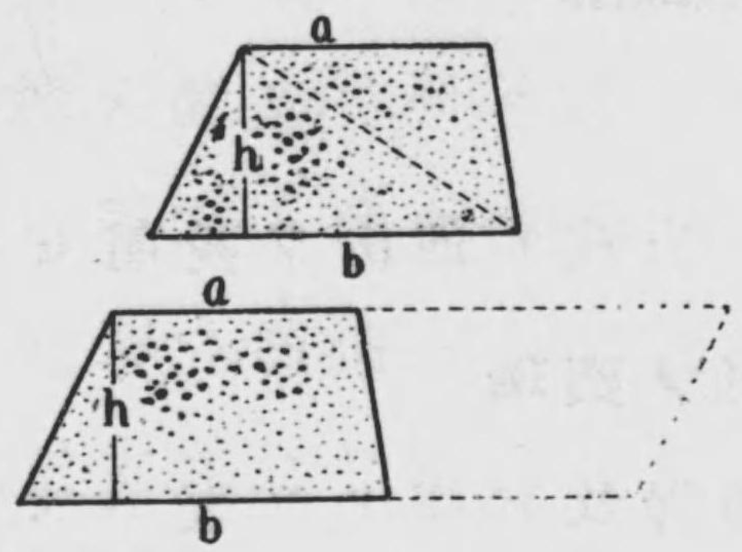
[3] 梯形ノ面積

梯形ノ上底,下底及ビ高サヲ表ハス數ヲ夫々 a, b 及ビ h トシ,ソノ面積ヲ表ハス數ヲSトスルト

$$S=\frac{1}{2}(a+b)h$$

デアル。

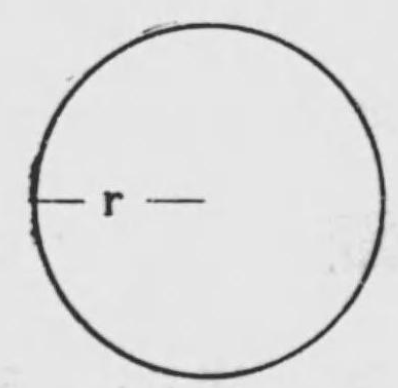
問 4. 上ノ公式ノ理由ヲ説明セヨ。



[4] 圓ノ周及ビ面積

① 圓周ノ長サ

圓周ノ長サハ總テソノ圓ノ直徑ノ3.14159……倍デアッテコノ數ヲ**圓周率**トイヒ,コレヲ記號π(ぱいト讀ム)デ表ハス。πノ近似値トシテ3.1416ヲ採用スルコトガアル。



圓ノ半徑及ビ周ヲ表ハス數ヲ夫々r及ビLトスルト

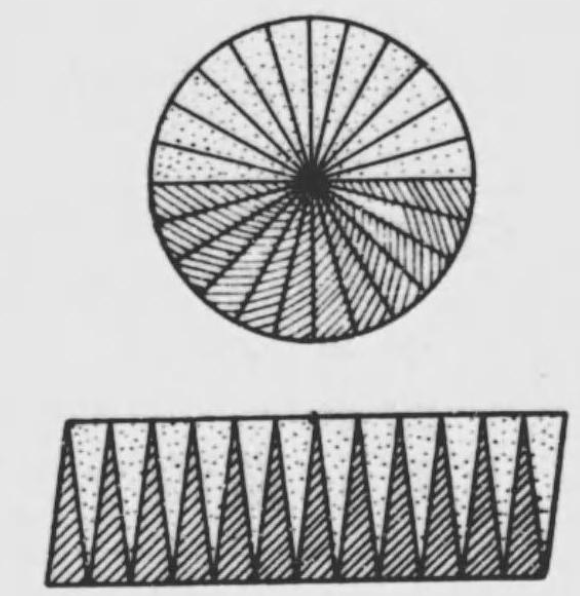
$$L=2\pi r$$

デアル。

問 5. 圓周ノ一部分ヲ何ト呼ブカ。

② 圓ノ面積

問 6. 厚紙ニ圓ヲ畫イテソレヲ半徑デ細カク等分シ,右ノ圖ノヤウニ並ベルト殆ンド平行四邊形ニナル。從ッテ圓ノ面積ハソノ周ノ半分ヲ底邊シ半徑ヲ高サトスル平行四邊形ノ面積ト殆ンド等シイ。コレヲ試ミヨ。



圓ノ半徑ヲ表ハス數ヲrトシ,ソノ圓ノ面積ヲ表ハス數ヲSトスルト

$$S=\pi r^2$$

デアル。

問 7. 圓ノ二ツノ半徑トソノ間ノ弧トデ圍マレタ圖形ヲ**扇形**トイフ。

扇形ノ半徑及ビ弧ヲ表ハス數ヲ夫々r及ビlトシ,ソノ面積ヲ表ハス數ヲSトスルト

$$S=\frac{1}{2}lr$$

デアル。コノ理由ヲ説明セヨ。

問題 十三

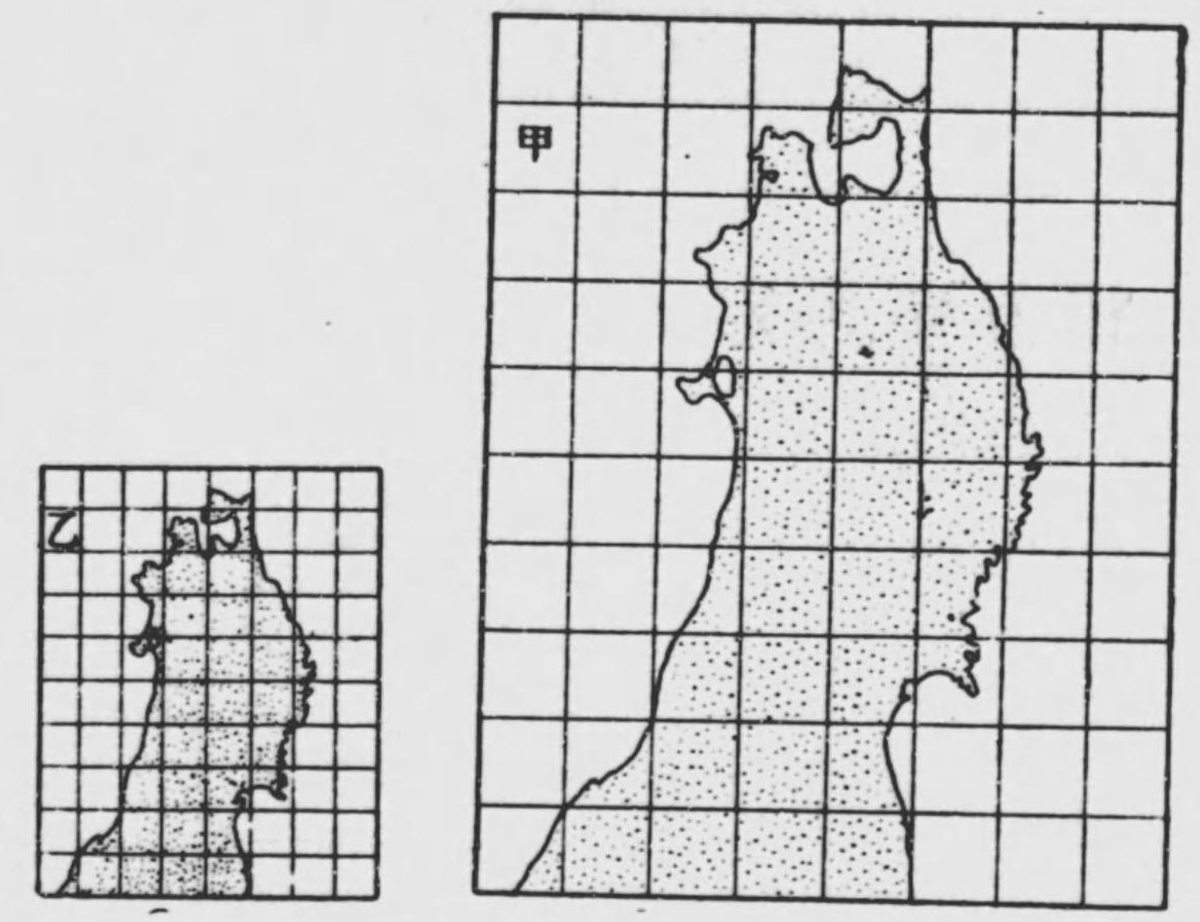
1. 半徑ガ5cmデ弧ノ長サガ1.6cmノ扇形ノ面積ヲ求メヨ。
2. 半徑ガ3cmデ中心角ガ60°ノ扇形ノ弧ノ長サ及ビ面積ヲ求メヨ。
3. 一ツノ圓ノ4倍ノ面積ヲ有スル圓ヲ畫クニハソノ半徑ヲ幾倍ニスレバヨイカ。
4. 面積ガ5平方糎デ半徑ガ2糎デアル扇形ノ弧ノ長サヲ求メヨ。

第五章

相似形及ビ對稱圖形

22. 擴大圖・縮小圖

問1. 次ノ圖デ甲ハ九百萬分ノ一ノ地圖デ乙



ハ一千八百萬分ノ一ノ地圖デアル。方眼紙ヲ用ヒテ,コノ二ツノ地圖ノ中一方ヲ知ッテ他ヲ畫ク方法ヲ述ベヨ。

アル圖形ト同ジ形デ大イサヲ異ニスル新圖形ヲ畫クコトヲソノ圖形ヲ**擴大スル**又ハ**縮小スル**トイフ。

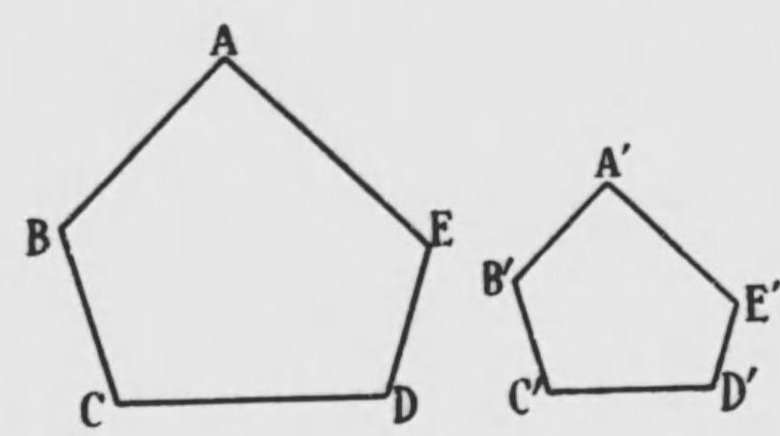
問 2. 次ノ圖ヲ方眼紙ヲ用ヒテ 2 倍, 3 倍ニ擴大セヨ。

23. 相似多角形

多角形 ABCD………

ト多角形 A′B′C′D′……

トノ間ニ



[1] $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$, $\angle D=\angle D'$,………

[2] $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{CD}{C'D'}=\cdots\cdots$

ナル關係ガアルトキハ,コノ二ツノ多角形ハ互ニ**相似デアル**トイフ。コノ場合 $\angle A$ ト $\angle A'$, $\angle B$ ト $\angle B'$ 等トノ如ク相等シイ角ヲ**對應角**トイヒ,邊 AB ト A′B′, BC ト B′C′ 等トノ如ク對應角ノ間ニアル邊ヲ**對應邊**トイフ。

問 1. 一邊ノ長サガ 3cm ト 4cm ノ正方形ヲ畫ケ。コノ二ツハ互ニ相似デアルカ。

〔注意 1〕 合同デナイ二ツノ相似多角形ニ於テ,一方ハ他ノ擴大圖又ハ縮小圖デアル。

〔注意 2〕 一ツノ多角形ノ角ガ順次ニ他ノ一ツノ多角形ノ角ニ等シイトキハ,コノ二ツノ多角形ハ互ニ**等角デアル**トイフ。

〔注意 3〕 三角形ハ互ニ等角デアレバ相似デアル。一般ノ多角形ハ等角ダケデハ必ズシモ相似デナイ。

問 2. 二ツノ多角形ハ等角デアルダケデハ相似デナイコトヲ例ヲアゲテ示セ。

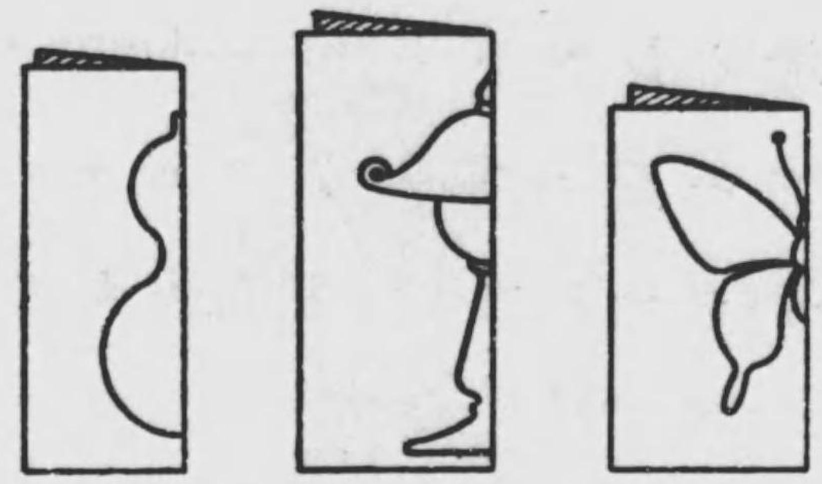
問 3. 二ツノ多角形ハ邊ガ比例スルダケデハ相似デナイコトヲ例ヲアゲテ示セ。

24. 對稱圖形

[1] 線對稱

紙ヲ二ツ折ニシテ折目ニ沿ウテ種々ノ形ニ切リ拔イテ,コレヲ開クト折目ノ兩側ニ同ジ形ノ圖形ガ出來ル。コレ等ノ圖形ハ,ソノ折目ノ**線ニ關**

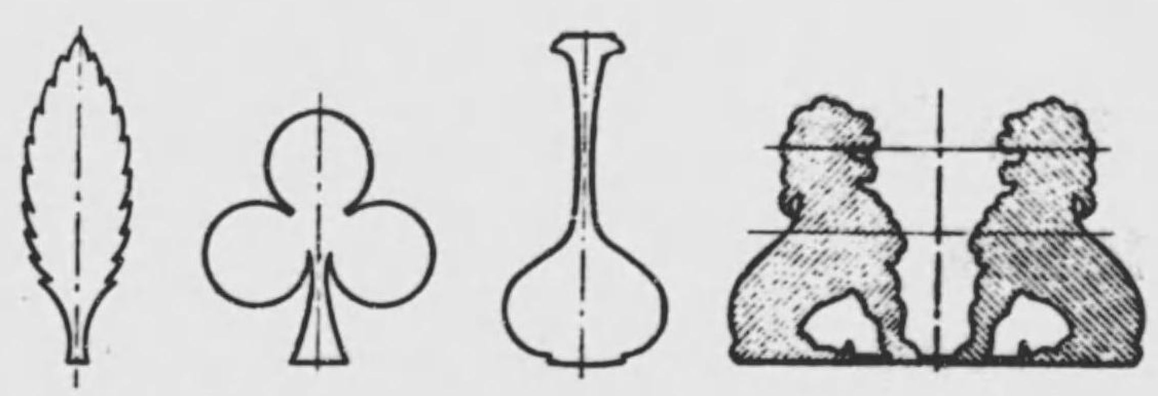
シテ對稱デアルトイフ。又コノ圖形ハ**線對稱**デアルトモイフ。



一般ニ或圖形ガ,一ツノ直線ヲ折目トシテ折重ネタトキ兩方ガ全ク重ナリ合フトキハ,コノ圖形ハソノ**直線ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,ソノ直線ヲ**對稱ノ軸**トイフ。

〔注意〕 一ツノ圖形デモ對稱ノ軸ガ幾ツモアル場合ガアル。

問 1. 次ノ圖ヲ參考ニシテ線對稱デアル圖形ヲ五ツ切リ拔ケ。

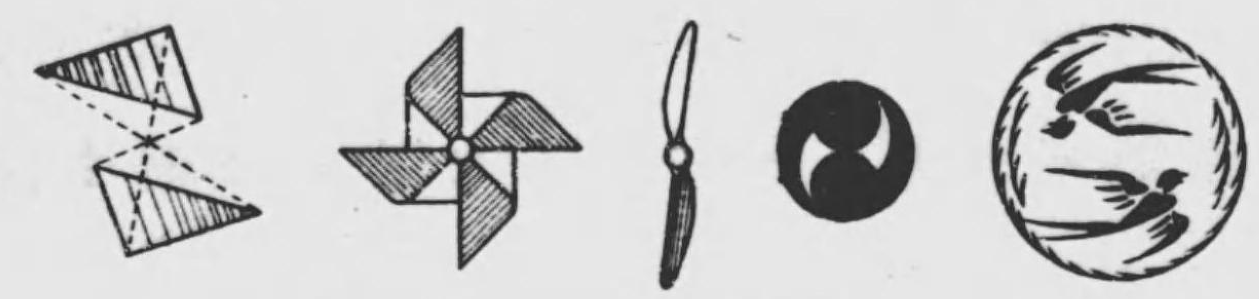


問 2. 線對稱デアル圖形ノ對稱ノ軸ハドウシテ見出スカ。

問 3. 正方形ノ對稱ノ軸ヲ求メヨ。

〔2〕 點對稱

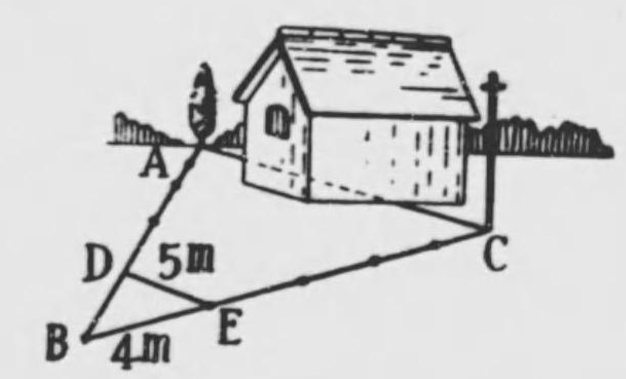
或圖形ヲ一點ノ周リニ180°廻轉スルト元ノ位置ニ於ケル圖形ト全ク重ナリ合フトキ,コノ圖形ハソノ**點ニ關シテ對稱**デアルトイヒ,ソノ點ヲ**對稱ノ中心**トイフ。又コノ圖形ハ**點對稱**デアルトモイフ。



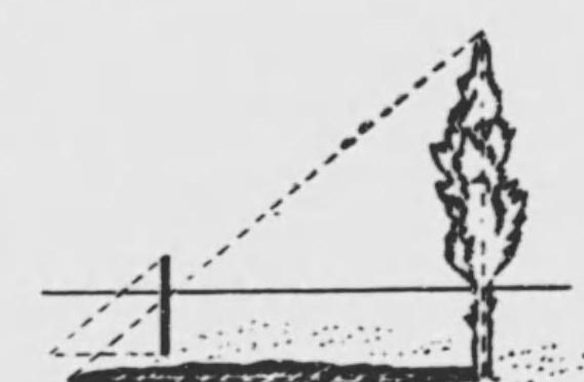
問 4. 點對稱デアル圖形ノ圖案ヲ三ツ作レ。

問題十三

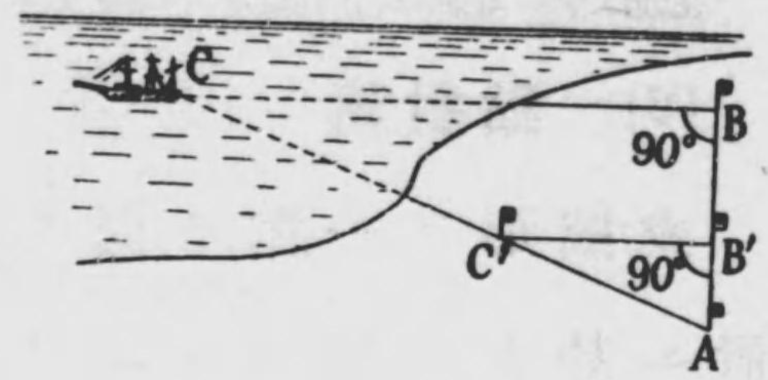
1. 右ノ圖デBカラCマデハ何米アルカ。又AカラCマデ何米カ。



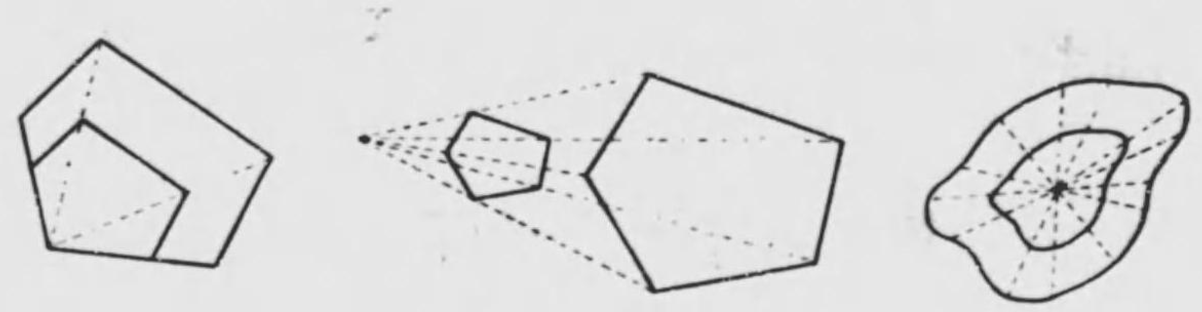
2. 樹木ノ高サヲソノ影ヲ利用シテ間接ニ測ル方法ヲ述ベヨ。



3. 右ノ圖ニ於イテBトCトノ距離ヲ測ル方法ヲ工夫セヨ。又 $AB'=20\,m$, $B'C'=30\,m$, $AB=60\,m$ ナラバBトCトノ距離ハ幾ラカ。



4. 一ツノ多角形ニ相似デアルナ多角形ヲ畫クニハ相對應スル角ヲ相等シクシ,相對應スル邊ノ比ガ一定ナルヤウニスレバヨイ。次ノ圖ヲ見テ相似多角形(一般ニ擴大圖又ハ縮小圖)ノ畫キ方ヲ工夫セヨ。



【注意】 例ヘバ「縮尺1:200000」トハ相對應スル部分ノ長サガ二十萬分ノ一ニ縮圖シタコトヲ示ス。

5. 直徑,中心ハ夫々圓周ノ對稱ノ軸,對稱ノ中心デアル。何故カ。

第六章

立體及ビ體積

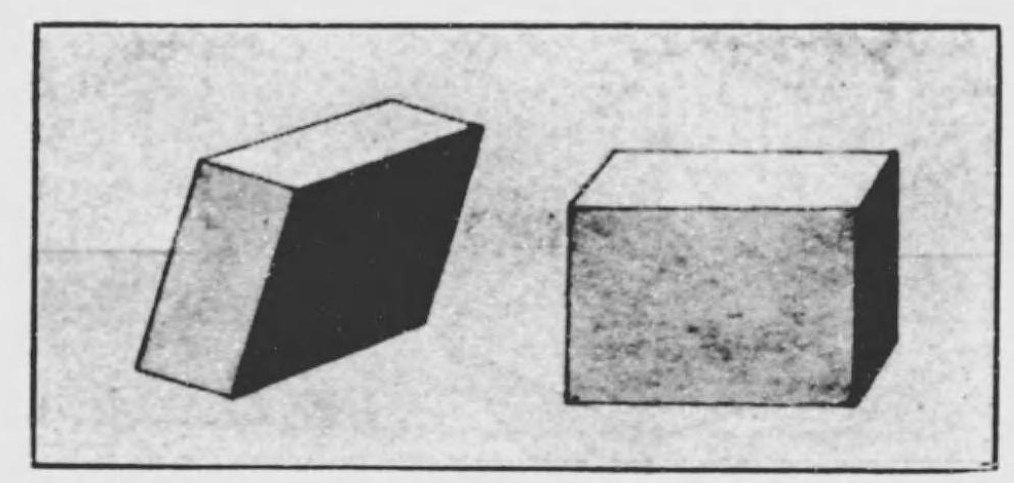
25. 多面體

問 1. 立方體ハ幾ツノ正方形デ圍マレテヰルカ。

順次ニ接續シテヰル幾ツカノ多角形デ圍マレタ立體ヲ**多面體**トイヒ,コノ多角形ヲ**多面體ノ面**又相隣レル二ツノ面ノ交ハリヲソノ**稜**,稜ノ交ハリヲソノ**頂點**トイフ。

問 2. 多面體ノ面ノ數ハ少クトモ四箇デアル。何故カ。

多面體ハソノ面ノ數ガ四箇,五箇等デアルニ從ツテ**四面體**,**五面體**等トイフ。



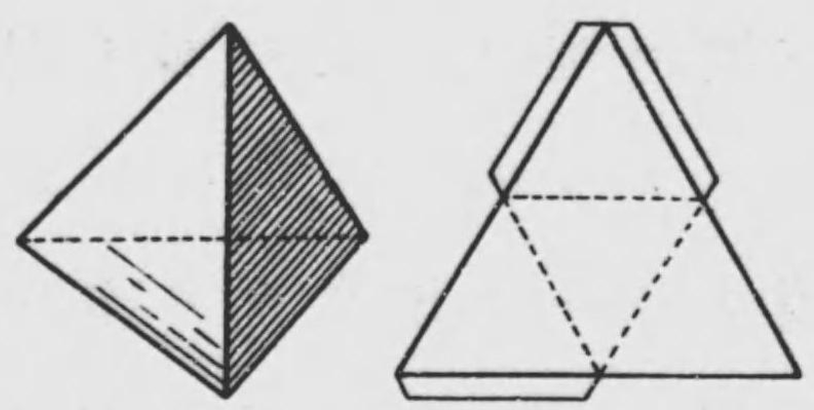
各面ガ悉ク平行四邊形デアル六面體ヲ**平行六面體**トイヒ,平行六面體デ特ニ總テノ面ガ矩形デ

アルモノヲ**直六面體**トイフ。

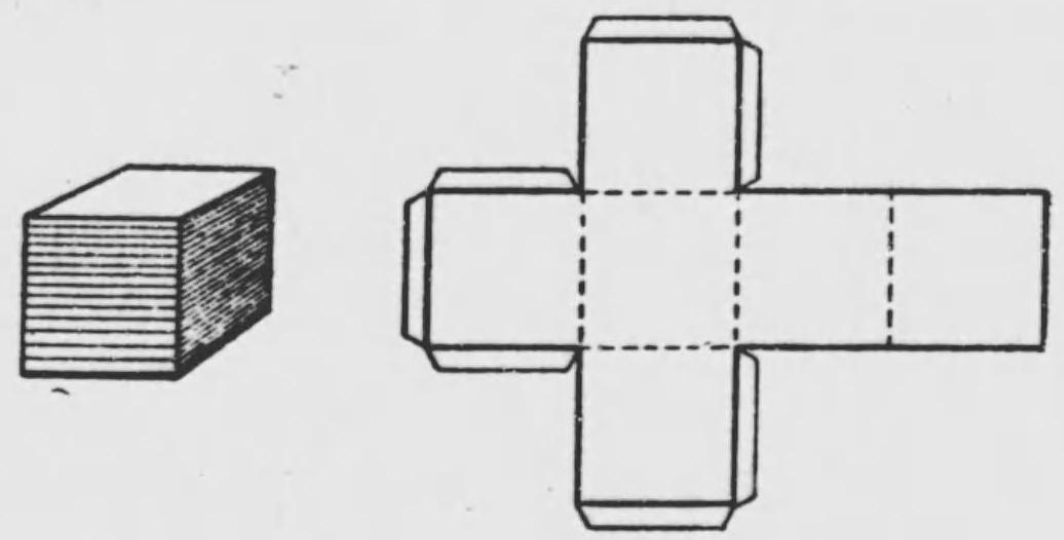
多面體ノ各面ガ總テ合同ナ正多角形デアルモノヲ**正多面體**トイフ。

次ノ圖ハ簡單ナ正多面體トソノ展開圖トデアル。

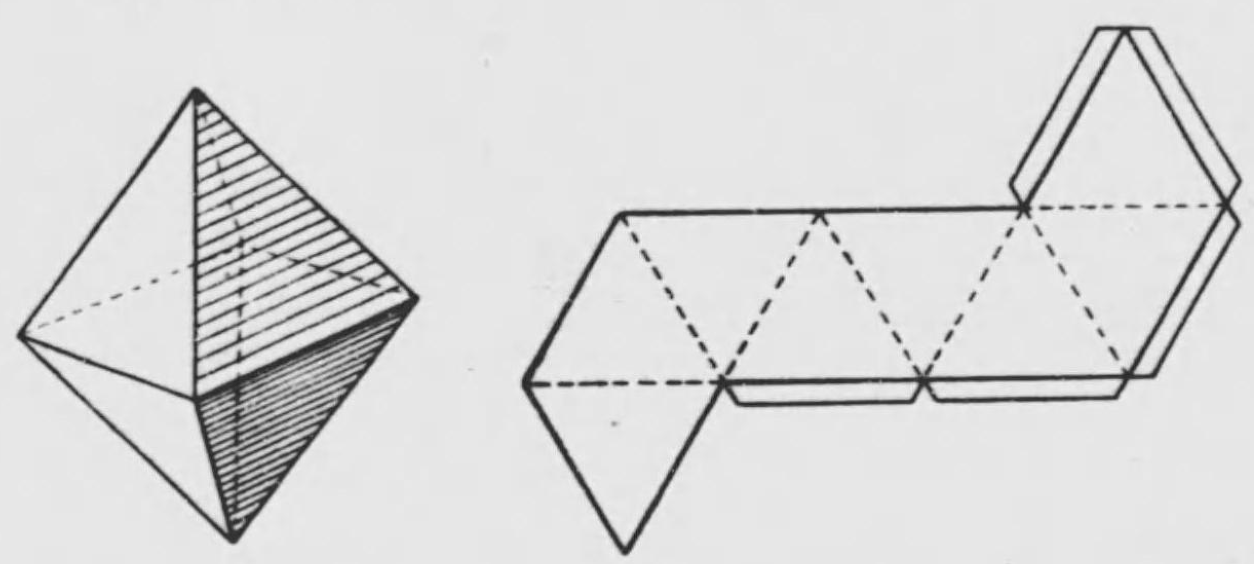
① **正四面體**



② **正六面體**



③ **正八面體**



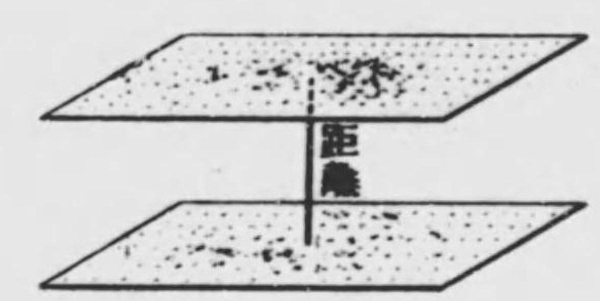
問 3. 上ニ示シタ正多面體ノ展開圖ヲ厚紙ニ適當ノ大イサニ畫キ,ソレヲ切拔イテソノ模型ヲ作レ。

問 4. 直六面體ノ相對スル二ツノ面ヲ四方ニ擴ゲルトキ,コレ等ハ相交ハルカ。又直六面體ノ一ツノ面ノ上デソノ上ニアル頂點ヲ通ツテ引イタ直線トソノ頂點ヲ通ツテソノ面ニ交ハル稜トノナス角ハ何度ニカ。

[注意1] 相交ハラナイ二ツノ平面ハ互ニ**平行**デアルトイフ。

[注意2] 一直線ガ一平面ト交ハリソノ交點ヲ通ツテソノ平面上ニ引イタ何レノ直線トノナス角モ皆直角デアルトキハ,コノ直線ハコノ**平面ニ垂直**デアルトイヒ,コレヲ又**垂線**トイフ。而シテコノトキ垂線デナイ直線ヲ**斜線**トイフ。

[注意3] 平行ナ二ツノ平面間ニアルソノ共通ナ垂線ノ部分ノ長サヲソノ**平面ノ距離**トイフ。又一點カラ一ツノ平面ニ引イタ垂線ノ部分ノ長サヲソノ**點ト平面トノ間ノ距離**トイフ。

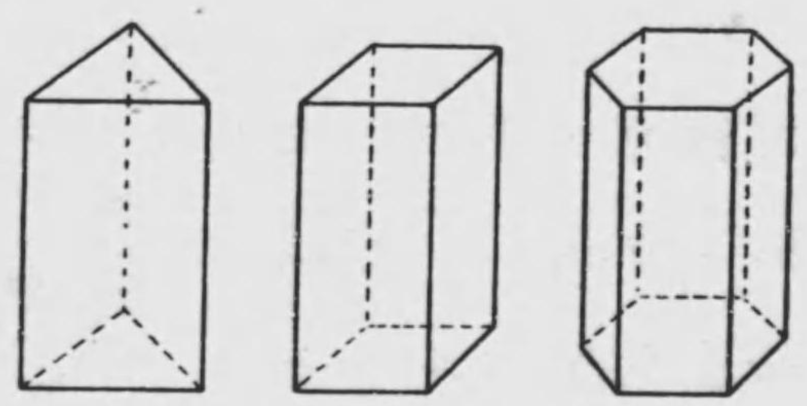


26. 角壔及ビ角錐

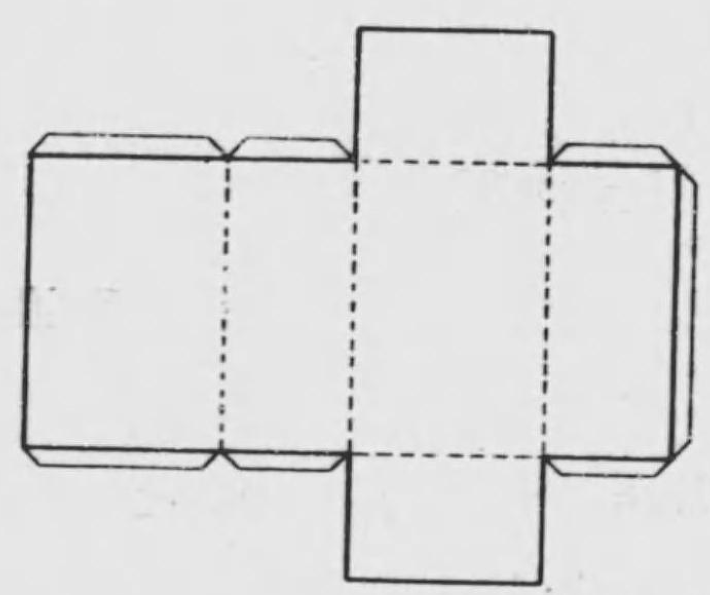
相對スル二面ガ互ニ平行デ,側面ガ何レモ平行四邊形デアル多面體ヲ**角壔**トイフ。特ニ側面ガ何レモ矩形デアル角壔ヲ**直角壔**トイヒ,直角壔デナイ角壔ヲ**斜角壔**トイフ。

角壔ノ相對スル平行ナ二面ヲ**底面**トイヒ,ソノ兩底面間ノ距離ヲソノ**高サ**トイフ。

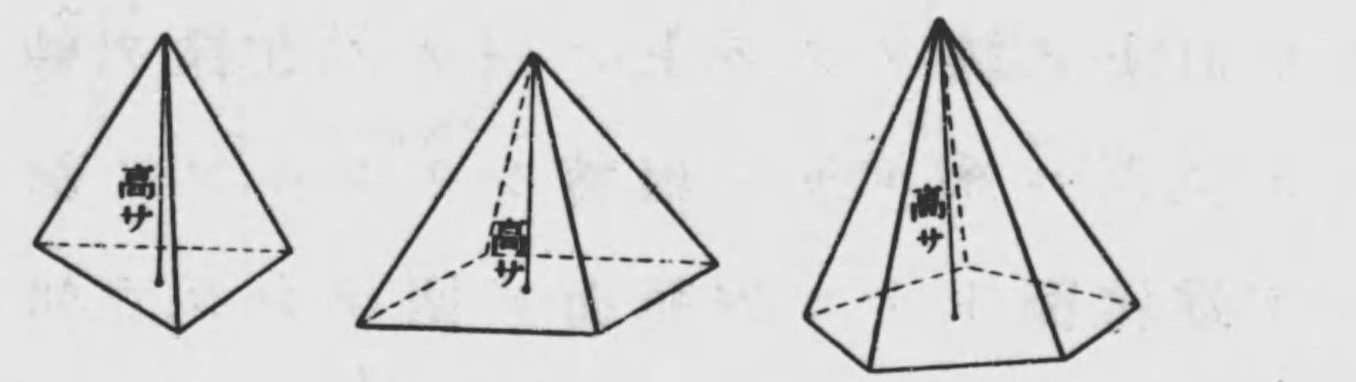
角壔ハ底面ガ三角形,四角形等デアルモノヲ夫々**三角壔,四角壔**等トイフ。



問 次ノ圖ハ四角壔ノ展開圖デアル。コレヲ參考ニシテ四角壔ノ模型ヲ作レ。

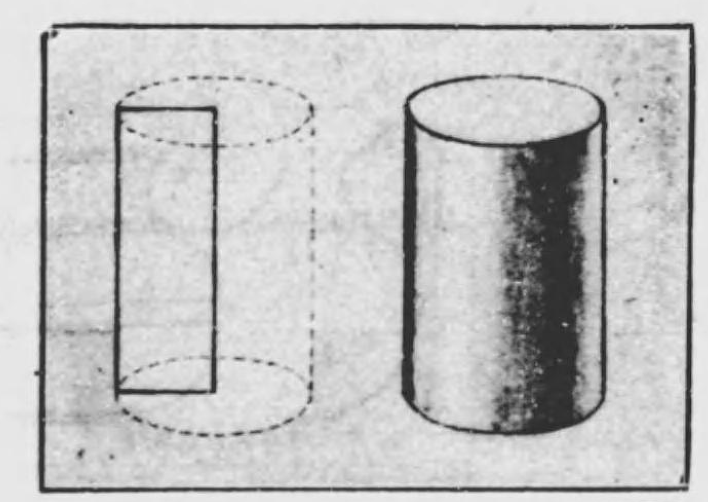


一ツノ多角形トソノ各邊ヲ底邊トシ頂點ヲ同ジクスル三角形トデ圍マレタ多面體ヲ**角錐**トイヒ,ソノ點ヲソノ**頂點**,ソノ多角形ノ平面ヲソノ**底面**,而シテ頂點ト底面トノ間ノ距離ヲソノ**高サ**トイフ。



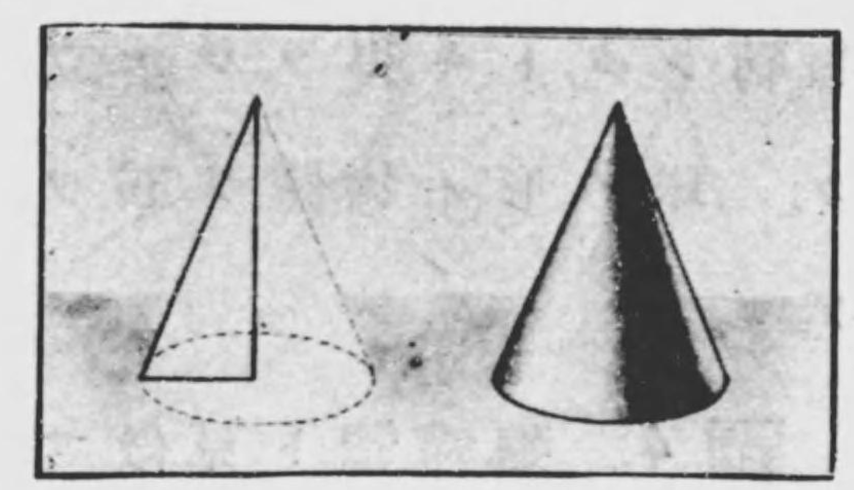
27. 曲面體

矩形ヲソノ一邊ヲ軸トシテ一廻轉シタトキ,他ノ邊ノ通過ニヨッテ出來ル立體ヲ**直圓壔**トイフ。



問 1. 直圓壔ノ物體ヲ三ツ擧ゲヨ。

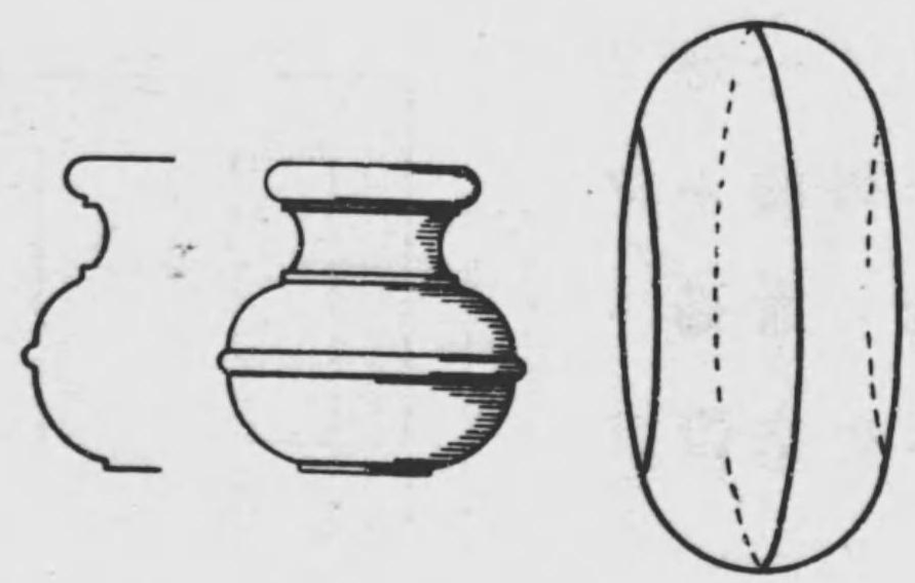
直角三角形ノ直角ヲ夾ム一邊ヲ軸トシテ一廻轉シタトキ他ノ邊ノ通過ニヨッテ出來ル立體ヲ**直圓錐**トイフ。



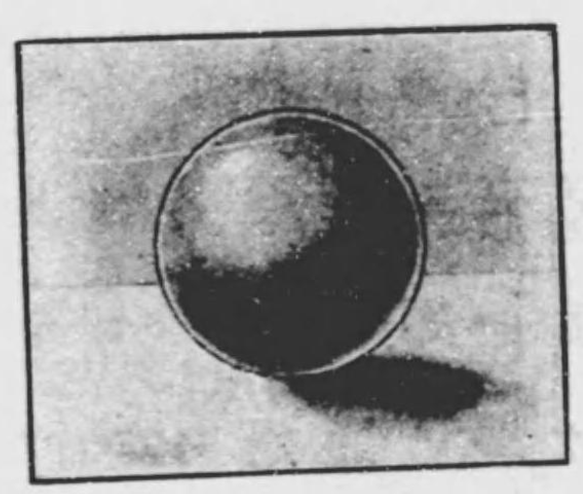
問 2. 直圓錐ノ物體ヲ二ツ擧ゲヨ。

幾ツカノ曲面又ハコレト幾ツカノ平面トデ圍マレタ立體ヲ**曲面體**トイフ。

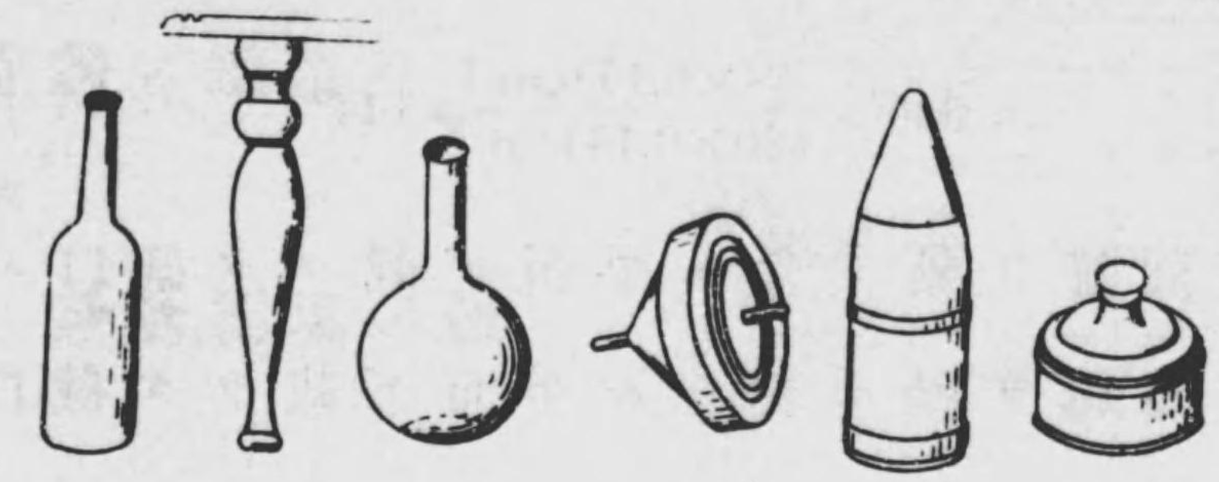
平面上ノ線ヲソノ上ノ一ツノ直線ヲ軸トシテ元ノ位置ニ來ルマデ廻轉シタトキ,ソノ線ノ畫ク面ヲ**廻轉面**トイヒ,廻轉面デ圍マレタ立體ヲ特ニ**廻轉體**トイフ。



問 3. 球ハドンナ圖形ヲ廻轉シタトキ得ラレル立體カ。球ノ形ノ物體ヲ五ツ擧ゲヨ。



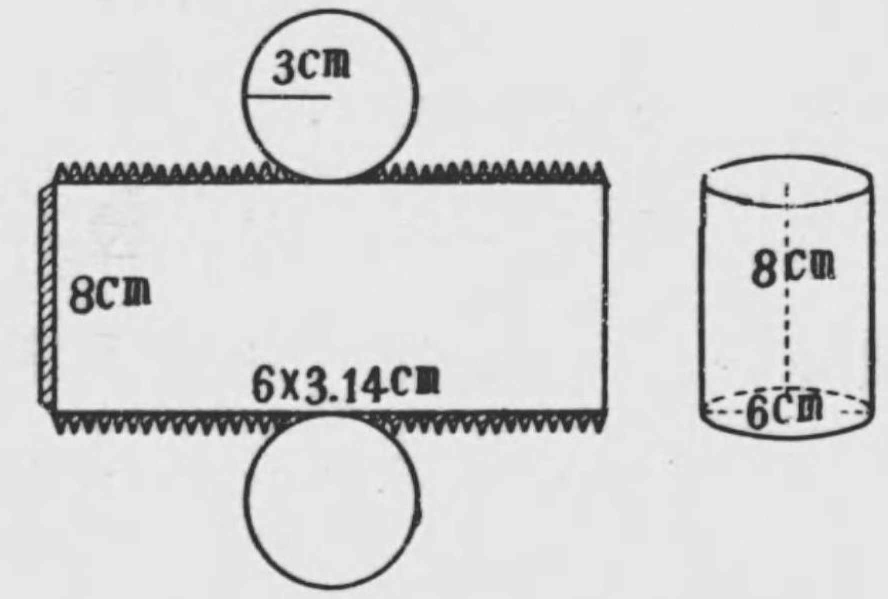
問 4. 廻轉體ト見做サレル物體ヲ十種以上擧ゲヨ。



問題 十五

1. 球ヲ一ツノ平面デ截レバ,ソノ截口ハドンナ形ニナルカ。

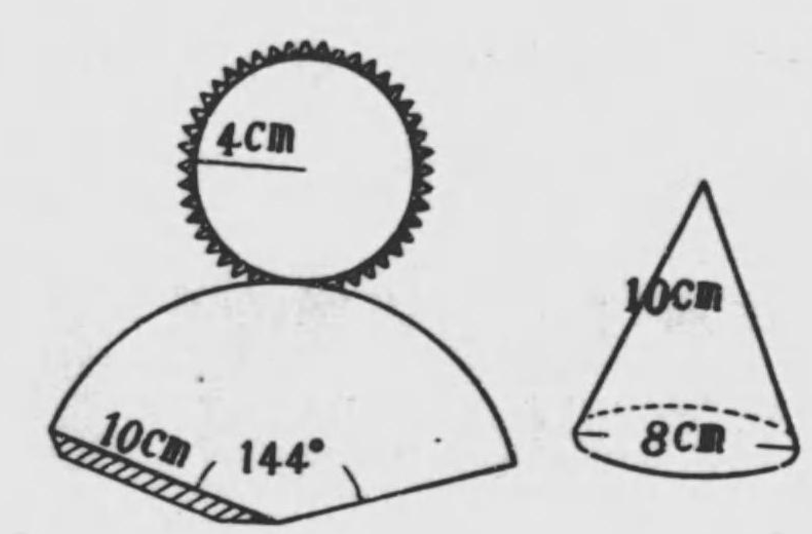
2. 右ノ圖ヲ參考ニシテ次ノ立體ノ模型ヲ作レ。



① 直圓壔

② 直圓錐

【注意】 右ノ圖デ扇形ノ角ヲ144°ニスル理由ハ次ノ通リデアル。



半徑ガ4cmノ圓ノ周ハ(8×3.14)cmデ10cmノ圓ノ周圍ハ(20×3.14)cmデアル。

故ニ扇形ノ角ハ

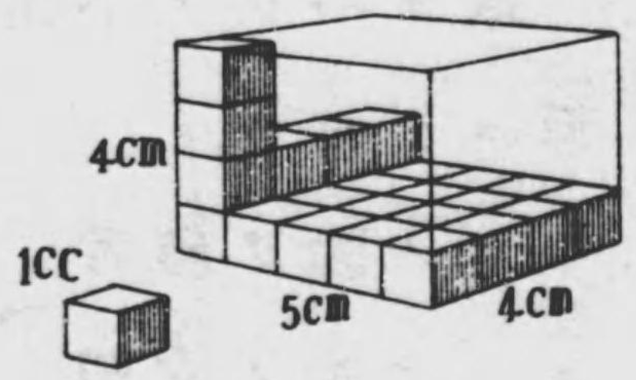
$$360^\circ\times\frac{(8\times3.14)\mathrm{cm}}{(20\times3.14)\mathrm{cm}}=144^\circ$$

3.　直圓錐ヲ軸ヲ含ム平面デ截ツタ截口ハ何カ。

4.　直圓壔ヲ軸ニ交ハル平面デ截ツタ截口ハドンナ形ヲスルカ。

28. 體積

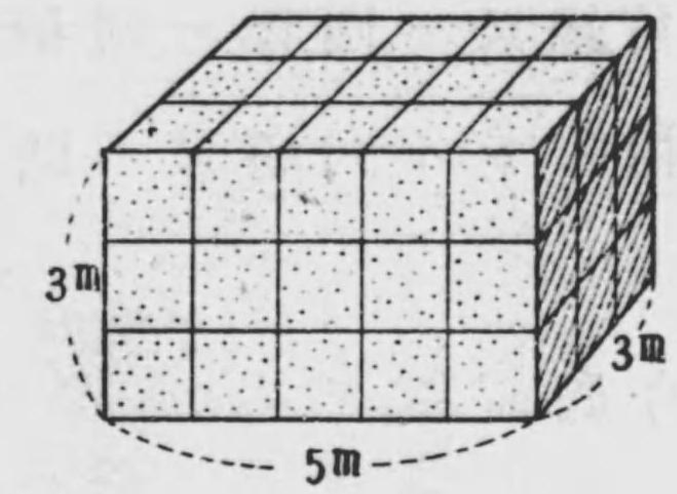
問 1. 圖ノヤウナ立體ヲ作ルニハ 1cc ノ立方體ヲ幾ツ要スルカ。



多面體又ハ曲面體ノ體積トハ,ソノ各面ニヨツテ圍マレタ空間ノ部分ノ大イサノコトデ,コレヲ測ルニハ單位トシテ長サノ單位ヲ一稜トスル立方體ノ體積ヲ用ヒ,コレヲ呼ブニハ長サノ單位ノ名ノ前ニ**立方**トイフ語ヲ添ヘル。

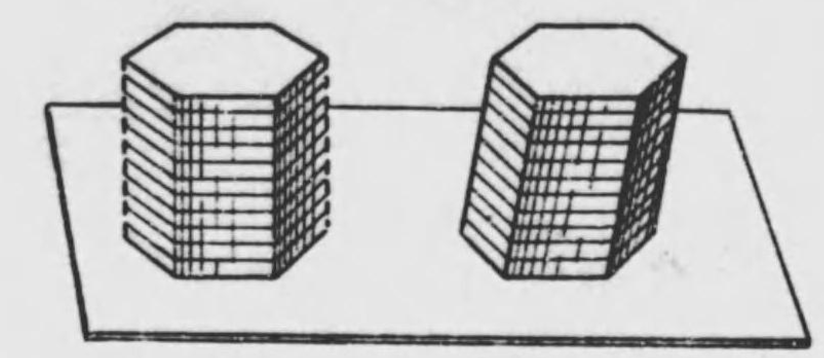
[注意1] a 平方粍又ハ b 立方粍ノコトヲ夫々 $a\mathrm{cm}^2$ 又ハ $b\mathrm{cm}^3$ ト書クコトガアル。

問 2. 右ノ圖ノヤウナ立體ノ體積ハイクラカ。



[1]　**角壔,圓壔ノ體積**

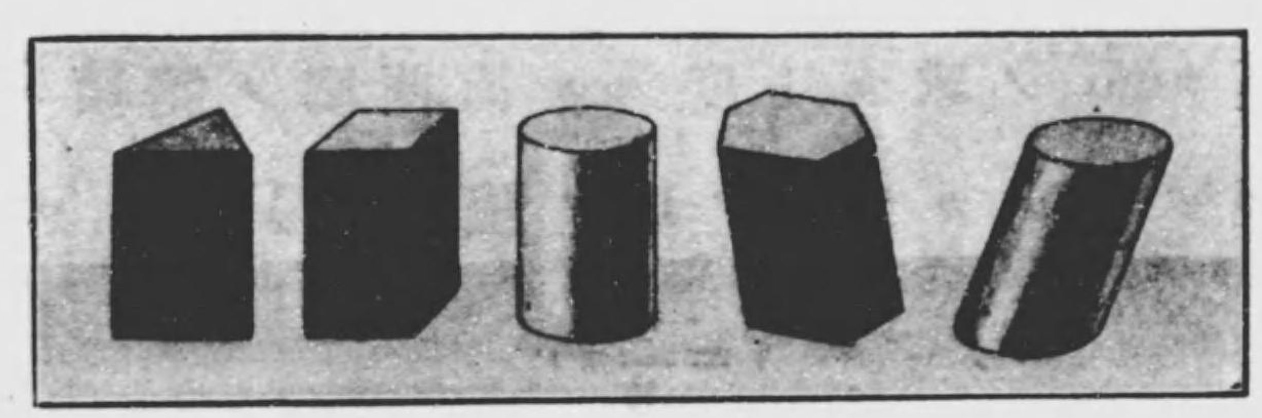
問 3. 厚紙デ同形同大ノ多角形ヲ作リコレヲ圖ノヤウニ直角壔ト斜角壔トニ積ミ重ネタトキ各ノ枚數ガ同ジナラバ,ソノ高サ及ビ體積ニ變リガアルカ。



角壔又ハ圓壔ノ體積ヲ表ハス數ハ底面積ト高サトヲ表ハス數ノ積デアル。

今底面積ヲ $a\mathrm{cm}^2$, 高サヲ $h\mathrm{cm}$, 體積ヲ Vcc トスレバ,次ノ通リデアル。

$$V=ah$$



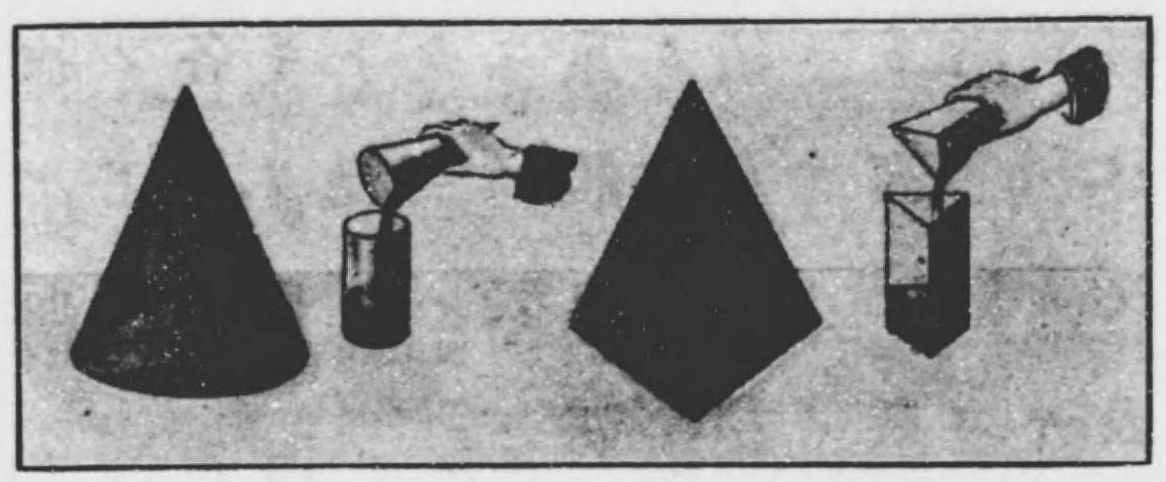
[2]　**角錐,圓錐ノ體積**

角錐又ハ圓錐ノ體積ハソノ底面ト高サトガ夫夫相等シイ角壔又ハ圓壔ノ體積ノ三分ノ一デアル。

今底面積ヲ a cm², 高サヲ h cm, 體積ヲ Vcc トスレバ,

$$V=\frac{1}{3}ah$$

デアル。



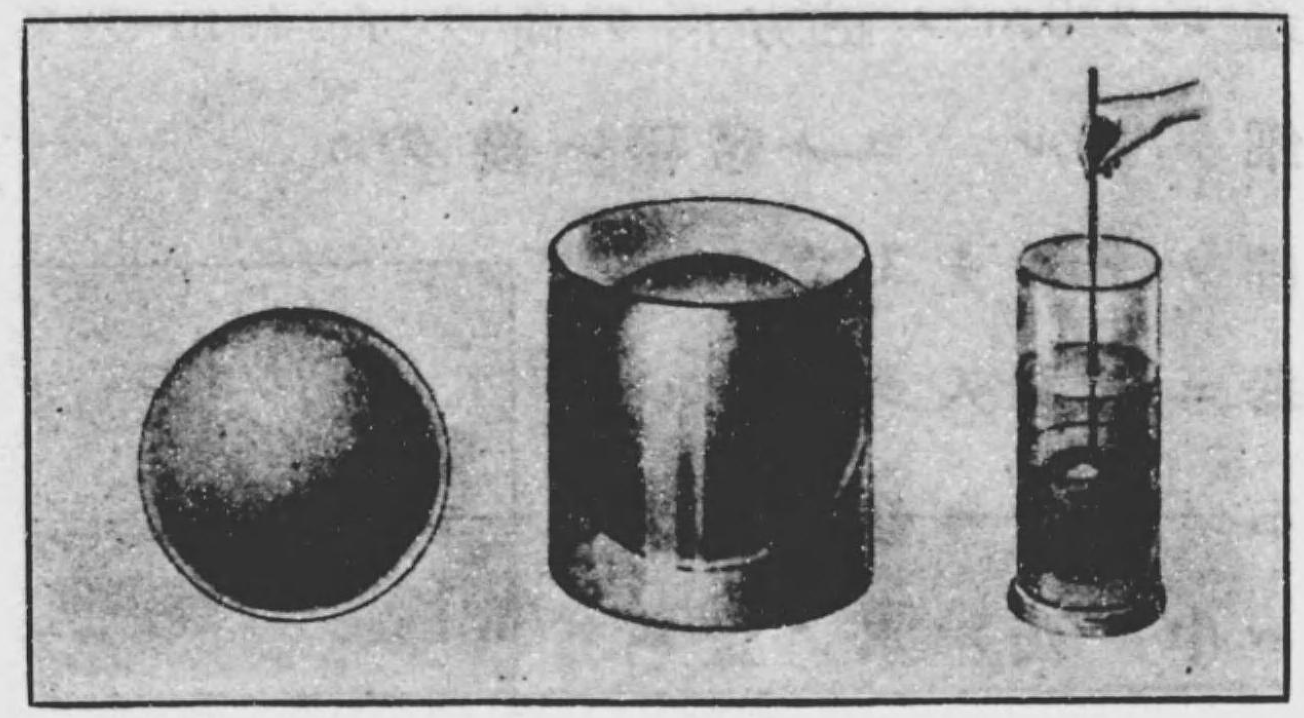
[1] 球ノ體積

球ノ體積ハコレガ丁度入ル直圓壔ノ體積ノ三分ノ二デアル。

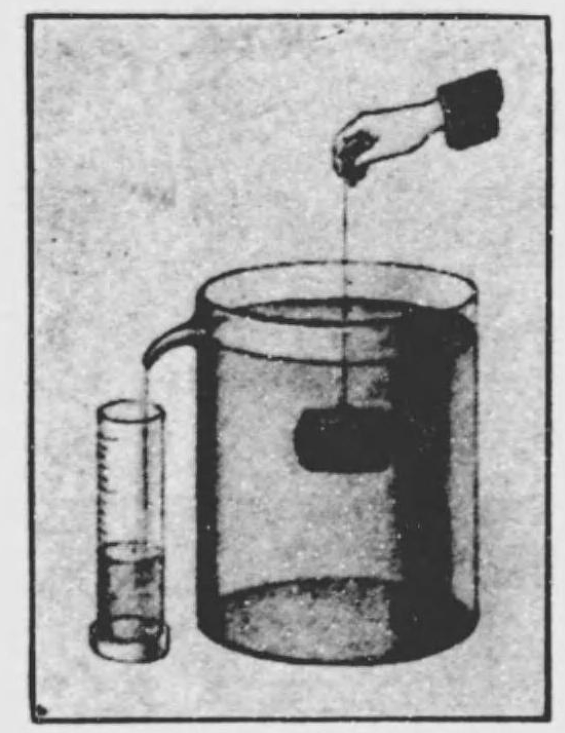
半徑 r cm ノ球ガ丁度入ル直圓壔ノ體積ハ $2\pi r^3$ 立方糎デアルカラ,コノ球ノ體積ヲ Vcc トスルト,

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

デアル。



〔注意2〕形ノ任意デアル立體ノ體積ハ,水ヲ滿タシタ容器ノ中ニ靜カニ沈メテ流シ出タ水ノ量ヲ測レバヨイ。



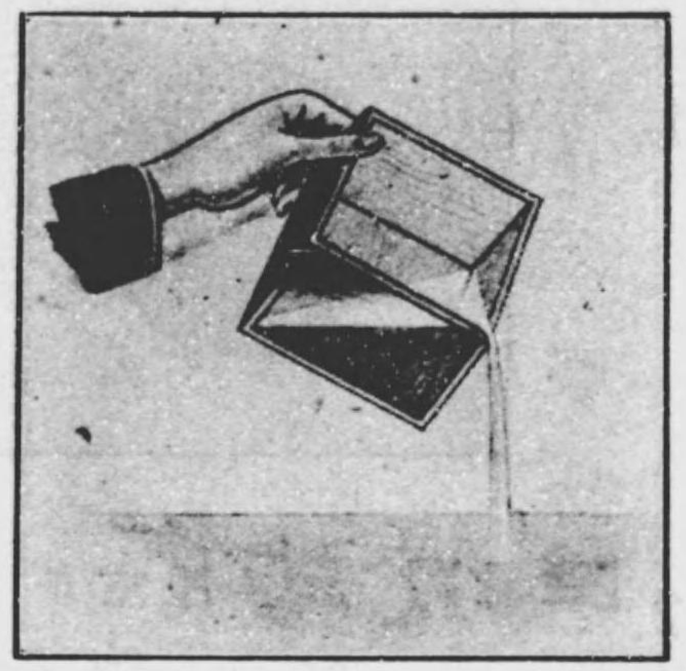
問題 十六

1. 直徑 8cm, 高サ 17cm デアル茶筒ノ容積ハ幾ラカ。

2. 「エジプト」ノ「ギゼー」ノ「ピラミット」ハ底面ノ

一邊ガ 228 m ノ正方形デ高サガ 137 m デアル四角錐デアル。ソノ體積ハ幾ラカ。

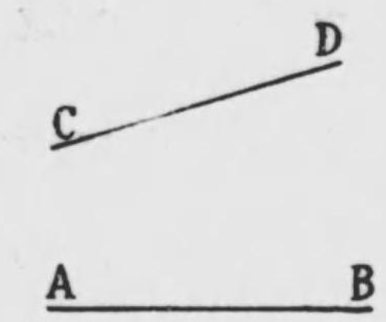
3. 圖ノヤウナ1立入ル容器ニ水ヲ入レテコレヲ右ノヤウニ傾ケタナラバ中ニ殘ル水ノ量ハ何立カ。



4. 立方體ノ一稜ノ長サノ2倍ニ等シイ稜ヲモツ立方體ノ體積ハ元ノ體積ノ幾倍カ。

雜題一

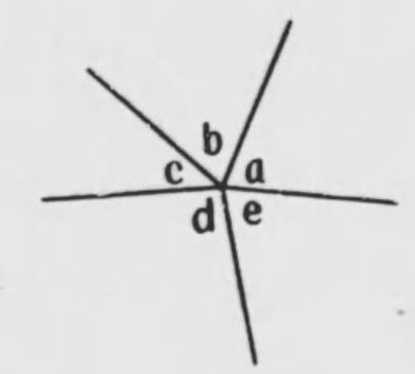
1. 右ノ線分 AB, CD ノ延長ガ交ハル點ヲ目測デ定メ,次ニ實際ニコレ等ヲ延長シテソノ交點ノ位置ヲ定メヨ。



2. 上ノ圖ニ於イテ線分 AB, CD ヲ夫々 a, b トスルトキ次ノ式ヲ滿足サセル線分 x ヲ定木トこんぱすダケデ畫ケ。

① $2x=a+b$　　② $5x+a=3x+4b$

3. 右ノ圖ニ於イテ $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d, \angle e$ ヲ實測セヨ。ソレ等ノ和ハ幾ラトナルカ。又ソノ和ト 360° トノ差ヲ求メヨ。



4. 鈍角ノ半分ハ鋭角カ。又鋭角ノ2倍ハ鈍角カ。

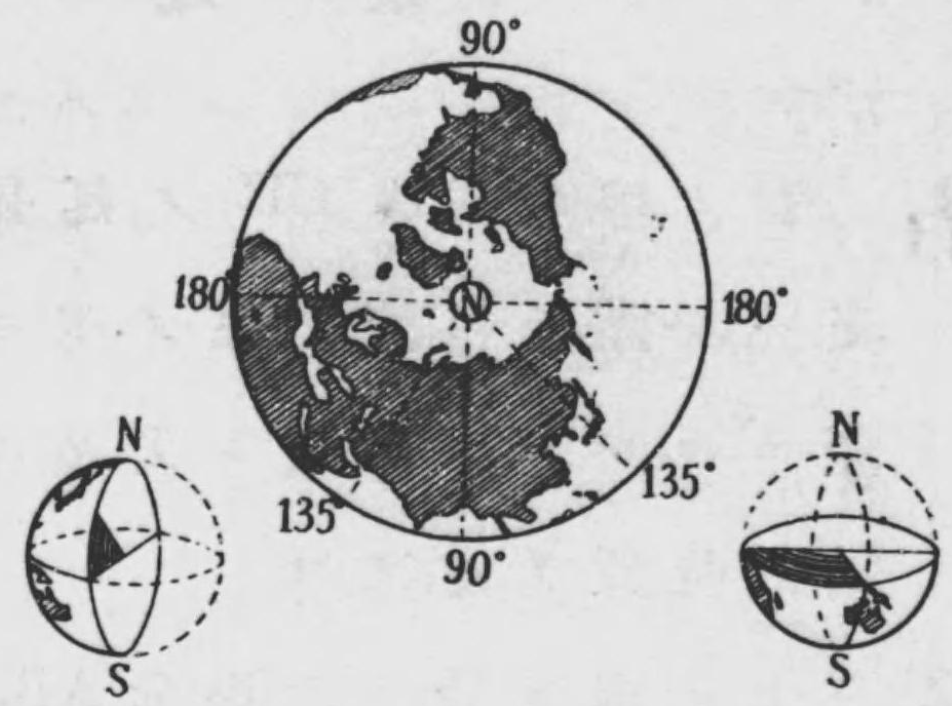
5. 次ノ角ヲ直角ヲ單位トシテ表ハセ。

① 270°　② 45°　③ 30°　④ 24°30′

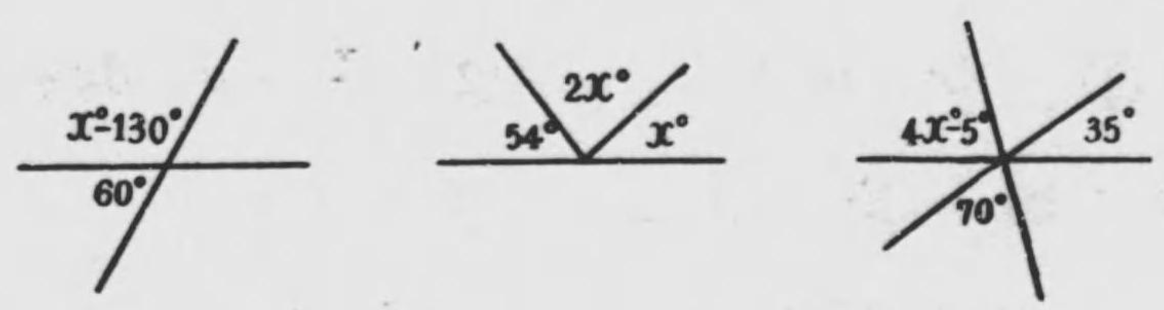
6. $\angle\alpha$ ノ補角ハ $2\angle R-\angle\alpha$ デ表ハサレル。コレ

ニ做ツテ $\angle A$ ノ餘角ヲ表ハス式ヲ作レ。

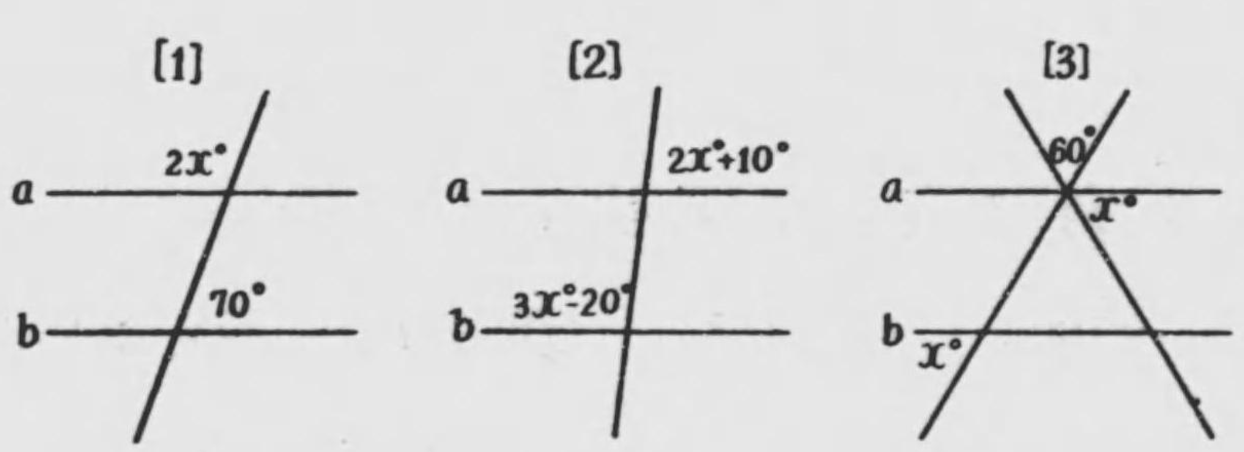
7. 東經 135° トハドンナコトカ。又北緯 50° トハドンナコトカ。右ノ圖ヲ見テコレヲ推察セヨ。



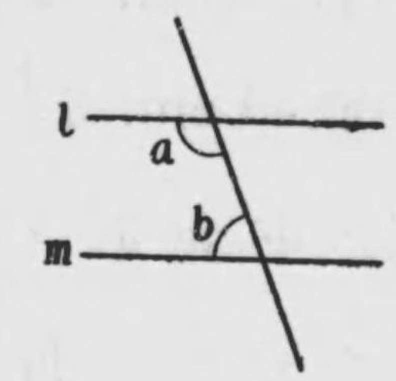
8. 次ノ圖ニ於イテ $x°$ ヲ求メヨ。



9. 次ノ圖ニ於イテ二ツノ直線 a, b ハ互ニ平行デアルトキ $x°$ ヲ求メヨ。



10. 一ツノ直線ガ平行線ニ交ハルトキ圖ノヤウナ二ツノ角 a, b ノ和ヲ求メヨ。

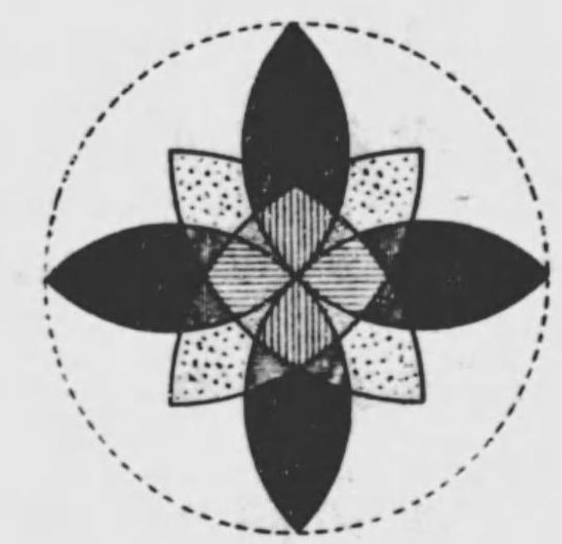


11. 上ノヤウナ圖ニ於イテ角 a, b ノ間ニ次ノ關係ガアルトキ,二直線 l, m ハ交ハルカ又ハ平行ニナルカヲ定メヨ。

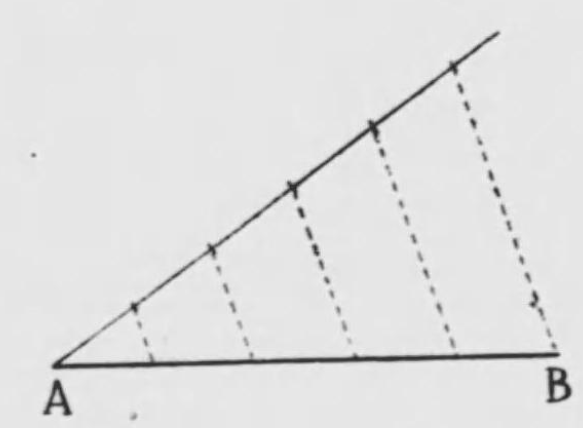
① $\angle a+\angle b=180°$　② $\angle a+\angle b<180°$

③ $\angle a+\angle b>180°$

12. 適當ナ長サノ半徑ノ圓周ヲ書キ,互ニ垂直ナ直徑ヲ書ケ。ソノ端ヲ順次ニ結ブトドンナ圖形ヲ得ルカ。又右ノ圖ヲ書ケ。



13. 次ノ圖ヲ見テ線分 AB ヲ五等分スル方法ヲ考ヘヨ。各自適當ナ長サノ線分ヲ書イテソレヲ五等分七等分セヨ。



14. 次ノ各組ノ長サヲ三邊トスル三角形ヲ書ケ。モシ書ケヌモノガアルナラバソノ理由ヲイヘ。

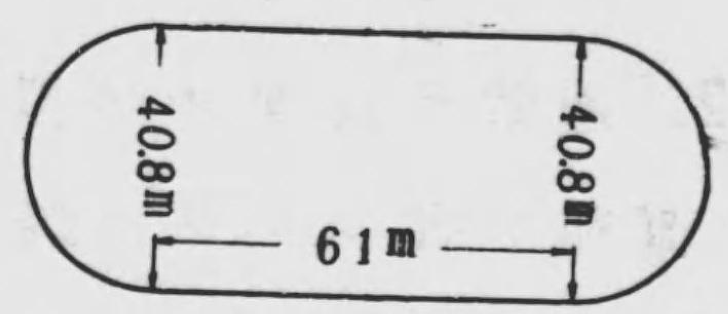
① 2 cm, 2 cm, 6 cm ② 2.5 cm, 3 cm, 3.5 cm

③ 1 cm, $3\frac{1}{2}$cm, 7 cm ④ 5 cm, 26. cm, 5.2 cm

15. 三角形ノ二ツノ角ガ夫々50°, 70°ノトキハ他ノ一ツノ角ハ何度カ。

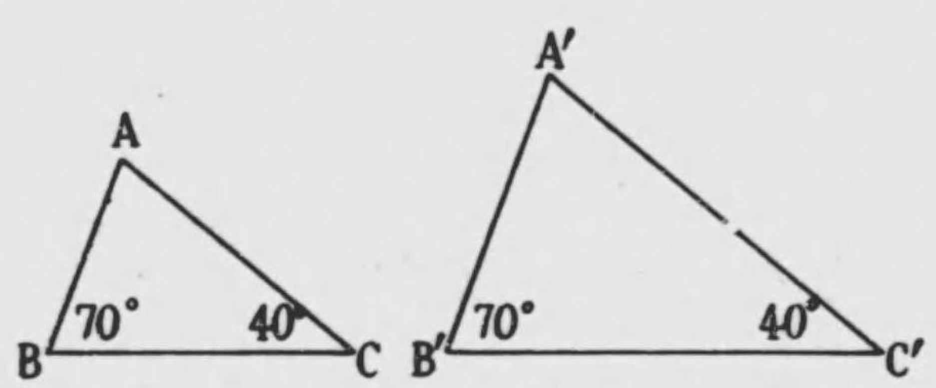
16. 梯形ガアル。ソノ面積ハ10平方糎デ上底ハ高サノ2倍,下底ハ高サノ3倍デアルトイフ。コノ梯形ノ高サヲ求メヨ。

17. 圖ノヤウナ競走場ノ周圍及ビ面積ヲ求メヨ。



18. 半徑ガ 1.8 cm デ中心角ガ 80° デアル扇形ノ弧ノ長サ及ビソノ面積ヲ求メヨ。

19. 次ノ圖ノ ΔABC ト $\Delta A'B'C'$ トハ相似形デアル。何故カ。ソノ對應角及ビ對應邊ヲイヘ。



20. 平行六面體ノ稜及ビ頂點ノ數ハ夫々如何。

第二篇
直線圖形
第一章
幾何學ノ研究法

29. 幾何學ノ研究法

コレマデハ圖形ノ性質ヲ主トシテ實驗ヤ實測ニ依ツテ研究シタガ,カヤウナ方法デハ如何ニ精密ニ行ツテモ全然正確デアルトハイヘナイ。ソレバカリデナクタトヘ一ツノ圖形ニ就イテ或性質ヲ正確ニ知ツテモ圖形ニハ千差萬別ノ大小種類ガアルカラソレ等ノ圖形ニ共通ナ一般ノ性質ヲ實驗ヤ實測ダケデ研究スルコトハ確カニ不可能ナコトデアル。

ソレ故ニ今後ハ眞デアルト認メルコトガ出來ル小數ノ簡單ナ事柄ヲ基礎トシテ推理ニヨツテソノ他ノ更ニ複雜ナ性質ヲ研究スルコトニスル。

先ヅ用語ノ意味ヲ嚴密ニ定メテソノ意味ガ誤

ラレナイヤウニシテ置ク必要ガアル。

用語ノ意味ヲ嚴密ニ定メタモノヲソノ用語ノ定義トイフ。

問 次ノ用語ノ定義ヲ述ベヨ。

① 圖形 ② 直線,點 ③ 角

④ 補角,餘角 ⑤ 鋭角,鈍角 ⑥ 對頂角

30. 公理

問 1. 與ヘラレタ二點ヲ通ル直線ハ幾ツアルカ。

問 2. 二點間ノ最短通路ハ何カ。

問 3. 一平面上ニアル一ツノ直線ハソノ平面ヲ幾ツノ部分ニ分ケルカ。又ソノ直線ノ兩側ニ各一點ヲトレバソノ二點ヲ結ブ線分ハ元ノ直線ト幾ツノ點デ交ハルカ。

定義 經驗上眞デアルト認メルコトガ出來テ推理ノ基礎トナル事項ヲ**公理**トイフ。

公理一 與ヘラレタ二點ヲ通ル直線ハ唯一ツアル。

公理二 二點ヲ結ブ線分ハソノ二點間ノ最短通路デアル。

公理三 一平面上ノ二點ヲ通ル直線ハ全クソノ平面上ニアル。

公理四 圖形ハソノ形,大イサヲ變ヘルコトナシニソノ位置ダケヲ變ヘルコトガ出來ル。

公理五 平面ハソノ何レノ部分デモ任意ノ平面ニ重ネ合セルト全ク相合スル。

【注意】 二ツノ圖形ニ於イテソノ形,大イサヲ變ヘズニソノ位置ダケヲ變ヘテ互ニ他ノ圖形ニ全ク重ネ合スコトガ出來ルトキハ,コノ二ツノ圖形ハ**合同デアル**又ハ**全等デアル**トイフ。例ヘバ,

二點ヲ共有スル二ツノ直線ハ合同デアル。從ツテ相交ハル二直線ノ交點ハ唯一ツデアル。

上ニ掲ゲタ公理ヲ**幾何公理**トイフ。コノ他一般ニ用ヒラレル量ニ關スル公理ガアル。次ニソノ二三ノ例ヲ示ス。

① 全量ハソノ各部分ノ和ニ等シイ。

② 同ジ量ニ等シイ二ツノ量ハ相等シイ。

③ 相等シイ量ニ相等シイ量ヲ加ヘタ和ハ相等シイ。又相等シイ量カラ相等シイ量ヲ引イタ差ハ相等シイ。

30. 定理

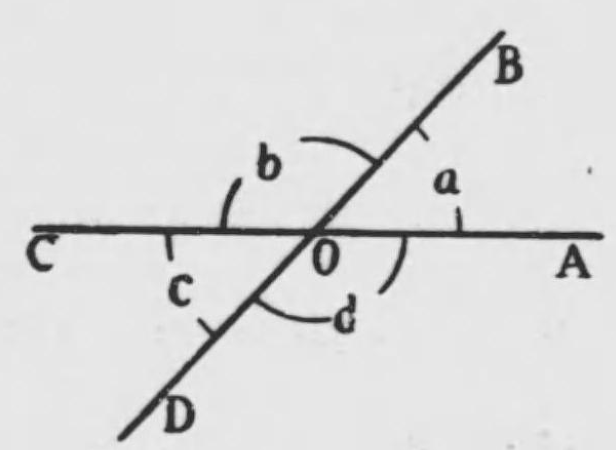
定義,公理又ハソノ他ノ既知ノ事實カラ推理ニヨツテ導キ得タ重要ナ事項ヲ**定理**トイフ。ソシテソノ推理ノ筋道ヲ示スコトヲソノ定理ノ**證明**トイフ。

[注意] 定理ヲ證明スルトキソノ定理ノ意味ヲ明確ニスルコトヲ**題意**トイフ。證明ニアタツテソノ題意ヲ述ベルノガ通例デアル。

例ヘバ,「對項角ハ相等シイ」ハ定理デアツテソノ證明ハ次ノ通リデアル。

定理一 對項角ハ相等シイ。

[題意] 二ツノ直線 AC, BD ガ點 O デ相交ハツテナス四ツノ角 $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOA$ ヲ夫々 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ デ表ハストキハ, $\angle a=\angle c$ 又ハ $\angle b=\angle d$ デアル。



證明 $\angle a+\angle b=$平角

$\angle b+\angle c=$平角

故ニ $\angle a+\angle b=\angle b+\angle c$

コノ兩邊カラ $\angle b$ ヲ引イテ

$\angle a=\angle c$

同樣ニ $\angle b=\angle d$

上ノ定理ノ題意ハ次ノ二ツノ部分カラ成ル。

[1] 二ツノ直線 AC, BD ガ點 O デ相交ハルナラバ,

[2] $\angle a=\angle c$ 又ハ $\angle b=\angle d$ デアル。

コノ [1] ハ始メニ假定シタ事柄デ [2] ハソノ假定ヲ基礎ニシテ證明ニヨツテ到達シ得ル事柄デアル。

[1] ヲ**假設**トイヒ, [2] ヲ**終結**トイフ。定理ハ總テ假設ト終結トノ二ツノ部分カラ成立スル。卽チ定理ハ

[1] A ガ B ナラバ(假設)

[2] C ガ D デアル(終結)

ナル形ニ述ベラレル。

定義 定義,公理又ハ定理カラ直チニ結

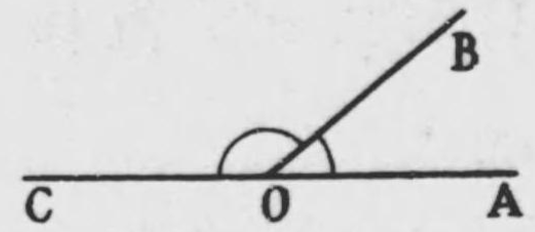
論スルコトノ出來ル定理ヲソノ系トイフ。

例ヘバ,「角ノ二等分線ノ延長ハソノ對頂角ヲ二等分スル」ハ上ノ定理ノ系デアル。

【注意】 本書デハ今後平面圖形ノミヲ取扱フコトニスル。

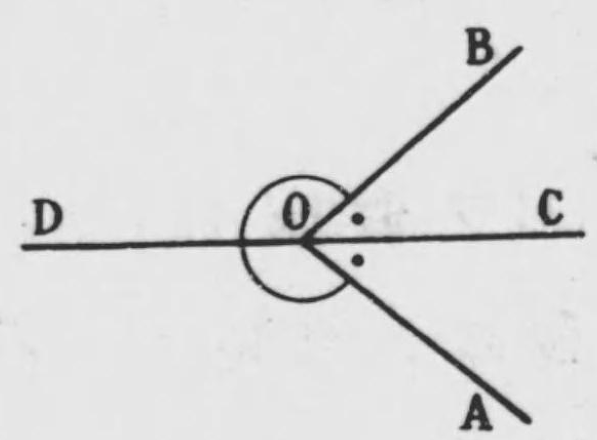
問題十七

1. 接角ガ互ニ補角ヲナストキハ,共通デナイ二邊ハ一直線トナル。コレヲ證明セヨ。



【注意】 問題ハ普通「證明セヨ」トイフ言葉ヲ省略スル。

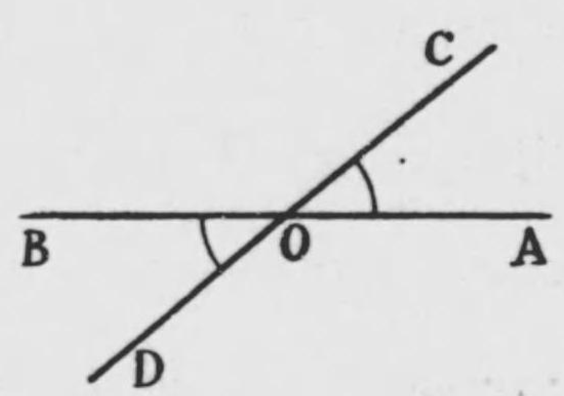
2. 共軛角ノ二等分線ハ一直線ヲナス。



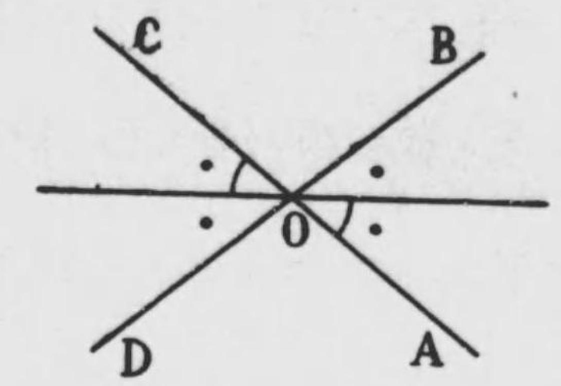
3. 直線 AB 上ノ一點 O カラ次ノ圖ノヤウニソノ反對側ニ直線 OC, OD ヲ畫イタトキ,モシ

$\angle AOC = \angle BOD$

ナラバ OC ト OD トハ一直線トナル。

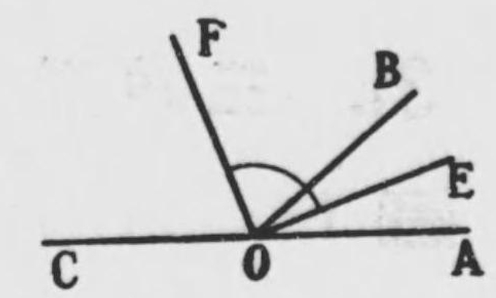


4. 對頂角ノ各ノ二等分線ハ一直線トナル。



5. 補角ヲナス接角ノ各ノ二等分線ハ直交スル。

6. 接角ノ各ノ二等分線ガ直交スルナラバ,ソノ接角ハ互ニ補角ヲナス。



第二章

三　角　形

31. 三角形ノ合同(1)

問 **1.** 三角形ノ定義ヲ述ベヨ。

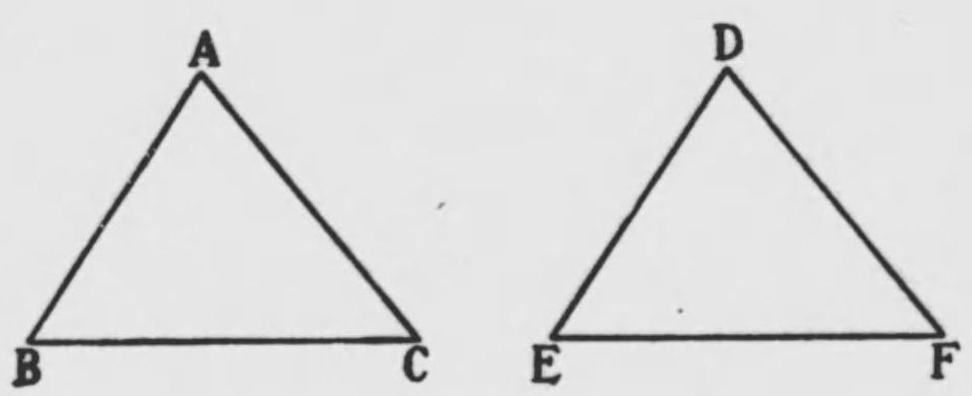
問 **2.** 三角形ノ頂點,內角,底角,頂角,邊ノ定義ヲ述ベヨ。

問 **3.** 二ツノ圖形ガ合同デアルトハドンナコトカ。

二ツノ圖形ガ合同デアルコトヲ記號≡デ書キ表ハスコトガアル。例ヘバ,二ツノ三角形ABCトDEFトガ合同デアルコトヲ

△ABC≡△DEF

ト書ク。



[注意1] 合同ナ二ツノ三角形ニ於イテハ

[1] 三ツノ角及ビ三ツノ邊ハ夫々相等シイ。

[2] 相等シイ角ニ對スル邊及ビ相等シイ邊ニ對スル角ハ相等シイ。

[注意2] △ABC≡△DEFト書クトキハ頂點A, B, Cハ夫

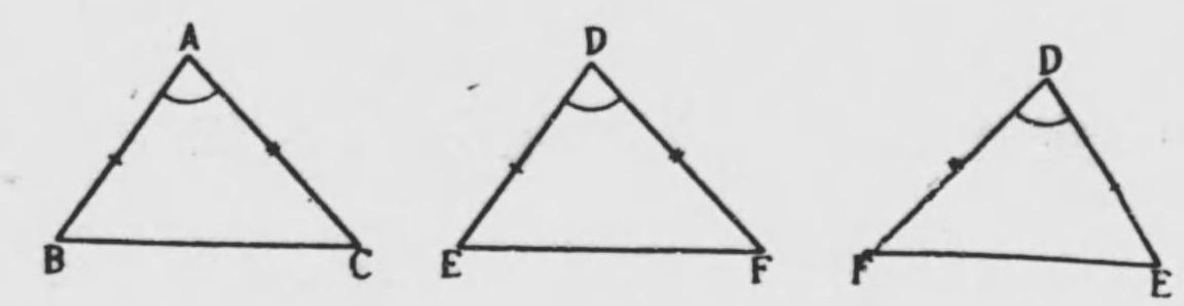
夫々D, E, Fニ對應スルモノトスル。

定理 二 二邊トソノ夾角トガ夫々相等シイ三角形ハ合同デアル。

[題意] △ABCト△DEFトニ於イテ

AB=DE, AC=DF, ∠A=∠Dナルトキハ

△ABC≡△DEF



證明 ∠A=∠DデアルカラABCノ位置ヲ變ヘテABガDEノ上ニ又ACガDFノ上ニ重ナルヤウニ∠Aヲ∠Dニ重ネ合セルコトガ出來ル。然ルトキハAB=DE, AC=DFデアルカラBハEト重サナリ,又CハFト重サナル。從ッテBCトEFハ全ク相合スル。故ニ

△ABC≡△DEF

[注意3] 上ノ如ク二ツノ圖形ヲ重ネ合セテコレガ合同デアルコトヲ證明スル方法ヲ**重置法**トイフ。

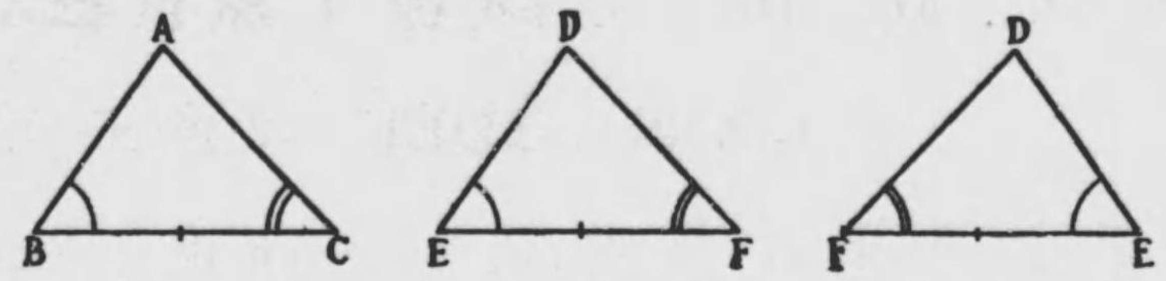
定理 三 二角トソノ間ノ邊トガ夫々相

等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル。

【題意】 $\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ トニ於イテ

$\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$, $BC=EF$ ナルトキハ

$$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$$



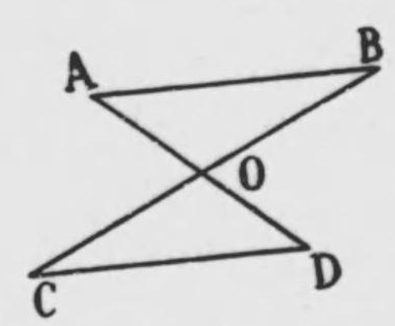
證明 定理二ノヤウニ重置法ニ依ッテ各自ナセ。

問題十八

1. 二ツノ線分 AD, BC ガ互ニ他ヲ二等分スルトキハ

$$AB=CD$$

デアル。



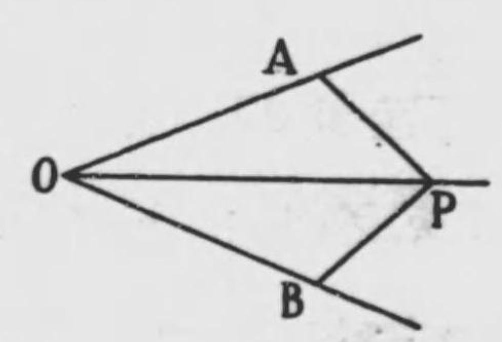
2. P ヲ $\angle AOB$ ノ二等分線上ノ一點トスルトキ

$$\angle APO=\angle BPO$$

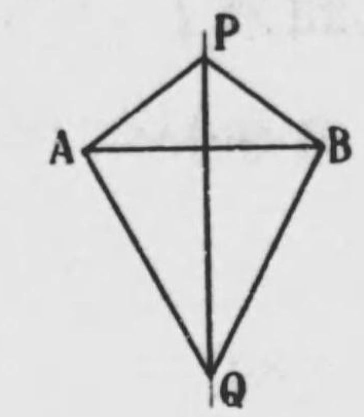
ナラバ

$$OA=OB$$

デアル。

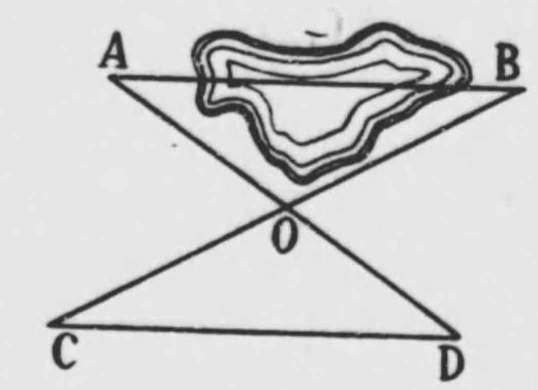


3. 線分ヲ垂直ニ二等分スル直線上ノ點ハソノ線分ノ兩端カラ等距離ニアル。

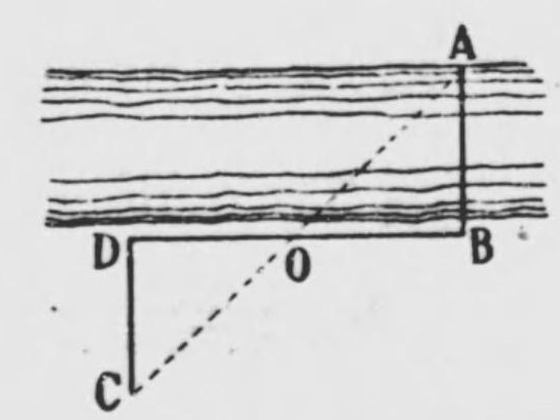


【注意】 線分ノ中點ヲ通リコレニ垂直ナ直線ヲソノ線分ノ**垂直二等分線**トイフ。

4. 右ノ圖ヲ見テ實測出來ナイ A, B 間ノ距離ヲ測ル方法ヲ工夫セヨ。



5. 川幅 AB ヲ測ルニハ,圖ノヤウニ $\angle ABO=\angle R=\angle CDO$, $OB=OD$ トシテ O, A, C ガ一直線ニナルヤウニ C ヲ定メテ DC ノ長サヲ測レバヨイ。何故カ。



32. 二等邊三角形

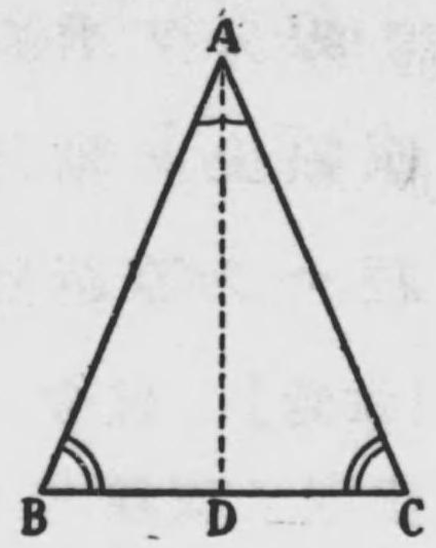
問 二等邊三角形ノ定義ヲ述ベヨ。

定理四 二等邊三角形ノ二ツノ底角ハ相等シイ。

【題意】　△ABC ニ於イテ

AB=AC ナラバ

∠B=∠C



證明　∠A ノ二等分線ト BC トノ交點ヲ D トスルト △ABD ト △ACD トニ於テ AB=AC, AD ハ共通

∠BAD=∠CAD

故ニ　△ABC≡△ACD　（定理二）

從ツテ　∠B=∠C

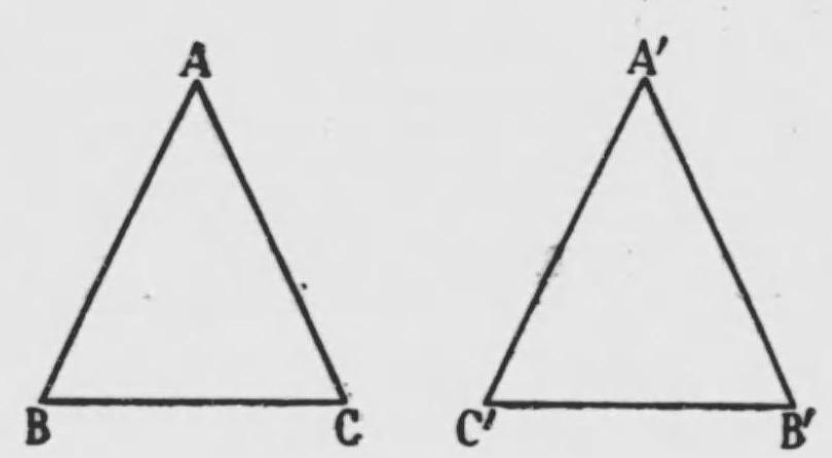
系一　二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線ハ,底邊ヲ垂直ニ二等分スル。

系二　正三角形ノ三ツノ角ハ相等シイ。

定理五　二ツノ角ガ相等シイ三角形ハ二等邊三角形デアル。

【題意】　△ABC ニ於イテ ∠B=∠C ナラバ

AB=AC



證明　△ABC ヲ裏返ヘシタトキ,頂點 A, B, C ノ位置ヲ夫々 A′, B′, C′ トスルト △ABC, △A′C′B′ ニ於イテ

∠B=∠C′

∠C=∠B′

又　BC=C′B′

故ニ　△ABC≡△A′C′B′　（定理三）

依ツテ　AB=A′C′=AC

系　三ツノ角ガ相等シイ三角形ハ正三角形デアル。

問題十九

1. 二等邊三角形ニ於イテ頂點ト底邊ノ中點トヲ結ブ線分ハ頂角ヲ二等分シ且ツ底邊ニ垂直デアル。

2. 二等邊三角形ノ兩底角ノ頂點トソノ對邊ノ中點トヲ結ブ線分ハ相等シイ。

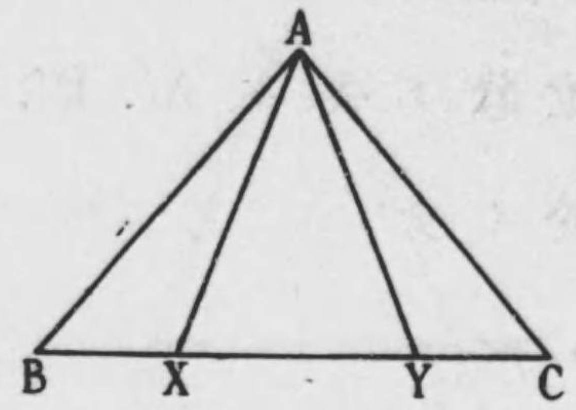
【注意】　三角形ノ頂點トソノ對邊ノ中點トヲ結ブ線分ヲ三角形ノ**中線**トイフ。

3. 圖ニ於イテ AB=AC,

BX=CY ナルトキハ

① AX=AY

② ∠BAX=∠CAY



デアル。

4. 二等邊三角形ノ底角ノ二等分線ノ形内ニアル長サハ相等シイ。

33. 定理ノ逆

定理四ハ次ノ通リニ述ベラレル。

[1] △ABC ガ二等邊三角形ナラバ,

[2] △ABC ノ二ツノ底角ハ相等シイ。

又定理五ハ次ノ通リニ述ベラレル。

[3] △ABC ノ二ツノ底角ガ相等シイナラバ,

[4] △ABC ハ二等邊三角形デアル。

コレニヨルト定理五ハ定理四ノ終結ヲ假設トシ,假設ヲ終結トシタモノデアル。カヤウニ

一ツノ定理ノ假設ト終結トヲ交換シテ得タモノヲ元ノ**定理ノ逆**トイフ。

一般ニ或定理ガ

「A ガ B ナラバ, C ガ D デアル」

トイフ形デアルナラバ,ソノ逆ハ

「C ガ D ナラバ, A ガ B デアル」

ノ形デ述ベラレル。

〔注意〕 定理ノ逆ハ必ズ眞デアルトハ限ラナイ。例ヘバ,

「二ツノ角ガ共ニ平角ナラバ,コレハ相等シイ」

ハ眞デアルケレドモ,コノ逆デアル

「二ツノ角ガ相等シイナラバ,コレハ共ニ平角デアル」

ハ恒ニハ眞デナイ。故ニ定理ノ逆ハ證明シナイデ眞デアルト斷定シテハナラナイ。

34. 三角形ノ合同(2)

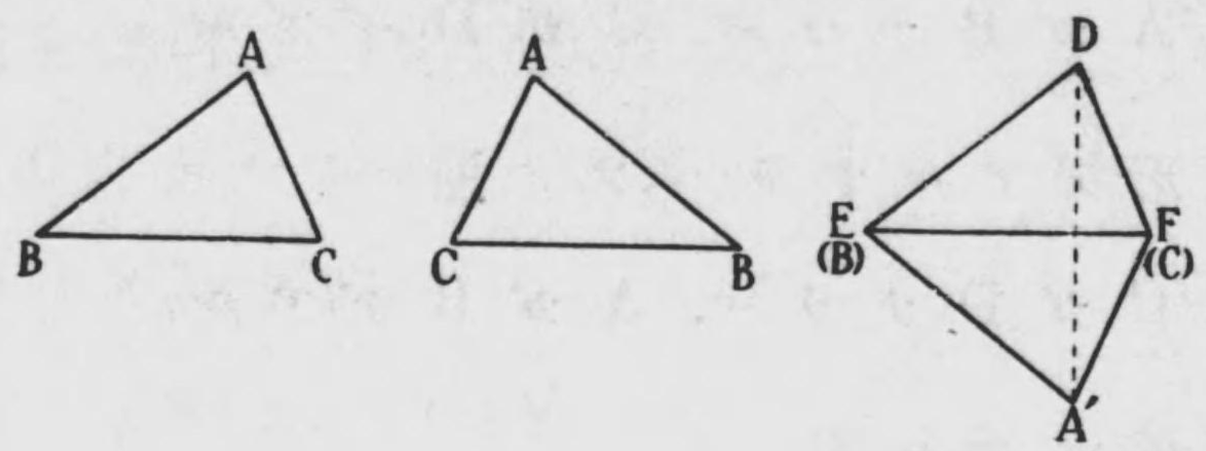
定理六 三邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ハ合同デアル。

〔題意〕 △ABC ト △DEF トニ於イテ

AB=DE, BC=EF, CA=FD

ナラバ

△ABC≡△DEF



證明 △ABC ノ位置ヲ變ヘテ BC ヲ之ニ等シイ EF ニ重ネ, A ヲ EF ニ就イテ D ト反對ノ側ニ置キ, コレヲ A' トスル。 A'D ヲ結ブト △EA'D ニ於イテ,

ED＝EA'　故ニ　∠EDA'＝∠EA'D　(定理四)

又　DF＝A'F　故ニ　∠FDA'＝∠FA'D　(定理四)

依ッテ　∠EDF＝EA'F＝∠BAC

故ニ △ABC ト △DEF トニ於イテ AB＝DE, AC＝DF ∠A＝∠D トナル。

依ッテ　△ABC≡△DEF　(定理二)

上ノ證明ニ於イテハ A'D ガ EF 上ノ點ヲ通ルモノトシタガ三角形ノ形ニヨッテハ A'D ガ EF ノ一端又ハ EF ノ延長上ヲ通ル場合ガアル。 カヤウナ場合ニ就イテハ,各自コレヲ證明セヨ。

問 題 二 十

1. 二ツノ正三角形ハ一邊ガ相等シケレバ合同デアル。
2. 二等邊三角形ノ頂點ヲ通ル中線ハコレヲ二ツノ合同ナ三角形ニ分ケル。

35. 作圖題

與ヘラレタ條件ヲ滿足サセル圖形ヲ書クコトヲ求メル問題ヲ**作圖題**トイフ。

作圖題ニ於イテ圖形ヲ書クタメニ使フ器具ハ定木トこんぱすトニ限ル。

定木ハ

[1] 直線ヲ引クコト

[2] 半直線ヤ線分ヲ延長スルコト

ノタメダケニ用ヒラレ,又こんぱすハ

[3] 圓ヲ畫クコト

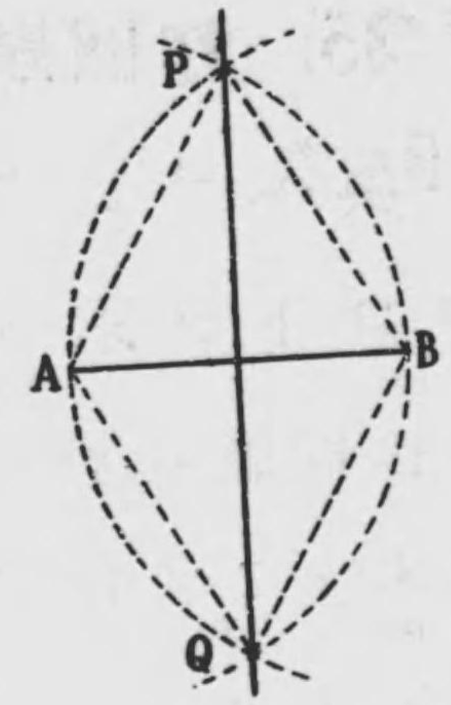
ノタメダケニ用ヒラレルモノトスル。

上ノ三ツノコトヲ**作圖ノ公法**トイヒ,作圖題ヲ解クニ際シテ許サレルモノデアル。

作圖題ヲ解クニハ,先ヅ作圖ノ方法ヲ述ベ,次ニ畫カレタ圖形ガ與ヘラレタ條件ニ適ツテキルコトヲ證明シナケレバナラナイ。

作圖題一 與ヘラレタ線分ノ垂直二等分線ヲ引ケ。

[題意] AB ヲ與ヘラレタ線分トシ,コレノ垂直二等分線ヲ引クコトヲ求メル。



作圖 點 A 及ビ B ヲ夫々中心トシテ AB ニ等シイ半徑ノ弧ヲ畫キソノ交點ヲ P, Q トシ P, Q ヲ通ル直線ヲ畫ケバコレハ求メル直線デアル。

證明 AP, AQ, BP, BQ ヲ結ブト △APQ, △BPQ ハ三邊ガ夫々相等シイ。故ニ

$$\triangle APQ \equiv \triangle BPQ \qquad \text{(定理六)}$$

依ッテ　$\angle APQ = \angle BPQ$

故ニ PQ ハ二等邊三角形 APB ノ頂角 APB ノ二等分線デアル。依ッテ PQ ハ AB ヲ垂直ニ二等分スル。(定理四系一)

[注意] A 及ビ B ヲ中心トシテ畫ク弧ノ半徑ハ AB

ノ半分ヨリモ大キイ同ジ長サデアレバヨイ。

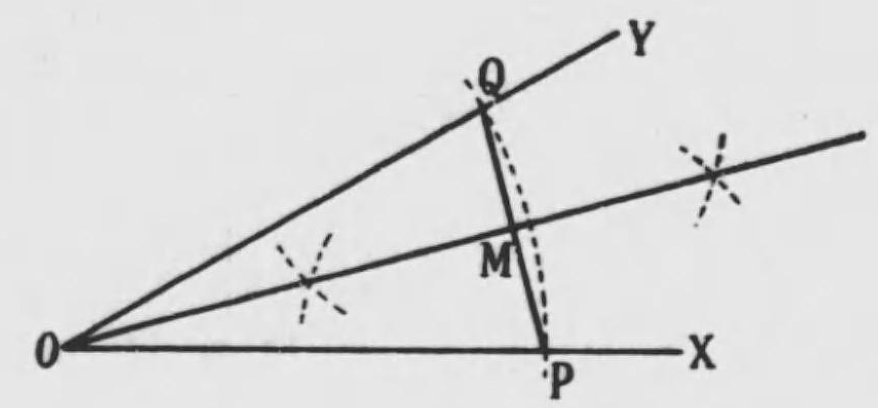
問 1. 與ヘラレタ線分ノ中點ヲ求メヨ。

問 2. 與ヘラレタ線分ヲ四等分,八等分セヨ。

作圖題二 與ヘラレタ角ノ二等分線ヲ引ケ。

[題意] ∠XOY ヲ與ヘラレタ角トシ,コレノ二等分線ヲ引クコトヲ求メル。

作圖 與ヘラレタ角ノ頂點 O ヲ中心トシ任意ノ半徑ノ弧ヲ畫キ二邊 OX, OY トノ交點ヲ夫々 P, Q トスル。次ニ點 P ト Q トヲ結ビ作圖題 1 ニ依ッテ線分 PQ ノ中點 M ヲ求メル。然ルトキ點 O, M ヲ通ル直線ヲ引クトコレハ求メル二等分線デアル。



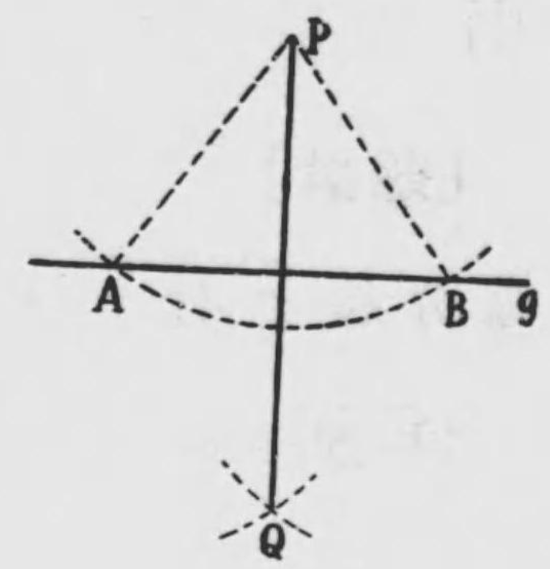
證明 問題十九ノ 1 ニ依ッテ學生自ラナセ。

問 3. 與ヘラレタ角ヲ四等分,八等分セヨ。

問 4. 與ヘラレタ直線上ノ一點ヲ通リコレニ垂線ヲ引ケ。(平角ノ二等分線ヲ引ケ)

作圖題 三 與ヘラレタ一直線外ノ一點カラコレニ垂線ヲ引ケ。

【題意】 gヲ與ヘラレタ直線,Pヲg外ノ與ヘラレタ點トシ,今Pカラgニ垂線ヲ引クコトヲ求メル。



作圖 Pヲ中心トシgニ交ハル任意ノ弧ヲ畫キ,ソノ交點ヲA, Bトスル。次ニAP, BPヲ結ビ∠APBノ二等分線PQヲ引ケバヨイ。(作圖題 2)

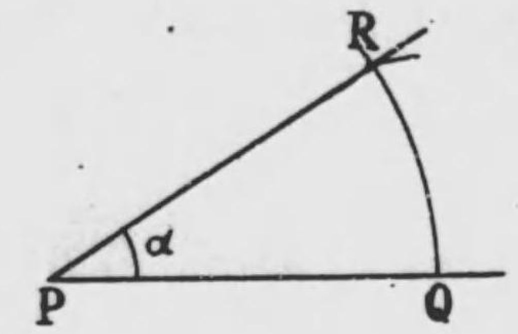
證明 定理四ノ系一ニヨリ學生自ラナセ。

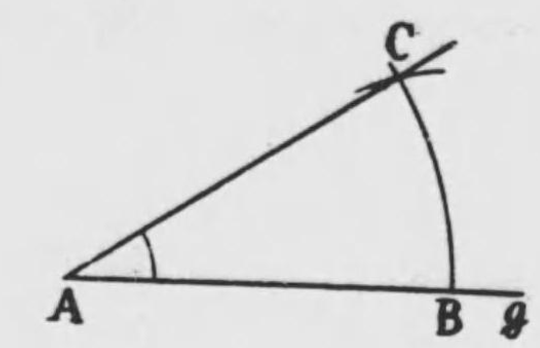
問 5. 上ノ作圖ノ別法トシテg上ニ任意ノ二點A, Bヲトリ,コレヲ夫々中心トシテPヲ通ル二ツノ圓周ヲ畫キ,コノ兩圓周ノPデナイ交點QトPトヲ結ンデモヨイ。何故カ。

作圖題 四 與ヘラレタ一直線上ノ與ヘラレタ一點カラコノ直線ト與ヘラレタ角ニ等シイ角ヲ作ル一ツノ半直線ヲ引ケ。

【題意】 ∠αヲ與ヘラレタ角,gヲ與ヘラレタ一直線トシ,g上ノ與ヘラレタ點ヲAトスル。今

Aヲ通リgト∠αニ等シイ角ヲ作ル半直線ヲ引クコトヲ求メル。



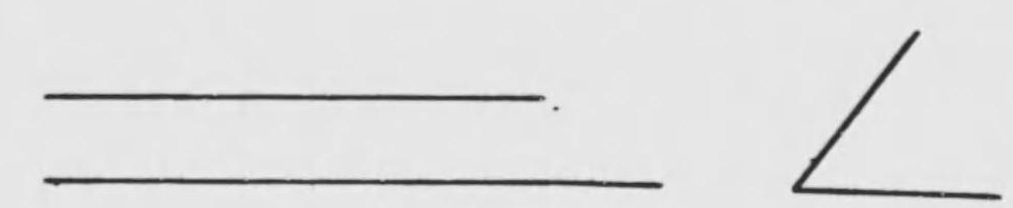


作圖 ∠αノ二邊ヲPQ, PRトスル。P及ビAヲ中心トシテ同ジ半徑デ圓周ヲ畫キ, ∠αノ二邊トノ交點ヲ夫々Q, Rトシ,直線gトノ交點ノ一ツヲBトスル。Bヲ中心トシテQRノ半徑デ圓周ヲ畫キA圓周トノ交點ノ一ツヲCトスル。然ルトキハ半直線ACヲ引ケバ,コレハ求メルモノデアル。

證明 三角形ノ合同(定理六)ニヨリ學生自ラコレヲナセ。

問題 二十一

1. 右ニ與ヘラレタ二線分ヲ二邊トシ,ソノ夾角ガ右ノ角ニ等シイ三角形ヲ作レ。



【注意】 以下ノ作圖題ニ於イテハ條件トシテ與ヘラレルモノハ學生自ラコレヲ定メルコトニスル。

2. 與ヘラレタ二角ノ和又ハ差ニ等シイ角ヲ作レ。

3. 底邊ト二ツノ底角トヲ知ツテ三角形ヲ作レ。

4. 底邊ト高サトヲ知ツテ二等邊三角形ヲ作レ。

5. 頂角ト高サトヲ知ツテ二等邊三角形ヲ作レ。

6. 與ヘラレタ線分ヲ一邊トスル正方形ヲ作レ。

7. 與ヘラレタ四角形,五角形ト合同ナ四角形,五角形ヲナルベク簡便ナ方法デ書ケ。

8. 任意ノ三角形ヲ書イテ,

① 三ツノ内角ノ二等分線

② 三邊ノ垂直二等分線

ヲ引ケ。ソシテコレ等ノ三直線ハ常ニ一點デ交ハルコトヲ確メヨ。

第三章

平　行　線

36. 平行線

問 1. 同位角,錯角,同側内角,同側外角ノ定義ヲ述べヨ。

問 2. 平行線ノ定義ヲ述べヨ。

定理七 二直線ガ他ノ一直線ト交ハツテナス一組ノ同位角ガ相等シイトキハ,

[1] 他ノ三組ノ同位角ハ各相等シイ。

[2] 二組ノ錯角ハ各相等イ。

[3] 二組ノ同側内角ハ各互ニ補角ヲナス。

[4] 二組ノ同側外角ハ各互ニ補角ヲナス。

證明 學生自ラコレヲナセ。

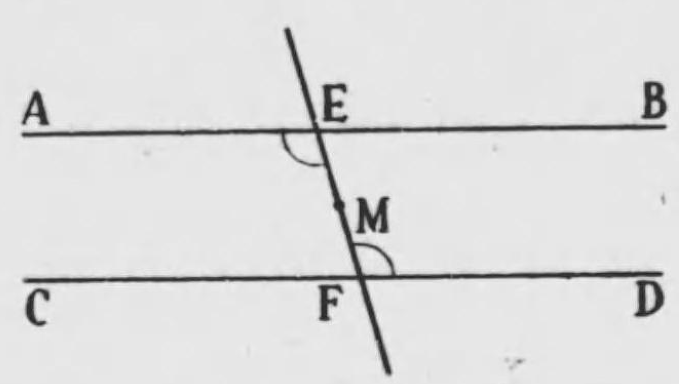
定理八 二直線ガ他ノ一直線ト交ハツテナス一組ノ錯角ガ相等シイトキハ,コノ二直線ハ平行デアル。

【題意】 二ツノ直線AB, CDガ他ノ一直線トE, Fデ交ハツタトキ $\angle AEF=\angle DFE$ デアルナラバ,

$$AB \parallel CD$$

デアル。

證明 EFノ中點Mノマワリニコノ圖形ヲ半廻轉スルト $ME=MF$ デアルカラ EトFトノ位置ガ交換サレ, $\angle AEF=\angle DFE$ デアルカラ直線ABト直線DCトノ位置ガ交換サレテ全ク元ノ圖形ト相重ナル。故ニ若シ直線ABトCDトガ平行デナイナラバコノ二直線ハ直線EFノ何レカノ側デ相交ハルカラコレハソレト反體側デモ相交ハルコトニナッテ假設ニ反スル(公理一)。故ニ $AB \parallel CD$ デアル。



系一 二直線ガ他ノ一直線ト交ハッテ

[1] 一組ノ同位角ガ相等シイトキ

[2] 一組ノ同側內角又ハ同側外角ガ互ニ補角ヲナストキ

コノ二直線ハ平行デアル。

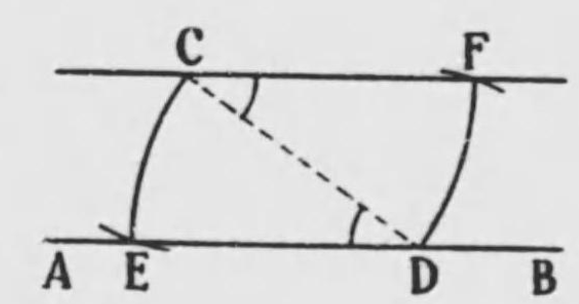
系二 同一ノ直線ニ垂直ナ二直線ハ互ニ平行デアル。

【注意】 上ノ定理ノ證明ノヤウニ,終結ヲ否定シテ推理ヲ進メテ假設ニ反スル結果ニ到達スルカ,或ハ定義,公理,既知ノ定理又ハソノ他ノ事實ニ矛盾スル結果ニ到達スルカヲ述ベテソノ終結ガ眞デアルト判定スル證明法ヲ**歸謬法**又ハ**間接法**トイフ。

問 3. 三角定木ノ縁ヲ他ノ定木ノ縁ニ沿フテ滑ラセテ平行線ヲ引ク方法ノ理由ヲ説明セヨ。

作圖題五 一直線外ノ一點ヲ通リコノ直線ニ平行ナ直線ヲ引ケ。

【題意】 與ヘラレタ直線AB外ノ與ヘラレタ點Cヲ通ッテコレニ平行ナ直線ヲ引クコトヲ求メル。



作圖 上ノ圖ヲ見テ學生自ラコレヲナセ。

證明 上ノ圖ヲ見テ學生自ラコレヲナセ。

問 4. 二枚ノ同ジ形ノ三角定木ヲ用ヒテ上ノ作圖ヲナス方法ヲ考ヘヨ。

37. 平行線ノ公理

公理 六 一直線外ノ一點ヲ通リ,コノ直線ニ平行ナ直線ハ唯一ツ存在スル。

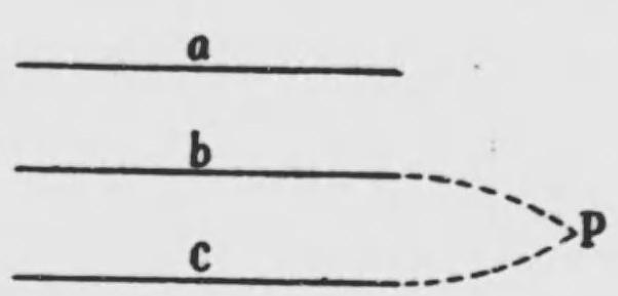
コレヲ**平行線ノ公理**トイフ。

コノ公理カラ次ノ定理ガ得ラレル。

定理 九 同一ノ直線ニ平行ナ二ツノ直線ハ互ニ平行デアル。

【題意】 三ツノ直線ヲ a, b, c トシ $a \parallel b, a \parallel c$ ナラバ, $b \parallel c$ デアル。

證明 假ニ b, c ガ P デ交ハルトスルト,モシ P ガ a 上デナケレバ直線 a 外ノ點 P ヲ通リ a ニ平行ナ直線ガ b, c ノ二ツアルコトニナツテ上ノ公理ニ矛盾スル。又 P ガ a 上ニアレバ $a \parallel b$ トイフ假設ニ反スル。故ニ何レニシテモ b, c ハ交ハラナイコトガワカル。卽チ平行デアル。



問 平行ナ二直線ノ一ツト交ハル直線ハ他ノ一ツトモ交ハル。(歸謬法ニテ證明セヨ)

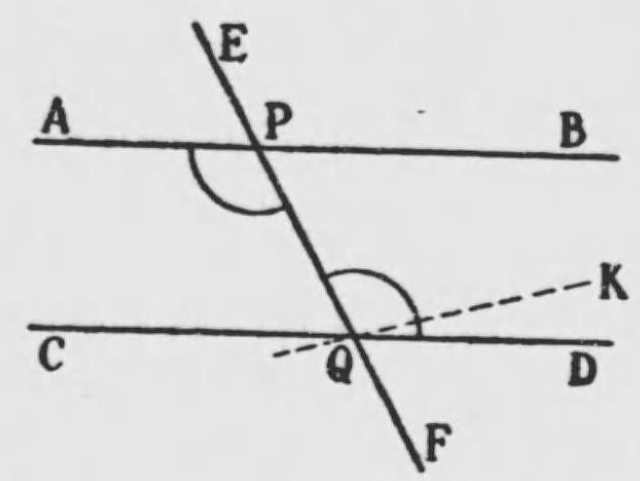
定理 十 平行ナ二直線ガ他ノ一直線ト交ハルトキハ二組ノ錯角ハ各相等シイ。

【題意】 平行ナ二直線 AB, CD ガ他ノ一直線 EF トノ交點ヲ夫々 P, Q トスルト,

$$\angle APQ=\angle DQP, \qquad \angle BPQ=\angle CQP$$

デアル。

證明 $\angle APQ=\angle DQP$ デナイトスルト, Q ヲ通リ $\angle APQ=\angle KQP$ ナル如ク直線 QK ヲ引クトコレハ QD トハ相異ルガ $AB \parallel QK$ トナル(定理八)。故ニ AB 外ノ一點 Q ヲ通ツテ AB ニ平行ナ二ツノ直線(CD ト QK)ガアルコトニナツテ平行線ノ公理ニ矛盾スル。故ニ $\angle APQ=\angle DQP$ デナケレバナラヌ。同様ニ $\angle BPQ=\angle CQP$ デアル。



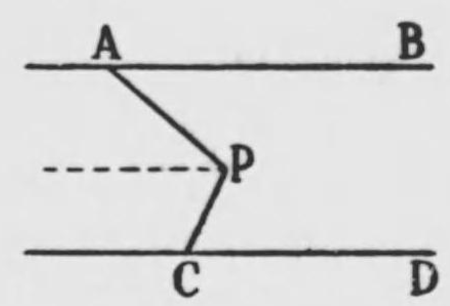
系 平行ナ二直線ガ他ノ一直線ト交ハルトキ四組ノ同位角ハ相等シク,二組ノ同側內角又ハ同側外角ハ各互ニ補角ヲナス。

問題 二十二

1. 平行ナ二直線ノ一ツニ垂直ナ直線ハ他ノ一ツニモ垂直デアル。
2. 同一ノ直線ノ垂線ト斜線トハ相交ハル。
3. 二邊ガ夫々平行ナ二ツノ角ハ相等シイカ又ハ互ニ補角ヲナス。
4. 圖ニ於イテ

$$\angle APC = \angle BAP + \angle DCP$$

ナラバ $AB \parallel CD$ ナリ。



5. 與ヘラレタ直線外ノ一點ヲ通リソノ直線ト交ハル一直線ヲ引イテソノナス角ヲ與ヘラレタ角ニ等シクセヨ。

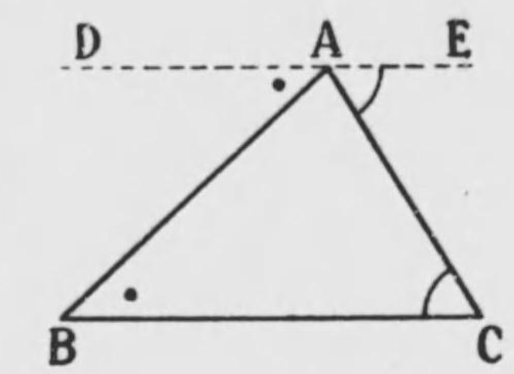
38. 三角形ノ內角ノ和

問 1. 三角形ノ內角,外角及ビ外角ノ內對角ノ定義ヲ述ベヨ。

問 2. 鋭角三角形,直角三角形,鈍角三角形ノ定義ヲ述ベヨ。

定理十一 三角形ノ三ツノ內角ノ和ハ2直角ニ等シイ。

【題意】 $\triangle ABC$ ニ於イテ $\angle A + \angle B + \angle C = 2$ 直角デアル。



證明 A ヲ通リ BC ニ平行ナ直線 DE ヲ引キ定理十ヲ用ヒテ學生自ラコレヲナセ。

系一 三角形ノ外角ハソノ內對角ノ和ニ等シイ。

系二 一ツノ三角形ノ二角ガ夫々他ノ一ツノ三角形ノ二角ニ相等シイトキハ第三角モ相等シイ。

系三 一ツノ三角形ニハ直角又ハ鈍角デアル內角ハ一ツヨリモ多クハナイ。

系四 一直線外ノ一點カラコノ直線ニ垂直ナ直線ハ唯一ツ存在スル。

系五 三角形ノ一角ガ直角ナラバ他ノ二角ハ互ニ餘角ヲナス。

問題 二十三

1. 正三角形ノ一角ハ $\frac{2}{3}$ 直角ニ等シイ。

2. 頂角ガ直角デアル二等邊三角形ヲ**直角二等邊三角形**トイフ。直角二等邊三角形ノ底角ハ $\frac{1}{2}$ 直角デアル。

3. 一角ガ $60°$ ナル二等邊三角形ハ正三角形デアル。

4. $\triangle ABC$ ノ内部ノ任意ノ一點ヲ O トスルト

$$\angle AOB > \angle ACB$$

5. 三角形ノ各頂點ニ於ケル一ツヅツノ外角ノ和ハ四直角デアル。

6. 直角三角形ノ直角ノ頂點カラ對邊ニ引イタ垂線ニヨツテ分タレル二ツノ三角形ノ三ツノ内角ハ夫々相等シイ。

7. $\triangle ABC$ ニ於イテ $\angle C$ ガ一定ノ大イサデ $\angle A$, $\angle B$ ガ變動スルトキ,モシ $\angle A$ ガ $10°$ ダケ増セバ $\angle B$ ハ何程増減スルカ。

39. 多角形ノ内角ノ和

問 1. 多角形及ビ多角形ノ對角線ノ定義ヲ述ベヨ。

定理十二 邊數ガ n ナル多角形ノ内角

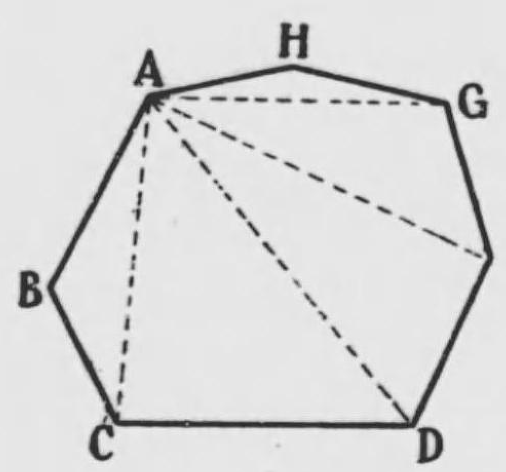
ノ總和ハ $(2n-4)$ 直角ニ等シイ。

【題意】 ABCD……H ヲ n 角形トスレバ

$$\angle A + \angle B + \angle C + \cdots\cdots + \angle H = (2n-4) \text{ 直角}$$

デアル。

證明 一頂點 A カラ對角線 AC, AD, ……, AG ヲ引クト,コノ n 角形ハ $(n-2)$ 個ノ三角形

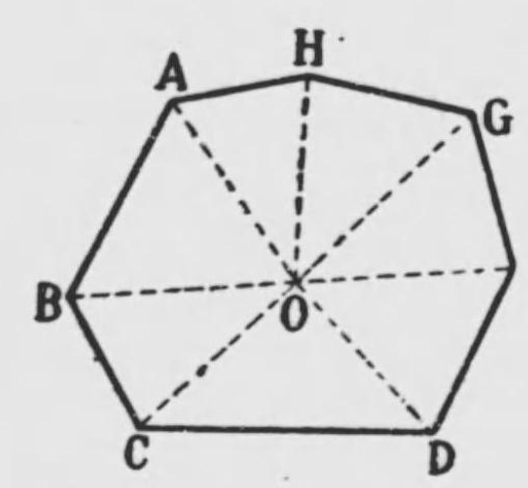


ABC, ACD, ……, AGH

ニ分タレル。而シテコレ等ノ三角形ノ内角ノ總和ハコノ多角形ノ内角ノ總和デアル。故ニ

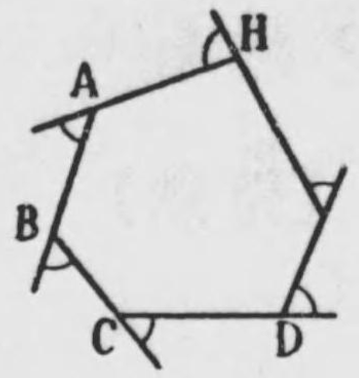
$$\angle A + \angle B + \angle C + \cdots\cdots + \angle H = 2(n-2) \text{ 直角}$$
$$= (2n-4) \text{ 直角}$$

問 2. 形内ニ一點ヲ定メ,コレト各頂點ヲ結ンデ得ラレル n 個ノ三角形ノ内角ノ和ヲ考ヘテ上ノ定理ヲ證明セヨ。



系一 四角形ノ内角ノ和ハ 4 直角ニ等シイ。

系二　多角形ノ各頂點ニ於イテ一ツヅツ作ツタ外角ノ總和ハ4直角ニ等シイ。



問 3. 任意ノ一點カラ各邊ニ順次ニ平行線ヲ引イテ上ノ系二ヲ證明セヨ。

問題　二十四

1. 正五角形,正六角形,正八角形ノ一角ノ大イサヲ求メヨ。
2. 正n角形ノ一角ノ大イサハ$\dfrac{2n-4}{n}$直角デアル。
3. 一ツノ外角ガ$60°$デアル正多角形ノ邊數ヲ求メヨ。又一ツノ外角ガ$24°$ナラバドウカ。

40. 直角三角形ノ合同

問 1. 直角三角形ノ定義ヲ述ベヨ。

問 2. 二ツノ直角三角形ハ次ノ各場合ニ合同デアル。

① 直角ヲ夾ム二邊ガ夫々相等シイトキ。

② 一邊トソノ端ニ於ケル一鋭角ガ夫々相等シイトキ。

③ 一邊トコレニ對スル一鋭角ガ夫々相等シイトキ。

④ 斜邊ト一鋭角ガ夫々相等シイトキ。

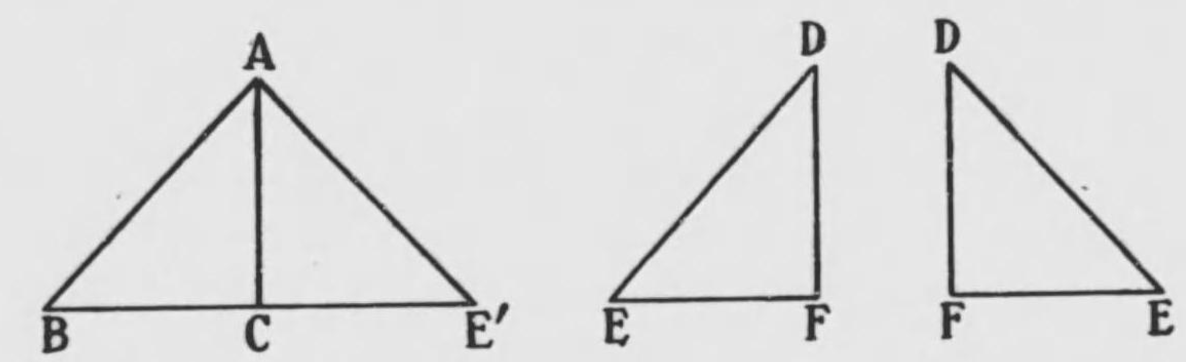
定理 十三　斜邊ト他ノ一邊トガ夫々相等シイ二ツノ直角三角形ハ合同デアル。

【題意】　△ABC, △DEF ニ於イテ

$$\angle C=\text{直角}=\angle F,\quad AB=DE,\quad AC=DF$$

ナルトキハ

$$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$$



證明　△DEFノ邊DFヲACニ重ネ,EヲACニ關シテBト反對ノ側ニ在ルヤウニ置キ,Eノトル位置ヲE'トスレバ

$$\angle ACB+\angle ACE'=2\text{直角}$$

故ニBCE'ハ一直線ヲナス。

而シテ$AB=AE'$デアルカラ,

$\angle B=\angle E'$　從ツテ　$\angle B=\angle E$

故ニ　　$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$

問題　二十五

1. 二等邊三角形ノ頂點カラ底邊ニ下シタ垂線ハ底ノ中點ヲ通ル。
2. 二等邊三角形ノ底ノ兩端トソノ對邊トノ距離ハ相等シイ。
3. 角ノ二邊カラ等距離ニアル點ハソノ角ノ二等分線上ニアル。
4. 三角形ノ二ツノ角ノ二等分線ノ交點ハ三邊カラ等距離ニアル。
5. 三角形ノ二邊ノ垂直二等分線ノ交點ハ三頂點カラ等距離ニアル。
6. 三角形ノ一邊ノ中點カラ他ノ二邊ニ引イタ垂線ガ相等シイトキハ,コノ三角形ハ二等邊三角形デアル。

第四章

三角形ノ邊ト角トノ關係

41. 三角形ノ邊

定理十四　一ツノ三角形ニ於イテ,

[1]　二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリモ大デアル。

[2]　二邊ノ差ハ他ノ一邊ヨリモ小デアル。

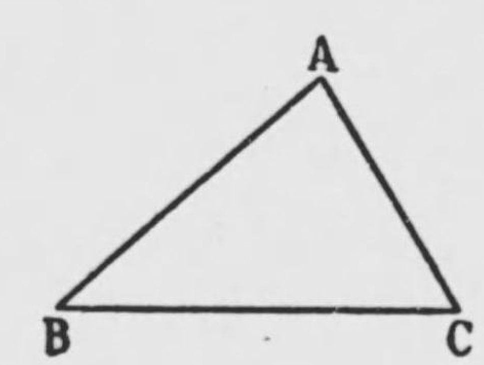
【題意】　$\triangle ABC$ ニ於イテ,例ヘバ

[1]　　$AB+AC>BC$

[2]　　$AB\sim AC<BC$

デアル。

證明　[1]　公理二ニ依ツテ明カデアル。



[2]　$AB>AC$　トスルト [1] カラ　　$AB<BC+AC$

故ニ　　$AB-AC<BC+AC-AC$

即チ　　$AB-AC<BC$

同様ニ $AB<AC$, $AB=AC$ ノ場合ニハ

$$AC-AB<BC$$

42. 三角形ノ邊ト角トノ關係

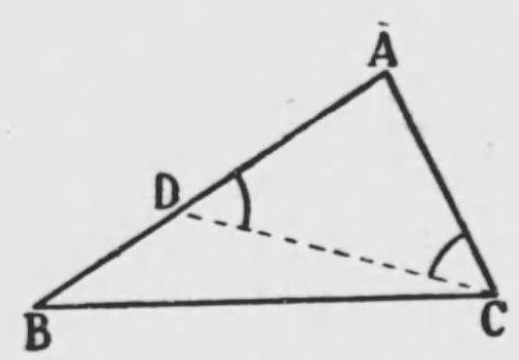
問 1. 一ツノ三角形ノ二邊ガ相等シイトキハ，コレ等ニ對スル角ハ相等シイカ。又逆ニ二角ガ相等シイトキハコレ等ニ對スル邊ハドウカ。

定理 十五 一ツノ三角形ノ二邊ガ不等ナルトキハ大邊ノ對角ハ小邊ノ對角ヨリモ大デアル。

【題意】 $\triangle ABC$ ニ於イテ $AB>AC$ ナラバ

$$\angle C>\angle B$$

證明 邊 AB 上ニ AC ニ等シク AD ヲトリ CD ヲ結ブト $\triangle ADC$ ニ於イテ $AD=AC$ デアルカラ



$$\angle ACD=\angle ADC \qquad (1)$$

DC ハ $\angle C$ ノ內部ニアルカラ

$$\angle ACD<\angle C \qquad (2)$$

故ニ (1), (2) カラ

$$\angle ADC<\angle C \qquad (3)$$

又 $\angle ADC$ ハ $\triangle DBC$ ノ外角デアルカラ

$$\angle B<\angle ADC \qquad (4)$$

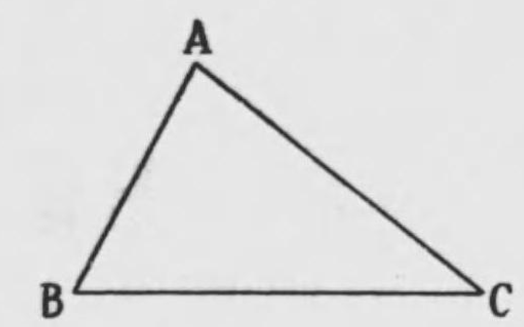
故ニ (3), (4) カラ

$$\angle B<\angle C$$

定理 十六 三角形ノ二角ガ不等ナルトキハ大角ノ對邊ハ小角ノ對邊ヨリモ大デアル。

【題意】 $\triangle ABC$ ニ於イテ $\angle B<\angle C$ ナラバ $AC<AB$

證明 假ニ AC ガ AB ヨリモ小デナイトスルト



[1] $AC=AB$ デアルカ，

[2] $AC>AB$ カデアル。

然ルニ [1] ノ場合ニハ $\angle B=\angle C$ トナリ又 [2] ノ場合ニハ $\angle B>\angle C$ (前定理) トナッテ何レモ假設ノ $\angle B<\angle C$ ニ反スル。故ニ $\angle B<\angle C$ ナラバ必ズ $AC<AB$ デナケレバナラヌ。

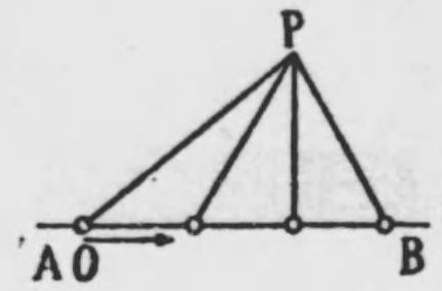
【注意】 上ノ證明デ判ルヤウニ，或事柄ニツイテ起リ得ル總テノ場合ニ對シテ他ノ事項ノ起リ得ル總テノ場合ガ夫々推論出來ルトキハ，コレ等ノ逆モ亦眞デアルコトガ推論出來ル。コノ證明法ヲ**轉換法**トイフ。

系 一 直角三角形ノ斜邊ハ他ノ邊ヨリモ大デアル。

問 2. 鈍角三角形ノ鈍角ニ對スル邊ハ他ノ二

邊ノ何レヨリモ大デアル。

問 3.　右ノ圖ニ於イテ點 P トー直線上ノ二點 A, B ガ不動デアルトシ,今點 O ガ AB 上ヲ異動スルトキ OP=OB トナルヤウナ O ノ位置ヲ定メヨ。



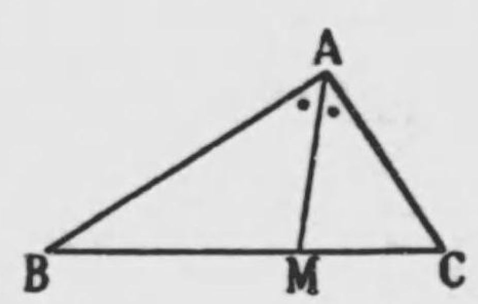
問　題　二十六

1.　一直線外ノ一點カラソノ直線ニ引イタ斜線ノ中デ相等シイモノハ二ツダケデアル。

2.　一直線外ノ一點カラコノ直線ニ至ル斜線ノ長サハ,ソノ足ガコノ點カラノ垂線ノ足ヨリ遠ザカルニ從ツテ大デアル。

3.　$\triangle ABC$ ニ於イテ $\angle C > \angle B$ ナルトキ, BC 上ノ任意ノ一點ヲ P トスレバ, $AP < AB$ デアル。

4.　$\triangle ABC$ ニ於イテ $\angle A$ ノ二等分線ト BC トノ交點ヲ M トスレバ



①　　$AB > BM$

②　　$AC > CM$

又 $\angle A$ ノ外角ノ二等分線トスレバドウカ。

43.　二邊夫々相等シイ二ツノ三角形ノ邊ト角トノ關係

問　二邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ニ於イテソノ夾角ガ相等シイトキハ,第三邊ハ相等シイカ。又コノトキ第三邊ガ相等シイトキハソノ夾角ハ相等シイカ。

定理十七　二邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ニ於イテ,ソノ夾角ガ不等ナルトキハ,夾角ノ大キイ三角形ノ第三邊ハソレノ小サイ三角形ノ第三邊ヨリモ大デアル。

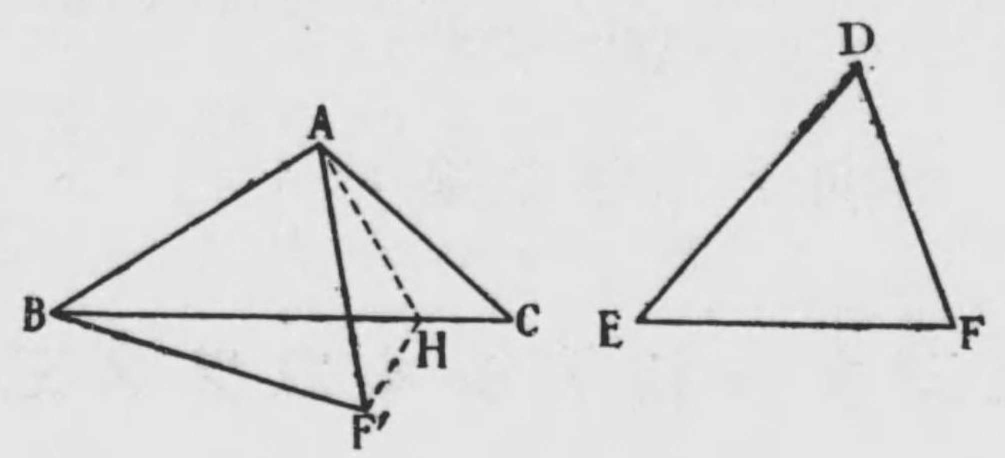
【題意】　$\triangle ABC$, $\triangle DEF$ ニ於イテ

$$\triangle B=DE,\quad AC=DF,\quad \angle A > \angle D$$

ナルトキハ

$$BC > EF$$

證明　$\triangle DEF$ ヲトリ, DE ヲコレニ等シイ AB ニ重ネ, F ヲ AB ニ關シテ C ト同ジ側ニアルヤウニ置イタトキ F ノトル位置ヲ F′ トスル。



然ルトキハ ∠A>∠D デアルカラ DF ハ ∠A ノ内部ニ來ル。依ッテ

[1] F′ ガ BC 上ニアレバ

$$BC>EF$$

[2] F′ ガ BC 上ニナケレバ ∠F′AC ノ二等分線ガ BC ト H デ交ハルトシ, F′H ヲ結ブト

$$\triangle AF'H \equiv \triangle ACH \quad 故ニ \quad F'H=CH$$

依ッテ　$BC=BH+HC=BH+HF'>BF'$

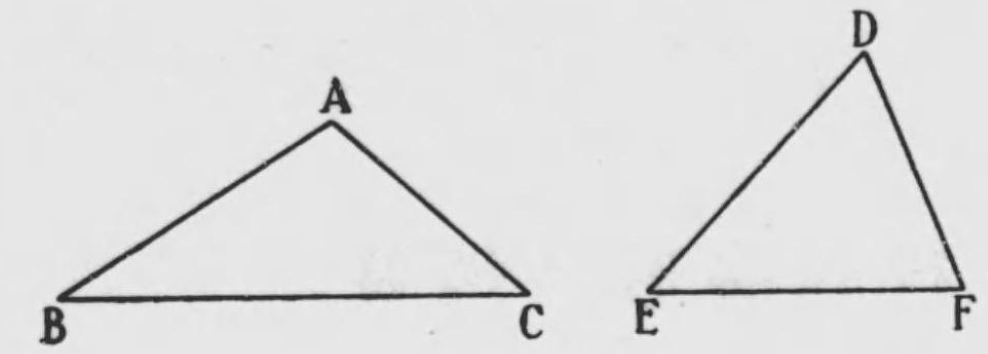
故ニ　$BC>EF$

定理十八 二邊ガ夫々相等シイ二ツノ三角形ニ於イテ第三邊ガ不等ナルトキハ, 邊ノ大キイ三角形ノソノ邊ニ對スル角ハ, 邊ノ小ナル三角形ノソノ邊ニ對スル角ヨリモ大デアル。

【題意】 △ABC, △DEF ニ於イテ

AB=DE, AC=DF, BC>EF ナルトキハ

$$\angle A>\angle D$$



證明 轉換法ニ依ッテ學生自ラコレヲナセ。

問題二十七

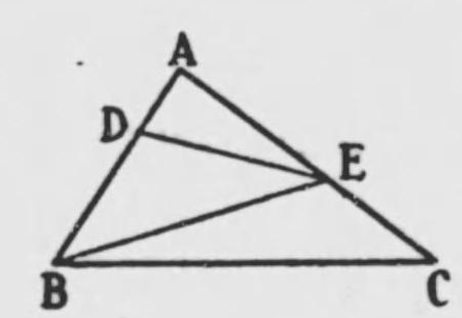
1. 線分ノ垂直二等分線外ノ點ハソノ線分ノ兩端カラ不等ノ距離ニアル。

2. △ABC ニ於イテ BC ノ中點ヲ M トスレバ, AC>AB ナラバ ∠AMB ハ鋭角, ∠AMC ハ鈍角デアル。逆モ眞デアル。

3. △ABC ノ邊 AB ヲ D マデ延長シテ BD=AC ナラシメルト, DC>AB デアル。

4. △ABC ニ於イテ ∠A ガ最大デアルトキハ二邊 AB, AC 上ニ夫々任意ノ點 D, E ヲ取ルト

$$BC>BE>ED$$



第五章

平行四邊形

44. 平行四邊形ノ性質

問 次ノ定義ヲ述ベヨ。

① 平行四邊形　　② 矩形

③ 菱形　　④ 正方形

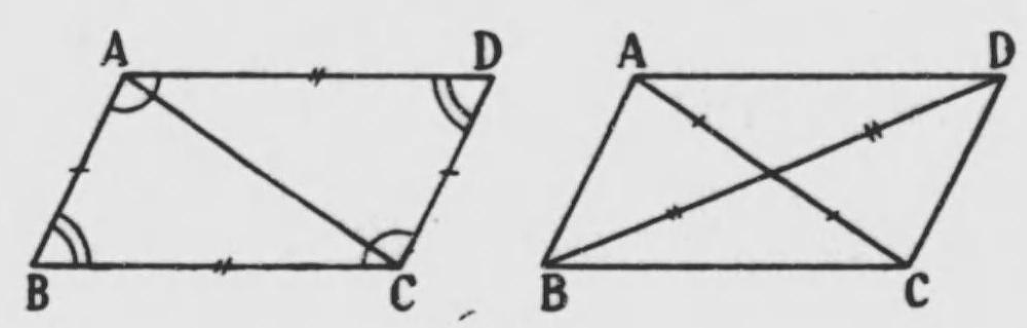
定理十九 平行四邊形ニ於イテハ

[1] 二組ノ對邊ガ夫々相等シイ。

[2] 二組ノ對角ハ夫々相等シイ。

[3] 相隣レル二角ハ互ニ補角ヲナス。

[4] 對角線ハ互ニ他ヲ二等分スル。



證明 學生自ラコレヲナセ。

系一 平行四邊形ニ於イテ

[1] 一角ガ直角デアレバ,他ノ角モ皆直角デアル。

[2] 一組ノ隣邊ガ相等シイトキハ,四邊皆相等シイ。

問題二十八

1. 二ツノ平行線ノ距離ハ一定デアル。

2. 菱形ノ對角線ハ互ニ他ヲ垂直ニ二等分スル。

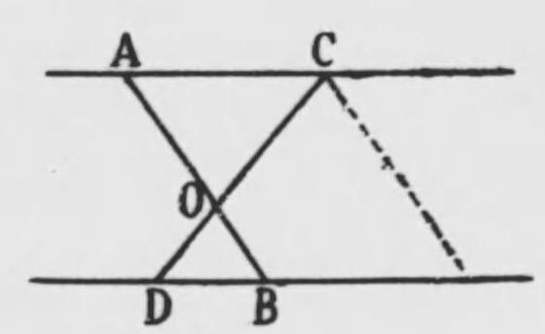
3. 平行四邊形ノ一ツノ角ガ 120° ナルトキハ,他ノ角ノ大イサハ何程カ。

4. 平行四邊形ノ一組ノ對邊ノ中點ヲ結ブ直線ハ他ノ邊ニ平行デ,且對角線ヲ二等分スル。

5. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ハ,之ヲ通リ一組ノ對邊,又ハソノ延長上ニ兩端ヲ有スル總テノ線分ノ中點デアル。

6. 相等シイ二線分 AB, CD ガ平行線 AC, DB ノ間ニアッテ O ニ於イテ相交ハルトキハ

$$OA=OC$$
$$OB=OD$$



デアル。

45. 平行四邊形デアルタメノ條件

定理二十 四邊形ハ次ノ各ノ場合ニ於イテ平行四邊形デアル。

[1] 二組ノ對邊ガ夫々相等シイトキ。

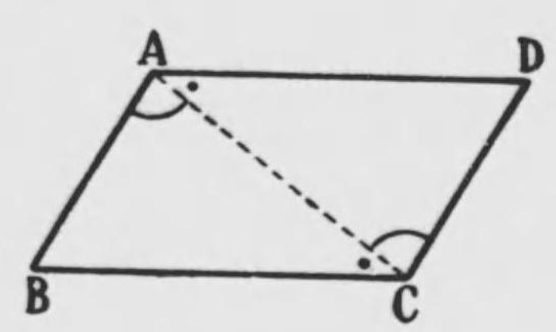
[2] 二組ノ對角ガ夫々相等シイトキ。

[3] 一組ノ對邊ガ相等シク且平行デアルトキ。

[4] 對角線ガ互ニ他ヲ二等分スルトキ。

證明 四邊形 ABCD ニ於イテ,

[1] AB=CD, BC=DA ノ場合。



對角線 AC ヲ引クト

△ABC≡△CDA (定理六)

故ニ ∠BAC=∠DCA, ∠ACB=∠CAD

依ツテ AB∥CD, BC∥DA (定理八系一)

故ニ ABCD ハ平行四邊形デアル。

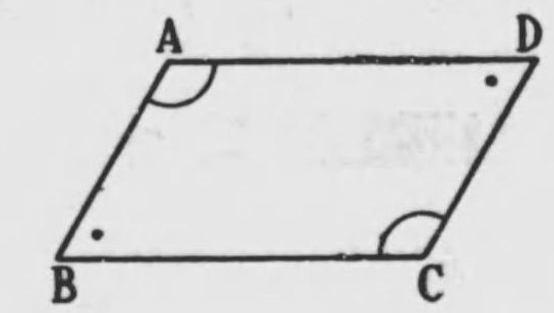
[2] ∠A=∠C, ∠B=∠D ノ場合。

∠A+∠B=∠C+∠D

然ルニ四角形ノ內角ノ和ハ 4 直角デアル。故ニ

∠A+∠B=2直角

∠C+∠D=2直角



依ツテ

AB∥DC, BC∥AD

(定理八系一)

故ニ ABCD ハ平行四邊形デアル。

[3] 學生自ラ證明ヲ試ミヨ。

問題 二十九

1. 平行四邊形ガ矩形,菱形,正方形デアルタメノ條件ヲ求メヨ。
2. 二ツノ對角線ノ長サガ相等シイ平行四邊形ハ矩形デアル。
3. 平行四邊形 ABCD ノ邊 AB, CD ノ中點ヲ夫々 M, N トスルトキハ, CM∥AN デアル。
4. 平行四邊形ノ相對スル角ノ二等分線ハ互ニ平行デアル。
5. 平行四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結ンデ得ル四邊形ハ平行四邊形デアル。

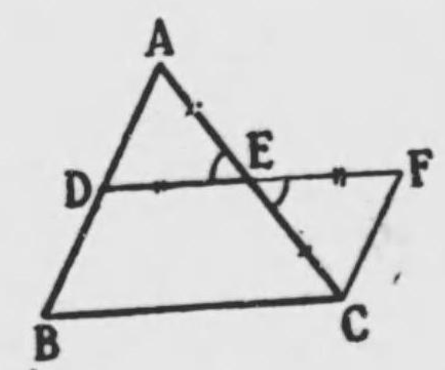
46. 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分

定理二十一 三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ブ線分ハ第三邊ニ平行デ,且ツソノ半分ニ等シイ。

【題意】 △ABC ノ邊 AB, AC ノ中點ヲ夫々 D, E トスルト,

$$DE \parallel BC,\quad DE=\frac{1}{2}BC$$

デアル。



證明 DE ヲ DE=EF ナルヤウニ延長スル。然ルトキハ

$\triangle ADE \equiv \triangle CFE$ (定理二)

依ツテ $BD=AD=CF$

又 $\angle DAE=\angle FCE$

故ニ $BD \parallel CF$

故ニ四邊形 DBCF ハ平行四邊形デアル。(定理二十)

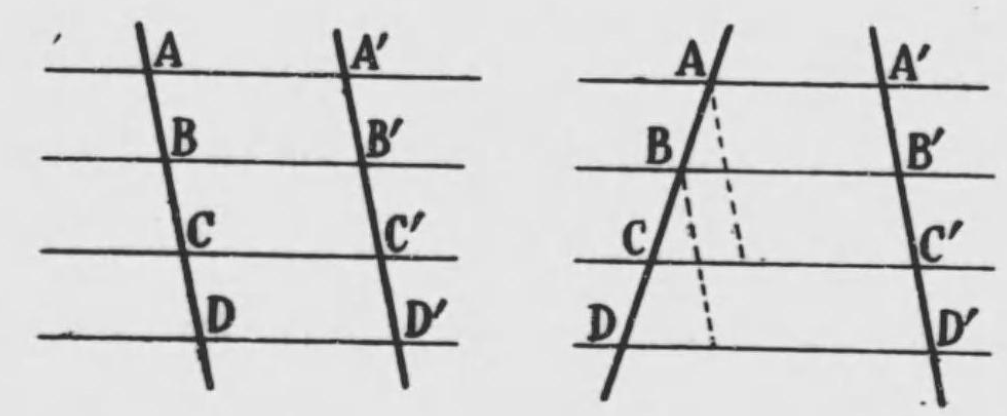
故ニ $DE \parallel BC$

次ニ $DE=FE$

從ツテ $DE=\frac{1}{2}DF=\frac{1}{2}BC$

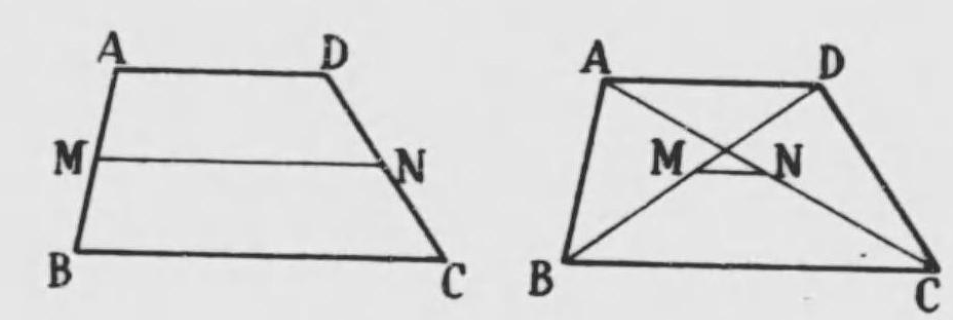
系一 三角形ノ一邊ノ中點ヲ通ツテ他ノ邊ニ平行ナ直線ハ第三邊ヲ二等分スル。

系二 三ツ以上ノ平行線ガ一直線ト交ハツテコレカラ相等シイ線分ヲ截リ取ルトキハ,他ノ如何ナル直線ト交ハツテモ常ニソノ直線カラ相等シイ線分ヲ截リ取ル。



問 梯形ノ定義ヲ述ベヨ。

系三 梯形ノ兩脚ノ中點ヲ結ブ線分ハ底ニ平行デ,且ツ兩底ノ和ノ半分ニ等シク,又ソノ二ツノ對角線ノ中點ヲ結ブ線分ハ兩底ノ差ノ半分ニ等シイ。



【注意】 兩脚ガ相等シイ梯形ヲ**等脚梯形**トイフ。

問題三十

1. 三角形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結ブト,ソノ三角形ハ四ツノ合同ナ三角形ニ分ケラレル。

2. 矩形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結ンデ得ル四邊形ハ菱形デアル。任意ノ四邊形ナラバドウカ。

3. 梯形ノ兩脚ノ中點ヲ通ル直線ハソノ對角線ヲ二等分スル。

4. 線分 AB ノ中點ヲ M トシ,三點 A, M, B ヲ通ル三ツノ平行線ヲ引キ,他ノ一直線トノ交點ヲ夫々 A′, M′, B′ トスルト

$$MM'=\frac{1}{2}(AA'+BB') \quad 又ハ \quad MM'=\frac{1}{2}(AA'\sim BB')$$

雜題二

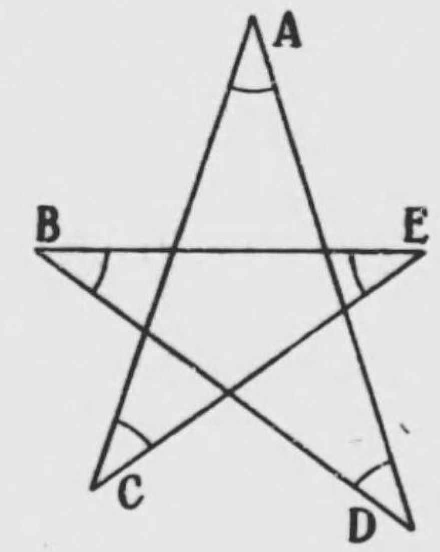
1. 一ツノ角ノ二邊ガ夫々他ノ一ツノ角ノ二邊ニ垂直デアルナラバコノ二角ハ相等シイカ或ハ互ニ補角ヲナス。

2. 多角形ハ三ツヨリモ多クノ鋭角ヲ內角トシテ持ツコトガ出來ナイ。

3. 右ノ圖ハ**星形五角形**トイフ。コレニ於イテ

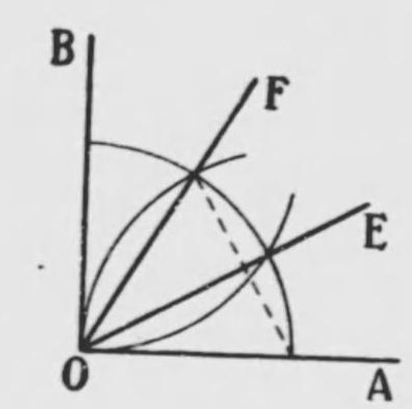
$$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$$
$$=2直角$$

ナルコトヲ證明セヨ。



4. 正三角形 ABC ノ各邊上ニ夫々 P, Q, R ヲトリ AP=BQ=CR トスレバ △PQR ハ正三角形デアル。又正方形ニ就イテ同樣ノ問題ヲ考ヘヨ。

5. 直角ヲ三等分セヨ。



6. 四邊形 ABCD ニ於イテ AB=CD, AC>BD ナラバ

$$\angle BAD<\angle CDA$$

デアル。

7. O ヲ △ABC 内ノ任意ノ一點トスルト

① $AB+AC>OB+OC$

② $BC+CA+AB>OA+OB+OC$

デアル。

8. △ABC ノ BC ノ中點ヲ M トスルト

$$AM<\frac{1}{2}(AB+AC)$$

デアル。又三角形ノ三ツノ中線ノ和ハソノ三邊ノ和ヨリモ小デアル。

9. 次ノ圖形ノ對稱ノ軸ヲ求メヨ。

① 正方形　② 菱形

③ 矩形　④ 等脚梯形

10. 次ノ圖形ノ對稱ノ中心ヲ求メヨ。

① 平行四邊形　② 正六角形

11. 平行四邊形ノ四ツノ角ノ二等分線ガ作ル四邊形ハ一般ニ矩形デアル。外角ノ二等分線ナラバドウカ。

12. 梯形 ABCD ニ於テ

$$AB=BC=CD, \quad AD=2\,AB$$

ナルトキ,コノ梯形ノ各角ノ大イサヲ求メヨ。

13. 對角線ト一邊トヲ知ツテ矩形ヲ作レ。

14. 三角形ノ中線ガコレニ隣ル二邊トナス角ノ中,大邊トナスモノガ小邊トナスモノヨリモ小デアル。

15. 平行四邊形 ABCD ノ各邊上ニ順次ニ E, F, G, H ヲトリ

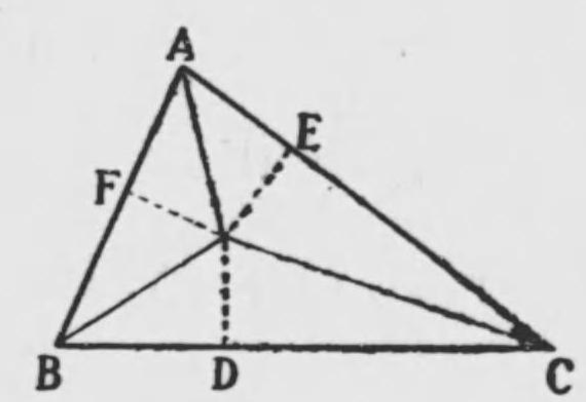
$$AE=BF=CG=DH$$

ナラシメルト EFGH ハ平行四邊形デアル。又各邊ノ延長上ナラバドウカ。

16. 正三角形内ノ任意ノ一點カラ三邊マデノ距離ノ和ハ一定デアル。點ガ形外ニアル場合ハドウカ。

17. 直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ三頂點カラ等距離ニアル。又コノ逆モ眞デアル。

18. 三角形ノ三ツノ内角ノ二等分線ハ同一ノ點デ相交ハリ,ソノ點ハ三邊ヨリ等距離ニアル。



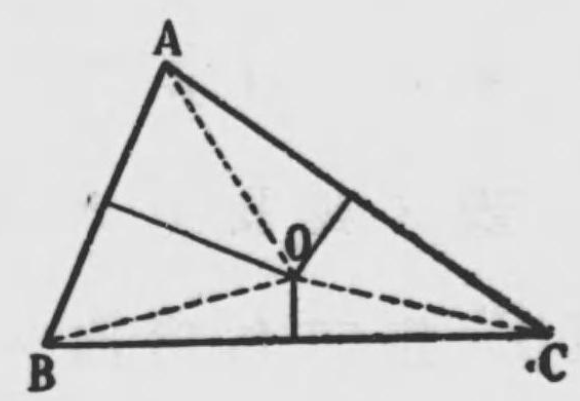
【注意】 三角形ノ三ツノ内角ノ二等分線ノ交點ヲソノ三角形ノ内心トイフ。

19. 三角形ノ一ツノ内角ノ二等分線ト,コレニ隣

ラナイ二ツノ外角ノ二等分線トハ同一ノ點デ相交ハリ,ソノ交點ハ三邊又ハソノ延長カラ等距離ニアル。

［注意］ 三角形ノ一ツノ内角ノ二等分線トコレニ隣ラナイ二ツノ外角ノ二等分線ノ交點ヲソノ三角形ノ**傍心**トイフ。

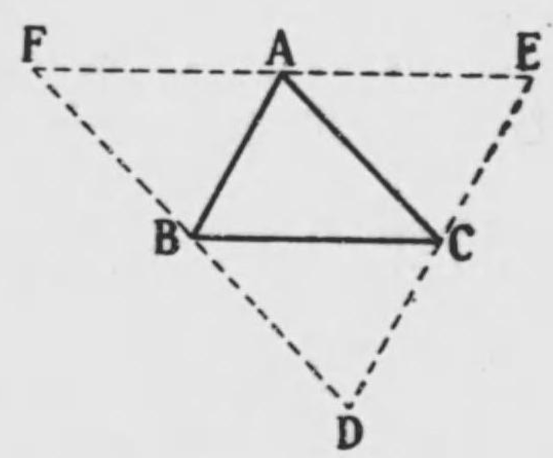
20. 三角形ノ三邊ノ垂直二等分線ハ同一ノ點デ相交ハリ,ソノ交點ハ三頂點カラ等距離ニアル。



［注意］ 三角形ノ三邊ノ垂直二等分線ノ交點ヲソノ三角形ノ**外心**トイフ。

21. 三角形ノ外心ハ常ニソノ形内ニアルカ

22. △ABC ノ各頂點ヲ通リ夫々對邊ニ平行ナ三ツノ直線ガ作ル三角形ヲ DEF トスルト A, B, C ハ △DEF ノ三邊ノ中點デアル。



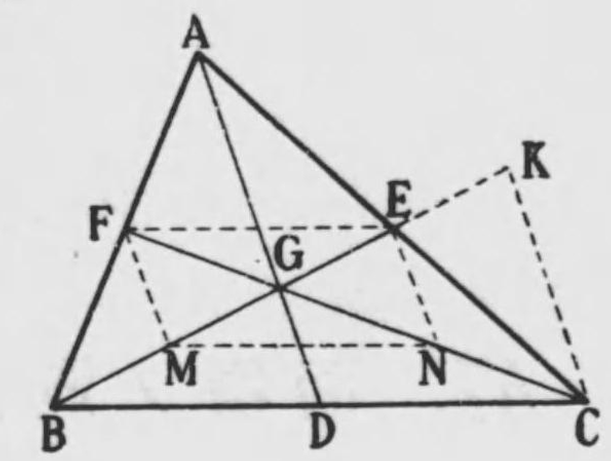
23. 三角形ノ各頂點カラ夫々對邊ニ下シタ三ツノ垂線ハ同一ノ點デ相交ハル。

［注意］ 三角形ノ各頂點カラ夫々對邊ニ下シタ三ツ

ノ垂線ノ交點ヲソノ三角形ノ**垂心**トイフ。

24. 三角形ノ垂心ガソノ形内,形外ニアル條件ヲ求メヨ。

25. 三角形ノ三ツノ中線ハ同一ノ點ニ於イテ相交ハリ,且ツコノ點カラ各頂點マデノ距離ハ夫々ソノ頂點カラ出ル中線ノ三分ノ二ニ等シイ。



［注意］ 三角形ノ三ツノ中線ノ交點ヲソノ三角形ノ**重心**トイフ。

26. 平行四邊形ノ對角線ノ交點ニ於テ直交スル二直線ガ各邊ト交ハル點ヲ順次ニ結ンデ出來ル四邊形ハ菱形デアル。

第三篇

面　　積

第一章

多角形ノ面積

47. 面積ノ測定

問 1. 平面圖形ノ定義ヲ述ベヨ。

定義 線ニ依ツテ圍マレタ平面圖形ノ廣サヲソノ圖形ノ**面積**トイフ。

面積ヲ測ルニハ單位ノ長サノ線分ヲ一邊トスル正方形ノ面積ヲ單位トシテ用ヒ,且ツコレヲ表ハスニハ長サノ單位ノ前ニ平方ナル語ヲ添ヘルコトハ既ニ學ンダ所デアル。

面積ノ相等シイ二ツノ平面圖形ハ**等積デアル**或ハ單ニ**相等シイ**トイヒ,コレヲ等號＝デ書キ表ハスコトガアル。例ヘバ, △ABC ト △DEF トガ等積デアルコトヲ △ABC＝△DEF ト書キ表ハス。

問 2. 合同デアル平面圖形ハ等積デアルカ。

又等積デアル二ツノ平面圖形ハ常ニ合同デアルカ。

48. 矩形ノ面積

問 1. 矩形ノ定義ヲ述ベヨ。

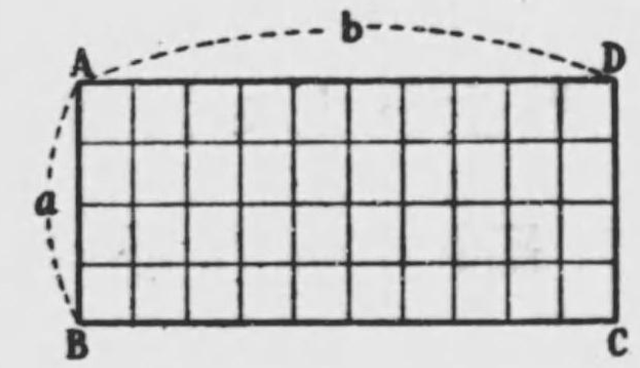
［注意］ 線分ノ長サガ單位ノ長サノ l 倍デアルトキソノ**線分ハ l デアル**トイフコトガアル。同様ニ圖形ノ面積ガ單位ノ面積ノ S 倍デアルトキソノ**面積ハ S デアル**トイフコトガアル。

定理一 矩形ノ面積ヲ表ハス數 S ハソノ二隣邊ヲ表ハス數 a, b ノ積ニ等シイ。

即チ　　$S=ab$

證明 矩形ヲ ABCD トシ,二隣邊AB, AD ヲ夫々 a, b トスル。

[1]　a, b ガ整數ノ場合。



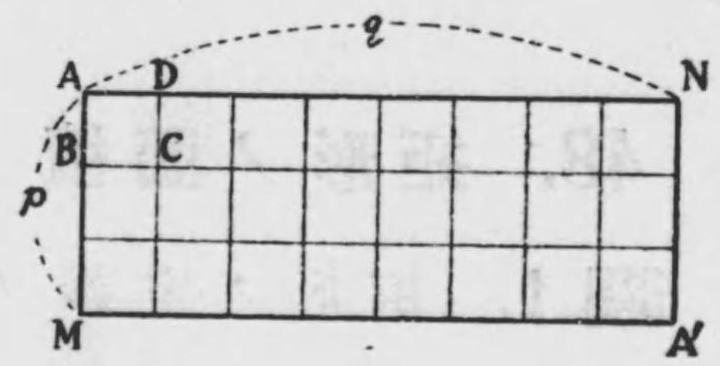
AB ヲ a 等分シ AD ヲ b 等分シ各分點ヨリ AD, AB ニ平行線ヲ引ケバ原形ハ ab 箇ノ單位正方形ニ分ケラレル。故ニ

$$S=ab$$

[2]　a, b ガ分數ノ場合。

今 a, b ヲ

$$a=\frac{p}{m}, \quad b=\frac{q}{n}$$



トスルト p, q, m, n ハ何レモ整數デアル，AB ノ m 倍，AD ノ n 倍ヲ二隣邊トスル矩形 AMA'N ヲ作ル。然ルトキハ此矩形ノ二隣邊 AM, AN ハ夫々 p 及ビ q デアル。

即チ　$\mathrm{AM}=m\cdot\mathrm{AB}$

$\mathrm{AN}=n\cdot\mathrm{AD}$

故ニ　矩形 $\mathrm{AMA'N}=mn$ 矩形 ABCD

故ニ　$pq=mn\mathrm{S}$

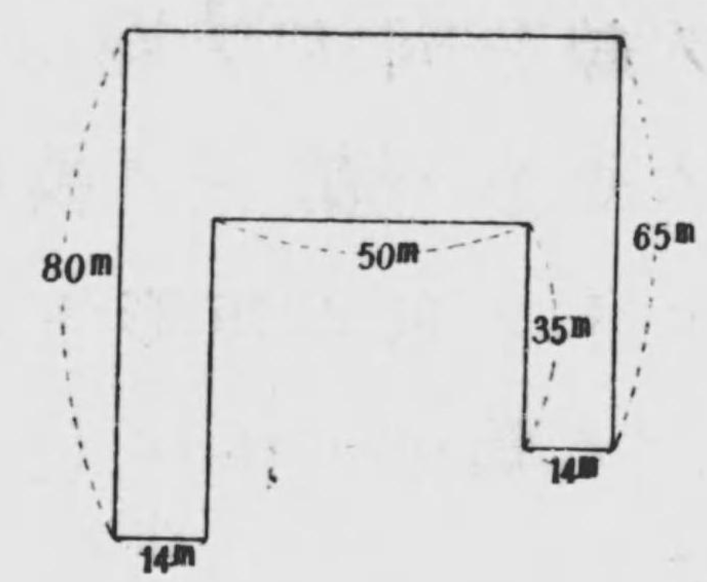
依ツテ　$\mathrm{S}=\frac{pq}{mn}=\frac{p}{m}\cdot\frac{q}{n}=ab$

[3]　a, b ノ中一ツガ整數デ他ガ分數ノ場合。

學生ハ上ト同樣ニコレヲ證明セヨ。

系　正方形ノ面積ヲ表ハス數ハソノ一邊ヲ表ハス數ノ自乘ニ等シイ。

問 2.　次ノ圖ハ或校舍ノ地面ヲ示シタモノデアル。ソノ面積ハ幾ラカ。



49. 二ツノ線分ノ包ム矩形

二隣邊ガ夫々與ヘラレタ二ツノ線分ニ等シイ矩形ヲソノ**線分ノ包ム矩形**トイフ。例ヘバ，矩形 ABCD ヲ線分 AB, AD ノ包ム矩形トイフ。而シテコノトキソノ面積ヲ AB·CD デ書キ表ハシテコレヲ線分 **AB, CD ノ積**ト讀ムコトガアル。又特ニ一邊ガ與ヘラレタ線分ニ等シイ正方形ヲソノ**線分ノ上ノ正方形**トイフ。例ヘバ，正方形 ABCD ヲ線分 AB ノ上ノ正方形トイフ。而シテコノトキソノ面積ヲ AB^2 ト書キ表ハシ，コレヲ線分 **AB ノ平方**ト讀ムコトガアル。

代數學デ學ンダ公式ニ依ツテ直チニ次ノ定理ガ眞デアルコトヲ知ル。

定理二　a, b, c ヲ任意ノ三ツノ線分トスルト

[1] 二ツノ線分 a, b ノ和ト他ノ線分 c トノ包ム矩形ハ第一ノ線分 a ト第三ノ線分 c トノ包ム矩形ト第二ノ線分 b ト第三ノ線分 c トノ包ム矩形ノ和ニ等シイ。

即チ $(a+b)c=ac+bc$

[2] 二ツノ線分 a, b ノ和ノ上ノ正方形ハ各線分ノ上ノ正方形トコノ二ツノ線分ノ包ム矩形ノ二倍トノ和ニ等シイ。

即チ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

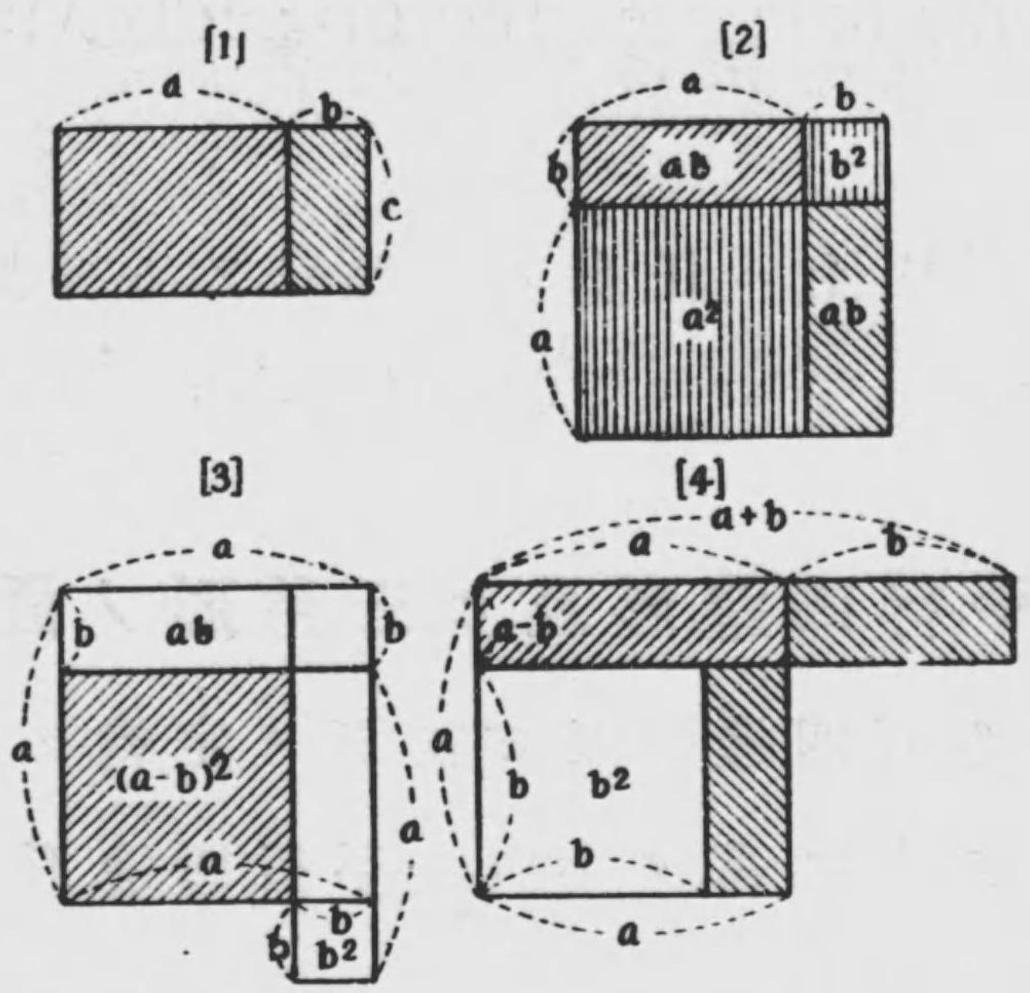
[3] 二ツノ線分 a, b ノ差ノ上ノ正方形ハ各線分ノ上ノ正方形ノ和トコノ二ツノ線分ノ包ム矩形ノ二倍トノ差ニ等シイ。

即チ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \quad (a>b)$

[4] 二ツノ線分 a, b ノ和ト差トノ包ム矩形ハ各線分ノ上ノ正方形ノ差ニ等シイ。

即チ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \quad (a>b)$

問 上ノ定理ヲ次ノ圖ニツイテ證明セヨ。



問 題 三十一

1. 次ノ等式ノ正シイコトヲ圖ニ依テ説明セヨ。

① $(a+b+c)k=ak+bk+ck$

② $(a-b)k=ak-bk \quad (a>b)$

③ $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

2. 一直線上ニ四點 A, B, C, D ヲコノ順ニトルトキハ

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

デアル。

3. 四點 A, B, C, D ガ一直線上ニコノ順ニアルトキハ

$$AD^2=AB^2+BC^2+CD^2+2BC\cdot CD+2CD\cdot AB+2AB\cdot BC$$

デアル。

4. 線分 AB 上ニ任意ノ一點 C ヲトリ,點 O ヲ AB ノ中點トスレバ $AC\cdot CB=AO^2-OC^2$ デアル。

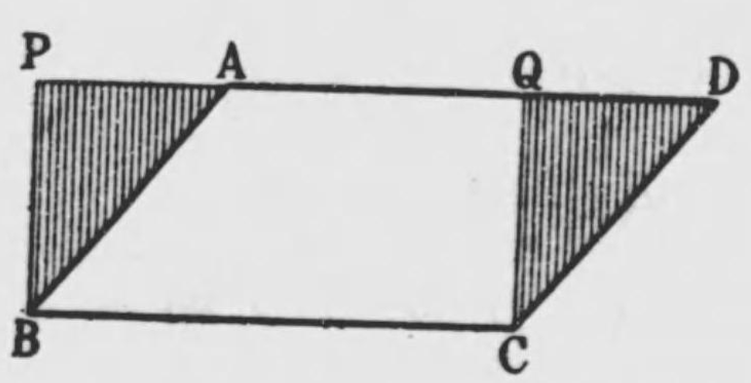
50. 平行四邊形及ビ三角形ノ面積

問 1. 平行四邊形及ビ梯形ノ定義ヲ述ベヨ。

問 2. 底 8cm, 高サ 5cm ノ平行四邊形及ビ三角形ノ面積ヲ求メヨ。

定理三 平行四邊形ノ面積ハコレト等底等高ノ矩形ノ面積ニ等シイ。

證明 平行四邊形 ABCD ノ底邊ノ兩端 B, C カラ AD (又ハソノ延長) ニ垂線 BP, CQ ヲ引ケバ矩形 PBCQ ト平行四邊形 ABCD トハ同底等高ナリ。今 △PBA, △QCD ニ於イテ



$$BA=CD,\quad PB=QC,\quad \angle APB=\text{直角}=\angle DQC$$

故ニ $\triangle PBA\equiv\triangle QCD$ (第二篇定理十三)

故ニ 平行四邊形 ABCD=矩形 PBCQ

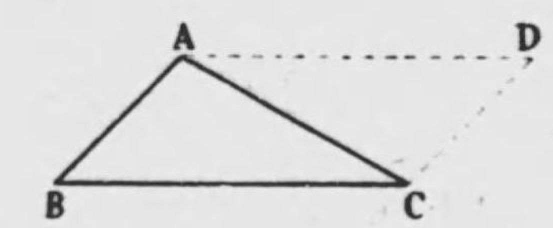
系一 等底,等高ノ平行四邊形ノ面積ハ相等シイ。

系二 平行四邊形ノ面積,底及ビ高サヲ夫々 S, b 及ビ h トスレバ

$$S=bh$$

デアル。

系三 三角形ノ面積ハコレト等底,等高ノ平行四邊形ノ面積ノ半分ニ等シイ。



系四 等底,等高ノ三角形ノ面積ハ皆相等シイ。

系五 三角形ノ面積,底及ビ高サヲ夫々 S, b 及ビ h トスレバ

$$S=\frac{1}{2}bh$$

デアル。

系六 梯形ノ兩底邊ヲ a, b, 高サヲ h トシ面積ヲ s トスレバ

$$S=\frac{1}{2}(a+b)h$$

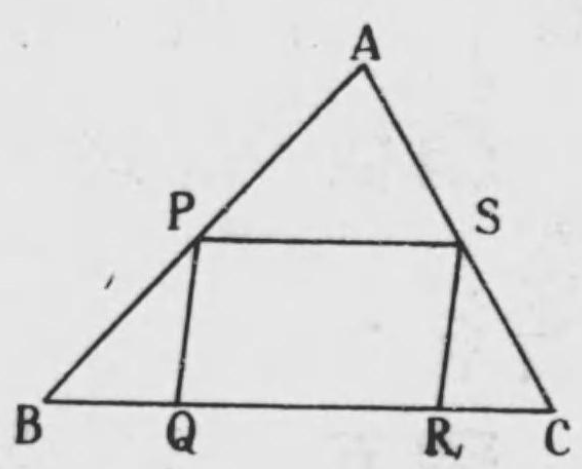
デアル。

問 題 三十二

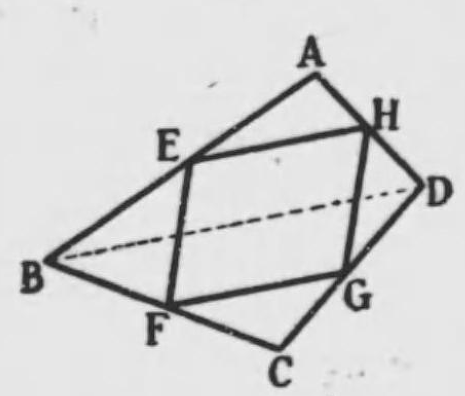
1. 四邊形ノ兩對角線ガ直交スルトキハソノ包ム矩形ハモトノ四邊形ノ二倍ニ等シイ。

2. 三角形ノ一ツノ中線ハコノ三角形ヲ相等シイ二ツノ三角形ニ分ケル。

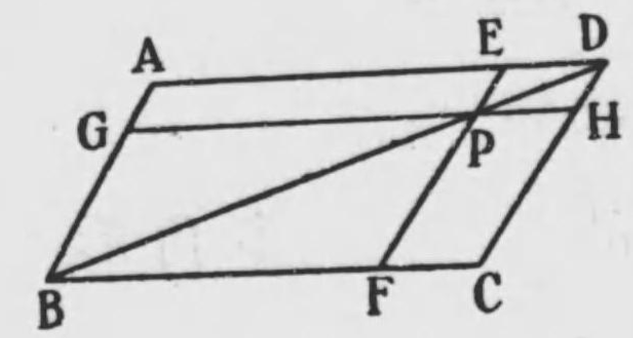
3. △ABC ニ於イテ P, S ヲ夫々邊 AB, AC ノ中點トシ點 Q, R ヲ邊 BC ノ上ニ PQ, RS ガ平行デアル樣ニトルナラバ四邊形 PQRS ハ三角形 ABC ノ半分ニ等シイ。



4. 四邊形 ABCD ノ各邊 AB, BC, CD, DA ノ中點ヲ夫々 E, F, G, H トスルト四邊形 EFGH ハ四邊形 ABCD ノ半分ニ等シイ。



5. 平行四邊形 ABCD ノ對角線 BD 上ニ一點 P ヲトリ P ヲ通リ AB, AD ニ平行線 EF, GH ヲ引ケバ平行四邊形 AGPE ハ平行四邊形 PFCH ニ等シイ。



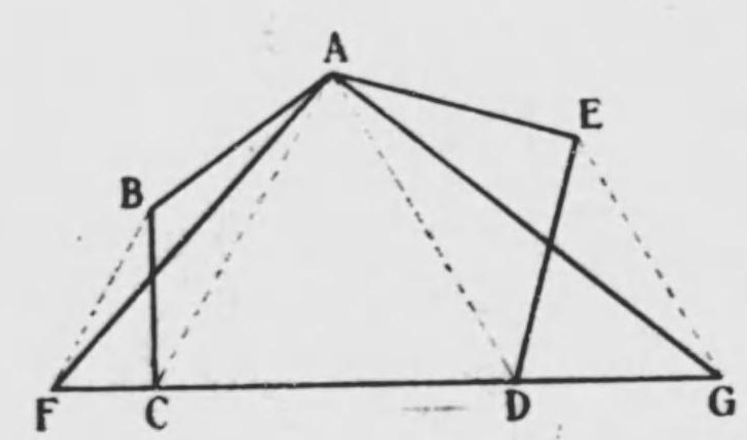
〔注意〕 上ノ平行四邊形 GBFP, EPHD ヲ對角線 BD ニ沿ウタ平行四邊形トイヒ,平行四邊形 AGPE, PFCH ヲコノ兩平行四邊形ノ**餘形**トイフ。

6. 梯形ノ面積ハソノ兩脚ノ中點ヲ結ブ線分ト高サトノ積ニ等シイ。

51. 多角形ノ等積變形

作圖題 與ヘラレタ多角形ト等積デアル三角形ヲ作レ。

作圖 與ヘラレタル多角形ヲ例ヘバ,五角形 ABCDE トスル。



今對角線 AC ヲ引キ, B ヨリ AC ニ平行線ヲ引キ, DC ノ延長トノ交點ヲ F トスル。A ト F ヲ結ブ。

次ニ對角線 AD ヲ引キ前ノ方法ニヨリ G ヲ求メ A ト G トヲ結ベバ △AFG ハ求メルモノデアル。

證明 BF ∥ AC

故ニ △ACF＝△ACB (前定理系四)

故ニ 多角形AFDE＝多角形ABCDE

同樣ニ △ADG＝△ADE

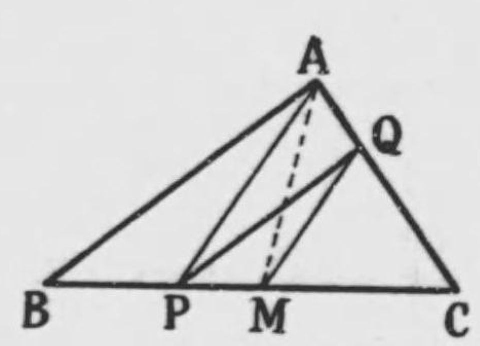
故ニ △AFG＝多角形AFDE

＝多角形ABCDE

上デハ五角形ヲ考ヘタガコレニ限ラズ如何ナル多角形デモコノ方法ヲ繰返ストコレト等積デアル三角形ヲ作ルコトガ出來ル。

問 題 三十三

1. 與ヘラレタ三角形ト同底,等積デアッテ,與ヘラレタ一ツノ底角 α ヲモツ三角形ヲ作レ。
2. 與ヘラレタ六角形ト等積ナル四角形ヲ作レ。
3. △ABC ノ一邊 BC 上ノ定點 P ヲ通ル直線ヲ引イテ △ABC ヲ二等分セヨ。



第 二 章

三角形ノ邊ノ上ノ正方形

52. ぴたごらすノ定理

定理 四 直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シイ。

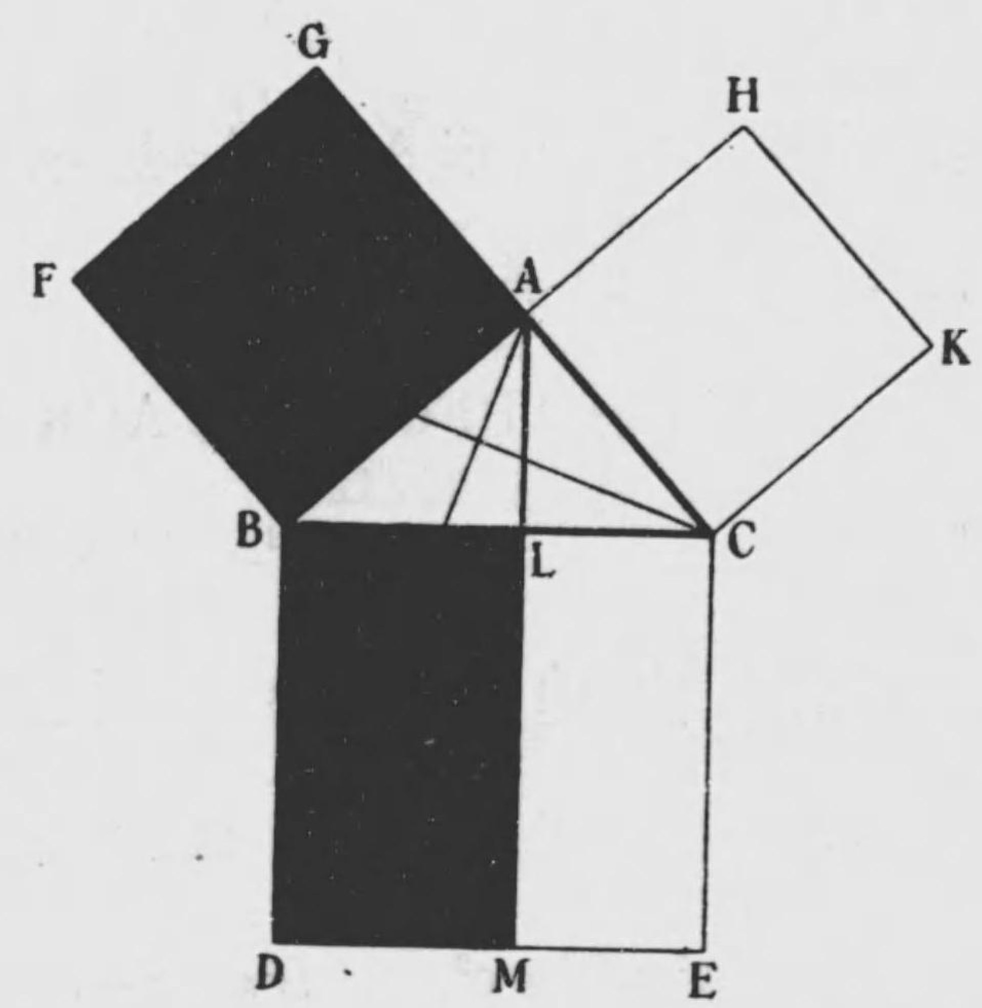
コレヲ**ぴたごらす** (Pythagoras) **ノ定理**トイフ。

【題意】 △ABC ニ於イテ

ナラバ ∠A＝直角

$$BC^2 = CA^2 + AB^2$$

證明 △ABC ノ外方ニ,邊 BC, CA, AB ノ上ニ夫々正方形 BDEC, CKHA, AGFB ヲ畫キ A カラ BD ニ平行線ヲ引キ BC ト L, DE ト M ニ於イテ交ハラシメル。



次ニ AD, CF ヲ夫々結ブト, △ABD, △FBC ニ於イテ,

$$AB=FB$$

$$BD=BC$$

$$\angle ABD=\angle FBC$$

故ニ $\triangle ABD\equiv\triangle FBC$

然ルニ $FB\parallel AC$ デアルカラ

$$\triangle FBC=\triangle FBA$$

$$=\frac{1}{2}\text{矩形}AGFB$$

又 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\text{矩形}BOML$

故ニ 矩形ABFG=矩形BLMD (1)

同様ニ 矩形ACKH=矩形CLME (2)

故ニ(1)+(2)カラ

矩形ABFG+矩形ACKH=矩形BLMD

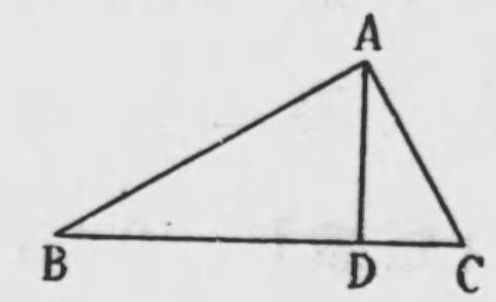
即チ $BC^2=CA^2+AB^2$

系 直角三角形ノ斜邊及ビ他ノ二邊ヲ夫々 a 及ビ b, c トスルト

$$a^2=b^2+c^2,\quad b^2=a^2-c^2,\quad c^2=a^2-b^2$$

上ノ證明ニ於ケル(1),(2)カラ次ノ定理ガ眞デアルコトヲ知ル。

定理 五 直角三角形ABCノ直角ノ頂點Aヨリ斜邊BCニ下シタ垂線ヲAHトスレバ



[1] $AB^2=BC\cdot BD$

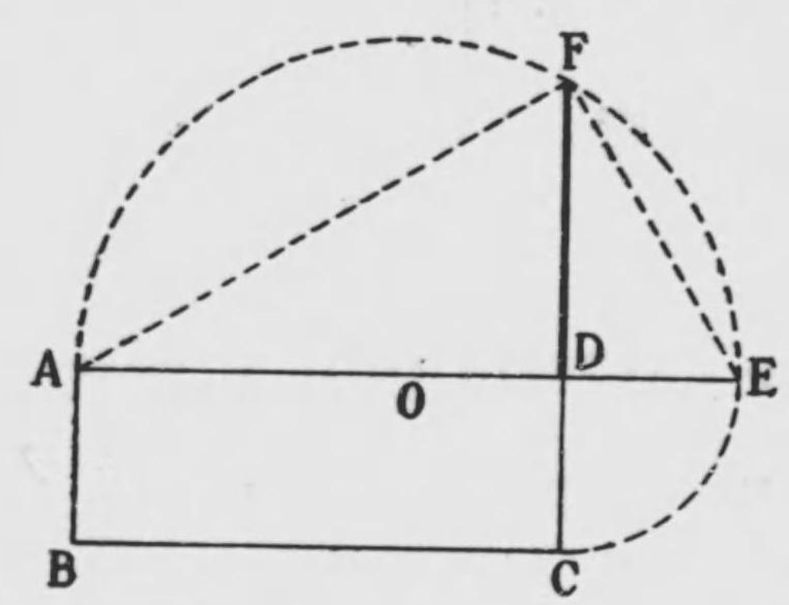
[2] $AC^2=CB\cdot CD$

[3] $AD^2=BD\cdot CD$

作圖題 與ヘラレタ矩形ト等積デアル正方形ヲ畫ケ。

【題意】 與ヘラレタ矩形ABCDト等積デアル正方形ヲ作ルコトヲ求メル。

作圖 ADノ延長上ニDCニ等シクDEヲトル。AEヲ直徑トスル半圓周ヲ畫キコレトCDノ延長トノ交點ヲFトスレバDFハ求メル正方形ノ一邊デアル。



證明 △FAEニ於イテAEノ中點ヲOトス。

$$OA=OE=OF$$

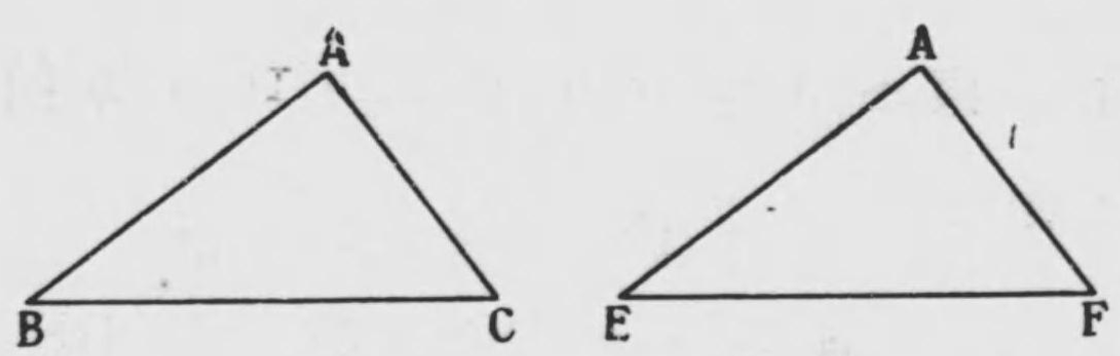
故ニ $\angle F=$直角デアル。 (雜題二17)

從ッテ $FD^2=AD\cdot DE=AD\cdot DC$ (前定理[3])

定理 六 三角形ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ガ第三邊ノ上ノ正方形ニ等シイトキハ，第三邊ニ對スル角ハ直角デアル。

【題意】 $\triangle ABC$ ニ於イテ $BC^2=CA^2+AB^2$ ナルトキハ $\angle A=$直角デアル。

證明 $DE=AB,\ AC=DF,\ \angle D=$直角デアル三角形DEFヲ作ルトぴたごらすノ定理ニ依ッテ



$$EF^2=DE^2+DF^2$$

然ルニ假設ニヨッテ

$$DE^2+DF^2=AB^2+AC^2=BC^2$$

故ニ $\quad EF=BC$

依ッテ $\quad \triangle DEF\equiv\triangle ABC$

故ニ $\quad \angle A=\angle D=$直角

【注意】 上ノ定理ハぴたごらすノ定理ノ逆デアル。

問 題 三十四

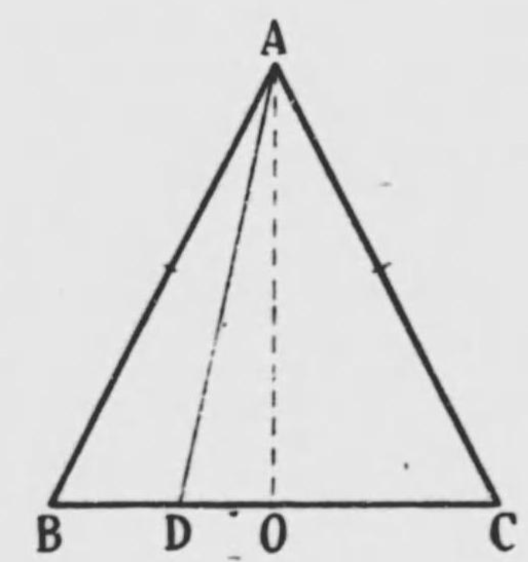
1. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ヲ表ハス數ガ $p^2-q^2,\ 2pq$ デアルトキソノ斜邊ヲ表ハス數ヲ求メヨ。

2. 三角形ABCニ於イテAHヲAカラ對邊ニ引イタ垂線トスレバ $AB>AC$ ノトキハ

$$AB^2-AC^2=BH^2-HC^2$$

3. Dヲ二等邊三角形ABCノ底邊BC上ノ任意ノ一點トスルトキハ

$$AB^2=AD^2+BD\cdot DC$$



4. 直角三角形ノ一ツノ鋭角ガ他ノ鋭角ノ二倍デアルトキハ一ツノ邊ノ上ノ正方形ハ他ノ邊ノ上ノ正方形ノ三倍ニ等シイ。

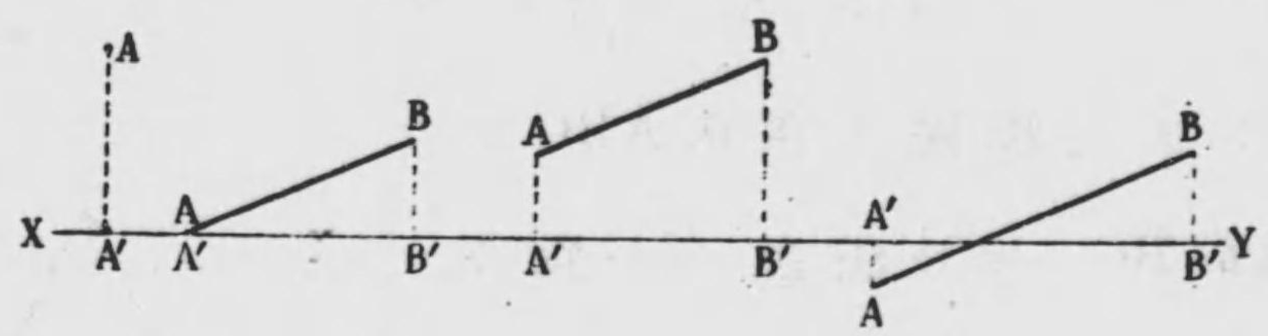
5. $a,\ b,\ c,\ d$ ヲ四ツノ與ヘラレタ線分トスルトキ次ノ x ヲ一邊トスル正方形ヲ作レ。

(1) $x^2=ab+cd$ (2) $x^2=ab\sim cd$

53. 一般ノ三角形ノ邊ノ上ノ正方形

定義 一點カラ一直線ニ引イタ垂線ノ足ヲソノ直線上ニ投ズルソノ**點ノ正射影**トイフ。

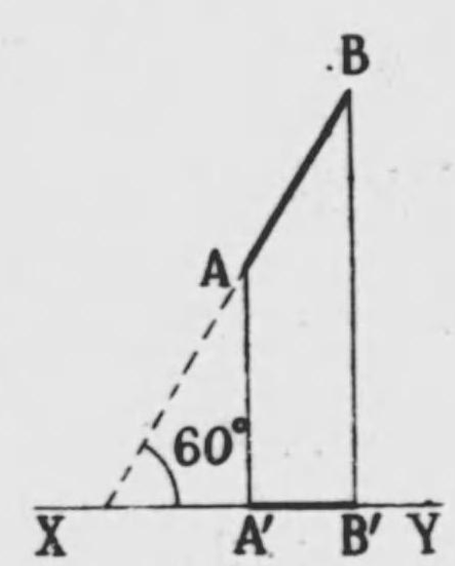
又一線分ノ兩端カラ一直線ニ引イタ垂線ノ足ヲ兩端ニスル線分ヲコノ一直線ニ投ズルソノ**線分ノ正射影**トイフ。



上ノ圖ニ於イテ A′ ハ點 A ノ又 A′B′ ハ線分 AB ノ夫々直線 XY ニ投ズル正射影デアル。

問 1. 相等シク且ツ平行デアル二線分ノ同一直線ニ投ズル正射影ハ相等シイ。

問 2. 一ツノ線分ノ延長ガ 60° ノ角ヲ作ル直線ニ投ズルソノ正射影ハモトノ線分ノ半分ニ等シイ。



定理七 三角形ニ於イテ

[1] 鋭角ニ對スル邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ヨリモ一邊トソノ上ニ投ズル他ノ邊ノ正射影トノ包ム矩形ノ二倍ダケ小デアル。

[2] 鈍角ニ對スル邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ヨリモ一邊トソノ上ニ投ズル他ノ邊ノ正射影トノ包ム矩形ノ二倍ダケ大デアル。

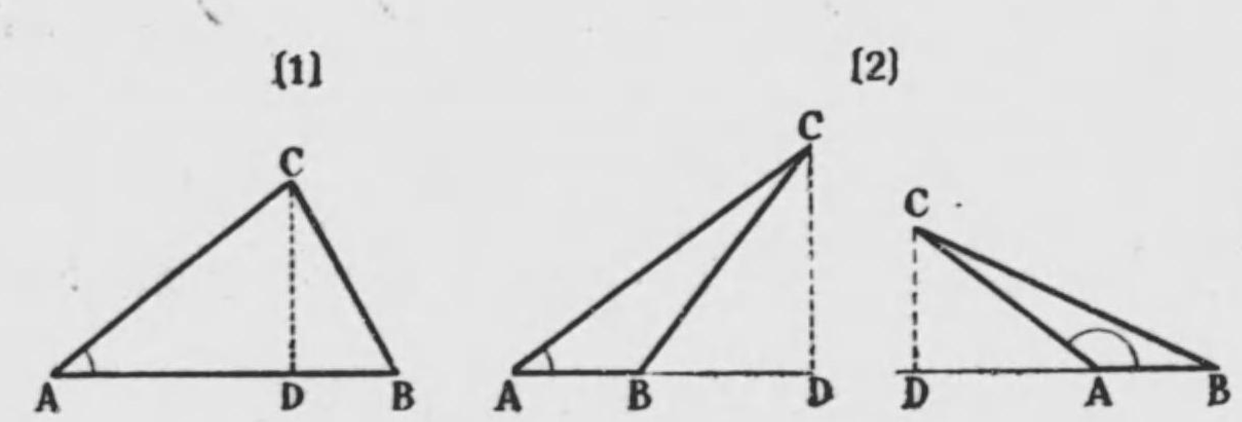
【題意】 △ABC ニ於イテ

[1] ∠A ガ鋭角ノトキ, CD ヲ C ヨリ對邊 AB ニ引イタ垂線トスルト

$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AD$$

[2] ∠A ガ鈍角ニシテ CD ヲ C カラ對邊 AB ノ延長上ニ引イタ垂線トスルト

$$BC^2=AB^2+AC^2+2AB\cdot AD$$



證明 [1] $BC^2=BD^2+CD^2$

$BD=AB-AD$ (或ハ $AD-AB$)

故ニ $BC^2=(AB-AD)^2+CD^2$

$=AB^2-2AB\cdot AD+AD^2+CD^2$

然ルニ $AC^2=AD^2+CD^2$

故ニ $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AD$

[2] [1]ノ證明ニ倣ツテ學生之ヲ試ミヨ。

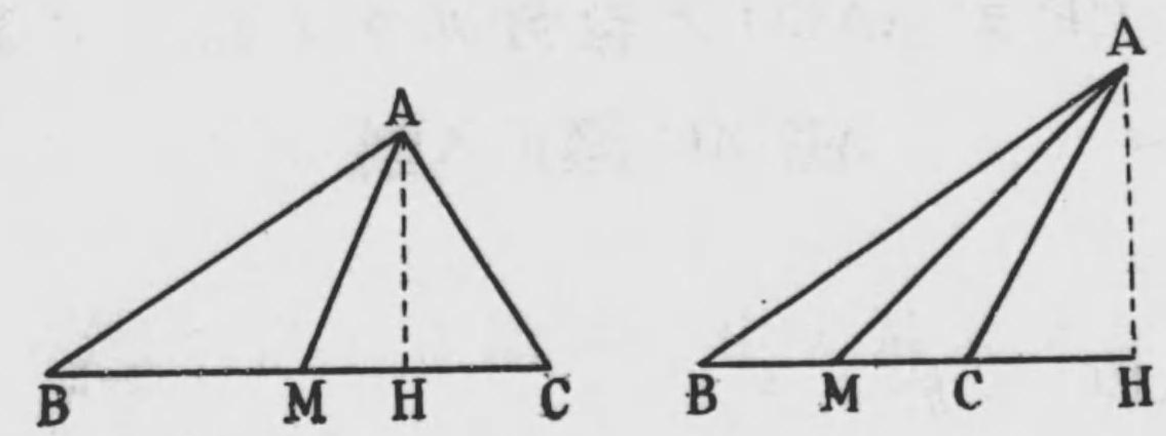
系 三角形ノ一邊ノ上ニ立ツ正方形ガ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ヨリ大キイカ，又ハ小サイカニ從ツテソノ邊ニ對スル角ハ鈍角デアルカ，又ハ鋭角デアル。

54. 中線ノ上ノ正方形

定理八 三角形ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ハ第三邊ヘノ中線ノ上ノ正方形ト第三邊ノ半分ノ上ノ正方形トノ和ノ二倍ニ等シイ。

【題意】 $\triangle ABC$ ニ於イテ AM ヲ中線トスレバ

$$AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)$$



證明 [1] $\angle AMB$ ガ直角ノ場合。

ぴたごらすノ定理ニ依ツテ學生之ヲ試ミヨ。

[2] $\angle AMB$ ガ鋭角ノ場合。

頂點 A カラ對邊 BC ニ垂線 AD ヲ引クト

$AB^2=BM^2+AM^2+2BM\cdot MH$ (前定理)

$AC^2=AM^2+MC^2-2MC\cdot MH$

然ルニ $BM=MC$

故ニ $AB^2+AC^2=2AM^2+2MC^2$

$=2(AM^2+BM^2)$

[3] $\angle AMB$ ガ鈍角ノ場合。

[2]ノ證明ニ倣ツテ學生之ヲ試ミヨ。

問 題 三十五

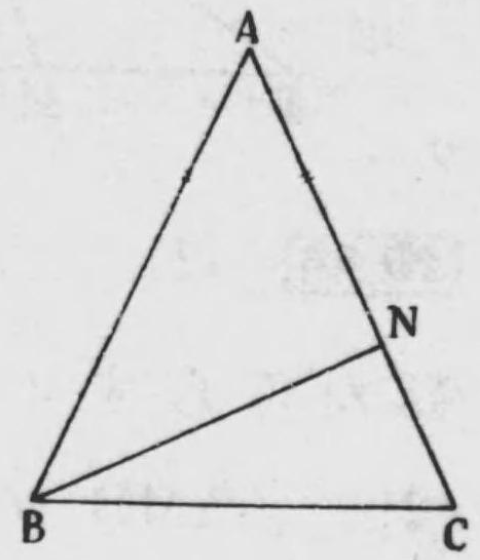
1. $\triangle ABC$ ニ於イテ BC, CA, AB ヲ a, b, c トスルトキ $\angle A$ ガ次ノトキ a ヲ b 及ビ c デ表ハセ。

① $\angle A=60°$ ② $\angle A=120°$

2. BE, CF ヲ $\triangle ABC$ ノ鋭角カラノ二ツノ高サトスレバ

$$AE\cdot AC=AF\cdot AB$$

デアル。



3. $\angle ABC$ ニ於イテ

$$AB=AC$$

ノトキ BN ヲ一ツノ高サトスレバ

$$2AC\cdot CN=BC^2$$

4. 二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC ヲ D マデ CO=BC ナル様ニ延長スルトキハ

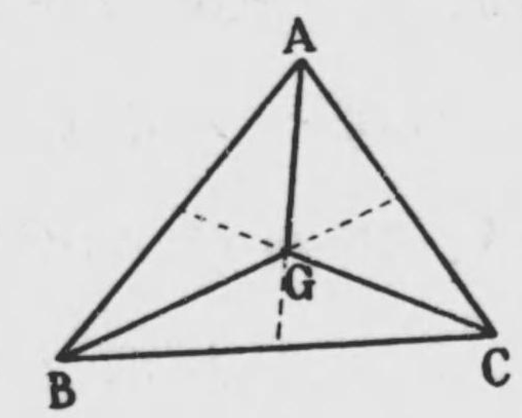
$$AD^2=AC^2+2BC$$

5. 三角形ノ三中線ノ上ノ正方形ノ和ノ四倍ハ三邊ノ上ノ正方形ノ和ノ三倍ニ等シイ。

雜 題 三

1. 周ガ與ヘラレタ矩形ノ中デ最大ノ面積ヲモツモノハ何カ。

2. 四邊形ノ一ツノ對角線ガ他ノ對角線ヲ二等分スルトキハコノ對角線ハ元ノ四邊形ヲ二等分スル。



3. 三角形 ABC ノ重心ヲ G トスレバ

$$\triangle GBC=\triangle GCA=\triangle GAB$$

デアル。

4. 平行四邊形 ABCD ノ一ツノ對角線 AC 又ハソノ延長ノ上ニ一點 E ヲトレバ

$$\triangle EBC=\triangle ECD$$

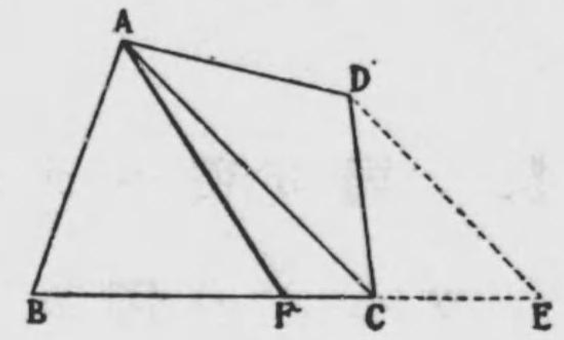
デアル。

5. 四邊形ノ一組ノ對邊ノ中點ヲ結ブ直線ガコレヲ二等分スルトキハコレハ梯形デアル。

6. 四邊形ノ對角線ガ直交スルトキハ一組ノ對邊ノ上ノ正方形ノ和ハ他ノ組ノ對邊ノ上ノ正方形ノ和ニ相等シイ。又コレノ逆ハドウカ。

7. 與ヘラレタ多角形ト等積ナ正方形ヲ作レ。

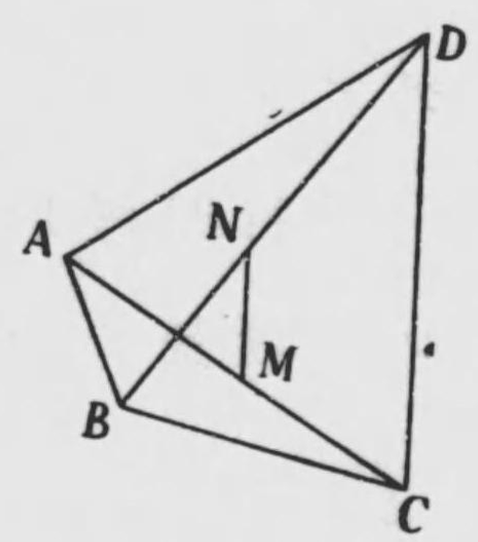
8. 與ヘラレタ四邊形ヲソノ一ツノ頂點カラ引イタ直線デ二等分セヨ。



9. 平行四邊形ノ各邊ノ上ノ正方形ノ和ハ兩對角線ノ上ノ正方形ノ和ニ等シイ。

10. 不等邊三角形ニ於イテソノ大邊ヘノ中線ハ小邊ヘノ中線ヨリモ小サイ。

11. 四邊形 ABCD ノ四ツノ邊 AB, BC, CD, DA ノ上ノ正方形ノ和ハ其兩對角線 AC, BD ノ上ノ正方形ノ和ヨリモ兩對角線ノ中點 M, N ヲ結ブ線分 MN ノ上ノ正方形ノ四倍ダケ大キイ。即チ



$$AB^2+BC^2+CD^2+DA^2=AC^2+BD^2+4MN$$

12. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ヲ a, b トスルト此三角形ノ直角ノ頂點カラ斜邊ヘ引イタ垂線ヲ計算セヨ。

第四編

圓

第一章

弧,弦,中心角及ビ圓周角

55. 弧,弦及ビ中心角ノ間ノ關係

問 1. 圓周圓ノ定義ヲ述ベヨ。

問 2. 中心ガ O, 半徑ガ r デアル圓ガアル一點 P ガ

① 圓外　② 圓周上　③ 圓內

ニアルトキ OP ノ長サト r トノ關係ヲ示セ。

定理 一　半徑ノ相等シイ二ツノ圓ハ合同デアル。

證明 重置法ニヨツテ學生自ラナセ。

定義 半徑ノ相等シイ二ツノ圓ヲ**相等シイ圓**又ハ**等圓**トイフ。

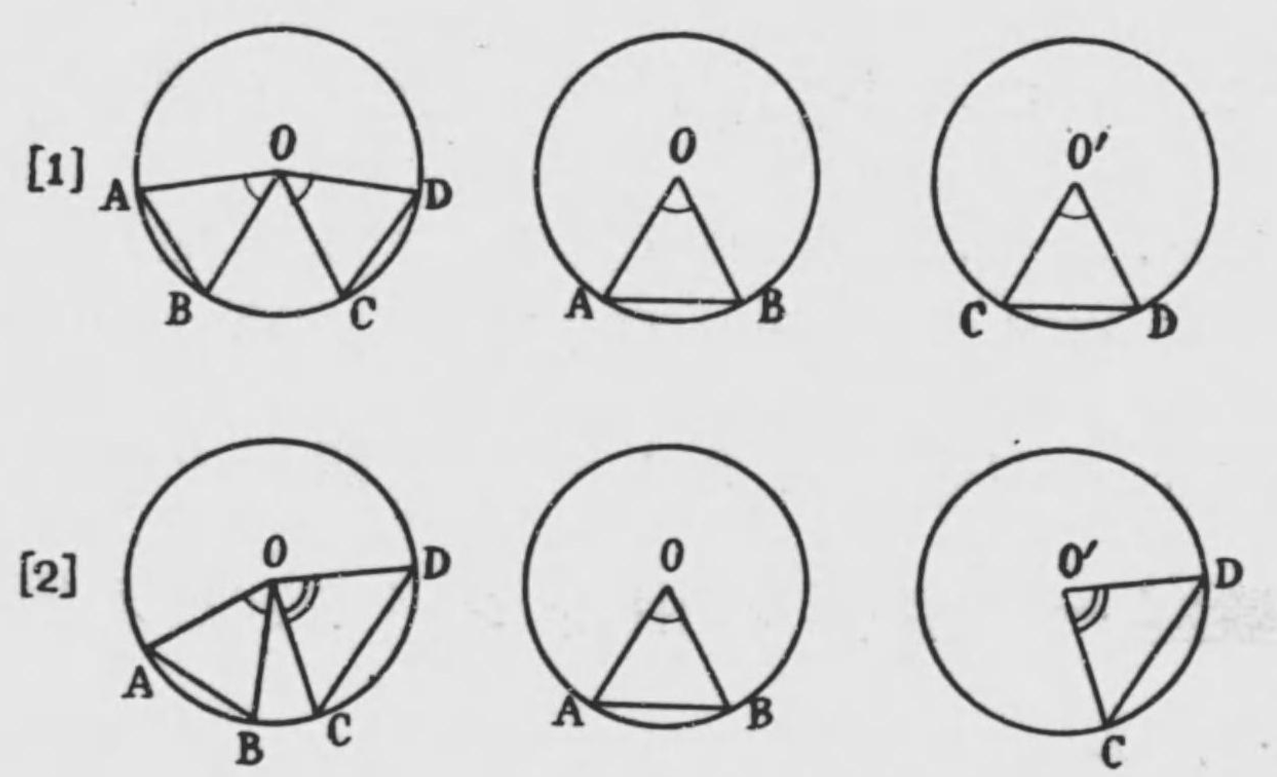
問 3. 弧,優弧,劣弧,弦及ビ中心角ノ定義ヲ述ベヨ。

〔注意〕 弧トソノ兩端ヲ共有スル弦及ビ弧トソノ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ**互ニ對スル**トイフ。

定理 二 同圓又ハ等圓ニ於イテ

[1] 相等シイ中心角ニ對スル弧又弦ハ夫々相等シク,

[2] 大ナル中心角ニ對スル弧ハ小ナル中心角ニ對スル弧ヨリモ大デアル。



證明 重置法ニヨツテ學生自ラナセ。

系一 同圓又ハ等圓ニ於イテ

[1] 相等シイ弧ノ上ニ立ツ中心角ハ相等シク,

[2] 大ナル弧ニ對スル中心角ハ小ナル弧ニ對スル中心角ヨリモ大デアル。

系二 同圓又ハ等圓ニ於イテ相等シイ劣弧ニ對スル弦ハ相等シク,大ナル劣弧ニ對スル弦ハ小ナル劣弧ニ對スル弦ヨリモ大デアル。又コノ逆モ眞デアル。

問題 三十六

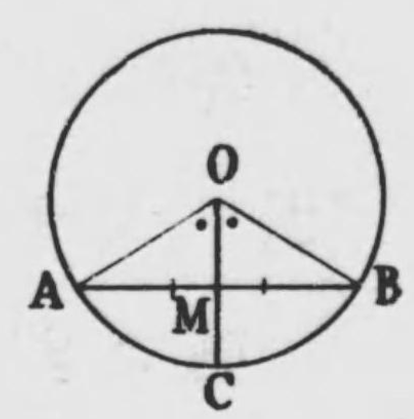
1. 直角三角形ノ三ツノ頂點ハ斜邊ノ中點ヲ中心トスル一ツノ圓周上ニアル。矩形ノ四ツノ頂點ハドウカ。

2. 圓ガ二ツノ直交スル直徑デ分ケラレタ各部分ヲ**四分圓**トイフ。

同圓又ハ等圓ノ半圓又ハ四分圓ハ合同デアル。

3. 一ツノ圓ノ中心角ヲ元ノ2倍, 3倍等ニスレバ,コレニ對スル弧モ亦元ノ2倍, 3倍等ニナル。

4. 圓ノ中心ト弦ノ中點トヲ結ブ直線ハ,コノ弦ニ對スル弧ヲ二等分スル。



5. 一ツノ圓ニ於イテ $\widehat{AB}=2\widehat{CD}$ ナレバ, $AB<2CD$ デアル。

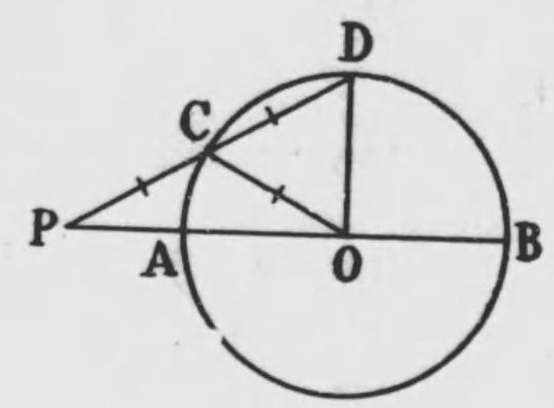
6. 右ノ圖ニ於イテ

$$PC=OC=OD$$

デアルナラバ

$$\widehat{BD}=3\widehat{AC}$$

デアル。但シOハ圓ノ中心トスル。



7. AA, BB′, CC′ ガ同一ノ圓ノ三ツノ直徑デアルトキ

$$\triangle ABC\equiv\triangle A'B'C'$$

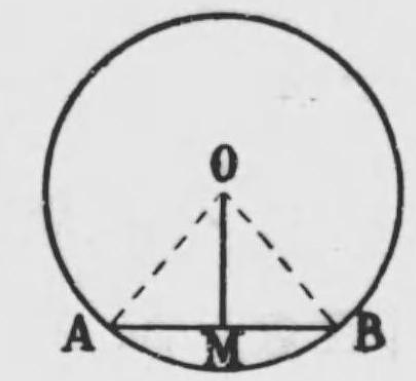
デアル。

56. 弦

定理三 圓ノ中心ト弦ノ中點トヲ結ブ

直線ハソノ弦ニ垂直デアル。

【題意】 圓ノ中心Oト弦ABノ中點Mトヲ結ブト $AB\perp OM$ デアル。



證明 學生コレヲ試ミヨ。

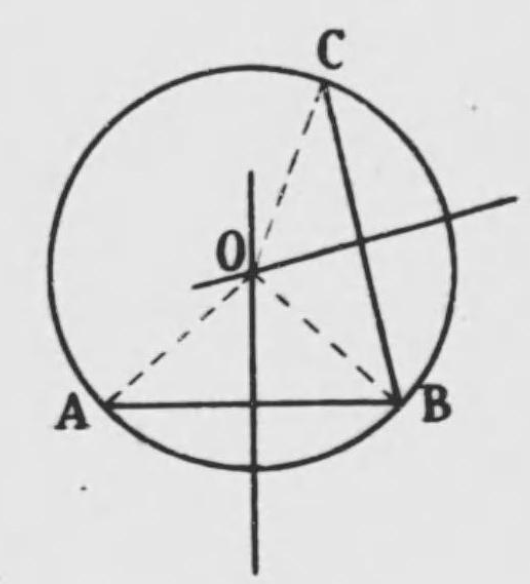
系一 圓ノ中心カラ弦ニ引イタ垂線ハソノ弦ヲ二等分スル。

系二 弦ノ垂直二等分線ハ圓ノ中心ヲ通ル。

作圖題一 同一直線上ニナイ與ヘラレタ三點ヲ通ル圓周ヲ畫ケ.

【題意】 A, B, C ヲ同一ノ直線上ニナイ三點トスル。コノ三點ヲ通ル圓周ヲ畫クコトヲ求メル。

作圖 弦 AB, AC ノ垂直二等分線ヲ引キ,ソノ交點ヲOトスル。Oヲ中心トシOAヲ半徑トスル圓周ヲ畫クトコレハ求メル圓周デアル。



證明 OA, OB, OC ヲ結ブト

$$OA=OB, \quad OB=OC$$

デアルカラ　　$OA=OB=OC$

故ニコノ圓周ハ與ヘラレタ三點 A, B, C ヲ通ル。

【注意】 A, B, C ガ一直線ニアルト AB, BC ノ垂直二等分線ノ交點 O ハ存在シナイカラ作圖ハ不可能デアル。

本作圖題カラ直チニ次ノ定理ガ得ラレル。

定理 四　同一ノ直線上ニナイ三點ヲ通ル圓周ハ唯一ツアル。

系　二ツノ圓周ハ二ツヨリ多クノ點ヲ共有スルコトガ出來ナイ。

問 題 三十七

1. 一直線ガ二ツノ同心圓ノ各圓周ト交ハルトキ,二ツノ圓周ニ夾マレル二ツノ線分ハ相等シイ。
2. 弦ニ垂直ナ直徑ハ,コノ弦及ビコノ弦ニ對スル二ツノ弧ヲ二等分スル。
3. 與ヘラレタ二定點ヲ通リ,與ヘラレタ線分ニ等シイ半徑ノ圓周ヲ畫ケ。
4. 三點ヲ共有スル二ツノ圓ハ合同デアル。

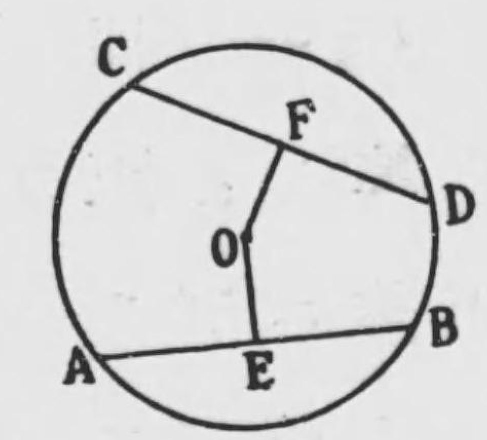
57. 弦ト中心トノ距離

定理 五　同圓又ハ等圓ニ於イテ

[1] 相等シイ弦ハ中心カラ等距離ニアル。

[2] 大ナル弦ハ小ナル弦ヨリモ中心カラ小ナル距離ニアル。

【題意】 [1] AB, CD ヲ同圓 O ノ弦トシ,中心カラコレ等ニ引イタ垂線ノ足ヲ夫々 E, F トスルト



$AB=CD$ ナラバ $OE=OF$

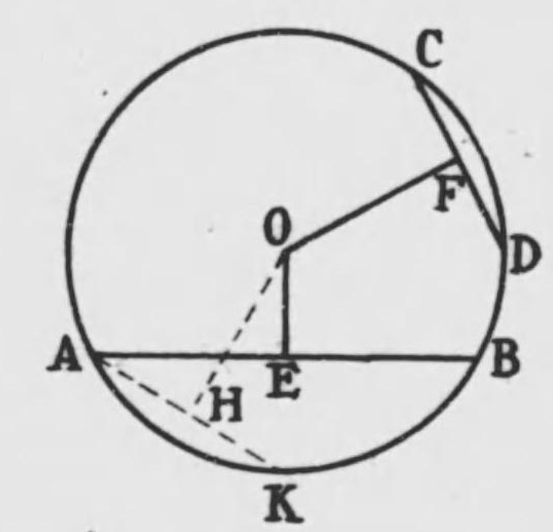
[2] AB, CD ヲ同圓 O ノ弦トシ,中心カラコレ等ニ引イタ垂線ノ足ヲ夫々 E, F トスルト

$AB>CD$ ナラバ $OE<OF$

證明 [1] 學生コレヲ試ミヨ。

[2] 劣弧 AB ニ沿フテ劣弧 CD ニ等シク $\widehat{AK}$ ヲトルト,

$AB<CD$ デアルカラ



劣弧 $AB>$ 劣弧 CD

依ッテ K ハ劣弧 AB 上ニアル。

故ニ AK ノ中點 H ハ AB ニ關シテ O ノ反對側ニアル。

故ニ　　$OH>OE$

然ルニ　$AK=CD$ デアルカラ $OH=OF$ デアル。

故ニ　　$OF>OE$

等圓ノ場合ノ證明モ亦同樣デアル。

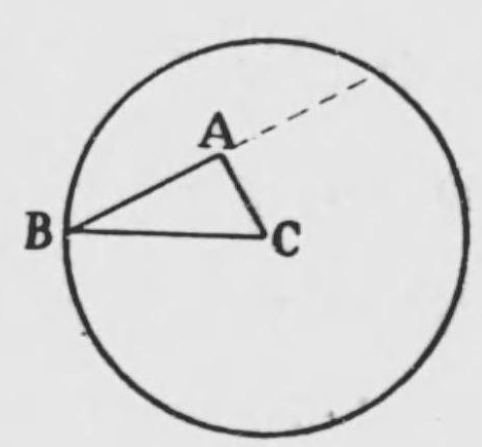
系一 同圓又ハ等圓ニ於イテ中心カラ相等シイ距離ニアル弦ハ相等シク大ナル距離ニアル弦ハ,小ナル距離ニアル弦ヨリモ小デアル。

系二 直徑ハ最大ノ弦デアル。

問　題　三十八

1. 一ツノ圓ニ於イテ,相等シイ長サノ弦ノ中點ハ一ツノ圓周上ニアル。

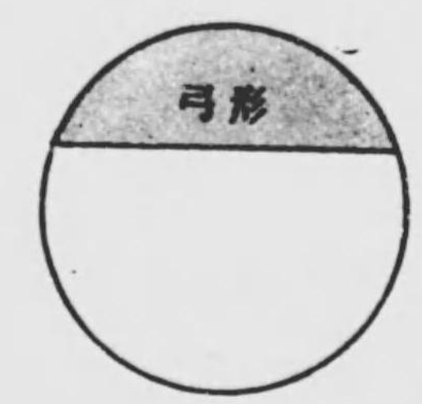
2. 斜邊ガ一定デアル直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ中一方ガ大トナレバ他方ハ小トナル。



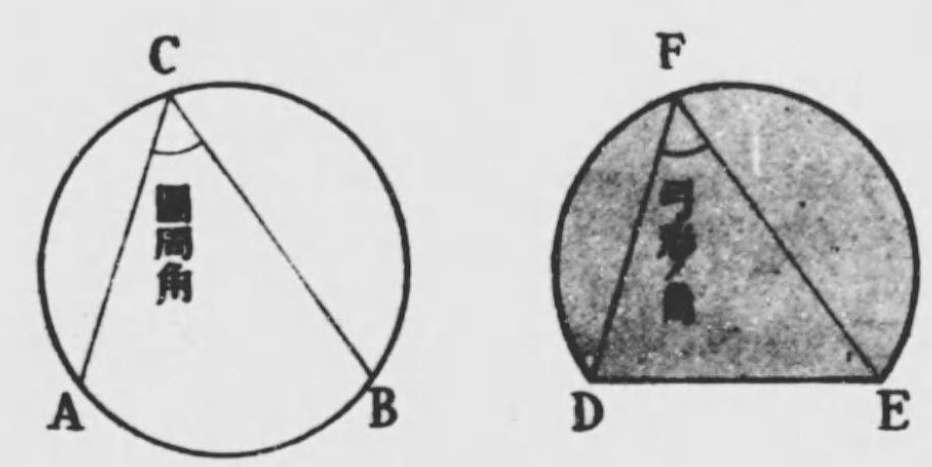
3. 圓內ノ定點ヲ通ル弦ノ中デコノ點デ二等分サレルモノガ最短デアル。

58. 圓周角

定義 一ツノ弦ニヨッテ分ケラレタ圓ノ一部分ヲ**弓形**トイフ。



定義 圓周上ノ一點カラ引イタ二ツノ弦ノナス劣角ヲ**圓周角**トイフ。又弓形ノ弧上ノ一點カラ弦ノ兩端ヘ引イタ二ツノ弦ノナス角ヲソノ**弓形ノ角**



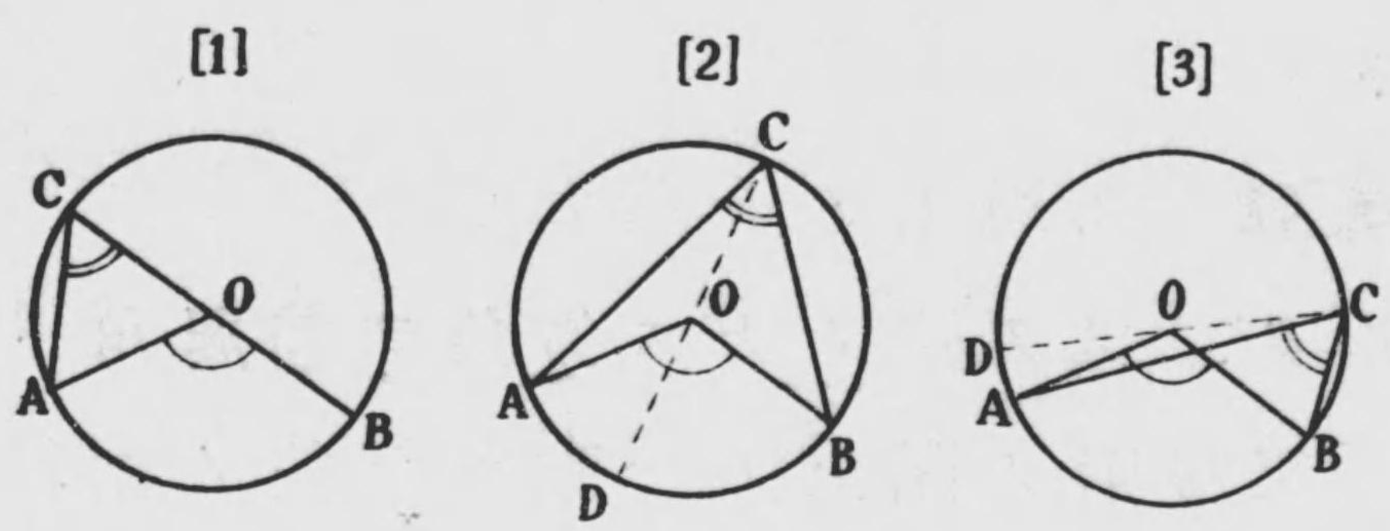
又ハ**弓形ノ含ム角**トイフ。

圓周角ハソノ二邊ノ間ニ夾マレタ**弧ノ上ニ立ツ**又ハソノ兩端ヲ結ブ**弦ノ上ニ立ツ**トイヒ,弧又ハ弦ハソノ**圓周角ニ對スル**トイフ。

定理六　一ツノ圓ニ於イテ圓周角ハコレニ對スル弧(又ハ弦)ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シイ。

【題意】 圓 O ニ於イテ圓周角ヲ $\angle ACB$ トスルト

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$$



證明　[1]　角ノ一邊ガ中心ヲ通ル場合。

$\triangle OAC$ ガ二等邊三角形デアルカラ

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

[2]　角ノ二邊ガ中心ヲ通ラナイ場合。

直徑 COD ヲ引クト

$$\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD \qquad (1)$$

$$\angle BCD = \frac{1}{2}\angle BOD \qquad (2)$$

(1), (2) ノ邊々ノ和([2]圖)又ハ差([3]圖)ヲ求メテ

$$\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOB$$

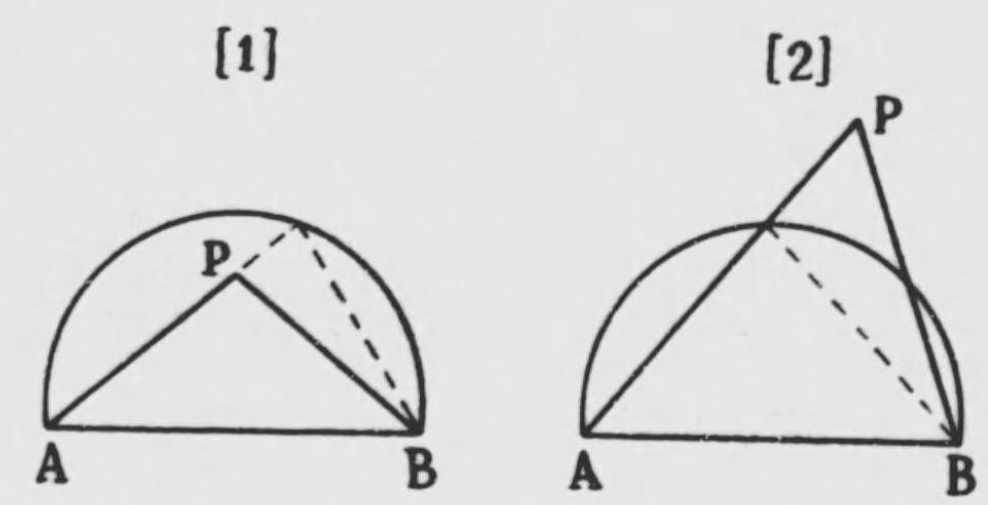
系一　同圓又ハ等圓ニ於イテ同弧又ハ等弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ相等シイ。

系二　直徑又ハ半圓周ノ上ニ立ツ圓周角ハ直角デアル。

系三　弓形ノ角ハ皆相等シイ。

系四　弓形ノ弦ニツイテ,ソノ弓形ト同側ニアル點トソノ弦ノ兩端トヲ結ブ線分ノ夾ム角ハソノ點ガ

[1]　弓形內ニアレバ弓形ノ角ヨリモ大



キイ。

[2]　弓形外ニアレバ弓形ノ角ヨリモ小サイ。

問 系三及ビ系四ノ逆ヲ述ベヨ。又ソノ眞ナルコトヲ證明セヨ。

問題 三十九

1. 劣弧,半圓周及ビ優弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ夫々鋭角,直角及ビ鈍角デアル。又コノ逆モ眞デアル。

2. 菱形ノ各邊ヲ直徑トスル圓周ハ皆同一ノ點ヲ通ル。

3. 一ツノ圓ニ於イテ平行ナ二弦ノ間ニ夾マレタ二ツノ弧ハ相等シイ。

4. 一ツノ圓ニ於イテ二ツノ相等シイ弦ノ兩端ヲ結ブ二ツノ弦ハ相等シイカ又ハ互ニ平行デアル。

5. 一ツノ圓周角ノ二等分線ハソノ角ニ對スル弧ノ中點ヲ通ル。

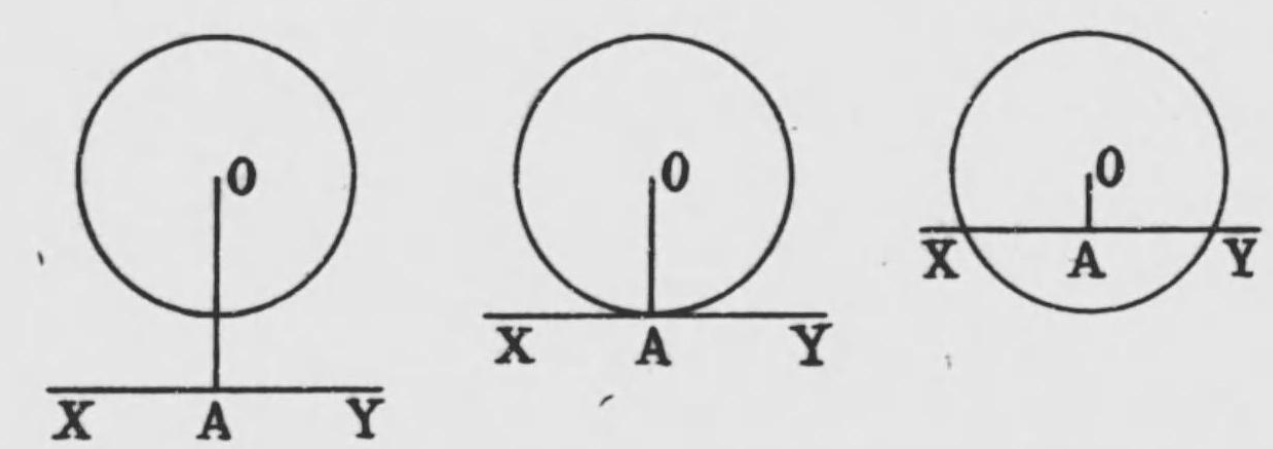
第二章

割線,切線

59. 圓ト直線トノ關係

問 圓ト直線トノ相互ノ位置關係ヲ考ヘソノスベテノ場合ヲ圖示セヨ。

定義 圓周ト直線トガ二點ヲ共有スルトキハ互ニ**相交ハル**トイヒ,ソノ直線ヲ圓ノ**割線**トイフ。又圓周ト一點ヲ共有スル直線ハ圓ニ**切スル**トイヒ,ソノ點ヲ**切點**ソノ直線ヲ**切線**トイフ。



定理七 一ツノ圓ノ中心カラ一ツノ直線ニ至ル距離ガソノ圓ノ半徑ヨリ大キイカ,半徑ニ等シイカ又ハ半徑ヨリ小サイカ

ニ從ツテ,直線ト圓トハ共有點ガナイカ,相切スルカ,又ハ相交ハル。

【題意】 圓Oノ中心カラ直線XYニ引イタ垂線ノ足ヲAトシ,圓ノ半徑ヲrトスルト

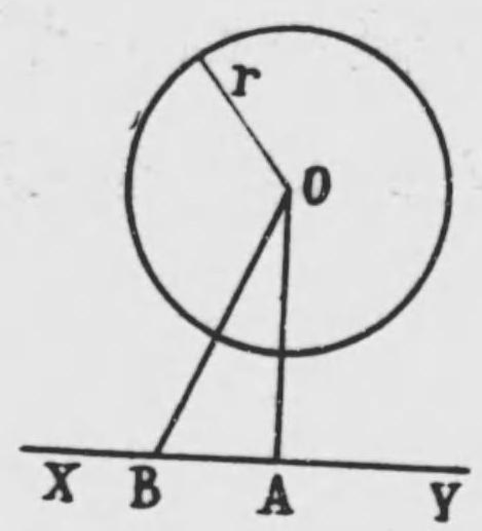
[1] $OA>r$ ナラバ圓Oト直線XYニハ共有點ナイ。

[2] $OA=r$ ナラバ直線XYハ圓Oニ切スル。

[3] $OA<r$ ナラバ圓Oト直線XYトハ相交ハル。

證明 直線XY上ニAノ外ノ任意ノ一點ヲBトスルト$OB>OA$デアル。

[1] $OA>r$ ナラバ $OB>r$ デアル。



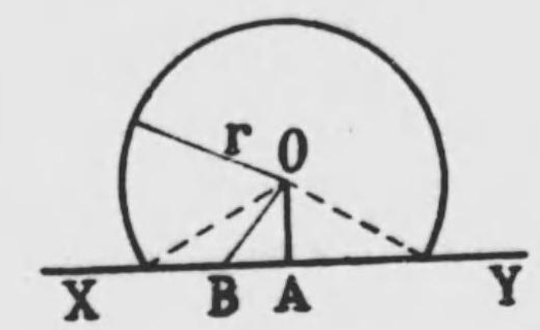
故ニ直線XY上ノ總テノ點ハO圓ノ外ニアル。故ニXYト圓Oトハ共有點ガナイ。

[2] $OA=r$ ナレバ $OB>r$ デアルカラAダケ圓周上ニアル。

故ニXYト圓Oトハ唯一點Aヲ共有スル。卽チ直線XYハ圓Oニ切スル。

[3] $OA<r$ ナレバAハ圓內ニアル。

故ニBハAト一致スル位置カラ半直線AX又ハAYノ方向ニ進ムトOBハ次第ニ大キクナツテ$OB<r$ノ位置カラ$OB>r$ノ位置ニ變ハル。故ニ$OB=r$デアルBノ位置ハ各半直線上ニ各一ツヅツアツテソノ外ニハナイ。卽チXYハ圓Oト二點ダケヲ共有スル。



定理八 圓周上ノ一點ヲ通ル直線ノ中デコノ點ヲ通ル半徑ニ

[1] 垂直ナモノハコノ圓ノ切線デアル。

[2] 垂直デナイモノハ割線デアル。

【題意】 O圓周上ノ點Aヲ通ル直線ヲXYトスルト

[1] OAトXYガ直交スレバXYハ圓Oノ切線デアル。

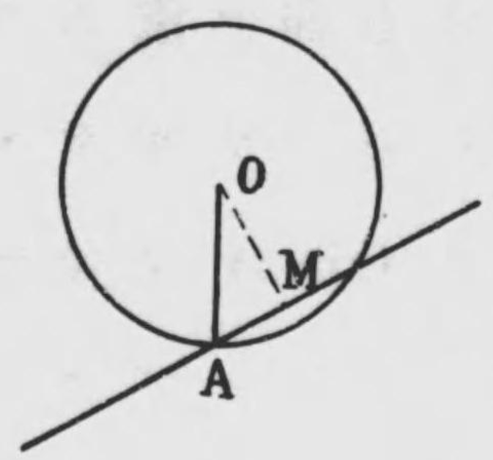
[2] OAトXYガ斜交スレバXYハO圓ノ割線デアル。

證明 [1] 半徑OAハOトXYトノ距離ト一

致スル。即チ XY ハ圓 O ノ切線デアル。

[1]

[2]



[2] O カラ XY ニ垂線 OM ヲ引クト

$$OA>OM$$

故ニ O ト XY トノ距離ハ圓 O ノ半徑ヨリ小デアル。依ッテ XY ハ圓 O ト二點デ交ハル。即チ XY ハ圓 O ノ割線デアル。

系一 圓ノ切線ハ切點ヲ通ル半徑ニ垂線デアル。

系二 圓周上ノ一點ヲ通ル切線ハ唯一ツアル。

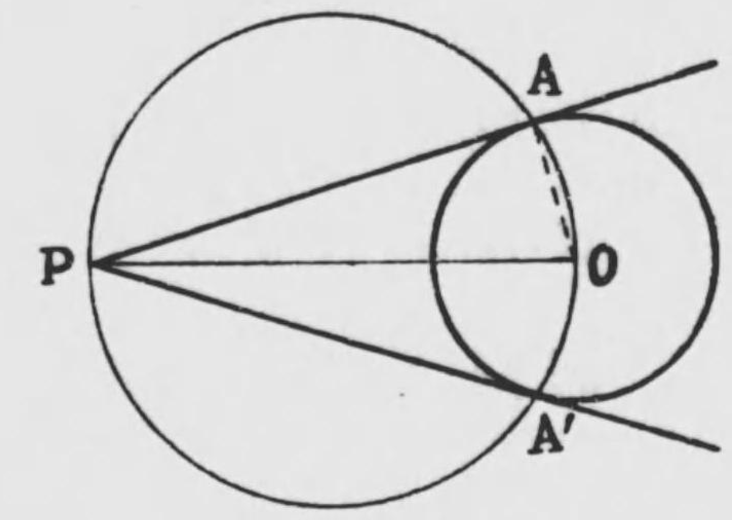
系三 切點ヲ通リ切線ニ垂直ナ直線ハソノ圓ノ中心ヲ通ル。

問 圓周上ノ一點ヲ通リコノ圓ノ切線ヲ引ケ。

作圖題二 圓外ノ一點カラソノ圓ニ切線ヲ引ケ。

【題意】 圓 O ノ外ニアル一點ヲ P トシ, P カラ圓 O ニ切線ヲ引クコトヲ求メル。

作圖 PO ヲ結ビ, コレヲ直徑トスル圓周ヲ畫キ, 圓 O トノ交點ヲ A, A′ トスル。



PA ノ PA′ ヲ結ブトコレハ求メル切線デアル。

證明 各自コレヲ試ミヨ。

系四 圓外ノ一點カラソノ圓ニ引イタ二ツノ切線ノ切點マデノ長サハ相等シイ。

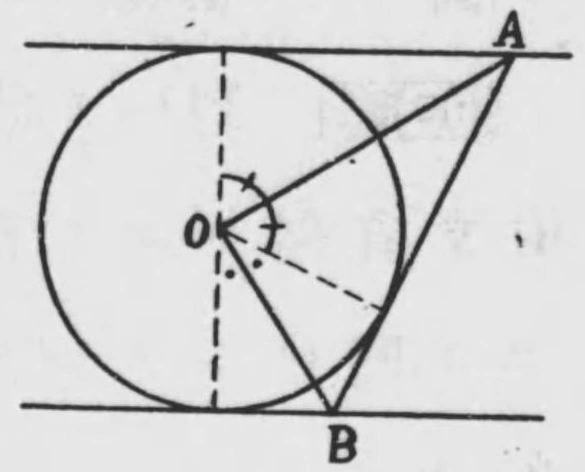
系五 圓ノ中心ト圓外ノ一點トヲ通ル直線ハソノ點カラ引イタ二ツノ切線ノナス角ヲ二等分シ, 切點ヲ結ブ弦ヲ垂直ニ二等分スル。

問題四十

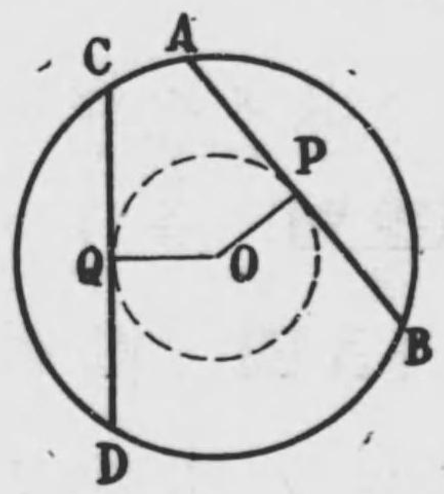
1. 圓ノ直徑ノ兩端ニ於ケル二ツノ切線ハ互ニ平行デアル。

2. 圓ノ一ツノ切線ニ平行ナ弦ハ皆ソノ切點ヲ通ル直徑ニヨツテ垂直ニ二等分セラレル。

3. 圓Oノ平行ナ二ツノ切線ガ他ノ一ツノ切線ト交ハル點ヲ A, B トスルト ∠AOB ハ直角デアル。



4. 同圓ノ相等シイ弦ハスベテ此圓ノ一ツノ同心圓ニ切スル。



5. 一直線上ノ定點ニ於イテコレニ切シ定半徑ヲ有スル圓ヲ畫ケ。

59. 切線ト弦トノナス角

定理 九 弦ノ一端ニ於ケル切線トソノ弦トノナス角ハ,ソノ角內ニアル弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイ。

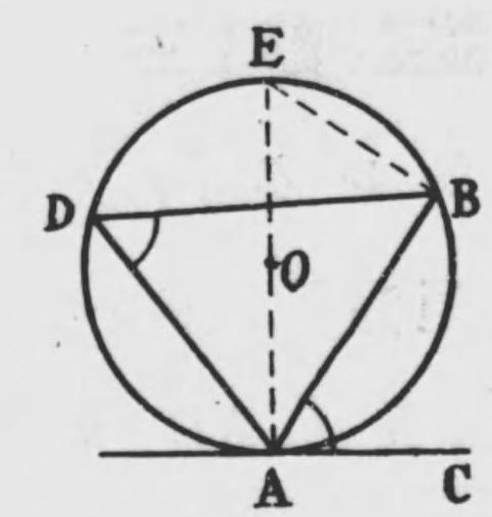
【題意】 圓Oノ弦 AB ノ一端 A ニ於ケルコノ圓ノ切線ヲ AC トシ, D ヲ ∠BAC 內ノ弧上ノ一點トスルト

$$\angle ADB = \angle BAC$$

證明 直徑 AOE ヲ引キ, BE ヲ結ブト

[1] ∠BAC ガ鋭角ノ場合。

[1]



同弧ノ上ニ立ツ圓周角ハ相等シイカラ

$$\angle ADB = \angle AEB \qquad (1)$$

又 AE ハ直徑デアルカラ

$\angle ABE = \angle R$, 故ニ

$$\angle AEB + \angle EAB = \angle R$$

$AE \perp AC$ デアルカラ

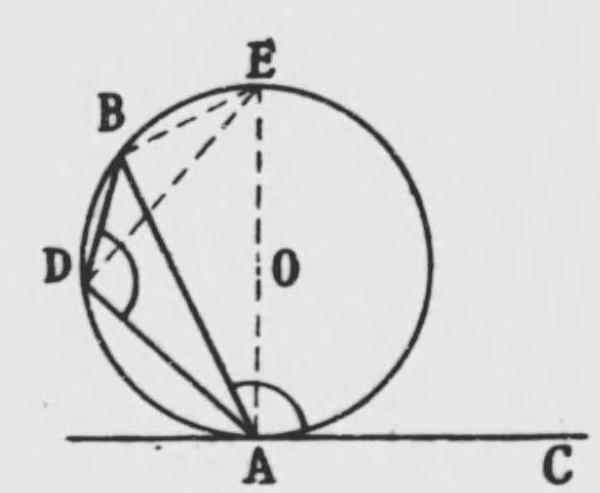
$$\angle BAC + \angle EAB = \angle R$$

故ニ $$\angle AEB = \angle BAC \qquad (2)$$

(1) ト (2) トカラ $\angle ADB = \angle BAC$

[2] ∠BAC ガ鈍角ノ場合。

[2]



DE ヲ結ブト

$$\angle ADE = \angle CAE \qquad (1)$$

$$\angle BDE = \angle BAE \qquad (2)$$

(1)+(2) カラ

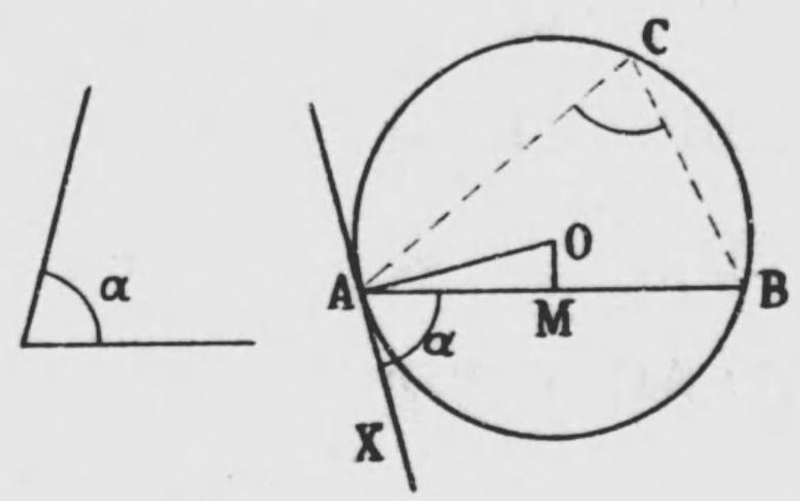
$$\angle ADB = \angle BAC$$

系 弦ノ一端ヲ通ル直線トソノ弦トナ

ス角ガソノ角內ノ弧ノ上ニ立ツ圓周角ニ等シイトキハ,ソノ直線ハソノ圓ノ切線デアル。

作圖題 三 與ヘラレタ線分ヲ弦トシ與ヘラレタ角ヲ含ム弓形ヲ畫ケ。

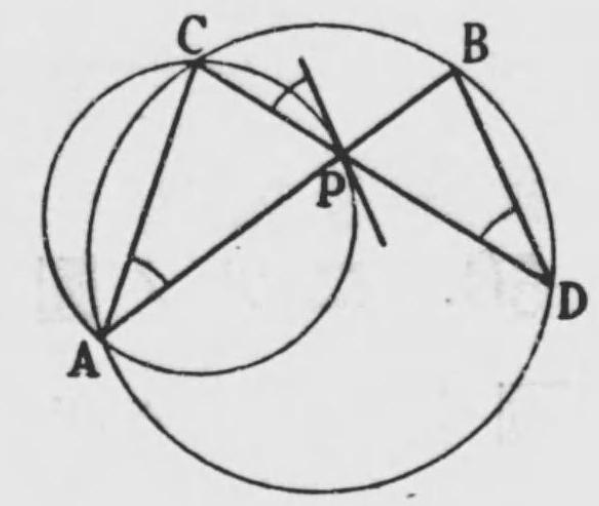
【題意】 與ヘラレタ線分ヲ AB トシ,與ヘラレタ角ヲ $\angle\alpha$ トスル。 AB ヲ弦トシ $\angle\alpha$ ヲ含ム弓形ヲ畫クコトヲ求メル。



作圖 線分 AB トナス角ガ $\angle\alpha$ ニ等シイ直線 AX ヲ引ク。 次ニ點 A ヲ通リ直線 AX ニ垂線 AO 及ビ AB ノ垂直二等分線 MO ヲ引キ,コレ等ノ交點 O ヲ中心トシ AO ヲ半徑トスル圓ヲ畫クト,AB ニ關シテ $\angle BAX$ ト反對ノ側ニアル弓形 ACB ガ求メルモノデアル。

證明 學生自ラコレヲ試ミヨ。

問題 四十一



1. 圓內ノ一點 P ニ交ハル二ツノ弦 AB, CD トスルトキ圓 APC ニ點 P ヲ通ル切線ヲ引クト,コレハ BD ニ平行ニナル。
2. 二等邊三角形 ABC ノ頂點 A ヲ通ル直線ガ底ト D デ交ハリ,圓周 ABC ト E デ交ハラバ,AB ハ圓 BDE ニ切スル。
3. 底邊,頂點及ビ高サヲ知ツテ三角形ヲ畫ケ。
4. 圓周上ノ一點 A カラ弦 AB 及ビ切線 AT ヲ引キ,$\angle BAT$ ノ二等分線ガ弧 AB ト交ハル點ヲ M トスルト,M ハ弧 AB ノ中點デアル。

第三章

二ツノ圓

60. 二ツノ圓ノ位置ノ關係

問 1. 二ツノ圓ノ位置關係ヲスベテノ場合ニツイテ圖示セヨ。

二圓ノ中心ヲ通ル直線ヲソノ二圓ノ**中心線**トイフ。

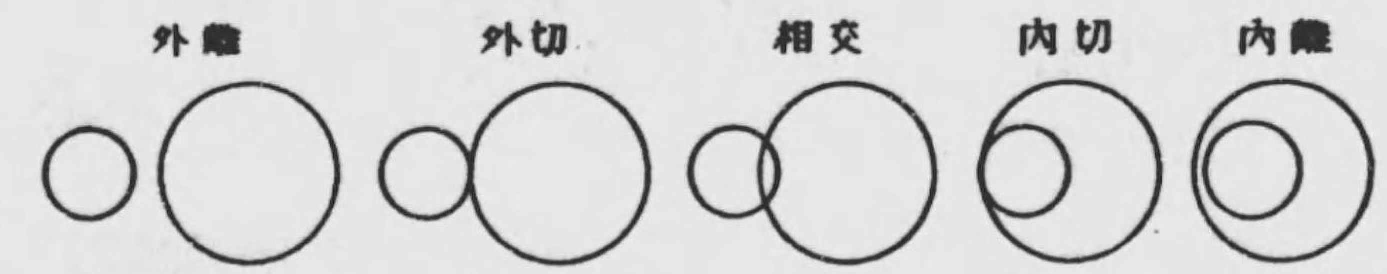
圓周ハソノ中心ヲ通ル任意ノ直線ニ關シテ對稱デアルコトカラ次ノ定理ヲ得ル。

定理十 二ツノ圓周ガソノ中心線上ニナイ一點ヲ共有スルトキハ,中心線ニ關シテコレト對稱ナ他ノ一點ヲモ共有スル。

系一 二ツノ圓周ガ中心線上ニアル一點ヲ共有スルトキハ,ソノ他ニ共有點ガナイ。

系二 二點ダケヲ共有スル二圓ノ共通弦ハ,ソノ中心線デ垂直ニ二等分セラレル。

定義 二ツノ圓ガ二點ヲ共有スルトキハソノ二圓ハ**相交ハル**トイヒ,唯一ツノ點ヲ共有スルトキハ**相切スル**トイフ。而シテ相切スル場合ノ共有點ヲ**切點**トイフ。



定義 二ツノ圓ガ相切スル場合ニ,ソノ一ツノ圓ガ他ノ圓ノ內部ニアルトキハ**內切スル**トイヒ,各他ノ外部ニアルトキハ**外切スル**トイフ。

[注意] 半徑ノ相異ナル二ツノ圓ノ位置ハ上ノ五通リアル。而シテコノ他ニハナイ。

問 2. 合同ナ二圓ノ位置關係ハ幾通リアルカ。

定理十一 二ツノ圓ノ半徑ヲ夫々 r, r' $(r>r')$ トシ,ソノ中心間ノ距離ヲ d トスレバ二ツノ圓ノ位置ガ

[1] 外離ノトキハ $d>r+r'$

[2] 外切ノトキハ $d=r+r'$

[3] 相交ハルトキハ $r+r'>d>r-r'$

[4] 内切ノトキハ $d=r-r'$

[5] 内離ノトキハ $d<r-r'$

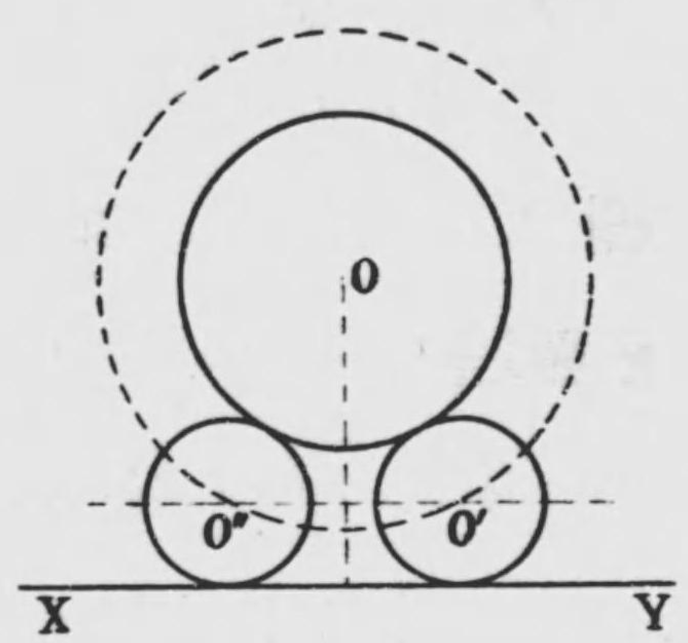
デアル。又コレ等ノ逆モ亦眞デアル。

[證明] 學生自ラコレヲ試ミヨ。

問題 四十二

1. 半徑3cmノ圓ガ二ツノ同心圓ノ各ト切シテヰル。同心圓ノ小サイ方ノ半徑ガ2cmナラバ大キイ方ノ半徑ハ幾ラカ。

2. 與ヘラレタ圓周上ノ一定點デコレニ切シ,且ツ與ヘラレタ一點ヲ通ル圓周ヲ畫ケ。



3. 與ヘラレタ直線及ビ與ヘラレタ圓ニ切スル與ヘラレタ半徑ノ圓ヲ畫ケ。

4. 相交ハル二圓ノ交點ヲ結ブ線分(コレヲ**共通弦**トイフ)ハ中心線ニ垂直デアル。

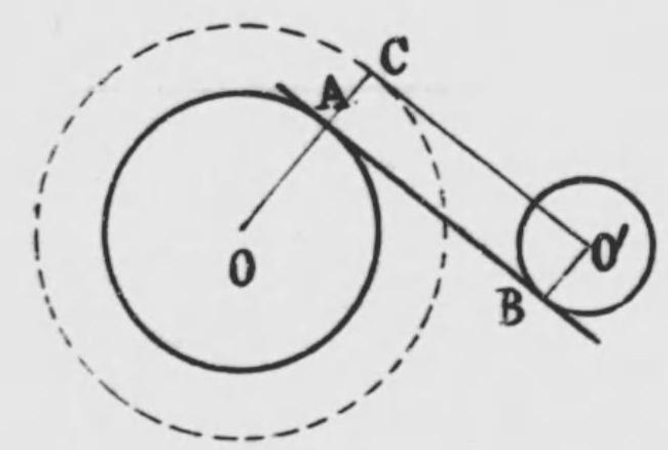
61. 二ツノ圓ノ共通切線

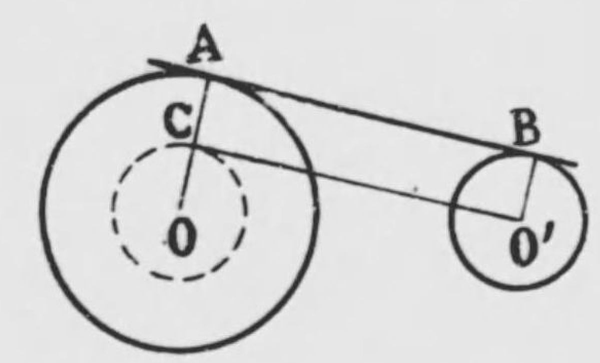
[定義] 二ツノ圓ニ共通ナ切線ヲソノ二ツノ圓ノ**共通切線**トイフ。

二ツノ圓ガソノ共通切線ノ同ジ側ニアルトキハソノ切線ヲ**外共通切線**トイヒ,二ツノ圓ガ互ニソノ反對ノ側ニアルトキハ**内共通切線**トイフ。

作圖題 四 與ヘラレタ二ツノ圓ニ共通切線ヲ引ケ。

【題意】 二ツノ圓ヲO, O'トシソノ半徑ヲ夫々r, r' $(r>r')$トシコノ兩圓ニ共通切線ヲ引クコトヲ求メル。





[作圖] Oヲ中心トシテ$r+r'$又ハ$r-r'$ヲ半徑トスル圓周ヲ畫キ,コレニO'カラ切線ヲ引ク。次ニOC又ハソノ延長ガO圓周ト交ハル點ヲAトシ,

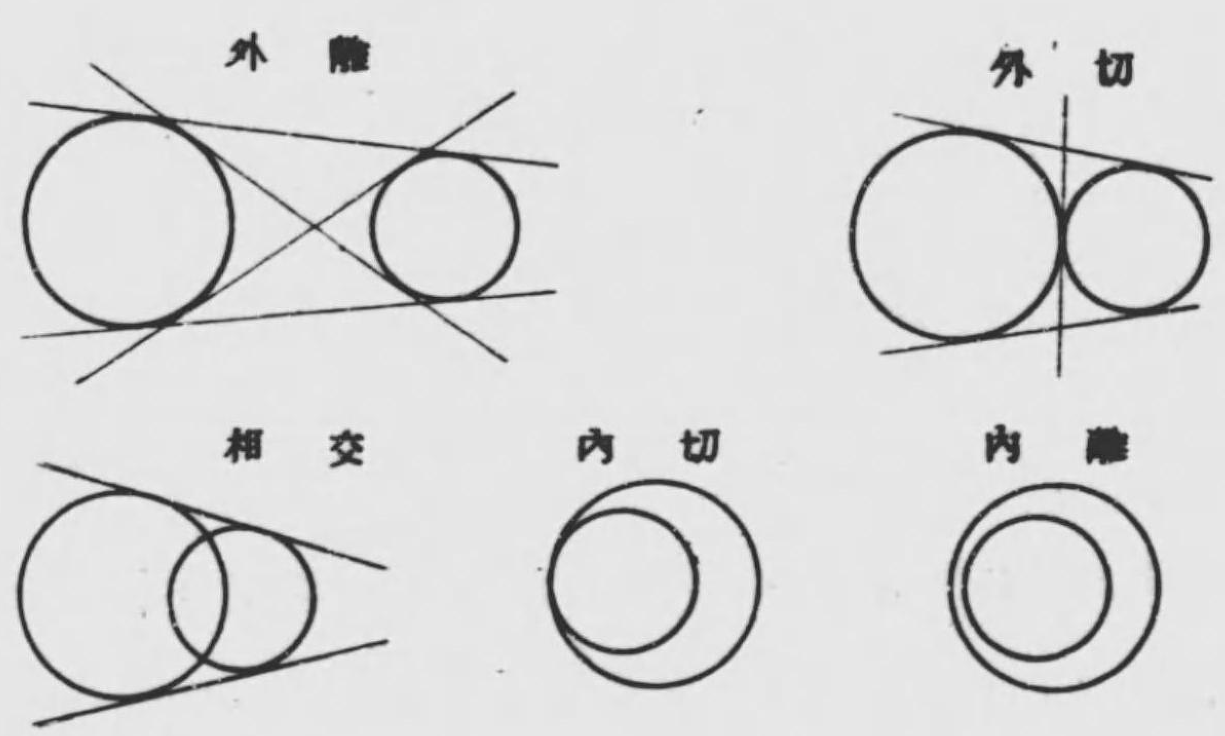
CA ニ平行ニ同ジ方向ニ半徑 O'B ヲ引キ AB ヲ結ブ直線ヲ引ケバコレハ求メル共通切線デアル。

[證明] 學生自カラコレヲ試ミヨ。

【注意】 作圖題ハソノ與ヘラレタ條件ノ如何ニヨツテ求メル圖形ガ決定サレルノデアルカラ與ヘラレタ作圖ガ可能デアルカ否カ,又可能トスルト幾通リ得ルカ等ヲ確メナケレバナラヌ。コレヲ吟味トイフ。

【吟味】 共通切線ノ數ハ O ヲ中心トシ, $r+r'$ 及ビ $r-r$ ヲ半徑トスル圓ヘ O' カラ引カレル切線ノ數ニヨツテ定マル。卽チ

二圓ノ位置	外離	外切	相交	內切	內離
外切線ノ數	2	2	2	1	0
內切線ノ數	2	1	0	0	0



問題 四十三

1. 二ツノ圓ノ外共通切線及ビ內共通切線ノ切點間ノ距離ハ夫々相等シイ。

2. 二ツノ圓ノ外共通切線及ビ內共通切線ノ交點ハ何レモ中心線上ニアル。

3. 相等シイ二圓ノ外共通切線及ビ內共通切線ノ切點ヲ夫々順次ニ結ンデ得ル四邊形ハ何レモ矩形デアル。

4. 外切スル二ツノ圓ノ內共通切線上ノ任意ノ點カラ兩圓ニ引イタ切線ハ相等シイ。

5. 三ツノ等圓ガ互ニ切スルトキ

① 三ツノ中心及ビ三ツノ切點ヲ結ンデ得ル三角形ハ何レモ正三角形デアル。

② 三ツノ內共通切線ハ一點デ交ハル。

第四章

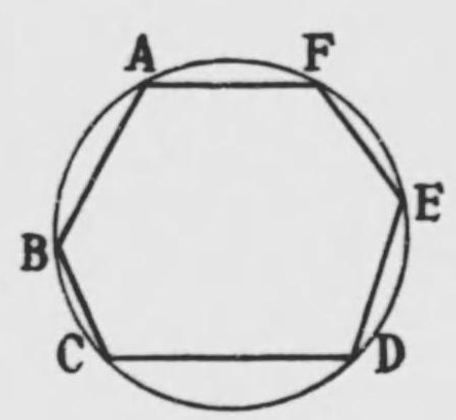
內接形,外接形

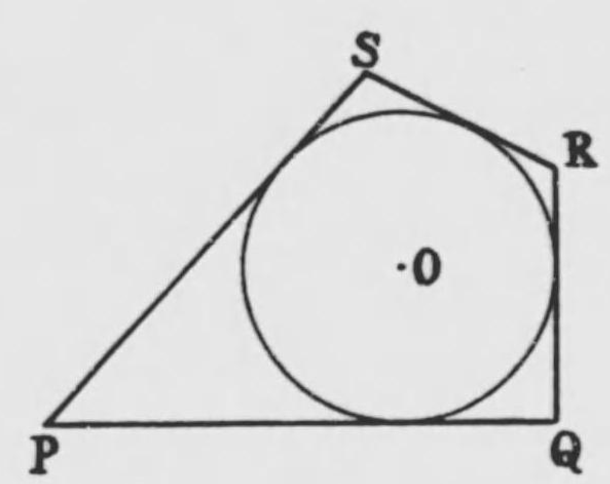
62. 內接形,外接形

定義　一ツノ多角形ノ總テノ頂點ガ,一ツノ圓周上ニアルトキハ,コノ多角形ハソノ**圓ニ內接**スルトイヒ,ソノ圓ハコノ**多角形ニ外接スル**トイフ。

一ツノ多角形ノ總テノ邊ガ一ツノ圓ニ切スルトキハ,コノ多角形ハソノ**圓ニ外接スル**トイヒ,ソノ圓ハコノ**多角形ニ外接ス**ルトイフ。

外接又ハ內接スル圓ノコトヲ夫々**外接圓**又ハ**內接圓**トイフ。





例ヘバ,圖ニ於イテ ABCDEF ハ圓 O ニ內接スル六角形デ PQRS ハ圓 O ニ外接スル四角形デアル。

又圓 O ハ六角形 ABCDEF ノ外接圓デ圓 O′ ハ四角形 PQRS ノ內接圓デアル。

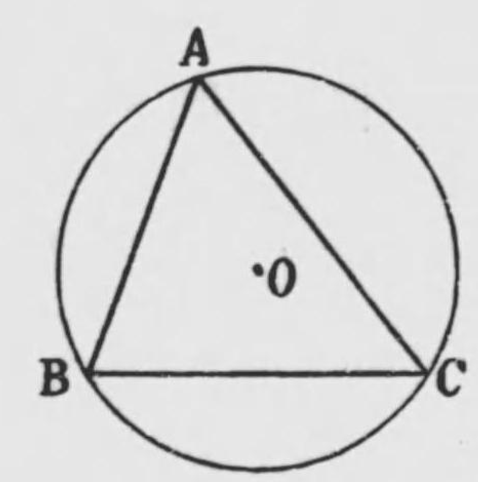
63. 三角形ノ外接圓,內接圓及ビ傍切圓

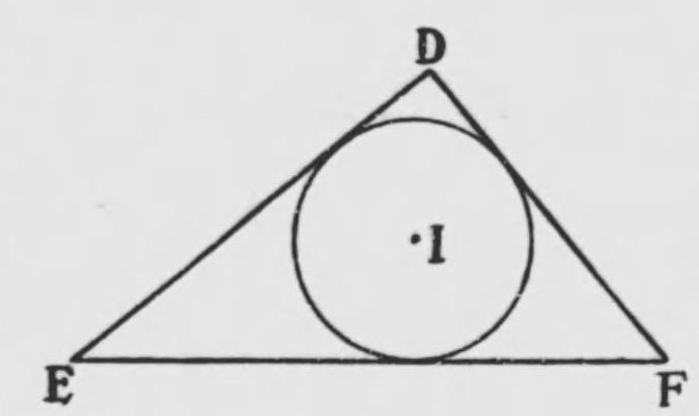
問 1. 三角形ノ外接圓及ビ內接圓ヲ畫ク方法ヲ述ベヨ。

問 2. 圓ニ外接スル矩形ハ正方形デアル。

三角形ノ外心及ビ內心ノ性質カラ次ノ定理ヲ得ル。

定理十二　三角形ニハ唯一ツノ外接圓及ビ唯一ツノ內接圓ガアル。

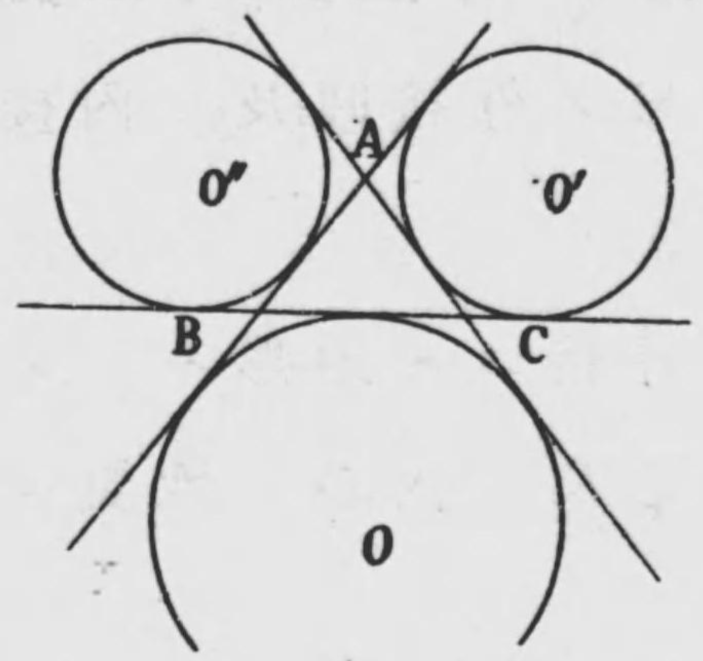




[注意]　三角形ノ外心,內心ハ夫々外接圓,內接圓ノ中心デアル。

定義 三角形ノ一邊ト他ノ二邊ノ延長トニ切スル圓ヲソノ三角形ノ**傍切圓**トイフ。

系 一ツノ三角形ニハ三ツノ傍切圓ガアル。



【注意2】 三角形ノ傍心ハ傍切圓ノ中心デアル。

問 題 四十四

1. 一ツノ正三角形ノ三ツノ傍切圓ハ相等シイ。
2. 外心ト内心トガ一致スル三角形ハ正三角形デアル。
3. 直角三角形ノ内接圓ノ直徑ハ斜邊ト他ノ二邊ノ和トノ差デアル。
4. 次ノ圖デ△ABCノ邊 BC, CA, AB ヲ夫々 a, b, c

デ表ハシ, $\frac{a+b+c}{2}=s$ トスルト次ノ關係ガアル。

① $AK=AH=s$

$FK=EH=a$

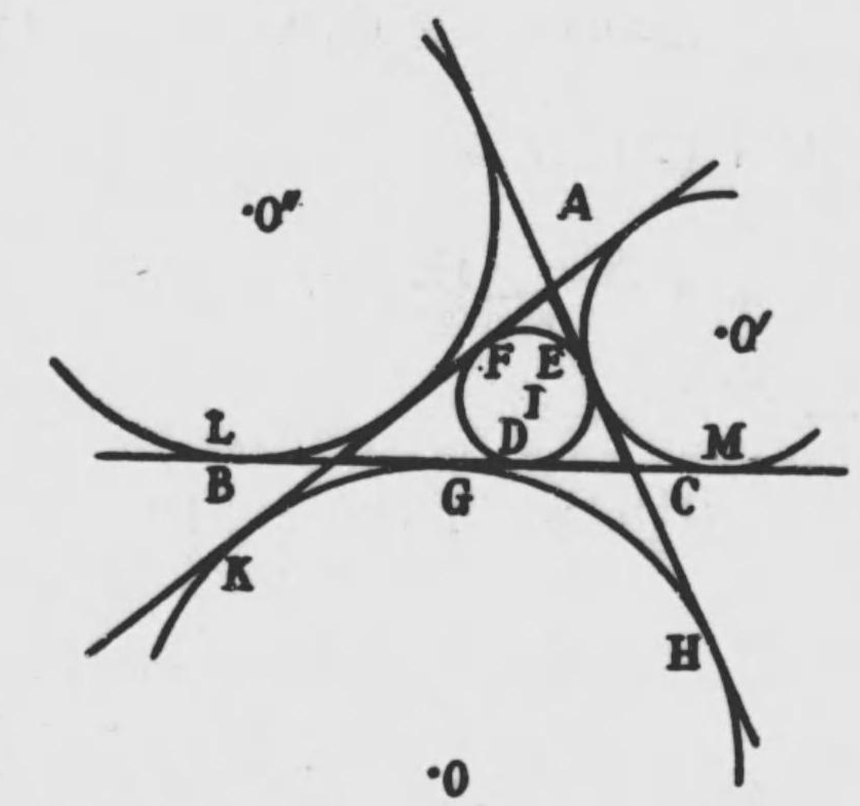
② $AE=AF=s-a$

$BF=BD=s-b$

$CD=OE=s-c$

③ $LM=b+c$

④ $DG=b\sim c$



64. 圓ニ内接スル四邊形

圖 四邊形ノ一組ノ對角ガ補角ヲナストキハ他ノ一組モ補角ヲナス。

定義 四邊形ノ一ツノ内角ヲソレニ對スル内角ニ隣ル外角ノ**内對角**トイフ。

定理十三 圓ニ内接スル四邊形ノ一外角ハソノ内對角ニ等シイ。

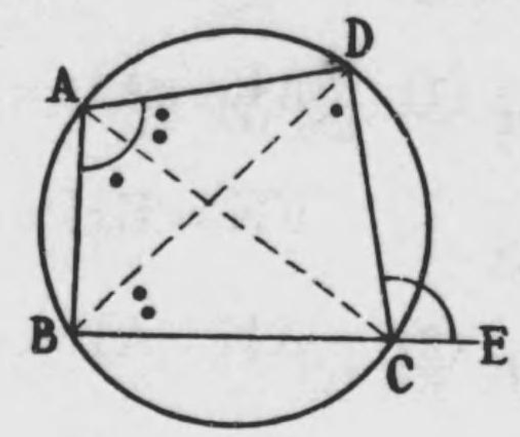
【題意】 圓ニ内接スル四邊形ヲ ABCD トシ一外角ヲ ∠DCE トスルト

$$\angle A=\angle DCE$$

證明 AC 及ビ BD ヲ結ブト

$\angle BAC=\angle BDC$ (1)

$\angle DAC=\angle DBC$ (2)



(1)+(2) カラ

$\angle A=\angle BDC+\angle DBC$

然ルニ

$\angle BDC+\angle DBC=\angle DCE$ (第二篇定理十一,系一)

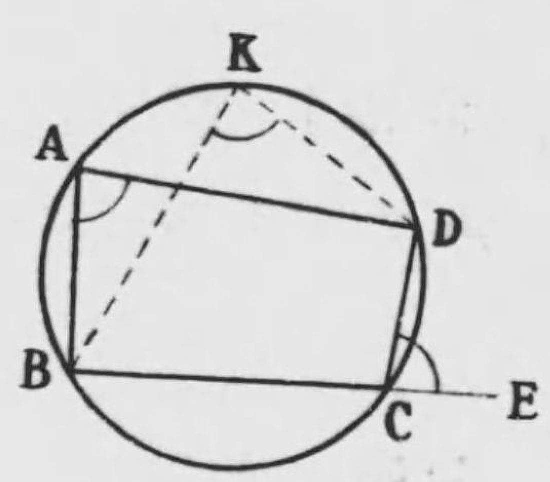
故ニ $\angle A=\angle DCE$

系 圓ニ內接スル四邊形ノ對角ハ互ニ補角ヲナス。

定理十四 四邊形ノ一外角ガソノ內對角ニ等シイナラバ,ソノ四邊形ハ圓ニ內接スル。

【題意】 四邊形ABCDニ於イテ一外角ヲ$\angle DCE$トスルト $\angle A=\angle DCE$ ナラバ ABCD ハ圓ニ內接スル。

證明 三點B, C, Dヲ通ル圓ヲ畫キBDニ關シテCト反對ノ側ノ弧BDノ上ニ一點Kヲトルト



$\angle K=\angle DCE$ (前定理)

然ルニ $\angle A=\angle DCE$

故ニ $\angle A=\angle K$

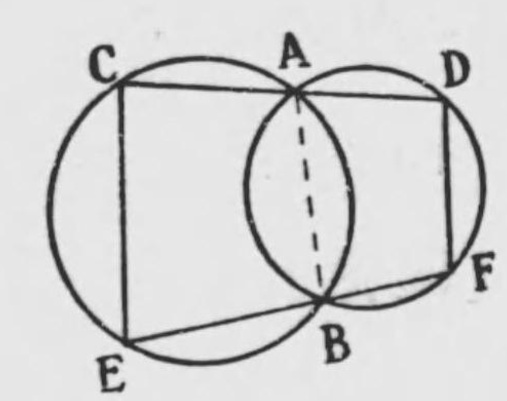
依ッテAハ弧BKDノ上ニアル(54節問)。 即チABCDハ圓ニ內接スル。

系 四邊形ノ一組ノ對角ガ補角ヲナストキハコノ四邊形ハ圓ニ內接スル。

問題 四十五

1. 矩形,正方形及ビ等脚梯形ハ何レモ圓ニ內接スル。

2. 二ツノ圓ノ交點A, Bヲ通ッテ夫々直線CAD, EBFヲ引キ二ツノ圓トノ交點ヲ夫々C, E及ビD, FトスルトCE∥DFデアル。



3. 圓ニ內接スル四邊形ABCDニ於イテ

$$\angle A=2\angle C$$

ナルトキ, $\angle A$ト$\angle C$トノ大イサヲ定メヨ。

4. 二ツノ圓ノ交點A, Bノ一ツAヲ通ル二直