

## 13.6 Esercizi

### 13.6.1 Esercizi dei singoli paragrafi

#### 13.1 - Raccoglimento totale a fattore comune

**13.1.** Associa le espressioni a sinistra con i polinomi a destra.

- |                       |  |
|-----------------------|--|
| a) $(a+2b)^2$ ;       | g) $2a^2 - 4ab + 3ab - 6b^2$ ;           |
| b) $3ab^2(a^2 - b)$ ; | h) $a^2 + 4ab + 4b^2$ ;                  |
| c) $(2a+3b)(a-2b)$ ;  | i) $9a^2 - b^2$ ;                        |
| d) $(3a-b)(3a+b)$ ;   | j) $3a^3b^2 - 3ab^3$ ;                   |
| e) $(a+b)^3$ ;        | k) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$ ; |
| f) $(a+b+c)^2$ ;      | l) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ .         |

**13.2 (\*)**. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) $ax + 3a^2x - abx$ ;             | d) $-12a^8b^9 - 6a^3b^3 - 15a^4b^3$ ;    |
| b) $15b^2 + 12bc + 21abx + 6ab^2$ ; | e) $2ab^2 + 2b^2c - 2a^2b^2 - 2b^2c^2$ ; |
| c) $15x^2y - 10xy + 25x^2y^2$ ;     | f) $2m^7 + 8m^6 + 8m^5$ .                |

**13.3 (\*)**. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                              |                             |                           |
|------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| a) $9x^2b + 6xb + 18xb^2$ ;  | c) $x^2b - x^5 - 4x^3b^2$ ; | e) $b^3 + \frac{1}{3}b$ ; |
| b) $20a^5 + 15a^7 + 10a^4$ ; | d) $3xy + 6x^2$ ;           | f) $3xy - 12y^2$ ;        |

**13.4.** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                    |                       |                    |
|--------------------|-----------------------|--------------------|
| a) $x^3 - ax^2$ ;  | c) $5x^2 - 15x$ ;     | e) $4x^2y - x^2$ ; |
| b) $9a^3 - 6a^2$ ; | d) $18x^2y - 12y^2$ ; | f) $5x^3 - 2x^2$ . |

**13.5.** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| a) $-2x^3 + 2x$ ;          | d) $\frac{2}{3}a^2b - \frac{4}{3}a^4b^3 - \frac{5}{9}a^2b^2$ ; |
| b) $3a + 3$ ;              | e) $12a^3x^5 - 18ax^6 - 6a^3x^4 + 3a^2x^4$ ;                   |
| c) $-8x^2y^3 - 10x^3y^2$ ; | f) $\frac{2}{3}a^4bc^2 - 4ab^3c^2 + \frac{10}{3}abc^2$ .       |

**13.6.** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |   |  |
|---|--|
| a) $-\frac{3}{5}a^4bx + \frac{3}{2}ab^4x - 2a^3b^2x$ ;            | d) $\frac{2}{3}a^2x + \frac{5}{4}ax^2 - \frac{5}{4}ax$ ; |
| b) $-\frac{5}{2}a^3b^3 - \frac{5}{3}a^4b^2 + \frac{5}{6}a^3b^4$ ; | e) $-5a^2 + 10ab^2 - 15a$ ;                              |
| c) $91m^5n^3 + 117m^3n^4$ ;                                       | f) $ab^2 - a + a^2$ .                                    |

**13.7.** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                         |                              |                          |
|-------------------------|------------------------------|--------------------------|
| a) $2b^6 + 4b^4 - b^9;$ | c) $-a^4 - a^3 - a^5;$       | e) $a^2b - b + b^2;$     |
| b) $2a^2b^2x - 4a^2b;$  | d) $-3a^2b^2 + 6ab^2 - 15b;$ | f) $3b^5 - 3b^3 - 6b^2.$ |

**13.8.** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |   |                                 |                                     |
|---|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) $-\frac{4}{9}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x^3;$ | c) $-2x^6 + 4x^5 - 6x^3y^9;$    | e) $-5a^4 - 10a^2 - 30a;$           |
| b) $-a^2b^2 - a^3b^5 + b^3;$                          | d) $-2x^2z^3 + 4z^5 - 6x^3z^3;$ | f) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a.$ |

**13.9 (\*).** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |   |  |
|---|--|
| a) $a^n + a^{n-1} + a^{n-2};$             | d) $2x^{2n} - 6x^{(n-1)} + 4x^{(3n+1)};$   |
| b) $\frac{1}{3}ab^3 + \frac{1}{6}a^3b^2;$ | e) $a^2x^{n-1} - 2a^3x^{n+1} + a^4x^{2n};$ |
| c) $a^n + a^{2n} + a^{3n};$               | f) $a(x+y) - b(x+y).$                      |

**13.10 (\*).** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| a) $(x+y)^3 - (x+y)^2;$         | d) $2a(x-2) + 3x(x-2)^2 - (x-2)^2;$      |
| b) $a^n + a^{n+1} + a^{n+2};$   | e) $3(x+y)^2 - 6(x+y) + 2x(x+y);$        |
| c) $(a+2)^3 - (a+2)^2 - a - 2;$ | f) $x^2(a+b)^3 + x^3(a+b) + x^5(a+b)^2.$ |

**13.11 (\*).** Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| a) $5y^3(x-y)^3 - 3y^2(x-y);$ | d) $2(x-3y) - y(3y-x);$                  |
| b) $5a(x+3y) - 3(x+3y);$      | e) $3x^2(a+b) - 2x^3(a+b) + 5x^5(a+b);$  |
| c) $2x(x-1) - 3a^2(x-1);$     | f) $(2x-y)^2 - 5x^3(2x-y) - 3y(2x-y)^3.$ |

### 13.2 - Raccoglimento parziale a fattore comune

**13.12 (\*).** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |                         |                         |                            |
|-------------------------|-------------------------|----------------------------|
| a) $2x - 2y + ax - ay;$ | c) $ax + bx - ay - by;$ | e) $ax^3 + ax^2 + bx + b;$ |
| b) $3ax - 6a + x - 2;$  | d) $3ax - 9a - x + 3;$  | f) $2ax - 4a - x + 2.$     |

**13.13 (\*).** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $b^2x + b^2y + 2ax + 2ay.$ | d) $ay + 2x^3 - 2ax^3 - y.$ |
| b) $3x^3 - 3x^2 + 3x - 3;$    | e) $-x^3 + x^2 + x - 1;$    |
| c) $x^3 - x^2 + x - 1;$       | f) $x^3 + x^2 - x - 1;$     |

**13.14 (\*).** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |                          |                                |
|--------------------------|--------------------------------|
| a) $x^3 - 1 - x + x^2;$  | d) $b^2x - b^2y + 2x - 2y;$    |
| b) $-x^3 - x - 1 - x^2;$ | e) $b^2x - b^2y - 2ax - 2ay;$  |
| c) $x^3 + x^2 + x + 1;$  | f) $xy + x + ay + a + by + b.$ |

**13.15.** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |                                  |                                |
|----------------------------------|--------------------------------|
| a) $3x + 6 + ax + 2a + bx + 2b;$ | d) $2x + 2 + bx - b - ax + a;$ |
| b) $2x - 2 + bx - b + ax - a;$   | e) $2x - b + ax - a - 2 + bx;$ |
| c) $2x - 2 + bx - b - ax + a;$   | f) $a^3 + 2a^2 + a + 2.$       |

**13.16.** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |  |  |
|--|--|
| a) $a^2x + ax - a - 1;$                      | d) $3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x;$              |
| b) $3xy^3 - 6xy - ay^2 + 2a;$                | e) $2ax - 2a + abx - ab + a^2x - a^2;$     |
| c) $a^2x^3 + a^2x^2 + a^2x - 2x^2 - 2x - 2;$ | f) $3x^4y^4 - 6x^4y^2 - ax^3y^3 + 2ax^3y.$ |

**13.17 (\*) .** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| a) $b^2x - 2bx + by - 2y;$                     | d) $3(x + y)^2 + 5x + 5y;$        |
| b) $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x - 1;$ | e) $bx^2 - bx + b + x^2 - x + 1;$ |
| c) $ax + bx + 2x - a - b - 2;$                 | f) $a^3 - a^2b^2 - ab + b^3.$     |

**13.18 (\*) .** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\frac{1}{5}a^2b + 3ab^2 - \frac{1}{3}a - 5b;$ | e) $3x^4 - 3x^3 + 2x - 2;$                            |
| b) $3x^4 + 9x^2 - 6x^3 - 18x;$                    | f) $(a - 2)(a - 3) + ab - 2b;$                        |
| c) $2a - a^2 + 8b - 4ab;$                         | g) $\frac{1}{8}x^3 - 2xy^2 + \frac{1}{2}yx^2 - 8y^3;$ |
| d) $4x^2 + 3a + 4xy - 4ax - 3y - 3x;$             | h) $ab - bx^2 - \frac{2}{3}ax + \frac{2}{3}x^3.$      |

**13.19 (\*) .** Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| a) $10x^3 - 12x^2 - 5xy + 6y;$   | c) $2^{11}x^2 + 2^{12}x + 2^{15}x + 2^{16};$ |
| b) $6a^3 + 3a^2b - 2ab^3 - b^4;$ | d) $6x^2 + 6xy - 3x(x + y) - 9x^2(x + y)^2.$ |

**13.20 (\*) .** Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

- |   |  |
|---|--|
| a) $a^{14} + 4a^{10} - 2a^{12} - 8a^8;$ | d) $b^2x + b^2y - 2bx - 2by;$          |
| b) $3x^2(x + y)^2 + 5x^3 + 5x^2y;$      | e) $b^2x - 2bx - 2by + b^2y;$          |
| c) $ax^3y + ax^2y + axy + ay;$          | f) $2ab^2 + 2b^2c - 2a^2b^2 - 2ab^2c.$ |

**13.21.** Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| a) $3ax + 6a + a^2x + 2a^2 + abx + 2ab.$ | d) $15x(x + y)^2 + 5x^2 + 5xy;$     |
| b) $2bx^2 + 4bx - 2x^2 - 4ax;$           | e) $2a^2mx - 2ma^2 - 2a^2x + 2a^2;$ |
| c) $x^4 + x^3 - x^2 - x;$                | f) $2x^3 + 2x^2 - 2ax^2 - 2ax.$     |

**13.22 (\*) .** Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| a) $45x^3 + 15xy + 75x^2y + 21x^2y^2 + 7y^3 + 35xy^3;$  | d) $15x(x + y)^2 + 5x^2 + 5xy;$     |
| b) $\frac{2}{3}ax^3 - \frac{1}{3}ax^2 + \frac{2}{3}ax - \frac{1}{3}a;$                          | e) $2a^2mx - 2ma^2 - 2a^2x + 2a^2;$ |
| c) $\frac{7}{3}x^2 - \frac{7}{3}xy + \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{9}x^2y - \frac{5}{9}(x^2 - xy);$ | f) $2x^3 + 2x^2 - 2ax^2 - 2ax.$     |
| d) $2b(x + 1)^2 - 2bax - 2ba + 4bx + 4b.$   |                                     |

**13.3 - Riconoscimento di prodotti notevoli**

**13.23.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $a^2 - 2a + 1$ ;	c) $y^2 - 6y + 9$ ;	e) $4x^2 + 1 + 4x$ ;
b) $x^2 + 4x + 4$ ;	d) $16t^2 + 8t + 1$ ;	f) $9a^2 - 6a + 1$ .

**13.24.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $4x^2 - 12x + 9$ ;	c) $9x^2 + 4 + 12x$ ;	e) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$ ;
b) $\frac{1}{4}a^2 + ab + b^2$ ;	d) $\frac{4}{9}a^4 - 4a^2 + 9$ ;	f) $16a^2 + \frac{1}{4}b^2 - 4ab$ .

**13.25.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $-9x^2 - \frac{1}{4} + 3x$ ;	c) $a^4 + 36a^2 + 12a^3$ ;	e) $x^2 - 6xy + 9y^2$ ;
b) $4x^2 + 4xy + y^2$ ;	d) $144x^2 - 6xa^2 + \frac{1}{16}a^4$ ;	f) $-x^2 - 6xy - 9y^2$ .

**13.26.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $25 + 10x + x^2$ ;	c) $25 - 10x + x^2$ ;	e) $4x^2 + 2x^4 + 1$ ;
b) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2$ ;	d) $\frac{9}{25}a^4 - 6a^2 + 25$ ;	f) $4x^2 - 4x^4 - 1$ .

**13.27.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $-a^3 - 2a^2 - a$ ;	c) $100 + a^2b^4 + 20ab^2$ ;	e) $x^8 + 8x^4y^2 + 16y^4$ ;
b) $3a^7b - 6a^5b^2 + 3a^3b^3$ ;	d) $2x^{13} - 8x^8y + 8x^3y^2$ ;	f) $-x^2 + 6xy + 9y^2$ .

**13.28.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $4a^2b^4 - 12ab^3 + 9b^6$ ;	d) $25x^{14} + 9y^6 + 30x^7y^3$ ;
b) $a^2 + a + 1$ ;	e) $-a^7 - 25a^5 + 10a^6$ ;
c) $36a^6b^3 + 27a^5b^4 + 12a^7b^2$ ;	f) $25a^2 + 49b^2 + 35ab$ .

**13.29.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

a) $4y^6 + 4 - 4y^2$ ;	c) $25a^2 - 10ax - x^2$ ;
b) $\frac{1}{4}a^2 + 2ab + b^2$ ;	d) $9x^2 + 4y^2 - 6xy$ .

**13.30.** Individua perché i seguenti polinomi non sono quadrati di un binomio.

a) $4x^2 + 4xy - y^2$ ;	c) $25 + 100x + x^2$ ;	e) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{1}{9}$ ;
b) $x^2 - 6xy + 9y$ ;	d) $25t^2 + 4 - 10t$ ;	

**13.31 (\*)**. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- |                               |                                    |                               |
|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| a) $24a^3 + 6a + 24a^2$ ;     | c) $5a^2 + 2ax + \frac{1}{5}x^2$ ; | e) $x^5 + 4x^4 + 4x^3$ ;      |
| b) $3a^2x - 12axb + 12b^2x$ ; | d) $x^6y + x^2y + 2x^4y$ ;         | f) $2y^3 - 12y^2x + 18x^2y$ . |

**13.32 (\*)**. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- |   |   |
|---|---|
| a) $-50t^3 - 8t + 40t^2$ ;                                      | d) $10^{100}x^{50} - 2 \cdot 10^{75}x^{25} + 10^{50}$ ; |
| b) $2^{10}x^2 + 2^6 \cdot 3^{20} + 3^{40}$ ;                    | e) $10^{11}x^{10} - 2 \cdot 10^9x^5 + 10^6$ ;           |
| c) $2^{20}x^{40} - 2^{26} \cdot x^{50} + 2^{30} \cdot x^{60}$ ; | f) $x^{2n} + 2x^n + 1$ .                                |

**13.33.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- |  |   |
|--|---|
| a) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ ; | d) $4a^4 - 6ab - 4a^2b + 12a^3 + b^2 + 9a^2$ ;            |
| b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$ ; | e) $9x^6 + 2y^2z + y^4 - 6x^3z - 6x^3y^2 + z^2$ ;         |
| c) $x^2 + y^2 + 4 + 4x + 2xy + 4y$ ;     | f) $\frac{1}{4}a^2 + b^4 + c^6 + ab^2 + ac^3 + 2b^2c^3$ . |

**13.34.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- |  |   |
|--|---|
| a) $a^2 + 2ab + b^2 - 2a + 1 - 2b$ ;           | d) $-x^2 - 2xy - 9 - y^2 + 6x + 6y$ ;           |
| b) $x^2 + \frac{1}{4}y^2 + 4 - xy + 4x - 2y$ ; | e) $4a^2 + 4ab - 8a + b^2 - 4b + 4$ ;           |
| c) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc + 2ab$ ;       | f) $a^2b^2 + 2a^2b + a^2 - 2ab^2 - 2ab + b^2$ . |

**13.35.** Individua perché i seguenti polinomi non sono quadrati.

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| a) $a^2 + b^2 + c^2$ ;               | c) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc - 2ab$ ; |
| b) $x^2 + y^2 + 4 + 4x + 4xy + 4y$ ; | d) $a^2 + b^2 - 1 - 2a - 2b + 2ab$ .     |

**13.36 (\*)**. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- |   |
|---|
| a) $a^2 + 4ab - 2a + 4b^2 - 4b + 1$ ;                                 |
| b) $a^2b^2 + 2a^2b + a^2 + 4ab^2 + 4ab + 4b^2$ ;                      |
| c) $x^2 - 6xy + 6x + 9y^2 - 18y + 9$ ;                                |
| d) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ suggerimento: $3x^2 = x^2 + 2x^2$ ;   |
| e) $4a^4 + 8a^2 + 1 + 8a^3 + 4a$ suggerimento: $8a^2 = 4a^2 + 4a^2$ . |

**13.37.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- |   |
|---|
| a) $9x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 4x + 4$ suggerimento: $-11x^2 = -12x^2 + x^2$ ; |
| b) $25x^2 - 20ax - 30bx + 4a^2 + 12ab + 9b^2$ ;                           |
| c) $2a^{10}x + 4a^8x + 2a^6x + 4a^5x + 4a^3x + 2x$ ;                      |
| d) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd - 2cd$ ;          |
| e) $x^6 + x^4 + x^2 + 1 + 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x$ .               |

**13.38.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- |                                    |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$ ; | c) $-12a^2 + 8a^3 - b^3 + 6ab$ ;  |
| b) $b^3 + 12a^2b - 6ab^2 - 8a^3$ ; | d) $-12a^2b + 6ab + 8a^3 - b^3$ . |

**13.39.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $-x^3 + 6x^2 - 12x + 8;$   
 b)  $-x^9 - 3x^6 + 3x^3 + 8;$

c)  $x^3y^6 + 1 + 3x^2y^2 + 3xy^2;$   
 d)  $x^3 + 3x - 3x^2 - 1.$

**13.40.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $-5x^5y^3 - 5x^2 - 15x^4y^2 - 15x^3y;$   
 b)  $-a^6 + 27a^3 + 9a^5 - 27a^4;$

c)  $64a^3 - 48a^2 + 12a - 1;$   
 d)  $a^6 + 9a^4 + 27a^2 + 27.$

**13.41.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27};$   
 b)  $0,001x^6 + 0,015x^4 + 0,075x^2 + 0,125;$

c)  $\frac{27}{8}a^3 - \frac{27}{2}a^2x + 18ax^2 - 8x^3;$   
 d)  $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27}.$

**13.42.** Individua perché i seguenti polinomi non sono cubi.

a)  $a^{10} - 8a - 6a^7 + 12a^4;$   
 b)  $27a^3 - b^3 + 9a^2b - 9ab^2;$

c)  $8x^3 + b^3 + 6x^2b + 6xb^2;$   
 d)  $x^3 + 6ax^2 - 6a^2x + 8a^3.$

**13.43.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8;$   
 b)  $a^3b^3 + 12ab + 48ab + 64;$

c)  $216x^3 - 540ax^2 + 450a^2x - 125a^3;$   
 d)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 2.$

**13.44 (\*).** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6;$   
 b)  $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3;$

c)  $a^6 + 3a^5 + 3a^4 + a^3;$   
 d)  $a^{10} - 8a - 6a^7 + 12a^4.$

**13.45.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27;$   
 b)  $x^6 + 12ax^4 + 12a^2x^2 + 8a^3;$

c)  $x^{300} - 10^{15} - 3 \cdot 10^5 x^{200} + 3 \cdot 10^{10} x^{100};$   
 d)  $a^{6n} + 3a^{4n}x^n + 3a^{2n}x^{2n} + x^{3n}.$

**13.46.** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

a)  $10^{15}a^{60} + 3 \cdot 10^{30}a^{45} + 3 \cdot 10^{45}a^{30} + 10^{60}a^{15};$   
 b)  $10^{-33}x^3 - 3 \cdot 10^{-22}x^2 + 3 \cdot 10^{-11}x - 1.$

**13.47.** Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

a)  $a^2 - 25b^2;$   
 b)  $16 - x^2y^2;$

c)  $25 - 9x^2;$   
 d)  $4a^4 - 9b^2;$

e)  $x^2 - 16y^2;$   
 f)  $144x^2 - 9y^2.$

**13.48.** Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

a)  $16x^4 - 81z^2;$

b)  $a^2b^4 - c^2;$

c)  $4x^6 - 9y^4;$

d)  $-36x^8 + 25b^2;$

e)  $-1 + a^2;$

f)  $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{9}y^4.$

**13.49.** Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

a)  $\frac{a^2}{4} - \frac{y^2}{9};$

b)  $2a^2 - 50;$

c)  $a^3 - 16ab^6;$

d)  $-4x^2y^2 + y^2;$

e)  $-4a^2 + b^2;$

f)  $25x^2y^2 - \frac{1}{4}z^6.$

**13.50.** Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

a)  $-a^2b^4 + 49;$

b)  $16y^4 - z^4;$

c)  $a^8 - b^8;$

d)  $a^4 - 16;$

e)  $16a^2 - 9b^2;$

f)  $9 - 4x^2.$

**13.51.** Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

a)  $\frac{1}{4}x^2 - 1;$

b)  $a^2 - 9b^2;$

c)  $\frac{25}{16}a^2 - 1;$

d)  $-16 + 25x^2;$

e)  $25a^2b^2 - \frac{9}{16}y^6;$

f)  $-4x^8 + y^{12}.$

**13.52 (\*).** Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

a)  $\frac{1}{4}x^2 - 0,01y^4;$

b)  $x^6 - y^8;$

c)  $x^4 - y^8;$

d)  $(b+3)^2 - x^2;$

e)  $a^8 - (b-1)^2;$

f)  $(x-1)^2 - a^2.$

**13.53 (\*).** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

a)  $(x-y)^2 - (y+z)^2;$

b)  $-(2a-1)^2 + (3b+3)^2;$

c)  $x^2 - b^2 - 9 - 6b;$

d)  $(2x-3)^2 - 9y^2;$

e)  $(x+1)^2 - (y-1)^2;$

f)  $x^2 + 2x + 1 - y^2.$

**13.54 (\*).** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

a)  $b^2 - x^4 + 1 + 2b;$

b)  $a^4 + 4a^2 + 4 - y^2;$

c)  $x^2 - y^2 - 1 + 2y;$

d)  $(2x+3)^2 - (2y+1)^2;$

e)  $a^2 - 2ab + b^2 - 4;$

f)  $(2x-3a)^2 - (x-a)^2.$

**13.55 (\*).** Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

a)  $-(a+1)^2 + 9;$

b)  $16x^2y^6 - (xy^3 + 1)^2;$

c)  $a^2 + 1 + 2a - 9;$

d)  $x^2y^4 - z^2 + 9 + 6xy^2;$

e)  $a^2 - 6a + 9 - x^2 - 16 - 8x;$

f)  $x^2 + 25 + 10x - y^2 + 10y - 25.$

**13.56 (\*)**. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

a) $(a-1)^2 - (a+1)^2;$	c) $a^{2m} - b^{2n};$
b) $a^{2n} - 4;$	d) $x^{2n} - y^4.$

#### 13.4 - Altre tecniche di scomposizione

**13.57.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^2 - 5x - 36;$	c) $x^2 - 13x + 12;$	e) $x^2 + 7x + 12;$
b) $x^2 - 17x + 16;$	d) $x^2 + 6x + 8;$	f) $x^2 - 2x - 3.$

**13.58.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^2 + 9x + 18;$	c) $x^2 - 8x - 9;$	e) $x^2 - 6x + 8;$
b) $x^2 - 5x + 6;$	d) $x^2 - 7x + 12;$	f) $x^2 - 51x + 50.$

**13.59.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^2 - 3x - 4;$	c) $x^4 + 8x^2 + 12;$	e) $x^2 - 3x + 2;$
b) $x^2 + 5x - 14;$	d) $x^2 + 4x - 12;$	f) $x^4 - 5x^2 + 4.$

**13.60.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^2 + 3x - 10;$	c) $x^2 + 2x - 35;$	e) $x^2 + 5x - 36;$
b) $x^2 + 13x + 12;$	d) $x^6 - 5x^3 + 4;$	f) $x^2 + 8x + 7.$

**13.61.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^2 - 10x + 24;$	c) $x^2 + 4x - 45;$	e) $x^2 + 4x - 21;$
b) $y^2 + y - 20;$	d) $x^2 - 4x - 21;$	f) $x^2 - 10x + 21.$

**13.62.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^4 + 9x^2 - 10;$	c) $-x^6 + 7x^3 - 10;$	e) $-3x^6 + 15x^4 - 12x^2;$
b) $x^6 - x^3 - 30;$	d) $2x^3 + 14x^2 + 20x;$	f) $x^4 - 37x^2 + 36.$

**13.63.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $x^{20} + 4x^{12} - 32x^4;$	c) $x^{14} - 37x^7 + 36;$	e) $a^2 - ax - 20x^2;$
b) $x^{40} - x^{20} - 20;$	d) $x^2 + 4xy - 32y^2;$	f) $a^2 - 12xa - 64x^2.$

**13.64.** Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari.

a) $m^2 + 20mn + 36n^2;$	c) $x^6 + 9x^3y^2 - 36y^4;$	e) $a^4b^2 - a^2b - 72;$
b) $x^4 - 8x^2a + 12a^2;$	d) $x^2y^2 - 2xy - 35;$	f) $x^4 + 11x^2 + 24.$

**13.65 (\*)**. Scomponi i seguenti polinomi seguendo la traccia.

- a)  $2x^2 - 3x - 5 = 2x^2 + 2x - 5x - 5 = \dots$ ;  
 b)  $3y^2 + y - 10 = 3y^2 + 6y - 5y - 10 = \dots$ ;  
 c)  $5t^2 - 11t + 2 = 5t^2 - 10t - t + 2 = \dots$ ;  
 d)  $-3t^2 + 4t - 1 = -3t^2 + 3t + t - 1 = \dots$ ;  
 e)  $2x^2 - 3x - 9 = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = \dots$

**13.66.** Scomponi i seguenti polinomi.

- a)  $3a^2 - 4a + 1$ ;      c)  $4b^2 - 4b - 3$ ;      e)  $x^2 + 10ax + 16a^2$ ;  
 b)  $11k - 6k^2 + 7$ ;      d)  $6x^2 - 13x - 15$ ;      f)  $2x^4 + x^2 - 3$ .

**13.67.** Scomponi in fattori i seguenti polinomi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a)  $2x^2 - 5x + 2$ ;      c)  $x^3 - 4x^2 + x + 6$ ;      e)  $2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$ ;  
 b)  $3x^2 - 5x - 2$ ;      d)  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$ ;      f)  $x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6$ .

**13.68 (\*)**. Scomponi in fattori i seguenti polinomi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a)  $x^3 + 2x^2 - 2x + 3$ ;      e)  $2x^3 + 5x^2 + 5x + 3$ ;  
 b)  $x^3 + x^2 - 5x + 3$ ;      f)  $2x^3 - 13x^2 + 24x - 9$ ;  
 c)  $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$ ;      g)  $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$ ;  
 d)  $3x^3 + 5x^2 - 16x - 12$ ;      h)  $4x^4 - 4x^3 - 25x^2 + x + 6$ .

**13.69 (\*)**. Scomponi in fattori i seguenti polinomi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a)  $x^3 - 9x - 9 + x^2$ ;      f)  $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ ;  
 b)  $m^3 + 2m^2 - m - 2$ ;      g)  $3t^3 - t^2 - 12t + 4$ ;  
 c)  $a^3 + a^2 - 4a - 4$ ;      h)  $3x^4 + x^3 - 29x^2 - 17x + 42$ ;  
 d)  $3a^2 + a - 2$ ;      i)  $y^4 + y^3 - 3y^2 - 4y - 4$ ;  
 e)  $6a^3 - a^2 - 19a - 6$ ;      j)  $t^4 - 8t^2 - 24t - 32$ .

**13.70 (\*)**. Scomponi in fattori i seguenti polinomi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a)  $2x^5 + 16x^4 + 25x^3 - 34x^2 - 27x + 90$ ;      f)  $6x^2 - 7x + 2$ ;  
 b)  $x^5 - x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 9x + 18$ ;      g)  $3x^3 + x^2 + x - 2$ ;  
 c)  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$ ;      h)  $2x^3 + x^2 + 2x + 1$ ;  
 d)  $a^5 + 3a^4 - 2a^3 - 9a^2 - 11a - 6$ ;      i)  $3x^3 + 9x - x^2 - 3$ ;  
 e)  $2x^5 + 16x^4 + 19x^3 - 94x^2 - 213x - 90$ ;      j)  $1 + 5x + 6x^2 + 4x^3 + 8x^4$ .

**13.71 (\*)**. Scomponi in fattori i seguenti polinomi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a)  $a^6 + 6a^4 + 11a^2 + 6$ . Suggerimento: sostituisci  $a^2 = x$ ;  
 b)  $2x^{2n} + x^n - 3$ . Suggerimento:  $x^n = a$ ;  
 c)  $x^3 - ax^2 - 2ax + 2a^2$  Suggerimento: cerca le radici tra i monomi divisori di  $2a^2$ .

**13.72.** Scomponi in fattori tenendo presente la somma e la differenza di cubi.

- |                 |                             |   |
|-----------------|-----------------------------|---|
| a) $x^3 - 1$ ;  | e) $64a^3 - 8b^3$ ;         | i) $x^6 - y^6$ ;                        |
| b) $27 - x^3$ ; | f) $8x^3 - 27y^3$ ;         | j) $\frac{1}{8}a^3 - \frac{1}{27}b^3$ . |
| c) $x^3 + 1$ ;  | g) $0,001^3 - x^3$ ;        |   |
| d) $x^3 + 8$ ;  | h) $10^{-3}x^3 - 10^3y^3$ ; |   |

**13.73.** Scomponi in fattori tenendo presente la somma e la differenza di cubi.

- |                     |                                   |   |
|---------------------|-----------------------------------|---|
| a) $27x^3 - 8y^3$ ; | e) $\frac{27}{8}x^3 - 8$ ;        | h) $\frac{1}{8}a^3 - \frac{1}{27}t^3$ ; |
| b) $a^3b^3 - 1$ ;   | f) $a^3 - 125$ ;                  | i) $x^6 - y^3$ ;                        |
| c) $a^9 - 1$ ;      | g) $0,064x^3 + \frac{1}{27}y^3$ ; | j) $x^9 + 27y^3$ .                      |
| d) $a^6 - 1$ ;      |                                   |   |

**13.74.** Scomponi in fattori tenendo presente la somma e la differenza di cubi.

- |                    |                                 |  |
|--------------------|---------------------------------|--|
| a) $8x^{12} - 1$ ; | c) $5x^4y^3 + \frac{625}{8}x$ ; | e) $a^{3n+3} + 1$ ;                      |
| b) $a^{300} + 1$ ; | d) $a^{3n} - 8b^3$ ;            | f) $\frac{5}{8}a^4 - \frac{5}{27}ab^3$ . |

**13.75 (\*).** Scomponi in fattori riconoscendo i prodotti notevoli.

- |  |
|--|
| a) $\frac{16}{9} - \frac{48}{3}a + 36a^2$ ;            |
| b) $9a^2 - 4ab + \frac{4}{9}b^2$ ;                     |
| c) $a^2b^4 - \frac{2}{3}a^2b^2c + \frac{1}{9}a^2c^2$ ; |
| d) $\frac{4}{9}x^2y^4 + 25x^6 + \frac{20}{3}x^4y^2$ ;  |
| e) $27a^3 - 18a^2b + 4ab^2 - \frac{8}{27}b^3$ .        |

**13.76 (\*).** Scomponi in fattori riconoscendo i prodotti notevoli.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\frac{64}{27} - 216a^3 - 32a + 144a^2$ ;                        | c) $\frac{x^6}{9} - \frac{4}{25}x^4y^2$ ; |
| b) $a^3b^6 - a^3b^4c - \frac{1}{27}a^3c^3 + \frac{1}{3}a^3b^2c^2$ ; | d) $(3a + b)^2 - (a + 2b)^2$ .            |

**13.77 (\*).** Scomponi in fattori riconoscendo i prodotti notevoli.

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| a) $4x^2y^4 - (x + 2xy^2)^2$ ; | c) $4 + 9a^2 - 4b^2 - 12a - c^2 - 4bc$ ; |
| b) $a^2 + 2ab + b^2 - m^2$ ;   | d) $27a^3 - 8b^6$ .                      |

**13.78 (\*).** Scomponi in fattori.

- |                                      |                                |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| a) $(x + 1)^2 - (y - 1)^2$ ;         | d) $4 - (y - 1)^2$ ;           |
| b) $5x^4y^2 + 5x^2y + \frac{5}{4}$ ; | e) $4x^2 - xy - 4x + y$ ;      |
| c) $(y - 1)^2 - 2y + 2$ ;            | f) $0,3a^2 - \frac{1}{3}b^2$ ; |

g)  $3x + k + 3x^2 + kx;$   
 h)  $x^3 + 3x - 4x^2;$

i)  $4x^2 - 7x - 2;$   
 j)  $6x^2 - 24xy + 24y^2.$

**13.79 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $x^2 - (2 + a)x + 2a;$   
 b)  $2x^2 + 5x - 12;$   
 c)  $\frac{1}{16}a^2 + 4b^4 - ab^2;$   
 d)  $81a - 16a^3b^2;$   
 e)  $a^2 - 10a - 75;$

f)  $ax + bx - 3ay - 3by;$   
 g)  $x^5 + x^3 + x^2 + 1;$   
 h)  $0,09x^4y^5 - 0,04y;$   
 i)  $-a^2x - 2abx - b^2x + 5a^2 + 10ab + 5b^2;$   
 j)  $\frac{1}{9}x^2 - 0,25b^2.$

**13.80 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $8a^3 - \frac{1}{8}b^3;$   
 b)  $4a^3 + 8a^2 - a - 2;$   
 c)  $x^3 - x^4 + 8 - 8x;$   
 d)  $4xy + 4xz - 3ya - 3za - yh - zh;$   
 e)  $x^6 - 81x^2;$

f)  $54a^3b - 2b^4;$   
 g)  $-12xyz + 9ya + 6x^3a - 8x^4z;$   
 h)  $y^2 + ay - 6a^2;$   
 i)  $2x^3 + 4x - 3x^2 - 6;$   
 j)  $(x^2 - 7x + 10)^2 - x^2 + 10x - 25.$

**13.81 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $\frac{4}{9}a^2 - b^2 + \frac{2}{3}a + b;$   
 b)  $x^2 - 6x + 9 - (y^2 - 2y + 1);$   
 c)  $16a^4x^2 - 8a^2b^2x^2 + b^4x^2;$   
 d)  $4(x-1)^2 - 4y(x-1) + y^2;$   
 e)  $4a^4b - 4a^3b^2 + 6a^3b^3 - 6a^2b^4;$

f)  $8x^3 - 14x^2 + 7x - 1;$   
 g)  $x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 24x;$   
 h)  $81a^4 - 64a^2b^2;$   
 i)  $4x^3 + 8x^2 + x - 3;$   
 j)  $2a^4b^3c - 8a^2bc^5.$

**13.82 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $x^3 + 2x^2 - x - 2;$   
 b)  $20x^3 - 45x;$   
 c)  $18p^3q^2x - 2pq^4x + 18p^3q^2y - 2pq^4y;$   
 d)  $20a^6 - 16a^3c - 25a^4b + 20abc;$   
 e)  $2a^7 - 6a^4x^2 + 6a^4b^2 - 18ab^2x^2;$

f)  $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3;$   
 g)  $3x^5 + 12x^4 - 21x^3 - 66x^2 + 72x;$   
 h)  $32a^3x^2y - 48a^3xy^2 + 4b^3x^2y - 6b^3xy^2;$   
 i)  $x^5 + 3x^4 - xy^4 - 3y^4;$   
 j)  $48a^5bx + 16a^5by - 6a^2b^4x - 2a^2b^4y.$

**13.83 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $x^2(x^4 - 18x^2 + 81) - x^6 + 729;$   
 b)  $x^5 - 2x^2 - x + 2;$   
 c)  $x^8 - y^8 - 2x^6y^2 + 2x^2y^6;$   
 d)  $16ab - 81a^5b^9;$   
 e)  $6x^7 + 2x^6 - 16x^5 + 8x^4;$

f)  $x^4 - 4x^2 - 45;$   
 g)  $-3a^7x^2 + 9a^5x^4 - 9a^3x^6 + 3ax^8;$   
 h)  $x^3 - 13x^2 + 35x + 49;$   
 i)  $4ab^3c^2 + 20ab^3 - 3abc^2 - 15ab;$   
 j)  $6a^6b^3 - 12a^4b^5 + 6a^2b^7.$

**13.84 (\*).** Scomponi in fattori.

a)  $y^3 - 5y^2 - 24y;$

b)  $x^2 + 4xy - 6x + 4y^2 - 12y + 9;$

c)  $2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 2;$

d)  $x^2 - y^2 + 2ay - a^2;$

e)  $(3-a)^2 + (5+a) \cdot (a-3);$

f)  $3x^3 - x - 1 + 3x^2;$

g)  $x^3y^2 - x^2y^3 + \frac{1}{4}xy^4;$

h)  $-27x^6 + 9x^5 - x^4 + \frac{x^3}{27};$

i)  $4x^2 - 9y^2 - 6yz^2 - z^4;$

j)  $\frac{1}{8}a^4b^2 - \frac{3}{4}a^3b^3 + \frac{3}{2}a^2b^4 - ab^5.$

**13.85 (\*).** Scomponi in fattori.

a)  $a^2 + 4ab + 4b^2 - x^2 + 2xy - y^2;$

b)  $\frac{a^2}{4} + 2ab - 16b^4 + 4b^2;$

c)  $3a^4 - 3a^3x + a^2x^2 - \frac{1}{9}ax^3;$

d)  $a^3x + 4a^2x + 4ax;$

e)  $a^3b^5 - \frac{2}{3}a^2b^6 + \frac{1}{9}ab^7;$

f)  $a^2 - ab - 9a + 3b + 18;$

g)  $8ab^2 - 2a^3;$

h)  $a^4 - 6a^3 + 3a^2 + 18a + 9 - 1;$

i)  $a^3 + 3a^2b + a^2 + 3ab^2 + 2ab + b^3 + b^2;$

j)  $\frac{x^7}{3} + x^5 + x^3 + \frac{x}{3}.$

### 13.5 - MCD e mcm tra polinomi

**13.86 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $a + 3, 5a + 15, a^2 + 6a + 9;$

b)  $a^2 - b^2, ab - b^2, a^2b - 2ab^2 + b^3.$

**13.87 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $x^2 - 5x + 4, x^2 - 3x + 2, x^2 - 4x + 3;$

b)  $x^2 + 2x - 2, x^2 - 4x + 4, x^2 - 4.$

**13.88 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $a^3b^2 - 2a^2b^3, a^3b - 4a^2b^2 + 4ab^3, a^3b^2 - 4ab^4;$

b)  $x^3 + 2x^2 - 3x, x^3 - x, x^2 - 2x + 1.$

**13.89 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $a - b, ab - a^2, a^2 - b^2;$

b)  $b + 2a, b - 2a, b^2 - 4a^2, b^2 - 4a + 4a^2.$

**13.90 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $a^2 - 9, 3a - a^2, 3a + a^2;$

b)  $a + 1, a^2 - 1, a^3 + 1.$

**13.91 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $x^2 + 2xy + y^2, x^2 - y^2, (x + y)^2(x - y);$

b)  $b^3 + b^2 - 4b - 4, b^2 - a, b^2 - 1.$

**13.92 (\*).** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $a - 2, a^2 - 9, a^2 + a - 6;$

b)  $3x + y + 3x^2 + xy, 9x^2 - 1, 9x^2 + 6xy + y^2.$

**13.93 (\*)**. Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $2x^3 - 12x^2y + 24xy^2 - 16y^3, 6x^2 - 12xy, 4x^3 - 16x^2y + 16xy^2;$   
 b)  $x - 1, x^2 - 2x + 1, x^2 - 1.$

**13.94.** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $x^3 - 9x + x^2, 4 - (x - 1)^2, x^2 + 4x + 3;$       c)  $a^2 - 1, b + 1, a + ab - b - 1;$   
 b)  $x - 2, x - 1, x^2 - 3x + 2;$       d)  $x, 2x^2 - 3x, 4x^2 - 9.$

**13.95.** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $x - 1, x^2 - 1, x^3 - 1;$       c)  $z - 5, 2z - 10, z^2 - 25, z^2 + 25 + 10z;$   
 b)  $y^3 + 8a^3, y + 2a, y^2 - 2ay + 4a^2;$       d)  $a^2 - 2a + 1, a^2 - 3a + 2, 1 - a.$

**13.96.** Calcola il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di polinomi.

a)  $2x, 3x - 2, 3x^2 - 2x, 10x^2;$   
 b)  $a^2 - a, a^2 + a, a - a^2, 2a^2 - 2;$   
 c)  $x - 2, x^2 - 4, ax + 2a - 3x - 6, a^2 - 6a + 9;$   
 d)  $x^2 - a^2, x + a, x^2 + ax, ax + a^2;$   
 e)  $x^2 - 4x + 4, 2x - x^2, x^2 - 2x, x^3, x^3 - 2x^2.$

### 13.6.2 Esercizi riepilogativi

**13.97 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $a^4b - 2a^3b^2 + 4a^3bc + a^2b^3 - 4a^2b^2c + 4a^2bc^2;$   
 b)  $5a^4x^3 - 40a^4y^3 - 45a^2b^2x^3 + 360a^2b^2y^3;$   
 c)  $-24a^4b^2x^2 - 72a^4b^2y^2 - 3ab^5x^2 - 9ab^5y^2;$   
 d)  $20ab^2c + 8abc + 2abc^2 + 2a^2bc^2 + 2a^2b^2c;$   
 e)  $640a^3x^2y - 960a^3xy^2 + 10b^3x^2y - 15b^3xy^2;$   
 f)  $-4x - 3 - 2(x + 1)(16x^2 + 9 + 24x);$   
 g)  $(x - 2) + 3(x^2 - 4x + 4) - (x + 1)(x - 2)^2;$   
 h)  $(x - 1)^2 - (x + 2)(x^2 - 2x + 1) - 2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1);$   
 i)  $x + 1 - 2(x^2 + 2x + 1) + (3x^2 + x^3 + 3x + 1)(x - 2);$   
 j)  $(y - x)^2(3x + 2) - 2(x - y)^3 - 2x^2 + 2y^2.$

**13.98 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $(-x^2 + 6x - 9)^2 - (4x - 12)(x + 1);$       f)  $3a^4 - 24ax^3;$   
 b)  $(3x + 6) - 5(x^2 + 4x + 4)^2;$       g)  $x^2 - 2x + 1;$   
 c)  $36x^2 + 24xy - 48x + 4y^2 - 16y + 15;$       h)  $x^2 + y^2 + z^4 - 2xy + 2xz^2 - 2yz^2;$   
 d)  $x^5 - 2 - x + 2x^4;$       i)  $a^6 + b^9 + 3a^4b^3 + 3a^2b^6;$   
 e)  $6a^3 + 11a^2 + 3a;$       j)  $a^3 - 6a^2 + 12a - 8.$

**13.99.** Scomponi in fattori.

- a)  $a^2 + b^2 - 1 - 2ab;$
- b)  $a^4 + 2b - 1 - b^2;$
- c)  $-8a^2b + 24ab^2 - 18b^3;$
- d)  $6a^5 - 24ab^4;$
- e)  $a^4 + b^4 - 2a^2b^2;$

- f)  $x^6 - 9x^4y + 27x^2y^2 - 27y^3;$
- g)  $x^2 - 12x + 32;$
- h)  $x^2 - 8x + 15;$
- i)  $x^4 - 7x^2 - 60;$
- j)  $x^3 - 5x^2 + 6x.$

**13.100.** Scomponi in fattori.

- a)  $4a^2 - 9 - 4b^2 + 12b;$
- b)  $x^5 - 13x^3 + 36x;$
- c)  $4a^2 + 4a + 1;$
- d)  $4x^2y^2 - 4xy + 1;$
- e)  $x^3 + 1;$
- f)  $a^2 + 6a + 9;$
- g)  $12xy - 16y^2;$
- h)  $2x^3 - 16;$

- i)  $2x^2 + 4x + 8;$
- j)  $ax^2 - ay^2.$

**13.101.** Scomponi in fattori.

- a)  $a^3 - 8 + 12a - 6a^2;$
- b)  $7t^2 - 28;$
- c)  $2x^2 + 8 + 8x;$
- d)  $25 + 9x^2 + 30x;$
- e)  $z^8 - 2z^4 + 1;$

- f)  $3k^4 + k^6 + 1 + 3k^2;$
- g)  $3x^5 - 27xy^4;$
- h)  $25y^4 - 10y^2 + 1;$
- i)  $8a^4b - 8a^3b^2 + 12a^3b^3 - 12a^2b^4;$
- j)  $3a^3x + 3a^3y - 3abx - 3aby.$

**13.102.** Scomponi in fattori.

- a)  $81a^6b^3 - a^2b^3;$
- b)  $6abx - 3x + 2aby - y;$
- c)  $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3;$
- d)  $8a^7b - 8a^3b^3 + 12a^6b - 12a^2b^3;$
- e)  $4a^2x - 4a^2y^2 - 4ab^2x + 4ab^2y^2;$

- f)  $a^2 + 12a + 36;$
- g)  $x^8 - y^8 - 2x^6y^2 + 2x^2y^6;$
- h)  $5x^4 - 5x^2y^4;$
- i)  $(2x - 1)^3 - (3 - 6x)^2;$
- j)  $x^4 - 2x^3 + 6x^2y + x^2 - 6xy + 9y^2.$

**13.103.** Scomponi in fattori.

- a)  $x^2 + 10xy + 25y^2;$
- b)  $27a^6 - 54a^4b + 36a^2b^2 - 8b^3;$
- c)  $64a^9 - 48a^6b^2 + 12a^3b^4 - b^6;$
- d)  $4a^2x^2 - 4b^2x^2 - 9a^2y^2 + 9b^2y^2;$
- e)  $x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8;$

- f)  $a^7 - a^4b^2 - 4a^3b^2 + 4b^4;$
- g)  $x^4 + 6x^2 - 40;$
- h)  $x^5 - 13x^3 + 12x^2;$
- i)  $32ab - 2a^5b^5;$
- j)  $24x^4y + 36x^3y^3 + 18x^2y^5 + 3xy^7.$

**13.104.** Scomponi in fattori.

- a)  $\frac{4}{9}a^4 + \frac{4}{9}a^2b + \frac{b^2}{9};$
- b)  $-2a^{10} + 12a^7b - 24a^4b^2 + 16ab^3;$
- c)  $x^3 - 7x^2 - 25x + 175;$
- d)  $2ab^6 + 54a^4 + 18a^2b^4 + 54a^3b^2;$
- e)  $128a^3 - 200a;$

- f)  $\frac{4}{25} + \frac{4}{5}xy + x^2y^2;$
- g)  $x^4 - 6x^2 - 27;$
- h)  $x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x;$
- i)  $8a^5b^2 - 64a^2b^5;$
- j)  $4a^2b^5 - 81b.$

**13.105.** Scomponi in fattori.

a)  $ax + bx - 3ay - 3by;$

b)  $2ax^2 + 8ay^2 + 8axy;$

c)  $81a^4 - b^4;$

d)  $3a^5b^3 + 24a^2b^9;$

e)  $4x^2 + 2xy + \frac{1}{4}y^2;$

f)  $x^2 - 3a^3 + ax - 3a^2x;$

g)  $x^2 - 12x + 133;$

h)  $3x^5 - 27xy^4;$

i)  $25y^4 - 10y^2 + 1;$

j)  $\frac{16}{27}x^3 + \frac{8}{3}x^2y + 4xy^2 + 2y^3.$

**13.106.** Scomponi in fattori.

a)  $1 - 9x + 27x^2 - 27x^3;$

b)  $6x^3y - 12x^2y^2 + 6xy^3;$

c)  $x^4 + 3x^2 - 28;$

d)  $2x^3 - 3x^2 - 5x + 6;$

e)  $3x^4y^3 + 9x^4 - 9xy^3 - 27x;$

f)  $81a^6 - 18a^4b^2 + a^2b^6;$

g)  $125 + 75y + 15y^2 + y^3;$

h)  $4a^2x^2 - 16a^2y^2 - b^2x^2 + 4b^2y^2;$

i)  $x^4 + 2x^2 - 24;$

j)  $5x^3 - 17x^2 + 16x - 4.$

**13.107.** Scomponi in fattori.

a)  $27a^6 - 54a^4b + 36a^2b^2 - 8b^3;$

b)  $18a^4b - 2b^3;$

c)  $x^4 - 9x^2 + 20;$

d)  $3a^4b^3 - 6a^3b^3 - 9a^2b^3;$

e)  $\frac{1}{8}x^6 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{27};$

f)  $4a^5b^2 + 32a^2b^5;$

g)  $32a - 50ab^2;$

h)  $5x^4y^2 + 5x^4 - 5xy^4 - 5xy^2;$

i)  $4y^2 - 12y + 9;$

j)  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}ax + \frac{1}{9}a^2.$

**13.108.** Scomponi in fattori.

a)  $\frac{8}{27}x^3 - 2x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{27}{8};$

b)  $\frac{1}{9}a^6 + 9a^2 - 2a^4;$

c)  $5x^4 - 5x^3y^2 - 5x^2y + 5xy^3;$

d)  $-8a^3 + 12a^2x^2 - 6ax^4 + x^6;$

e)  $x^2 + 14x - 32;$

f)  $\frac{4}{49}x^2y^2 - \frac{4}{7}xyz + z^2;$

g)  $1 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{16}x^6;$

h)  $2b^6c - 8c^3;$

i)  $16a^4x^2 - 8a^2b^2x^2 + b^4x^2;$

j)  $4x^3 + 7x^2 - 14x + 3.$

**13.109.** Scomponi in fattori.

a)  $x^4 - 4x^2 - 45;$

b)  $3x^3 + x^2 - 8x + 4;$

c)  $4a^2 - 9 - 4b^2 + 12b;$

d)  $x^3 + 3x^2 - 6x - 8;$

e)  $2ax^2 + 8ay^2 + 8axy;$

f)  $x^6 - 81x^2 + x - 3;$

g)  $x^6 - y^6 + x^3 + y^3;$

h)  $x^2 - 3a^3 + ax - 3a^2x;$

i)  $50a^4b^3 - 2b^3;$

j)  $16x^3 - 72x^2 + 108x - 54.$

**13.110.** Scomponi in fattori.

a)  $625a^4 - b^4;$

b)  $12ax^2 + 12axy + 3ay^2;$

c)  $x^4 + 5x^2 - 36;$

d)  $-4x^7 + 16x^6 + 28x^5 - 88x^4 - 96x^3;$

e)  $\frac{1}{9}x^6 - 2x^4 + 9x^2;$

f)  $a^4 + 4a^2 - 32;$   
 g)  $4x^3 + 7x^2 - 14x + 3;$   
 h)  $2ax^4y - 8bx^4y - 2axy^4 + 8bxy^4;$

i)  $36ab - 49a^3b^3;$   
 j)  $\frac{4}{25}a^4 + \frac{25}{9}b^2 - \frac{4}{3}a^2b.$

**13.111 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $x^4 + x^3 - x^2 - x;$   
 b)  $20a^3b + 45ab^3 - 60a^2b^2;$   
 c)  $2a^4 - 3a^3b - 2a + 3b;$

d)  $a^5 + a^4 - a - 1;$   
 e)  $x^4y - x^2y - a^2x^2y + a^2y;$   
 f)  $6x^5y^3 - 12x^3y^5 + 6xy^7.$

**13.112.** Scomponi in fattori.

a)  $t^5 - z^5;$   
 b)  $3x^2 + 6x + 6;$   
 c)  $t^6 - 2t^3 + 1;$   
 d)  $tx + x^2 + y^2 + ty + 2xy;$   
 e)  $12m^3 + 9m^5 - 3m^7;$

f)  $a^2b - 25b + a^2 - 25;$   
 g)  $2ab - b^2 + 3 \cdot (b - 2a)^2;$   
 h)  $x^6 - y^6;$   
 i)  $3k^3 - k^2 + k + 5;$   
 j)  $y^6 + y^3 - 2.$

**13.113.** Scomponi in fattori.

a)  $a^8 - 1;$   
 b)  $32a^4b^3 - 2b^3;$   
 c)  $x^6 - 8a^3 + 12a^2x^2 - 6ax^4;$   
 d)  $x^2 - 3a^3 + ax - 3a^2x;$   
 e)  $9y^2 + 6y + 1;$

f)  $9a^3 - 9;$   
 g)  $a^3 + 4a - 2a^2 - 3;$   
 h)  $3a + 2a^3 - 7a^2;$   
 i)  $50a^3b^2 - 8a^5;$   
 j)  $2ax^4y - 6bx^4y - 2axy^4 + 6bxy^4.$

**13.114 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $4y^5 - 5y^3 - 6y^2 - 2y + 3;$   
 b)  $12a^3 - 3a + 1 - 4a^2;$   
 c)  $x^6y + y^7;$   
 d)  $11ab^2x^3 - 11ab^2;$   
 e)  $\frac{16}{9}a^8b^8 - \frac{1}{9}a^4c^8;$

f)  $(2x + 5)^2 - 16;$   
 g)  $(x^2 - 3y^2)^2 - (2x^2 - y^2)^2;$   
 h)  $(a + 3)(2a - 10) - (a^2 - 25) + (a - 5)^2;$   
 i)  $18x^3 - \frac{4}{3}x^2y + \frac{2}{81}xy^2;$   
 j)  $a^6 + 4a^3 - 5.$

**13.115 (\*)**. Scomponi in fattori.

a)  $a^4 - 5a^2 + 4;$   
 b)  $5x^4y^4 - 10x^2y^2 + 5;$   
 c)  $x^4 + 3x^2y^2 + 4y^4;$   
 d)  $8x^3 + 2x^2 - 3x;$   
 e)  $a^4 - a^3 + a^2 - 4a + 3;$

f)  $z^5 - 6z^3 + 6z^2 - 7z + 6;$   
 g)  $4a^2b + \frac{1}{3}ab^2 - 2b^3;$   
 h)  $(x + 2y)^2 - 5(x + 2y) - 24;$   
 i)  $y^2 - (2a - b)y - 2ab;$   
 j)  $y^4 + (a - 4)y^2 - 4a.$

**13.116 (\*)**. Scomponi in fattori.

- a)  $3 + 3a^2 - 3y^2 - 6a$ ;  
 b)  $a^3 - a^2 - a + 1$ ;  
 c)  $8x^3 - y^3 - 4x + 2y$ ;  
 d)  $8x^5 - 8x^3y^2 - 8x^3y - 2x^3$ ;  
 e)  $x + xy - z + y^2z$ ;  
 f)  $2xy + 16 - x^2 - y^2$ ;  
 g)  $a^2 - b^2 + a^2b^2 - 1$ ;  
 h)  $2ax + 3by - 2bx - 3ay$ ;  
 i)  $4x^2 + y^2 + 4x - 2y$ ;  
 j)  $ax^3 + a + x^2 - 1$ .

**13.117 (\*)**. Scomponi in fattori.

- a)  $8x^3 - y^3 + 2xy^2 - 4x^2y$ ;  
 b)  $x^4 - 4x^2 - a^2x^2 + 4a^2$ ;  
 c)  $3m^3 - 3m + 2m^2 - 2$ ;  
 d)  $x^3 - 4x^2 + x + 6$ ;  
 e)  $ax + ay + x^2 + 2xy + y^2$ ;  
 f)  $x^2 + 2ax^2 - 3ax - 6a^2x + 2a^3 + a^2$ ;  
 g)  $x^6 - 27 + 26x^3$ ;  
 h)  $4a^2 + 9b^2 + c^2 + 12ab - 4ac - 6bc$ ;  
 i)  $a^2 - b^2 - x^2 + 1 - 2a + 2bx$ ;  
 j)  $2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 5x + 3$ .

**13.118 (\*)**. Scomponi in fattori.

- a)  $a^4 - 2a^3b + 3a^2b^2 - 2ab^3 + b^4$ ;  
 b)  $2a^4 + 16a^2 + 15a^3 - 15a - 18$ ;  
 c)  $x^4 - x^3 + x^2 - 3x - 6$ ;  
 d)  $x^3y + 7x^2y + 12xy - 2x^2 - 14x - 24$ ;  
 e)  $x^3 - 3x - 2$ ;  
 f)  $x^3 - (2a - b)x^2 - 2abx$ .

**13.119**. Scomponi in fattori.

- a)  $ab^4 - \frac{1}{3}a^2b^2 - b^6 + \frac{1}{27}a^3$ ;  
 b)  $-a^4b^4 - 3a^3b^3xy - 3a^3b^2x^2y^2 - abx^3y^3$ ;  
 c)  $(a+2)(a^3-8) + (a^3+8)(a-2)$ ;  
 d)  $(x-y)^2 + 2(x-y)(3a+b) + (3a+b)^2$ ;  
 e)  $a^8b^8 - 2a^6b^6 - 2a^5b^5 + a^4b^4 + 2a^3b^3 + a^2b^2$ ;  
 f)  $4y^2 - 12x^2y + 25x^2y^2 - 20xy^2 + 9x^4 + 30x^3y$ ;  
 g)  $\frac{1}{8} - 8x^3y^3 + 6x^2y^2 + \frac{3}{2}xy$ ;  
 h)  $4xy(a-3b) + 2xy^2a - 6xy^2b - 2x^2y(3b-a)$ ;  
 i)  $x^2 - 4x - 5xy + x^2y + 6y + 4$ ;  
 j)  $x^6 - 8 - 7x^3$ .

**13.120 (\*)**. Scomponi in fattori.

- a)  $x^{a+1} - 5x^a - 4x^{a-2}$ ;  
 b)  $x^{n^2-1} + 2x^{n^2+2} + x^{n^2}(x-3)$ ;  
 c)  $x^{4n+1} - x^{3n+1}y^n + 2x^n y^{4n} - 2y^{5n}$ ;  
 d)  $x^{n+2} + 3x^n y^{2n} - x^2 y^3 - 3y^{3+2n}$ ;  
 e)  $x^a y^b + x^a - y^b - 1$ ;  
 f)  $x^{2n+1} y^{h+1} - 2x^{2n+1} - y^{h+1} + 2$ ;  
 g)  $x^{a+4} - 3x^{a+2}y^a + x^2y^2 - 3y^{2+a}$ .

### 13.6.3 Risposte

**13.2.** a)  $a(x(3a - b + 1))$ , b)  $3b(7ax + 2ab + 5b + 4c)$ , c)  $5xy(5xy + 3x - 2)$ ,  
d)  $-3a^3b^3(4a^5b^6 + 5a + 2)$ , e)  $2b^2(a + c - a^2 - c^2)$ , f)  $2m^5(m + 2)^2$ .

**13.3.** a)  $3bx(3x + 6b + 2)$ , b)  $5a^4(3a^3 + 4a + 2)$ , c)  $-x^2(x^3 + 4b^2x - b)$ .

**13.9.** a)  $a^{n-2}(a^2 + a + 1)$ , c)  $a^n(1 + a^n + a^{2n})$ .

**13.10.** a)  $(x+y)^2(x+y-1)$ , b)  $a^n(1+a+a^2)$ , c)  $(a+2)(a^2+3a+1)$ ,  
d)  $(x-2)(3x^2-7x+2a+2)$ , e)  $x^2(a+b)(ax^3+bx^3+x+a^2+2ab+b^2)$ ,  
f)  $(x+y)(5x+3y-6)$ .

**13.11.** e)  $x^2(a+b)(5x^3-2x+3)$ , f)  $(2x-y)(2x-y-5x^3-12x^2y+12xy^2-3y^3)$ .

**13.12.** a)  $(x-y)(2+a)$ , b)  $(x-2)(3a+1)$ , c)  $(a+b)(x-y)$ .

**13.13.** b)  $(3x-3)(x^2+1)$ , c)  $(x-1)(x^2+1)$ , d)  $(a-1)(y-2x^3)$ .

**13.14.** f)  $(y+1)(x+a+b)$ .

**13.17.** a)  $(b-2)(bx+y)$ , b)  $\frac{1}{3}(x^2+3)(2x-1)$ , c)  $(a+b+2)(x-1)$ ,  
d)  $(x+y)(3x+3y+5)$ , e)  $(b+1)(x^2-x+1)$ , f)  $(a^2-b)(a-b^2)$ .

**13.18.** a)  $(\frac{3}{5}ab-1)(\frac{1}{3}a+5b)$ , f)  $(a-2)(a-3+b)$ , g)  $(x+4y)(\frac{1}{8}x^2-2y^2)$ ,  
h)  $(a-x^2)(b-\frac{2}{3}x)$ .

**13.19.** a)  $(2x^2-y)(5x-6)$ , b)  $(3a^2-b^3)(2a+b)$ , c)  $2^{11}(x+2)(x+16)$ , d)  $-3x(x+y)(3x^2+3xy-1)$ .

**13.20.** a)  $a^8(a^2-2)(a^4+4)$ , b)  $x^2(x+y)(3x+3y+5)$ , c)  $ay(x+1)(x^2+1)$ .

**13.22.** a)  $(15x+7y^2)(3x^2+y+5xy)$ , b)  $\frac{1}{3}a(x^2+1)(2x-1)$ , c)  $\frac{1}{9}x(x-y)(16+x)$ ,  
d)  $2b(x+1)(x-a+3)$ .

**13.31.** a)  $6a(2a+1)^2$ , b)  $3x(a-2b)^2$ , c)  $\frac{1}{5}(x+5a)^2$ , d)  $x^2y(x^2+1)^2$ , e)  $x^3(x+2)^2$ ,  
f)  $2y(3x-y)^2$ .

**13.32.** a)  $-2t(5t-2)^2$ , b)  $(2^5x+3^{20})^2$ , c)  $2^{20}x^{40}(1-2^5x^{10})^2$ , d)  $10^{50}(10^{25}x^{25}-1)^2$   
e)  $10^6(10^5x^{10}-2 \cdot 10^3x^5+1)$ , f)  $(x^n+1)^2$ .

**13.36.** a)  $(a+2b-1)^2$ , b)  $(ab+a+2b)^2$ , c)  $(x-3y+3)^2$ .

**13.44.** a)  $(a^2+b^2)^3$ , b)  $(2a-3b)^3$ , c)  $a^3(a+1)^3$ , d)  $a(a^3-2)^3$ .

**13.52.** d)  $(b+3-x)(b+3+x)$ , e)  $(a^4-b+1)(a^4+b-1)$ , f)  $(x+a-1)(x-a-1)$ .

**13.53.** d)  $(2x+3y-3)(2x-3y-3)$ , e)  $(x+y)(x-y+2)$ , f)  $(x+y+1)(x-y+1)$ .

**13.54.** d)  $4(x+y+2)(x-y+1)$ , e)  $(a-b-2)(a-b+2)$ , f)  $(3x-4a)(x-2a)$ .

**13.55.** e)  $-(x+a+1)(x-a+7)$ , f)  $(x+y)(x-y+10)$ .

**13.56.** b)  $(a^n-2)(a^n+2)$ , d)  $(x^n-y^2)(x^n+y^2)$ .

**13.65.** a)  $(x+1)(2x-5)$ , b)  $(y+z)(3y-5)$ , e)  $(x-3)(2x+3)$ .

**13.68.** a)  $(x+3)(x^2-x+1)$ , b)  $(x-1)^2(x+3)$ , c)  $(x-2)(x-3)(2x+1)$ ,  
d)  $(x-2)(x+3)(3x+2)$ , e)  $(2x+3)(x^2+x+1)$ , f)  $(x-1)(x-2)^2$ , f)  $(x-3)^2(2x-1)$ ,  
g)  $(x-2)(2x+1)(3x-1)$ , h)  $(x+2)(x-3)(2x+1)(2x-1)$ .

**13.69.** a)  $(x+1)(x+3)(x-3)$ , b)  $(m-1)(m+1)(m+2)$ , c)  $(a+1)(a-2)(a+2)$ ,  
d)  $(a+1)(3a-2)$ , e)  $(a-2)(3a+1)(2a+3)$ , f)  $(x-1)(x-2)^2$ , g)  $(t+2)(t-2)(3t-1)$ ,  
h)  $(x-3)(x-1)(x+2)(3x+7)$ , i)  $(y+2)(y-2)(y^2+y+1)$ ,  
j)  $(t+2)(t-4)(t^2+2t+4)$ .

**13.70.** a)  $(x+2)(x+3)(x+5)(2x^2-4x+3)$ , b)  $(x+2)(x-3)(x-1)(x^2+x+3)$ ,  
c)  $(x-1)^2(x+2)^2$ , d)  $(a+1)(a-2)(a+3)(a^2+a+1)$ , e)  $(x+2)(x+3)(x+5)(2x^2-4x-3)$ ,  
f)  $(2x-1)(3x-2)$ , g)  $(3x-2)(x^2+x+1)$ , h)  $(2x+1)(x^2+1)$ , i)  $(3x-1)(x^2+3)$ .

**13.71.** a)  $(a^2+1)(a^2+2)(a^2+3)$ , b)  $(x^n-1)(2x^n+3)$ , c)  $(x-a)(x^2-2a)$ .

**13.75.** a)  $(\frac{4}{3}-6a)^2$ , b)  $(3a-\frac{2}{3}b)^2$ , c)  $(ab-\frac{1}{3}ac)^2$ , d)  $(\frac{2}{3}xy^2+5x^3)^2$ , e)  $(3a-\frac{2}{3}b)^3$ .

**13.76.** a)  $(\frac{4}{3}-6a)^3$ , b)  $(ab^2-\frac{1}{3}ac)^3$ , c)  $(\frac{x^3}{3}+\frac{2}{5}x^2y)\left(\frac{x^3}{3}-\frac{2}{5}x^2y\right)$ , d)  $(4a+3b)(2a-b)$ .

**13.77.** a)  $-x(4xy^2+x)$ , b)  $(a+b+m)(a+b-m)$ , c)  $(2-3a+2b+c)(2-3a-2b-c)$ ,  
d)  $(3a-2b^2)(9a^2+6ab^2+4b^4)$ .

**13.78.** a)  $(x+y)(x-y+2)$ , b)  $5(\frac{1}{2}+x^2y)^2$ , c)  $(y-1)(y-3)$ , d)  $(y+1)(3-y)$ ,  
e)  $(x-1)(4x-y)$ , f)  $\frac{1}{3}(a+b)(a-b)$ , g)  $(x+1)(3x+k)$ , h)  $x(x-1)(x-3)$ ,  
i)  $(x-2)(4x+1)$ , j)  $6(x-2y)^2$ .

**13.79.** a)  $(x-2)(x-a)$ , b)  $(x+4)(2x-3)$ , c)  $(\frac{1}{4}a-2b^2)^2$ , d)  $a(9-4ab)(9+4ab)$ ,  
e)  $(a-15)(a+5)$ , f)  $(a+b)(x-3y)$ , g)  $(x+1)(x^2+1)(x^2-x+1)$ ,  
h)  $\frac{1}{100}y(3x^2y^2+2)(3x^2y^2-2)$ , i)  $(a+b)^2(5-x)$ , j)  $\frac{1}{36}(2x+3b)(2x-3b)$ .

- 13.80.** a)  $(2a - \frac{1}{2}b)(4a^2 + ab + \frac{1}{4}b^2)$ , b)  $(a+2)(2a+1)(2a-1)$ ,  
 c)  $(1-x)(x+2)(x^2-2x+4)$ , d)  $(y+z)(4x-3a-h)$ , e)  $x^2(x+3)(x-3)(x^2+9)$ ,  
 f)  $2b(3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$ , g)  $(3a-4xz)(2x^3+3y)$ , h)  $(y-2a)(y+3a)$ ,  
 i)  $(x^2+2)(2x-3)$ , j)  $(x-5)^2(x-1)(x-3)$ .

- 13.81.** a)  $(\frac{2}{3}a+b)(\frac{2}{3}a-b+1)$ , b)  $(x-4+y)(x-2-y)$ , c)  $x^2(2a-b)^2(2a+b)^2$ ,  
 d)  $(2x-2-y)^2$ , e)  $2a^2b(2a+3b^2)(a-b)$ , f)  $(x-1)(2x-1)(4x-1)$ ,  
 g)  $x(x-2)(x+3)(x-4)$ , h)  $a^2(9a-8b)(9a+8b)$ , i)  $(2x+3)(2x-1)(x+1)$ ,  
 j)  $2a^2bc(ab-2c^2)(ab+2c^2)$ .

- 13.82.** a)  $(x-1)(x+2)(x+1)$ , b)  $5x(2x-3)(2x+3)$ , c)  $2pq^2(3p-q)(3p+q)(x+y)$ ,  
 d)  $a(4a^2-5b)(5a^3-4c)$ , e)  $2a(a^3+3b^2)(a^3-3x^2)$ , f)  $(x-2y)^3$ ,  
 g)  $3x(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)$ , h)  $2xy(2a+b)(2x-3y)(4a^2-2ab+b^2)$ ,  
 i)  $(x+3)(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$ , j)  $2a^2b(2a-b)(3x+y)(4a^2+2ab+b^2)$ .

- 13.83.** a)  $-9(x+3)(x-3)(2x^2+9)$ , b)  $(x+1)(x-1)^2(x^2+x+2)$ ,  
 c)  $(x-y)^3(x+y)^3(x^2+y^2)$ , d)  $ab(2-3ab^2)(2+3ab^2)(4+9a^2b^4)$ ,  
 e)  $2x^4(x-1)(x+2)(3x-2)$ , f)  $(x-3)(x+3)(x^2+5)$ , g)  $3ax^2(x-a)^3(x+a)^3$ ,  
 h)  $(x+1)(x-7)^2$ , i)  $ab(4b^2-3)(c^2+5)$ , j)  $6a^2b^3(a-b)^2(a+b)^2$ .

- 13.84.** a)  $y(y+3)(y-8)$ , b)  $(x+2y-3)^2$ , c)  $2(x^2+1)(x-1)^2$ , d)  $(x-a+y)(x+a-y)$ ,  
 e)  $2(a-3)(a+1)$ , f)  $(3x^2-1)(x+1)$ , g)  $xy^2(x-\frac{1}{2}y)^2$ , h)  $x^3(\frac{1}{3}-3x)^3$ ,  
 i)  $(2x+3y+z^2)(2x-3y-z^2)$ , j)  $\frac{1}{8}ab^2(a-2b)^3$ .

- 13.85.** a)  $(a+2b+x-y)(a+2b-x+y)$ , b)  $(\frac{1}{2}a+2b-4b^2)(\frac{1}{2}a+2b+4b^2)$ ,  
 c)  $3a(a-\frac{1}{3}x)^3$ , d)  $ax(a+2)^2$ , e)  $ab^5(ab-\frac{1}{3}b^2)^2$ , f)  $(a-3)(a-b-6)$ ,  
 g)  $-2a(a+2b)(a-2b)$ , h)  $(a-4)(a+1)(a^2-3a-2)$ , i)  $(a+b)^2(a+b+1)$ , j)  $\frac{1}{3}x(x^2+1)^3$ .

- 13.86.** a)  $(a+3), 5(a+3)^2$ ; b)  $(a-b), b(a+b)(a-b)^2$ .

- 13.87.** a)  $(x-1), (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ ; b)  $1, (x-2)^2(x+2)(x^2+2x-2)$ .

- 13.88.** a)  $ab(a-2b), a^2b^2(a-2b)^2(a+2b)$ ; b)  $(x-1), x(x-1)^2(x+1)(x+3)$ .

- 13.89.** a)  $(a-b), a(a-b)(a+b)$ ; b)  $1, (b-2a)(b+2a)(b^2-4a+4a^2)$ .

- 13.90.** a)  $1, a(a-3)(a+3)$ ; b)  $(a+1), (a+1)(a-1)(a^2-a+1)$ .

- 13.91.** a)  $(x+y), (x+y)^2(x-y)$ ; b)  $1, (b-1)(b+1)(b-2)(b+2)(b^2-a)$ .

- 13.92.** a)  $1, (a-2)(a-3)(a+3)$ ; b)  $1, (x+1)(3x-1)(3x+1)(3x+y)^2$ .

- 13.93.** a)  $2(x-2y), 12x(x-2y)^3$ ; b)  $(x-1), (x-1)^2(x+1)$ .

- 13.97.** a)  $a^2b(a - b + 2c)^2$ , b)  $5a^2(a - 3b)(a + 3b)(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$ ,  
 c)  $-3ab^2(2a + b)(x^2 + 3y^2)(4a^2 - 2ab + b^2)$ , e)  $5xy(4a + b)(2x - 3y)(16a^2 - 4ab + b^2)$ ,  
 f)  $-(4x + 3)(8x^2 + 14x + 7)$ , g)  $(x - 1)(x - 2)(3 - x)$ , h)  $(x - 1)^2(1 - 3x)$ ,  
 i)  $(x + 1)(x^3 - 5x - 3)$ , j)  $(x - y)(x^2 + xy - 4y - 2y^2)$ .

- 13.98.** a)  $(x - 3)(x^3 - 9x^2 + 23x - 31)$ , b)  $-(2 + x)(5x^3 + 30x^2 + 60x + 37)$ ,  
 c)  $(6x + 2y - 3)(6x + 2y - 5)$ , d)  $(x + 2)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ , e)  $a(3a + 1)(2a + 3)$ ,  
 f)  $3a(a - 2x)(a^2 + 2ax + 4x^2)$ .

- 13.111.** a)  $x(x + 1)(x + 1)^2$ , b)  $5ab(2a - 3b)^2$ , c)  $(a - 1)(a^2 + a + 1)(2a - 3b)$ ,  
 d)  $(a + 1)^2(a - 1)(a^2 + 1)$ , e)  $y(x + 1)(x - 1)(x + a)(x - a)$ , f)  $6xy^3(x + y)^2(x - y)^2$ .

- 13.114.** a)  $(y + 1)(2y - 1)(2y - 3)(y^2 + y + 1)$ , b)  $(2a + 1)(2a - 1)(3a - 1)$ ,  
 c)  $y(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$ , d)  $11ab^2(x - 1)(x^2 + x + 1)$ ,  
 e)  $\frac{1}{9}a^4(2ab^2 - c^2)(2ab^2 + c^2)(4a^2b^4 + c^4)$ , f)  $(2x + 9)(2x + 1)$ ,  
 g)  $-(x^2 + 2y^2)(3x^2 - 4y^2)$ , h)  $2(a - 2)(a - 5)$ , i)  $2x(3x - \frac{1}{9}y)^2$ ,  
 j)  $(a - 1)(a^2 + a + 1)(a^3 + 5)$ .

- 13.115.** a)  $(a - 1)(a + 1)(a - 2)(a + 2)$ , b)  $5(xy + 1)^2(xy - 1)^2$ ,  
 c)  $(x^2 + 2y^2 + xy)(x^2 + 2y^2 - xy)$ , d)  $x(2x - 1)(4x + 3)$ , e)  $(a - 1)(a^3 + a - 3)$ ,  
 f)  $(z - 1)(z - 2)(z - 3)(z^2 + 1)$ , g)  $\frac{1}{3}b(3a - 2b)(4a + 3b)$ , h)  $(x + 2y - 8)(x + 2y + 3)$ ,  
 i)  $(y - 2a)(y + b)$ , j)  $(y + 2)(y - 2)(y^2 + a)$ .

- 13.116.** a)  $3(1 - a - y)(1 - a + y)$ , b)  $(a - 1)^2(a + 1)$ , c)  $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2 - 2)$ ,  
 d)  $2x^3(2x + 2y + 1)(2x - 2y - 1)$ , e)  $(y + 1)(zy - z + a)$ , g)  $(a - 1)(a + 1)(b^2 + 1)$ ,  
 h)  $(a - b)(2x - 3y)$ , i)  $(2x - y)(2x + y + 2)$ , j)  $(x + 1)(ax^2 - ax + a + x - 1)$ .

- 13.117.** a)  $(2x - y)(x^2 + y^2)$ , b)  $(x + a)(x - a)(x + 2)(x - 2)$ , c)  $(m - 1)(m + 1)(3m + 2)$ ,  
 d)  $(x + 1)(x - 2)(x - 3)$ , e)  $(x + y)(x + y + a)$ , f)  $(2a + 1)(x^2 - 3ax + a^2)$ , h)  $(2a + 3b - c)^2$ ,  
 i)  $(a - 1 + b - x)(a - 1 - b + x)$ , j)  $(x - 1)(x + 1)(x + 3)(2x - 1)$ .

- 13.118.** a)  $(a^2 + b^2 - ab)^2$ , b)  $(a + 1)(a - 1)(a + 6)(2a + 3)$ , c)  $(x + 1)(x - 2)(x^2 + 3)$ ,  
 d)  $(x + 3)(x + 4)(xy - 2)$ , e)  $(x + 1)^2(x - 2)$ , f)  $x(x - 2a)(x + b)$ .

- 13.120.** a)  $x^{a-2}(x^3 - 5x^2 - 4)$ , b)  $x^{n^2-1}(2x - 1)(x^2 + x - 1)$ , c)  $(x^n - y^n)(x^{3n+1} + 2y^{4n})$ ,  
 d)  $(x^n - y^3)(x^2 + 3y^{2n})$ , e)  $(x^a - 1)(y^b + 1)$ , f)  $(x^{2n+1} - 1)(y^{1+h} - 2)$ ,  
 g)  $(x^{2+a} + y^2)(x^2 - 3y^a)$ .