Prof. Dr. H. Brenner **Osnabrück WS 2020/2021**

Algebraische Zahlentheorie

Arbeitsblatt 20

Aufgaben

Aufgabe 20.1. Es sei $R \subseteq S$ eine endliche Erweiterung von kommutativen Ringen, sei $\mathfrak{p}$ ein Primideal von R und $\mathfrak{q}$ ein Primideal von S über $\mathfrak{p}$. Zeige, dass eine endliche Körpererweiterung der Restekörper $\kappa(\mathfrak{p}) \subseteq \kappa(\mathfrak{q})$ vorliegt.

Aufgabe 20.2. Zeige, dass bei einem quadratischen Zahlbereich jedes numerisch mögliche Zerlegungsverhalten im Sinne der fundamentalen Gleichung auch auftritt.

Aufgabe 20.3. Es sei $K \subseteq L$ eine endliche separable Körpererweiterung und sei $K[X] \subseteq L[X]$ die zugehörige endliche Erweiterung der Polynomringe in einer Variablen. Beweise die fundamentale Gleichung in diesem Fall.

Aufgabe 20.4. Bestimme für den kubischen Zahlbereich $\mathbb{Z}[\sqrt[3]{2}]$, welche der numerisch möglichen Zerlegungsverhalten im Sinne der fundamentalen Gleichung wirklich auftreten.

Aufgabe 20.5. Bestimme das Zerlegungsverhalten von Primzahlen in dem durch die biquadratische Körpererweiterung

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}[\sqrt{3}, \sqrt{5}]$$

gegebenen Zahlbereich.

Abbildungsverzeichnis