

Algebraische Zahlentheorie

Arbeitsblatt 20

Aufgaben

AUFGABE 20.1. Es sei $R \subseteq S$ eine endliche Erweiterung von kommutativen Ringen, sei \mathfrak{p} ein Primideal von R und \mathfrak{q} ein Primideal von S über \mathfrak{p} . Zeige, dass eine endliche Körpererweiterung der Restkörper $\kappa(\mathfrak{p}) \subseteq \kappa(\mathfrak{q})$ vorliegt.

AUFGABE 20.2. Zeige, dass bei einem quadratischen Zahlbereich jedes numerisch mögliche Zerlegungsverhalten im Sinne der fundamentalen Gleichung auch auftritt.

AUFGABE 20.3. Es sei $K \subseteq L$ eine endliche separable Körpererweiterung und sei $K[X] \subseteq L[X]$ die zugehörige endliche Erweiterung der Polynomringe in einer Variablen. Beweise die fundamentale Gleichung in diesem Fall.

AUFGABE 20.4. Bestimme für den kubischen Zahlbereich $\mathbb{Z}[\sqrt[3]{2}]$, welche der numerisch möglichen Zerlegungsverhalten im Sinne der fundamentalen Gleichung wirklich auftreten.

AUFGABE 20.5. Bestimme das Zerlegungsverhalten von Primzahlen in dem durch die biquadratische Körpererweiterung

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}[\sqrt{3}, \sqrt{5}]$$

gegebenen Zahlbereich.

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 3
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 3