

NAT
5084

Bound 1941

HARVARD UNIVERSITY



LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY

123

Exchange

Nov. 23, 1927

NOV 23 1858

Mittheilungen

123

der

naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1858.

Nr. 408 — 423.

Mit 2 Tafeln.

Bern.

(In Commission bei Huber und Gomp.)

Druck der Haller'schen Buchdruckerei (B. F. Haller)

1858.

H.

Mittheilungen

der

naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1858.

Nr. 408 — 423.

Mit 2 Tafeln.



Bern.

(In Commission bei Huber und Gomp.)

Druck der Haller'schen Buchdruckerei (B. FR. HALLER.)

1858.

I n h a l t.

	Seite
<i>Brändli.</i> Erzeugung der Cardioide aus zwei ungleichen Kreisen	68
<i>Brunner.</i> Chemische Mittheilungen	73
1. Lösung von Zink und Nickel	73
2. Einwirkung von Ammoniakflüssigkeit auf Schwefel	76
3. Bereitung des molybdänsauren Ammoniaks	78
4. Bestimmung der Niederschläge bei Analysen	79
5. Bereitung von kohlen-saurem Baryt	82
6. Bereitung von Platinschwarz	83
7. Bestimmung des Kohlengehalts der Kalksteine	85
8. Reinigen von Gläsern und Schalen	87
9. Reinigen der Malerpinsel von eingetrockneten Oel- farben	87
— Noch ein Wort über Milchprüfung	17
<i>Fischer.</i> Verzeichniss der in Berns Umgebungen vorkommen- den kryptogamischen Pflanzen	25
<i>Kinkelin.</i> Ueber Convergenz unendlicher Reihen	57
— Ueber einige unendliche Reihen	89
<i>Koch.</i> Meteorologische Beobachtungen im Sommer, Herbst und Winter 1857	105
— Einige Notizen über den Donati'schen Kometen	117
<i>Müller.</i> Ueber die aräometrische Milchprüfung	1
<i>Perty.</i> Ueber Chromatium Okeni	121
<i>Verzeichniss</i> der für die Bibliothek der schweizerischen natur- forschenden Gesellschaft eingegangenen Ge- schenke	14, 23, 53, 88, 123
— der Mitglieder der Gesellschaft	124

Ueber die aräometrische Milchprüfung von Chr. Müller.

(Vorgetragen den 27. Februar 1858.)

Die gegen die aräometrische Milchprobe gemachten Einwürfe dürften sich in Folgendem resumiren lassen: 1) Da dieselbe sich im Prinzip auf das specifische Gewicht der Milch stützt und dieses eine wechselnde Grösse ist, so kann nicht mit Sicherheit auf die Angaben eines Aräometers geschlossen werden. 2) Da die festen Bestandtheile der Milch theils leichter, theils schwerer sind als Wasser, so kann durch Verminderung des einen und Vermehrung des andern Bestandtheils in betrügerischer Absicht ein specifisches Gewicht hergestellt werden, das dem der normalen Milch gleich ist, in welchem Falle das Aräometer den Betrug nicht anzeigt, z. B. Versetzen der Milch mit Milchzuckerlösung, oder Abrahmen und Verdünnen mit Wasser. 3) Eine wohlbegründete Einwendung ist die Unzuverlässigkeit der Instrumente selbst, und zwar nach zwei Richtungen hin, entweder Ungenauigkeit in der Ausführung derselben, oder unglückliche Wahl des Ausgangspunktes zur Fixirung der Fälschung*).

Betrachten wir nun die einzelnen Fälle näher und fragen zunächst: wie weit zeigt ein Aräometer im Allgemeinen Differenzen im specifischen Gewicht einer Flüssigkeit an? so darf hier wohl als Antwort stehen: diese Frage ist erledigt und von dieser Seite steht der Sank-

*) Jedes Milcharäometer muss, bevor es anklagen kann, den Schwankungen im Wassergehalt der normalen Milch, welcher nach Bouchardat's Annahme die Differenz zwischen 1030 — 1034 specifisches Gewicht ausmacht, Rechnung tragen. In diese Grenzen fallen Unsicherheiten unschädlich, die in der Natur der Sache liegen.

tionierung des Instrumentes nichts mehr im Wege *). Wie nun ein Aräometer für Specialzwecke mit empyrischer oder rationeller Scala und mit Berücksichtigung seiner Grössenverhältnisse u. s. w. besonderer Einrichtung bedarf, so auch, wie später gezeigt werden soll, besonders das Aräometer zur Milchprüfung. Diesen Satz zugegeben, tritt die Frage hervor: Welche Zahl soll denn die maassgebende sein? Von der Beantwortung dieser Frage hängt natürlich das Schicksal der aräometrischen Probe ab. Kann das Aräometer wie ganz natürlich nur bei Erwägung dieses einen physikalischen Charakters der Milch dienen, so fällt es unerbittlich dahin, wenn hier die Antwort zu seinen Ungunsten ausfallen sollte. Sehen wir uns nach den Angaben über das specifische Gewicht der Milch um, so finden wir bei Simon (med. Chemie) 1030—1035, Quevenne 28,8—36,4, Schlossberger (organ. Chemie) 1030, nach Schärer 1026—1032, Berzelius (eine Analyse) 1033, Vernois und Becquerel 1026—1035 in 14 Fällen, Mittelzahl 1033, in 30 Fällen dieselben 1016—1041. Zahlreiche weitere Bestimmungen bewegen sich im Rahmen dieser Angaben. Auf den ersten Blick scheint es nun allerdings unmöglich, bei solchen Schwankungen auch nur einen Augenblick an Benutzung dieser Grössen zu dem in Frage liegenden Zweck zu denken. Bei näherer Prüfung dieses Materials jedoch, bei Berücksichtigung der Aussprüche derjenigen Chemiker, die als Experten nicht nur hie und da eine oder mehrere Milchanalysen zu diesem oder jenem Zwecke ausführen, sondern Jahr aus Jahr ein die

*) Die im Serum schwimmenden Butterkügelchen haben keinen störenden Einfluss auf das Aräometer, innerhalb der für die Methode beanspruchten Grenzen der Genauigkeit, wie wiederholte Wägungen frischer und abgerahmter Milch zeigten.

Sache in den Händen haben, zeigt es sich, dass das specifische Gewicht der Kuhmilch sich in engern Grenzen bewegt, und ganz besonders die angeführten Minimalzahlen einiger Autoritäten zu tief gehalten sind *). Quevenne schrieb 1854: „Ich habe aus einer Periode von 11 Jahren, von 1843 bis 1854, 103 Fälle genau verzeichnet vor mir, in welchen ich die Milch selbst melken sah, deren Minimum 1023,8 das Maximum 1036,4 beträgt. Ausser dem einen Fall von 1028,8, stehen 6 zwischen 1029 — 30, 5 über 1035 und 91 zwischen 1030 — 35.“ Hiemit erreichen die Versuche von Quevenne die Zahl von 210, und Bouchardat **) fügt nach dem Tode des erstern hinzu, dass er vollkommen gleiche Resultate nach mehrjähriger Thätigkeit auf diesem Gebiet erhalten habe, und stehen wir nicht an zu erklären, dass die Zusammensetzung der Milch weit mehr Uebereinstimmung zeigt, als man bisher glaubte ***). Quevenne sprach, gestützt auf seine Erfahrungen, im Jahr 1842 den Satz aus: Kann auch die Milch verschiedener einzelner Kühe ein geringeres specifisches Gewicht als 1029 haben, so wird die Milch von mehreren Kühen gemengt nie unter dieses Gewicht fallen, die Milch als Handelswaare muss daher mindestens 1029 wiegen und die polizeilich festzustellenden Grenzen für reine Milch liegen zwischen

*) Diess gilt namentlich von den Zahlen der Herren Vernois und Becquerel. Beweise liegen in den Analysen selbst, auf S. 157 V. u. B. *Le lait chez la femme, etc.* Paris 1854.

**) *Instruction pour l'essai et l'analyse du lait.* Paris 1856, chez Germer Bailliére.

***) *Anleitung zur Prüfung der Kuhmilch.* Bern 1857, bei Haller, S. 3, ferner S. 25 — 31. Versuche mit der Milch einzelner Kühe sowohl als mit der Milch als Handelswaare, die in Bern angestellt wurden, bestätigen diesen Satz, soweit es sich nur immer erwarten liess.

1029 und 1033. Nach Quevenne's Tod im Jahr 1856 ging dessen hinterlassenes Material auf Bouchardat über, der die Veröffentlichung desselben in einem grössern Werke verspricht, vorläufig aber in einem Projekt zur Instruktion des öffentlichen Verfahrens zur Milchprüfung die Nothwendigkeit, gestützt auf das unzweideutige Ergebniss der täglichen Erfahrung, ausspricht, die Grenzen des Lactodensimeters von Quevenne um 1 Grad der Scala hinaufzurücken. Er räth zu confisciren unter 1030 und setzt die obere Grenze bei 1034 *). Nach meinem Dafürhalten kann kaum ein Zweifel darüber walten, dass die angeführten Arbeiten als vollberechtigt neben die Behauptung gestellt werden dürfen, dass die Milch des Handels mit einem specifischen Gewicht unter 1029 möglicherweise noch normal sein könne. Fragen wir nun: „Was bedeutet die Angabe des Lactodensimeters, dass eine Milch z. B. 1028 (oder weniger) specifisches Gewicht zeigt?“ Der Gegner wird erwidern: Es ist diess eine vage Andeutung, es hat nach dem und dem Autor schon Milch gegeben, die eben so schwer oder leichter war als die vorliegende; die chemische Analyse muss zeigen, ob alle Substanzen im richtigen Verhältnisse zu einander zugegen sind, und die absolute Gesamtmenge wird dann entscheiden, ob Wasserzusatz angenommen werden darf oder nicht. Oder nach Andern, es muss die Menge des Milchzuckers, oder die der Butter, analytisch bestimmt werden; dann wird sich finden, wie diese Mengen sich zu den aufgestellten Mittelzahlen verhalten. Angenommen, es sei eine Mittelzahl für alle oder einzelne Bestandtheile der Milch aufgestellt, so wird es sich zeigen, dass die in unserm Falle; bei einem specifischen

*) Instruction pour l'essai et l'analyse du lait.

Gewicht von 1028 erhaltenen Zahlen um ungefähr $\frac{1}{10}$ geringer sind als die Normalzahlen, denn das specifische Gewicht kann doch nichts Anderes sein als ein Ausdruck für die Verhältnisse des Festen zum Flüssigen. Zusatz von Festem, und sei es purer Rahm, kann wohl nicht statt gefunden haben, und wenn nicht andere Gründe diess ausschlossen, so könnten Versuche von Bouchardat hier entscheidend werden, der gezeigt hat, dass eine Milch mittlerer Consistenz mit der Hälfte des in ihr enthaltenen Rahmes gemischt auf 1029,5 gesunken war. Der analysirende Experte soll nun aussprechen, ob seine Zahlen mit den gegenseitig wechselnden Verhältnissen, die um $\frac{1}{10}$ bei einem Bestandtheil geringer, bei einem andern vielleicht gleich, bei einem dritten etwas höher, oder auch bei einem noch tiefer stehen, ihm die Ueberzeugung beibringen, dass hier Fälschung mit mindestens $\frac{1}{10}$ Wasser statt gefunden habe. Er wird bejahen müssen, wenn er anders nicht dem Betrug Thür und Thor öffnen will, und der Experte mit dem Aräometer wird sich sagen, Neues habe er nicht erfahren, da es keine andere Substanz giebt als das Wasser, welche das specifische Gewicht hätte herabdrücken können. Steht man in der Praxis, so kommen noch weitere Hilfsmittel, die aber hier keine Erwähnung finden sollen und dürfen, zur Befestigung des Urtheils hinzu. Stellen wir die Zahlen tiefer, dann hat weder der chemische Experte, noch der mit dem Aräometer, die geringste Schwierigkeit, dann dürfte von keiner Seite Einwendung gegen den Thatbestand der Fälschung geschehen.

Es soll nun keineswegs mit diesem Raisonement die chemische Analyse bei Entscheidung der Frage, ob Vermischung mit Wasser statt gefunden habe oder nicht, unbedingt ausgeschlossen sein. Im Gegentheil vereinigen

sich alle Stimmen, die für Einführung aräometrischer Proben sich aussprechen, dahin, man solle nur in Fällen, die nicht bestritten werden, oder wo sonst kein Zweifel bleibt, sie unterlassen. Ueber die Art, wie dann die Analyse ausgeführt werden soll, sind die Ansichten wiederum abweichend. Keiner verlangt vollständige Analyse. Bouchardat *) verspricht, in Bälde eine umfassende Anweisung zu diesem Theil der Untersuchung. Er rukurirte bisdahin mit Quevenne auf Lactoskop oder Cremometer. Chevallier's **) Lieblingsgedanke ist Totalbestimmung des festen Rückstandes. Vernois und Becquerel ***) verlangen die Quantität des Zuckers, als desjenigen Milchbestandtheils, der am wenigsten variirt und am leichtesten zu bestimmen ist. In dieser Beziehung geht nun neuerdings, wie die Herren in ihrem über die Milch der Kühe an der Pariserausstellung erstatteten Bericht (Annales d'hygiène 1857) nicht ohne Triumph anführen, auch Chevallier mit ihnen einig. Nur zieht dieser die bekannte titrirte Kupferlösung zur Bestimmung des Zuckers dem Polarimeter vor, welchen V. und B. als untrüglich preisen. Brunner †) schlägt vor, die Butter zu diesem Zweck zu wählen, und giebt dazu ein Verfahren an, das leicht und über Nacht ausgeführt werden kann. Nach verschiedenen Autoren soll aber die Butter der in den Mengenverhältnissen am meisten wechselnde Bestandtheil der Milch sein, und jedenfalls lässt sich eine Zuckerprobe auf eine wie die andere Art ungleich schneller ausführen.

*) Als Fortsetzung seines „Essai du lait.“

**) Moyens de reconnaître si le lait est ou non étendu d'eau. Annales d'hygiène publique et de médecine légale 1855, p. 314.

***) Annales d'hygiène, etc. 1857, p. 278.

†) Diese Mittheilungen Nr. 401 1857.

Geschehe Eins oder das Andere, immerhin darf wohl der Experte für die chemische Analyse wählen, was ihm das Geeignetste zu sein scheint, und seiner Ueberzeugung nach der Sache am Besten frommt.

Auf die nun kurz erörterten Umstände und Verhältnisse schlagen Bouchardat *) und Chevallier **), unabhängig von einander und im Einzelnen der Methoden etwas abweichend, vor: Es sollen die Behörden zur polizeilichen Ueberwachung des Milchhandels ein Normalaräometer einführen und ein geeignetes Polizeipersonal im Gebrauche des Instrumentes mit Thermometer und Reduktionstafel einüben lassen. Findet der Polizeimann eine Milch, deren Probegrade unter dem Normalsatze stehen, so erklärt er die Confiskation und lässt an Ort und Stelle den Verkäufer eine Anerkennung des Aktes unterzeichnen, auf einem gedruckten Formular, welches den Verzicht auf weitem Rekurs ausdrückt. Protestirt der Verkäufer, so werden in bereit gehaltene Gläser zwei Proben eingefüllt, sofort versiegelt, das eine dem Verkäufer, das andere dem chemischen Experten zugestellt und darüber ebenfalls ein Akt unterzeichnet, der ankündigt, dass jetzt die Sache auf Kosten des Verlierenden geht. Auf diese Weise wird nach Bouchardat wohl nicht aller Betrug entdeckt, niemals aber ein Unschuldiger bestraft werden.

Nach allem Diesem erreichen wir, wird der Gegner des Verfahrens einwenden, im glücklichsten Fall nur den einen Betrug, das Vermischen mit Wasser, und diess ist ganz richtig; weiter will man auch nichts und ist so lange zufrieden, bis die Milchträger selbst Studien ma-

*) Instruction, etc. 1856.

**) Sur le commerce du lait, etc. Annales d'hygiène 1856. p. 359.

chen und mit Hilfe der Instrumente künstliche Mischungen darstellen, die das Aräometer nicht anzeigt. Nun wird freilich an die Wissenschaft appellirt werden mit der Frage: Wie soll man einen solchen Betrug entdecken? Welche Mittel kann die Wissenschaft der öffentlichen Gewalt an die Hand geben, um den im Finstern schleichenden Betrug an's Licht zu ziehen? Vorläufig nach meinem Dafürhalten keines als die chemische Analyse. Diese kann aber nicht mit hundert Proben vorgenommen werden, um den Schuldigen zu suchen. Man könnte sagen: Durch das Lactoskop kann plötzlich geholfen werden. Allein dieses Instrument, so einfach es erscheint, kann keinem Polizeidiener in die Hand gegeben werden, und selbst der Geübte braucht in der Voraussetzung, dass alle nöthigen Präparative, dunkle Kammer u. s. w. hergerichtet sind, eine Viertelstunde und mehr zu einem einzigen Versuche, und diess ist für die Praxis zu lang. Man wird warten müssen, bis auf anderem Wege der Verdacht rege wird und Anzeige, resp. Einlieferung verdächtiger Milch erfolgt. In allen Fällen wird aber nur dann ein Experte die chemische Analyse für entscheidend erklären können, wenn die Behörde Normalzahlen aufgestellt haben wird. Diese Lücke in den Vorschriften über Lebensmittelpolizei muss ausgefüllt werden. Ist durch eine wissenschaftliche Commission ein Normalsatz festgestellt und durch die Behörden sanktionirt, dann ist kein Streit mehr zu befürchten über Zulässigkeit einer Methode; die Praxis, welche stets rasch geht, wird bei schlechter Methode sehr schnell entschieden haben. Das grosse Publikum, um dessen Schutz es sich handelt, wird nicht mehr sehen müssen, dass zwei Experten, von denen Niemand Unehrenhaftes erwartet, in grellen Widerspruch

gerathen, und das Gericht in die Lage versetzen, die Autoritäten abzuwiegen, die der Eine gegen den Andern in's Feld führt. Der Beklagte und der Kläger haben nicht minder Anspruch auf gerechtes Urtheil. Worauf aber soll sich dieses gründen? Das Gericht stützt sich auf die Expertise; der einzelne Experte ist genöthigt, nach gewissenhafter Arbeit sich nach Gewährsmännern umzusehen, um seinen Ausspruch zu begründen. Hat er die Butter bestimmt, so muss er in zahlreichen Analysen nachsehen, um wie viel er zu wenig hat, und dann den Ausspruch thun, auf welchen der Richter entscheidet. Prüft man aber grössere Reihen von Analysen, so findet man jeweilen beim Buttergehalt die grössten Schwankungen und daher bei mehreren Autoren die Angabe, die Menge der Butter schwanke am meisten. Auf Autoritäten gestützt lässt sich das Urtheil angreifen, und wer soll nun entscheiden? Offenbar nur eine gesetzliche Normalzahl. Gegen die Bestimmung der Butter als Halt- punkt zur Feststellung des Betrugs lässt sich übrigens auf dem Wege der Erfahrung gar Manches wahr- nehmen. Jeder Milhhändler protestirt beim Angreifen der Buttermenge als Rahm, also gegen Cremometer und Lactoskop, weil er weiss, dass bei kurzer Ruhe der Flüssigkeit sich die Butter nach Oben begibt und ungleiche Mischungen beim Vertheilen der Massen in Gefässe im Handel und Wandel unvermeidlich sind *). Diese Umstände bleiben ohne Einfluss auf den Milch- zucker. Aehnliches wiederfährt nichts desto weniger, trotz aller Autoritäten, dem Experten, der auf Milch-

*) Nach Chevallier kann jetzt noch keine Mittelzahl für den Butter- gehalt aufgestellt werden, da selbst die neuesten Versuche (1856) die grossen Sprünge in den Butterquantitäten bestätigen. *Annales d'hy- giène* 1856, p. 369.

zucker oder auf die Gesammtmenge des festen Rückstandes sich bezieht. Entweder Autoritäten, und dann alle Verschiedenheiten in den Angaben derselben; und Tummelplatz für sich widersprechende Experten, oder Normalzahl mit Gesetzeskraft, die den Stützpunkt für die Expertise abgibt. Man sollte von Seite der Behörden keinen Augenblick säumen, auf gründliche Erwägungen gestützt, einschlagende Verordnungen, Instruktionen u. s. w. zu erlassen.

Treten wir nun auf den weitem Einwurf gegen das Aräometer ein, dass dasselbe alle Beimischungen, die das gestörte specifische Gewicht der Milch wieder herstellen, nicht anzeigt, so bietet die Wissenschaft allerlei und mancherlei Mittel; die Litteratur birgt unter ihren Schätzen viel, das ein Experte mit grossem Erfolg, weil es ein unzweifelhafter Gewährsmann in seinem Buche anführt, gegen die Sache geltend machen kann. Prüfen wir aber diese Schätze näher, so geht es mit denselben, wie mit den Angaben über das specifische Gewicht der Milch; ein einziger Fall unter tausenden, oder selbst das Produkt der Phantasie, fand Platz im Handbuch eines grossen Gelehrten, wandert aus einem in das andere, und wir wollen nicht untersuchen, wie viele Experten, die nach Autoritäten suchen müssen, immer den gleichen Schuss laden, nicht ahnend, welch' geringfügiger Zufall der Wissenschaft einen solch' zweifelhaften Dienst erwiesen hat.

Dr. Pappenheim in Berlin hat mit sehr anerkennenswerthem Fleisse alle denkbaren Fälle, die zur Täuschung des Aräometers führen können, näher geprüft und unzweifelhaft nachgewiesen, dass alle Zusatzmittel, die versucht werden könnten, bis auf eine Lösung von Milchsucker, ohne weitere Untersuchung, durch Geruch, Ge-

schmack oder Farbe sich verrathen. Am Schlusse der für den gerichtlichen Experten höchst werthvollen Arbeit spricht sich der Verfasser folgendermassen aus: Ich glaube, nach dem, was mich eine ziemlich anhaltende Beschäftigung mit der Milch in polizeilicher Beziehung gelehrt hat, dass die aräometrischen Milchproben ein ausgezeichnetes Mittel sind, complizirte oder einfache Milchverdünnungen festzustellen, und ihrer Thätigkeit nur noch ein Mousselincolatorium und ein Absitzcylinder von ungefähr 100 C. C. hinzugefügt zu werden braucht, um allen Milchfärbereien und Milchverdickungsversuchen wirksam zu begegnen *). Wir sehen also, dass in Wirklichkeit die hierher gehörigen Fälle sich auf ein sehr geringes Maass reduciren. Es bleibt wesentlich partielles Abrahmen und Ersetzen des Rahms durch Wasser jedoch in so geringem Maass, dass das specifische Gewicht nicht zu tief wird. Versuche, die ich seiner Zeit darüber anstellte, zeigen mir, dass ein Zusatz von Wasser von 3 bis 5 Procent die partiell abgerahmte Milch wieder auf's richtige specifische Gewicht zurückführt. Dieser Betrug kann nicht so prompt entdeckt werden, allein der untersuchende Polizeimann schöpft Verdacht, weil durch dieses Verfahren die Consistenz der Milch so weit verändert wird, dass beim Eingiessen derselben in den Glascylinder behufs der Aräometerprobe das geübte Auge erräth, was geschehen ist. In diesem Falle würde Protestation ähnlich behandelt wie oben, und durch die Analyse entschieden, wenn man nicht vorzieht, nach Quevenne zu verfahren, welcher die Probe in's Cremometer bringt, den Rahm misst und darauf die Scala des Lactodensimeters für abgerahmte Milch berück-

*) Archiv der deutschen Medicinalgesetzgebung etc. 1857, S. 46.

sichtigt. Diese Verfälschung muss übrigens mit Sorgfalt geleitet werden, sonst verräth sie allerdings auch schon das Aräometer. Ganz ähnlich verhält es sich mit Versetzen der Milch mit Milchzuckerlösung.

Zum bestimmten Ankläger aber wird das Instrument, wenn Abrahmen ohne Ersetzen durch Wasser stattfindet; und diess ist wiederum ein wunder Fleck des Milchhandels. Gehen wir von der Scala des revidirten Quevenne'schen Aräometers aus, so ist die Milch von 1034 aufwärts abgerahmt. So schlechthin gegeben, wird ein nach Autoritäten suchender Experte Gewährsmänner finden, den Ausspruch umzustossen, gibt es ja Milch, die 1041 wiegt; und in der That lehrt die Erfahrung, dass häufiger eine höher steigende als eine tiefer gehende Milch vorkommt. Ist aber die Milch von mehreren Kühen gemischt, dann schliesst sich die Grenze positiv ab, und ist einmal die Aräometerprobe eingeführt und von Publikum und Behörde in Anwendung gebracht, dann wird dieser Ausspruch Bouchardat's und Quevenne's alsbald ausser Zweifel gestellt sein. Die Milch der einzelnen Kuh steigt nämlich rasch im specifischen Gewicht mit Verminderung der Quantität, wenn das Thier dem Trockenstehen nahe kommt *), während die Milch des Gesamtviehstandes sich dabei wenig über das Mittel erhebt. Das Erscheinen der Bouchardat'schen Vorschläge veranlasste hier eine vorläufige Prüfung derselben, namentlich in Beziehung auf diesen Punkt. Durch das Polizeipersonal wurden während 8 Tagen, jedes Mal 3 Proben, Milch, die 34 oder mehr Grade zogen, mit einer, die die Mittelzahl zeigte, an den Stadthoren erhoben und von mir genau untersucht. Das Ergebniss dieser Versuchsreihe zeigte,

*) Anleitung zur Prüfung der Kuhmilch, S. 23.

dass Milch von 1035 als ganz oder theilweise abgerahmt anzusehen ist *).

Zum Schluss sei mir erlaubt, über die üblichen Aräometer zur Milchprüfung noch kurz Einiges hinzuzufügen. Bei allen Bestrebungen von Seite der Municipalitäten, der Aufsichtsbehörden der Spitäler und andern grossen öffentlichen Anstalten, den Käsereigesellschaften ganz besonders, Mittel zu finden gegen einen Betrug, der unter der Larve der Loyalität geübt wird, sich zu waffnen, trotz aller Vorschläge gelehrter Chemiker, finden wir überall die Aräometer sich Bahn brechen. Die chemische Analyse bleibt gerichtlicher Expertise vorbehalten, kann aber nie, um mit Chevallier zu reden, den Milchhandel moralisiren. Nur durch Einführung und gerichtliche Sanktionirung von Normalaräometern und Vorschriften über ihren Gebrauch wird, was vor Allem nöthig, Uebereinstimmung in die Angaben kommen. Die Wissenschaft wird aus solchen Angaben reiches Material sammeln können, wenn in geeigneten Fällen auf solche Bestimmungen dann noch quantitative Analysen kommen. Was jetzt dunkel ist, und unsicher wird, durch die Abweichungen in den Angaben der Autoritäten, wird durchsichtig werden; und bleiben auf den Grenzen auch geringe Unsicherheiten, so wird von der fortschreitenden Wissenschaft der einmal eingedämmte Strom dann bald vollends beherrscht werden. Alle Instrumente, die in runden Zahlen zugesetzte Wassermengen andeuten, oder in Procentsätzen den Gehalt in Normalmilch angeben, selbst der Galactometer von Chevallier, welcher eine höchst brauchbare und nützliche Tafel **) über den, den

*) Näheres hierüber Anleitung etc., S. 31 ff.

**) Annales d'hygiène 1855, S. 315.]

Graden des Instrumentes entsprechenden Gehalt an fixen Bestandtheilen beigegeben ist, nicht ausgenommen, von den mannigfaltigen Einrichtungen, die sonst im Handel kursiren, nicht zu reden, sollten nicht angewendet werden. Die Grade des Quevenne'schen Lactodensimeters sind einzig berechtigt, auf wissenschaftliche Begründung Anspruch zu machen, jede Angabe ist mindestens eine approximative Bestimmung des specifischen Gewichts einer Milch. Eine Angabe, die jeder Experte prüfen kann und die der Wissenschaft einen Beitrag liefert. Wie meine Erfahrung seit Jahren mich hoffen lässt, wird durch die Combination der beiden Scalen des Lactodensimeters für frische und abgerahmte Milch, und den Cremometer, die Hauptcalamität des Milchhandels, das Abrahmen der Milch, ebenfalls mit Erfolg bekämpft und bald bestimmt constatirt werden können.



Verzeichniss der für die Bibliothek der Schweiz. Naturf. Gesellschaft eingegangenen Geschenke.

Von dem zoologisch-botanischen Verein in Wien.

Verhandlungen. Band VI. Wien 1856. 8^o.

Von der deutschen geologischen Gesellschaft.

Zeitschrift. Band I — IX. 1. Berlin 1849 — 1857. 8^o.

Von der physik. medic. Gesellschaft in Würzburg.

Verhandlungen. Band VII 3; VIII 1. Würzburg 1857. 8^o.

Von der Tit. Redaktion.

Schweiz. Zeitschrift für Pharmacie. Jahrg. 1857. Nr. 10 u. 11. 8^o.

Von Herrn Dr. L. Fischer.

1. Pringsheim, De forma et incremento stratorum crassiorum in plantarum cellula. Hallæ 1848. 8^o.

2. Jordan, Sur la question relative aux *Aegilops triticoïdes* et speltæformis. Paris 1857. 8^o.

De la société des sciences naturelles de Neuchâtel.

Bulletins IV, 2. Neuchâtel 1857. 8^o.

Vom naturhistorischen Verein in Augsburg.

Zehnter Bericht. 1857. 8^o.

Von der physikal. Gesellschaft in Berlin:

Die Fortschritte der Physik im Jahr 1854. Berlin 1857. 8^o.

Von dem niederösterreichischen Gewerbeverein in Wien:

Verhandlungen und Mittheilungen, Heft 7. Wien 1857. 8^o.

De la société des sciences naturelles de Malines.

Annales. 12^{me} année. 1857. 8^o.

Von der Akademie der Wissenschaften in Turin.

Memorie. Tome XVI. Torino 1857. 4.

Von Herrn Professor Wolf.

Mittheilungen über die Sonnenflecken. V. 8^o.

Vom Herrn Verfasser:

Wydler, Morphologische Mittheilungen. 8^o.

Von der königl. Akademie der Wissenschaften in Berlin.

Monatsberichte vom Januar bis August 1857. Berlin. 8^o.

Abhandlungen aus dem Jahr 1856. Berlin 1857. 4^o.

Von der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien:

Sitzungsberichte. Jahrg. 1857. Februar, März und April. 8^o.

Denkschriften. Mathemat. naturwissenschaftliche Classe. Bd XIII. 1857. 4.

De la société botanique de France:

Bulletin. Tome IV. No. 3. Paris. 8^o.

De la société vaudoise des sciences naturelles:

Bulletin. Tome V. No. 41. Lausanne 1857. 8^o.

Von der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur.

Vier und dreissigster Jahresbericht. Breslau. 4^o.

J. G. Galle, Grundzüge der schlesischen Klimatologie. Breslau 1857. 4^o.

De l'académie impériale de Dijon.

Mémoires. 2^{me} série. Tome III et V. Dijon 1855 et 1857. 8^o.

L. Nodot, Description d'un nouveau genre d'édenté fossile. 4^o.

De l'académie impériale de Bordeaux.

Recueil. 18me année, 2e trimestre. Bordeaux. 8^o.

Von der Tit. Redaktion.

Gemeinnützige Wochenschrift. 7ter Jahrg. Nr. 36 — 44. Würzburg 1857. 8^o.

De la société des sciences de Liège.

Mémoires. Tome XII. Liège 1857. 8^o.

Von der „Smithsonian Institution.“

1. Tenth Annual Report. Washington 1856. 8^o.
2. Message from the president of the United States to the two houses of Congress. Part I, II.; 1854, I, II. 1855 and 1856, I, III. Washington. 8^o.
3. Maps and Views to accompany Menage etc. Washington 1854 and 1855. 8^o.

Von der physik. medicin. Gesellschaft zu Würzburg.

Verhandlungen. Band VIII. 2tes Heft. Würzburg 1857. 8^o.

Von der kaiserl. königl. geologischen Reichsanstalt.

Jahrbuch. 1856 Nr. 4. 1857 Nr. 1. Wien 1856 und 1857. 8^o.

Von der Tit. Redaktion.

Giebel und Heintz, Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Band 8 und 9. Berlin 1856 und 1857. 8^o.

Von dem naturhistorischen Verein der preussischen Rheinlande.

1. Verhandlungen. Jahrg. XIV. 2tes Heft. Bonn 1857. 8^o.
2. Wirtgen, Flora der preuss. Rheinprovinz. Bonn 1857. 12^o.

Von der Akademie in St. Petersburg.

Mémoires. Sciences mathémat. et physiques. Tom. VI. Pétersbourg 1857. 4^o.

Von dem Verein für Naturkunde in Pressburg.

Verhandlungen. Jahrg. I und II 1. Pressburg 1856 u. 1857. 8^o.

Von der resp. Verlagshandlung.

Römer, Kritische Untersuchung der Arten des Molluskengeschlechts Venus. Cassel 1857. 8^o.

Von Herrn Alt-Regierungsrath Dr. Schneider.

1. La Nicca, Bericht und Antrag über die Correktion der Jura-gewässer. Mit Plänen. Bern 1842. 8^o.

**Noch ein Wort über Milchprüfung,
von C. Brunner.**

(Vorgetragen den 10. April 1858.)

Die polizeiliche Prüfung der Milch war in neuester Zeit öfter Gegenstand öffentlicher Besprechung. Es verdient auch die Ueberwachung eines der wichtigsten Lebensmittel gewiss alle Aufmerksamkeit.

Die zu einer solchen Prüfung bisher in Vorschlag gebrachten Methoden sind theils indirekte, theils direkte. Zu den erstern gehören die auf physikalischen Grundsätzen beruhenden, wie die Prüfung des spezifischen Gewichtes, das Verhalten der von Fett befreiten Milch gegen polarisirtes Licht, die Wirkung auf durchfallendes Licht. Zu den letztern sind die chemischen Untersuchungsmethoden zu zählen, nach denen entweder eine vollständige Analyse oder die Bestimmung einzelner wesentlicher Bestandtheile bezweckt wird.

Es ist wohl nicht zu läugnen, dass die in die letztere Classe gehörenden Methoden bei weitem den Vorzug verdienen, hätten sie nicht für die Praxis den Umstand gegen sich, dass ihre Anwendung weit mehr Fertigkeit der Manipulation und mehr Zeitaufwand erfordert, daher sie in den meisten Fällen für den gewöhnlichen Gebrauch nicht geeignet sind.

Unter allen bisher empfohlenen Prüfungsmethoden hat diejenige, welche auf der Untersuchung des spezifischen Gewichtes beruht, wie es scheint, die allgemeinste Anwendung gefunden.

Bei einem gerichtlichen Falle dieser Art, welcher letzthin in unsrer Stadt verhandelt wurde, soll, wie man mir sagte, eine Aeusserung, die ich vor Kurzem über

diesen Gegenstand gethan habe *), so ausgelegt worden sein, als hielte ich diese Prüfungsmethode für ganz verwerflich. Ich fühle mich daher verpflichtet, hierüber eine nähere Erklärung abzugeben.

Vorerst ist bekannt, dass die Untersuchung der Milch durch Prüfung ihres spezifischen Gewichtes auf dem Umstande beruht, dass bei zunehmendem Gehalte derselben an festen, in der Flüssigkeit aufgelösten Bestandtheilen dieses vergrössert, durch Verminderung derselben, daher auch durch Zusatz von Wasser, verringert wird. Wäre daher nur eine solche Substanz in der Auflösung vorhanden, so könnte das spezifische Gewicht einen vollkommen sichern Maassstab für die Menge derselben abgeben, ungefähr wie dieses bei einer einfachen Salzauflösung der Fall ist. Nun aber enthält der wässerige Theil der Milch mehrere Substanzen neben einander gelöst, einen Bestandtheil, das Fett, eingemengt, die alle in ihren relativen Mengen variiren und in unbekannter Grösse auf das spezifische Gewicht Einfluss ausüben, so dass dasselbe ein zusammengesetztes Resultat dieser verschiedenen Faktoren ist. Wird es mit dem Aräometer bestimmt, so kommt die eingemengte Butter am wenigsten in Betracht; das Aräometer giebt vielmehr das spezifische Gewicht der gesammten Flüssigkeit. Der Grund hievon liegt in der relativ kleinen Menge dieses Bestandtheils.

Nehmen wir nämlich an, die Butter, deren spezifisches Gewicht 0,921 ist **), betrage 3 Procent, das spezifische Gewicht der Milch sei 1,032, so würde dieses, wenn man alle Butter entfernte, auf 1,0354 steigen. Gesetzt nun, das Aräometer gebe diese Differenz an, so wäre

*) Mittheilungen der Berner naturf. Gesellschaft, Nr. 401.

***) Sonderbar, dass dieses nirgends angegeben ist!

kaum zu entscheiden, ob dieselbe von mangelndem Buttergehalt oder von grösserm Gehalt an aufgelösten Bestandtheilen herrühre.

Wir besitzen also am Aräometer ein zwar indirektes, jedoch insoweit annäherndes Prüfungsmittel, als jene relativ veränderliche Menge der in der Milch aufgelöst enthaltenen Bestandtheile und die durch Temperaturverhältnisse bedingten Umstände nebst der Genauigkeit des Instrumentes an sich es zulassen. Es ist jedoch ebenfalls klar, dass durch diese Methode nichts weiter als der relative Gehalt an sämmtlichen aufgelösten Stoffen, mithin auch umgekehrt der Wassergehalt nach einer vorher durch eine hinlängliche Anzahl von Beobachtungen festgesetzten Normalzahl annähernd bestimmt wird. Ueber die Natur der etwa vorhandenen fremden Beimischungen sowie über den Buttergehalt giebt das Aräometer keinen genügenden Aufschluss.

Wenden wir uns nun zu den direkten Prüfungsmethoden, so befinden wir uns nothwendig auf dem Gebiete der chemischen Analyse. Dass nun eine solche Arbeit, wenn sie sämmtliche in der Milch enthaltenen Bestandtheile umfassen soll, ihrer Natur nach wenig zu gerichtlichen oder industriellen Zwecken geeignet ist, bedarf wohl kaum einer nähern Auseinandersetzung. Nichtsdestoweniger scheinen möglichst einfache chemische Bestimmungsmethoden wenigstens der wichtigern Bestandtheile für solche Zwecke von Nutzen zu sein. Wir wollen hier nur diejenigen der Butter und des Wassers etwas näher besprechen.

Die relative Bestimmung der Butter aus der Menge des sich aus einer gemessenen Quantität von Milch abscheidenden Rahms ist als sehr unsicher hinlänglich bekannt. Diese Abscheidung geschieht nämlich mehr

oder weniger vollständig, so dass sowohl ein kleiner Theil des Fettes in der sogenannten blauen Milch zurückbleibt, als auch der Rahm selbst von sehr ungleichem Buttergehalt ausfällt. Jedenfalls hat diese Prüfung das Unangenehme, dass sie wenigstens 12 — 15 Stunden Zeit erfordert. Die bekannte, von Mehrern angewandte Methode, den Buttergehalt durch Ausziehen dieses Bestandtheiles mit Aether zu bestimmen, giebt allein zuverlässige Resultate. Sie kann auf die von mir in obengenannter Schrift beschriebenen Art mit hinlänglicher Genauigkeit ausgeführt werden.

Diese Untersuchung dürfte für den gewöhnlichen Handelswerth der Milch besonders von Interesse sein, indem man zu den meisten ökonomischen Anwendungen gerade auf diesen Bestandtheil das meiste Gewicht zu legen pflegt. Allein eine Beurtheilung von Verfälschung durch Zusatz von Wasser könnte hieraus allein nicht mit Sicherheit beurtheilt werden, indem der Buttergehalt der auch ganz unverfälschten Milch ziemlich veränderlich zu sein scheint.

Um nun den Wassergehalt der Milch zu bestimmen, kann ausser dem Aräometer, welches ein zwar annäherndes Resultat giebt, folgende direkte Methode angewandt werden.

Man tarirt ein kleines Gläschen mit der zu untersuchenden Milch auf einer empfindlichen Wage möglichst genau, giesst alsdann eine kleine Menge davon, etwa 5 — 6 Grammen, in ein flaches blechernes Schälchen von ungefähr $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser, ersetzt das Herausgenommene auf der Wage durch Gewichte, wodurch man die Menge der in Arbeit genommenen Milch auf etwa 0,01 Gramm genau bestimmt. Nun wird etwa 30 Gramm (2 Loth) gröblich zerstoßener und von dem feinen Pulver

durch ein Sieb befreiter Quarz zugesetzt und Alles mittelst eines kleinen Spatels unter einander gerührt, so dass die Milch von dem Quarzpulver aufgesogen wird und mit demselben ein gleichmässig feuchtes Pulver bildet. Hierauf wird das Schälchen mit seinem Inhalte und dem kleinen Spatel genau tarirt und auf einem kochenden Wasserbade *) unter öfterem Umrühren behandelt. Nach einer Viertelstunde wird das Schälchen wieder auf die Wage gebracht und die Menge des verdampften Wassers durch Auflegen von Gewichten bestimmt. Obgleich bei den oben angegebenen Verhältnissen in dieser Zeit das Austrocknen vollendet sein wird, so ist es doch zweckmässig, sich dessen durch nochmaliges Einsetzen des Schälchens in das kochende Wasserbad während 5 Minuten zu versichern. Man wird jedoch selten noch eine Gewichtsabnahme beobachten.

Zum Beweise, dass diese Trocknungsmethode genüge, wurde öfters eine ähnliche Austrocknung mit Quarz in einem künstlich getrockneten Luftzuge bei 110—120°C. mit der nämlichen Milch veranstaltet, dabei aber die gleichen Zahlen wie beim Austrocknen im Schälchen erhalten. Erst wenn die Temperatur auf etwa 130° gesteigert wird, erhält man eine kaum merklich grössere Gewichtsabnahme, womit aber zugleich ein leichtes Gelb- oder Braunwerden des Quarzes, also eine anfangende Zersetzung des Rückstandes stattfindet.

Die auf diese Art mit verschiedenen Quantitäten der nämlichen Milch erhaltenen Zahlen stimmen mit einander so nahe überein, dass erst in den Tausendtheilen einige Abweichungen stattfinden.

*) Z. B. auf dem von Fresenius (Anleitung zur quantitativen chemischen Analyse, 4te Auflage, S. 70) beschriebenen.

Obgleich diesernach als vollkommen sicher angenommen werden konnte, dass ein Zusatz einer bekannten Menge von Wasser zu einer vorher auf ihren Wassergehalt geprüften Milch ziemlich genau wiedergefunden werden kann, so wurde dennoch ein direkter Versuch in dieser Beziehung angestellt. Von einer Milch, welche durch diese Austrocknungsmethode einen Wassergehalt von 89,24 Procent gegeben hatte, wurden 4,450 Grammen mit 1,852 Grammen Wasser vermischt. Bei dem Austrocknen während einer Viertelstunde wurde 5,822 Wasser erhalten. Der Rechnung nach hätte man 5,823 erhalten sollen.

Ich glaube daher nicht zu viel zu behaupten, wenn ich annehme, dass $\frac{1}{2}$ Procent Wasser mit vollkommener Sicherheit bestimmt werden kann.

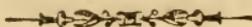
Um diese Methode praktisch, sowohl zum industriellen als zum polizeilichen Gebrauche, anzuwenden, bedarf es offenbar nur, dass, wie bei der aräometrischen Prüfung, eine Normalzahl festgesetzt werde, über welche hinaus der Wassergehalt nie steigen soll. Diese Zahl wird nun nach der Lokalität verschieden zu bestimmen sein. Nach mehreren, freilich vielleicht nicht hinlänglich zahlreichen Versuchen scheint mir 89,5 Procent eine billige zu sein. Vielleicht dürfte man bis auf 90 Procent steigen.

Man wird vielleicht einwenden, dass dieses Verfahren zu umständlich und zeitraubend sei. Mit geringer Uebung wird man jedoch leicht dahin gelangen, die ganze Operation, die Wägungen mitgerechnet, in 25 Minuten auszuführen. Auch wäre es leicht, eine Einrichtung zu treffen, um mehrere Proben zu gleicher Zeit abzdampfen. Jedenfalls dürfte die Methode sehr geeignet sein, die An-

gaben des Aräometers zu controlliren und in besondern, bestrittenen Fällen zu entscheiden.

Diese beiden direkten Bestimmungen des Fettes und des Wassers dürften in den meisten vorkommenden Fällen zur Prüfung der Milch ausreichen. Für andere, auf besondere Zusätze sich beziehende Untersuchungen dürften schwerlich allgemeine Vorschriften gegeben werden können. Es ist vielmehr der Chemiker auf die für jeden besondern Fall von Verdacht geeigneten Mittel angewiesen.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass zu den in der gewöhnlichen Praxis vorkommenden Fällen das Aräometer immerhin ein brauchbares Instrument bleiben wird, wenn man nicht mehr von demselben verlangt, als die annähernde Angabe einer Verfälschung mit Wasser. Eine solche, oder besser gesagt überhaupt einen, vielleicht nicht absichtlich zugesetzten, relativ zu grossen Wassergehalt, der unter Umständen einigermassen bestrafenswerth sein kann, wird es immer mit ziemlicher Sicherheit anzeigen. Sollte bei besondern bestrittenen Fällen genauere Prüfung verlangt werden, so mögen die oben beschriebenen Methoden Anwendung finden.



Verzeichniss der für die Bibliothek der Schweiz. Naturf. Gesellschaft eingegangenen Geschenke.

Von Herrn Alt-Regierungsrath Dr. Schneider.

1. Rapport sur la marche des opérations relatives à la correction des eaux du Jura. Berne 1850. 8^o.
2. Rapports et propositions de la commission des cantons intéressés à la correction des eaux du Jura. 1853. 8^o.

3. La Nicca, Das Expertengutachten über partielle Juragewässer-
correktio. Bern 1853. 4^o.

4. Instruction des Bundesrathes für die technischen Experten in
Sachen der Juragewässercorrection. 8^o.

Von der naturforschenden Gesellschaft in Basel :

Verhandlungen. Heft IX. Basel 1857. 8^o.

Von den Tit Redaktionen :

1. Gemeinnützige Wochenschrift. 7ter Jahrgang, Nr. 45 — 48.
Würzburg. 8^o.

2. Schweizerische Zeitschrift für Pharmacie. Jahrg. II u. III. 1.
Schaffhausen, 8^o.

Von der naturforschenden Gesellschaft in Zürich :

Vierteljahrsschrift. Jahrg. II, Heft 4. Zürich 1857. 8^o.

Von dem zoologisch-mineral. Verein in Regensburg :

Correspondenzblatt. 11. Jahrg. Regensburg 1857. 8^o.

Von dem niederösterreichischen Gewerbeverein in Wien :

Verhandlungen und Mittheilungen. Heft 8 und 9. Wien 1857. 8^o.

De la société impériale des naturalistes de Moscou :

Bulletins de la société impériale. Année 1856. Moscou 1856. 8^o.

*Von der kaisert. Leopoldinisch-Carolinischen Akademie der Natur-
forscher :*

Supplement des 23. Bandes. Breslau und Bonn 1856. 4^o.

Von der „Literary and philosophical Society of Manchester“ :

1. Memoirs. Vol. XIV. London 1857. 8^o.

2. Dalton, Meteorological observations. 2. edit. Manchester
1834. 8^o.

3. A new system of chemical philosophy. 2 parts. London 1810
and 1842. 8^o.

Von der „Academy of science of St. Louis“ :

Transactions. Vol. 1. St. Louis 1857. 8^o.

Von der „American Academy of arts and sciences“ :

Memoirs. Vol. VI, part 1. Boston 1857. 4^o.

Von der „Royal Society of Edinburg“ :

1. Transactions. Vol. XXI 4, XXV 3, XXVI 4. Edinburg. 4^o.

2. Proceedings 1856 and 1857. Edinburg. 8^o.

Von der naturforschenden Gesellschaft in Freiburg i. B.

Berichte. Nr. 25 — 27. 8^o.

**L. Fischer, Verzeichniss der in Bern's
Umgebungen vorkommenden krypto-
gamischen Pflanzen.**

(Vorgelegt den 12. December 1857.)

Anschliessend an mein im Jahr 1855 erschienenenes „Taschenbuch der Flora von Bern,“ folgt hier — mit derselben Begränzung des Gebietes *) — eine Aufzählung kryptogamischer Pflanzen, und zwar zunächst für die höhern Klassen derselben. Die systematische Anordnung ist, mit wenigen Abänderungen, für die Moose diejenige des *Corollarium Bryologiae Europaeae* von W. Schimper, für die übrigen Abtheilungen diejenige der Kryptogamenflora Deutschlands und der Schweiz von L. Rabenhorst, auf welche Werke ich für die Synonymie und Beschreibung verweise. Das vorliegende Verzeichniss enthält 48 Lebermoose, 195 Moose, 18 Farren, 7 Equisetaceen, 2 Lycopodiaceen; es ist jedoch zu erwarten, dass eine fortgesetzte Durchforschung des Gebietes, namentlich für die Moose und Lebermoose, noch manche Bereicherung darbieten werde.

*) Es umfasst dasselbe das in einem Halbmesser von 3 bis 4 Stunden rings um Bern gelegene, ausschliesslich der Molasseformation angehörende Hügelland.

Cryptogamæ foliosæ.

Class. I. HEPATICÆ.

Ord. I. Ricciaceæ.

Riccia.

- R. glauca* (L.). Auf feuchtem Sand- und Lehmboden, an Ufern, auf Aeckern, stellenweise häufig.
- R. bifurca* (Hoffm.). Auf Aeckern, an Gräben, selten; bei Reichenbach (Bamberger).

Ord. II. Anthoceroceæ.

Anthoceros.

- A. laevis* (L.). Auf feuchten, sandigen und lehmigen Aeckern hin und wieder, meist in Gesellschaft von Phascum- und Riccia-Arten. In der Enge bei Bern, bei Schüpfen.

Ord. III. Marchantiaceæ.

Fegatella.

- F. conica* (Corda) (*Marchantia* L.). An feuchten, schattigen Orten, an Mauern und Felsen, besonders in alten Steinbrüchen, gemein und stellenweise reichlich fruktificirend.

Preissia.

- P. commutata* (Nees). An schattigen Mauern und Felsen, an Bächen. Bremgartenwald unweit der Neubrücke. Solrütiewald bei Köniz. Gurten ob Wabern.

Marchantia.

M. polymorpha (L.). An Bächen und Gräben, in Sümpfen, häufig.

Lunularia.

L. vulgaris (Mich.). Hie und da in Gärten, besonders in Blumentöpfen, z. B. im botanischen Garten; im Freien bis jetzt nicht gefunden.

Ord. IV. Jungermanniaceæ.

(Jungermannia L.)

A. Frondosæ.

Metzgeria.

M. furcata (Nees). In Wäldern, an alten Stämmen und auf der Erde an moosigen Abhängen, ziemlich häufig, aber selten mit ausgebildeten Früchten.

M. pubescens (Raddi). In Wäldern, am Grunde alter Bäume, hin und wieder. Gurten ob Wabern.

Aneura.

A. pinguis (Nees). An feuchten Abhängen, besonders auf Tuff, hin und wieder. Bremgartenwald. Längenberg.

A. palmata (Nees). In schattigen Wäldern, an faulenden Baumstrünken, ziemlich häufig. Bremgartenwald u. s. w.

Pellia.

P. epiphylla (Nees.) Auf feuchtem Lehmboden, besonders an Hohlwegen, sehr häufig.

Fossombronina.

F. pusilla (Nees). Auf feuchter Erde, an Waldwegen und auf Aeckern hin und wieder.

B. Foliosae.

Lejeunia.

- L. calcarea* (Lib.). In feuchten Schluchten, selten. In Seitenschluchten des Schwarzwasserthales.
- L. serpyllifolia* (Lib.). In Wäldern, an Baumstämmen und Wurzeln ziemlich häufig.

Frullania.

- F. dilatata* (Nees). An Baumstämmen, besonders an Weistannen und Feldbäumen, überall.
- F. Tamarisci* (Nees). In Wäldern, auf Erde, besonders am Grunde alter Stämme, an Hohlwegen, nicht selten.

Madotheca.

- M. laevigata* (Schrader, Dumort.) In Wäldern, am Grunde alter Bäume, stellenweise häufig. Bremgartenwald. Längenberg ob Kehrsatz.
- M. platyphylla* (Nees). In Wäldern und Gebüschchen, an Baumstämmen, gemein.

Radula.

- R. complanata* (Dumort.) An Baumstämmen, besonders an Buchen und Weisstannen, überall häufig.

Trichocolea.

- T. Tomentella* (Ehrh., Nees). In feuchten Wäldern und Schluchten, zwischen Moosen an Bächen und Quellen, stellenweise häufig. Mit Früchten am Glasbrunnen und am Gurten ob Wabern.

Mastigobryum.

- M. trilobatum* (Nees). In feuchten Wäldern und Schluchten. Schwarzwasserthal. Selten mit Frucht.

Lepidozia.

L. reptans (Nees). In Wäldern, an faulenden Baumstrünken, gemein.

Calypogeia.

C. Trichomanis (Nees). In Wäldern, auf Erde und Felsen, besonders an feuchten Abhängen und an Hohlwegen, ziemlich häufig.

Chiloscyphus.

C. polyanthos (Nees). Auf feuchter Erde in Hohlwegen hin und wieder. Solrütiewald bei Köniz.

C. pallescens (Schrad. Dumort.) Auf Erde in feuchten Wäldern und Gebüsch, häufig.

Lophocolea.

L. heterophylla (Schrad. Nees). An faulenden Baumstrünken im Bremgartenwald, am Bantiger.

L. minor (Nees). In feuchten Schluchten und Hohlwegen. Gurten ob Wabern.

L. bidentata (Nees). In feuchten Wäldern, auf Erde zwischen Moosen, an Hohlwegen, gemein.

Jungermannia.

J. trichophylla (L.) An modernden Baumstrünken, nicht selten.

J. setacea (Web.) In Torfmooren und an faulen Strünken, hin und wieder.

J. curvifolia (Dicks.) An modernden Baumstrünken zwischen andern Lebermoosen und Moosen nicht selten.

J. bicuspidata (L.). In Wäldern und Torfmooren, besonders auf wenig betretenen Waldwegen. Bremgartenwald. — In zahlreichen Formen.

- J. barbata* (Schreb. Nees). In Wäldern und Schluchten auf Erde und an feuchten Felsen, ziemlich häufig. In zahlreichen Formen.
- J. incisa* (Schrad.) In schattigen Wäldern, auf Erde und modernden Strünken. Schwarzwasserthal.
- J. excisa* (Dicks.) In Wäldern, an Wegen, hin und wieder. Bremgartenwald.
- J. ventricosa* (Nees). In Hohlwegen an alten Stämmen. Bantiger (Bamberger).
- J. inflata* (Huds.). In Wäldern an faulen Strünken. Bremgartenwald u. a. O.
- J. acuta* (Lindley). Auf feuchter Erde im Bremgartenwald und am Bantiger (Bamberger).
- J. tersa* (Nees). Auf Sumpfboden; an Bächen und an nassen Felsen. Bütschelegg. Krauchthal (Bamberger).
- J. crenulata* (Smith). Auf feuchter Erde, an Hohlwegen. Bremgartenwald. Bantiger (Bamberger).
- J. Schraderi*. An feuchten Sandfelsen am Bantiger (Bamberger).
- J. anomala* (Hook). Auf Torfmooren, an Gräben und zwischen Sphagnum-Arten häufig. Gümligenmoos. Löhrmoos u. a. O.
- J. exsecta* (Schmidel). Auf feuchter Erde, an faulenden Strünken hin und wieder.

Scapania.

- S. umbrosa* (Schrad. Nees). An feuchten Felsen und an Baumstrünken, selten. Am Bantiger (Bamberger).
- S. nemorosa* (Nees). In feuchten Wäldern und Schluchten, auf Erde, besonders an Hohlwegen, häufig.

Plagiochila.

P. asplenioides (Nees). In feuchten Nadelwäldern überall häufig, doch ziemlich selten mit Früchten.

Sarcoscyphus.

S. Funkii (Nees). In Wäldern, besonders auf wenig betretenen Wegen, oft grosse Strecken überziehend. Bremgartenwald.

Class. II. MUSCI.

Ord. I. Sphagnaceæ.

Fam. 1. Sphagneæ.

Sphagnum.

S. cymbifolium (Ehrh.). In Torfsümpfen als grosse, dichte Polster.

S. acutifolium (Ehrh.). In Sümpfen und feuchten Wäldern gemein.

S. cuspidatum (Ehrh.). In Torfsümpfen. Gümligenmoos.

Ord. II. Bryaceæ.

A. Musci acrocarpi.

Fam. 2. Ephemereæ.

Ephemerum.

E. serratum (Schreb. Hampe.) (*Phascum* L.) Auf feuchter Erde hin und wieder. In Waldschlägen im Bremgartenwald stellenweise häufig.

Fam. 3. Phascaceæ.

Phascum.

P. cuspidatum (Schreb.). Auf Aeckern, an Wegen, hier und da.

Fam. 4. Pleuridiaceæ.

Pleuridium.

P. subulatum (Schreb. Schp.) (*Phascum* L.) Auf nackter Erde, hin und wieder. In Waldschlägen im Brengartenwald.

Fam. 5. Weisiaceæ.

Hymenostomum.

H. microstomum (Hedw. R. Brw.). Auf Sand- und Lehmboden, auf Aeckern, hin und wieder.

Weisia.

W. viridula (Brw.). Auf Erde und Steinen, besonders an Waldrändern und Hohlwegen gemein.

W. cirrhata (Brid.). Am Grunde alter Stämme in der Enge bei Bern (Bamberger).

Gymnostomum.

G. tenue (Schrad.). An feuchten Sandsteinfelsen, gemein.

G. curvirostrum (Hedw.). Wie vorige, doch seltener. Reichenbach bei Bern. Schwarzwasserthal.

Eucladium.

E. verticillatum (Brid. Br. et Schp.). Auf nassen Tuffsteinen, an Bächen und kleinen Wasserfällen. Längenberg. Schwarzwasserthal. Schluchten am Bantiger u. a. O.

Fam. 6. Dicranaceæ.

a. *Dichodontium* Schp. Coroll.

Dicranum.

D. pellucidum (Hedw.). An feuchten, schattigen Orten, auf Steinen und faulendem Holz. Schluchten am Bantiger (Bamberger).

b. *Dicranella* Schp. Coroll.

- D. varium* (Hedw.). Auf Lehmboden, an feuchten Abhängen und Ufern sehr häufig.
- D. rufescens* (Turn.). An feuchtem Lehmboden am Gurten (Bamberger).
- D. heteromallum* (Hedw.). In Nadelwäldern, an Baumwurzeln, Hohlwegen, häufig.

c. *Dicranum* Schp. Coroll.

- D. montanum* (Hedw.). An Waldbäumen, besonders an Tannen und Kiefern. Bremgartenwald bei Bern u. a. O. Selten mit Früchten.
- D. flagellare* (Hedw.). Auf morschen Baumstrünken. Grauholz. Könizbergwald.
- D. scoporium* (L. Hedw.) In Wäldern überall, besonders am Grunde alter Stämme.
- D. palustre* (Brid.). In Torfmooren, selten. Gümligenmoos.
- D. Schraderi* (Schwægr.). In Sümpfen und Torfmooren. Gümligenmoos u. a. O.
- D. undulatum* (Turn.). In schattigen Wäldern besonders am Grunde alter Stämme, nicht selten. Bremgartenwald u. a. O.

Dicranodontium.

- D. longirostre* (Dill. Br. et Schp.). In schattigen Wäldern an faulenden Baumstrünken, ziemlich häufig. Bremgartenwald. Hühliwald bei Allmendingen u. s. w.

Campylopus.

- C. torfaceus* (Br. et Schp.). In Torfbrüchen. Löhrmoos.

Fam. 7. Leucobryaceæ.

Leucobryum.

L. glaucum (Dill. Hampe). In Wäldern ziemlich häufig, doch meist steril. Mit Frucht im Bremgartenwald bei Bern, unweit Bethlehem.

Fam. 8. Fissidentaceæ.

Fissidens.

F. Bloxami (Wilson). Auf feuchter Erde in einem Waldschlage des Bremgartenwaldes.

F. exilis (Hedw.). Auf feuchter Erde, in Wäldern und Schluchten. Bremgartenwald. Gurten ob Wabern.

F. taxifolius (Hedw.). In schattigen Wäldern, in Gräben, an Hohlwegen, nicht selten. Bremgartenwald u. s. w.

F. adianthoides (Dill. Hedw.). In Wäldern, auf feuchter Erde, an Steinen, ziemlich häufig.

Fam. 9. Seligeriaceæ.

Seligeria.

S. tristicha (Brid. Br. et Schp.). An feuchten Sandsteinfelsen, selten. Schwarzwasserthal.

S. recurvata (Hedw. Br. et Schp.). An denselben Standorten, häufiger. An Mauern bei Bern. Ulmizberg. Gurten u. a. O.

Fam. 10. Pottiaceæ.

Pottia.

P. cavifolia (Ehrh.). Auf Aeckern, an Gräben, hin und wieder.

P. minutula (Schwægr. Br. et Schp.). Ebenso. Neubrücke bei Bern. Belpmoos u. s. w.

P. truncata (Hedw. Br. et Schp.). Ebenso. Breitfeld bei Bern.

Anacalypta.

A. lanceolata (Hedw. Röhl.). Auf Aeckern, an Gräben, nicht selten.

Didymodon.

D. rubellus (Roth. Br. et Schp.). An feuchten Mauern und Hohlwegen ziemlich häufig.

Trichostomum.

T. tophaceum (Brid.). Auf nassen Tuffsteinfelsen. Reichenbach bei Bern. Gummersloch im Gurtenthal. (Bamberger.)

T. rigidulum (Smith). An Mauern und Steinen, an Strassenborden, ziemlich häufig.

T. tortile (Schräd.). Auf sandigem Boden, an Hohlwegen hie und da. Bantiger. Gurtenthal u. s. w.

T. flexicaule (Schwægr. Br. et Schp.). An sandigen Abhängen im Schwarzwasserthal.

T. pallidum (Hedw.). In lichten Wäldern hie und da. Bremgartenwald.

Barbula.

B. unguiculata (Hedw.). An alten Mauern, auf Erde, gemein.

B. paludosa (Schwægr.) An feuchten Sandsteinfelsen; sehr häufig im Schwarzwasserthal.

B. gracilis (Schwægr.). Auf Sandboden, an Wegen, hin und wieder um Bern.

B. fallax (Hedw.). An alten Mauern, auf lehmigen Stellen, an Wegen sehr häufig.

B. inclinata (Schwægr.). An sandigen Stellen, an Ufern, an der Aare, Schwarzwasser u. a. O.

B. tortuosa (Web. Mohr.). An Sandsteinfelsen und Nagel-

fluh, häufig. Bremgartenwald. Schwarzwasserthal. — Selten mit Früchten.

B. convoluta (Hedw.). An alten Mauern, auf Kiesboden, hin und wieder. Kiesgrube bei Weyermannshaus.

B. muralis (L. Timm.) An Mauern und Steinen überall. (Var. *incana* an trockenen, sonnig gelegenen Mauern.)

B. subulata (Dill. Brid.), Auf sandigem Boden, in lichten Wäldern, an Hohlwegen, stellenweise häufig. Burgdorf. Solrütiewald bei Köniz.

B. lævipila (Brid. Br. et Schp.). An alten Baumstämmen in der Enge bei Bern.

B. ruralis (Dill. Hedw.). Auf Haideboden und Steinen an sonnigen Abhängen, auf Schindeldächern, gemein.

Ceratodon.

C. purpureus (Dill. Brid.). In lichten Wäldern, auf dürrer Boden, Haideplätzen, trockenem Torfboden, gemein.

Distichium.

D. capillaceum (Hedw. Br. et Schp.). An schattigen Felsen und alten Mauern; häufig im Schwarzwasserthal; Solrütiewald bei Köniz.

Fam. 11. Tetrarhizaceæ.

Tetrarhiz.

T. pellucida (Dill. Hedw.). In feuchten Wäldern, an Baumwurzeln und morschen Strünken, ziemlich häufig. Bremgartenwald u. s. w.

Fam. 12. Encalyptaceæ.

Encalypta.

E. vulgaris (L. Hedw.). An Mauern, Hohlwegen, hin und wieder.

E. ciliata (Hedw.). Auf Felsblöcken am Bantiger.

E. streptocarpa (Hedw.). An schattigen Mauern, an Wald-
rändern, gemein, aber meist steril. Mit Früchten
im Bremgartenwald und Schwarzwasserthal.

Fam. 13. Orthotrichaceæ.

Orthotrichum.

a. *Uloa* Schp. Coroll.

O. Ludwigii (Schwægr. Brid.). An Waldbäumen, beson-
ders an jungen Tannen und Eichen, stellenweise
häufig. Bremgartenwald am Weg zum Glasbrun-
nen. Könizbergwald.

O. coarctatum (Beauv.). Wie voriges und öfters damit
gemischt. Bremgartenwald.

O. crispum (Hedw.). An Wald- und Feldbäumen, be-
sonders an Zweigen, häufig.

O. crispulum (Brid.). Wie voriges.

b. *Orthotrichum* Schp. Coroll.

O. cupulatum (Hoffm.). An Felsblöcken am Bantiger.
(Bamberger.)

O. anomalum (Hedw.). An Steinen und Mauern, seltener
an Baumstämmen, nicht selten.

O. obtusifolium (Schrad.). An Feldbäumen, gemein.

O. pumilum (Schwægr.). An Feldbäumen, hin und wieder.

O. tenellum (Bruch). An Baumstämmen bei der Neu-
brücke. (Bamberger.)

O. patens (Bruch). An Feld- und Waldbäumen, nicht
selten. Bremgartenwald.

O. affine (Schrad.). An Feld- und Waldbäumen, hin und
wieder, seltener an Steinen.

- O. fastigiatum* (Bruch). An Feldebäumen, besonders an Nussbäumen und Pappeln. Bei Bolligen. (Bamberger.)
- O. speciosum* (Nees). An Feld- und Waldebäumen, nicht selten.
- O. rupestre* (Schleich.). An Steinen hin und wieder. (Bamberger.)
- O. diaphanum* (Schräd.). An Feldebäumen und Sträuchern.
- O. leiocarpum* (Br. et Schp.). An Feld- und Waldebäumen, seltener an Steinen.
- O. Lyellii* (Hook). An Sträuchern am Aarufer. (Bamberger.)

Fam. 14. Grimmiaceæ.

Grimmia.

- G. apocarpa* (Hedw.). (*Schistidium* Br. et Schp. *Bryol. eur.*) An Steinen und Felsblöcken überall. (Sehr veränderlich.)
- G. pulvinata* (Dill. Hook). An Mauern und Steinen, auf Dächern, gemein.
- G. ovata* (Web. et Mohr). An Felsblöcken am Bantiger. (Bamberger.)

Racomitrium.

- R. canescens* (Dill. Brid.). Auf dürrem, unfruchtbarem Boden, an Abhängen, in lichten Wäldern, gemein.

Fam. 15. Hedwigiaceæ.

Hedwigia.

- H. ciliata* (Dicks. Hedw.). An waldigen Abhängen, auf Granitblöcken. Dentenberg. Bantiger.

Fam. 16. Funariaceæ.

Physcomitrium.

P. pyriforme (Dill. Br. et Schp.). Auf feuchter Erde, auf Aeckern und in Gärten, häufig.

Entosthodon.

E. fascicularis (Hedw. Schp.). Auf feuchter Erde, an Gräben, hin und wieder. Belpmoos am Gürbenkanal.

Funaria.

F. hygrometrica (L. Schreb). An Mauern und Sandsteinfelsen, auf Schutt, auf Torfmooren, in trocknen Wäldern besonders in der Nähe von Brandstätten, gemein.

Fam. 17. Bryaceæ.

Bryum.

a. *Leptobryum* Schp. Coroll.

B. pyriforme (Hedw. Bryol. eur.). An Nagelfluhblöcken im Bremgartenwald, selten. (Bamberger.)

b. *Webera* Schp. Coroll.

B. elongatum (Dicks. Bryol. eur.). An waldigen Abhängen an der Aar. (Bamberger.)

B. nutans (Schreb. Bryol. eur.). Auf Torf- und Haideboden nicht selten. Gümligenmoos. Könizbergwald.

B. carneum (L. Bryol. eur.). Auf Lehmboden in Schluchten hin und wieder. Am Gäbelbach bei Bümpliz.

B. albicans (Wahlenb.). (*B. Wahlenbergii*. Schwægr. Bryol. eur.) Auf nassem Sand- oder Lehmboden, an Waldrändern, in Schluchten, häufig, doch meist steril.

c. *Bryum* Schp. Coroll.

- B. pendulum* (Hornsch. Schp.). (*B. cernuum*. Bryol. eur.).
Auf feuchtem Kiesboden, selten. (Bamberger.)
- B. intermedium* (Web. et Mohr. Brid.). Auf feuchtem
Sandboden und an Felsen, ziemlich selten. Neu-
brücke bei Bern. (Bamberger.)
- B. binum* (Schreb.). In Sümpfen und Torfmooren. Güm-
ligenmoos u. s. w.
- B. pallescens* (Schwægr.). An Sandsteinfelsen und san-
digen Abhängen hin und wieder. Belpberg. Ul-
mizberg.
- B. versicolor* (A. Braun). Auf feuchtem Sandboden, an
Ufern. An der Aar unterhalb der Elfenau u. s. w.
- B. caespiticium* (L.). Auf Erde, an Mauern und Felsen,
gemein.
- B. argenteum* (L.). Auf Sandboden, an Wegen, auf
Mauern, gemein.
- B. capillare* (Hedw.). In Wäldern, an Baumstrünken
und Wurzeln hin und wieder. Elfenaupark u. a. O.
- B. roseum* (L. Schreb.). In schattigen Wäldern, an Bä-
chen und Quellen nicht selten, aber meist steril.
Reichlich fruktificirend im Bremgartenwald am
Glasbrunnen.
- B. pseudotriquetrum* (Schwægr.). Auf nassem Tuffboden
an der Aar, bei Reichenbach und Neubrücke.
Schwarzwasserthal.
- B. pallens* (Swartz). Häufig an feuchten Sandsteinfelsen
im Schwarzwasserthal und in Schluchten beim
Laufenbad am Bantiger.
- B. turbinatum* (Hedw.). An feuchten Abhängen, an Bä-
chen hin und wieder. An der Aar gegenüber
Bremgarten u. a. O.

Mnium.

M. cuspidatum (Hedw.). In Wäldern, auf feuchter Erde, an Baumstrünken hin und wieder.

M. undulatum (Dill. Hedw.). Auf feuchter, schattiger Erde, in Wäldern und Gebüsch, gemein.

M. rostratum (Dill. Schwægr.). Auf feuchter Erde, in Wäldern hin und wieder.

M. serratum (Brid.). In feuchten Wäldern, selten. Bremgartenwald unweit der Neubrücke.

M. stellare (L. Hedw.). In Wäldern hin und wieder.

M. punctatum (L. Hedw.). In feuchten Wäldern, an Quellen und Bächen stellenweise häufig. Am Glasbrunnen, am Gurten ob Wabern u. a. O.

Aulacomnium.

A. palustre (Dill. Schwægr.). In Sumpf- und Torfmooren gemein, doch selten mit Frucht.

A. androgynum (Schwægr.). In schattigen Wäldern, an alten Baumstrünken, auf Torfmooren hin und wieder; selten mit Früchten.

Fam. 18. Meesiaceæ.

Meesia.

M. uliginosa (L. Hedw.). An feuchten Felsen im Schwarzwasserthal.

M. tristicha (Funk. Br. et Schp.). In Sümpfen und Torfmooren. Gümligenmoos. Torfmoos bei Zimmerwald u. a. O.

Fam. 19. Bartramiaceæ.

Bartramia.

B. ithyphylla (Brid.). In lichten Wäldern, an Hohlwegen, auf Nagelfluhblöcken, hin und wieder.

B. pomiformis (L. Hedw.). (*B. crispa* Swartz.) An feuchten Felsen, in Schluchten und an Hohlwegen ziemlich häufig. Schwarzwasserthäl. Bantiger. Solrütewald bei Köniz u. a. O.

B. Halleriana (Hedw.). An feuchten Felsen, in Schluchten und an Hohlwegen. Schwarzwasserthal. Längenberg ob Kehrsatz.

B. Oederi (Swartz). An feuchten Sandsteinfelsen, an Nagelfluhblöcken ziemlich häufig. Bremgartenwald u. a. O.

Philonotis.

P. fontana (L. Brid.). (*Bartramia* Swartz.) An Bächen und Quellen hin und wieder.

P. calcarea (Br. et Schp.). (*Bartramia*.)

Fam. 20. Timmiaceæ.

Timmia.

T. megapolitana (Hedw.). An Nagelfluhblöcken im Bremgartenwald.

Fam. 21. Polytrichaceæ.

Atrichum.

A. undulatum (L. P. Beauv.) (*Catharinea* Web. et Mohr.) In Wäldern und Gebüschern überall.

Pogonatum.

P. aloides (Dill. Brid.). (*Polytrichum* Hedw.) An lehmigen Abhängen, an Hohlwegen, gemein.

P. urnigerum (Brid.). (*Polytrichum* L.) An feuchten, sandigen, oder lehmigen Abhängen, stellenweise häufig. Bremgartenwald bei der Eymatt. Längenberg. Bantiger. Burgdorf u. a. O.

Polytrichum.

P. formosum (Hedw.). In mässig feuchten Wäldern sehr häufig. Bremgartenwald u. s. w.

P. gracile (Menz). In Torfmooren; häufig im Gümligenmoos.

P. piliferum (L. Schreb.). Auf Heideboden, an Waldrändern, Hohlwegen, stellenweise häufig. Bremgartenwald unweit der Karlsruhe. Solrütiwald bei Köniz.

P. juniperinum (Dill. Hedw.). An dünnen Abhängen, auf Waldschlägen, Haideplätzen ziemlich häufig.

P. strictum (Hedw.). In Torfmooren. Gümligenmoos.

P. commune (L.). In feuchten Wäldern stellenweise häufig.

Fam. 22. Buxbaumiaceæ.

Diphyscium.

D. foliosum (Web. et Mohr). In Wäldern, an Gräben und Hohlwegen, gemein.

B. Musci pleurocarpi.

Fam. 23. Fontinalaceæ.

Fontinalis.

F. antipyretica (L.). An Steinen in Bächen und Flüssen gemein, aber selten mit Frucht.

Fam. 24. Neckeraceæ.

Neckera.

N. pennata (Dill. Hedw.). In Wäldern, besonders an alten Buchenstämmen, sehr häufig und reichlich fructificirend.

N. crispa (Dill. Hedw.). In Wäldern und Schluchten, an Felsen, auf Erde und am Grunde alter Stämme

stellenweise häufig. Bremgartenwald an Abhängen an der Aar. Bantiger. Schwarzwasserthal. An letztem Orte mit Früchten.

N. complanata (L. Schp.). (*Leskea Hedw.*) An alten Stämmen und Wurzeln häufig. Bremgartenwald. u. s. w.

Omalia.

O. trichomanoides (Dill. Br. et Schp.) (*Leskea Hedw.*) In Wäldern, am Grunde alter Stämme und an Baumstrünken, ziemlich häufig.

Fam. 25. Fabroniaceæ.

Anacamptodon.

A. splachnoides (Fröl. Brid.) An Buchenstämmen besonders in Astlöchern oder im Winkel grösserer Aeste, selten. Von Hrn. Dr. Schimper im Bremgartenwalde gefunden.

Fam. 26. Orthotheciaceæ.

Pylaisæa.

P. polyantha (Dill. Schp.). (*Leskea Hedw.*) In lichten Wäldern und an Feldbäumen, besonders am Grunde alter Stämme, gemein.

Homalothecium.

H. sericeum (Dill. Schp.). (*Leskea Hedw.*) In Hecken, an Feldbäumen und Mauern, überall.

Orthothecium.

O. rufescens (Dicks. Schp.). (*Hypnum Dicks.*) An feuchten Sandsteinfelsen im Schwarzwasserthal.

Platygyrium.

P. repens (Schwægr. Schp.) (*Leptohymerium Hampe.*) In lichten Wäldern, besonders an alten Stämmen hin und wieder. Bremgartenwald.

Cylindrothecium.

C. Montagnei (La Pyl. Schp.). An schattigen Mauern hin und wieder, doch immer steril.

Pterigynandrum.

P. filiforme (Hedw.) (*Leptohymenium Hartm.*) An alten Bäumen, besonders Buchen, nicht selten. Bremgartenwald.

Climacium.

C. dendroides (Dill. Web. et Mohr.). In nassen Wiesen, an Bächen und Sumpfgräben, gemein, doch ziemlich selten mit Früchten.

Fam. 27. Leucodontaceæ.

Leucodon.

L. sciuroides (Dill. Schwægr.). An alten Stämmen, besonders an Feldbäumen, überall, doch meist steril. Mit Früchten im Bremgartenwald, Gurtenthal.

Antitrichia.

A. curtispindula (Dill. Brid.) (*Anomodon Hook et Tayl.*) In Wäldern und Gebüsch, besonders an Stämmen und Aesten, sehr häufig, aber meist steril. Mit Früchten im Bremgartenwald.

Fam. 28. Leskeaceæ.

Leskea.

L. polycarpa (Hedw.). Am Grunde alter Stämme nicht selten.

Anomodon.

A. longifolius (Schl. Hartm.). An Sandsteinfelsen am Bantiger (Bamberger).

A. attenuatus (Hedw. Hartm.). In Schluchten am Bantiger (Bamberger).

- A. viticulosus* (Hook et Tayl.). An Bäumen und Steinen, in lichten Wäldern und Hecken, überall, doch nicht häufig mit Früchten.

Fam. 29. Hypno-Leskeaceæ.

Heterocladium.

- H. dimorphum* (Schp.). (*Hypnum* Brid.) Auf Sandboden oder an Baumwurzeln am Bantiger (Bamberger).

Thuidium.

- T. tamariscinum* (Schp.). (*Hypnum* Hedw.) In feuchten Wäldern an alten Stämmen und Wurzeln, gemein.
- T. delicatulum* (Schp.). (*Hypnum* L. *H. recognitum* Hedw.) In Wäldern auf Erde, an Baumwurzeln, hin und wieder, doch meist steril.
- T. abietinum* (Schp.). (*Hypnum* L.) An Waldrändern und Wegen, auf Haiden, gemein, doch nur steril.

Fam. 30 Hypnaceæ.

Hypnum.

I. Plagiothecium Schpr.

- H. silesiacum* (P. Beauv.). In schattigen Wäldern an morschen Baumstrünken, nicht selten. Bremgartenwald u. s. w.
- H. denticulatum* (Dill. L.). An Baumstrünken, auf Erde und Wurzeln, hin und wieder.

II. Rhynchostegium Schpr.

- H. tenellum* (Dicks.). An Steinen im Bremgartenwald.
- H. Borreri* (*Rhynchostegium* Schp. mnscri.) (*Hypnum elegans* Hook.) In mässig feuchten Wäldern auf Erde, an Hohlwegen, stellenweise häufig, doch immer steril. Hühnlwald bei Allmendingen. Solrütiwald bei Köniz.

H. confertum (Dicks.). An feuchten Steinen und Baumwurzeln im Bremgartenwald (Bamberger).

H. murale (Hedw.). An feuchten, schattigen Mauern und Steinen, auf Erde, gemein.

H. rusciforme (Dill. Brid.). In Bächen an Steinen und Holz, ziemlich häufig.

III. *Thamnium* Schpr.

H. alopecurum (L. Hedw.). In Wäldern und Schluchten, an nassen Felsen hin und wieder.

IV. *Eurhynchium* Schpr.

H. strigosum (Hoffm.). In schattigen Wäldern am Grunde alter Stämme, hin und wieder. Bantiger.

H. striatum (Schreb.). (*H. longirostre* Ehrh.) In feuchten Wäldern und Gebüsch, auf Erde und an Baumstrünken, gemein.

H. prælongum (L.). In Wäldern, Gebüsch und Hecken; auf Erde und an faulendem Holz, ziemlich verbreitet.

V. *Isothecium* Schpr.

H. myurum (Brid.). (*H. curvatum* Swartz.) In Wäldern, besonders am Grunde alter Stämme, sehr häufig.

VI. *Brachythecium* Schpr.

H. populeum (Hedw.). In Wäldern, an feuchten Steinen; auf Erde und an Baumstämmen, häufig.

H. velutinum (L.). An feuchten, schattigen Stellen, Mauern und Stämmen, meist auf Erde, ziemlich häufig. Bremgartenwald.

H. Starkii (Brid.). Im Bremgartenwald (Bamberger).

H. rutabulum (L.). An Mauern und Steinen, auf Erde, sehr gemein.

H. salebrosum (Hoffm.). Auf Erde und an feuchten Felsen, gemein.

H. glareosum (Br. et Schp.). Auf Sand- und Kiesboden, an Wegen und in Steinbrüchen nicht selten.

VII. *Camptothecium* Schpr.

H. lutescens (Dill). An Mauern, Feldbäumen und in Hecken, überall.

VIII. *Amblystegium* Schpr.

H. subtile (Hoffm.). (*Leskea Hedw.*) An alten Buchenstämmen, häufig.

H. confervoides (Brid.). An Nagelfluhblöcken im Bremgartenwald.

H. serpens (Dill. Hedw.). An Steinen und alten Stämmen, häufig.

H. irriguum (Schp.). (*A. fluviatile Bryol. eur.*) In Bächen, an nassen Steinen hin und wieder. Kehrsatz u. s. w.

IX. *Limnobium* Schpr.

H. palustre (L.). An Bächen, an nassem Holz und Steinen, an feuchten Sandsteinfelsen hin und wieder. Bantiger beim Laufenbad. Bremgartenwald.

X. *Hypnum* Schpr.

H. Sommerfeltii (Myr. Schp.). An feuchtem Holzwerke zwischen andern Moosen im Bremgartenwald bei der Karlsruhe.

H. polymorphum (Hedw. Hook et Tayl.) An feuchten Felsen und auf Lehmboden, hin und wieder. Bremgartenwald. Bantiger.

H. stellatum (Schreb.). An sumpfigen Stellen, auf Wiesen und in Wäldern, ziemlich verbreitet.

- H. cupressiforme* (L.). In Wäldern, auf Erde und Steinen, an Baumstämmen überall häufig und in zahlreichen Formen.
- H. molluscum* (Dill. Hedw.). In Wäldern, auf Erde und Steinen sehr häufig.
- H. crista castrensis* (L.). In feuchten Wäldern, stellenweise häufig, doch ziemlich selten mit Früchten. Bremgartenwald. Längenberg. Solrütivald bei Köniz.
- H. uncinatum* (Hedw.). An Steinen und Baumstrünken, selten. Schwarzwasserthal (Bamberger).
- H. fluitans* (L.). In Gräben und Teichen gemein, doch selten mit Frucht.
- H. aduncum* (Hedw.). Häufig in Sümpfen und Torfmooren. Gümligenmoos u. s. w.
- H. commutatum* (Hedw.). An Quellen und Bächen, besonders auf Tuffboden. Bremgartenwald an der Aar. Längenberg u. a. O.
- H. filicinum* (L.). Wie vorige, doch etwas seltener. Bremgartenwald. Gurtenthal.
- H. rugosum* (Dill. Ehrh.). An dünnen Abhängen, auf Haideboden, an Waldrändern häufig, doch immer steril.
- H. scorpioides* (L.). In Sumpfgräben hin und wieder. Belpmoos bei Selhofen.
- H. trifarium* (Web. et Mohr.). In tiefen Gräben auf Torfmooren; ziemlich häufig im Gümligenmoos, doch nur steril.
- H. cuspidatum* (Dill. L.). Auf nassen Wiesen, an Gräben und Bächen, gemein.
- H. Schreberi* (Willd.). In Wäldern, an Hecken und Waldrändern, sehr häufig.

H. purum (L.). Auf feuchten Grasplätzen, an Wald-
rändern und Hecken, gemein.

H. nitens (Schreb.) Auf Sumpfwiesen und Torfmooren
selten mit Frucht. Gümligenmoos.

XI. *Hylocomium* Schpr..

H. splendens (Dill. Hedw.). In Nadelwäldern, besonders
an feuchten Stellen, sehr häufig, und strecken-
weise ausschliesslich den Boden bedeckend.

H. brevirostrum (Ehrh.). In feuchten Wäldern an Baum-
strünken nicht selten.

H. squarrosum (L.). Auf schattigen, feuchten Gras-
plätzen, besonders an Waldrändern, sehr häufig,
doch nur steril.

H. triquetrum (L.). In Nadelholzwäldern überall sehr
häufig, an trockenern Stellen den Hauptbestand-
theil der Moosdecke des Bodens bildend; selten
mit Früchten.

Class. III. FILICES.

Ord. 1. Polypodiaceæ.

Polypodium.

P. vulgare (L.). Auf Molassefelsen in Wäldern und
Schluchten, selten. Bremgartenwald bei der Ey-
matt. Ulmizberg.

P. Phegopteris (L.). An Mauern, in Hohlwegen, nicht
selten.

P. calcareum (Smith). (*P. Robertianum* Hoffm.) An schat-
tigen Mauern, Felsen, in Hohlwegen, gemein.

P. Dryopteris (L.). In Wäldern hin und wieder.

Pteris.

P. aquilina (L.). In lichten Wäldern, auf Haideplätzen
gemein. Selten mit ausgebildeten Früchten.

Blechnum.

B. Spicant (Roth). (*B. boreale Swartz.*) In Bergwäldern.
selten in der Ebene. Längenberg. Ulmizberg.

Asplenium.

A. Ruta muraria (L.). An Mauern und Felsen, überall.

A. Trichomanes (L.). Ebenso.

A. viride (Huds.). An feuchten Abhängen, in Schluch-
ten. Bremgartenwald an Abstürzen gegen die Aar;
häufig im Schwarzwasserthal.

(Anm. *A. septentrionale (Swartz)* von Haller
auf einem Granitblock am Gurten gefunden, kommt
dasselbst nicht mehr vor.)

Cystopteris.

C. fragilis (Bernh.). An schattigen Mauern und Felsen,
an Hohlwegen, gemein. — Sehr formenreich.

Aspidium.

A. Filix femina (Swartz). (*Asplenium Bernh.*) In feuch-
ten Wäldern, ziemlich häufig.

A. Filix mas (Swartz). (*Polystichum Roth.*) In Wäldern
gemein.

A. spinulosum (Döll). (*Polystichum Koch.*) In Wäldern,
auf Torfmooren ziemlich häufig.

A. Oreopteris (Swartz). Im Grauholz (Müller).

A. Thelypteris (Swartz). (*Polystichum Roth.*) Auf Sumpf-
wiesen und Torfmooren; häufig im Gümligenmoos.

A. aculeatum (Döll.). (*A. lobatum* Swartz.) In feuchten Wäldern und Schluchten. Bremgartenwald an felsigen Abhängen an der Aar. Ulmizberg.

Ord. 2. Ophioglosseæ.

Ophioglossum.

O. vulgatum (L.). Auf Sumpfwiesen, selten. Belpmoos. (In neuerer Zeit nicht wieder gefunden.)

Botrychium.

B. Lunaria (Swartz.). An Sandsteinfelsen an der Aar gegenüber Wohlen; an sandigen Abhängen bei Burgdorf. Auf Weideplätzen bei Gasel. Im Ganzen selten.

Class. IV. EQUISETACEÆ.

Equisetum.

E. arvense (L.). Auf Aeckern, an Wegen, Ufern, besonders auf Lehmboden, überall.

E. Telmateja (Ehrh.). (*E. eburneum* Roth.) Auf Lehmboden in Wäldern, an feuchten Abhängen, an Flüssen und Bächen, häufig.

E. sylvaticum (L.). In feuchten Wäldern, stellenweise häufig. Bremgartenwald.

E. palustre (L.). Auf sumpfigen Wiesen, an Ufern und Gräben, gemein. — Sehr veränderlich.

E. limosum (L.). In Sumpfgräben und Teichen. Egelmoos. Gümligenmoos u. s. w.

E. hyemale (L.). In Wäldern und Schluchten, hin und wieder. Bremgartenwald an mehreren Stellen. Solrütivald u. a. O. — Selten mit Frucht.

E. variegatum (Schl.). Auf nassen, sandigen Wiesen, an Ufern, ziemlich häufig.

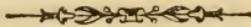
Class. V. LYCOPODIACEÆ.

Lycopodium.

L. Selago (L.). In feuchten Wäldern und Schluchten, ziemlich selten. Solrütivald bei Köniz. Schwarzwasserthal.

L. annotinum (L.). In moosigen Nadelwäldern hin und wieder. Grauholz. Solrütivald.

Anm. *L. clavatum* (L.) von Haller im Löhrmoos gefunden, scheint daselbst nicht mehr vorzukommen.



Verzeichniss der für die Bibliothek der Schweiz. Naturf. Gesellschaft eingegangenen Geschenke.

Von der Tit. Redaktion.

Gemeinnützige Wochenschrift von Würzburg. Jahrgang, 1857, Nr. 99 — 52. 8^o.

Von der Akademie in München.

1. Abhandlungen. Band VIII, 1. München 1857. 4^o.
2. Gelehrte Anzeigen Band 42 — 44. München 1856 u. 1857. 4^o.

3. Annalen der Königl. Sternwarte bei München. Band IX. München 1857. 8^o.
4. Lamont, Magnetische Ortsbestimmungen. II. Theil. München 1856. 8^o.
5. Jolly, Ueber die Physik der Molekularkräfte. München 1857. 4^o.
6. v. Hermann, Ueber den Anbau und Ertrag des Bodens im Königreich Bayern. Erste Abth. München 1857. 4.

Von der Smithsonian Institution.

Contributions to Knowledge. Vol. IX. Washington 1857. 4^o.

Von der Philosophical Society of Cambridge.

Transactions. Vol. IX, 4. Cambridge 1856. 4^o.

Von der Academy of Science of St.-Louis.

Transactions. Vol. I, 1. St.-Louis 1857. 8^o.

Von der Academy of Natural Sciences at Philadelphia.

Act of Incorporation and By-laws. Philadelphia 1857. 8^o.

Von Professor A. D. Bache.

Report of the superintendent of Coast Survey for 1855. Washington 1856. 8^o.

Von den Herren Verfassern.

1. Demme: Hermann, Ueber die Veränderungen der Gewebe durch Brand. Frankfurt a. M. 1857. 8^o.
2. Schweizerische Zeitschrift für Pharmacie. Jahrg. 1858. Nr. 2.

Von der Michigan State Agricultural Society.

Transactions. Vol. VII. Lansing 1856. 8^o.

Von der Ohio State Agricultural Society.

Annual Report for 1850 — 1855. 3 vol. Columbus 1852—1855. 8^o.

Von Herrn Dr. L. Fischer.

1. Schübler und Martius, Flora von Württemberg. Tübingen 1834. 8^o.
2. Persoon, Die essbaren Schwämme. Heidelberg 1822. 8.
3. Andersson, Cyperaceæ Scandinaviæ. Cun tab. Holmiæ 1849. 8^o.

Von den Herren Verfassern.

Atlantis, register of literature and sciences. No. 1. Jan. 1858. London. 8^o.

Von der physikal.-medic. Gesellschaft in Würzburg.

Verhandlungen. Band VIII. Heft 3. Würzburg 1858. 8^o.

Von den Herren Verfassern.

1. Dr. Wirtgen, Rheinische Reise flora. Coblenz 1857. 12^o.
2. Favre, Observations relatives aux lettres sur la constitution géologique de quelques parties de la Savoie, adressées par A. Sismonda à Elie de Beaumont.
3. Favre, Notice sur la géologie des bases de la montagne du Mole en Savoie. 8^o.

De la société des sciences naturelles de Cherbourg.

1. Mémoires. Tome IV. Paris 1856. 8^o.
2. Le Jolis, Examen des espèces confondues sous le nom de *Laminaria digitata* Auct. Cherbourg 1855. 8^o.
3. Le Jolis, Observations sur les *Ulex* des environs de Cherbourg. Cherbourg 1853. 8^o.
4. Le Jolis, Remarques sur la nomenclature générique des Algues. 8^o.

Von dem niederösterreichischen Gewerbeverein in Wien :

Verhandlungen und Mittheilungen. Heft 10. Wien 1858. 8^o.

Von der königl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften.

1. Berichte. 1856 II. 1857 I. Leipzig 1857. 8^o.
2. Hofmeister, Beiträge zur Kenntniss der Gefässkryptogamen. II. Leipzig 1857. 8^o.
3. Henkel, Elektrische Untersuchungen. I. II. Leipzig 1857. 8^o.
4. Hansen, Berechnung der absoluten Störungen der kleinen Planeten. II. Leipzig 1857. 8^o.

De la société vaudoise des sciences naturelles :

Bulletin. Tome V. No. 42. Lausanne 1858. 8^o.

Von der Gesellschaft „Pollichia“ in der Rheinpfalz.

Fünfzehnter Jahresbericht. Landau 1857. 8^o.

Von dem niederösterreichischen Gewerbeverein in Wien.

Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1858. Heft I. Wien 1858. 8^o.

Von Herrn Prof. Wydler in Bern.

1. Burmeister, Geschichte der Schöpfung. Leipzig 1843. 8^o.
2. Geologische Bilder zur Geschichte der Erde und ihrer Bewohner. 2 Bde. Leipzig 1851 — 1853.

Von Herrn Professor Wolf.

1. Abriss der Mechanik von J. W. Deschwenden. Zürich 1848. 8^o.
2. Die Lehre von den Transversalen von C. Adams.

Von den Herren Verfassern.

1. Wolf, Mittheilungen über die Sonnenflecken. IV und VI.
2. Wartmann, Elie, Sur l'éclairage électrique.

Von der naturforschenden Gesellschaft in Zürich:

Vierteljahrsschrift. Jahrg. III, Heft 1. Zürich 1858. 8^o.

Von den Tit Redaktionen:

1. Schweizerische Zeitschrift für Pharmacie. Nr. 5. Schaffhausen 1858. 8^o.
2. Gemeinnützige Wochenschrift von Würzburg 1858. Nr. 10 bis 13. 8^o.

De Madame Thurmann à Porrentruy.

Thurmann, Essai d'orographie jurassique. 1856. 4^o.

Von Herrn Dr. L. Fischer.

Fischer, Verzeichniss der in Berns Umgebungen vorkommenden kryptogamischen Pflanzen. 1858. 8^o.

Von der holländischen Gesellschaft der Wissenschaften in Harlem.

Verhandelingen. Deel I, II, III, IV, V 1, VIII, XII, XIII. Harlem 1841 — 1857. 4^o.

Von der Tit. Redaktion.

Giebel und Heintz, Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. 10ter Band. Berlin 1857. 8^o.

Von der deutschen geologischen Gesellschaft.

Zeitschrift. Band IX, 3. Berlin 1857. 8^o.

De l'académie impériale de Bordeaux.

Actes. 1856. 4me trimestre. Bordeaux 1856. 8^o.

Von der physikal. Gesellschaft in Berlin:

Die Fortschritte der Physik im Jahr 1855. Abth. I, enthaltend: Allgemeine Physik. Akustik, Optik und Wärmelehre. Berlin 1855. 8^o.

Von Herrn Prof. B. Studer.

Poinsot, Éléments de statique. 5me éd. Paris 1830. 8^o.

Hermann Kinkelin.

Ueber Convergenz unendlicher Reihen.

(Vorgetragen am 13. Februar 1858.)

I.

Der nachstehende Aufsatz enthält:

- 1) Eine elementare Ableitung und theilweise Verallgemeinerung der von Morgan und Bertrand aufgestellten Kriterien für die Convergenz unendlicher einfacher Reihen.
- 2) Die Anwendung derselben auf die Beurtheilung einfacher bestimmter Integrale.
- 3) Kriterien für die Convergenz mehrfacher Reihen.

II.

Jede unendliche Reihe, deren Convergenz streitig ist, lässt sich auf eine Reihe

$$1) \quad \Sigma u_x = u_1 + u_2 + u_3 + \dots \text{ in inf.}$$

zurückführen, deren Glieder sämmtlich positiv sind und in's Unendliche abnehmen. Sei ferner u_x eine continuirliche Funktion von x , in der Weise, dass wenn α eine positive Grösse < 1 bezeichnet, $u_{x+\alpha}$ nicht unendlichmal grösser als u_x und u_{x+1} ist, so convergirt oder divergirt obige Reihe simultan mit

$$\Sigma a_x u_x = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots \text{ in inf.},$$

wo a_1, a_2, \dots sämmtlich endliche Grössen > 0 bezeichnen, oder mit

$$2) \quad \Sigma v_x = v_1 + v_2 + v_3 + \dots \text{ in inf.},$$

wo v_x so beschaffen ist, dass man u_x daraus durch Multiplication mit einer endlichen Grösse > 0 erhält; und ebenso mit

$$3) \quad \Sigma u_\alpha = u_\alpha + u_\beta + u_\gamma + \dots \text{ in inf.,} \\ \text{wo } \alpha < 1 < \beta < 2 < \gamma < 3 \dots$$

Dieses vorausgesetzt, sei m eine beliebige ganze Zahl, so wird gleichzeitige Convergenz oder Divergenz stattfinden mit

$$\Sigma m^x u_{m^x} = m u_m + m^2 u_{m^2} + m^3 u_{m^3} + \dots \text{ in inf.}$$

die wegen 3) auch noch gelten wird, wenn m überhaupt eine positive Zahl > 1 ist; also auch mit

$$4) \quad \Sigma e^x u_{e^x} = e u_e + e^2 u_{e^2} + e^3 u_{e^3} + \dots \text{ in inf.}$$

In ähnlicher Weise wird auch gezeigt, dass diess geschieht mit der Reihe $\Sigma \{x^\alpha - (x-1)^\alpha\} u_{x^\alpha}$, oder mit

$$5) \quad \Sigma x^{\alpha-1} u_{x^\alpha} = 1^{\alpha-1} u_{1^\alpha} + 2^{\alpha-1} u_{2^\alpha} + \dots \text{ in inf.,}$$

wo α eine beliebige positive Zahl > 1 .

Mit Hülfe von 3), 4) und 5) können aus u_x alle Logarithmen und gebrochenen Exponenten von x weggeschafft werden. Diesem nach kann die Reihe 1) zur Beurtheilung ihrer Convergenz immer so reduziert werden, dass alle ihre Glieder positiv sind, in's Unendliche abnehmen, und von allen endlich bleibenden Faktoren, worunter auch die periodisch wiederkehrenden, wie $\text{Sin. } ax$, $\text{Cos. } ax$ verstanden werden, befreit sind. Alsdann folgt, dass 1) und 2) simultan convergiren und divergiren, sobald

$$6) \quad \text{Lim. } u_x = \text{Lim. } u_x, \quad x = k,$$

wobei k hier, wie im folgenden, immer eine unendlich wachsende positive Zahl vorstellen soll.

Vermöge dieses Satzes kann nun die Convergenz oder Divergenz der Reihe 1) abhängig gemacht werden von der Convergenz oder Divergenz einer Reihe 2), deren Algorithmus ein einfacherer ist.

Es sei erstens

$$\Sigma v_x = \frac{1}{a^1} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \dots \text{ in inf.}$$

Die Summe dieser Reihe bis zu dem Gliede v_k ist $\frac{a^k - 1}{a^k(a-1)}$, und die Grenzen dieser Summe geben

$$\Sigma v_x = \frac{1}{a-1} \quad , \quad \text{wenn } a > 1,$$

$$\Sigma v_x = \infty \quad , \quad \text{wenn } a \leq 1.$$

Ist somit, wenn das Grenzzeichen Kürze halber weggelassen wird:

$$u_k = \frac{1}{a^k} \text{ oder}$$

$$7) \quad \frac{-1 \cdot u_k}{k} = \ln a, \text{ so ist,}$$

$$\text{wenn } a > 1 \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Conv.} \\ \text{Div.} \end{array} \right. \quad a \leq 1.$$

Es kann nun der Fall eintreten, dass a nicht entschieden > 1 , sondern nur unendlich wenig von 1 verschieden ist, und dann bleibt die Convergenz unentschieden. Es sei für diesen Fall $a = 1 + \frac{\alpha}{k}$, wo α positiv ist, so wird

$$a^k = \left(1 + \frac{\alpha}{k}\right)^k = e^\alpha;$$

damit diess unendlich werde, muss α mit k in's Unendliche wachsen, so aber doch immer

$$\left(1 + \frac{\alpha}{k}\right)^k < e^k,$$

da der Fall, wo diess $\geq e^k$ ist, schon behandelt wurde. Es sei z. B. $\alpha = \varepsilon x^\beta$, wo $\beta < 1$ und ε beliebig endlich, so wird

$$a^k = \left(1 + \frac{\varepsilon}{k^{1-\beta}}\right)^k = b^{k^\beta} \quad (b = e^\varepsilon);$$

hier kann nun mit Hülfe der Beziehung 5) der Exponent von k ganz gemacht, und die Convergenz der Reihe nach 7) beurtheilt werden, wobei man findet, dass

$\Sigma \frac{1}{b^{k^\beta}}$ convergirt oder divergirt, je nachdem resp. $b > 1$ oder ≤ 1 ist, so dass nun die Convergenzregel 7) allgemein so ausgesprochen werden kann:

Die Reihe Σu_x convergirt, wenn bei der Annahme

$$8) \quad \frac{-1 \cdot u_k}{k^\beta} = \varepsilon,$$

es einen positiven Werth von $\beta > 0$ gibt, der $\varepsilon > 0$ macht; im entgegengesetzten Fall divergirt sie.

Man könnte nun neuerdings für den unentschiedenen Fall, wenn ε nur unendlich wenig > 0 ist, $\varepsilon = 1 + \frac{\varepsilon^1}{k^{1-\gamma}}$ ($\gamma < 1$) setzen, erhielte aber kein Resultat, das nicht schon in 8) enthalten wäre. Dagegen wird die Beantwortung der Frage, ob noch Convergenz sei, wenn es keinen endlichen, wohl aber einen unendlich kleinen Werth von β gibt, der $\varepsilon > 0$ macht, zu neuen Kriterien führen. Damit Convergenz sei, muss k^β jedenfalls noch unendlich wachsen. Man kann setzen:

$$k^\beta = (lk)^\gamma, \text{ also } \alpha = \varepsilon (lk)^\gamma,$$

$$a^k = \left\{ 1 + \frac{\varepsilon (lk)^\gamma}{k} \right\}^k = e^{\varepsilon (lk)^\gamma}.$$

Die Reihe Σv_x ist dann $\Sigma \frac{1}{\varepsilon (lx)^\gamma}$, die wegen 4) simultan mit $\Sigma \frac{1}{\varepsilon x^\gamma - x}$ convergiren. Zur Convergenz dieser letztern Reihe wird erfordert, dass $\gamma \geq 1$ ist, und dann ist wegen 8)

Convergenz.	Div.
für $\gamma > 1$, wenn $\varepsilon > 0$	$\varepsilon \leq 0$,
" $\gamma = 1$, " $\varepsilon > 1$	$\varepsilon \leq 1$.

Setzt man also $u_k = v_k$, und bedenkt, dass die Bedingung für $\gamma > 1$ aus der Bedingung für $\gamma = 1$ erhältlich ist, so hat man folgenden zweiten Convergenzsatz: Die Reihe Σu_x convergirt, wenn bei der Annahme

$$9) \quad \frac{-lu_k}{l_k} = \varepsilon,$$

$\varepsilon > 1$ ist; im entgegengesetzten Falle divergirt sie.

Ist ε von 1 unendlich wenig verschieden, so setze man, in gleicher Weise, wie vorhin, $1 + \frac{\varepsilon ll_k}{l_k}$ für ε , wo abkürzend ll_k für $\log. (\log. k)$ gebraucht wurde. Dann wird

$$\Sigma v_x = \Sigma \frac{1}{e^{lx + \varepsilon ll_x}},$$

die mit $\Sigma \frac{1}{e^{\varepsilon lx}}$ und mit $\Sigma \frac{1}{e^{(\varepsilon-1)x}}$ convergirt (wegen 4), wofür die Convergenzbedingungen die gleichen sind, wie vorhin. Macht man den Uebergang von v_k zu u_k , so ist die Reihe Σu_x convergent, wenn bei der Annahme

$$10) \quad \frac{-1 \cdot (ku_k)}{ll_k} = \varepsilon,$$

$\varepsilon > 1$ ist, im entgegengesetzten Fall divergirt sie.

Ist wieder ε von 1 unendlich wenig verschieden, so setze man $1 + \frac{\varepsilon lll_k}{ll_k}$ für ε , so wird man in gleicher Weise finden, dass die Reihe convergirt, wenn

$$11) \quad \frac{-1 \cdot (klk u_k)}{lll_k} = \varepsilon > 1,$$

und so wird fortgefahen. Bezeichnet man abkürzend

llx mit l_2x , $lllx$ mit l_3x u. s. w.,

so wird also allgemein folgender Satz gelten:

Die Reihe Σu_x convergirt, wenn bei der Annahme

$$12) \quad \frac{-1(klkl_2k \dots l_\mu k \cdot u_k)}{l_{\mu+2}k} = \varepsilon,$$

$\varepsilon > 1$ ist; im entgegengesetzten Fall divergirt sie. Dieses ist der Bertrand'sche Satz. Der Morgan'sche ist daraus herstellbar, wie folgt:

Es ist $\frac{1}{u_k} = klkl_2k \dots l_\mu k (l_{\mu+1}k)^\varepsilon$, also

$$\frac{u_k}{u_{k+1}} = \frac{k+1}{k} \cdot \frac{l(k+1)}{lk} \cdot \frac{l_2(k+1)}{l_2k} \dots \frac{l_\mu(k+1)}{l_\mu k}.$$

Nun ist aber:

$$\frac{k+1}{k} = 1 + \frac{1}{k},$$

$$\frac{l(k+1)}{lk} = 1 + \frac{1}{klk},$$

$$\frac{l_2(k+1)}{l_2k} = 1 + \frac{1}{klkl_2k} \text{ u. s. w., also}$$

$$\frac{u_k}{u_{k+1}} = \left(1 + \frac{1}{k}\right) \left(1 + \frac{1}{klk}\right) \left(1 + \frac{1}{klkl_2k}\right) \dots$$

oder mit Weglassung der höhern Potenzen:

$$13) \quad \frac{u_k}{u_{k+1}} = 1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k|k} + \dots + \frac{1}{k|k|_2 k \dots |_{\mu} k} + \frac{\varepsilon}{k|k|_2 k \dots |_{\mu+1} k},$$

welchem Satz noch die mannigfachsten Formen gegeben werden können. Die Convergenzbedingung bleibt immer, dass $\varepsilon > 1$.

III.

Es sei $f(x)$ eine vom endlichen Argument α an in's Unendliche abnehmende Funktion, so geht aus der Bedeutung eines bestimmten Integrals als Summe sogleich hervor, dass

$$14) \quad \int_{\alpha}^{\infty} f(x) dx \quad \text{mit} \quad \Sigma f(x)$$

simultan convergent und divergent ist. Für die Convergenz eines solchen einfach unendlichen Integrals gelten daher die nämlichen im vorigen Abschnitt entwickelten Kriterien, indem man $u_x = f(x)$ setzt. Ist das Integral dagegen nach beiden Seiten hin unendlich, d. h. ist

$$15) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$$

vorgelegt, so wird man $u_x = f(x) + f(-x)$ setzen. Ist ein Integral

$$16) \quad \int_A^B f(x) dx$$

mit endlichen Grenzen zu untersuchen, das für einen Werth a von x einen unendlichen Werth von $f(a)$ darbietet, so bringt man dasselbe erst auf unendliche Grenzen, und findet dann, dass in den Convergenzsätzen

$$u_x = \frac{1}{x^2} f\left(a \pm \frac{1}{x}\right)$$

zu substituiren ist, wenn a resp. die untere oder obere Grenze des Integrals 16) selbst ist; dagegen

$$u_x = \frac{1}{x^2} \left\{ f\left(a + \frac{1}{x}\right) + f\left(a - \frac{1}{x}\right) \right\},$$

wenn a innerhalb der Integrationsgrenzen liegt. Wenn die Funktion $f(x)$ für mehrere Werthe a_1, a_2, a_3, \dots von x innerhalb der Integrationsgrenzen A und B , sowie für diese selbst unendlich ist, so wird

$$17) u_x = \frac{1}{x^2} \left\{ f\left(A + \frac{1}{x}\right) + f\left(a_1 + \frac{1}{x}\right) + f\left(a_2 + \frac{1}{x}\right) + \dots \right. \\ \left. + f\left(a_1 - \frac{1}{x}\right) + f\left(a_2 - \frac{1}{x}\right) + \dots + f\left(B - \frac{1}{x}\right) \right\};$$

zu substituiren sein.

IV.

Es sei $t(x)$ eine stetige Funktion von x , die sich mit wachsendem x einem endlichen Werthe nähert, der Nullwerth inbegriffen, so ist

$$\int_{\alpha}^k u_x dx = \int_{\alpha}^k \frac{\delta t(x)}{\delta x} dx = t(k) - t(\alpha)$$

immer endlich, also auch

$$\Sigma u_x = \Sigma \frac{\delta t(x)}{\delta x}$$

immer convergent. Ist aber $t(k)$ nicht endlich, so wird auch die Summe divergiren.

Insbesondere sei

$$t(x) = \frac{-1}{(\varepsilon - 1)w^{\varepsilon - 1}},$$

wo w eine Funktion von x bezeichnet, die mit wachsendem x ebenfalls in's Unendliche wächst, so würden

$$\int_{\alpha}^k u_x dx \quad \text{und} \quad \Sigma u_x = \Sigma \frac{1}{w^{\varepsilon}} \frac{\partial w}{\partial x}$$

immer convergiren, wenn $\varepsilon > 1$, dagegen divergiren, wenn $\varepsilon \leq 1$; denn für $\varepsilon = 1$ ist

$$\int_{\alpha}^k u_x dx = \int_{\alpha}^k \frac{1}{w} \frac{\partial w}{\partial x} = lw_k - lw_{\alpha}$$

unendlich. Setzt man $w = l_{\mu}x$, so wird

$$18) \quad \Sigma u_x = \Sigma \frac{1}{x l_x l_{2x} \dots l_{\mu-1}x (l_{\mu}x)^{\varepsilon}},$$

wenn $\varepsilon > 1$ convergiren, | $\varepsilon \leq 1$ divergiren,

woraus die Convergenzsätze in Abschnitt II sofort hervorgehen.

Von den mehrfachen Reihen gelten die nämlichen im Eingang von Abschnitt II für die einfachen Reihen aufgestellten Reductionssätze. Mit Bezug darauf seien

$$19) \quad \Sigma \Sigma u_{x,y} \quad \text{und} \quad 20) \quad \Sigma \Sigma v_{x,y}$$

zwei reduzirte Doppelreihen, so wird die Reihe 20) gleichzeitig mit $\int \int v dx dy$ convergiren und divergiren, wobei k und k' sich resp. auf das unendliche Wachsen von x und y beziehen. Die Reihe 19) wird alsdann gleichzeitig mit 20) convergiren, wenn

20) $\text{im. } u \leq \text{Lim. } v$,
dagegen gleichzeitig divergiren, wenn

21) $\text{Lim. } w > \text{Lim. } v$.

Es sei nun w eine in's Unendliche wachsende Funktion von x und y , und

$$22) \quad v = \frac{\varepsilon}{w^{\varepsilon+1}} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{1}{w^\varepsilon} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

so ist

$$\int \int v \, dx \, dy = \frac{1}{(\varepsilon-1)w^{\varepsilon-1}},$$

wo in w , x und y resp. durch k und k' zu ersetzen sind. Der Werth dieses Integrals ist endlich, wenn $\varepsilon > 1$, d. h. die Reihe $\Sigma \Sigma v$, wo v den in 22) angegebenen Werth hat, ist

23)

convergent,	divergent,
wenn $\varepsilon > 1$,	wenn $\varepsilon \leq 1$,

das erstere unter der Voraussetzung, dass keine der Partialreihen

$$\Sigma v_{x,q} \quad \text{und} \quad \Sigma v_{p,y} \quad \text{divergirt,}$$

wobei p und q beziehungsweise constante Werthe von x und y sind.

Insbesondere sei jetzt $w = l_{\mu+1}x \cdot l_{\mu-1}y$, so wird, reduziert,

$$24) \quad \frac{1}{v} = x \, l_x \, l_2 x \, \dots \, l_\mu x \, (l_{\mu+1}x)^\varepsilon \cdot y \, l_y \, l_2 y \, \dots \, l_\mu y \, (l_{\mu+1}y)^\varepsilon,$$

also

$$\frac{-l\{x \, l_x \, \dots \, l_\mu x \cdot y \, l_y \, \dots \, l_\mu y \cdot v\}}{l_{\mu+2}x + l_{\mu+2}y} = \varepsilon,$$

und es ist daher die Reihe $\Sigma \Sigma v$ mit dem in 24) angegebenen Werth von v ,

wenn

convergent,	divergent,
wenn $\varepsilon > 1$,	wenn $\varepsilon \leq 1$.

Man wird nach einer kurzen Betrachtung mit Hilfe von 20) und 21) finden, dass die gleiche Convergenz- und Divergenzbedingung auch bezüglich der Reihe $\Sigma \Sigma u$ gelten wird, sobald auf die unendlichen Grenzen von x und y übergegangen wird.

Ist also die Doppelreihe $\Sigma \Sigma u_{x,y}$ vorgelegt, so setze man

$$25) \quad \frac{-1 \{kk'lk'lk' \dots l_{\mu k} l_{\mu k'} \cdot u_{k,k'}\}}{l_{\mu+2k} + l_{\mu+2k'}} = \varepsilon,$$

und dann ist

Convergenz, wenn $\varepsilon > 1,$		Divergenz, $\varepsilon < 1,$
ersteres unter der Voraussetzung, dass keine der Reihen		

$$\Sigma u_{x,q} \quad \text{und} \quad \Sigma u_{p,y}$$

divergirt. Man wird bei $\mu = -1$ anfangen, und nach und nach, wenn $\varepsilon = 1$ ist, die Werthe $\mu = 0, 1, 2, \dots$ setzen, bis einmal ε entschieden > 1 oder < 1 wird. Diesem Satz kann eine bequemere Form gegeben werden. Setzt man nämlich $k' = mk$, wo m eine beliebige positive Zahl vorstellt, so geht 25) über in

$$\frac{-1 \{klk \dots l_{\mu k} \cdot \sqrt{u_{k,mk}}\}}{l_{\mu+2k}} = \varepsilon,$$

Vergleicht man diess mit 12), so erhält man den Satz:

Die Doppelreihe $\Sigma \Sigma u_{x,y}$ convergirt, wenn die einfachen Reihen

$$\Sigma u_{p,y}, \quad \Sigma u_{x,q}, \quad \Sigma \sqrt{u_{x,mx}}$$

sämmtlich convergiren; im entgegengesetzten Fall divergirt sie.

In ähnlicher Weise wird bei dreifachen Reihen verfahren. Der Convergenczsatz heisst:

Die dreifache Reihe $\Sigma \Sigma \Sigma u_{x, y, z}$ convergirt, wenn die Doppelreihen

$$\Sigma \Sigma u_{x, y, r} \quad , \quad \Sigma \Sigma u_{x, q, z} \quad , \quad \Sigma \Sigma u_{p, y, z} \quad ,$$

und die einfache

$$\Sigma \sqrt[3]{u_{x, mx, nx}}$$

sämmtlich convergiren; im entgegengesetzten Fall divergirt sie.

Ich halte es für unnöthig, die entsprechenden Sätze für die Convergenz von mehr als dreifachen Reihen, so wie von mehrfachen bestimmten Integralen aufzustellen, da dieselben aus den obigen Entwicklungen ohne grosse Mühe erhalten werden können.

Brändli; Erzeugung der Cardioide aus zwei ungleichen Kreisen.

1) Gegeben zwei Kreise, deren Centra F und G und deren Halbmesser $DF = a$; $DG = b$, und die einander schneiden in den Punkten D und P; durch den einen Durchschnittspunkt D unendlich viele, beiden Kreisen gemeinsame Sehnen, wie $ADB = S$, an den Peripheriepunkten A und B derselben Tangenten an jeden betreffenden Kreis, nämlich AC an den Kreis F, und BC an den Kreis G: zu suchen den Ort C des Treffpunktes der beiden Tangenten.

2) Ziehen wir noch durch D die Sehne LDI parallel zur Centralaxe FG der beiden Kreise, so geben die Tangenten IM und LM an ihren Peripheriepunkten den Treffpunkt M als einen ausgezeichneten Punkt der Ortscurve. Wählen wir nun den andern Durchschnittspunkt P der beiden Kreise als Pol und PM als Axe der Polarcoordinaten, und suchen zu bestimmen zunächst den Ablenkungswinkel $BDI = ADL = \frac{1}{2} \delta$ zwischen der Parallelsehne LDI und der allgemeinen Sehne ADB , und zwar diesen Winkel im Verhältniss zum Coordinatenwinkel CPM zwischen Radius-Vector CP und der Polaraxe PM .

3) Nun ist nicht nur das Viereck $PIML$ aus den Kreistangenten IM und LM und ihren Berührungshalbmessern IGP und LFP , sondern auch $KBCA$ aus gleichen Gründen eckcentrisch, ja sogar $PBCA$ erfreut sich derselben Eigenschaft. Beweis der letzten Behauptung:

$CBP = R - \frac{1}{2} \delta$; $CAP = R + \frac{1}{2} \delta$; $CAP + CBP = 2R$,
das heisst: zwei Gegenwinkel des Vierecks $CBPA$ in Summe gleich zwei Rechten oder supplementär, und das Viereck eckcentrisch, wie behauptet wurde.

4) Daraus folgt weiter:

$CBA = CPA = BPD = \beta - \frac{1}{2} \delta$;
 $CPL = CPA = LPA - LPA = \beta - \frac{1}{2} \delta - \frac{1}{2} \delta = \beta - \delta$;
 $MPL = MIL = \beta$;
 $MPC = MPL - CPL = \beta - (\beta - \delta) = \delta$,

das heisst: der Coordinatenwinkel CPM zwischen Polaraxe und Radius-Vector ist doppelt so gross, wie der Ablenkungswinkel BDI zwischen der Parallelsehne LDI und der allgemeinen Sehne ADB .

5) Weil sowohl $CAK = R$ als auch $CBK = R$, so ist $CK = N$ der Durchmesser des um $CAKB$ beschriebenen Kreises, eines Berührungskreises, wenn auch nicht

des Krümmungskreises unserer Ortscurve zum Punkte C, oder CK die Normale im Punkte C und eine Senkrechte dazu Curventangente, in der Figur CT.

6) Untersuchen wir noch den Winkel PCK zwischen Radius-Vector PC und Normale CK, so folgt sofort:

$$PCK = PBK = \frac{1}{2} \delta,$$

das heisst: der Winkel zwischen Radius-Vector PC und Normale PK halb so gross, wie der Coordinatenwinkel zwischen Polaraxe PM und Radius-Vector PC.

Beweis. Weil KABC und PABC eckcentrisch, so ist auch PACK ein solches, und zwar alle drei Vierecke eckcentrisch zu demselben Centrum, wozu sich noch als viertes gesellt PCBK, worin $CBK = R$, daher auch der Gegenwinkel $CPK = R$ und $PCK = PBK = \frac{1}{2} \delta$.

7) Gleichung unserer Ortscurve. Zunächst ist zu setzen

$$DF = a; DG = b; PM = 4r = \frac{2a}{\text{Cos. } \beta} = \frac{2b}{\text{Cos. } \alpha}$$

aus den rechtwinkeligen Dreiecken PMI und PML, worin $PMI = PLI = R - \alpha$, und ebenso $PML = PIL = R - \beta$, wegen der Eckcentricität des Vierecks PIML; Radius-Vector $CP = \rho$; Anfangspunkt der Coordinaten P; $CK = N$ oder Normale.

$$\rho = N \text{Cos. } \frac{1}{2} \delta; N = \frac{\rho}{\text{Cos. } \frac{1}{2} \delta}; PB = 2b \text{Cos. } \frac{1}{2} \delta = N \text{Cos. } \alpha;$$

$$N = \frac{2b \text{Cos. } \frac{1}{2} \delta}{\text{Cos. } \alpha} = 4r \text{Cos. } \frac{1}{2} \delta; \frac{\rho}{\text{Cos. } \frac{1}{2} \delta} = 4r \text{Cos. } \frac{1}{2} \delta;$$

$\rho = 4r \text{Cos. } 2 \frac{1}{2} \delta = 2r (1 + \text{Cos. } \delta)$, oder Gleichung der Cardioide. Der Halbmesser, der sonst zur Erzeugung der Cardioide gebrauchten zwei gleichen Kreise ist $r = \frac{1}{4} PM$; das Centrum des festen Erzeugungskreises auf PM, und zwar $\frac{1}{4} PM$ von P entfernt.

8) Merkwürdige Punkte der Curve. Erstens: der Pol oder Doppelpunkt P. Zweitens: das Maximum vom Radius-Vector $\rho = 2r(1 + \text{Cos. } \delta)$ ist auf der Richtung PM oder der angenommenen Axe, wo $\text{Cos. } \delta = 1$ oder $\delta = 0$; und $\rho = 4r = \text{PM}$, also M der höchste Curvenpunkt. Drittens: Curvenpunkt Q auf der verlängerten Chordale PD der beiden Kreise, welche mit der Polaraxe PM den Winkel $\text{MPD} = \alpha - \beta = \gamma$ bildet, welcher in die Curvengleichung gesetzt gibt $\rho = \text{PQ} = 2r(1 + \text{Cos. } \gamma) = \frac{1}{2}\text{PM} + \frac{1}{2}\text{PM} \text{Cos. } \gamma$, d. h. man trage auf der Richtung PD zuerst auf die Hälfte der Polaraxe PM, und dazu noch die Projektion dieser Hälfte auf PD. Viertens: Einschnittpunkte unserer Curve in die gegebenen Kreise F und G. Diese Punkte sind eben so leicht gefunden. Man ziehe nämlich an beide Kreise Tangenten zum Durchschnittspunkte D, so spielt jede eine doppelte Rolle, nämlich sowohl als gemeinsame Sehne beider Kreise, wie auch als Tangente; der Punkt, wo jede dieser Tangenten die andere Kreisperipherie schneidet, zu der sie nicht Tangente ist, der Punkt ist ein Einschnittpunkt unserer Curve in den geschnittenen Kreis, in unserer Figur die Punkte X und Y und die Tangenten DX und DY.

9) Strenger analytischer Beweis der Behauptung, dass in unserer Curve der Winkel zwischen Radius-Vector und Normale halb so gross, als der Winkel zwischen Radius-Vector und Polaraxe, oder dass die Curve dieser Eigenschaft die Cardioide ist, und daher in unserer Figur CK wirklich, wie oben behauptet, der Durchmesser eines Berührungskreises oder die Normale der Curve. Es sei also in unserer Figur, abgesehen von der obigen Entwicklung, PM die Polaraxe und zugleich die X-Axe rechtwinkliger Coordinaten, P der Anfangspunkt, PC ein beliebiger Radius-Vector, ρ und $\text{CPM} = \delta$ der Coordinatenwinkel,

ferner CK die Normale, und nach der Voraussetzung PCK = $\frac{1}{2}\delta$, dann ist CT, im rechten Winkel zu CK, die Tangente zu demselben Curvenpunkt C, und TCP = R $\pm \frac{1}{2}\delta$ als Winkel zwischen Tangente und Radius-Vector, und u = R $\pm \frac{1}{2}\delta$ der Winkel, den die Tangente mit der Abscissenaxe bildet. Diese Voraussetzungen geben nach und nach x = $\rho \text{Cos. } \delta$; y = $\rho \text{Sin. } \delta$ als rechtwinklige Coordinaten, woraus

$$\text{tgu} = \frac{dy}{dx} = \frac{d\rho \text{Sin. } \delta + \rho d\delta \text{Cos. } \delta}{d\rho \text{Cos. } \delta - \rho d\delta \text{Sin. } \delta},$$

oder Zähler und Nenner mit d ρ dividirt:

$$\text{tgu} = \frac{\text{Sin. } \delta + \rho \frac{d\delta}{d\rho} \text{Cos. } \delta}{\text{Cos. } \delta - \rho \frac{d\delta}{d\rho} \text{Sin. } \delta}, \text{ und daraus}$$

$$\rho \frac{d\delta}{d\rho} = \frac{\text{tgu} - \text{tg}\delta}{1 + \text{tgu} \text{tg}\delta} = \text{tg}(u - \delta) = \text{tg}(R + \frac{1}{2}\delta) \\ = -\text{Cotg } \frac{1}{2}\delta,$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{d\delta}{\text{Cotg } \frac{1}{2}\delta}; \quad d\delta = 2d\frac{1}{2}\delta; \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{d\frac{1}{2}\delta}{\text{Cotg } \frac{1}{2}\delta};$$

$$\frac{1}{2} \lg \rho = \lg \text{Cos. } \frac{1}{2}\delta + \text{Const.}; \quad \lg \rho = \lg \text{Cos. } 2\frac{1}{2}\delta + \lg 4r; \\ \rho = 4r(1 + \text{Cos. } \delta), \text{ wie behauptet wurde.}$$

Danach ist zu berichtigen: „Franke, Lehrbuch der höhern Mathematik. Hannover, 1851.“ Seite 605, zweites Alignement.



Nr. 417 und 418.

C. Brunner, chem. Mittheilungen.

(Vorgetragen den 23. October 1858.)

Mit einer Tafel.

1. Trennung von Zink und Nickel.

Zur Trennung und quantitativen Bestimmung von Zink und Nickel sind in neuerer Zeit mehrere Methoden empfohlen worden. Eine der einfachsten scheint die von Smith angegebene zu sein. Dieselbe gründet sich auf den Umstand, dass aus einer essigsäuren Lösung beider Oxyde durch Schwefelwasserstoffgas nur das Zink gefällt wird.

Bei diesem Verfahren macht Rose*) die Bemerkung dass nur dann eine genaue Trennung erfolge, wenn in der Flüssigkeit keine starke Säure, nur Essigsäure, vorhanden sei.

Rammelsberg**) erklärt die Methode für ungenau und sagt ausdrücklich, dass mit dem Zink immer Nickel niedergeschlagen werde.

Eine Reihe von Versuchen, welche die einzelnen bei diesem Verfahren vorkommenden Umstände zum Gegenstand hatten, führten zu einer Operationsmethode, die ein zuverlässiges Resultat zu geben scheint.

Man stellt zuerst die beiden Metalle als salzsaure oder salpetersaure Auflösung dar, die man so weit verdünnt, dass auf 1 Gramm beider Oxyde wenigstens 500 Grammen Flüssigkeit kommen, sättigt nun diese annähernd mit kohlen-saurem Natron, so dass nur eine sehr

*) Handbuch der analytischen Chemie. II. 65.

**) Anfangsgründe der quantitativen Analyse, S. 78.

geringe Menge von freier Säure zugegen bleibt. Um diesen Punkt genau zu treffen, fügt man so lange einer verdünnten Lösung des Natronsalzes hinzu, bis nach einigem Umschütteln und Stehenlassen der Niederschlag nicht völlig verschwindet, worauf man ihn durch einige Tropfen Säure fortnimmt. Man leitet nun Schwefelwasserstoffgas durch die Flüssigkeit, wodurch nach einiger Zeit ein vollkommen weisser Niederschlag (Schwefelzink) entsteht. Nachdem ein guter Antheil Zink auf diese Weise gefällt worden, setzt man der Flüssigkeit einige Tropfen einer sehr verdünnten Lösung von essigsaurem Natron zu, und fährt fort Schwefelwasserstoff durchzuleiten, so lange als sich der Niederschlag zu vermehren scheint, und lässt hierauf die Flasche 10—12 Stunden bei gewöhnlicher Temperatur stehen. Der Niederschlag senkt sich vollkommen, und kann sehr gut auf dem Filter gewaschen werden.

Um sich zu versichern, dass alles Zink gefällt sei, wird eine Probe der filtrirten Flüssigkeit mit 1 Tropfen verdünnter Lösung von essigsaurem Natron versetzt und mit Schwefelwasserstoff behandelt. Sollte noch eine weissliche Trübung entstehen, so müsste die ganze Flüssigkeit ebenso behandelt werden.

Aus der nunmehr von Zink befreiten Flüssigkeit kann nun das Nickel nach Austreiben des Schwefelwasserstoffes durch Erwärmung, mittelst Kalihydrat gefällt werden. Der Niederschlag von Schwefelzink wird, nach gehörigem Auswaschen, mit dem Filter in ein Glas gegeben, mit Salzsäure digerirt, bis aller Geruch von Schwefelwasserstoff verschwunden ist, die mit Wasser verdünnte Lösung filtrirt und das Zink nach den bekannten Methoden bestimmt.

Bei dieser Scheidung spielt das essigsaure Natron

offenbar eine vermittelnde Rolle. Es entsteht nämlich durch Umsetzen eine kleine Menge essigsäures Zinkoxyd, welches durch den Schwefelwasserstoff gefällt wird. Die freigewordene Essigsäure bildet von neuem essigsäures Zinkoxyd, welches sofort wieder gefällt wird. Es dürfte die Wirkung mit der Bildung von kohlensaurem Bleioxyd durch Einwirkung von kohlensaurem Gase auf ein mit Wasser angerührtes Gemenge von Bleiglätte und Bleizucker zu vergleichen sein. Es ist daher begreiflich warum eine nur so höchst geringe Menge von essigsäurem Natron erforderlich ist.

Damit die Scheidung genau sei und kein Nickel mit dem Zink gefällt werde, sind folgende Cautelen zu beobachten:

1) Die Lösung muss anfänglich ein wenig, doch nur sehr schwach, sauer sein; ich möchte sagen 1 — 2 Tropfen freie Säure enthalten. Ist sie vollkommen neutral, so erscheint der Niederschlag durch Schwefelwasserstoff schmutzig gefärbt, nickelhaltig. Ist das Verhältniss richtig getroffen, so ist er rein weiss. Nach dem Auswaschen kann dann weder durch das Löthrohr noch auf andere Art Nickel darin gefunden werden.

2) Eine zu grosse Menge essigsäures Natron, sowie auch jede Erwärmung muss vermieden werden. Setzt man nämlich eine etwas bedeutende Menge essigsäures Natron hinzu, so fällt etwas Nickel nieder, ja man kann hiedurch, besonders wenn zugleich erwärmt wird, alles Nickel vollständig niederschlagen.

Bei Versuchen mit genau abgewogenen Mengen von Oxyden (0,2—0,3 Gramm eines jeden) wurden dieselben bis auf 1 — 2 Milligrammen wieder erhalten.

Auf die nämliche Art kann Zink von Kobalt getrennt werden. Das aus einer kobalthaltigen Lösung

abgetrennte Schwefelzink gab stets ein Oxyd, welches vor dem Löthrohr mit Borax keine Färbung hervorbrachte.

Endlich ist noch zu bemerken, dass wenn Eisen zugegen ist, dieses vorher abgeschieden werden muss — indem es sonst theils in den Zink-, theils in den Nickelniederschlag eingeht. Für diesen Fall passt am besten die bekannte Fuchs'sche Methode mit kohlensaurem Baryt und nachheriges Entfernen des Baryts durch Schwefelsäure. Die Abscheidung mit Ammoniak ist nicht anwendbar, da hiedurch die nachherige Trennung der beiden Metalle unmöglich würde.

2. Einwirkung von Ammoniakflüssigkeit auf Schwefel.

Es kommt nicht selten vor, dass man über die gewöhnlichsten Dinge in unsern Handbüchern keinen Aufschluss findet. So z. B. wird man umsonst über das Verhalten der Ammoniakflüssigkeit (Salmiakgeist) gegen Schwefel Belehrung suchen. Nur bei Rose *) finde ich die Angabe, dass Ammoniakflüssigkeit reinen Schwefel nicht auflöse, wohl aber arsenikhaltigen. Ein specieller Fall veranlasste mich, diesen Gegenstand näher zu untersuchen. Das Ergebniss war folgendes:

Digerirt man reinen **) Schwefel mit Ammoniakflüssigkeit, so wird, wenn die Temperatur nicht 60° R. übersteigt, selbst nach längerer Zeit keine Einwirkung wahrgenommen. Wird jedoch die Flüssigkeit stärker

*) Handbuch der analytischen Chemie. I. 433.

**) Es wurde sizilianischer Schwefel durch Destillation gereinigt und nach Zerreiben mit destillirtem Wasser so lange ausgekocht bis das Wasser nicht mehr mit Chlorbarium reagierte.

erwärmt, etwa auf 70°, so nimmt sie eine schwach gelbliche Färbung an, welche beim Kochen noch deutlicher hervortritt. Es hat sich nun eine sehr kleine Menge von Schwefel aufgelöst, denn die Flüssigkeit gibt mit essigsauerm Bleioxyd einen bräunlichrothen Niederschlag. Schwefelsäure enthält sie nicht. Sättigt man eine Probe mit Salzsäure und filtrirt den niedergeschlagenen geringen Schwefelniederschlag ab, so gibt Chlorbarium selbst nach längerer Zeit nicht die geringste Trübung.

In einer gut verschlossenen Flasche lässt sich die Lösung von Schwefel in Ammoniak unverändert aufbewahren. Selbst nach einigen Wochen ist dieselbe noch gelblich gefärbt und vollkommen klar, gibt auch mit Bleisolution den röthlichen Niederschlag. Bei Zutritt von atmosphärischer Luft trübt sie sich bald. Nach 24 Stunden hat sich ein geringer Schwefelniederschlag gebildet. Die von demselben abfiltrirte Lösung gibt nun mit Bleisolution einen weissen Niederschlag, mit Chlorbarium eine sehr geringe Reaction auf Schwefelsäure.

Kocht man den nämlichen Schwefel wiederholt mit Ammoniakflüssigkeit, so nimmt er eine blasse, etwas ins Grauliche spielende Färbung an. Wird dieses so oft wiederholt, bis der meiste Schwefel aufgelöst ist, so bleibt ein flockiger grauschwarzer Rückstand, der beim Erhitzen mit doppelt chromsaurem Kali und Schwefelsäure vollkommen verschwindet. Es ist dieses offenbar ein wenig Kohle, die in allem, selbst durch zwei- bis dreimalige Destillation gereinigtem Schwefel, **enthalten** zu sein scheint.

3. *Bereitung des molybdänsauren Ammoniaks.*

Seitdem die Anwendung dieses Salzes zur Entdeckung der Phosphorsäure für die chemische Analyse unentzehrlich geworden ist, wurden mehrere Methoden zu seiner Darstellung angegeben. Die meisten gehen darauf hinaus, den natürlichen Molybdänglanz bei Luftzutritt so lange zu rösten bis aller Schwefel verbrannt und das Molybdän in Molybdänsäure verwandelt ist, die nachher in Ammoniakflüssigkeit gelöst wird. Diese Operation wird gewöhnlich in einem schief liegenden Platintiegel unter öfterem Umrühren der Masse vorgenommen. Man wird wohl allgemein hierbei die Erfahrung gemacht haben, wie langwierig es ist, sie zu Ende zu führen. Die kürzlich von Wöhler*) angegebene Verbesserung dieses Verfahrens durch Anwendung eines mittelst des Aspirators hervorgebrachten Luftzuges führt ebenfalls nur langsam zum Ziel. Der Grund hievon liegt theils in dem Umstande, dass es schwer hält das Material hinlänglich zu zertheilen, da es durch Anwendung der Wärme immer wieder zusammenbackt; theils darin, dass die entstehende Molybdänsäure das noch übrige Mineral bedeckt und dadurch seine Verbrennung erschwert.

Auf folgende Art gelingt die Operation sehr leicht: Man reibt den Molybdänglanz mit ungefähr seinem gleichen Volumen groben mit Salzsäure gewaschenen Quarzsandes in einer Achatschaale zu mässig feinem Pulver, gibt dieses auf eine flache Platinschaale oder Platinblech, und erhitzt es über einer guten Weingeistlampe unter öfterem Umrühren zum anfangenden Glühen, so lange bis das Gemenge eine citron-

*) Ann. der Chem. und Pharm. C. 173.

gelbe (nach dem Erkalten weissliche) Farbe angenommen hat. Eine Viertelstunde ist hierzu für eine Menge von einigen Grammen vollkommen ausreichend. Nach dem Erkalten wird die Masse mit Ammoniakflüssigkeit ausgezogen und auf die bekannte Art weiter behandelt.

4. Bestimmung der Niederschläge bei Analysen.

Wir verdanken bekanntlich Berzelius die jetzt allgemein übliche Methode die Niederschläge bei chemischen Analysen mit dem Filter zu glühen, und ihre Menge durch directe Wägung mit Abzug der Asche des Filters zu bestimmen. So einfach dieses Verfahren ist, so kommen doch zuweilen zwei Unbequemlichkeiten dabei vor. Die eine ist die oft etwas langwierige gänzliche Verbrennung selbst bei Anwendung der bekannten Handgriffe; die andere betrifft die bei einigen Niederschlägen durch die Kohle des Filters anfänglich eintretende Reduction, wobei sich das reducirte Metall stellenweise mit dem Platin des Tiegels legirt. Glüht man z. B. einen Niederschlag von Zinkoxyd mit dem Filter, so wird man am Tiegel deutliche Flecken dieser entstandenen Legierung wahrnehmen. Sind diese zwar von keinem quantativen Belang, und können sie mit Salzsäure leicht entfernt werden, so ist es doch wünschenswerth diesen Umstand, der sich noch auf andere Niederschläge erstrecken mag, zu vermeiden.

Folgende Methode hat sich seit längerer Zeit bestens bewährt:

Als Gefäss, worin die Niederschläge geglüht werden, dient eine ungefähr 15 Centimeter lange und 12 Millimeter weite Röhre von böhmischem Glase (von der Art, wie sie zu Elementaranalysen benutzt werden).

Dieselbe ist an dem einen Ende zu einer nicht ganz feinen Spitze ausgezogen, in welche ein wenig Amianth leicht eingesteckt wird. So vorgerichtet wird sie nebst einem Gewichtstück, welches das Gewicht des zu bestimmenden Niederschlages um etwas übertrifft, auf der Wage aufs Genaueste tarirt. Alsdann wird das mässig getrocknete Filter mit dem Niederschlag zusammengerollt in die Röhre hineingeschoben, und diese, wie Fig. 1 zeigt, mit einer Flasche von etwa 3 — 4 Liter verbunden. Man lässt nun aus dem über der Flasche angebrachten Gefäss durch Oeffnen des Hahnen *a* Wasser in dieselbe fließen, so dass die atmosphärische Luft durch die Verbrennungsröhre getrieben wird, während man zu gleicher Zeit diese letztere mittelst einer Weingeistlampe mit doppeltem Luftzuge erhitzt. Die empyreumatischen Produkte, die das Filter liefert, treten in Form eines Rauches aus der Spitze der Verbrennungsröhre heraus *), später verkohlt und verbrennt das Filter vollständig. Zuweilen ist es gut, durch einige leichte Schläge an die Röhre den Inhalt derselben etwas zu zertheilen. Man wird immer finden, dass die Verbrennung sehr leicht und vollständig erfolgt.

Nach Erkalten des Apparates wird die Röhre wieder auf die Wage gebracht, das mittarirte Gewichtstück durch die erforderlichen Gewichte ersetzt, und so die Menge des Niederschlages bestimmt, wobei das Gewicht der Filterasche in Abzug zu bringen ist.

Es ist leicht einzusehen, dass die Operation nicht mehr Zeit erfordert, als die gewöhnliche durch Glühen

*) Will man die Unbequemlichkeit dieses Rauches vermeiden, so kann man ihn durch eine vor die Oeffnung gestellte kleine Weingeistlampe verbrennen lassen.

im Tiegel. Zwei Wägungen und eine Verbrennung sind bei beiden erforderlich. Letztere geht in der Regel rascher als im Tiegel von statten. Es könnten Manche sich durch den anzuwendenden Apparat abschrecken lassen. Hierauf bemerke ich, dass ein solcher bleibend aufgestellt keine weitere Mühe veranlasst. Man kann seine Anwendung noch dadurch vereinfachen, dass, wenn die Flasche mit Wasser gefüllt ist, man den Hahnen *a* schliesst und durch Oeffnen des untern *b* das Wasser in ein untergestelltes Gefäss abfliessen lässt. In diesem Falle entsteht ein Luftzug in entgegengesetzter Richtung, der ebenso wie jener benutzt wird. Da bei diesen Versuchen stets Glühhitze angewandt wird, so ist es überflüssig die Luft zu trocknen. Sollte man den Apparat zu andern Zwecken anwenden, z. B. zum Austrocknen, so müsste der Luftstrom durch eine mit Bimsstein und Schwefelsäure versehene Röhre geleitet werden.

Noch muss ich einer kleinen Vorrichtung erwähnen, welche bei allen solchen Arbeiten durch Erhitzung in Röhren von grösstem Vortheil ist. Man bringt nämlich oberhalb der zu erhitzenden Glasröhre einen gewölbten Reflector an, welcher den Zweck hat, die Röhre von oben zu erwärmen. Da derselbe länger ist als die durch die Lampe erhitzte Stelle, so erwärmt er zugleich die Röhre zum voraus, ehe die Lampe an die zu glühende Stelle gelangt. Hiedurch wird alles Wasser weit vor der Lampe hergetrieben. Da dieser Reflektor, der aus einem Blatt von Schwarzblech gemacht ist und sich mittelst eines spiralförmig gewundenen Drahtes an dem Ständer der Lampe verschieben oder auch entfernen lässt, sich mitten über der Lampe befindet und immer mit derselben weiter geschoben wird, so wird die Flamme, selbst bei Anwendung längerer Röhren, nie an

eine Stelle gelangen, wo sich Wasser befindet. Mit einiger Uebung wird man bald dahin gelangen, dass niemals eine Röhre reisst. Nur ist zu empfehlen, derselben eine ganz kleine, kaum merkliche Neigung nach vorn, d. h. nach dem noch zu erhitzenden Theile, zu geben.

Bei dieser Gelegenheit erlaube ich mir eine Abänderung der Fuchs'schen Lampe zu beschreiben, deren Anwendung sich seit vielen Jahren bewährt hat.

Fig. 2 ist eine gläserne Flasche von beiläufig 180 Grammen Wassergehalt. Der Boden derselben ist durch eine messingene mit der Flasche verkittete Kapsel ersetzt, aus welcher die Ausflussröhre nach dem Argand'schen Brenner führt. Dieser ist nahe an seinem obern Ende mit einer messingenen Kapsel umgeben, in welche Wasser gegossen wird. Hiedurch wird verhindert, dass bei länger anhaltendem stärkeren Brennen der Weingeist ins Kochen gelangt.

Die Flasche wird nicht, wie es gewöhnlich geschieht, durch eine Stellschraube unmittelbar an dem Ständer befestigt, sondern ruht auf einem in einer Hülse am Ständer leicht verschiebbaren, hölzernen durchbohrten Cylinder, welcher mit einer Stellschraube versehen ist.

Hiedurch wird der Vortheil erlangt, dass die Lampe durch schnelles Drehen plötzlich unter dem Apparate, auf den sie einwirkt, entfernt werden kann, welches in manchen Fällen sehr erwünscht sein kann.

5. *Bereitung von kohlsaurem Baryt.*

Die gewöhnliche Bereitung dieses Salzes zu chemischem Gebrauche durch Niederschlagen einer Auflösung von Chlorbarium mit kohlsaurem Natron oder Ammoniak ist zwar ganz rationell, und liefert ein vollkommen reines Präparat. Nur ist das vollständige Auswaschen

des Niederschlages etwas zeitraubend. Dieses wird auf folgende Art abgekürzt:

Man macht ein Gemenge von 2 Th. krystallisirtem Chlorbarium und 1 Th. wasserfreiem kohlensaurem Natron *), setzt noch 2 Th. Kochsalz hinzu und bringt das Gemenge in einem Thon- oder bei kleinen Quantitäten in einem Platintiegel zu mässigem Glühen. Nach dem Erstarren wird die Masse in einer Schaafe mit Wasser übergossen. Nach 24 Stunden hat sie sich vollkommen aufgeweicht. Der als feinkörniges Pulver ausgeschiedene kohlensaure Baryt kann sehr leicht ausgewaschen werden.

Der Zusatz von Kochsalz gewährt den Vortheil, dass das nachherige Ausziehen mit Wasser dadurch sehr erleichtert wird. Wird derselbe weggelassen, so bildet die Mischung nach dem Glühen eine harte feste Masse, welche vom Wasser nur sehr schwer angegriffen wird.

Auf eben dieselbe Art kann durch Glühen von 2 schwefelsaurem Zinkoxyd und 1 wasserfreiem kohlensaurem Natron reines Zinkoxyd bereitet werden. Hiebei ist ein Zusatz von Kochsalz unnöthig.

6. *Bereitung von Platinschwarz.*

Wir besitzen viele Methoden zur Darstellung des Platins in demjenigen Zustande, den man seiner schwarzen Farbe wegen mit dem Namen Platinschwarz oder Platinmohr zu bezeichnen pflegt. Bei den meisten neuern Bereitungsarten werden organische Substanzen, Alkohol, Zucker u. dgl. als Reductionsmittel ange-

*) Die genaue Berechnung zu gleichen Aequivalenten würde auf 100 Chlorbarium 43,3 kohlensaures Natron verlangen. Ein geringer Ueberschuss des letztern ist jedoch von keinem Nachtheil.

wandt, wobei immer einiger Zweifel übrig bleibt, ob nicht eine, vielleicht sehr geringe Menge organischer Substanz dem Präparate anhänge.

Auf folgende Art erhält man ohne Anwendung organischer Substanzen sehr leicht einen vollkommen reinen Platinmohr :

Man erhitzt in einer flachen Schaaale trockenes oxalsaures Eisenoxyd (durch Niederschlagen von Eisenvitriol mit Oxalsäure bereitet und gehörig ausgewaschen) bis zum anfangenden Verglimmen, setzt alsdann unter Umrühren die Erhitzung fort, bis sich das Salz vollständig in Oxyd verwandelt hat. Das so dargestellte höchst feine Pulver wird in einer Glasröhre bei einer kaum zum anfangenden Glühen gesteigerten Temperatur durch einen Strom trocknen Wasserstoffgas reducirt *). Nach gänzlichem Erkalten im Gasstrom schüttet man das zuweilen pyrophorische Präparat in eine Schaaale mit Wasser und zerdrückt es darin mit einem Pistill durch gelindes Reiben. Man trägt nun von diesem mit Wasser angerührten metallischen Eisen so lange kleine Portionen in eine verdünnte, mit einem geringen Ueberschuss von Salzsäure vermischte Lösung von Platinchlorid, bis diese nach kräftigem Schütteln und einigem Hinstellen gänzlich entfärbt erscheint. Der erhaltene Niederschlag wird nun nach Abgiessen der Flüssigkeit zu wiederholten Malen mit concentrirter Salpetersäure gekocht, bis der letzte Auszug keine bemerkenswerthe Menge Eisen enthält, zuletzt die anhängende Salpetersäure durch eine schwache Kalilösung entfernt.

*) Diese Reduction kann auf einer Weingeistlampe mit doppeltem Luftzuge, unter Anwendung der oben (unter Nr. 4) beschriebenen Vorrichtung, gesehehen.

Das so dargestellte Präparat erscheint als ein amorphes schwarzes Pulver; durch Reiben in einer Achat-schaale nimmt es eisenhaltigen Glanz an. Beim Erhitzen in einem Platinlöffel kommt es bei etwa 200 Grad plötzlich ins Glühen und verwandelt sich unter Verdoppelung seines Volumens in die gewöhnliche Form, dem Platinschwamm ähnlich. Mit einem Tropfen Alkohol befeuchtet, geräth es ebenfalls nach 1 — 2 Sekunden ins Glühen unter Verwandlung in die gewöhnliche Form.

Es leidet wohl keinen Zweifel, dass dem Präparate alle übrigen vom Platinschwarz bekannten Eigenschaften zukommen werden. Sollte jemals von diesem Anwendung gemacht werden, so dürfte sich obige Bereitung ihrer Einfachheit wegen empfehlen.

7. Bestimmung des Kohlengehaltes der Kalksteine.

Es kann vielleicht bisweilen von geologischem Interesse sein, den Kohlengehalt der Kalksteine zu bestimmen. Die folgende Methode gründet sich auf den bekannten Umstand, dass der Kohlenstoff durch die gleichzeitige Einwirkung von chromsaurem Kali und Schwefelsäure in Kohlensäure verwandelt wird. Das Verfahren ist folgendes:

Eine gewogene Menge des zu untersuchenden Gesteins wird in erbsengrosse Stücke zerschlagen mit verdünnter Salzsäure behandelt, mit der Vorsicht, dass ein guter Ueberschuss dieser letztern angewendet und die Flüssigkeit zuletzt erhitzt wird. Die Auflösung wird mit diesem Rückstande in ein Cylinderglas gegossen und nach Absetzen des Ungelösten dieses durch mehrmaliges Decantieren ausgewaschen. Hierauf spült man den

Rückstand in ein Kochglas und setzt etwas Schwefelsäure hinzu. Man nimmt auf 100 Grammen des den Rückstand bedeckenden Wassers ungefähr 15 Grammen Schwefelsäure. Die Flasche wird nun mit einer Gasröhre versehen, deren zweiter absteigender Schenkel in eine kleine Flasche taucht, welche eine klare Mischung von Chlorbariumlösung und Ammoniak enthält und zur Abkühlung in einem Gefässe mit Wasser steht. Man bringt nun zum Kochen. Sollte sich in der vorgesetzten Flasche eine merkliche Trübung bilden, welche auf einen Rückhalt von Kohlensäure schliessen liesse, so wird das Kochen so lange fortgesetzt, bis eine neue Probe der vorgeschlagenen Flüssigkeit nicht mehr getrübt wird. Man bringt nun in die Kochflasche 2 — 3 Grammen doppeltchromsaurer Kali in Krystallen, setzt von neuem die Gasröhre ein und lässt die Flüssigkeit wenigstens eine halbe Stunde lang anhaltend kochen. Die entwickelte Kohlensäure wird nun als kohlenaurer Baryt in der vorgesetzten Flasche erhalten.

Um die Menge des Niederschlages zu bestimmen, wird die Flasche nach Beendigung der Operation sorgfältig verschlossen so lange hingestellt, bis sich derselbe vollkommen zu Boden gesetzt hat, dann mehrmals durch Decantation, zuletzt auf dem Filter, ausgewaschen, getrocknet und geglüht.

Wenn die Operation richtig ausgeführt wurde, so bleibt in der Kochflasche entweder gar kein ungelöster Rückstand oder wenigstens, was der gewöhnliche Fall ist, ein solcher, dessen Farbe und Ansehen keinen Kohlengehalt mehr annehmen lässt. Sollte man hierüber in Zweifel sein, so kann die Flüssigkeit noch einmal gekocht und das Gas in eine neue Probe von Chlorbarium und Ammoniakflüssigkeit geleitet werden.

Da bei diesen Untersuchungen gewöhnlich ein sehr geringer Gehalt von Kohle gefunden wird, etwa $\frac{1}{1000}$ und noch weniger, so ist anzurathen etwas grössere Mengen des Materials, etwa 100 Grammen, in Arbeit zu nehmen.

8. Reinigen von Gläsern und Schalen.

Nicht selten kommt man in Verlegenheit, wenn Gläser oder Porzellanschalen, an denen sich organische Stoffe festgesetzt hatten und durch die Länge der Zeit so festgetrocknet sind, dass sie allen Auflösungsmitteln widerstehen, gereinigt werden sollen. Folgendes Verfahren wird in beinahe allen Fällen ausreichen:

Man befeuchtet die zu reinigenden Stellen mit concentrirter Schwefelsäure, streut hierauf zerriebenes doppeltchromsaures Kali auf die Säure und lässt den Gegenstand einige Stunden (etwa über Nacht) an einem mässig warmen Orte stehen. Alle organischen Stoffe werden hiedurch zerstört unter Bildung von schwefelsaurem Chromoxyd, welches nebst der noch übrigen Säure durch Wasser entfernt wird.

9. Reinigen der Malerpinsel von eingetrockneten Oelfarben.

Auf öftere Anfragen von Malern nach einem hiezu geeigneten Mittel, stellte ich eine Reihe von Versuchen an, aus denen folgende Reinigungsmethode hervorging.

Man bereitet eine Lösung von 1 krystallisirtem kohlensaurem Natron in 3 Wasser, hängt die zu reinigenden Pinsel so in diese in einem Cylinderglase (Trinkglase) enthaltene Lösung, dass sie etwa 2 Zoll von dem Boden des Glases entfernt bleiben, und lässt den

Apparat bei gelinder Wärme (60 — 70° C.) 12 — 24 Stunden stehen. Selten wird eine längere Einwirkung erforderlich sein. Die eingetrocknete Farbe ist nun so weit aufgeweicht, dass sie mit Leichtigkeit auf die bekannte Art mit Seife weggebracht werden kann. Steinhart vertrocknete Pinsel wurden durch dieses Verfahren wieder brauchbar gemacht.

Wesentlich ist es, die angegebene Temperatur nicht zu überschreiten, da sonst die Haare, besonders der Borstenpinsel, angegriffen und gänzlich verdorben werden

Verzeichniss der für die Bibliothek der Schweiz. Naturf. Gesellschaft eingegangenen Geschenke.

Von Herrn Professor Wolf.

1. Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. Erster Cyclus. Zürich 1858. 8.
2. Redtenbacher, Principien der Mechanik und des Maschinenbaues. Mannheim 1852. 8.

Von dem niederösterreichischen Gewerbeverein in Wien:

- Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrg. 1858. Heft 2. Wien 1858. 8^o.

Von Herrn Prof. B. Studer.

Versuch einer helvetischen Conchyliologie.

Vom Herrn Verfasser.

Schinz-Gruner, die rationelle Landwirthschaft und die Agriculturchemie. Zürich 1858. 8.

Von Herrn Koch.

1. Raabe, über die Integration zweier simultan bestehender lineären Differentialgleichungen zwischen n Variablen. Zürich 1856, 8.
2. Encke, über eine neue Methode der Berechnung der Planetenstörungen. Berlin 1851. 8.

Nr. 419 und 420.

(NB. Auf pag. 57 lese man Nr. 415 und 416, statt blos Nr. 415).

Hermann Kinkelin.

Ueber einige unendliche Reihen.

(Vorgetragen den 6. November 1858.)

I.

Bekanntlich convergirt die Reihe

$$1) \quad \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots \text{in inf.},$$

wo s eine positive Zahl bedeutet, nur dann, wenn $s > 1$ ist; sonst aber ist sie divergent. Man kann sich nun die Aufgabe stellen, ihren Grenzwert anzugeben für

$s \leq 1$, wenn sie blos bis zu einem gewissen Glied $\frac{1}{k^s}$, wo

bei k in's Unendliche wachsend gedacht ist, fortgeführt wird. Um zu diesem Ziele zu gelangen, diene die Formel für die angenäherte Berechnung bestimmter Integrale

(Raabe Integralrechnung Bd. I. Nr. 233).

$$\int_a^b \varphi(x) dx = v \left\{ \frac{1}{2} \varphi(a) + \varphi(a+v) + \dots + \varphi(a+(n-1)v) + \frac{1}{2} \varphi(b) \right\} \\ - Y_2 \{ \varphi_1(b) - \varphi_1(a) \} v^2 + Y_4 \{ \varphi_3(b) - \varphi_3(a) \} v^4 \\ - \dots \\ + (-1)^m Y_{2m} \{ \varphi_{2m-1}(b) - \varphi_{2m-1}(a) \} v^{2m},$$

welche gilt, wenn der 2mte Differenzialquotient $\varphi_{2m}(x)$ der Funktion $\varphi(x)$ von $x = a$ bis $x = b$ beständig mit dem gleichen Vorzeichen behaftet ist; v ist ein beliebiges positives Increment. Der Fehler, der hiebei auf der rechten Seite begangen wird, ist kleiner, als das letzte Glied der Entwicklung. Y_2, Y_3, \dots, Y_{2m} sind bestimmte konstante Grössen.

Setzt man hierin $\varphi(x) = \frac{1}{x^s}$, so erhält man:

$$\int_1^k \frac{dx}{x^s} = \frac{1}{2 \cdot 1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{2 \cdot k^s}$$

$$+ Y_2^s \left(\frac{1}{k^{s+1}} - 1 \right) - Y_4^s (s+1)(s+2) \left(\frac{1}{k^{s+3}} - 1 \right)$$

$$+ Y_6^s (s+1) \dots (s+4) \left(\frac{1}{k^{s+5}} - 1 \right) - Y_8^s (s+1) \dots$$

$$(s+6) \left(\frac{1}{k^{s+7}} - 1 \right),$$

wobei der Fehler kleiner ist als das letzte Glied, und

$$Y_2 = 0,083\ 3333, \quad Y_4 = 0,001\ 3889, \quad Y_6 = 0,0000331,$$

$$Y_8 = 0,0000008.$$

Hieraus, wenn man die Integration ausführt und k in's Unendliche wachsen lässt

$$1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{k^s} = \frac{k^{1-s}}{1-s} - \frac{1}{1-s} + \frac{1}{2} + s Y_2$$

$$- s(s+1)(s+2) Y_4 + s(s+1) \dots (s+4) Y_6 - s(s+1) \dots (s+6) Y_8,$$

wenn s von 1 verschieden, und

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k} = \lg k + \frac{1}{2} + Y_2 - 6 Y_4 + 120 Y_6 - 4320 Y_8,$$

wenn $s = 1$ ist. In beiden Entwicklungen sind die Fehler jeweilen kleiner als das letzte Glied auf der rechten Seite.

Setzt man der Kürze wegen

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} - \frac{1}{1-s} + s Y_2 - s(s+1)(s+2) Y_4 + \dots = c, \\ \frac{1}{2} + Y_2 - 6 Y_4 + \dots = c, \end{array} \right.$$

so kommt endlich

$$3) A. \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{k^s} = \frac{k^{1-s}}{1-s} + c, \\ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k} = \lg k + c \end{array} \right.$$

Der numerische Werth von c_s kann für ein gegebenes s aus den Gleichungen 2) bis auf 3 Dezimalstellen genau bestimmt werden, wenn $s < 1$. Ist $s > 1$, so convergirt die Reihe links, das Glied $\frac{k^{1-s}}{1-s}$ verschwindet, c_s ist alsdann direkt bestimmbar und soll mit S_s bezeichnet werden.

III.

In allen Fällen kann c_s auf folgende Weise mit beliebiger Genauigkeit berechnet werden. Es ist

$$1 + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} + \dots + \frac{1}{(2k+1)^s} =$$

$$1 + \frac{1}{2^s} \left\{ \frac{1}{1^s \left(1 + \frac{1}{1.2}\right)^s} + \frac{1}{2^s \left(1 + \frac{1}{2.2}\right)^s} + \dots + \frac{1}{k^s \left(1 + \frac{1}{k.2}\right)^s} \right\}$$

Entwickelt man die Nenner nach dem binomischen Satz und ordnet die Glieder nach den Binomialcoefficienten, so ergibt sich

$$1 + \frac{1}{2^s} \left\{ \sum_{r=1}^{r=k} \frac{1}{r^s} - \binom{s}{1} \frac{1}{2} S_{s+1} + \binom{s+1}{2} \frac{1}{2^2} S_{s+2} + \right.$$

$$\left. \binom{s+2}{3} \frac{1}{2^3} S_{s+3} + \dots \right\}$$

oder, wenn die ersten Glieder in den S besonders genommen werden, und mit Zuziehung von 3)

$$1 + \frac{1}{2^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - \binom{s}{1} \frac{1}{2} + \binom{s+1}{2} \frac{1}{2^2} - \binom{s+2}{3} \frac{1}{2^3} + \dots + \Sigma \right\}$$

oder endlich, wenn nun Σ vollständig geschrieben wird,

$$4) \quad 1 + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} + \dots + \frac{1}{(2k+1)^s} = \\ = 1 + \frac{1}{2^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - 1 + \frac{2^s}{3^s} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{2^r} \binom{s+r-1}{r} (S_{s+r}-1) \right\}$$

worin die Σ sehr rasch convergirt. Ferner aus 3) durch Multiplication mit $\frac{1}{2^s}$:

$$5) \quad \frac{1}{2^s} + \frac{1}{4^s} + \dots + \frac{1}{(2k)^s} = \frac{1}{2^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s \right\}$$

Addirt man diese zu 4), so kommt, da das Glied $\frac{1}{(2k+1)^s}$ als unendlich klein weggelassen werden darf

$$1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{(2k)^s} = 1 + \frac{1}{2^s} \left\{ \frac{2k^{1-s}}{1-s} + 2c_s - 1 + \frac{2^s}{3^s} + \Sigma \right\}$$

aber wegen 3) ist dieses auch gleich $\frac{2k^{1-s}}{2^s(1-s)} + c_s$

und sonach durch Vergleichung dieser beiden Werthe,

$$6) \quad (2^s - 2)c_s = 2^s - 1 + \frac{2^s}{3^s} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{2^r} \binom{s+r-1}{r} (S_{s+r}-1)$$

Ist $s > 1$, so ist für c_s einfach S_s zu setzen und dann kann diese Gleichung dazu dienen, solche S_s zu rechnen, deren unmittelbarer Ausdruck nur sehr langsam convergirt; so wenn $s < 3$ ist.

Multiplicirt man aber 5) mit 2 und subtrahirt sie von der folgenden, die sich aus 3) ergibt, wenn $2k$ für k gesetzt wird:

$$1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{(2k)^s} = \frac{2k^{1-s}}{2^s(1-s)} + c_s,$$

so erhält man

$$1 - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \dots + \frac{1}{(2k-1)^s} = c - \frac{2c_s}{2^s}$$

oder, da die Reihe links convergirt,

$$7) \quad B. \quad 1 - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \frac{1}{4^s} + \dots = (1 - 2^{1-s})c_s$$

Aus dieser Bestimmung ist weiter ersichtlich, dass die c_s , wenn $s < 1$, alle negativ sind, was daraus erhellt, dass die Reihe links positiv, dagegen $1 - 2^{1-s}$ negativ ist.

Addirt man endlich 7) zu 5), so ergibt sich, wenn das unendlich kleine Glied $\frac{1}{(2k)^s}$ weggelassen wird,

$$8) \quad 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{5^s} + \dots + \frac{1}{(2k-1)^s} = \frac{k^{1-s}}{2^s(1-s)} + \frac{2^s-1}{2^s} c_s$$

III.

Fassen wir den Gegenstand von allgemeinerem Standpunkt auf, so lassen sich alle Reihen von der Form

$$\frac{1}{\lambda^s} \pm \frac{1}{(p+\lambda)^s} + \frac{1}{(2p+\lambda)^s} \pm \frac{1}{(3p+\lambda)^s} + \dots \pm \frac{1}{(2kp+p+\lambda)^s}$$

summiren, wobei p und λ beliebige ganze positive Zahlen sind. Es erhellt nämlich aus der Continuität der Funktion

$$9) \quad C. \quad \sigma(x, s) = \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - \left\{ \frac{1}{x^s} + \frac{1}{(x+1)^s} + \dots + \frac{1}{(x+k)^s} \right\}$$

oder entwickelt

$$\sigma(x, s) = \binom{s}{1} x(S_{s+1}-1) - \binom{s+1}{2} x^2(S_{s+2}-1) + \binom{s+2}{3} x^3(S_{s+3}-1) - \dots + 1 - \frac{1}{x^s} - \frac{1}{(1-x)^s}, \quad x < 1,$$

die für ganze Werthe von x vermöge der Gleichung 3) folgende Form annimmt

$$10) \quad D. \quad \sigma(x, s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots + \frac{1}{(x-1)^s}$$

und somit endlich ist, dass $\sigma(x, s)$ für jeden Werth von x , der von 0 verschieden ist, immer eine endliche Grösse bleibt und von k unabhängig ist. Diese Funktion geht ferner die Relation ein

11) E. $\sigma(x+1, s) = \frac{1}{x^s} + \sigma(x, s)$

12) F. $\sigma(2, s) = 1, \sigma(1, s) = 0, \sigma(0, s) = -\infty$

Setzt man in 9) $x = \frac{\lambda}{p}$, so kommt

13)
$$\frac{1}{\lambda^s} + \frac{1}{(p+\lambda)^s} + \frac{1}{(2p+\lambda)^s} + \dots + \frac{1}{(kp+\lambda)^s} = \frac{1}{p^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - \sigma\left(\frac{\lambda}{p}, s\right) \right\}$$

Lässt man hier k in 2k übergehen, so wird, wenn noch

$\frac{1}{(2kp+p+\lambda)^s}$ addirt wird

$$\frac{1}{\lambda^s} + \frac{1}{(p+\lambda)^s} + \frac{1}{(2p+\lambda)^s} + \dots + \frac{1}{(2kp+p+\lambda)^s} = \frac{1}{p^s} \left\{ \frac{(2k)^{1-s}}{1-s} + c_s - \sigma\left(\frac{\lambda}{p}, s\right) \right\}$$

Lässt man in 13) p in 2p übergehen, so ist:

14)
$$\frac{1}{\lambda^s} + \frac{1}{(2p+\lambda)^s} + \frac{1}{(4p+\lambda)^s} + \dots + \frac{1}{(2kp+\lambda)^s} = \frac{1}{(2p)^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - \sigma\left(\frac{\lambda}{2p}, s\right) \right\}$$

Wird diese Gleichung von der vorigen subtrahirt, so erhält man

15)
$$\frac{1}{(p+\lambda)^s} + \frac{1}{(3p+\lambda)^s} + \dots + \frac{1}{(2kp+p+\lambda)^s} = \frac{1}{(2p)^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + (2^s - 1)c_s - 2^s \sigma\left(\frac{\lambda}{p}, s\right) + \sigma\left(\frac{\lambda}{2p}, s\right) \right\}$$

und endlich durch Subtraction von 15) von 14)

16)
$$\frac{1}{\lambda^s} - \frac{1}{(p+\lambda)^s} + \frac{1}{(2p+\lambda)^s} - \dots = \frac{1}{(2p)^s} \left\{ (2 - 2^s)c_s + 2^s \sigma\left(\frac{\lambda}{p}, s\right) - 2 \sigma\left(\frac{\lambda}{2p}, s\right) \right\}$$

wobei zu bemerken ist, dass wegen der Convergenz dieser Reihe die Fortsetzung derselben so weit man will, geschehen kann.

Aus der letzt hergeleiteten Gleichung ergibt sich unter anderm für $\lambda = 1$, $p = 1$:

$$19) \quad 1 - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \frac{1}{4^s} + \dots = \frac{1}{2^s} \left\{ (2 - 2^s) c_s - 2 \sigma \left(\frac{1}{2}, s \right) \right\},$$

woraus durch Vergleichung mit 7) die Bestimmung

$$20) \quad G. \quad (2 - 2^s) = \sigma \left(\frac{1}{2}, s \right)$$

erhalten wird.

Für $p = 2$, $\lambda = 1$ ergeben sich resp. aus 14), 15) und 16) die Bestimmungen

$$21) \quad 1 + \frac{1}{5^s} + \frac{1}{9^s} + \dots = \frac{1}{(4k+1)^s} = \frac{1}{4^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - \sigma \left(\frac{1}{4}, s \right) \right\}$$

$$22) \quad \frac{1}{3^s} + \frac{1}{7^s} + \frac{1}{11^s} + \dots = \frac{1}{(4k+3)^s} = \frac{1}{4^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + (2^{2s} - 2^s - 1) c_s + \sigma \left(\frac{1}{4}, s \right) \right\}$$

$$23) \quad 1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \dots = \frac{1}{4^s} \left\{ (2 + 2^s - 4^s) c_s - 2 \sigma \left(\frac{1}{4}, s \right) \right\}$$

für $p = 2$, $\lambda = 3$ ist aus 14)

$$24) \quad \frac{1}{3^s} + \frac{1}{7^s} + \frac{1}{11^s} + \dots = \frac{1}{(4k+3)^s} = \frac{1}{4^s} \left\{ \frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s - \sigma \left(\frac{3}{4}, s \right) \right\}$$

Diese mit 22) verglichen, giebt die Bestimmung

$$25) \quad H. \quad \sigma \left(\frac{1}{4}, s \right) + \sigma \left(\frac{3}{4}, s \right) = (2 + 2^s - 4^s) c_s,$$

die in 23) substituirt, noch folgende giebt

$$26) \text{ I. } \quad 1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \dots = \frac{1}{4^s} \left\{ \sigma \left(\frac{3}{4}, s \right) - \sigma \left(\frac{1}{4}, s \right) \right\}$$

von der in der Nummer V. eine Verallgemeinerung mitgetheilt werden soll.

Auch die Gleichung 25) kann allgemeiner ausgedrückt werden. Werden nämlich in 9) für x nach und nach die Grössen $x, x + \frac{1}{n}, x + \frac{2}{n}, \dots, x + \frac{n-1}{n}$ substituirt, und alle resultirenden Gleichungen addirt, so kommt, wobei n eine ganze positive Zahl bedeutet:

$$\sum_{r=0}^{n-1} \sigma \left(x + \frac{r}{n}, s \right) = n \left(\frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s \right) - \left\{ \frac{1}{x^s} + \frac{1}{\left(x + \frac{1}{n} \right)^s} + \dots \right. \\ \left. \frac{1}{\left(x + k + \frac{n-1}{n} \right)^s} \right\} = n \left(\frac{k^{1-s}}{1-s} + c_s \right) - n^s \left\{ \frac{1}{(nx)^s} + \frac{1}{(nx+1)^s} + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{(nx+nk+n-1)^s} \right\}$$

Setzt man aber in 9) nx für x und nk für k , so ist leicht zu sehen, dass die vorige Bestimmung in folgende übergeht

$$\sigma(x, s) + \sigma \left(x + \frac{1}{n}, s \right) + \sigma \left(x + \frac{2}{n}, s \right) + \dots + \sigma \left(x + \frac{n-1}{n}, s \right) \\ 27) \text{ K. } \quad = n^s \sigma(nx, s) + (n - n^s) c_s$$

Diese Relation ist analog mit der bekannten für die Funktion $\lg \Gamma(x)$; in der That ist auch für ganze Werthe von s , $\sigma(x, s)$ fast identisch mit $\frac{d^s \lg \Gamma(x)}{dx^s}$

IV.

Das Vorhergehende bezog sich auf beliebige positive Werthe der Grösse s . Im Folgenden sollen noch einige Sätze entwickelt werden, die nur für solche Werthe von s Geltung haben, welche kleiner als 1 sind. Sie sind ganz geeignet, die Fruchtbarkeit der hier gebrauchten Methoden in's Licht zu setzen.

Für jede Funktion $f(x)$ besteht nach Fourier die Gleichung $f(x) = A + 2 \sum_{r=1}^{r=\infty} A_r \text{Cos } 2r\pi x + 2 \sum_{r=1}^{r=\infty} B_r \text{Sin } 2r\pi x$ für alle Werthe von x , die zwischen 0 und 1 liegen, wobei die Konstanten A, A_r, B_r folgenderweise bestimmt sind

$$A = \int_0^1 f(x) dx, \quad A_r = \int_0^1 f(x) \text{Cos } 2r\pi x dx, \quad B_r = \int_0^1 f(x) \text{Sin } 2r\pi x dx$$

Wenden wir diese auf die Funktion $\sigma(x, s)$ an, so ist vorerst

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x + \sigma)^r} = \frac{(r+1)^{1-s} - r^{1-s}}{1-s}$$

und daher, wenn an 9) die Integration zwischen den Gränzen 0 und 1 vollzogen wird

$$28) \quad \int_0^1 \sigma(x, s) dx = c_s;$$

ferner bestehen, wenn $s < 1$ die Integralbestimmungen

$$29) \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \frac{\text{Sin } 2r\pi x}{x^s} dx = \frac{\Gamma(1-s)}{(2\pi)^{1-s} r^{1-s}} \text{Cos } \frac{s\pi}{2} \\ \int_0^{\infty} \frac{\text{Cos } 2r\pi x}{x^s} dx = \frac{\Gamma(1-s)}{(2\pi)^{1-s} r^{1-s}} \text{Sin } \frac{s\pi}{2} \end{array} \right.$$

und

$$\int_0^1 \text{Sin } 2r\pi x \, dx = 0, \quad \int_0^1 \text{Cos } 2r\pi x \, dx = 0.$$

Multiplieirt man daher die Gleichungen 9) mit $\text{Sin } 2r\pi x \, dx$ und integrirt von 0 bis 1, so kommt

$$\int_0^1 \sigma(x, s) \text{Sin } 2r\pi x \, dx = - \sum_{\lambda=0}^{\lambda=k} \int_0^1 \frac{\text{Sin } 2r\pi x}{(x+\lambda)^s} \, dx =$$

$$- \sum_{\lambda=0}^{\lambda=k} \int_{\lambda}^{\lambda+1} \frac{\text{Sin } 2r\pi x}{x^s} \, dx = - \int_0^{k+1} \frac{\text{Sin } 2r\pi x}{x^s} \, dx,$$

oder, da ∞ für $k+1$ gesetzt werden kann:

$$30) \text{ L. } \int_0^1 \sigma(x, s) \text{Sin } 2r\pi x \, dx = - \frac{\Gamma(1-s)}{(2\pi)^{1-s} r^{1-s}} \text{Cos } \frac{s\pi}{2}$$

und ebenso

$$\int_0^1 \sigma(x, s) \text{Cos } 2r\pi x \, dx = - \frac{\Gamma(1-s)}{(2\pi)^{1-s} r^{1-s}} \text{Sin } \frac{s\pi}{2}$$

Substituirt man hierin $1-s$ für s , so kommt auch

$$31) \left\{ \begin{aligned} \int_0^1 \sigma(x, 1-s) \text{Sin } 2r\pi x \, dx &= - \frac{\Gamma(s)}{(2\pi)^s r^s} \text{Sin } \frac{s\pi}{2} \\ \int_0^1 \sigma(x, 1-s) \text{Cos } 2r\pi x \, dx &= - \frac{\Gamma(s)}{(2\pi)^s r^s} \text{Cos } \frac{s\pi}{2} \end{aligned} \right.$$

Multiplieirt man die Gleichungen 30) und 31) resp. mit einander, so ergeben sich mit Hülfe von

$$\Gamma(s) \cdot \Gamma(1-s) = \frac{\pi}{\text{Sin } s\pi}$$

noch folgende Relationen

$$32) \int_0^1 \sigma(x, s) \text{Sin } 2r\pi x \, dx \cdot \int_0^1 \sigma(x, 1-s) \text{Sin } 2r\pi x \, dx = \frac{1}{4r^2}$$

$$\int_0^1 \sigma(x, s) \cos 2r\pi x dx \cdot \int_0^1 \sigma(x, 1-s) \cos 2r\pi x dx = \frac{1}{4r}$$

Nimmt man endlich in der Eingangs dieser Nr. angeführten Funktionsgleichung $f(x)$ als $\sigma(x, s)$ an und benützt die in 28) und 30) gefundenen Bestimmungen, so kommt

33) M. $\sigma(x, s) = c_s$

$$- \frac{2I(1-s)}{(2\pi)^{1-s}} \sin \frac{s\pi}{2} \left\{ \frac{\cos 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\cos 4\pi x}{2^{1-s}} + \frac{\cos 6\pi x}{3^{1-s}} + \dots \right\}$$

$$- \frac{2I(1-s)}{(2\pi)^{1-s}} \cos \frac{s\pi}{2} \left\{ \frac{\sin 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\sin 4\pi x}{2^{1-s}} + \frac{\sin 6\pi x}{3^{1-s}} + \dots \right\}$$

und durch Umsetzen von x in $1-x$

$$\sigma(1-x, s) = c_s$$

$$- \frac{2I(1-s)}{(2\pi)^{1-s}} \sin \frac{s\pi}{2} \left\{ \frac{\cos 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\cos 4\pi x}{2^{1-s}} + \frac{\cos 6\pi x}{3^{1-s}} + \dots \right\}$$

$$+ \frac{2I(1-s)}{(2\pi)^{1-s}} \cos \frac{s\pi}{2} \left\{ \frac{\sin 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\sin 4\pi x}{2^{1-s}} + \frac{\sin 6\pi x}{3^{1-s}} + \dots \right\}$$

Diese mit 33) durch Addition und Subtraction verbunden, giebt

$$\frac{\cos 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\cos 4\pi x}{2^{1-s}} + \dots = - \frac{\sigma(x, s) + \sigma(1-x, s) - 2c_s}{4I(1-s) \sin \frac{s\pi}{2}} (2\pi)^{1-s}$$

34) {

$$\frac{\sin 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\sin 4\pi x}{2^{1-s}} + \dots = - \frac{\sigma(x, s) - \sigma(1-x, s)}{4I(1-s) \cos \frac{s\pi}{2}} (2\pi)^{1-s}$$

In diesen Resultaten sind die Grössen x und s einzig an die Bedingung gebunden, dass sie zwischen 0 und 1 liegen, von diesen Grenzwerten selbst aber, sowie von allen übrigen, ausgeschlossen sind.

Giebt man dem x den Werth $\frac{1}{2}$, so wird aus 33)

$$\sigma\left(\frac{1}{2}, s\right) = c_s + \frac{2\Gamma(1-s)}{(2\pi)^{1-s}} \text{Sin} \frac{s\pi}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2^{1-s}} + \frac{1}{3^{1-s}} - \frac{1}{4^{1-s}} + \dots \right\}$$

oder mit Zuziehung von 7) und 20)

$$(2-2^s)c_s + \frac{2\Gamma(1-s)}{(2\pi)^{1-s}} \text{Sin} \frac{s\pi}{2} (1-2^s)c_{1-s}$$

oder

$$\frac{c_s}{c_{1-s}} = \frac{2\Gamma(1-s) \text{Sin} \frac{s\pi}{2}}{(2\pi)^{1-s}}$$

oder auch

$$35) \quad \frac{c_s}{c_{1-s}} = \frac{(2\pi)^s}{2\Gamma(s) \text{Cos} \frac{s\pi}{2}}$$

oder mit Zuziehung von 7)

$$36) \text{ N. } \frac{1 - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \frac{1}{4^s} + \dots}{1 - \frac{1}{2^{1-s}} + \frac{1}{3^{1-s}} - \frac{1}{4^{1-s}} + \dots} = \frac{2-2^s}{2^s-1} \cdot \frac{\pi^s}{2\Gamma(s) \text{Cos} \frac{s\pi}{2}}$$

Eine andere ähnliche, schon von Schlömilch angegebene Relation kann aus 34) unter der Annahme, dass $x = \frac{1}{4}$, gewonnen werden. Es wird nämlich alsdann

$$1 - \frac{1}{3^{1-s}} + \frac{1}{5^{1-s}} - \frac{1}{7^{1-s}} + \dots = \frac{\sigma\left(\frac{3}{4}, s\right) - \sigma\left(\frac{1}{4}, s\right)}{4\Gamma(1-s) \text{Cos} \frac{s\pi}{2}}$$

oder wegen 26), in der s in $1-s$ umgesetzt ist

$$\frac{\sigma\left(\frac{3}{4}, 1-s\right) - \sigma\left(\frac{1}{4}, 1-s\right)}{2^{2-2s}} = \frac{\sigma\left(\frac{3}{4}, s\right) - \sigma\left(\frac{1}{4}, s\right)(2\pi)^{1-s}}{4\Gamma(1-s)\text{Cos}\frac{s\pi}{2}}$$

oder

$$37) \quad \frac{\sigma\left(\frac{3}{4}, s\right) - \sigma\left(\frac{1}{4}, s\right)}{\sigma\left(\frac{3}{4}, 1-s\right) - \sigma\left(\frac{1}{4}, 1-s\right)} = \frac{\pi^s}{2^{2-3s}\Gamma(s)\text{Sin}\frac{s\pi}{2}}$$

oder wegen 26)

$$38) \quad \text{O.} \quad \frac{1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \dots}{1 - \frac{1}{3^{1-s}} + \frac{1}{5^{1-s}} - \frac{1}{7^{1-s}} + \dots} = \frac{\pi^s}{2^s\Gamma(s)\text{Sin}\frac{s\pi}{2}}$$

Dividirt man endlich 36) durch 38), so kommt:

$$39) \quad \text{P.} \quad \text{tg}\frac{s\pi}{2} = \frac{1}{2^{2s-1}} \frac{1-2^s}{1-2^{1-s}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \dots\right)}{\left(1 - \frac{1}{2^{1-s}} + \frac{1}{3^{1-s}} - \dots\right)} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{3^{1-s}} + \frac{1}{5^{1-s}} - \dots\right)}{\left(1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \dots\right)},$$

eine merkwürdige Bestimmung für die Tangente.

V.

Die in Nr. III. angekündigte Verallgemeinerung von Gleichung 26) wird auf folgende Art erhalten. Aus Gleichung 34) ist

$$\sigma(x, s) - \sigma(1-x, s) = -\frac{(2\pi)^s}{\Gamma(s)\text{Sin}\frac{s\pi}{2}} \left\{ \frac{\text{Sin } 2\pi x}{1^{1-s}} + \frac{\text{Sin } 4\pi x}{2^{1-s}} + \frac{\text{Sin } 6\pi x}{3^{1-s}} + \dots \right\}$$

Lässt man hier x nach und nach folgende Werthe annehmen:

$$\frac{1}{2^s}, \frac{3}{2^n}, \frac{5}{2^n}, \dots, \frac{2^{n-1}-1}{2^n},$$

addirt dann alle geraden Gleichungen und subtrahirt alle ungeraden, und ordnet nach den Nummern, so kommt

$$\begin{aligned} & \sigma\left(\frac{1}{2^n}, s\right) - \sigma\left(\frac{3}{2^n}, s\right) + \sigma\left(\frac{5}{2^n}, s\right) - \dots + \sigma\left(\frac{2^n-3}{2^n}, s\right) - \\ & \sigma\left(\frac{2^n-2}{2^n}, s\right) = -\frac{(2\pi)^s}{\Gamma(s)\sin\frac{s\pi}{2}} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=\infty} \frac{1}{\lambda^{1-s}} \left\{ \sin\frac{\lambda\pi}{2^{n-1}} - \sin\frac{3\lambda\pi}{2^{n-1}} \right. \\ & \left. + \sin\frac{5\lambda\pi}{2^{n-1}} - \dots - \sin\frac{(2^{n-1}-1)\lambda\pi}{2^{n-1}} \right\} \end{aligned}$$

Die Summe der Reihe in der Klammer rechter Hand ist aber gleich

$$\frac{\sin\lambda\pi}{2\cos\frac{\lambda\pi}{2^{n-1}}};$$

Dieser Ausdruck ist Null für alle λ , ausgenommen, wenn λ von der Form $(2m+1)2^{n-1}$, für welche er die Form $\frac{0}{0}$ annimmt, wenn m eine ganze positive Zahl vorstellt. Verfährt man in diesem Fall nach den bekannten Regeln der Differenzialrechnung, so findet sich dafür der Werth

$$\frac{2^{n-2}\cos(2m+1)2^{n-2}\pi}{\sin\frac{2m+1}{2}\pi} = (-1)^m 2^{n-2}$$

In der Summe rechter Hand verschwinden demnach alle Glieder, mit Ausnahme derjenigen, wo $\lambda = (2m+1)2^{n-2}$, oder also, wo λ gleich ist

$$1 \cdot 2^{n-2}, 3 \cdot 2^{n-2}, 5 \cdot 2^{n-2}, \dots,$$

und dieselbe geht über in

$$\frac{2^{n-2}}{(1 \cdot 2^{n-2})^{1-s}} - \frac{2^{n-2}}{(3 \cdot 2^{n-2})^{1-s}} + \frac{2^{n-2}}{(5 \cdot 2^{n-2})^{1-s}} - \dots$$

oder

$$2^{s(n-2)} \left\{ 1 - \frac{1}{3^{1-s}} + \frac{1}{5^{1-s}} - \frac{1}{7^{1-s}} + \dots \right\}$$

oder wegen 38)

$$\frac{2^{s(n-1)}}{\pi^s} \Gamma(s) \operatorname{Sin} \frac{s\pi}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \dots \right\},$$

so dass nun schliesslich

$$\sigma\left(\frac{1}{2^n}, s\right) - \sigma\left(\frac{3}{2^n}, s\right) + \dots - \sigma\left(\frac{2^n-1}{2^n}, s\right) =$$

$$40) \text{ Q. } = -2^{ns} \left\{ 1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \dots \right\},$$

welches die angekündigte Relation ist.

Substituirt man in 27) $\frac{1}{2^n}$ für x und 2^n für n , so kommt wegen 12)

$$\begin{aligned} & \sigma\left(\frac{1}{2^n}, s\right) + \sigma\left(\frac{3}{2^n}, s\right) + \dots + \sigma\left(\frac{2^n-1}{2^n}, s\right) \\ & + \sigma\left(\frac{1}{2^{n-1}}, s\right) + \sigma\left(\frac{2}{2^{n-1}}, s\right) + \dots + \sigma\left(\frac{2^{n-1}-1}{2^{n-1}}, s\right) \\ & = (2^n - 2^{ns})c_s \end{aligned}$$

oder, da 27) bei der Annahme $n-1$ statt n ,

$$\begin{aligned} & \sigma\left(\frac{1}{2^{n-1}}, s\right) + \sigma\left(\frac{2}{2^{n-1}}, s\right) + \dots + \sigma\left(\frac{2^{n-1}-1}{2^{n-1}}, s\right) = \\ & (2^{n-1} - 2^{(n-1)s})c_s \end{aligned}$$

gibt, so wird

$$\begin{aligned} 41) \quad & \sigma\left(\frac{1}{2^n}, s\right) + \sigma\left(\frac{3}{2^n}, s\right) + \sigma\left(\frac{5}{2^n}, s\right) + \dots \\ & + \sigma\left(\frac{2^n-1}{2^n}, s\right) = (2^{n-1} + 2^{(n-1)s} - 2^{ns})c_s \end{aligned}$$

und durch Addition dieser letztern mit 40)

$$\begin{aligned} & \sigma\left(\frac{1}{2^n}, s\right) + \sigma\left(\frac{5}{2^n}, s\right) + \sigma\left(\frac{9}{2^n}, s\right) + \dots + \sigma\left(\frac{2^n-3}{2^n}, s\right) = \\ 42) \quad & = -2^{ns-1} \left\{ 1 - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \dots \right\} + \\ & \quad \frac{1}{2} (2^{n-1} + 2^{(n-1)s} - 2^{ns}) c. . \end{aligned}$$



Meteorologische Beobachtungen im Juli 1858.

Burgdorf.

Saane.

Tag	Centesimal-Thermometer			Centesimal-Thermometer			Barometer bei 0°			Wind.			Müllg.	Nöcencation		Bemerkungen.	
	8hM.	12h.	8hA.	8hM.	12h.	8hA.	8hM.	12h.	8hA.	8hM.	12h.	8hA.		8hM.	8hA.		
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
28																	
29																	
30																	
31																	

Die Temperaturbeobachtungen in Burgdorf wurden während der Monate Juli, August, September u. October

nicht angestellt.

0	+14,4	+15,6	+11,4	+10,9	671,2	671,2	672,4	672,5	W1	W2	W3	W	0,6	5	6	6
	12,3	16,4	15,3	10,5	721,2	72,3	72,4	72,5	NW1	SW1	SW	SW	0,7	6	5,5	4
	10,5	12,8	14,9	10,9	73,4	74,2	74,2	75,5	W	W	W1	W	0,9	7	8	4
	13,9	18,9	14,9	14,9	75,3	75,4	76,4	75,3	W	W2	W	W	0,3	3	4	2
	16,2	23,0	23,8	18,2	75,9	75,6	75,1	75,1	W1	W1	W1	W1	0,3	7	2	2
	15,6	21,9	18,9	15,9	74,9	74,0	74,1	74,2	SO1	W3	W1	W1	0,8	6	2	2
	14,6	16,6	17,2	13,8	73,9	74,0	74,0	74,2	NW	W2	W2	W2	0,6	6,5	1	6
	14,4	18,0	18,2	13,1	74,2	74,2	74,2	74,3	W	W2	W2	W2	0,6	6	6	6
	14,9	17,5	16,9	13,0	74,1	74,0	74,1	74,3	W1	W2	W2	W2	0,3	3,5	2	2
	14,4	18,9	18,4	15,0	72,5	74,1	74,1	74,2	W1	W2	W2	W	0,6	5	2	2
	14,2	21,9	15,0	13,8	75,3	76,6	76,6	77,3	NW1	W1	W1	W1	0,8	3	3	2
	16,1	20,3	20,3	14,5	78,8	78,6	79,0	80,0	SO	W1	W1	W1	0,2	6	4	6
	18,9	16,4	16,7	16,7	80,0	79,8	79,8	79,9	W1	W2	W2	W	0,1	5	4	2
	18,4	22,5	22,5	18,9	81,5	81,3	81,2	81,4	W	W2	W2	W	0,1	5	4	2
	19,2	24,4	24,4	18,5	81,0	79,9	79,5	79,5	NW	W2	W1	NW	0,1	5	4	2
	19,5	26,0	25,8	18,6	78,9	77,6	77,2	77,1	NW	W2	W1	W	0,1	5	4	2
	15,6	20,3	20,3	17,2	77,2	77,6	77,5	77,7	NW2	W2	W3	W	0,1	6	4	4
	18,9	22,5	22,0	17,0	78,7	78,7	78,8	78,7	NW1	W1	W1	NO	0,4	6	1	1
	18,3	24,2	24,0	17,5	79,9	78,7	79,0	79,0	NO1	W2	W2	W	0,1	1	1	1
	18,4	25,3	23,0	17,5	78,9	78,6	78,7	78,8	NW	W2	NW2	NW	0,3	6	2	2
	19,4	25,5	25,9	16,1	78,8	78,8	78,7	78,4	W	W2	W	W	0,5	4	4	4
	19,4	22,5	22,5	16,1	78,6	78,6	78,7	77,3	W1	W2	W1	W	0,3	3	3	3
	15,2	20,8	18,7	14,5	77,5	77,5	77,6	77,3	W1	W1	W1	W	0,8	4	4	4
	16,8	23,2	23,8	17,0	76,4	76,3	76,3	76,2	S	W1	W2	W	0,2	4	4	4
	18,2	24,2	23,4	19,2	76,2	76,2	76,2	77,0	W	W2	W	W	0,2	5,5	4	4
	18,9	26,2	26,2	18,9	77,3	77,3	77,3	77,1	W	W1	W1	W	0,2	5	5	5
	17,9	25,5	25,5	19,5	77,4	77,0	76,9	77,1	W	W1	W1	W	0,2	4,5	2	2
	19,7	25,0	25,1	18,4	78,0	77,5	77,5	77,1	SO	W2	W	W	0,3	6	5	5
	19,0	21,2	18,4	16,0	76,9	77,2	77,2	77,2	NW1	W2	NW1	W	0,7	5,5	5	5
	16,9	23,0	22,1	16,0	77,3	77,2	77,0	77,0	NW1	NW1	NW	NW	0,5	5,5	6	6
	16,60	21,62	21,09	16,13	676,75	676,68	676,61	676,65	W1	W2	NW1	NW	0,42	5,15	4	4

6 1/4 h. Nachm. Gew. (NW.)
 6 h. Nachm. Gew. (NW.)
 6 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 6 3/4 h. Nachm. Gew. (NW.)
 7 h. Nachm. Gew. (NW.)
 7 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 8 h. Nachm. Gew. (NW.)
 8 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 9 h. Nachm. Gew. (NW.)
 9 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 10 h. Nachm. Gew. (NW.)
 10 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 11 h. Nachm. Gew. (NW.)
 11 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 12 h. Nachm. Gew. (NW.)
 12 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 13 h. Nachm. Gew. (NW.)
 13 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 14 h. Nachm. Gew. (NW.)
 14 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 15 h. Nachm. Gew. (NW.)
 15 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 16 h. Nachm. Gew. (NW.)
 16 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 17 h. Nachm. Gew. (NW.)
 17 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 18 h. Nachm. Gew. (NW.)
 18 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 19 h. Nachm. Gew. (NW.)
 19 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 20 h. Nachm. Gew. (NW.)
 20 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 21 h. Nachm. Gew. (NW.)
 21 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 22 h. Nachm. Gew. (NW.)
 22 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 23 h. Nachm. Gew. (NW.)
 23 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 24 h. Nachm. Gew. (NW.)
 24 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 25 h. Nachm. Gew. (NW.)
 25 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 26 h. Nachm. Gew. (NW.)
 26 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 27 h. Nachm. Gew. (NW.)
 27 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 28 h. Nachm. Gew. (NW.)
 28 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 29 h. Nachm. Gew. (NW.)
 29 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 30 h. Nachm. Gew. (NW.)
 30 1/2 h. Nachm. Gew. (NW.)
 31 h. Nachm. Gew. (NW.)

Meteorologische Beobachtungen im August 1857.

Burgdorf.				Saaneh.				Bemerkungen.			
Centesimal-Thermometer.		Barometer bei 0°.		Wind.		Mittl. Bwlgg.		Ozonreaction.		Bemerkungen.	
sh.M.	42h.	4h.	sh.A.	sh.M.	42h.	4h.	sh.A.	sh.M.	sh.A.		
+16,6	+24,0	0	677,0	N1	O2	W1	NW	7,5	5	2	4 h. Nebel Gew. (SO.)
18,3	25,5	+24,1	677,1	W	W1	NO2	SO	0,2	6	3	" " (SO.)
18,9	25,1	20,3	77,0	W	W1	SO1	SO1	0,1	3	6	6 h. Gew. (N.) 2,6 w (SO)
18,3	26,1	21,8	77,3	0	SW1	N2	SO1	0,5	6	6	Gew. (SVV)
18,4	22,6	20,6	77,2	0	W2	SW	SW	0,4	8	7	
15,9	18,8	17,0	76,4	0	NO	NW3	NW	7,5	7	6	
14,4	18,9	17,5	74,9	NO	NO	W2	NW	1,0	7	4	11 h. Abends Sturm (W.)
14,0	18,1	14,1	74,4	SW1	W2	N2	N	0,7	5	6	
15,6	16,0	12,6	72,8	W	W1	N	N	0,5	7	3	
9,5	11,3	11,5	72,7	N1	W2	NO	NO	6	7	4	
13,7	16,8	16,5	72,9	NO1	NO	SO1	SO1	8	7	3	
13,9	20,7	15,0	74,9	SO1	O1	O1	SO1	1,0	6	3	Schnee bis zu 6300'
13,6	20,7	—	75,0	0	O2	—	O	0,2	7	2	
13,9	21,8	22,6	74,8	W	W1	W2	W	0,1	5	2	
15,2	17,1	23,5	73,9	O1	W2	W1	W	0,5	3	2	
9,9	10,7	13,8	69,0	O1	W1	NW3	NW2	1,0	6,5	3	Abends-Gew. (W.)
8,5	11,1	12,0	68,3	NW1	W	W1	W	7,5	10	4	Schnee bis 3700'
10,9	16,0	15,4	69,0	W	W	W	W	0,8	4,5	4	" "
11,1	17,3	12,0	72,1	O1	O1	W1	W	7,5	5	3	
12,0	17,7	11,6	72,5	W	W	W1	W	0,7	5,5	3	
12,0	18,5	11,6	72,7	W	W	W1	W	0,6	4	3	
12,7	20,6	15,4	73,4	NW1	W1	NW1	NW2	0,4	7	6	
13,7	22,2	16,9	73,3	W	W1	W1	W	0,3	3	2	
12,6	21,0	16,9	73,6	W	W	W1	W	0,2	5	2	
15,5	18,7	16,7	73,5	W	W	W1	SO1	0,6	7	2	
12,7	23,4	19,8	72,7	0	O1	NW2	NW3	0,9	3,5	6	
12,7	20,4	19,5	76,4	O1	W	W1	W	0,6	9	6	
12,6	20,0	20,5	77,9	O1	O1	W2	W	0,2	6	6	
12,7	20,0	80,0	77,6	W	W2	—	—	0,1	6	2	
12,7	19,7	79,7	78,5	W	W1	W2	W	0,4	2	2	
12,1	19,2	78,2	76,7	W1	W1	W2	W	0,1	2	2	
10,1	19,7	74,8	74,8	W	SW2	W2	W	0,3	3,5	3	
12,7	20,1	74,9	74,8	W	W1	W1	W	0,1	6	2	
12,7	20,1	76,0	75,3	W	W1	NO2	NO	0,4	6	6	
13,65	19,29	18,11	674,43	673,82	674,18	673,98	0,52	6,47	4,65		

Meteorologische Beobachtungen im October 1857.

Burgdorf.

S a a n e n.

Tag.	Centesimal - Thermometer.				Barometer bei 0°.				Wind.				Mittl. Bwklg.	Ozonreaction		Bemerkungen.
	sh.M.	12h.	4h.	sh.A.	sh.M.	12h.	4h.	sh.A.	sh.M.	12h.	4h.	sh.A.		sh.M.	sh.A.	
	0	0	0	0	mm	mm	mm	mm	0	0	0	0		0	0	
1	+10,0	+17,9	+17,6	+10,4	675,4	675,5	676,4	676,4	0	W1	W2	W	0,2	3	2	
2	8,1	16,5	16,0	10,1	78,7	78,5	79,1	79,1	NW	W2	W3	W	0,2	3	2	
3	7,9	16,4	16,4	9,4	78,5	78,2	77,5	77,5	NW	W1	W1	W	0,0	4	2	
4	6,4	16,4	18,9	9,9	76,4	75,3	73,3	73,3	W	W1	W2	W	0,1	4	2	
5	7,2	19,4	17,6	12,7	71,0	68,7	69,0	69,0	W	W1	W1	NW ³	0,6	7	3	
6	6,9	10,9	10,6	3,2	73,4	73,6	73,4	73,5	NW	W1	W1	W1	0,4	8	2	
7	2,5	11,1	10,4	9,1	71,6	70,3	69,1	69,0	W1	W1	W1	W1	0,9	7	3	
8	6,2	6,7	7,5	2,7	66,1	67,0	66,5	66,5	W2	W2	W1	W1	0,6	6	6	
9	3,9	6,5	8,0	6,9	66,7	66,5	65,5	65,5	W	W2	W	W	0,9	8	4	
10	4,0	7,9	7,0	6,6	69,8	69,8	70,3	71,2	W1	W	W	W	0,9	8	4	
11	5,0	9,1	8,2	4,6	71,3	71,2	71,3	71,7	W1	W	W	W	0,4	8	4	
12	1,7	10,9	11,1	5,0	75,7	75,8	75,3	75,9	W1	W1	NO1	W1	0,9	8	4	
13	7,6	11,4	8,4	6,7	75,4	75,2	75,3	75,3	0	W1	NO2	NO	0,0	8	7	
14	6,4	12,4	10,6	7,7	75,3	75,2	75,3	75,4	SW	W1	SW1	SW	0,6	7	5	
15	8,9	12,9	12,4	8,9	76,2	76,1	75,8	75,9	W	S1	W	W	0,2	5	3	
16	7,7	12,7	12,1	10,0	75,2	74,3	73,9	74,0	SW	W1	W	W	0,2	5	3	
17	7,7	—	11,5	10,0	74,3	—	74,0	74,1	W	W1	W2	W	0,7	3	2	
18	8,7	12,5	12,2	7,7	72,6	70,2	68,3	68,9	W	W1	W	W	0,2	5	3	
19	7,7	12,7	11,4	8,2	68,7	68,6	67,1	67,2	W	W1	W	W	0,2	5	4	
20	7,9	12,0	11,0	9,2	69,3	69,3	69,9	70,0	W1	W1	W1	W	0,5	2	3	
21	6,6	12,7	12,1	10,0	68,0	67,9	68,0	67,4	W	NW ²	W	W	0,8	4	2	
22	7,1	10,0	9,0	6,4	66,1	66,5	67,0	67,4	W	W	W	W	1,0	3	3	
23	3,7	10,2	10,6	6,1	66,1	67,0	69,8	69,8	W	W1	W	W	0,8	5	3	
24	2,7	10,0	10,7	5,7	75,5	76,0	75,8	75,7	W	W1	NO1	W	0,3	5	2	
25	2,6	12,2	12,5	9,7	75,7	75,5	74,7	74,7	W	SO1	SO	SO	0,8	6	5	
26	2,6	9,7	8,1	5,5	72,2	70,1	69,9	70,4	S0	W1	W	NW	0,8	6	2	
27	4,2	8,7	8,5	3,1	72,3	72,4	72,7	74,3	NW	W	W	W	0,3	6	2	
28	1,7	—	—	—	76,4	—	—	—	01	—	—	NW ³	1,0	—	4	
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	NW	—	—	4	
30	2,1	8,6	7,6	2,2	76,1	75,4	75,3	77,3	NW	NW	NW1	NW	0,3	7	6	
31	0,9	7,6	7,6	2,7	77,7	77,3	77,3	77,3	NW	W1	W1	W	0,3	6	2	
M.	+5,55	+11,64	+11,23	+7,22	673,10	672,59	672,34	674,67	—	—	—	—	0,51	5,48	5,52	

*

Meteorologische Beobachtungen im November 1857.

Burgdorf.

Saane n.

Tag.	Genesimal-Thermometer.			Genesimal-Thermometer.			Barometer bei 0°.			Wind.			Mittl. Dvsnretraction	Bemerkungen.				
	sh.M.	12h.	sh.A.	sh.M.	12h.	sh.A.	sh.M.	12h.	sh.A.	sh.M.	12h.	sh.A.			Bwlg.	sh.M.	sh.A.	
1	+0,6	+5,0	+4,5	+3,6	+5,1	+6,7	+4,6	677,0	676,7	676,4	676,6	SO1	SO1	SO	0,4	7,5	3	2
2	+3,6	+8,7	+8,4	7,4	+10,7	+8,9	+7,0	74,7	74,3	73,1	73,2	W1	W1	W	0,8	7	6,5	2
3	7,0	+11,4	+10,9	8,4	+6,2	+11,0	+6,2	79,9	73,1	73,1	73,2	W	W	W	0,5	2	5	2
4	5,1	+11,3	+11,6	7,6	+6,7	+10,9	+6,0	75,3	73,9	73,7	73,7	O1	O	W	0,1	3	4	2
5	8,3	+13,0	+12,9	7,9	+6,5	+12,6	+7,1	78,2	75,3	74,5	74,9	W	W	W	0,3	3	5	2
6	6,7	+10,1	+11,5	9,0	+5,1	+11,7	+12,0	81,1	78,2	76,0	77,2	W1	S1	W	0,6	4,5	4	6
7	7,1	+13,0	+12,0	7,7	+5,7	+10,6	+11,1	77,3	77,7	77,4	78,1	W	W	O1	0,3	4	6	6
8	7,1	+10,2	+9,3	7,5	+5,7	+10,6	+8,9	78,4	78,2	78,7	78,8	O	NW	SO	0,7	4	6	6
9	8,5	+9,7	+9,0	8,2	+1,0	+7,2	+7,6	78,2	78,2	78,1	78,6	O	O	W	0,3	5	5	5
10	7,6	+8,7	+8,9	7,2	+0,1	+6,0	+6,1	79,1	79,2	79,2	79,4	W1	W1	O1	0,1	3	3	2
11	4,0	+4,4	+3,1	1,4	+1,7	+6,7	+5,0	79,6	79,5	79,3	79,8	O2	O2	O2	0,5	7	8	2
12	0,2	+2,5	+2,8	0,3	+2,6	+1,9	+1,0	80,0	79,6	79,3	79,4	O2	O3	O1	0,1	6	7,5	2
13	1,2	+2,0	+2,3	0,6	+1,5	+0,5	+2,0	78,1	77,7	76,5	76,4	O	O	O1	0,1	8	8	2
14	1,0	+0,7	+1,2	2,0	+0,8	+1,4	+4,4	74,8	74,3	74,3	74,2	O	O	W1	0,1	6	6,5	2
15	2,3	+0,9	+1,2	2,0	+0,8	+1,4	+3,7	74,3	74,3	74,2	74,7	W1	W1	W	0,1	6	6	2
16	3,4	+0,4	+1,4	2,7	+6,6	+1,7	+2,7	77,2	76,2	76,2	76,4	O	W1	W	0,1	6	6	2
17	4,3	+0,7	+0,8	2,7	+5,6	+2,4	+1,0	77,4	77,4	76,8	77,1	W	W	W	0,4	5	7	2
18	5,8	+1,2	+1,0	2,7	+4,1	+2,6	+1,7	77,2	77,2	77,4	78,1	W	W	W	0,1	5	7	2
19	1,9	+0,7	+1,0	1,0	+2,6	+1,7	+2,5	79,2	79,0	78,5	79,0	O	W	W	0,0	4	7	2
20	1,2	+1,4	+2,1	0,5	+0,5	+0,3	+3,7	78,8	78,4	79,5	79,9	W	W	W	0,0	5	7	1
21	1,7	+1,6	+1,0	0,5	+8,7	+1,1	+5,2	80,0	79,7	79,7	79,8	W	W	W	0,0	4	7	1
22	1,6	+2,3	+2,6	2,8	+7,4	+1,4	+4,7	79,5	78,1	78,5	78,4	W	W	W	0,0	6	5	1
23	6,7	+1,6	+1,2	4,8	+8,9	+1,4	+4,4	76,0	76,0	72,2	71,1	W	W	W	0,0	6	5	1
24	2,8	+1,0	+2,6	2,8	+4,7	+3,0	+8,7	75,0	73,4	72,2	71,1	W	W	W	0,0	6	5	1
25	+4,0	+5,3	+5,8	3,2	+10,2	+11,5	+9,5	65,1	65,1	64,8	64,8	SO2	SO2	W	1,0	7	7	1
26	+4,2	+6,0	+4,1	6,2	+1,7	+2,9	+1,0	64,2	64,0	62,8	62,5	W	W	W	1,0	7	7	1
27	+2,0	+1,8	+0,0	4	+0,5	+3,1	+0,4	62,8	62,0	61,0	61,1	W	W	W	1,0	8	7	1
28	+2,4	+1,9	+1,9	1,8	+2,5	+0,1	+1,2	62,8	63,5	63,0	66,6	W	W	W	1,0	8	7	1
29	1,4	+0,5	+0,6	0,8	+4,0	+3,5	+8,0	68,9	69,0	68,9	69,1	S	S	SO	0,5	7,5	8	2
30	2,1	+0,7	+0,8	1,8	+9,6	+2,1	+6,0	69,3	69,2	69,4	70,4	SO	SO	SO	0,0	7	8	1
M.	+1,20	+4,06	+3,67	+2,14	-1,54	+4,13	+3,62	+0,89	674,41	674,15	674,05	674,28			0,38	5,56	6,50	

1) Kein Sch. bis 8000°.
 2) Abs. trock. Föhnst.
 3) Abs. trock. Föhnst.
 4) Abs. trock. Föhnst.
 5) Abs. trock. Föhnst.
 6) Abs. trock. Föhnst.
 7) Abs. trock. Föhnst.
 8) Abs. trock. Föhnst.
 9) Abs. trock. Föhnst.
 10) Abs. trock. Föhnst.

Tag	Barometer bei 0°.			Centesimal-Thermometer.				Wind.			Mittl. Bw/kg.	Azoureaction		Nieder- schlag.	Bemerkungen.
	8h.M.	42h.	8h.A.	8h.M.	42h.	8h.A.	min	8h.M.	42h.	8h.A.		sh.M.	8h.A.		
1	711.1	711.0	710.9	+11.0	+14.4	+15.0	+10.3	NO1	NO	NO	0.8	8.0	7.0	0	V. Regen.
2	710.8	710.5	712.3	13.4	15.8	15.6	5.8	NO	NW1	NW1	0.6	5.0	4.0	0	V. Regen.
3	713.3	715.4	716.1	15.0	18.2	17.8	9.9	NO	NW1	NW	0.7	10.0	6.0	0	H. Regen.
4	718.9	718.0	718.6	17.9	20.3	20.3	16.4	SW	NO1	N	0.7	4.0	6.0	0	V. Regen.
5	718.1	717.6	717.1	20.5	20.4	20.0	11.1	N	NO1	NO1	0.0	5.5	4.0	0	I. Regen.
6	718.6	718.0	717.5	22.2	23.5	23.0	20.0	OSO	W	NW	0.0	1.0	2.0	0	I. Regen.
7	716.6	—	714.4	22.8	24.4	24.0	21.3	WNW	WNW	SW	0.1	1.0	—	0	I. Regen.
8	713.7	713.7	713.6	21.0	22.7	20.2	15.1	WNW	N	OSO1	0.9	2.0	6.0	0	V. Regen.
9	711.2	709.3	708.0	12.0	12.6	10.8	9.0	SO	SW	SO1	1.0	8.0	8.0	62.32	III. Regen.
10	712.8	713.7	715.8	15.6	17.3	17.0	12.3	NNW	WNW	SW	0.9	6.5	7.0	2.27	H. Elwas Regen.
11	717.8	717.5	717.2	12.7	17.0	14.2	10.9	SW	WSW1	SW	0.7	6.6	6.0	3.32	V. Regen.
12	717.5	717.2	716.8	14.5	15.2	15.0	12.0	SO	SO	SO1	1.0	6.0	7.0	0	H. Regen.
13	717.5	714.1	712.8	14.8	15.7	13.8	11.8	SO	NO1	ONO	0.5	7.0	7.0	2.44	V. Regen.
14	715.4	710.5	709.6	15.3	18.5	17.9	16.3	NO1	NO2	NO1	0.0	7.0	6.0	0	V. Regen.
15	711.5	710.5	709.5	15.3	18.5	17.9	16.3	N1	N	W1	0.5	7.0	5.0	0	V. Regen.
16	710.5	711.2	711.5	13.7	15.7	15.4	13.9	WSW	SW	SSO1	1.0	5.0	4.5	6.82	V. Regen.
17	712.9	712.8	713.2	16.2	19.9	20.5	17.4	NO	NO	NO	0.7	6.0	5.0	0.97	V. Regen.
18	714.0	713.6	712.8	21.4	21.7	21.4	20.5	NNO	N	NNO	0.5	5.5	6.0	2.29	V. Regen.
19	714.9	714.3	714.1	20.7	—	21.4	21.0	NNO	N	NNO	0.4	3.0	5.0	0	V. Absl. Wetterl. in SW.
20	714.8	714.3	713.4	21.3	25.3	26.5	19.1	OSO	N	NW	0.2	1.0	—	0	V. 6 h. A. Gew., Reg. 9-10 h. A.
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	III. Reg. (st. Wl., 40 h. A. 2tes)
22	714.6	715.8	715.3	16.5	18.2	19.0	16.1	W	S	NO	0.9	6.0	6.0	2.83	H. R. g. (Gew. u. Platzrg.)
23	715.7	715.3	—	16.0	16.7	16.0	15.6	N	S	NO	0.3	2.0	2.0	0.80	I. Mgs. Reg.; 40 h. A. Wetl.
24	716.6	717.8	716.5	19.5	20.6	20.9	16.7	NO1	NO1	NO	0.9	7.0	7.0	38.00	[in SO.
25	722.0	721.9	721.4	21.0	22.4	21.8	18.3	N	NO	NNO	0.3	5.0	6.0	0	I. Regen.
26	720.9	719.8	719.3	—	—	23.0	19.5	O	ONO	NO2	0.3	3.0	6.0	0	I. Regen.
27	717.9	717.3	716.4	23.0	24.6	23.9	21.1	NO	N	NO	0.0	7.0	6.0	0	I. Regen.
28	716.4	715.3	714.4	23.5	25.7	24.8	21.4	NO	N	NW	0.0	4.0	3.0	0	I. Regen.
29	713.4	712.5	711.5	23.9	25.0	24.3	19.5	SW	W	W1	0.0	3.0	3.5	0	I. Regen.
30	710.1	709.5	709.0	—	18.2	17.2	14.8	SO	SO	SO1	1.0	4.0	4.0	17.83	III. Regen.
M.	715.12	714.73	714.14	+17.75	+19.61	+17.80	+16.52	—	—	—	0.51	4.92	5.46	139.89	—

Tag.	Barometer bei 0°.			Centesimal-Thermometer.					Wind.			Mittl. Luftkgt.	Ozoneaction		Nieder- schlag.	Bemerkungen.	
	8h M.	12h.	4h.	8h M.	12h.	4h.	8h A.	min.	8h M.	12h.	4h.		8h A.	8h M.			8h A.
1	711.3	710.7	711.9	+18.0	+19.7	+18.1	+15.7	+14.2	NNW	W	NW2	NW	0.7	7.0	7.0	1.73	V. Etwas Regen.
2	712.9	712.3	711.8	+15.6	19.0	18.2	14.9	—	W	NW1	N1	SW	0.8	7.0	7.0	—	V. Regen, Gewitter.
3	714.2	715.2	714.8	14.4	16.2	17.9	15.7	13.0	SO	O	NW	NW1	0.6	2.0	7.0	13.21	V.
4	715.7	715.6	715.3	17.5	19.8	20.1	16.8	10.8	SO	NO	N	NW	0.2	2.0	5.0	—	I.
5	714.7	714.7	713.6	20.0	22.7	23.1	19.5	13.8	NW	N	NW	NW	0.3	2.0	5.0	—	I.
6	713.6	712.4	711.5	18.5	21.8	22.0	18.8	16.1	NW	NW	NW	NW	0.9	3.0	5.0	31.68	V. Regen.
7	713.3	713.2	713.3	18.7	19.3	19.0	17.2	14.9	W	NW	W	NW1	0.8	6.0	5.0	—	V.
8	713.8	713.2	—	17.1	20.0	—	—	13.5	N	W1	—	NW1	0.5	3.0	4.0	—	V. (D).
9	714.1	713.7	713.4	16.8	19.5	19.5	16.8	12.7	N1	N	NW	NW	0.9	6.0	5.0	—	V.
10	713.8	713.7	713.4	18.6	20.4	20.8	18.0	13.6	NO	NO	S	NO	0.5	5.0	5.0	—	V.
11	716.4	716.8	716.9	15.3	20.1	20.4	18.2	13.1	NO	NO	N	N1	0.7	4.0	5.0	—	V.
12	720.1	720.3	720.1	19.0	21.5	20.8	17.4	13.1	NO	NO	NO	NO	0.1	6.0	6.0	—	I.
13	722.0	721.7	720.9	21.0	24.0	20.8	18.5	13.2	ONO	ONO	NO	NO	0.0	6.5	6.0	—	I.
14	722.0	721.7	720.7	19.8	23.5	24.6	20.6	14.0	ONO	NNW1	W	NO	0.0	5.5	2.0	—	I.
15	720.6	719.4	718.1	22.3	25.3	24.6	21.7	—	NO	NW	W	W	0.0	5.0	6.0	—	I.
16	717.5	715.3	714.6	19.5	25.4	25.3	22.0	15.7	S	WNW	W1	WSW	0.1	5.0	5.0	—	I.
17	716.6	717.5	717.4	21.4	21.4	21.9	17.9	18.0	W	SW	NO	N	0.9	6.0	6.0	—	II.
18	719.5	719.4	719.4	20.5	23.1	23.1	19.6	17.8	N	NO	—	NO	0.1	5.0	6.0	—	I.
19	719.8	719.4	—	21.1	24.3	—	19.2	14.0	O	NO	—	NO	0.0	5.0	4.0	—	I.
20	719.4	717.7	—	—	—	—	—	14.7	S	NO	—	NW	0.2	6.0	6.0	—	I.
21	717.1	716.9	715.8	20.6	26.4	26.7	22.0	18.3	OSO	SW	W1	SSO	0.5	3.0	3.5	—	V. Abends Wetterl.
22	—	715.9	715.8	—	26.4	23.1	—	17.2	SO	NW	NW	—	0.7	4.0	—	—	V.
23	—	715.3	715.3	19.4	23.6	23.1	—	18.5	SO	NW	NW	—	0.2	3.5	—	—	V.
24	715.7	715.0	715.4	18.9	21.9	21.4	20.6	15.0	NW	NW	N	NO	0.7	4.5	6.5	—	V.
25	714.7	715.4	714.5	22.5	24.3	23.7	20.6	13.9	WNW	N	NO	NO	0.1	4.5	—	—	V.
26	716.9	716.3	715.9	23.6	25.4	25.9	22.8	14.9	O	NW	SW1	NW	0.2	5.0	4.0	—	V.
27	717.0	716.2	716.1	22.3	26.9	—	21.7	16.1	SO1	W	—	NW	0.1	5.5	3.5	—	I.
28	715.9	715.2	714.2	18.8	27.6	—	26.8	18.7	S	W	N	NW	0.2	3.0	4.0	—	V.
29	717.8	717.3	716.0	22.6	25.1	25.1	22.7	17.5	SW	W	N	SO	0.4	3.0	6.0	—	V. Regen, Gewitter.
30	715.6	716.7	716.8	21.0	24.1	20.5	19.0	16.4	SO	NW1	W	NO	0.9	7.0	6.0	—	I.
31	716.9	716.5	716.8	19.5	24.1	23.2	20.0	15.9	ONO	WNW1	W	S	0.1	3.5	5.0	—	V. Etwas Regen.
M.	716.47	716.15	715.51	+19.39	+22.71	+22.13	+19.27	+15.20					0.40	4.65	5.19	62.35	

Tag.	Barometer bei 0°.		Centesimal-Thermometer.				Wind.			Mittl. Pw. h. g.	Özoureaction		Nieder- schlag.	Bemerkungen.	
	8h. M.	42h.	4h.	8h. A.	min.	8h. M.	42h.	4h.	8h. A.		8h. V.	8h. A.			
1	714,7	716,8	716,1	716,3	20,0	+23,5	+20,5	+14,7	ONO	NNOI	NOI	5,0	1,0	0	I.
2	717,4	716,9	716,0	716,5	21,8	24,9	20,8	—	ONO	SW	NO	3,0	3,5	0	I.
3	717,8	717,1	716,1	716,4	22,9	24,7	20,8	19,0	SO	N	SO	4,0	3,0	0	V (D).
4	717,8	716,7	714,8	715,0	23,9	26,4	23,7	19,7	S	NO	NNW	5,0	1,0	0	I.
5	714,6	713,3	712,0	713,9	26,1	25,9	19,4	—	SO	NW	S	3,0	3,0	7,33	V. Regen.
6	712,3	711,4	711,7	712,6	17,0	22,0	17,7	16,5	SO	SO	S	1,0	6,0	7,0	HI (V). Regen.
7	711,8	711,8	710,7	711,8	17,8	21,4	22,5	17,9	SO	SV	WNW	6,0	6,0	18,43	V. Regen.
8	713,2	712,7	711,8	712,6	17,6	19,9	19,7	17,0	S	N	S	7,5	7,0	0	V.
9	712,7	712,1	—	712,8	15,8	21,4	19,3	15,5	NO	NOI	ONO	3,0	7,0	0	HI. Regen.
10	714,7	715,1	715,3	715,6	11,6	13,9	13,8	14,3	NO	SOI	NOI	7,0	7,5	53,33	HI Reg. Nchts Reg. Sturm
11	715,4	715,4	714,7	715,5	16,2	19,5	18,3	—	SO	NO	—	9,0	5,0	6,74	V. W. in SO. Nachts Reg.
12	715,5	715,0	714,2	714,4	21,0	21,7	20,0	—	SO	ONO	NOI	1,5	3,5	0	I. W. in SO.
13	714,3	713,7	712,3	712,2	21,1	22,0	21,7	20,6	NOI	N	NO	0,0	5,0	0	I.
14	711,4	710,9	706,9	710,2	21,4	21,3	22,5	17,8	NOI	NWI	OI	0,5	2,0	5,3	V. Etwas Regen.
15	707,4	706,7	706,8	707,4	20,6	21,8	18,2	17,0	SI	N	—	1,0	6,0	6,0	V.
16	706,6	707,5	707,8	708,6	14,4	13,9	15,7	14,1	SW	SWI	W	6,0	7,0	12,90	HI Regen.
17	—	709,0	706,9	708,6	12,1	13,0	15,5	14,1	W	SO	S	6,0	6,0	8,34	V. Regen.
18	711,4	714,1	712,4	713,5	19,2	18,8	17,5	11,8	SW	NO	—	4,0	6,0	0	V.
19	713,3	713,0	713,0	713,5	19,2	18,8	17,5	11,8	NO	NO	—	7,0	2,0	0	I.
20	713,2	713,0	712,0	712,9	16,0	18,6	18,4	15,6	O	NOI	NOI	0,2	7,0	0	I.
21	713,9	713,6	713,3	713,3	17,1	19,8	19,3	17,2	NNO	NOI	NOI	6,0	6,0	0	I.
22	713,0	714,0	712,9	713,3	20,7	19,9	19,9	18,4	ONO	NOI	NO	0,2	6,0	0	V. Morg. Neb., Abs. Wl.
23	712,0	711,3	711,1	710,5	23,2	21,4	21,8	19,1	ONO	NO	NO	0,1	6,0	0	V.
24	710,1	710,9	711,5	713,7	23,2	24,0	24,0	20,2	N	N	—	0,7	1,0	2,0	V.
25	716,1	716,8	717,6	718,2	16,6	20,6	22,0	18,7	NO	NNW	—	0,9	1,0	5,3	HI. Abs. Wl. Abs. u. Nachts
26	718,9	718,8	718,7	719,3	15,8	18,9	19,6	18,3	NO	SSW	—	0,8	9,0	6,0	HI. Regen
27	720,5	720,4	719,7	719,3	20,9	21,6	22,0	19,3	NNI	NOI	NO	—	4,0	0	I. Morgens Nebel.
28	718,2	716,6	715,4	715,9	17,5	22,4	22,1	19,5	NOI	NW	NWI	1,0	2,0	0	I.
29	715,1	714,1	713,8	713,8	19,2	19,8	19,4	16,5	NOI	NO	—	0,0	7,0	0	I.
30	714,4	713,8	714,6	714,6	18,0	22,0	21,5	19,0	ONO	NO	—	6,0	6,0	0	I.
31	716,2	716,0	715,4	716,3	21,3	24,0	22,9	16,7	SOI	WI	SI	5,5	5,0	2,04	V. Gewitter, Regen.
M.	714,60	713,74	713,29	713,85	18,60	21,12	20,98	18,13	18,83			0,49		125,51	

Tag.	Barometer bei 0°.			Centesimal-Thermometer.					Wind.				Mittl. Druck.	Ozonreaction		Nieder-schlag.	Bemerkungen.
	mm.	12h.	8h. A.	8h M.	12h.	4h.	8h. A.	min	8h M.	12h.	4h.	8h. A.		8h M.	8h. A.		
1	715,8	715,4	714,5	+19,2	+21,3	+20,8	+17,0	+15,0	SO1	W	SO1	—	0,8	6,0	—	2,90	V. Gewitter.
2	712,9	712,0	711,1	16,1	16,4	16,7	16,1	14,9	W	SW	—	1,0	6,0	—	8,59	III. Regen.	
3	711,0	710,8	711,2	15,4	19,9	18,9	16,8	13,6	S	SW	—	1,0	—	7,0	6,72	V. Regen.	
4	712,0	711,4	710,2	18,9	20,0	20,0	18,0	14,8	OSO	N	—	0,8	4,5	6,5	0	V. Regen.	
5	712,3	713,0	712,9	15,0	17,5	19,1	16,8	13,6	S	SW	—	1,0	5,0	7,0	0	V. Etwas Regen.	
6	714,4	—	713,2	16,9	19,8	20,2	16,2	12,5	SO	NW	SO	0,9	3,0	6,0	10,26	V. Regen.	
7	714,4	—	713,6	19,5	20,4	20,2	16,8	14,8	SO	NW	NW	0,2	5,0	3,0	0,26	I. Abends gr. Mondhof.	
8	713,4	714,2	713,3	20,3	22,2	19,9	19,1	11,5	SW	NW	NW	0,4	2,0	2,0	0	V. [Ab. u. Ns. Reg.	
9	712,8	711,9	712,0	16,0	22,0	21,1	17,3	15,1	O	NO	SW1	0,8	4,0	4,0	15,90	V. Mg st. Reg. ab Gew. u. Reg.	
10	712,0	710,9	709,0	—	22,0	21,1	15,0	15,3	O	N	SW1	0,6	4,0	7,0	7,92	V. Nelm. Gew. st. Reg. u. Reg.	
11	710,5	710,4	710,8	14,6	17,7	17,0	—	12,0	S	N	—	0,7	6,0	—	14,37	V. Etw. Reg. u. Reg.	
12	713,4	713,1	712,8	11,5	18,6	17,8	13,0	9,5	S1	W1	—	0,8	7,0	4,0	0,75	V. Etwas Regen.	
13	716,4	716,5	717,6	13,4	18,6	18,6	16,0	14,7	W	W	—	0,9	2,0	7,0	6,16	V. Etwas Regen.	
14	718,2	717,6	717,8	13,0	18,9	18,8	15,5	14,0	NO	NO	—	0,5	6,5	6,5	0	I. Morgens Nebel.	
15	719,7	—	719,5	15,1	18,6	18,7	15,4	9,9	NO	N1	NO	0,3	1,0	5,0	0,20	I. Morgens Nebel.	
16	721,5	—	721,2	11,7	18,3	18,7	16,2	10,7	SW	SW	SW	0,0	1,0	6,0	0	I. Morgens Nebel.	
17	723,0	—	721,9	16,5	—	—	16,2	11,4	SW	N1	—	0,0	1,0	6,0	0	I. Morgens Nebel.	
18	720,9	—	717,6	16,5	20,6	22,5	16,9	11,4	SW	NW1	NW1	0,0	2,0	4,5	0	I. Morgens Nebel.	
19	717,0	—	717,3	11,8	17,5	16,7	13,5	10,7	NO	N1	NO	0,2	1,0	7,0	0	I. Morgens Nebel.	
20	717,9	—	717,6	11,8	16,3	16,3	12,0	8,5	NO	N1	NO	0,3	3,5	6,5	0	I. Morgens Nebel.	
21	718,6	—	716,3	8,0	14,9	16,0	12,8	6,4	NW1	N1	NO	0,3	2,0	3,0	0	I. Morgens Nebel.	
22	716,6	—	715,1	6,9	14,9	16,8	13,5	8,1	NO	N1	NO	0,2	1,0	2,5	0	I. Morgens Nebel.	
23	716,2	—	715,8	12,7	15,6	17,0	13,8	8,1	NO	N1	NW	0,2	1,0	2,0	0,55	V. Morgens Nebel.	
24	716,6	—	714,8	11,2	17,1	18,9	16,3	9,5	O1	N1	—	1,0	1,0	2,0	0	V. Morgens Nebel.	
25	716,4	—	715,9	15,4	19,6	20,3	17,2	13,9	N	N	—	0,6	1,0	1,0	0	V. Morgens Nebel.	
26	711,4	—	711,6	17,5	21,0	20,2	17,2	12,4	NW	NW	—	0,1	1,0	1,0	0	V. Morgens Nebel.	
27	716,4	—	714,0	16,1	21,6	18,5	15,9	12,5	S	N1	SW1	0,9	1,0	6,0	11,33	II. Abends Regen, gew.	
28	710,3	—	710,9	15,4	16,0	17,8	14,6	12,8	NO	N1	—	0,9	2,0	3,0	0	II. Abends Regen, gew.	
29	714,1	—	715,3	—	19,1	16,2	—	—	NW	N1	—	0,9	2,0	3,0	0	II. Abends Regen, gew.	
30	715,6	—	715,5	—	17,2	—	—	—	N	N1	—	0,4	7,0	4,0	0	V. Abends Regen, gew.	
M.	715,34	714,59	714,19	+14,73	+18,70	+18,77	+15,63	+12,34	—	—	—	—	0,57	3,29	4,83	85,65	—

Tag.	Barometer bei 0°.			Centesimal-Thermometer.				Wind.			Mittl. Bewlkgr.	Ozonreaction		Nieder- schlag.	Bemerkungen.	
	8h.M.	12h.	4h.	8h.A.	8h.M.	12h.	4h.	8h.A.	8h.V.	8h.A.						
1	716.0	715.9	715.1	716.4	+13.9	+17.0	+18.9	+14.8	S1	W	NW	0.3	5.0	6.0	0	V. Morgens Nebel.
2	719.3	719.2	718.4	719.8	14.5	17.2	18.9	14.6	S	N	NO	0.1	1.0	5.0	0	I. Morgens Nebel.]
3	719.5	718.8	717.3	717.0	6.9	18.7	18.9	14.0	—	N	N	0.2	1.0	6.0	0	I.
4	719.5	713.7	711.5	711.7	12.8	13.5	13.4	14.2	SW	NW	W	0.4	1.0	6.0	0	I.
5	709.0	707.7	707.1	708.6	13.7	17.8	17.3	14.9	S	SO	SO1	0.9	2.0	6.0	0	V. Regen.
6	714.0	714.6	714.1	714.2	9.1	11.5	11.3	8.6	W	NW	SO1	0.5	5.0	6.0	19.27	II. Regen. Wetterl. in W.
7	711.1	710.2	708.0	707.7	6.2	12.2	12.0	10.5	SO	N	NO	1.0	2.0	5.0	1.29	V. Morgens Regen.
8	705.8	707.6	705.8	706.4	10.0	9.7	11.5	8.4	SW	SW	S	0.7	2.0	6.0	.	V. Morgens Regen.
9	705.6	705.0	704.0	704.5	9.3	11.9	11.7	10.0	SW	SW1	SW	0.9	7.0	7.5	.	V. Etwas Regen.
10	709.1	710.2	711.2	712.2	8.6	11.7	10.4	10.6	W	SW1	SW	1.0	7.0	7.0	10.40	V. Etwas Regen.
11	712.9	713.0	713.5	714.8	9.1	12.3	12.0	10.3	SW	NO	NO1	0.5	6.0	6.0	0	II.
12	717.2	717.9	716.9	717.1	9.3	13.0	12.6	11.4	NNO1	NNO2	NNO2	0.4	4.0	8.0	0	I.
13	715.3	715.0	716.0	715.6	9.3	10.8	10.5	10.5	NNO1	NNO1	—	0.8	6.0	3.0	0	V.
14	715.6	715.1	714.8	715.3	10.9	13.2	13.0	11.4	N	NI	—	0.7	1.0	7.0	0	V.
15	716.8	716.0	715.3	715.6	9.1	15.5	12.1	9.3	NO	NO1	(NO1	0.2	1.0	1.0	0	I
16	714.7	713.8	713.1	713.2	9.3	15.1	15.3	12.0	ONO	NW	NO	0.6	1.0	2.0	0	V.
17	713.7	713.5	713.4	713.4	11.0	12.6	13.0	10.7	NW	N1	N	1.0	1.0	2.0	0	II. Nebel.
18	711.0	708.6	707.8	708.3	11.4	15.0	15.2	11.2	O	N	NI	0.2	2.0	2.0	0.66	V. Morgens Nebel.
19	706.7	705.9	705.3	705.8	9.3	13.9	13.9	12.0	O	NO	NW	0.9	—	—	—	II. Morgens Nebel.
20	709.1	710.9	710.7	710.7	9.5	15.3	14.1	12.7	ONO	W	NW	0.9	—	—	0	II. Morg. etw. Reg. Abs n.
21	706.7	706.8	706.6	706.0	11.1	15.2	14.1	12.5	NNW	W	SO	1.0	—	—	17.28	V. Morgens starker Regen
22	—	704.8	707.4	709.5	11.6	14.7	13.5	10.9	SW	SW	SW	0.7	—	—	—	V. Morgens Nebel.
23	—	713.5	713.4	714.3	6.7	12.0	11.8	6.1	S	N	N	0.4	—	—	—	V. Morgens Nebel.
24	716.8	716.9	715.7	715.5	8.7	13.6	13.7	9.6	SO	SO	NO	0.1	—	—	0.50	I
25	715.0	714.6	713.4	713.9	6.8	11.8	10.5	9.4	S	NO	N	0.9	—	—	0	II. Morgens Nebel.
26	711.0	708.9	709.4	—	—	—	12.0	9.1	SO	NO	NNW	1.0	—	—	—	II. Morgens Nebel, Regen?
27	713.7	713.9	713.7	714.9	9.1	13.7	13.0	9.1	SW	NW	NW	0.3	—	—	9.96	I. Regen.
28	716.3	717.7	716.0	716.6	5.3	11.2	13.6	11.0	S	S	—	0.9	—	—	—	II. Regen.
29	718.8	717.6	715.6	715.6	9.8	14.0	12.9	8.2	WNW	WNW	WNW	0.2	—	—	0.83	II. Regen.
30	715.5	715.6	717.4	717.4	10.7	15.7	12.9	8.2	S	WNW	NO	0.2	—	—	0	I.
31	718.6	719.2	718.9	719.0	7.0	15.1	11.8	7.5	SO	WNW	NO	0.3	—	—	0.63	V. Feiner Regen.
M.	713.48	712.97	712.32	713.10	+9.56	+14.03	+13.74	+10.85				0.61	3.06	5.26	60.52	

Tag.	Barometer bei 0°.			Centesimal-Thermometer.					Wind.			Mittl. Ozonreaction.		Nieder- schlag.	Bemerkungen.		
	mm	12h.	4h.	Sh.M.	12h.	4h.	Sh.A.	min.	Sh.M.	12h.	4h.	Sh.A.	Bw.			Wk.	Sh.M.
1	718,4	717,2	715,2	715,7	+4,2	+9,0	+8,7	+7,1	+3,8	NO	NO	N	1,0	—	—	—	II. Morgens Nebel.
2	714,1	713,3	—	712,6	6,5	11,9	12,0	9,3	5,5	S	S	S	1,0	—	—	—	II. Nachm. Reg. Abs. Neb.
3	713,0	713,3	713,2	713,0	8,6	13,0	12,3	10,5	7,7	S	S	S	0,7	—	—	—	II. Morgens Nebel.
4	714,5	713,8	713,2	713,7	6,4	14,4	13,4	8,0	5,6	S	SW	NW	0,2	—	—	—	I. "
5	714,9	714,8	714,6	714,6	7,9	15,0	14,0	10,2	6,6	S	SW	S	0,4	—	—	—	V. "
6	715,6	715,6	716,4	717,6	9,8	15,2	13,6	12,0	7,1	OSO	NO	WNW	0,2	—	—	—	V. Morgens Nebel.
7	718,7	718,7	718,4	719,0	7,9	14,8	14,2	10,7	7,4	SO	WNW	NO	0,3	—	—	—	II. "
8	720,0	719,6	719,5	719,7	6,3	12,3	13,0	9,0	5,8	NO	NO	NO	0,9	—	—	—	V. Morgens Nebel.
9	719,8	719,8	719,5	720,4	9,8	10,5	10,0	9,9	8,6	ONO	ONO	NO	1,0	1,0	2,0	—	II. "
10	721,0	721,6	721,5	722,7	9,1	7,4	4,9	3,5	—	S	NO	NO	0,8	2,0	2,0	—	II. "
11	723,6	723,9	724,3	724,7	4,5	5,9	6,0	3,0	1,0	NNO1	NNO1	NNO1	0,2	7,0	6,0	—	V. "
12	724,3	723,9	723,6	724,7	4,5	4,8	3,6	3,2	0,3	NNO1	NNO1	NNO1	0,7	7,0	8,0	0,37	II. Morgens Nebel.
13	720,5	716,2	718,0	716,4	0,4	2,1	1,9	0,3	—	NNO1	NNO1	—	0,2	8,0	7,0	—	V. Erster Reif.
14	716,0	715,9	716,2	717,3	0,9	2,3	1,3	0,5	2,3	NNO	NNO	—	1,0	5,5	5,5	—	V. Morg. und Abs. Nebel.
15	717,0	716,5	719,3	719,7	2,0	1,1	1,3	1,0	—	S1	NO	—	0,8	3,0	3,0	—	II. Nebel.
16	719,9	719,5	720,5	720,4	1,9	0,8	1,4	0,1	2,7	NNW	NNW	—	0,9	1,0	1,0	—	II. Den Tag über Nebel.
17	—	720,5	720,6	721,2	2,5	0,8	1,6	1,0	3,0	NO	N	—	1,0	0,0	2,0	—	II. "
18	720,9	722,7	722,4	722,2	2,5	1,4	1,5	1,0	2,0	NO	N	—	1,0	0,0	4,5	—	II. "
19	722,9	722,7	722,7	723,7	1,0	2,0	2,5	1,2	1,2	SW	N1	—	1,0	3,0	3,0	—	II. Nebel. Schw. Reif.
20	723,6	723,8	723,5	723,8	0,5	3,0	2,3	1,4	0,8	SO1	SO	—	1,0	5,0	5,0	—	II. "
21	723,6	722,9	722,5	723,8	0,5	3,0	2,3	1,4	0,8	SO1	SO	—	1,0	3,0	3,0	—	II. "
22	722,4	722,1	720,4	719,9	0,7	3,0	1,7	1,0	1,0	SO1	SO	—	0,6	6,0	6,0	—	V. "
23	715,7	713,9	712,9	710,3	3,2	1,1	0,9	—	4,4	WNW	WNW	—	1,0	2,0	2,0	—	II. Morg. u. Abs. Kb. Reif.
24	706,5	705,7	705,1	705,4	0,3	2,8	4,9	3,2	3,1	S	ONO	—	1,0	3,0	3,0	0,35	II. Reif.
25	703,3	703,3	703,3	703,8	3,9	5,6	5,6	5,5	2,5	SW	WNW	—	1,0	1,0	1,0	—	II. Mittags Regen.
26	703,2	703,3	701,9	702,3	5,1	7,6	7,4	5,5	4,8	SW	WNW	—	1,0	1,0	1,0	—	II. Den Tag über Regen.
27	702,4	702,2	702,1	703,0	4,0	2,7	1,8	1,5	3,5	WNW	NO	—	1,0	1,0	1,0	26,09	III. (IV) Morg. Reg. Mitt. u.
28	706,8	707,3	708,9	710,7	0,3	1,5	1,5	1,2	0,0	NO	NNO1	—	1,0	4,0	5,0	—	II. "
29	711,9	712,1	711,8	712,9	0,5	1,5	1,8	0,4	0,1	NNO	NNO1	—	1,0	4,5	5,5	—	II. "
30	711,6	710,9	712,0	712,8	0,3	1,6	1,5	1,0	0,4	NNO	NNO1	—	0,9	7,0	7,0	—	II. [Ab. erster Schne. u. Reg.
H.	716,09	715,82	715,56	715,83	+2,98	+6,23	+5,89	+4,25	+1,97	—	—	—	0,79	3,63	3,61	30,81	—

J. Koch.

Einige Notizen über den Donati'schen Kometen.

(Mitgetheilt am 20. November).

1) Für den von freiem Auge sichtbaren Theil des Schweifes bestimmte ich folgende scheinbare Längen und Breiten:

- Sept. 12. $\frac{2}{3}$ — 1^0 circ.
" 13. 1^0
" 16. 7^h 30 4^0
" 20. $5,5$ — 6^0
" 25. $9,^{05}$
" 27. 10 .; grösste Breite ungef. 1^0 .
" 28. 7^h 15 10 — 12 ; grösste Breite ungef. $1,^{05}$.
" 29. 7^h 30 $15,5$; grösste Breite ungefähr 2^0 in
in 9 — 10^0 Entfern. vom Kern.
Oct. 1. 26 — 27^0 ; oberes Schweifende in der
Nähe von ζ urs. maj. — Nur
auf Augenblicke durch Wol-
ken sichtbar.
" 3. 7^h 30 27 — 28^0 ; über η urs. maj. hinaus;
grösste Breite 3^0 in 15^0 Entf.
vom Kern.
" 4. 7^h 30 (28) — $29,^{05}$; gr. Br. 3^0 in 15^0 Entf.
vom Kern.
" 5. 7^h 30 33^0 (über δ urs. maj. hinaus); gr. Br.
 $5,5$ — 6^0 in 16 — 17^0 Entfernung
vom Kern.
" 6. 7^h 30 36^0 (über δ und ν urs. maj. hinaus);
gr. Br. 6 — 7^0 in 15 — 20^0 Entf.
vom Kern.

Oct. 7. 7^h 45 37,5—38^o; gr. Br. 6—7^o in 15—18^o

Entf. vom Kern.

„ 14. 6^h 24^o circ. (Spuren bis 28^o vom Kern).

„ 16. deutlich sichtbar auf 6^o (Spur. bis 9^o vom Kern).

„ 18. 4—5^o.

2) Vom 15. Sept. an begann der Schweif eine gekrümmte, säbelförmige Gestalt anzunehmen, deren convexe, nach Süden gerichtete Seite hell und ziemlich scharf begrenzt war, während sich auf der viel lichtschwächern und ganz verwaschenen concaven Seite keine deutliche Begrenzung angeben liess.

3) Die Helligkeit des Kometen zur Zeit seiner grössten Lichtstärke mag etwa der von Arctur gleich gekommen sein, oder hat dieselbe doch nur um Weniges übertroffen. Am 3. Oct. suchte ich nämlich die Zeit des (von freiem Auge) Sichtbarwerdens von Arctur und vom Kometen zu bestimmen, und richtete desshalb meinen Blick schon geraume Zeit vorher nach der Stelle, wo diese Gestirne hervortreten sollten. Um 5^h 55^m sah ich erst den Arctur, unmittelbar darauf den Kometen; am 4. Oct. dagegen erblickte ich um 5^h 52^m erst den Kometen, und kaum $\frac{1}{2}$ Minute später den Arctur. Ersterer erschien beide Mal als ein nebelfleckartiges, mattleuchtendes, reinweisses Scheibchen, letzterer hingegen als stark rothgelber, glänzender Punkt.

4) Am 29. Sept., am 3. und (weniger deutlich) am 4. Oct. sah ich einen, von der convexen Schweifgrenze ausgehenden, lichtschwachen, geradlinigen, nach oben sich etwas erweiternden und nach beiden Seiten hin verwaschenen Nebenschweif, der in der Nähe des viel hellern Hauptschweifes von demselben fast vollständig überglänzt wurde, etwas weiter davon aber deutlich hervortrat. Am 4. Oct. machte ich Herrn Oberingenieur Denzler, und

später einige andere Personen, welche die Sternwarte besuchten, auf diesen Seitenzweig aufmerksam, der sodann Allen deutlich bemerkbar schien. Am 5. und 6. Oct. konnte ich nur noch fast unmerkliche Spuren dieses Zweiges auffinden, und am 7. und allen folgenden Tagen (vom 8. bis 14. Oct. war der Himmel bedeckt) liess sich gar nichts mehr von demselben wahrnehmen, hingegen erstreckte sich am 7. Oct. um 8^h 45^m Abends eine kurze, unmittelbar am Schweifrand ziemlich breite, astförmige Verlängerung in Rectasc. 230°, Decl. + 40° über die muthmassliche, convexe Begrenzungscurve hinaus, die sich an dieser Stelle plötzlich und stark umbog. Die Ursache hiervon könnte jedoch vielleicht bloss in atmosphärischen Zuständen liegen, obgleich mir diess nicht wahrscheinlich scheint. (Der Himmel war zu der Zeit nicht ganz klar, und überzog sich bald nachher ganz.) Die Länge des Nebenschweifs betrug am 29. Sept. ungefähr 12—13⁰ bei einer Breite von 1⁰, am 3. Oct. etwa 12⁰ bei 1⁰ (unten) — 2⁰ (oben) Breite, und am 4. etwa 12—15⁰ bei 1—2⁰ Breite. — Die Richtung seiner Axe ging

am 29. Spt. ungef. v. R. 194⁰, D. + 37⁰, nach R. 200⁰, D. + 38⁰,
 „ 3. Oct. „ „ R. 208⁰, D. + 30⁰, „ R. 214⁰, D. + 40⁰, ¹⁾
 „ 4. Oct. „ „ R. 213⁰, D. + 30⁰, „ R. 220⁰, D. + 42⁰. ²⁾

5) Aussehen des Kometen im vierfüssigen Frauenhofer, bei 65- (und 120-) facher Vergrösserung.

Sept. 11., 12. und 13. Kern ziemlich hell, aber undeutlich begrenzt; Schweifumriss verwaschen, Helligkeit des Schweifes gegen die Ränder und mit der Entfernung vom Kern abnehmend; rechte ³⁾ Hälfte des Schweifs etwas heller als die linke.

Sept. 16., 19. und folgende Tage (bis 23). Kern hell, scharf begrenzt, vom parabolischen Schweif ringsum umgeben; grösste Helligkeit des Schweifes nicht mehr in der Richtung seiner Axe, sondern nahe beim rechten Rand, der auch schärfer begrenzt ist, als der Rand links.

1) Am 3 Oct. convexer Hauptschweifrand:
 R. 206⁰, D. + 25⁰; 205⁰, + 20⁰; 209,⁰5, + 40⁰; 207⁰, + 50⁰.
 2) Am 4. Oct. convexer Hauptschweifrand:
 R. 210⁰, D. + 23⁰; 213⁰, + 30⁰; 214,⁰5, + 40⁰; 212⁰, + 50⁰.
 3) r. und l. im astronomischen Fernrohr.

Oct. 3. Kern nach der Schweifaxe zu scharf begrenzt und hell, nach der dem Schweif abgewandten Seite weniger hell und mit einem ihn umgebenden hellen, wahrscheinlich parabolisch gekrümmten Lichtbogen durch einen Lichtsector (von fast 270°) von etwas geringerer Helligkeit verbunden. Die Lichtstärke dieses Sectors übertrifft jedoch an ihrer hellsten, ziemlich schmalen, der Schweifaxe ungefähr entgegengesetzten Stelle, noch die des eigentlichen Schweifes, nimmt aber gegen die etwas gekrümmten Begrenzungsradien hin an Intensität bedeutend ab. — Der Schweif selbst, in welchem der Lichtbogen nach beiden Seiten hin sich allmählig verläuft, umgibt in parabolischer Gestalt Lichtbogen und Kern, und wird in 2 Zweige getheilt durch eine dunkle, ebenfalls parabolisch begrenzte Axe, deren ganz dunkles oberes Ende zwischen den Begrenzungsradien des Lichtsectors den Kern berührt. Rechter Schweiftheil heller als der linke, und ziemlich scharf begrenzt; letzterer verwaschen ¹⁾.

Oct. 4., 5., 6. und 7. Aussehen des Kometen wenig anders, als am 3. Oct., nur scheint am 6. Oct. der unmittelbar hinter dem Kern liegende Theil der dunkeln Axe nicht, wie an den frühern Tagen, ganz so schwarz, wie der dunkle Himmelsgrund, am 7. ist jedoch der schwache Lichtschimmer an dieser Stelle nicht mehr bemerkbar.

Oct. 14. Kern gegen die Schweifaxe hin scharf begrenzt, nach der andern Seite zu in einen Lichtbüschel übergehend, der in einen hellen, mit dem Kern ungefähr concentrischen (?) Lichtbogen ausläuft. — Der Schweif umgibt in parabolischer Gestalt Lichtbogen und Kern. Dunkle Axe. Rechter Schweifrand noch immer bedeutend heller und schärfer begrenzt, als der linke.

¹⁾ Bei Arctur, der nach $7^h 30$ in circ. $\frac{1}{2}^{\circ}$ Entf. vom Kern durch den Schweif bedeckt wird, ist auch nicht die geringste Abnahme von Helligkeit und Glanz bemerkbar.



Nr. 423.

**Prof. M. Perty,
Ueber Chromatium Okeni.**

Am 1. November 1858 erhielt ich durch die Güte des Herrn Prof. Schaffhausen in Bonn ein Gläschen mit Chromatium Okeni (Monas Okeni Ehrbg.), welches, obschon 4 Tage auf der Reise gewesen, doch ganz munter und in lebhafter Bewegung ankam. Das Gläschen, welches nicht $\frac{1}{2}$ Unze fasste, war von Hunderttausenden dieses kleinen Geschöpfes erfüllt, welches bis jetzt in Tümpeln bei Jena, St. Petersburg, Berlin, Bonn beobachtet worden ist. In meinem Falle wurde das Wasser hiedurch weinroth gefärbt, so als wenn man Burgunderwein mit Wasser verdünnt hätte. Unter dem Mikroskop zeigte Chromatium Okeni, in Hunderten von Individuen einen kleinen Tropfen erfüllend, sich in seinen verschiedenen Formen und Entwicklungsstufen; die grössten Individuen erreichten $\frac{1}{180}$ Linie, die kleinsten waren kaum $\frac{1}{1200}$ Linie gross. Die weitaus überwiegende Mehrzahl zeigte unter dem Mikroskop eine etwas schmutzig-violette Farbe, einige wenige (immer nur kleine) waren grün. Anderwärts ist dasselbe Geschöpf auch rosen- und carminroth beobachtet worden. Die Mehrzahl der Individuen war cylindrisch, an beiden Enden abgerundet, meist etwas gebogen (wurstförmig), 2—3 Mal länger als breit; ganz kleine Exemplare waren zum Theil birn- oder kugelförmig. Man sah viele Exemplare in Quertheilung, und zwar nicht bloss grosse, sondern auch ganz kleine von

$\frac{1}{600}$ — $\frac{1}{700}$ Linie. In den allermeisten Fällen nahm man kleine helle Kreise — von scharfem, dunkeln Rand umgeben — wahr, in der Zahl von 1 — 12; waren nur wenige da, so standen sie in einer Reihe hintereinander in der Linie des Längendurchmessers, wenn mehrere, so standen sie ordnungslos. Es war nicht mit Sicherheit zu entscheiden, ob diese innern Gebilde Bläschen oder nur Vacuolen waren; vermuthlich sind sie doch das erstere und dienen zur Fortpflanzung. Ihre Zahl nahm in der Regel mit der Grösse der Exemplare zu; man sah, jedoch nur äusserst selten, auch ganz grosse Individuen, welche sie völlig entbehrten. Stehen diese Gebilde etwas ausser dem richtigen Focus, so erscheinen sie als schwarze Punkte oder Flecken. — Die fortrückende Bewegung von *Chromatium Okeni* ist mässig, oft ziemlich schnell, und erfolgt auf die sowohl bei den Ciliaten als Phytozoidien (also allen sogenannten Infusorien) gewöhnliche Weise, nämlich unter steter Drehung um die Längsaxe, demnach in Schraubenlinien. Manchmal stehen Individuen auf einem Pole einige Zeit an der gleichen Stelle und rotiren hiebei sehr rasch um die Längsaxe. Es war durchaus unmöglich, einen Grund der Bewegung aufzufinden; man sieht auch bei narkotisirten oder angetrockneten Individuen mit den stärksten Objectiven nie Bewegungsfäden. *Chr. Weissii* meines Werkes: „Zur Kenntniss kleinster Lebensformen,“ p. 174, t. 16, f. 15, ist vielleicht eine Varietät von *Chr. Okeni*, steht ihr jedenfalls ganz nahe. Die ganze Beschaffenheit von *Chromatium* und die nun stattgefundene genaue Untersuchung bestätigt die schon früher ausgesprochene Vermuthung, dass *Chromatium* gar nicht zu den Monadinen, sondern in die Nähe der Vibrioniden, namentlich der Abtheilung *Bacterina*, zu stellen sei. — Die

kleinen Wesen blieben über 14 Tage munter und bewegt. Allmählig wollten sie nicht mehr die ganze Flüssigkeit erfüllen, sondern häuften sich mehr unten an; immer mehrere verloren die Bewegung, und bildeten endlich einen schmutzig-röthlichen, der Zersetzung entgegengehenden Bodensatz.

Verzeichniss der für die Bibliothek der Schweiz. Naturf. Gesellschaft eingegangenen Geschenke.

Von Herrn Dr. W. Matzka.

Neuer Beweis des Kräfte-Parallelograms. 4. Prag, 1856.

Von Herrn Dr. E. Buchner.

Cardanus-Formel. Lösung des 300jährigen Problems. 8. Hildburghausen, 1857.

Von Herrn G. W. Sippel.

Theorie der Parallelen. 8. Marburg, 1856.

Von der Redaktion.

Gemeinnützige Wochenschrift. Jahrg. VIII, 1—18. Würzburg, 1858. 8.

Von der k. k. Sternwarte in Wien.

Annalen. Dritte Folge, Bd. VII. 8. Wien, 1858.

Vom Herrn Verfasser.

Hornstein. Ueber die Bahn der Calliope und ihre Opposition im Jahr 1859. Wien, 1857. 8.

— Ueber die neuesten Fortschritte der Astronomie. Heft I. 8. Wien, 1857.

Von der Tit. Redaktion.

Gemeinnützige Wochenschrift. Würzburg, Jahrgang 1858. Nr. 19 bis 22.

De l'Académie des Sciences de Bordeaux.

Actes, 1857. 1^{er} et 2^e trimestres. Bordeaux, 1858. 8^o.

De la Société des Sciences naturelles de Luxembourg.

Actes. Tome IV. Luxembourg, 1857. 8^o.



Verzeichniss der Mitglieder der Bernerischen Naturforsch. Gesellschaft.

(Am Schluss des Jahres.)

- Herr B. Studer, Präsident für 1858.
„ L. Fischer, Secretär seit 1854.
„ Christener, Bibliothekar der Schweiz.
Nat. Gesellschaft seit 1847, und Correspondent derselben seit 1849.
„ J. Koch, Unter-Bibliothekar seit 1857.
-

- Herr Anker, M., Professor der Thierarzneikunde (1822)
„ Antenen, Lehrer an der Mädchenschule . (1849)
„ Beck, Eduard (1853)
„ Benteli, Notar (1858)
„ Benteli, Rud., Hauptmann (1858)
„ Brändli, Lehrer der Mathematik in Burgdorf (1846)
„ Bron, Notar zu Corban (1853)
„ Brügger, Lehrer (1848)
„ Brunner, Dr und Professor der Chemie . (1819)
„ Brunner, Telegraphendirektor in Wien . (1846)
„ Bürki, Grossrath (1856)
„ Christener, Lehrer an der Kantonsschule (1846)
„ Cramer, Gottl., Arzt in Leuzingen . . (1854)
„ Demme, Dr. und Professor der Medizin . (1844)
„ Denzler, Heinr., Ingenieur (1854)
„ Durand, Jos., Prof. der Mathem. in Pruntrut (1853)
„ Durheim, Ingenieur (1850)
„ v. Erlach, Med. Dr. (1846)

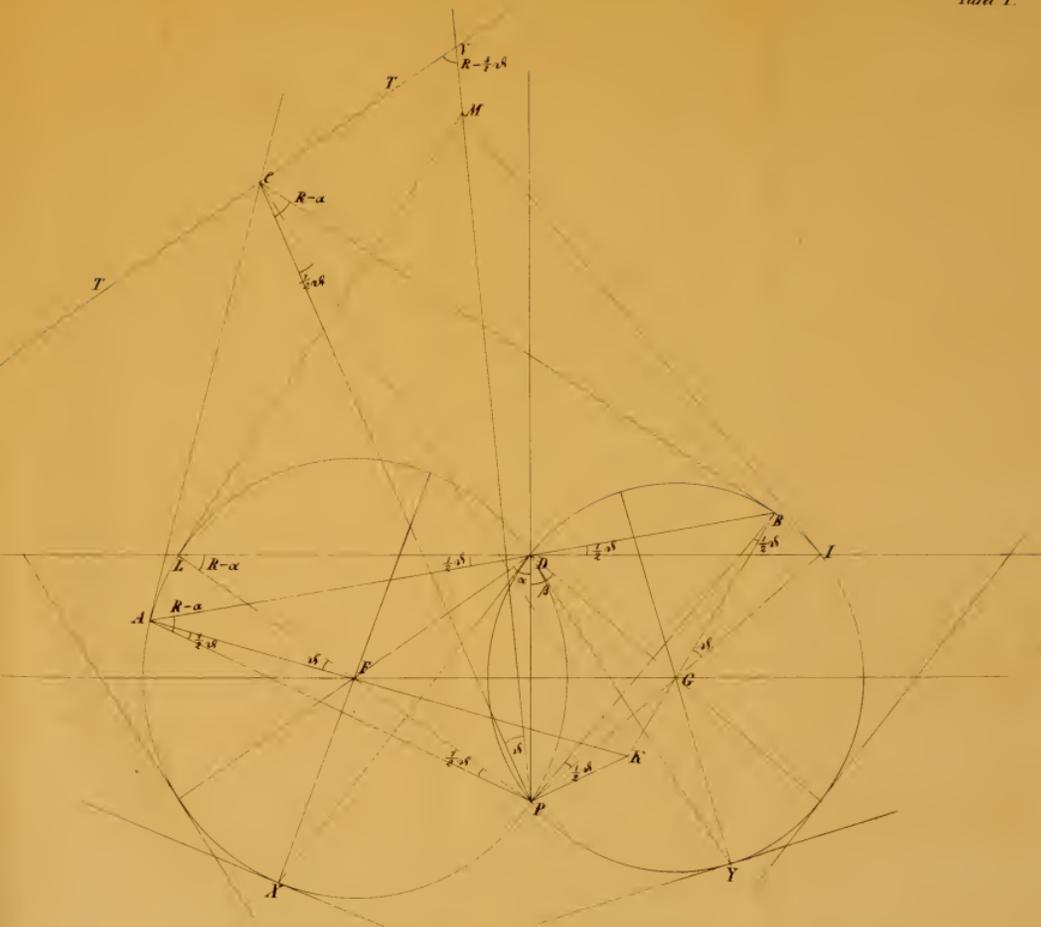
- Herr Fay, Nordamerikanischer Gesandter (1854)
- „ v. Fellenberg, Dr., gew. Prof. der Chemie (1835)
- „ v. Fellenberg, Wilh. (1851)
- „ Finkbeiner, Dr. Med. in Neuenstadt (1856)
- „ v. Fischer-Ooster, Karl (1826)
- „ Fischer, L., Dr., Docent der Botanik (1852)
- „ Fischer, Ingenieur (1855)
- „ Flückiger, Dr., Apotheker in Burgdorf (1853)
- „ Flügel, Notar (1858)
- „ Frey, Bundesrath (1849)
- „ Froté, E., Ingenieur (1850)
- „ Furrer, Dr., Bundesrath (1856)
- „ Gerber, Prof. der Thierarzneikunde (1831)
- „ Gibolet, Victor, in Neuenstadt (1844)
- „ Glaser, Gutsbesitzer (1853)
- „ Graf, Lehrer der Math. an der Realschule (1858)
- „ Grépin, Med. Dr. in Delsberg (1853)
- „ Guthnick, gew. Apotheker (1857)
- „ Haller, Friedr., Med. Dr. (1827)
- „ Hamberger, Joh., Lehrer an der Realschule (1845)
- „ Hebler, Docent der Philosophie (1857)
- „ Henzi, Fr., Ingénieur des mines (1851)
- „ Herrmann, Dr. und Prof. der Medizin (1832)
- „ Hipp, Vorsteher der Telegraphenwerkstätte (1852)
- „ Jonquière, Dr. und Prof. der Medizin (1853)
- „ Kaufmann, Lehrer an der Kantonsschule (1856)
- „ Kernen, Rud., von Höchstetten (1853)
- „ Kinkelin, Lehrer der Mathematik (1856)
- „ Koch, Joh., Lehrer d. Math. an d. Realschule (1853)
- „ König, Med. Dr. (1855)
- „ Krieger, K., Med. Dr. (1841)
- „ Kuhn, Fr., Helfer in Rüscheegg (1841)
- „ Küpfer, Lehrer d. Physik in Münchenbuchsee (1848)

Herr K�pfer, Fr., Med. Dr.	(1853)
„ Lanz, Med. Dr. in Biel	(1856)
„ Lasche, Dr., Lehrer an der Kantonsschule	(1858)
„ Lauterburg, R., Ingenieur	(1851)
„ Lauterburg, Gottl., Arzt in Kirchdorf	(1853)
„ Leuch, August, Apotheker	(1845)
„ Lindt, R., Apotheker	(1849)
„ Lindt, Wilhelm, Med. Dr.	(1854)
„ Lutz, F. B., Med. Dr.	(1816)
„ Maron, Lehrer in Erlach	(1848)
„ Meyer, L. R., Negotiant in Burgdorf	(1842)
„ v. Morlot-Kern	(1855)
„ Müller, Genie-Oberst	(1839)
„ Müller, Apotheker	(1844)
„ Müller, J., Lehrer in Biel	(1847)
„ Neuhaus, Karl, Med. Dr. in Biel	(1854)
„ Otth, Gustav	(1853)
„ Perty, Dr. und Prof. der Naturwissenschaften	(1848)
„ Quiquerez, A., Ingénieur � D�l�mont	(1853)
„ Ramsler, Director der Elementarschule	(1848)
„ Rau, Dr. und Prof. der Medicin	(1834)
„ v. Rappart, Gutsbesitzer	(1853)
„ Ries, gew. Prof. in Calcutta	(1856)
„ R�ttmeier, L., Dr. und Prof. in Basel	(1853)
„ Schiff, Dr., Prof. der vergl. Anatomie	(1856)
„ Schild, Dr., Lehrer an der Kantonsschule	(1856)
„ Schinz, Dr., Lehrer an der Realschule	(1857)
„ Schläfli, Professor der Mathematik	(1846)
„ Schneider, Med. Dr., gew. Regierungs-rath	(1845)
„ Schumacher, Zahnarzt	(1849)
„ Schumacher, Metzger	(1858)
„ Shuttleworth, R. Esqr.	(1835)
„ Sidler, Dr., Lehrerd. Math. a. d. Kantonsschule	(1856)

- Herr Sinner, Artillerie-Oberst (1848)
„ Steinegger, Lehrer in Langenthal (1851)
„ Stern, Apotheker in Biel (1844)
„ Stierlin, Rob., Lehrer an der Mädchenschule (1855)
„ Stucki, Optiker (1854)
„ Studer, B., Dr. u. Prof. d. Naturwissenschaft. (1819)
„ Studer, Bernhard, Apotheker (1844)
„ Studer, Gottlieb, Regierungsstatthalter . . (1850)
„ Tenner, Dr., Apotheker (1856)
„ Trächsel, Dr., Docent der Philosophie . . (1857)
„ Trog, Vater, Apotheker in Thun (1844)
„ v. Tschanner, Beatus, Med. Dr. (1851)
„ Valentin, Dr. und Prof. der Medicin . . . (1837)
„ Vogt, Ad., Dr. Med. (1856)
„ v. Wattenwyl, Friedrich, vom Murifeld . . (1835)
„ v. Wattenwyl-Fischer (1848)
„ Wild, Karl, Med. Dr. (1828)
„ Wolf, R., Dr. und Professor in Zürich . . (1839)
„ Wurstemberger, Artillerie-Oberst (1852)
„ Wydler, H., gew. Professor der Botanik . . (1850)
„ Zündel, Lehrer an der Realschule (1850)
„ Zwicky, Lehrer an der Kantonsschule . . (1856)

-
- Herr Beetz, Professor der Physik in Erlangen . (1856)
„ Boué, Ami, Med. Dr., aus Burgdorf, in Wien (1827)
„ Bouterweck, Dr., Director in Elberfeld . (1844)
„ Custer, Dr., in Aarau (1850)
„ Gingins, Dr. Phil., im Waadtlande . . . (1823)
„ Gruner, E., Ingén. des mines in Frankreich (1835)
„ Gygax, Rudolf (1839)
„ May, Karlsruhe (1846)
„ Mayer, Dr. und Prof. der Anatomie in Bonn (1815)

- Herr Meissner, K. L., Prof. der Botanik in Basel (1827)
- „ Miescher, Prof. der Medizin in Basel . . . (1844)
- „ Mohl, Dr. und Prof. der Botanik in Tübingen (1823)
- „ Morlot, A., Professor (1854)
- „ Mousson, A., Dr. u. Prof. d. Physik in Zürich (1829)
- „ Schinz, Rud., Dr. und Prof. in Zürich . . (1802)
- „ Theile, Professor der Medizin in Jena . . (1834)



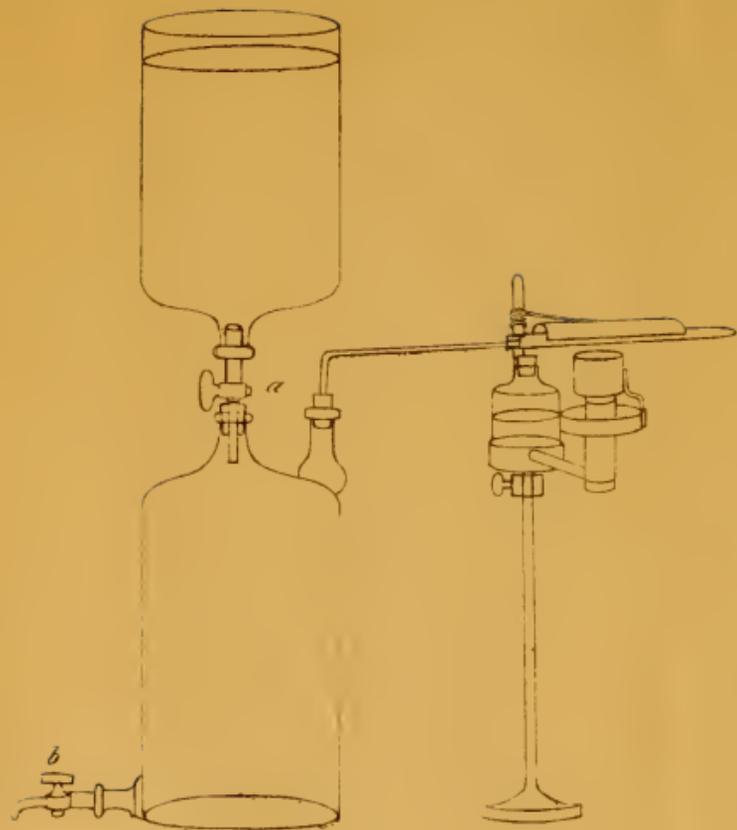


Fig 1

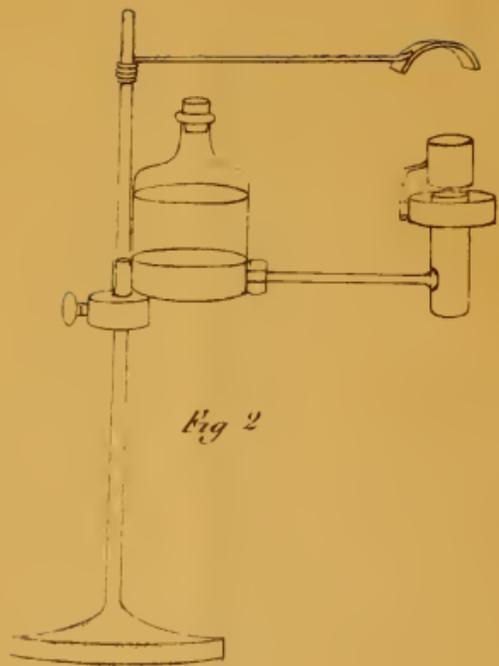
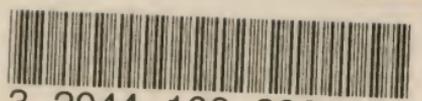


Fig 2

- Jahrgang 1850 (Nr. 167—194), zu fr. 4.
— 1851 (Nr. 195—223), zu fr. 4.
— 1852 (Nr. 224—264), zu fr. 6.
— 1853 (Nr. 265—309), zu fr. 6.
— 1854 (Nr. 310—330), zu fr. 3.
— 1855 (Nr. 331—359), zu fr. 4.
— 1856 (Nr. 360—384), zu fr. 4.
— 1857 (Nr. 385—407), zu fr. 3.
— 1858 (Nr. 408—423), zu fr. 2.

Die Jahrgänge 1843—1849 sind vergriffen. Die obigen neun Jahrgänge zusammen sind zu dem ermässigten Preis von fr. 26 erhältlich.



3 2044 106 306 160

