始

直流回路及計算

電氣技術研究會
著

電　氣　書　院

直流回路及計算

1 電氣の基礎智識

1.1 幽靈の正体と電氣の正体……………1
1.2 電子の働き……………2
1.3 電壓、電流、抵抗……………3
1.4 電壓、電流、抵抗及電力の單位……5
1.5 導体と不導体及絕緣体…7
1.6 電氣回路……………10
1.7 電氣抵抗の性質……………13
電氣基礎智識の要点………14
學習問題並解答……………16

2 オームの法則

2.1 代數式に必要な符號と規約…………16
2.2 オームの法則……………17
2.3 電位と負數の意義及取扱……21
2.4 オームの法則と共の三大思想……24
2.5 オームの法則と一次方程式…………30
2.6 一次方程式とぐらふ……32
2.7 一次方程式が直線となることの證明……36
2.8 數學と實際問題驗し算法…………39
オームの法則の要点………40
學習問題並解答……………43

3 キルヒホツフの法則

3.1 整式の乘除と恒等式……45
3.2 キルヒホツフ法則の意義…………49
3.3 キルヒホツフ法則適用上の諸注意……53
3.4 キルヒホツフ法則と一次聯立方程式……57
3.5 一次聯立方程式の圖解法……62
3.6 一次聯立方程式と行列式……65
キルヒホツフ法則の要点…69
學習問題並解答……………71

4 抵抗の合成

4.1 直列抵抗の合成と電壓分布の比例配分…76
4.2 並列抵抗の合成及電流分布と分數式…78
4.3 直列及並列回路の抵抗とコンダクタンス及電力…84
4.4 直並列回路の合成抵抗と

分數式の計算……88
4.5 電流分布を定め合成抵抗を求むる方法…92
4.6 電橋回路の合成抵抗……94
4.7 Y—△の換算と特殊聯立方程式……98
4.8 導体の抵抗と開平計算並根號を含む式の計算…102
4.9 絶縁抵抗の計算……… 108
抵抗合成の要点………… 109
學習問題並解答………… 112

5 電池の接續
5.1 電池の直並列接續…… 122
5.2 代數學の極大極小と、電池群より最大電流を得る接續……………… 127
5.3 二次方程式と任意電流を得る電池の接續法… 129
5.4 二次方程式の研究…… 134
5.5 二次式のぐらふ……… 136
電池接續の要点 ………… 139
學習問題並解答………… 141

6 電氣抵抗の温度係數
6.1 抵抗の溫度係數……… 146
6.2 抵抗變化と溫度上昇… 148
抵抗溫度係數の要点 …… 149
學習問題並解答………… 150

7 電流の發熱作用の計算
7.1 電流の發熱作用とジュールの法則… 152
7.2 電線溫度上昇の計算… 155
7.3 湯沸器の計算式……… 158
發熱作用の要点………… 159
學習問題並解答………… 160

8 直流平等負荷分布回路と級數
8.1 直流平等負荷分布回路と等差級數… 164
8.2 等比級數と其の應用… 167
級數の要点……………… 169
學習問題並解答………… 170

9 直流回路網の計算
9.1 キルヒホツフ法則と重疊の理…… 173
9.2 テブナンの定理とその應用… 176
重疊の理及テブナンの定理の要点……………… 181
學習問題並解答………… 181

直流回路及計算

1 電氣の基礎智識

1.1 幽靈の正体と電氣の正体

"幽靈の正体見たり枯尾花"と云ふ句がある。怖い怖いとビクビクして見ると枯尾花が幽靈に變ずる。電氣の理論も其の通りであつて、難しいものだ判からないものだと、ビクビクして學習するから摩天樓のやうに高いものになり、勉學が少しも進まない。從つて面白くないので中途でやめると云ふことになりがちである。

元來、土木工學だの機械工學と違つて、電氣工學は一通り理論に通じて置かないと、實技一天張りで行けるものでない。例へばいくら半田付けがうまくとも、モータが逆轉するやうな接續をしたり、電壓計を直列に電流計を並列に接續するやうでは、ものの役に立たない。元々、電氣に要する實技はペンチの使ひ方、半田付けの要領等が基本で、之れは三ケ月も練習すれば婦女子にも出來ることである。之れ以上の難しい實技になると、最早、電氣理論を元とし、電氣工學の一般に通じないと一歩半歩も進み得ない。其處で、本講座では、一通りの理論を敎へてから、電氣工學の一般を述べ、現場技術に及ぶ豫定である。處が此の電氣理論であるが、最初に述べたやうに、初學者は難しいものときめてかゝる。其處で判ることも判らなくなる。ほんとうのことを云ふと、電氣の正体は幽靈の正体と同樣で、判つてゐないのだから、深くつきつめて考へると、諸君も判らないだらうし、斯く云ふ講者は元より、世界の偉い電氣學者の方々も判つてゐない。然し有難いことには、電氣は幽靈のやうに、現はれるかと思へば消え、消えたかと思ふと現はれ、時と處をかまはず、井戸から出たり、鴨居から首を出したりするやうに無軌道でない。……尤も幽靈も屋根の棟が3寸下る丑滿つ頃、ドロンドロンと陰に打つ太鼓の音と共に現はれると云ふ、規則正しい芝居氣のある幽靈もあるし、皿を數ふる計數家の幽靈もあるが……電氣は正しい法則に從ふので、其の正体を現はさなくとも、こうすれば出る、こうすればこうなると云ふ規則に1分1厘も違はないので、實の處、正体等はまあどうでもよいのである。

然し、どうしてそうなるのかは、電氣が正体を現はさないので聞く譯にも行かず判らない。例へば、何故磁力線を切ると電氣が起るのかと云ふ、電氣工學の最も大切なことさへ十分に說明出來ない。從つて、諸君は、以下各節を學ぶに當つて〝何んだ、こんなことか、いやはや他愛もないことで御座る、判り過ぎて困るよ〟と一々呪文を唱へて、一先づそうなるものと確實に暗記して、何故にそうなるかと云ふ疑問を餘り起さずに、夫れよりも習つたことを應用して種々と電氣現象を考へ、問題を計算することに馴れて頂きたい。つまり習ふより馴れろの態度で、全卷を修了してから再び、最初から硏究せらるゝなら、電氣の正体を除いて他のことは大抵判かるやうになる。此處に電氣工學を初めて學ぶ場合の要領のあることを知られたい。

尤も、本講座では、他書と異り、諸君がよく判かるやうに、根本的に獨特の說明をするから、之れで大体は判る筈である。然し、初めから何んでもかんでも一時に說明出來るものでないから、一應はざつと說明して、後で又詳しく說明する從つて判らない處があつても、どんどん先きに進まれたい。即ち〝門前の小僧習はぬ經を讀む〟式に全文をこうなるものと暗記されよ。

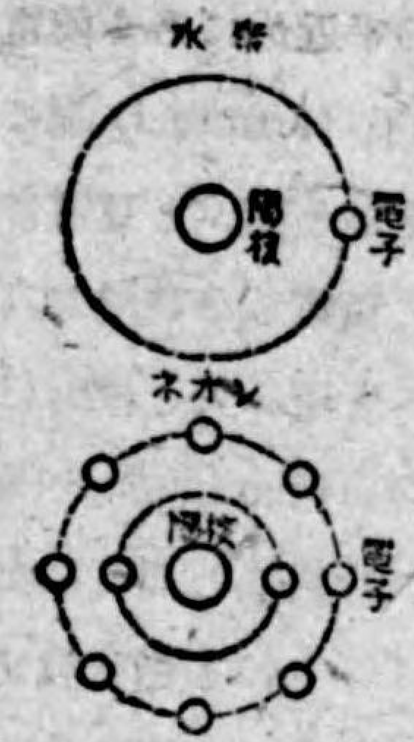
判らないと使はれないと考へ込むなら、諸君は聲も出せませんぞ、何故聲が出るのだ、聲帶があるから、その聲帶の構造は、神經系統との連絡は、と疊みかけて聞かれたなら眼を白黑しやう。判らない儘に、其の聲帶を驅使して、寒の水中でなまこが胃痙攣(いけいれん)を起したやうな聲を出して、テナー藤原の眞似をしたり、蟲怖を踏みつぶしたやうな聲を出して虎澤廣造……、何、廣澤虎造だつて、餘分な事はよく知つて居るね……を氣取つたりして居るではないか。だから其の心識で、多少は判らなくとも判つたやうな顏をして棒暗記を行ひ、先きにと進まるゝなら後から自づと判つて來る。

では愈々電氣工學の第一步に入らう。

1.2 電子の働き (本節は大体の意味が判ればよい)

水と云ふ物質を分解すると水素と酸素になることは既に國民學校の理科で學ばれた通りである。處が、此の水素なり酸素を最早や如何に分解しても水素は水素であり、酸素は酸素である。斯樣に物質を細く分解してもう之れ以上に分解せられないと云ふ極限の小粒子を原子と云ふのであつて、酸素も水素も原子であり、

其の他に、金、銀、銅、鐵、炭素等々幾つもの原子があつて、之れ等が組合はされて宇宙間のあらゆる物質を構成して居る。



第 1.1 圖

扨、此の原子を硏究すると、正の電氣を帶びた中心核(陽核……又は原子核とも云ふ)と負の電氣を持つてその中心核の周圍の一定の輪道上を高速度で回轉する電子から成つて居る。例へば第 1.1 圖のやうに水素原子は陽核と 1 箇の電子より成り、ネオン原子は陽核と 10 箇の電子から成つて居つて、各電子は陽核を中心として点線のやうな軌道上を常に輪轉して居る。然して普通の狀態では、原子は電氣的に中和(打ち消し合ふ)の狀態にあつて、陽核の電氣量は其の周圍にある電子の電氣量の總和に等しく、正と負で其の働きを互ひに打ち消し合つて居るものと考へられる。又、種々樣々の原子のあるのは、前圖で示したやうに陽核の周圍を回轉する電子の數に差がある爲めである。

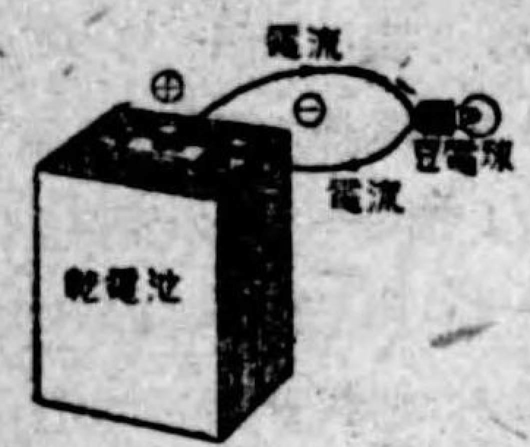
輪道上の電子の數は原子番號の數値に等しく、之れが陽核の周圍に回轉運動をつゞけてゐる。

斯樣に原子を構成して居る電子を拘束電子と云ひ、此の拘束電子の他に自由電子 (free electron) と云ふ負の電氣を帶び、物質內を自由に移動する電子がある吾々が以下に於て取扱をうと云ふのは此の自由電子の働きである。例へば硝子棒を絹布で摩擦すると、硝子棒にある自由電子が絹布にと移るので、硝子棒は負の電氣が減じて正に帶電し、絹布は負の電子が加はつて負に帶電する。同樣に發電機又は電池で電氣の起るのは導体(電子の通過を許す物質)內にあつて中和の狀態にあつた自由電子が、外力の作用を受けて一方から他方に移るので、其處に帶電の現象が起るのだと考へられる。

1.3 電壓、電流、抵抗

前節は多少、難しかつたが、實は電子論等は判らなくとも、以下の學修に一向さし支へない。唯あらゆる物質はつゞまる處、電子から構成され、電氣が世の中の一切だと判つて貰ひ、之れを學ぶ諸君の肩身をずんと廣くしやうと、判つたやうな判らないやうな講義を、ちよんびりとして見たのである。然し之れから學ぶ

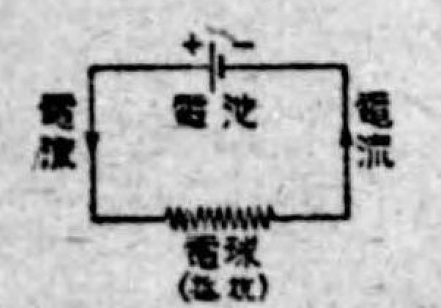
電氣の働きは負（マイナス）の電氣を帶びた自由電子と云ふ奴が物質內をあちらこちらと移動して生ずるのだと云ふことだけは記憶して置かれたい。



第 1.2 圖

扨、第 1.2 圖の如くに諸君の手近かにある乾電池を取つて ＋ 及 － と印した端子 (terminal) 間に銅線（はよく電子を導く）で豆電球を結ぶと豆電球は点火する。之れは先きに云つた負電氣を持つた自由電子が － 極から ＋ 極の方へと圖の矢と反對に移動し、之れが豆電球の細い纖條 (Filament) を通るときに大なる熱を發生し、之れを白熱して光を出させるのである。勿論銅線を通るときにも熱を發するが、銅線は太いので發生する熱も少く、又空氣中にさらされて居るので、生じた熱はすぐに空氣が他に運び去る。電球にあつては纖條が細いし、硝子球內は眞空（空氣を拔いた狀態）だから白熱して光を生ずる。夫れはともかくとして、斯樣に自由電子が移動するのは、乾電池の內部で常に自由電子を － 極(マイナス極)に押しつける力が起つて居るのであつて、之れを起電力 (electro motive force) と稱して居る。此の起電力があるから、＋ 端子と － 端子を銅線で結ぶと自由電子が移動するのであつて、起電力が大きい程、移動電子の數が多くなる。此の電子を移動さす力を電壓 (Voltage) と稱する。……起電力と電壓の區別は以下の說明で追々と明瞭にならう……

今迄に述べたやうに負の自由電子が － 極から ＋ 極へと實際は移動するのであるが、便宜上、正の電子が ＋ 極から － 極へと第 1.2 圖の矢のやうに流れるものと考へて、之れを電流 (Current) と云ふ。之れを電氣的に圖示すると



第 1.3 圖

第 1.3 圖の如くであつて、電池を表はすのに細い長い線と太い短い線を平行に書き、細長線が ＋ 極を、太線が － 極を表はす。扨電球を表はすのに －×－ と云ふやうにすることもあるが、前にもちよつと述べたやうに、電球の纖條は細くて電流が流れ難いのであるから……電子が其の部分を通るのに非常に苦勞する、逆に云ふと電子の通過、即ち電流の通過に抵抗することが大きい……

抵抗 (resistance) が大きい。此の抵抗を鋸の歯のやうなギザギザで示すと、電球を抵抗で代表して表はしてよい。

勿論、銅線の部分にも抵抗はあるのだが、電球の抵抗と比べると、はるかに小さいので此處では無視して表はさなかつた。

處で、第 1.2 圖の乾電池に普通の電燈を結んだとすると、電燈は少しも点火しない。之れはどうしてであらうか、逆に考へて行くと、点火しないと云ふことは纖條が白熱しない、即ち十分に熱しられないのであつて、之れは電流が多く流れないのだと推定される。電流が多く流れないと云ふことは自由電子を移動さす力（起電力、電壓）が小さいのだと考へられる。此の電壓の大小とか、電流、抵抗の多少を表はすのに何とか單位 (unit) を用ひないと不便である。富士山は高いと云つた處が、どれ程高いのか見當がつかない。其の高さが 12365 尺だと云ふと初めて見當がつく。

1.4 電壓、電流、抵抗及電力の單位

元來、物の量は數値と單位の二つで表はされる。例へば 5 米と云ふと 5 は數値であつて米は單位である。此の 1 米は日本は勿論、支那へ行つても諸外國に於ても大さに變りはない。變りがないからこそ、支那から日本に 1 卷の長さ 500 米の電線何卷を送つて呉れ等と簡單に注文することが出來るのである。

【補說】 鯨 1 匹も 1 匹なら鰯の目指し 1 匹も 1 匹である。斯樣な同じ 1 匹でも內容が甚だしく違つて見當のつかないやうなものは物理量とは云はない。

扨、電壓の單位を「ボルト」と云ひ V で表はす。例へば、諸君の頭上にある電燈は 100 ボルトの電壓が加へられて居る。電流の單位を「アンペア」と云ひ 100W と記してある電球には 1 アンペアが流れて居つて 1 A と A で表はす。又電流の流れるのを阻止する程度即ち抵抗を「オーム」なる單位で表はし、1 オームを 1 Ω と云ふやうに書く。

上記したやうに、電球に 100V, 100W とか 100V, 50W とか記してあるのは 100V は此の電球に加へられる電壓が 100 ボルトであることを示して居る。之れは上述の通りである。處で一方の W は電力を表はして居るのであつて

電力 ＝ 電壓 × 電流

となる。電壓を「ボルト」電流を「アンペア」で表はしたとき

「ボルト」×「アンペア」を「ワット」と云ひ W で示す。從つて

100V, 1A の電力は　　100×1=100 ワット=100W

100V, 0.5A の電力は　　100×0.5=50W

となる。

此の電力（power（パワー））は何を表はすかと云ふに電氣の爲す仕事の割合を示すのである。例へば 200W の電球は 100W の電球よりも明るいし 100W の電球は 50Wの電球より明るい。即ち電力の大きい電球程、電氣が多くの仕事をすることが判らう。

【補說】乾電池で豆電球は点燈出來たが、普通の電球を点火し得ないのは、電池の電壓が 2V 位であるのに、普通の電球は 100V で電壓が不足である。と云ふことは、電池の供給し得る電力は何ワットの程度であるのに普通の電球は何十ワットの電力を要し、電力が不足だから点火しなとも云へる。

處で、奈良の大佛さんは身の丈け5丈5尺5寸、同じく淺草の觀音さんは1寸8分だと云ふ。之れを若し、奈良の大佛樣は 5550 分なりとか、觀音樣は 0.018 丈なり等と云へば、諸君の友人は〝あいつ、勉强、勉强とやかましく云つて居つたので氣が變んになつたらしいぞ〟と心配しやう。夫れと同樣に、高い電壓も低い電壓も、大電流も小電流も、高抵抗も低抵抗も、大電力も小電力も同じ單位、ボルト、アンペア、オーム、ワットで表はしたのでは非常識だと云へる。其處で表はす數値に依つて下記のやうに適當な單位が與へられて居るから記憶して置かれたい。

電壓の單位（ボルトが基本）

1000 ボルトを 1 キロボルト（1kV と書く）と云ふ。

0.001 ボルトを 1 ミリボルト（1mV と書く）と云ふ。

百万分の 1 ボルトを 1 マイクロボルト（1μV と書く）と云ふ。

電流の單位（アンペアが基本）

0.001 アンペアを 1 ミリアンペア（1mA と書く）と云ふ。

百万分の 1 アンペアを 1 マイクロアンペア（1μA と書く）と云ふ。

抵抗の單位（オームが基本）

百万オームを 1 メグオーム（1MΩ と書く）と云ふ。

百万分の 1 オームを 1 マイクロオーム（1μΩ と書く）と云ふ。

電力の單位（ワットが基本）

1000 ワットを 1 キロワット（1kW と書く）と云ふ。

次に電力に時間を掛けたものを電力量と云ひ、其の單位は「ワット時」であつて、1kW を 1 時間とすると、電力量は 1「キロワット時」(1kWH) である。

例へば、100W の電燈を毎日 5 時間づゝ 1 月（30日）使つたとすると、使用した電力量は

電力量=100×5×30=15,000 ワット時=15 kWH

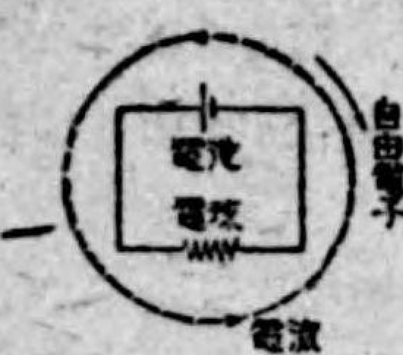
で假に、1kWH を使ふと電力料金 9 錢を支拂はなければならないとすると、9×15=145 錢を支拂はねばならない。即ち此の場合 100W の電球を毎日 5 時間づゝ使用すると 1 ケ月の電力料金は 1 圓 45 錢となる。

1.5 導体と不導体及絶緣体

堰くに堰かれぬ男女の仲、遠くて近きが男女の仲とか、陰陽に分れたものは相寄らうと常に通路を求めて居る。一度び通路を得ると、滿々たる千古の水を湛（たた）へて居る琵琶湖の水が宇治川に流れ、宇治川發電所を働かすやうに、流れねば止まない。

前にも說明したやうに、起電力が働いて − 極に負電氣を持つた自由電子を押しつけると、− 極は陰に、+ 極は陽に分けられるから、通路があれば − 極の自由電子は + 極に走らうとするのは當然のことである。從つて第 1.2 圖のやうに、其の兩極を銅線で結び、其の間に電燈を接續すると、自由電子は得たりや應（おう）と此の通路を通つて + 極にと行き + 極へ行つた自由電子は電池内の起電力に依つて再び − 極へと押しやられ、再び電球を通じて + 極へと行く。

即ち第 1.4 圖で示すやうに電流が流れる。之れは前にも述べたやうに、負の電氣を有する自由電子の移動方向と反對方向である。此の電流の通路は完全なる閉通路（閉じた通路……切れ目のない通路）を爲して居る。斯樣に電流の流れる道は必ず閉通路とならねばならない。此のことは大切な考へだから明確に記憶して置かれよ。



第 1.4 圖

【補說】何度もくり返すが、負の電子が − 極から電球を通つて + 極へと行くことは、

正の電子が ＋ 極から電球を通つて － 極へ行くことと同一である。之れを電流の方向と定める。

此の電流の流れる速さであるが、1 秒間に地球の周圍を 7 廻り半もすると云ふのであるから、電流が流れるのには殆んど時間がかゝらないと考へてよい。

次に電流の大さは、アンペアで表はすと前節で述べたが、之れは其の通路の1箇所を一定時間内に通過する電子の數に依つて定まるのであつて、通路に流れて居る電流の大さを測るのに使ふ計器を電流計 (ammeter) と稱する。前にも述べたやうに、電壓 100V で 100W（約 100 燭）の電燈を点ずると、之れに1アンペアの電流が流れて居るのである。

【補說】 ラヂオのアンテナに流れる電流は何マイクロアンペアであるが、金屬を電流で熔かすときは何万アンペアも流れる。1 アンペアの電流は 1 秒間に電子が 8×10^{18}（8百万×百万×百万）箇だけ移動してゐることになる。又電流の流れる速さは毎秒 3×10^{10} 糎で光の速度と等しい。

銅の火箸はすぐあつくなつて持てないから、火をいぢる癖のある御客には銅の火箸を出す。鐵の火箸は銅に比べると仲々あつくならない、だから冷淡な男を鐵の心臟と云ふ、等は當にならない考證である。斯様に同じ熱を導くのにもよく導くものと仲々導かないものがあると同様に、物質の中にはよく電氣を導くものと導かないものがある。茲に不思議なことには、よく熱を導くものはよく電氣を導き、熱を導かないものは同時に電氣も導かない。

最もよく電氣を導くものは銀であるが、高價であるから用ひられない。一般に廣く實用にされて居るのは銅であつて、銅はよく電氣を導くだけでなく、相當多く產出され、價格も安い。然し事變後、銅の使用が制限され、アルミニウムが銅の代りに追々各方面に用ひられつゝある。

又强度を要する處には、時として鐵線も用ひられ、極く稀れではあるが、金、銀、白金、亞鉛、鉛、水銀、ニツケル、クローム、タングステン等の金屬だの炭素のやうな非金屬も用ひられ、特殊な用ひ場所ではガス体だの液体が導体として用ひられることもある。

金屬類や炭素は、單線、撚線、棒、管、板等の形にして用ひられ、水銀、ヘリウム、ネオン、ナトリウム等は液体やガスの形で用ひられる。

扨、話は變るが、水を引く時に單に溝さへ掘ればよいと云ふのでなく、堤防を

作つて水が外に流れ出すのを防がねばならない。之れと同様に、電氣の場合にも電流を流そうとする導体以外に、電流が流出しないやうに手當を加へねばならない。之れを電氣を絕緣 (insulation) すると云ひ、其の目的に用ひられるものを絕緣物 (insulator) と稱する。

此の絕緣物として用ひられるものには種々あるが、空氣も其の一つである。空氣は地球の周圍に充滿し、しかも之れを無料で使ふことが出來る。電氣の應用が今日の様に發達したのも空氣を絕緣物として使用出來ることが大きな原因である即ち、空中に導線を架設したとき、空氣が電氣を導くやうなら裸線は用ひられず之れを絕緣物で包まねばならないから、長い送電線になると大變な費用を要することになる。空氣が絕緣物であればこそ、送電線……電氣を遠い距離に送る電線路……の電壓が如何に高くなつても、電線間の間隔を大きくすると、其の間の空氣の層は厚くなつて、裸電線でも一向差支へないのである。

其の他の絕緣物としては、磁器（せとものの一種）硝子、大理石、エボナイトゴム、綿布類、紙類、油類が用ひられ、夫々の用途に應ずるやうに、形、大さ、厚さが適當に定められる。丁度、水道管の厚さを之れに流れる水の壓力に應じて適當に定めるのと同一の考へで、導体に加へられる電壓に應じて適當な絕緣物の强さとしなければならない。

絕緣物の電氣抵抗を特に絕緣抵抗と云ふ――普通抵抗と云へば導体の抵抗（導体抵抗）のことである――

上述のやうに、種々の物質の中には既に述べたやうに、絕緣物として適當なものと導体として適當なものがある。然し此の兩者ははつきりと分れて居るのではない。例へば木材は電壓の低い電氣に對しては絕緣物であるが、高い電壓に對しては寧ろ導体に近いものとなる。又其の狀態にも依るのであつて、良く乾燥して居れば絕緣体に近いが、濕氣を含むと導体に近くなる。斯様なものは、云はゞ半導体とも半絕緣体とも稱すべきである。或は少しばかりの土であると良い導体ではないが、地球のやうになると完全な導体となる。

更らに、例へ絕緣体でも、極く極く僅かの電氣は流すのであつて……最も完全な絕緣物は完全眞空である……加ふる電壓が高くなる程、此の僅かの電流は逐次に增加し、著しく電壓が高くなると、遂ひには絕緣物を破壞して多くの電流が流れるに至る。

要するに、電流の流通に對して、少しも障碍とならないと云ふものもない代り如何なる電壓に於ても完全に流通を阻止すると云ふものもない。其の障碍の程度の特に高いものが絶縁物であり、特に低いものを導体と云ふのであつて、電流を望むもの、例へば電燈等に流すには適當な絶縁物と組み合せた導体の通路を考へてやらねばならない。

此の通路に就て考へねばならないのは、金屬類は元より、水、濕氣、大地、家屋の造營材（柱だとか壁等）塵埃、人体等が導体に直接觸れると夫等を通じて電流が漏洩することである。

例へば、電燈需用家に引込まれて居る2本の電線の中で、一線は一般に屋外で大地と完全に接續して居るから……之れを接地（earth）すると云ふ……大地と接いでない方の電線の電氣が大地に接してゐる建物や人体等を通じて大地に流れて行こうとする。此のやうに電氣が其の正當な通路を通らないで他に漏れることを漏電（electric leak）と云ひ、漏電する電流を漏洩電流（leakage current）と稱する。

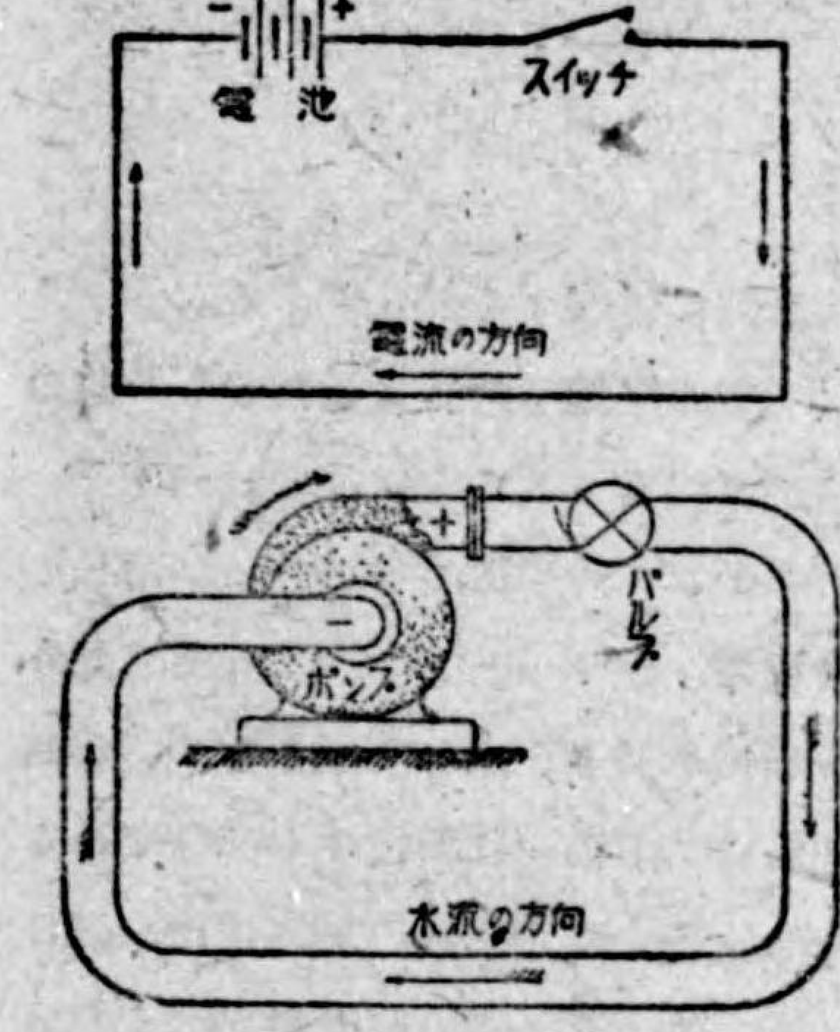
【補說】 電燈電力に電氣を供給する場合には、大地を回路として之れに電流を流すやうなことはしないが、電信では一方の線の代りに大地を利用することがある。又電氣鐵道では一線の代りに軌條（レール）を利用する。

種々の電氣設備の設計並工事方法が適當であれば、其の絶縁は十分で漏洩するやうなことはないが、電線が濕氣を持つたり、外傷を受けたりすると絶縁が惡くなつて漏電する。千里の堤も蟻の穴一つから崩れると云ふが、電氣設備では蟻の毛穴……蟻に毛が生えて居るかどうか迄は此處で研究する餘裕はないが、あればさぞや小さいものであらうとは想像される……のやうな絶縁上の缺点からでも絶縁が破壞せられる。

1.6 電氣回路

前述したやうに、導体と絶縁物を用ひて、電氣の通路としたものを略して、電氣回路（electric circuit）或は電路と稱する。又回線と云ふ言葉も用ひられるが之れは、例へば、送電線が2組あるやうな場合に送電線が2回線あると云ふ風に用ひられてゐる。

第1.5圖のやうな回路に於て開閉器（switch）を入れ、切れ目を接いで電流が回路を流れるやうにすることを回路を閉する（或は入れる）と云ひ、反對に回路に切れ目を作つて電流の通り得ないやうにする事を回路を開く（或は切る）と云ふ。此の電氣回路は丁度下圖のやうなポンプ一水管路とよく似て居る。即ちバルブ（開閉瓣）を以て水流を流したり阻止するのは電氣回路に於けるスイッチの役目に相當する。唯まぎらわしいのはバルブを閉することがスイッチを開くことに、バルブを開く事がスイッチを閉することに相當することで、此の相違をはつきりと知られたい



第 1.5 圖

水管路に常に水が流れるのは水管路に裝置されたポンプに依つて水壓が作られるからである。之れと同樣に電氣回路に電流が流れるのは此の回路にある電池なり發電機（第五卷で述べられる）に依つて電壓が作られるからである。此のことは旣に說明したが、圖の水管路と類推して考へると、一層に明瞭である。即ち水管路で一秒間に通過する水流がポンプの壓力に比例し、水管路の摩擦抵抗に反比例することは容易に推定される。同樣に電氣回路で一秒間に移動する電子の數即ち電流は起電力を生ずる裝置が作る電壓に比例し、回路の抵抗に反比例しやうと類推される。

扨、電氣回路を眺めると、其の役目の上から次の五つの部分に分かれて居る。

其の第一 電氣を起すのに役立つ部分

即ち、起電力を生ずる部分で、電池とか發電機の內部回路が之れである。

其の第二 電氣に仕事をさす部分

例へば、電球の纖條とか電熱器（electric heater）の電熱線（發熱体） 又は電動機（motor）の內部回路が之れである。斯樣な電氣に仕事をさすものを總稱して負荷（load）と云ふ。

其の第三 電氣を起した所から仕事をする處迄電氣を導く部分

種々の電線路設備が之れである。

其の第四 電氣の通過を支配するに役立つ部分

開閉器類が之れである。

其の第五 電氣の性質を變へる部分

例へば電壓を上げたり下げたり或は交流を直流に變成する部分である。是等の詳細は追々と說明されるが、どんなに大きく複雜な送配電系統でも、其の各部分の役目を考へると、以上の5つの何れかに相當することになる。

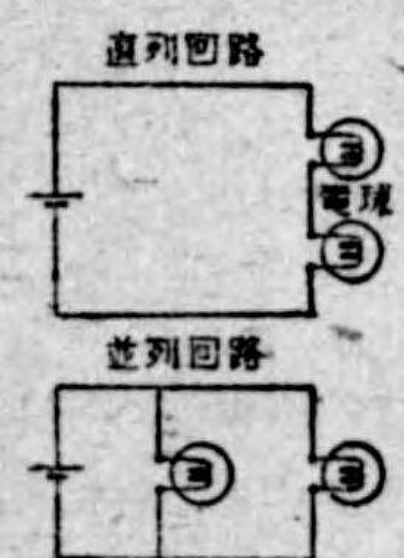
今少しく實際的に說明すると、黑部の峽谷とか、木曾の山奥で水力を利用して電氣を起す水力發電所……水力タービンで發電機を廻す……とか、大都市の郊外で裕々たる黑煙を吐いて居る火力發電所……石炭を焚き、水を蒸氣として、蒸氣の力で蒸氣タービンを動かし發電機を廻す……は其の第一に相當する部分である

諸君の机上に煌々たる文明の光を投げて居る電燈、生產擴張の第一線に、終日終夜、一言の不平もなく働き續けて居るモータ、等々至る處に見受けられる電氣應用設備は其の第二の部分に相當する。

山の水力を、海濱の火力を需用地へと運ぶ送電線、變電所より蜘蛛の巣のやうに出て居る配電線は其の第三の部分に相當する。

開閉所に、變電所に、或は柱上に、又は需用家引込口に設けらるゝ開閉器類、大は油入遮斷器(ゆにゆしやだんき)から小はタンブラースイッチに至る迄、其の第四の部分に相當する。

交流電氣の電壓、電流を變成する變壓器(へんあつき)(transformer(トランスフオーマ))交流電氣を直流電氣に變成する回轉變流機(かいてんへんりゆうき)だの、水銀整流器(すいぎんせいりゆうき)は其の第五の部分に相當する。



第 1.6 圖

電氣回路の接續方式は種々あつて、夫々、本講座で說明せられるが其のいろはのいは直列回路(ちよくれつ)(series circuit(シリース サーキツト))と並列回路(へいれつ)(parallel circuit(パラレル サーキツト))である。普通、電燈需用家に電燈を取付ける場合の樣に、2本の電線から枝を出しては一つの電燈を取付け、又枝を出しては一つの電燈を取付けると云ふ樣にして行くと、其の2本の電線の間には幾つかの通路が並んで結ばれ、夫れに別々の電流が

流れることになる。此のやうな接續を並列回路と云ふ。其の狀況は第1.6圖の下圖の如くであつて、之れに對して上圖のやうに、幾つかの電燈が次から次へと段々に接がれ、同じ電流が夫れ等を順々に通る樣にした回路を直列回路と云ふ。實際の回路は並列回路が多く、直列回路は特殊な場合に用ひられる。又直列回路と並列回路を組合せた直並列回路もある。

1.7 電氣抵抗の性質

机を淨めて、さて勉强にかゝらうとすると、映畫を見に行きたいと云ふ氣が起る。では映畫を見に行こうとすると、勉强もせずにと云ふ反省心が起る。所詮、何をするにしても摩擦なく抵抗なく行ひ得ない。

先きにも說明したやうに、電氣回路の各部分には夫々適當な導体(conductor(コンダクター))が用ひられるが、大なり小なり電流の通過を障碍する。此の電流に對して與へる障碍は電氣抵抗又は單に抵抗(resistance(レヂスタンス))と云はれるのであつて、電氣回路には多少とも必ず此の抵抗がある。

抵抗の大さは第一に導体となる物質に依つて異る。例へば、同一太さ同一長さのアルミニウム線は銅線より抵抗が大きく、鐵線は更らに大きい。又同じもので作られた回路でも其の太さが細い程、抵抗は大きく、其の長さが長い程、抵抗は大きい。前にも說明したやうに、電球の纖條のやうに細いものになると、抵抗が大きく電流は通り難くなる。其處で同じ電壓で大きな電流を流して、電球の燭力を增す爲めには、纖條の抵抗を小さくして大なる電流を流すやうにする。夫れが爲めには纖條を太くしなければならない。

又同じ太さ同じ長さの金屬線でも溫度に依つて其の抵抗が變る。一般に、金屬類の抵抗は溫度が高くなると大きくなり、電流を通し難くなる。然し炭素は例外で溫度が高くなると反對に抵抗が小さくなる。

電球の纖條の抵抗を調べて見ると、点火してゐないときと、点火して居るときでは抵抗が著しく相違する。之れは点火したことに依つて溫度が高くなり、抵抗が大きくなる爲めである。

抵抗の大さは前にも述べたやうに、オームなる單位で表はされる。100W の電球は約 100 オームの抵抗を有して居る。

電氣回路に流れる電流の大さは第 1.5 圖で說明したやうに、電壓の高い程大

きく、其の抵抗の大きい程小さい。そうして電流のアンペア數は常に抵抗に加はる電壓のボルト數を其の抵抗のオーム數で割つたものとなる。

例へば 200 オームの抵抗を持つてゐる電球に 100 ボルトを加へると 0.5 アンペアの電流が流れる。此のことが次に説明するオームの法則である。

電氣基礎智識の要点

❶ 原子の構造

正の電氣を持つた陽核を中心として、其の周圍を幾つかの電子……負の電氣を持つた……が輪轉して居る。物質に依つて其の電子の數は異り、大体、原子量の $\frac{1}{2}$ に等しい。

❷ 自由電子と電氣現象

原子を構成する電子を拘束電子と云ひ、物質間を自由に移動する電子を自由電子と云ふ。自由電子は其の半徑が 10^{-13} 糎で靜止時の質量が 9.035×10^{-28} 瓦なる球狀で、負の電氣を有し、その電氣量は 1.591×10^{-29} クーロンである。

自由電子の移動が即ち電流で、1 アンペアの電流は毎秒、自由電子が 8×10^{18} (8 百万×百万×百万) 箇だけ移動したことに相當する。其の速さは毎秒 3×10^{10} 糎である。自由電子の移動、即ち電流が流れることに依つて種々の電氣現象を生ずる。

❸ 起電力と電壓

例へば電池に於て － 極に自由電子を集めるのが起電力であり、斯く － 極に自由電子が集められると － 極と ＋ 極を結ぶ導体を通じて電子は移動しやうとする。此の力が電壓である。

❹ 電流の方向

自由電子の移動方向と反對方向に電流が流れると定める。

❺ 抵抗と其の性質

自由電子の移動、即ち電流の通過を妨げる程度を抵抗と云ふ。抵抗の小さい、銅、アルミニウム、鐵等は電流を導く導体として用ひられ、抵抗の大きい磁器、綿布、紙の類は電氣の傳導を止める絶緣物として用ひられる。

導体の抵抗はその太さに反比例し、その長さに正比例する。又抵抗は溫度に依つても異る。

絶緣箇所を通じて電流の流出することを漏電と云ひ、此の電流を漏洩電流と稱する。

❻ 電壓、電流、抵抗及電力の單位

電壓; ボルト (V)　1 キロボルト (kV)＝1000V　1,000000

　1 ミリボルト (mV)＝千分の 1 ボルト

　1 マイクロボルト (μV)＝百万分の 1 ボルト

電流; アンペア (A)　1 ミリアンペア (mA)＝千分の 1 アンペア

　1 マイクロアンペア (μA)＝百万分の 1 アンペア

抵抗; オーム (Ω)　1 メグオーム (MΩ)＝百万オーム

　1 マイクロオーム ($\mu\Omega$)＝百万分の 1 オーム

電力; ワツト (W)　1 キロワツト(kW)＝千ワツト

電力量; 電力×時間　ワツト時 (WH)　1 キロワツト時(kWH)＝千ワツト時

❼ 電氣回路の分類

電氣回路の各部分を其の役割の上から分類すると

(I) 電氣を起すのに役立つ部分

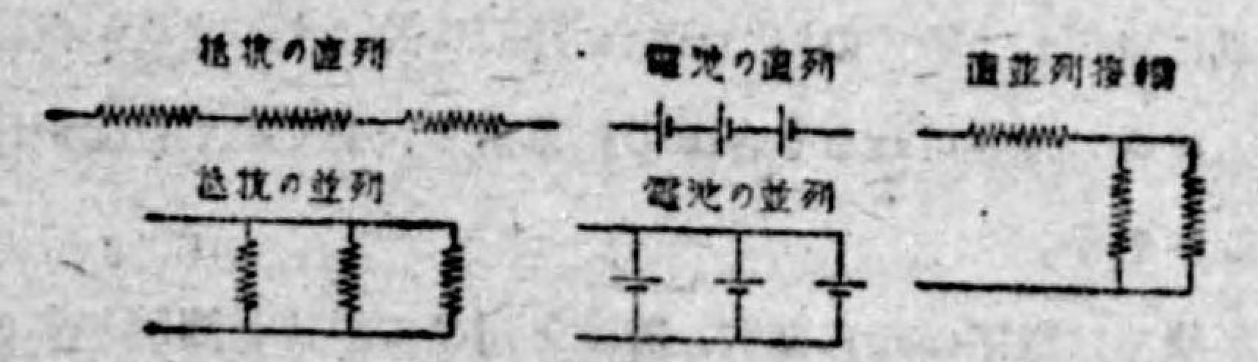
(II) 電氣に仕事をさす部分

(III) 電氣を起した處から仕事をする處迄、電氣を導く部分

(IIII) 電氣の通過を支配する部分

(V) 電氣の性質を變へる部分

❽ 電氣回路の接續方式



第 1·7 図

種々あるが、最も一般的なのが直列接續と並列接續である。其の一般を示すと第 1.7 圖の如くである。

學習問題並解答

〔1〕次の術語及器具の意義を述べよ。

原子、陽核、拘束電子、自由電子、眞空、起電力、電壓、電流、抵抗、單位、電力、電力量、導体、絕緣体、絕緣抵抗、電流計、電壓計、造營材、漏電、漏洩電流、接地、電氣回路、開閉器、負荷、直列回路、並列回路、キロ、ミリ、メグ、マイクロ

【略解】必ず本文を參照して、各項の說明を書き表はして見られたい。

2 オームの法則

2.1 代數式に必要な符號と規約

オームの法則を取扱ふ前に、數式に必要な若干の符號と數式を表はすに就ての約束のやうなものを先づ說明しやう。

相場道の華かだつた頃、取引所の立會を見に行くと、指を一本出したり、二本出したり、三本出して、ボーイ・スコートの敬禮のやうな恰好をしたり、手の掌を裏返して見せたり、種々樣々な符牒で立會人夫々の意志を表はして、拍子木がチョンと入ると一相場が立つ。……… あれを口々に文句で云つて居つたのでは、あの複雜怪奇な立會は處理されそうもない。と同樣に、數式を適當な符號と約束に依つて簡單に表はし、數式の持つ意味を簡明に表はす。之れが代數學であつて前の例で云ふなら、口々にわめき合ふのが算術で、手で示す符牒が代數に相當するのだとも云へやう。

斯樣に代數學では數字の外に文字、記號を用ひて數式を簡明とするのであつて此の記號を代數記號とも稱する。用ふる文字はアルフアベツトであるから、先ず其の讀み方を示そう。

アルフアベツトの讀み方

先きが大文字、括弧內が小文字である。

A (a)……「エーィ」	B (b)……「ビー」	C (c)……「シー」
D (d)……「ディー」	E (e)……「イー」	F (f)……「エフ」
G (g)……「ヂィー」	H (h)……「エーィチ」	I (i)……「アイ」
J (j)……「ヂィェーィ」	K (k)……「ケーィ」	L (l)……「エル」
M (m)……「エム」	N (n)……「エン」	O (o)……「オーゥ」
P (p)……「ピー」	Q (q)……「キュー」	R (r)……「アール」
S (s)……「エス」	T (t)……「ティー」	U (u)……「ユー」
V (v)……「ヴィー」	W (w)……「ダブルユー」	X (x)……「エックス」
Y (y)……「ワイ」	Z (z)……「ズェッド」	

其の他記號としては、算術の場合と同樣で ＋（プラス）－（マイナス）÷ × ＝（イクオール）を用ひ、又不等號と云つて a より b の大きいことを $b>a$, c が d より小さいことを $c<d$ と云ふやうに表はすこともある。又如何なる場合にも全く相等しいことを ≡（全等號又は恒等と云ふ）で表はしたり、$a\sim b$ と a か b か何れか大なる方より小なる方を引くことを示すこともある。

代數式の書き方に就て重要な二三の事柄を示そう。

⓪ **積及商の書き方**　積とは掛け合すことで、算術では 2×3 のやうに乘號 × を以て掛け算を示した。然し文字で表はされた代數式では、此の乘號を省略して、例へば $a\times b$ を ab と云ふやうに書く。其の二三の例を示すと

$a\times30\times bc\times x$ は $30abcx$ と書く。

$\frac{3}{5}\times(-2)b\times ac\times x$ は $-\frac{6}{5}abcx$ と書く。

即ち積の表はし方は、數係數を一番先きに出し、次に既知數を表はす文字（其の値の判つて居る文字）を a b c の順に書き、最後に未知數を表はす文字 x を持つて來る。$i^2\times0.2\times r\times t$ のやうなのは數係數を先きに持つて來て $0.2i^2rt$ と云ふやうに書き、一つの意味を表はす文字はなるべくつゞけて書く。此の i^2r が此の例である。尙、正負の記號……又は數の性質を示す j 等……は最先きにする。

何となれば $3\times(-2)$ を $3(-2)$ と書くのも面倒であり、さりとて $3-2$ でもないから兩者を掛け合せて -6 と云ふやうに書かなければならない。

又、商の形は其のまゝに分數式として置くのが便利であつて、$a\div b$ は $\dfrac{a}{b}$ と云ふやうに示す。斯くすると後で約するのに都合がよい。

$5abc\div7x$ は $\dfrac{5abc}{7x}$ と云ふやうに書く。

但し、掛け算で $1\times2\times3$ の $\times$ を省略して 123 としたのでは全然違つて來るだから斯樣な場合には數字と數字の間に黑丸を置いて、$1\cdot2\cdot3$ と云ふやうに表はすこともある。又 $x\times(a+b)$ は $(a+b)x$ と云ふやうに書く。

❷ **冪の書き方** 2×2 とか $3\times3\times3$ とか或は $a\times a\times a$ 又は $x\times x$ のやうに同じ數を幾つか掛け合せたものを其の數の冪と云ひ

同じ數を 2 度掛け合はせたものを 2 乘（自乘又は平方）と云ひ、同じ數を 3 度掛け合せたものを 3 乘（又は立方）と云ふ。一般に同じ數を n 度掛け合はせたものを n 乘と稱する。

此の冪を表はすのに、因數の右肩に冪の數（冪指數とも云ふ）を示すのであつて例へば、a の 2 乘を a^2, x の 3 乘を x^3, x の n 乘を x^n と書く。

上例では $2\times2=2^2$ $3\times3\times3=3^3$ $a\times a\times a=a^3$ $x\times x=x^2$

となる。或は $10^3=10\times10\times10=1000$ であるから $1{,}000=10^3$ $1{,}000{,}000=10^6$ 等と直ちに書ける。

2.2 オームの法則

切つても切れぬ夫婦の仲……とお隣の隱居さんは陽氣の加減か朝から義太夫を唸つて居られる。齒のない口をモグモグさせて居る有樣を想像して思はず吹き出す。

お隱居さんの義太夫ではないが、吾々電氣技術者とオームの法則は切つても切れぬ夫婦の仲以上である。斯く云ふ講者も二十數年前、イガ栗頭を並べて、先生からうやうやしくオームの法則を授けて貰つた。事後二十數年、明けても暮れてもオームの法則で過して來た。電氣工學上の八分通り迄、此のオームの法則で解決せられるのだから、本講座の第一卷は、オームの法則を元とし、之れを一步數延したキルヒホツフの法則を使つて種々の直流回路を計算する。夫れを根本の目

的とした。

一般の電氣回路に於ては、前にもちよつと述べたやうに、電流、電壓、抵抗の間には次のやうな簡單な關係がある。

第 2.1 圖

電流（アンペア）＝電壓（ボルト）÷抵抗（オーム）

$$=\frac{\text{電壓（ボルト）}}{\text{抵抗（オーム）}}$$

電壓（ボルト）＝電流（アンペア）×抵抗（オーム）

$$\text{抵抗（オーム）}=\text{電壓（ボルト）}\div\text{電流（アンペア）}=\frac{\text{電壓（ボルト）}}{\text{電流（アンペア）}}$$

之れが、オームの法則（ohm's law）であつて、吾々の常識では想像も出來ない極端な低溫度とか、氣体中の電氣傳導でない限り……是等を超電導現象と云ふ……一般に取扱ふ電氣回路では正しく成立する。

今、電壓を E なる文字、電流を I なる文字、抵抗を R なる文字で夫々表はしてオームの法則を代數式で書くと

オームの法則 $I=E\div R=\dfrac{E}{R}$ $E=I\times R=IR$ $R=E\div I=\dfrac{E}{I}$

【補說】 普通の代數式であると、既知數（其の値の判つて居るもの）をアルフアベットの初めの方 a, b, c, d の何れかで、未知數を終りの方の x, y, z の何れかで表はしてよいが、電氣工學では電壓は E 又は e, 電流は I 又は i, 抵抗は R 又は r で表はすのであつて、電流を a としたり抵抗を i で表はしたりすると笑はれるからよく本講義に使ふ文字を見習はれよ。

電壓、電流、抵抗と電氣回路の三要素が斯くも簡單な數量的關係にあることが今日の電氣工學を之れ程隆盛なものとした大きな原因である。鍛冶屋が年に 1 度鞴祭りをするやうに、吾々も年に 1 回オームの法則祭りをしなくては誠に相濟まない次第である。

扨、此のオームの法則で注意しなければならないのは單位關係であつて、例へば 1 メグオームの抵抗に 100 V. の電壓が加へられたときの電流を $100\div1=100$ アンペアとしたのでは落第である。1 メグオームは 1,000,000（百萬）オームで

あるから、オームに直して次のやうに計算する。

$$電流=\frac{100}{1,000,000}=\frac{1}{10,000}\ アンペア\qquad \frac{1}{10,000}\times 1000=0.1\ ミリアンペア$$

但し 1 ミリアンペアは、千分の 1 アンペアであつた。

電壓、電流、抵抗の單位に就ては旣に說明したが、たゞ、ボルト、アンペア、オームだと云つただけで、1 オームの抵抗とはどんな大さか明示しなかつた。

單位には必ず原器があつて、國際的に統一されて居る。そうでないと、獨逸の 1 米と日本の 1 米が相違しては一々換算しなければならず不便である。ともかく一般に通用さす爲にはしつかりした規格がないと困る。諸君は旣に御承知であらうが、例へば、1 米は、巴里にある國際度量衡局の保管する白金イリヂウム合金製の棒の原器の兩端に施してある 2 標線間の長さ……純粹の水の氷が融解しつゝある溫度に於て……を以て表はす。メートル條約で交附された我が國の原器は國際原器と同樣なもので、商工大臣が保管して居る。

斯くも七面倒くさく規定したのは、1 米の長さは世界の隅々、何處へ行つても相等しく不便なく通用さす爲めである。之れと同樣に、電壓、電流の單位も、次のやうに定められて居る。

電氣測定法（明治 43 年 3 月法律第二十六號）

第二條 「オーム」は氷の融解溫度に於て、質量 14.4521「グラム」長さ 106.300「センチメートル」にして均一なる切斷面積を有する水銀柱の不變電流に對する電氣抵抗を謂ふ

第三條 「アンペア」は硝酸銀の水溶液を通過し每秒 0.00111800「グラム」の銀を分離する不變電流を謂ふ。

第四條 「ボルト」、は 1「オーム」の電氣抵抗を有する導体に 1「アンペア」の不變電流を發生せしむる爲要する不變電壓を云ふ。

是等の詳細は何れ第四卷で說明されるが、第二條はオームを規定して居るのであるが、見樣に依つては、1 オームと云ふ大さの抵抗を直接に示す裝置を規定して居るものと考へられる。水銀柱と云つて居るが、水銀を裸にして置くのではなく、長さ 1 米餘り、切斷面積約 1 平方粍の硝子管に滿した水銀のことを指し、其の抵抗は水銀柱の端から端迄の抵抗を指して居るのである。

第三條はアンペアに就て規定して居るのであるが、之れも、1 アンペアと云ふ大さの電流を直接に示す裝置を規定してゐるものと見られる。追々後で說明せらるゝやうに、電流は藥液の中を通る時には、其の物質の組成を變へる働きをする例へば、硝酸銀の水溶液に電流を通すと、銀を分離する。此の分離する銀の量は電流の大さに比例するから、逆に分離された銀の量から電流が定められる。

第四條はオームの法則から 1 ボルトの大さを示して居るのであつて

$$E=IR=1(アンペア)\times 1(オーム)=1(ボルト)$$

となることは當然であらう。

此のボルト、アンペア、オームは國際的に定められたものであるから世界の何れに於ても通用する。

2.3 電位と負數の意義及取扱

富士山は高い、1 年中（12 ヶ月、365 日）雪があるから其の高さは 12365 尺と云はれる程だと靜岡縣人が自慢する。いや、と朝鮮の人は云ふ、金剛山の方が高い。いやいや、台灣の人が云ふ、新高山の方が新しく高い山と云ふだけ高いのだとお國自慢の論爭が果しない。

處で、高い低いと云ふが、麓から測つたのと海面から測つたのでは違ふ。又こんな話がある。或る水力發電所を建設するのに土木技術者は堰堤（ダム）の高さ等を海拔で表はしたのに、電氣技術者は地面からの高さで表はした。爲めに連絡が容易に取れずに往生したと。ともかく、高さにしろ何にしろ、一定の基準がなくては表はし得ないし、勝手勝手の基準を取られたのでは困る。

電氣回路に於て、一点の電壓を表はすのに其の基準として大地を取る。元來地球は尨大なものであるから、少々電氣を與へても、電壓は上らない。其處で此の大地を零電壓として、電氣回路の一点と大地との間の電壓がどれ程あるかを測り之れを其の点の電位（でんい）（electric potential（エレクトリツクポテンシヤル））と稱する。

海面からの夫々の高さを測つて其の差を取ると富士山と新高山の高さの差が判る。其處で新高山の水を富士山に注ぐとどれ程の水力電氣が起るか等と突拍子もないことが考へられる。申す迄もなく高低の差が大きい程、水壓が大となつて發電力は大きくなる。

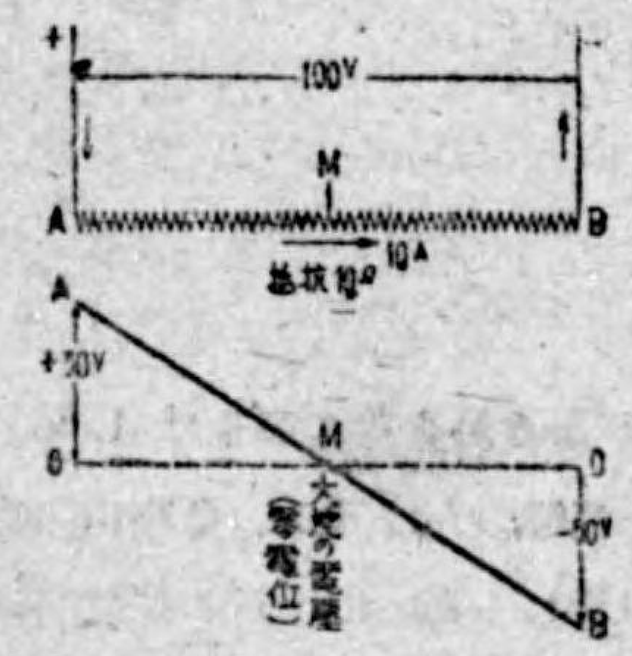
夫れと同樣に電氣回路の 2 点を取ると、夫々零電位である大地との間の電壓、即ち電位が判れば、其の差（2 点間の電位差）が此の 2 点の電壓に相當することになる。即ち

2 点間の電壓＝2 点間の電位差＝1 点の電位－他点の電位

となならう。

今、第 2.2 圖のやうな、抵抗 10 オームの回路に 100 ボルトの電壓を與へたと考へると、オームの法則より

$$電流 = \frac{ボルト}{オーム} = \frac{100}{10} = 10\ アンペア$$



第 2.2 圖

即ち 10 アンペアの電流が流れる。其處で此の抵抗線各部の電位（大地との間の電壓）を調べて見ると下圖の如くになる。即ち

A 点の電位は　$V_A = +\frac{100}{2} = +50\,V$

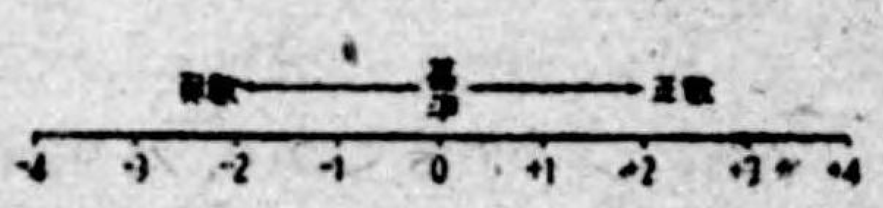
B 点の電位は　$V_B = -\frac{100}{2} = -50\,V$

で A, B, 2 点間の電位差即ち電壓は 100V である。故に抵抗線の中央点 M の電位は零となる。從つて A, B 間の電位差を計算するのに

$$AB間電壓 = V_A - V_B = 50-(-50) = 50+50 = 100\ V$$

としなければ理屈が合はない。

此の抵抗線では M 点より右方の電位は總て大地より低いので、其の電位を表はすには負號（－ マイナス）を附さねばならない。今、各点の電位を第 2.3 圖のやうな横線上に取るものとすると、中央点 0 を基準として右に正數（Mより左方の電位で大地より高い電位）を、0 より左に負數（Mより右方の電位で大地より低い電位）を取らねばならない。



第 2.3 圖

算術では總て正數を取扱つたが、代數では此の負數も取扱ふ。故に

+50　+30　−50　−30

と云ふやうに、數の前に正負の符號（＋(プラス)　－(マイナス)）をつける。此の符號を取り去つた數を其の數の絶對値(ぜつたいち)と稱する。例へば、+50 の絶對値は 50 であり、−30 の絶對値は 30 である。

扨、此の正數、負數の加減乘除に就ては次の法則がある。

❶ **同符號の二數の和は**　二數と同符號で其の絶對値は二數の和に等しい。

例へば　$(+8)+(+12)=+(8+12)=+20$

$(-19)+(-16)=-(19+16)=-35$

❷ **絶對値の異る異符號の二數の和は**　其の二數の中の絶對値の大きい方と同符號で、其の絶對値は二數の絶對値の差に等しい。

例へば　$(+25)+(-5)=+(25-5)=+20$

$(+9)+(-38)=-(38-9)=-29$

❸ **或數より正數又は負數を引くには**　其の數の符號を變へた數（＋なら－に、－なら＋に）を加ふればよい。

例へば　$(+50)-(-50)=(+50)+(+50)=+(50+50)=+100$

$(+19)-(+20)=(+19)+(-20)=-(20-19)=-1$

以上は、負數は正數の反對の性質にあるのだから、早い話が、＋ を收入、－ を支出と考へると理由が明かに判る。其處で答が ＋ となつたのは手許金であり － となつたのは借金である。一々說明をしないから、じつくりと考へて見られたい。

尙、乘除に就ては次の規則がある。

❶ 同符號の二數の積は正の數、異符號の二數の積は負の數で、其の絶對値は何れの場合でも二數の絶對値の積に等しい。

例へば　$(+3)\times(+2)=+(3\times2)=+6$

$(-3)\times(-2)=+(3\times2)=+6$

$(+3)\times(-2)=-(3\times2)=-6$

$(-3)\times(+2)=-(3\times2)=-6$

❷ 或數を之と同符號の數で割つた商は正の數、異符號で割つた商は負の數で其の絶對値は被除數の絶對値を除數の絶對値で割つたものに等しい。

例へば　$(+32)\div(+8)=+(32\div8)=+4$

$(-32)\div(-8)=+(32\div8)=+4$

$(+32)\div(-8)=-(32\div8)=-4$

$(-32)\div(+8)=-(32\div8)=-4$

夫々が 1 箇の數でなく、式である場合も 1 箇の數と考へて取扱つてよい。例へば

$$(a+b)+(c-d)=+(a+b+c-d)=a+b+c-d$$

$$(a+b)-(c-d)=(a+b)+(-c+d)=a+b-c+d$$

是等は上記を參照すれば直ちに計算される。其處で括弧を外す場合に

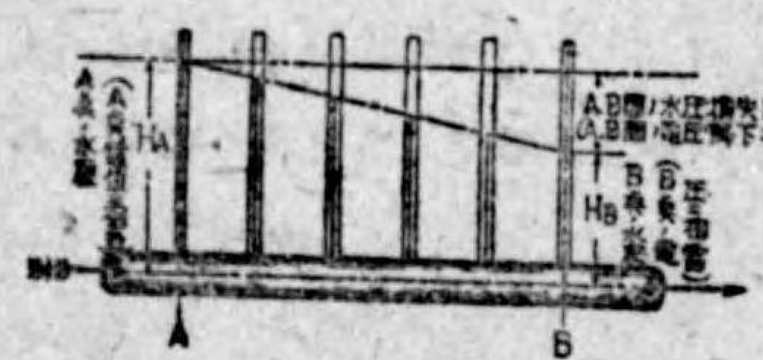
括弧の前が ＋ であれば其のまゝ外してよく、括弧の前が － であれば括弧内の各數の符號を變へる。

此のことは大切であるから よく記憶して置かれよ。

以上に於て述べたことは、代數計算の基礎を爲すものであつて、其の理由を一々詮索するよりも、斯くなる規則だと考へ、確實に暗記せらるゝことを希望する

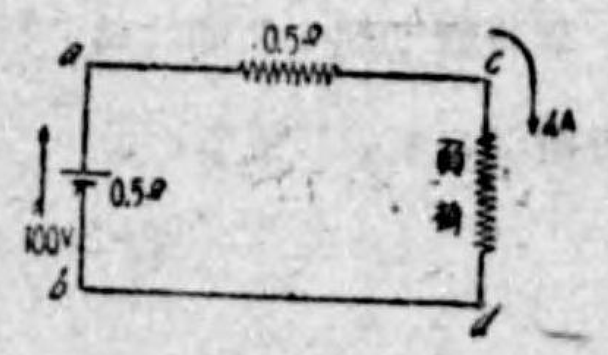
2.4　オームの法則と其の三大思想

丁度、夕方、入浴しやうと思つて、水道の栓をひねるが仲々水が出ない。寒中だと震えながら水道の栓を怨めし氣に睨むと云ふやうな場面が少くない。之れは夕方になると何處の家でも水を使ふので、其の出が惡くなるのである。水源地では常に一定の壓力で水を送り出してゐても、家々の水使ひがあらくなると途中で水の壓力が落ちて水の出方が少くなる。其の狀況を示すと第 2.4 圖の如くで、水管の一定間隔毎に硝子管を立てると、水管の先きに行く程、水壓の落ちて行く狀況が明かである。



第 2.4 圖

電氣も之れと同樣で、夕方で電氣を一番多く使ふときは電燈が暗くなる。夫れは電流が多くなつて途中で電壓が弱められるからである。此のことは途中の電線の中だけでなく、發電機だの電池の內部にも起るのである。此の狀況を既に習つたオームの法則を應用して研究して見やう。



第 2.5 圖

今、第 2.5 圖に於て、起電力が 100 V で其の內部の抵抗が 0.5Ω, その抵抗が 0.5Ω である回路を通じて負荷に 4A の電流を供給して居るときを考へる。

【補說】 以下の簡單の爲めに前に示したやうにボルトを V, アンペア A, オームを Ω で示すことゝした。

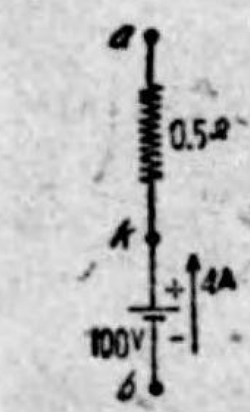
電池の起電力は 100 V であるが、其の內部に抵抗が 0.5 Ω あるから、4 A が流れたとき、此の內部で生ずる電壓の降下……電壓降下 voltage drop と云ふ……はオームの法則に依つて

電池內部の電壓降下　$e_i=IR=4\times0.5=2\ \mathrm{V}$

其處で、電池 a b 間の電壓　$E_{ab}=100-2=98\mathrm{V}$　となる。之れは電池の內部抵抗を第 2.6 圖のやうに外部に引出して、各点の電位を考へ

$$V_b=-\frac{100}{2}=-50\mathrm{V} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$V_k=+\frac{100}{2}=+50\mathrm{V} \quad \cdots\cdots(2)$$



第 2.6 圖

電流は電位の高い方から低い方へと流れ

$$V_k-V_a=IR=4\times0.5=2\mathrm{V} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$V_a=V_k-2=+50-2=+48\mathrm{V} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$V_{ab}=V_a-V_b=+48-(-50)=+(48+50)=98\mathrm{V} \quad \cdots\cdots(5)$$

と計算すると、a, b 間の電壓が 98V となる。此處で、電池の兩極間の電壓が 100 V であると云ふことは ＋ 極の電位が $+\frac{100}{2}$ V, － 極の電位が $-\frac{100}{2}=-50$ V であることを意味する。即ち

電池起電力＝(＋極電位)－(－極電位)＝＋50－(－50)＝100 V

即ち (1) (2) 式の如くになることが理解される。

又、電流は電位の高い方から低い方へと流れるのであるから、k 点の電位は a 点の電位よりも高い。然も、兩点間の電壓（電位差）はオームの法則に依つて、（電流×抵抗） であるから (3) 式の成立することも明かであらう。其處で (3) 式の等しき兩邊に等しい數を加へても引いても等しいことに變りがないから、兩邊に V_a を加へてから、兩邊から 2 を引くと (4) 式が得られる。其處で a, b 間の電位差（電壓 V_{ab}）は V_a と V_b の差となり (5) 式が得られ、電池の端子電壓は 98 V となることが判つた。

【補說】 5＝5　此の兩邊から等しい 3 をひいても 2＝2 で等しいことに變りはなく 4 を加へても 9＝9 で等しいことに更に變りはない。

此處に　$a+b-c=f-g+h$　なる式があるとき、此の兩邊に ＋c を加へると

$$a+b-c+c=f-g+h+c \quad より \quad a+b=f-g+h+c$$

又兩邊に $+g-h$ を加へると

$$a+b-c+g-h=f-g+h+g-h=f$$

となる。以上より、等式の一邊にある項を他邊に移すと符號の變ることが判る。之れは大切なことである。

又 $A+B=C-D$ に於て

等號（イクオール）の左にある $A+B$ を左邊（サヘン）

等號の　　　　右にある $C-D$ を右邊（ウヘン）

と云ふ。此の等式の兩邊に $(-A-B-C+D)$ を加へると

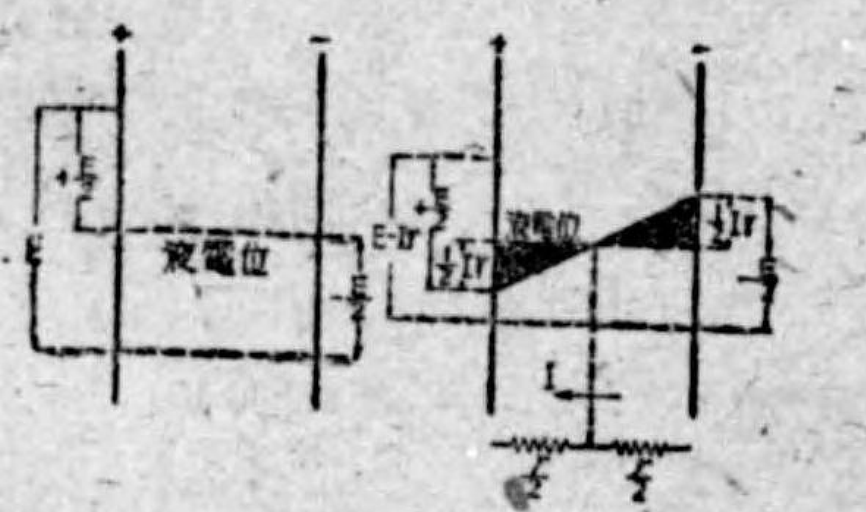
$$-C+D=-A-B \quad となる。$$

即ち等式の左邊を右邊に、右邊を左邊に移すと各項の符號が反對となる。

然し、$5-3=8-6$ に於て、之れは $8-6=5-3$ と書いても等しいことに變りはないから

$$A+B=C-D \quad は \quad C-D=A+B$$

と左邊と右邊を其のまゝ置き變へることが出來る。此のことは後々で式を整理するとき必要に應じて置き換へるから、よく得心して置かれたい。



第 2.7 圖

次に電池内の電壓降下を今少しく詳しく考へて見やう。第 2.7 圖は最も簡單な一種類の液に兩極を浸した電池であつて、電流を取り出さない時の正極の電位は液の電位より高く $+\frac{E}{2}$ であり、負極の電位は液の電位よりも低く $-\frac{E}{2}$ で、電池の起電力は $+\frac{E}{2}-\left(-\frac{E}{2}\right)=\frac{E}{2}+\frac{E}{2}=E$ である。次に電池より I なる電流を取り出すと、電流は電池の内部で負極から正極に向つて流れる。電池の液及電極には抵抗を有するから、右圖に示したやうに電池の内部で電壓降下を生ずる。之れが内部電壓降下であつて、今電池の内部抵抗を r とし、液を零電位とすると、－ から ＋ に電流 I が流れるから、負極は液に對して $\frac{1}{2}Ir$ だけ電位が高く正極は $\frac{1}{2}Ir$ だけ低いことになる。一方、電池の起電力には變りがないから

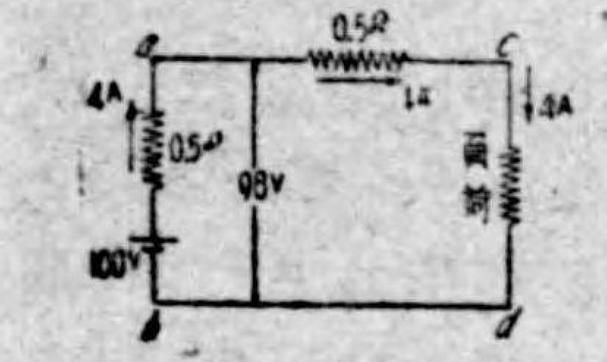
液に對し ＋ 極の電位 $+\frac{E}{2}-\frac{1}{2}Ir$　　－ 極電位 $-\frac{E}{2}+\frac{1}{2}Ir$

$$電池兩極間の電壓=\left(\frac{E}{2}-\frac{1}{2}Ir\right)-\left(-\frac{E}{2}+\frac{1}{2}Ir\right)=E-Ir$$

となり、此の内部抵抗 r を電池の外側に引き出して前の様に考へてもよいことが判ろう。

一般に、發電機にせよ、電池にせよ、之れから負荷に電流……負荷電流（load current）と云ふ……を供給すると、其の内部抵抗に依る電壓降下を生じ、端子電壓が降下する。其の電壓降下の大さは負荷電流に比例するから、負荷の端子電壓を一定に保つ爲めには發電機の起電力を大としたり、使用する電池の箇數を增さねばならない。之等のことは追々と說明されやう。

次に電線路の各部分を考へて見やう。第 2.8 圖よりも明かなやうに、a より c に電流が流れる……a 點の電位は c 點の電位よりも高い……から



第 2.8 圖

$$V_a-V_c=V_{ac}=4\times0.5=2$$

$$V_c=V_a-2=+48-2=+46$$

此處の數式變化は前と同樣であるから、先きの說明を十分に讀まれるなら理解される筈である。然して b, d 間は抵抗がないから、電壓降下もなく $V_d=V_b$ である。

故に負荷の端子電壓 V_{cb} は

$$V_{cb}=V_c-V_d=+46-(-50)=+96\ \mathrm{V}$$

即ち 96 V となる。

以上のやうに、各點の電位を一々考へることは計算が面倒となるから

❶ 電池の起電力は 100 V であるが

❷ 電池の内部電壓降下は　$4\times0.5=2\mathrm{V}$　であるから

❸ 電池の端子電壓は　$100-2=98\mathrm{V}$　となる。

❶ 次に線路で　$4\times0.5=2\mathrm{V}$　の電壓降下があるから

❺ 負荷の端子電壓は　$98-2=96\mathrm{V}$　となる。

と云ふやうに考へるのである。

扨、負荷の抵抗には電壓 96 V が加へられ、電流が 4A 流れるから、其の抵抗はオームの法則より

$$負荷の抵抗=\frac{電壓（ボルト）}{電流（アンペア）}=\frac{96}{4}=24\Omega$$

となる。其處で電氣回路のどの部分、例へば a k の部分、a c の部分、e d の

部分とどの部分を取つても正しくオームの法則が成立する。又後でも說明するやうに、直列に結ばれた各抵抗は夫等の和である一つの抵抗があるものと考へてよいから、第 2.8 圖の各抵抗を加へ合すと

$$\text{回路の全抵抗}=0.5+0.5+24=25\ \Omega$$

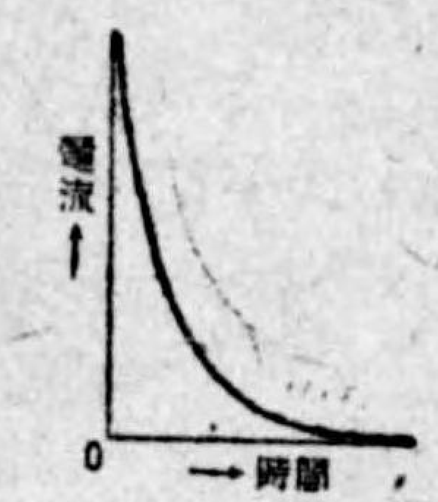
$$\text{故に回路の電流}=\frac{\text{全電壓}}{\text{全抵抗}}=\frac{100}{25}=4\ \mathrm{A}$$

と問題に正しく一致する。

"電氣回路に於て、各局部毎にオームの法則が成立すると同時に、回路全体としてもオームの法則が成立する"

と云ふことが云へる。之れは大切な思想であるからよく理解して置かれよ。

オームの法則に就てもう一つ大切な思想がある。夫れは、今、回路を切らうとスイッチを開くと、電流はなくなるが、直ちに零となるのでない。スイッチを開くときよく注意して見らるゝなら、火花 (spark)(スパーク) が出る。此のスパークを通じて一時電流が流れるのであつて、弧光燈(ここうとう) (arc lamp)(アークランプ) と云はれるものは常に此のスパークを通じて電流が流れて居るのである。然し、スイッチにあつては、其の兩刄 (blade)(ブレード) を開いて行くのでスパークが長く伸び、其の抵抗が次第に大きくなつて、遂に電流が消滅する。此の狀況を示すと第 2.9 圖の如くである。……橫軸に時間を、縱軸に電流を取つてスイッチを開いてから時間の經つに從つて電流の減少することを示した……。斯樣に各時刻に依つて電流の値は異るのであるが、各瞬時に於てオームの法則が成立する即ち回路電流が假に 5 A 流れて居つたとき、スイッチを開いたとする。そうして此の瞬時のスパークの抵抗が 200 オームであつたとすると、スイッチを開いた瞬間には矢張り 5 A がスパークを通じて流れるから、此の時、スイッチの兩刄間に現はれる電壓はオームの法則に依つて



第 2.9 圖

$$5\times200=1000\ \mathrm{V}$$

となる。然して時間が經つと、スパークの抵抗は大となり電流が減少する。假にスイッチを切つてから或る時間後に於て電流が 0.2 A, スパークの抵抗が 500 Ω とすると兩刄間の電壓はオームの法則に依つて

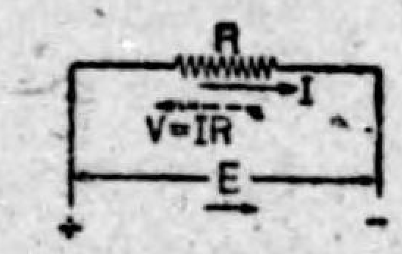
$$0.2\times500=100\ \mathrm{V}$$ となる。

即ち、全時間を通じては電流も抵抗も刻々と變化するが、任意の瞬間を取つて考へると正しくオームの法則が成立する。其處で

"電壓、電流、抵抗が變化する場合でも、各瞬間に就て云ふとオームの法則が正しく成立する"

【補說】 回路を切つた瞬間に高い電壓が現はれるのは上記の計算からも明かなやうに、スパークの抵抗が高いのに、依然として前の電流を流そうとするからである。

今一つ、オームの法則に就て別の考へ方を示そう。第 2.10 圖のやうに、R オームの抵抗に E ボルトの電壓を與へると



第 2.10 圖

オームの法則に依り流るゝ電流 $I=\dfrac{E}{R}$ アンペア

であつて、電壓に就ては

$$E=IR \qquad E-IR=E+(-IR)=E+V=0$$

と書くことが出來る。此の $V=(-IR)$ は R なる抵抗に I なる電流が流れた爲めに生じた逆起(ぎやく)電力 (counter electro motive force)(カウンター エレクトロ モーチブ フオース) であると解釋出來る。從つて、電氣回路に作用する電位差 (E) と逆起電力 (V) の代數和は零であると云へる。

此の考へ方は大切であつて、今、諸君の前にあるインク壺の頭を手先で押して見られよ……、インク壺は傾く、手を離して見られよ、元に戻るだらう。其處で押した力を作用と云ひ、インク壺が元に戻らうとする力を反作用と云ふ。此の作用する力と反作用する力が等しくなる迄インク壺は傾く。何となれば、更らに押す力を增すとインク壺は餘計に傾くが、同時に元に戻らうとする反作用の力も增すので、新しく作用した力に等しい反作用を生ずる處迄傾く。

之れと同樣に、5 Ω の抵抗に 10 V を加へると 2 A が流れ、2×5=10 V の逆起電力が生じ、之れが加へられた 10 V と等しくなる。加へる電壓を 15 V とすると、電流は 3 A に增加し 3×5=15 V と逆起電力は增加して、加へられた電壓と等しくなる。15 V を加へたのに 2.5 A しか流れないとすると、逆起電力は 2.5×5=12.5 V で加へた 15 V より小さいから、之れが等しくなる迄電流は增加し、前に示したやうに 3 A となる。又餘分に 4 A が流れたとすると逆起電力は 4×5=20 V となつて、加へた電壓より大きいから 4 A が減少して、之れが 15 V

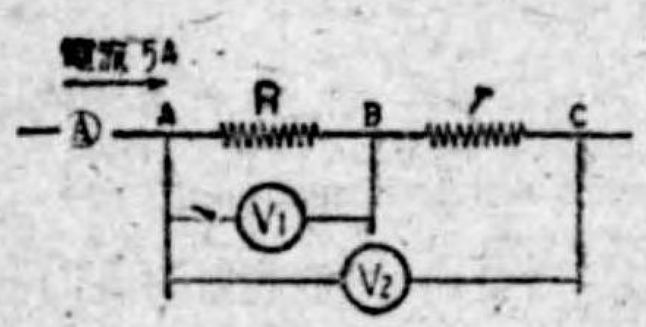
となる 3A に落ちつく。

【補說】 どうかすると 10V の供給電壓に對して 10V の逆起電力を生ずると、電流は流れないと考へ込み易いが 10V の逆起電力は抵抗に電流が流れた結果生じたものであつて、電流が流れねば逆起電力は存在しない。電車が走つて居るときの所要電力は空氣抵抗に打ち勝つだけでよいと云ふと、夫れでは電車が止つてしまふと誤つて考へる。此の空氣抵抗は電車が走つて居る結果として生じたものであることを考へない處に錯覺がある。

2.5 オームの法則と一次方程式

同じ知つて居ると云つても、深みも違へば幅も違ふ。〝オームの法則位は知つて居るよ〟と氣輕に口に出來ない。上述では其の根本思想の三つを衝いてくどくどと說明したが、要は諸君の考へ方に深みと幅を與へたい爲めであつた。

上述のやうに、オームの法則は電氣回路の一局部だけでなく、全体としても成立する。今、第 2.11 圖のやうに一定電流 5A が流るゝ回路に……Ⓐは電流計…ammeter（アンメーター）…回路に直列に入れて回路の電流を測定するもの、第三卷で說明される……抵抗 R オームと r オームを直列に接續されてゐるとする。此の R の兩端の電壓を電壓計…volt-meter（ボルトメーター）…電壓の値を測定する計器で、電壓を測定せんとする兩端に接續する。詳しくは第三卷にて說明される……で測定するに $V_1=60$ V であつた。又全端子電壓を測定するに $V_2=100$V であつたとすると此の回路の一局部である B, C 間にオームの法則が成立し



第 2.11 圖

$$r \text{ の端子電壓 } V_r = r \text{ の電流 } \times r = 5 \times r = 5r$$

此の V_r と V_1 の和が全端子電壓 V_2 となる。

【補說】 つかの抵抗を直列として、之れに同一方向の電流を流すと各部分の電壓の和が全体としての電壓となる。此のことは先きに說明した各点の電位を調べて證明されるが、後で又詳しく說明するから、一先づそうなるものと記憶されたい。

$$\text{從つて} \quad V_2=V_r+V_1=5r+60=100 \qquad 5r+60=100$$

此の式での未知數……其の値の判らないもの……は r であつて、今 a, b, c を既知數……其の値の判つたもの……とし、x を未知數とするとき

$$ax+b=c$$

なる形を x の一次方程式（いちじほうていしき）と云ふ。

【補說】 何次方程式と云ふのは未知數 χ の羃指數に就いて云ふのであつて、式中の一番大きい羃指數で云ひ、$a\chi$ は $a\chi^1$ と考へ、一次方程式と云ふ。$a\chi^2+b\chi+c=0$ は一番大きい χ の羃指數は 2 だから二次方程式である。

斯樣な方程式が與へられたとき、此の式から未知數 x の値を求めることを方程式を解くと稱し、未知數 x の値を此の方程式の根（こん）と云ふ。此の根は方程式を完全に成立さす……此の x の値で左右の兩邊が等しくなる……から、此の方程式を滿足せしむるとも適するとも云ふ。

扨、前にも說明したやうに、等號（＝）で結ばれた、等しい式の兩邊に夫々等しい數を加へても、又は夫々から等しい數を引いても等しいことに變りはない。同樣に等しい兩邊に等しい數を掛けても、等しい數で除しても等しいことには依然として變りはない。

今上式の兩邊から先づ b を引くと

$$ax+b-b=c-b \qquad ax=c-b$$

此の兩邊を a で除すると $\quad x=\dfrac{c-b}{a}$

と云ふやうに未知數 x が求められる。

即ち $ax+b=c$ を滿足する方程式の根は $x=\dfrac{c-b}{a}$ であり、x の此の値は方程式に適する。

之れを應用して先きの式から r の値を求めると $\quad r=\dfrac{100-60}{5}=8\,\Omega$

此の回路の A, C の部分にオームの法則を適用すると

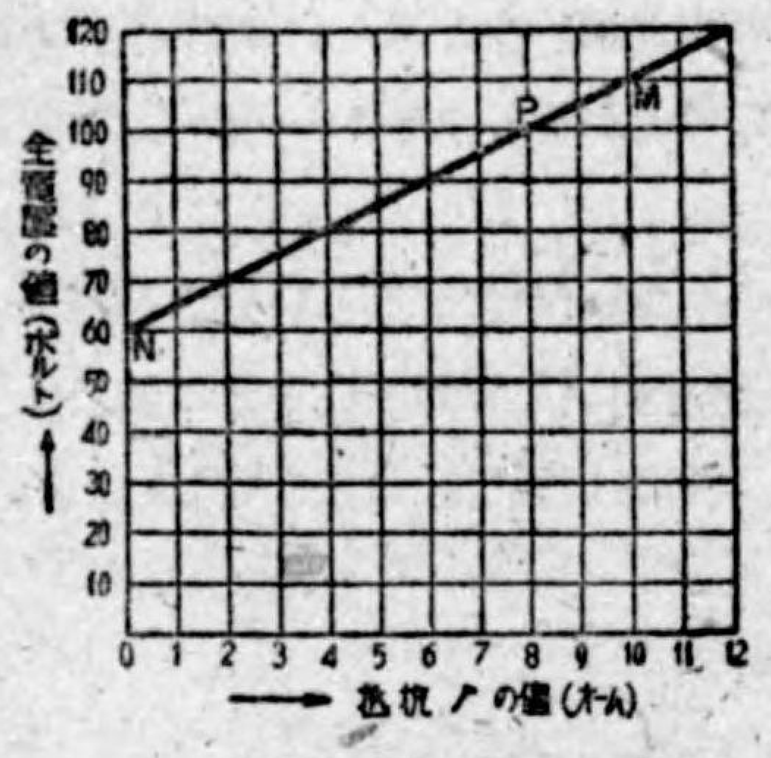
$$=\frac{R \text{ の電壓}}{R \text{ の電流}}=\frac{60}{5}=12\,\Omega$$

即ち、二つの抵抗 8Ω と 12Ω が直列にあるから、全体としての抵抗は $8+12=20\,\Omega$（此のことも後述する）で回路の全体 A, B 間にオームの法則を適用すると

$$A, B \text{ 間電壓} = \text{電流} \times \text{全抵抗} = 5 \times 20 = 100\text{V}$$

即ち、前に與へられたことゝ一致する。此處で吾々は、重ねてオームの法則は回路の 1 部分でも成立するし、回路全体としても正しく成立することが一層明確となつた。次に $5r+60=V_2$ として、第 2.12 圖の如くに直角に交る 2 軸（直

交軸と云ふ）の横軸に r を、縦軸に V_2 を取つて表はすと $5r+60=V_2$ なる式は一つの直線となる。斯樣に方程式を線圖で表はしたものを、ぐらふ (graph) と稱する。



第 2.12 圖

扨、此の圖を元として一次方程式をぐらふに書くと直線となることだの、其の性質を種々研究して見やう。

元來、ぐらふは工業家に取つて極めて大切なものであり、本講座でも之れを屢々應用するから、以下十分に研究されたい。

2.6 一次方程式とぐらふ

前の第 2.12 圖に於て、r の値を 0 より次第に大きくして、其の値を横軸（x 軸とも云ふ）に取り、之れに應ずる V_2 の値を

$$5r+60=V_2$$

の式より計算して横軸と直角な縦軸（y 軸とも云ふ）で表はす。即ち

$r=0$ では　$V_2=5\times0+60=60$

$r=2$ では　$V_2=5\times2+60=70$

$r=4$ では　$V_2=5\times4+60=80$

$r=6$ では　$V_2=5\times6+60=90$

$r=8$ では　$V_2=5\times8+60=100$

$r=10$ では　$V_2=5\times10+60=110$

と云ふやうになる。是等の V_2 の値を連結すると直線 N M となる。

幾何學(きかがく)……物の大さ、位置及性質を研究するもので、多くは常識に屬することを難しく學問的に論ずるもので、本講座では必要な處のみを夫々說明し、別に系統立てゝ講義しない……に依ると、直線は 2 点に依つて決定される（幾何學から云ふと、任意の 2 点を通る直線は一つあり、然而、唯一つに限る）申す迄もなく 2 点を通る直線を引いて見らるゝなら一つよりないことは明瞭である……点とは

位置があつて大さがないと定義され、直線とは長さがあつて幅がないと定められてゐる……又 3 点は圓を決定する。

從つて、$5r+60=V_2$ なる式が直線を表はすのであるから、そう多くの点を取らなくとも、此の直線 N M は決定される。

假に $r=0$　$V_2=60$ の N 点と $r=10$　$V_2=110$ の M 点

此の N, M 2 点を計算して N, M を結んだ直線を作ると、之れが求むる直線である。

N と M の 2 点はどの点を取るのも自由であるが、なるべく r の値がはつきりした數値で V_2 が直ちに計算されるものがよい。上例では此の考へで $r=0$ と $r=10$ の 2 点を取つた。又 N 点の位置は横軸で 10（之れを横座標 10 なりとも云ふ）縦軸で 110（之れを縦座標 110 とも云ふ）なる處にあるから、N (10, 110) と云ふやうに表はして、10, 110 を N 点の座標(ざひよう)と稱する。即ち 1 点の座標とは、其の点の x 軸の値 (x) 及 y 軸の値 (y) を云ふのであつて $x=0, y=0$ の点は申す迄もなく直交軸の交点で、之れを原点と稱する。ぐらふを斯樣に研究する學問が解析(かいせき)幾何學と稱するものである。

扨、上記のやうに任意の値を r に與へて、之れに應ずる V_2 の値を 2 点 N,M のやうに計算し、直線を作ると、供給電壓が 100V であるときの r の値は $V_2=100$ の横線と直線の交点 P を求め、P の横軸の値を見て $r=8\Omega$ と得られる。

くどくどしいが、ぐらふから一次方程式を解くには、未知數に任意の値を與へて、夫れに應ずる式の値を 2 つ計算し、此の 2 点を結ぶ直線を作り、與へられた式の値と直線の交点より未知數を定める。

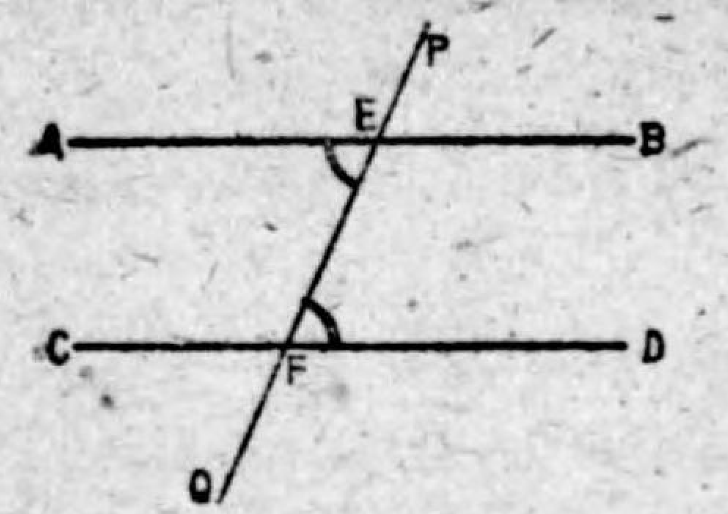
次に、一次方程式の一般な形として

$ax+b=y$　　　なる式に於て

x を横軸に、y を縦軸に取つて表はすと直線となる。即ち一次方程式は直線となることを證明しやう。

先づ其の豫備智識として、幾何學が教へる平行線の性質から、三角形の諸性質の一般を述べやう。第 2.13 圖のやうに、一つの平面の上に二つの直線があつて之れを何れの方向に如何に延長しても決して交らないとき、此の二つの直線は互に平行にあると云ひ、此の二直線を平行線と稱する。圖では A B と C D が平行線で、之れを表はすのに AB//CD と記する。此の二つの平行線と他の一つの

直線ＰＱと交ると合計8箇の角を生ずる。角を指すには頂点と二直線を以てし、例へば $\angle AEF$ と云ふやうに書く。即ち之れはＡＥとＦＥの二直線の爲す角で、眞中のＥが角の頂點である。扨上記の8つの角の中で



第 2.13 圖

$\angle AEF$ と $\angle EFD$ を……錯角(さくかく)と云ふ。

$\angle AEF$ と $\angle CFQ$ を……同位角(こういかく) 〃

$\angle AEF$ と $\angle CFE$ を……同傍內角(どうぼうないかく) 〃

$\angle AEF$ と $\angle PEB$ を……對頂角(たいちょうかく) 〃

夫々、文字と圖を見れば斯樣な名のつけられたことが自然と判らう。

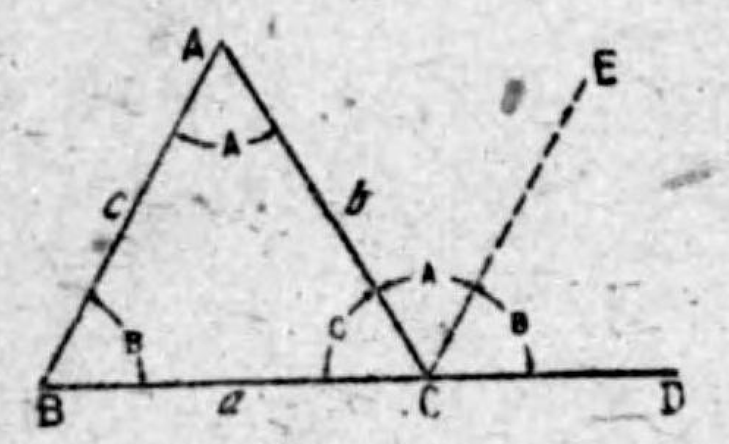
扨、平行線の性質として

錯角、同位角は相等しく、同傍內角は補角をなす。

$\angle AEF=\angle EFD$　　$\angle AEF=\angle CFQ$　　$\angle AEF+\angle CFE=180°$

但し、補角とは其の和が二直角 $2\times 90°=180°$ に等しいとき、其の各の角を他の角の補角と云ふ。上記の正しいことは圖からも明瞭に觀取される。

扨、此の平行線の性質を應用して、如何なる三角形でも其の三つの內角の和は二直角となることを證明しやう。第2.14圖のやうな三角形ＡＢＣを表はすのに $\triangle ABC$ と記し、$\angle BAC$ を單に $\angle A$, $\angle ABC$ を $\angle B$, $\angle ACB$ を $\angle C$ と記すことがある。$\angle A$ に對するBC邊の長さを a, $\angle B$ に對するBC邊の長さを b, $\angle C$ に對する邊の長さを c で表はすやうに約束されて居る。此の三角形で $\angle A$ を頂角（A を頂点）ＢＣを底邊、$\angle B$ 及 $\angle C$ を底角と云ひ



第 2.14 圖

$\angle A$ $\angle B$ $\angle C$ を夫々三角形の內角と云ふ。又一邊と之に隣る他の一邊の延長の爲す角を三角形の外角と云ふ。例へば圖の $\angle ACD$ は一つの外角である……三角形の一つの外角に隣り合つてゐない他の二つの內角のことを其の外角の內對角とも云ふ……圖では $\angle A$ 及 $\angle B$ は外角 $\angle ACD$ の內對角となる。

今 C 点を取つて $CE /\!/ AB$ なる C E 線を引くと、前の平行線の性質から

$\angle A=\angle ACE$（錯角）　　$\angle B=\angle ECD$（同位角）

$$\angle A+\angle B+\angle C=\angle ACE+\angle ECD+\angle C=2R_{\llcorner}\ (180°)$$

但し、直角を $R_{\llcorner}$ と云ふ符號で表はした。

上記の證明より、三角形の三つの內角の和が二直角となること、外角は內對角に等しいことも判る。

此の三角形に於て、一つの角が直角である三角形を直角三角形と云ひ、直角三角形の性質を研究するのが後に述べる三角學である。又二邊の等しい三角形を二等邊三角形（兩底角は等しい）三邊の等しいものを正三角形（三內角共に等しく 60° 宛となる）と云ふ。

【補註】 三角形の性質は今後も大いに利用されるから、玆に其の主なるものを記する。詳しくはコンパスと定規で正しく圖を畫いて納得されよ。

❶ 一つの三角形の二邊と其の夾角（二邊の夾む角）が他の三角形の二邊と其の夾角に夫々直等しいとき、兩三角形は重ね合し得る……之れを兩三角形は合同であると云ふ。

❷ 二等邊三角形の頂角の二等分線は底邊を垂直に等分する……頂点より底邊の中点に引いた直線は頂角を二等分して底邊に垂直である。

❸ 一つの三角形の二角と其の間の一邊とが夫々他の三角形の二角と其の間の一邊とに相等しいときは此の兩三角形は合同である。直角三角形では斜邊と一鋭角とが夫々相等しいとき合同である。

❹ 一つの三角形の三邊が夫々他の三角形の三邊と相等しいときは此の兩三角形は合同である。

❺ 一つの三角形の二邊が相等しくないときは、大なる邊に對する角は小なる邊に對する角より大である。或は一つの三角形の二つの角が相等しくないときは、大なる角に對する邊は小なる角に對する邊よりも大きい。

❻ 三角形の二邊の和は他の一邊よりも大である。或は二邊の差は他の一邊よりも小さい

❼ **三角形の重心**　三角形の三つの中線……中線とは角頂点と之に對する邊の中央点を結んだ直線である……は一点に出會ひ、且つ其の交点は各中線に於て頂点から $2/3$ の處にある。

❽ **三角形の外心**　三角形の三つの邊の垂直二等分線は一点に於て出會ひ、且つ其の交点は三頂点より等距離にある。故に此の交点を中心として三角形の外接圓(三角頂を通る圓)を畫き得る。之れが先に述べたる三点は圓の位置を決定すると云ふことに相當する。

❾ **三角形の內心**　三角形の三つの內角の二等分線は一点に於て出會ひ、且つ此の点より三邊に至る距離（三邊に下した垂線の長さ）は相等しい。此の交点を中心として三角形に

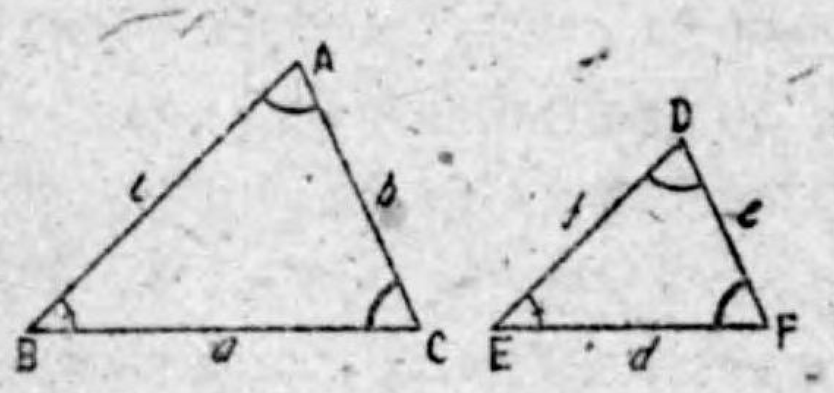
内接圓を畫き得ることから之れを内心と云ふ。

二つの多角形があつて、其の一方の各の角が順次に他の方の各の角に相等しく又對應する邊の比が何れも相等しいときは、此の二つの多角形は相似形であると云ふ。特に三角形の場合に於て、相似形である爲めには

❶ 一つの三角形の二つの角が夫々他の三角形の二角に等しいとき……結局は三つの内角が相等しいことになる。

❷ 一つの三角形の一角が他の三角形の一角に等しく、且つ此の角を夾む二邊が互に比例をするとき、此の二つの三角形は相似形である。

❸ 一つの三角形の三邊が他の三角形の三邊と比例するときは、此の二つの三角は相似形である。



第 2.15 圖

第 2.15 圖に於て、二つの三角形が相似であることを

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

と書き表はす。兩三角形が合同の場合は $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ と記する。此の相似三角形の間には

$$\angle A = \angle D \qquad \angle B = \angle E \qquad \angle C = \angle F \text{ 及 } \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{e}{f}$$

なる關係が成立する。即ち

相似三角形の對應角は相等しく、對應邊（等しき角に對する夫々の邊）はは互に比例する。

從つて、相似三角形の面積の比は對應邊の2乘比となる。

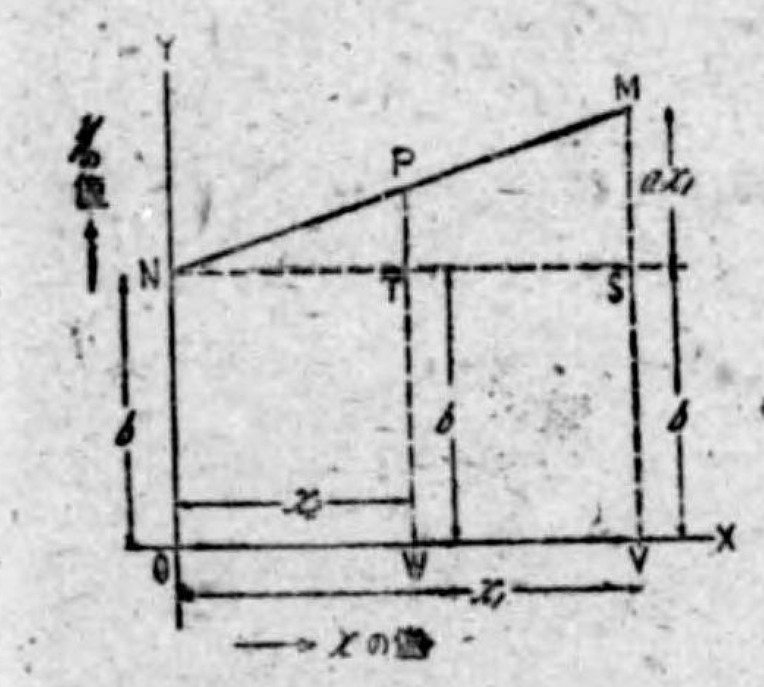
餘り豫備智識が長くなつたから、此處等で節を改めて出直すことゝしやう。

2.7 一次方程式が直線となる事の證明

講者が某會社に勤めて居つたとき、火力發電所を建設すれば之れ程經濟上有利だと云ふ計算書を提出したことがあつた。最初の假定は數行で、自家發電をして平均負荷率を上げると、之れだけ受電電力料金が値引きされると云ふやうな意味のであつた。然し夫れ以後は此の假定に基いて縱横に研究し、計算書だけでも數百頁に及ぶ浩瀚なものであつた。之れを重役の處に持つて行つて、最初の假定は

極めてあつさりと述べ、夫れからの計算を綿密に說明した處、生馬の眼を拔くと云はれた名重役も、くどくどと說明する中にすつかり最初の假定を忘れて、途中と結論のみを信じ、宜しい建設しやうと云ふことになつた。處で講者、腹の中で思へらく、最初の假定が手品で、ちよつと變へると結論が逆にもなり兼ねないのだが、仕事にあぶれて居る時だ、手品の種明しをするには及ぶまいと建設に着手した。こんなことがよくある。問題を解くにも途中の計算に沒頭して、何を求めて居るのだか判らなくなる。元來、頭がいゝと云ふことは、大局を睨んで誤らず常に目的と進路を明確に認識して居ることである。

上記で、幾何學の手ほどきから、相似三角形の性質を述べたのは、一次方程式 $ax+b=y$ に於て、x を横軸に、y を縱軸に取つて表はすと直線となると云ふことを證明する爲めであつた。では夫れに着手しやう。



第 2.16 圖

今第 2.16 圖に於て $x=0$ とすると $y=b$ となり、ON=b なる N を取る。次に x に x_1 なる値を與へると、之れに應ずる y の値 y_1 は

$$y_1 = ax_1 + b \qquad VM = ax_1 + b$$

なる M を取り、N と M を結ぶ。此の直線上の如何なる點を取つても $ax+y=b$ なる關係が滿足されるなら、一次方程式が直線となることが明瞭となる。今 NM 直線上の一點 P を取つて OX へ垂線 PW を引く。又 N より OX の平行線 NS を引き、各垂線との交點を T, S とすると

$$TW = SV = NO = b \qquad MS = ax_1$$

處で此の $\triangle NMS$ と $\triangle NPT$ を取つて考へると、作圖から $\angle PTN = \angle MSN = R\llcorner$ 又 $\angle PNT$ と $\angle MNS$ は共通であるから、二つの三角形は相似形である。$\triangle NMS \backsim \triangle NPT$ であるから對應邊は比例する。

即ち $\dfrac{PT}{MS} = \dfrac{NT}{NS}$、 $NT = OW = x_2$ とすると

$$PT = \frac{NT}{NS} \times MS = \frac{x_2}{x_1} \times ax_1 = ax_2$$

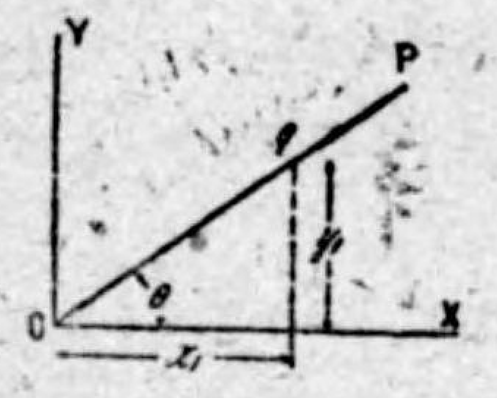
従つて OW=x_2 に應ずる y の値 y_2=PW は

$$y_2=PW=PT+TW=ax_2+b$$

で原式 $ax+b=y$ の關係を滿足する。其處で一次方程式が直線を表はすことが證明された。

【補說】 $x_1\ x_2\ y_1\ y_2$ のやうに右下にある小文字を足字と云ひ、エツクスワン、エツクスツーと云ふやうに讀む。

次に種々の直線の形に應ずる一次方程式の形を逆に研究して見やう。



第 2.17 圖

先づ第 2.17 圖のやうに原点を通る直線 OP では

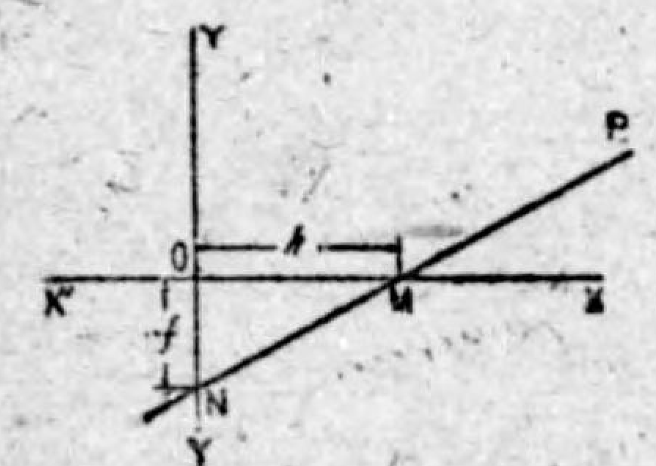
$$ax+b=y$$

に於て $x=0$ で $y=0$ であるから $a\times0+b=0$ より $b=0$ となり

$$ax=y \qquad \frac{y}{x}=a \qquad \frac{y_1}{x_1}=a$$ となる。

即ち原点を通る直線は y と x の比が一定である直線で $x=x_1$ なるとき $y=y_1$ であれば（即ち直線上の一点 q の座標 $x_1\ y_1$ が與へられると）

$$\frac{y_1}{x_1}x=y$$ なる一次方程式となる。



第 2.18 圖

次に第 2.18 圖のやうに ON=$-f$ OM=h なる 2 点を通る直線 N M P の示す方程式を研究して見やう。尙直角座標に於て、横軸の原点 O より右方 OX を +（プラス）、左方 OX′ を −（マイナス）とし 同様に縦軸に於て原点 O より上方 OY を +, 下方 OY′ を負とする。

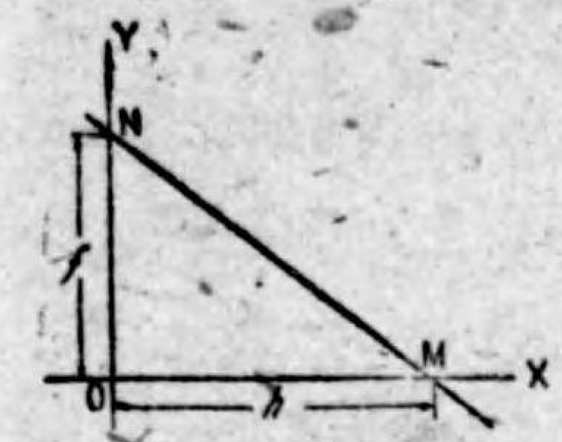
$ax+b=y$ に於て

$x=0$ としたとき $y=-f$ となるから $b=-f$

$x=h$ としたとき $y=0$ となるから $ah-f=0$ より $a=\frac{f}{h}$

之れを原式に代入して $\frac{f}{h}x-f=y$ を得る。

次に第 2.19 圖の N M のやうな直線では $ax+b=y$ として



第 2.19 圖

$x=0$ としたとき $y=f$ より $b=f$

$x=h$ としたとき $y=0$ より $ah+f=0$

より $a=-\frac{f}{h}$ となり

故に $-\frac{f}{h}x+f=y$ が得られる。

上述の諸例より、直線が與へられたとき、之れを方程式に書くには $ax+b=y$ として、x と y の關係の判つてゐる値を與へて a 及 b の値を決定すればよいと判る。

何故、上記のやうなことを說明したかと云ふに、吾々が實驗から一般關係式を導くとき、之れが直線であれば、二つの實驗結果を知れば、直線が引かれ、之れから其の關係式が導出されるからである。

又、方程式をぐらふで取扱つて置くと、後で述べる聯立方程式の解法もよく理解される。

2.8 數學と實際問題、驗し算法

何んでもかんでも數學で解決せらるゝなら、大學の數學教授は政治家としてはヒツトラ、ムツソリーニ以上とならうし、ロツクフエラー、カーネギーが借金に來る程の富豪とならうが、問屋はそう易々と卸さない。世の中の實際問題で數學で解決せられる範圍は極く狹いものである。此の狹い應用範圍をやゝ廣くして吳れるのが此處に述べる驗し算法（cut and try method（カツトアンド トライ メソツド））で、平たく云ふと、あゝでもないこうでもないと試みる方法である。百聞は一見に若かず、例題に就て說明する。

【例】 或需用家が甲會社より電力を買へば、キロワツト時（kWH で示す）10 錢、乙會社より買へば 1 kWH 8 錢にして、何れも使用電力量が 10 kWH を超過する場合は 1 割引、20 kWH を超過する分は 2 割引とせられる。此の需用家が甲會社より受電する場合と乙會社より受電する場合に於ては 1 日中の電力料金に 29 錢の差を生ずると云ふ。此の需用家 1 日中の使用電力量を求めよ。

今、1 日中の使用電力量が 20 kWH 以上であるとして試みる。使用電力量を W kWH とすると、甲會社より受電する場合

$$電力料金甲=10\times10+10\times0.9\times10+10\times0.8\times(W-20)$$
$$=190+8W-160=30+8W$$

【註】最初の 10 kWH は 1 kWH 當り 10 錢宛で 1 圓、10 kWH を超過し 20 kWH 迄の 10 kWH は 1 割引の 9 錢宛で 90 錢、20 kWH を超過するものは 2 割引の 8 錢宛となる。

乙會社より受電する場合

$$電力料金乙=8\times10+8\times0.9\times10+8\times0.8(W-20)$$
$$=152+6.4W-128=24+6.4W$$

兩者の差が 29 錢であるから

$$30+8W-(24+6.4W)=29$$

$$(8-6.4)W=29-6=23 \qquad W=\frac{23}{1.6}=14.4\ \mathrm{kWH}$$

即ち W が 20 kWH 以上であると云ふ假定に反し不合理である。從つて使用電力量は 20 kWH 以下であることを知る。

今 W を 10 kWH と 20 kWH の間にあるとすると

$$\{10\times10+10\times0.9(W-10)\}-\{8\times10+8\times0.9(W-10)\}=29$$
$$(10+9W)-(8+7.2W)=29 \qquad 2+1.8W=29$$

$$1.8W=29-2=27 \qquad \therefore\ W=\frac{27}{1.8}=15\ \mathrm{kWH}$$

即ち W は 10 kWH と 20 kWH の間にあると云ふ假定に一致して正しいから W=15 kWH が正解である。尙、念の爲めに W が 10 kWH 以下であると假定して解くと

$$10\times W-8\times W=29 \qquad 2W=29 \qquad W=14.5\ \mathrm{kWH}$$

で假定の W が 10 kWH 以上と云ふことに反する。斯樣に種々試みると正しい答でないと假定に反したり負數となつてはならない數値が負數となつたりする

即ち、斯く種々假定を置いて試みる解き方が驗し算法で、實際問題の幾分かは之れに依つて解決せられる。

オームの法則の要点

❶ 代數式の書き方

(i) **積の表はし方**　文字の積を表はすには乘號を省略し $a\times b$ を ab と云ふやうに書く。又其の順序は次の如くである。

正負の符號－數係數－既知數－未知數

(ii) **商の表はし方**　$E\div R$ は $\frac{E}{R}$ と云ふやうに分數式の形で表はす。

(iii) **羃の書き方**　$i\times i=i^2$　$1000=10\times10\times10=10^3$ と云ふやうに書く。一般に a^n を a の n 乘（又は a の n 羃）と呼び a を n 回掛け合したものである。此の n を羃指數とも云ふ。

特に a^2 を a の平方（2 乘又は自乘）a^3 を a の立方（3 乘）とも稱する。

❷ オームの法則

$$I=\frac{E}{R} \qquad E=IR \qquad R=\frac{E}{I}$$

I……電流──アンペア(A)　E……電壓──ボルト(V)　R……抵抗──オーム(Ω)

計算に當つては單位關係に注意すること。

❸ 正數、負數の加減乘除

(i) **同符號の二數の和**　二數と同符號で其の絶對値は二數の和となる。

(ii) **異符號の二數の和**　絶對値の大きい方と同符號で、絶對値は二數の絶對値の差となる。

(iii) **正數又は負數を引くには**　其の數の符號を變へた數を加ふればよい。

(iv) **積**　同符號の二數の積は正の數、異符號の二數の積は負の數で、絶對値は何れも絶對値の積となる。

(v) **商**　同符號の二數の商は正の數、異符號の二數の商は負の數で、絶對値は何れも絶對値の商となる。

【注意】❶ $(+3)\times(+5)\times(-4)=-(3\times5)\times(-4)=+(3\times5\times4)=+60$ と云ふやうに 2 つ宛づつ取つて考ふればよい。

❷ 式も 1 箇の數と考へて以上と同樣に取扱ふ。

括弧の外し方　括弧の前が ＋ であれば其のまゝ外してよく、括弧の前が－であれば括弧内の各數の符號を變へる。

❹ 等式の性質

A=B なるとき A を左邊、B を右邊と云ひ、左邊の項を右邊に（右邊の項を

左邊に）移項すると符號が變る……等式の兩邊に等しい數を加へても減じても等しいことに變りはない……又等しい數で兩邊を除し、等しい數を兩邊に乘じても等しいことに變りはない。

❺ 電池の端子電壓

起電力 E, 内部抵抗 r なる電池から電流 I を取り出すと

電池の端子電壓 $V=E-Ir$

❻ オームの法則の三大思想

(i) R なる抵抗に E なる電壓を加へ I なる電流が流れたとすると、抵抗に $V=IR$ なる逆起電力が生じ、之れが供給電壓と等しく $E=V$ と考へられる。……作用と反作用は相等しい……

(ii) 電氣回路に於て、各局部毎にオームの法則が成立すると同時に、回路全体としてもオームの法則が成立する。

(iii) 電壓、電流、抵抗が變化する場合でも、各瞬間に就て云ふと、オームの法則が正しく成立する。

❼ 一次方程式 $ax+b=c$ の解

方程式を滿足する根 $x=\dfrac{c-b}{a}$ である。

❽ 幾何學の一般

(i) **平行線の性質**　錯角、同位角は相等しく、同傍内角は補角を爲す。

(ii) **三角形の性質**　三角形の三つの内角の和は 2 直角である。

◇ 一つの三角形の二邊と其の夾角が他の三角形の二邊と其の夾角に夫々相等しいとき、又一つの三角形の 2 角と其の間の一邊が他の三角形の 2 角と其の間の一邊とに夫々等しいとき及三邊が夫々相等しいとき此の二つの三角形は合同である。

◇ 二等邊三角線の頂角の 2 等分線は底邊を 2 等分する。

◇ 三角形の三つの中線は一点に會し、其の交点は各中線に於て頂点から $2/3$ の處にある。之れを重心と云ふ。

(三角形の三邊の垂直 2 等分線は一点に會す。之れを內心と云ふ。內心を中心として三角形に外接圓を畫き得る)

(iii) **相似形の性質**　二つの多角形の夫々の角が他の多角形の夫々の角に等しく、對應する邊の比が等しいとき、二つの多角形は相似形であると云ふ。即ち

〝相似形の對應角は相等しく、對應邊は互に比例する〟

二つの三角形にて

二つの角が夫々相等しいとき、一つの角が等しく之れを挾む邊が比例するとき、三邊が夫々比例するとき

兩三角形は相似である。

❾ 一次方程式 $y=ax+b$ をぐらふに畫くと直線となる

故に x_1 に對する y_1, x_2 に對する y_2 が求められるなら此の直線が畫かれ、逆に直線上の 2 点の値が判ると、a 及 b の値が決定され、此の直線が數式で表はされる。

學習問題並解答

(1) 3Ω の抵抗に 20 V の電壓を加へたるとき流るゝ電流を求めよ。

【略解】 オームの法則より $I=\dfrac{E}{R}=\dfrac{20}{3}\fallingdotseq 6.7A$

此の ≒ は、ニーアリイ・イクオール (nearly equal) と云ひ、略々等しいことを表はす。

初學者は往々にして $I=\dfrac{20}{3}A$ 等と書くが、之れは $\dfrac{20ボルト}{3オーム}$ でまだ式であつて、答ではない。又 $I=6.667A$ 等と出して如何にも精密に計算したやうに得々として居るが 3Ω と云ふ抵抗を測つたのにも 20V と云ふ電壓を示す電壓計にも夫々誤差（ゴサー誤り）があつて眞の値を示すものではないから、此の旣に誤りを含んだ數値でいくら桁數を多く計算しても眞の値に近づくものではない。又假に 10A の電流計としても、小數点以下 1 位は目分量でも大体は判らうが、2 位迄は讀めない。故に此の問題では實用的に答は小數点 2 位迄求めて 4 捨 5 入し 6.7 A として置くのが妥當であらう。

(2) 弧光抵抗が 8Ω なる弧光燈に流るゝ電流が 5.5A とせば弧光電壓は何 V なりや。【略解】 44V

(3) 大型抵抗器に加へらるゝ電壓が 12 kV にして、電流 25 A とすれば、水抵抗器の抵抗は何オームなりや。【略解】 ~~480Ω~~ (kV に注意)

〔4〕 或る線路と大地間に電壓 3.3 kV を加ふるに漏洩電流 5 ミリアンペアなりと云ふ。線路の絶縁抵抗は何メグオームなりや。

【略解】 0.66 メグオーム（單位に注意）

〔5〕 起電力 2 V, 内部抵抗 0.05 Ω の電池に 4A なる電流が流れたるときその端子電壓を求めよ。 【略解】 V=E−Ir より計算する V=1.8V

〔6〕 或る電池に於て、電流を取り出さざる時の端子電壓 2.1 V, 5 A の電流を取り出せるときの端子電壓 1.9V なりとすれば、電池の内部抵抗は何程となるや

【略解】 V=E−Ir I=0 とすれば V=E 即ち無電流の時の端子電壓は起電力である

内部抵抗 $r=\frac{E-V}{I}$ r=0.04Ω となる。

〔7〕 次の一次方程式を解き且つ之れをぐらふに示せ。

（イ） $\frac{3}{7}x-\frac{5}{2}=3\frac{1}{2}$ （ロ） $\frac{0.3}{5}x+0.01=\frac{1}{10}$

（ハ） $5\{2(3x-2x)+5\}=55$

【略解】 （イ） χ=14 （ロ） χ=1.5 （ハ） χ=3

〔8〕 10Ω の抵抗と rΩ の抵抗を直列として、其の兩端に電壓 100V を加ふるに流るゝ電流 2A なりと云ふ。r の値を求めよ。 【略解】 r=40Ω.

〔9〕 或る數の配管内に或る數の電氣回路を藏めるに、1 管に 8 回路宛を入れると 5 管不足し、1 管に 10 回路づゝ入れると、2 管だけは 9 回路宛になると云ふ。此の電氣回路の數を求めよ。

【略解】 電氣回路の數を χ とすると求め難い。管數を χ と置いて……兩場合の電氣回路の數を等しいと置く方程式を作る……方が解きよい。斯樣に應用問題を解くには何を未知數と置くと樂であるかよく考へねばならない。管の數 21, 電氣回路の數は 208 回路となる

〔10〕 毎日 8 時間定時勤務の工場に於て、定時後の殘業に對し 2 時間以内は毎時 2 割增、夫れ以上は毎時 4 割增を支拂ふ。日給 2 圓 40 錢の工人と、日給 1 圓 60 錢の工人が同樣に殘業せるに、1 日の所得高に 1 圓 4 錢の差を生じたりと云ふ 何時間殘業せるや。 【略解】 驗し算法で行ふこと。 殘業 2 時間

3 キルヒホツフの法則

3.1 整式の乘除と恒等式

幽靈半之亟の怪力談を一席……又幽靈か、餘程幽的が好きと見える、いや、子供の時から、お玉杓子(じやくし)のやうなしつぽをして、ひゆどろどろんと尤もらしい怨(うらめ)し氣な顔をしたのが、と云つてゲラゲラ笑つて出たのでは型なしだが、出て來ると怖いより先きにお可(か)笑しくなり、すつかり其の滑稽とグロテスクをチヤンポンにしたやうな幽的が好きになつた。……處で幽靈半之亟は子供の頃から弱虫でこわがりであつた。乳母がそれを殘念がつて自害をし、幽靈となつて半之亟に怪力と膽(きも)玉を授けると云ふ話、夫れだけの話だが、恐らく半的が夢で力を授けられたのを現實と思ひ込んで、毫も疑はなかつた。其の結果、樂々と大石をラグビーのボールの如くに手玉に取り、三十有餘貫の鐵棒をおがらの如くに振り廻し、群がる敵中に飛込む武勇傳の一席を演じたのであらう。夫れ程に、疑ふと云ふことは人間を弱くし、信ずると云ふことは人間を強くする。

平素は箸の上げ下(おろ)しも重そうなお孃樣が、火事だと云ふので 5 斗入りの米櫃を下げて走つたと云ふ最近のニユース、之れ以上節米ではかなわんと思つたかどうかは知らないが、ともかく其の際お孃樣が米櫃を睨んで、妾に持てるか知らんとちよつとでも疑つたとすれば恐らく持てなかつたであらう。持てるものと考へて毫も疑はなかつた處に奇蹟が現はれたのである。

代數は難しいものだ、電氣工學は難しいものだ、僕には判りそうもないと決めてかゝつたのでは判ることも判らない。鼻たれ小僧の中學生、工業學校の學生でも判ることだ、僕程の男なら判り過ぎて困る位だ、此の氣位で、追々と、進んで行く講義について來られたい。要は自分の智力を學力を毫も疑はないこと、過小評價しないこと、大自信を以て猛進することである。

扨、聯立一次方程式に入る前に代數式の乘除を一通り說明して置きたい。直接必要と云ふ程のことでもないが、一應は心得へて置く方が以後の計算に便利である。此の代數式の乘除も、算術の場合と考へ方は全く同一で、算術で正しいことは代數でも亦正しい。別に難しく考へるに當らない。

例へば單項式（項が一つのもの）の乘法では

$$a^2\times a^3=\underline{a\times a}\times\underline{a\times a\times a}=a^5=a^{2+3}$$

となるから、一般に m n が正の整數だと

$$a^m\times a^n=a^{m+n}$$ 之れは幾つあつても同様

但し、冪指數は異つても a なる底數は等しくないといけない。又

$$(a^2)^3=a^2\times a^2\times a^2=a^{2+2+2}=a^{2\times 3}=a^6$$

一般に $(a^m)^n=a^{mn}$ となる。

例へば $4a^2b\times(-6ab^2)=-6\times4\times a^{2+1}b^{1+2}=-24a^3b^3$ となる。

從つて、幾つかの單項式を掛けるには、符號に注意しつゝ數係數の積を作り、之れに文字、因數の積を掛ければよい。

次に多項式（項が二つ以上よりなるもの）に單項式を掛けるには

$$(a+b)\times m=am+bm$$

1 籠に林檎 a 箇と蜜柑 b 箇を入れたものが m 籠あるとすれば、林檎と蜜柑を別々に寄せ合せて am なる林檎と bm なる蜜柑があるものと考へてよい。

更らに多項式に多項式を掛けるには

$(x+a)\times(x+b)$ は $(x+a)$ に x を掛けたものと $(x+a)$ に b を掛けたものの和と考へてよいから

$$(x+a)(x+b)=(x+a)x+(x+a)b=x^2+ax+bx+ab$$
$$=x^2+(a+b)x+ab$$

と云ふやうに計算すればよい。

【補説】 $a\chi$ と $b\chi$ のやうに未知數 χ の冪指數が等しく、係數 a 及 b の異るものを同類項と云ひ、同類項は共通分子でからげると簡單となる。

一般に、多項式に多項式を乘するには、未知數の冪指數が右に行く程次第に小さくなるやうに並べる。之れを **降冪の順** と稱する……反對に冪指數が次第に大きくなるやうに並べるのを **昇冪の順** と云ふ……又文字はなるべくアルファベット順に並べるがよい。

斯様に降冪の順に並べると、多項式の掛け算が算術と同様に行ひ得る。

例へば $(x+1+x^2)\times(x^2+1-x)$ を求めるには

兩式を降冪の順に並べて次のやうに計算される。

斯様に多項式の積の形を計算して單項式の和の形とすることを **展開する** と云ふ。

$$\begin{array}{rrrrrl}
 & x^2 & +x & +1 & & \\
\times & x^2 & -x & +1 & & \\
\hline
x^4 & +x^3 & +x^2 & & & \cdots\cdots 第一式に\ \chi^2\ を掛けたもの \\
 & -x^3 & -x^2 & -x & & \cdots\cdots 第一式に\ -\chi\ を\ 〃 \\
+ & & +x^2 & +x & +1 & \cdots\cdots 第一式に\ +1\ を\ 〃 \\
\hline
x^4 & & +x^2 & & +1 &
\end{array}$$

答 x^4+x^2+1

次で除法に移らう。

$$a^5\div a^3=\frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a}=a\times a=a^2=a^{5-3}$$

一般に $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ で表はされる。

茲で n=m とすると $\dfrac{a^m}{a^m}=1=a^{m-m}=a^0$

即ち何數に依らず其の零乘は 1 となることが判る。又 m=n+1 とすると

$$\frac{a^{n+1}}{a^n}=a=a^{n+1-n}=a^1$$

即ち a にせよ x にせよ、其の 1 乘は元の數である。

尙 $\dfrac{1}{a^n}=\dfrac{a^0}{a^n}=a^{0-n}=a^{-n}$

例へば $\dfrac{1}{1000}=10^{-3}$ $\dfrac{1}{1,000,000}=10^{-6}$ と云ふやうに表はされる。

故に $12abx^2\div4bx=\dfrac{12abx^2}{4bx}=3ax$ の如くに、單項式を單項式で割るには符號に注意しつゝ數係數の商を作り、之れに文字因數の商を掛ける。

多項式を單項式で割るには、例へば $(a+b)\div m$ は $(a+b)$ を m 分の 1 することに相當するから

$$(a+b)\div m=(a+b)\times\frac{1}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$$

即ち多項式の各項を單項式で割つて、其の商の代數式を作る。

最後に、多項式を多項式で割る方法を實例に就て示そう。

例へば $(2x^2+7x-4)\div(x+4)$ は次の如くに 2 式を降冪の順に書き、被除式の第一項 $2x^2$ を除式の第一項 x で割り、必ず割り切れるやうに商 $2x$ を得る此の商を除式にかけて $(x+4)\times2x=2x^2+8x$ を被除式から引き、其の差 $-x$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x-1 \\ \hline
x+4 & 2x^2+7x-4 \\
 & 2x^2+8x \\ \hline
 & -x\ -4 \\
 & -x\ -4 \\ \hline
 & 0
\end{array}
$$

-4 を得る。此の差の第一項 $-x$ を除式の第一項 x で割り、商 -1 を得る。此の商を除式にかけて $(x+4)\times(-1)=-x-4$ を前の殘りから引くと差は零となる。即ち割り切れて答は $2x-1$ となる。

幾つあつても同樣に行ふが、割り切れないときは剩餘が出る。計算に當つては何れも降冪の順……勿論、何れも昇冪の順でもよい……に並べ、冪指數がつゞいてゐない項はあけて書く。

其處で次の各式を乘除して眞なることを證明し、其の結果を丸暗記して、以下諸式の計算に應用されたい。

$$
\begin{aligned}
&(a+b)^2=a^2+2ab+b^2\\
&(a-b)^2=a^2-2ab+b^2\\
&(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca\\
&(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\\
&(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\\
&(a+b)(a-b)=a^2-b^2\\
&(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab\\
&(ax+b)(cx+d)=acx^2+(bc+ad)x+bd
\end{aligned}
$$

ax+b
cx+d
acx²+bcx
adx+bd
acx²+bcx+adx+bd

是等の式は左邊を見て右邊が導かれるやう、右邊を見て左邊が導かれるやう暗記されよ。式の形をよく見られるなら、一定の形式に從つて居るから暗記しよい

上記の式で、例へば $(a+b)^2$ と $(a-b)^2$ を同時に表はすには

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

と云ふやうに書き、左邊が $+$ なら右邊も $+$、左邊が $-$ なら右邊も $-$ と云ふやうに考へる。此の $\pm$（プラスマイナス）を複符號と稱する。

又　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

のやうな式は a と b に如何なる値を與へても左右兩邊は常に等しい。試みて見られよ。故に斯樣な式を恒等式(こうとうしき)と稱し、$=$ の代りに $\equiv$ を以て表はすことがある。然るに前に述べた $3x+4=10$ のやうな式は、x に 2 以外の數を與へたのでは成立しない。斯樣に特定の數値に於て成立する式を方程式と云ふのである。

3.2 キルヒホツフ法則の意義

ポカンと口を開けて、緣日の香具師(やし)を見て居ると

「はい、お集りの皆樣方、此處に御覽に入れますは、霧深き伊吹山の峽谷に千年の壽を保つたと云ふ大蟇(がま)の膏、衝ききずに塗つてケロリと治り、たちの悪い出來物も即座に癒(いや)し、こぶも取れる。ヨイヨイ中氣もシヤンと立つ。血壓の高いのもいきより先きにひき取ると云ふ御靈藥、今日に限り實費でお分けします。御希望の方は手を上げて下さい。はい有難う、お一人さん。はい有難とうお二人さん、なんですて、一人で5つも、困りますね、今日は實費提供、1 つで勘辨して下さい」

所謂、サクラが買ふと、其處等でちよつと空氣の漏れて居りそうなのがぽつぽつと手を出す。鬢付(びんつけ)油屋の裏口からそつと手を出すと、いくらでも呉れる出來そこないの鬢付に鼠の糞をつき交ぜたのかも知れないやうなものを、うやうやしく傷口に塗つて治るものなら醫者は轉失業だ。でも氣のもので、治ると思ひ込めば鰯の頭も信心からから位のお利益はあるかも知れぬ。

此處で述べるキルヒホツフの法則は、蟇の膏のやうに電氣回路の計算に用ひて廣大無邊の利便はあるが、決してまやかしものでなく、オームの法則を計算に都合のよいやうに云ひ直したものである。

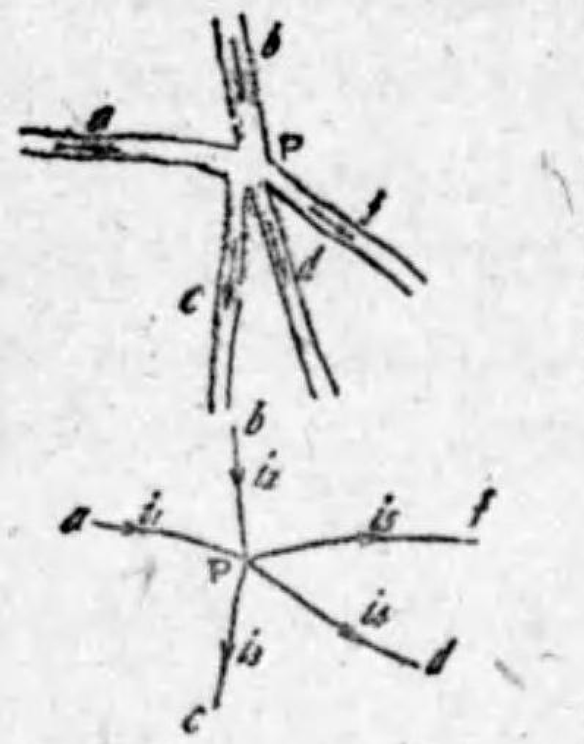
夫れは、ぼつぼつと説明することゝして、先づキルヒホツフの法則を揭げて、拍手(かしはで)、三拜しやう。

> **第一法則**　一点に集る電流の代數的總和は零である。
>
> $\Sigma\pm i=0$　**（一点に於て）**
>
> **第二法則**　任意の一閉回路に於て、同一方向に取つた起電力の代數的總和は同じ方向に取つた電壓降下の代數的總和に等しい。
>
> $\Sigma\pm e=\Sigma\pm ir$　**（一閉回路……同一方向）**

妙な符號を出したが $\Sigma\pm i$ とした Σ はシグマと讀み、集めることを意味する又 i は電流を表はすから $\pm i$ を集めると云ふことは代數和を取ることである。即ち、$\Sigma\pm i=0$ は一点に集る電流の代數的總和が零となることを數學的に表はし

たものである。同様に $\Sigma\pm e=\Sigma\pm ir$ は e が起電力を、 ir が電壓降下を表はすから、一閉回路で同一方向に取つた起電力の代數的總和は電壓降下の代數的總和に等しいことを意味する。

第一法則の説明　　$\Sigma\pm i=0$



第 3.1 圖

第 3.1 圖の一点 P に、a, b なる 2 つの河が合流して之れが c, d, f なる三つの河に分流するとき此の合流点 P に於て、a 及 b より P 点に流れ込む水量は c, d, f と流出する水量に等しい。即ち

一点に流入する水量の和＝流出する水量の和

となる。此のことは明々白々である。

之れと同様のことが、電氣回路に就ても云はれるのであつて、左圖に於て、一点 P に a, b, c, d, f なる電流が集るとき

流入する電流の和＝流出する電流の和　　$i_1+i_2=i_3+i_4+i_5$

此の式の右邊を左邊に移項すると……或は兩邊より夫々 $(i_3+i_4+i_5)$ を引く……或は $(-i_3-i_4-i_5)$ を加へる……何れにせよ其の結果は右邊の各項を左邊に移したこと、即ち移項したことになる……。

其處で上記を書き直すと

$$i_1+i_2+(-i_3)+(-i_4)+(-i_5)=0$$

即ち、流入する電流を ＋ とし、流出する電流を － とすると、其の和……之れを代數和と云ふ……は零となる。

或は逆に、左邊を右邊に移項すると、前と同様の考へで

$$i_3+i_4+i_5-i_1-i_2=i_3+i_4+i_5+(-i_1)+(-i_2)=0$$

即ち流入する電流を － とし、流出する電流を ＋ としても、其の代數和は零となることが判る。

上記を算術で云ふと、流入する電流から流出する電流を引くと零であるとするが、代數では流入する電流を ＋ で表はすなら、之れと反對の、流出する電流は － で表はされる。從つて其の和が零だと云ふことになる。

前に負數のことを一通り説明したが、負數とは正數とは全然相反する性質のものを示すのであつて、例へば收入を ＋ で表はすと支出は － となり、－ 重なれば首廻り難しと云ふことになる……御体驗が豐富でしやうて、冗談云つちやいけない……大地（零電位）より高い電位を ＋ で表はすなら、大地より低い電位は － となり、夏は水沸く百度餘度は ＋ の百餘度であり、酷寒零下の二十餘度は － の二十餘度である。電流も流入する電流が ＋ なら流出する電流は － となり、起電力も右の方、上の方に向ふものを ＋ で表はすなら左の方、下の方に向くものは － で表はされることになる。

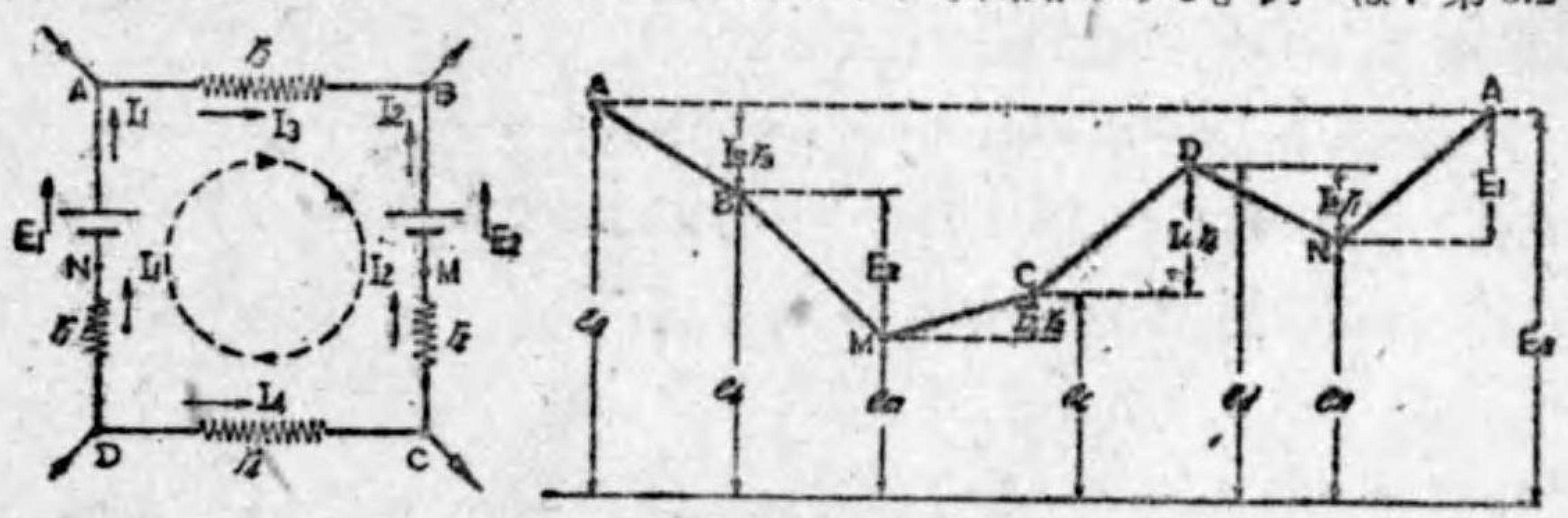
【補說】　+, － の和を取るには先きに、說明したやうに ＋ を收入、－ を支出と考へて

(+2)+(+3)	は收入 2 圓と收入 3 圓の和	收入 5 圓＝+5 圓
(+7)+(−4)	は收入 7 圓と支出 4 圓の和	收入 3 圓＝+3 圓
(−8)+(+5)	は支出 8 圓と收入 5 圓の和	支出 3 圓＝−3 圓
(−6)+(−9)	は支出 6 圓と支出 9 圓の和	支出 15 圓＝−15 圓

然るに (+10)−(+2) は收入 10 圓から其の收入の 2 圓を差し引くのだから支出 2 圓と同じことで (+10)+(−2) となる。又 (+15)−(−5) は收入 15 圓と支出 5 圓しなければならないとき、支出 5 圓は帳消しとなるのだから收入 20 圓に相當し、(+15)+(+5) となる。要するに括弧の前が負の時は括弧内の符號を變へて加ふればよい。今更ら斯様なことを重ねて說明する迄もないのだが、極く極く初學者は此の計算をどうかすると誤る。其の結果キルヒホツフの法則の第一歩で躓く。此の豫防策として述べたのである。

第二法則の説明　　$\Sigma\pm e=\Sigma ir$

第一法則は云はゞつけたり、常識に屬することで、第二法則が肝心要、那須の與一は扇の的と云ふ奴である。扨、閉回路と申し侍べるものは、回路中の一点から出發して導体を辿つて行くと、元に歸るやうな回路である。例へば、第3.2 圖



第 3.2 圖

に於て、やゝこしい回路……回路網一網の目の如しと云ふ意味……の一部分 A, B,C,D を摘出すると、A から出發して導体を辿つて行くと A→B→C→D→A と云ふやうに元に歸るから、A B C D A なる回路は閉回路である。此の閉回路に

$e_m =$

就てキルヒホツフの第二法則を考へて見やう。

圖の E_1, E_2 は起電力、r_1, r_2, r_3, r_4 を抵抗とする。又各部の電流の値及方向が圖に示した如くであるとする。今 A 点の電位を E_a とし、B 点の電位を E_b ……電位とは前に說明したやうに其の点と大地との間の電壓……同じく M 点を e_m, C 点を e_c, D 点を e_d, N 点を e_n と考へる。

先ず A, B 間にオームの法則を適用する。

其處で電流 I_3 が A から B に流れるとすると、A 点の方が電位が高く A, B 間の電壓（A と B の電位差）は I_3 と r_3 を掛けたものとなる。

$$r_3 \text{ の電流} = \frac{\text{A, B 間電壓}}{r_3} = \frac{\text{A 点電位} - \text{B 点電位}}{r_3} = \frac{e_a - e_b}{r_3}$$

$$I_3 r_3 = e_a - e_b \qquad \therefore\ e_b = e_a - I_3 r_3 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

但し ∴ 此の三つ目小僧は "故に" と云ふ符號、ひつくり返して ∵ とすると "何となれば" と云ふ符號になる。

次に B, M 間では、電池の起電力 E_2 は下より上に向くから、B 点の電位 e_b が M 点の電位 e_m よりも、電池の起電力 E_2 だけ高い。

$$e_b = e_m + E_2 \qquad e_m = e_b - E_2$$

e_b に (1) 式の値を入れ $\quad e_m = e_a - I_3 r_3 - E_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$

更に M, C 間にオームの法則を適用すると、I_2 は C より M に向つて流れるから e_c の方が e_m より高く

$$I_2 = \frac{e_c - e_m}{r_2} \qquad e_c - e_m = I_2 r_2 \qquad e_c = e_m + I_2 r_2$$

此の e_m に (2) 式の e_m の値を代入して

$$e_c = e_a - I_3 r_3 - E_2 + I_2 r_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

同樣に C, D 間では、I_4 は D より C に向ふので e_d が e_c よりも高く

$$I_4 = \frac{e_d - e_c}{r_4} \qquad e_d = e_c + I_4 r_4$$

(3) 式の e_c の値を代入すると

$$e_d = e_a - I_3 r_3 - E_2 + I_2 r_2 + I_4 r_4 \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

又 D, N 間では D より N へと I_1 が流れるから e_d は e_n よりも高く

$$I_1 = \frac{e_d - e_n}{r_1} \qquad e_n = e_d - I_1 r_1$$

此の e_d に (4) 式の値を代入すると

$$e_n = e_a - I_3 r_3 - E_2 + I_2 r_2 + I_4 r_4 - I_1 r_1 \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

N, A 間では起電力の方向が下より上に E_1 であるから、A 点の電位が N 点の電位よりも E_1 だけ高いことになる。從つて

$e_a = e_n + E_1 \qquad$ 此の e_n に (5) 式の値を代入し

$$e_a = e_a - I_3 r_3 - E_2 + I_2 r_2 + I_4 r_4 - I_1 r_1 + E_1 \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

【補說】 此のことを別の云ひ方で云ふと、閉回路を1周すると電位の昇降の代數和は零だと云ふことになる。此のことは或地点を發して山岳を踏破一周して元の地点に歸ると昇降した高さの代數和が零となるのと同樣である。代數和が零でないと地にもぐることになるか宙に浮く。

扨て (6) 式で起電力を左邊に電壓降下を右邊に集めて整理すると

$$E_1 - E_2 = I_3 r_3 - I_2 r_2 - I_4 r_4 + I_1 r_1$$

又は $\quad (+E_1) + (-E_2) = (+I_3 r_3) + (-I_2 r_2) + (-I_4 r_4) + (+I_1 r_1)$

即ち、**起電力も電壓降下も同一の時計式方向を正とし**、其の反對方向を負としたとき

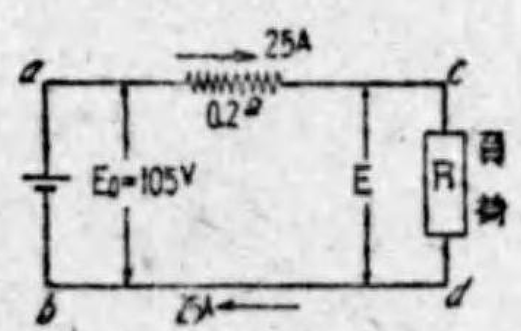
起電力の代數的總和 ＝ 電壓降下の代數的總和

となることが證明せられた。

扨、2Ω の抵抗に 3A が流れると $3 \times 2 = 6$ V の逆起電力を生じ、供給電壓の中の 6V は此の 6V に打ち消されると云ふことは 2Ω の抵抗に 3A が流れた結果、6V の電壓降下を生じたと云ふことになる。今電壓 105V を與へ、抵抗が 0.2Ω なる線路を通じて負荷に電流を供給し、負荷電流が 25A であるとすると、第 3.3 圖の如くに表はされる。此の回路にキルヒホツフの第二法則を適用すると

$$E_0 + 0 = 25 \times 0.2 + IR = 5 + E \qquad \therefore\ E = E_0 - 5 = 105 - 5 = 100 \text{ V}$$

此の $25 \times 0.2 = 5$V を線路電壓降下と云ひ、E を負荷の端子電壓（負荷電流×負荷抵抗＝IR）と云ふ此の問題で 0.2Ω とあるのは往復二線の抵抗を合せたもので、夫々片線の抵抗は 0.1Ω と考へてよい。



第 3.3 圖

3.3 キルヒホツフ法則適用上の諸注意

講者が日支事變に出征して、北支、中支に轉戰した

とき、鹵獲した支那サンの兵器を見ると、實に精巧な機關砲（スコダ會社製と記憶）もあれば水冷式機關銃、ソ聯製の野山砲等々、世界の兵器展覧會の觀があつたが、一向に活用しなかつた。鹵獲して見てから、奴サン達、コンナものも持つてゐたのかと驚いた次第、共の癖、舊式武器の手榴彈、迫擊砲では相當にやつて來た。想ふに、いゝ武器を持たしても使ひ方を知らない、不馴れの爲めに、少し故障を起すと精巧なだけ修理も出來ず、共の威力を發揮し得なかつたのであらう一方、手榴彈だの迫擊砲はよく馴れて居るので自由に使ひ、却つて新武器以上の威力を發揮させたのであらう。

オームの法則とキルヒホツフの法則を比較すると、迫擊砲と機關砲位の差がある。オームの法則は原始的でよく判るが、之れで一々複雜な回路を第 3.2 圖のやうに考へて計算して居つたのでは實用にならない。共處でキルヒホツフの法則を應用することになるのだが、何しろ、機關砲だから取扱ひに注意しないと十分の威力を發揮し得ない。

次に之れが應用上の諸注意を述べることゝしやう。

第一法則の適用　先きにも說明したやうに、流入する電流を ＋ としてもよく、流出する電流を ＋ としてもよいが、判り易いやうに、何んでも流入する電流を ＋ とし、流出するものを − とすると、最初から腹を決めて置く方がよい

第 3.4 圖

又第 3.4 圖の如くに、一点 P に三つの電流が流出入するとき、a より流入する電流を i_1, b へ流出する電流を i_2 と假定して、c の電流は圖の如く流出するものと考へると、i_1 から i_2 を引いた $i_c=(i_1-i_2)$ となり、流入するものとすると $i_c=(i_2-i_1)$ となる。何れの方向と假定してもよいが、なるべく未知電流の數を少くして置く方が回路網の計算に便利であるから、直ちに、流出 $i_c=(i_1-i_2)$ と書くやうに心掛ける。

第二法則の適用　先づ起電力と電壓降下を同一方向とすることで、之れは閉回路に對して第 3.5 圖のやうに時計式方向 ……右廻り、時計の回轉する方向と同方向一又はのの字廻り……を正とするか、此の反對に反時計式方向……左廻り逆のの字廻り……を正とするか、何れかに定めねばならないが、之れも最初から時計式方向を正とすることに腹をきめて置く方がよい。

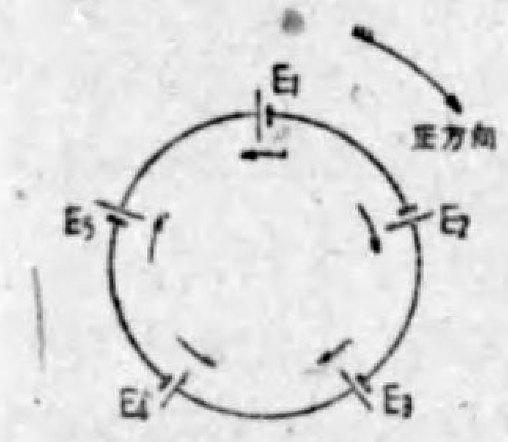
第 3.5 圖

起電力の方向は − 板（|）から ＋ 板（|）に向ふ方向を取ればよく、今第 3.6 圖の如く、一閉回路に起電力 $E_1, E_2, E_3\ E_4, E_5$ があるとし、共の方向を時計式方向に取ると、起電力の代數的總和は

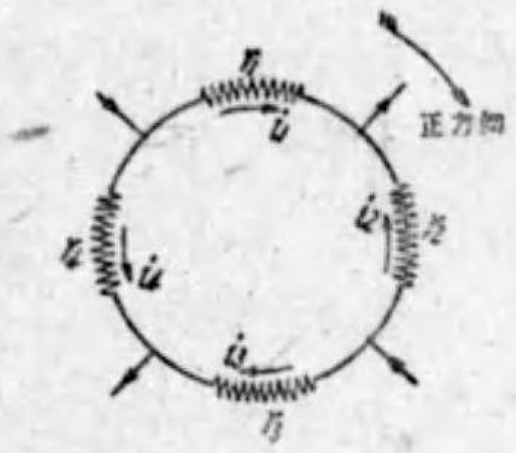
$$(-E_1)+(+E_2)+(+E_3)+(-E_4)+(+E_5)$$

と云ふやうになる。

次に電壓降下の正負であるが、**電壓降下は電流と同一方向に取る。**即ち時計式方向を正とすると、時計式方向に流れる電流に依る電壓降下は正であり、之れと反對方向（反時計式方向）に流れる電流に依る電壓降下は負となる。第 3.7 圖のやうに各部の電流を假定すると時計式方向を正方向として電壓降下の代數的總和は



第 3.6 圖



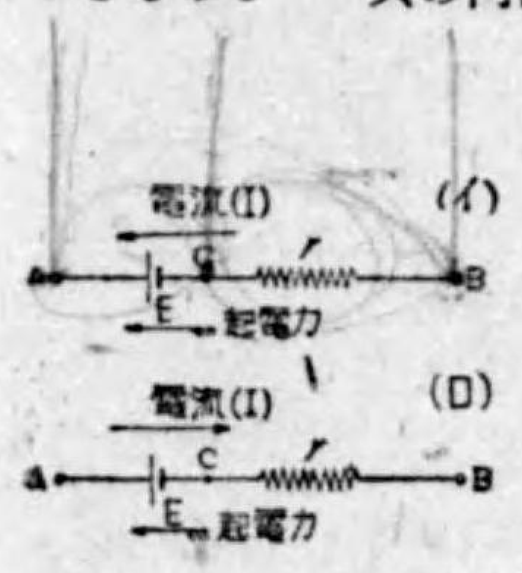
第 3.7 圖

$$(+i_1r_1)+(-i_2r_2)+(+i_3r_3)+(-i_4r_4)$$

とならう。

此の起電力と電壓降下は、必ず同一方向を正としなければならない。即ち起電力の正方向を時計式方向に、電壓降下の正方向を反時計式とするやうなことをしてはならない。

次に電池（又は發電機）に內部抵抗があれば……內部抵抗のないと云ふやうな電池（又は發電機）はないが、外部抵抗に比して甚だ小さいときは之れを無視することもある……共の內部抵抗に依る電壓降下も考へねばならない。初學者はやゝもすると此の取扱ひを誤る。



第 3.8 圖

今第 3.8 圖の如くに、電池の內部抵抗 r を電池から引つぱり出して、電池には內部抵抗がないものとして取扱ふ。(イ)圖は電池の起電力と同一方向に電流 I が流れたときで、此の時、電池の端子 A, B 間の電壓 E_{AB} は各点の電位を e_B, e_C, e_A として

$$e_B=e_C+Ir \cdots\cdots(1) \qquad e_A=e_C+E\cdots\cdots(2)$$

電流は B より C に流れる。即ち e_B は e_C より Ir だ

け電位が高い。

$$E_{AB}=e_A-e_B=e_C+E-(e_C+Ir)=E-Ir$$

即ち、電池起電力と、之れを流るゝ電流が同一方向の時、其の端子電壓は起電力から電池の内部電壓降下を引いたものとなる。

次に（ロ）圖の如くに起電力と反對方向に電流 I が流れたときは

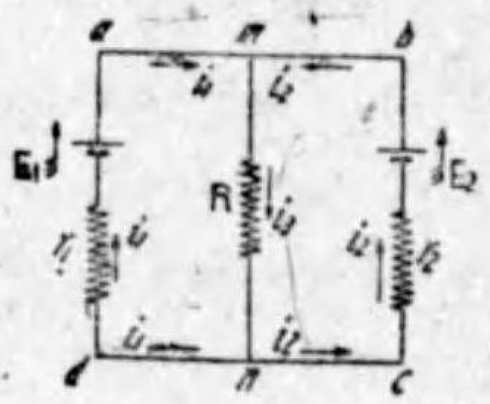
$e_B=e_C-Ir$ ……………(1)　　　　$e_A=e_C+E$ ………………(2)

電流は C より B に流れるから e_C は e_B より Ir だけ電位が高い。

$$E_{AB}=e_A-e_B=(e_C+E)-(e_C-Ir)=E+Ir$$

即ち、電池起電力と、之れを流るゝ電流が反對方向の時、其の端子電壓は起電力に電池の内部電壓降下を加へたものとなる。

此處等で一つ、實際の回路網を持つて來て、キルヒホツフの法則を適用して見やう。



第 3.9 圖

第 3.9 圖の如く、起電力 E_1, 其の內部抵抗 r_1, 起電力 E_2, 其の內部抵抗 r_2 なる兩電池を圖の如くに接續し……之れを並列接續と稱する……此の m, n 間に抵抗 R を接續するものとしやう。

扨、キルヒホツフの法則は斯様に回路網に於ける起電力と抵抗の配置を知つて各部の電流を求めるのが主眼であるから、先づ各部分を流れる電流の値及方向を圖上記入の如くに i_1, i_2, i_3 と假定する。

m 點にキルヒホツフの第一法則を適用して

$i_1+i_2-i_3=0$　　　$\therefore\ i_3=i_1+i_2$ ………………………………(1)

a m n d a の閉回路で第二法則を適用して

$E_1=i_3R+i_1r_1$ ………………………………………………(2)

同じく m b c n m の閉回路では

$-E_2=-i_2r_2-i_3R$　　　$E_2=i_2r_2+i_3R$ ……………………………(3)

【注意】即ち (3) 式は m b c n m の閉回路が反時計式方向を正としたことを示す。從つて各閉回路毎に起電力と電壓降下の正方向を變へてもよいことが理解せられやう。

a m b c n d a の閉回路では

$E_1-E_2=i_1r_1-i_2r_2$ ………………………………………………(4)

と云ふやうな諸式が得られる。是等を解いて電流 i_1 i_2 i_3 を求めるのであるが其の前に聯立一次方程式を研究しやう。

3.4 キルヒホツフ法則と聯立一次方程式

お手々ちゆないで野道を行けば……と幼稚園部の方から可愛い童謡が聞えて來る。此處は國民學校 6 年生の敎室、國民服の先生が、黑板を背にして……

「此處に大なる數と小なる數があります。其の加へたものが 8 其の差引いたものが 2 なるとき、各數を求めて下さい。N君……」

後で拜聽して居つた父兄席の茶瓶さん、N君の親愛なる父君らしい。さかんに左右に動かしてゐる息子の福助頭を世にも不憫そうに見て

「先生、 加へたり引いたりせずに、いきなり大きい數と小さい數を數へたらどうでつしやろ、其の方が手間が入りまへん」

先生ダー「もう歸らして貰をう」

と云つたかどうか其處迄は知らないが、賢明なる諸君は、あゝ和差算かと、合点（がつてん）せられやう。

之れを代數で解くには、大なる數を x, 小なる數を y とすると、先生の示された處に依り

$x+y=8$ ………………………………………………(1)

之れだけを滿足する x, y の値は無數に存在する。何となれば (1) 式を書き直して $y=8-x$ とし x に一つの値を與へると、夫れに應ずる y の値が定まる。例へば次表のやうになる。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	…
y	…	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	…

どの項を取つても、上下 x と y の和は 8 となつて居る。即ち (1) 式だけでは二數の値は決定されない。然るに其の差が 2 だと仰（おつ）言しやるのだから

$x-y=2$ ………………………………………………(2)

此の式を書き直すと $y=x-2$ となる。本式に於て x に種々の値を與へて、

之れに應する y の値を計算すると次表のやうになる。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	…
y	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…

從つて上の二つの表から (1) 及 (2) の兩式を滿足する二數、云ひ換へると和が 8 となり、差が 2 となる x 及 y の値を求めると $x=5$　$y=3$ の唯一組だけ存在することが判る。之れ以外では x, y の何れか一方は一致するが、兩方が一致しない。

即ち、未知數が二つあると、獨立した（後で說明する）方程式がないことには二つの未知數の値を定めることが出來ない。

一般に、二つ以上の方程式が未知數と同數あつて、各式が未知數の値の同一の組で成立するとき、其の１組の方程式を聯立方程式と云ひ、夫れを滿足する未知數の値を根（こん）と稱し、根を求めることを聯立方程式を解くと云ふ。

結局、N 君の才槌頭を惱ました和差算は、代數で云へば聯立方程式の問題である。

然し聯立方程式を上記のやうな表で解いて居つたのでは手間暇（てまひま）が入つて、又 N 君の父君より横槍を入れられそうである。扨、聯立方程式を數式的に解くには、消去法……又は加減法とも云ふ……と代入法がある。先づ是等を說明してから例のぐらふで解く方法を述べることゝしやう。

消去法（加減法）に依る解法

$$\begin{array}{rl} & x+y=8\cdots\cdots(1) \\ + & x-y=2\cdots\cdots(2) \\ \hline & 2x \quad\ =10 \end{array}$$

等しきものゝ兩邊に等しいものを加へても等しいことに變りがないから (1) の兩邊に (2) の兩邊を加へて見ると $x+x+y-y=2x=8+2=10$

$2x=10$ であるから、兩邊を 2 で除して $x=5$ を得る

即ち y を消去して x の値を得た譯である。

$3x-2y+1=0$　　$4x-7y+23=0$　　を解け。

此の式を書き變へると

$3x-2y=-1$　　$4x-7y=-23$　　を得る。

其處で x か y の何れかを消去するのであるが、兩式の x の係數と y の係數

に於て、なるべく早く消去出來そうな、云ひ變へると兩式 x と y の係數の最小公倍數の小なるものを消去するのが手早い。

判り易く云ふと、上例で兩式の x の最小公倍數は 3 と 4 で 12 である。y は 2 と 7 で 14 だから、x を消去する方が便利そうである。

前式の兩邊に 4 を乘じ　$12x-8y=-4$

後式の兩邊に 3 を乘じ　$12x-21y=-69$

$$\begin{array}{rl} & 12x-8y=-4 \\ -) & 12x-21y=-69 \\ \hline & +13y=65 \\ & y=5 \end{array}$$

前式の兩邊より後式の兩邊を引くと

$21y-8y=69-4$　　$13y=65$　　$y=5$

此の y の値を前式に代入して

$12x-8\times5=-4$　　$12x=36$　　$x=3$

驗算をすると、原式の後式に y 及 x の値を代入して

$4\times3-7\times5+23=12-35+23=-23+23=0$

で正しいことが判る。本講座では一々驗算はしないが、諸君は方程式を解いて、根を求められたなら、必ず驗算をせられたい。

上記で x か y の係數の最小公倍數の小さい方を消去する方が便利だとは云つたが

$3x+25y=-32$　　$4x-5y=34$　　答 $x=+6$　$y=-2$

のやうな式は、x の係數の最小公倍數の方が 12 で y の最小公倍數 5 より小さい。然し、x を消去する爲めには前式の兩邊を 4 倍し、後式の兩邊を 3 倍して差を求めねばならない。然るに y を消去するとすれば、後式の兩邊を 5 倍して兩邊に加ふればよいだけだから、斯樣に一方の式のみを倍して係數を等しくし得る場合、又は兩式の和の方が求めよいから、＋ － となつて居る係數の場合には其の方を消去するのが便利である。

代入法に依る解法

$x+y=8\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$　　　$x-y=2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

(2) 式から　$x=2+y$　之れを (1) 式の x に代入して　$2+y+y=8$　$2y=6$

$y=3$　と云ふやうに求める。

$3x+7y=27\cdots\cdots(1)$　　$5x+2y=16\cdots\cdots(2)$　　を解け。

先づ何を求めるかを決心して一つの式で他の未知數を之れで表はし他の式に代入して求める

先づ x を求めやうと決心する。

(1) 式より　$7y=27-3x$　$y=\frac{1}{7}(27-3x)$ ………… (3)

之れを (2) 式に代入すると

$$5x+\frac{2}{7}(27-3x)=16$$

此の兩邊に 7 を乘じて分數の形を整數に直し

$$35x+2(27-3x)=112 \qquad 35x+54-6x=112$$

$$35x-6x=112-54 \qquad 29x=58 \qquad x=2$$

y の値は (3) 式より　$y=\frac{1}{7}(27-3\times2)=3$

係數が分數の形のものは整數の形となるやうに兩邊に各分母の最小公倍數を乘するがよい。

上述した消去法と代入法を比較すると、數學的には消去法の方が面白いが、代入法は餘り考へなくとも機械的に行へる重寶(ちやうほう)さがある。

扨、以上の聯立方程式は未知數が x, y と二つの場合であつた。之れを聯立二元一次方程式と云ひ、x, y, z と未知數が三つあるものを聯立三元一次方程式と稱する。即ち元(げん)は未知數の數を表はすのであつて、二元聯立方程式を解くには方程式が二つ、三元聯立方程式を解くには方程式が三つ必要である。一般に聯立 n 元一次方程式を解くには n 箇の方程式が必要である。但し、唯、方程式の數さへ揃ふればよいと云ふのでなく、各方程式は全く別の意味を表はすものであることが……之れを獨立方程式と稱して置く……必要である。

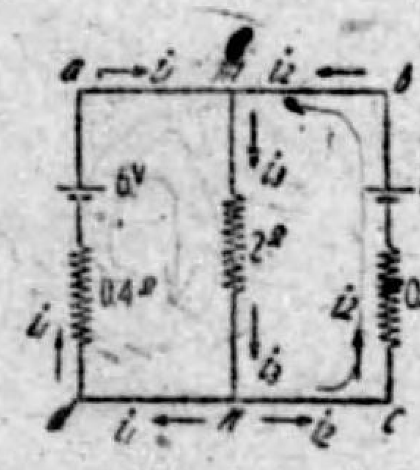
例へば、$x+y=8$ と $x=8-y$ の二つの形の式があつても、此の聯立方程式は解けない。何故なら、後式は前式から導かれたもの……前式の兩邊より y を引くと後式が得られる……に過ぎず、獨立方程式とは云へないからである。

未知數が三つだのに、獨立方程式が二つでは問題は解けないし、四つあると餘分で、何れかの一式は他の諸式から導かれたものである。例へば第 3.9 圖の回路で (3.3 の終りの式) 三つの未知數 i_1 i_2 i_3 に對して (1) (2) (3) (4) と四つの方程式があるが、(2) 式の兩邊から (3) 式の兩邊を引くと (4) 式が得られる。從つて、(4) 式は (2) (3) 式に對して獨立したものでなく、i_1 i_2 i_3 を求めるには以上 4 つの式の何れか三つを使用すればよい。

三つの未知數を有するものは、一つの未知數を消去して、聯立二元一次方程式

に導いて解く。未知數が幾つあつても同樣で、其の一つ一つを追々と消去して行くなり、又は代入して解決して行く。その何れに依るかは其等の式の形に應じて方法を撰ぶべきで、以下實例に就て說明して行かう。

第 3.10 圖の如く、起電力 6V, 內部抵抗 0.4Ω, 及起電力 2V, 內部抵抗 0.5Ω に抵抗 2Ω を結んだとき、各部に流るゝ電流の値をキルヒホツフの法則に依つて解いて見やう。



第 3.10 圖

先づ各部の電流を圖のやうに i_1 i_2 i_3 と假定する。此の電流の方向はどのやうに假定してもよい。方向が間違つて居ると答は負と出るから、負の電流となつたなら、實際は假定と反對方向に電流が流れるのだと承知すればよい。

m 点にキ氏……以下キルヒホツフの法則をキ氏法則と略稱しやう。早まつてキ印のキと誤解さるゝ勿れ……第一法則を適用するに、流入する電流を ＋, 流出する電流を － として

$$i_1+i_2-i_3=0 \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

a m n d a の閉回路にキ氏第二法則を適用し、時計式方向を正とすると

$$6=2i_3+0.4i_1 \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

a m b c n d a の閉回路でキ氏第二法則を適用し、時計式方向を正とすると…之れを反時計式方向として式を作つても一向差支へない。

$$6-2=0.4i_1-0.5i_2 \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

此の (1) (2) (3) の三元聯立方程式を解いて、i_1 i_2 i_3 の値を定めるのであるが、正直に代入法でやつて見やう。

先づ腹を決めやう。i_1 を求めやうと決心する。其處で (1) 式より

$$i_3=i_1+i_2 \quad \cdots\cdots\cdots (1)'$$

此の (1)′ 式を (2) 式に代入すると

$$6=2(i_1+i_2)+0.4i_1=2i_1+2i_2+0.4i_1$$

$$=2i_1+0.4i_1+2i_2=(2+0.4)i_1+2i_2=2.4i_1+2i_2 \quad \cdots\cdots\cdots (2)'$$

此の (2)′ 式に依り i_2 を i_1 で表はす。

$6=2.4i_1+2i_2$……此の $2.4i_1$ を移項して判りよいやうに左右を置き變へる

$2i_2=6-2.4i_1$　兩邊を 2 で除し　$i_2=3-1.2i_1$ ………… (4)

(4) 式を (3) 式に代入すると

$$6-2=0.4i_1-0.5(3-1.2i_1)=0.4i_1-1.5+0.6i_1=(0.4+0.6)i_1-1.5$$

兩邊置き變へて

$i_1-1.5=6-2=4$　　$\therefore\ i_1=4+1.5=5.5$ A

(4) 式より　　$i_2=3-1.2\times5.5=-3.6$ A

即ち i_2 は假定と反對に m→b→c→n の方向に流れる。

(1)′ 式より　　$i_3=i_1+i_2=5.5-3.6=1.9$ A

驗算の意味で、m b c n m の閉回路で反時計式方向を正として試みると

$$2=0.5i_2+2i_3=0.5\times(-3.6)+2\times(1.9)=-1.8+3.8=2\ \text{V}$$

となり正しいことが判る。

3.5 一次聯立方程式の圖解法

南極探險談と演題がぶら下つて居る。壇上を見ると、ペンギン鳥のやうな恰好をした探險者が滔々(さうさう)とまくし立てゝ居る。

「エー、北に南に未開資源の開發が絶叫せられてゐます今日、我が輩共は南極の探險を敢行致しました。……行き過ぎたぞと云ふ聽衆の彌次あり……實に寒い處でありました。何しろ戸外で少々離れるともう話が通じないのであります。我が輩の科學的研究に依ると、聲が相手に達する迄に凍るのであると云ふ結論に達したのであります。……處でこんなエピソードがあります。若者は多の間に見染めた娘の門口に立ち、ありたけの愛の言葉を放送します。春が來ると其の言葉が溶けて、いそいそと出て來る娘の耳に音樂の如くにさゝやくと云ふことであります。……嘘をつけと云ふ彌次あり……」

ペンギン博士の云はるゝ處、滿更嘘でもないのであつて、今溫度 t °C ……攝氏の t 度を斯樣に書く……空氣中を傳はる音の速さを毎秒 V 米とすると、V は次のやうな式で表はされる。

$$V = 331 + 0.6t$$

假に、10°C では 1 秒間に 337 米の速度であるが、−10°C では 325 米と云ふやうに溫度が低くなる程音の傳はる速さが遲くなる……從つて、赤道では早く話が通ずるが、南極では遲くなる筈である。……其の關係は上式の如くで、音の速度 V が溫度 t に依つて異つて來る。斯樣に二つの量があつて、其のうちの一方の値が定まると、夫れに應じて他方の値も定まるとき、前者を變數(へんすう) (variable)(バリアブル) 後者を其の函數(かんすう) (function)(フアンクシヨン) であると稱する。上式では t が變數、V が其の函數である。

函數關係にあるものは他にもいくらでもある。例へば電流は抵抗の函數でもあれば電壓の函數でもある。又溫度に依つて抵抗の値が異つて來るから抵抗は溫度の函數である。

此の函數を表はすのに、例へば前例では

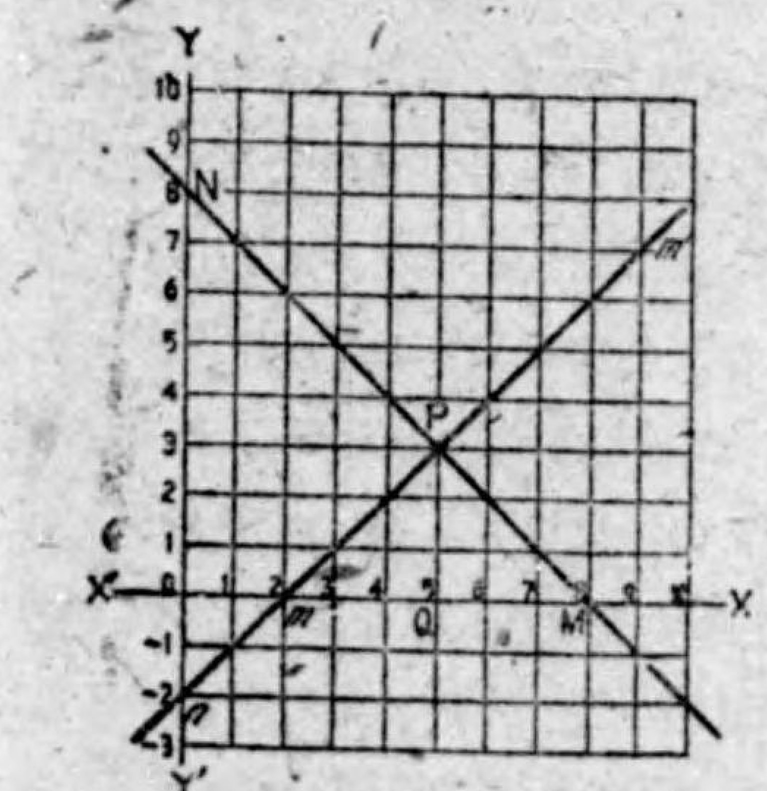
$V=f(t)$　　V イクオール・フアンクシヨン・テイと讀む。

又　$I=f(R)$　$I=f(E)$　$R=f(t)$　等と表はす。

處で、函數は必ずしも一つの變數から成るものと限らない。例へば上記した電流は抵抗と電壓の二つの變數を含む函數である。今 u が變數 x と y の函數であることを $u=f(x,y)$ と表はす。

此の變數の値を x 座標で、函數の値を y 座標で表はし、兩者の種々の値を示したものが先きに述べた函數のぐらふであつて、既に $y=f(x)$ の $f(x)$ が一次方程式だと此のぐらふが直線となることを説明した。從つて前例の V の式をぐらふで書くと直線となる。

一次方程式を此のぐらふで解くことは既に説明した通りである。次に聯立方程式をぐらふで解いて見やう。



第 3.11 圖

先づ、最初に示した

$x+y=8$……(1)　　$x-y=2$……(2)

を解くことゝしやう。

$x+y=8$ ($ax+b=y$ の形) であるから、一次方程式で直線となる。此の直線を決定する爲めには、2.7 で述べたやうに $x=0$ なるとき $y=8$ より N 点を、$y=0$ なるとき $x=8$ より M 点が得られる。2 点は直線を決定するから N M を結ぶ一つの直線が得られやう。(第 3.11 圖)

此の N M 直線上の如何なる点に於ても $x+y=8$ なる關係にある……△ONM は ON=OM で二等邊三角形で ∠N=∠M より、此のことは容易に幾何學的に證明せられる。試みられよ……3.4 の前表が此の直線となる譯である。

次に $x-y=2$ も直線となり $x=0$ なるとき $y=-2$ より n 点を、$y=0$ なるとき $x=2$ より m 点を得、2 点は直線を決定するから n m を結ぶ一つの直線を得る。即ち n m′ 直線上の如何なる点を取つても $x-y=2$ なる關係にある。……3.4 の後表が此の直線となる譯である。

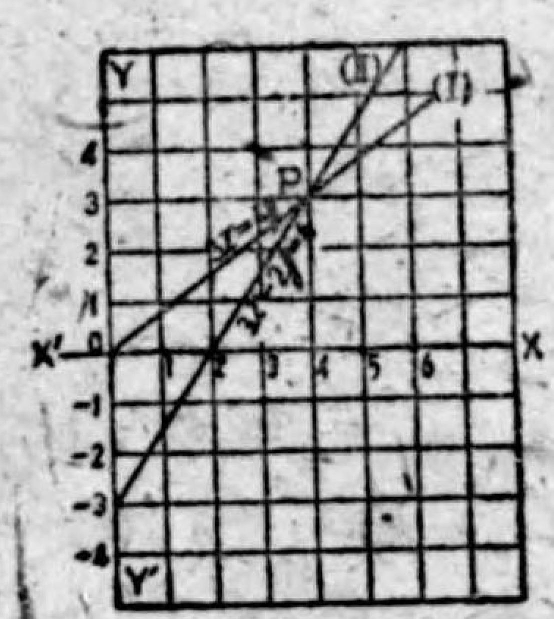
即ち N M 直線上のどの点でも (1) 式を滿足する。又 n m′ 直線上のどの点でも (2) 式を滿足する。從つて共通 1 組の x, y で此の 2 つの方程式を滿足さすのは、兩直線の交点 P である。此の共通 x, y の値は P 点の座標となり、$x=OQ=5$　$y=QP=3$　と得られる譯である。

但し、此の圖解法は三元聯立方程式に直接利用することは出來ない。……變數を表はすのは、一平面上では直交 2 軸よりないからである……。

次に今一例を示そう。

$3x=4y$…………(1)　　　$3x-2y=6$………(2)　　　を解け。

(1) 式で $x=0$ と置くと $y=0$, $y=0$ と置くと $x=0$ となり、(1) 式は原点を通る直線で $\frac{y}{x}=\frac{4}{3}$ となり、x 軸に對して一定の角を爲す直線 (I) となる。……假に $x=4$ とすると　$12=4y$, $y=3$ とならう……



第 3.12 圖

(2) 式に於て、$x=0$ とすると $y=-3$ となり、$y=0$ とすると $x=2$ となる。此の 2 点を結んで直線 (II) を得る。

即ち、方程式 (1) 及 (2) のぐらふを書くと、第 3.12 圖の直線 (I) 及 (II) となる。扨方程式 (1) を滿足する x y の値を座標とする点は皆直線 (I) の上にある。同様に方程式 (2) を滿足さす x と y の値は皆直線 (II) の上にある。從つて方程式 (1) (2) を同時に滿足さす x, y の値を座標とする点は直線 (I) の上にも亦 (II) の上にもなければならぬ。從つて其の交点となる。圖の兩直線の交点 P の座標より $x=4$, $y=3$ が (1) (2) 聯立方程式の根となる

諸君は 3.4 の i_1 と i_2 の聯立方程式を圖解法に依つて解いて見られたい。

3.6　一次聯立方程式と行列式

年中、計算器をぐるぐる廻して居る A 君の肩を叩いて

「A 君、其の計算器の原理を説明して呉れんか」

とからかうと……A 君、見向きもせず、手も休めず

「そんなこと知るものですか、僕は計算器を作る側でなく、使用方法を知つて居らねばいゝのです。夫れより早く計算することです」

乞ふ暇人、大人(うし)自から調べよ、と云はぬばかりの大變な見幕(けんまくー)……勿論、修理も出來るやうに完全に使用する爲めには、原理、構造を理解することが大切であるが、一先づは其の使用方法に長ずることが肝要である。講者等が初めて旋盤を使用したときも原理も何も知らず、どうして削るか、ネヂを切るかの使用法のみを習つたもので、其の後理解力が進んでから追々と其の機能を了解するやうになつた。

此處に述べる行列式も同様で、原理を述べても、諸君の現在の學力では十分に理解出來ないであらうし、其の餘裕もないから、一先づ使用法を説明することゝする。諸君は原理を知らないからと恐れることなく、A 君流に大いに活用されたい。

元來、行列式(ぎようれつしき)は一次聯立方程式を機械的に解く方法である。先づ一般的に示そう。

$$ax+cy=P \qquad bx+dy=Q$$

申す迄もなく a b c d 及 P Q は既知數、x 及 y が未知數で聯立二元一次方程式である

此の聯立方程式を行列式で解くには、先づ次のやうに文字を列べる。

$$x=\frac{\begin{vmatrix} P & c \\ Q & d \end{vmatrix}\ \text{分子}}{\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}\ \text{分母}} \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} P & a \\ Q & b \end{vmatrix}\ \text{分子}}{\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}\ \text{分母}}$$

文字の列べ方　之れは至つて簡單であつて、x を求めるには、分子の縦の第一行……縦を行、横を列と稱する……に未知數の掛つてゐない P, Q を列べる。第二行には y の各係數 c, d を並べる。分母は第一行に求めんとするもの、即ち x の各係數 a, b を列べ、第二行は分子と同じく y の各係數 c, d を並べる。y

を求めるのも同様、分子の第一行は x も y も掛つてゐない、單なる數字の P, Q を、第二行は x の各係數 a, b を並べる。分母の第一行は求めんとする y の各係數 c, d を並べ、第二行は分子と同じく x の各係數 a, b を並べる。

之れで問題を解決する準備が完了したのであるが、此の列べ方を誤ると問題は解けないから注意されよ。

崩し方（展開方法）　次に斯く並べたのを次のやうに崩して書く。

$$x=\frac{\begin{vmatrix} P & c \\ Q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}}=\frac{Pd-cQ}{ad-cb}$$

斯様に x が求められる。

此の崩し方は、分子、分母共に左の肩（P 及 a）から、右へ斜めに切り下げた P と d の積 Pd 及 a と d の積 ad を正として先きに置く。次に右の肩（c 及 c）から左へ斜めに切り下げた c と Q との積 cQ 及 c と b の積 cb を負として次に置く。之れと同様に先きの y の式を崩すと

$$y=\frac{\begin{vmatrix} P & a \\ Q & b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c & a \\ d & b \end{vmatrix}}=\frac{Pb-aQ}{cb-ad}$$

斯くて y も求められる。

例へば　$2x-y=9$　$3x+2y=10$　を解け。

諸君は消去法及代入法でも解いて見られよ。

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 10 & +2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & +2 \end{vmatrix}}=\frac{9\times2-(-1)\times10}{2\times2-(-1)\times3}=\frac{18+10}{4+3}=\frac{28}{7}=4$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ +2 & 3 \end{vmatrix}}=\frac{9\times3-2\times10}{-1\times3-2\times2}=\frac{27-20}{-3-4}=\frac{7}{-7}=-1$$

勿論 x を求めたなら、問題の式より $y=2x-9=2\times4-9=-1$ と求められる上記は解き方の原理を示す爲めに x, y 共に行列式に依つたのである。

玆に、初學者の最も誤り易いのは、數係數の符號であつて $-y=(-1)\times y$ と解釋して -1 と置く。

次に三元の場合を解いて見やう。……何元でも方法は同様である……先づ一般式として

$$ax+dy+lz=P \qquad bx+ey+mz=Q \qquad cx+fy+nz=R$$

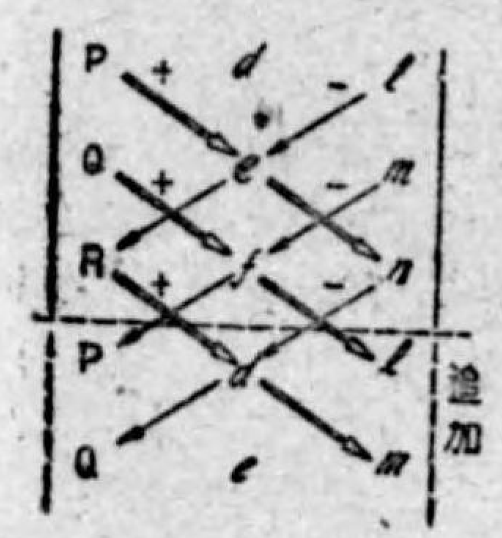
なる聯立三元一次方程式があつたとしやう。未知數は x, y, z の三つで他は既知數である

文字の並べ方　先づ文字を次のやうに列べる。

$$x=\frac{\begin{vmatrix} P & d & l \\ Q & e & m \\ R & f & n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & d & l \\ b & e & m \\ c & f & n \end{vmatrix}} \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} P & a & l \\ Q & b & m \\ R & c & n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d & a & l \\ e & b & m \\ f & c & n \end{vmatrix}} \qquad z=\frac{\begin{vmatrix} P & a & d \\ Q & b & e \\ R & c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} l & a & d \\ m & b & e \\ n & c & f \end{vmatrix}}$$

此の並べ方は、前項の場合と全く同様で、未知數のかゝつてゐない P, Q, R を分子の第一行とし、分母の第一行は求めんとする未知項の係數を置き、他の未知數の係數は前の場合と同様に、分子分母を同形に列べる。

崩し方　上記の配列を崩して、未知數を求めるのであるが、之れも前の場合と同様で、分子、分母共に左の肩から右へ斜めに斬り下げて、之れを正とし、反對に右の肩から左へ斜に斬り下げて負とする。前の場合と異る處は、各項共に 3 項宛の積となることである。



第 3.13 圖

次に此の崩し方であるが、其の要領を圖示すると、第 3.13 圖の如くで、例へば x の項の分子を展開するには最下列……横を列、縦を行と云ふこと、前に示した通り……R, f, n の下に更に上の二列を並べて左の肩から右へ斜に斬り下げたもの……

Pen　Q$f$$l$　Rdm……を正とする。

又右の肩から左へ斬り下げたもの

leR　mfP　ndQ……を負とする。

従つて x の式の分子の値は

$$(\mathrm{Pen}+\mathrm{Q}fl+\mathrm{Rdm})-(le\mathrm{R}+\mathrm{m}f\mathrm{P}+\mathrm{ndQ})$$

同様にして x の分母は

$$(\mathrm{aen}+\mathrm{b}fl+\mathrm{cdm})-(l\mathrm{ec}+\mathrm{m}f\mathrm{a}+\mathrm{ndb})$$

従つて　$$x=\frac{(\mathrm{Pen}+\mathrm{Q}fl+\mathrm{Rdm})-(le\mathrm{R}+\mathrm{m}f\mathrm{P}+\mathrm{ndQ})}{(\mathrm{aen}+\mathrm{b}fl+\mathrm{cdm})-(l\mathrm{ec}+\mathrm{m}f\mathrm{a}+\mathrm{ndb})}$$

同様にして y 及 z を求めると次の如くである。

$$\mathrm{y}=\frac{(\mathrm{Pbn}+\mathrm{Qc}l+\mathrm{Ram})-(l\mathrm{bR}+\mathrm{mcP}+\mathrm{naQ})}{(\mathrm{dbn}+\mathrm{ec}l+f\mathrm{am})-(l\mathrm{b}f+\mathrm{mcd}+\mathrm{nae})}$$

$$\mathrm{z}=\frac{(\mathrm{Pb}f+\mathrm{Qcd}+\mathrm{Rae})-(\mathrm{dbR}+\mathrm{ecP}+f\mathrm{aQ})}{(l\mathrm{b}f+\mathrm{mcd}+\mathrm{nae})-(\mathrm{dbn}+\mathrm{ec}l+f\mathrm{am})}$$

次に一例を解いて見やう。

$2x+\mathrm{y}-2\mathrm{Z}+1=0$　　$5x+\mathrm{z}=21$　　$3(x+\mathrm{y})=4\mathrm{z}$　　を解け。

先づ之れを行列式で解くのに便利な形に直すと

$2x+1\mathrm{y}-2\mathrm{z}=-1$　　$5x+0\mathrm{y}+1\mathrm{z}=21$　　$3x+3\mathrm{y}-4\mathrm{z}=0$

各式の x, y, z 及既知数を縦の一行となるやうに並べて書き、y は $1\times\mathrm{y}=\mathrm{y}$ 項のないのは $0\times\mathrm{y}=0$ と云ふやうに考へる。

$$x=\frac{\begin{vmatrix}-1 & 1 & -2\\ 21 & 0 & +1\\ 0 & 3 & -4\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}2 & 1 & -2\\ 5 & 0 & +1\\ 3 & 3 & -4\end{vmatrix}}=\frac{(-1)\times0\times(-4)+21\times3\times(-2)+0\times1\times1}{2\times0\times(-4)+5\times3\times(-2)+3\times1\times1}※$$

$$※\frac{-(-2)\times0\times0-1\times3\times(-1)-(-4)\times1\times21}{-(-2)\times0\times3-1\times3\times2-(-4)\times1\times5}$$

$$=\frac{-126+3+84}{-30+3-6+20}=\frac{-39}{-13}=3$$

$$\mathrm{y}=\frac{\begin{vmatrix}-1 & 2 & -2\\ 21 & 5 & 1\\ 0 & 3 & -4\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & 2 & -2\\ 0 & 5 & 1\\ 3 & 3 & -4\end{vmatrix}}=\frac{20-126+3+168}{-20+6+30-3}=\frac{65}{13}=5$$

第二の式から　　$\mathrm{z}=21-5x=21-5\times3=6$

【驗算】 上記の第一の式に代入すると

$2\times3+5-2\times6=11-12=-1$　　　で正しい。

行列式は各未知數の係數に零が多い程迅速に行ひ得る。斯く解くことの正しいことは、次の聯立方程式を消去法と行列式で解いた筋道より推定されたい。

$5x-2\mathrm{y}=4$ ……………………………(1)

$2x+3\mathrm{y}=13$ ……………………………(2)

$$x=\frac{\begin{vmatrix}4 & -2\\ 13 & 3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}5 & -2\\ 2 & 3\end{vmatrix}}=\frac{4\times3-(-2)\times13}{5\times3-(-2)\times2}$$

$$=\frac{4\times3+2\times13}{5\times3+2\times2}=\frac{38}{19}=2$$

(1)×3　$(5\times3)x-(2\times3)\mathrm{y}=4\times3$

(2)×2　$(2\times2)x+(3\times2)\mathrm{y}=2\times13$

$(5\times3+2\times2)x\qquad=4\times3+2\times13$

$$x=\frac{4\times3+2\times13}{5\times3+2\times2}=\frac{38}{19}=2$$

行列式は便利であるが、やゝもすると並べ方、崩し方を誤る。何と云つても代入法が時間を要するが確實である。

キルヒホツフ法則の要点

❶ 代數式の乘除

(i)　m n を正の整數とすれば　$\mathrm{a^m\times a^n=a^{m+n}}$　$\mathrm{(a^m)^n=a^{mn}}$

$\dfrac{\mathrm{a^m}}{\mathrm{a^n}}=\mathrm{a^{m-n}}$　$\mathrm{a^0=1}$　$\mathrm{a^1=a}$　$\mathrm{a^{-n}}=\dfrac{1}{\mathrm{a^n}}$

(ii)　$\mathrm{(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2}$　左邊の ± が + なら右邊の ± は +，反對なれば反對となる。

(iii)　$\mathrm{(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}$

（左邊の一項が − なら右邊の其の項を − とすればよい）

(iv)　$\mathrm{(a\pm b)^3=a^3\pm3a^2b+3ab^2\pm b^3}$

(v)　$\mathrm{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$　（最も多く利用する）

(vi)　$(x+\mathrm{a})(x+\mathrm{b})=x^2+(\mathrm{a+b})x+\mathrm{ab}$

(vii)　$(\mathrm{a}x+\mathrm{b})(\mathrm{c}x+\mathrm{d})=\mathrm{ac}x^2+(\mathrm{bc+ad})x+\mathrm{bd}$

❷ キルヒホツフの法則

第一法則　一点に集る電流の代數的總和は零である。　$\Sigma\pm\mathrm{i}=0$

第二法則　任意の一閉回路に於て、**同一方向**に取つた起電力の代數的總和は**同じ方向**に取つた電壓降下の代數的總和に等しい。　$\Sigma \pm e = \Sigma \pm ir$

❸ キ氏法則適用上の注意事項

(i)　流入する電流を ＋，流出する電流を － と定める方が判りよい。

(ii)　最初から第一法則を用ひて未知電流の數をなるべく少くする……解く聯立方程式の元數を少くする……

(iii)　第二法則では時計式方向を正と腹をきめて置く方が手早い。

(iv)　起電力の方向は負極から正極に向ふ方向を取る。

(v)　電壓降下の正負は之れに流るゝ電流の方向に依る……例へば電流が時計式方向なれば正、反對なれば負……

(vi)　起電力と電壓降下は同一方向に正負を取る。

❹ 聯立方程式の解き方

$ax+by=c$……(1)　;　$dx+fy=g$……(2)　とせば

(i)　消去法に依る解法

(1) の兩邊に f を乘じ　$afx+bfy=cf$ ……………………(3)

(2) の兩邊に b を乘じ　$bdx+bfy=bg$ ……………………(4)

(3) 式の兩邊より (4) 式の兩邊を引き

$$afx-bdx=cf-bg \qquad 故に\quad x=\frac{cf-bg}{af-bd}$$

(ii)　代入法に依る解法

(1) 式より　$y=\frac{1}{b}(c-ax)$

之れを (2) 式に代入し　$dx+f\frac{1}{b}(c-ax)=g$

兩邊に b を乘じ　$bdx+cf-afx=bg$

$$afx-bdx=cf-bg \qquad x=\frac{cf-bg}{af-bd}$$

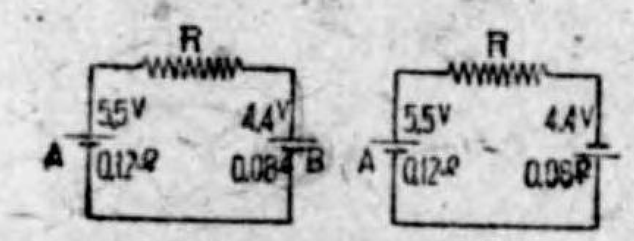
(iii)　行列式に依る解法

$$\left.\begin{array}{l} ax+by=c \\ dx+fy=g \end{array}\right\} \qquad x=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ g & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & f \end{vmatrix}}=\frac{cf-bg}{af-bd}$$

$$\left.\begin{array}{l} ax+dy+lz=P \\ bx+ey+mz=Q \\ cx+fy+nz=R \end{array}\right\} \quad x=\frac{\begin{vmatrix} P & d & l \\ Q & e & m \\ R & f & n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & d & l \\ b & e & m \\ c & f & n \end{vmatrix}}=\frac{(Pen+Qfl+Rdm)-(leR+mfP+ndQ)}{(aen+bfl+cdm)-(lec+mfa+ndb)}$$

學習問題並解答

〔1〕 起電力 5.5V, 内部抵抗 0.12Ω なる A 電池、起電力 4.4V, 内部抵抗 0.08Ω なる B 電池、並抵抗 R＝2Ω を第 3.14 圖の（イ）及（ロ）の如くに接續せるとき、此の回路に流るゝ電流の方向及値並電池の端子電壓を求めよ。



（イ）　（ロ）

第 3.14 圖

【略解】 流るゝ電流 i を時計式方向とし、此の方向を正方向としてキ氏の第二法則を適用すると

（イ） $e_A-e_B=ir_a+iR+ir_b$　（ロ） $e_A+e_B=ir_a+iR+ir_b$

又各場合の電池の端子電壓は

（イ） $E_A=e_A-ir_a$　$E_B=e_B+ir_b$　（ロ） $E_A=e_A-ir_a$　$E_B=e_B-ir_b$

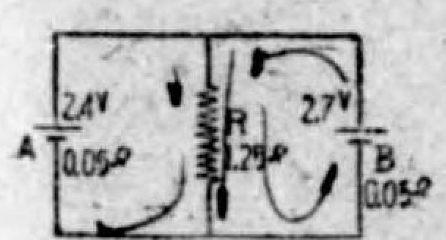
（イ） 電流は時計式方向で 0.5A, 電池の端子電壓は $E_A=5.44V$, $E_B=4.44V$

（當然　$E_A-E_B=iR$　$1=0.5\times2$　となろう）

（ロ） 電流は時計式方向で 4.5A, 電池の端子電壓は $E_A=4.96V$, $E_B=4.04V$

（此の時は　$E_A+E_B=iR$　$9=4.5\times2$　となる）

以上が徹底的に理解せらるゝ迄キルヒホツフの法則より……各点の電位を考へ……考察して見られよ。



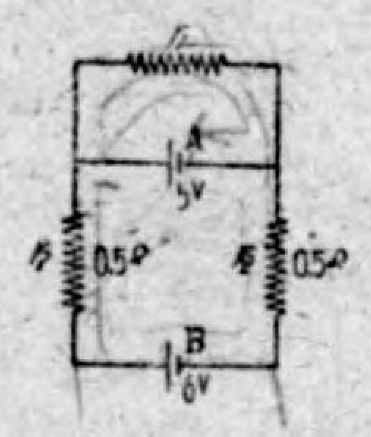
第 3.15 圖

〔2〕 起電力 2.4V, 内部抵抗 0.05Ω なる A 電池と、起電力 2.7V, 内部抵抗 0.05Ω なる B 電池及抵抗 R＝1.25Ω を第 3.15 圖の如くに接續せば各部に流るゝ電流及各電池の端子電壓は如何になるや。

【略解】 A の電流は上より下へ 2A, 端子電壓 2.5V, B の電流は下より上へ 4A, 端子電

壓は 2.5V, R の電流上より下へ 2A 端子電壓は 2.5V となる……解き方は既に第 3.10 圖で說明した。同處を參照して解かれよ。

〔3〕 起電力 5V なる A 電池、起電力 6V なる B 電池、$r_1=1\Omega$, $r_2=0.5\Omega$ を第 3.16 圖の如くに接續せる時、各部分に流るゝ電流を求めよ。但電池の內部抵抗は之れを無視するものとす



第 3.16 圖

【略解】 電池 A より供給する電流を i_a 電池 B より供給する電流を i_b とすれば、r_1 には左より右に (i_a+i_b) が流れる。

$$e_A=(i_a+i_b)r_1 \qquad e_B-e_A=i_br_2+i_br_2$$

此の兩式を解いて $i_a=4A$, $i_b=1A$, $i_a+i_b=5A$ を得る。

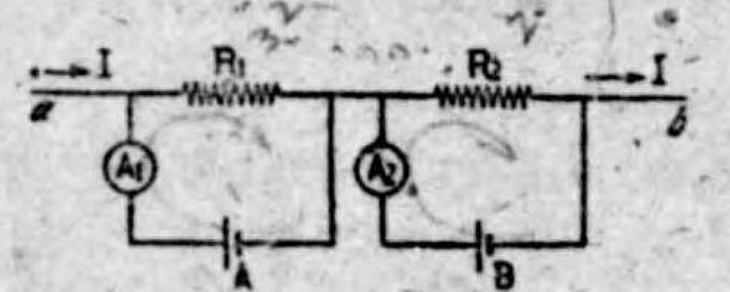
〔4〕 次の聯立方程式を代入法、消去法、行列式及ぐらふに依つて解け。

(イ) $\left.\begin{matrix}5x+6y=27\\2x+3y=12\end{matrix}\right\}$　(ロ) $\left.\begin{matrix}\frac{x}{3}-\frac{2}{5}y=1\\\frac{2}{5}x-\frac{y}{3}=1\end{matrix}\right\}$　(ハ) $\left.\begin{matrix}\frac{5}{3x}+\frac{3}{5y}=-3\\\frac{3}{2x}+\frac{2}{3y}=-2\end{matrix}\right\}$

【略解】 (ロ) は各邊に各分母の最小公倍數 15 を乘じて整數の式に直して解く。(ハ) は $\frac{1}{x}=X$ $\frac{1}{y}=Y$ と置いて X 及 Y を先づ求めてから x 及 y を求める。

(イ) $x=3$, $y=2$　(ロ) $x=\frac{15}{11}$, $y=-\frac{15}{11}$　(ハ) $x=-\frac{19}{72}$, $y=\frac{19}{105}$

〔5〕 第 3.17 圖の如き回路の a, b 間に或る電流 I が流入しつゝあり。$R_1=3.2\Omega$, $R_2=2.6\Omega$ なるとき、電池 A 及 B 回路には電流流れず……電流計 A_1 及 A_2 の指示零……なりとすれば A の起電力を 2V とせば B の起電力は何程なるや。



第 3.17 圖

【略解】 之れが第三卷で述べられる電位差計の原理であつて、キ氏第二法則より $e_A=IR_1$ 及 $e_B=IR_2$ が得られ $\frac{e_B}{e_A}=\frac{IR_2}{IR_1}=\frac{R_2}{R_1}$ より $e_B=1.625V$ と求められる。

〔6〕 第 3.18 圖の如く、三つの電池 E_1, E_2, E_3 三つの抵抗 R_1, R_2, R_3 を接續す。開閉器 S を入れたる場合と開きたる場合に於ける各部の電流を求めよ。但し $E_1=E_2=E_3=2V$, $R_1=2\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=5\Omega$ とし各電池の內部抵抗は各 R_1, R_2, R_3 に含まれあるものとす。

第 3.18 圖

【略解】 流るゝ電流を第 3.19 圖の如くに假定する。

第 2.19 圖

S を開いたとき

$i_1+i_2+i_3+i_0=0$ ……(1)　$i_1R_1-i_3R_3=E_1-E_3$ ……(2)

$i_3R_3-i_2R_2=E_3-E_2$ ……(3)　$i_2R_2-i_1R_1=E_2-E_1$ ……(4)

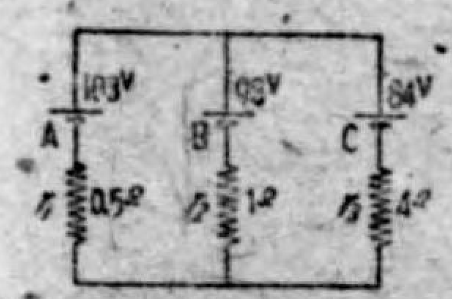
以上より $i_1=i_2=i_3=0$ を得る。

S を入れたとき

$E_1=i_1'R_1$　$E_2=i_2'R_2$　$E_3=i_3'R_3$　$i_0=i_1+i_2+i_3$ より

$i_1'=1A$　$i_2'=0.5A$　$i_3'=0.4A$　$i_0=1.9A$

〔7〕 起電力 103V なる A 電池、起電力 98V なる B 電池、起電力 84V なる C 電池及抵抗 $r_1=0.5\Omega$, $r_2=1\Omega$, $r_3=4\Omega$ を第 3.20 圖の如くに接續せるとき、各部に流るゝ電流を求めよ。但し各電池の內部抵抗は之れを無視す。

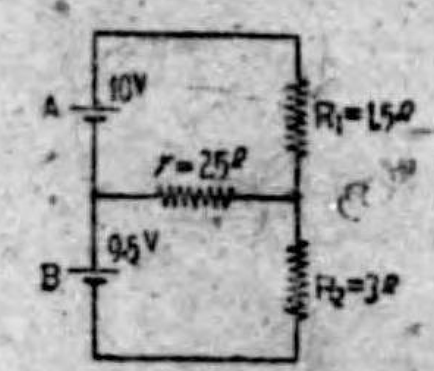


第 3.20 圖

【略解】 各電池の內部抵抗を考へる場合には之れを r_1 r_2 r_3 に加へて計算すれば本問と同樣である。扨、各電池より流出する（下より上に向ふ）電流を i_1 i_2 i_3 とすれば

$i_1+i_2+i_3=0$ ……(1)　$103-98=i_1r_1-i_2r_2$ ……(2)　$98-84=i_2r_2-i_3r_3$ ……(3)

此の 3 式を解くと i_1 i_2 i_3 が求められる。$i_1=6A$　$i_2=-2A$　$i_3=-4A$，即ち B, C 電池には上より下の方向に電流が流れる。



第 3.21 圖

〔8〕 第 3.21 圖の如く電池 A, B, 抵抗 R_1, R_2, r を接續したるときの各部の電流及 R_1 及 R_2 の端子電壓を求めよ。但し A の起電力 10V, B の起電力 9.5V, $R_1=1.5\Omega$, $R_2=3\Omega$, $r=2.5\Omega$ とし、電池の內部抵抗は之れを

無視す。

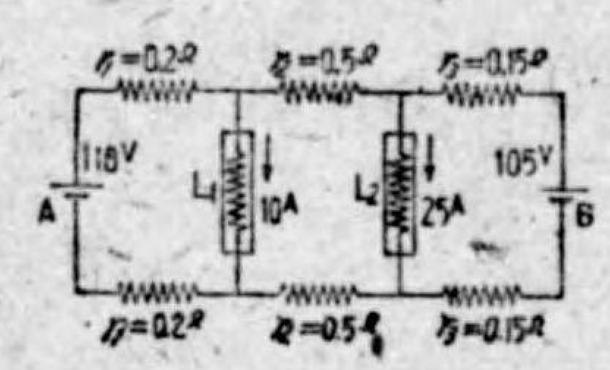
【略解】 前問と同樣で A 及 B の內部抵抗を考慮に入れる場合には R_1 及 R_2 に加へて計算する。今 A よりの流出電流（R_1 の電流）を i_1, B の流出電流（R_2 の電流）を i_2 とすると r には右方より左方に (i_1-i_2) が流れる。

$$10=i_1R_1+(i_1-i_2)r\cdots\cdots\cdots(1)\qquad 9.5=(i_2-i_1)r+i_2R_2\cdots\cdots\cdots(2)$$

此の (1) (2) 式を解いて i_1 及 i_2 を求める。$i_1=5A$, $i_2=4A$,

R_1 の電壓$=i_1R_1=7.5V$, R_2 の電壓$=i_2R_2=12V$

〔9〕 起電力 110 V なる A 電池と起電力 105 V なる B 電池と電流 10 A なる負荷 L_1, 電流 25A なる負荷 L_2, $r_1=0.2\Omega$ $r_2=0.5\Omega$, $r_3=0.15\Omega$ を第 3.22 圖の如く接續せるときの各部の電流及 L_1, L_2 の端子電壓を求めよ。但し各電池の內部抵抗は r_1 及 r_3 に含まれあるものとす。



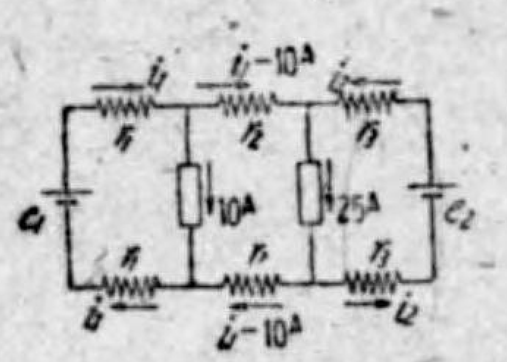
第 3.22 圖

【略解】 A の起電力を e_1, B の起電力を e_2, A より供給する電流を i_1, B より供給する電流を i_2 とすると r_2 の電流は (i_1-10) ……上で左より右に流れると假定して…… $i_1-10+i_2=25$ より $i_2=35-i_1$ となる。故に

$$e_1-e_2=\{i_1r_1+(i_1-10)r_2-(35-i_1)r_3\}\times 2$$

となる。之れより

$$i_1=15A\qquad i_1-10=5A\qquad i_2=20A$$



第 3.23 圖

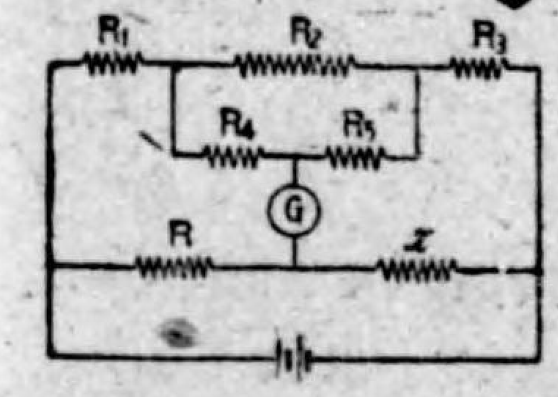
從つて　L_1 の端子電壓　$e_1-2i_1r_1=104V$

L_2 の端子電壓　$e_2-2i_2r_3=99V$　又は　$104-2(i_1-10)r_2=99V$

之れは電流の流れ込む最終点の電壓は A より見ても B より見ても等しいことを意味する。

〔8〕〔9〕は何れも、配電線の問題として第六卷で取扱はれるものゝ基本型である。諸君は〔8〕に於て R_1, R_2 が〔9〕と同樣に之れに流るゝ電流の値で與へられた場合、〔9〕に於て L_1 及 L_2 が抵抗で與へられた場合を研究して見られよ。此の L_1, L_2 が抵抗で與へられたときの電流分布が求められるなら先づキルヒホツフの法則は卒業と考へてよい。

〔10〕 第 3.24 圖の如き回路に於て、各部の抵抗 R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R, x にて檢流計 G の振れ零なりと云ふ。抵抗 x の値を求めよ。



第 3.24 圖

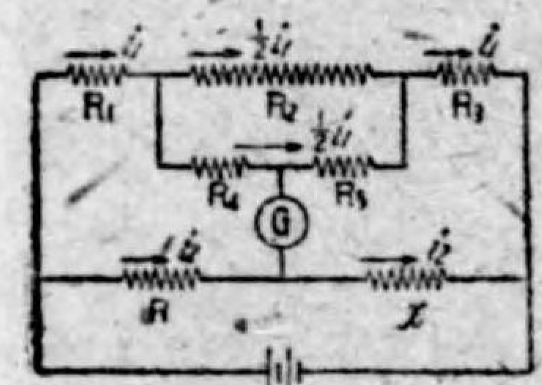
但し $R_2=R_4+R_5$ なりとす。

【略解】 本問は 4.6 を學習してから研究されよ……檢流計とは微少な電流の流れてゐるか否かを調べるものであつて、其の振れが零と云ふことは、電流の流れないこと、云ひ換へると G の兩端の電位が等しいことを意味する。題意に依つて各部の電流を假定すると第 3.25 圖の如くになる。

$$i_1R_1+\frac{1}{2}i_1R_4=i_2R\cdots\cdots(1)\qquad i_1R_3+\frac{1}{2}i_1R_5=i_2x\cdots\cdots(2)$$

……此の式の意味は 4.6 を參照……

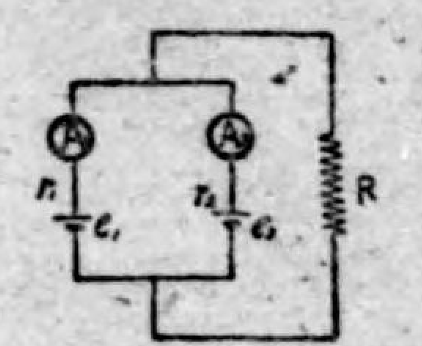
(1) (2) 兩式より



第 3.25 圖

$$\frac{x}{R}=\frac{2R_3+R_5}{2R_1+R_4}\qquad x=\frac{2R_3+R_5}{2R_1+R_4}\times R$$

〔11〕 第 3.26 圖の如く起電力 $e_1=10V$ 及 $e_2=5V$ なる電池に各電流計 A_1 及 A_2 を挿入して並列に結び、之に外部抵抗 R を接續したるに、電流計 A_1 の指示 2.5A, A_2 の指示 0A なりと云ふ。各電池の內部抵抗 r_1 及 r_2 外部抵抗 R の値を計算せよ。但し $r_2=2r_1$ にして電流計の抵抗は之を無視する。



第 3.26 圖

【略解】 A_1 及 R の回路に於ては次式が成立する。

$$10=2.5r_1+2.5R\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

同じく A_2 及 R の回路については

$$5=0\times r_2+2.5R\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1)－(2)　$10-5=2.5r_1+(2.5R-2.5R)$　　$5=2.5r_1$

之より　$r_1=\frac{5}{2.5}=2\Omega$　$r_2=2r_1$ であるから　$r_2=2\times 2=4\Omega$

(2) より　$R=\frac{5}{2.5}=2\Omega$

斯樣に逆に電流分布が與へられ各部の抵抗を求める場合もある。一般的ではないがキ氏法則の應用變形として知らねばならない事柄である。

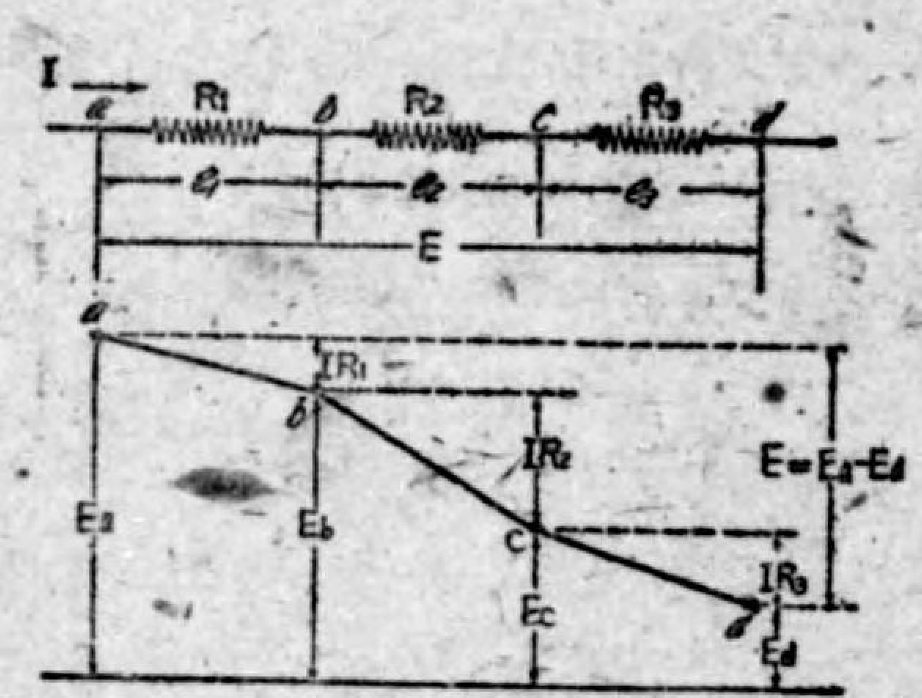
4　抵抗の合成

4.1　直列抵抗の合成と電壓分布の比例配分

やつと手首だけが這入るやうな壺に木の果を一杯に入れて置くと、野猿共がやつて來て、壺の中の木の果を手一杯に握る。引出さうとあせるが出ない、お尻より赤い顔をして頑張つて居る處を摑まへると云ふ話を小供の頃によく聞かされた風呂敷を持つて來て少しづゝ摑み出して包めばよいのに、3 本毛が足りない因果神様を怨むより致し方はあるまい。

處で、人の世にも、種々の意味で、此の野猿のやうな結果を招いて居ることが少くない。それはともかくとして、非常に複雜な電氣回路の抵抗を別々に取扱ふよりも、之れを風呂敷に包んで一つのものとして取り扱ふ方が便利である。勿論風呂敷に包んでも全体としての嵩にも重さにも變りがない。

斯樣に幾つかの抵抗を一つの抵抗として取扱ふことを抵抗の合成と云ふ。然し無闇に寄せ集めて一つの抵抗としてよいと云ふのでない。斯樣に合成しても、回路全体として同一電壓で同一電流が流れねばならない。では以下實際の回路に就て研究しやう。



第 5.1 圖

第 4.1 圖のやうに、抵抗 R_1, R_2, R_3 を直列としたものの兩端に E 電壓を加へたとき、電流 I が流れたとしやう。又此の時の各点の電位……各点と大地間の電壓……大地は零電位…を E_a, E_b, E_c, E_d とすれば

a, b 間にオームの法則を適用して

$$I=\frac{e_1}{R_1}=\frac{E_a-E_b}{R_1}\qquad IR_1=E_a-E_b$$

從つて　$E_b=E_a-IR_1$ ………………………………………… (1)

同樣に b, c 間では　$E_c=E_b-IR_2=E_a-IR_1-IR_2$

同じく c, d 間では　$E_d=E_c-IR_3=E_a-IR_1-IR_2-IR_3=E_a-I(R_1+R_2+R_3)$

$$I(R_1+R_2+R_3)=E_a-E_d$$

$$I=\frac{E}{R_1+R_2+R_3}=\frac{E}{R}$$

$$E=IR=I(R_1+R_2+R_3)=IR_1+IR_2+IR_3=e_1+e_2+e_3$$

共處で a, d 間に　$R=R_1+R_2+R_3$　なる一箇の抵抗があると假想しても、同一電壓を與へたとき同一の電流が流れるから、回路全体として考へるときには各抵抗の和である一箇の抵抗が存在するものとしてよい。

即ち、此の　$R=R_1+R_2+R_3$　は R_1, R_2, R_3 の合成抵抗である。此のことは幾つ抵抗が直列にあつても同樣で、各抵抗の和を一つの抵抗と考へると、同一電壓に對して同一の電流が流れる。故に

直列抵抗の合成は各抵抗の和である　　$R=\Sigma r$

又、各抵抗部分の電壓 e_1, e_2, e_3 の比は

$$e_1:e_2:e_3=IR_1:IR_2:IR_3=I(R_1:R_2:R_3)$$

とならう。回路各部の電壓の方向と其の値を電壓分布（ぶんぷ）と云ふ。從つて

直列回路の電壓分布は各抵抗の比となる。

今 5Ω, 3Ω, 2Ω の三つの抵抗を直列としたとすると

合成抵抗　$R=5+3+2=10\ \Omega$

此の回路に 100 V を加へたとき

流るゝ回路の電流　$I=\dfrac{E}{R}=\dfrac{100}{10}=10\text{ A}$

其の電壓分布は

$e_1:e_2:e_3=5:3:2$　　となる。

扨、此の　$e_1+e_2+e_3=E$　であつて、各部の抵抗を知つて各部の電壓を求めるには

$$e_1=E\times\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}=100\times\frac{5}{5+3+2}=50\text{ V}$$

$$e_2=E\times\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}=100\times\frac{3}{5+3+2}=30\text{ V}$$

$$e_3 = E \times \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} = 100 \times \frac{2}{5+3+2} = 20\,\mathrm{V}$$

樣斯に分けることを比例配分（又は按分比例）と稱する。即ち A を三つの部分に分けて、其等の部分の連比を $a:b:c$ とするには斯く分けられた三つの部分を x, y, z とすれば

$$x+y+z=A$$

又 $x:y:z=a:b:c$ と云ふことは $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ を意味する。

例へば前例で $\frac{e_1}{R_1}=\frac{e_2}{R_2}=\frac{e_3}{R_3}=I$ で等しい。

今 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=k$ を置くと

$x=ak \quad y=bk \quad z=ck$ となり；此の兩邊を加へ合すと

$$x+y+z=ak+bk+ck=k(a+b+c)$$

$$k=\frac{x+y+z}{a+b+c}=\frac{A}{a+b+c}=\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$$

結局 $x=a\times\frac{A}{a+b+c}=A\times\frac{a}{a+b+c}$ となる。

同樣に $y=A\times\frac{b}{a+b+c} \qquad z=A\times\frac{c}{a+b+c}$

之れは、幾つ項があつても同樣で

$$x:y:z:u:v:\cdots\cdots=a:b:c:d:f:\cdots\cdots$$

なるとき $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\frac{u}{d}=\frac{v}{f}=\cdots\cdots=\frac{x+y+z+u+v\cdots\cdots}{a+b+c+d+f\cdots\cdots}$

今 $x+y+z+u+v+\cdots\cdots=A$ とすれば

$x=A\times\frac{a}{a+b+c+d+f+\cdots\cdots}$ y, z も同樣に求められる。

【注意】 斯樣に比の問題では、各比の値を k と置くと證明に便利である。

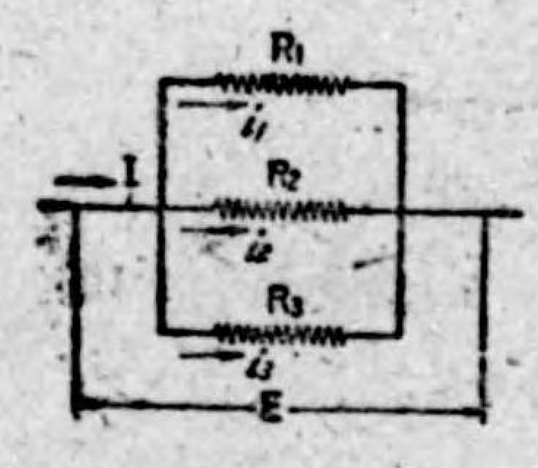
或は前例では $e_1=IR_1=\frac{E}{R_1+R_2+R_3}R_1=E\times\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$ とすれば、直ちに此の結果が得られる。

4.2 並列抵抗の合成及電流分布と分數式

第 4.2 圖のやうに、抵抗 R_1, R_2, R_3 を並列に接續して、之れに電壓 E を加

へたとき、全體として流入する電流が I, 各抵抗の電流が i_1, i_2, i_3 であるとするとキルヒホツフの第一法則に依つて

$$I-i_1-i_2-i_3=0 \qquad I=i_1+i_2+i_3 \quad \cdots\cdots(1)$$



第 4.2 圖

各分岐路にオームの法則を適用すると

$$i_1=\frac{E}{R_1} \qquad i_2=\frac{E}{R_2} \qquad i_3=\frac{E}{R_3} \quad \cdots\cdots(2)$$

(2) 式の各 $i_1\ i_2\ i_3$ を (1) 式に代入すると

$$I=i_1+i_2+i_3=\frac{E}{R_1}+\frac{E}{R_2}+\frac{E}{R_3}$$

$$=E\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) \quad \cdots\cdots(3)$$

此の兩邊を E で除すると $\frac{I}{E}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \quad \cdots\cdots(4)$

兩邊の逆數を取ると $\frac{E}{I}=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}=R \quad \cdots\cdots(5)$

$$I=\frac{E}{R}=\frac{E}{\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}} \qquad E=IR=I\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} \quad \cdots\cdots(6)$$

従つて R_1, R_2, R_3 の抵抗が並列に接續されたとき、各抵抗の逆數の和の逆數である1箇の抵抗だけが存在するものと考へても、同一の電壓を與へたとき流るゝ電流は同一である。即ち

> 並列回路の抵抗は各抵抗の逆數の和の逆數である1箇の合成抵抗で表はしてよい。即ち $R=\frac{1}{\Sigma\frac{1}{r}}$

斯くしても、全體としての電壓、電流の關係には變りがない。上記の説明は抵抗が三つある場合であつたが、幾つあつても、上記の諸式と同樣に證明されるから、上掲の定義には變りがない。

【補說】 從つて直列抵抗の合成はどの部分抵抗よりも大きく、並列抵抗の合成はどの分岐路の抵抗よりも小さい。之れは當然のことであるのに 1000Ω と 0.1Ω を並列とすると合成

抵抗が 0.1Ω より大きいと早合点をする。0.1Ω より他に通路が加はつたのだから其の抵抗が如何に大きくとも 0.1Ω だけの場合より電流は通り易くなり、合成抵抗は當然 0.1Ω より小さくなる。

今 $R_1=50\Omega$, $R_2=25\Omega$, $R_3=20\Omega$ の三つの抵抗を並列としたときの

$$\text{合成抵抗}\quad R=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}=\frac{1}{\frac{1}{50}+\frac{1}{25}+\frac{1}{20}}$$

5	50	25	20
5	10	5	4
2	2	1	4
	1	1	2

最小公倍數
5×5×2×1×1×2＝100

50, 25, 20 の最小公倍數を求めると左のやうに 100 となるから、先づ分母のみを通分する。

$$R=\frac{1}{\frac{2}{100}+\frac{4}{100}+\frac{5}{100}}=\frac{1}{\frac{2+4+5}{100}}$$

$$=\frac{1}{\frac{11}{100}}$$

分數の分母分子に同一の數を掛けても分數の値には變りがないから

$$R=\frac{1\times100}{\frac{11}{100}\times100}=\frac{100}{11}\ \Omega$$

$$\text{故に流るゝ全電流}\quad I=\frac{E}{R}=\frac{100}{\frac{100}{11}}=\frac{100\times11}{100}=11\,\text{A}$$

之れを各分岐路に就て求めると

$$i_1=\frac{E}{R_1}=\frac{100}{50}=2\text{A}\qquad i_2=\frac{E}{R_2}=\frac{100}{25}=4\text{A}\qquad i_3=\frac{E}{R_3}=\frac{100}{20}=5\,\text{A}$$

故に全電流　$I=i_1+i_2+i_3=2+4+5=11\text{A}$　となる。

此の並列回路に　$i_1+i_2+i_3=I$　なる電流が流入したとき、各分岐路の電流分布……回路網各部の電流の値及方向……が如何になるかを求めて見やう。

$$i_1R_1=i_2R_2=i_3R_3=E\qquad \text{之れを書き直し}\quad \frac{i_1}{\frac{1}{R_1}}=\frac{i_2}{\frac{1}{R_2}}=\frac{i_3}{\frac{1}{R_3}}=E$$

$$\text{從つて}\qquad i_1:i_2:i_3=\frac{1}{R_1}:\frac{1}{R_2}:\frac{1}{R_3}$$

之れは抵抗が幾つあつても同樣で

並列回路の電流分布は各抵抗の逆數比（又は反比）となる

前の比例配分の式より

$$\frac{i_1+i_2+i_3}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}=\frac{I}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}=\frac{i_1}{\frac{1}{R_1}}=\frac{i_2}{\frac{1}{R_2}}=\frac{i_3}{\frac{1}{R_3}}$$

$$\text{從つて}\qquad i_1=I\times\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}\quad\text{となる。}$$

$$\text{同樣に}\qquad i_2=I\times\frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}\qquad i_3=I\times\frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

此のことの正しいのは、電流 I が流入すると、回路の兩端に生ずる電壓 E は

$$E=\text{全電流}\times\text{合成抵抗}=I\times\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

然るに、各分岐路の電流はオームの法則より此の電壓を各分岐路の抵抗で除したものとなり

$$i_1=\frac{E}{R_1}=\frac{I\times\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}}{R_1}\qquad\text{分母分子に}\ \frac{1}{R_1}\ \text{を乘じて}$$

$$i_1=\frac{I\times\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}\times\frac{1}{R_1}}{R_1\times\frac{1}{R_1}}=I\times\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

i_2, i_3 も同樣にして求める。

【補說】 申し遲れたが、分數式の分母分子の一方又は兩方が分數式の形である分數式を、繁分數(はんぶんすう)式と云ふ。其の計算の要領は分母分子を別々に計算して、簡單な形としてから、まとめて計算をする。複雜な形のものは其の局部から追々と計算する。次に其の實例を示そう

【例】 $$\frac{x}{x-\frac{1}{x+\frac{1}{x}}}=\frac{x}{x-\frac{1}{\frac{x^2+1}{x}}}=\frac{x}{x-\frac{x}{x^2+1}}$$

$$=\frac{x}{\dfrac{x^3+x-x}{x^2+1}}=\frac{x(x^2+1)}{x^3}=\frac{x^2+1}{x^2}$$

【例】 $$\frac{\dfrac{1}{x+y}-\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x-y}}=\frac{\dfrac{x-(x+y)}{x(x+y)}}{\dfrac{x-y-x}{x(x-y)}}=\frac{\dfrac{-y}{x(x+y)}}{\dfrac{-y}{x(x-y)}}$$

$$=\frac{-y}{x(x+y)}\times\frac{x(x-y)}{-y}=\frac{x-y}{x+y}$$

但し $\dfrac{\frac{B}{A}}{\frac{D}{C}}$ は分母分子に $\dfrac{C}{D}$ を乘すると $\dfrac{\frac{B}{A}\times\frac{C}{D}}{\frac{D}{C}\times\frac{C}{D}}=\dfrac{B}{A}\times\dfrac{C}{D}$

即ち分子に分母の逆數を乘すればよいことが判る。

分數式の計算心得 分數式の取扱ひは今更らに說明する迄もないのだが……算術で習つたのと同一の考へで取扱へばよいのだから……然し一般に不得手のやうだから念の爲めに今一應の復習をして置こう。

❶ 分數式の分母分子に**零でない**同じ數又は整式を掛けても其の値は變らない

之れは今迄にも再々使つたもので、證明する迄もあるまいが

$\dfrac{A}{B}=k$ とすると $A=Bk$ 兩邊に m を乘じ

$mA=mBk$ $k=\dfrac{mA}{mB}$ 分數式の値に變りがない。

❷ 分數式の分母分子を零でない數、又は整式で割つても其の値は變らない。

前と同樣である。

零を乘じたり、零で割ると

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times0}{B\times0}\neq\frac{0}{0}\qquad\qquad\frac{A}{B}=\frac{A\div0}{B\div0}\neq\frac{\infty}{\infty}$$

此の $\dfrac{0}{0}$ は 1 でもなく零でもなく不定の形である。然るに $\dfrac{A}{B}$ は一定の値を持つから等しくない。∞ は無限大を表はす。無限大を無限大で割つたもので之れも不定である。

$\dfrac{0}{0}$ が不定であることは、或る抵抗に電壓を加ふるとき、電壓が零であると電流も零で、抵抗の式は $\dfrac{0}{0}$ となる。之れを $\dfrac{0}{0}=1$ オーム とも考へられなければ零オームだとも云へない。之れでは抵抗の値が判らないから、$\dfrac{0}{0}$ は不定である。

又 ∞ は無限大を表はし infinity（インフイニテイ）と讀む。∝ は比例することを示す。例へば電流 I が電壓 E に比例することを I∝E と書き proportional（プロポーショナル）と讀む。又 ∽ は相似形を表はし similar（シイミラー）（又は figures（フイガース））と讀む。

❸ 分數式の分母分子を其の公約數で割ることを約分する、又は約すると云ふ

分數式はなるべく約分を行つて簡單な形とする。例へば

$$\frac{x^2-4}{(x+2)^2}=\frac{x^2-2^2}{(x+2)^2}=\frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x+2)}=\frac{x-2}{x+2}$$

但し $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の關係を用ひた。

❹ 分母の異なる二つ以上の分數式を夫等の値を變へずに同じ分母をもつやうに直すことを通分すると云ふ。此の同じ分母を公分母とも稱する。

【例】 $\dfrac{1}{x+1}$ $\dfrac{3}{4x+4}$ $\dfrac{x}{x^2-1}$ を通分せよ。

各分母を書くと $x+1$ $4(x+1)$ $x^2-1=x^2-1^2=(x+1)(x-1)$

最小公倍數を算術の場合と同樣に考へると

$$\begin{array}{r|lll} x+1 & x+1 & 4(x+1) & (x+1)(x-1) \\ \hline & 1 & 4 & (x-1) \end{array}$$

最小公倍數 $(x+1)\times1\times4\times(x-1)=4(x+1)(x-1)$

之れを公分母として上記の分數を通分すると

$$\frac{4(x-1)}{4(x+1)(x-1)}\qquad\frac{3(x-1)}{4(x+1)(x-1)}\qquad\frac{4x}{4(x+1)(x-1)}$$

となる。斯く通分すると和及差が容易に計算される。

❹ 即ち**同分母**の分數式を加減するには分子のみを加減して分子とし、共通の分母を分母とする分數式を作ればよい。……之れも既に前の計算で用ひた……故に異分母の分數式を加減するには通分した後に計算をする。之れも既に行つた。

❺ 分數式の積を求めるには、分子の積を分子とし、分母の積を分母とする分數式を作ればよい。之れも譯なく證明されることであつて

$\frac{B}{A}=p$　$\frac{D}{C}=q$　とすると　$B=Ap$　$D=Cq$　となり

$B\times D=Ap\times Cq=A\times C\times p\times q$　故に　$p\times q=\frac{B}{A}\times\frac{D}{C}=\frac{B\times D}{A\times C}$

之れは　$\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}=\frac{3\times8}{4\times9}$

で斯くする前に次の如くに約せたなら約した方がよい。

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}=\frac{1\times2}{1\times3}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{ab-a^2}{a^2-b^2}\times\frac{(a+b)^2}{a^2+ab}=\frac{-a(a-b)}{(a+b)(a-b)}\times\frac{(a+b)(a+b)}{a(a+b)}$$

$$=\frac{-a}{1}\times\frac{1}{a}=\frac{-1\times1}{1\times1}=-1$$

何と何を約したかはよく式を見らるれば明白であらう。

⑪ 或る數を分數式で割るには、其の分數式の分母、分子を交換した分數式を掛ければよい。之れも前に行つた。

$$\frac{B}{A}\div\frac{D}{C}=\frac{\frac{B}{A}}{\frac{D}{C}}=\frac{\frac{B}{A}\times\frac{C}{D}}{\frac{D}{C}\times\frac{C}{D}}=\frac{\frac{B}{A}\times\frac{C}{D}}{1\times1}=\frac{B}{A}\times\frac{C}{D}$$

であつた。

4.3 直列及並列回路の抵抗とコンダクタンス及電力

$R_1\ R_2\ R_3\cdots\cdots R_n$ の抵抗が直列にあるとき

合成抵抗　$R=R_1+R_2+R_3+\cdots\cdots+R_n$

$R_1\ R_2\ R_3\cdots\cdots R_n$ の抵抗が並列にあるとき

合成抵抗　$R=\dfrac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots\cdots+\frac{1}{R_n}}$

となることは既に述べた通りである。

此の並列回路を取り扱ふのに　抵抗の逆數$=\frac{1}{\text{抵抗}}=\frac{1}{R}=g$ モー（又は ℧）

を用ひ、此の g をコンダクタンス（conductance）と稱する。抵抗の逆數であるから、導電率（電氣を導く割合）であつて、單位もオームを逆に讀みモーと稱する。オームの法則をコンダクタンス g で表はすと

$$I=\frac{E}{R}=E\times\frac{1}{R}=E\times g=Eg\qquad E=\frac{I}{g}\qquad g=\frac{I}{E}$$

となる。其處で並列回路、各分岐路のコンダクタンスを $g_1\ g_2\ g_3\cdots\cdots g_n$ で表はすと

$$g_1=\frac{1}{R_1}\quad g_2=\frac{1}{R_2}\quad g_3=\frac{1}{R_3}\cdots\cdots g_n=\frac{1}{R_n}$$

となつて、各回路の電流は　$i_1=Eg_1$　$i_2=Eg_2$　$i_3=Eg_3$　$i_n=Eg_n$

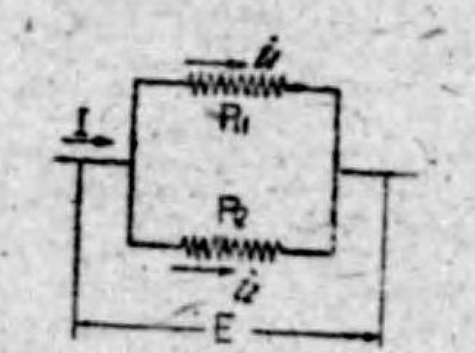
全電流　$I=i_1+i_2+i_3+\cdots\cdots+i_n=E(g_1+g_2+g_3+\cdots\cdots+g_n)=EG$

即ち、並列回路の合成コンダクタンスは、各分岐路のコンダクタンスの和となる

$G=g_1+g_2+g_3+\cdots\cdots+g_n$　之れを　$G=\Sigma g$　と表はす。

上記よりも明かなやうに、並列回路をコンダクタンスで取扱へば單に算術和を取ればよいのだから簡單となる。

初步の計算で最も多く取扱ふのは二つの抵抗を並列とした時であるから、此の場合を少しく詳細に研究して見やう。



第 4.3 圖

第 4.3 圖のやうに二つの抵抗 R_1, R_2 を並列として、之れに E なる電壓を加へたとき、各分岐路に流るゝ電流 i_1 及 i_2 は

$$i_1=\frac{E}{R_1}\qquad i_2=\frac{E}{R_2}$$

$$I=i_1+i_2=\frac{E}{R_1}+\frac{E}{R_2}=E\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

合成抵抗　$R=\dfrac{E}{I}=\dfrac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$　此の分母分子に $R_1\ R_2$ を乘すると

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1R_2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}=\frac{R_1R_2}{R_2+R_1}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

即ち、二つの抵抗の合成は二つの抵抗の和を分母とし、積を分子とする分數となる。此の形は屢々用ひられるから、2 つの抵抗の合成と云へば直ちに上式を書

き得るやうに暗記されたい。

三つ以上の抵抗となると通分するのに厄介であるから、コンダクタンスで取扱つた方が便利である。

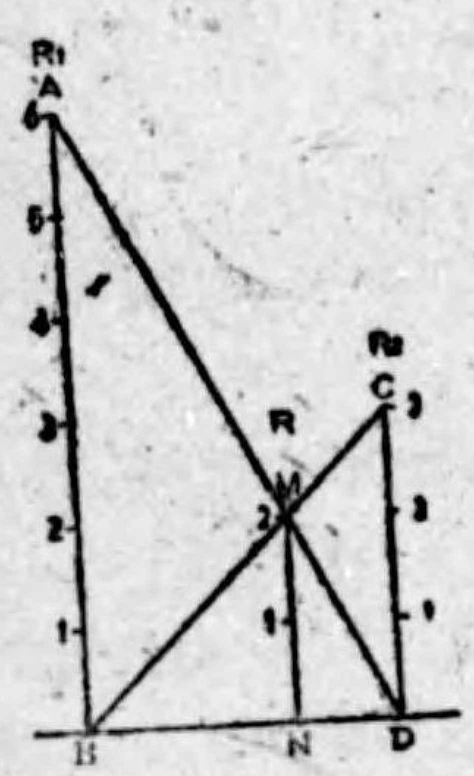
次に此の回路に流入する電流が I なるとき、各分岐路の電流 i_1 及 i_2 は

$$i_1=\frac{E}{R_1}=\frac{IR}{R_1}=I\times R\times\frac{1}{R_1}=I\times\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\times\frac{1}{R_1}=I\times\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

同様に $i_2=I\times\dfrac{R_1}{R_1+R_2}$

即ち、各分岐路抵抗の反比（逆比）に電流が分流する。

此の並列回路の抵抗を圖解的に求めることが出來る。其の一例を示すと第 4.4 圖の如くである。即ち、任意の間隔を置いて $R_1=AB$ $R_2=CD$ なる長さに平行線を引き、一方の足 B と D を結ぶ直線を引き、A と D 及 C と B を結んで、此の二直線の交点を M とする。M より AB 及 CD 直線に平行なる直線を引き BD 線との交点を N とする。



第 4.4 圖

斯様に作圖をすると、MN の長さは合成抵抗を表はすのであつて、圖は $R_1=AB$ 及 $R_2=CD$ を BD 線に垂直に立て、且つ $AB=6$, $CD=3$ なる場合であつた。其の合成抵抗は $MN=2\Omega$ と得られる。實際に計算をして見ても

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\times3}{6+3}=\frac{18}{9}=2\,\Omega$$

勿論 $AB/\!/CD$ であればよく、E D と垂直である必要はないが、垂直にした方が作圖に容易である。

上圖は R_1 と R_2 の並列合成であつたが、更らに之れに R_3 が並列にある場合には $R=MN$ と R_3 の合成を前と同様の作圖に依つて求むればよい。

此の作圖の正しいことを先きに説明した相似三角形の性質を應用して、幾何學的に證明しやう。

復習する迄もあるまいが……夫々二つの角が相等しい……三角形の三内角の和は必ず 180° であるから、三つの角が夫々等しいことになる……二つの三角形が

あるとき、其の各對應邊（等しき角に對する邊）は互に比例する……

第 4.4 圖に於て、作圖より

$\triangle ABD \overset{相似}{\backsim} \triangle MND$　　$\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{DN}{BD}$　（相似形の對應邊は互に比例する）

$\triangle CDB \backsim \triangle MND$　　$\dfrac{MN}{CD}=\dfrac{BN}{BD}$

前式より

$$MN=AB\times\frac{DN}{BD}=R_1\times\frac{DN}{BD}=R_1\left(\frac{BD-BN}{BD}\right)$$

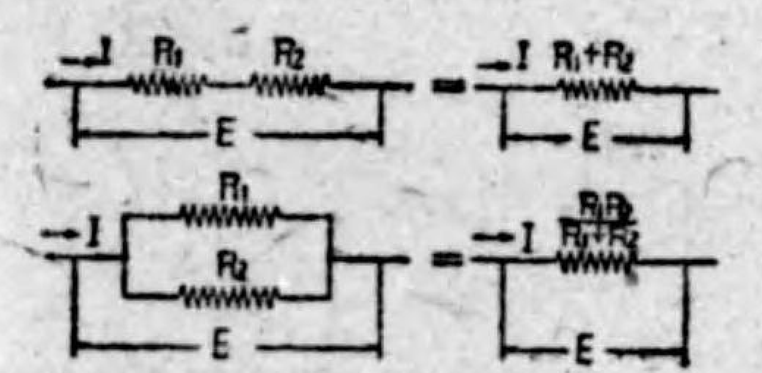
$$=R_1\left(1-\frac{BN}{BD}\right)=R_1\left(1-\frac{MN}{CD}\right)=R_1\left(1-\frac{MN}{R_2}\right)$$

$$MN=R_1-\frac{R_1}{R_2}MN \qquad MN+\frac{R_1}{R_2}MN=R$$

$$MN\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)=R_1 \qquad MN\frac{R_1+R_2}{R_2}=R_1$$

故に　$R=MN=R_1\times\dfrac{R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

此の作圖に依る方法は試驗の答案には適當でないが、方眼紙（セクションペーパー）上で詳細に目盛をして置くと容易に合成抵抗の求められる便宜がある。



第 4.5 圖

第 4.5 圖に示すやうに、R_1 と R_2 の直列抵抗は 1 箇の合成抵抗 $R=R_1+R_2$ で表はし得る。又 R_1 と R_2 の並列抵抗は 1 箇の合成抵抗 $R=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ で表はし得ると述べた即ち是等の合成抵抗で置き換へても、同一電壓 E を加へたとき、回路全体に流入する全電流 I の値には變りがない。従つて上圖の右邊は左邊の等價回路 (equivalent circuit) であると稱する。複雑な回路にあつては、之れを簡單に書き直した等價回路を以て取り扱ふことが甚だ多い。

等價回路に於て、今一つ大切なことは、同一電力と云ふことである。詳しく云ふと、斯様な等價回路で表はしても、相等しい電壓を加へたとき、消費せらるゝ

電力が相等しくなければならない。先きにも説明したやうに、電力は電壓と電流の積であつて……水力が水壓と水量の積の如く……

電力　$W=$電壓×電流$=E\times I=EI$　ワツト　$E=$ボルト　$I=$アンペア

然るに　電壓$=IR$　であるから　$W=EI=IR\times I=I^2R$　ワツト

又は　$W=EI=E\times\left(\frac{E}{R}\right)=\frac{E^2}{R}$　ワツト

此の三つの形で表はされることをよく理解し記憶されよ。

扨 R_1 と R_2 の直列回路の電力は　$W=EI$　之れを　$R=R_1+R_2$　の一つの抵抗と考へても同一電壓では同一電流が流れるから、電力も亦相等しい。

並列回路でも同様で、全体としては、加ふる電壓が同一なら流るゝ電流も等しく、EI で表はされる電力も亦相等しい。

或は次式のやうに考へてもよい。

R_1 と R_2 の直列回路に流るゝ電流を I とするなら

$$消費電力=I^2R_1+I^2R_2=I^2(R_1+R_2)=\left(\frac{E}{R_1+R_2}\right)^2\times(R_1+R_2)=\frac{E^2}{R_1+R_2}$$

即ち　$R=R_1+R_2$　と考ふるなら同一電流でも同一電壓でも消費電力は相等しくなる。

R_1 と R_2 の並列回路に加ふる電壓を E とすれば

$$消費電力=\frac{E^2}{R_1}+\frac{E^2}{R_2}=E^2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=E^2\left(\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}\right)=\frac{E^2}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

$$=\frac{E^2}{\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)^2}\times\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=I^2\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

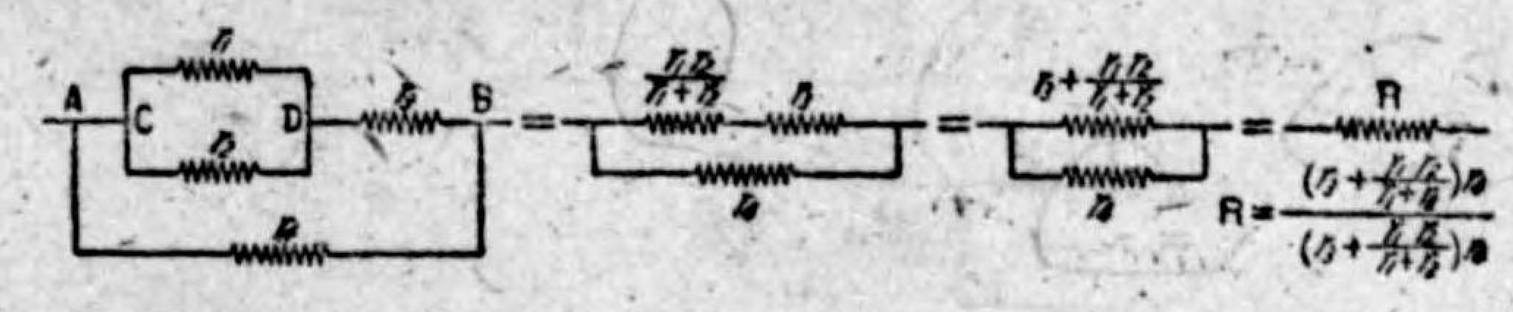
即ち　$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$　と考ふるなら、同一電壓でも同一電流でも消費電力は相等しくなる。

4. 4 直並列回路の合成抵抗と分數式の計算

實際の電氣回路は先きに述べた直列抵抗と並列抵抗の組合はせより成る直並列回路であることが多い。斯様な回路を解くには前述した要領で、各部に就て、合成抵抗を求め、之れを簡單な等價回路に次第に置換(ちくわん)して行くがよい。次に其の實

例の二三を擧げて追々と説明して行こう。

【實例 1】 第 4.6 圖のやうな回路であれば、先づ C D 部分の並列合成抵抗



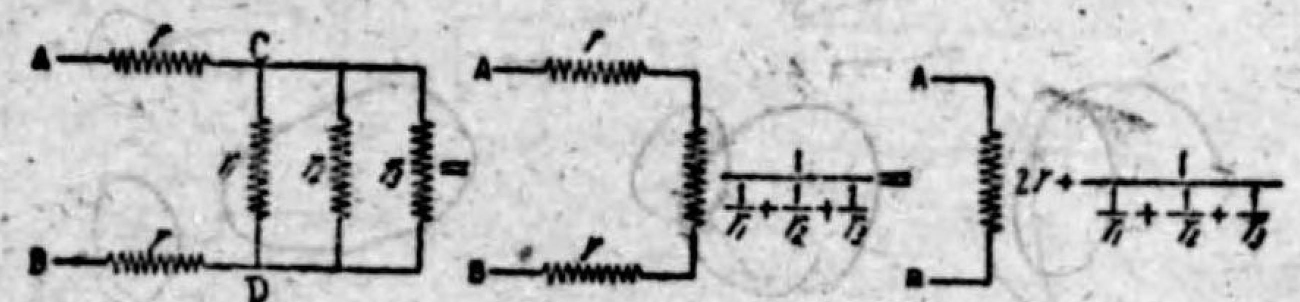
第 4.6 圖

を 1 箇の抵抗で表はす。次に之れに r_3 を加へ、之れと r_4 の並列合成を求むればよいのである。

今假に、$r_1=6\Omega$　$r_2=4\Omega$　$r_3=1.6\Omega$　$r_4=6\Omega$　とすると、A B 間より見た合成抵抗は次のやうになる。

$$R=\frac{\left(1.6+\frac{6\times4}{6+4}\right)\times6}{1.6+\frac{6\times4}{6+4}+6}=\frac{4\times6}{10}=2.4\ \Omega$$

【實例 2】 第 4.7 圖で先づ C D 間の三つの並列抵抗の合成を求め、之れに



第 4.7 圖

r 及 r 即ち 2r を加ふればよい。之れは一般の負荷回路である。今 $r_1=10\Omega$, $r_2=5\Omega$, $r_3=4\Omega$, $r=\frac{12}{11}\Omega$　とすると

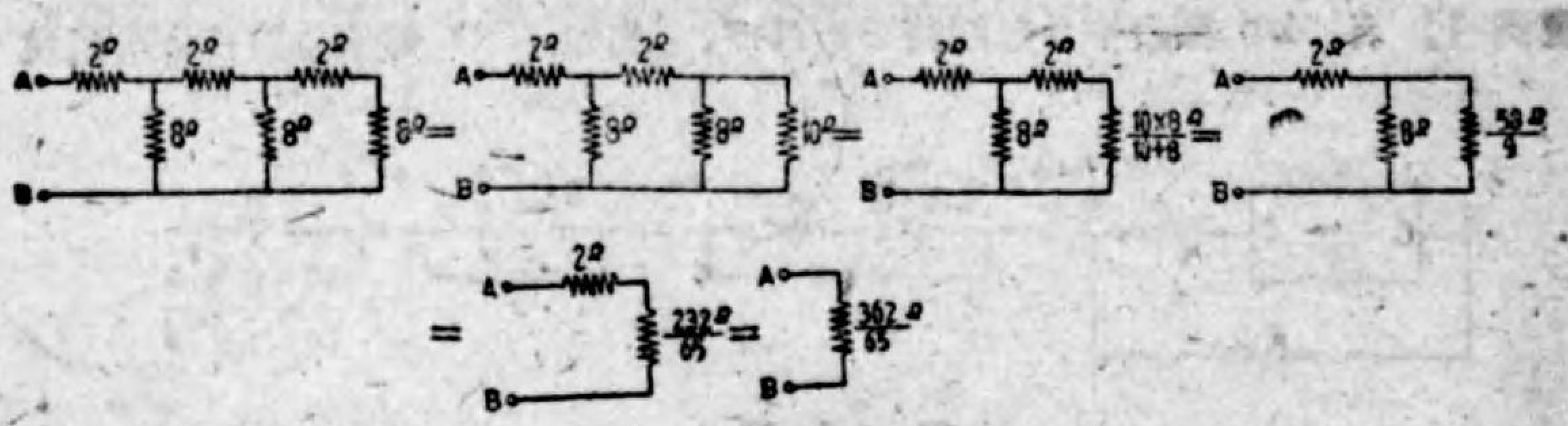
$$\text{C D 間の合成抵抗}=\frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{2+4+5}{20}}=\frac{20}{11}$$

$$\text{A B 間の合成抵抗}\quad R=2\times\frac{12}{11}+\frac{20}{11}=\frac{24+20}{11}=4\,\Omega$$

【實例 3】 斯様な問題は回路の末端の方から解いて行く。其の要領は圖示の通りで、結局、A B 間の合成抵抗は約 5.57 Ω となる。

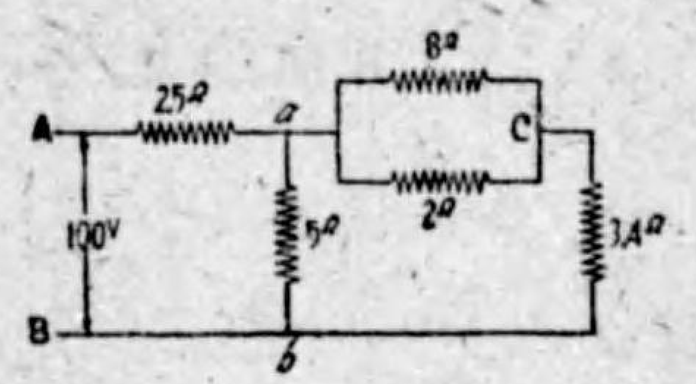
次に是等の回路に或る値の電壓を與へて各部の電流分布を定めるには、上記諸

例で合成抵抗を求めたのと逆に進めばよい。



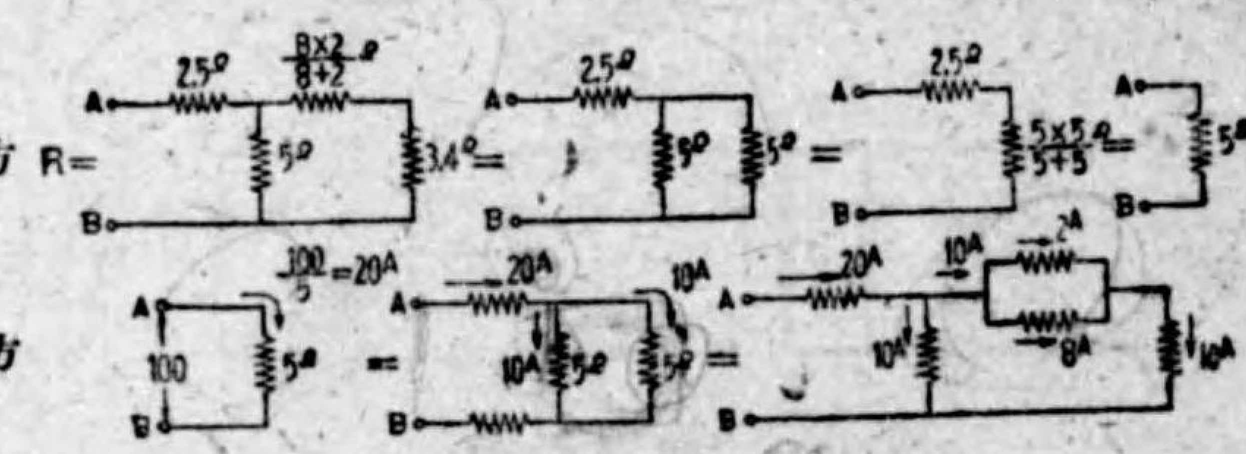
第 4.8 圖

【實例 4】 例へば第 4.9 圖の如き回路の兩端に 100 V なる電壓を加へたとき回路の各部の電流分布を求めよ。とあれば、先づ此の回路の合成抵抗を求め、回路全体に流入する電流より逆に各部の電流を定める。其の要領を圖示すると次の第 4.10 圖の如くである。



第 4.9 圖

同じ値の抵抗 m 箇が並列にあると



第 4.10 圖

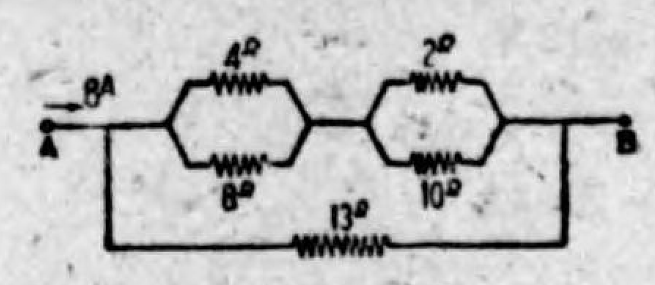
$$合成抵抗\quad R=\frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\cdots\cdots m箇}=\frac{1}{m\times\frac{1}{R}}=\frac{R}{m}\,\Omega$$

各分岐路の電流は全電流の m 分の 1 即ち $\frac{I}{m}$ となる。

8Ω と 2Ω の並列回路に電流 10A が流入すると

$$8\Omega\ の電流=10\times\frac{2}{8+2}=2A\qquad 2\Omega\ の電流=10\times\frac{8}{8+2}=8A$$

【實例 5】 第 4.11 圖のやうな回路に電流 8A が流入したとき回路各部の電流分布を定めよ。

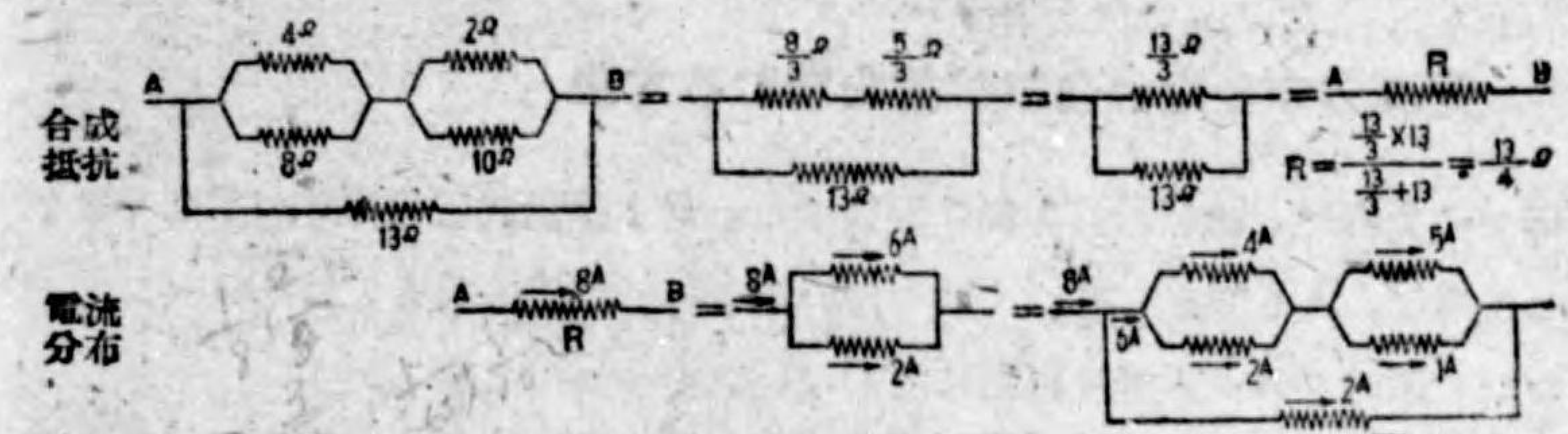


第 4.11 圖

此の問題では、二つの解き方がある。即ち回路の合成抵抗を求め、逆に考へて……各並列分路の電流は各抵抗の逆數比となることより……求めるのと

此の回路の端子電壓＝流入電流×合成抵抗

此の式から、回路の端子電壓を求めて分路電流を逐次に計算する。前の方法では電壓を一切用ひなかつたが、後の方法では電壓を利用する。何れも有用な手段であるから其の考へ方をしつかりと腹に入れて置かれたい。



第 4.12 圖

電流分布を求むる方法では別に合成抵抗 $R=\frac{13}{4}\Omega$ を求める必要はなかつた計算を誤り易いのは、8A が $\frac{13}{3}\Omega$ と 13Ω に如何に分流するかを求める分數計算である。

$$\frac{13}{3}\Omega\ の電流=8\times\frac{13\ (\text{この分子は必ず他方の抵抗})}{\frac{13}{3}+13\,(\text{兩抵抗の和})}=8\times\frac{13}{\frac{13+39}{3}}$$

$$=\overset{2}{\cancel{8}}\times\frac{3\times13}{\underset{4}{\cancel{52}}}=6A$$

と求めたなら、他方の電流は直ちに 8−6=2A と定められる。

電壓を用ひて解くには、此の回路の合成端子電壓 E は

$$E=流入電流\times合成抵抗=\overset{2}{\cancel{8}}\times\frac{13}{\cancel{4}}=26\,V$$

$$13\Omega\ に流るゝ電流=\frac{合成端子電壓}{13\,\Omega}=\frac{26}{13}=2A$$

故に上の部分に流れる電流は 8−2=6A と定められる。

8Ω と 4Ω の並列部分の端子電壓 $=\overset{2}{\cancel{6}}\times\frac{8}{\cancel{3}}=16\,\mathrm{V}$

8Ω の電流 $=\frac{16}{8}=2\mathrm{A}$　　4Ω の電流 $=6-2=4\mathrm{A}$

2Ω と 10Ω の並列部分の端子電壓 $=\overset{2}{\cancel{6}}\times\frac{5}{\cancel{3}}=10\,\mathrm{V}$

2Ω の電流 $=\frac{10}{2}=5\mathrm{A}$　　10Ω の電流 $=6-5=1\mathrm{A}$

此の方法の方が、回路各部の電壓分布も同時に定められて行くので便利である。

4.5 電流分布を定め合成抵抗を求むる方法

金郷へ、金郷へと我が〇〇兵團は進擊する。見よ移動式〇〇氣球が空高く敵を睥睨(へいげい)して進む。人も馬も、息(いき)つく間もない進擊行、が將も兵も、餘裕綽々(しやく)

「おい、敵のダムダム彈は絕對に當らない理由(わけ)を知つて居るか」

「又、落すのだらう、少しは眞面目な話をしろ、だから村長の娘に嫌はれるのだ」

「變んな意見をするな、敎へてやらうか、敵の方から逆に飛んで來るから全部ムダームダ彈(たま)だ、判つたか」

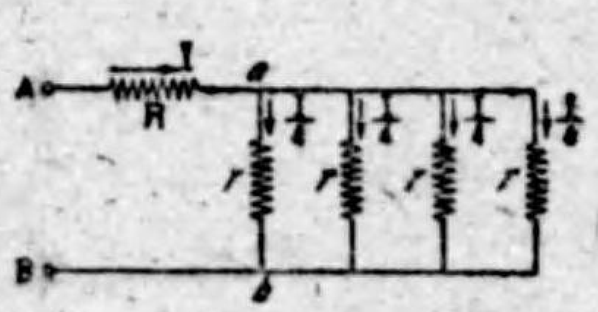
「どつこいしやう、お前の話を聞いて居ると背囊迄がずつて來る」

「だから、村長の娘だらう——」

「アハ……」

朗かな進擊である。

處で、物事を逆に考へることは、落し話のネタとなるばかりでなく、吾々の硏究にも必要なことである。先きに、回路の合成抵抗を求めてから、電流分布を定めたが、之れを逆に、先づ電流分布を定めてから合成抵抗を求める方が便利なこともある。



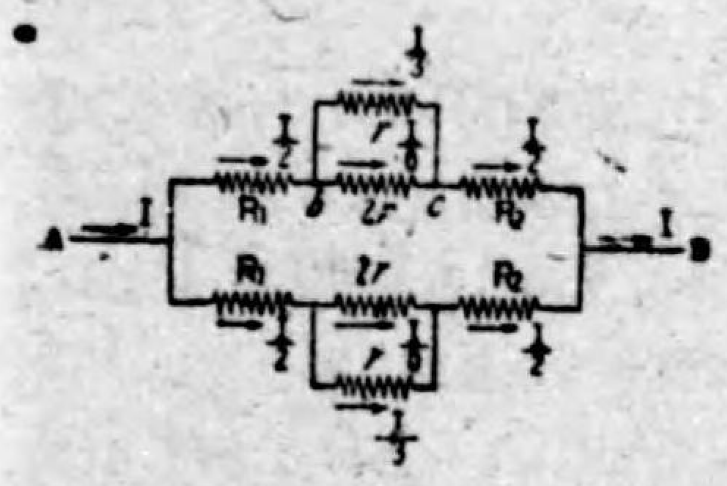
第 4.13 圖

最も簡單な例は第 4.13 圖の如く、r なる抵抗が 4 箇並列に接續されたものに、R なる抵抗が直列とされる AB 間の合成抵抗を求めるのに、AB 間より I なる電流が流入したと假定すると、相等しい 4 つの r には I/4 宛づゝ分流する。從つて A a b B の回路を取ると AB 間

の電壓 E_{AB} は次式で表はされやう。

$$E_{AB}=IR+\frac{I}{4}r=I\left(R+\frac{r}{4}\right)$$

從つて A B 間の合成抵抗　$R=\frac{E_{AB}}{I}=R+\frac{r}{4}$　となる。



第 4.14 圖

次に第 4.14 圖のやうな回路では A B 間に流入する電流を I とすると上の回路も下の回路も抵抗の狀態が相等しいから I/2 宛分流する。此の I/2 が r と 2r に分流するのだから

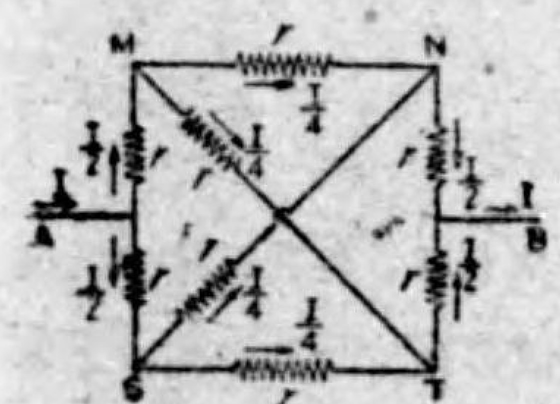
r の電流　$\frac{I}{2}\times\frac{2r}{r+2r}=\frac{I}{2}\times\frac{2r}{3r}=\frac{I}{3}$

2r の電流　$\frac{I}{2}\times\frac{r}{r+2r}=\frac{I}{2}\times\frac{r}{3r}=\frac{I}{6}$　となる。

結局 A b c B の回路を取ると、A B 間の電壓は次式のやうになる。

$$E_{AB}=\frac{I}{2}R_1+\frac{I}{6}\times 2r+\frac{I}{2}R_2=I\left(\frac{R_1}{2}+\frac{r}{3}+\frac{R_2}{2}\right)$$

故に A B 間の合成抵抗　$R=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{R_1}{2}+\frac{r}{3}+\frac{R_2}{2}$

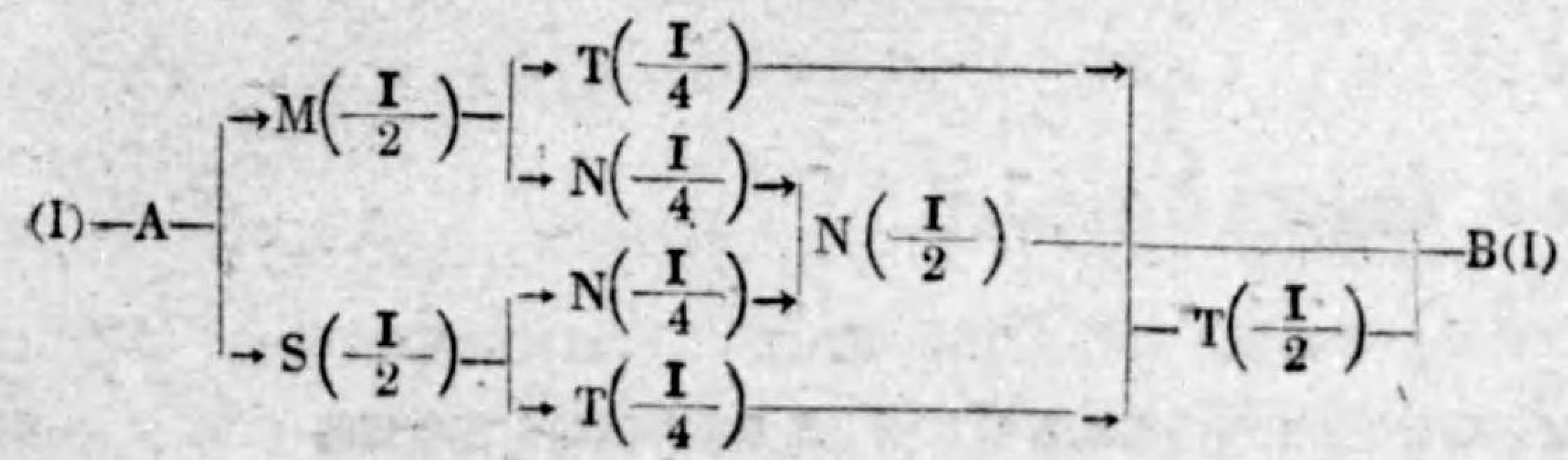


第 4.15 圖

次に第 4.15 圖のやうな回路を取つて考へると、A B 間に I なる電流が流入するものとすると

$\underset{(r)}{\overrightarrow{AM}}\begin{cases}\nearrow\overrightarrow{MN}B\,(2\times r)\\ \searrow\overrightarrow{MT}B\,(2\times r)\end{cases}$　　$\underset{(r)}{\overrightarrow{AS}}\begin{cases}\nearrow\overrightarrow{SN}B\,(2\times r)\\ \searrow\overrightarrow{ST}B\,(2\times r)\end{cases}$

と云ふやうに分流し、各經路の電流は相等しいから電流は次のやうに分流することが判る。

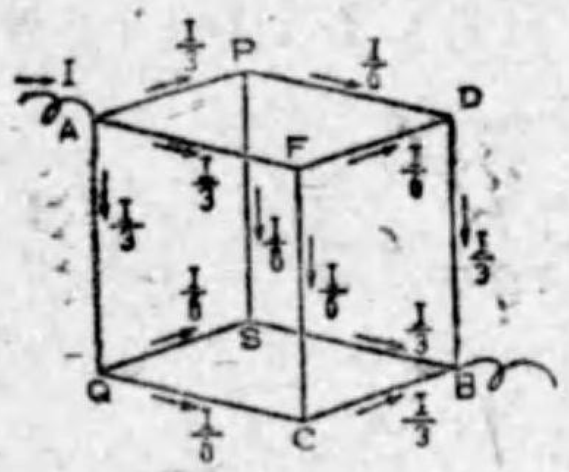


其處で A B 間の一分岐路 △MNB を取ると、A B 間の電壓は次式の如くに表はされる。

$$E_{AB}=\frac{I}{2}r+\frac{I}{4}r+\frac{I}{2}r=I\left(\frac{r}{2}+\frac{r}{4}+\frac{r}{2}\right)=I\frac{2r+r+2r}{4}=I\frac{5}{4}r$$

故に A B 間の合成抵抗　$R=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{5}{4}r$　となる。

次の第 4.16 圖は、昭和 9 年、遞試第三種一次に出題されたもので、各邊の抵抗が r である正立方体の二對頂点 A B 間の合成抵抗を求めるものである。今流入する電流を I とし、之れが A より B に流れる分岐路を考へると、AP よりは APDB(3r)—APSB(3r)— AF よりは AFDB(3r)—AFCB(3r)— AQ よりは AQSB(3r)—AQCB(3r) となり、各經路の抵抗は相等しいから、電流は先ず AP, AF, AQ と I/3 づゝ分流し、更に PD—PS と各 $\frac{I}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{I}{6}$ づゝ分流する。從つて電流分布は圖上に記入した如くになり、A B 間の 1 分岐路 A P D B を取つて考へると、A B 間の電壓は次式で表はされる。



第 4.16 圖

$$E_{AB}=\frac{I}{3}r+\frac{I}{6}r+\frac{I}{3}r=I\left(\frac{r}{3}+\frac{r}{6}+\frac{r}{3}\right)=I\frac{5}{6}r$$

故に A B 間の合成抵抗　$R=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{5}{6}r$

電流分布を定めてから合成抵抗を求むる方法は上記のやうに、各分岐路の抵抗狀態が同様で、電流分布の定め易いものに都合がよく、此の電流分布の定め方を愼重にやらないと結果を誤る。

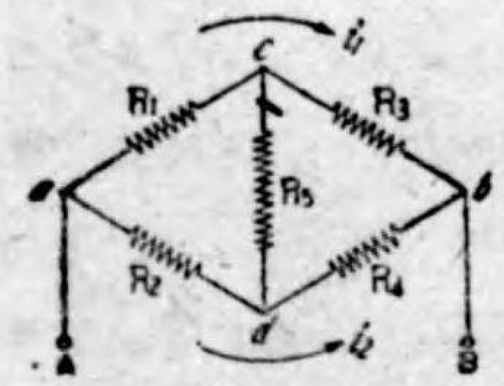
斯様に物事を逆に考へることは決して無駄なことではなく、否、大いに有用であると悟らるゝなら、本節の目的は達せられたのである。

4.6 電橋(ぶりつぜ)回路の合成抵抗

ブリツヂ (bridge) は橋、橋梁の意味で、二つの並列回路の中点を連絡して、丁度、橋を架けたやうな恰好になつて居る電氣回路を電橋回路（ブリツヂ回路）

と云つて居る。

第 4.17 圖は此のブリツヂ回路の一例を示すもので、a, b 間に (R_1+R_3) と (R_2+R_4) の並列抵抗があつて、R_1 と R_3 の結び目と R_2 と R_4 の結び目を抵抗 R_5 で橋渡し（橋絡とも云ふ）して居る。



第 4.17 圖

此のブリツヂ回路の橋絡部分 R_5 に電流が流れない狀態となつたとき、ブリツヂ回路は平衡(へいこう) (balance)(バランス) して居ると云ひ、各部の抵抗がどのやうな關係にあれば平衡狀態となるかを求めることを平衡條件を求めると稱する

先づ此の平衡條件を求めて見やう。R_5 に電流が流れないのであるから R_1, R_3 と同一の電流 i_1 が流れる。又 R_2, R_4 と同一の電流 i_2 が流れる。

然して c, d 間の R_5 に電流が流れないと云ふことは、c と d が同電位にある……c, d 間の電壓が零である……ことを意味する。

今 a 点の電位を e_a, c 点の電位を e_c とし、a, c 間にオームの法則を適用すると

$$i_1=\frac{e_a-e_c}{R_1}\qquad e_a-e_c=i_1R_1\qquad e_c=e_a-i_1R_1 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

同様に d 点の電位を e_d とすると a, d 間で　$e_d=e_a-i_2R_2 \cdots\cdots (2)$

(1) (2) 兩式で $e_c=e_d$ とすると　$i_1R_1=i_2R_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$

次に b 点の電位を e_b とすると

b, c 間で　$e_c=e_b+i_1R_3 \cdots (4)$　　b, d 間で　$e_d=e_b+i_2R_4 \cdots (5)$

(4) (5) 兩式で $e_c=e_d$ とすると　$i_1R_3=i_2R_4 \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$

(3) 式の兩邊を (6) 式の兩邊で除すると

$$\frac{i_1R_1}{i_1R_3}=\frac{i_2R_2}{i_2R_4}\qquad \frac{R_1}{R_3}=\frac{R_2}{R_4}\qquad R_1R_4=R_2R_3 \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

即ちブリツヂ回路で向ひ合ふ邊（之れを對應邊と稱する）の抵抗の積が相等しいときには、橋絡部分に電流が流れない、即ち前に述べた平衡狀態となる。

電橋回路の平衡條件　對應邊の抵抗の積が等しい　$(R_1R_4=R_2R_3)$

斯様に既知抵抗 3 箇（R_1, R_2, R_3 とする）と未知抵抗 1 箇（R_4 とする）

をブリツヂ接續として R_5 の部分に極く小さい電流も指示する検流計（けんりゆうけい）(galvano-meter)（ガルバノメータ）を入れ、抵抗 R_1, R_2. R_3 の値を調整してブリツヂを平衡さす……検流計の指針の振れを零とする……と

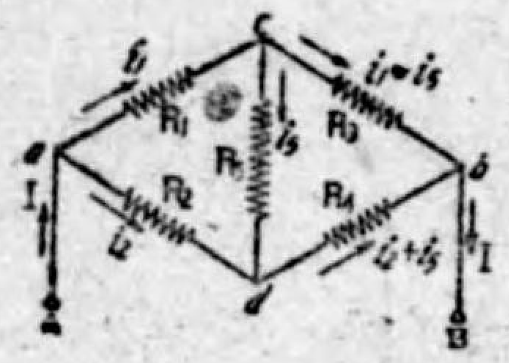
$$R_1R_4=R_2R_3 \quad となるから \quad 未知抵抗 \quad R_4=\frac{R_2R_3}{R_1}$$

から、未知抵抗の値が測定される。之れが有名な、ホイートストーン•ブリツヂ (wheatstone bridge) と云ふものである。斯樣な抵抗測定の詳しいことは第三卷に於て講義せられるから、夫れに讓ることゝしやう。

第 4.17 圖のブリツヂ回路が平衡狀態にあると R_5 の回路は開かれたものと考へてよいから

$$\text{A, B 間の合成抵抗} \quad R=\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{(R_1+R_3)+(R_2+R_4)} \quad \text{から計算される。}$$

扨、斯樣に、ブリツヂ回路が平衡狀態にあれば、容易に合成抵抗が計算されるが、平衡狀態にない時の合成抵抗が如何になるか、之れはちよつと厄介ではあるが、キ氏の法則と聯立方程式の運用に適當な演習となるからやつて見やう。



第 4.18 圖

先づ第 4.18 圖のやうに R_1 の電流を i_1, R_5 の電流を i_5, R_2 の電流を i_2 とし、其の方向を圖示の矢のやうに定める。斯くすると、キ氏第一法則より R_3 の電流は (i_1-i_5) R_4 の電流は (i_2+i_5) となる。其處で此の回路網にキ氏第二法則を適用して、未知數 i_1, i_2, i_5 の三つに對して聯立方程式を三つ作つて解けばよいと方針が定まる。A, B 間に與へる電壓を E_{AB} として

a c b の回路で $\quad i_1R_1+(i_1-i_5)R_3=i_1(R_1+R_3)-i_5R_3=E_{AB}$ ……(1)

a c d a の回路で $\quad i_1R_1+i_5R_5-i_2R_2=0$ ……………………………… (2)

c b d c の回路で

$$(i_1-i_5)R_3-(i_2+i_5)R_4-i_5R_5=i_1R_3-i_2R_4-i_5(R_3+R_4+R_5)=0 \cdots (3)$$

之れを行列式で解く爲めに、以上の 3 式を整理すると、

$$\begin{aligned} &(R_1+R_3)i_1 && 0\times i_2 && -R_3i_5=E_{AB} \\ &R_1i_1 && -R_2i_2 && +R_5i_5=0 \\ &R_3i_1 && -R_4i_2 && -(R_3+R_4+R_5)i_5=0 \end{aligned}$$

$$i_1=\frac{\begin{vmatrix} E_{AB} & 0 & -R_3 \\ 0 & -R_2 & +R_5 \\ 0 & -R_4 & -(R_3+R_4+R_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1+R_3 & 0 & -R_3 \\ R_1 & -R_2 & +R_5 \\ R_3 & -R_4 & -(R_3+R_4+R_5) \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{E_{AB}\{R_2(R_3+R_4+R_5)+R_4R_5\}}{R_2(R_1+R_3)(R_3+R_4+R_5)+R_1R_3R_4-R_2R_3^2+R_4R_5(R_1+R_3)}$$

$$=\frac{E_{AB}\{R_2(R_3+R_4+R_5)+R_4R_5\}}{R_1R_2(R_3+R_4+R_5)+R_2R_3(R_4+R_5)+R_4R_5(R_1+R_3)}$$

$$i_2=\frac{\begin{vmatrix} E_{AB} & R_1+R_3 & -R_3 \\ 0 & R_1 & +R_5 \\ 0 & R_3 & -(R_3+R_4+R_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & R_1+R_3 & -R_3 \\ -R_2 & R_1 & +R_5 \\ -R_4 & R_3 & -(R_3+R_4+R_5) \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{E_{AB}\{R_1(R_3+R_4+R_5)+R_3R_5\}}{\text{同} \qquad \text{前}}$$

$$i_5=\frac{\begin{vmatrix} E_{AB} & R_1+R_3 & 0 \\ 0 & R_1 & -R_2 \\ 0 & R_3 & -R_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -R_3 & R_1+R_3 & 0 \\ +R_5 & R_1 & -R_2 \\ -(R_3+R_4+R_5) & R_3 & -R_4 \end{vmatrix}}=\frac{E_{AB}(R_2R_3-R_1R_4)}{\text{同} \qquad \text{前}}$$

A, B 間に流入する電流 $\quad I=i_1+i_2$

$$I=\frac{E_{AB}\{(R_3+R_4+R_5)(R_1+R_2)+R_5(R_3+R_4)\}}{R_1R_2(R_3+R_4+R_5)+R_2R_3(R_4+R_5)+R_4R_5(R_1+R_3)}$$

$$\text{合成抵抗} \quad R=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{R_1R_2(R_3+R_4+R_5)+R_2R_3(R_4+R_5)+R_4R_5(R_1+R_3)}{(R_1+R_2)(R_3+R_4+R_5)+R_5(R_3+R_4)}$$

ブリツヂが平衡狀態にあるときは $i_5=0$ で其の分母は零となり得ないから分子を零と置いて

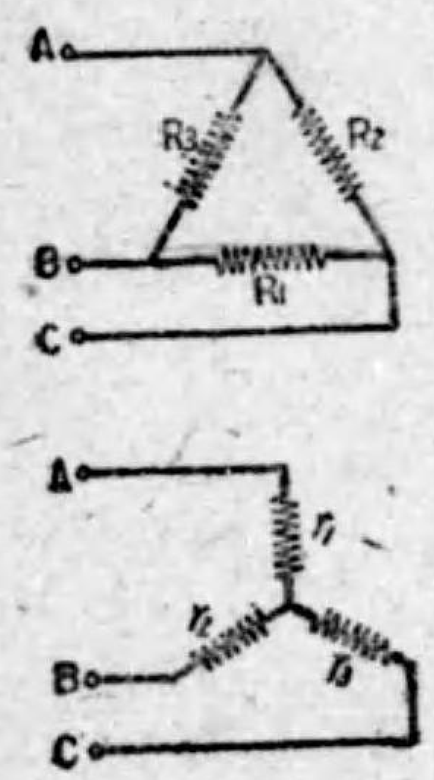
$i_5=0$ 　即ち平衡版態では　$R_2R_3-R_1R_4=0$ 　$\therefore$ $R_1R_4=R_2R_3$

となり、先きに求めた結果と一致する。

然し、ブリッヂの不平衡時の合成抵抗は次に述べる三角形—星形換算を用ふる方が便利である。

4.7 Y—△ の換算と特殊聯立方程式

電氣回路の形が三角形を成して居るとき之れを三角形結線 (delta connection) と云ひ、星形狀を成して居るとき之れを星形結線 (star connection) と稱する。今第 4.19 圖のやうに抵抗が三角形結線となつて居るものを星形と見做し得る爲めには、AB, BC, CA 各端子間に相等しい電壓を加へたとき、相等しい電流が流れなければならない。と云ふことは、三角形各端子間の合成抵抗が之れに應ずる星形各端子間の合成抵抗に等しくなければならない。



第 4.19 圖

次に此の關係を求めて見やう。

A, B 端子間で △ と Y の合成抵抗が相等しい爲めには

$$r_1+r_2=\frac{(R_1+R_2)R_3}{(R_1+R_2)+R_3} \cdots\cdots (1)$$

B, C 端子間で $r_2+r_3=\frac{(R_2+R_3)R_1}{(R_2+R_3)+R_1} \cdots (2)$

C, A 端子間で $r_3+r_1=\frac{(R_3+R_1)R_2}{(R_3+R_1)+R_2} \cdots (3)$

(1) (2) (3) の兩邊を加へ合せて 2 で除すると

$$r_1+r_2+r_3=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1+R_2+R_3} \cdots\cdots (4)$$

此の (4) 式の兩邊から (2) の兩邊を夫々引くと

$$r_1=\frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3} \cdots\cdots (5)$$

(4) 式の兩邊から (3) の兩邊を夫々引くと

$$r_2=\frac{R_3R_1}{R_1+R_2+R_3} \cdots\cdots (6)$$

(4) 式の兩邊から (1) の兩邊を夫々引くと

$$r_3=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3} \cdots\cdots (7)$$

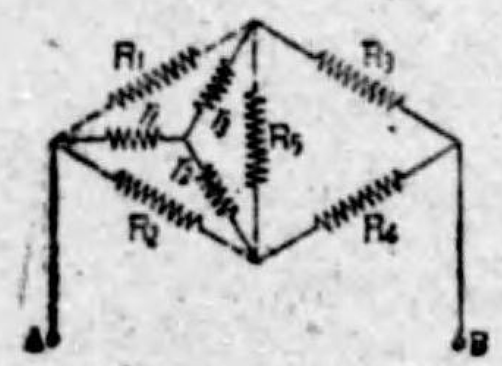
此の (5) (6) (7) のやうに r_1, r_2, r_3 の値を定めると R_1, R_2, R_3 の △ 結線を Y 結線に置き變へることが出來る。之れを Y—△ の換算と云ふ。此の △ 結線を Y に換算する方法を用ふると複雜な電氣回路網が容易に計算されるのであつて、諸君も、今後大いに利用、活用されねばならない。

公式 (5—6—7 式) の暗記は極めて容易であつて

△ を Y に換算するには

△ 各邊の抵抗の和を分母とし、r_1 の分子は之れを挾む R_2 と R_3 の積 R_2R_3 を取る。

r_2 の分子は之れを挾む R_1 と R_3 の積、r_3 の分子は之れを挾む R_1 と R_2 の積を取る。



第 4.20 圖

此の △→Y 換算方法を用ふると、先きに述べた電橋回路の不平衡時の合成抵抗が容易に算定される。諸君は第 4.20 圖のブリッヂ回路で R_1, R_2, R_5 の △ 結線を r_1, r_2, r_3 で示すやうに Y 結線に換算して見られよ。さすれば A, B 間の合成抵抗

$$R=r_1+\frac{(r_3+R_3)(r_2+R_4)}{(r_3+R_3)+(r_2+R_4)}$$ と計算される。

斯くて、求めた結果が、前節で求めたものと一致するか否かを試みられよ。

上述は △ を Y に換算する場合であつたが逆に Y を △ に換算して見やう。

$$r_1=\frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}\cdots(1) \quad r_2=\frac{R_3R_1}{R_1+R_2+R_3}\cdots(2) \quad r_3=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3}\cdots(3)$$

此等の式より R_1, R_2, R_3 を r_1, r_2, r_3 で表はすのである。と云へば夫れ迄であるが、之れが仲々面倒である。

一先づ $R_1+R_2+R_3=S$ と置くと

$$r_1=\frac{R_2R_3}{S} \qquad r_2=\frac{R_3R_1}{S} \qquad r_3=\frac{R_1R_2}{S} \cdots\cdots (1)$$

此の三つの連乘積を取ると $r_1r_2r_3=\frac{R_1^2R_2^2R_3^2}{S^3}$

又 $r_1r_2r_3=B$ $R_1R_2R_3=P$ とすると $B=\frac{P^2}{S^3} \cdots\cdots (2)$

上式の各項は

$$\left.\begin{aligned} r_1&=\frac{P}{S}\cdot\frac{1}{R_1}\\ r_2&=\frac{P}{S}\cdot\frac{1}{R_2}\\ r_3&=\frac{P}{S}\cdot\frac{1}{R_3}\end{aligned}\right\}\text{是等の逆數を取ると}\quad\left.\begin{aligned}\frac{1}{r_1}&=\frac{S}{P}R_1\\ \frac{1}{r_2}&=\frac{S}{P}R_2\\ \frac{1}{r_3}&=\frac{S}{P}R_3\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

(3) 式の兩邊を加へ合すと

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}=\frac{S}{P}(R_1+R_2+R_3)=\frac{S^2}{P}$$

又 $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}=A$ と置くと $A=\frac{S^2}{P}$ ……………(4)

(2) 式と (4) 式の兩邊を掛け合すと

$$AB=\frac{S^2}{P}\times\frac{P^2}{S^3}=\frac{P}{S}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

此の (5) 式の關係を (3) 式に入れて

$$R_1=\frac{1}{r_1}\times\frac{P}{S}=\frac{1}{r_1}AB=\frac{\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}\right)r_1r_2r_3}{r_1}=\frac{r_2r_3+r_1r_3+r_1r_2}{r_1}$$

$$R_2=\frac{1}{r_2}\times\frac{P}{S}=\frac{1}{r_2}AB=\frac{r_2r_3+r_1r_3+r_1r_2}{r_2}$$

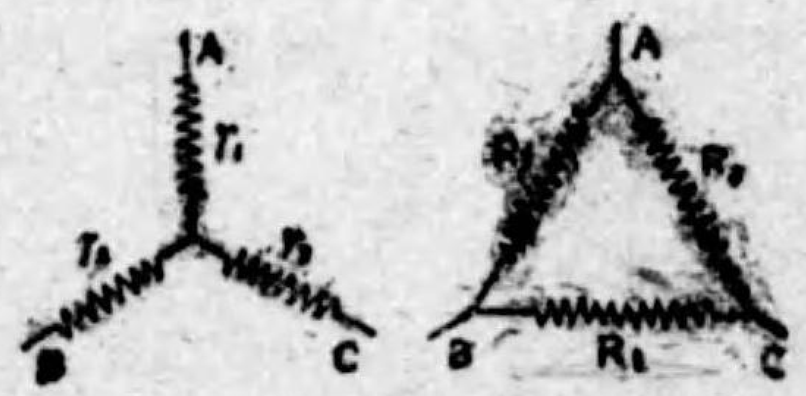
$$R_3=\frac{1}{r_3}\times\frac{P}{S}=\frac{1}{r_3}AB=\frac{r_2r_3+r_1r_3+r_1r_2}{r_3}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

即ち第 4.21 圖の星形を三角形に換算するには

$$R_1=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_1}$$

$$R_2=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_2}$$

$$R_3=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_3}$$



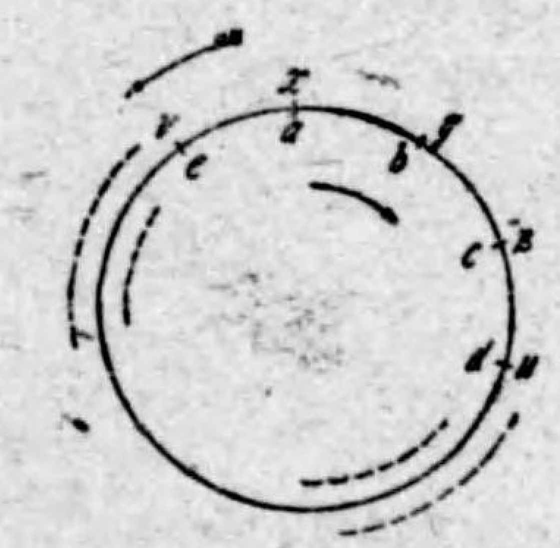
第 4.21 圖

此の公式を暗記するには、分子は總て等しく、星形各邊、二つ宛の積を取り、分母は R_1 に對しては之れと直角な r_1 を、R_2 に對しては之れと直角な r_2 を、

R_3 に對しては之れと直角な r_3 を取る。

上記の特殊聯立方程式では、無闇と各項を一つの文字で表はしたが、斯くすると式の取扱ひが便利であり、又次のやうに、前の特殊方程式が n 元の一般形の場合にも其のまゝ用ひ得る利益がある。

扨、上に解いた方程式が n 元 (n は任意の整數) の場合の一般解を求めて見やう。……此處は多少難しいから抜して進み、後で研究せられてもよい……



第 4.22 圖

$$\left.\begin{aligned} a&=\frac{xv\cdots\cdots uz}{x+v+\cdots\cdots+u+z+y}\\ b&=\frac{yxv\cdots\cdots u}{y+x+v+\cdots\cdots+u+z}\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ e&=\frac{v\cdots\cdots uzy}{v+\cdots\cdots+u+z+y+x}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1)$$

式は第 4.22 圖の如く x, y, z……と之れに對應する a, b, c……を圓周上に畫いて、例へば a の式は反時計式に廻つて、分母は $x+v\cdots$ と全部の和を取り、分子は $xv\cdots$ と廻つて其の積を取り、一回轉より一字だけ少くする。同様にして b, c… の式を作る。此の n 箇の聯立方程式より x, y, z…… の値を求める。

$x+y+z+u+\cdots\cdots+v=S$　$abc\cdots\cdots e=B$　$xyz\cdots\cdots v=P$ と置く。

(1) 式兩邊の連乘積を作ると

$$abc\cdots\cdots e=\frac{x^{n-1}y^{n-1}z^{n-1}\cdots\cdots v^{n-1}}{S^n}=\frac{P^{n-1}}{S^n}\quad B=\frac{P^{n-1}}{S^n}\cdots(2)$$

次に (1) 式を書き直すと

$$\left.\begin{aligned} a&=\frac{P}{S}\cdot\frac{1}{y}\\ b&=\frac{P}{S}\cdot\frac{1}{z}\\ &\cdots\cdots\cdots\\ e&=\frac{P}{S}\cdot\frac{1}{x}\end{aligned}\right\}\text{是等の逆數を取ると}\quad\left.\begin{aligned}\frac{1}{a}&=\frac{S}{P}y\\ \frac{1}{b}&=\frac{S}{P}z\\ &\cdots\cdots\cdots\\ \frac{1}{e}&=\frac{S}{P}x\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(3)$$

(3) 式の兩邊の和を取ると

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\cdots\cdots+\frac{1}{e}=\frac{S}{P}(y+z+\cdots\cdots+x)=\frac{S^2}{P}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\cdots\cdots+\frac{1}{e}=A \quad \text{と置くと} \quad A=\frac{S^2}{P}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

(2) 式と (4) 式の各邊の積を取ると

$$A\times B=\frac{S^2}{P}\times\frac{P^{n-1}}{S^n}=\left(\frac{P}{S}\right)^{n-3} \qquad \frac{P}{S}=\sqrt[n-2]{AB}\cdots\cdots(5)$$

$\sqrt[n]{}$ の形に就ては後で説明する。

(5) を (3) に代入して $x, y, z\cdots\cdots v$ を求めると

$$v=\frac{1}{a}\sqrt[n-2]{AB} \qquad z=\frac{1}{b}\sqrt[n-2]{AB} \qquad x=\frac{1}{e}\sqrt[n-2]{AB}$$

此の形の式は、別に之れと云ふ應用はないが、代數式の變化を練習するのによい演習となると考へたので付け加へたもので、强ひて記憶するに當らない。

4.8 導体の抵抗と開平計算並根號を含む式の計算

少し息抜きをして、肩の凝りをほぐそう。

時は葵の盛り、千代田城は奥深き老中部屋で、背を丸めた鈍州候と生白い雲州候が欠伸を嚙み殺しておじやる。

「さて、さて、鈍州殿、この頃の下々は諸事がいこう高う、米が5兩もするげに御座ります」

「これは、これは、雲州殿には、若い御身柄ながら下々のことに通ぜられ、感服の他御座りませぬわい。して、して、何程が5兩に候や」

問はれて雲州候、腹の中で思へらく、家來の扶持は石で云ふ。1石5兩じや安かろか、1升5兩じや高かろか、まゝよ中取り1斗5兩にして置こう。とんだ處で公定價格が出來ました。

「1斗5兩と聞き申した」

よせよ、雲州、空にや今日もアドバルンの此頃でもそうはしないぞ……

雲の字じやないが、世の中には比較の基準も定めずに惡いとかよいとか、大きいとか少いとかきめてかゝる人が少くない。吾々技術者はこんなことでは困る。

例へば、導体類の抵抗で鐵が大きいとか銅が少いとか云ふのは何を基準として云ふのか、申す迄もなく同じ太さ、同じ長さに就き比較するのであつて、太さを

單位面積に、同じく、長さを單位長に取つた場合の其の物質の抵抗を、固有抵抗 (specific resistance) と稱する。

普通、太さを一平方糎、長さを1糎（即ち1立方糎）とした時の固有抵抗を取るが、電線の抵抗を計算するのには、此の固有抵抗は不便なので、太さ一平方粍、長さ1米の抵抗を以て固有抵抗とする。次に諸種の物質の固有抵抗の値を表示する。

1 立方糎の固有抵抗 (20°C に於けるマイクロオーム)

銀(軟)	1.62	タングステン	5.48	銅	20.6	水銀	95.8	眞鍮	5～7
銅(軟)	1.72	亞鉛	6.1	鑄鐵	57～114	蒼鉛	115	アルミニウム青銅	12
金(軟)	2.40	ニッケル	6.9	白金	10.5	カドミウム銅	2		
クロミウム	2.6	カドミウム	7.5	錫	11.4	硅(青)銅	2～4	炭素(石墨)	2400～4200
アルミニウム	2.82	鐵	10.0	鉛	21.9	燐青銅	2～6	弧光用	4000

上記は純粹金屬の固有抵抗であつたが、其の他の主なる物質の固有抵抗（1立方糎に對する）を示すと次の如くである。

合金	マイクロオーム	液体	オーム	絶縁物	メグオーム
洋銀	2.98	蒸餾水	72.00	パラフイン(石蠟)	$240\times10^6\sim3900$
マンガニン	42.0	硫酸銅の飽和液	25.00	マイカ(雲母)	$10^6\times23\times10^5\sim40\times10^5$
ニクローム	109.5	稀硫酸 (10%)	1.85	ゴム	$800\times10^6\sim1400\times10^6$
		同 (75%)	4.25	エボナイト	$3600\times10^6\sim4200\times10^6$

但し1マイクロオーム ($\mu\Omega$) は百万分の1オーム、1グオームは百万オームである。

之れよりも明かなやうに、絶縁物の抵抗は金屬に對して殆んど無限大に近い値である。

前にもちよつと説明したやうに、抵抗の逆數は導電度であつて、固有抵抗の逆數を導電率と稱する。その導電率と萬國標準軟銅の導電率との比をパーセント導電率（又は單に導電率）と云ふ。次に各種の物質の導電率を與へる。

前にも云つたやうに、電線の固有抵抗は太さ1平方粍、長さ1米の抵抗で表はす。

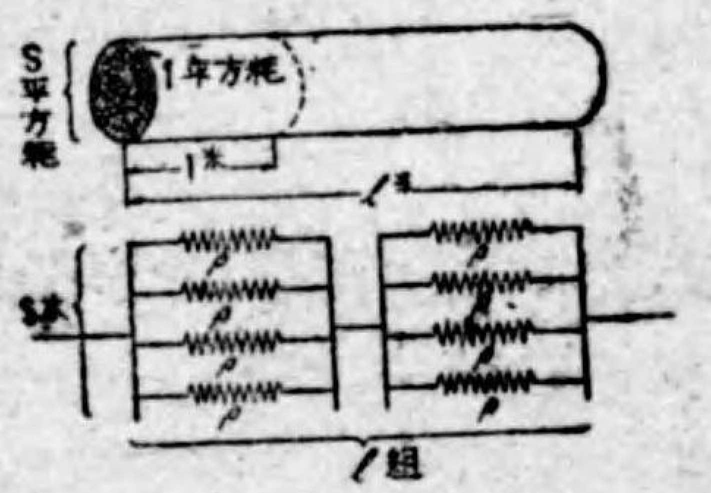
20°C に於けるパーセント導電率

銀(軟)	106	カドミウム銅	86	ニツケル	25	錫	15.1
標準軟銅	100	硅(青)銅	45	白金	16.4	鉛	7.9
金(軟)	71.6	鋼鋁	34	鐵	17.2	水銀	1.8
アルミニウム	61	亞鉛	28.2	眞	8.2	蒼鉛	1.5
						炭素	0.04
						黑鉛	0.2

軟銅 1/58 Ω,　硬銅 1/55 Ω,　アルミニウム 1/35 Ω

此の値は屢々計算に用ひられるから暗記せられたい。

次に、太さ 1 平方粍、長さ 1 米の抵抗、即ち固有抵抗が ρ オームである導体の S 平方粍 l 米の抵抗は、先きに求めた合成抵抗の要領で算定せられる。即ち、S 平方粍であるから 1 平方粍の導体が S 本束ねられて居るのと同樣で、下圖の如くに ρ なる抵抗が S 箇並列にあることに相當する。又長さ l 米と云ふのだから 1 米の抵抗 ρ が l 組直列にあることに相當する。結局は ρ なる抵抗 S 本が並列にあり、之が l 本直列にあると考へられるから



第 4.23 圖

$$合成抵抗\quad R=\left(\frac{\rho}{S}\right)\times l=\rho\times\frac{l}{S}\quad オーム$$

從つて、導體の抵抗は其の長さに比例し、切斷面積に反比例すると云ふことが出來る。

【例】 太さ 1 平方粍、長さ 1 米の抵抗 1/58 Ω なる、直徑 10 粍、長さ1000 米（1 粁）の軟銅線の抵抗を求めよ。

$$切斷面積\ S=圓周率\times(半徑)^2=\pi d^2=3.14\times\left(\frac{10}{2}\right)^2=78.5\ 平方粍$$

$$R=\frac{1}{58}\times\frac{l}{S}=\frac{1}{58}\times\frac{1000}{78.5}\fallingdotseq 0.22\Omega$$

但し π は圓周率を示し、パイと讀む。

【例】 アルミニウム線の固有抵抗を 1/35 Ω として、直徑 5 粍のアルミニウム線 1 粁の抵抗を求めよ。

$$R=\frac{1}{35}\times\frac{l}{S}=\frac{1}{35}\times\frac{l}{\pi d^2}=\frac{1}{35}\times\frac{1000}{3.14\times\left(\frac{5}{2}\right)^2}\fallingdotseq 1.46\,\Omega$$

扨、上記の計算とは逆に、導體の長さ l, 固有抵抗 ρ 及全抵抗 R を知つて其の直徑 2d を求めることが出來る。即ち

$$R=\rho\times\frac{l}{S}=\rho\frac{l}{\pi d^2}$$

此の兩邊に $\frac{d^2}{R}$ を乘ずると

$$d^2=\frac{\rho}{\pi}\,\frac{l}{R}\qquad\therefore\ 直徑\ 2d=2\sqrt{\frac{\rho}{\pi}\times\frac{l}{R}}$$

【例】 1 粁の抵抗が 0.9Ω なる軟銅線の直徑を求めよ。

$$半徑\quad d=\sqrt{\frac{1/58}{3.14}\times\frac{1000}{0.9}}\fallingdotseq\sqrt{6.09}\fallingdotseq 2.47$$

從つて、直徑 4.94 となるが、直徑が 4.94 粍と云ふやうな電線はないから、直徑 5 粍のものを採用すべきである。

扨、上記で開平計算を行つたが、之れは旣に國民學校で學ばれたことである。然し此の場合だけでなく、交流回路のインピーダンスの計算にも用ひられる大切なことであるから一應の說明しやう。

或る數 x を平方（自乘とも云ふ）したものが a に等しいとき、x を a の平方根と云ひ、a を知つて x を求めることを平方に開く（開平）と云ふ。或は平方根を求めるとも稱する。

例へば　　$7^2=49$　　$(-7)^2=49$

であるから、49 の平方根は 7 又は −7 である。……しじゆう苦になるのは質に置くからだ、等とは惡いしやれだ……之れを數學的に書くと

$\sqrt{49}=\pm 7$　一般に正數の平方根は二つあつてその絕對値は相等しく符號は相反する。

$\sqrt{\ }$ を根號（ルート）と云ひ $\sqrt{49}$ をルート 49 と呼ぶ。

又、正數を平方（自乘）しても、負數を平方しても正數となるから、負數の平方根は實數としてない譯で、之れを虛數（きよすう）と云ふ。

1 桁の數迄（1 より 9 まで）の平方は（1—81）1 桁又は 2 桁である。故に、

1 桁又は 2 桁の數の平方根の整數部は 1 桁である。2 桁の數 (10 より 99 迄) の平方は 3 桁又は 4 桁 (100—9801) である。故に 3 桁又は 4 桁の數の平方根の整數部は 2 桁である。同様に 3 桁の數の平方は 5 桁又は 6 桁であるから 5 桁又は 6 桁の數の平方根の整數部は 3 桁となる。以下之れと同樣である。

從つて 567235 の平方根は 56|72|35 と區切つて 3 桁と判る。

又 1952456 の平方根は 1|95|24|56 と區切つて 4 桁と判る。

次に小數にあつては第一位から始まる小數 (0.1—0.9) の平方は (0.01—0.81) 小數第二位又は第一位から始まる小數である。故に小數第一位又は第二位から始まる小數の平方根は小數第一位から始まる小數である。小數第二位から始まる小數 (0.01—0.09) の平方は (0.0001—0.0081) 小數第三位又は第四位から始まる小數である。故に小數第三位又は第四位から始まる小數の平方根は小數第二位から始まる小數である。

從つて 0.00437 の平方根は 0.00|43|7 區切つて小數第二位より始まる。

0.159 の平方根は 0.15|9 と區切つて小數第一位より始まる。

【註】 1 から 9 迄の數字を 0 に對して有効數字と云ふ。

上記の始まると云ふのは有効數字が始まる意味であつた。

【例】 7056 の平方根を求めよ。

此の數の平方根の整數部は上述より 2 桁であると判かる 70|56 の 70 の平方と平方の九九

1. 1 が 1　2. 2 が 4　3. 3 が 9　4. 4—16　5. 5—25

6. 6—36　7. 7—49　8. 8—64　9. 9—81

より求めると $8^2<70<9^2$ から

【註】 70 が 8×8=64 より大きく 9×9=81 より小さいことを斯く表はす。

	8 4
8	)70|56
8	64
160	6 56
4	6 56
164	0

十の位の數字は 8 である。今一の位の數字を x とすると

$$7056=(80+x)^2=6400+(2\times80+x)x$$

$$7056-6400=(2\times80+x)x$$

故に先づ 7056−6400=656 を 2×80=160 で割つて商の 4 を得之れを平方根の一の位の數字と假定して $2\times80+x=2\times80+4=164$

で 7056−6400=656 を割ると $x=4$ で割り切れるから、平方根は 84 であると判る。

上記の計算の順序をまとめると次の如くである。

❶ 平方して 70 より小で之れに最も近い數 8 を求め、8^2 を 70 より引いて差 6 を得る。之れに次の 2 桁 56 を書き添へる……何桁あつても 2 桁づゝ下して書き添へる。

❷ 8 の 2 倍 16 を作り、零を添へて 160 で 656 を割り商 4 を得る。之れを 160 に加へて 164×4 を前の 656 より引く。

斯くすると平方根 84 が得られる。

【例】 392.5627 の平方根を求めよ。

1	1 9. 8 1 3
1	)3|92|56|27|00
20	1
9	292
29	261
9	3166
380	3104
8	5227
3880	3881
1	134600
38810	116439
3	0.018161
38813	

先づ小數点を境として上下で 2 桁宛に區切る。3 に近い平方數は 1 であるから 1 が立ち、以下前と同樣にして計算を進めると、平方根 19.813 と剰餘 0.018161 を得る。4 捨 5 入して答が 19.81 と得られる。

本例を上例を參考として、判かる迄考へられたい。

尙 $x^3=$a であるとき a は x の 3 乘 (又は立方) と云ひ、x を a の 3 乘根 (又は立方根) と云ふ。$x^4=$a となるとき a は x の 4 乘と云ひ、x を a の 4 乘根と云ふ。

一般に n が正の整數であるとき $x^n=$a であれば a は x の n 乘と云ひ、x を a の n 乘根と云ふ。

【補説】 立方根迄は算術で求めてゐるが 4 乘根以上は對數に依つて計算すると便利である

n 乘根に開き切れない數を不盡根數(ふじんこんすう)と云ふ。不盡根數は整數でも分數でもなく又循環(じゆんくわん) (3.151515…… の如く) もしない無限に續く小數である。

斯く循環しないで無限に續く小數を一括して無理數と云ひ　無理數に對して、整數、分數を有理數と云ふ。

上記で平方根の求め方を述べたつひでに、根號を含む式の計算を行つて置こう

a 及 b が正數であるとき、之等の數の平方根の乘法及除法は次の式に依る。

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}\cdots\cdots\sqrt{9}\times\sqrt{16}=3\times4=\sqrt{144}=12$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\cdots\cdots\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}}=\frac{9}{3}=\sqrt{\frac{81}{9}}=\sqrt{9}=3$$

但し根號の前は正とした。以下同様

【例】 $\sqrt{108}$ 及 $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{64}}$ を簡單とせよ。

$$\sqrt{108}=\sqrt{4\times27}=\sqrt{4}\times\sqrt{27}=2\sqrt{27}=2\sqrt{9\times3}=2\sqrt{9}\times\sqrt{3}$$
$$=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{64}}=\sqrt{\frac{8}{64}}=\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{8}}=\frac{1}{\sqrt{4\times2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\times2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

第二項のやうに、分數の分母に根號があるときは、分數の値を變へないで分母を有理數とする。之れを分母の有理化(ゆうりくわ)と云ひ、根號を含む式の取扱ひに當つて極めて大切なことである。

【例】 $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ を有理化せよ。

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の關係を應用する。

$$\frac{1\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

斯樣な計算は第二卷の交流理論になると常に用ひねばならないものである。

4.9 絶緣抵抗の計算

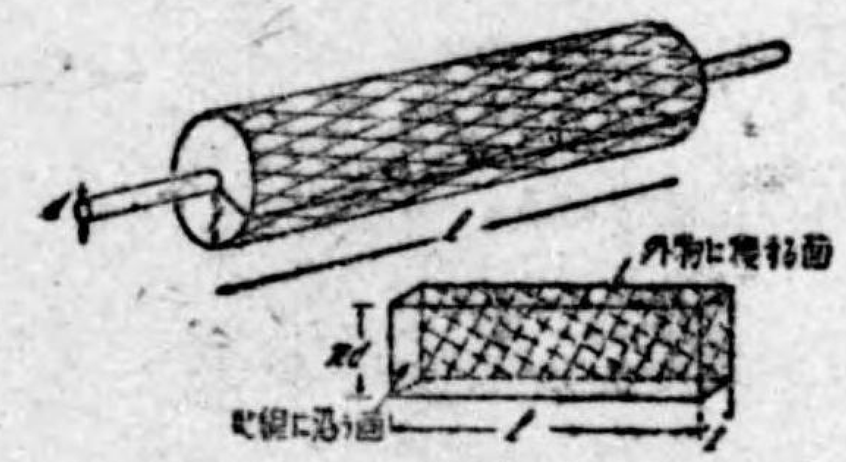
前にも述べたやうに、導体に電流を流そうとすれば、此の導体を絶緣しなければならない。絶緣とは讀んで字の如く、緣を絕つことで、導体と他の物体との緣を電氣的に絕つて漏電しないやうにすることである。例へば地下線を埋設するのに、裸銅線を其のまゝ大地に埋めると、大地は良導体だから電流はどしどし大地に逃げて銅線を通らなくなる。

從つて電氣を効率高く然も安全に導く爲めには導体の抵抗の低いことゝ同時に此の絶緣のよいことが必要である。

此の絶緣の良否を絶緣抵抗(インシユレーシヨンレヂスタンス) (insulation resistance) で表はす。之れは導体と夫れが絶緣せられて居るものとの間の抵抗であつて、此の値が大きい程絶緣がよい

譯である。

斯樣に導体抵抗は小なることが望しく、絶緣抵抗は大なることが望しい。其の要求が相反するやうに計算方法にも相反する處がある。



第 4.24 圖

今第 4.24 圖に於て、直徑 d 粍なる電線に厚さ t 粍なる絶緣を電線長 l 粍に施したとしやう。電線の電流は心線から此の絶緣物を通じて外部に流出しやうとする。其の通路は電線周の絶緣物を圖のやうに切つて押し擴げて考へると明かで

面積は $\pi d\times l$ 　　長さは t に相當する。

今絶緣物の固有抵抗……此の場合1立方粍の抵抗を取る……を ρ_0 とすると

電線の絶緣抵抗 　$R_0=\rho_0\times\dfrac{t}{\pi dl}$

即ち電線の長さ l に逆比例する……導体抵抗は電線の長さに比例した…… 又同じ絶緣厚さとすると電線の直徑にも反比例し、絶緣厚さに正比例する。

此の中で初學者の最も誤り易いのは、絶緣抵抗が電線の長さに反比例するのを導体の場合と同樣に正比例するものとして取扱ふことである。

一見しても明かなやうに、長くなればなる程、電流の逃げ道が廣くなるのだから絶緣抵抗は低下する。

絶緣抵抗は其の値が大きいから、百萬オームを 1 メグオーム (MΩ) と云ひ、之れで表はす。例へば 1 粁に就き 100 MΩ の絶緣抵抗を有する電線は、500 米では 200 MΩ であり、4 粁では 25 MΩ となる。くり返して云ふが、此のことは逆に考へ易いからくれぐれも注意されたい。

例へば、看板燈 1 燈に對し 1 MΩ 以上の絶緣抵抗を持たさねばならないのなら、10 燈では $\dfrac{1}{10}=0.1$ MΩ でよい。之れを 10 MΩ を要する等と云へば大笑ひを受けやう。其の理由は上述から明かである。

抵抗合成の要點

❶ 抵抗の合成

幾つかの抵抗の直並列接續群を一箇の抵抗として取扱つても、加へられる電壓が同一なる時、流るゝ電流にも消費電力にも變りがなければ、此の一箇の抵抗を合成抵抗と云ふ。

(i)　直列抵抗の合成は各抵抗の和である。　$R=\Sigma r$

(ii)　並列抵抗の合成は各抵抗の逆數の和の逆數である。　$R=\dfrac{1}{\Sigma\dfrac{1}{r}}$

❷ 回路の電壓及電流分布

(i)　直列回路の電壓分布は抵抗の比となる。

(ii)　並列回路の電流分布は抵抗の逆比となる。

(a)　$r_1, r_2, r_3\cdots\cdots$ の直列回路に E なる電壓を加へたとき、各抵抗の電壓 $e_1, e_2, e_3\cdots\cdots$ は

$$e_1=E\times\frac{r_1}{r_1+r_2+r_3+\cdots\cdots}\qquad e_2=E\times\frac{r_2}{r_1+r_2+r_3+\cdots\cdots}$$ 以下同様

(b)　$r_1, r_2, r_3\cdots\cdots$ の並列回路に I なる電流が流入したとき、各抵抗の電流 $i_1, i_2, i_3\cdots\cdots$ は

$$i_1=I\times\frac{1/r_1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\cdots\cdots}\qquad i_2=I\times\frac{1/r_2}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\cdots\cdots}$$

以下同様

❸ 分數式の計算心得

(i)　$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\times m}{B\times m}=\dfrac{A\div m}{B\div m}$　　$m\neq 0$　（m ナツト・ゼロと讀み、m が零でないことを示す）

(ii)　$\dfrac{A}{B}\pm\dfrac{D}{C}=\dfrac{AC}{BC}\pm\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{AC\pm BD}{BC}$

(iii)　$\dfrac{A}{B}\times\dfrac{D}{C}=\dfrac{A\times D}{B\times C}$　　$\dfrac{A}{B}\div\dfrac{D}{C}=\dfrac{A}{B}\times\dfrac{C}{D}=\dfrac{A\times C}{B\times D}$

❹ 並列回路のコンダクタンス

抵抗の逆數をコンダクタンスと云ひ、一般に g で表はす。$g=\dfrac{1}{R}$　モー……

但し R はオーム、符號も Ω を逆にして ℧ と記する。

並列回路の合成コンダクタンスは各コンダクタンスの和である。　$G=\Sigma g$

並列回路の電流分布はコンダクタンスの比となる。

【注意】 R_1 R_2 の並列回路の合成抵抗　$R=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}$

之れに I が流入したとき　$i_1=I\times\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$　　$i_2=I\times\dfrac{R_1}{R_1+R_2}$

此の形は極めて大切だから必ず暗記すること。

❺ 等價回路

複雜な回路各部の合成抵抗を求め、簡單な回路に代置（だいち）したもの……或は電氣機器回路を一つの電氣回路で表はしたもの（第四卷參照）……を等價回路と云ふ。等價回路で表はしても電壓電流及電力には變りがない。

【注意】 抵抗 R に電壓 E を加へ、電流 I が流れた時の電力には

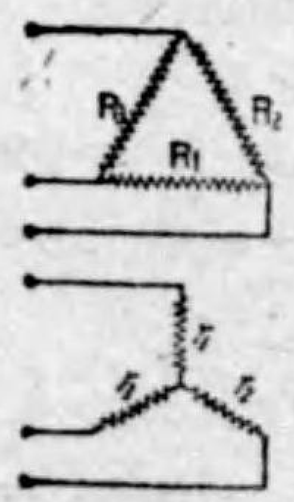
$W=EI$　　$W=\dfrac{E^2}{R}$　　$W=I^2R$　　と三つの表はし方がある。

❻ 合成抵抗の求め方

(i)　複雜な回路の一部分づつの合成抵抗を逐次に求めて全般に及ぶ。……電流分布は之れを逆に求める。

(ii)　回路が對稱的なものは電流分布を定めて逆に合成抵抗を定める。

(iii)　△ 接續を Y 接續に換算する。



第 4.25 圖

$$\left.\begin{aligned}r_1&=\frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}\\ r_2&=\frac{R_3R_1}{R_1+R_2+R_3}\\ r_3&=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3}\\ R_1=R_2=R_3=R\quad r&=\frac{R^2}{3R}=\frac{R}{3}\end{aligned}\right\}\triangle\text{—}Y$$

$$\left.\begin{aligned}R_1&=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_1}\\ R_2&=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_2}\\ R_2&=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_3}\\ R&=\frac{3r^2}{r}=3r\end{aligned}\right\}Y\text{—}\triangle$$

❼ 電橋回路の平衡條件

對應邊の抵抗の積が相等しいとき。

❽ 導体の抵抗

固有抵抗（太さ 1 平方粍、長さ 1 米）を ρ とすれば

太さ S 平方粍、長さ l 米の抵抗　$R=\rho\times\dfrac{l}{S}=\rho\times\dfrac{l}{\pi d^2}$

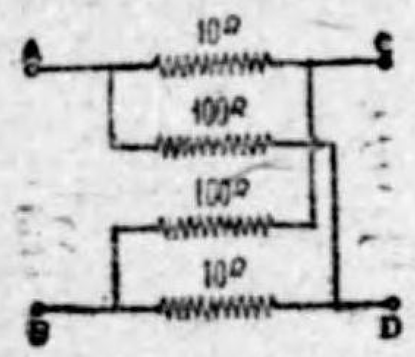
故に導体の直徑　$D=2d=2\sqrt{\rho\dfrac{l}{\pi R}}$

但し ρ の値は、硬銅線 $\dfrac{1}{55}\Omega$　軟銅線 $\dfrac{1}{58}\Omega$　アルミニウム　$\dfrac{1}{35}\Omega$

④　絶縁抵抗　電線の長さに反比例する。

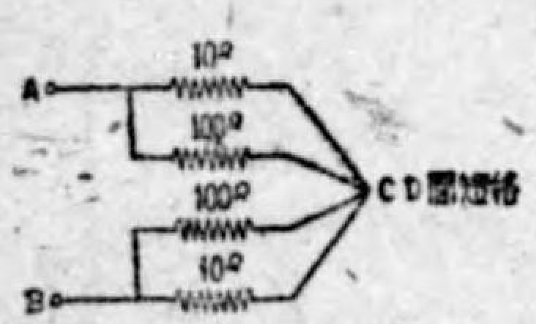
學 習 問 題 並 解 答

〔1〕 第 4.26 圖の如くに抵抗 100 Ω 及 10 Ω が接續せられたる回路に於て端子 A, B 間、C, D 間、A, C 間及 B, D 間の夫々の合成抵抗を求めよ。又端子 C, D 間を短絡（たんらく）(short)（シヨート）したるとき及此の間に 5 Ω の抵抗を接續したる時 A, B 間の合成抵抗は夫々何程となるや。



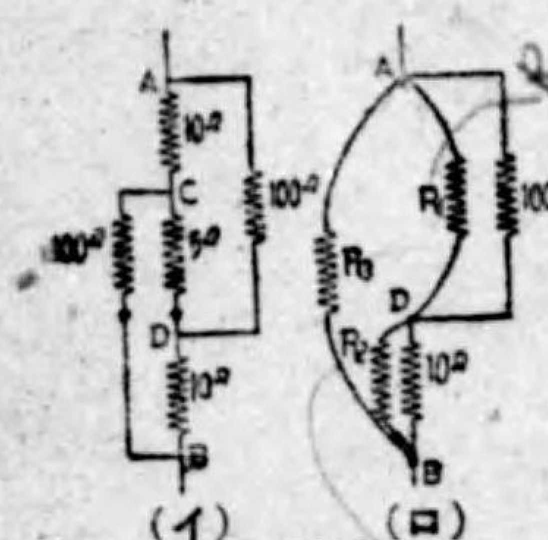
第 4.26 圖

【略解】 端子 A, B 間の合成抵抗を A, B 間より見た合成抵抗とも云ふ。A, B 間より見た合成抵抗 R_{AB} も C, D 間より見た合成抵抗 R_{CD} も相等しく 100Ω と 10Ω の直列が 2 組並列にあることになる。$R_{AB}=R_{CD}=55\Omega$ 又 R_{AC} 及 R_{BD} は 100Ω 10 Ω 100Ω の直列と 10Ω が並列にあることになり、$R_{AC}=R_{BD}\fallingdotseq 9.55\Omega$　次に C, D を短絡したとき ……短絡とは抵抗を零と見做し得る導体で、2 点間を結ぶこと……は、第 4.27 圖のやうに、C と D を重ねて考へるから A B 間より見た此の時の合成抵抗 R_{AB}' は 10Ω と 100Ω の並列が 2 組直列にあることになり　$R_{AB}'\fallingdotseq 13.18\Omega$



第 4.27 圖

で最後の C, D 間に 5Ω を接續したとき A, B 間より見た合成抵抗は相當に厄介で、第 4.28 圖のやうに Y を △ に換算する。一般には △ を Y に換算して合成抵抗を求める方が便利なことが多い然るに本問は之れに反して Y を △ に換算して居る。



第4.28圖

即ち（イ）圖の如くに原回路を書き直し C を星形の中心として CA, CB, CD の Y 抵抗を（ロ）圖 R_1 R_2 R_3 のやうに △ 抵抗に換算すると $R_1=15.5\Omega$, $R_2=155\Omega$, $R_3=310\Omega$ を得る。DB 間抵抗 $\dfrac{310}{33}\Omega$, AD 間抵抗 $\dfrac{3100}{231}$

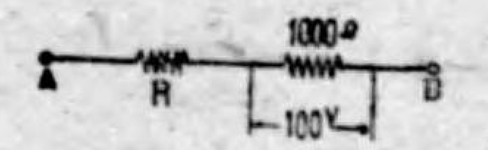
Ω, AB 間は $\dfrac{5270}{231}\Omega$ と 310Ω の並列回路となり A, B 間の合成抵抗 R_{AB} は

$$R_{AB}=\frac{\dfrac{5270}{231}\times 310}{\dfrac{5270}{231}+310}=21.25\Omega$$

訂正　圖にR_1 とあるはR_2
　　　圖にR_2 とあるはR_1
　　　の夫々誤り

と得られる。此の程度の合成抵抗が求めらるゝなら、合成抵抗の求め方は先づ卒業と考へてよい。十二分に研究せられよ。本問のやうな回路を四端子回路網と云ふ。

〔2〕 第 4.29 圖の如く 1000 Ω の抵抗に RΩ を直列とし、其の兩端 A, B 間に 600 V を加へ 1000 Ω の端子電壓を 100 V に爲さんとす。抵抗 R の値を求めよ。



第 4.29 圖

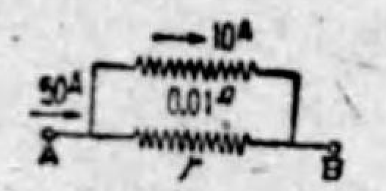
【略解】 之れは第三卷に述べられる電壓計の測定範圍を擴大する倍率器の原理を示すものである。

オームの法則で回路の電流 $(100\div1000)$A　R の電壓は $600-100=500$V　故に $R=5000\Omega$ とも得られるが、直列回路の電壓分布が抵抗の比となることより

$100:(600-100)=1000:R$　より　$R=5000\Omega$

と得るのが賢明である。

〔3〕 第 4.30 圖の如く 0.01 Ω と r Ω なる抵抗を並列とし、之れを電流 50 A が流るゝ回路に接續し 0.01Ω の抵抗に 10 A を流さんとす。之れに適する r の値を求めよ。

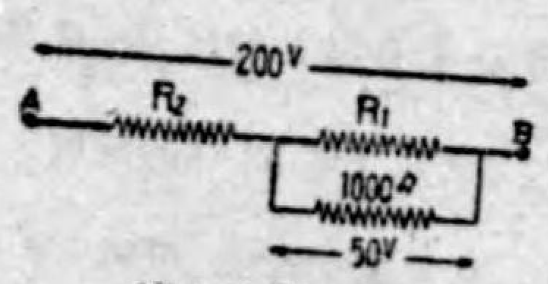


第 4.30 圖

【略解】 之れも第三卷に述べられる電流計の測定範圍を擴大する分流器の原理を示すものである。オームの法則より r の兩端の電壓 (10×0.01)V　r の電流 $(50-10)$A より r の値は 0.0025Ω となるが、並列回路の電流分布は抵抗の逆數比となることより

$10:(50-10)=\dfrac{1}{0.01}:\dfrac{1}{r}$　　$r=0.0025\Omega$　と求める方がよい。

〔4〕 第 4.31 圖の如く、1000Ω の抵抗と $R_1\Omega$ の抵抗を並列とし、之れに R_2 を直列として 200V 回路に接續し、1000Ω の電壓を 50V とし、之れに流るゝ電流を全電流の 1/3 にせんとす。之れに適す



第 4.31 圖

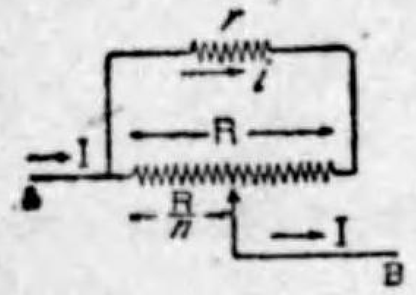
るR_1 及 R_2 の値を定めよ。

【略解】 オームの法則に依つて解くと 1000Ω の電流 (50÷1000)A となり、之れを 3 倍したものが R_2 の電流で、R_2 の電壓は (200－50)V で R_2 の値が定まる。又、R_1 の電流が判るから R_1 の値も定められる。或は

$$\frac{50}{1000}=\frac{200}{\frac{1000R_1}{1000+R_1}+R_2}\times\frac{1}{3}\qquad \frac{\frac{1000R_1}{1000+R_1}}{R_2}=\frac{50}{200-50}$$

の兩式よりも求められる。 $R_1=500\Omega$ $R_2=1000\Omega$

〔5〕 第 4.32 圖の如き接續の回路の A, B 間に電流 I が流入せるとき、r に流るゝ電流 i は何程となるや。



第 4.32 圖

【略解】 $$i=I\times\frac{R/n}{r+\left(R-\frac{R}{n}\right)+\frac{R}{n}}$$

$$=\frac{1}{n}\frac{R}{R+r}I$$ となる。

尚合成抵抗の計算は自から行つて見られよ。之れが万能分流器の原理である。即ち接点を移動して任意の電流 i を得る。

〔6〕 20Ω の抵抗線 3 條あり、共の全部を組合せ之れを 100V 回路に接續し、4 種の異りたる合成抵抗を得むとす。此の場合の接續方法を圖示し、且つ消費電力を算出せよ。(昭 6 第 3 種一次)

【略解】 各場合の合成抵抗を求め 電力＝$\frac{電壓^2}{抵抗}$ より求める方がよい。

❶ 全部直列 170W ❷ 2 條並列と 1 條の直列 333W ❸ 全部並列 1500W ❹ 2 條直列と 1 條の並列 750W

6Ω なる抵抗線が 4 條あるとき、之れを如何に接續せば何種の異つた合成抵抗が得らるゝか研究して見られよ。

〔7〕 夫々異る 4 箇の抵抗が第 4.33 圖の如く接續されたる時、全電流は 10A 流るゝものとせば b, d 端子の何れが幾ボルト高電位となるや。(昭 15 實檢磁氣)

第 4.33 圖

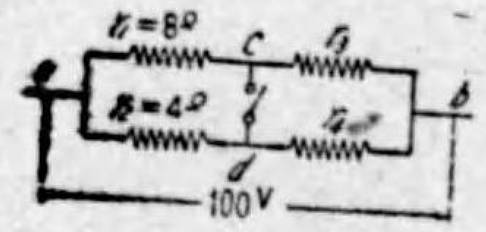
【略解】 實檢とは實業學校卒業程度檢定試驗の略稱である。上の分路 (3Ω と 5Ω の直列) に流るゝ電流を i_1, 下の分路の

電流を i_2 とする。

$$i_1=10\times\frac{(5+7)}{(5+3)+(5+7)}=6A\qquad i_2=4A$$

$e_b=e_a-3i_1$ $e_d=e_a-5i_2$ で b 點が d 點より 2V だけ電位の高いことが判る。

〔8〕 4 箇の抵抗 r_1, r_2, r_3 及 r_4 を第 4.34 圖の如く接續し、a, b 間の電壓を 100V に保ち置き、開閉器 S を開閉するも端子 a, b 間に通ずる全電流は常に 30 A なりと云ふ。r_3 及 r_4 の値を算出せよ。但し、$r_1=8\Omega$, $r_2=4\Omega$ なりとす。(昭和 7 第 3 種一次)



第 4.34 圖

【略解】 即ち S を開閉しても a, b 間の全電流に變化がないと云ふことは、此のブリッヂが平衡狀態にあることを意味する。……證明されよ……

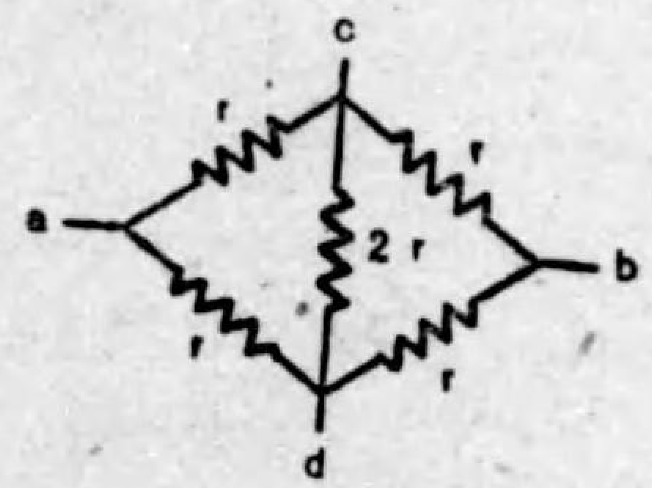
即ち　$r_1r_4=r_2r_3$　$8r_4=4r_3$ ……………………………………(1)

又　$$\frac{8\times4}{8+4}+\frac{r_3r_4}{r_3+r_4}=\frac{100}{30}$$ ……………………………………(2)

此の (1) (2) 兩式より $r_4=1\Omega$ $r_3=2\Omega$ と得られる。

〔9〕 5 箇の抵抗よりなる第 4.35 圖の如き回路に於て、端子 a, b 間及端子 c, d 間に於て測定せる合成抵抗夫々何程なるや。

(昭 12 第 3 種測定)



第 4.35 圖

【略解】 a, b 間より見たとき、此のブリッヂ回路は平衡狀態にあつて……r×r＝r×r……，合成抵抗 $\frac{1}{2}\times2r=r\Omega$ 又 c, d 間は 2r が 3 つ並列にあることになり $\frac{1}{3}\times2r=\frac{2}{3}r$ となる。諸君は a, c, d を Y に換算して a, b 間の合成抵抗を求めて見られよ。

〔10〕 次の各式の値を求めよ。(昭 15 實檢數學)

(イ) a=1 b=－2 c=－3 なるとき $\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}$ の値

(ロ) a=－4 b=3 c=2 d=－5 なるとき

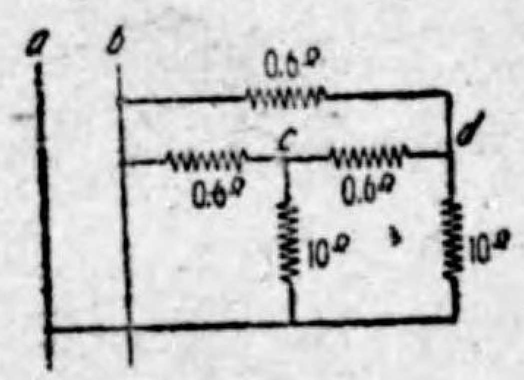
$$\frac{(a+b)(c+d)-(a+d)(b+c)}{ab-bc+cd-da}$$ の値

（ハ）次の式を簡單にせよ。

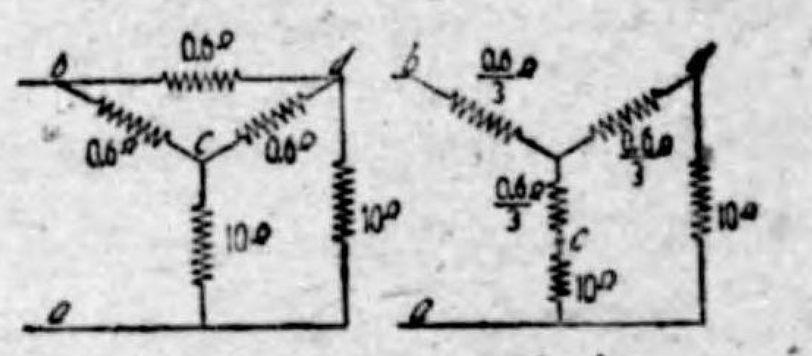
$$\left\{\frac{3}{x+1}-\frac{2x-1}{x^2+\frac{x-1}{2}}\right\}\div\left\{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right\}$$

【略解】（イ）$\frac{1}{2}$　（ロ）-1　（ハ）1

〔11〕第 4.36 圖の回路に於ける a, b 線間の合成抵抗を求めよ。



第 4.36 圖



（イ）　（ロ）

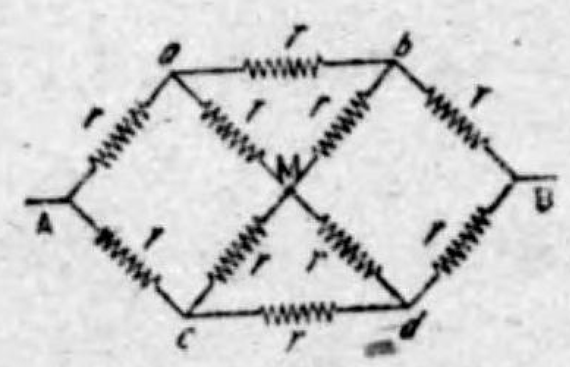
第 4.37 圖

【略解】b, c, d 各間に接續せられる 0.6Ω なる抵抗は △ となつて居る。之れは第 4.37 圖（イ）の如くに書き直すと一層に明瞭である。之れを（ロ）の如くに Y に換算すると、$\frac{0.6}{3}=0.2\Omega$ となり a, b 間の合成抵抗は

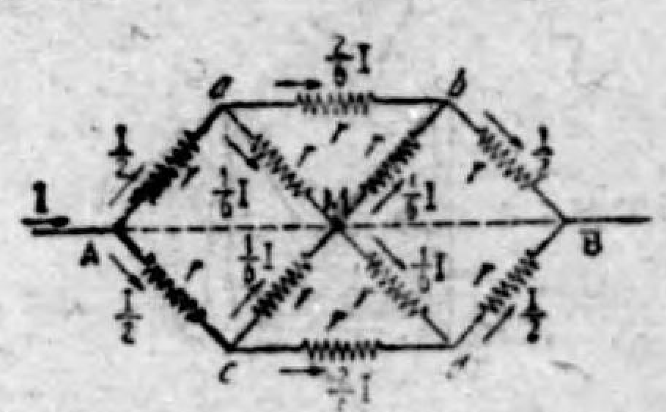
$$R_{ab}=\frac{1}{2}\left(10+\frac{0.6}{3}\right)+\frac{0.6}{3}=5.3\Omega$$　と求められる。

之れは一種の配電線回路であつて、d 点の電壓降下が甚だしいので b 線より d 点の負荷に直接饋電線を設けたのである。諸君は此の直接饋電線の抵抗が 1.2Ω なるときの合成抵抗を求めて見られよ。

〔12〕第 4.38 圖の如き回路に於ける A, B 間の合成抵抗を求めよ。



第 4.38 圖



第 4.39 圖

【略解】圖を見ても明かなやうに、本回路は全く對稱的な回路であるから、其の電流分布は第 4.39 圖のやうになる。今 A a b B を取つて考へると

$$E_{AB}=\frac{I}{2}r+\frac{2}{6}Ir+\frac{I}{2}r$$

となり、A, B 間の合成抵抗は　$R_{AB}=\frac{E_{AB}}{I}=\frac{4}{3}r$　となる。本回路は上下對稱回路であるから……電檢受驗「テキスト」計算篇第三種用 P 29 以下參照……A, B を軸として下半分を上に折り返し a と c 及 b と d を重ねて考へてもよい。或は Y—△ 換算方法を用ひても計算される。

〔13〕次の各電線の 1 粍の抵抗を求めよ。(20°C)

（イ）直徑 12 粍の軟銅線　（ロ）直徑 3.2 粍の軟銅線

（ハ）直徑 5 粍の硬銅線　（ニ）直徑 1.2 粍の硬銅線

（ホ）直徑 3.5 粍の硬引（かたびき）アルミニウム線　（ヘ）直徑 2.6 粍の硬引アルミニウム線

【略解】（イ）0.15Ω　（ロ）2.17Ω　（ハ）0.91Ω　（ニ）15.93Ω　（ホ）2.99Ω　（ヘ）5.41Ω

〔14〕1 粁の抵抗（20° C）が下記の如き電線の直徑を求めよ。

（イ）0.89Ω の軟銅線　（ロ）0.63Ω の硬銅線　（ハ）91Ω の硬銅線

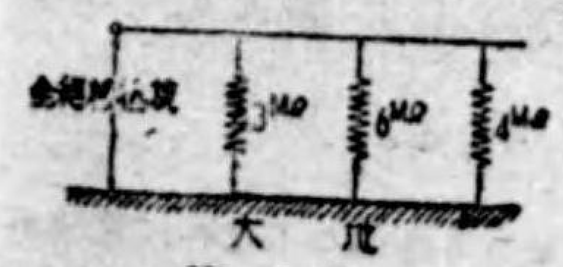
（ニ）1.8Ω の硬引アルミニウム線

【略解】（イ）5 粍　（ロ）6 粍　（ハ）0.5 粍　（ニ）4.5 粍

〔15〕導体の太さ 50.27 平方粍なる電線に絶緣被覆を施さんとす。共の絶緣抵抗を太さ 19.64 平方粍にして絶緣被覆の厚さ 1.3 粍なる電線と同一にせんとす。絶緣被覆の厚さを何程とすべきや。但し兩者共に同一絶緣材料を用ふるものとす

【略解】本文でも述べたやうに、同一絶緣抵抗を得るには、絶緣被覆の厚さを直徑に比例して増大する。先づ直徑を求むると 5 粍と 8 粍となり、厚さ 2.08 粍となる。

〔16〕配電線全區間を 3 分して夫々の絶緣抵抗を測定するに 3MΩ, 6MΩ 及 4MΩ なりと云ふ。全區間の絶緣抵抗を求めよ。



第 4.40 圖

【略解】斯樣な問題は本文でも説明したやうに、誤つて考へ易いから念の爲めに圖示すると第 4.40 圖の如くであつて

$$全絶緣抵抗=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}}$$

となり 1.33 MΩ となる。

〔17〕 三つの抵抗あり、其の二つ宛を直列として合成抵抗を測定するに 13Ω, 18Ω, 15Ω なりと云ふ。各抵抗値を求めよ。

【略解】 之れは三接地板法に依る抵抗測定の原理であつて第三卷で說明される。此處では單なる計算問題として取扱ふ。三つの抵抗を R_1 R_2 R_3 とすると題意より下式を得る。

$R_1+R_2=13$……(1)　　$R_2+R_3=18$……(2)　　$R_3+R_1=15$……(3)

此の (3) 式の兩邊を加へ合せて 2 で除すると　　$R_1+R_2+R_3=23\Omega$…(4)

(4) の兩邊より (2) の兩邊を引くと　　$R_1=5\Omega$

(4) の兩邊より (3) の兩邊を引くと　　$R_2=8\Omega$

(4) の兩邊より (1) の兩邊を引くと　　$R_3=10\Omega$

並列にして合成抵抗を求めた場合ならコンダクタンスで取扱へばよい。

〔18〕 100V, 20W の電球 1 箇と 100V, 30W の電球 1 箇とを直列とし、之を 200V の電源に接續せば、何れの電球の電壓が定格値を超過するか、此の場合兩電球とも定格電壓にて點火する爲には幾何オームの抵抗を何れの電球に並列に接續すべきか。(昭和 13 年第 3 種一次)

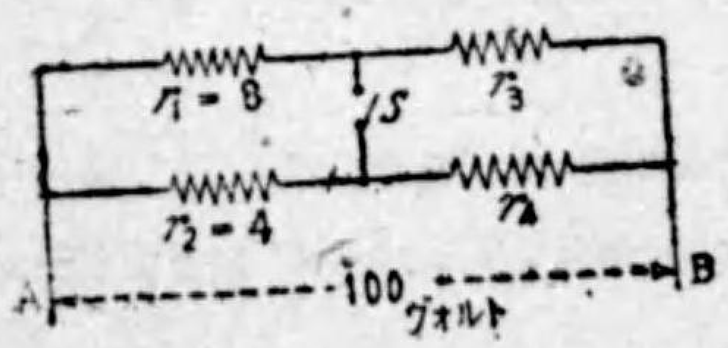
【略解】 電力 $W=\frac{E^2}{R}$ の式より $R=\frac{E^2}{W}$ を得る。

各電球點燈時の抵抗は

20W の抵抗 $R_1=\frac{100\times100}{20}=500\Omega$　　30W の抵抗 $R_2=\frac{100\times100}{30}=\frac{1000}{3}\Omega$

從つて電壓分布は抵抗の比となり 20W の方に多くの電壓を受け、之れが定格値を超過する。故に 500Ω に並列抵抗 R を附加して其の合成抵抗を 30W の抵抗と等しくする。

$R_2=\frac{R_1R}{R_1+R}$　　$\frac{1000}{3}=\frac{500R}{500+R}$　　$R=1000\Omega$



第 4.41 圖

〔19〕 第 4.41 圖の如き回路の A, B 間に 100V を加へ開閉器 S を開閉するも A, B 間を通する電流は一定値にして 30 A なりと云ふ。r_3 及 r_4 の値を求めよ。

【略解】 S を投入したことに依つて之れに電流が流れるとすると、電流分布が異り全電流も相違する。從つて S に電流が流れない。換言すると S の兩端は同電位で、此のブリツヂ回路は平衡狀態にあることが判る……又は S を開閉しても全合成抵抗に變りがないと云ふことはブリツヂが平衡狀態にあることを意味する…

$r_1r_4=r_2r_3$　　$8r_4=4r_3$　　$r_3=2r_4$ ……………………………… (1)

又題意より　$30=\dfrac{100}{\dfrac{8\times4}{8+4}+\dfrac{r_3r_4}{r_3+r_4}}=\dfrac{100}{\dfrac{8}{3}+\dfrac{r_3r_4}{r_3+r_4}}$ …………(2)

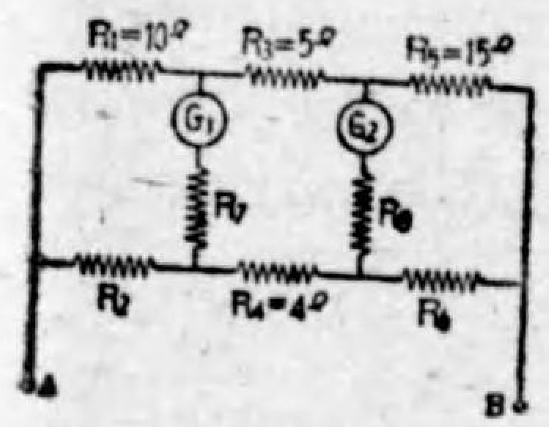
(1) より $\frac{r_3}{r_4}=2$　兩邊に 1 を加へ $\frac{r_3+r_4}{r_4}=2+1=3$　　$r_3+r_4=3r_4$……(3)

(此處の式の變化……$r_3+r_4=3r_4$ とした手際……を見習はれよ)

此の (3) を (2) 式に代入すると

$\frac{8}{3}+\frac{r_3r_4}{3r_4}=\frac{100}{30}=\frac{10}{3}$　　$\frac{r_3}{3}=\frac{10}{3}-\frac{8}{3}=\frac{2}{3}$

$r_3=2\Omega$　　$r_4=\frac{1}{2}r_3=\frac{1}{2}\times2=1\Omega$

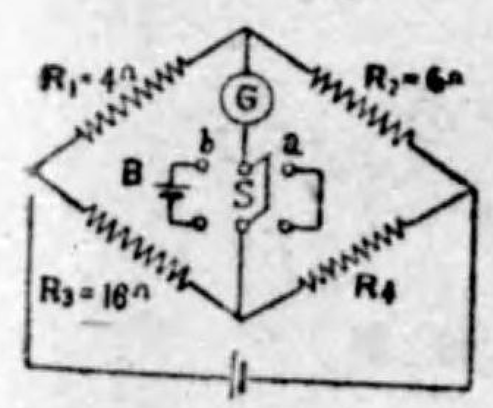


第 4.42 圖

〔20〕 第 4.42 圖の如き回路に於て、檢流計 G_1 及 G_2 の振れを零とするには R_2 R_6 の値を如何にすべきや。但し $R_1=10\Omega$, $R_3=5\Omega$, $R_4=4\Omega$, $R_5=15\Omega$ とす。

【略解】 $R_1R_4=R_2R_3$ 及 $R_2R_6=R_4R_5$ の關係にあれば G_1 及 G_2 回路の兩端は同電位となる。之れより

$R_2=\frac{R_1R_4}{R_3}=8\Omega$　　$R_6=\frac{R_4R_5}{R_3}=12\Omega$　を得る。



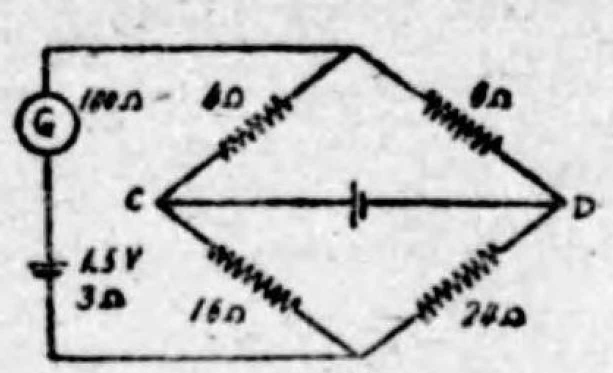
第 4.43 圖

〔21〕 第 4.43 圖の如き電橋回路に於て、檢流計 G の回路の開閉器 S を a 側に倒すに檢流計 G の振れ零なりと云ふ。R_4 の値を計算せよ。又開閉器 S を b 側に倒し檢流計 G の回路に起電力 1.5 V, 內部抵抗 3 Ω なる電池 B を挿入したる場合の檢流計に流るゝ電流を計算せよ。但し、G の內部抵抗を 100Ω とす。

【略解】 S を a 側に倒して G の振れを零とした場合は電橋は平衡狀態となるから次の關係が成立する。

$R_1R_4=R_2R_3$　　之より $R_4=\frac{R_2R_3}{R_1}$　　數値を代入して $R_4=\frac{6\times16}{4}=24\Omega$

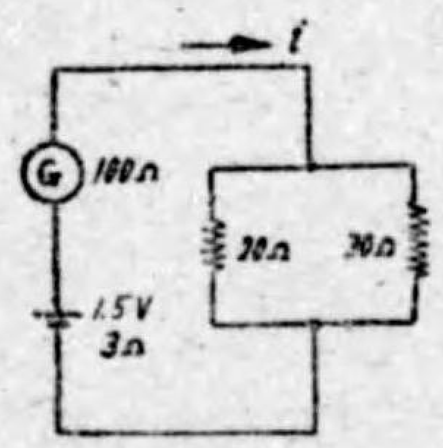
次に S を b 側に倒したる場合は第 4.44 圖の如くになる。



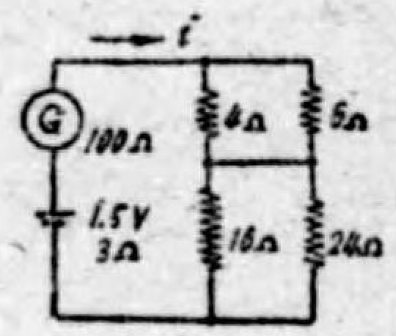
第 4.44 圖

C, D 間に結ばれたる電池には電流は通じない。電橋は平衡してゐる故に第 4.44 圖は又次の第 4.45 圖の如くに書換へることが出來る。圖より 20Ω と 30Ω との並列抵抗値は $\frac{20\times30}{20+30}=12\Omega$

故に電流 i は $i=\frac{1.5}{100+3+12}=\frac{1.5}{115}=0.013$ A



第 4.45 圖



第 4.46 圖

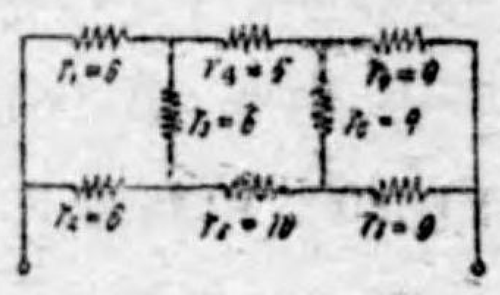
電橋回路に於て檢流計回路と電池回路を入れ換へても矢張り平衡狀態であつて、檢流計には電流が流れない。

檢流計に電流が流れないから、其の回路は開の狀態と考へて差支へはない。又檢流計に電流が流れないことは其の兩端の電位差が零である、即ち等電位点であるから此の兩点間を抵抗零の導線にて短絡しても又同じことである。即ち第 4.46 圖のやうに考へて計算してもよい。

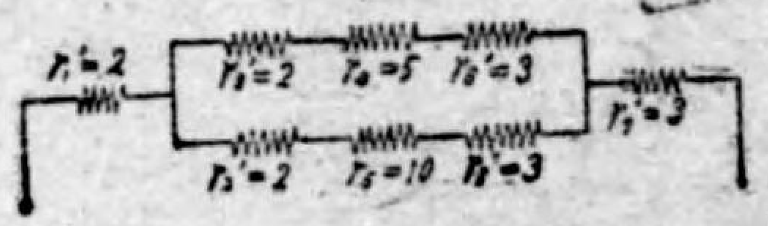
$$i=\frac{1.5}{100+3+\frac{4\times6}{4+6}+\frac{16\times24}{16+24}}=0.013\text{ A}$$

〔22〕 第 4.47 圖の如き回路に於ける合成抵抗を求めよ。

但し $r_1=r_2=r_3=6\Omega$, $r_4=5\Omega$, $r_5=10\Omega$, $r_6=r_7=r_8=9\Omega$ とす。



第 4.47 圖



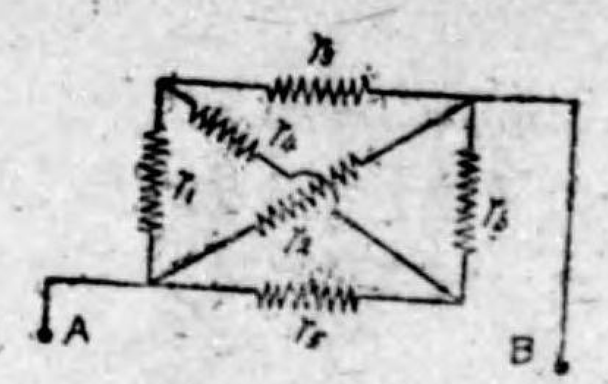
第 4.48 圖

【略解】 r_1 r_2 r_3 の三角接續及 r_6 r_7 r_8 の三角接續を星形に換算すると第 4.48 圖の如くになり合成抵抗は結局 11Ω となる。

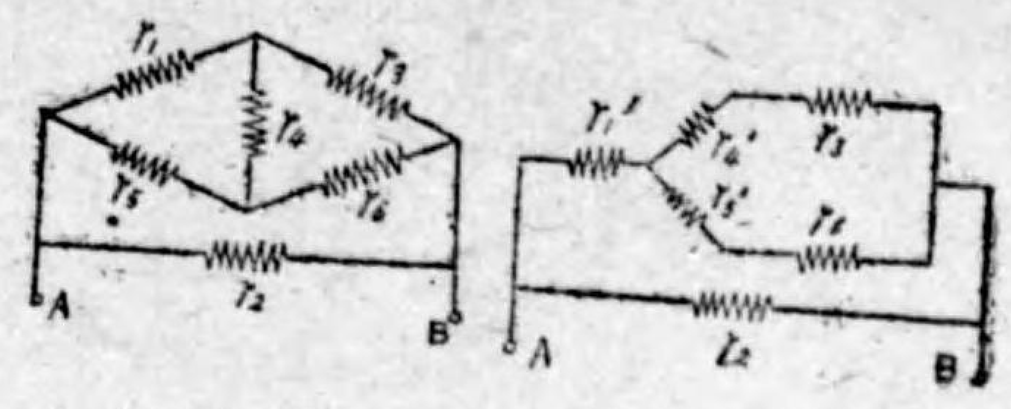
〔23〕 第 4.49 圖の如き回路に於て

$r_1=2\Omega$, $r_2=3\Omega$, $r_3=5\Omega$, $r_4=r_5=4\Omega$, $r_6=6\Omega$

なるとき A, B 間の合成抵抗を求めよ。



第 4.49 圖



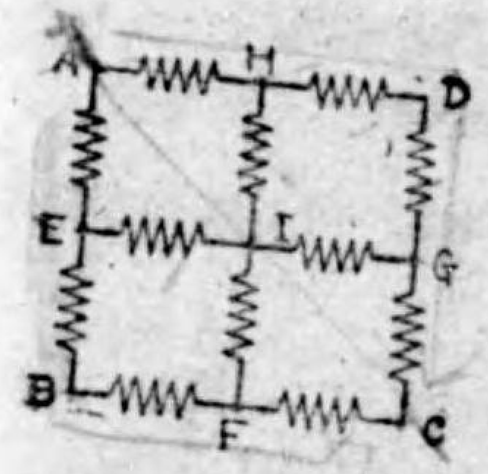
(イ)　(ロ)

第 4.50 圖

【略解】 先づ圖を書き直すと第 4.50 圖の（イ）の如くになる。此の r_1 r_4 r_5 なる三角接續を星形に換算して（ロ）圖の r_1' r_4' r_5' とする。

$$r_1'=\frac{r_1r_5}{r_1+r_4+r_5}=0.8 \qquad r_4'=\frac{r_1r_4}{r_1+r_4+r_5}=0.8 \qquad r_5'=\frac{r_4r_5}{r_1+r_4+r_5}=1.6$$

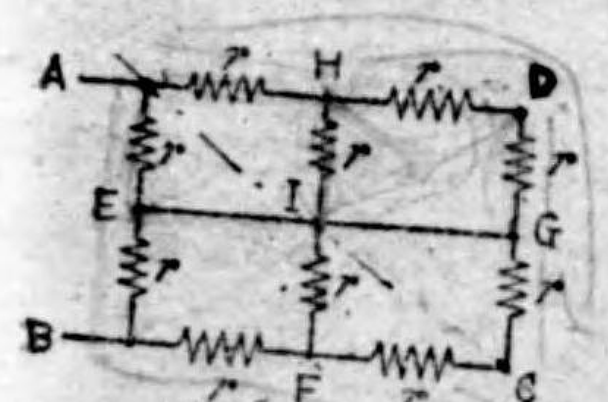
斯樣に換算をすると後は直並列回路の合成抵抗を求めることゝなり $R_{AB}=1.33\Omega$ と計算される。



第 4.51 圖

〔24〕 第 4.51 圖の如く相等しき r なる抵抗 12 箇を接續し A, B 間に 10V を加へた時の C, D 間の電壓並 A, C 間に 10V を加へたる時の B, D 及 H, F 間の電壓を求めよ。

【略解】 A, B 間に 10V を加へた時　E, I, G を軸として考へると、上下對稱回路となるから E, I, G は同電位で、是等は第 4.52 圖のやうに結んで考へることが出來る。從つて A E 間には $\frac{10}{2}=5$V が加はり



第 4.52 圖

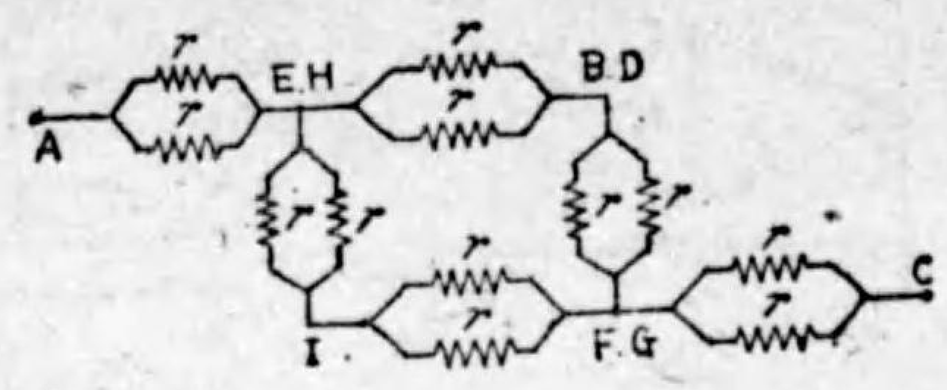
A H への流入電流 $\frac{5}{r+\frac{2r\times r}{2r+r}}=\frac{3}{r}$ A

H D G の電流 $\frac{3}{r}\times\frac{r}{2r+r}=\frac{1}{r}$ A

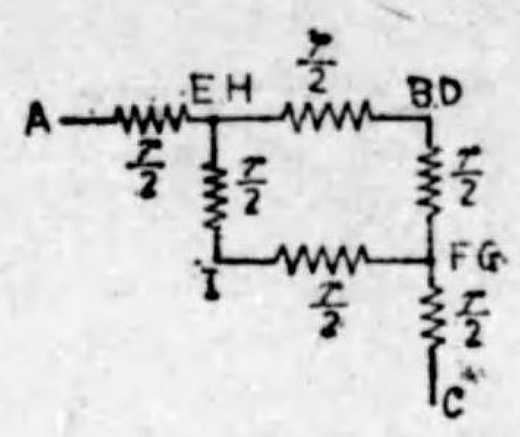
D G 間電壓 $=\frac{1}{r}\times r=1$V

故に D, C 間電壓は 2V となる。

次に A, C 端子間に 10V を加へたすると、E と H, B と D, G と F は夫々同電位点となつて其の等價回路は第 4.53 圖の（イ）（ロ）の如くになり B, D 間の電壓は零、A, C 間の合成抵抗は 3r/2 となり、全電流 20/3r A で、1 分岐路の電流は 10/3r となり其の



（イ）



（ロ）

第 4.53 圖

電壓　$\frac{10}{3r} \times r = \frac{10}{3} = 3.33V$

5　電池の接續

5.1　電池の直並列接續

喜劇役者になつて居るとか聞く、校醫大籔氏の御令息と講者は、幼なかりしころ、小學校で机を並べるの光榮に浴した。或る日の算術の時間に

「1 人で 10 貫の石を牽(ひつ)ばれるものとすると 500 貫の石を動かすには何人で綱を引かねばなりませんか」

センセイ、センセイ、50人ですと口々に雲雀のやううに答へた中に、後年の大籔役者は

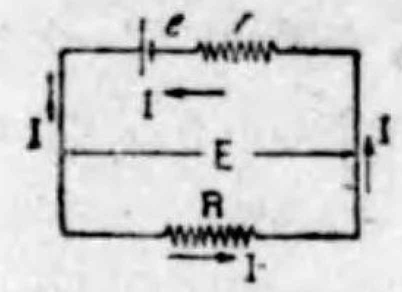
「センセイ、1 本の綱では切れますから、10 人宛が 5 本の綱で牽ばります」

と、天晴れ、實際家としての片鱗を示した。誠に用意周到、親に似ぬ正銘の鬼子であつた。……父、大籔氏は、あはてると患者の頭に聽診器を當て、先生、夫りや頭ですよと注意すると、あゝそうか、そうかと自分の胸に聽診器を當てたと云ふ逸話の持主であつた……。然し、不幸にして、此の浮世は大籔役者の實際家的發言を喜劇のセリフとしてしか受入れなかつたが……。

扨、1 箇の電池の起電力及之れに通じ得る電流は、大体定まつて居る。從つて之れ以上の起電力は出せないし、夫れ以上の電流を流すと電池は破損せられる。

其處で電池から高い電壓を得るには、何箇もの電池を直列に接續し、尙多くの電流（大なる電力）を取出すには何組かを並列に接續する。其の要領は前に大籔役者が答へたのと同樣で、大きな石（電力）を動かすには多くの人（直列箇數）が何本もの綱（並列數）で引張るのと同樣である。

以下、電池の直並列接續に就て硏究しやう。



第 5.1 圖

其の前に第 5.1 圖のやうに、起電力が e ボルト、內部抵抗が r オームの 1 箇の電池に抵抗 R オーム……之れを外部抵抗とも云ふ……を接續した塲合、之れに流るゝ電流を I としたとき、是等の間の數式的關係を求めて見やう。此の閉回路にキ氏の第二法則を適用すると

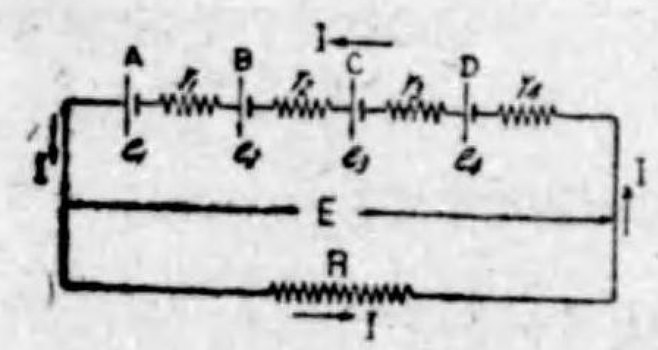
$$e = IR + Ir = I(R+r) \qquad I = \frac{e}{R+r}$$

$$E = IR = e - Ir \qquad Ir = e - E \qquad r = \frac{e-E}{I} \qquad I = \frac{e-E}{r}$$

即ち、此の IR を電池の端子電壓と云ひ、電池の起電力から內部電壓降下を引いたものとなる。

上式の e, E, r 及 I の 4 つの中で何れか 3 つが與へられると、他の 1 つが計算されることをよく理解されたい。

次に、高い電壓（電流は少）を得たいときには第 5.2 圖のやうに幾つかの電池を直列に接續する。



第 5.2 圖

各電池の起電力を e_1, e_2, e_3, e_4…… 各內部抵抗を r_1, r_2, r_3, r_4…… とし、之れに外部抵抗 R を接續したとき、I なる電流が流れたとしやう。此の閉回路にキ氏の第二法則を適用すると

$$e_1+e_2+e_3+e_4 = IR + Ir_1 + Ir_2 + Ir_3 + Ir_4$$
$$= IR + I(r_1+r_2+r_3+r_4)$$

此の式で　$e_0 = e_1+e_2+e_3+e_4$　$r_0 = r_1+r_2+r_3+r_4$　と置くと

$$e_0 = IR + Ir_0 = I(R+r_0) \qquad I = \frac{e_0}{R+r_0}$$

第 5.3 圖

となり、之れは電池 1 箇の塲合の式と等しい。從つて第 5.2 圖の直列接續の電池は、其の起電力 e_0 が各電池起電力の和（Σe）であり、內部抵抗 r_0 が各電池內部抵抗の和（Σr）である。第 5.3 圖のやうな 1 箇の電池として取扱つてよい。

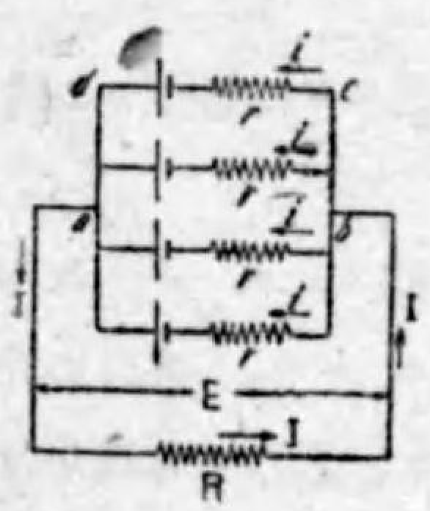
従つて　$E=e_0-Ir_0$　　$r_0=\frac{e_0-E}{I}$　　$I=\frac{e_0-E}{r_0}$　　となる。

電池の直列接續に當つて、注意しなければならないことは、各電池に同一の電流が流れるのだから、各電池の電流容量（許し得る電流）が相等しからねばならないことである。又、直列接續とは圖よりも明かなやうに、一つの電池の − 極と次の電池の + 極を順次に結ぶのである。多くの場合、直列に接續する各電池の起電力 e 及抵抗 r は相等しい。今相等しい電池 n 箇を直列としたとすると $e_0=ne$　$r_0=nr$　となるから

$$ne=I(R+nr) \qquad I=\frac{ne}{R+nr}$$

$$E=ne-Inr \qquad r=\frac{ne-E}{nI} \qquad I=\frac{ne-E}{nr}$$

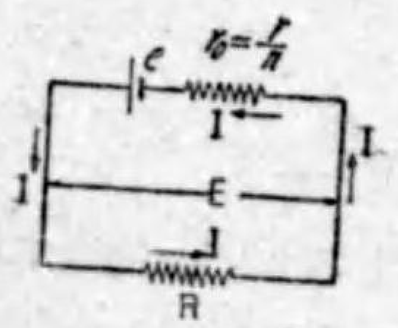
次に電池の並列であるが、電池を並列とするには普通第 5.4 圖のやうに相等しい電池の + 極を共に結んで一方の引出しとし − 極を共に結んで一方の引出しとし、此の間に外部抵抗 R を接續する。前と同様に電池 1 箇の起電力を e, 内部抵抗を r, R に流れる電流を I とすると各電池の起電力及内部抵抗は相等しいから、n 箇の電池が並列に接續されて居ると、各電池に I/n 宛分流する。今 aRbcda の閉回路にキ氏の第二法則を適用すると



第 5.4 圖

$$e=IR+ir=IR+\frac{I}{n}r=I\left(R+\frac{r}{n}\right)$$

此の式を電池1箇の場合の式と比較すると、第 5.4 圖は第 5.5 圖の如くに、起電力 e は 1 箇の電池の起電力に等しく、其の内部抵抗 r_0 が 1 箇の電池の内部抵抗の n 分の 1 に等しい 1 箇の電池と考へて差し支へない。



第 5.5 圖

$$I=\frac{e}{R+\frac{r}{n}} \qquad E=IR=e-\frac{I}{n}r \qquad r=n\frac{e-E}{I}$$

$$I=\frac{n(e-E)}{r}$$

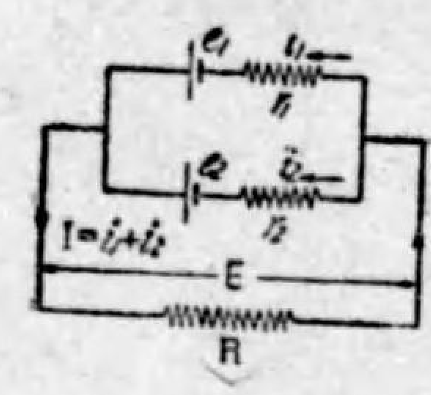
電池の直列接續では全体としての起電力は 1 箇の起電力の n 倍となつたが、

供給し得る電流は電池 1 箇の電流であつた。

然るに、並列接續とすると、全体としての起電力は1箇の起電力に等しいが、供給し得る電流は電池 1 箇の電流の n 倍となる。

即ち、直列接續は高電壓小電流を取出すのに適し、並列接續は低電壓大電流を得るのに適する。

次に並列とすべき電池の起電力及内部抵抗の相違する場合を考へて見やう。第 5.6 圖に於て……之れは既に第 3.10 圖及第 3.15 圖に於て研究した……起電力 e_1, 内部抵抗 r_1 なる電池と起電力 e_2, 内部抵抗 r_2 なる電池を並列として外部抵抗 R に接續したとき各電池よりの供給電流を i_1, i_2 として、各閉回路にキ氏第二法則を適用すると



第 5.6 圖

$$e_1=i_1r_1+(i_1+i_2)R=i_1(R+r_1)+i_2R \cdots (1)$$

$$e_1-e_2=i_1r_1-i_2r_2 \cdots\cdots (2)$$

(2) 式より　$i_2=\frac{i_1r_1+e_2-e_1}{r_2}$　之れを (1) 式に代入し

$$i_1(R+r_1)+\frac{R}{r_2}(i_1r_1+e_2-e_1)=e_1$$

$$i_1\left(R+r_1+\frac{Rr_1}{r_2}\right)=e_1-\frac{R}{r_2}(e_2-e_1)=\frac{e_1r_2+Re_1-Re_2}{r_2}$$

$$i_1=\frac{e_1r_2+Re_1-Re_2}{r_2}\times\frac{r_2}{R_1r_2+r_1r_2+Rr_1}=\frac{e_1r_2+(e_1-e_2)R}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}$$

同様に　$i_2=\frac{e_2r_1+(e_2-e_1)R}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}$

此の i_1 と i_2 の比を取ると　$\frac{i_1}{i_2}=\frac{e_1r_2+(e_1-e_2)R}{e_2r_1+(e_2-e_1)R}$

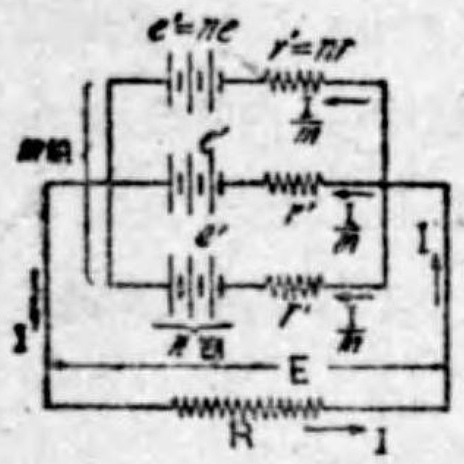
今、兩電池の起電力を等しいとすると　$e_1=e_2$

$\frac{i_1}{i_2}=\frac{r_2}{r_1}$　各電池の電流は内部抵抗に反比例する。

従つて、起電力が等しく、電流容量の異なる電池を並列に接續したとき、各電池の内部抵抗が電流容量の反比（逆比）とならないと、電流容量の比に電流が流れない。即ち電池を經濟的に並列に使ふには……各電池を其の電流容量一ぱいに使ふには各電池の内部抵抗がその電流容量の逆比とならねばならない。此のこと

は電池の並列運轉だけでなく、其の他の電氣機器の並列運轉に於ても、極めて大切な思想となるからよく理解して置かれよ。勿論、起電力が等しく、内部抵抗が等しいと $\frac{i_1}{i_2}=1$ $i_1=i_2$ となり、等しく分流する。

次に電壓も高く、電流も多く取り出したい場合には、直列とした電池の適當組數を並列に接續する。



第 5.7 圖

今、第 5.7 圖の如くに、起電力 e, 内部抵抗 r なる電池を n 箇直列としたものを m 組並列とし、外部抵抗 R に接續した時を考へると、各電池の直列群に流れる電流は I/m となる。

何となれば、一つの分路の電流を i′, 他を i″ とすると、此の閉回路にキ氏の第二法則を適用して

$i'r'-i''r'=e'-e'=0$ より

$r'(i'-i'')=0$ $i'=i''$

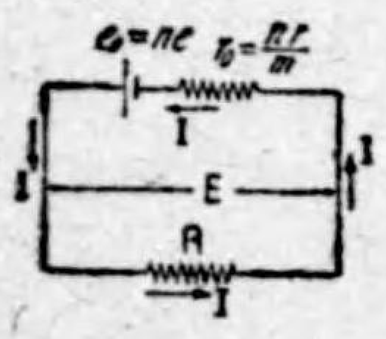
即ち、どの 2 つを取つても電流が相等しいから、全分路の電流が相等しく I/m となる。

從つて、今一つの直列回路と抵抗 R よりなる閉回路に於て

$$e'=ne=IR+\frac{I}{m}r'=IR+I\frac{nr}{m}=I\left(R+\frac{nr}{m}\right)$$

$$I=\frac{ne}{R+\frac{nr}{m}}$$ 此の式は大切だから記憶されよ。

從つて、第 5.7 圖の電池群は、第 5.8 圖のやうな 1 箇の電池を以て書き表はすことが出來る。故に容易に次の關係式が得られる。



第 5.8 圖

$$I=\frac{e_0}{R+r_0} \qquad E=e_0-Ir_0=ne-I\frac{nr}{m}$$

$$r_0=\frac{e_0-E}{I} \qquad \frac{nr}{m}=\frac{ne-E}{I} \qquad r=\frac{m}{n}\left(\frac{ne-E}{I}\right)$$

$$I=\frac{e_0-E}{r_0}=\frac{ne-E}{\frac{nr}{m}}=\frac{mne-me}{nr}$$

先きに幾つかの抵抗の直並列接續は 1 箇の合成抵抗にて表はし得ることを說明

したが、以上の說明に依つて幾つかの電池を直並列に接續した場合も同樣に 1 箇の電池を以て表はし得ることが判る。其の代表電池の起電力は……1 箇の電池の起電力×直列全數＝ne……であり、内部抵抗は…nr/m で… r が n 箇直列のもの m 組が並列にある合成抵抗となる……

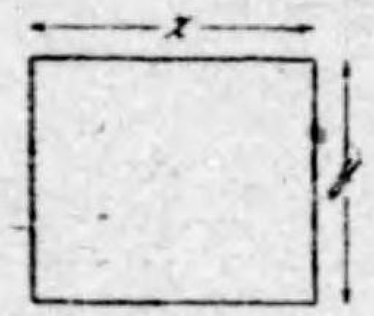
5.2 代數學の極大極小と電池群より最大電流を得る接續

此處に一定數の電池がある。之れに或る外部抵抗を接續するに當り、外部抵抗に流るゝ電流を最大とする爲めには如何なる直並列接續とすればよいかを研究しやう。

其の前に、代數學に次のやうな定理……既に眞であると認められた事柄から推論して其の眞理であることが證明せられた事柄を云ふ……がある。

❶ 二數の積が一定なるとき其の和の最小となるのは、二數の等しい時である

❷ 二數の和が一定なるとき、其の積の最大となるのは二數の等しい時である



第 5.9 圖

第 5.9 圖のやうに、二數を x 及 y とすると、$x\times y$ は其の面積、$(x+y)$ は周邊の長さの ½ となる。從つて、❶ は面積が一定である矩形の周邊が最小なのは、$x=y$ 即ち正方形の場合であることを表はす。逆に ❷ は周邊が一定の時、面積の最大となるのは正方形の時であると云へる。次に之れを證明して見やう。

❶ の證明　二數を x 及 y とすると

x, y は一定であるから之れを假に C と置く。$xy=C$ 和は $(x+y)$ であつて

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=x^2-2xy+y^2+4xy=(x-y)^2+4C$$

從つて　$x+y=\sqrt{(x-y)^2+4C}$

此の式で $(x-y)^2$ は括弧の中が正數でも負數でも正數となる。又 4C は假定に依つて一定であるから、根號内の最小即ち $x+y$ の最小は $(x-y)^2$ の最小の時即ち $x-y=0$ $x=y$ の時である。

此の時、和の最大は $x=0$ とすると y を無限大としても其の積が有限數とならないから成り立たない。

❷ の證明　二數を x 及 y とすると

$x+y$ は一定であるから之れを假に C と置く。$x+y=C$

其の積　$4xy=(x+y)^2-(x-y)^2=C^2-(x-y)^2$

$$xy=\frac{1}{4}\{C^2-(x-y)^2\}$$

此の積の最大となるのは右邊の括弧内の減數は $(x-y)^2$ で絶對に負數とならないから $C^2-(x-y)^2$ の最大は $x-y=0$、$x=y$ の時である。

此の場合、積の最小は $x=0$ 又は $y=0$ であると $xy=0$ となるから問題にならない。

【補說】此のことは單に二つの數と限つたことではなく、幾つの數に對しても成立するのであつて

❶ A×B×C×D…… 一定であると A+B+C+D…… の最小なのは A=B=C=D…… の時である。

❷ 又 A+B+C+D…… が一定であると A×B×C×D…… の最大なのは A=B=C=D …… の時である。

扨、起電力 e, 内部抵抗 r の電池を n 箇直列に接續し、之れを m 組並列として外部抵抗 R に接續すると、之れに流るゝ電流は前節の説明から

$$I=\frac{ne}{R+\frac{nr}{m}}=\frac{e}{\frac{R}{n}+\frac{nr}{mn}}=\frac{e}{\frac{R}{n}+\frac{nr}{N}}$$

但し $N=mn$ は電池の總數である。

今、一定數の電池 N 箇を接續して最大電流を得るには、上記の I の式の分子 e は一定であるから、分母を最小としなければならない。然るに

分母の二數の積　$\frac{R}{n}\times\frac{nr}{N}=\frac{Rr}{N}$　で一定數

故に此の二數の和の最小なのは　$\frac{R}{n}=\frac{nr}{N}$　の時である。

最大電流を得る電池の直列個數は上式の兩邊に nN/r を乘じて

$$\frac{R}{r}N=n^2 \qquad \therefore\ n=\sqrt{\frac{R}{r}N}$$ となる。

最大電流　$I_m=\frac{e}{\frac{R}{n}+\frac{R}{n}}=\frac{ne}{2R}=\frac{e\sqrt{\frac{R}{r}N}}{2R}$

尚、最大電流を得る條件を吟味して見ると

$$R=\frac{n^2r}{N}=\frac{n^2r}{mn}=\frac{nr}{m}=r。$$

即ち、電池群の内部抵抗の合成が外部抵抗と等しくなるやうに接續すると最大電流が得られる。又外部抵抗 R の電力は I^2R であるから、最大電流を得る接續が即ち最大出力を得る接續でもある。

【例】1 箇の起電力 2V, 内部抵抗 0.05Ω なる電池 100 箇を如何に接續せば、2 オームの外部抵抗に最大何アンペアを供給し得るや。

先きに求めた直列箇數 n の公式より

$$n=\sqrt{\frac{2}{0.05}\times100}\fallingdotseq63.4\ 箇 \qquad m=\frac{100}{63.4}=1.58$$

mを計算する迄もなく、左樣な半端な接續は出來ないのであるから、之れに近い 50 箇宛を 2 組並列とする。此の時に得らるゝ

最大電流　$I=\frac{50\times2}{2+\frac{50\times0.05}{2}}\fallingdotseq30.7$ A

最大出力　$P_m=I^2R=(30.7)^2\times2=1884.98$ W（ワツト）

此の外部抵抗での消費電力は電池全出力から其の内部損失を引いたものとも考へられるから

$$P_m=2\times\left\{2\times50\times\frac{30.7}{2}-\left(\frac{30.7}{2}\right)^2\times0.05\times50\right\}=1884.98\ \mathrm{W}$$

但し、中括弧内は各直列群の出力である。

次に電池の端子電壓……外部抵抗の端子電壓……

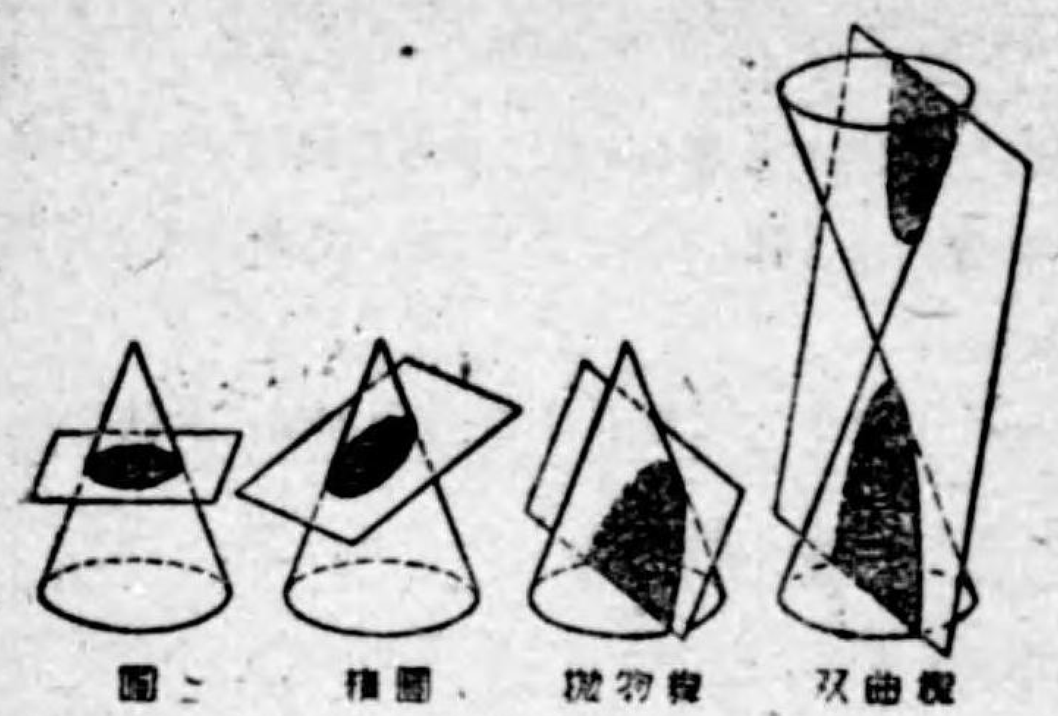
$$E=2\times50-\frac{30.7}{2}\times0.05\times50\fallingdotseq61\mathrm{V}$$

$$=IR=30.7\times2\fallingdotseq61\mathrm{V}$$

5.3 二次方程式と任意電流を得る電池の接續法

丸い卵も切りやうで四角、物も云ひやうで角がたつ、東雲(しののめ)のストライキ、さりとはつらいね……と云ふ歌の流行(はや)つたのも一昔前となつた。東雲のストライキと云ふ意味は判然としないが、丸い卵も切りやうで四角と云ふのはよく判る。然し卵を四角に切るこの歌は、三味線には乘らうが數學には乘らない。

同じ切るなら第 5.10 圖のやうに直圓錐(えんすい)を平面で截(き)つて貰ひたい。さすれば



第 5.10 圖

圓の如くに截りやうで截り口の周の曲線が圓になつたり楕圓になつたり拋物線になつたり又は双曲線となる。是等を圓錐曲線と云ひ、先きに說明した、直交2軸 x 軸 y 軸を以て表はすと次に述べる二次方程式となり、完全に數學に乘つて來るのである。

前にも說明したやうに、方程式の次數は式中で未知數を示す文字因數の累指數が最大なものをとらへて云ふのである。例へば n を正の整數とすれば

$$ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}+\cdots\cdots+dx+f=0$$

は n 次方程式である。此の n が 5 なら五次方程式、n が 3 なら三次方程式、n が 2 で $ax^2+bx+c=0$ となると二次方程式である。

一次方程式及二次方程式には一般的な解法はあるが、三次方程式以上になるとこうすれば必ず解けると云ふ定法がない。吾々として取扱ふのは、せいぜい二次方程式迄であるから、以下主として二次方程式の研究をしやう。

【例】 $x^2-9=0$ を解け。

左邊の 9 を右邊に移項して　　$x^2=9$

其の兩邊を開くと　　$x=\pm\sqrt{9}=\pm3$

即ち x は $+3$ 又は -3 である。

此の方程式を $ax^2+bx+c=0$ と比較すると b=0 となつて居る。斯様に x の一次の項を欠いた二次方程式を純二次方程式と云ひ、之れに對して $ax^2+bx+c=0$ を完備二次方程式と稱する。

【例】 $x^2-6x-7=0$ を解け。

之れを完全平方式 $(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$ に導いて解いて見やう。原式を書き直して

$$x^2-2\times x\times3-7=0$$ とし

$a=x$　$b=3$ と考へ、上記の平方式と比較すると、此の方程式を完全平方式とする爲めには $b^2=3\times3=9$ を加減しなければならぬ。

$$x^2-2\times x\times3+3^2-3^2-7=0$$

$$(x-3)^2-9-7=(x-3)^2-16=0$$

左邊 -16 を右邊に移項して

$(x-3)^2=16$　　$x-3=\pm\sqrt{16}=\pm4$

$x=\pm4+3$　　故に $x=7$ 又は $x=-1$

$x=7$ を原式に代入すると　　$49-42-7=0$

$x=-1$　〃　　$1+6-7=0$

で求めた根は正しく原式を滿足させる。

次に $ax^2+bx+c=0$ の一般解式を求めやう。此の式で $a\neq0$ ……a が零であれば原式は $bx+c=0$ で一次方程式となる…であるから、a で兩邊を除する

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$　　$\frac{c}{a}$ を右邊に移項して　$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

此の左邊を前例の要領で完全平方式に變形すると

$$x^2+2\times x\times\frac{b}{2a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}\qquad x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

即ち $ax^2+bx+c=0$ なるとき

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

【例】 $4x^2-12x+5=0$ を解け。

公式に依り　$x=\frac{12\pm\sqrt{12^2-4\times4\times5}}{2\times4}=\frac{12\pm\sqrt{64}}{8}=\frac{12\pm8}{8}$

故に $x=2.5$ 又は $x=0.5$ となる。

【例】 $\frac{3x-1}{4x+7}+\frac{6}{x+6}=1$ を解け。

此の兩邊の各項に左邊各分母の最小公倍數 $(4x+7)\ (x+6)$ を乘すると

$$(3x-1)(x+6)+6(4x+7)=(4x+7)(x+6)$$

之れを展開して整理すると

$$3x^2+17x-6+24x+42=4x^2+31x+42$$

右邊に全部を移項して　　$x^2-10x+6=0$

$$x=\frac{10\pm\sqrt{10^2-4\times1\times6}}{2\times1}=\frac{10\pm\sqrt{76}}{2}=5\pm\sqrt{19}$$

二次方程式を解くには、此の他に視察に依る因數分解法等があるが、公式解法に依る方が却つて受驗場等では誤りが少くてよい。

扨、此處等で一つ應用問題を解いて見やう。

【例】 1 箇の起電力が e ボルト、内部抵抗が r オームなる電池 N 箇がある之れを如何に接續すれば外部抵抗 R オームに I アンペアを流し得るや。

N 箇の電池を n 箇直列とし m 組並列……從つて N=mn……としたとき、R に I が流れたとすると、前節の研究より

$$I=\frac{ne}{R+\frac{nr}{m}}\qquad I\left(R+\frac{nr}{m}\right)=ne$$

此の式に　$m=\frac{N}{n}$　を代入すると

$$I\left(R+\frac{n^2r}{N}\right)=ne$$

之れを n に關する二次方程式に導くと

$$\frac{r}{N}In^2-en+IR=0$$

$$n=\frac{e\pm\sqrt{e^2-4\frac{r}{N}I\times IR}}{2\frac{r}{N}I}=\frac{eN\pm\sqrt{e^2N^2-4NI^2Rr}}{2Ir}$$

今　e=2V, r=0.05Ω, N=250 箇, R=9.5Ω なるとき、此の R に I=10A を流すには如何に接續すべきかと云ふに

$$n\times2=10\left(9.5+\frac{n\times0.05}{m}\right)=10\left(9.5+\frac{0.05n^2}{250}\right)$$

但し　mn=250　$m=\frac{250}{n}$　とした。

$$2n=95+\frac{0.05}{25}n^2=95+\frac{0.01}{5}n^2$$

兩邊に 5 を乘じて　　　$10n=475+0.01n^2$

$$0.01n^2-10n+475=0$$

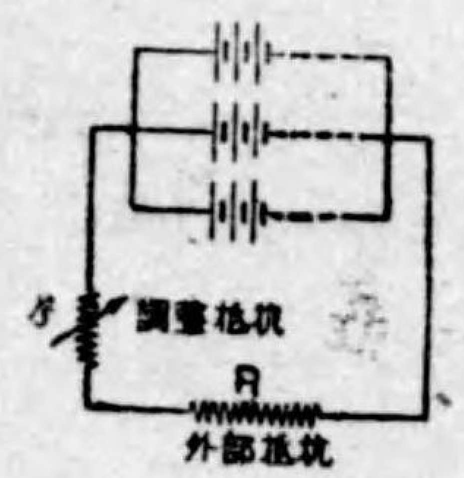
$$n=\frac{10\pm\sqrt{10^2-4\times0.01\times475}}{2\times0.01}=\frac{10\pm\sqrt{81}}{0.02}=\frac{10\pm9}{0.02}$$

（前の n の公式に直ちに數値を代入しても求められる）

n=50 箇又は n=950 箇であるが、950 箇は N=250 箇であるから題意に適さない。故に n=50, $m=\frac{250}{50}=5$　即ち 50 箇宛直列のものを 5 組並列とすればよいことが判る。

斯樣に二次方程式で問題を解いた場合には、必しも其の根の何れもが問題を滿足するとは限らないから、答を吟味しなければならない。

又、實際問題として、例へば上例では n と m がうまく行くとは限らないから之れに近い値を取らねばならないことがある。正確に R に所定の電流を通する爲めには、R に直列抵抗 rs を入れて其の値を加減しなければならない。斯樣な問題では、一先づ m と n を求める。…… n と m と値の大体を上記の要領で定める。之れはうまく一致しないのが普通であるから、其れに近似した値とする……次に (R+rs) を變數として、所望の電流を得るやうに (R+rs) の値、從つて rs の値を定める。其の實例を掲げやう。



第 5.11 圖

【例】 1 箇の起電力 2V, 内部抵抗 0.05Ω なる電池 180 箇あり、之れに外部抵抗 R=3 オームを接續して、之れに流るゝ電流を正しく 20A ならしめんとす。如何にすべきや。

前と同樣の要領で

$$20\left(3+\frac{n^2\times0.05}{180}\right)=n\times2$$

之れを整理して n の二次方程式に導くと

$$0.05n^2-18n+540=0$$

$$n=\frac{18\pm\sqrt{18^2-4\times0.05\times540}}{2\times0.05}=\frac{18\pm\sqrt{216}}{0.1}\fallingdotseq\frac{18\pm14.7}{0.1}$$

n≒327 又は n≒33 で、勿論、327 箇は N が 180 箇だから問題外である。又 n=33 では m が整數 (m=180÷33) にならない。其處で第 5.11 圖のやうに、R に直列に r_s なる調整抵抗を入れる。

$$I=\frac{ne}{R_0+\dfrac{nr}{n_1}} \qquad R_0=R+r_s$$

此の式より n=33 以下では R_0 が R=3Ω より大きくなるから I の値は 20 A より小となる。從つて調整抵抗を入れた時の n の値は 33 より大きくしなければならないと云ふ見透しがつく。

n を次第に大きくして $\frac{180}{n}=m$ を定めると n=45 にて $m=\frac{180}{45}=4$ となる。

其處で n=45, m=4 として適當な r_s を定めるに

$$20=\frac{45\times2}{R_0+\dfrac{45\times0.05}{4}} \qquad R_0+\frac{2.25}{4}=\frac{90}{20} \quad \text{より}$$

$$R_0=\frac{9}{2}-\frac{2.25}{4}=\frac{18-2.25}{4}\doteqdot3.94\Omega$$

故に調整抵抗 $r_s=R_0-R=3.94-3=0.94\Omega$

勿論、n を之れより大とし r_s を大としても題意を滿足さす。例へば、n=60, m=3 とすると $r_s=2\Omega$. 然し最も能率よく……r_s での消費電力を最小とする……には r 及 n の最小値を取らねばならない。

斯樣に實際問題となると、方程式ですらすらと解けるものでなく、上記のやうに何度も試みねばならない。之れを驗し算法と云ふことは既に一次方程式 (2.8) で説明した通りである。

5.4 二次方程式の研究

今此處に P 及 Q なる式があつて、P×Q=PQ=0 とすれば、此の式は P=0 か Q=0 であれば成立する。勿論 P と Q が同時に零であれば申分ないが、そうでなくとも何れか一方が零であればよい。即ち PQ=0 なる爲めには P=0 か Q=0 であればよく、之れを必要にして十分なる條件と云ふ。

今 $P=x-\alpha$ $Q=x-\beta$ とすると

$$PQ=(x-\alpha)(x-\beta)=x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

之れを $ax^2+bx+c=0$ の兩邊を a で除した

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

と比較すると (1) (2) 兩式に於て

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a} \qquad \alpha\beta=\frac{c}{a} \quad \cdots\cdots(3)$$

であれば (2) 式の根は

$P=x-\alpha=0$ として $x=\alpha$

$Q=x-\beta=0$ 〃 $x=\beta$

となる。即ち (2) なる二次方程式の 2 根の和は $-\frac{b}{a}$ となり、2 根の積は $\frac{c}{a}$ となる。尚 (3) 式から 2 根 α, β の値を次の如くにして求めることも出來る。

$$(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-4\alpha\beta$$

$$=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=\left(-\frac{b}{a}\right)^2-4\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{a^2}$$

$$\alpha-\beta=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{a^2}}=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{a} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a} \quad \cdots\cdots(5)$$

此の (4) (5) 兩式の兩邊を加へて 2 で除すると

$$2\alpha=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{a} \qquad \alpha=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

後式の兩邊より前式の兩邊を引くと

$$2\beta=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{a} \qquad \beta=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

此の二次方程式の 2 根を表はす式に於て

$\sqrt{b^2-4ac}$ を根の判別式と稱する。

何となれば、判別式の根號内が負數となると虛數となり、零であると $\alpha=\beta$ となり、……之れを等根と云ふ……正數であると實數の異根となる。即ち

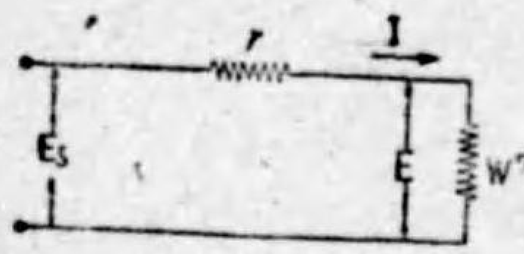
❶ $b^2-4ac>0$ $b^2>4ac$ であると α と β は實數で異根

❷ $b^2-4ac=0$ $b^2=4ac$ であると $\alpha=\beta$ 等根

❸ $b^2-4ac<0$ $b^2<4ac$ α 及 β は虛數根となる。

吾々が二次方程式で解く問題の多くは、答が實數でなくてはならぬから ❶ のやうな條件を要することが多い。

例へば、第 5.12 圖のやうに抵抗 r オームなる線路を通じて電力 W ワットの負荷に電力を供給する場合、送電端に加へる電壓を Es とすると、受電端の電壓を E と置いて次の關係式を得る。



第 5.12 圖

負荷電流 $I=\frac{W}{E}$ 　 $E_s=E+Ir=E+\frac{Wr}{E}$

此の兩邊に E を乘ずると 　 $E^2+Wr=E_sE$

今 Es を與へて E を求めるには、上式を E に關する二次方程式に導いて

$$E^2-E_sE+Wr=0$$

$$\therefore\ E=\frac{-(-E_s)\pm\sqrt{(-E^s)^2-4\times1\times Wr}}{2\times1}=\frac{1}{2}(E_s\pm\sqrt{E_s^2-4W})$$

此の E の値が實數である爲めには $E_s^2>4Wr$ 即ち $E_s>\sqrt{4Wr}$ 　 $E_s>2\sqrt{Wr}$ であるを要する。

例へば今 $W=10kW=10{,}000W$ 　 $r=0.25\Omega$ とすると、受電端電壓が實數である爲めには

$$E_s>2\sqrt{10{,}000\times0.25}\qquad E_s>2\times50\qquad E_s>100$$

即ち、送電端電壓を 100 V 以上としなければならない。假に $E_s=105V$ とすると

$$E=\frac{1}{2}(105\pm\sqrt{105^2-4\times10{,}000\times0.25})\fallingdotseq\frac{1}{2}(105\pm32)$$

E は 68.5V か 31.5V となる。

然し Es を 100 以下、假に 90V とすると

$$E=\frac{1}{2}(90\pm\sqrt{90^2-4\times10{,}000\times0.25})=\frac{1}{2}(90\pm\sqrt{-1900})$$

根號内が虛數となり E が實數で算出されない。故に第 5.12 圖のやうな回路では E が實數（實在）なる爲めには $E_s>2\sqrt{Wr}$ なる關係を要する。

5.5 二次式のぐらふ

如何に器用に桃を截つても桃太郞はそう無闇に飛出すものでない。尤も誹害が

中支の戰鬪に於て開封を攻略したとき、附近の西瓜を截るとコレラ菌が飛び出した。之れは支那サン例の謀略戰術で、退却の際に、御叮嚀にもこんな物騷なものを一々注射して置いたと云ふことである。……飴から飛んで出る御多福（おたやんと關西方面では云ふ）細長い棒飴に福女の顏が仕込んである、いくら嚙つても福女は滿面に笑を含んで現はれるのであるが、斜に嚙つたりすると、其の角度に應じて顎の長い福女になつたり、鼻が伸びたり、實に百面相を呈する。子供心につくづく面白いものだと思つた。……

第 5.10 圖の圓錐曲線を見て居ると、こんな風に種々と聯想が浮ぶ。此の圓錐曲線の百面相は吾々が前諸節で習つた二次方程式で摑み得るのであるから、數學と云ふものは實に靈妙なものであると感心を新にする。

❶ 圓となる二次式

直交 2 軸を持つて來て、橫軸に x の値を取り、縱軸には之れに應ずる y の値を取つて $x^2+y^2=25$ をぐらふに畫いて見やう。

此の式を變形すると $y=\pm\sqrt{25-x^2}$ となる。今此の式の x に種々の値を與へて之れに應ずる y の値を求めて見る。但し x が +5 以上又は −5 以下になると y は虛數となるから x の値を +5 より −5 の間に於て取る。

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	0	±3	±4	±4.6	±4.9	±5	±4.9	±4.6	±4	±3	0

之れを圖示すると第 5.14 圖のやうに原点 O を中心とし、半徑 $\sqrt{25}=5$ なる圓となる。

第 5.13 圖

然るに、直角三角形に於ては

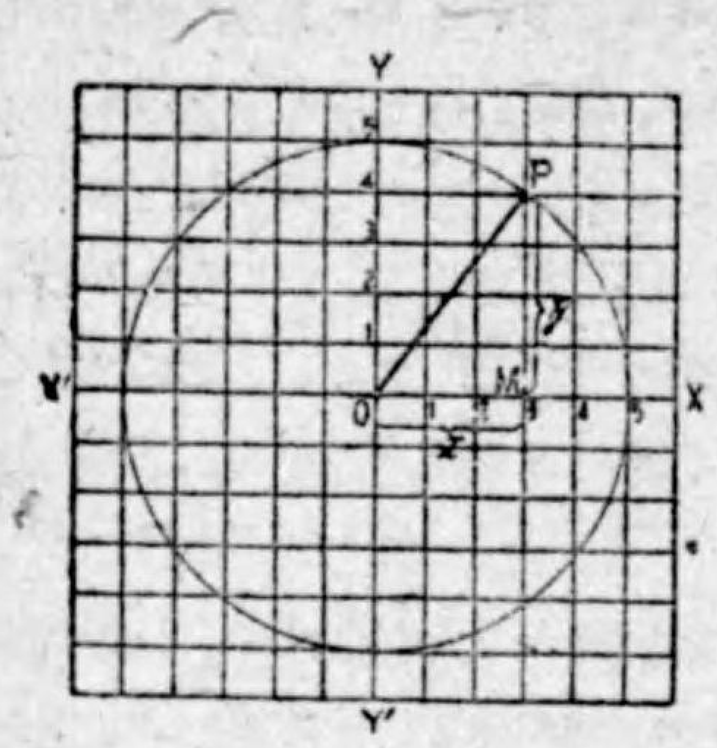
斜邊（しやへん）の自乘＝底邊（ていへん）の自乘＋垂線（すいせん）の自乘

$\overline{OP}^2=\overline{OM}^2+\overline{PM}^2$

なる關係がある。例へば $\overline{OM}=4,\ \overline{PM}=3$ とすると、

$\overline{OP}^2=4^2+3^2=25$ 　 $OP=\sqrt{25}=5$ 　 となる。

但し、斜邊とは直角に對する邊である。之れをピタゴラスの定理と云ひ、電氣工學では極めて應用の廣いものである。



第 5.14 圖

此の圓周上の如何なる點を取つても、△OPM は直角三角形で

$$x^2+y^2=25$$

なる關係を滿足させる。

即ち圓周上の一點 P を取つて、其の座標を x, y とすると

$$x^2+y^2=\overline{OP}^2=5^2=25$$

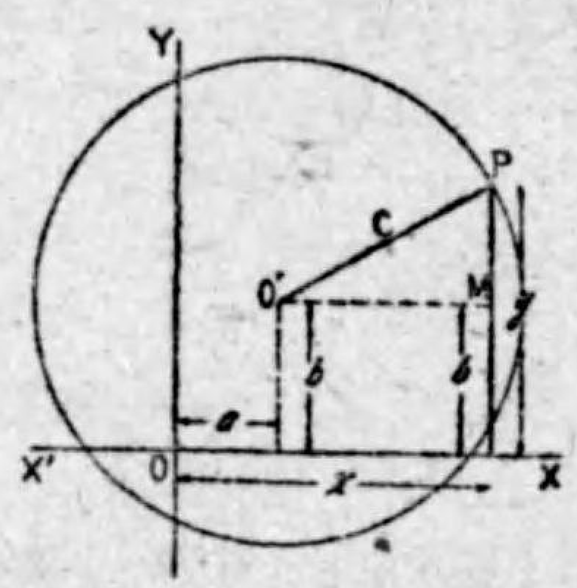
で其の正しいことが判る。

次に圓の中心が原點 O になく、座標 a, b なる O′ にあつて、その半徑が O′P=c であるとする、此の圓周上の任意の點を取つて其の座標を x, y とすれば、直角三角形 △O′PM に於て

$$\overline{O'P}^2=\overline{O'M}^2+\overline{PM}^2 \quad O'P=c \quad O'M=x-a \quad PM=y-b$$ となるから

$$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$$

二次式が斯樣な形で表はされたなら、本式の x を橫軸に y を縱軸に取つて表はすと第 5.15 圖のやうに中心 O′ の座標が a, b で半徑 c なる圓となる。

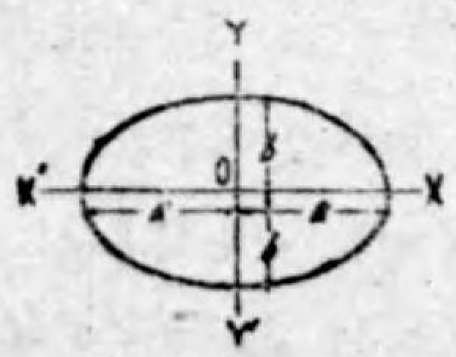


第 5.15 圖

諸君は $(x+3)^2+(y-2)^2=64$ をぐらふに畫いて見られよ。此の關係は初級電氣工學に於て屢々應用せられる。

❷ 楕圓となる二次式

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ と云ふやうな形の二次式を、前の要領でぐらふに畫くと、第 5.16 圖のやうな、長軸（橫の長さ）が 2a, 短軸（縱の長さ）が 2b である楕圓となる。諸君は a=6, b=4 として



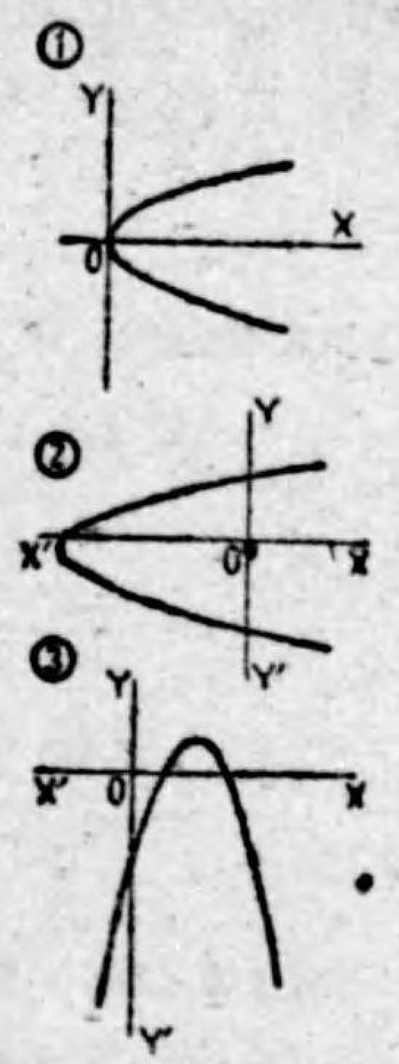
第 5.16 圖

$$y^2=\frac{4^2}{6^2}(6^2-x^2) \qquad y=\pm\sqrt{16-\frac{16}{36}x^2}$$

と置き x に +6 より −6 の間の種々の値を與へて之れに應ずる y の値を求め、ぐらふを畫いて見られたい。

❸ 拋物線となる二次式

$$y=Ax^2 \cdots\cdots ①$$
$$by^2+2gx+2fy+c=0 \cdots\cdots ②$$
$$a^2x^2+2gx+2fy+c=0 \cdots\cdots ③$$



第 5.17 圖

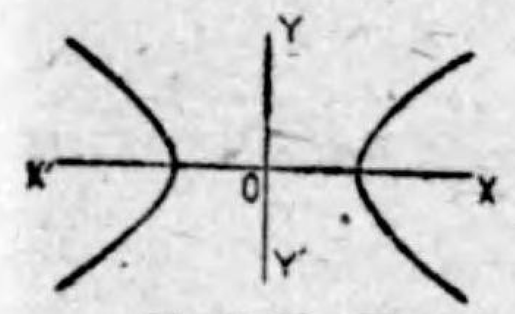
二次式が ① 式のやうな形になると第 5.17 圖 ① に示すやうに原點を頂點とした拋物線となる。又式が ② のやうな形であると圖 ② の如く x 軸と平行な拋物線となり、式が ③ のやうな形であると圖 ③ の如く y 軸と平行な拋物線となる。

元來、拋物線と云ふのは、物を投げた時、之れが落下する經路である。

諸君は $y=x^2-8x+12$ をぐらふに畫いて見られよ

❹ 双曲線となる二次式

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ なる二次式は、之れを圖示すると第 5.18 圖のやうな形となる。之れを双曲線と稱する。



第 5.18 圖

諸君は $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$ をぐらふに畫いて見られよ。

斯樣に x, y に關する二次方程式のぐらふは、圓、楕圓、拋物線及双曲線の 4 種に限るのであつて、是等を二次曲線とも稱する。

電池接續の要點

❶ 電池の基本關係式

e＝起電力 r＝內部抵抗 R＝負荷抵抗(外部抵抗) I＝負荷電流 E＝端子電壓 とすれば

$$e=I(R+r) \qquad E=IR=e-Ir \qquad I=\frac{e}{R+r} \qquad r=\frac{e-E}{I} \qquad I=\frac{e-E}{r}$$

❷ 電池の直列接續

其の起電力が直列にされた各電池起電力の和であり、內部抵抗も同樣で、各電池の和である 1 個の電池として上記の關係式が用ひられる。

等しい電池を n 箇直列とすると

$ne=I(R+nr)$　　$E=ne-Inr$　　$I=\dfrac{ne}{R+nr}$　　$r=\dfrac{ne-E}{nI}$　　$I=\dfrac{ne-E}{nr}$

❸ 電池の並列接續

相等しき電池 n 箇を並列とすれば、起電力は 1 箇の電池の起電力 e に等しく、內部抵抗は 1 箇の電池の內部抵抗 r の n 分の 1 に等しい 1 箇の電池として取扱ひ得る。

$$e=I\left(R+\frac{r}{n}\right)\qquad E=e-I\frac{r}{n}\qquad I=\frac{e}{R+\dfrac{r}{n}}$$

$$r=n\frac{e-E}{I}\qquad I=\frac{n(e-E)}{r}$$

【註】 直列接續では各電池の電流容量が等しいこと、並列接續では各電池の起電力が相等しく、其の內部抵抗が各電池電流容量の逆比となること、此の條件が滿足されないと各電池の有する電力の全部を使用し得ない。

❹ 電池の直並列接續

起電力 e, 內部抵抗 r なる電池 n を直列とし、之を m 組並列とした場合は起電力 ne, 內部抵抗 $\dfrac{n}{m}r$ なる 1 箇の電池と考へてよい。

$$ne=I\left(R+\frac{n}{m}r\right)\qquad E=ne-I\frac{nr}{m}\qquad I=\frac{ne}{R+\dfrac{nr}{m}}$$

$$r=\frac{m}{n}\left(\frac{ne-E}{I}\right)\qquad I=\frac{m}{n}\left(\frac{ne-E}{r}\right)$$

❺ 電池群より最大電流を得る接續

1 箇の起電力 e, 內部抵抗 r なる電池總數 N 箇を外部抵抗 R に接續して、最大電流（最大出力）を得るには

電池群內部抵抗の合成 ＝ 外部抵抗

最大電流を得る直列箇數　$n=\sqrt{\dfrac{R}{r}N}$

❻ 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

x が實數なる爲めには $b^2>4ac$ なるを要す。又 x の 2 根を α 及 β とすると

$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$　　$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$　　なる關係がある。

❼ $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$ なる式は圓を表はす。

即ち中心が a, b にして半徑が c なる圓となる。

【註】 楕圓の式……$\dfrac{\chi^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

拋物線の式……$y=A\chi^2$……$by^2+2g\chi+2fy+c=0$……$a^2\chi^2+2g\chi+2fy+c=0$

双曲線の式……$\dfrac{\chi^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

學習問題並解答

〔1〕 或る電池に 0.8Ω の外部抵抗を接續するに 2 A が流れ、4.8Ω の外部抵抗を接續するに0.4Aが流るゝと云ふ。此の電池の短絡電流（たんらく）(short circuit current)（ショートサーキット カーレント）を求めよ。

【略解】 電池の短絡電流とは、抵抗零と見做し得る導体で、電池の端子間を結んだ時、之れに流るゝ電流を云ふ。

$I=\dfrac{e}{R+r}$ に於て $R=0$ として、短絡電流 $I_s=\dfrac{e}{r}$ となる。

0.8Ω の時　$2=\dfrac{e}{0.8+r}$……(1)　　4.8Ω の時　$0.4=\dfrac{e}{4.8+r}$……(2)

(1) (2) 兩式より　$e=2V$　$r=0.2\Omega$　$I_s=10A$　が得られる。

〔2〕 或る電池の無負荷電壓（むふか）(no load voltage)（ノー ロード ボルテーヂ）を測定するに 2.1V なりと云ふ又之れより 2A の負荷電流を取り出せば其の端子電壓は 2V なりと云ふ。電池の起電力及內部抵抗を求めよ。

【略解】 無負荷（端子）電壓とは、電流を取り出さない時の電壓で、$E=e-Ir$ で $I=0$ とすると $E=e$ 即ち此の時の端子電壓は起電力である。

又電池の內部抵抗　$r=\dfrac{e-E}{I}=\dfrac{2.1-2.0}{2}$

故に、起電力 2.1V　內部抵抗 0.05Ω

〔3〕 各 2V の起電力を有する蓄電池（ちくでんち）3 箇を直列に接續せるものあり、今抵抗

2.7Ω を其の端子に接續すれば電壓 5.4V に降下す。若し端子を短絡すれば電流幾アンペア通するや。(昭和 3 年遞試第三種一次)

【略解】 蓄電池に就ては第六卷で說明される。計算上は乾電池と同樣に取扱つてよい。

$$5.4=2\times3-I\times3r \qquad 5.4=I\times2.7$$

の 2 式より 3r を求め　$I_s=(2\times3)\div3r=20\ \mathrm{A}$

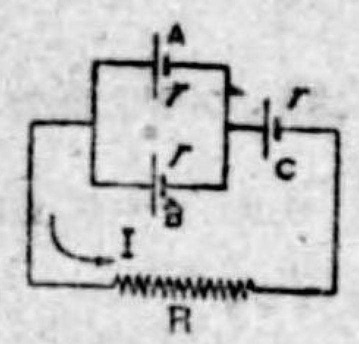
〔4〕 電池の起電力を電位差計(でんいさけい)にて測定したるとき、1.31 V, 又電壓計に依り測定したるとき 1.25 V を得たり。之より電池の內部抵抗を算出せよ。但し電壓計の抵抗は 60Ω なりとす。(昭和 14 年遞試第三種測定)

【略解】 第三卷で說明せられるが、電位差計と云ふもので測定する場合には電池から電流を取り出さない。結局、本問は〃起電力 1.31V なる電池に 60Ω の外部抵抗を接續するに、其の端子電壓 1.25V なりと云ふ、此の電池の內部抵抗を求めよ〃と云ふ問題になる。

$$Ir=1.31-1.25 \qquad 60I=1.25$$

の 2 式より r を求めると　$r=2.88\Omega$　となる。

〔5〕 第 5.19 圖の如く起電力 e, 內部抵抗 r なる電池 3 箇を直列とし、外部抵抗 R を結べば之れに流るゝ電流は何程となるや。



第 5.19 圖

【略解】 R に流れる電流を I とすると、並列の各電池には I/2 が流れ、キ氏第二法則より

$$2e=\frac{I}{2}r+IR+Ir=I\left(R+\frac{3}{2}r\right) \qquad I=\frac{2e}{R+\frac{3}{2}r}$$ となる。

今電池に許し得る電流を I_0 とすると、此の接續では I_0 以上を流すと C の電池が駄目になるから

許し得る電池の出力　$2\left(e\times\frac{I_0}{2}\right)+eI_0=2eI_0$

2 箇直列の時も $2eI_0$, 2 箇並列の時も $2eI_0$ で電池 3 箇を用ひた効能は少しもない。從つて C なる電池の電流容量が A, B の和でない限り、圖のやうな接續をしてはならない。……一般に電池の直並列接續は相等しい電池に就て行ふから、圖のやうな回路は實際上あり得ない。……

〔6〕 起電力 2.1 V, 內部抵抗 0.1 Ω なる電池 50 箇を直列とせるもの 5 組を

並列とし、或る電流を取り出すに端子電壓 100 V なりと云ふ。負荷電流及負荷抵抗を算定せよ。

【略解】 負荷電流を I, 負荷抵抗を R とすれば

$$2.1\times50-100=I\times\frac{50}{5}\times0.1$$ より I を求む。

又 $IR=100$ より R の値を定める。

$I=5\mathrm{A}$　$R=20\Omega$　之等の解式が十分に納得される迄考へらるゝこと。

〔7〕 起電力 2.2V, 內部抵抗 0.3Ω なる電池 120 箇あり、之れを 4.5Ω の外部抵抗に接續し、最大出力を得るには如何に接續すべきや。

【略解】 **一定の外部抵抗**に對し最大出力を得るには、本文で說明した如く、出力 $=I^2R$ で R が一定であれば電流 I を最大とすればよい。電池より最大電流を得るには

外部抵抗 ＝ 合成內部抵抗　　とすればよい。

$$4.5=\frac{nr}{m}=\frac{n^2r}{mn}=\frac{0.3}{120}n^2=\frac{n^2}{400} \qquad n=\sqrt{4.5\times400}=42.5$$

m を整數とする之れに最も近い數として　$n=40$　$m=3$　を取る。

〔8〕 起電力 2V, 內部抵抗 0.05Ω なる電池 60 箇を直列とせるもの 3 組並列としたるものより最大出力を得るには何 Ω の外部抵抗を接續すべきや。

【略解】 外部抵抗を R とし、之れに流るゝ電流を I とすると、出力 P は I^2R となり

$$P=I^2R=\left(\frac{2\times60}{R+\frac{60\times0.05}{3}}\right)^2R=\left(\frac{120}{R+1}\right)^2R=\frac{120^2R}{R^2+2R+1}=\frac{120^2}{R+2+\frac{1}{R}}$$

此の分子は一定數であり、分母を見ると、2 は一定數であるから P を最大とするには、$R+\frac{1}{R}$ を最小とする。然るに $R\times\frac{1}{R}=1$ 一定數であるから $R+\frac{1}{R}$ の最小は $R=\frac{1}{R}$　$R^2=1$　$R=1\Omega$ の時である。即ち最大出力を得る外部抵抗の値は 1Ω となる。

一般的に　$\frac{nr}{m}=r_0$　とすると

$$P=\left(\frac{ne}{R+r_0}\right)^2R=\frac{n^2e^2}{R+2r_0+\frac{r_0^2}{R}}$$

之れを最大とするには分子は一定で、分母の $2r_0$ は定數だから $R+\frac{r_0^2}{R}$ を最小とする即ち　$R=r_0$……外部抵抗＝合成內部抵抗……とする。

即ち直列箇數を變へて最大出力を得るのも、外部抵抗を變化して最大出力を得るのも結果

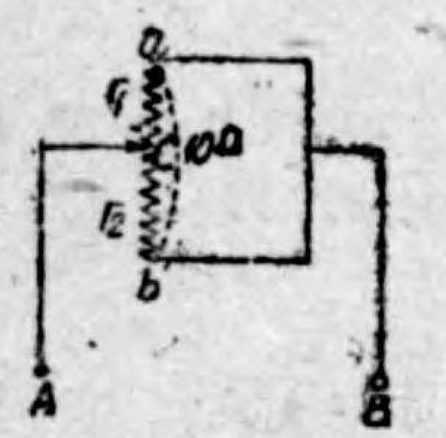
は同一である。

〔9〕 1 箇の起電力 2V, 内部抵抗 0.06Ω なる電池 30 箇あり、之れに 1.8Ω の外部抵抗を結び 10 A の電流を得んとす。電池を如何に接續すべきや。

【略解】 題意より $10=\dfrac{2n}{1.8+\dfrac{0.06\,n^2}{30}}$ なる式を得る。

之れを n の二次方程式に導くと　$n^2-100n+900=0$

之れを解くと　$n=\dfrac{100\pm\sqrt{100^2-4\times 900}}{2}$ より直列箇數 n=10, 並列組數 3 を得る。



第 5.20 圖

〔10〕 第 5.20 圖の如く 10Ω なる抵抗線上に摺動子 C を摺動して A, B 間の合成抵抗を 2.1Ω にせんとす。C を如何なる點に置くべきや。

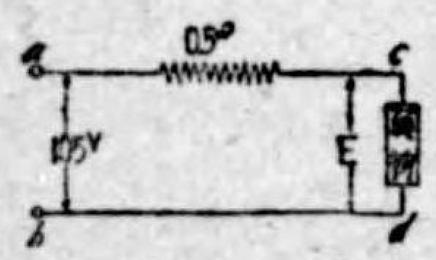
【略解】 a c 間の抵抗を r_1 とせば b c 間の抵抗 $r_2=10-r_1$ にして題意より

$$2.1=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=\frac{r_1(10-r_1)}{10}$$

之れを r_1 の二次方程式に　く と　$r_1^2-10r_1+21=0$

$$\therefore\ r_1=\frac{10\pm\sqrt{10^2-4\times 21}}{2}=5\pm 2$$

即ち r_1 を 3Ω 又は 7Ω とする。



第 5.21 圖

〔11〕 抵抗 0.5Ω の電線を通じて 1 kW 負荷に 105V の電壓にて給電すれば、負荷の端子電壓は何程となるや

【略解】 c d 間の電壓（負荷端子電壓）を E とすれば

$$105=E+\frac{1000}{E}\times 0.5$$

之れを E の二次方程式に導き　$E^2-105E+500=0$

此の二次方程式を解いて E=100V 又は 5V を得るが 5V は一般的でない。

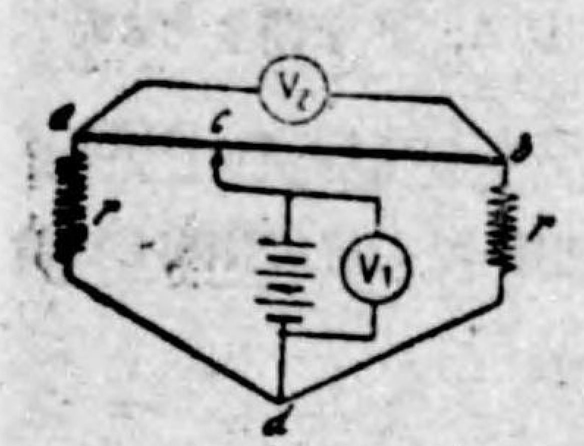
〔12〕 2 箇の抵抗線あり、之れを直列として 60V を加ふるに 6A が流れ、並列に接續して同一電壓を加ふるに 25 A が流るゝと云ふ。各抵抗線の抵抗値を求めよ。

【略解】 二つの抵抗を r_1 及 r_2 とすれば

$$\frac{60}{r_1+r_2}=6 \qquad r_1+r_2=10 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\frac{60}{25}=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=\frac{r_1r_2}{10} \qquad r_1r_2=24 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1) より $r_2=10-r_1$ とし、之れを (2) 式に代入して r_1 の二次方程式に導くと $r_1=6Ω$ 又は 4Ω が得られる。



第 5.22 圖

〔13〕 太さ一樣なる抵抗線 a, b の兩端に電壓計を接續し、第 5.22 圖の如く電池より之に電流を通ずるとき、電壓計 V_2 の指示をして c, d 間に接續したる電壓計 V_1 の指示の 1/8 ならしむる如き接點 c の位置を求めよ。但し導線の抵抗 r は抵抗線 a, b の抵抗の 1/10 とし、又電壓計に通ずる電流は無視するものとす。

（昭和 11 年第三種一次）

【略解】 今 a, c 間の抵抗を r_1 とし、c→a の電流を i_1, c→b の電流を i_2 とする。

$$V_2=V_a-V_b=(V_c-i_1r_1)-(V_c-i_2r_2)=i_2r_2-i_1r_1$$

但し $r_1+r_2=10r$ である。

又各 V_1 を含む閉回路で

$$V_1=i_1(r_1+r) \qquad V_1=i_2(r_2+r) \qquad i_1=\frac{V_1}{r_1+r} \qquad i_2=\frac{V_1}{r_2+r}$$

$$V_2=\frac{V_1r_2}{r_2+r}-\frac{V_1r_1}{r_1+r}=V_1\left(\frac{r_2}{r_2+r}-\frac{r_1}{r_1+r}\right)$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{1}{8}=\frac{r_1r_2+r_2r-r_1r_2-r_1r}{(r_2+r)(r_1+r)}=\frac{r(r_2-r_1)}{(r_1+r)(r_2+r)}$$

$$8r(r_2-r_1)=(r_1+r)(r_2+r)=\{r_1r_2+r(r_1+r_2)+r^2\}$$

$$=(r_1r_2+10r^2+r^2)=(r_1r_2+11r^2)$$

$$(r_1+r)(r_2+r)=8r(r_2-r_1)$$

$$r_1r_2+(r_1+r_2)r+r^2=8r\{(10r-r_1)-r_1\}$$

$$r_1(10r-r_1)+10r^2+r^2=80r^2-16rr_1$$

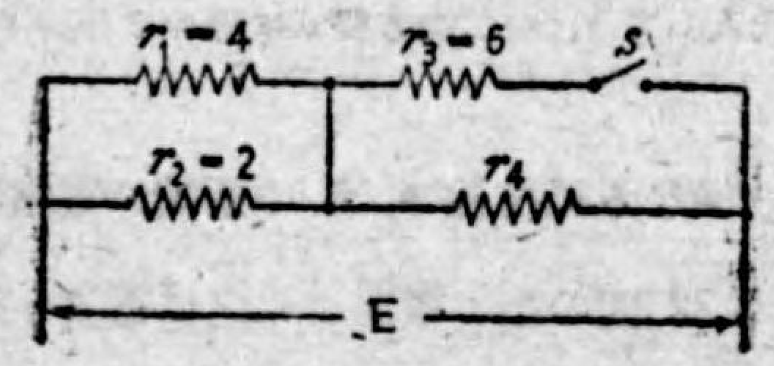
$$10rr_1-r_1^2+11r^2=80r^2-16rr_1 \qquad r_1^2-26rr_1+69r^2=0$$

$$r_1=\frac{26r\pm\sqrt{(26r)^2-4\times 69r^2}}{2}=\frac{26r\pm 20r}{2} \qquad 23r \text{ 又は } 3r$$

故に　$r_{ac} : r_{bc} = 3r : 7r = 3 : 7$　とする。

電池の内部抵抗は電流の流れた時の電壓が V_1 と云ふのだから、旣に式に取入れられて居る。詳しくは考へて見られよ。

〔14〕 第 5.23 圖の如き回路に於て一定電壓 E を加ふるに S を閉じたる時の全電流 3.9 A, S を開きたる時の全電流 3 A なりと云ふ。r_4 の値を求めよ。尙加電壓 E の値，兩場合の消費電力を算定せよ。



第 5.23 圖

【略解】 題意より

$$3 = \frac{E}{\dfrac{4\times2}{4+2} + r_4} \qquad E = 4 + 3r_4 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$3.9 = \frac{E}{\dfrac{4\times2}{4+2} + \dfrac{6r_4}{6+r_4}} \qquad E = 5.2 + \frac{3.9\times6r_4}{6+r_4} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)=(2)　と置いて r_4 の二次方程式に導くと

$r_4^2 - 2.2r_4 - 2.4 = 0$　　となり　　$r_4 = 3\Omega$　　を得る。

$E = 4 + 3\times3 = 13V$　と求められ、各場合の消費電力は

S を開いたとき　　合成抵抗　$\frac{13}{3}\Omega$　　$W_1 = \frac{E^2}{R} = \frac{13^2}{13/3} = 39W$

S を閉ぢたとき　　合成抵抗　$\frac{10}{3}\Omega$　　$W_2 = \frac{13^2}{10/3} = 50.7W$

6　電氣抵抗の溫度係數

6.1　抵抗の溫度係數

溫度が變化すると電氣抵抗の變化することは旣に述べた。液体——例へば蒸溜水、硫酸銅の飽和液、稀硫酸——とか、絕緣物——パラフイン、雲母、ゴム、エボナイト——等は溫度の上昇と共に抵抗を減する。然し金屬導体にあつては、炭素のやうに溫度の上昇と共に抵抗を減するものは殆んどなく、溫度が昇れば抵抗

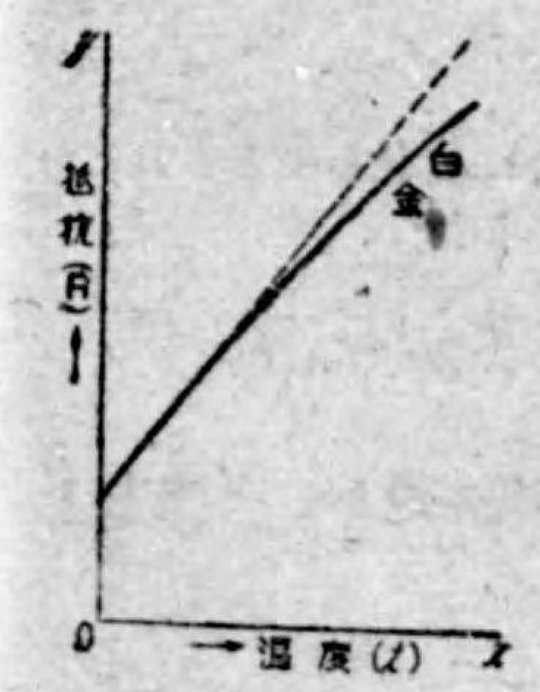
も增加する。其の割合は、純金屬では攝氏 1 度 (1°C) に就いて大体 0.4 % である。尤も或る溫度で內部構造に變化を起すやうな金屬では其の溫度附近で此の割合が急に變る。例へば 780 °C 附近の鐵が此の例である。或はセレニウムのやうに、強い日光にさらされると其の抵抗が變ると云ふやうな特異なものもある。何れ後で詳述するが、**1°C の溫度上昇に對する抵抗變化の割合を溫度係數** と云ひ、其の値は次表の如くである。

金屬導体の溫度係數　(20°C 基準)

銀（軟）	0.0038	亞　鉛	0.0037	錫	0.0042	硅(靑)銅	0.0018
銅（軟）	0.00393	ニツケル	0.006	鉛	0.0039	燐靑銅	0.0035
金（軟）	0.0034	カドミウム	0.0038	水　銀	0.00089	眞　鍮	0.0017
アルミニウム	0.0039	鐵	0.0050	蒼　鉛	0.004	アルミニウム靑銅	0.001
タングステン	0.0045	白　金	0.003	カドミウム銅	0.0034	クロミウム鋼、鑄鐵	—— ——

斯樣に溫度に依つて抵抗の値が變るから、導体の抵抗を正確に知るには其の溫度を知らねばならない。

今、直交座標の橫軸に溫度を取り、縱軸に抵抗を取つて溫度に應ずる抵抗變化を圖示すると、100 °C 以下の常溫の範圍內では殆んど直線となる ——溫度 t と抵抗 R の關係が直線で表はされる——然し、高溫になると、第 6.1 圖の如くにぐらふは直線に沿はずに曲つて來る。



第 6.1 圖

從つて、廣い溫度の範圍に於ける抵抗と溫度の關係は下式で表はされる。

$$R_t = R_0(1 + at + bt^2 + ct^3 + \cdots\cdots)$$

但し　R_t は t°C の抵抗　　R_0 は 0°C の抵抗

　　　t は其の時の溫度　　a, b, c は常數

なる式で表はされる。

銅のやうな場合には 10°C から 100°C の間では正確に直線となるから、上式の b 及 c は零となり R と t の關係は次式で示される。

$$R_t = R_0(1 + at) \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

此の式に於ける a が溫度係數である。何故なら t=1°C とすると、1°C に於

ける抵抗は

$$R_1=R_0\times(1+a)\qquad a=\frac{R_1-R_0}{R_0}$$

即ち a は 1°C に對する抵抗增加の割合である。

(1) 式に於て T°C になつた時の抵抗 R_T は

$$R_T=R_0(1+aT)\cdots\cdots(2)$$

(2) 式の兩邊を (1) 式の兩邊で除すると

$$\frac{R_T}{R_t}=\frac{1+aT}{1+at}=\frac{1+at+aT-at}{1+at}=1+\frac{a}{1+at}(T-t)$$

$$=1+\frac{1}{\frac{1}{a}+t}(T-t)\cdots\cdots(3)$$

(3) 式に於て $\frac{1}{\frac{1}{a}+t}=a_t\cdots\cdots(4)$

と置いて此の a_t を t°C に於ける溫度係數と稱する。……之れに對して、a を 0°C の溫度係數とも云ふ。……

$$\frac{R_T}{R_t}=1+a_t(T-t)\qquad R_T=R_t\{1+a_t(T-t)\}\cdots\cdots(5)$$

(5) 式と (1) 式を比較すると、a_t を t°C に於ける溫度係數と云ふ理由が自から理解せられやう。

6.2 抵抗變化と溫度上昇

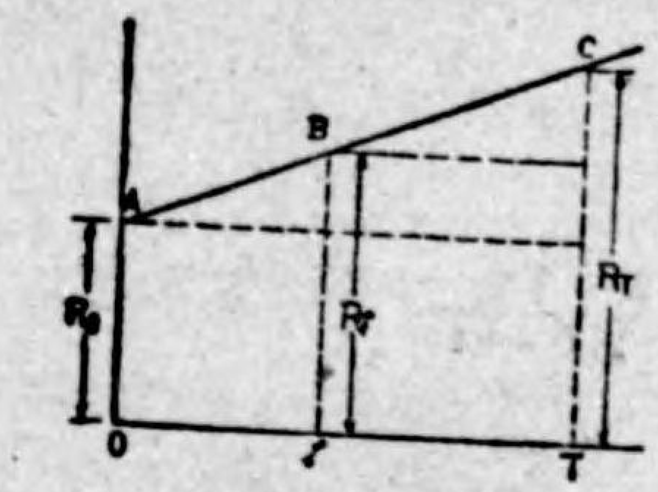
(4) (5) 式は此の種の溫度係數に關する計算を行ふ場合に基本となるものだから、よく記憶して置かれたい。

銅線にあつては $a_t=\frac{1}{234.5+t}\cdots\cdots(6)$

此の式に t=20°C を代入すると、前表の 0.00393 の數値を得る。又 0°C に於ける溫度係數は

$$a_0=\frac{1}{234.5+0}=\frac{1}{234.5}\fallingdotseq0.00427$$

a_t の式の形は分母の 234.5 が 1, 2, 3, 4, 5 の自然數の 1 を欠いた形となるから記憶に容易である。倘 (5) 式より



第 6.2 圖

$$T-t=\frac{R_T-R_t}{a_tR_t}\cdots\cdots(7)$$

此の式に依ると t°C に於ける抵抗 R_t 及 T°C に於ける抵抗 R_T が判れば其の溫度上昇が計算される又 T, t, R_T, R_t を測定して溫度係數を定めることも出來る。

$$\alpha_t=\frac{R_T-R_t}{(T-t)R_t}\cdots\cdots(8)$$

第 6.2 圖は溫度と抵抗の直線關係を圖示したもので (1) (2) 式と比較研究されよ。

抵抗の變化を測定して溫度上昇を知る實用的方法としては、電氣機器卷線等の導体抵抗に於ける百分率增加を求め、之れを 2.5 倍すると大体溫度上昇となる。

例へば、運轉前の卷線導体の抵抗が 8.61Ω であつたのが、10 時間全負荷運轉後の抵抗が 10Ω になつたとすると

% 抵抗增加 $\frac{10-8.61}{8.61}\times100=16.1\%$

機器の溫度上昇 $2.5\times16.1=40.2°C$ となる。

高い溫度を測定するのに、例へば白金線を用ひて、其の抵抗變化より溫度を知る方法が用ひられる。之れを抵抗溫度計と云ふのであつて、第 6.1 圖に示したやうに、白金線の溫度と抵抗の關係は廣い溫度の範圍に於て

$$R_t=R_0(1+at+bt^2)$$

但し a=+0.00392 b=−0.000000588 である。

此の式より t を求めるには、上式を t の二次方程式に導き

$$bt^2+at-\frac{R_t-R_0}{R_0}=bt^2+at-c=0$$

但し $c=\frac{R_t-R_0}{R_0}$ と置いた。

$$t=\frac{-a\pm\sqrt{a^2+4bc}}{2b}$$ より求められる。

抵抗溫度係數の要點

❶ 溫度に依る抵抗增加

$R_t=t°C$ の抵抗　$R_T=T°C$ の抵抗　$a_t=t°C$ の溫度係數　$a=0°C$ の溫度係數

$$R_T=R_t\{1+a_t(T-t)\} \qquad a_t=\frac{1}{\frac{1}{a}+t}$$

銅線　$a_t=\dfrac{1}{234.5+t}$　　アルミニウム　$a_t=\dfrac{1}{236.4+t}$

❷ 抵抗變化より溫度上昇を知る

$$T-t=\frac{R_T-R_t}{a_tR_t} \qquad a_t=\frac{R_T-R_t}{(T-t)R_t}$$

【註】 實用的方法　溫度上昇は抵抗の百分率增加を 2.5 倍すると得られる。

學習問題並解答

〔1〕 15°C に於て、20Ω の抵抗を有する銅線の 55°C に於ける抵抗を求めよ

【略解】 15°C に於ける溫度係數　$a_{15}=\dfrac{1}{234.5+15}$　を求め

$R_{55}=20\{1+a_{15}(55-15)\}=23.2\Omega$　と計算される。

〔2〕 銅線より成る一の線輪の溫度上昇を抵抗法に依り測定せんとす。今 20°C に於ける抵抗 0.64Ω, 溫度上昇後に於ける抵抗 0.72Ω を得たりとせば、上昇後に於ける線輪の溫度何程なるや。(昭和 13 年第 3 種測定)

【略解】 20°C の溫度係數は　$a_{20}=\dfrac{1}{234.5+20}$

$0.72=0.64\{1+a_{20}(T-t)\}$　より　$T-t=32°C$

故に　$T=32°+20°=52°C$　を得る。

溫度上昇とは (其のものの溫度－周圍の溫度) にて、本問では周圍溫度を 20°C と解すべく、溫度上昇は 32°C であつて、其のもの丶溫度は 52°C である。

〔3〕 誘導電動機の卷線 (銅) 抵抗を、運轉開始前 (20° C) に於て測定するに 5Ω, 運轉直後測定するに 5.6Ω なりと云ふ。此の誘導電動機の運轉時の溫度上昇値を求めよ。

【略解】 前と同様にして溫度上昇 30.5°C を得る。〔2〕〔3〕を實用方法で解くと、各溫度上昇は

$$2.5\times\frac{0.72-0.64}{0.64}\times100\fallingdotseq31°C \qquad 2.5\times\frac{5.6-5}{5}\times100\fallingdotseq30°C$$

此の方法で實用上十分であることが判る。

〔4〕 一定長の銀線あり、其の抵抗を 20°C に於て測定するに 10Ω を得 70°C に於て測定するに 11.9Ω を得たり、銀線の 20° C に於ける溫度係數を求めよ。

【略解】 溫度係數を求める式より直ちに

$a_t=\dfrac{11.9-10}{(70-20)\times10}=0.0038$　を得る。

實際上、そう多くの式を暗記することは出來ないから　$R_T=R_t\{1+a_t(T-t)\}$　を暗記して、之れより $(T-t)$ の式及 a_t の式を導出するやうにするのがよい。

〔5〕 アルミニウム配電線あり、10°C に於て負荷電流 50A に對し、電力損失 500W なりと云ふ。35°C に於て同一電流の電力損失を求めよ。

【略解】 アルミニウム配線の 10°C に於ける抵抗　$R_{10}=\dfrac{W}{I^2}=\dfrac{500}{50\times50}=0.2\Omega$

10°C の溫度係數　$a_{10}=\dfrac{1}{236.4+10}$

35°C の抵抗　$R_{35}=0.2\{1+a_{10}(35-10)\}\fallingdotseq0.22\Omega$

電力損失　$W'=I^2R_{35}$　より 550W を得る。

〔6〕 抵抗 r なる銅線と、抵抗 nr なるマンガニン線とを直列に接續したる回路の溫度係數を算出せよ。但し銅線の溫度係數は 1°C に付 0.4% とし、マンガニン線の溫度係數は零とす。(大正11年第三種測定)

【略解】 此の問題は第三卷に述べられる電壓計にマンガニン抵抗線を直列とし、溫度に依る指示の變化即ち誤差を小とするものである。要するに溫度係數の甚だ小なるものを直列とすると全体としての溫度係數は小さくなる。元來、溫度係數とは、1°C の溫度上昇に對する抵抗變化の割合であるから

t°C にて　R_t＝銅線 t°C の抵抗＋マンガニン線の抵抗＝$r+nr=(1+n)r$

T°C にて　R_T＝銅線 T°C の抵抗＋マンガニン線の抵抗

$=r\{1+0.004(T-t)\}+nr=r\{1+n+0.004(T-t)\}$

全体としての溫度係數

$$a_t=\frac{R_T-R_t}{(T-t)R_t}=\frac{0.004(T-t)r}{(T-t)(1+n)r}=\frac{0.004}{1+n}$$

〔7〕 電壓計線輪の溫度係數が 0.4% なるとき之れを 15°C に於て使用したる

場合と 35° C に於て使用したる場合の誤差を 0.5 % 以下とせん爲めには直列マンガニン線の抵抗を電壓計線輪の何倍とせば可なるや。

【略解】 電壓計は之れに流るゝ電流に依つて指針が動かされるから、其の指示は流れる電流に比例する……結局抵抗を一定とすると加へられた電壓に比例し電壓を指示する……

$$電壓計の誤差 = \frac{\dfrac{E}{R_{35}} - \dfrac{E}{R_{15}}}{E/R_{15}} \times 100 = \frac{R_{15} - R_{35}}{R_{35}} \times 100\%$$

之れを題意に依り 0.5% とする

$$R_{35} = r\{1 + n + 0.004 \times 20\} = r(1.08 + n)$$

$$R_{15} - R_{35} = -0.004 \times 20r = -0.08r$$

$$\frac{0.5}{100} = \frac{-0.08r}{r(1.08+n)} \qquad \frac{1}{200} = \frac{-0.08}{(1.08+n)}$$

$$1.08 + n = 16 \qquad n = 16 - 1.08 \fallingdotseq 15 \text{ 倍}$$

7 電流の發熱作用の計算

7.1 電流の發熱作用とジユールの法則

天下の逆賊共を迎へて、赤坂城に於て大楠公が奮戰せられし、陣中餘話の一席を……

雜兵頓助「おい、泣助、朝から又、メソメソシクシク泣いて、どうしたのだ」

雜兵泣助、嗚咽しながら切れ切れに

「之れが泣かずに居られやうか……、俺がな、朝起きると、鳶が一羽、空でピーヒヨロー、ピーヒヨロと鳴いてゐた。一羽で淋しからうと聞くと、ピーヒヨロピーヒヨローと身につまされて泣けて來る」

頓助「おきやがれ、鳶がカアカアと鳴きや烏と間違はれるわい、ピーヒヨロと鳴くのが當りまへだ」

鈍助「こんな泣蟲を、皆の氣を滅入らす男を、大將がどうして放逐しないのか不思議だよ」

頓助「大將は天下無双の人だ、ちやんと廢物利用を考へて居られるのだ、此の間も長杓子で人糞の煮立つたのを押し寄せる敵にぶつかけたじやないか……」

鈍助「なる程なあ、城內で仕末に困つた廢物を利用された奇計、さすがになあ

……然しあの時の敵のうろたへ方は思ひ出しても可笑しい」

頓助「あの時、此の泣きは、鍋のふちにつかまつて、わしのした糞が煮られると云つてオイオイ泣いて居つた。全く變つた奴だ……逆賊のがきは石垣にとつつかまつて見上げながら、お前と俺はこんな臭い仲だ、もう勘辨しろ、て云つて居つたぜ」

鈍助「大將はなあ、お前のやうなへらず口ばかりをたゝく奴も置いて居られるのだ」

頓助「お互に廢物利用をして頂く口か、アハ……」

大楠公は、諸君、御存知の通り、赤坂城の立退きに此の泣男を利用せられ、逆賊をまんまと計られた。

之れに似たことが世の中に少くない。例へば摩擦と云ふことを取つて考へると摩擦がある爲めに回轉体の軸受に熱を生じ、潤滑油を必要とし、速度にも制限を受けるが、一方此の摩擦がなければ吾々は滑つて一歩半步も步けない。此處に述べる、電流の發熱作用も其の一例であつて、一方に於て電線の電流容量だの機器の使用容量を制限するが、他方に於て種々の應用がある。

導体に電流が流れると、導体が熱せられることは旣に前にも述べた。元來、電流が流れると云ふことは自由電子が移動することであつて、此の自由電子が物質の原子と衝突して熱を生ずるものと考へられる。其の發生する熱量は、導体の抵抗を R とし、之れに I なる電流が流れたとすれば、此の抵抗で消費される電力

$$W = EI = IR \times I = I^2R$$

に比例する。即ち、I なる電流で R なる抵抗內に消費せられる電力 I^2R が熱となつて導体の溫度を上昇する。

上式よりも明かなやうに、斯樣にして導体に生ずる熱は導体の抵抗に比例し、電流の自乘に比例する。尙電流の流れた時間に比例し、次のやうな簡單な式で表はされる。

$$H = 0.239\, I^2Rt \fallingdotseq 0.24\, I^2Rt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

茲に I=電流(アンペア) R=抵抗(オーム) t=時間(秒) H=熱量(カロリー)

之れをジユールの法則 (Joule's law) と云ふ。但し 1 カロリーとは 1 瓦の水を攝氏の 1° だけ溫度上昇させる熱量を言ふ。

如何なる導体がどんな形にあつても、電流が通ずると必ず熱を生ずる。例へば

一般の電線でも、或は電氣機器の卷線でも同樣である。從つて或る値以上の電流が流れると、銅線は燒鈍され、又夫れ以上の電流では熔斷される。それ程でなくとも、溫度上昇が甚しくなると、電線絕緣物の被覆が燒損せられる。殊に電氣機器の卷線は密集して捲かれて居るから、熱の放散が惡く、溫度上昇が大きい。此のことさへなければ、如何に細い電線でも大きな電流が運ばれやうし、電氣機器の容量もいくらでも大きく使ひ得る。從つて電線の電流容量、電氣機器の出力制限と云へば直ちに此の溫度上昇が頭に來なくてはならない。

斯樣に有害な電流の發熱作用であるが、一度び之れが應用に目を轉ずると、實に廣大な効用のあるのに驚く。此の煌々たる光の源、白熱纖條電球……又は弧光燈の一部も……電熱器……家庭用の種々なるものより外科用の特殊なもの迄ある……電氣爐、電氣熔接、可熔片、熱線型計器、等々實に多種多樣である。

是等の詳細は以下各卷に於て說明せられやうから、此處では極く常識的に述べて次に移らう。

電熱器は空氣中で酸化しない材料で作られた導体に電流を通じ、其の溫度を高くして其の熱を使ふものである。

白熱電燈は細い導体に電流を通じて遙かに高い溫度（2000° C 以上）の白熱狀態として、之れより光を出させる。之れを空氣中で行ふと纖條は空氣中の酸素に依りすぐ酸化せられて切斷されるから、電球內の空氣を拔いて眞空として居る。或は特殊の瓦斯を適當な壓力で封入して纖條の蒸發を押さへ、更らに高い溫度として電燈の効率增加を計つて居る。

弧光燈は 2 本の炭素棒の端と端とを互に觸れさせ、之れに電流を通じて少し引き離すと、其の間に弧光を生ずる。此の弧光 (アーク arc) と白熱狀態となつた端から光を出させて居る。

電氣爐には二つの電極間に起る電弧の發熱作用を利用した電弧爐、又は電熱器の原理に依る抵抗爐等がある。尙電弧熔接と云ふのは、一方の電極を熔材に他の電極を熔接せんとする金屬に接續して、其の熔材を金屬体に接觸させて電流を通じ、然る後之れを引き離し、其の端に起る電弧に依つて金屬の一部を熔解して之れを熔接させるものである。

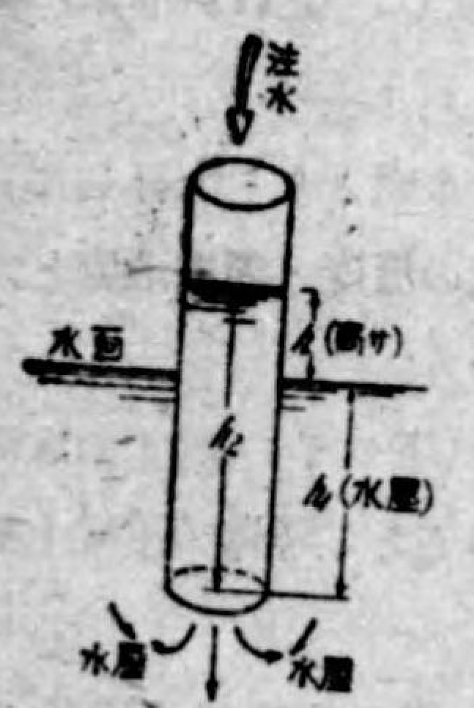
電氣機器の諸設備は如何に設計だの工事が完全であつても、永い間には取扱上の不注意等から其の回路に過大な電流が通らないとも限らない。從つて斯樣な過

大な電流が通り始めたなら、直ちに其の過大電流を遮斷するやうな適當な裝置を回路の要所要所に取付けて置くことが必要である。此の裝置が自動遮斷器と云はれるもので、其の一種として最も廣く用ひられてゐるのが可熔片 (ヒユーズ fuse) である之れは電流の發熱作用を利用したもので、普通電線に使用せられて居る金屬よりも熔融溫度の低い鉛等で作られた金屬片である。之れを回路の一部に接續して置くと、過大な電流が回路に流れた場合、其の熱に依つて自から切れて電流を遮斷し、夫れで回路の他の部分を保護する樣になる。手近かな處では、電燈、電力需用家の屋內工事等では電線の屋內引込口とか、分電盤の處に適當太さの可熔片が用ひられてゐる。

熱線型計器とは、例へば電流通過に依る熱で熱線が溫度上昇して伸びる、此の伸びる長さは通過した電流の自乘に比例するから、逆に其の伸びた長さを測つて通過した電流の大さが定められる。斯樣な裝置で電流の大さを測定する計器である。

7.2 電線溫度上昇の計算

第 7.1 圖のやうに、水中に硝子製の底なし圓筒をつき込んで上から水を注ぎ入れると、圓筒內の水は水面より上る……何をするんだ、閑人だなあ、まあそう云はずに、終り迄聽き給へ……此のことを少し詳しく考へて見やう。圓筒の上からつゞけて一定量の水を注ぎ入れると底から逃げやうとするが、圓筒の深さの水の重量に相當する水壓を受けるので、上から注ぎ入れられる水量の全部が逃出す譯でない。此の殘留組が圓筒內の水面を上げるのである。されば注ぎ入れる水量を一定とすると圓筒內の水面はいくらでも上がるかと云ふに、或る一定の高さで止る。之れは圓筒內の水の高さが高くなると底から水を押出す力（圓筒內の水量に相當する重さ）が加はり、餘計に水を押出すからである。然らば如何なる



第 7.1 圖

高さで止るかと云ふに、1 秒間に注ぎ入れられる水量と底から逃出す水量が相等しくなる高さで止る。然るに

底から水の逃出す力 = h_2 の水の重さ（水壓）に比例する。

水の逃出すのを押へる力＝h_1 の水の重さ（水壓）に比例する。

結局、水の逃出すのは　$(h_2-h_1)=h$　なる水壓に比例することになる。此の水の高さに比例して毎秒 q なる水が逃出すものとし，又一方毎秒 Q なる水が注ぎ入れられるとすれば　$Q=hq$　$h=Q/q$　に相當する水の高さとなる。此のことは次に述べる熱と溫度及溫度上昇と併せて考へると一層に明瞭である。

上例で、同じ水を注ぎ入れるにしても、圓筒が大きいと圓筒內の水の高さは低く、圓筒が小さいと高くなることが容易に想像される。之れと全く同樣で、或物体に同じ熱量（前の注ぎ入れる水量に相當）を與へても、其の物体の種類、大小に依つて溫度上昇（圓筒內の水の高さに相當）に相違がある。其處で物質１瓦の溫度を 1°C だけ上げるに要する熱量をカロリー數で表はして、其の物質の比熱と云ふ。例へば、比熱の値は、水が 1 であることは申す迄もなく、蒸氣は 0.48, 空氣は 0.24, 銅0.092 アルミニウム0.212 タングステン 0.034 鐵 0.114 鉛 0.031 水銀 0.033 等である。

從つて、比熱が C なる物質 m 瓦を t°C から T°C に溫度上昇させるに必要な熱量 Q は

$$Q=mC(T-t)\ \text{カロリー} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

にて表はされる。

扨、導体に電流を流すと $0.24I^2Rt$ に相當する熱量が發生し、之れが導体に與へられると導体の溫度が上昇する。

前の例で、圓筒に水を注ぎ入れると圓筒の水面は周圍の水面よりも上昇した。之れと同樣に、導体に電流が流れると、導体の溫度は周圍の溫度（周圍溫度と云ふ）よりも上昇する。之れを導体の溫度上昇と云ふのである。

第 7.1 圖で注ぎ込む水を止めると、圓筒の水面は次第に下つて、周圍の水面と等しくなろう。之れと同樣に、導体に流れる電流を止めると、導体の溫度上昇は次第に下つて周圍溫度と等しくなる。

今、周圍溫度が 40°C に於て導体に電流が流れた結果，其の溫度が 75°C になつたとすると、溫度上昇＝75－40＝35°C　となる。

此の狀況を今少しく詳しく考へて見やう。即ち，金屬導体に連續して電流を流して…… 絕えず水を流し込んだのと同一……其の內部に熱を發生させると、導体の溫度は漸次に上昇する。斯くすると溫度の上昇と共に導体の表面から其の周圍

に放散する熱量も亦增加する……丁度、圓筒の底から水が逃げ出したやうに……從つて導体の溫度は前の圓筒內の水面と同樣に、遂に或る値に達して止る。

加熱せられた導体の表面から其の周圍の媒質に放散せらるゝ熱量は、導体と其の周圍の溫度の差が大きくなると共に大となる……丁度圓筒內水面が高くなると底から逃出す水量が多くなるのと同樣……又導体に接して居る周圍のものゝ種類（水であるとか、空氣であるとか）導体表面の狀況に依つて大いに影響せられる一般に導体と其の周圍の物質との溫度差が 1°C であるとき、導体表面の 1 平方糎より 1 秒間に放散せらるゝ熱量を放熱率（エミイシイビテイ）(emissivity) と云ふ。……裸銅線では $e \fallingdotseq 0.00023$……

● 上述よりも明かなやうに

導体の溫度は……発生する熱量＝放熱量……となつて止る。

【補說】 オームの法則で　加電壓＝逆起電力　となる電流が流れるのと思想は同樣である

即ち、導体に I なる電流が流れた時、導体が到達した最終溫度を T とし、周圍溫度を T_0 とすると、此の狀態に於て、1 秒間に導体內に發生する熱量と、導体の周圍より 1 秒間に放散する熱量が互に相等しくなる。今放熱率を e とすると

1 秒間に發生する熱量＝$0.24I^2R$　　R は導体の抵抗

1 秒間に放散する熱量＝導体の表面積×$e(T-T_0)=2\pi d l e(T-T_0)$

但し d は電線の半徑、$2\pi d$ は圓周、l は導体の長さ、e を放熱率とした。又 T_0 は周圍溫度、T は導体の溫度であるから $T-T_0$ は溫度上昇である。

此の兩式が等しいのだから

$$2\pi d l e(T-T_0)=0.24I^2R$$

$$T-T_0=\frac{0.24I^2R}{2\pi d l e} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

なる溫度上昇に達する。今、導体の固有抵抗を ρ とすると

$$R=\rho\times\frac{l}{S}=\rho\times\frac{l}{\pi d^2}\quad \text{より}$$

$$T-T_0=\frac{0.24I^2}{2\pi d l e}\times\frac{\rho l}{\pi d^2}=\frac{0.12\rho}{\pi^2 e}\times\frac{I^2}{d^3}=K\frac{I^2}{d^3}\quad\cdots\cdots\cdots (2)$$

茲に e は通風の狀態、導線の表面狀態が一定であると一定の値を有し、是等の一定數をまとめて K で表はすものとした。

即ち導体の温度上昇は電流の自乗に比例し、導体半徑の3乗に逆比例する。

$$I=\sqrt{\frac{(T-T_0)d^3}{K}}=\frac{(T-T_0)^{1/2}d^{3/2}}{K^{1/2}}\cdots\cdots(3)$$

從つて、温度上昇を一定とすると導体に許し得る電流は導体半徑の $3/2$ 乘に比例する。導体の太さを一定とすると、温度上昇の $1/2$ 乘に比例する。

例へば、導体の直徑を 4 倍にすると流し得る電流は 8 倍となり、温度上昇を 4 倍にすると流し得る電流は 2 倍となる。

7.3 湯沸器の計算式

各種電熱器の計算式に就ては何れ以下各卷に於て說明せられるから、此處では其の第一步である湯沸器の計算式を述べるに止める。

抵抗 R オームの導体に I アンペアの電流が t 秒間流れた時、之れに生ずる熱量は

$$H = 0.24I^2Rt$$

であつた。此の $I^2R=EI$ であつてワットである。今 1 キロワット（1000 ワット）の電力を 1 時間通じたとき發生する熱量を求めると

1 キロワット時で發生する熱量　$H=0.239\times1000\times60\times60=860{,}400$ カロリー

1000 カロリーを 1 瓩カロリーと云ふから

1 キロワット時 ≒ 860 瓩カロリー

此の式は此の種の電熱計算の基本となるものであるから、必ず共に暗記せられたい。

今、比熱 C なる物質 m 瓩を T°C 温度上昇せしむるには前節の (2) 式より

所要熱量　$Q=mCT$　瓩カロリー　（m は瓩）

となる。之れを電熱器で行ふには、發生した熱量の悉くが有効に利用されるものでなく、共の幾分は無駄（損失とも云ふ）となる。一般に

$$\text{能率}=\frac{\text{現はれた仕事}}{\text{要した力}}\quad\text{を表はすから}$$

電熱器の場合には

$$\text{能率}=\frac{\text{利用された熱量}}{\text{發生した熱量}}\times100=\frac{\text{發生した熱量}-\text{損失}}{\text{發生した熱量}}$$

$$=\frac{\text{利用された熱量}}{\text{利用された熱量}+\text{損失}}\times100$$

斯く 100 を乘じてパーセント（% で表はす）で能率を示す。

今、電熱器の能率を η% とすると　$Q=mCT$ の仕事をするのに要した電力量を $W\times t$ キロワット時とすると、1 キロワット時は 860 瓩カロリーに相當するから

$$\eta=\frac{mCT}{860\times Wt}\times100\qquad Wt=\frac{mCT}{860\eta}\times100\quad \eta\text{ はパーセント}\cdots(1)$$

を得る。然るに水にあつては C=1 であり、1 立の水は 1 瓩…… 1 立とは 10 糎立方、$10\times10\times10=1000$ 立方糎、1 立方糎の水は 1 瓦であるから、1 立では 1000 瓦即ち 1 瓩となる……從つて V 立の水は V 瓩で、上式は

$$\text{水の場合}\qquad Wt=\frac{VT}{860\,\eta}\times100\cdots\cdots(2)$$

但し、前に記したやうに

W＝電力（キロワット）　t＝時間（時）　η＝湯沸器能率（%）

V＝水の立數（又は瓩數）　T＝温度上昇（°C＝最終温度－周圍温度）

(2) 式の中の何れか一つを求めるには

$$t=\frac{VT}{860\,\eta W}\times100\cdots\cdots(3)$$

$$W=\frac{VT}{860\eta t}\times100\cdots\cdots(4)$$

$$T=\frac{860\,\eta Wt}{V\times100}\cdots\cdots(5)$$

$$V=\frac{860\,\eta Wt}{T\times100}\cdots\cdots(6)$$

$$\eta=\frac{VT}{860Wt}\times100\cdots\cdots(7)$$

以上の諸式を用ふれば湯沸器に關する大抵の問題は解き得られる。

發熱作用計算の要点

❶ 抵抗に發生する熱量（ジュールの法則）

$$H = 0.239I^2Rt \fallingdotseq 0.24I^2Rt$$

I＝電流（アンペア）　R＝抵抗（オーム）　t＝時間（秒）　H＝熱量（カロリ）

❷ 導体の温度上昇

$$0.24I^2R = 2\pi dle(T-T_0) \qquad R = \rho \times \frac{l}{\pi d^2}$$

d＝電線の半徑　l＝導体の長さ　e＝放熱率

T＝電線の温度　T_0＝周圍溫度　ρ＝固有抵抗

$$T-T_0 = K\frac{I^2}{d^3} \qquad I = K_0(T-T_0)^{1/2}d^{3/2}$$

但し K 及 K_0 は常數である。

❸ 湯沸器の計算式

$$Wt = \frac{mCT}{860\eta} \times 100 \qquad 1kWH = 860 \text{ 瓩カロリ}$$

Wt＝電力×時間＝キロワット時　m＝被熱体の瓩數　C＝比熱

T＝溫度上昇 °C（最終溫度－周圍溫度）　η＝電熱器の能率（%）

水の場合　V＝水の立數（瓩數と一致）　とすると

$$Wt = \frac{VT}{860\eta} \times 100$$

學習問題並解答

〔1〕 500 ワットの電熱器あり、長時間の使用に依り發熱線の直徑が一様に5% 減少し、且修理の爲其の長さが 10% 減少したりとせばワット數は何程となるや

（昭和 10 年第 3 種一次）

【略解】 電力は E^2/R であるから、本問は供給電壓 E を一定として電力を比較するにある……電壓を一定とすると電力は抵抗に反比例する……損耗後の抵抗 R′ は

$$R' = \rho \times \frac{\frac{90}{100}l}{\pi\left(\frac{95}{100}d\right)^2} = \rho \times \frac{l}{\pi d^2} \times \frac{\frac{90}{100}}{\left(\frac{95}{100}\right)^2} = R \times 0.997$$

$$\frac{R'}{R} = 0.997 \qquad \frac{W'}{W} = \frac{R}{R'} = \frac{1}{0.997}$$

$$W' = \frac{W}{0.997} = \frac{500}{0.997} = 501.5W$$

殆んど變化のないことが判る。

但し $(1\pm\chi)^m$ にて、χ が 1 に比して甚だ小さいときには、次のやうに略算し得る。

$(1\pm\chi)^m \fallingdotseq 1\pm m\chi$　　　之れを二項定理と云ふ。故に

$$\left(\frac{95}{100}\right)^2 = \left(1-\frac{5}{100}\right)^2 = 1-2\times\frac{5}{100} \fallingdotseq 0.9$$

とすると $R' \fallingdotseq R$ 殆んど變りのないことが直ちに計算される。

〔2〕 發熱体の表面溫度 900°C なる電熱器あり、發熱体の直徑は 100 時間につき當初の値の 2% の割合にて減少するものとせば、發熱体の表面溫度 700°C に低下する迄の時間何程なりや。但し發熱体の表面溫度は其の單位長の電力消費量に比例し、其の表面積に逆比例するものとす。又電熱器は常に一定電壓にて使用するものとす。（昭和 11 年第 3 種電燈）

【略解】 前問より明かなやうに電力消費量は抵抗に逆比例する。

$$R = \rho \times \frac{l}{\pi d^2} \qquad \frac{1}{R} = \frac{\pi}{\rho l}d^2$$

即ち電力消費は直徑の自乗に比例する。

表面積 $(2\pi dl)$ は直徑に比例する。故に表面溫度は一方に於て（電力消費）直徑の自乗に正比例し、一方に於て（表面積）直徑に反比例するから結局は直徑に比例することになる。從つて t 時間後の表面溫度を 700°C とすると

$$700 = 900 \times \left(1-\frac{2}{100}\times\frac{t}{100}\right)$$ より t を求めると t＝1111 時間となる。

〔3〕 或る電熱器を使用中發熱線の直徑が一様に10%消耗せりと云ふ。熱線の最終溫度は如何に變化するや。但し端子電壓、周圍溫度、熱放散係數は不變なりとす

【略解】 $0.24\frac{E^2}{R} = 2\pi dle(T-T_0)$ の式より

溫度上昇　$$T-T_0 = \frac{0.24E^2}{2\pi le}\cdot\frac{1}{Rd} = K\frac{1}{\rho\times\frac{l}{\pi d^2}\times d} = K_0 d$$

但し K 及 K_0 は常數とした。

即ち本問の場合では溫度上昇は直徑に比例するから、直徑が 10% 消耗すれば溫度上昇も

10% 減少する。

〔4〕 使用中の電熱線が一樣なる太さにて 10% 損耗せるを以て其の長さを縮め前と同一電壓にて同一溫度を得んとす。元の長さより何程縮少すべきや。但し、周圍溫度、熱放散係數は不變なりとす。

【略解】〔1〕を逆に見たやうな問題である。

$$\text{溫度上昇}\quad T-T_0=K'\frac{1}{Rdl}=K'\frac{1}{\rho\times\dfrac{l}{\pi d^2}dl}=K_0'\frac{d}{l^2}$$

即ち溫度上昇を一定とするには $\dfrac{d}{l^2}$ を一定數とする。

$$\frac{\left(\dfrac{90}{100}\right)d}{l'^2}=\frac{d}{l^2}\qquad l'=l\sqrt{\frac{90}{100}}=0.95\,l$$

即ち長さを 5% 減ずればよい。

〔5〕 0°C に於ける水 2 立中に抵抗 5Ω の電熱線あり、之れに 10A を 30 分間通すれば何瓦の水が蒸發せらるゝや。但し水の氣化熱を537瓦カロリー/瓦とす

【略解】 水の氣化熱とは 100°C の水 1 瓦を蒸氣とするに要する熱量である。

發生熱量　$H=0.24I^2Rt=2.16\times10^5$ 瓦カロリー

0°C より 100°C とする所要熱量　$H'=2\times10^5$ 瓦カロリー

蒸發する水量 $=\dfrac{H-H'}{537}\fallingdotseq30$ 瓦　と求められる。

〔6〕 電熱器により 25°C の水より毎時 20 瓩の蒸氣を得んとす。電熱器の能率を 94% として其の所要容量を求めよ。

【略解】 發生熱量　$H=0.24I^2Rt=0.24W\times3600=864W$ 瓦カロリー

25°C より 100°C とする所要熱量　$H'=15\times10^5$ 瓦カロリー

$20{,}000=\dfrac{H-H'}{537}$　より　$W=14.2\text{kW}$ を得る。

〔7〕 2 kW の投込電熱器を以て 10 立の水を 10°C より 60°C に上昇せしむるに幾分を要するや。但し熱の放散、傳導に依る損失は無視する。

（昭和 2 年第 3 種一次）

【略解】 先づ基本公式を持つて來やう。

$$Wt=\frac{V\times T}{860\times\eta}\times100$$

$W=2$　$t=$時間　$\eta=100$　$V=10$　$T=60-10=50$

從つて　$t=\dfrac{10\times50}{860}\times\dfrac{1}{2}$ 時 $\times60$(分)　即ち 17 分 27 秒を要する。

〔8〕 15°C の水 4 立を容器に入れ、1 kW の電氣七輪を以て之を熱し、水の溫度を90°C に達せしむるに 30 分を要したり、此の場合に於ける湯沸裝置の能率は何%なりや。（昭和 13 年第 3 種電驗）

【略解】 基本式より解くと

$$\eta=\frac{V\times T}{860\times Wt}\times100=\frac{4\times75}{860\times1\times0.5}\times100=\frac{30}{43}\times100\fallingdotseq70\%$$

〔9〕 1 kWh に就き 2.5 錢の深夜間電力を使用し 2 kW の投込電熱器に依りて 9°C の水 100 立を 95°C に熱するには幾何の電力料金を要するや。但し加熱裝置の能率は 90% とす。（昭和 15 年第 3 種電驗）

【略解】 例に依り基本式から

$Wt=\dfrac{100\times(95-9)}{860\times90}\times100=11.11$　　電力料金　$2.5\times11.11=28$ 錢

本問では電熱器容量 2kW は直接計算に必要でない。

〔10〕 3 kW の電熱器を以て 5°C の水を 45°C に 20 分にて沸かさんとす。何立の水を沸し得るや。但し、電熱器の能率を 85% とす。

【略解】 基本式より水の立數を求めると

$$V=\frac{860\,\eta Wt}{T\times100}=\frac{860\times85\times3\times\dfrac{20}{60}}{(45-5)\times100}=18.3\ \text{立}$$

〔11〕 5 立の水を約 6 分にて 20°C より 35°C に上昇せしむるには何 kW の電熱器を用ふべきや。又此の電熱器にて 5°C の水を 35°C とするには何倍の時間を要するや。但し電熱器の能率には變化なきものとし 85% とす。

【略解】 基本式より

$$W=\frac{VT}{860\eta t}\times100=\frac{5\times15}{860\times0.85\times0.1}\fallingdotseq1\text{kW}\qquad t=\frac{5\times30}{860\times0.85\times1}\fallingdotseq12\ \text{分}$$

申す迄もなく、所要時間は溫度上昇に比例するから $(35-20)=15$°C を上昇するのに 6 分

を要すれば 35－5＝30°C では其の 2 倍 12 分を要する。

〔12〕 10 立の水を能率 80% なる電熱器に依り 80° C に溫度上昇せしむる電力量を以て 15 立の水を何度溫度上昇せしめ得べきや。

【略解】 基本式より

$$Wt=\frac{10\times 80}{860\times 0.8}\doteqdot 1.16\ \mathrm{kWh}$$

$$T=\frac{860\eta Wt}{V\times 100}=\frac{860\times 0.8\times 1.16}{15}\doteqdot 53°\mathrm{C}$$

と求める迄もなく T の式で η Wt を一定とすると T は水の立數 V に反比例するから

$$T=80\times\frac{10}{15}\doteqdot 53°\mathrm{C}$$ と求められる。

8　直流平等負荷分布回路と級數

8.1　直流平等負荷分布回路と等差級數

朝、町内のラヂオ体操場に顔を出すと、炭俵が高々とつまれて居る。

「切符配給になる用意ですなあ、あれ程、ないないと騒いだのに、こんなに集めて來るとは隅（炭）に置けない」

「だから眞中に出したのでせう」

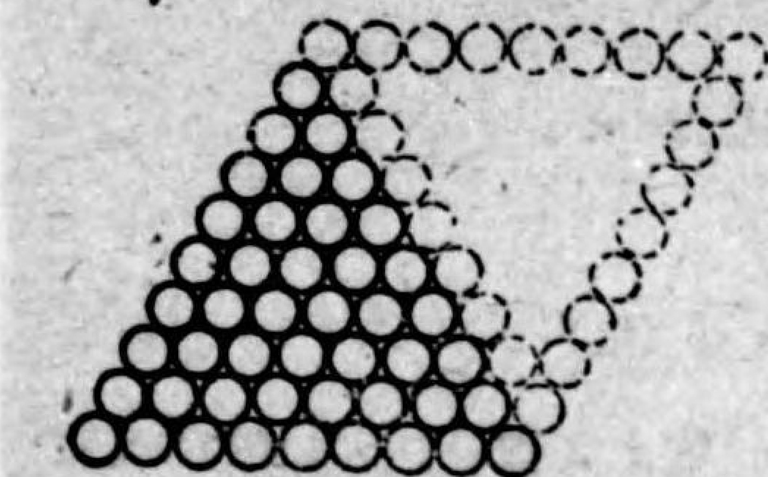
嫁と大人がだらしなく輕口を叩いてゐる。一方で小學生が中學生らしいのに尋ねて居る。

「隨分とあるなあ、何俵位あるんだらうね」

「君 1 俵 2 俵……と數へなくともね、之れは等差級數の和を求める方法で簡單に判るのだ、即ちだね……」

おつと、どつこい、そいつを皆迄云はれたのでは、講者が之れから說明することがなくなる。

扨、第 8.1 圖のやうに、積み上げられた炭俵の山を下より順次に見上げて行くと、最下段は 9 俵、下より 2 段目は 8 俵、下より 3 段目は 7 俵と順次に上の段に行くに從つて 1 段每に 1 俵減じて居る。逆に頂上の一俵から下へ順次に見ると、上より 2 段目は 2 俵、3 段目は 3 俵と云ふやうに 1 俵宛增して居る。斯樣に一項進める每に等しい數だけ增減するやうな數の列を等差級數と云ふ



第 8.1 圖

例へば……5, 7, 9, 11, 13……は 1 項進める每に 2 づつ增加して居るから等差級數の 1 種である。……等差級數は算術級數とも云ひ、A.P と略記する……扨、等差級數に於て、最初の項を初項、一番終りの項を末項、各項の差を公差、項の數を項數と云ふ。

前圖の炭俵の山に於て、左側の点線に示したやうにつけ加へて考へると、各段の炭俵は 10 俵宛となり、之れが 9 段あることになり、全部の俵數は 10×9＝90 俵で、之れは實際にあるものゝ丁度 2 倍になつて居るから

$$\text{實際にある炭俵の數}=\frac{(\text{最上段の俵數}+\text{最下段の俵數})\times\text{段數}}{2}$$

$$=\frac{(1+9)\times 9}{2}=45\ \text{俵}$$

此の炭俵の俵數を等差級數の形とすると

上より　1, 2, 3, 4, 5, …… 9

となり 1 が初項で 9 が末項、各項の差である公差は ＋1（下から考へると －1）項數は段數で 9 である。此の等差級數の和を求めて全俵數を知る。

今、等差級數を一般的な形で書くと、初項を a, 公差を ±d, 末項を l, 項數を n として

$$\overset{1}{a}\quad \overset{2}{a\pm d}\quad \overset{3}{a\pm 2d}\quad \overset{4}{a\pm 3d}\ \cdots\cdots\cdots\ \overset{n}{a\pm(n-1)d}$$

即ち n 項目の末項 l は $l=a\pm(n-1)d$ となる。

扨、此の等差級數の總和 S を求めるには、上記を逆に並べて加へ合すこと、丁度、炭俵の場合のやうにする。

$$\begin{array}{rl} S= & a+(a\pm d)+\cdots\cdots+a\pm(n-2)d+a\pm(n-1)d \\ (+)\quad S= & a\pm(n-1)d+a\pm(n-2)d+\cdots\cdots+(a\pm d)+a \\ \hline 2S= & 2a\pm(n-1)d+2a\pm(n-1)d+\cdots\cdots+2a\pm(n-1)d+2a\pm(n-1)d \end{array}$$

と、各項が等しく $2a\pm(n-1)d$ となり、之れが n 項あるから

$2S=n\{2a\pm(n-1)d\}$　此の兩邊を 2 で除し

$$S=\frac{n\{2a\pm(n-1)d\}}{2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$2a\pm(n-1)d=a+a\pm(n-1)d=a+l \qquad S=\frac{(a+l)n}{2}$$

此の S の式は前に炭俵の全數を求めたのと同樣である。

炭俵の問題では　$a=1$　$d=+1$　$n=9$

$$S=\frac{9\{2\times1+(9-1)\times1\}}{2}=\frac{9\times10}{2}=45\ (俵)$$

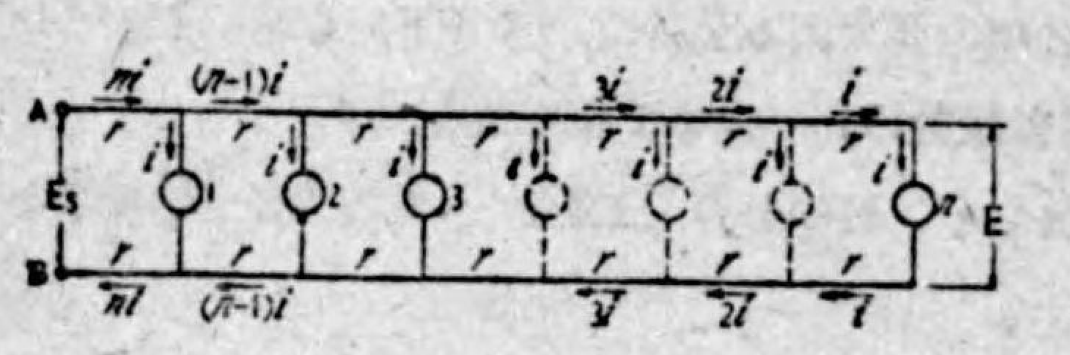
要するに、等差級數は第 8.2 圖のやうな梯形の面積を求めることになる。從つて

$$S=\frac{(a+l)\times n}{2}$$ となることは一見して明瞭である

第 8.2 圖

此の等差級數で取扱はれる電氣回路の一例として、第 8.3 圖のやうな平等に負荷の分布せられた回路の一種を取つて、配電線の全電壓降下を計算して見やう。

圖に示すやうに、等間隔に電燈 n 箇が点燈され、各區間の抵抗は片線で r オームとし、各電燈の電流は i アンペアとする。今各區間に流るゝ電流を考へると、最終端の區間では n 燈目の i が流れ、次の區間では 2 燈分の 2i, 次の區間では 3 燈分の 3i ……と以下 1 區間毎に i 宛増加して、A, B 間よりは n 燈全部の電流 ni が供給せられて居る



第 8.3 圖

此の各區間片線の電壓降下を考へると

$$ir \quad 2ir \quad 3ir \ \cdots\cdots \ (n-1)ir \quad nir$$

となつて、初項 a が $a=ir$　公差 $d=ir$ なる級數 n 項があることになる。勿論、末項は　$l=a+(n-1)d=ir+(n-1)ir=nir$　となる。此の配線の全區間の電壓降下 e は此の級數の和の 2 倍 …… 往復 2 線であるから……となり

$$e=2\times\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}=n\{2ir+(n-1)ir\}=n(n+1)ir$$

又は　$e=2\times\dfrac{(a+l)\times n}{2}=(ri+nir)n=n(n+1)ir$

從つて A, B 間に與へた電壓を E_s, 最終端の電壓を E とすると

$$e=E_s-E=n(n+1)ir \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

又　$E=E_s-e=E_s-n(n+1)ir$　　$E_s=E+e=E+n(n+1)ir$ …… (3)

或は　$r=\dfrac{E_s-E}{n(n+1)i}$　　$i=\dfrac{E_s-E}{n(n+1)r}$ …………………… (4)

此の式より n を求めるには　$n^2+n-\dfrac{e}{ir}=0$　と置き

$$n=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\dfrac{e}{ir}}}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

此の種の問題は上記の諸式を利用すれば悉く解き得られる。

8.2 等比級數と其の應用

編輯部の方が、"電氣計算"は全くすばらしい人氣で、毎號、讀者が幾何級數的に増加して行くのですからなあ、と云はれる。前に説明した等差級數を算術級數と云ふのに對して、此の等差級數を幾何級數と云ひ G.P と略記することがある。等差級數では一列の數が一定の公差で增減したが、等比級數は、例へば……

1, 3, 9, 27, 81……直前の數に 3 を乘する。

のやうに、一列の數に於て、各數は其の直前のものに一定の數を掛けたやうに並んでゐる。此の掛けた一定の數（前例では 3）を公比と云ひ、其の他は等差級數の場合と同樣である。其處で等比級數を一般的な形で表はすと……r を公比として……

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & & n \\ a & ar & ar^2 & ar^3 & \cdots\cdots\cdots\cdots & ar^{n-1} \end{array}$$

となる。即ち末項は　$l=ar^{n-1}$　である。

扨、此の等比級數の總和（各項の和）を求めるに

$$S=a+ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-1}$$

此の式の兩邊に r を掛けて

$$rS=ar+ar^2+ar^3+\cdots\cdots+ar^{n-1}+ar^n$$

此の兩式の邊々を次の如くに減する

$$\begin{array}{rl} & S=a+ar+ar^2+ar^3+\cdots\cdots+ar^{n-1} \\ (-) & rS=\quad ar+ar^2+ar^3+\cdots\cdots+ar^{n-1}+ar^n \\ \hline & S-rS=a \qquad\qquad\qquad -ar^n \end{array}$$

從つて　　$S(1-r)=a(1-r^n)$

故に　　$S=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ ……………………(1)

但し $r=1$ であると分母が零となり、無限大となるから此の公式は用ひられない。$r \neq 1$ としなければならない。申す迄もなく

$r=1$　では　　$S=a+a+\cdots\cdots+a=na$　である。

扨、此の等比級數に於て、r の絶對値が 1 より小さいと n が增大するに從つて r^n の絶對値は次第に減少する。

例へば　$r=\dfrac{1}{10}$　であると　　$r^2=\left(\dfrac{1}{10}\right)^2=0.01$

$r^3=\left(\dfrac{1}{10}\right)^3=0.001\cdots\cdots r^{10}=\left(\dfrac{1}{10}\right)^{10}=0.0000000001$

斯樣に n が限りなく大となると r^n の絶對値は限りなく小さくなつて 0 に限りなく接近する。此のことを n が限りなく大となるとき r^n の極限値(きよくげんち) (limit)(リミツト) は 0 であると云ふ。此の時の等比級數の總和は前の式を書き直して

$S=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}=\dfrac{a}{1-r}-\dfrac{a}{1-r}r^n$

とすると、公比 r の絶對値が 1 より小さい場合には、n が增大するに從つて前述のやうに r^n は極限が 0 となり、第二項は 0 に限りなく接近し、結局は

$S=\dfrac{a}{1-r}$ ……………………………………………………(2)

再言すると、初項が a, 公比 r の絶對値が 1 より小なる等比級數の和は項數が限りなく大となるとき $\dfrac{a}{1-r}$ なる極限値を有する。

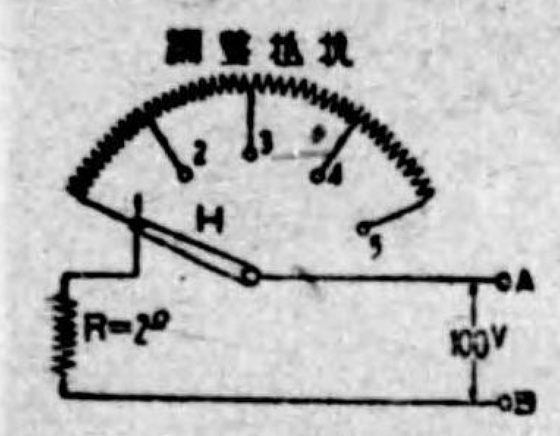
此のことを　　$a+ar+ar^2+\cdots\cdots\cdots\cdots(-1<r<1)$

なる無限等比級數の和は $\dfrac{a}{1-r}$ であると云ひ、次の如くに書く。

$a+ar+ar^2+\cdots\cdots=\dfrac{a}{1-r}$　　$(-1<r<1)$

次に等比級數の應用の二三を述べやう。

第 8.4 圖のやうに、調整抵抗を通じて、一定負荷抵抗 2Ω に一定電壓 100V を加へ、調整抵抗のハンドル H を時計式方向に廻して、タップ 1, 2, 3 と進むに從つて、負荷抵抗に流るゝ電流を前の ½ 宛づつに 5 段に變化せんとする。調



第 8.4 圖

整抵抗は全体として何オームを要するや。

今、ハンドルを 1 に置くと

R の電流$=\dfrac{100}{R}=\dfrac{100}{2}=50\text{A}$　　$R=2\Omega$

題意に依りハンドルを 2 に置いたとき

R の電流$=50\times\dfrac{1}{2}=25\text{A}$　全抵抗 $R_0=4\Omega$

同樣にハンドルを 3, 4…… と進めると、電流は 12.5A, 6.25 A, 抵抗は 8 Ω, 16 Ω となる。即ち抵抗に就て考へると

2, 4, 8, 16……　　と公比 2 なる等比級數となるから

所要全抵抗　$S=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{2(2^5-1)}{2-1}=2(32-1)=62\ \Omega$

調整器の所要抵抗　$62-2=60\ \Omega$

次に無限等比級數の應用として、循環小數を分數に直すことを研究して見やう循環小數と云ふのは、0.555555…… 0.036036036…… のやうな形のもので、之れを表はすのに $0.\dot{5}$ 又は $0.\dot{0}3\dot{6}$ と云ふやうに書く。

$0.\dot{5}=0.555\cdots\cdots=0.5+0.05+0.005+\cdots\cdots=\dfrac{5}{10}+\dfrac{5}{100}+\dfrac{5}{1000}+\cdots\cdots$

で、$a=\dfrac{5}{10}$　公比 $r=\dfrac{1}{10}$ である無限等比級數となるから

$$S=0.\dot{5}=\frac{a}{1-r}=\frac{\frac{5}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{5}{9}$$

$$5.\dot{1}3\dot{5}=5+\frac{135}{1000}+\frac{135}{1000^2}+\frac{135}{1000^3}+\cdots\cdots$$

$$=5+\frac{\frac{135}{1000}}{1-\frac{1}{1000}}=5+\frac{135}{999}=5\frac{5}{37}$$

斯樣に循環小數を分數に直すには、循環數字の一節を其のまゝ分子とし、循環數字の桁數だけ 9 を並べた數を分母とすればよい。帶分數の場合には其の整數部分を其のまゝ分數に添へて帶分數とする。

級　數　の　要　點

❶ **等差級數の公式**

初項=a　公差=±d　末項=l　項數=n　とすると

級數の總和　$S=\dfrac{n(a+l)}{2}=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

$l=a\pm(n-1)d\pm d=\dfrac{l-a}{n-1}$

又　$2S=2na+n^2d-nd$　$dn^2+(2a-d)n-2S=0$　より

$n=\dfrac{-(2a-d)\pm\sqrt{(2a-d)^2+8dS}}{2d}$　として項數が求められる。

❷ **等比級數の公式**

級數の總和　$S=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$　　$l=ar^{n-1}$

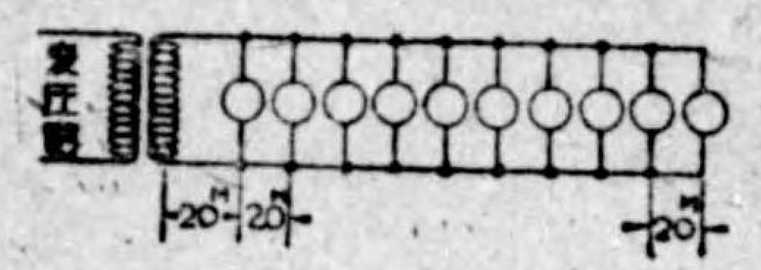
但し　r=公比　とし、其の他前と同樣

又　$a+ar+ar^2+\cdots\cdots$　但し　$(-1<r<1)$

なる無限等比級數の總和　$S=\dfrac{a}{1-r}$　となる。

學習問題並解答

〔1〕各約 100W の電球 10 箇を 20m の等間隔に点じ、變壓器二次の端子電壓を 103 V に、最終点の端子電壓を 97.5 V に保持せんとす。電線には一樣の太さの銅線を用ふるものとし、其の切斷面積を求む。但し、切斷面積 1 平方粍、長さ 1 米の銅の抵抗を 1/55Ω とし、又各電球の消費電流は此の場合凡て 1A と假定するものとす



第 8.5 圖

（昭和 4 年第 3 種一次）

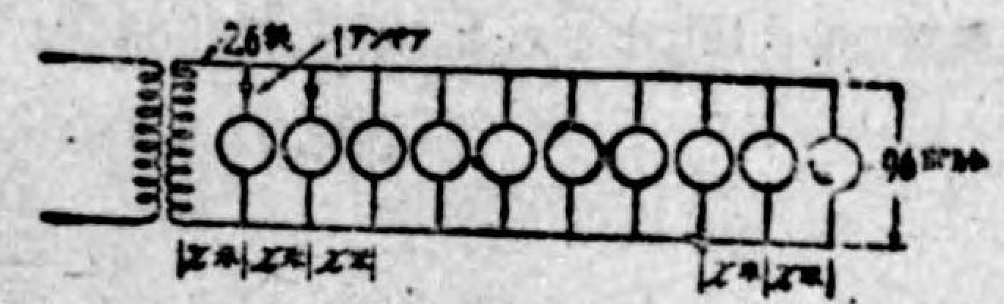
【略解】本文第 8.3 圖と比較して考へると　n=10 i=1A　20m 間の抵抗を r として…（但し m は米を示す）……

$$103-97.5=10(10+1)r \qquad r=\frac{5.5}{10\times 11}$$

又　$r=\rho\times\dfrac{l}{S}$　より　$S=\rho\times\dfrac{l}{r}=\dfrac{1}{55}\times\dfrac{20}{\frac{5.5}{10\times 11}}=\dfrac{1}{55}\times\dfrac{110\times 20}{5.5}$

より S を求めると 7.27 平方粍を得る。

〔2〕變壓器の二次側電壓 104 V より引出されたる二線式配電線に第 8.6 圖の如く等間隔に 100W の電燈 10 箇を點燈したる場合、最終端の電壓を 96 V とするには電球間の間隔を何米とすべきや。但し電線には 2.6 粍線を使用す。

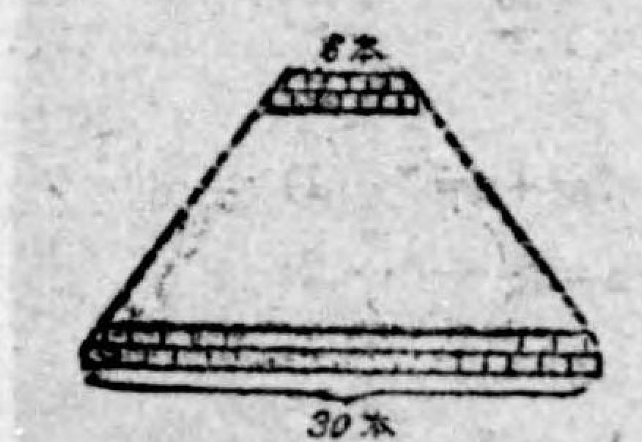


第 8.6 圖

【略解】2.6 粍線 1m の抵抗は　$r=\dfrac{1}{55}\times\dfrac{1}{\pi\left(\frac{2.6}{2}\right)^2}$

題意より　$104-96=10(10+1)r\chi$　但し χ は燈間隔とし、各電燈は 1A の電流とした。
上式より χ を求めると $\chi\fallingdotseq 21$m となる。

〔3〕軌道枕木が第 8.7 圖の如く積重ねられあり最底は 30 本にして 1 段毎に 2 本宛減少し、最上は 6 本なりと云ふ。枕木の總數を求めよ。



第 8.7 圖

【略解】此の問題に於ては項數 n を求めることが第一着手である。末項の式より

$l=a+(n-1)d=6+(n-1)\times 2=30$

$n-1=\dfrac{30-6}{2}$　より　n=13　と計算され

從つて　$S=\dfrac{n(a+l)}{2}=\dfrac{13(6+30)}{2}=234$ 本　と求められる。

〔4〕1, 2, 3, 4…… の如く 1Ω 宛の差を有する抵抗あり、今これを 1Ω より順次直列に接續し、一定電流 2A を通じたる時、其の全電壓降下をして 272 V となすには何 Ω 迄の抵抗を直列にすべきや。

【略解】結局抵抗の總和を $(272\div 2)=136\Omega$ とするやうに項數を定むればよい。

$$136=\frac{n}{2}\{2+(n-1)\} \qquad n^2+n-272=0$$

$$n=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\times272}}{2}=\frac{-1\pm33}{2}$$

より n=16 即ち 1Ω 2Ω 3Ω …… 16Ω 迄直列とする。

〔5〕 等比級數をなす三數あり、其の初項、第二項、第三項より夫々 2, 6, 15 を引けば等差級數をなし且その等差級數の和は12なりと云ふ。元の三數を求めよ

(昭和 15 年實檢)

【略解】 三數を x y z とすると

$$(x-2)+(y-6)+(z-15)=12 \qquad x+y+z=35 \cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{y}{x}=\frac{z}{y} \qquad y^2=xz \cdots\cdots\cdots(2)$$

$$y-6=\frac{1}{2}\{(x-2)+(z-15)\} \qquad y=\frac{1}{2}(x+z)-\frac{17}{2}+6\cdots(3)$$

(3) より $x+z=2\left(y+\frac{5}{2}\right)=2y+5$ 之れを (1) 式に代入して

$$y+2y+5=35 \qquad 3y=30 \qquad y=10$$

故に (1) より $x+z=25$　(2) より $xz=100$　此の兩式から

$$(x-z)^2=(x+z)^2-4xz=225 \qquad x-z=15 \qquad x=20 \qquad z=5$$

或は又、等比級數の初項を a, 公比を r とすると

$$(ar-6)-(a-2)=(ar^2-15)-(ar-6) \qquad ar^2-2ar+a=5\cdots(1)$$

$$(a-2)+(ar-6)+(ar^2-15)=12 \qquad ar^2+ar+a=35\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) より (2) 式を引くと $ar=10$ を得る。

(2) 式の兩邊を ar で除し　$r+1+\frac{1}{r}=\frac{35}{10}$　　$r+\frac{1}{r}=\frac{5}{2}$

$2r^2-5r+2=0$　より　$r=\frac{1}{2}$ 又は 2

故に元の數は 20, 10, 5 と得られる。

第 3.8 圖

〔6〕 指針の零位置から 5 cm (糎) 偏れた狀態にて或る讀みを示す電氣計器あり、今回路を遮斷せるとき、指針の尖端が靜止する迄に動きたる距離は何 cm となるや但し指針の振幅は ¾ 宛減少するものとす。

【略解】 指針の振幅は遂次に前の ¾ 宛となつて遂に靜止する。之れは明かに無限等比級數で

$$動いた距離(各振幅の和)=\frac{a}{1-r}=\frac{5}{1-\frac{3}{4}}=20\ \text{cm}$$

9　直流回路網の計算

9.1 キルヒホツフの法則と重疊(ちようじよう)の理

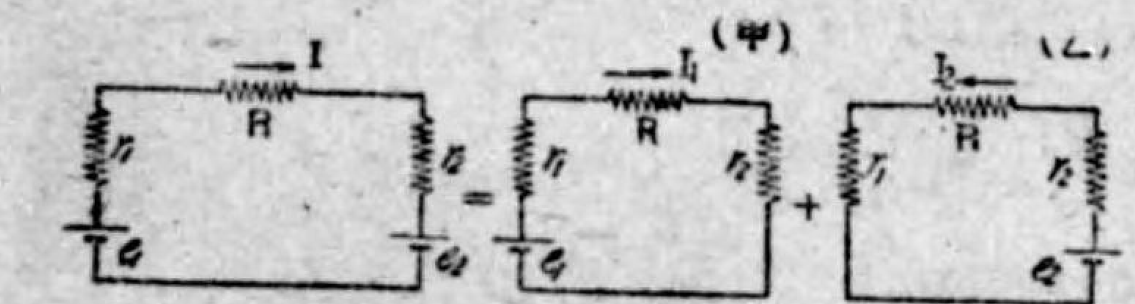
ともかく、同じ酒には相違ないのだが、神棚に供へて、拍手の一つ二つをパンパンと打つて御神酒(おみき)と名がつくと、もう、吾々平民には氣易く頂けないやうな氣がする。之れが、バイー、燗酒、と居酒屋の土間に出て居ると、ふふん、酒わり水めがと二三杯はキユーと引つかけて仕舞ふ。

同じ酒でも、名が變ると近付き難いやうに思ふ。之れが人間の弱点の一つである。

キルヒホツフの法則等と勿体らしくはあるが、要するにオームの法則を回路網の計算に便利なやうに書き直したものに過ぎない。と先きに說明した。

此處に述べる重疊の理もテブナンの定理も、要するにキルヒホツフの法則の書き直したものであり、根本はオームの法則から一歩半歩も出て居るものでない。

尤もらしい名がついて居るので、テヘこりや、あらたか、近寄り難しと思ふのは大なる誤りで、鬼面に驚いて佛心を知らないのである。だから諸君は之れから說明することは要するにオームの法則だ、組みし易しと學習されたい。



第 9.1 圖

扨、第 9.1 圖左邊のやうな回路があるとき、之れは右邊の如く e_2 がなく e_1 のみがあると考へた (甲) なる回路と e_1 がなく e_2 のみがある (乙) なる回路の重疊されたものとして電流分布を求めてよい。之れが重疊の理である。

此の際注意しなければならないことは、e_2 及 e_1 がないと考へるとき、其の內部抵抗は夫々回路に殘して置かねばならないことゝ、上圖では e_1 の內部抵抗を r_1, e_2 の內部抵抗を r_2 とした起電力と電流の方向を誤らないことである。

其の正しいことをキルヒホツフの法則で證明しやう。

甲回路では I_1 は時計式方向に流れて

$$e_1=I_1r_1+I_1R+I_1r_2 \qquad I_1=\frac{e_1}{R+r_1+r_2}$$

(乙) 回路で $\qquad -e_2=-I_2r_2-I_2R-I_2r_1 \qquad I_2=\frac{e_2}{R+r_1+r_2}$

此の (甲) 回路と (乙) 回路を重ね合すと電流の方向は反對であるから

$$I=I_1-I_2=\frac{e_1-e_2}{R+r_1+r_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

然るに左邊の原回路にキ氏の第二法則を適用すると

$$e_1-e_2=Ir_1+IR+Ir_2 \qquad I=\frac{e_1-e_2}{R+r_1+r_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

が得られ、(1) (2) 式は一致する。即ち左邊の回路は右邊の (甲) 及 (乙) 回路の重疊したものとして取扱つてよい。

斯様に一つ宛の起電力に就て電流分布を重疊するのであつて、回路網に幾つの起電力があつても同様に重疊すればよい。然し回路の各部に消費せらるゝ電力は重疊し得ない。例へば、前例で R 内の消費電力を求めると

(甲) 回路で $\qquad w_1=I_1^2R=\frac{e_1^2R}{(R+r_1+r_2)^2}$

(乙) 回路で $\qquad w_2=I_2^2R=\frac{e_2^2R}{(R+r_1+r_2)^2}$

此の二つを重ね合すと (電力には正負はない)

$$W=w_1+w_1=\frac{R(e_1^2+e_2^2)}{(R+r_1+r_2)^2}$$

然るに左邊の回路で R に消費される電力は

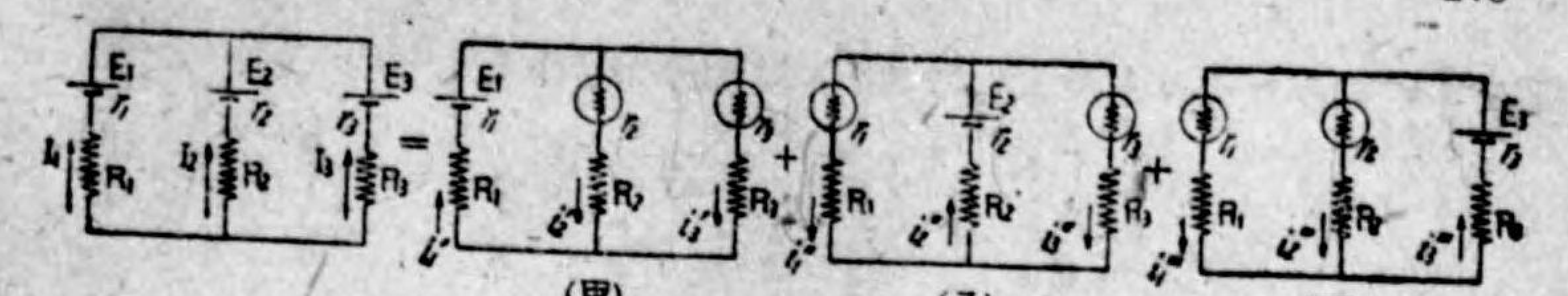
$$W=I^2R=\frac{(e_1-e_2)^2R}{(R+r_1+r_2)^2}=\frac{R(e_1^2+e_2^2-2e_1e_2)}{(R+r_1+r_2)^2}$$

で重ね合したものと一致しない。

即ち、電流の重疊は出來るが、電力の重疊は行ひ得ない。此のことを明確に知つて置かれたい。

今一例として、第 9.2 圖の左邊のやうな回路は右邊の三つの回路の重疊したものと考へられる。

即ち、(甲) 回路では E_1 のみがあるものとし、E_2, E_3 はないものとして、電


(甲) (乙) (丙)

第 9.2 圖

流分布 i_1', i_2', i_3' を圖の如くに定める。但し E_1, E_2, E_3 の各内部抵抗を r_1, r_2, r_3 とし、各抵抗を R_1, R_2, R_3 とした。是等の抵抗は何れの場合に於ても回路に常置しなければならない。

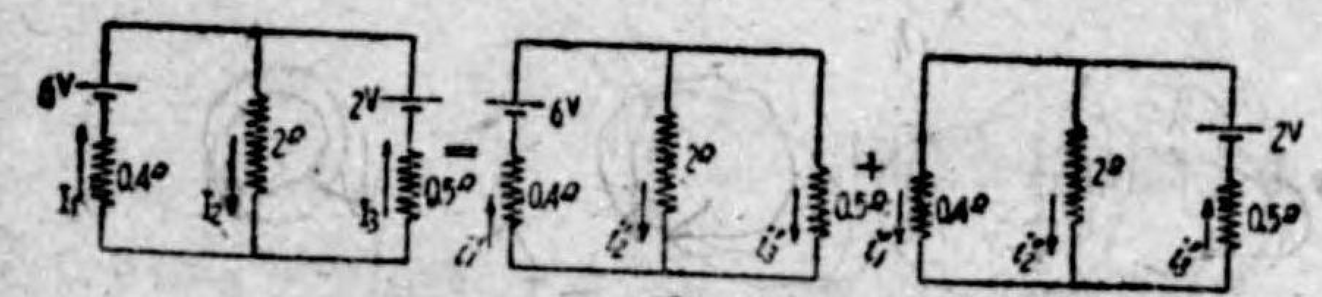
次に (乙) 回路では E_2 のみがあるものとして E_1 及 E_3 を取り除いて、各部の電流分布を i_1'', i_2'', i_3'' と求めた。更らに (丙) 回路では E_3 のみがあるものとして E_1 及 E_2 を取り除いて、各部の電流分布を i_1''', i_2''', i_3''' と求めた。

是等の三つの回路の電流を重疊すると、左邊の原回路の電流分布となる。從つて

$$I_1=i_1'-i_1''-i_1''' \qquad I_2=i_2''-i_2'-i_2''' \qquad I_3=i_3'''-i_3'-i_3''$$

と容易に電流分布が定められる。

次に簡單な實例として 3.4 の第 3.10 圖の例題を重疊の理で解くと、次の第 9.3 圖の如くになる。即ち起電力 6 V, 内部抵抗 0.4Ω と起電力 2 V, 内部抵抗 0.5Ω なる電池を 2 箇並列に接續して、之れに抵抗 2 Ω を接續した場合である。


(甲) (乙)

第 9.3 圖

先づ 6 V のみがあるものとした (甲) 電流分布を作ると

$$i_1'=\frac{6}{0.4+\frac{2\times0.5}{2+0.5}}=\frac{6}{0.4+0.4}=\frac{6}{0.8}=\frac{60}{8}=\frac{15}{2}$$

$$i_2'=i_1'\times\frac{0.5}{2+0.5}=\frac{15}{2}\times\frac{0.5}{2.5}=\frac{3}{2}$$

$$i_3'=i_1'\times\frac{2}{2+0.5}=\frac{12}{2} \qquad 又は \qquad i_3'=i_1'-i_2'=\frac{15}{2}-\frac{3}{2}=\frac{12}{}$$

次に 2 V のみがあるものとした（乙）電流分布を作ると

$$i_3''=\frac{2}{0.5+\frac{2\times 0.4}{2+0.4}}=\frac{2}{0.5+\frac{1}{3}}=\frac{2}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{2}{\frac{3+2}{6}}=\frac{12}{5}$$

$$i_1''=i_3''\times\frac{2}{2+0.4}=\frac{12}{5}\times\frac{20}{24}=2$$

$$i_2''=i_3''-i_1''=\frac{12}{5}-2=\frac{12}{5}-\frac{10}{5}=\frac{2}{5}$$

此の（甲）（乙）の兩電流分布を重疊すると

$$I_1=i_1'-i_1''=\frac{15}{2}-2=\frac{15-4}{2}=\frac{11}{2}=5.5\ \mathrm{A}$$

$$I_2=(i_2'+i_2'')=\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{5}\right)=(1.5+0.4)=1.9\ \mathrm{A}$$

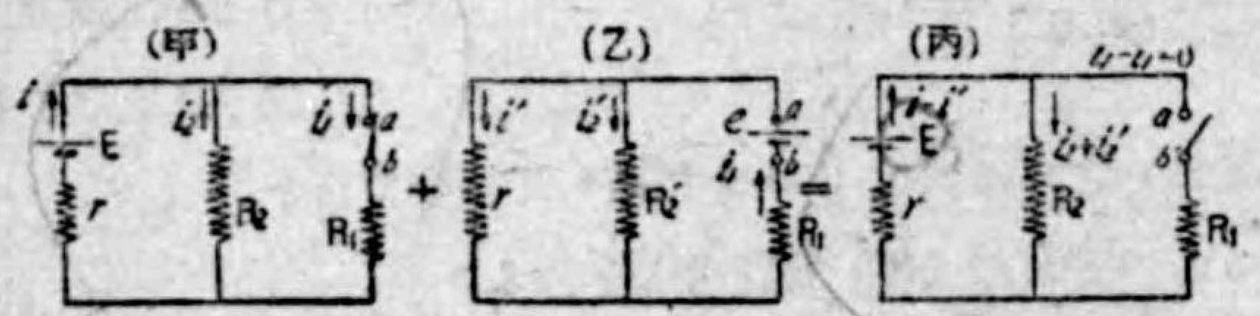
即ち I_2 は上より下の方向に 1.9 A 流れる。

$$I_3=i_3''-i_3'=\frac{12}{5}-\frac{12}{2}=2.4-6=-3.6\ \mathrm{A}$$

I_3 は圖示とは反對に上より下の方向に 3.6 A が流れる。斯く求めた結果は 3.4 の結果と全く一致する。

9.2 テブナンの定理と其の應用

次に第 9.4 圖のやうな（甲）回路に於て，起電力 E，内部抵抗 r なる電池に抵抗 R_1 と R_2 が並列に接續され R_1 に i_1，R_2 に i_2 が流れてゐるとき R_1 回路の開閉器を開くと a, b 間に何程の電壓が現はれるかと云ふに、（乙）圖のやうに電池の起電力を除き（内部抵抗は殘して置く）此の R_1 に通じて居つた電流と大いさ等しく方向の反對な電流 $-i_1$ を流すに必要な起電力と等しい電壓が現はれる。此の起電力を圖では点線の e で示した。斯樣にすると（甲）と（乙）を重疊すると R_1 の電流は $i_1-i_1=0$ となつて，a, b 間を開いたのと同一の結果と



第 9.4 圖

なる。此の正しいことを證明するに

a, b 間を開いた（丙）回路では

$$i-i'=\frac{E}{R_2+r}\qquad \text{a, b 間電壓}\quad e=(i-i')R_2=\frac{ER_2}{R_2+r}\cdots(1)$$

（甲）回路に於て

$$i=\frac{E}{r+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\frac{E(R_1+R_2)}{r(R_1+R_2)+R_1R}$$

$$i_1=i\times\frac{R_2}{R_1+R_2}=\frac{ER_2}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}$$

$$i_2=i\times\frac{R_1}{R_1+R_2}=\frac{ER_1}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}\cdots\cdots(3)$$

（乙）回路では

$$e=\left(R_1+\frac{rR_2}{r+R_2}\right)i_1=\frac{r(R_1+R_2)+R_1R_2}{r+R_2}\times\frac{ER_2}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}$$

$$=\frac{ER_2}{R_2+r}\cdots\cdots(4)$$

即ち（丙）圖の a, b 間に表はれる電壓は（乙）圖の e の値に等しい。

又
$$i'=i_1\times\frac{R_2}{r+R_2}=\frac{ER_2^2}{\{r(R_1+R_2)+R_1R_2\}(r+R_2)}$$

$$i_2'=i_1\times\frac{r}{r+R_2}=\frac{ER_2r}{\{r(R_1+R_2)+R_1R_2\}(r+R_2)}$$

（甲）と（乙）とを重疊すると

$$i-i'=\frac{E(R_1+R_2)}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}-\frac{ER_2^2}{\{r(R_1+R_2)+R_1R_2\}(r+R_2)}$$

$$=\frac{E\{(R_1+R_2)(r+R_2)-R_2^2\}}{\{r(R_1+R_2)+R_1R_2\}(r+R_2)}=\frac{E\{r(R_1+R_2)+R_1R_2\}}{\{r(R_1+R_2)+R_1R_2\}(r+R_2)}$$

$$=\frac{E}{r+R_2}=\frac{E}{R_2+r}\cdots\cdots(5)$$

即ち (5) 式は (1) 式の値と一致する。

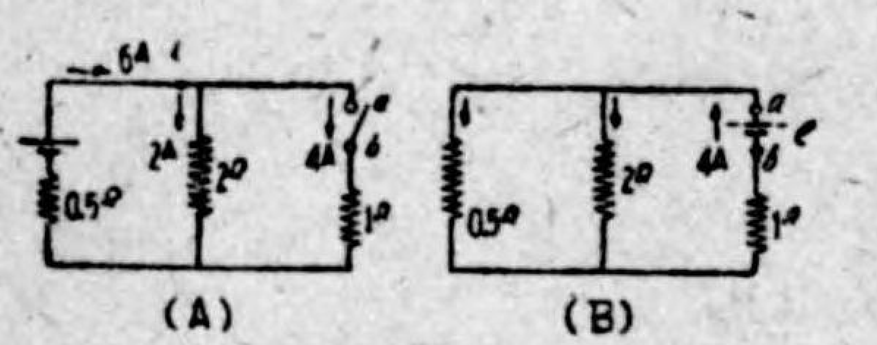
同樣にして R_2 の（丙）の電流は (i_2+i_2') で（甲）と（乙）の重疊したものである。

以上より、起電力を含まない場合でも、假想起電力で重疊の理が行ひ得られ、

一般に

任意の回路網で一点を開放したとき、其の点に現はれる電壓は、電源の起電力を除いて前に其處を流れて居つた電流と大いさ等しく方向の反對な電流を通ぜしめる爲め、其の開放点に加ふべき電壓に等しい。

と云ふことが出來る。



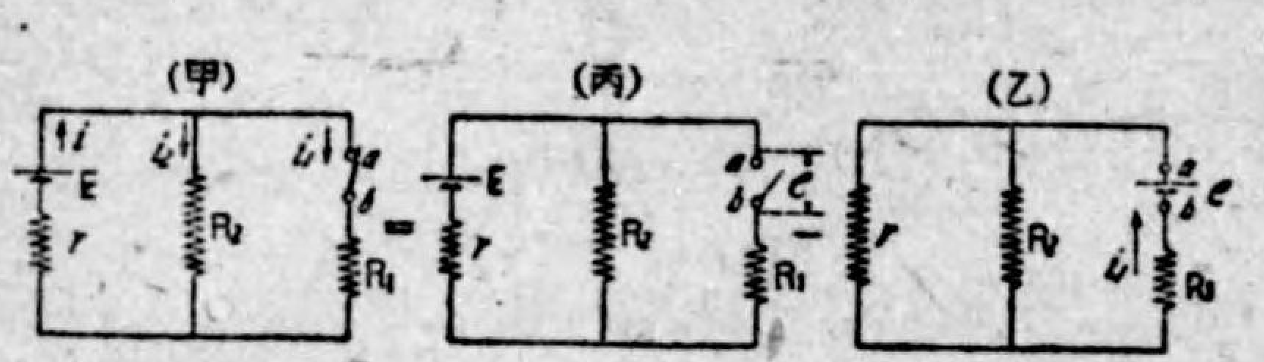
第 9.5 圖

例へば、第 9.5 圖の (A) のやうな回路で電池の內部抵抗が 0.5Ω で、之れより 6A の電流が流出し、2Ω に 2A, 1Ω に 4A が分流して居るとき、a, b を開くと此の間に何程の電壓が現はれるかと云ふに、前の說明より、之れを (B) 圖のやうに書き

$$e = 4\times\left(1+\frac{2\times0.5}{2+0.5}\right)=4\times1.4=5.6\ \mathrm{V}$$

と簡單に求められる。既に氣付かれたやうに、此の場合は電池の起電力が判らなくともよい。

扨、前の第 9.4 圖を置き換へて……方程式の如くに取扱ひ……第 9.6 圖のやうにすることが出來る。此の圖の敎へる處は、(甲) 回路で a, b 間を閉ぢたとき、之れに流れる電流は a, b 間を開いた (丙) 回路に於て、a, b 間に現はれる電壓 e を求め、次に (乙) 回路の如くに電池の起電力を除き (內部抵抗は殘して置く) a, b 間に e なる起電力を加へたとき、之れに流るゝ電流に等しいことを示す。



第 9.6 圖

即ち　$$i_1=\frac{e}{R_1+\dfrac{R_2r}{R_2+r}}$$

但し (乙) 回路の電流分布の前に負號のあるのは (乙) の電流分布の方向を悉く反對として (丙) 電流分布に加へると (甲) 電流分布の得られることを示して居るのである。

前の證明で十分であるが、念の爲めに當つて見ると

(甲)回路より　$$i_1=\frac{E}{r+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\times\frac{R_2}{R_1+R_2}=\frac{ER_2}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}\quad\cdots(1)$$

(丙)回路では　$$e=\frac{E}{R_2+r}\times R_2=\frac{ER_2}{R_2+r}\quad\cdots\cdots(2)$$

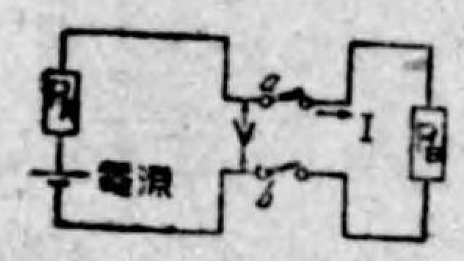
(乙)回路では　$$i_1=\frac{e}{R_1+\dfrac{R_2r}{R_2+r}}=\frac{e(R_2+r)}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}$$

$$=e\times\frac{R_2+r}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}=\frac{ER_2}{R_2+r}\times\frac{R_2+r}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}$$

$$=\frac{ER_2}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}\quad\cdots\cdots(3)$$

即ち (3) 式は (1) 式と正しく一致し、斯く取扱つてよいことが判る。之れを一般的に云ふと

2 箇宛の端子を有する任意の A, B 二つの回路網があつて、電源を含む A 回路網端子間に V なる電壓が現はれ、B 回路網に電源を含まないとすると、兩端子を結ぶと $I=\dfrac{V}{R_A+R_B}$ なる電流が A の端子から B の端子に流れる。但し R_A, R_B は端子から見た A 回路網及 B 回路網の合成抵抗である。



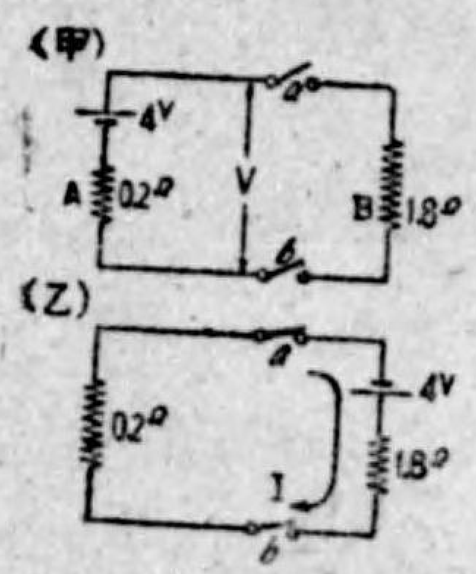
第 9.7 圖

之れを圖示すると第 9.7 圖の如くで、之れをテブナンの定理と云つて居る。

說明が少しく複雜となつたやうであるから、明々白々の最も簡單な實例を先づ解いて見やう。

第 9.8 圖のやうな回路で、a 及 b を入れた時の電流は、電池の起電力 4V, 內部抵抗 0.2Ω とし、結ぶ抵抗を 1.8Ω とすれば直ちに

$$I=\frac{4}{1.8+0.2}=\frac{4}{2}=2\,\mathrm{A}$$



第 9.8 圖

と得られる。之れをテブナンの定理で解くと、先づ a, 間を開いた時の a, b 間の電壓 V は、電池に電流が流れないから、電池起電力と等しく V=4V である。

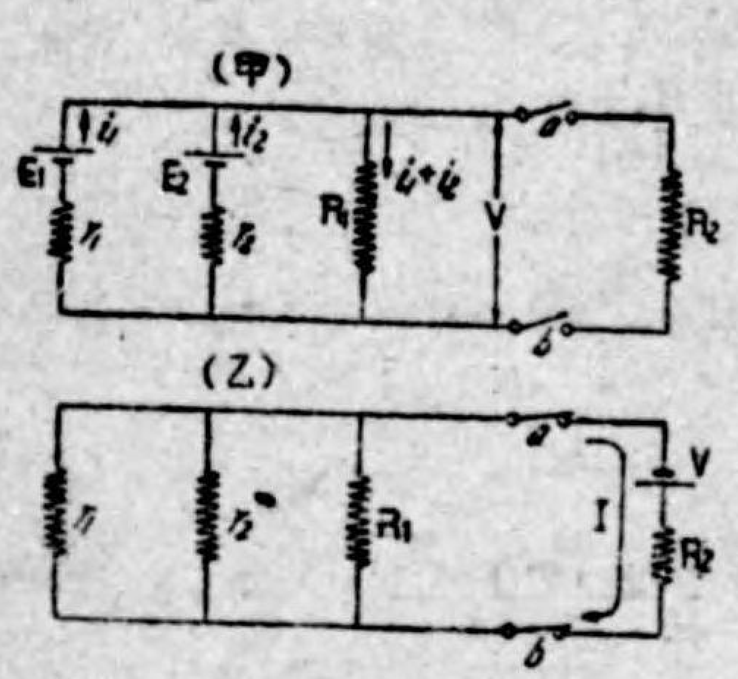
故に之れを (乙) 圖のやうに考へて

$$I=\frac{4}{1.8+0.2}=\frac{4}{2}=2\mathrm{A}$$　と求める。

元より、重疊の理とか、テブナンの定理は複雜な回路に應用して初めて其の靈驗のいやちこなることが判るのであつて、斯樣な簡單な回路に用ふべきでない。

テブナンの定理の少し複雜な一例を示そう。

第 9.9 圖の如く、起電力 E_1, 內部抵抗 r_1, 起電力 E_2 內部抵抗 r_2 なる電池 2 箇を並列に接續し、之れに抵抗 R_1 が接續される。a 及 b を入れ此の R_1 に更らに並列に R_2 を結ぶ時 R_2 に流るゝ電流を求めよ。



第 9.9 圖

（甲）圖の如く、a, b が開かれて居る時に a, b 間に現はれる電壓を V とすると

E_1 の電流　　$i_1=\frac{E_1-V}{r_1}$

E_2 の電流　　$i_2=\frac{E_2-V}{r_2}$

又　$V=(i_1+i_2)R_1=\left(\frac{E_1-V}{r_1}+\frac{E_2-V}{r_2}\right)R_1=\frac{E_1R_1}{r_1}+\frac{E_2R_1}{r_2}-\left(\frac{VR_1}{r_1}+\frac{VR_1}{r_2}\right)$

$$V+\left(\frac{R_1}{r_1}+\frac{R_1}{r_2}\right)V=\frac{E_1R_1}{r_1}+\frac{E_2R_1}{r_2}$$

$$V\left(1+\frac{R_1}{r_1}+\frac{R_1}{r_2}\right)=\frac{R_1(E_1r_2+E_2r_1)}{r_1r_2}$$

$$V\,\frac{r_1r_2+R_1(r_2+r_1)}{r_1r_2}=\frac{R_1(E_1r_2+E_2r_1)}{r_1r_2}$$

從つて　$V=\frac{R_1(E_1r_2+E_2r_1)}{r_1r_2+R_1(r_2+r_1)}$

次に（乙）圖に於て a, b 間より見た電源の方の合成抵抗 R_A は

$$R_A=\frac{1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{R_1}}=\frac{R_1r_1r_2}{r_1r_2+R_1(r_2+r_1)}$$

故に a, b を入れた時の R_2 の電流 I は

$$I=\frac{V}{R_A+R_2}=V\times\frac{1}{R_A+R_2}$$

$$=\frac{R_1(E_1r_2+E_2r_1)}{r_1r_2+R_1(r_2+r_1)}\times\frac{1}{\frac{R_1r_1r_2}{r_1r_2+R_1(r_2+r_1)}+R_2}$$

$$=\frac{R_1(E_1r_2+E_2r_1)}{R_1r_1r_2+R_2\{r_1r_2+R_1(r_2+r_1)\}}=\frac{(E_1r_2+E_2r_1)R_1}{r_1r_2(R_1+R_2)+R_1R_2(r_1+r_2)}$$

之れをキルヒホツフの法則で解こうとすれば、幾つもの聯立方程式を解かねばならない。即ちキルヒホツフの法則で聯立方程式を立てゝ解くことを、圖を重ねて行ふのが重疊の理であり、一部分の電壓又は電流の値を……重疊の理の一部を利用して……簡單に求めるのがテブナンの定理で、其の根本思想はオームの法則に他ならない。

是等の定理は今後共に回路網の計算に屢々活用せらるゝものであるから、よく理解して置かれたい。

重疊の理及テブナンの定理の要點

❶ 重疊の理

幾つかの起電力を有する回路網に於て、起電力の一つづゝに就て電流分布を求め、之れを重ね合すと、原回路の電流分布が求められる。

但し、一つの起電力に就て考ふるとき、他の起電力は取り除くが其の內部抵抗は殘して置く。又電流の重疊は行ひ得るが、電力の重疊は行ひ得ない。

❷ テブナンの定理

(i)　任意の回路網で一點を開放したとき、其の點に現はれる電壓は、電源の起電力を除いて、前に其處に流れて居つた電流と大さの等しい電流を通ぜしめるため、其の開放點に加ふべき電壓に等しい。

(ii)　2 箇宛の端子を有する任意の A 及 B なる二つの回路網があつて、電源を含む A 回路網端子間に V なる電壓が現はれ、B 回路網に電源を含まないとすると

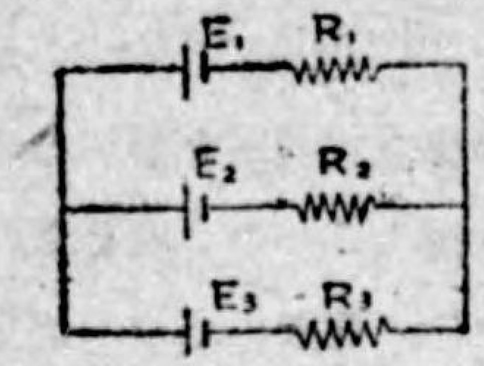
兩端子を結ぶと　　$I=\frac{V}{R_A+R_B}$

なる電流が A 端子から B 端子に流れる。

但し R_A, R_B は端子から見た A 回路網及 B 回路網の合成抵抗である。

學習問題並解答

〔1〕 第 9.10 圖の如き直流回路に於て各抵抗 R_1, R_2, R_3 に通ずる電流幾何なるか。

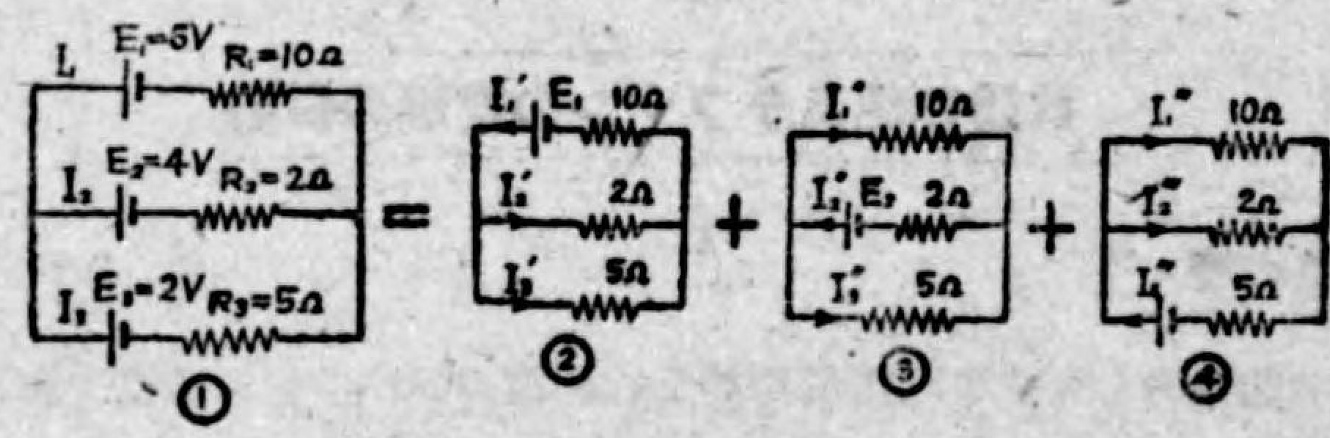


第 9.10 圖

但し、電池の内部抵抗は之を無視するものとす。

$E_1=6V$　$E_2=4V$　$E_3=2V$　$R_1=10\Omega$　$R_2=2\Omega$　$R_3=5\Omega$ （昭和 12 年第三種一次）

【略解】 各部の電流を假定してキルヒホッフの法則に依つて聯立方程式を立てゝ解くこととも出來るが、此處では重疊の理で解いて見る。本文の要領で各起電力に依る電流分布を求めると、第 9.11 圖の如くになり、② に於て



第 9.11 圖

$$I_1'=\frac{21}{40}A \qquad I_2'=\frac{15}{40}A \qquad I_3'=\frac{6}{40}A$$

③ に於て　$I_2''=\frac{30}{40}A$　$I_1''=\frac{10}{40}A$　$I_3''=\frac{20}{40}A$

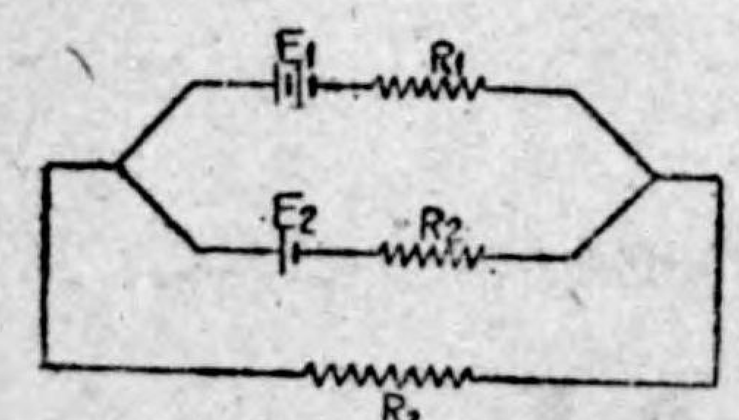
④ に於て　$I_3'''=\frac{12}{40}A$　$I_1'''=\frac{2}{40}A$　$I_2'''=\frac{10}{40}A$　と求められる。

$$I_1=I_1'-I_1''-I_1'''=\frac{21}{40}-\frac{10}{40}-\frac{2}{40}=\frac{9}{40}=0.225A$$

$$I_2=I_2''-I_2'-I_2'''=\frac{30}{40}-\frac{15}{40}-\frac{10}{40}=\frac{5}{40}=0.125A$$

$$I_3=I_3'''-I_3'-I_3''=\frac{12}{40}-\frac{6}{40}-\frac{20}{40}=-\frac{14}{40}=-0.35A$$

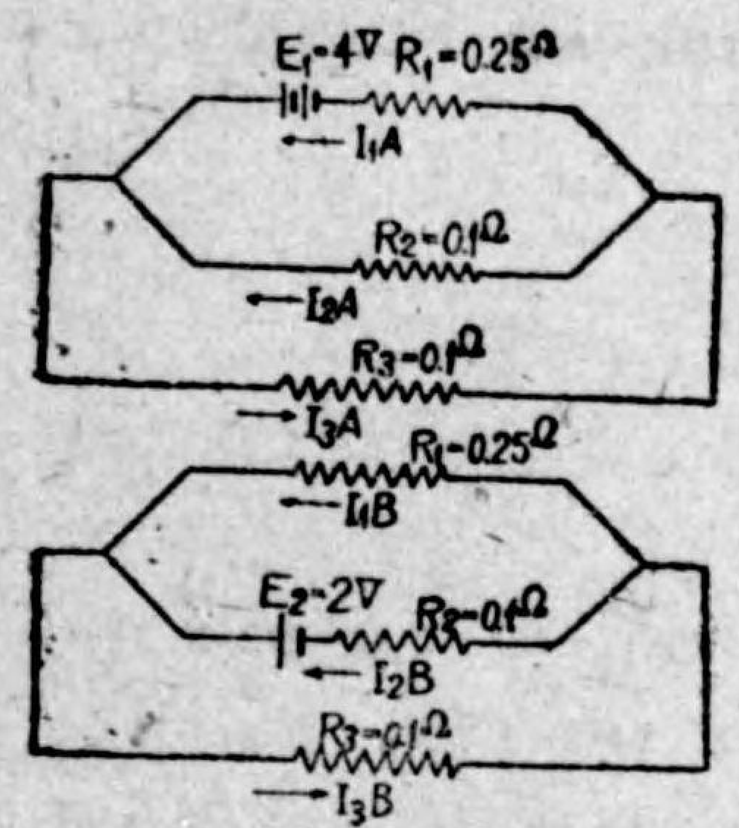
〔2〕 第 9.12 圖の如き回路あり、E_1, E_2 は電池の起電力、R_1, R_2, R_3 は抵抗とし、$E_1=4V$, $E_2=2V$, $R_1=0.25\Omega$, $R_2=0.1\Omega$, $R_3=0.1\Omega$ なりとせば R_1, R_2 及 R_3 に流るゝ電流は如何になるや。但し電池の内部抵抗は無視するものとす。



第 9.12 圖

【略解】 キ氏法則の處で取扱つた形であるが、此處では重疊の理で解いて見やう。

各起電力に就て電流分布を定めると第 9.13 圖の如くになる。



第 9.13 圖

上圖より　$I_{1A}=\frac{4}{0.3}$　$I_{2A}=-\frac{2}{0.3}$

$I_{3A}=\frac{2}{0.3}$

下圖より　$I_{2B}=\frac{7}{0.6}$　$I_{1B}=-\frac{2}{0.6}$

$I_{3B}=\frac{5}{0.6}$

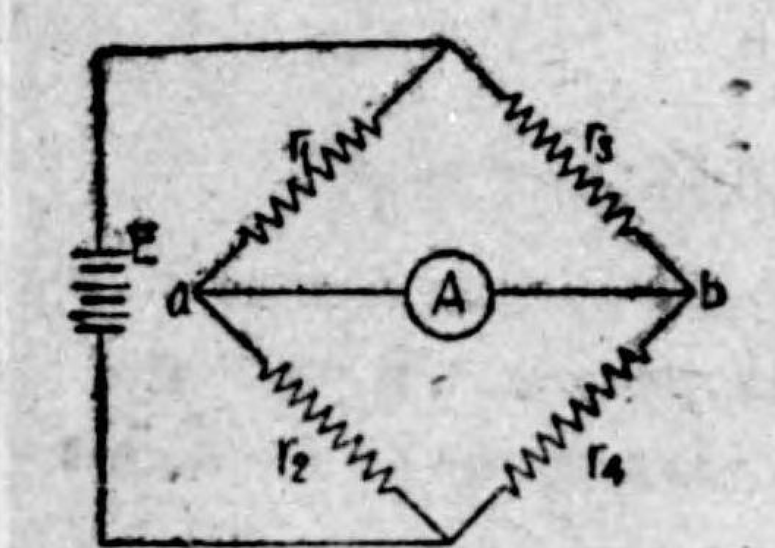
故に R_1 の電流 I_1, R_2 の電流 I_2 及 R_3 の電流 I_3 は

$$I_1=I_{1A}+I_{1B}=\frac{4}{0.3}-\frac{2}{0.6}=\frac{8-2}{0.6}=\frac{6}{0.6}=10\,A$$

$$I_2=I_{2A}+I_{2B}=-\frac{2}{0.3}+\frac{7}{0.6}=\frac{3}{0.6}=5\,A$$

$$I_3=I_{3A}+I_{3B}=\frac{2}{0.3}+\frac{5}{0.6}=\frac{9}{0.6}=15\,A$$

〔3〕 一定電壓 E ボルトの電源に r_1 オームと r_2 オームを直列とせるものと、r_3 オームと r_4 オームとを直列にせるものを並列に接續すること第 9.14 圖の如くし、r_1 と r_2 の結び目 a と、r_3 と r_4 の結び目 b とを内部抵抗 r オームの電流計にて結べば、何アンペアの電流が之れに流るゝや。



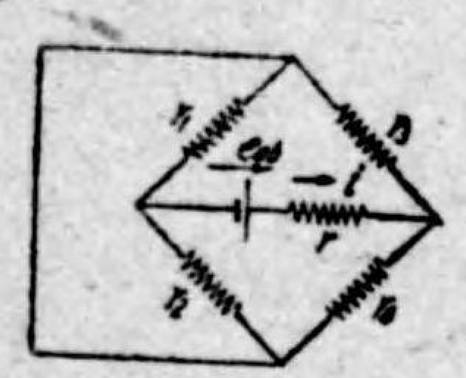
第 9.14 圖

但し電池の内部抵抗は之れを無視す。

【略解】 テブナンの定理に依つて解いて見やう。A を入れない時の a, b 間の電壓は

$$e_{ab}=e_a-e_b=\frac{Er_1}{r_3+r_4}-\frac{Er_3}{r_1+r_2}=E\left(\frac{r_3}{r_3+r_4}-\frac{r_1}{r_1+r_2}\right)$$

次に a, b 間から電源側を見た合成抵抗は電池の内部抵抗が無視されるから第 9.15 圖の如くになり



第 9.15 圖

$$R_{ab}=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}+\frac{r_3r_4}{r_3+r_4}+r$$

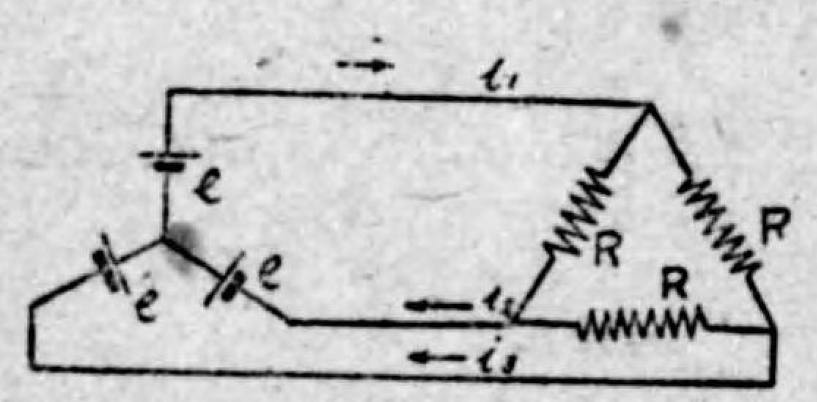
故に電流計に流れる電流 i は

$$i=\frac{e_{ab}}{R_{ab}}$$

$$=\frac{E(r_2r_3-r_1r_4)}{r_1r_2(r_3+r_4)+r_3r_4(r_1+r_2)+r(r_1+r_2)(r_3+r_4)}$$

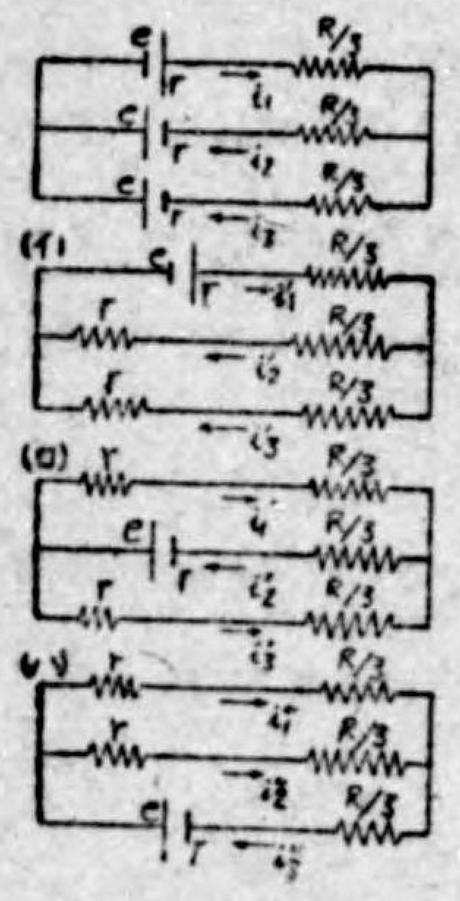
勿論 $r_2r_3=r_1r_4$ であるとブリッヂは平衡狀態にあつて $i=0$ となる。

〔4〕 第 9.16 圖の如く起電力 e ボルト内部抵抗 r オームなる電池 3 箇と R オームなる抵抗 3 箇を結べる回路あり、各線電流 i_1, i_2, i_3 は各何アンペアなりや。

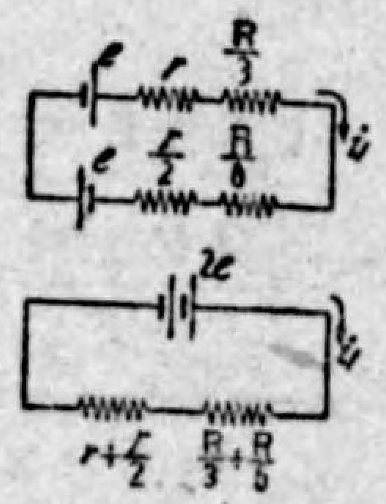


第 9.16 圖

【略解】 此の △ の R を Y に換算すると、R/3 となる。之れを各起電力に就て重疊すると第 9.17 圖の如くで



第 9.17 圖



第 9.18 圖

$$i_1=i_1'+i_1''+i_1'''=\frac{4}{R+3r}$$

$$i_2=i_2'+i_2''-i_2'''=\frac{2e}{R+3r}$$

$$i_3=i_3'-i_3''+i_3'''=\frac{2e}{R+3r}$$

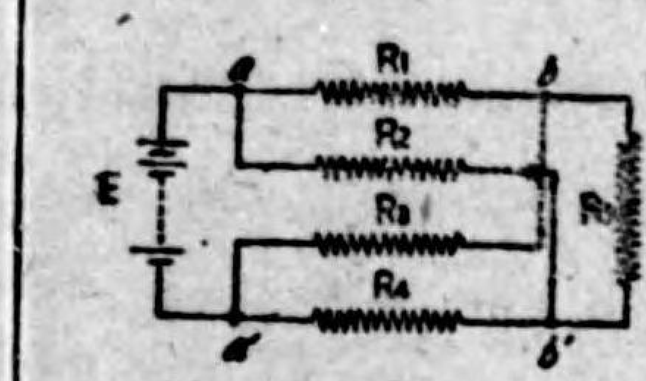
勿論キルヒホツフの法則でも解けるが、更らに簡單に解くには、i_2 i_3 の回路は相等しい電池の並列回路と考へられるから、起電力は e, 内部抵抗は $\left(r+\frac{R}{3}\right)$ の $\frac{1}{2}$ となり第 9.18 圖のやうになる。從つて

$$i_1=\frac{2e}{\left(r+\frac{r}{2}\right)+\left(\frac{R}{3}+\frac{R}{6}\right)}=\frac{4e}{R+3r}$$

$$i_2=i_3=\frac{1}{2}i_1=\frac{2e}{R+3r}$$

と直ちに求められる。問題の圖を書き直して解法を簡單にする着意が望しい。

〔5〕 第 9.19 圖の如き回路に於て、E=10V, $R_1=4\Omega$, $R_2=3\Omega$, $R_3=6\Omega$, $R_4=2\Omega$, $R_0=1.4\Omega$ なるとき R_0 に流るゝ電流を求めよ。但し電池の內部抵抗は無視す。

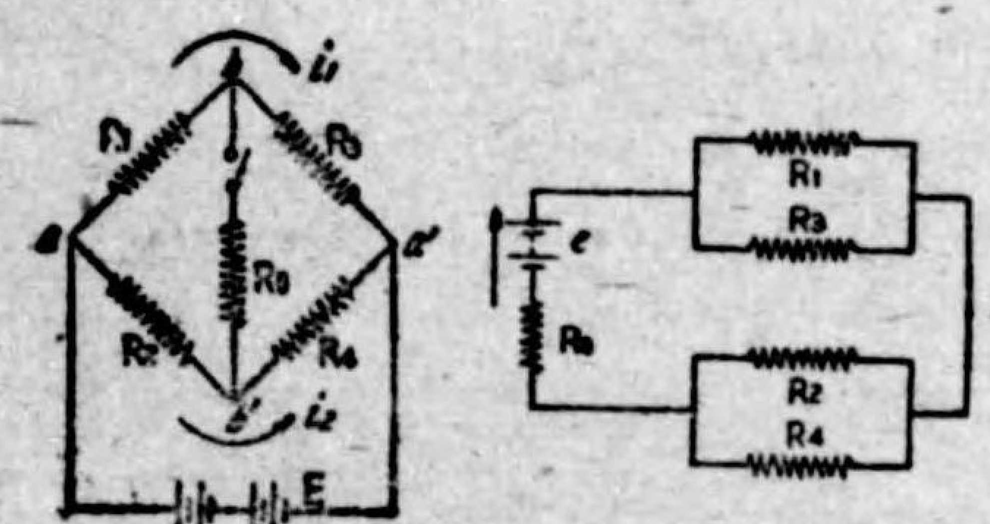


第 9.19 圖

【略解】 テブナンの定理に依つて解く。今 b b′ 間の抵抗 R_0 を入れないものとして此の時のスイッチ兩端の電壓 (b b′ 間電壓) を e とすると

$$e=i_2R_2-i_1R_1=2V$$

と求められる。



第 9.20 圖

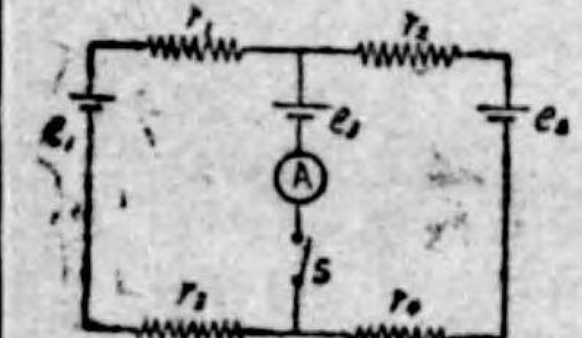
E を取り除いて e をスイッチの兩端に加へたとき R_0 に流るゝ電流は

$$i_0=\frac{e}{R_0+\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}}$$

$$=0.4\,A$$

と容易に計算される。數値計算は諸君自から行はれよ。

〔6〕 起電力 e_1 e_2 e_3 ボルトなる電池、抵抗 r_1 r_2 r_3 r_4, 及電流計 A, 閉閉器 S を第 9.21 圖の如く接續せる回路あり、今閉閉器 S を入るれば電流計の指示幾何なるや。但し電池及電流計の抵抗は之を無視する。



第 9.21 圖

【略解】 重疊の理で解く。

電池の起電力 e_1 に依つて流れる A の電流は、A の回路抵抗が零であるから簡單に次のやうになる。

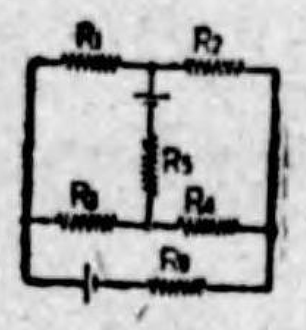
$$i'=\frac{e_1-e_3}{r_1+r_2}$$

同樣にして e_2 に依つて流れる電流　$i''=\frac{e_2-e_3}{r_3+r_4}$

結局 A の回路に流れる電流 i は　$i=i'+i''=\dfrac{e_1-e_3}{r_1+r_3}+\dfrac{e_2-e_3}{r_2+r_4}$

即ち此の場合は重疊の理で解くと非常に簡單に解ける。

〔7〕 起電力 20 V なる電池 2 箇と R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 R_6 なる 6 箇の抵抗を第 9.22 圖の如く結線したる回路あり、R_1 R_2 及 R_4 に流るゝ電流及其の方向を示せ。但し各電池の内部抵抗は無視し、$R_1=6\Omega$, $R_2=12\Omega$, $R_3=4\Omega$, $R_4=8\Omega$, $R_5=10\Omega$, $R_6=15\Omega$ なりとす。

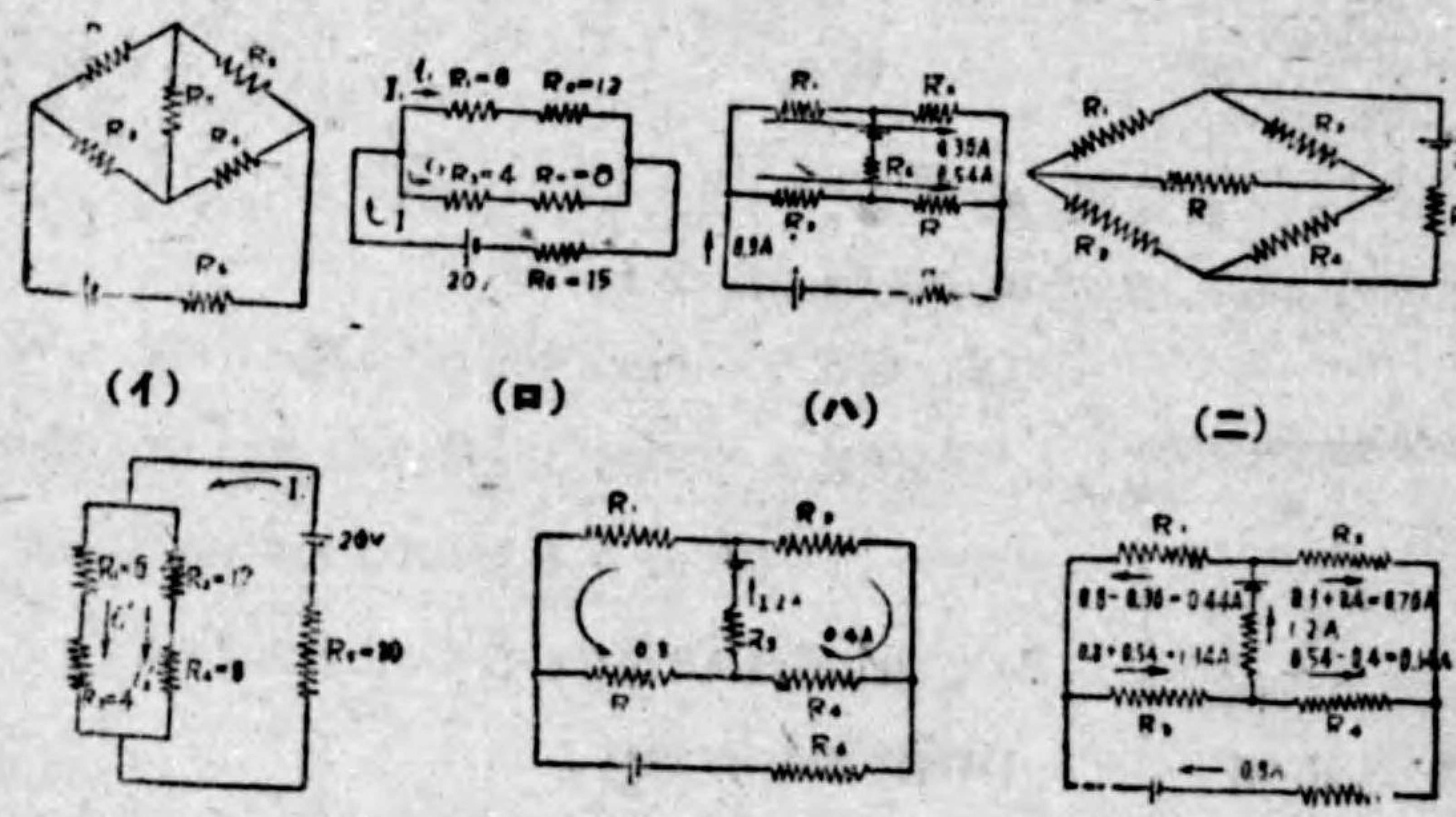


第 9.22 圖

【略解】 電池の内部抵抗を無視し得ない場合は R_5 R_6 に含めて考ふればよい。重疊の理に依つて解くに先づ上の起電力がない場合の電流分布を求めると

$$R_1R_4=6\times8=48 \qquad R_2R_3=12\times4=48 \qquad R_1R_4=R_2R_3$$

で R_5 には電流が流れない。故に電流分布は第 9.23 圖（イ）（ロ）（ハ）のやうになる。次に下の起電力がないものとして電流分布（ニ）が得られる。此の時も $R_1R_4=R_2R_3$ で R_6 には電流が流れない。



（イ）　（ロ）　（ハ）　（ニ）

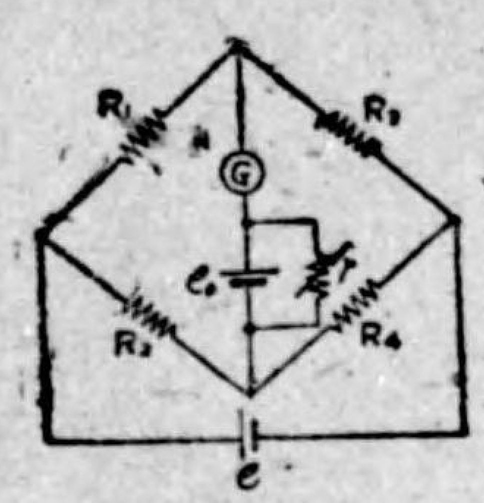
（ホ）　（ヘ）　（ト）

第 9.23 圖

結局（ハ）と（ヘ）を重疊して　電流分布（ト）が得られる。

R_1 0.44A　R_2 の電流 0.76A　R_3 の電流 1.34A　R_4 の電流0.14 A

〔8〕 第 9.24 圖の如きブリッヂに於て檢流計 G の振れを零ならしむべき r の値を求めよ。但し R_1 R_2 R_3 R_4 は夫々抵抗にして下記の値とす。



第 9.24 圖

$R_1=5\Omega$,　$R_2=6\Omega$,　$R_3=15\Omega$,　$R_4=4\Omega$,

e 及 e_0 は電池にして共の起電力は夫々 10V 及 4V, 電池 e_0 の内部抵抗は 0.5Ω, e の内部抵抗は無視するものとす。

【略解】 $R_1R_2\neq R_3R_4$ であるから、平衡狀態でない。テブナンの定理から考へると G の回路を開いたときブリッヂの結び目間に現はれる電壓が r の兩端の電壓と等しく、互ひに打ち消し合へば G には電流が流れない。故に

$$e_{ab}=\frac{eR_2}{R_2+R_4}-\frac{eR_1}{R_1+R_3}=\left(\frac{6}{10}-\frac{5}{20}\right)\times10=\frac{7}{2}\mathrm{V}$$

$$e_r=\frac{e_0r}{r_0+r}=\frac{4r}{0.5+r}$$　　$e_{ab}=e_r$ として $r=3.5\Omega$ を得る。

不許複製

昭和22年11月20日印刷
昭和22年11月30日發行

直流回路及計算
定價67圓

著作者　電氣技術研究會
發行者　田中増吉
印刷者　石井喜太郎
印刷所　大寶印刷株式會社
京都市下京區東九條山王町三八番地

東京都目黒區下目黒2の222
京都市東山區今熊野劍宮町三三
發行所　電氣書院
振替大阪四六一五七番
電話祇園⑥八二七番
會員番號A104015

配給元　日本出版配給株式會社
東京都千代田區淡路町二丁目九番地

工 69