白芙堂算書廿一種

算學之至今日可謂盛矣古義既彰新法日出前此所未嘗有也余與長沙丁君果臣皆無他嗜好而甚癖於此既忘其癖更欲以癖導人嘗相與語以爲近時津逮初學之書苦無善本梅文穆公所增删之算法統宗今亦不傳因商推共述此卷取其淺近易曉者以爲升高行遠之助云

同治二年孟夏月望日南豐吳嘉善子登氏識

予少喜步算而苦無師承又地僻不能得書每持籌凝思寢食俱廢垂四十年然後古今言算之書稍稍捊集而予心力亦已衰矣咸豐季年與南豐吳子登太史相往來舉生平疑義往返研究先生不以予不敏隨筆剖示久之成帙予既習聞其論緒

又欲廣之以公同好乃請編次大略得廿餘種往歲癸亥嘗以活字印行十數種今已佚散殆盡數年來又於舊槀中得數種共爲廿有一種登諸棃棗後之有志於此者由淺入深爲功較易當不至如予之老而無成也

同治十一年壬申歲冬月丁取忠識

凡例

一是書初用活字印行十七種皆子登先生因問隨書以示取忠者先生不欲沒取忠微勞別時囑印行必署名同述彼時重違其意竝列二名今既付梓仍改歸先生專名以示不敢掠美

一先生原書廿餘種其中如綴術補等書其理較深未易猝得要領不敢鹵莽付梓茲於十七種外增差分盈朒弧三角三種竝先生方程天元合釋共爲廿一種其餘容俟續刊

一先生原書術多而例少故初學讀之猶有苦其難通者久欲稍爲增益而其書已如成器無少罅漏不能羼入今取術稍

難通者於各種後依術各補一草仍於各種後題補例二字以示區別庶讀者易於領解

一原書以單數定位不用十百千萬等字以從簡約而補例仍用十百千萬等字以醒眉目亦以便初學也

一原書印後博求四方通算士互相考正海寧李壬叔先生善蘭校正居多南海鄒特夫先生伯奇亦間有參定

一算書無文義可考讎校頗難取忠心力衰耗幸得新化黃宗憲玉屏爲助其刻費則昔年胡文忠公所贈買書之資也取忠又識

白芙堂算書廿一種目錄

筆算

南豐吳嘉善子登述
長沙丁取忠雲梧補

列位

凡列數不用十百千萬等字閒於其中直列其數而以單位作本位中有空位及末位空者均須作圈以存其位單位下更有餘分者於單位加大圈以別之

假如一千六百二十五列之爲一六二五是也

假如二萬零三十列之爲二〇〇三◎是也

假如二十六尺五寸以寸爲單位則列之爲二六五以尺爲單

位則列之爲二⑥五是也

加法

列原數於左行列所加之數於中行必齊其等謂單位與單位並十位與十位並也餘準此從末位起以左中兩數相併得數紀於右行若併之滿十者紀一算於上位加數之側至以上位兩數相併之時當兼併此算加畢視右行數爲所得數也

假如以一千三百六十九加一千二百五十六得若干

答曰二千六百二十五

得數二六二五

加數一三六九

草曰先列原數次列加數必齊其等如上式乃從末位起九六相併得十五紀一算於上位

原數一二五六　六之側而列五於右行次以上位五六相併得十二又紀一算於上位三之側而列二於右行次以上位三二相併得六列於右行次以上位一一相併得二列於右行加畢視右行共二六二五爲所得也

又或列原數於右行列所加之數於中行而列所得數於左行亦可隨所便用之

減法

列原數於左行列所減之數於中行必齊其等從末位起以左中兩數相減得數列於右行若所減之數比原數爲大則借加一算於上位減數之側而以本位減數計共減十所餘

之數如減數係九則減十所餘爲一如減數係六則減十所餘爲四餘準此反與左行之原數相加得數列於右行至以上位兩數相減之時有借加之算者亦當兼減此算減畢視右行數爲所得數也

假如以三百四十三減六百二十五得若干

答曰二百八十二

得數二八二
減數三四三
原數六二五

草曰列位齊等與加法同式如上從末位起三五相減得二列之於右行次以上位四二相減減數大乃借加一算於上位三之側計減數四減十所餘爲六乃以六與左位二相加得八列於右行次以上位三六相減得二列於右行減畢視右行共二八二爲所得也

其有減數與原數不相當者亦用圈以齊其等如原數之本位無數可減則借一算於上位減數之側如上位無數可借則虛借一算減之如原數亦無數可加即以減十所餘爲得數也

假如以五百六十八減一千得若干

荅曰四百三十二

得數	○四三二
減數	○五六八
原數	一○○○

草曰列位齊等如上式（因減數與原數不相當故用○以存其位）末位應減八左行無數可減因借一算於上位六之側計減數八減十所餘爲二左行亦無數可加即列二於右行爲得數次上一位應減六仍無數

可減又借一算於上位五之測計減數六丨減十所餘爲三左行亦無數可加即列三於右行爲得數次上一位應減五丨仍無數可減乃借一算於上位〇之測計減數五丨減十所餘爲四左行又無數可加即列四於右行爲得數首位以丨減一恰盡故紀〇於右行減畢視右行共〇四三二爲所得數也

又或列原數於右行列所減之數於中行而列所得數於左行亦可隨所便用之

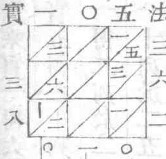
乘法

先平列實數於上位（自左而右）直列法數於右位畫格子如式畢取法首位數與實首位數如法相乘（如三三如九之類）列所得於橫

直相當之格十數則居本格斜畫上如數則居本格斜畫下遍乘畢再用加法從末位起依斜畫界出之每層併各數爲一數列之於格子外位併而滿十者亦紀其算於斜畫上層以俟與上位各數相加加畢視格子外列數爲所得數也

假如以三百六十二乘一百〇五得若干

答曰三萬八千〇一十



草曰列實數法數及畫格子如上式以法三乘實一得三列於三一相當格內斜畫下層次以法三乘實五得一十五列於三五相當格內十居斜畫上層五居斜畫下層次以法

六乘實一得六列於六一相當格內斜畫下層次以法六乘實五得三十列於六五相當格內斜畫上層次以法二乘實一得二列於二一相當格內斜畫下層次以法二乘實五得一十列於二五相當格內斜畫上層乘畢用加法從末位起末位無數作圈於格外其上層一列於格外又上層二三五併得十紀一算於上層六之側本位無數作圈於格外又上層丨六一併得八列於格外又上層三列於格外加畢視格外共三八〇一〇為得數也

定位法

以法實兩末位為主檢定位表見除法下取其兩對數相加此為兩對

數均無斜畫或均有斜畫者而言若一有一無則當以相減代相加凡正負術胥如是也得數又檢表視其數所對之位以定乘出各數最末一數之位如末位無數僅有空圈則此空圈即爲最末一數〇假如法之末位爲單實之末位爲十是爲單與十相乘檢表單之對數爲〇十之對數爲一以〇與一相加仍得一數檢表視一數之所對爲十即定乘出數之末位爲十又如十與千相乘檢表十之對數爲一千之對數爲三以一與三相加得四數視四數之所對爲萬即定乘出數之末位爲萬又如萬與單下二位釐相乘檢表萬之對數爲四釐之對數爲弍以四與弍相減得二數檢表視二數之所對爲百即定乘出數之末位爲百餘倣此

除法

置實在位列法於實左先齊其等乃進退步之步之之法視法首位數小於實首位數者步之以兩首位相平爲限其數大於實首位數者以低於實首位一層爲限適如限者無事於步不及限者以法升而從之過於限者以法降而從之爲進退步也步進一位者於法尾數下加一圈步退一位者於法首數上加

一圈如尙不合限則再步再加圈位至合限而止蓋欲因步以得圈位之多少而知初商所得之爲何位也如下表

定位表

位次	十萬	萬	千	百	十	單	分	釐	毫	忽
對數	五	四	三	二	一	○	一̸	二̸	三̸	四̸

右表右行以單位爲樞累而上者十百千萬也累而下者分釐毫忽也其左行所列則假借之數以定所對右行之位者故名對數也亦以對單位之圈爲樞自圈而上無斜畫者爲正數自圈而下有斜畫者爲負數如上進退步法加圈視所加圈位多少以取對數一圈一數更視圈之上下以定正負圈在下者爲正圈在上者爲負據對數以定初商位次其尾下有一圈者視

一之對位爲十則所商者十位也其首上有一圈者視丶之對數爲分則所商者分位也餘倣此

步畢乃定初商以初商乘法所得列於實之左以減實餘爲次商實減畢紀所商於右乃以法退一位此常法也若不合限須再退一位乃紀○位於初商下再不合又再退又紀○於前○之下餘倣此定次商以次商乘法所得列於實之左以減實餘爲三商實減畢紀所商於前商之下又以法退位定商乘法減實紀商均如初除畢統計所商爲得數也

假如以九六除一九四八八得若干

答曰除得二〇三

商得 二〇三

草曰先列實一九四八八於位列法

次列法　九六
先列實　一九四八八
初減以一九二〇◎
餘　〇〇二八八
次減以　二八八
餘　〇〇◎

九六於其右視法之首位九大於實之首位一應以步至低一位爲限今低三位是可步進二位也乃以法九六尾下加二圈位得九六〇◎視前表所列二與百對知初商所得乃百位也步畢定初商視實如法二倍乃以二爲初商乘法九六〇◎得一九二〇◎以減實餘二八八爲次商實紀所商二於右乃以法退一位得九六◎以較實已過限乃紀商〇於前商之下又以法退一位得九六視實如法三倍乃以三爲三商乘法得二八八以減實恰盡紀

所商三於前商〇之下統計所商得一二〇三即除得數也

又如以二四除三六五得若干

答曰一⑤二〇八有奇

商得一五二〇八

次列法　二四

先列實　三六五

初減以　二四◎

餘　一二五

次減以　一二◎

餘　⑤

草曰列實法如前視法之首位數小於實之首位應以平對為限今低一位是可步進一位也乃以法二四尾下加一圈位得二四〇視前表所列一與十對知初商所得乃十位也步畢定初商視實如法一倍乃以一為

次減以　四八　初商乘法二四〇仍得二四〇
餘　◎二　以減實餘一二五爲次商實紀
次減以　◎一九二　所商一於右乃以法退一位得
餘　◎〇〇八　二四定次商視實如法五倍乃
以五爲次商以乘法得一二〇以減實餘五爲三商實紀所
商五於前商一下乃以法退一位得㊂四定三商視實如法
二倍即以二爲三商以乘法得四八以減實餘◎二爲四商
實紀所商二於前商五下乃以法退一位得◎二四雖未過
限而第二位大於實不足減乃紀〇於前商二下又以法退
一位得◎〇二四視實如法八倍乃以八爲五商以乘法得

◎一九二以減實餘◎〇〇八為餘實紀所商八於前商〇位下再以法退位求之亦可若不求卽棄餘分統計所商為一㊄二〇八卽除得數也

右除法較之珠算繁簡不侔然明白易學不如珠算之頭緒紛拏也又珠算遇多位者雖習之甚熟易於隨手之悞覆核尤難此則一一可尋其源矣況由是以開和較平立諸方事尤一貫也

九章翼 分法

南豐吳嘉善子登述
長沙丁取忠雲梧補

命分 爲有數不受除棄餘分則不可還原故有此法

凡以法除實餘數不滿法者即止不除而以法命爲母餘數爲子

假如以三除二十得六不盡二即命所得爲六又三分之二是也

約分 爲數取其簡不取其繁故有此法

凡子母兩數有可求等者 求等數法見衰分術 子母各以等數約之

假如六分之四其等為二謂六與四皆可以二度盡也乃以二遍約子母得三分之二是也

齊分為有兩數分母不同不便加減欲同其母故立此法

兩數列為兩行以兩母相乘為共母以兩母互乘兩子為各子互乘者以此乘彼以彼乘此也

假如三之一與五之三兩數欲齊其分者法列三之一五之三在位先以右三左五兩母相乘得十五為共母又以右左母三五乘左子三右子一得九五為左右子齊得右左數為十五分之五十五分之九是也

通分內子零整二數不同類以整從零故有此法

以分母乘整數而以子并入之

假如二又五之三以分母五乘整數二得一〇并入子三得一三是也

右四術爲經下四術爲緯

加分

同母者如常法加之母不同者齊其母而加之加而子大於母者以母收之收者卽如母而一之謂下言收者準此

假如五之二五之一相加者此兩母本齊徑以相加得五之三是也

假如三之一五之四相加者兩母未齊齊之得一五之〇五一五之一二并之得十五之十七子大於母以母收之得一又十五之二是也

假如有三又五之一四又四之一相加者除三與四相加得七外餘五之一四

之一齊之得二〇之四 二〇之五并之得二〇之九統計所得為七又二〇之九是也

減分

母未齊者齊其分母如常法相減不足減者通一數為分內子中減之

假如以七之四減三之二者置兩數七之四 三之二先齊之得二一之十二 二一之十四相減得二十一之二是也

假如以五之四減四又五之一者置兩數五之四 四又五之一相減而左數之分小於右數不足減乃於上位整數四中取一數通之為五加入子中謂減上位之四為三 而以五加於下位也得三又五之六乃

以五之四減之得三又五之二是也

乘分凡五條

以分乘整者子乘之母約之以整乘分者同乘法之法實可以互易故

假如以七之二乘三者子二乘三得六母約之得七之六是也

以整乘整帶分者置實數通分內子乃以法乘之得數以分母報除之以整帶分乘整者同說仝上

假如以三乘二又五之二者置實二又五之二通分內子得一二以法三乘之得三六以分母五報除之得七又五之一是也

法實俱分者列位以兩母相乘爲母以兩子相乘爲子

假如以三之一乘五之四者列位爲三之一五之四兩母相乘得十五爲母兩子相乘得四爲子得十五之四是也

以分乘整帶分者置實數通分內子得數以法子乘之爲實以法母乘實母得數爲法以約之以整帶分乘分者同

假如以三之二乘四又七之一者置實數通分內子得二九以法子二乘之得五八爲實以法母三乘實母七得二一爲法以除實得二又二十一之十六是也

法實俱整帶分者法實俱通分內子如常法相乘得數以兩母相乘爲法報除之

假如以三又四之三與二又二之一相乘者先列位爲三又四之三二又二之一各通分內子得一五五相乘得七五又以兩母四二相乘得八報除之得九又八之三是也

除分 凡八條

以整除分者子受除則除之仍其母不受除則仍其子反乘其母以當之

假如以三除七之六是謂受除乃以三除其子得七之二是也 此問倘如下法入之則得二一之六以等數三約之仍得七之二也

假如以三除七之四者是謂不受除乃以三乘其母得二一之四是也

以分除整者母乘之子除之

假如以七之四除三者母七乘三得二一子四除之得五又四之一是也

以整除整帶分者置實數通分內子爲實而以法乘母爲法以除之

假如以三除二又七之三者置實數通分內子得十七爲實以法三乘母七得二一爲法除之得二十一之十七是也

以整帶分除整者以母乘實爲實置法數通分內子爲法以除之

假如以二又七之三除六者置實數以母七乘之得四十二

爲實置法數通分內子得一七爲法除之得二又十七之八是也

以分除分者法母乘實子爲實法子乘實母爲法以除之

假如以二之一除九之七者以法母二乘實子七得十四爲實以法子一乘實母九得九爲法以除之得一又九之五是也

以分除整帶分者置實數通分內子得數以法母乘之爲實以法子乘實母爲法以除之

假如以三之二除二又七之一者置實數通分內子得一五以法母三乘之得四五爲實以法子二乘實母七得一四爲

法以除之得三叉十四之三是也
以整帶分除分者以法母乘實子爲實置法數通分內子得數乘實母爲法以除之
假如以二叉三之一除七之五者法以法母三乘實子五得十五爲實置法數通分內子得七乘實母七得四九爲法以除之得四十九之十五是也
法實俱爲整帶分者置實數通分內子得數以法母乘之爲實置法數通分內子得數以實母乘之爲法以除之
假如以二叉三之一除三叉七之一者置實數通分內子得二二以法母三乘之得六六爲實置法數通分內子得七以

實毋七乘之得四九爲法以除實得一叉四十九之十七是也

五

[illegible]

久治

南豐吳嘉善子登述
長沙丁取忠雲梧補

今有術

卽今之四率比例亦曰異乘同除法

術曰以今有數乘所求率得數為實以所有率為法除之得所求數

釋曰今有數者今所舉以為問之數也如下問中所云今有銀六兩此數名為今有數也所求數者今所求之數也欲知其數而運算以求之故曰所求數也如下問中所云問換錢幾何此所換之錢數名為所求數也所有率所求率者舉以為例之兩數也以其為率於今有者故曰所有率下問

中所云已知銀三兩此數名爲所有率也以其爲率於所求者故曰所求率也下問中所云換錢四千五百文此數名爲所求率也惟此兩率者爲例已定故今所設之數可比照以求所以亦名比例式也

假如已知銀三兩換錢四千五百文今有銀六兩問換錢幾何

答曰九千文

右數爲淺近易知之數初無俟於算也然而算理實已盡於此試問此數何以知其必爲九千豈非據後銀之比前銀爲加一倍故知後錢之比前錢亦必加一倍乎又試問其入算如何則必以三除四千五百文得一千五百文爲一兩錢價再以六乘之得九千文爲六兩所換之錢是以所有率三除所求率四五〇〇

得數一五〇〇而以今有數六乘之為其法也今試先以今有數六乘所求率四五〇〇後以所有率三除之亦得九〇〇〇是先除後乘與先乘後除略有變通實非有二然立法必用先乘後除者蓋尤有妙用存焉試更一問曰已知銀三兩換錢五千文今有銀六兩換錢若干此其數之必為十千文亦曉然易知者然用先除後乘法則竟成九千九百九十九文有奇不如用先乘後除法可得十千整數乃知古人轉換之巧也至於入算以列為四行為便故西人謂之四率既令比例粲然可觀且列位既定法實易於辨明不至於互悞矣其列法見下

先列所求者於第四行今有之數於第三行次視舉以為例之

兩數與所求爲同類者列於第二行而以與今有爲同類者列於第一行用上二問爲式如下

原有銀三兩	原有銀三兩
換錢四千五百文	換錢五千文
今有銀六兩	今有銀六兩
應換錢	應換錢

如以四率列式其所求爲錢則列所求之錢於四率而列原有之錢於二率列原有之銀於一率而列今有之銀於三率如所求爲銀則列所求之銀爲四率而列原有之銀爲二率原有之錢爲一率而今有之錢爲三率式如下

一率原有銀
二率原有錢
三率今有銀
四率所求錢

一率原有錢
二率原有銀
三率今有錢
四率所求銀

蓋一率與三率爲同類而一率爲原有三率爲今有二率與四率爲同類而二率爲已知四率爲未知以後或以四行列式或以四率列式其理盡同

列式旣定總以二三兩行相乘爲實以第一行爲法除之得數紀於第四行此爲比例術一定不易之規也其有一率之數爲一者可省一遍除其二率之數爲一或三率之數爲一者可省

一遍乘凡以一乘除者位雖升降而數不變式如下

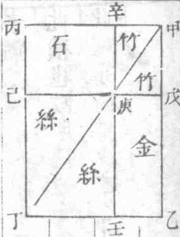
一率銀一兩	一率錢一千五百文
二率錢一千五百文	二率銀一兩
三率銀二兩	三率錢三千文
四率應換錢三千文	四率應換銀二兩

其一率爲一者第以二率三率相乘卽得四率爲所求之數其二率爲一者卽以一率除三率卽得四率爲所求之數三率爲一者同以後僅列其式不言其法者均準此推之

至於以二三兩行相乘爲實以第一行除之爲第四行數者何也蓋以二三兩行相乘所得之積必與一四兩行相乘之積等

也其積旣等則二三行相乘之積卽一四行相乘之積而凡以兩數相乘而得積者若以一數除此積而得彼數以彼數除此積必得此數二三行相乘之積旣等於一四行相乘之積故以一行數除之必得四行數也試取棊子平鋪之令橫五枚直六枚總計之必得三十枚（此卽五六相乘得三十之理）又竝此三十枚而重鋪之令三枚爲一排必鋪至十排而恰盡（此爲以三除三十得一十之理）三十枚者猶二三兩行相乘之積也三枚爲一排者猶以第一行數除此積也故所得必十猶四行之數也梅勿菴氏借長方圖發明此理亦極簡妙述之如下

作圖法任作長方形如甲乙丙丁從甲



壬丁作斜綫分長方形爲二又任作辛壬綫交斜綫於庚乃過庚點作戊己綫成甲乙丁甲戊庚庚壬丁三同式句股形假令已知甲戊小股若干戊庚小句若干今有庚壬中股若干求壬丁中句若干者其列爲四行應如下式

小股甲戊　列位如上是應以戊庚乘庚壬而甲戊除

小句戊庚　之得壬丁也以圖考之戊庚乘庚壬之積

今有中股庚壬　爲金方此方必與石方同積凡長方形以斜綫分爲兩

得中句壬丁　句股形此二句股積必相等以其各得長方積之半也若此二句股形中內容長方

兩角切於一點則所容兩方亦必同積如上圖甲乙丁形內容金方甲丙丁形內容石方兩角切於庚點是甲戌庚與甲辛庚二竹積必等庚壬丁與庚己丁兩絲積必等而金石兩方亦不得不等矣而石方者甲戌乘壬丁之積也仍以甲戌除之必得壬丁矣

又如已知甲乙大股若干乙丁大句若干今有庚壬中股若干求中句壬丁若干者其列爲四行應如下式

大股甲乙

大句乙丁

今有中股庚壬

得中句壬丁

列位如上是應以乙丁乘庚壬而甲乙除之得壬丁也以圖考之乙丁乘庚壬得金一絲二之積準前論金積卽石積則乙丁乘庚壬亦卽得石一絲二之積此積乃甲乙卽辛壬乘壬丁之積故以甲乙除之得壬丁也餘倣此

反今有術卽同乘異除法亦曰互視比例又曰反比例也

術曰以原有二數相乘爲實以今有數爲法實如法而一得所求

釋曰比例之法一定不易何以又列此術蓋前術所馭取其式同而數不必同茲則取其數同而式不必同也如以四率比例言之則以原有之二色爲二率三率而以今有之一色爲一率得四率爲今所求數蓋以一率二率爲一類而三率四率又爲一類故爲互視比例術也至於比例之理非有二致特名色改耳設問卽以前圖明之

假如原借人布幅長若干如辛丙廣若干如辛庚今無原色布幅欲

以幅廣如戊庚者償之問長應若干

答曰應長若干尺如戊乙

草曰以互視比例入之列式如下

今幅廣戊庚　論曰此式之比例卽前術第一式之比例

原幅廣辛庚　式而原有兩數居二三兩行者特名目之

原長辛丙　變非比例有變也餘倣此

今長庚壬

假如粟米五當糲米三今知粟價一五問糲價若干

答曰二五

草曰以互視比例入之列式如下

糲三

粟五

粟價一 五

糲價二 五

假如有秤秤物不足今用重三斤之錘稱之得二十四斤祇知原錘重二斤問實重若干

答曰實重三十六斤

草曰以互視比例入之列式如下

原錘二斤

今錘三斤

今重二十四斤

實重三十六斤

鄒伯奇曰此術惟稱星當提繫中起點者可用非然者不合

假令良馬日行三百里駑馬日行九十里今有路不知遠近但知良馬行十二日而至問駑馬行之當幾日

答曰駑馬行四十日而至

草曰以互視比例入之列式如下

駑馬行率九十里

良馬行率三百里

良馬行十二日
駑馬行四十日

南豐吳嘉善子登述
長沙丁取忠雲梧補

開方

方者各乘方也開方者求各乘方之邊也何謂乘方以邊相乘則成方也長邊乘闊邊則得平方故平方亦曰羃亦曰面亦曰一乘方以相乘一次也以長邊乘闊邊再以高邊乘之則得立方故立方亦曰體亦曰再乘方以相乘二次也若置立方再以一數乘之則得三乘方再以一數乘三乘方則得四乘方表如下

二數相乘	三數相乘	四數相乘	五數相乘	
平方	立方	三乘方	四乘方	餘準此

有方邊以求方積其事易有方積以求方邊其事難法當卽其易者以明其難者故言開方而先明乘方焉
術曰方邊相乘得方積也
今有田縱十步廣十步問爲方一步者若干
答曰爲方一步者一百
草曰以縱廣相乘得一〇〇合問
釋曰此爲正平方也
今有國長七十里廣五十里問爲方一里者若干
答曰爲方一里者三千五百
草曰以長廣相乘得三五〇〇合問

釋曰此爲帶縱平方也

今有立方形每邊三尺問積若干

答曰積尺二十七

草曰邊自乘得九再以邊乘之得二七合問

釋曰此爲正立方也

今有塼堆橫直皆十二塊高三十塊問塼若干

答曰四千三百二十塊

草曰橫直相乘得一四四再以高三〇乘之得四三二〇合

問

釋曰此爲帶一縱之立方也或曰高立方假令長闊等高不

及長闊者則曰扁立方

今有倉廣二丈深一丈八尺積米高九尺凡積立尺者二得米一斛問藏米若干

答曰三千二百四十斛

草曰廣深相乘得三六〇再以高乘之得三二四〇合問

釋曰此爲帶兩縱之立方也

附作量倉尺法任取方木箱盛米一斛於中齊米高作識畢去米任用何尺量取箱內高闊長各數如求立方積法求得高立方積爲實如開正立方法開得方邊若干取其度以作尺再分分寸爲量倉尺用以量倉每方積一尺得米一斛也

今有九尺八尺七尺二尺四數相乘問三乘方積尺若干

答曰三乘方積尺一〇〇八尺

草曰以四數相乘得一〇〇八合問

釋曰此爲帶三縱之三乘方式也餘式倣前推之未設問四乘方以上各術竝準此

既知方邊求積之法乃可言方積求邊之法

開平方術曰列式在位其式須立天元一求之凡平方式有三層首層實次廉末位則隅也步之

常取異名之毘連兩層以下步上亦有用同名相步者爲求負商乃餘法非常法也先以廉步實遇實廉同名乃以隅步廉或廉可步實隅又可步廉則分二次步而開之常可開大小二數也至若廉位空者又可以隅步實則正方之步法也定法廉進一位隅進二位爲步進一次廉再進一位隅再進二位爲步進二次餘準此退步者亦準此凡步進一次則所得初商其位十

也進二次則百也餘準此既以步法定初商之位又令商乘各數位已預定無審視位次之勞法誠至便也至後人開位作點法僅可用於正方失其旨矣以步至略小於所步之數而止乃定商記於副位以乘隅指步定後之隅而言以後倣此得數列於廉下指步定後之廉而言若經相消後則又指消後之廉而言以後俱倣此以消廉異名相減不足減反減之從數大者之名遇同名則相加遇空位亦相加也得數列於下商乘之得數以減實如消廉法凡減積開方者其常也不足減則反減之為翻積開方遇同名則相加為益積開方也為後商實乃變之以商乘隅得數列於廉下以消廉得數列於下退位為後商廉變訖隅退位為後商隅定法廉退一位隅退二位為退位一次故得後商常降於前商一等若退一次後下數尚大於上數者當審視須再退位否須退則再退一次而後商之與前商中間一空位再退一次則間二位也餘倣此乃定次商以乘隅消廉再乘消實及變之退位均如初求得若干商乃統計所商為開得數

也

開立方術曰列式在位〔凡立方式有四層首位實次方次廉末位則隅也〕步之〔先以方步實遇實方同名者乃以廉步方大略與平方法同〇定法方進以步一位廉進二位隅進三位爲步進一次餘如平方術推之〕至略小於所步之數而止乃定商以乘隅得數列於廉下以消廉得數列於下商乘之得數列於方下以消方得數列於下商乘之得數列於實下以消實餘列於下爲後商實乃變之以商乘隅得數列於廉下以消廉得數列於下商乘之得數列於方下以消方得數列於下退位爲後商方又以商乘隅得數列於廉下以消廉得數列於下退位爲後商廉變訖隅退位爲後商隅〔定法方退一位廉退二位隅退三位餘如平方術推之〕乃定次商以乘隅消廉再乘消

方再乘消實及變之退位均如初求至若干商乃統計所商爲開得數也

開三乘方術曰列式在位凡三乘方式有五層首層實次方次上廉次下廉末位則隅也四乘方以上準此推之步之先以方步實遇實方同名者乃以上廉步方及各異名之毘連兩層相步大略同平方法四乘方以上準此推之以步至略小於所步之數而止乃定商以乘隅得數列於下廉下以消下廉得數列於下商乘之得數列於上廉下以消上廉得數列於下商乘之得數列於方下以消方得數列於下商乘之得數列於實下以消實餘列於下爲後商實乃變之以商乘隅得數列於下廉下以消下廉得數列於下商乘之得數列於上廉下以消上廉得數列於下商乘之得數列於方下

以消方得數列於下退位爲後商方又以商乘隅得數列於下廉下以消下廉得數列於下商乘之得數列於上廉下以消上廉得數列於下退位爲後商上廉又以商乘隅得數列於下廉下以消下廉得數列於下退位爲後商下廉變訖隅退位爲後商隅（定法方退一位上廉退二位下廉退三位隅退四位餘以平方術推之四乘方以上準此推之）乃定次商以乘隅消下廉再乘消上廉再乘消方再乘消實及變之退位均如初求至若干商乃統計所商爲開得數也

其開四乘方以上各乘方之法準前求之大略可知未演爲術

右開方法本李尚之氏所述而詳述之實古法也其中條

理井然自平方起以至無數乘方法皆一貫也

假如平方積三百六十一問方邊若干

答曰十九

草曰識別得川⊥〇丨為開方式此以相當定其正負也上層為積數中空下層為方邊自乘羃一積數即方邊自乘所得故數必相當令實負則隅必正矣或令實正隅負亦可

如法列位

卜　〇　丨　以隅步實如下式

⊥

川

實口廉口隅

卜　〇　〇

卜　〇　〇　步進一次初商乃十位也

川○丨

實冂廉口隅

初商一凡商數不必計其爲十爲百爲千視若單數用之以已用步法令各數超位故也　以乘隅得

一〇〇列入廉再以商一乘之得一〇〇以減實餘二七八七

爲次商實式如下

卜○卜○○○○

丄○丄○○○○

川丨‖○丨丨丨

實減餘口廉加得口隅口初商一

變之以商一乘隅得一〇〇以加廉得二〇〇退一位得二

〇爲次商廉隅退二位得一爲次商隅式如下

丅○○○○○|

⊥○○○||○

|| | | || |

實口廉加得退口隅退

次商九以乘隅得九以加廉得二九以商乘之得二六一以

減實恰盡式如下

丅|○○三三|

⊥⊥○||||

||||○

實減餘口廉加得口隅口次商九

乃總計各商得一九為開得數也

假如平方積三百八十七祇知長闊較一百二十六問長闊若

答曰長一百二十九　闊三

求闊草曰識別得[illegible]丨為開方式所求為闊則隅一之積乃闊自乘冪也以較長闊相乘之實積必少一闊乘長闊較之積此積即廉積也故令廉隅同名而與實異名乃得正負相當或翻為實正廉負隅負亦可

如法列位

實	川	亖	下
廉	丨	二	丄
隅			丨

此式應以廉步實而不可步即止不步初商乃單數也

初商三以乘隅得三以加廉得一二九商乘之得三八七以

減實恰盡如下式

𝍧𝍦〇　𝍮𝍢𝍰　𝍠
𝍰𝍰〇　𝍪　𝍪
𝍢𝍢〇　𝍠　𝍠
$\boxed{實}$減餘〇$\boxed{廉}$加得〇$\boxed{隅}$〇商三

乃計所商得三為闊得數即闊也以較加之得一二九為長

若欲逕求長者則如下法

求長草曰識別得𝍣𝍮𝍠為開方式求長則隅一之積乃長自乘羃也以較長闊相乘之實積必多一長乘長闊較之積此積即廉積也故令實廉同名而與隅異名乃得正負相當或翻為實正廉正隅負亦可

如法列位

實	川	亖	开
廉	丨	二	丄
隅			丨

以隅步廉式如下

實		川	亖	开
廉	丨	二	丄	〇
隅		丨	〇	〇

再步之得下式

實			川	亖	开
廉	丨	二	丄	〇	〇
隅	丨	〇	〇	〇	〇

計步進二次初商所得乃百位也

實□廉□隅

初商一以乘隅得一〇〇〇〇以減廉餘二六〇〇商乘之得二六〇〇以益實同名故得二九八七爲次商實如下式

實加得□廉減餘□隅□初商一變之以商一乘隅得一〇〇〇〇反減廉得七四〇〇退一位得七四〇〇爲次商廉隅退二位得一〇〇〇爲次商隅式如下

實口廉減得退口隅退

次商二以乘隅得二〇〇以加廉得九四〇商乘之得一八八〇以減實餘一二〇七為三商實式如下

實減餘口廉加得口隅口次商二

變之以商二乘隅得二〇〇以加廉得一一四〇退一位得

一一四為三商廉隅退二位得一為三商隅式如下

丌○○○川○丨
○川○川一○
一三〢一丨丨
丨丨

實□廉加得退□隅退

三商九以乘隅得九以加廉得一二三以商乘之得一一〇七以減實恰盡式如下

丌丅○川三川丨
○○○一二
一一○丨丨
丨丨○

實減餘□廉加得□隅□三商九

乃統計所商得一二九為開得數卽長也

假如平方積三百八十七祇知長闊和一百三十二求長闊各若干

答曰長一百二十九　闊三

草曰識別得嘢冃卜為開方式此式乃求長或闊統式凡以和為問者求長求闊無二式特可開二數耳假如以求闊式論之則隅積乃闊之自乘冪其廉積乃闊乘長闊和之積二積相較廉積多一闊乘長之積即實積也故令實隅同名而與廉異名乃得正負相當也又以求長式論之則隅積爲長之自乘冪而廉積爲長乘長闊和之積二積相較廉積多一長乘闊之積亦即實積也故亦令實隅同名而與廉異名乃得正負相當翻之爲實正廉負隅正亦可以後和較相雜論說愈繁唯立天元求之自能心知其意耳

如法列位

丅||
||
卜

乃步之求闊者以廉步實無庸步知初商乃單

位也

亖 三
川 丨
實口廉口隅

初商三以乘隅得廿七以減廉得一二九商乘之得三八七以減實恰盡如下式

下 丌 〇 ‖ 卌 亖 卜
亖 亖 〇 三 二
川 川 〇 丨 丨
實減餘口廉減得口隅口商三

計商三為開得數卽闊也

又以隅步廉如下式

下 〇 〇
亖 ‖ 〇
再步之得下式

川 丨三 十

實口廉口隅

下 ○ ○

亖 ○ ○

川 刂 ○

三 ○

丨 十

實口廉口隅

初商一以乘隅得⺊○○○○以減廉餘三二○○以商乘之得三二○○以減實不足減反減之此卽翻積法也得二八一三為次商實如上式

下 ○ 三 ○ ○ ○ ○

亖 ○ 丨 ○ ○ ○ ○

||| || 亖 || 〇 二 〇
三 || 三 〇 ||| 〇
| 㐅 㐅

實減得口廉減餘口隅口初商一

變之以商一乘隅得㐅〇〇〇以減廉不足減反減之得

六㐅〇〇退一位得六㐅〇爲次商廉隅退二位得㐅〇〇

爲次商隅式如下

三 〇 〇 〇 〇 〇 〇
| 〇 〇 〇 𝍭 〇 〇
𝍣 二 〇 𝍭 丄 〇 㐅
|| ||| 〇 丄 〇
㐅 㐅

實口廉減餘退口隅退

次商二以乘隅得六〇〇以加廉得八八〇商二乘之得一

七六〇以減實得一〇五三爲三商實式如下

三〇三　〇　〇　〇
丨十川　卌　卌　〇
亖亠〇　丄　卄　亖　卜
川丨丨

實減餘口廉加得口隅口次商二

變之以商二乘隅得六〇〇以加廉得一〇八〇退一位得

一〇八爲三商廉隅退二位得六爲三商隅式如下

三　〇〇〇丰　〇　卜
川　卌〇亠〇　〇
〇　亖卄〇丨　卞
丨　丨

實口廉加得退口隅退

三商九以乘隅得九以加廉得一一七以商乘之得一〇五

三以減實恰盡式如下

三丰〇　丰丰丰　卜

𝍨𝍨〇　〇一

〇〇〇　丨丨

丨丨〇

實減餘口廉加得口隅口三商九

乃統計各商得一二九為開得數即長也

假如立方積一千七百二十八問立方邊若干

答曰十二

草曰識別得賬〇〇丨為開方式

如法列位

實	丨	𝍯	川	𝍬
方				〇
廉				〇
隅				丨

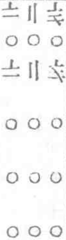
以隅步實如下式

實	丨	𝍯	川	𝍬
方			〇	〇
廉		〇	〇	〇
隅	丨	〇	〇	〇

步進一次初商乃十位也

初商一以乘隅得一〇〇〇列入廉中得一〇〇〇商乘之得一〇〇〇列入方中又以商乘之得一〇〇〇列於實下

以減實餘七二〤爲後商實式如下



實減餘口方口廉口隅口初商一

乃變之以商乘隅得一〇〇〇以加廉得二〇〇〇以商乘之得二〇〇〇以加方得三〇〇〇退一位得三〇〇〇爲後商方又以商乘隅得一〇〇〇以加廉得三〇〇〇退二位得三〇爲後商廉隅退三位得一爲後商隅式如下

實口方加得退口廉加得加得退口隅退

次商二以乘隅得二以加廉得三二商乘之得六四以加方

得三六四又以商乘之得七二八以減實恰盡式如下

𝍲𝍬〇　〇𝍣𝍣　〇𝍡𝍡　𝍠

𝍡𝍡〇　〇𝍭𝍭　𝍢　𝍣

𝍬𝍬〇　𝍢　𝍢

實減餘口方加得口廉加得口隅口次商二

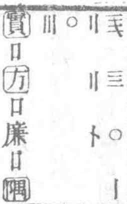
乃統計所商得一二爲開得數卽方邊也

假如有開方式三千〇二十四爲實負二十四爲方正一十爲

廉負一爲隅正問開立方得若干

答曰十八

草曰如法列位



步之如下

步進一次初商乃十位也

初商一以乘隅得一〇〇〇以減廉得〇〇〇〇乃以商乘方得二四〇以減實餘二七八四爲次商實式如下

〇‖⊥‖〇〇〇〇
‖|〇‖丅丨〇丨

實減餘口方口廉減餘口隅口初商一

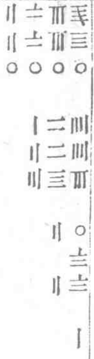
變之以商乘隅得一〇〇〇以加廉得一〇〇〇商乘之得一〇〇〇以加方得一二四〇退一位得一二四爲次商方又以商乘隅得一〇〇〇以加廉得二〇〇〇退二位得二〇爲次商廉隅退三位得一爲次商隅式如下

〇〇〇Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇丨
三〇Ⅲ二〇〇〇〇〇‖〇
‖〇二丨〇〇〇〇〇〇
丨丨〇丨丨丨‖丨

實口方加得退口廉加得加得退口隅退

次商八以乘隅得八以加廉得二八商乘之得二二四以加

方得三四八商乘之得二七八四以減實恰盡式如下



實減餘口方加得口廉加得口隅口次商八

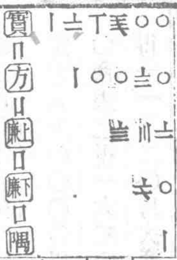
乃計商得一八爲開得數也

假如有三乘方積一七六四〇〇〇爲實負一〇〇八〇爲方正九三七爲上廉正七〇爲下廉負一爲隅正問開三乘方得若干

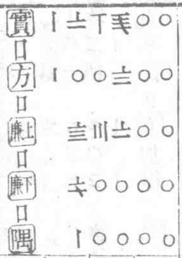
答曰大數二十　小數十五

草曰列位如下

以方步實式如下



步進一位初商之位十也



初商一以乘隅得一〇〇〇〇以減下廉得六〇〇〇〇〇商乘之得六〇〇〇〇以減上廉餘三三七〇〇商乘之得三

三七〇〇以加方得一三四五〇〇商乘之得一三四五〇〇

以減實餘四一九〇〇為次商實式如下

𝍠𝍯𝍥𝍰〇〇
𝍠𝍫𝍣𝍫〇〇
𝍢𝍩𝍨〇〇

𝍠〇〇𝍬〇〇
𝍢𝍫𝍦〇〇
𝍠𝍫𝍣𝍬〇〇

𝍬𝍢𝍮〇〇
𝍮〇〇〇〇
𝍢𝍫𝍦〇〇

𝍯〇〇〇〇
𝍠〇〇〇〇
𝍮〇〇〇〇

𝍠〇〇〇〇

實減餘□方加得□廉上減餘□廉下減餘□隅□初商一

變之以商乘隅得一〇〇〇〇以減下廉餘五〇〇〇〇商乘之得五〇〇〇〇以減上廉不足減反減之得一六〤〇〇商乘之得一六〤〇〇以減方得一一八二〇〇退一位得一一八二〇為次商方又以商乘隅得一〇〇〇〇以減

下廉餘四〇〇〇〇商乘之得四〇〇〇〇以加上廉得五六七〇〇退二位得五六七為次商上廉又以商乘隅得一〇〇〇〇〇以減下廉餘七〇〇〇〇退三位得七〇為次商下廉變訖隅退四位得一為次商隅式如下

實□方減得退□上廉減得加得退□下廉減得減得減得退□隅退

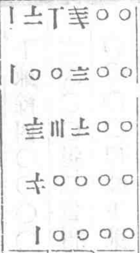
次商五以乘隅得五以減下廉得二五商乘之得一二五以加上廉得六八八商乘之得三四四〇以減方餘八三八〇

商乘之得四一九〇〇以減實恰盡式如下

實減餘口方減餘口廉上加得口廉下減餘口隅口次商五

乃統計所商得一五為開得數也

又置原式在位以下廉步上廉式如下



步進一位初商之位十也

實口方口上廉口下廉口隅

初商二以乘隅得二〇〇〇〇以減下廉餘五〇〇〇〇商乘之得十〇〇〇〇〇以上廉反減之得六丰〇〇商乘之得一二六〇〇以減方餘八八二〇〇商乘之得一七六四〇〇以減實恰盡如下式

實減餘口方減餘口上廉減餘口下廉減餘口隅口商二

計商得二〇為開得數也

[illegible]○[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]○[illegible]○○[illegible]

[illegible]○○○[illegible]○[illegible]

[illegible]

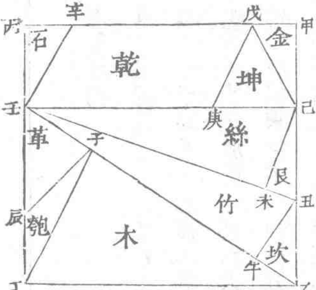
九章翼此冊推演方田術

南豐吳嘉善子登述
長沙丁取忠雲梧補

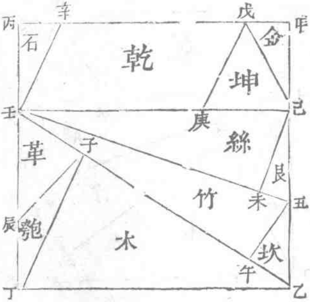
平方各形術

凡不等邊之形必御之以方然方必使成直角而後可入算也夫各形始於三角而不等邊之三角形必求垂綫分兩句股或補成句股而後可以求積平方即兩矩之合也句股求積句股相乘折半即御以方之義也邊綫相等者謂之正平方不等者謂之長平方其形不同而其爲方則一也列圖如下

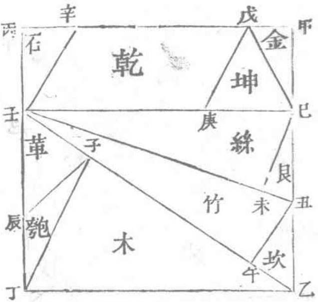
平方各形圖



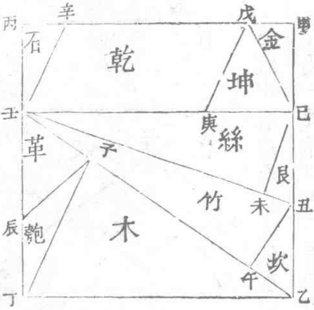
如圖形如甲乙丙丁者此爲正平方也甲乙與甲丙皆謂之方邊亦曰方根其中所容謂之方積亦曰冪亦曰面從正平方中以平行綫如壬己綫此綫與甲丙及乙丁俱爲平行分之得兩長方形甲己壬丙爲一長方形己乙丁壬爲一長方形甲己與己乙謂之長亦曰從亦曰袤己壬與乙丁謂之廣亦曰闊或互易之亦可其實即橫直十字正交二綫耳甲己壬丙形任



自一角以斜綫如辛壬綫分之則成句股形一如石積丙辛謂之句丙壬謂之股或互易亦可辛壬謂之弦斜箕形一如甲己壬辛形甲辛謂之上廣己壬謂之下廣甲己謂之長甲己壬辛形自一角以斜綫如戊己綫此綫作圖時令與辛壬等分之則成箕形一亦曰梯形如乾坤兩積戊辛謂之上廣壬己謂之下廣其長如甲己庚句股形一如金積此形與石積之形大小相同戊己壬辛形以

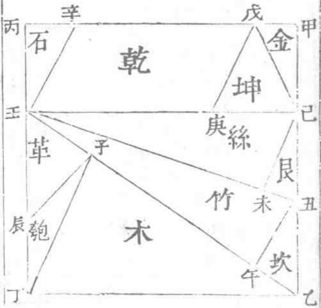


平行斜綫如戊庚綫此綫與辛壬綫平行分之則成斜方形一如乾積圭形一如坤積庚己謂之廣其長如甲己度此形亦名兩邊相等三角形己乙丁壬形以對角斜綫如壬乙綫分之則成兩句股形一己乙壬爲一句股形壬丁乙爲一句股形己乙壬形從一角任以斜綫如壬丑綫分之則成句股形一如己丑壬形此形雖在己乙壬形之中而不同式同式者大小不同而其式同



如己丑壬形以己未十字正交綫分之成己丑未句股形一壬己未句股形一此兩形乃與己丑壬爲同式斜三角形一如竹坎積也此形若令乙丑附於地平置之則爲兩句股形較以壬己乙爲大句股形以壬己丑爲小句股形此形爲其較也其乙丑謂之句較壬乙謂之大弦壬丑謂之小弦度如壬己謂之中股度如己乙謂之大句度如己丑謂之小句又或稱壬乙爲大腰壬丑爲小腰乙丑爲底統云三邊度如壬己謂之外垂綫又此形若令乙壬附於地平置之又作丑午綫與乙壬十字正交則爲兩

句股形和則丑午壬爲大句股形以丑午乙爲小句股形此形爲其和也其壬乙謂之句和丑壬謂之大弦丑乙謂之小弦壬午謂之大句午乙謂之小句又或稱壬丑丑乙爲兩腰乙壬爲底統云三邊丑午謂之中垂綫壬乙丁形以一綫如子辰綫任意分之則成斜三角形一如革積四邊形一如匏與木



右圖中各形有得邊綫即可求積者有必於邊綫之外再量得一綫始可求積者斜方形及四邊形必再得一綫始可求積斜方形必量得長綫四邊形必量得對角斜綫餘皆有邊綫可求者也今

以各求積術臚於左

正方長方有長廣求積術曰長廣相乘為積

句股形有句股求積術曰句股相乘二而一為積

有弦與句若股求積術曰如句股術另見求得股若句乃以前法入之

圭形有長廣求積術曰長廣相乘二而一為積

有斜與長若廣求積術曰以斜為弦以長若半廣為股若句倣句股術求得股若句為長若半廣乃如前法入之

箕形有上下廣及長求積術曰置上廣下廣從之即以上廣下廣相併也以長乘之二而一為積

有斜與上下兩廣求積術曰以斜爲弦以上下廣差亦曰廣較半之爲句如句股術求其股爲長乃如前法入之

斜三角有三邊求積術曰任以兩邊爲大弦小弦餘一邊爲句和或句較夾餘邊之角俱銳則爲句和一鈍一銳則爲句較乃以大小弦各自乘而相減爲弦和乘弦較之羃亦卽句和乘句較之羃以句和或句較除之得句較或句和凡弦較與句較句和與弦和爲互視比例句和句較相加半之爲大句相減半之爲小句乃以小句與小弦求其股或以大句與大弦求其股此兩股數同爲中股以與句和或句較相乘二而一爲積

又術曰并三邊而半之爲半總各以三邊減之爲三較三較

連乘又以半總乘之得數開平方爲積

斜方形如前圖乾形 有廣及長求積術曰長廣相乘爲積

有廣與斜求積於形中作十字正交綫爲長乃如前法入之

四邊形有四邊及對角斜綫如前圖中子丁綫 求積術曰分爲兩三角形求其積并之爲積

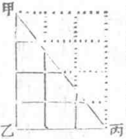
以上各形有積求邊者除正平方可以開方而得其邊外餘則僅有積數未能相求必須於各數中更知一二數也至其求法當以天元術御之自得其術

補例

設如有句股形句三尺股四尺問積若干

答曰六尺

法以句三尺與股四尺相乘得十二尺折半



得六尺爲積如圖甲乙丙句股形兩數相乘

得句股積者二故折半得積

設如有句三尺弦五尺問積若干

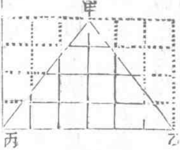
答同上

法以句弦求股法求得股四尺乃以股四尺與句三尺相

乘得十二尺折半得六尺爲積

設如有圭形長四尺廣六尺問積若干

答曰十二尺



法以長四尺與廣六尺相乘得二十四尺折半得十二尺爲積如圖甲乙丙圭形長廣相乘得圭形者二故折半得積如以半廣乘長亦得圭形積如下問

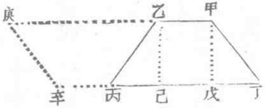
設如有廣六尺斜長五尺問積若干

答同上

法以廣六尺折半得三尺爲句斜長五尺爲弦以句弦求股法求得股四尺乃以句三尺與股四尺相乘得十二尺爲積

設如有箕形上廣三尺下廣九尺斜長五尺問積若干

答曰二十四尺



如圖甲乙丙丁箕形甲乙爲上廣丙丁爲下廣甲丁與乙丙爲斜長以上下廣相減餘甲戊丁與乙己丙二句股形折半得一句股形故以句股法求得甲戊同乙己爲其長以上下廣相加又以長乘之卽成甲庚辛丁形爲箕形者二故折半得積也

法以上廣三尺減下廣九尺餘六尺折半得三尺爲句以斜長五尺爲弦如句股術有句有弦求股法求得股四尺爲正長乃以上下廣相加得十二尺以長四尺乘之得四

十八尺折半得二十四尺爲積合問

設如有斜三角形大腰一百七十尺小腰一百尺底邊二百一十尺問積若干

答曰八千四百尺

如圖甲乙丙斜三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底邊甲丁爲中垂綫分甲丁乙甲丁丙爲兩句股形乙丁爲大句丙丁爲小句乙丙卽兩句和丁戊與丁丙等乙戊卽兩句較也故以乙戊加底邊折半爲大句以乙戊減底邊折半爲小句

法以底邊二百一十尺爲一率兩腰相加得二百七十尺

爲二率兩腰相減得七十尺爲三率二率三率相乘一率除之得九十尺爲兩句較以減底邊二百一十尺餘一百二十尺折半爲小句以一百尺爲小弦如句弦求股法求得股八十尺爲中垂綫乃以八十尺與二百一十尺相乘得一萬六千八百尺折半得八千四百尺爲積　或以兩句較加底邊得三百尺折半得一百五十尺爲大句以一百七十尺爲大弦如法求之亦得股八十尺以與底邊相乘得數折半得積同

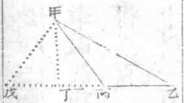
此即前圖竹玟積令乙壬附於地置之求得中垂綫分爲兩句股形者也若令乙丑附於地置之則所求爲外垂綫

以補成句股形者又設圖例於左

設如有斜三角形大腰一百七十尺小腰一百尺底邊九十尺求積若干

答曰三千六百尺

如後圖甲乙丙斜三角形甲乙為大腰甲丙為小腰乙丙為底邊甲丁為外垂綫補成甲丁丙甲丁乙兩句股形乙



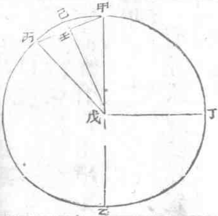
丁為大句戊丁為小句乙丙為兩句較丁戊與丁丙等其乙戊卽兩句和也故以乙丙加乙戊折半為大句以乙丙減乙戊折半為小句

法以底邊九十尺爲一率兩腰相加得二百七十尺爲二率兩腰相減得七十尺爲三率二率三率相乘一率除之得二百一十尺爲兩句和以加底邊九十尺得三百尺折半得一百五十尺爲大句以減底邊九十尺得一百二十尺折半得六十尺爲小句以小句與小弦一百尺求其股得八十尺或以大句與大弦一百七十尺求其股亦得八十尺乃以股與底邊九十尺相乘得七千二百尺折半得三千六百尺爲積合問

九章翼

南豐吳嘉善子登述
長沙丁取忠雲梧補

平圓各形圖



如圖甲丙乙丁正圓形戊謂之心甲乙謂之徑甲戊丁戊等謂之半徑甲己丙乙丁曲綫謂之周曲綫所容謂之積半之爲半圓形二甲丁乙爲一形甲丙乙爲一形甲己丙乙形以半徑如丙戊分之則爲分圓面二甲己丙戊爲一形丙戊乙爲又一形甲己丙與丙乙謂之弧甲己丙戊形以甲壬丙綫分之則成三角形一甲壬丙戊形弧矢形一甲己丙壬

形甲壬丙謂之弦己壬謂之矢○附釋以割圜入綫言之甲壬丙之弦曰通弦其半甲壬或壬丙曰正弦矢減半徑如壬戊曰餘弦也

平圓形有徑求積術曰先求其周以周徑相乘得數四而一為積

有徑求周法以定率比例求之如下式

徑定率一

周定率三一四一五九二六五三有奇

今徑若干

求得周若干

或逕求其積以定率比例求之如下式

徑自乘定率一

圓積定率〇七八五三九八一六有奇

今徑自乘若干

求得今積若干

平圓形有周求積術曰先求其徑如前術入之

有周求徑者以定率比例求之如下式

周定率一

徑定率〇三一八三〇九八八

今周若干

求得今徑若干

或逕求其積以定率比例入之式如下

周方定率一

圓積定率○○七九五七七四七

今周方若干

求得今積若干

分圓面形有半徑弧背求積術曰以半徑與弧背相乘得數二而一爲積此與平圓有徑求積術全理試取全圓而瓜分之任作無數三角尖形則圓周漸變爲直綫若將周綫伸長而平列之以周綫爲三角之底以半徑爲三角之高則其積恰得長方之半故以全周與全徑相乘四而一爲積弧背卽圓周之分也與全徑相乘四而一故與半徑相乘二而一也

弧形有矢弦求積術曰先求本圓徑如今有術入之

矢

半弦

半弦

大矢

以大矢加矢爲本圓徑如上法求得其周寄左又求弧度先求其度正弦以今有術入之如下式

本圓半徑

半弦

一千萬即據以立入綫表之半徑

求得正弦若干

檢入綫正弦表得弧度乃求弧背以今有術入之式如下

三百六十即周天度或以一度化為六十分一分化為六十秒得一二九六〇〇〇得數尤密

弧度前率既化秒此率亦應化秒方合

今圓周

今弧背

既得弧背以本圓半徑乘之二而一為泛積此積即分圓積又以矢減本圓半徑得數以弦乘之得數二而一為積差以減泛積為實積也此法為欲得密合故較繁重若僅用以量田則古法簡易數倍其術如下

術曰弦乘矢於上以矢自乘加上位為實二而一得積又術

曰弦矢相併以矢乘之爲實二而一得積同

補例

假如有圜徑十二尺問積若干

答曰一百一十三尺〇九分

法先以圜徑十二尺爲實以周定率三一四一五九二六五三乘之徑定率一除之得今周三十七尺六寸九分九釐有奇以今周與今徑十二尺相乘得四百五十二尺三寸八分有餘又以四歸之得一百一十三尺〇九分卽其積也

又法以徑十二尺自乘得一百四十四尺以與圜積定率

〇七八五三九八一六相乘得一百一十三尺〇九分有餘亦其積也

假如有周二十六尺問積若干

答曰五十三尺七寸九分

法先以周二十六尺爲實以徑定率〇三一八三〇九八八乘之周定率一除之得今徑八尺二寸七分六釐有餘乃以今徑與今周二十六尺相乘得二百一十五尺一寸七分有奇又以四歸之得五十三尺七寸九分卽其積也

又法以周二十六尺自乘得六百七十六尺以與圓積定率〇〇七九五七七四七相乘得五十三尺七寸九分亦

其積也

假如分圜面形半徑五十尺弧背八十尺問積若干

答曰二千尺

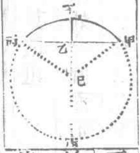
法以半徑五十尺與弧背八十尺相乘得四千尺又二歸之得二千尺即其積也

假如細半弧矢田弦長八十步矢闊二十步問積若干

答曰一千一百一十八步二十四分

法先用弧矢形有弦矢求圜徑法以矢闊二十步爲首率弦長八十步折半得四十步爲中率中率自乘首率除之得末率八十步爲圜之截徑加矢闊二十步得一百步爲

圓徑乃以圓徑百步折半得半徑五十步為一率半弦四十步為二率半徑十萬為三率求得四率八萬為半弧正弦檢正弦表得五十三度〇七分四十九秒倍之得全弧一百〇六度一十五分三十八秒乃以全圓三百六十度化一百二十九萬六千秒為一率全弧一百〇六度一十五分三十八秒化三十八萬二千五百三十八秒為二率全徑百步得全周三百一十四步一分五釐九毫二絲為



三率求得四率九十二步七分二釐九毫八絲有餘為全弧背然後以弧背與半徑五十步相乘折半得二千三百一十八步二十四

分五十釐爲自圓心所分弧背三角形積（如甲己丙丁形）又於半徑五十步內減矢二十步（如丁乙）餘三十步（如乙己）與弦八十步（如甲丙）相乘折半得一千二百步爲自圓心至弦所分直綫三角形積（如甲己丙形）與弧背三角形積相減餘得弧矢田積一千一百一十八步二十四分五十釐合問

此以密率求積也如依古率則如下二法

法以弦八十步乘矢二十步得一千六百步於上位又以矢二十步自乘得四百步加上位得二千步折半得一千步爲積

又法以弦八十步矢二十步相併得一百步以矢二十步

乘之得二千步折半得一千步爲積亦同

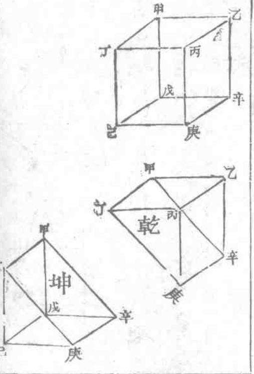
此以古率求積也法較簡易但得積稍弱耳

九章翼 此冊推演商功術

南豐吳嘉善子登述

長沙丁取忠雲梧刊

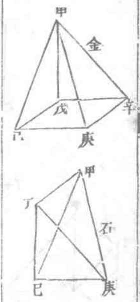
立方立圓術



如圖甲庚從立方形己庚之類謂之廣辛庚之類謂之長丙庚之類謂之高

對角斜剖之則得兩塹堵形一乾形一坤形塹堵形長廣高俱與本立方同此形亦可名爲立句股形

塹堵形自一角斜剖則得陽



馬形一如金形高長廣並與本立方同

鼈臑形一如石形上則有長甲丁而無廣下則有廣庚己而無長仍以丁己為高

立方求積術曰長廣相乘又以高乘之為積正方從方並同

塹堵求積術曰長廣相乘又以高乘之二而一為積此形得立方之半故法同立方而加一二除

陽馬求積術曰長廣相乘又以高乘之三而一為積此形得立方形三分之一故法同立方而加一三除

鼈臑求積術曰上長與下廣相乘又以高乘之六而一為積此形得立方形六分之一故法同立方而加一六除○又案此形長高與廣高必取其正交者乃可入算否則為無法之形也

兩合壍堵此形如營房所支之帳中剖之即兩壍堵又即平三角面以長乘之所成求積術曰如壍堵術

垣方九章中之城堤溝渠俱同形○此形剖之中一立方旁夾兩壍堵又即箕形面以長乘之所成求積術曰并上下廣而半之以高若深乘之又以袤乘之得積

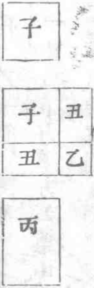
方錐此形四分之即四陽馬求積術曰同陽馬術

方亭即方臺○此形如量米之斛又即大方錐上段截去一小方錐之餘形剖之中一立方四面四壍堵四角四陽馬求積術曰上方自之下方自之又上下方相乘并三數以高乘之三而一得積

此形本當分為一立方四壍堵四陽馬各求其積相并為積然求法繁瑣故以術鎔之而得此術也除各形之高相同不

計外中之立方以上方爲長與廣側圜壍堵其二以上方爲
廣以上下方差之半爲長二形合而算之則可命之爲以上
方爲廣以方差爲長其二以上方爲長以上下方差之半爲
廣二形合而算之則可命之爲以上方爲長以方差爲廣又
令二形之長廣互易并四形爲一立方而算之則可命之爲
以上方爲廣以上下方差爲長又并入中之立方算之則可
命之爲以上方爲廣以下方爲長其四陽馬則以半方差爲
廣半方差爲長合四形爲大陽馬算之則以方差爲廣又爲
長而求立方積者長廣相乘高乘之爲積求陽馬積者以長
廣相乘高乘之三而一爲積是應以上方乘下方又以高乘

之爲一立方四塹堵合成一大立方積又以上下廣差自乘高乘之三而一爲四陽馬積相加得方亭積今欲令先行相加統以三除之爲積除陽馬積本應三除外立方積當預用三乘以通之故當以上下方相乘三因之加上下方差自乘再以高乘之三而一爲積而上下方相乘三因之加上下方差自乘者即上方自之下方自之上下方相乘之并也故并三數以高乘之三而一爲積也圖說如下



子爲上方自乘冪子一丑二乙一爲下方自乘冪丙爲上下方相乘冪於下方自乘冪中剖出

丑一乙一爲下方乘方差羃餘子一丑一爲上下方相乘羃一又於下方乘方差羃中剖出方差羃之乙一餘丑一以益上方自乘羃之子得子一丑一亦爲上下方相乘羃統計之爲上下方相乘羃者三子二丑二丙一上下相差羃一乙一也

芻甍此形剖之中爲兩合塹堵一兩頭附陽馬二上有袤而無廣又下袤大於上袤也求積術曰倍下袤上袤從之以下廣乘之高乘之六而一爲積

此亦變煩瑣求積法鎔之爲術也此形中兩合塹堵以上袤爲袤其二陽馬并之爲一大陽馬以上下袤差爲袤其廣與高則兩形相同而求兩合塹堵積者當以二除上袤此預用二除於前以便下文立說耳非與原術有殊下倣此以下廣乘之高乘之爲積求陽馬積

者當以三除衺差以下廣乘之高乘之爲積并而求之當以二除上衺加三除衺差再以下廣乘之高乘之爲芻甍積齊其除法當以六除三個上衺（法實以三通之得此）加六除兩個衺差（法實以二通之得此）再以高與下廣乘之爲芻甍積轉換之當以三個上衺加兩個衺差再以高與下廣乘之六除之爲芻甍積而三個上衺加兩個衺差即一個上衺加二個下衺也故倍下衺上衺從之以下廣乘之高乘之六而一爲積也此形又可剖之爲徵側方錐形一鼈臑形一方錐形以下衺爲衺鼈臑形以上衺爲上衺其下廣與高則兩形相同而求方錐積者當以三除下衺再以高與下廣乘之爲積求鼈臑積者當以六

除上袤再以高與下廣乘之爲積并而求之當以三除下袤加六除上袤再以高與下廣乘之爲芻甍積齊其除法當以六除二個下袤即法實各三因之加六除上袤再以高與下廣乘之爲芻甍積轉換之當以二個下袤加上袤以高與下廣乘之六而一爲芻甍積矣以後各術倣此求之可得其立術之故未能一一詳其說也

芻童即長方臺又即芻甍上段截去一小芻甍之餘也○此形剖之所得與方亭同唯四塹堵僅能兩兩相等不能四形相同也求積術曰倍上袤下袤從之以上廣乘之亦倍下袤上袤從之以下廣乘之并而以高乘之六而一得積

羨除此形上有廣而無袤下則前後廣不等俱小於上廣剖之中一塹堵兩旁四鼈臑大小各二求積術曰

并三廣上廣前廣後廣也下袤乘之高若深乘之六而一得積

右各形如有積求各數者亦以天元一入之

立圓卽圓球求積術曰置同徑平圓面積以徑乘之又倍之三而一為積

圓囷卽圓柱求積術曰置圓面積以高乘之為積

圓錐卽錐形之圓者求積術曰置底面積以高乘之三而一為積

圓亭卽圓臺又卽圓錐上段截去一小圓錐之餘求積術曰先求虛高以上下徑較半之為句率以高為股率以上半徑為今有句以今有術入之如下式

一率上下半徑較

二𢳾高

三𢳾上半徑

四𢳾虛高

乃以虛高加高得數乘下圓面積得數三而一爲泛積又以虛高乘上圓面積得數三而一爲積差以減泛積爲所求積

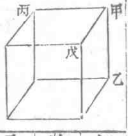
又術曰上徑自之下徑自之上下徑相乘并三數以高乘之又以圓積定𢳾乘之三而一爲積

以上方圓各形雖爲體不同而其馭之之理則一然必圓中規方中矩乃爲有法之形始可入算不然者不能也

補例

今有立方形長廣各八尺高八尺問積幾何

答曰五百一十二尺

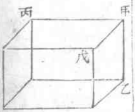


如圖甲乙爲高甲丙爲長甲戊爲廣

法以長八尺乘廣八尺得六十四尺又以高八尺乘之得五百一十二尺爲積

又如有從立方形長十尺廣五尺高六尺問積幾何

答曰三百尺

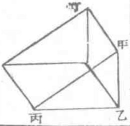


如圖甲乙爲高甲丙爲長甲戊爲廣

法以長十尺與廣五尺相乘得五十尺又以高六尺乘之得三百尺爲積

今有塹堵形長八尺廣六尺高五尺問積幾何

答曰一百二十尺



如圖甲乙爲高乙丙爲長甲丁爲廣

法以長八尺乘廣六尺得四十八尺又以高五尺乘之得二百四十尺以二除之得一百二十尺爲積

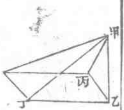
今有陽馬形長七尺廣六尺高五尺問積幾何

答曰七十尺

如後圖甲乙爲高乙丁爲長乙丙爲廣

法以長七尺與廣六尺相乘得四十二尺又以高五尺乘

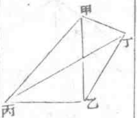
之得二百一十尺以三除之得七十尺爲積



合問

今有鼈臑形下長四尺上廣四尺高六尺問積幾何

答曰一十六尺



如圖丙乙爲下長甲丁爲上廣甲乙爲高

法以上長四尺乘下廣四尺得十六尺又以

高六尺乘之得九十六尺以六除之得一十

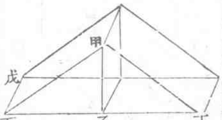
六尺爲積

今有兩合塹堵形長二十四尺廣二十尺高八尺問積幾何

答曰一千九百二十尺

如圖丙丁爲長丙戊爲廣甲乙爲高

法以長二十四尺與廣二十尺相乘得四百八十尺又以高八尺乘之得三千八百四十尺以二除之得一千九百二十尺爲積

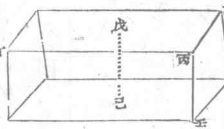


今有垣方形上廣六尺下廣八尺高九尺袤十五尺問積若干

答曰九百四十五尺

如圖乙丙爲上廣辛壬爲下廣戊壬己爲高丙丁爲袤

法以上廣六尺下廣八尺并之得十四尺半之得七尺以高九尺乘之得六十三尺又以袤十五尺乘之得九百四十五尺爲積合問

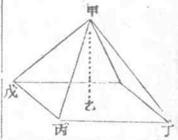


今有方錐形長九尺廣七尺高五尺問積若干

答曰一百〇五尺

如圖丙丁爲長丙戊爲廣甲至乙爲高

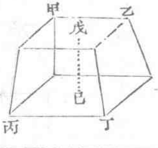
法以長九尺乘廣七尺得六十三尺又以高五尺乘之得



三百一十五尺三除之得一百〇五尺爲積

今有方亭形上方六尺下方八尺高十五尺問積若干

答曰七百四十尺

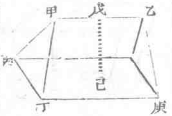


如圖甲乙爲上方丙丁爲下方戊至己爲高法以上方六尺自之得三十六尺下方八尺自之得六十四尺又以上下方相乘得四十八尺并三數得一百四十八尺以高乘之得

二千二百二十尺三除之得七百四十尺爲積

今有芻甍形下廣三尺袤四尺上袤二尺無廣高一尺問積若干

答曰五尺



如圖丙丁爲下廣庚丁爲下袤甲乙爲上袤戊至己爲高

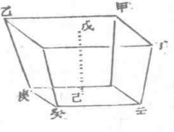
法以下袤四尺倍之得八尺以上袤二尺加之得十尺以廣三尺乘之得三十尺以高一尺乘之仍得三十尺六除之得五尺爲積

今有芻童形下廣二尺袤三尺上廣三尺袤四尺高三尺問

積若干

答曰二十六尺五寸

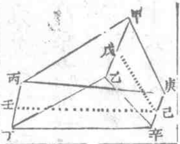
如圖庚癸爲下廣壬癸爲下袤甲丁爲上廣甲乙爲上袤戊至已爲高



法以上袤四尺倍之得八尺以下袤三尺加之得一十一尺以上廣三尺乘之得三十三尺於上位又以下袤三尺倍之得六尺以上袤四尺加之得十尺以下廣二尺乘之得二十尺與上位相并得五十三尺以高三尺乘之得一百五十九尺六除之得二十六尺五寸爲積

今有羨除形上廣八尺無袤前廣六尺後廣五尺下袤七尺高四尺問積若干

答曰八十八尺六寸六分



如圖甲乙爲上廣丙丁爲前廣庚辛爲後廣壬壬己爲下袤戊壬己爲高

法以上廣八尺加前廣六尺得十四尺又加後廣五尺得十九尺以下袤七尺乘之得一百三十三尺又以高四尺乘之得五百三十二尺六除之得八十八尺六寸六分有奇爲積

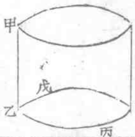
今有圓球徑一尺二寸問積若干

答曰九百零四寸七百七十八分六百八十二釐

法以徑一尺二寸自之得一百四十四寸以圓積定率〇七八五三九八一六乘之得一尺圓面積以百寸爲尺一十三寸〇九分七十三釐三十五毫四十絲有奇再以一尺二寸爲高乘之得一尺球體積以千寸爲尺三百五十七寸一百六十八分〇二十四釐有奇又倍之得二尺七百一十四寸三百三十六分〇四十八釐三除之得九百〇四寸七百七十八分六百八十二釐即圓球體積合問

今有圓囤周二十四尺高十尺求積若干

答曰四百五十八尺三百六十六寸二百二十分



如圖甲乙爲高乙丙丁戊爲周

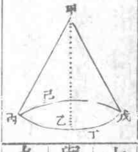
法以周二十四尺用周方求圓面積定率〇〇七九五七七四七乘之得圓面積四十五尺八十三寸六十六分二十二釐有奇與高十尺相乘得四百五十八尺三百六十六寸二百二十分有奇卽圓囷體積

今有圓錐形底周十四尺高五尺問積若干

答曰二十五尺九百九十五寸三百分

如圖丙丁戊己爲底周甲至乙爲高

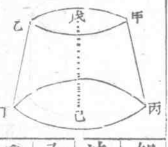
法以周底十四尺用周求面積法求得底面積十五尺五



十九寸七十一分八十四釐一十二毫有奇與高五尺相乘得七十七尺九百八十五寸九百二十分六百釐有奇三除之得二十五尺九百九十五寸三百分爲積合問

今有圓亭形上徑七尺下徑一十五尺高九尺問積若干

答曰三百八十二尺九百九十七寸有奇



如圖甲乙爲上徑丙丁爲下徑戊至己爲高法先求虛高以上徑七尺減下徑十五尺餘八尺爲徑較半之得四尺爲一率以高九尺爲二率以上半徑三尺五寸爲三率二率三

率相乘一率除之得四率七尺八寸七分半寄上位又以下徑十五尺自之得二百二十五尺以乘圓積定率〇七八五三九八一六得一百七十六尺七十一寸四十五分八十六釐爲下圓面積以與上位加高九尺得一六八七五相乘得二千九百八十二尺〇五十八寸六百五十分〇五十六釐三除之得九百九十四尺〇一十九寸五百五十分〇一百八十六釐有奇爲泛積又以上徑七尺自之得四十九尺以圓積定率〇七八五三九八一六乘之得三十八尺四十八寸四十五分〇九釐八十四毫爲上圓面積以虛高七八七五乘之得三百〇三尺〇六十五

寸五百一十四分九百九十釐三除之得一百〇一尺〇二十一寸八百三十八分三百三十釐爲積差以減泛積餘八百九十二尺九百九十七寸七百一十一分六百五十六釐爲圓亭實積也

又法以上徑七尺自之得四十九尺又以下徑十五尺自之得二百二十五尺又以上下徑相乘得一百〇五尺并三數得三百七十九尺以高九尺乘之得三千四百一十一尺以圓積定率乘之得二千六百七十八尺九百九十三寸一百二十三分七百六十釐三除之得八百九十二尺九百九十七寸有奇與上數合