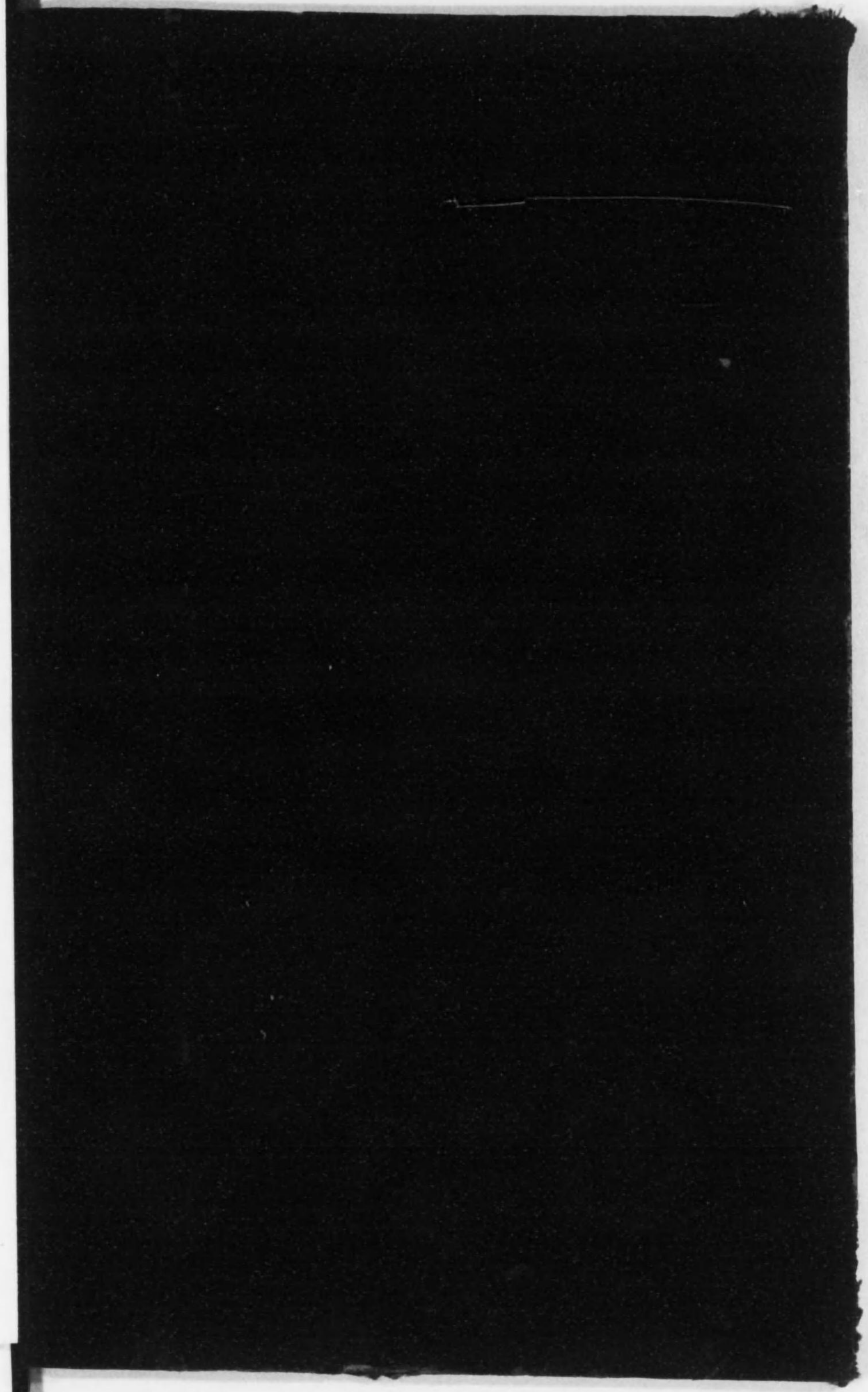




始



(明治廿七年五月改正)數學書目 (一)

上野清先生講述
普通教育
近世算術講義録
全一冊 正價金六拾錢

本書ハ上野清先生ガ最ニ東京數學院夏期講習會ニ於テ著普通教育近世算術ニ就キ其編纂ノ要旨・教授法及原理應用等ヲ懇切丁寧ニ講述セラレタルモノナリ原書普通教育近世算術ハ既ニ江湖ノ好評ヲ博シ全國至ル所其名ヲ知ラサルモノナシ然ルニ原書出版ヨリ以來或ハ授業上ニ或ハ江湖ノ質疑ニ依リ往々本書ニ付キ緊要ノ注意ヲ發見セラレ今幸ニ本書ヲ講述スルノ期ヲ得ラレ終ニ本書ヲシテ完全無缺又遺憾ナキニ至ラシメタリ其講述中一々速記術ニテ筆記セラレタレバ坐ナガラ先生ニ就テ教授ヲ受クルニ等シク講述全時廿八時間ヲ廿八席ニ區分シ毎席ニ講述セシ程度ヲモ本文中ニ記載シタレバ單ニ初學者ノ示導ノミナラズ教員諸君ノ參照ニ供スルニ足レリ既ニ原書ニ就キ攻究セラレタル諸君ハ勿論新學ニ志アル者ハ一本ヲ座右ニ備ヘ其蘊奧ヲ究メ給ヘ

上野清先生譯述
うゐるりやむそん氏
微分學
上卷壹冊正價金八拾錢 下卷近刻

うゐるりやむそん氏微分學書ノ最良完全ナルコトハ已ニ英國數學社會ノ公評ナリ今般上野先生同書ヲ學生ニ講述セラルル際其要用ナル術理ヲ指摘シ其欠ヲ補ヒ明晰ニ譯述セラレ學者ナシテ原書ヲ講究スルヨリモ一層明了正確ニ微分學ノ原理原則ヲ記憶シ易カラシメンコトナカメラレタルモノナレバ本書ハ尋常一般ノ譯書トハ其趣味大ニ異ナレリ本書全部刊了ノ後ハ積分學ノ部ヲ刊行スヘシ

上野清先生編纂
デトルミナント
全一冊 定價金三十錢

「デトルミナント」ハ代數學中ノ一科ニシテ必要缺ク可カラサル者ナレ其理論深遠ナルヲ以テ普通代數書ニ之ヲ掲載セズ從テ未ダ之ヲ編譯セシモノナシ本書ハ數界ノ泰斗上野先生ガ專ラ「ウヰルリヤム・バツク」氏ノ「エレメンタリー・トリナーチス・オン・デトルミナント」ヲ基トシ且之ニ他ノ新書ヲ參照シテ增補譯述セラレタルモノナリ故ニ苟モ數學ニ志アル諸君或ハ先生ノ鏡ニ著ハセシ普通教育近世代數ヲ修讀セシ諸君ハ此書ヲ一讀シテ「デトルミナント」ノ深意ヲ知ラズンバアル可カラズ

(二) (明治廿七年五月改正)數學書目

上野清先生編纂

普通教育

平面幾何

全二冊 上卷正價金五拾錢 下卷正價金五拾錢

本書ハ現今世上ニ大喝采ヲ博シタル普通教育近世算術及ヒ近世代數ニ類キタル者ニシテ上野先生カ學識ト經驗トニ由リテ充分ニ術理解説順序程度文章配字挿圖等ニ注意編纂セラレタルモノナレハ前兩書ヨリ一層世ヲ驚カスヘキ出色ノ書ナリ而シテ編纂ノ材料ハ英國幾何學教授法改良協會編輯ノ平面幾何學ニ基ツキ之ニ歐米諸新書ヲ折衷斟酌シテ改正増補セラレ且ツ卷首ニ編纂ノ組織幾何學定理ノ統系ヲ示シ本文中ニモ定義公理定理例題ノ關係スル統系ヲ明了ニセラレタルモノナレハ普通教育上ノ課程ヲ授クル所ノ教科用書及ヒ參考用書ニハ適當ナルモノニシテ實ニ學生用ト教師用トヲ兼テタル完全最良ナル幾何學書ハ本書ノ他ニ未タ其類ヲ見サル所ナリ

上野清先生著

普通教育

平面幾何定理統系一覽

全一折 正價金二十錢

幾何學ノ定理ノ統系ヲ立ツルコトハ是レ迄歐米諸大家ノ所論ナレドモ散佚シテ諸説チ一目瞭然ナラシムル能ハズ今回上野先生普通教育平面幾何ヲ編纂セラルハニ方リ平素思考セラレタル富強ナル識見ヲ以テ此新ナル定理統系表ヲ創作セラレタリ故ニ(1)定理ノ順序一目瞭然ナル(2)定理相互ノ關係及ヒ要用ノ定理ヲ搜索スルニ便ナル(3)教案ヲ立ツルニ便ナル(4)定理研究ニ便ナル(5)此表ノミヲ携フルモ教授或ハ研究シ得ヘキ(6)普通教育平面幾何ヲ閱讀スルニ便ナル(7)あつそしゑ一しよん幾何學ヲ閱讀スルニ便ナル(8)……等幾何學ヲ研究スル諸君ニハ尤モ便益ノモノナルヘシ

(明治廿七年五月改正)數學書目 (三)

上野清先生編纂(文部省檢定済)

普通教育

近世算術

全二冊 上卷 定價金八拾錢 下卷 定價金七拾五錢

算術ハ教學ノ基本ナリ故ニ理論ヲ精確ニせざる可らず又實用上ニ必要ノ學ナリ故ニ日本近世ノ應用計算上ニ適切ならざるべからず然れども此二件ヲ完全ならしむるには實業ノ經驗及富強ノ學識ヲ備ふるニ非ざれば成し難し是我邦算術書ノ不完全ナル所以ナリ本書ハ上野先生ガ明治五年ヨリ日本ノ數學教育上ニ從事セラレタル講義録ヲ本として之ニ歐米算術數十種ノ内日本近世教育ニ必要ナルものヲ加ヘ編纂セラレタルものにして精密ノ理論及ビ數千ノ例題ヲ示シたれば尋常師範學校同中學校並ニ之ニ相當スル諸學校ノ算術教科用ニ最も適切ナリ凡ソ内外ノ算術書中必要ナル術理ハ細大漏ラサズ實ニ近世第一ノ算術書ナリ

上野清先生校閱 森喜太郎君著

普通教育

近世算術解式

全二冊 上卷 定價金三十錢 下卷 定價金四十錢

此書ハ普通教育近世算術ノ例題及ヒ雜題ヲ詳解セシ者ニシテ就中雜題ニ至リテハ極メテ丁寧ニ解説ヲ下シタリ故ニ算術問題ノ解法ヲ研究スルニハ實ニ欠クヘカラサル書ナリ○上卷ハ本書上卷ノ例題及雜題ノ解ヲ載セ○下卷ハ本書下卷ノ例題及雜題ノ解ヲ載ス

(四) (明治廿七年五月改正) 數學書目

上野清先生編纂

初等

近世算術

全一冊 定價金三十五錢

本書ハ先ニ上野先生ガ編纂セラレタル普通教育近世算術ノ簡易ナルモノニシテ必要ナル理論及ビ應用ノ術理ハ一ツモ漏ストナク又簡易嶄新ナル例題殆ント一千三百餘題ヲ揭示セラレタレハ中等並ニ初等教科書用ニハ實ニ適當ナルモノナリ

上野清先生校閱 佐久間文太郎先生編纂

初等教育

近世算術

全三冊

壹冊實價 金貳拾錢 合本全一冊 實價金六十錢

本書は數學の教授に多年經驗ある佐久間先生が尋常中學校及び之に相當する諸學校の算術教科用書に適當ならしめんが爲めに編纂されしものなり近來算術書の著世間に數多なるも其理論詳細高尚に過ぎて高等小學校の課程を了て尋常中學校等に入んせするもの又尋常中學校初歩の生徒の學力には恰當せざる者多し依て其憂を除き數理を簡明に記述し初學推理力にて解し得るを度とし之に交ふるに數多の例題を示して應用に供し以て全編理論に偏せず實用に傾いざるとを旨せざる其書なり故に本書は尋常中學校並に之に相當する諸學校の教科用書にハ最も適切なり希くは江湖の諸君採用あらんとを

佐久間文太郎先生校閱 井田繼衛君編

初等教育

近世算術解式

上中下合本 全一冊 定價金五拾錢

23-236コ

普通教育
近世算術

上卷

上野清

編纂

版權所有

(四) (明治廿七年五月改正) 算學書目

上野清先生編纂

初等
近世算術

全一冊 定價金三十五錢

本書ハ先ニ上野先生が編纂セラレタル普通教育近世算術ノ簡易ナルモノニシテ必要ナル理論及ビ應用ノ術理ハ一ツモ漏スヲナク又簡易最新ナル例題殆ント一千三百餘題ヲ揭示セラレタルハ中等並ニ初等教科書用ニハ實ニ適當ナルモノナリ

上野清先生校閱 佐久間文太郎先生編纂

初等教育
近世算術

全三冊

壹冊實價 金貳拾錢 合本全一冊 實價金六十錢

本書は數學の教授に多年經驗ある佐久間先生が尋常中學校及び之に相當する諸學校の算術教科用書に適當ならしめんが爲めに編纂されしものなり近來算術書の著世間に數多なるも其理論詳細高尙に過ぎて高等小學校の課程を了て尋常中學校等に入んとするもの又尋常中學校初歩の生徒の學力には恰當せざる者多し依て其要を除き數理を簡明に記述し初學推理力にて解し得るを度とし之に交ふるに數多の例題を示して應用に供し以て全編理論に偏せず實用に傾いざるとを旨とせる良書なり故に本書は尋常中學校並に之に相當する諸學校の教科用書にハ最も適切なり希くは江國の諸君採用あらんとを

佐久間文太郎先生校閱 井田繼衛君編

初等教育
近世算術解式

上中下合本 全一冊 定價金五拾錢

23-2360

普通教育 近世算術

上卷

上野清

編纂



増補十五版

版權所有

序

普通教育近世算術 ハ日本近世ノ普通教育ニ適切ナラシメシメノ爲メニ編纂セシモノナルヲ以テ此名ヲ命ゼリ而シテ近世算術ノ名稱アルモ敢テ教育上ニ不適當ナルヲモ省リミズ近世ノ新法ノミヲ用ヒ或ハ新タニ壹機軸ノ算術ヲ説述セシモノニアラズ。

本書編纂之目的 ハ前陳ノ如クナルガ故ニ高等ノ算理ヲ考究スルノ爲メナラズシテ專パラ尋常師範、同中學校及ヒ之ニ相當スル學科ヲ教授スル所ノ諸學校ノ教科用書ニ適切ナラシメント欲スルコアリ。

理論及應用 ノ雙方ヲ研究スルハ數學諸科ヲ修ムル者ノ要務ナレトモ算術ニ於テハ最モ然リトス。

抑モ算術ハ數學ノ發端ノ學ニシテ萬般ノ數理皆此學ヨリ歩ヲ進メテ擴延セザルハナシ故ニ數理ヲ研究スル者ハ此學ヲ精知セザレバ其進歩ノ順序及ヒ便路ヲ失ナフコアルハ世ノ教育家ノ親シク目撃スル所ナリ現ニ我日本ノ如キ學者往々算術ヲ以テ珠算ノ如ク日用簡單ノ計算ニ用フル者ト思惟シ乗除ノ運算及ヒ應用問題ノ貳三ヲ解得セシ後チハ直チニ歩ヲ進メ代數、幾何、微積等ノ學科ニ入ルガ故ニ此等ノ高尚ナル數理ヲ解得スルニモ亦タ應用問題ヲ

研究スルノ壹端ニ走ルノ弊ヲ馴致セリ然レモ此弊害ハ學者自カラモ悟ラザルモノニシテ乃チ先入ガ主トナルノ通勢ニ服從セシモノナリ何トナレバ算術ハ數ノ性質及ビ數ノ計算ノ貳主意ヲ論說スルノ學ナルコトハ已ニ學者ノ知ル所ナレモ最初ニ算術ノ用ハ珠算ノ如ク日用ノ計算ノミニテ足レリトセシ思想ガ遂ニ先入トナリ此先入ニ制セラレ第壹ノ主意ヲ度外ニ措クニ至レリ進歩ノ發端ガ已ニ此ノ如クナルガ故ニ此先入ガ知ラズ識ラズ主トナリテ他ノ高尚ナル學科ヲ研究スルニモ應用問題ヲ修ムル方ニ偏セシナリ夫レ川源ヲ推究セザレバ川末ニ於テ如何ニ堅牢ナル堤ヲ築クモ川水ノ暴漲ヲ防グ能ハズ理論ハ川ノ源流ナリ應用ハ川ノ流道ナリ故ニ源流ナル理論ヲ推究シタル後チ流道ノ堤防ナル應用ヲ確實ニセザルベカラズ是レ算術ノ理論應用ノ貳者ヲ研究セザル可ラザル所以ナリ。

獨リ是レノミナラズ他ノ學科ハ算用記號ヲ用ヒ心思ノ勞ヲ省ブケモ算術ニ於テハ單ニ心思ノ壹片ノミニテ以テ題術ヲ推究スルガ故ニ思考力ヲ強盛ニシ他ノ學科ヲ修ムルニ當リ甚ダ便益ヲ得ベシ乃チ旅人ガ長途ヲ行クニ當リ車馬ニ駕シテ快走スルモ險路ニ遭ヘバ自己ノ健全ナル兩脚ヲ用ヒテ之ヲ跋涉スル便益ヲ得ルノ類ナリ算術ハ數學ノ進路ノ發端ナリ故ニ數理ヲ修ムル者ハ先ヅ算術ヲ健全ニシ然ル後チ數學ノ長途ニ上ラザルベカラズ而シテ算術ノ健全ナランコトヲ要セバ理論ヲ究メ應用ヲ精シクセザルベカラズ是レ算術ノ理論應用ノ貳者ヲ研究セザルベカラズトイフ所以ナリ。

本書編纂之順序モ亦ク此主意ニ從ヒ學生ヲシテ理論及ビ應用ヲ研究スルノ便路ヲ得セシメントチ力メタリ而シテ其順序ノ概畧ハ下ノ如シ。

第壹編ニ定義ノ目ヲ設ケ數ノ起リヨリ算術ノ要旨ニ至ル迄ヲ說示シ凡ベテ本書全體ノ要旨ヲ預知スルノ便トス。

第貳編ニ整數之組立及計算ノ目ヲ設ケ整數ノ組立及ビ計算ノ方法并ニ算法之理ヲ說示シ最初算術ニ入ルニ必要ナル理論及ビ計算ヲ知ルノ便トス。

第三編ニ四基法之定理及諸術ノ目ヲ設ケ第貳編ニ說示セシ整數之計算ニ於ケル高尚ナル理論ヲ示シ以テ後編ノ理論ヲ推究スルノ基本トス。

第四編ニ整數之性質ノ目ヲ設ケ前貳編ヨリ壹步ヲ進メテ整數ノ性質及ビ其應用ヲ說示ス。

以上三編ヲ整數ノ理論及ビ應用トナス。

第五編ニ分數ノ目ヲ設ケ前編ノ理ニ由リ奇零數ノ算法ヲ說示シ最後ニ於テ分數ノ關係數ヲ示シ本編理論ヲ應用スルノ方法ヲ說示ス。

第六編ニ小數ノ目ヲ設ケ第五編ノ理ニ由リ奇零數ノ理論ヲ說示シ又第貳編、第三編ノ理ニ由リ其計算ヲ說示ス。

第七編ニ循環小數ノ目ヲ設ケ前編ヨリ高尚ナル奇零數ノ理論及ビ算法ヲ說示ス。

以上三編ヲ奇零數ノ理論及ビ應用トナス。

以上七編ヲ上卷トシ專バラ數ノ性質及ビ計算ノ重要ナルモノヲ說示ス。

第八編ニ諸等數之計算ノ目ヲ設ケ日本ノ度量數及ビ英、

米、佛三國ノ度量ノ現今行ハル、重要ノ目ヲ示シ以テ物ノ大サ重サ、金穀雜品ノ數、時刻、距離等ヲ計算スル基本ヲ示シ且ツ本編以下ノ用ニ供ス。

第九編ニ比及比例ノ目ヲ設ケ第五編ノ理ヲ擴張シ諸數ヲ比スルコノ理論ヲ説キ之レガ應用ヲ示ス。

第十編ニ和較算、連鎖法及ビ解析法ノ目ヲ設ケ前編ニ於ケル應用問題中特別ナル場合ノ算法ヲ示シ且ツ學生ガ應用問題ヲ解スルノ便トナス。

第十壹編ニ百分算及利息算ノ目ヲ設ケ前諸編ノ應用算法ニ由リ數ノ割合及ビ金穀ノ利割ヲ説示ス。

第十貳編ニ開平方法及開立方法ノ目ヲ設ケ第四編中ニ載セシ方乘法ノ理ニ由リ之レガ算法及ビ理論ヲ説示ス且ツ第九編以下ノ應用問題ノ欠ヲ補フベキ題術ヲ示ス。

第十參編ニ近似數之算法ノ目ヲ設ケ第六、第七、第九、第十貳ノ四編ノ理論ノ欠ヲ補フ。

第十肆編ニ級數ヲ示シ第四、第七、第十壹、第十貳ノ四編ノ理論ノ欠ヲ補フ。

第十伍編及ビ第十陸編ニ數之記法及ビ幾何學并ビニ物理學上之數量ノ目ヲ設ケ稍々高尚ナル應用ヲ示ス。

以上九編ヲ下卷トシ專バラ上卷ヨリ高尚ナル理論及ビ應用ヲ示シ上卷ノ欠ヲ補フモノトス而シテ算術ノ理論及ビ應用ハ以上ノ拾六編ニテ概テ終了ス。

各編中ニ例題ヲ示シ學生ガ諸術ヲ練習スルノ便ニ供ス又各編末ニハ雜題ノ目ヲ設ケ稍々煩ナル問題ヲ示シ學生ノ大練習ノ場トナシ其次ニ設問ノ目ヲ設ケ學生ガ各編ノ

術理ヲ記憶セシヤ否ヤノ試験紙トナス。

本文ノ欄外ニ横線ヲ引キ其處ニ時々註ヲ附セシハ學生ノ心得トナルベキモノヲ示スノ老婆心ニ過ギズ。

看者之注意 ナ乞フベキハ本書ノ各題目ノ下ニ稍々高尚ナルモノニハ初學者ハ姑ク措クモ可ナリノ拾貳字ヲ記シタル他ニ尙ホ壹貳アリ是レ他ニアラズ本書ニ記載セシ諸術或ハ雜題等ニ於テ右拾貳字ノ注意ノ他ニ稍々煩ナリト思惟スル所或ハ省畧セシト思惟スル所多ケレバナリ故ニ本書ガ若シ教員諸君ノ教科書ニ採用セラレ、ノ榮ヲ得ルニ至ラバ諸君ニ此等ヲ削除或ハ増補セラレノコトヲ冀望ス本書ハ是等ノ削除或ハ増補ニ便利ナル様ニ題目ヲ判別シタリ。

本書編纂之引用書 ハ有ルガ如ク無キガ如何トナレバ教科書ハ實際ニ用ヒテ其便否ヲ感ズルニアラザレバ如何ナル良書ニテモ其書ノ精神ヲ取リテ編入スル能ハザレバナリ故ニ教科書ノ良否ハ其引用編入書ノ良否及ビ多少ヨリハ寧ロ編者ノ實際教育ヲ經驗セシ淺深ニヨルトイハザルヲ得ズ故ニ余ガ此書ヲ編スルヤ此主意ニ基ヅキ最淺ナル經驗ヲ根據トシ最少ナル引用書ノ精神ヲ取レリ然レモ強ヒテ引用書ノ名ヲ掲グレバ即チ下ノ如シ但シ此等ハ過半本書ノ編纂中ニ余ガ机邊ニ堆積セシモノト思惟シテ可ナリ。

Dalton,—Rules and Examples in Arithmetic.

Lock,—Arithmetic for Schools.

Cox,—Principle of Arithmetic.

- Jackson,—Practical Arithmetic.
 Wentworth,—Practical Arithmetic.
 Robinson,—The Progressive Higher Arithmetic.
 Chambers,—Practical Arithmetic.
 Brook Smith,—Arithmetic in Theory and Practice.
 Thomson,—New Practical Arithmetic.
 Davies,—University Arithmetic.
 Bonnycastle,—An Introduction to Mensuration.
 Robinson,—Practical Arithmetic.
 Gregory,—Mathematics.
 Chrystal,—Text-book of Algebra.
 Ray,—Higher Arithmetic.
 Barnard Smith,—Arithmetic and Algebra.
 C. Smith,—Arithmetic.
 MacFarlane,—Physical Arithmetic.

本書之體裁ハ横書ニナシタルガ故ニ甚ク不
 完全且ツ不明了ナリ然レモ數學書ハ横書ノ算式多キガ故
 ニ已ムヲ得ズ此ノ如キ不體裁トナレリ。

抑モ漢字ハ豎書ニスルノ原性ヲ有スルガ故ニ此原性ニ
 反シテ横書ニナスハ不明了ニシテ體裁上ニ不都合ヲ生ズ
 ルハ勿論ナリ教科書ノ如キハ最モ壹目瞭然ノ觀ヲ讀者ニ
 與ヘザレバ其書如何ニ善良ナルモ教師生徒ノ間ニ不満足
 ヲ來タスヲアリ故ニ余ハ成ルベク原性ニ反スル記法ナル
 ニ係ハラズ明瞭ヲラシメシメテ要シ大小數種ノ文字、片
 假名、平假名ノ字ヲ用ヒントシタルモ之ヲ用フレバ用ル
 丈ク混雜ナル體裁トナリ洋文横書ノ如ク壹目瞭然ナルヲ

能ハズ元來數學書ノ横書記法ハ日本ニ初メテノ事ナレバ
 (唯豎ヲ横ニ直シタル書ハ見受タリ) 現在ノ活字ノ種類ニ
 テハ之ニ適用スベキモノナシ此ヲ以テ稍々明了ヲラシメ
 シニハ編者ガ活版植字ノ業ヲ兼テ配字ノ位置ヲ思フマ、
 ニセザルベカラス是レ出來難キヲナルガ故ニ遂ニ讀者ヲ
 シテ洋書同様ノ看ヲ與ヘザラシメタルハ余ガ遺憾トスル
 所ナリ。

結末ニ於テ余ハ看者諸君ニ冀望スル壹事アリ本書
 ハ余ガ淺キ經驗ニテ短カキ日月ノ間ニ編成セシガ故ニ之
 ヲ教科用トナシ不充分且ツ誤謬ノ件多カルベシ因テ此等
 ノ件ヲ發見セシ諸君ハ御忠告アラソク乞フ然ルモ後
 版ノ際ニ余ガ訂正ト諸君ノ勸告トヲ併セテ此書ヲ訂正ス
 ベシ是レ編者壹人ノ幸福ノミニアラザルナリ。

上野清識

第貳改版

本書ハ第三版ニ於テ鉛版ニ改タメ爾後鉛版ヲ修繕スルヲ拾回ニ及ビタリシガ今ヤ全ク鉛版磨滅シテ修繕スル能ハザルニ至レリ依テ新タニ改版セリ。

本書ハ明治廿壹年拾壹月ニ於テ初メテ世ニ出テシヨリ今ニ至ル迄僅カニ三拾ヶ月ヲ經過セシノミナレモ各諸學校ノ教員諸氏并ニ學友諸氏ヨリ屢々忠告ヲ辱フシ大ニ本書ノ誤謬等ヲ發見スルニ至リシヲ以テ每版必ラズ若干ノ修正ヲナシ大ニ本書ノ面目ヲ改タメシハ偏ニ是等ノ諸君ノ厚意ニヨルモノニシテ予ガ深ク謝スル所ナリ。

現版ニ於テハ更ニ本文例題等ニモ多少ノ訂正ヲ加ヘ植字舛誤等モ幾分カ改良セリ尙又上下貳卷ノ各ニ名詞ノ定義及ヒ英語ヲ附シタリ但シ下卷ニ於テハ附録ヲ添ヘ本書ニ欠ケタル處ノ諸術ヲ示シタリ。

第三改版

本書第貳改版ハ明治廿四年五月ニアリ此改版ハ第拾壹版ト稱シ屢々鉛版ヲ修繕シテ凡ソ壹萬八千部ヲ出版シタリ然ルニ本年ニ至リ復タ鉛版磨滅シタルヲ以テ新タニ第三ノ改版ヲナスニ至レリ。

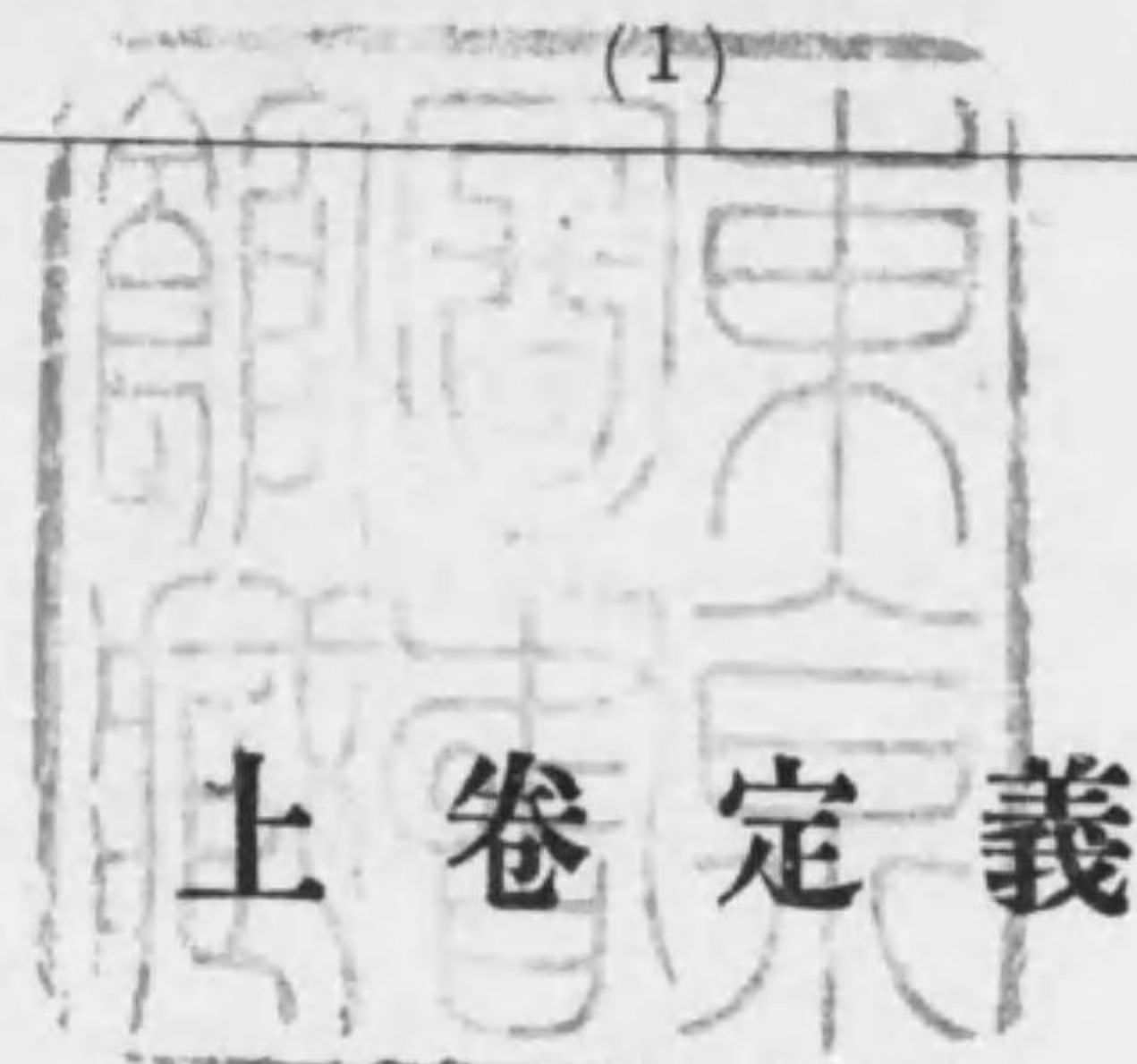
第三改版ニ於テモ亦タ本文或ハ例題等ヲ多少訂正スル處アリタレモ就中其最モ著シク改正セシ處ハ次ノ諸編ニアリ。

上卷第三編簡除法、第七編循環小數。

下卷第拾五編以下凡ベテ改正増補。

願フニ日新ノ時勢ニ於テハ教科書ニ新陳交迭アルハ免レザル所ナレモ屢々數種ノ書ヲ改編スルヨリモ屢々壹種ノ書ヲ修正改良スルヲ利便ナリトス故ニ予ハ常ニ本書ノ改正ニ從事セントス。

編者識ス



第壹編

1. 量 (Magnitude) トハ増減シ得ベキ物チイフ。
2. 單位 (Unit) トハ壹ツ即チ單ナル物チイフ。
3. 數 (Number) トハ單位或ハ單位ノ聚マリチイヒ又單位ノ部分或ハ其部分ノ聚マリチイフ。
4. 數量 (Quantity) トハ單位ヲ以テ量ノ多少ヲ幾回カ計ヘ (Count) 或ハ大小ヲ幾回カ度リ (Measure) テ量ノ多少或ハ大小ヲ示ス所ノ數チイフ。
5. 不連續量 (Separated Magnitude) トハ區別シタル物ノ多少チイフ。
6. 連續量 (Continued Magnitude) トハ連續シタル物ノ大小チイフ。
7. 不名數 (Abstract Number) トハ何ノ量ヲモ示サル數チイフ。
8. 名數 (Concrete Number) トハ特別ニ或量ヲ示ス所ノ數チイフ。
9. 整數 (Integer Number) トハ單位ノ若干倍ニ適合スル所ノ數チイフ。

10. 數學 (Mathematic) トハ量ノ學問ナイフ。
 11. 算術 (Arithmetic) トハ數學ノ壹科ニシテ數ノ學問ナ
 イフ。

第貳編

12. 命數法 (Names of Number) トハ數ヲ言ヒ顯ハス所
 ノ法ナイフ。
 13. 記數法 (Notation) トハ記號 (Symbol) ヲ用ヒテ數ヲ
 表示スルノ法ナイフ。
 14. 羅馬字記數法 (Roman Notation) トハ羅馬文字
 ヲ用ヒテ數ヲ表示スルノ法ナイフ。
 15. 亞刺伯記數法 (Arabic Notation) トハ亞刺伯數
 字 (Figure) ヲ用ヒテ數ヲ表示スル法ナイフ。
 16. 讀數法 (Numeration) トハ記數法ニテ表示シタル數
 ヲ讀ムノ法ナイフ。
 讀數法ハ記數法ノ反法ナリ。
 17. 四基法 (Four fundamental operations) トハ加・減・乘・
 除ノ四法ナイフ。
 18. 加法 (Addition) トハ貳ツ或ハ貳ツ以上ノ數ノ單位ヲ
 聚メタルモノニ等シキ所ノ壹數ヲ求ムル法ナイフ。
 19. 加號 (Plus) トハ加算ヲ示ス符號ナイフ。
 20. 和 (Sum) トハ加算ノ結果ニシテ諸數ヲ加ヘテ成レル
 壹數ナイフ。
 21. 減法 (Subtraction) トハ多少兩數アリテ多數ニ等シカ
 ラシムルガ爲メ少數ニ加フベキ數ヲ求ムル法ナイフ。
 22. 減號 (Minus) トハ減算ヲ示ス符號ナイフ。

23. 被減數 (Subtrahend) トハ減セラルベキ多數ナイフ。
 24. 減數 (Minuend) トハ減ズベキ少數ナイフ。
 25. 差 (Difference) 即チ兩數ノ差トハ多數ヨリ少數ヲ減シ
 タル殘數ナイフ。
 26. 乘法 (Multiplication) トハ同數ヲ若干回累加スルノ
 法ナイフ。
 27. 乘號 (in to) トハ乘算ノ符號ナイフ。
 28. 被乘數 (Multiplicand) トハ累加スベキ同數ナイフ。
 29. 乘數 (Multiplier) トハ累加スル所ノ回數ナイフ。
 30. 積 (Product) トハ同數ヲ若干回累加シタル和ニシテ
 即チ乘算ノ結果ナイフ。
 31. 短乘法 (Short multiplication) トハ乘數ガ壹位ナル
 乘法ナイフ。
 32. 長乘法 (Long multiplication) トハ被乘數及ビ乘數
 ガ貳位或ハ貳位以上ノ數ナル乘法ナイフ。
 33. 除法 (Division) トハ多少兩數アリテ多數ニ等シカラ
 シムルガ爲メ或ハ殆ンド等シカラシムルガ爲メ少數ニ乘ズベキ
 數ヲ求ムルノ法ナイフ。
 34. 除號 (Divided by) トハ除算ノ符號ナイフ。
 35. 被除數 (Dividend) 或ハ買トハ除セラルベキ多數ナ
 イフ。
 36. 除數 (Divisor) 或ハ法トハ除スベキ少數ナイフ。
 37. 商 (Quotient) トハ多數ヲ少數ニテ除シタル結果ナ
 イフ。

38. 除殘數 (Remainder) 或ハ剩餘トハ多數ヲ少數ニテ除シタルトキ其殘リタル數ヲイフ。

39. 短除法 (Short division) トハ除數ガ壹位ノ數ナル除法ヲイフ。

40. 長除法 (Long division) トハ除數ガ衆位ノ數ナル除法ヲイフ。

第三編

41. 互換定理 (Commutation) トハ諸數ノ加減乘除ノ運算ヲ如何ナル順序ニナスモ其結果ガ相等シキヲ證明シ得ベキ所ノ定理ヲイフ。

42. 結合定理 (Association) トハ或數ニ對シテ他ノ諸數ヲ各別ニ加減乘除ノ運算ヲ施スモ其諸數ノ加減乘除ノ運算ヲ施セシ後チ其結果ヲ壹次ニ其或數ニ對シテ加減乘除ノ運算ヲ施スモ同壹ノ結果ヲ得ルヲ證明シ得ベキ定理ヲイフ。

43. 配分定理 (Distribution) トハ諸數ニ對シテ他ノ壹數ヲ以テ乘或ハ除算ヲ施シタル後チ加減ノ運算ヲナスモ其諸數ヲ加減ノ運算セシ後チ之ニ對シテ其壹數ヲ以テ乘或ハ除算ヲ施スモ同壹ノ結果ヲ得ベキヲ證明スル定理ヲイフ。

44. 因子 (Factor) 兩數或ハ兩ツ以上ノ諸數ヨリ成レル積ニ對シテ其兩數或ハ兩數以上ノ諸數ノ各ヲ其積ノ因子トイフ。

45. 簡乘除法 (Contractions in Multiplication and Division) トハ乘除ノ簡法ヲイフ。

46. 方乘 (Power) 積ノ諸因子ガ相等シキキ其積ヲ其壹因子ノ方乘トイフ。

47. 平方 (Square) 相等シキ兩因子ノ積ヲ其壹因子ノ平方トイフ。

48. 立方 (Cube) 相等シキ三因子ノ積ヲ其壹因子ノ立方トイフ。

49. 指數 (Exponent) トハ方乘ノ因子ノ數ヲ示ス所ノ小ナル數字ヲイフ。

50. 九去法 (Casting out nines) トハ除法ヲ用ヒズシテ或數ヲ9除シタル殘數ヲ求ムル法ヲイフ。

51. 拾壹去法 (Casting out Elevens) トハ除法ヲ用ヒズシテ或數ヲ11除シタル殘數ヲ求ムル法ヲイフ。

第四編

52. 數之性質 (Properties of numbers) トハ數ノ壹般ノ性質或ハ特別ノ性質ヲイフ。

53. 整除 (Divisibility) 壹數ヲ他ノ壹數ニテ除シ殘數ナキキ其除算ヲ整除シ得タルモノトイフ。

54. 倍數 (Multiple) 甲數ヲ乙數ニテ整除シ得ルキ甲數ヲ乙數ノ倍數トイフ。

55. 約數 (Measure) 甲數ニテ乙數ヲ整除シ得ルキ甲數ヲ乙數ノ約數トイフ。

56. 偶數 (Even number) トハ2ニテ整除シ得ベキ整數ヲイフ。

57. 奇數 (Odd number) トハ2ニテ整除シ得ベカラザル整數ヲイフ。

58. 連續數 (Continued numbers) トハ次第ニ1ツツノ差ヲ有スル諸數ノ壹群ヲイフ。

59. 素數 (Prime numbers) 或ハ單純數トハ1或ハ自己ノ數ノ外ノ數ニテハ整除シ得ベカラザル數ヲイフ。

60. 複數 (Composite number) 或ハ複素數トハ貳ツ或ハ貳ツ以上ノ素因子 (Prime Factor) ヨリ成レル積チイフ。
61. 因子分割法 (Factoring) トハ複數ニ有ツ所ノ素因子ヲ求ムル法チイフ。
62. 換列 (Alternations) トハ若干個ノ物ヲ凡ベテ並列シタル方法ノ數チイフ。
63. 錯列 (Permutations) トハ若干個ノ物ノ内ヨリ或數丈ケヲ取リテ並列シタル方法ノ數チイフ。
64. 完數 (Perfect number) トハ其數ヲ整除スベキ數(自己ヲ除クノ他)ノ和ガ其數ニ等シキモノチイフ。
65. 不完數 (Imperfect number) トハ其數ヲ整除スベキ數(自己ヲ除クノ他)ノ和ハ其數ニ等シカラザルモノチイフ而シテ其和ガ其數ヨリ大ナルキ其數ヲ餘不完數 (Abundant) トイヒ小ナルキ其數ヲ欠不完數 (Defective) トイフ。
66. 不完伴數 (Amicable number) 甲數ノ整除數(自己ノ他)ノ和ガ乙數ニ等シク乙數ノ整除數(自己ノ他)ノ和ガ甲數ニ等シキキ甲、乙兩數ヲ不完伴數トイフ。
67. 公約數 (Common measure) 貳ツ或ハ貳ツ以上ノ諸數ヲ整除シ得ベキ壹數ヲ其貳ツ或ハ貳ツ以上ノ諸數ノ公約數トイフ或ハ之ヲ其貳ツ或ハ貳ツ以上ノ諸數ノ通因子 (Common Factor) トイフ。
68. 最大公約數 (Greatest Common Measure) 貳ツ或ハ貳ツ以上ノ諸數ノ公約數中ノ最大ナルモノヲ其貳ツ或ハ貳ツ以上ノ諸數ノ最大公約數トイフ。
69. 互素數 (Prime to each other) 兩數ガ通因子ナキキ兩數ハ互ヒニ素數チナストイフ。
70. 公倍數 (Common Multiple) 貳ツ或ハ貳ツ以上ノ諸數ニテ整除シ得ベキ數ヲ其諸數ノ公倍數トイフ。

71. 最小公倍數 (Least Common Multiple) 貳ツ或ハ貳ツ以上諸數ノ公倍數中其最小ナルモノヲ其諸數ノ最小公倍數トイフ。
72. 百五減之法 (Application in the Solution of indeterminate Equations) トハ已知ノ諸數ニテ或數ヲ除シタル殘數ヲ知リテ其或數ヲ求ムルノ法チイフ。
73. 對約法 (Concelation) トハ除算ノ簡法ニシテ被除數ニ含ム除數ノ因子ヲ省去スルコトニヨリテ商ヲ求ムル所ノ法チイフ。

第五編

74. 分數 (Fraction) トハ單位ノ若干部分或ハ其部分ノ聚マリチイフ。
75. 分母 (Denominator) 或分數ニ於テ單位ヲ若干部ニ分ツ所ノ數ヲ其分數ノ分母トイフ。
76. 分數之單位 (Fractional Unit) トハ分母ヲ以テ1ヲ除シタル分數チイフ。
77. 分子 (Numerator) 分數ノ分子トハ其分數ノ單位ノ聚マリノ數チイフ。
78. 常分數 (Proper Fraction) 或ハ眞分數トハ分母ガ分子ヨリ大ナル分數チイフ。
79. 假分數 (Improper Fraction) トハ分子ガ分母ヨリ大ナル分數チイフ。
80. 帶分數 (Mixed Fraction) 或ハ混分數トハ整數ト分數ヲ有スル數チイフ。
81. 已約分數 (Lowest term) 即チ分數ノ最低項トハ分母ト分子ガ互ヒニ素數チナスモノチイフ。

82. 繁分數 (Complex Fraction) トハ分母或ハ分子ガ分數ナルカ或ハ雙方共ニ分數ナル所ノ分數ヲ云フ。

83. 重分數 (Compound Fraction) トハ分數ノ若干部分或ハ其部分ノ聚マリタイフ。

84. 分數之變化 (Reduction of Fraction) トハ分數ノ値ヲ變セズシテ其形ヲ變化スル法タイフ。

85. 約分法 (Reduction to lowest term) トハ分數ノ分母子ノ通因子ヲ省去スル法タイフ。

86. 通分母 (Common Denominators) トハ諸分數ノ分母ヲ等シクスルヲタイフ。

87. 反商 (Reciprocal) 或數ノ反商或ハ倒數トハ其數ニテ1ヲ除シタルモノタイフ。

88. 分數之關係數 (Fractional Relation of Numbers) トハ兩數ガ互ニ分數ヲ以テ其割合ヲ比較スルトキタイフ。

第六編

89. 小數 (Decimal Fraction) トハ10或ハ10ノ某方乘ヲ分母トスル分數タイフ。

90. 帶小數 (Mixed Decimal) トハ整數ト小數トヲ有スル數タイフ。

91. 小數點 (Decimal Point) トハ小數ヲ示ス所ノ點タイフ。

92. 小數之變化 (Redaction of Decimal Fraction) トハ小數ノ値ヲ變セズシテ其形ヲ變化スルヲタイフ。

93. 小數畧乗除法 (Contracted Multiplication and Division of Decimals) トハ小數以下若干位迄ノ積或ハ商ヲ求ムル乘或ハ除法タイフ。

第七編

94. 循環小數 (Circulating Decimal) トハ連九數ヲ分母トスル分數タイフ。

95. 循環小數位 (Recurring Period) トハ連九數ノ分母ノ位ノ數タイフ。

96. 純循環小數 (Pure circulator) トハ連九數ヲ分母トスル常分數タイフ。

97. 混循環小數 (Mixed circulator) トハ小數ト循環小數トヲ有スル數タイフ。

98. 循環小數之變化 (Redaction of Circulator) トハ循環小數ノ値ヲ變セズシテ其形ヲ變化スルヲタイフ。

目次

第壹編 壹般之定義

總論及釋義	1
設問	3

第貳編 整數之組立及計算

命數法之總論	4
羅馬字記數法并例題	6
亞刺伯記數法并例題 同讀數法并例題	8
四基法之總論	10
加法并例題 減法并例題	10
乘法并例題 除法并例題	17
雜題	26
設問	34

第三編 四基法之定理及諸術

○ 四基法之三定理	35
○ 三定理之應用并例題	39
○ 四基法之諸術	42
○ 乘除定位之界限 簡乘除法并例題 方乘法并例題	42
○ 九去法并例題 拾壹去法并例題	48
○ 雜題 設問	53

第四編 整數之性質

倍數及約數之性質	54
整除數之性質并例題	55
除殘數之性質并例題 諸數之通性并例題	59
連續數之性質并例題 素數之性質并例題	62
素因子分割法并例題 變數并例題 整除數之算法并例題	66
完數及不完數之性質	70
最大公約數并例題 互素數之性質并例題	71
最小公倍數并例題	75
百五減法并例題 對約法并例題	78
雜題	80
設問	85

第五編 分數

分數之總論并例題	86
分數之變化并例題	90
加法并例題	93
減法并例題	96
乘法并例題	99
除法并例題	102
繁分數并例題	105
○ 最大公約數及最小公倍數并例題	107
○ 分數之諸定理并例題	109
○ 分數之關係數	113
同應用例題	115
雜題	116
設問	131

第六編 小數

小數之總論并例題	132
小數之變化并例題	136
加法并例題 減法并例題	140
乘法并例題 除法并例題	143
冪乘法并例題 冪除法并例題 冪方乘法并例題	147
雜題	152
設問	155

第七編 循環小數

○ 循環小數之總論	156
循環小數之變化并例題	157
加法并例題 減法并例題	169
乘除法并例題	171
雜題	173
設問	174
答	175

普通教育

近世算術

上卷

第一編

壹般之定義

1. 數之觀念 ハ同種類ノ物ノ聚マレルヨリ起ルモノナリ。

例ヘバ柿ノ葉實ガ〇〇〇聚マレバ之ヲ計ヘテ三個ト呼ビ三トイヘル數ヲ生ズルガ如シ。

2. 量 トハ増減シ得ベキ物チイフ。

例ヘバ俵包ミノ米,地面ノ廣サ,貯蓄セル水ノ如キハ増減シ得ベキガ故ニ量ナリ,人類ノ健康,山水ノ景色ノ如キモ増減シ得ベキガ故ニ亦タ量ナレモ數ニテ測ルベカラザルヲ以テ此ニ示ス所ノ量ニアラズ。

3. 單位 トハ壹ツ即チ單ナル數チイフ。

4. 數 トハ單位,或ハ單位ノ聚マリチイヒ,又單位ノ部分,或ハ其部分ノ聚マリチイフ。

5. 數量 トハ單位ヲ以テ量ノ多少ヲ幾回カ計ヘ或ハ大小ヲ幾回カ度リテ量ノ多少或ハ大小ヲ示ス所ノ數ナリ。

6. 量, 數, 數量, 之區別 ナ下ニ示ス.

例ヘバ壹家ノ人数五人アルキ其壹家ノ人数トハ量ナリ, 其人数五人ノ五ハ數ナリ, 其五人ハ數量ナリ.

7. 不連續量 トハ區別シタル物ヨリ成ル量ニシテ其量ノ多少ハ計フルコニヨリテ知り得ベシ.

例ヘハ柿葉ノ數, 人ノ數ノ如キハ區別シタル量ナルガ故ニ之ヲ計ヘテ其量ノ多少ヲ知り得ベシ.

8. 連續量 トハ連續シタル物ヨリ成ル量ニシテ其量ノ大小ハ度ルコニヨリテ知り得ベシ.

例ヘバ糸ノ長サノ如キ壹寸ヲ單位トシ之ヲ度リ三ツヲ得レバ其長サハ三寸ト云ヒ此三寸ハ即チ連續量ナリ.

9. 不名數 トハ何ノ量ヲモ示サザル單位或ハ單位ノ聚マリニヨリテ生ズル數ナリ.

10. 名數 トハ特別ニ或量ヲ示セル單位或ハ單位ノ聚マリニヨリテ生ズル數ナリ.

11. 數, 數量, 名數, 不名數, 之區別 ナ示サンニ數トハ名數ニテモ不名數ニテモ壹般ニ用フル總稱ニシテ不名數ニ類似スレモ大ニ異ナリ又數量ハ名數ニ類似スレモ大ニ異ナリ例ヘバ唯五トイフモ六人トイフモ其五及六ハ凡ヘテ數ナリ而シテ五ハ何ノ量モ示サザルガ故ニ不名數ナレモ六ハ人数ヲ示スガ故ニ名數ナリ又六人ハ人数ノ量ヲ示スガ故ニ數量ナリ.

12. 整數 トハ單位ノ聚マリ即チ單位ノ若干倍ノ數ナリ.
例ヘバ五ハ單位壹ヲ五ツ聚メ即チ五倍ナルガ故ニ整數ナリ又長サ三寸ハ單位壹寸ノ三倍ナルガ故ニ整數ナリ. (4.)

13. 分數及小數 トハ單位ノ若干部分ノ數ナリ.
例ヘバ物ノ大サヲ度ルニ單位ノ若干倍ニ適合セズシテ端數即チ殘數ヲ生ズルキ其端數ハ分數或ハ小數ナリ. (4.)

14. 數學 ハ量ノ學問*ナリ.

15. 算術† ハ數學ノ壹科ニシテ數ノ學問ナリ.

16. 算術之理論及應用 ナ下ニ示ス.

抑モ五人ノ五, 五里ノ五ノ如キ皆等シク五ナル數ヲ用ヒ人数或ハ里數ニ適用シ得ベキガ故ニ數ハ如何ナル量ニ用フルモ普通ノ狀態ヲ有スルモノナリ是ヲ以テ數ハ量ヲ測ルノ目的ナレモ直チニ物ノ量ニ付キ即チ名數ニテ區々別々ニ解説スルヨリモ壹般ニ不名數ニテ解説スルヲ便ナリトス故ニ本書ニ於テハ第壹ニ不名數ヲ用ヒ數ノ定理及ビ性質ヲ推論シ第貳ニ名數ヲ用ヒ物ノ量ニ應用シ之ヲ測ルノ順序ヲ履行スベシ而シテ此第壹ヲ理論トイヒ第貳ヲ應用トイフ.

設 問

1. 數ノ觀念ハ何ニ因リテ起ルカ, 單ナル人ト單ナル柿葉アルキ數ノ觀念ヲ起スヤ否ヤ.
2. 量トハ何ゾヤ, 連續量及ビ不連續量ノ區別如何.
3. 數ハ量ナルコトヲ説明セヨ.
4. 人ノ數五人及ビ糸ノ長サ三寸ハ各如何ナル量ナリヤ.
5. 數ト數量ノ區別如何, 名數及ビ不名數ノ區別如何.
6. 不名數及ビ名數ニ用フル單位ノ區別如何, 數及ビ數量ノ多少ヲ計ヘ或ハ大小ヲ度ルノ原基ハ何ナリヤ.
7. 數學トハ何ゾヤ, 算術トハ何ゾヤ.

* 學問即チ Science ナル語ハ羅句ノ Scientia ナル語ニシテ智識即チ Knowledge ナル意ヲ表ス.

† 算術即チ Arithmetic ナル語ハ希臘ノ Arithmetikie ナル語ニシテ算用ノ語即チ The art of reckoning ト云フ意ナリ然レモ近世ニ及ビ數ノ定理及ビ性質ヲ推論スルガ故ニ學問ト稱スルニ至レリ.

第 貳 編

整數之組立及計算

命 數 法

17. 命數法 トハ數ヲ言ヒ顯ハスノ法ナリ。

整數ハ單位即チ壹ツヲ基トシ之ヨリ次第ニ壹ツツ増シタルモノナルガ故ニ其増スル無究ニ至ルモ皆整數ナルヲ明ラカナリ之ニ由テ整數ノ數ハ限り無キモノナリ而シテ此限り無キ幾多ノ整數ヲ限り有ルノ言語、文字及ビ數字ヲ以テ表示スルノ法ハ即チ命數法ナリ。

18. 數之表示* 即チ數ヲ言ヒ顯ハスノ法則ハ三アリ

第壹ニ言語ヲ以テ言ヒ顯ハスル、第貳ニ文字ヲ以テ言ヒ顯ハスル、第參ニ數字ヲ以テ言ヒ顯ハスル、今此ニ用フル所ノ法ハ下ノ如シ。

(第壹) 言語ヲ以テ言ヒ顯ハスルニハ我邦ノ言語ヲ用フ。

(第貳) 文字ヲ以テ言ヒ顯ハスルニハ羅馬字ヲ用フ。

(第參) 數字ヲ以テ言ヒ顯ハスルニハ亞刺伯數字ヲ用フ。

* 古昔數ヲ言ヒ顯ハス所ノ法ハ此三法則ノ外ニ種々アリ其重要ナルモノヲ舉グレバ希臘人ハ壹、貳、三、……九、拾、貳拾、三拾、……九拾、百、貳百等ノ代リニ α, β, γ, …… ι, κ, λ, ……等ノ文字ヲ用フ即チ α, β, γ, ……ハ貳拾、三拾等ノ如シ又上ノ文字ノ代リニ I, II, III, …… Δ, ΔΔ, ΔΔΔ 等ヲ用フ。

19. 第壹言語之表示 ハ即チ壹、貳、三、四、五、六、七、八、九、拾、百、千、萬、億、兆、京、垓、等ヲ用ヒテ數ニ名ヅクルモノナリ。

壹ハ即チ單位ニシテ整數ノ最小ナルモノナリ。

貳ハ即チ單位ヲ貳ツ聚メタルモノニシテ壹ヨリ壹多キ數ナリ。

三ハ即チ單位ヲ三ツ聚メタルモノニシテ貳ヨリ壹多キ數ナリ。

四ヨリ九マテ類推スベシ。

拾ハ即チ單位ヲ拾聚メタルモノニシテ九ヨリ多キ數ナリ。

百ハ即チ拾ヲ拾聚メタルモノナリ。

千ハ即チ百ヲ拾聚メタルモノナリ。

萬ハ即チ千ヲ拾聚メタルモノナリ又萬ヲ拾聚メタル數ハ拾萬ト云ヒ拾萬ヲ拾聚メタル數ヲ百萬ト云ヒ百萬ヲ拾聚メタル數ヲ千萬ト云ヒ別ニ辭ヲ作ラス。

億ハ即チ萬ヲ萬聚メタルモノナリ。

兆ハ即チ億ヲ萬聚メタルモノナリ。

京、垓等モ此ノ如ク類推スベシ然レモ通常用フルヲ甚稀ナリ。

20. 命數之大原位及位 ハ數ノ多少ノ階級ヲ示スモノニシテ壹大原位ヲ四位トナス下表ノ如シ。

第四大原位				第三大原位				第二大原位				第一大原位			
千	百	拾	兆	千	百	拾	億	千	百	拾	萬	千	百	拾	壹
兆	兆	兆	兆	億	億	億	億	萬	萬	萬	萬	壹	壹	壹	壹
第拾六位	第拾五位	第拾四位	第拾三位	第拾貳位	第拾壹位	第拾位	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位

注意 萬、億、兆、ハ壹萬、壹億、壹兆ト呼ビ拾萬、百萬、拾億、百億等ト區別チ明ラカニスベシ。

第貳文字、第三數字之表示 ハ記數法及ヒ讀數法ニ於テ之ヲ示スベシ。(23. ヨリ 31. ニ至ル)

羅馬字記數法

22. 記數法* トハ記號ヲ用ヒテ數ヲ表示スルノ法ナリ.

23. 羅馬字記數法† ハ文字ヲ以テ數ヲ表示スル所ノ法ノ其壹ナリ數ヲ書キ顯ハス所ノ羅馬字ハ下ノ如シ.

文字	I	V	X	L	C	D	M
價額	壹	五	拾	五拾	百	五百	千

24. 五原則 ハ羅馬字記數法ノ五原則ニシテ下ノ如シ.

(第一) 各字ヲ重用シテ數ヲ顯ハスヲ, 例ヘバ II ハ貳, XX ハ貳拾 CCC ハ三百ヲ顯ハスガ如シ.

(第二) 多數ノ字ノ右ニ少數ノ字ヲ置クキハ其價格ハ少數丈ケ増スヲ例ヘバ XI ハ拾壹, LX ハ六拾, DL ハ五百五拾ヲ示スガ如シ.

(第三) 多數ノ字ノ左ニ少數ノ字ヲ置クキハ其價額ハ少數丈ケ減ズルヲ例ヘバ IV ハ四, XL ハ四拾, CD ハ四百ヲ示スガ如シ.

(第四) 兩多數ノ間ニ少數字ヲ置クキハ其兩多數ノ結合セル價額ハ少數丈ケ減ズ例ヘバ XIV ハ拾四, XXIX ハ貳拾九ヲ示スガ如シ.

(第五) 文字ノ上ニ横線ヲ附スルキハ其字ノ數ヲ千聚メタルヲ示ス例ヘバ \overline{V} ハ五千, \overline{L} ハ五萬ヲ示スガ如シ.

別則 此他ニ C ヲ轉倒シテ數ヲ示ス法アリ即チ IO ハ五百, CIO ハ千, IOO ハ五千, CCIOO ハ壹萬ヲ示スガ如シ然レモ此法ハ近世用フルヲ甚ダ稀レナリ.

* 數即チ number ハ壹般ノ言語ニシテ記數法即チ notation ニテ記セルモノニ限ラザルナリ.

† 羅馬字記數ハ羅馬人ノ用フルモノナルガ故ニ此名アリ此法ハ近世壹般ノ計算ニ用ヒズ唯頭字或ハ前同等ニ用フルモノナリ. 右昔埃及國ノ僧徒ハ此字ノ單ナルモノヲ用ヒ之ヲ書文字ト稱セリ又希臘人ハ羅馬人ニヨリ早キ時代ニ之ヲ採用セリ.

25. 羅馬字記數表 ハ下ノ如シ.

I	壹	LXXX	八拾
II	貳	XC	九拾
III	三	C	百
IV	四	CC	貳百
V	五	CCC	三百
VI	六	CCCC	四百
VII	七	D	五百
VIII	八	DC	六百
IX	九	DCC	七百
X	拾	DCCC	八百
XX	貳拾	DCCCC	九百
XXX	三拾	M	千
XL	四拾	MD	千五百
L	五拾	MM	貳千
LX	六拾	\overline{V}	五千
LXX	七拾	\overline{X}	壹萬

例題壹

1. 次ノ諸數ヲ羅馬字ニテ記セ. 拾四, 五拾壹, 七拾三, 百壹, 五百八拾九, 三萬五千三拾
2. MDCCCLIV ハ如何ナル數ノ價額ヲ顯ハスカ.
3. Xノ字壹ツ Iノ字壹ツニテ成レル諸數ヲ示セ.
4. IトVノ字ヲ用ヒテ壹ヨリ貳拾四迄ノ整數ヲ記セ.
5. 貳個ノ羅馬字ニテ成レル數アリ今此貳字ノ順序ヲ換ユレバ壹千百トナル此字ニテ成レル數ヲ求ム.
6. 羅馬字貳個ヲ用ヒテ最大ノ數ヲ顯ハセ.

亞刺伯記數法

26. 亞刺伯記數法 ハ下ノ數字ヲ用フ。
 亞刺伯數字* 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
 言語 零即空數, 壹, 貳, 三, 四, 五, 六, 七, 八, 九.

27. 數位 ハ言語ト等シ (20. ナ視ヨ) 即1ヨリ9迄ヲ壹位, 拾ヨリ九拾九迄ヲ貳位, 百ヨリ九百九拾九迄ヲ三位ノ數トス以下之ニ準ス.

28. 數字之拾進法 ハ言語ト等シ (19. ナ視ヨ)
 例ハバ1ヲ拾聚レバ拾即10, 10ヲ拾聚レバ百即100, 100ヲ拾聚レバ千即1000トナルガ如シ此法ニヨレバ10ヲ三聚レバ三拾即30, 100ヲ三聚レバ三百即300トナル他ノ數皆之ニ倣フ.

29. 壹般之記數法 ヲ下ニ示ス, 但シ前法ニヨル。
 例ハバ五拾貳萬六千七百六ノ數ヲ記スニハ各位數ヲ別記シ壹位ヲ揃ヘ相當位ノ處ニ數ヲ置キ相當位ノ處數無キキハ0ヲ置ク.

規則	衆位ノ數ヲ記スニハ	500000.....五拾萬
	右ヨリ左ノ方ニ第壹位第	20000.....貳萬
	貳位等ト記シ言語ニテ示	6000.....六千
	セル各位ノ數ヲ其相當位	700.....七百
	ニ數字ニテ記スベシ各位	6.....六
	中空數アレバ0ヲ記ス.	526706.....五拾貳萬六千七百六
		第第第第第
		六五四三貳壹
		位位位位位

例題貳

1. 五百六千貳拾八七萬八百及ビ拾億九萬八千ヲ數字ニテ記セ.
2. 三位ノ數字ノ最大數及ビ最小數ヲ記セ.

* 此字ハ亞刺伯人ノ用ル所ニシテ神紀第拾三世紀ノ頃伊太利ノ學者之ヲ用ヒシヨリ近世數行ニ至ルニ然レモ千百年前印度土人ノ發見セシモノナリ. 此數字ハDigitト稱シ羅句語ノ指(Digitus)ノ意ナリ.

亞刺伯讀數法

30. 讀數法 トハ記數法ニテ記シタル數ヲ讀ム法ニシテ記數法ノ反法ナリ。

31. 亞伯刺讀數法 ハ先ツ記シタル數ヲ第壹位ヨリ計ヘ四ツ目毎ニ句讀點(,)ヲ載リ之ヲ大原位ニ分チ數ノ大價額ヲ明示シ而シテ第壹位ヲ壹, 第貳位ヲ拾, 第三位ヲ百, 第四位ヲ千等ノ如ク順ニ言語ニテ讀記シ前ノ順ノ反對ノ位ヨリ各位ノ數ノ下ニ言語ヲ附ケテ讀ムベシ。(即チ千百拾壹ノ如シ)

例ハバ 4135370896 ナル數ヲ讀ムニハ下ノ如クスベシ.

4 1, 3 5 3 7, 0 8 9 6
 拾 壹 千 百 拾 萬 千 百 拾 壹
 億 億 萬 萬 萬

即チ四拾億壹億三千萬五百萬三十萬七萬零千八百九拾六トナル之ヲ簡單ノ言語ニテ四拾壹億三千五百三拾七萬八千九拾六ト讀ムベシ而シテ此數ハ貳大原位ト貳位トニテ成レルヲ示ス.

例題三

1. 次ノ三數ヲ讀記セヨ.
857603, 2100568, 2781345600759.
2. 上ノ三數ハ大原位幾少ヨリナレルモノナリヤ. 又各何位ノ數ナリヤ.

† 0即チ零(Zero)ヲトシテ無(nothing)ヲ前ス西ノ伊太利國ナリ又之ヲ空即チCipherト云フ此語ハ亞刺伯語ノ Sifr 即 Sifreen ヨリ生ゼシモノニシテ空虛ノ意ナリ.

‡ 亞刺伯數字ヲ讀ムノ法ハ此外ニ試讀アリ第壹佛國讀法ハ三位毎ニ大原位ヲ計ヘ第貳英國讀法ハ六位毎ニ大原位ヲ計フ然レモ我邦ニテハ壹拾百千ヲ第壹大原位トシ萬ノ四位毎ニ第貳, 第三等ノ大原位トスルガ故ニ試讀ニテ記數セズ.

四 基 法

32. 四基法 トハ加減乗除ノ四法ニシテ計算ノ基本也。

33. 符號 トハ運算ノ關係ヲ示スモノニシテ即チ加號⁺、減號⁻、乘號[×]或ハ[.]、除號[÷]ハ之ヲ兩數ノ間ニ用フルルハ各相加スルヲ、前數ヨリ後數ヲ減ズルヲ、相乘ズルヲ、前數ヲ後數ニテ除スルヲ、ノ言語ニ代表スルモノナリ。

上ノ他ニ相等號⁼ハ兩數ノ間ニ用フレバ兩數ノ相等價ナルヲ示ス、又括弧號^()、^{ }、^[]ハ各々諸數ヲ壹ツニ括リタルヲ示ス。

加 法

34. 加法 トハ兩ツ或ハ兩ツ以上ノ數ノ單位ヲ聚メタルモノニ等シキ所ノ壹數ヲ求ムルノ法ナリ。

此諸數ノ單位ヲ聚メタル壹數ヲ求ムルヲ此諸數ヲ加フルトイヒ、其求メタル壹數ヲ其諸數ノ和トイフ。

35. 加法* 即チ⁺ヲ用ヒ $3+5$ トスレバ $3=5$ ヲ加フルヲ示スナリ。

36. 加法三原則 ハ下ノ如シ。

(第壹) 凡ベテノ壹數ハ之ト同種ノ單位ノ和ヨリ成ル。

例ヘバ $5=1+1+1+1+1$ 。

(第貳) 衆位ノ壹數ハ其各位ノ數價ヲ加ヘタル和ニ等シ。

例ヘバ $5432=5000+400+30+2$ 。

(第三) 同種ノ單位ナル諸數ヲ相加ヘテ其諸數ノ單位ヲ聚メタル壹數トナスヲ得ベシ例ヘバ三人ト貳人トハ各壹人ナル單位ナリ故ニ三人ニ貳人ヲ加フルニハ三人ノ三ヨリ貳ツ計ハ四ツ五ツトナシ其和ハ五人ナルヲ知ル。

37. 兩數之加法† 即 $2+3=5$ ナルヲ示スベシ。
 $2=1+1$ (36. 原則第壹) } 故 $2+3=1+1+1+1+1=5$
 $3=1+1+1$,, }

38. 單位諸數之加法 $6+8+9=23$ ヲ示スベシ。
數多ナル諸數ノ單位ヲ上ノ如ク計フルハ不便ナリ故ニ下法アリ
6. 三數ヲ左ノ如ク三層ニ記シ其下ニ橫線ヲ引キ6ト8
8. ヲ加ヘ14トナリ其10ヲ上ニ點^(.)記シ4ヲ其下ノ
9. 9ニ加ヘ13トナリ其10ヲ上ニ點記シ3ヲ線ノ下ニ
和...23 記シ貳點ヲ2ト記ス。

39. 衆位諸數之加法 即チ三法ヲ示ス。

例ヘバ 456, 232, 514 ナル三數ノ和ヲ求ム。

(第壹) $456=400+50+6$ (原則貳) } 此三數ノ百位拾位及ビ
 $232=200+30+2$,, } 單位ヲ各別ニ相加レバ
 $514=500+10+4$,, }
和 $=1100+90+12=1000+100+90+10+2$
 $=1000+100+100+2=1000+200+2=1202$ 。

(第貳) $\begin{array}{r} 456 \\ 232 \\ 514 \\ \hline 1202 \end{array}$ (第三) 即チ通法
456 第二法ヲ簡畧ニ施
232 セシモノニシテ其
514 理第壹ニ等シ。
 $\begin{array}{r} 1100 \dots \text{百位} \\ 1202 \dots \text{全和} \end{array}$

40. 衆位多數之加法 ハ下ノ如シ。

例ヘバ 5962, 2538, 756, 310,
 $\begin{array}{r} 5962 \\ 2538 \\ 756 \\ \hline 9256 \\ 310 \\ 576 \\ \hline 10142 \end{array}$ } 壹段
576ヲ加フルニハ貳段トシ }
前法ヲ用ヒ加フベシ數多ノ } 壹段ノ和...9256 }
和ヲ求ルニハ三段或ハ四段 } 貳段
ニスベシ。 } 10142...全和

41. 加法驗算 ハ通常ノ法即39. 第三ニテ和ヲ得タル後チ再ビ第貳ニテ和ヲ求メ兩和相違アレバ何レカ誤算アリトス。

* 加號 Plus へ讀句ノ向ホ多ク, (more) 則チ加へ, (added to) ナリ。
† 原則同ナリ。

例題四

1. 436, 324, 645ノ和ヲ求ム。 2. 5689, 3792, 4358 同上。
3. 6893, 3365, 7987 同上。 4. 7585, 3748, 8667 同上。
5. 8456, 5078, 6904 同上。 6. 97504, 38786, 75979 同上。
7. $2368 + 1764 + 942 + 87 + 6 + 5271$ 。
8. $281 + 6240 + 37 + 9 + 1923 + 101 + 45$ 。
9. $888 + 9061 + 75 + 300 + 99 + 6 + 243$ 。
10. $243 + 765 + 980 + 759 + 127$ 。
11. $9423 + 100 + 1600 + 119 + 4004$ 。
12. $81263 + 16319 + 805 + 2500 + 93$ 。
13. $236517 + 460075 + 235300 + 275161$ 。
14. $825276 + 704394 + 37783 + 1967 + 349435 + 697678$ 。
15. $9031253 + 432567 + 65414 + 9236 + 843 + 68$ 。
16. 貳百貳拾三ト五拾壹ト三百拾貳ノ三數丈ケノ單位ヲ有スル壹數ヲ求ム。
17. 我邦ノ面積ヲ測ルニ中土ハ壹萬四千五百七拾壹方里,九州ハ貳千六百拾七方里,四國ハ千八百八拾方里,北海道ハ五千八拾三方里,佐渡ハ五拾六方里,對馬ハ四拾四方里,淡路ハ三拾六方里,隱岐ハ貳拾壹方里,壹岐ハ八方里,沖繩群島ハ百五拾六方里,小笠原群島ハ四方里此全面積ヲ求ム。(伊豆諸島其他ノ小嶼ヲ除ク)
18. 我邦人口男子九百四拾五萬千四百九拾壹人,女千九百五萬五千六百八拾六人也全人口如何。(明治廿年調,皇族以上ヲ除ク)
19. 明治拾九年末ノ調ニヨレバ東京ハ人口百拾貳萬千八百八拾三人,京都ハ貳拾四萬五千六百七拾五人,大阪ハ三拾六萬千六百九十四人ナリ三府ノ人口總計如何。
20. 我邦ノ歲入中,地租42559441圓,北海道水產稅200000圓,森林收入416783圓,鐵山借區稅18205圓也此總計如何。(廿年豫算)

21. 明治拾九年壹月全國古稀以上ノ人員ハ百歲以上68人,九拾五歲以上665人,九拾歲以上4935人,八拾五歲以上26264人,八拾歲以上87049人,七拾五歲以上207209人,七拾歲以上345332人ナリ此總人員如何。
22. 明治拾年ヨリ同拾九年迄大學卒業生ノ數ハ學士407人,準醫學士31人,製藥士34人,分科大學70人,別課醫學873人,製藥學191人,古典講習科29人,卒業總人數如何。
23. 北米合衆國及ヒ該地方ノ人口ヲ計フルニ1850年白人種ノ人口ハ19553068,他ノ人種ハ434495,奴隸ハ3204313,印度土人ハ400674,ナリ全人口ヲ求ム。
24. 鐵ノ發見ハ洋紀元前1406年ニシテ電信機ノ發明ハ洋紀1832年ナリ其間タ相距幾年ナリヤ。
25. 羅馬ニ於テ太陽曆ヲ用ヒシハ皇紀616年即チ洋紀元前45年ナリ我邦ニテ用ヒシハ洋紀1872年ナリ此年ノ皇紀ヲ求ム。
26. 明治拾八年中我邦ノ流通紙幣ハ銀行紙幣三千五拾九萬圓ニシテ政府紙幣ハ之ヨリ五千九百貳拾九萬圓多シ總計如何。
27. 毎時ニ時數ダケ鳴打スル柱時計アリ壹晝夜ニ打ツ數如何。
28. 旅人アリ初日ニ35里,次日ニ29里,終日ニ25里,チ行キ先地ニ着セザルニ尙ホ前ノ三日間ノ行程ヨリ10里多シ全道程如何。
29. 男女兩工アリ男ハ女ノ貳人前丈ケノ賃銀ヲ得ルモノトス今第壹日ニ男ヲ傭ヒ,第貳日ニ男女兩工ヲ傭ヒ,第三日ニ男ヲ傭ヒ,第四日ニ男女ヲ傭ヒタリ然ルキハ男女各賃銀何程ヲ得シヤ但シ女毎日ノ賃銀ハ七拾錢ナリ。(壹圓ハ百錢ニシテ拾進法ナルガ故ニ此ニ例示ス)
30. 我邦人ノ官用,留學,商業等ノ爲メ海外ニ滞在スル人員ハ獨逸ニ195人佛國ニハ之ヨリ2人多ク,英國ニ313人,露西亞ニ840人,北米合衆國ニ1352人,清國ニハ北米,露西亞,兩國ノ和ヨリ64人多ク,布哇ニハ清國ヨリ538人多ク,朝鮮ニハ布哇,北米,露西亞,三國ノ和ヨリ50人多ク其他諸國ニ81人ナリ其總人員如何(明治廿年調)

減 法

42. 減法*ノ定義ハ下ノ如シ.

(第壹) 多少兩數アリテ少數ヲ多數ニ等シカラシムルガ爲メニ少數ニ加フル所ノ壹數ヲ求ムル法ナリ、此壹數ヲ兩數ノ差トイフ.

(第貳) 多數ヨリ少數ヲ減キ殘數ヲ求ムル法也、殘數ハ差ナリ、多數ヲ被減數トイヒ、少數ヲ減數トイフ.

43. 減法 一ヲ用ヒタル $5-3$ ハ 5 ヨリ 3 ヲ減クヲ示ス.

44. 減法三原則 ハ下ノ如シ.

(第壹) 被減數ハ減數ト差ノ和ニ等シ. (42. 第壹)

(第貳) 被減數ト減數相等シキキハ其差ハ零ナリ. (42.)

(第參) 同種ノ單位ヨリナレル兩數ハ其差ヲ求ムルヲ得ベシ.

例ハバ金五圓ト金三圓ハ等シク壹圓ナル單位ヲ有スルガ故ニ三圓ヨリ貳ツ計ハ四圓、五圓ト唱フレバ三圓ハ五圓ニ貳圓計ヘタル貳ツ多キヲ知リ即チ五圓ト三圓ノ差貳圓ヲ得ベシ.

45. 兩數之減法 即 $15-8=7$ ナルヲ示スベシ.

$$15-8=7+8-8 \quad \text{但} \quad 15=7+8 \quad \text{ナルヲ以テナリ.}$$

$$=7+0=7 \quad \text{但} \quad 8-8=0. \quad (44. \text{ 第貳原則})$$

46. 衆位兩數之減法 モ前ノ如キ理ナレモ被減數

ヲ減數ト差ノ和ニ作ルハ困難ナルガ故ニ下法ヲ用フ.

(第壹) 例ハバ $3586-1872$ ニ於テ兩數ヲ各位ノ數價ノ和トス.

$$3586=3000+500+80+6=2000+1500+80+6,$$

$$1872=1000+800+70+2=1000+800+70+2.$$

上數ノ各位ヨリ下數ノ相當各位ヲ減ズレバ(但シ上數第三位 500 ハ下數第三位 800 ヨリ少ナルガ故ニ上數第四位ヲ借リ 1500 トセシナリ) $3586-1872=1000+700+10+4=1714$ 即差ナリ.

* 減法即 Subtraction ハ 和 句 語 ノ Subtrahere ニシテ引キ去ル可キ (take away) 意ナリ.

(第貳) 第壹ヲ通法ニテナスニハ先ヅ兩數ヲ貳層ニ置キ各其位

$$\begin{array}{r} 3586 \\ 1872 \\ \hline \end{array}$$

ヲ相對セシメ其下ニ橫線ヲ引キ第壹位ヨリ減ツ始
 Δ ルニ 6 ヨリ 2 減キ殘 4 ナ差ノ第壹位トシ 80 ヨリ 70
 差... 1714 ナ減キ殘 10 ナ差ノ第貳位トシ 500 ヨリ 800 ハ減ク

能ハズ故ニ被減數第四位ノ千ナ壹ツ借リ 1500 ヨリ 800 ナ減キ殘 700 ナ差ノ第三位トシ終ニ被減數第四位 3000 ハ 2000 トナリタ
 ルガ故ニ 2000 ヨリ 1000 ナ減キ殘 1000 ナ差ノ第四位トス.

47. 減法驗算 ハ減數ト差トヲ加ヘ其和ガ被減數ニ等シキハ誤リナシトス. (44. 第壹原則)

例 題 五

1. 721 ヨリ 251 ナ減セヨ 2. 103796 3. 900372 4. 1760134
 47217 167301 48207

5. 74623457 6. 8600000 7. 162347 8. 8462
 32700169 761820 56321 4071

9. 100000 10. 200763194 11. 3601789412
 37214 2142079 10031761

12. $100000-99999.$ 13. $4200000-325.$

14. $888777-9999.$ 15. $100000000-23.$

16. 三百五拾八ニ幾許ヲ加フレバ七百トナルカ.

17. 我邦ノ人口ハ推古天皇ノ拾八年ニ於テハ四百九拾八萬八千八百四拾貳人(太子傳)明治拾九年ニ於テハ三千八百拾五萬千貳百拾七人ナリ今(即拾九年)ハ古(推古拾八年)ヨリ幾人増セタヤ.

18. 明治拾九年我邦男ノ數ハ千九百三拾萬貳百六拾壹人ナリ前題ニヨリ女ノ數ヲ求ム、又男ハ女ヨリ何人多キカ.

19. 明治拾九年我邦ノ外國輸出入物品ノ總價額ハ輸出四千七百九拾九萬七千九百五拾七圓、輸入三千貳百九萬九千七百四拾八圓ナリ輸出ノ輸入ニ超過スルト何圓ナリヤ.

20. 五大洲ノ最大陸ナル亞細亞ハ面積千五百八拾萬方里ニシテ最小陸ナル歐羅巴ハ三百八拾貳萬五千方里ナリ其差如何.

21. 關孝和先生ハ皇紀 2288 年ニ没シにうさん氏ハ同 2387 年ニ没セリ氏ノ没ハ先生ニ後ルイ何年ナリヤ.

22. 木星ハ太陽ヲ距ル 496000000 英里, 土星ハ 909000000 英里ナリ其差如何.

23. 英國ハ大小貳島ニ分ル大島即チ大不列顛, 小島即愛爾蘭ノ面積合セテ拾壹萬五千貳百貳拾七方英里ニシテ大不列顛ハ蘇格蘭(面積三萬貳百三拾八方里), 英倫(五萬千七百拾五方里)及ビ威勒士(七千四百貳拾六方里)ノ三部トス然ルキハ愛爾蘭ノ面積如何.

24. 洋紀 1888 年三月 12 日印度カゝつた發ノ報ニヨレバ英將ぐらばじ大佐ハ歐洲兵, 土兵各 100 名ヲ將ヒ同月 20 日ゼるちノ西藏人ヲ進撃セシ後 198 名ノ健兵ヲ有セリ進撃ノ際ニ死傷セシ人員幾許ナリヤ.

25. 商人アリ千五百圓ヲ所持シ其内ヨリ九百圓ヲ費シ又五百圓ヲ利シ再ヒ六百圓ヲ得又三百七拾九圓ヲ損セリ現在金如何.

26. 兩人共ニ金ヲ出シ商ヲナセシニ甲ハ六百七拾圓ヲ利シ乙ハ甲ヨリ三拾九圓多ク利シ現金高共ニ三千圓ナリ最初ノ合金如何.

27. 舟夫アリ壹河ヲ逆漕スルニ毎時ノ漕力ハ五拾町, 水流ハ廿九町ナリ舟行毎時ノ速如何.

28. 兩舟夫アリ毎時ノ漕力甲ハ五拾町, 乙ハ三拾九町ニシテ共ニ壹舟ニ棹サシ壹河ヲ順行スルニ毎時ノ速百廿町ナリ水流毎時ノ速如何.

29. 百里ノ道ヲ若干里行キ三拾里歸リ中央ノ處ニ着セリ最初行キシ里數如何.

30. 或人三拾圓ヲ利シ貳百五拾圓ヲ損セシガ故ニ拾五圓ノ負債ヲナセリ此人若シ最初ニ六百圓ヲ利シ次ニ前額ノ損ヲナサバ殘金幾許ナルベキカ.

乘法

48. 乘法* ハ同數ヲ累加スルノ法ナリ.

同數ヲ被乘數累加スル回數ヲ乘數, 其累和ヲ積トイフ. 又同數ヲ累加スルハ累加スル回數丈ケ同數ヲ倍スルトイヒ或ハ同數即チ被乘數ニ回數即チ乘數ヲ乘ズルトモイフ.

49. 乘號 × ヲ用ヒタル 5 × 3 ハ 5 = 3 ヲ乘ズルヲ示ス.

50. 乘法六原則† ハ下ノ如シ.

(第壹) 乘數ノ單位ヲ被乘數丈ケ取レハ積ナリ.

例ハ被乘數ヲ 5, 乘數ヲ 3 トセバ 積 = 5 + 5 + 5 = 15.

(第貳) 被乘數ト乘數ト交換スルモ積ハ變ゼズ即 3 × 2 = 2 × 3.

3 = 1 + 1 + 1 }
3 = 1 + 1 + 1 } 之ヲ加フレバ

3 + 3 = (1 + 1) + (1 + 1) + (1 + 1) = 2 + 2 + 2 即 3 × 2 = 2 × 3.

(第三) 或數 = 0 ヲ乘ジ或ハ 0 = 或數ヲ乘ズレバ其積ハ 0 ナリ.

0 × 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 何トナレバ 0 ハ何回加フルモ空ナルヲ以テナリ又 0 × 5 = 5 × 0 (第貳) 故ニ 5 × 0 = 0.

(第四) 或數 = 1 ヲ乘ジ或ハ 1 = 或數ヲ乘ズルモ其積或數ニ等シ.

例ハ或數ヲ 5 トスレバ 1 × 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5.

又 1 × 5 = 5 × 1 (第貳) 故 5 × 1 = 5, 即或數トハ或數ノ壹倍ナリ.

(第五) 或數 = 甲數ヲ乘ズル積ト乙數ヲ乘ズル積ノ和ハ或數 = 甲乙兩數ノ和ヲ乘ズルニ等シ.

或數ヲ 6, 甲ヲ 3, 乙ヲ 2 トスレバ 甲乙ノ和 = 3 + 2 = 5,

6 × 3 = 6 + 6 + 6, 6 × 2 = 6 + 6 之ヲ相加フレバ

(6 × 3) + (6 × 2) = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 × 5 = 6 × (3 + 2).

* 乘法即 multiplication ハ羅句語ノ multiplico ヲシテ多ク有ツトイフ意ナリ. † 第貳, 第五ノ兩原則ハ第三編ニ再ヒ示スベシ.

(第六) 被乗數ヲ名數トスレバ積ハ之ト同種ノ名數ナリ又乗數ハ常ニ不名數ナリ.

51. 短乘法 トハ乗數ノ壹位數ナルモノナリ.

例ヘバ 576 × 3 = 1728 ナルヲ示スニハ下ノ三法アリ.

$$\begin{array}{r} \text{(第壹)} \quad 576 \\ \quad 576 \\ \quad 576 \\ \hline \text{積} \dots 1728 \end{array}$$

50. 第壹原則ニヨリ第壹ノ如ク 576 ナ三回累加スレバ積ヲ得然レモ乗數大ナルキハ幾回累加スルハ不便ナルガ故ニ之ヲ畧シ第貳ノ如ク乗數 3 ナ被乗數ノ下ニ置キ 6 ノ 3 倍ヲ 18 (10 ナ上位ニ點記ス) 7 ノ 3 倍 21 (20 ナ上位ニ點記ス) 5 ノ 3 倍 15 トナシ其積ヲ

$$\begin{array}{r} \text{(第貳)} \quad 576 \\ \quad \quad 3 \\ \hline 1728 \end{array}$$

求ムベシ是レ通法ナリ. 又簡法 $\frac{576}{1728} \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix}$

52. 長乘法 トハ被乗數ト乗數衆位ノ數ナルモノナリ.

例ヘバ 4756 × 2035 = 9678460 ナルヲ示スニ三法アリ.

$$\begin{array}{r} \text{(第壹)} \quad 4756 \\ \quad 4756 \\ \quad 4756 \\ \quad \vdots \\ \quad \vdots \\ \quad 4756 \\ \hline 9678460 \dots \text{積} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(第貳)} \quad 4756 \\ \quad 2035 \\ \hline 23780 = 4756 \text{ノ} \quad 5 \text{倍} \\ 142680 = \text{,,ノ} \quad 30 \text{倍} \\ 000000 = \text{,,ノ} \quad 0 \text{倍} \\ 9512000 = \text{,,ノ} \quad 2000 \text{倍} \\ \hline 9678460 = 4756 \text{ノ} \quad 2035 \text{倍} \end{array}$$

(第三) 4756 第壹ハ 51. 第壹ニヨル, 第貳ハ 50. 第五原則ニ
即通法 2035 ヨル, 第三ハ第貳ノ簡法ニシテ乗數ノ第三位 0 ナ
ルガ故ニ第四位ノ積ハ貳位ノ空位アリ今第三ニ
ヨリテ下ノ規則ヲ生ズ.

規則 長乘法即チ衆位兩數ノ相乗ハ被乗數ノ下ニ乗數ヲ置キ乗數ノ第壹位ノ數ヲ被乗數ニ乗シ次ニ第貳位ノ數ヲ乗シ其積ヲ前ノ積ヨリ壹位進メテ其下ニ置キ以下此ノ如クシ乗數ニ空數アルキハ其上位ノ積ハ空數位丈ケ尙進ムベシ此諸積ノ和ハ全積也.

53. 長乘法之別法 即チ被乗數ト乗數ノ末位ニ各 0 ナ有スルカ或ハ其壹ノ末位ニ 0 ナ有スルキノ乘法ヲ示ス.

$$\begin{array}{r} \text{(第壹)} \quad 38500 \\ \quad \quad 320 \\ \hline 00000 \\ 77000 \\ \hline 115500 \\ \hline 12320000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(第貳)} \quad \text{即通法} \\ \quad 385000 \\ \quad \quad 320 \\ \hline 770 \\ \hline 1155 \\ \hline 12320000 \end{array}$$

第壹ハ前法ノ如シ第貳ハ 385 = 32 ナ乗シ 12320 ナ得, 被乗數ト乗數ノ末位ノ 0 ナ計ヘ三ツアルガ故ニ之ヲ其右ニ附ス.

規則 末位ニ 0 ナ有スル兩數ヲ乘ズルニハ先ヅ末位ノ 0 ナ取りテ兩數ヲ相乗シ其積ノ右ニ其兩數ノ 0 ノ數丈ケ 0 ナ附スベシ(被乗數或ハ乗數ノ其壹ノ末位ニ 0 アルキハ其 0 ノ數丈ケ積ノ右ニ附スベシ).

54. 乘法驗算 ハ乗數ニ 1 少ナキ數ヲ被乗數ニ乗シ

其積ニ被乗數ヲ加ヘ原積ト等シケレバ誤リナシトス.

例ヘバ 52. ノ例ニ於テ 4756 × 2035 = 9678460 ノ正否ヲ驗ス

$$\begin{array}{r} \text{ルヲ次ノ如シ} \\ 4756 \\ 2035 - 1 = 2034 \\ \hline 19024 \\ 14268 \\ \hline 9512 \end{array}$$

此證ハ 50. 第五原則ニヨリ 4756 ノ 2034 倍ト 1 倍ノ和ハ 4756 ノ 2035 倍ニ等シキガ故ニ此驗算ノ積ト原積ト等シケレバ誤リナシトス.

$$9673704 + 4756 = 9678460.$$

例題六

1. 1852963074 = 2,3,4,5,6,7,8,9,12, ナ乗セヨ.
2. 6837014925 = 2,3,4,5,6,7,8,9,12, ,,
3. 9360471852 = 2,3,4,5,6,7,8,9,12, ,,
4. 18530729 = 21, 34, 42, ,,
5. 83974695 = 89, 91, 23, ,,
6. 39207 × 8037. 7. 76845 × 4063. 8. 73195 × 790400.
9. 30694715 × 89750. 10. 3069456789 × 123456789.

- 11. 87039×6090 . 12. 785697300×5906000 .
- 13. 乘法ニヨラズシテ 327×36 ノ積ヲ求ム.
- 14. 光力ハ壹秒時ニ地球ノ周圍(凡ソ 25000 英里)ノ八倍丈ケノ距離ヲ行クトイフ壹秒時ノ速力如何.
- 15. 地球ヨリ月迄ノ距離ハ 240000 英里ニシテ地球ヨリ太陽迄ノ距離ハ之ニ 400 倍ストイフ其距離如何.
- 16. 地球面(凡 197336595 方英里)ニ 12544 倍セシ太陽面如何.
- 17. 東京ノ人口ハ横濱ノ 10 倍ヨリ 70583 人多シ横濱ノ人口ハ 91146 人ナリ東京ノ人口如何.(明治八年末調)
- 18. 洋紀 1886 年英國倫敦人口ハ佛國巴里ヨリ 1804983 人多ク巴里ハ前題横濱人口 30 倍ヨリ 389830 人少シ兩府人口各如何.
- 19. 響聲ノ速ハ壹秒時ニ 1140 ふるーまナリ今正午ヨリ三秒後レテ正午ノ號砲ヲ聞ク地ハ發砲處ヨリ何ふるーまヲ距ルカ.
- 20. 父三年前ノ歳ハ子(現今拾貳歳)三年後ニ三倍ス今歳如何.
- 21. 太陽年ハ 31558148 秒時ニシテ地球ハ壹秒時ニ凡ソ 18 英里ヲ運行ス地球行道ノ周圍幾英里ナリヤ.
- 22. 150 里ノ道ノ兩端ヨリ甲(毎日ノ速 15 里)乙(同 14 里)兩人同時ニ相向テ出立ス六日ノ終リニ兩人相離ルルハ何里ナリヤ.
- 23. 又拾日ノ終リニ兩人相離ルル里數如何. 又其時各位置如何.
- 24. 壺河ヲ 24 時ニ何丁順行スルカ. 但毎時ニ水速 50 丁漕力 36 丁.
- 25. 年俸 720 圓ノ官吏 17 名アリ今 15 名トスレバ年俸減額如何.
- 26. 明治拾八年ニ於テ我邦人ノ結婚スルモノ 259497 偶. 離婚スルモノ 113565 偶ナリ此年結婚ノ離婚ヨリ多キ何人ナリヤ.
- 27. 壹斤 30 錢ノ砂糖 150 斤ト壹石 5 圓ノ米 11 石ト換フ其損益如何.
- 28. 壹ばあれるニ付 7 ざるニテ小麥 1500 ばあれるヲ買ヒ壹ばあれるニ付其内 800 ばあれるヲ 11 ざる. 殘ヲ 6 ざるニ賣ル其利如何.
- 29. 若干數ノ 5 倍ト 7 倍ノ和ハ其數ノ何倍ナリヤ.
- 30. 日曜日ヲ全休. 土曜日ヲ半休トシ毎日 60 錢ヲ得. 4 週ノ得金如何.

除 法

55. 除法* ハ乘法ノ反法ニシテ其定義下ノ如シ.

(第壹) 多少兩數アリテ多數ニ等シカラシメンガ爲メ或ハ殆ンド多數ニ等シカラシメンガ爲メ少數ニ倍スベキ回數ヲ求ムルノ法ナリ.

(第貳) 或數ヲ若干數ニ等分シ其壹分ヲ得ルノ法ナリ若シ若干數ヲ或回數丈ケ倍スルモ或數ト等シカラザル時(即チ殆ンド等シキ時)ハ之ヲ或數ヨリ減シタル差ヲ殘數ト稱ス.

多數即チ或數ヲ實(或ハ被除數)少數即チ若干數ヲ法(即チ除數)回數即チ壹分ヲ商トイフ.

或數ヲ若干數ニ等分スルヲ若干數ニテ或數ヲ除スルト唱フ.

56. 除號 ÷ ヲ用ヒタル $6 \div 2 = 3$ ニテ 6 ヲ除スルヲ示ス.

57. 除法七原則 ハ下ノ如シ.

(第壹) 實ハ常ニ法及ビ商ヨリ大ナリ.(55.)

(第貳) 除法ニ於テ殘數ナキ時ハ法ニ商ヲ乘シタル積ハ實ニ等シ(55.)

(第三) 又殘數アルキハ法ニ商ヲ乘シタル積ニ殘數ヲ加ヘタル和ハ實ニ等シ(55.)

(第四) 法ヲ屢々實ヨリ減シ終ニ減スル能ハザル迄ニ至ル時其累減セシ回數ハ即チ商ナリ.

商丈ケ法ヲ倍スレバ實ニ等シク或ハ殆ド等シクナルガ故ナリ.

實ヲ 12. 法ヲ 4 トスレバ 又 12 ヲ實トシ 5 ヲ法トスレバ

$$\begin{array}{r} 12 \\ -4 \dots \text{第1回} \\ \hline 8 \\ -4 \dots \text{第2回} \\ \hline 4 \\ -4 \dots \text{第3回} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ -5 \dots \text{第1回} \\ \hline 7 \\ -5 \dots \text{第2回} \\ \hline 2 \dots \text{殘} \end{array}$$

∴ 商 = 2

2...殘

∴ 商 = 3

* 除法即 division ハ 羅 旬 語 ノ divido ニテ 部 分 ナル 意 ナリ.

(第五) 殘數ハ常ニ法ヨリ小ナリ(第四)

(第六) 或數ヲ甲ニテ除シ乙ヲ得レバ乙ニテ之ヲ除シ甲ヲ得ベシ

甲ハ法、乙ハ商ナルガ故ニ甲ニ乙ヲ乘シタル積ハ或數ナリ又
次ニ乙ハ法、甲ハ商ナルガ故ニ乙ニ甲ヲ乘シタル積モ亦或數ナリ

(第七) 殘數ハ實ト同種ノ名數ナリ法及ビ商ハ其壹ハ實ト同種
ノ名數ニシテ他ノ壹ハ不名數ナリ

58. 短除法 トハ壹位數ノ法ヲ有スルモノニシテ下ノ如シ

(第壹) $8 \div 2 = 4$ ナルヲ示ス

$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ 之ヲ2ツツニ括ルキハ

$= (1 + 1) + (1 + 1) + (1 + 1) + (1 + 1) = 2 + 2 + 2 + 2$

即2ノ4倍ニ等シク商ハ4ナリ(57. 第四ヲ参照セヨ)

(第貳) $236172 \div 4 = 59043$ 第壹ノ如ク實ヲ單位ニ分ツ理ナレ
ルニ 236172 ヲ單位ニ分ツハ甚ダ煩雜ナリ故ニ下ノ如クナスベシ

$4) 236172 (50000 + 9000 + 40 + 3 = 59043 \dots \text{商}$

4ノ50000倍...200000 法ノ4ニ或壹數字ヲ有スル數ヲ乘シ

4ノ9000倍...36000 實ニ近カラシムル數ハ4ノ50000倍

4ノ40倍...160 ナリ故ニ此50000ヲ商ノ首位トシ之

4ノ3倍...12 ニ4ヲ乘シタル數200000ヲ減ズ以下

4ノ3倍...12 此ノ如クスベシ

即4ノ59043倍 $= 4 \times 59043 = 236172$ 故ニ59043ハ商ナリ

(57. 第貳原則)

(第三) 通法壹 第貳ノ理ニヨリ下ノ通法ヲ生ズ

4) 236172 (59043 先ツ實ノ首位2ヲ視テ法ノ4ヨリ少

ナルガ故ニ其次位迄ヲ視即23ニ近キ4ノ倍

數ハ $4 \times 5 = 20$ ナルガ故ニ5ヲ商ノ首位トシ

20ヲ23ヨリ減シ殘3ニ其次位6ヲ下シ即36

ヲ視9ノ次位商ヲ得次ニ前ノ如ク $4 \times 9 = 36$

ヲ減シ殘リナキガ故ニ實ノ次位1ヲ下シ1ハ法4

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ノ首位トシ

ヨリ少ナルガ故ニ又其次位7ヲ下ス此ノ如ク實ヲ貳位下スキハ商ニ
空位即0壹ツ置クナリ(實ヲ三位下セバ空位貳ツ置ク以下類推
ス)而シテ前ノ如ク $4 \times 4 = 16$ ヲ減シ4ヲ商ノ次位トス以下同法ナリ

又簡法ヲ次ニ示ス即チ

$4) \begin{array}{r} 236172 \\ 59043 \dots \text{商} \end{array}$

(第四) 通法貳 若シ殘數アルキハ下ノ如シ

5) 1257 (251...商) 8) 163 (20...商) 163ヲ8除スルニ

$\begin{array}{r} 10 \\ 25 \\ 25 \\ 7 \\ 5 \\ 2 \dots \text{殘} \end{array}$

$\begin{array}{r} 16 \\ 3 \dots \text{殘} \end{array}$

先ツ商ノ首位2ヲ

得 $8 \times 2 = 16$ ヲ實ヨリ

減シ3殘ル壹位餘ルガ故ニ

商ノ次位ニ0壹ツ附ス

59. 長除法 トハ貳位或ハ貳位以上ノ法ヲ有スル除法
ニシテ即チ下ノ如シ

(第壹) 原理ハ58. 第壹, 第貳ニ等シ故ニ通法ヲ示ス

325) 6510028 (20030...商) 先ツ實ノ651ハ法325ヲ2倍含

$\begin{array}{r} 650 \\ 1002 \\ 975 \\ 278 \dots \text{殘} \end{array}$

ムヲ知リ即 $325 \times 2 = 650$ ヲ

之ヨリ減シ其殘1ノ次ニ0ヲ下

スハ通例ナレルニ10ニテハ法ヨリ

少ナルガ故ニ002ヲ三位下レ1002トス故ニ58. 第三ニヨリ商

ニ00ヲ附シ325ノ3倍975ヲ減シ殘27ヲ得其次ニ8ヲ下シ278ヲ

殘數トシ58. 等四ノ次例ニヨリ0ヲ商ノ末位ニ附ス

(第貳) 法ノ末位ニ0アルモノ即 $728510 \div 300$ ヲ示ス

300) 728510 (2428...商) 法ノ末位ニ0貳ツアルガ故ニ

$\begin{array}{r} 6 \\ 12 \\ 12 \\ 8 \\ 6 \\ 25 \\ 24 \\ 110 \dots \text{殘} \end{array}$

之ヲ消シ實ノ末位モ亦タ等シク

貳位ヲ消シ3ニテ7285ヲ除シ殘

數1ヲ得而シテ此次位ニ前ニ消

シタル實ノ貳位10ヲ附シ110ヲ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

殘數トス此原理亦タ58. ニ等シ

前ノ諸法ニヨリテ下ノ規則ヲ生ス。

規則 先ツ實ノ左位ニ於テ法ヨリ小ナラザル數(但法ノ10倍ヨリ小ナル數)ヲ取リ其殘位數ニ1多キ數ヲ商ノ位數ト定ム次ニ其取リタル實ノ數ノ内ニ於テ法ノ何倍ヲ含ムカヲ求メ其倍スベキ數ヲ商ノ首位ノ數トシ之ヲ法ニ乘シ前ニ取リシ實ノ數ノ内ヨリ減シ其殘數ノ右ニ實ノ殘ノ壹位數ヲ附シ前法ヲ繰リ返シ商ノ次位ノ數ヲ得ベシ以下此法ヲ繰返シ最初定メタル商ノ位數ヲ得ルニ至リテ止ム若シ實ノ殘ノ次位ヲ殘數ノ右ニ附シ尙ホ法ヨリ小ナルキハ法ヨリ大ナルニ至ル迄實ノ殘ノ次位數ヲ之ニ附スナリ而シテ其附シタル位數ニ1少ナキ丈ケ商ノ次位ニ0ヲ附ス。

60. 除法驗算 ハ法ニ商ヲ乘シ實ト等シキ積ヲ得ルキハ其運算ニ誤リナシトス若シ殘數アルキハ其積ト殘數ノ和ヲ求メ實ト等シキキハ誤リナシトス (57. 第貳. 第三)

例題七

1. 75176640 ヲ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ニテ除セヨ.
2. 79512587 ヲ 13, 23, 31 ニテ除セヨ.
3. $34685 \div 15$. 4. $65456 \div 16$. 5. $41534 \div 20$.
6. $7895432 \div 89$. 7. $9307108 \div 98$.
8. $3784123 \div 127$. 9. $334422198 \div 438$.
10. $714394756 \div 1754$. 11. $5719487194715 \div 45705$.
12. $384127 \div 6000$. 13. $1714347149347 \div 57143$.
14. 217936285740 ヲ 780000, 32900000 ニテ除セヨ.
15. 16 ニ何數ヲ乘セバ 10000 ニ等シクナルベキカ.
16. 751 ニ何數ヲ乘セバ 殆ンド 10000 ニ等シクナルベキカ.

17. 千拾ヨリ如何ナル最小數ヲ減セバ拾九ニテ殘數無ク除シ得ベキカ、又如何ナル最小數ヲ加フレバ殘數無ク除シ得ベキカ。

18. 明治廿年中ニ全國新設ノ諸會社ノ數ハ 549 社ニシテ此株金總計 68066414 圓ナリト云フ平均壹社ノ株金如何。

19. 明治廿壹年ニ佛國政府ハ壹分時間ニ 60 發ヲ連射シ得ル新連發銃ヲ買入レタリ今此銃五挺ニテ 108000 彈丸ヲ連發スルキハ何分時ヲ費ヤスカ。

20. 兩瀛船アリ甲ハ每時拾貳英里ノ速ニテ橫濱ヨリ香港(千三百五拾六英里)乙ハ每時七英里ノ速ニテ橫濱ヨリ新嘉坡(貳千八百六拾三英里)ニ行ク乙ハ甲ヨリ何時遅ク先地ニ着スベキカ。

21. 百貳拾里ノ道ヲ毎日拾九里ヅツ歩ムキハ終リノ日ニハ何里ヲ行クカ、又全日數如何。

22. 千圓ニテ甲品 70 個買ヒ殘金ニテ乙品 2 個買フ各 1 個價如何。

23. 壹石 6 圓ノ米ヲ壹石 7 圓 50 錢ニ賣リ 90 圓ヲ利ス石數如何。

24. 筆耕者アリ毎日 1200 字ヲ寫書ス此人壹行 25 字、壹枚 20 行、壹冊 45 枚ノ書 36 冊寫スニハ何日ヲ要スルカ。

25. 450 名ノ内ヨリ壹名ニ付 44 名ヲ支配スベキ人ヲ撰舉セントス其人員如何。

26. 所得稅ヲ徵收スルニ毎年平均區民ハ 8 人、郡民ハ 7 人ニ付壹圓ノ稅ヲ出ストスレバ區民 3128 人、郡民 2625 人、ノ内ヨリ三千八百三拾圓ノ稅ヲ出スニハ何年ヲ要スルカ。

27. 某數ニテ 725 ヲ除スレバ商 27、殘 23 ヲ得タリ某數如何。

28. 百圓ヲ三人ニ分ツニ甲ハ乙ノ三倍、丙ハ甲ノ貳倍也各如何。

29. 80 斤以下ノ重サノ物ニハ運賃ヲ出サズ以上ノ物ニハ 10 斤ニ付 6 錢ノ賃ヲ出スベキ約ニテ瀛船ニ乗ル商人アリ若干斤ノ物ヲ所持シ總賃 12 圓 2 錢此内船客賃 8 圓ヲ拂ヘリ物重何斤ナリヤ。

30. 長 30 尺ノ材木ヲ貳分セシニ今其長ヲ等シクセンニハ小部分ノ長ノ 3 倍丈ケ截去セザルヲ得ズ最初ノ各分如何。

雜 題 壹

1. Xノ字貳ツVノ字壹ツIノ字四ツヲ用ヒテ最大數ヲ作レ.
2. 羅馬字ヲ悉ク壹ツツ用ヒテ最大數ヲ作レ.
3. LXXII ヨリ 72ヲ減セヨ.
4. 惑星中ニ太陽ニ最遠ナル海王星ハ太陽ヲ距ル貳拾八億五千四百萬英里ナリ之ヲ亞刺伯記數法ニテ示シ且ツ其位數ヲ示セ.
5. 某數ヨリ 359ヲ減ズレバ 456トナル某數如何.
6. 某數ニ 359ヲ加レバ 456トナル某數如何.
7. 某數ヲ 15倍スレバ 900トナル某數如何.
8. 某數ヲ 15等分スレバ 900トナル某數如何.
9. 700ト之ヨリ大ナル數ノ差 11ナリ某數如何.
10. 某數ノ 15倍ト某數ノ差ハ 700ナリ某數如何. $11-1=10$
 $700 \div 10 = 70$
11. 兩數アリ其差 12, 其和 188 ナリ各如何.
12. 某數ヲ 27除スレバ商 3, 殘 20ヲ得ベシ某數如何.
13. 某數ヲ 19除スレバ商 11ヲ得テ最大數ヲ殘ス某數如何.
14. 200ト 250アリ其和ハ其差ノ何倍ナリヤ.
15. 某數ヲ 3倍シ之ニ 3ヲ加ヘ之ヲ 3除シ又 3ヲ減ズレバ 3トナルト云フ某數如何. $尾がうまや心算がたまはる$
 $714 \div 3 = 238$
16. 某數ノ 15倍ト 16倍ト 17倍ノ和ハ某數ノ何倍ナリヤ.
17. 三位ノ最大數ト貳位ノ最大數ノ和ヨリ幾許ヲ減ズルキハ 1000トナルベキカ.
18. 四位ノ最小數ト貳位ノ最大數ノ差ヲ求ム.
19. 123456789ナル數ニ何ヲ加フレバ各位數字ノ位次轉倒シ得ベキカ.
20. 5ト 3ノ差, 和及ビ積トノ和ト 6ト 4ノ差, 和及ビ積トノ和アリ其差ヲ求ム.
21. 兩數ノ和 256ニシテ其差 0ナリ各數如何.

22. 大小兩數アリ大ハ小ノ七倍ニシテ其和百廿八ナリ各如何.
23. 大小兩數アリ小ヲ以テ大ヲ除スレバ商五個ヲ得ベシ大小ノ差廿八ナルキ各數如何.
24. 輪周三尺貳寸ノ自轉車ニ乘リ壹里(壹里ハ三拾六丁, 壹丁ハ六拾間, 壹間ハ六尺)ノ道ヲ行クキハ輪ノ轉數如何.
25. 兩荷車アリ共ニ 30丁ノ道ヲ行クニ車輪回轉ノ差 4000轉ナリ各輪周ノ長サ如何, 但大輪周ハ小輪周ニ三倍ス.
26. 皇紀貳千五百拾四年ニ生レル人アリ八拾八歳ノ賀ノ祝宴ヲナスニハ皇紀何年ニ當レヤ.
27. 明治元年ハ皇紀貳千五百廿八年ニ當ル明治廿三年ハ皇紀何年ニ當レヤ.
28. 兄弟貳人アリ兄ハ月俸 20圓, 弟ハ 15圓ヲ得テ而シテ今ヨリ毎月兄ハ 23圓, 弟ハ 10圓ヲ費セリ 36ヶ月ノ後ヲ弟ハ兄ノ負債ヲ償ヒ尙ホ何圓ヲ殘スカ.
29. 兩人等金ヲ有セシニ甲ハ 1000圓ヲ失ヒ乙ハ 6000ヲ利セシガ故ニ乙ハ甲ニ三倍セリ各如何.
30. 布 192反ヲ兩人ニ等分セントスルニ甲ハ 100反ヲ取リシガ故ニ甲ヨリ 20圓ヲ乙ニ與ヘタリ壹反ノ價如何.
31. 響聲ハ一秒時ニ 1140 ぶふーと行ク今若干距ニテ狼煙ヲ見ルニ煙ヲ起リテヨリ 30秒時ヲ經テ響聲ヲ聞ケリ其距離如何.
32. 三丈七尺ニ付壹圓拾壹錢ノ布ヲ壹尺ニ付壹錢ノ利ニテ六拾圓ニ賣リタリ布ノ長サ及ビ壹尺ノ原價如何.
33. 壹斤四圓五拾錢ノ硫酸ヲ四圓ノ硝酸ト代フルニ八拾圓ノ損アリ硫酸ハ硝酸ヨリ貳斤少ナシ各斤數如何.
34. 米百石ヲ五百圓ニテ買ヒ拾圓ノ利ヲ得テ賣ラバ四斗俵ノ實價如何.
35. 壹株百圓ニ付年五圓ノ利附ノ公債證書 800株ヲ賣リ壹株五拾圓ニ付年三圓ノ鐵道券ヲ買ヘバ歲入ノ増額如何.

36. 商人アリ金若干圓ト壹斤貳拾五錢ノ砂糖 180 斤及ビ三拾錢ノ珈琲 175 斤トヲ出シ壹瓶貳圓五拾錢ノ葡萄酒 48 瓶及ビ八拾錢ノ麥酒 120 瓶ヲ買ヘリ所出ノ金ヲ求ム。

37. 兩人同時ニ同所ヲ出發シ反對ノ方ニ行クニ毎日甲ハ 15 里、乙ハ 20 里歩ム兩人 140 里ヲ距ルニハ幾日ヲ經ルカ。

38. 同上兩人 12 日歩ミシ後互ニ速力ヲ換ヘテ歸ルキ甲ハ原處ニ着シ乙ノ原處ニ到ルヲ待ツト何日ナリヤ。

39. 東京ヨリ日光迄毎日 11 里ツツ歩ミ 3 日ヲ費シテ尙ホ到着セザルト 3 里ナリ若シ此道ヲ 2 日ニ達センニハ毎日ノ速如何。

40. 兩人同處ヨリ同時ニ同方ニ向フテ行クニ毎日甲ハ 12 里歩ミ中途ニテ乙ノ 4 日路丈ケ歸リ再ヒ前方ニ進ミ乙ト同時ニ先地ニ着セリ其總日數 16 日ナリ此道程及ビ乙毎日ノ速如何。

41. 120 里ノ道ヲ兩人各端ヨリ同時ニ相向フテ來ルキハ 6 日ニシテ會ス甲毎日ノ速ハ乙ヨリ 4 里多シ各毎日ノ速如何。

42. 兩停車場ノ距離 108 丁ナリ兩瀟車相向テ同時ニ各場ヲ出發スレバ 2 分時ニシテ相會シ甲車若シ乙車ヲ追フテ同時ニ出發スレバ 18 分時ニテ追付クベシ各壹分時ノ速如何。

43. 越潮ノ時、端艇ニテ佃島ヲ周行スルニ毎時 45 丁ノ速ニテ 2 時間ヲ費シ島ヲ五廻セリ島ノ外周ノ水路如何。

44. 石狩川ノ長サハ東京ヨリ京都迄ノ距離ヨリ 39 里長シ今兩府間ヲ毎時 2 里ノ速ニテ行キ貳回往復スル時間ハ毎時壹里ノ平均速ニテ此川ノ河口ヨリ水源迄ヲ派行スル時間ヨリ 89 時多シ然ルトキハ此川ノ長サ如何。

45. 東西兩地相距ル 81 里ナリ東人ハ毎日 15 里、西人ハ 12 里ノ速ニテ同時ニ相向テ出發ス其相會スル處ハ東地ヨリ何里ナリヤ。

46. 300 里ノ道ヲ甲ハ 25 日、乙ハ 20 日ニシテ行キ得ベシ今甲其壹端ヲ出立セシ 3 日ノ後、乙其處ヲ出立シ之ヲ追フキハ何里行キテ甲ニ追及スベキカ。

47. 壹時間ニ六里ヲ行ク載貨瀟車アリ其出車後三時ヲ經テ同停車場ヨリ客車ヲ出シ九時ヲ經テ前車ト同時ニ先地ニ着セリ此鐵路ノ距離何里ナリヤ。

48. 東西兩府ノ間(距六拾英里)ニ壹驛(東府ヲ距ル四英里)アリ西府ヨリ甲馬車(毎時六英里)ヲ東府ニ、乙馬車(毎時四英里)ヲ該驛ニ出シ同時ニ先地ニ到着センニハ甲ハ乙ヨリ何時後ニ出ヅベキカ。

49. 兩童アリ碁子ヲ計フルニ壹分時ニ甲ハ 48、乙ハ 45 計ヘ得ベシ然レニ同時ニ計ヘ始メ甲ハ 14 計ヘタルキ計數ヲ失念セシガ故ニ再ビ之ヲ計ヘ改メ若干分時ノ後チ乙ニ 96 頁ケタリ各計フル數如何。

50. 三倉アリ甲倉ニ 1800 俵、乙倉ニ 2000 俵、丙倉ニ 3000 俵ヲ有ス毎日甲ヨリ 174 俵、乙ヨリ 175 俵、丙ヨリ 176 俵ヲ出スキハ其殘數總計幾許ナリヤ。

51. 若シ此三倉ヨリ同日數出スキハ其殘數總計如何。

52. 女ノ數ハ男ニ貳倍シ男壹名毎日 25 錢、女ハ 17 錢ヲ得然ルニ貳日ニシテ各總得金女ハ男ヨリ 36 錢多シ各人數如何。

53. 兄四年前ノ歳ト弟四年後ノ歳ト等シ各幾歳ナリヤ、但シ兩人ノ歳ノ和 28 歳ナリ。(年歳ハ滿歳ヲ用フ其他之ニ倣ヘ)

54. 父ハ 40 歳子ハ 12 歳ナリ何年後、父ハ子ニ三倍スベキカ。

55. 兄ノ歳ハ弟ニ五倍ス今ヨリ 22 年後ハ兄ハ弟ノ貳倍ヨリ 16 歳少ナシ各如何。

56. 45 歳ノ人アリ 18、12、5 歳ノ三子ヲ有ス幾年後ニ三子ノ歳ノ和、父ト等シクナルカ。

57. 壹家ニ 17 人ノ家族アリ其年齡合セテ 510 歳ニシテ平均其年齡ノ八倍丈ケノ金圓數ヲ有セリ今ヨリ毎年 1 人ニ付 7 圓ツツ貯蓄シ 5270 圓ノ貯金トナルニハ幾年ヲ經シヤ。

58. 壹家ニ五子アリ其年齡合セテ 100 歳ニシテ長子ヨリ以下六歳ツツ減ズ各何歳ナリヤ。

59. 舟夫アリ壹河ヲ往復スルニ順流ヲ漕行スル速力ハ逆流ノ三倍ニシテ其速毎時6里ナリ河水毎時ノ速如何.

60. 河上ノ某處ヨリ河口ニ舟行スル水夫アリ3時ヲ經テ此水夫ト同時ニ其處ヨリ漂流セシ壹物ヲ15里後ニナシタリ又前水夫ト同時ニ河口ヲ出立シ河上ニ舟行スル水夫6時ヲ經テ此壹物ニ會セリ某處ハ河口ヨリ何里河上ニアリシヤ、但兩水夫ハ等シキ漕力ナリ.

61. 舟夫アリ或川ノ中流ヲ順行スレバ6時ニシテ某處ニ達スベキナ岸邊ヲ順行セシガ故ニ8時ヲ費セリ、但シ中流ノ水速ハ岸邊ノ水速ニ三倍シ毎時ノ漕力ハ5英里ナリ然ルキハ中流毎時ノ水速何英里ナリヤ.

62. 馬三頭ヲ以テ四人ニテ拾貳里ノ道ヲ乗ルキ各乘里數如何.

63. 馬六頭ヲ以テ四人ニテ18里ノ道ヲ乗ルキ各馬ニ付何里ノ間ダ人ヲ乘スベキカ.

64. 120里ノ道ヲ行クニ60里ハ毎時6里ノ瀛車、20里ハ毎時2里ノ馬車、其残りハ毎時1里ノ速ニテ歩行ス毎時ノ平均速如何.

65. 壹升40錢ノ酒五斗二升ト32錢ノ酒四斗八升トニ水ヲ交セ壹升24錢ニ賣リ584錢ヲ利セリ交セタル水ノ量如何.

66. 壹樽12圓ノ上酒若干樽ト8圓ノ下酒若干樽ノ價合セテ104圓ナリ今上下ノ樽數ヲ交換スレバ其價8圓ヲ減ズベシ各樽數如何、但シ上ハ下ヨリ貳樽多シ.

67. 兩寒暖計ノ正否ヲ檢スルニ甲器ヲ100度ノ湯八升ノ内ニ入レ、乙器ヲ40度ノ冷水壹升七合ノ内ニ入レ各其溫度ヲ示シタリ此兩器正合スルキハ此湯水混合ノ内ニ入レテ何度ヲ示スベキカ.

68. 鶴ト龜ト頭數合セテ100、足數合セテ310ナリ各頭數如何.

69. 五圓紙幣、貳圓紙幣、拾圓紙幣并セテ340圓各數相等シ其數各何枚ナリヤ.

70. 四斗五升俵入り、四斗俵入りノ米并セテ120俵、米高合セテ五拾石ナリ各俵數如何.

71. 兩人月入ヲ算スルニ甲五ヶ月乙三ヶ月ノ入金合セテ三百四拾八圓若シ月ヲ交換スレバ其和三百廿四圓ナリ各如何.

72. 同年ニ於テ杉ト松ノ種ヲ蒔キシニ三年ノ後其長サ合セテ15寸トナリ杉ハ松ヨリ3寸長クナレリ各毎年ノ生長如何.

73. 高サ6尺ノ杉ト10尺ノ松アリ毎年生長スルヲ杉ハ松2倍ヨリ2寸短シ今ヨリ拾五年ノ後、杉ハ松ヨリ1尺短キニ至レリ毎年各何程ゾツ生長セシヤ.

74. 金5000圓ヲ三子ニ分ツニ長ハ次ノ貳倍ヨリ100圓少ク次ハ末ヨリ300圓多シ各幾許ヲ得シヤ.

75. 兩錶時計アリ其各ニ等價ノ銀ヲ附ケシニ甲ハ80圓、乙ハ60圓ノ價額トナレリ甲時計ハ壹銀ノ價ノ貳倍ヨリ5圓多シ各時計價如何.

76. 壹農アリ初年ハ小麥ヲ作り300石ヲ得、壹石三圓ニ賣レリ次年ニハ大麥ヲ作り壹石貳圓五拾錢ニ賣レリ然ルニ初年ノ雜費ハ四拾五圓、次年ノ雜費ハ六拾圓ニシテ次年ハ初年ヨリ七拾圓多ク利セリ次年ノ收穫高如何.

77. 博覽會ニ於テ壹週間ノ來觀人ヲ計フルニ土曜日ハ日曜日ノ2倍ニシテ平日ハ平均毎日9360人ナリ又平日ノ總計ハ日土兩曜日ノ和ニ等シ日土兩日ノ人員各如何.

78. 明治廿年ニ於テ我國債總計ハ三億八百七拾五萬圓ニシテ内國債ハ外國債ノ四拾倍ヨリ四拾三萬圓多シ各債高如何.

79. 洋紀1886年ニ於テ歲出入ヲ人口壹人ニ比セシニ佛蘭西ハ歲入拾九圓廿九錢五厘、歲出拾九圓廿八錢六厘ニシテ伊太利ハ歲入拾壹圓五拾七錢六厘、歲出拾壹圓四拾五錢ナリ然ルキハ伊國ニ千圓ノ餘贏ハ佛國ハ何圓ノ餘贏ニ當ルカ.

80. 甲村ハ100人30日間ノ糧ヲ貯ヘ乙村ハ500人8日間ノ糧ヲ貯ヘリ今兵士700人此兩村ニ滞在スルキハ何日間ノ糧アリヤ.

81. 壹萬坪ノ地ヲ六千坪穿リテ水田トシ其土ヲ殘ノ地ニ種ミ畑トナスニ田ノ深サ12寸ナルキ畑ノ高サ如何.

82. 山國ノ人民ハ 60 人,海國ノ人民ハ 58 人ニ付毎年 1 人ヅツ死去スルトセバ山國 1800 人,海國 1160 人ノ内ニテ 1000 人死去スルニハ何年ヲ經ルカ.

83. 1200 枚ノ書ヲ寫字スルニ甲壹人ニテハ 40 日ニシテ寫シ了リ乙壹人ニテハ 60 日ニシテ寫シ了ル兩人共ニ寫スルハ何日ニシテ寫スベキカ.

84. 600 歩ノ田ヲ耕スニ夫妻共力スルルハ三日ニシテ了リ妻壹人ニテハ八日ニシテ了リ子壹人ニテハ廿四日ニシテ了ル夫壹人ニテハ何日ニシテ了ルカ.

85. 井水ヲ汲ムニ毎時 45 石ヅツ汲ミ午前六時ヨリ正午迄汲ミ出シテ休息シ又午後貳時ヨリ七時迄汲ミ出シテ水盡キタリ井水毎時五斗ヅツ涌出セシトイフ最初井水ノ量如何.

86. 上中下三卷ノ書籍アリ上卷ノ紙數ハ下卷ノ三倍ナリ今三卷ヲ合セテ上下貳卷トスレバ各卷ノ紙數ハ最初ノ中卷ノ紙數ニ等シトイフ最初各卷ノ紙數如何,但シ總紙數ハ九百六拾枚ナリ.

87. 米 1020 石ヲ船ニ載セ其内ヨリ 100 石ニ付 2 石ノ賃米ヲ出サントス賃米ノ高如何,但シ賃米ニハ運賃ヲ出サズ.

88. 絹 120 反ヲ 625 圓ニ賣リ 5 反ノ元價ヲ利セリ壹反ノ原價幾計ナリヤ.

89. 明治拾九年中,全國官幣大中小ノ三社ノ數ヲ計フルニ大社中社ノ和 54, 大社小社ノ和 39, 中社小社ノ和 27 ナリ各如何.

90. 金 25200 圓ノ工事ヲ甲乙兩組ニテナスルハ 168 日, 乙丙兩組ニテハ 105 日, 甲丙兩組ニテハ 120 日ニテ了ル各壹組ニテナス日數如何.

91. 男 15 人, 女 8 人, 童 16 人ニテ共ニ 30 日働キ 780 圓ヲ得タリ各日給如何, 但シ男ノ力ハ女ニ貳倍シ女ハ童ニ三倍ス.

92. 陶器 100 個ヲ壹童ニ命シ運送セシムルニ壹個ニ付 6 錢ノ賃ヲ與フ若シ破損セハ其賃ヲ與ヘズ反テ壹個ニ付 12 錢ヲ罰スル約ニシテ最後ニ 60 錢ヲ與ヘタリ破損セシ數ヲ求ム.

93. 人アリ漁者ヲ備ヒ其賃金 80 錢ハ漁獵了リシ後ニ拂フ約ナリ且ツ漁者ガ網ヲ打ツ毎ニ魚ヲ獲レバ 3 錢ヲ與ヘ獲ザレハ 5 錢ヲ罰スルトセリ然ルニ網ヲ打ツ 12 回ニシテ漁獲了リタリ依テ 100 錢ヲ與ヘタリ魚ヲ獲ル回數ヲ求ム.

94. 麥若干石ヲ 700 圓ニ買ヒ壹圓ニ付四升高ク之ヲ賣ルルハ 350 圓ノ利アリトイフ石數并ニ壹圓ノ原相場如何.

95. 麥若干石ヲ 600 圓ニ買ヒ壹圓ニ付四升安ク之ヲ賣ルルハ 150 圓ノ損アリトイフ石數如何.

96. 三桶ニ酒ヲ貯ヘリ最初甲桶ヨリ酒ヲ出シ之ヲ乙丙貳桶ニ入レ各其元量ニ貳倍セシメ次ニ乙桶ヨリ酒ヲ出シ之ヲ甲丙貳桶ニ入レ各其時ノ量ニ貳倍セシメ終リニ丙桶ヨリ酒ヲ出シ亦タ前ノ如クナスル各桶ニ貯フル所ノ酒量各相等シクナレリ各最初ノ量如何, 但シ三桶酒量ノ和ハ 24 石ナリ.

97. 正方形ノ煉瓦石若干個アリ之ヲ正方形ニ列置スルルハ八拾四個不足ス又各邊ノ數ヲ壹個ヅツ減ズレバ三拾壹個餘ルトイフ石ノ數ヲ求ム.

98. 兵卒若干人アリ之ヲ方陣ニ作リ再ビ長方陣トナサンガ爲メ列數ヨリ 12 列ヲ減セシガ故ニ壹列ノ人數ハ 30 人ヲ増スニ至レリ總人員幾許ナリヤ.

99. 長百廿間幅百貳間ノ長方形ノ地ノ外周ニ潤サ三間ノ堀ヲ造リ堀ノ外周ニ三間ヅツ隔テ瓦斯燈ヲ點置セントス其總數如何.

100. 長サ 16 町(壹町ハ六拾間)ノ市街アリ其兩側ニ三間ヅツ隔テ瓦斯燈(壹基ノ價 10 圓)ヲ點置シ中央車道ノ兩側ニ貳間ヅツ隔テ松(壹株 50 錢)ヲ植ヘ其間ニ柳(壹株 20 錢)ヲ貳株ヅツ植ヘ道譜請壹町ニ付 8 圓費セリ此惣費用ノ内 813 圓ヲ區入費ヨリ出シ其殘ヲ往來兩側ノ人家ヨリ毎月 11 圓ヅツ出シテ償費セリ此市街ニ面スル總人家何戸ナリヤ.

設 問

1. 命數法トハ何ゾヤ.
2. 羅馬字記數法ヲ示セ, 亞刺伯數字記數法ヲ示セ.
3. 記數法ト讀數法ノ區別如何.
4. 數ノ多少ノ階級ハ何ヲ以テ之ヲ知ルカ.
5. 大原位ハ小位幾位ヨリ成レルカ, 第三大原位ハ何ナリヤ.
6. 最小整數ハ何ナリヤ, 0ノ意義ヲ示セ.
7. 某位ナル數ノ最大數及ビ最小數ヲ示セ.
8. 整數ノ界限ヲ示セ.
9. 10ト20ノ間ダニ幾ツノ整數アリヤ.
10. 16ハ單位幾ツヨリ成レルカ.
11. 16ト17トハ何レカ大ナリヤ之ヲ明示スベシ.
12. 加, 減, 乘及ビ除法ノ定義ヲ示セ.
13. 和, 差, 積及ビ商ノ定義ヲ示セ.
14. 四基法ノ符號ノ意義ヲ示セ.
15. 四基法ノ驗算法ヲ示セ, 又其驗算法ハ確實ナリヤ否ヤ.
16. 5ノ3倍ト3ノ5倍トハ相等シキヲ示セ.
17. 減數ト被減數トハ同種ノ名數ナリヤ否ヤ.
18. 金ノ圓數ヲ若干倍シタル數ハ何ノ名數ナリヤ.
19. 布ノ尺數ヲ若干等分シタル數ハ何ノ名數ナリヤ.
20. 除法ノ殘數ハ法ヨリ小ナルヲ示セ.

第 三 編

四 基 法 之 定 理 及 諸 術

四 基 法 三 定 理

61. 四基法三定理 トハ互換定理, 結合定理及ビ配分定理ナイフ.

62. 加法之互換定理 ハ下ノ如シ.

(第壹) 或數ニ加フベキ兩數アルキ或數ニ其第壹數ヲ加ヘタル後チ第貳數ヲ加フルモ第貳數ヲ加ヘタル後チ第壹數ヲ加フルモ其和ハ相等シ.

例ヘバ或數ヲ6トシ兩數ヲ3及ビ2トスレバ或數ニ他數ヲ加フルハ即チ他數丈ケ或數ニ増シ計フルガ故ニ今6ニ増シ計ヘタル3ノ後チ4, 5ト貳ツ増シ計フルトハ6ニ増シ計ヘタル2ノ後チ3, 4, 5ト三ツ増シ計フルトモ各等シク5ヲ増シ計ヘタルト明ラカナリ故ニ

$$6+3+2=6+2+3.$$

(第貳) 兩數アリテ第壹數ニ第貳數ヲ加フルモ第貳數ニ第壹數ヲ加フルモ其和ハ相等シ.

例ヘバ兩數ヲ3及ビ2トスレバ第壹6+3+2=6+2+3ノ相等數ノ雙方ヨリ6ヲ減ズレバ其殘ハ相等シ.

$$\text{即 } 3+2=2+3.$$

63. 加法之結合定理 ハ下ノ如シ.

(第壹) 或數ニ加フベキ壹數アリ此數ニ他數ヲ増スキハ其和モ亦他數丈ク増加ス.

例ヘバ或數ヲ6トシ加フベキ數ヲ3トシ他數ヲ2トスレバ6ニ3ヲ加ヘタル和ハ6+3ナリ今3ニ2ヲ増シ(3+2)トスレバ其和モ亦2ヲ増シ計ヘタルガ故ニ(6+3)+2トナルベシ.

故 6+(3+2)=(6+3)+2.

(第貳) 或數ニ加フベキ壹數アリ此數ヨリ他數ヲ減スルキハ其和モ亦他數丈ク減ズベシ.

6+(3-2)=(6+3)-2. 前ト同法ナリ.

(第參) 或數ニ兩數或ハ貳ツ以上ノ數ノ和ヲ加フルハ諸數ヲ壹ツツ或數ニ加フルニ等シ.

例ヘバ或數ヲ6トシ兩數ヲ3及ビ2トスレバ

6+(3+2)=6+3+2.

或 6+(5+3+2)=6+5+3+2.

64. 減法之互換定理 或數ヨリ減ズベキ兩數アルキ或數ヨリ第壹數ヲ減シタル後チ第貳數ヲ減ズルモ第貳數ヲ減シタル後チ第壹數ヲ減ズルモ其差相等シ.

6-3-2=6-2-3. (62. 第壹)

65. 減法之結合定理 ハ下ノ如シ.

(第壹) 或數ヨリ減ズベキ壹數ニ他數ヲ加フレバ其差ハ他數丈ク減小ス.

例ヘバ6ヨリ3ヲ減ズレバ其差6-3ナリ今減ズベキ3ニ2ヲ増シテ(3+2)トシ6ヨリ減ズレバ前ヨリ2多ク減ズルガ故ニ其差ハ前ヨリ2丈ク減ズベキヲ明ラカナリ.

故 6-(3+2)=6-3-2.

(第貳) 或數ヨリ減ズベキ壹數アリ此壹數ヨリ他數ヲ減ズレバ其差ハ他數丈ク増加ス.

例ヘバ6ヨリ3ヲ減ズベキヲ3ヨリ2ヲ減シ(3-2)トシ之ヲ6ヨリ減ズレバ前ヨリ2少ク減ズルガ故ニ其差ハ前ヨリ2多ク殘ルヲ明カナリ故ニ 6-(3-2)=6-3+2.

66. 乘法之互換定理 壹數ニ他數ヲ乘ズルモ他數ニ壹數ヲ乘ズルモ其積相等シ.

2x3=3x2 (50. 乘法原則第貳)

(別解) 例ヘバ童子ニ桃ヲ與フルニ壹童ニ3個ヅト與フレバ5童ニ與ヘタル桃ノ總數ノ3個ノ5倍即チ3x5ナリ.

更ニ又與ヘタル桃ヲ悉ク取返スキニ各童ヨリ壹ヅト取リ返ヘセバ5童ナルガ故ニ毎回5取リ3回取レバ5ノ3倍即5x3ナリ與ヘタル數ハ悉ク取返ス數ト相等シ故ニ3x5=5x3.

67. 乘法之結合定理 或數ニ乘スベキ壹數ニ他數ヲ倍スルキハ其積モ亦他數丈ク倍增ス.

6+6 6+6+6+6+6+6=6x6=6x(3x2),
6+6
6+6
6x3+6x3=(6x3)x2, 故ニ 6x(3x2)=(6x3)x2.

68. 乘法之配分定理 ハ下ノ如シ.

(第壹) 兩數ノ和或ハ差ヲ壹數ニテ倍スルハ兩數ヲ各別ニ壹數ニテ倍シタル和或ハ差ニ等シ.

6+2ヲ3ニテ倍スルニハ 6-2ヲ3ニテ倍スルニハ
(6+2) =6+2 } 相加レバ (6-2) =6-2 } 相加レバ
(6+2) =6+2 } (6-2) =6-2 }
(6+2) =6+2 } (6-2) =6-2 }

(6+2)x3=6x3+2x3. (6-2)x3=6x3-2x3.

(第貳) 壹數ヲ或兩數ノ和或ハ差ニテ倍スルハ壹數ヲ或兩數ニテ各別ニ倍シタル和或ハ差ニ等シ.

第壹ニ於テ $(6+2) \times 3 = 6 \times 3 + 2 \times 3$ ナルヲ知ル故ニ
 $(6+2) \times 3 = 3 \times (6+2)$, 又 $6 \times 3 + 2 \times 3 = 3 \times 6 + 3 \times 2$. (66. = 據ル)
 故ニ $3 \times (6+2) = 3 \times 6 + 3 \times 2$.

69. 除法之互換定理 或數ヲ除スベキ兩數アルキ
 或數ヲ第壹數ニテ除シタル後ヲ第貳數ニテ除スルモ第貳數ニテ
 除シタル後ヲ第壹數ニテ除スルモ其商相等シ.

$$36 = 6 \times 3 \times 2 = 6 \times (3 \times 2). \quad (67. = 據ル)$$

$$= 6 \times (2 \times 3). \quad (66. = 據ル)$$

即 $36 = 6 \times 3 \times 2 = 6 \times 2 \times 3$, 此雙方ヲ2或ハ3ニテ除スレバ
 $36 \div 2 = 6 \times 3$ 或ハ $36 \div 3 = 6 \times 2$, 此雙方ヲ3或ハ2除スレバ
 $36 \div 2 \div 3 = 6$, 或ハ $36 \div 3 \div 2 = 6$.
 故ニ $36 \div 2 \div 3 = 36 \div 3 \div 2$.

70. 除法之結合定理 兩數ニテ各別ニ或數ヲ除ス
 ルハ兩數ノ積ニテ或數ヲ除スルニ等シ.

$$30 = 3 \times 2 \times 5 = (3 \times 2) \times 5. \quad (67. = 據ル)$$

$$30 \div (3 \times 2) = (3 \times 2) \times 5 \div (3 \times 2) = 5.$$

又 $30 = 3 \times 2 \times 5$ ノ雙方ヲ3ニテ除シ又2ニテ除スレバ

$$30 \div 3 \div 2 = (3 \times 2 \times 5 \div 3) \div 2 = 5,$$

$$故ニ 30 \div 3 \div 2 = 30 \div (3 \times 2).$$

71. 除法之配分定理 兩數ノ和或ハ差ヲ或壹數ニ
 テ除スルハ兩數ヲ各別ニ或壹數ニテ除シタル商ノ和或ハ差ニ等
 シ.

$$(6+2) \times 3 = 6 \times 3 + 2 \times 3, \quad (68. = 據ル)$$

$$= 18 + 6.$$

上式ノ雙方ヲ3ニテ除スルキハ

$$(18+6) \div 3 = 6+2 = 6 \times 3 \div 3 + 2 \times 3 \div 3,$$

$$故ニ (18+6) \div 3 = 18 \div 3 + 6 \div 3.$$

同理ニヨリ $(18-6) \div 3 = 18 \div 3 - 6 \div 3$.

三定理之應用

72. 加減法之定理應用 ハ下ノ如シ.

(第壹) 諸數ノ和ハ其順序ニ關セズ常ニ相等シ.

諸數ヲ 6, 3, 2 トスレバ

$$6+3=3+6 \quad (62. = 據ル)$$

此雙方ニ2ヲ加レハ $6+3+2=3+6+2$
 故 $6+3+2=6+(3+2)$, (63.) $=6+(2+3)$, (62.) $=6+2+3$.
 同 $3+6+2=3+(6+2)$, $=3+(2+6)$, $=3+2+6$.
 理 $3+6+2=(3+6)+2$, $=2+(3+6)$, $=2+3+6$.
 或 $=2+(6+3)$, $=2+6+3$.
 即 $6+3+2=6+2+3=3+6+2=3+2+6=2+3+6=2+6+3$.

(第貳) 相加フベキ兩數アリ其壹數ニ或數ヲ加ヘ他壹數ヨリ前
 ノ或數ヲ減ズルモ其和ハ變セズ.

6ト3ヲ兩數トシ2ヲ或數トスレバ

$$6+3+2=6+(3+2), \quad (63.) = 6+(2+3), \quad (62.) = 6+2+3,$$

$$= (6+2)+3,$$

上ノ雙方ヨリ2ヲ減スレバ $6+3+2-2=(6+2)+3-2$,
 即 $6+3=(6+2)+(3-2)$.

(第三) 減法ニ於テ減數ト被減數ニ同數ヲ加ヘ或ハ減ズルモ其
 差ハ變セズ.

被減數ヲ6, 減數ヲ3, 同數ヲ2トスレバ

$$(6+2)-(3+2)=(6+2)-(2+3), \quad (62.) = 6+2-2-3, \quad (65.)$$

$$= 6+(2-2)-3, \quad (63.) = 6-3.$$

即 $(6+2)-(3+2)=6-3$.
 同理 $(6-2)-(3-2)=6-3$.

(第四) 或數ニ加フベキ數ト減ズベキ數アルキハ或數ニ先ヅ加
 フベキ數ヲ加ヘタル後ヲ減ズベキ數ヲ減ズルモ減ズベキ數ヲ減
 シタル後加フベキ數ヲ加フルモ其結果ハ相等シ.

互換定理ニヨレバ $6+3-2=6-2+3$ ナルヲ明ラカナリ。

又別例アリ即チ $6+3-2=6-2+3=3-2+6$.

73. 乗除法之定理應用

(第壹) 諸數ノ積ハ其順序ニ關セズ相等シ。

乘法ノ結合及ビ互換定理ヲ用フレバ 72. 第壹ト同法ナリ。
即 $6 \times 3 \times 2 = 6 \times 2 \times 3 = 3 \times 6 \times 2 = 3 \times 2 \times 6 = 2 \times 3 \times 6 = 2 \times 6 \times 3$.

定義 乘ズベキ諸數ヲ其積ノ因子トイフ。

例ヘバ 36ノ因子ハ 6, 2, 3 或ハ 3, 2, 2, 3 ナリ。

(第貳) 諸數ノ積ニ或數ヲ乘ズルハ其壹因子ニ或數ヲ乘ズルニ等シ。

例ヘバ $3 \times 6 \times 2 = 5$ ヲ乘ズレバ下ノ如シ。

$(3 \times 6 \times 2) \times 5 = 3 \times 6 \times 2 \times 5$, (67. = 據ル) $= 3 \times 6 \times (2 \times 5)$.

(第三) 除法ニ於テ實ト法ニ同數ヲ乘ズルモ或ハ之ヲ同數ニテ除スルモ其商ハ變ヒズ。

實ヲ 6, 法ヲ 3, 同數ヲ 2 トスレバ下ノ如シ。

$(6 \times 2) \div (3 \times 2) = 6 \times 2 \div 3 \div 2$, (70.) $= 6 \times 2 \div 2 \div 3$, (69.)
 $= 6 \div 3$.

(第四) 除法ニ於テ實ニ或數ヲ倍スレバ商モ亦タ或數丈ケ倍ス。
實ヲ 6, 法ヲ 3 トスレバ商ハ $6 \div 3$ ナリ又或數ヲ 2 トスレバ

$(6 \times 2) \div 3 = (2 \times 6) \div 3$, (66. = 據ル) $= 2 \times 6 \div 3$, (67. = 據ル)
 $= 2 \times (6 \div 3) = (6 \div 3) \times 2$. (66. = 據ル)

(第五) 除法ニ於テ法ニ或數ヲ倍スレバ商ハ或數ニテ除シタルモノニ等シ。

$6 \div (3 \times 2) = 6 \div 3 \div 2 = (6 \div 3) \div 2$.

(第六) 或數ニテ壹數ヲ除スルハ壹數中ニ含ム或數ニ等シキ因子ヲ省キ去ルナリ 壹數ヲ 30 トシ或數ヲ 2 トスレバ

$30 = 5 \times 3 \times 2$, 故ニ $30 \div 2 = (5 \times 3 \times 2) \div 2 = 5 \times 3 \times 2 \div 2$,
 $= (5 \times 3) \times (2 \div 2) = 5 \times 3$.

(第七) 或數ヲ第壹數ニテ除シタル後チ第貳數ヲ乘ズルハ第貳數ヲ乘シタル後チ第壹數ニテ除スルニ等シ。

$6 \div 3 \times 2 = (6 \div 3) \times 2 = 2 \times (6 \div 3) = 2 \times 6 \div 3 = 6 \times 2 \div 3$.

(第八) 加, 減, 乘, 除ノ四符號ヲ以テ連接セル式ヲ運算スルハ乘, 除チナシタル後チ加, 減ヲ施スナリ。

1. $6 + 3 \times 2 = 6 + (3 \times 2) = 6 + 6 = 12$.

2. $6 - 3 \times 2 = 6 - (6 \times 2) = 6 - 6 = 0$.

3. $6 \times 3 + 2 = (6 \times 3) + 2 = 18 + 2 = 20$.

4. $6 \times 3 - 2 = (6 \times 3) - 2 = 18 - 2 = 16$.

5. $6 + 4 \div 2 = 6 + (4 \div 2) = 6 + 2 = 8$.

6. $6 - 4 \div 2 = 6 - (4 \div 2) = 6 - 2 = 4$.

7. $6 \div 2 + 3 = (6 \div 2) + 3 = 3 + 3 = 6$.

8. $6 \div 2 - 3 = (6 \div 2) - 3 = 3 - 3 = 0$.

例題 八

1. $3 - 2 + 6$ ヨリ幾許ヲ減セハ $7 - 2 - 1$ トナルカ。

2. $(3 - 2 - 12) \times 5$ ト $(3 - 1 + 13) \times 4$ ト何レカ大ナリヤ。

3. $12 \times 5 \times 3 = 2$ ヲ乘ズレバ $12 \times 10 \times 3 =$ 等シ其證如何。

4. $7 - (8 - 3 + 2) = 7 - 8 + 3 - 2$ ノ證如何。

次ノ諸式ノ價ヲ求ム。

5. $18 - (3 - 7)$. 6. $1 - (2 - 9 + 3)$. 7. $6 \times (7 - 2 + 1)$.

8. $(1536 - 1392) \div (29 \div 7)$.

9. $(1536 - 487) - 1392 \div 29 + 7 \times 5$.

10. $756 \times 3 - 25 \times 16 + 3 \times 3$. 11. $524 \div 4 - 1392 \div (29 - 5)$.

12. $1536 - 1392 \div 29 + 16$. 13. $5880 \div (167 - 132) \times 6$.

14. $59256 \div 72 \times 91 \div (130 - 117)$.

15. $19 \times 20 \times 21 \div (3 \times 5 \times 14 \div 2)$.

16. $(7 + 75) \times 43 + (4698 + 315) \div 9$ ヲ $85 - (16 \div 2 + 4 \times 7)$ ニテ除セヨ。

17. $3 \times (4 - 5 \times (6 - 7 \times (8 - 9 \times (10 - 11))))$.

18. $1 - (2 - (3 - (4 - (5 - (6 - (7 - (8 - (9 - (10 - 11))))))))$.

四基法之諸術

74. 四基法之諸術 ハ四基法之三定理及ビ第貳編四基法ノ理ニヨリテ解明スル法ナリ。

75. 不等號 $<$ 或ハ $>$ ナ用ヒタル $3 < 4$ 或ハ $4 > 3$ ハ 3 ハ 4 ヨリ小或ハ 4 ハ 3 ヨリ大ナルヲ示スモノナリ。

乗除定位之界限

(初學者ハ姑ク措クモ可ナリ)

76. 乗除定位之界限 ハ下ノ如シ。

(第壹) 兩數ノ積ノ位數ハ兩數ノ各位數ノ和ニ等シキカ或ハ此和ヨリ壹位少ナキモノニ等シ。

例ハバ兩數ヲ 375 及ビ 85 トスレバ

$$375 > 100 \dots 3 \text{ 位}, \quad 85 > 10 \dots 2 \text{ 位}, \quad \text{之ヲ相乘スレバ}$$

$$375 \times 85 > 1000 \dots \text{即}(3+2-1) \text{ 位} = 4 \text{ 位ノ最小數ヨリモ大ナリ},$$

故ニ 375×85 ハ 4 位以下ノナシ。

$$\text{又 } 375 < 1000 \dots 4 \text{ 位}, \quad 85 < 100 \dots 3 \text{ 位}, \quad \text{之ヲ相乘スレバ}$$

$$375 \times 85 < 100000 \dots \text{即}(4+3-1) \text{ 位} = 6 \text{ 位ノ最小數ヨリモ小ナリ},$$

故ニ 375×85 ハ 6 位トナルヲナク即チ其以下ナリ。

之ニ由テ 3 位數ト 2 位數ノ相乘積ノ位數ハ $3+2$ 即 5 位ニ等シキカ或ハ $3+2-1$ 即チ 4 位ニ等シキヲ知ル。

餘論 兩數ノ各首位ノ數字ノ相乘積 2 位トナルキハ兩數ノ積ノ位數ハ兩數ノ位數ノ和ニ等シ、例ハバ 375×85 ニ於テ $3 \times 8 = 24$ 即 2 位ナルガ故ニ 375×85 ノ位數ハ $3+2=5$ 位ナリ。

又兩數ノ各首位ノ數字ノ積壹位ナル時ト雖モ首位ト其次ギノ諸位ヲ連結シタル數ノ積ノ位數其連結セシ位數ノ和ニ等シキハ兩數ノ積ハ兩數ノ位數ノ和ニ等シ。

(第貳) 諸數ノ連乘積ノ位數ハ各數ノ位數ノ和ト此和ヨリ各數ノ數ニ壹ツ少ナキ數ヲ減シタル數トノ間ダニアリ。

例ハバ 2516, 956 及ビ 28 ノ三數ニ於テハ下ノ如シ。

$$\left. \begin{array}{l} 2516 > 1000 \dots 4 \text{ 位} \\ 956 > 100 \dots 3 \text{ 位} \\ 28 > 10 \dots 2 \text{ 位} \end{array} \right\} \text{之ヲ連乘スレバ}$$

$$2516 \times 956 \times 28 > 1000000 \dots 4 \text{ 位ト } (3-1) \text{ 位ト } (2-1) \text{ 位ノ和} \\ = (4+3+2-2) \text{ 位} = 4+3+2-(3-1) \text{ 位}.$$

故ニ積ノ位數ハ三數ノ位數ノ和ヨリ 3 數ニ 1 少ナキ數ヲ減シタル位ノ最小數ヨリ大ナルヲ以テ此位數ヨリ小ナルヲナシ。

$$\left. \begin{array}{l} \text{又 } 2516 < 10000 \dots 5 \text{ 位} \\ 956 < 1000 \dots 4 \text{ 位} \\ 28 < 100 \dots 3 \text{ 位} \end{array} \right\} \text{之ヲ連乘スレバ}$$

$$2516 \times 956 \times 28 < 1000000000 \dots 5 \text{ 位ト } 3 \text{ 位ト } 2 \text{ 位ノ和} \\ = (4+3+2+1) \text{ 位},$$

故ニ三數ノ積ノ位數ハ各位數ノ和ニ 1 多キ位數ノ最小數ヨリ小ナルヲ以テ各位數ノ和ヨリ大ナルヲ無シ。

(第三) 除法ニ於テ商ノ位數ハ實ノ位數ヨリ法ノ位數ヲ減シタルモノニ等シキカ或ハ之ヨリ壹位多シ。

例ハバ 5248 ナ實トシ 98 ナ法トスレバ商ハ $5248 \div 98$,

$5248 > 1000, 100 > 98$ 雙方ヲ乘ズレバ $5248 \times 100 > 98 \times 1000$, 雙方ヲ 100×98 除ス $5248 \times 100 \div (100 \times 98) > 98 \times 1000 \div (100 \times 98)$ 即 $5248 \div 98 > 10$ 故ニ $(4-2)$ 位ノ最小數ヨリ大ナルヲ以テ $(4-2)$ 位ヨリ少ナキヲナシ又 $5248 < 10000, 10 < 98$ トスレバ同法ニヨリ $5248 \div 98 < 1000$ 故ニ $(4-2+2)$ 位ノ最小數ヨリ小ナルヲ以テ此位數ニ至ルヲナク即チ $(4-2+2)$ 位ヨリ以上トナラザルナリ。

故ニ商ノ位數ハ實ノ位數 4 ヨリ法ノ位數 2 ヲ減シタル $4-2$ 位ニ等シキカ或ハ $(4-2+1)$ 位ニ等シ。(59.ノ規則ヲ參照セヨ)

簡乘法

77. 簡乘法 = 三法アリ下ノ如シ.

(第壹) 或數ニ9ヨリ成ル數ヲ乘ズルニハ或數ノ右ニ乘數ノ位數丈ケ0ヲ附シ之ヨリ或數ヲ減ズベシ.

例ヘバ或數ヲ728トシ乘數ヲ99トスレバ
728 x 99 = 728 x (100 - 1) = 728 x 100 - 728 x 1, (68. = 據ル)
= 72800 - 728.

(第貳) 長乘法ヲ短乘法トナスノ法即チ或數ニ乘位數ヲ乘ズルニハ乘數ノ凡ベテノ因子ヲ逐次ニ或數ニ乘ズルニ等シ.

例ヘバ754 = 84ヲ乘ズルニハ84 = 7 x 4 x 3トシ下ノ如クス.
754 x 84 = 754 x (7 x 4 x 3) = (754 x 7) x 4 x 3, (67.)
= 5278 x 4 x 3 = (5278 x 4) x 3, (67.) = 21112 x 3 = 63336.

通法
754
5278
21112
63336
上ノ理ニヨリ
テ明ラカナリ.

(第三) 乘數中ノ或壹項ハ他ノ項ノ若干倍ニ當ルキ先ヅ他項ト被乘數ノ積ヲ求メ次ニ其積ヲ前ノ若干倍トナシ之ヲ或壹項ト被乘數ノ積トナシ此ノ如ク求メタル諸積ノ和ヲ全積トス.

例ヘバ9834 = 2736ヲ乘ズルニ於テ27 = 9 x 3, 6 = 3 x 2ナルガ故ニ(67. = ヨリテ下ノ如シ)

9834
2736
295020 = 9834 x 30
59004 = 29502 x 2 = (9834 x 3) x 2 = 9834 x 6
26551800 = 29502 x 900 = (9834 x 3) x 900 = 9834 x 2700.
26905824 = 9834 x 2736

78. 簡除法 ハ長除法ヲ短除法トナスノ法ナリ.

(第壹) 或數ヲ乘位數ニテ除スルニハ乘位數ノ凡ベテノ因子ニテ逐次ニ或數ヲ除スルニ等シ.

例ヘバ63336ヲ84ニテ除スルニハ84 = 7 x 4 x 3トシ下ノ如クス.
63336 ÷ 84 = 63336 ÷ (7 x 4 x 3) = 63336 ÷ 7 ÷ (4 x 3), (70.)
= 9048 ÷ 4 ÷ 3 = 2262 ÷ 3 = 754.

通法
63336
9048
2262
754
上ノ理ニヨリ
テ明ラカナリ.

(第貳) 或數ヲ乘位數ノ壹位因子ニテ逐次ニ除スルキ殘數アルヲ此商ヲ求ム. 例ヘバ3681ヲ84ニテ除スルニ第壹ノ如ク7ニテ除スレバ3681 ÷ 7 = 525... 殘6故3681 = 525 x 7 + 6, (57. 第三)

又525 ÷ 4 = 131... 殘1, 故525 = 131 x 4 + 1, 之ヲ前式ニ代用スレバ即3681 = (131 x 4 + 1) x 7 + 6 = 131 x 7 x 4 + 1 x 7 + 6,

又131 ÷ 3 = 43... 殘2, 故131 = 43 x 3 + 2 之ヲ前式ニ代用スレバ

3681 = (43 x 3 + 2) x 7 x 4 + 1 x 7 + 6,
即3681 = 43 x 7 x 4 x 3 + 2 x 7 x 4 + 1 x 7 + 6 雙方ヲ7 x 4 x 3 除スレバ
3681 ÷ (7 x 4 x 3) = 43... 殘2 x 7 x 4 + 1 x 7 + 6.

今3681 ÷ (7 x 4 x 3) > 43 ナルヲ明ラカナリ.

次ニ3681 ÷ (7 x 4 x 3) < 43 + 1 ナルヲ證セントス.

131 = 43 x 3 + 2 ナルカ故ニ131 < 43 x 3 + 3 = 44 x 3,

即チ44 x 3 > 131 ヨリ大ナルカ故ニ132 ヨリ小ナラス.

又同法ニ由テ525 < 132 x 4 而シテ44 x 3 x 4 > 525, 小ナラサルガ故ニ44 x 3 x 4 > 525,

即チ44 x 3 x 4 > 526 ヨリ小ナラス,

又3681 < 526 x 7 故ニ3681 < 44 x 3 x 4 x 7,

∴ 3681 ÷ (7 x 4 x 3) < 44.

之ニ由テ商ハ44 ヨリ小ナリ故ニ43ヲ商トス.

通法
$$\begin{array}{r} 7) \overline{3681} \\ 4) \overline{525} \dots \dots \dots \text{残} 6 \\ 3) \overline{131} \dots \dots \text{残} 1 \times 7 = 7 \\ \quad \underline{43} \dots \dots \text{残} 2 \times 7 \times 4 = 56 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{全残} = 6 + 7 + 56 = 69, \\ \therefore 3681 \div 84 = 43 \dots \text{残} 69. \end{array}$$

例題九

1. 45896 × 999.
2. 78945 × 9999.
3. 43896 × 357.
4. 58327 × 21318.
5. 573042 × 24816.
6. 736 × 24.
7. 538 × 56.
8. 7856 × 144.
9. 435 ÷ 15.
10. 15290 ÷ 42.
11. 5855 ÷ 168.
12. 789789 ÷ 504.

方乘法

79. 方乘法 トハ同因子ヲ幾回モ乗スル法ニシテ之ヲ自乗トモイフ、同因子ヲ貳回乗セシ積ヲ其因子ノ平方、三回乗セシ積ヲ立方、四回、五回等乗セシ積ヲ四方、五方等トイフ。

80. 指數* トハ同因子ヲ自乗セシ回数ヲ示スモノニシテ其因子ノ右肩ニ小數字ニテ記ス 5^3 ハ 5 ノ立方ヲ示スカ如シ。

81. 異方乗之兩同因子相乗 ハ兩指數ノ和ヲ其因子ノ指數トナスモノニ等シ。

例ハハ $8^3 \times 8^2 = (8 \times 8 \times 8) \times (8 \times 8) = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^5 = 8^{3+2}$.

82. 或數之某方乗 ハ其諸因子ノ某方乗ニ等シ。

例ハハ $84^3 = (7 \times 4 \times 3)^3 = (7 \times 4 \times 3) \times (7 \times 4 \times 3) \times (7 \times 4 \times 3) = 7 \times 7 \times 7 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 7^3 \times 4^3 \times 3^3$.

83. 異方乗之兩同因子除法 ハ被除數ノ指數ヨリ除數ノ指數ヲ減シタル差ヲ商ノ指數トス。

$8^5 \div 8^2 = 8^{5-2} \div 8^2 = 8^3 \times 8^2 \div 8^2 = 8^3 = 8^{5-2}$.

* 指數 (index or exponent) ハ 羅句ノ indicere 或ハ exponere ニシテ指前ノ意ナリ。

餘論壹 或數ノ壹方乗ハ其數ナリ。例ハハ

$8^3 \div 8^2 = 8^{3-2} = 8^1$, 又 $8^3 \div 8^2 = 8 \times 8 \times 8 \div (8 \times 8) = 8$,
故ニ $8^2 = 8$.

餘論貳 或數ノ零方乗ハ 1 ニ等シ。例ハハ

$8^2 \div 8^2 = 8^{2-2} = 8^0$, 又 $8^2 \div 8^2 = 1$, 故ニ $8^0 = 1$.

84. 或方乗數之方乗 ハ方乗數ノ指數ニ其方乗スヘキ指數ヲ乗スヘシ。

例ハハ $(5^3)^4 = (5 \times 5 \times 5)^4 = 5^4 \times 5^4 \times 5^4$, $(82.) = 5^{12} = 5^{3 \times 4}$.

85. 兩數之和之平方 ハ兩數各平方ト兩數相乗ノ2倍トノ和ニ等シ。

$(5+3)^2 = (5+3) \times (5+3) = (5+3) \times 5 + (5+3) \times 3$, (68.)
 $= 5^2 + 3 \times 5 + 5 \times 3 + 3^2 = 5^2 + 3^2 + 2 \times (5 \times 3)$.

86. 兩數之差之平方 ハ兩數各平方ノ和ヨリ其相乗ノ2倍ヲ減セシモノニ等シ。

$(5-3)^2 = (5-3) \times (5-3) = (5-3) \times 5 - (5-3) \times 3$, (68.)
 $= 5^2 - 3 \times 5 - (5 \times 3 - 3^2)$
 $= 5^2 - 3 \times 5 - 5 \times 3 + 3^2$, (65.)
 $= 5^2 + 3^2 - 2 \times (5 \times 3)$.

87. 兩數各平方之差 ハ兩數ノ和ト差ノ相乗積ニ等シ。

例ハハ兩數ヲ 5, 3 トスレバ其和ハ $5+3=8$ 其差ハ $5-3=2$ ナリ。
 $(5+3) \times (5-3) = 5 \times (5-3) + 3 \times (5-3)$, (68.)
 $= 5^2 - 5 \times 3 + 5 \times 3 - 3^2$, (68.) 即 $(5+3) \times (5-3) = 5^2 - 3^2$.

例題拾

1. $5^3 \times 5^3 \times 5$.
2. $7^5 \times 7^4 \times 7^6$.
3. $7^{14} \div (7^3 \times 7^2)$.
4. $100^5 \div 100^3$.
5. $7^5 \div 7^4$.
6. $18^2 \div (2^2 \times 3^3)$.
7. $(5^2 \times 2^3 \times 3^5)^4$.
8. $5^6 \times 6^5 \times 15^2 \div 3^2 \div 5^8 \div 2^4 + 5^0 + 2^0 + 3^0$.

九去法

88. 倍數 或數ヲ他數ニテ殘リナク除シ得ベキ時ハ或數ヲ他數ノ倍數トイフ.

例ハバ 35ハ5ノ倍數, 18ハ9ノ倍數ナルガ如シ.

89. 九去法* トハ或數ヨリ9ノ倍數ヲ去リタル後ヲ其殘數ヲ求ムル法ニシテ即チ或數ヲ9除シタル殘數ヲ求ムルノ簡法ナリ.

90. 九去法之原則 凡ベテノ數ハ9ノ倍數ニ各位ノ數字ノ和ヲ加ヘタルモノニ等シ.

(第壹) 10ノ某方乘ハ9ノ倍數ニ1ヲ加ヘタルモノナリ.

10=9+1=9ノ倍數+1, 10^2=100=99+1=9x11+1=9ノ倍數+1, 10^3=1000=999+1=9x111+1=9ノ倍數+1.

(第貳) 24573ナル數ニ於テハ下ノ如シ.

24573=20000+4000+500+70+3, (36. 第貳) =2x10000+4x1000+5x100+7x10+3, (第壹ニヨリテ) =2x(9ノ倍數+1)+4x(9ノ倍數+1)+5x(9ノ倍數+1)+7x(9+1)+3 = (2x9ノ倍數+4x9ノ倍數+5x9ノ倍數+7x9)+2+4+5+7+3 =9ノ倍數+(2+4+5+7+3).

(第三) 24573ヲ9除シタル殘數ヲ求ム.

24573=9ノ倍數+(2+4+5+7+3), (第貳)=9ノ倍數+21, =9ノ倍數+(9ノ倍數+2+1)=9ノ倍數+3, 故ニ殘=3.

簡法 24573ニ於テ第四位4ト第三位5ノ和ハ4+5=9又第五位2ト第貳位7ノ和モ9ナルガ故ニ之ヲ省去シ24573トナセバ唯3壹ツ殘スベシ故ニ殘=3ナルヲ知ル.

*九去法及ビ拾壹去法ハ第四編ニ示スヘキ術ナレド四基法ノ驗算ニ適用スル法ナラバ故ニ此編ニ示シタリ

91. 加法之驗算 四數ノ和ヲ驗スル下ノ如シ.

81364=9ノ倍數+4 (90. 第三)
27632= " +2 "
38507= " +5 "
67549= " +4 "
9ノ倍數+6=215052
15=9ノ倍數+6.

上ノ如ク四數ノ各ヨリ9ノ倍數ヲ去リ其各殘數ヲ加ヘ其和ヨリ9ノ倍數ヲ去レバ殘リハ6トナル又四數ノ和ヨリ9ノ倍數ヲ去レバ其殘リモ亦タ6トナル其兩殘數異ナルキハ和ニ誤リアリ等シキハ大概誤リナシトス.

92. 減法之驗算 今下ニ兩場合ノ例ヲ示ス.

(第壹) 176543=9ノ倍數+8
85674= " +3
9ノ倍數+5=90869
(第貳) 51786531=9ノ倍數+0
23456780= " +8
5,9ノ倍數+1=28329751
1.

第壹ハ兩數ノ差ト各數トヨリ9去シタル殘數等シキガ故ニ大概誤リナシ第貳ハ被減數ハ9去シタル殘數0ニシテ減數ハ8ナルヲ故ニ被減數ノ9ノ倍數ヨリ9ヲ壹ツ取リテ之ヨリ8ヲ減シ即チ9-8=1ヲ得差ノ9去殘數1ト等シキガ故ニ亦タ大概運算ニ誤リナシトス.

93. 乘法之驗算 47ト61ノ相乘ニ於テハ

47=9ノ倍數+2, 61=9ノ倍數+7. (通法)
47x61=(9ノ倍數+2)x61, 47=9ノ倍數+2
=9ノ倍數x61+2x61, 61= " +7
=9ノ倍數+2x(9ノ倍數+7), 47 14...殘5
=9ノ倍數+2x9ノ倍數+2x7, 282
=9ノ倍數+2x7, 2867=9ノ倍數+5...殘
=9ノ倍數+5. 故積ノ殘=5.

94. 除法之驗算 1348703ヲ498ニテ除シタル運算ヲ驗スル下ノ如シ.

$$\begin{array}{r}
 498)1348708(2708 \\
 \underline{996} \\
 3527 \\
 \underline{3486} \\
 4108 \\
 \underline{3984} \\
 124\dots\dots\text{殘}
 \end{array}$$

即 $1348708=498 \times 2708 + 124$.
 但シ $1348708=9$ ノ倍数+4,
 $498 \times 2708=9$ ノ倍数+6, (93.ニ據ル)
 $124=9$ ノ倍数+7,
 故 $498 \times 2708 + 124=9$ ノ倍数+6+7=9ノ倍数+4,
 即チ兩殘數ハ4ナルヲ知ル.

(通法)

	殘 8.....2708
	殘 3....498) 1348708....殘 4,
}	殘 6.....24
	996
	3527
	3486
	4108
加	3984
	124
	殘 4...13.

例題拾壹

1. 除法ヲ用ヒズシテ 972530ヲ9除シタル殘數ヲ求ム.
2. $4567 \times 293=1348131$ 此積ハ誤リアリト否ヤ.
3. $728 \times 123 - 586 \times 92$ ヲ9除シタル殘數ヲ求ム.

拾壹去法

95. 拾壹去法 ハ或數ヨリ11ノ倍数ヲ去リタル後チ其殘數ヲ求ムルノ法ニシテ即チ或數ヲ11除シタル殘數ヲ求ムルノ簡法ナリ.

96. 拾壹去法之原則 凡ベテノ數ハ拾壹ノ倍数ニ奇位數字ノ和ヨリ偶位數字ノ和ヲ減シタル殘數ヲ加ヘタルモノナリ.

若シ奇位數字ノ和ガ偶位數字ノ和ヨリ小ナレバ奇位數字ノ和ニ11或ハ11ノ倍数ヲ加ヘ之ヨリ偶位數字ノ和ヲ減シタル殘數ヲ11ノ倍数ニ加フベシ.

(第壹) 10ノ奇數方乘ハ11ノ倍数ヨリ1ヲ減シ10ノ偶數方乘ハ11ノ倍数ニ1ヲ加ヘタルモノニ等シ.

例ハバ	$10=$	$11-1=11$ ノ倍数-1.
	$10^2=100=$	$99+1=9 \times 11+1=$ " +1.
	$10^3=1000=$	$1001-1=91 \times 11-1=$ " -1.
	$10^4=10000=$	$9999+1=909 \times 11+1=$ " +1.
	$10^5=100000=$	$100001-1=9091 \times 11-1=$ " -1.以下同理

(第貳) 789367ニ於テハ下ノ如シ.

$$\begin{aligned}
 789367 &= 7 \times 100000 + 8 \times 10000 + 9 \times 1000 + 3 \times 100 + 6 \times 10 + 7, \\
 &= 7 \times (11 \text{ノ倍数} - 1) + 8 \times (11 \text{ノ倍数} + 1) + 9 \times (11 \text{ノ倍数} - 1) \\
 &\quad + 3 \times (11 \text{ノ倍数} + 1) + 6 \times (11 - 1) + 7, \\
 &= 11 \text{ノ倍数} + (8 + 3 + 7) - (7 + 9 + 6), \text{ 奇數位ノ和} = 8 + 3 + 7 = 18. \\
 &= \text{" } + 18 - 22, \quad \text{偶數位ノ和} = 7 + 9 + 6 = 22. \\
 &= \text{" } + 11 + 18 - 22, \quad \text{故} = 11 + 18 - 22 = 7. \text{ (原則)} \\
 &= \text{" } + 7.
 \end{aligned}$$

即チ 789367ヲ11除スレバ7殘ルナリ.

9491
 11
 8801
 789367

97. 乘法之驗算 11去法ニヨリ四基法ヲ驗算スルハ
9去法ト等シキガ故ニ此ニ唯乘法ノ驗算ノミヲ示ス.

$$67853 \times 2976 \text{ノ積ノ} 201930528 \text{ノ正否ヲ驗ス.}$$

67853 = 11ノ倍数 + 5 (96. 第貳)	}	乘
2976 = " + 6 " "		
<u>407118</u>		30 = 11ノ倍数 + 8 殘
474971		
610677		
<u>135706</u>		
<u>201930528 = 11ノ倍数 + 8 殘</u>		

兩殘數各8トナルガ故ニ大概誤リナシトス.

98. 九及拾壹去法餘論 上ニ示シタル諸驗算ニ於
テ兩殘數等シキハ誤リナシトイフ結論ニ大概ナル語ヲ用ヒタリ
是レ他無シ兩殘數異ナレバ運算ニ必ラズ誤リアリト斷言シ得ベ
キモ兩殘數等シキトキハ必ラズ誤リ無シト斷言シ得ベカラザル
ヲ以テナリ抑モ9去法ハ數字ノ和等シキ數ニ於テハ其價異ナルモ
其殘數ハ等シ又11去法ハ奇數位ノ數字ノ和ト偶數位ノ數字ノ和
トノ差等シキ數ハ其價異ナルモ亦タ其殘數ハ等シカラザルヲ得
ズ故ニ此ノ如キ場合ニアリテハ運算ノ正シキヤ否ヤヲ判決シ難
シ然レモ實際ニ於テハ此ノ如キ場合ニ落ツルハ多クアラザル
モノトス而シテ9去法ト11去法トノ雙方ノ驗算ニ合スルモハ益
々此場合ニ落ツルハ少ナキモノトス.

例題拾貳

1. 九去法ト拾壹去法トヲ用ヒ $738 \times 25 = 19350$ ヲ驗セヨ.
2. $58925 \div 11$ ノ殘數ヲ除法ニヨラズシテ求ム.
3. $10^7 = 1$ ヲ加フレバ11ノ倍数ナリ其證如何.
4. $73489 = 幾許$ ヲ加レバ11ニテ除シ得ベキカ.

雜題貳

1. 配分定理ニ據テ或數ニ0ヲ乘シタル積ハ0トナルヲ示セ例ヘバ $8 \times 0 = 0$.
2. $7 = 3$ ヲ乘シ其積ニ5ヲ加フルノ式ヲ示セ.
3. 7ヲ5除シ之ニ3ヲ乘シタル式ヲ示セ.
4. 5ト3ノ相乘積ニテ7ヲ除シタル式ヲ示セ.
5. 7ヲ3倍シ之ニ2ヲ加ヘ其和ニ5ヲ乘シ之ヲ7ニ8ヲ乘シタル積ニテ除スル式ヲ示セ.
6. $6^2 - 5^2 = (6+5) \times (6-5)$ ヲ言語ニテ示セ.
7. 11ト3ニ如何ナル同數ヲ乘セバ其差24トナルベキカ.
8. 11ト3ニ如何ナル同數ヲ乘セバ其和70トナルベキカ.
9. 56×64 ノ積ヲ87ノ法ニテ求ム.
10. 387659 ト 85672 ノ積ヲ三層ノ積ノ和ニテ求メヨ.
11. 999ノ四方乘ヲ簡乘法ニテ求メヨ.
12. $56 \times 2 = 112$ ヲ用ヒテ 56×98 及ビ 56×198 ヲ求メヨ.
13. 2^{16} ハ何位ナリヤ.
14. 91×986 ノ積ハ何位ナリヤ之ヲ示セ.
15. 千以下ノ數ニテ27ノ方乘數ハ幾ツアリヤ.
16. 百以下ノ數ニテ3ノ方乘數ノ最大ナル數ヲ求ム.

設問

1. 互換定理, 結合定理, 配分定理トハ何ゾヤ.
2. 指數トハ何ゾヤ, 指數ト方乘ノ區別ヲ示セ.
3. 九去法及ビ拾壹去法ノ驗算ニ於テ誤算ヲ發見スル能ハザルヲアリ此場合ヲ示セ.

第四編

整數之性質

倍數及約數之性質

99. 倍數及約數 甲數ニテ乙數ヲ整除(残り無ク除スル)シ得ベキキ乙ヲ甲ノ倍數、(88.) 甲ヲ乙ノ約數トイフ。

例ヘバ6ハ24ヲ整除シ得、故ニ24ハ6ノ倍數、6ハ24ノ約數ナリ。

100. 倍數及約數之原則 ハ下ノ如シ。

(第壹) 甲數ガ乙數ノ倍數ナルキ甲數ノ若干倍モ亦タ乙數ノ倍數ナリ即乙數ガ甲數ノ約數ナルキ亦タ甲數ノ若干倍ノ約數ナリ。

例ヘバ24ハ6ノ倍數ナリ今24ノ5倍モ亦タ6ノ倍數ナルヲ示ス即 $24 \times 5 \div 6 = 5 \times 24 \div 6$, (66.) $= 5 \times (24 \div 6)$, (67.) $= 5 \times 4$ 。

(第貳) 甲數ガ乙丙兩數ノ約數ナルキ亦タ兩數ノ和或ハ差ノ約數ナリ即乙丙兩數ガ各々甲數ノ倍數ナルキ兩數ノ和或ハ差モ甲數ノ倍數ナリ。

例ヘバ2ハ6, 4ノ約數ナリ故ニ $6+4$ 或ハ $6-4$ ノ約數ナリ。(71.)

101. 別解 4斗俵入ノ米俵ノ斗數ハ4斗ノ倍數ナリ故ニ壹俵ノ5倍即チ5俵モ又8俵ト6俵ノ差2俵モ皆4斗俵ナルヲ以テ4斗ノ倍數ナルヲ明ラカナリ即チ前兩原則ノ簡解トス。

整除數之性質

102. 偶數及奇數 整數ハ凡ベテ偶數ト奇數ノ貳種ヨリ成ル偶數ハ2ニテ整除シ得ベキ數ニシテ奇數ハ2ニテ整除シ得ベカラザルモノナリ。

103. 或數之倍數 凡ベテノ數ハ其因子ニテ整除シ得ベシ。

例ヘバ56ハ8ノ因子ヲ有ス故ニ $56 = 7 \times 8 = 8$ ノ倍數即チ8ノ倍數ハ8ニテ整除シ得ベシ。(99.)

104. 貳之倍數 或數ノ最後ノ壹位ノ數ガ2ニテ整除シ得可キキハ其數ハ2ニテ整除シ得ベシ。

例ヘバ354ニ於テ4=2ノ倍數、10=5×2=2ノ倍數。

$354 = 350 + 4$, (36. 第貳) $= 35 \times 10 + 4 = 35 \times 2$ ノ倍數+2ノ倍數=2ノ倍數+2ノ倍數、(100.) $= 2$ ノ倍數。

餘論 或數ノ最後ノ壹位0ナレバ其數ハ2ニテ整除シ得ベシ。

105. 四之倍數 或數ノ最後貳位ノ數ガ 2^2 即4ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ 2^2 即4ニテ整除シ得可シ。

例ヘバ324ニ於テ24=4ノ倍數、100=25×4=4ノ倍數。

$324 = 300 + 24 = 3 \times 100 + 24 = 3 \times 4$ ノ倍數+4ノ倍數、
 $= 4$ ノ倍數+4ノ倍數=4ノ倍數

餘論 或數ノ最後ノ貳位0ナレバ其數ハ4ニテ整除シ得ベシ。

106. 八之倍數 或數ノ最後三位ノ數ガ 2^3 即8ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ 2^3 即8ニテ整除シ得ベシ。

例ヘバ7128ニ於テ128=8ノ倍數、1000=125×8=8ノ倍數。

$7128 = 7000 + 128 = 7 \times 1000 + 128$,
 $= 7 \times 8$ ノ倍數+8ノ倍數=8ノ倍數。

餘論 或數ノ最後ノ三位0ナレバ其數ハ8ニテ整除シ得ベシ。

107. 貳之某方乘之倍數 或數ノ最後若干位ノ數ガ其若干數丈ケノ2ノ方乘ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ2ノ其某方乘ニテ整除シ得ベシ。

前例ニヨレバ

或數ノ最後1位ノ數 $=2^1$ ノ倍數ナルキ或數 $=2^1$ ノ倍數

” ” 2 ” $=2^2$ ” ” ” $=2^2$ ”

” ” 3 ” $=2^3$ ” ” ” $=2^3$ ”

故ニ最後若干位ヲ n トスレバ

或數ノ最後 n 位ノ數 $=2^n$ ノ倍數ナルキ或數 $=2^n$ ノ倍數

108. 五之倍數 或數ノ壹位ノ數ガ5ナルキハ其數ハ5ニテ整除シ得ベシ。

例ハバ 725ニ於テ $10=2 \times 5=5$ ノ倍數

$725=720+5=72 \times 10+5=72 \times 5$ ノ倍數 $+5$

$=5$ ノ倍數 $+5=5$ ノ倍數

餘論 倍數ノ最後壹位0ナルキハ其數ハ5ニテ整除シ得ベシ。

109. 廿五之倍數 或數ノ最後貳位ノ數ガ 5^2 即25ノ倍數ナルキハ其數ハ 5^2 即25ニテ整除シ得ベシ。

例ハバ $375=$ 於テ $75=3 \times 25=25$ ノ倍數、 $100=4 \times 25=25$ ノ倍數

故ニ $375=300+75=3 \times 100+75=3 \times 25$ ノ倍數 $+25$ ノ倍數

$=25$ ノ倍數 $+25$ ノ倍數 $=25$ ノ倍數

餘論 或數ノ最後貳位0ナルキハ其數ハ25ニテ整除シ得ベシ。

110. 百廿五之倍數 或數ノ最後三位ノ數ガ 5^3 即125ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ 5^3 即125ニテ整除シ得ベシ。

例ハバ $7625=$ 於テ $625=125$ ノ倍數、 $1000=8 \times 125=125$ ノ倍數

$7625=7000+625=7 \times 1000+625$,

$=7 \times 125$ ノ倍數 $+125$ ノ倍數 $=125$ ノ倍數

餘論 或數ノ最後三位ガ0ナルキハ其數ハ125ニテ整除シ得可シ。

111. 五之某方乘之倍數 或數ノ最後若干位ノ數ガ其若干位數丈ケノ5ノ方乘ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ5ノ其某方乘ニテ整除シ得ベシ。(107.ト同法ナリ)

112. 三及九之倍數 或數ノ各位ノ數ノ和ガ3或ハ9ニテ整除シ得ルキハ其數順次ニ3或ハ9ニテ整除シ得ベシ。

凡ベテノ數ハ9ノ倍數ニ各位ノ數ヲ加ヘタルモノナリ(90.)故ニ各位ノ數字ノ和ガ3ノ倍數ナレバ其數ハ3ニテ整除シ得ベク又9ノ倍數ナレバ9ニテ整除シ得ベキヲ明ラカナリ。

113. 拾壹之倍數 或數ノ奇數位ノ數字ノ和ト偶數位ノ數字ノ和トノ差ガ11ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ11ニテ整除シ得ベシ。

凡ベテノ數ハ11ノ倍數ニ奇位數字ノ和ヲ加ヘ夫レヨリ偶位數字ノ和ヲ減シタルモノニ等シ(96.)故ニ兩位數字ノ兩和ノ差ガ11ノ倍數ナルキハ其數ハ11ノ倍數ナルヲ明ラカナリ。

114. 七之倍數 或數ノ末位ノ數ノ20倍ト上位ノ數ノ差ガ7ニテ整除シ得ベキキハ其數7ニテ整除シ得ベシ。

例ハバ $273=$ 於テ上位數 $=270$ 、末位數 $=3$ 。

$270-3 \times 20=210=30 \times 7=7$ ノ倍數、又 $21=7$ ノ倍數

$273=270+3=270+3 \times (21-20)=270+3 \times 21-3 \times 20$,

$=(270-3 \times 20)+3 \times 21=7$ ノ倍數 $+3 \times 7$ ノ倍數 $=7$ ノ倍數

(應用) 51597ハ7ノ倍數ナルヲヲ驗スルニハ下ノ如クスベシ。

51597

$-140=7 \times 20$

5145

$-100=5 \times 20$

504

$-80=4 \times 20$

42 $=6 \times 7=7$ ノ倍數

故ニ $51597=7$ ノ倍數

51597ニ於テ上位數ハ51590ニシテ

末位 $\times 7$ ナルガ故ニ 7 ノ20倍140ト

上位數51590(51597ト7ヲ消シ置ク)

ノ差5145ヲ得、又前法ヲ繰リ返ヘシ

終ニ42即チ7ノ倍數ヲ得ルナリ。

115. 拾三之倍數 或數ノ末位ノ數ノ40倍ト上位數ノ和ガ13ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ13ニテ整除シ得ベシ.

例ヘバ $273 = 270 + 3 = 270 + 3 \times 40 = 390 = 30 \times 13 = 13$ ノ倍數.
 $273 = 270 + 3 = 270 + 3 \times (40 - 3) = (270 + 3 \times 40) - 3 \times 39$
 $= 13$ ノ倍數 $- 13$ ノ倍數 $= 13$ ノ倍數.

(應用) 3276ハ13ノ倍數ナルヲ驗スル下ノ如シ.

3276	前ノ如ク上位數3270ト末位數6ノ40倍
$+240 = 6 \times 40$	ノ和351ヲ得, 又前法ヲ繰返スキハ終ニ
$\frac{351}{39} = 1 \times 40$	39即13ノ倍數ヲ得ベシ.
$39 = 13$ ノ倍數	17, 19, 23等ノ倍數モ同法ナレバ畧ス.

116. 拾七之倍數 或數ノ末位數ノ50倍ト上位數ノ差ガ17ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ17ニテ整除シ得可シ.

例ヘバ $595 = 590 - 5 = 590 - 5 \times 50 = 17$ ノ倍數, $51 = 17$ ノ倍數.
 $595 = 590 + 5 = 590 + 5 \times (51 - 50) = 590 + 5 \times 51 - 5 \times 50,$
 $= (590 - 5 \times 50) + 5 \times 51 = 17$ ノ倍數 $+ 5 \times 17$ ノ倍數 $= 17$ ノ倍數.

117. 拾九之倍數 或數ノ末位數ノ20倍ト上位數ノ和ガ19ニテ整除シ得ベキキハ其數ハ19ニテ整除シ得ベシ.

例ヘバ $152 = 150 + 2 = 150 + 2 \times 20 = 19$ ノ倍數.
 $152 = 150 + 2 = 150 + 2 \times (20 - 19) = (150 + 2 \times 20) - 2 \times 19,$
 $= 19$ ノ倍數 $- 19$ ノ倍數 $= 19$ ノ倍數.

118. 廿三, 廿九, 三拾壹, 三拾七之倍數 7ノ倍數ヨリ此迄ノ倍數ハ凡ベテ壹ツノ數字ニ0ヲ附セシ數ト各自倍數ノ差ヲ1トナシタルキ或數ノ末位ヲ前ノ數丈ケ倍シ上位數ノ差或ハ和ガ各自ノ倍數トナルキ其或數ハ各自ノ倍數ナルヲ知ルナリ例ヘバ

23ノ倍數ニ於テハ $70 - 69 = 1$ 即末位70倍ト上位數ノ和 $= 23$ ノ倍數.
 29ノ倍數ニ於テハ $30 - 29 = 1$, 又37ノ倍數ニ於テハ $1000 - 999 = 1$.

例題拾三

1. 乘, 除法ヲ用ヒズシテ 11, 9, 4ハ2772ノ因子ナルヲ示セ.
2. 除法ヲ用ヒズシテ 2475ヲ四因子ニ分割セヨ.
3. 6ニテ整除シ得ベキ數ノ性質ヲ示セ.
4. 55ニテ整除シ得ベキ數ノ性質ヲ示セ.
5. 3672ニ如何ナル最小數ヲ加フルカ或ハ減ズレバ25ニテ整除シ得ベキカ.
6. 7201ニ如何ナル最小數ヲ加レバ11ニテ整除シ得ベキカ.
7. 41ニテ除シ得ベキ數ノ性質ヲ示セ.
8. 5ノ5方乘ニテ除シ得ベキ數ノ性質ヲ示セ.

除殘數之性質

119. 除殘數 ハ第貳編ニ説キシ殘數アル除法ナリ.

120. 商之限界 殘數アル除法ニ於テ商ハ其整數ノ商ヨリ大ニシテ整數ノ商ニ1ヲ加ヘタルモノヨリ小ナリ.

例ヘバ 15ニテ36ヲ除スルニ整商2ヲ得テ6殘ル故ニ
 $36 = 15 \times 2 + 6$, (57. 第三)故ニ $36 > 15 \times 2$ 雙方ヲ15除スレバ
 $36 \div 15 > 2$ 又 $36 = 15 \times 2 + 15 - 9 = (2+1) \times 15 - 9$.

故 $36 < (2+1) \times 15$

雙方ヲ15除スレバ $36 \div 15 < 2+1$.

例題拾四

1. 1567ヲ3ニテ除シ其整商ヲ4ニテ除シ又其整商ヲ9ニテ除シタル整商ハ1567ヲ3×4×9除シタル整商ニ等シ其證如何.
2. 648, 896, 576ヲ17除シタル三殘數ノ連乘積ヲ17ニテ除シタル殘數ハ648×896×576ヲ17除シタル殘數ニ等シ其證如何.

諸數之通性

121. 壹般之通性 下ノ如シ.

(第壹) 凡ベテノ數ハ9ノ倍數ニ各位ノ數字ノ和ヲ加ヘタルモノニ等シ。(90.)

(第貳) 凡ベテノ數ハ11ノ倍數ニ奇位數ノ和ヲ加ヘ之ヨリ偶位數ノ和ヲ減シタルモノニ等シ。(96.)

(第三) 凡ベテノ數ハ2ノ方乘ノ和ナリ.

例ヘバ $1=2^0$, $2=2^1$, (83. 餘論) $3=1+2=2^0+1^1$,
 $4=2^2$, $5=1+4=2^0+2^2$, $6=2+4=2^1+2^2$. 以下類推スベシ.

122. 特別之通性 下ノ如シ.

(第壹) 偶數ハ2ノ倍數ナリ.

(第貳) 奇數ハ2ノ倍數ニ1ヲ加ヘ或ハ2ノ倍數ヨリ1ヲ減シタルモノナリ.

(第三) 3ノ倍數ニアラザル數ハ3ノ倍數ニ1ヲ加ヘ或ハ3ノ倍數ヨリ1ヲ減シタルモノナリ.

3ノ倍數ニアラザル數ヲ3除スレバ某商ヲ得テ殘數ハ1或ハ2ナリ(57.) 故ニ3ノ倍數ニアラザル數ニ某商 $\times 3+1=3$ ノ倍數 $+1$ 或ハ $=$ 某商 $\times 3+2=3$ ノ倍數 $+3-1=3$ ノ倍數 -1 .

(第四) 5ノ倍數ニアラザル數ハ5ノ倍數ニ1或ハ2ヲ加フルカ又ハ5ノ倍數ヨリ1或ハ2ヲ減シタルモノナリ.

5ノ倍數ニアラザル數ヲ5除スレバ某商ヲ得テ殘數ハ1, 2, 3, 4ノ内、何レカヲ得ベシ.

故ニ 5ノ倍數ニアラザル數ニ某數 $\times 5+1, +2, +3$ 或ハ $+4$,
 $=5$ ノ倍數 $+1, +2, +3$ 或ハ $+4$,

然ルニ $1=0+1$, $2=0+2$, $3=5-2$, $4=5-1$.

故ニ 5ノ倍數ニアラザル數ニ 5 ノ倍數 $+1, -1, +2$ 或 -2 .

(第五) 7ノ倍數ニアラザル數ハ7ノ倍數ニ1, 2或ハ3ヲ加ヘシカ又ハ7ノ倍數ヨリ1, 2或ハ3ヲ減セシモノナリ.

7ノ倍數ニアラザル數ヲ7除スレバ殘數1, 2, 3, 4, 5, 6ノ内、何レカヲ殘スベシ.

然ルニ $1=0+1$, $2=0+2$, $3=0+3$, $4=7-3$, $5=7-2$, $6=7-1$.

故ニ7ノ倍數ニアラザル數ニ 7 ノ倍數 $+1, -1, +2, -2, +3, -3$.

123. 平方數之通性 下ノ如シ.

(第壹) 最後ノ位ニ0ヲ有スル平方數ハ其0ハ偶數ヲ有スベシ.

例ヘバ $10^2=100$, $100^2=10000$ ノ如シ.

(第貳) 平方數ノ末位ノ數ハ必ラズ0, 1, 4, 5, 6, 9ノ内ナリ.

例ヘバ $0^2=0$ 即チ末位ハ0 又 $1^2=1$, $9^2=81$ 即チ末位ハ1, 又 $2^2=4$, $8^2=64$ 即チ末位ハ4, 又 $5^2=25$ 即チ末位ハ5 又 $4^2=16$, $6^2=36$ 即チ末位ハ6 又 $3^2=9$, $7^2=49$ 即チ末位ハ9ナリ.

上ノ如ク0ヨリ9迄ノ數ノ平方ノ末位ハ0, 1, 4, 5, 6, 9ノ六ツナリ而シテ衆位數ノ上位ハ10ノ倍數ナルガ故ニ末位ハ常ニ此六ツヲ表示ス.

例ヘバ726ノ末位ハ6ナルガ故ニ其平方數ノ末位ハ $6^2=36$ 即チ6ナルヲ示サンニ $726^2=(720+6)^2=(10ノ倍數+6)^2$,
 $= (10ノ倍數)^2 + 2 \times (10ノ倍數) \times 6 + 6^2$ (85.) $= 10ノ倍數 + 6$.

124. 立方數之通性 立方數ノ末位ハ凡ベテノ數字及ビ0ノ内ナリ.

例ヘバ $0^3=0$, $1^3=1$, $8^3=512$, $7^3=343$, $4^3=64$, $5^3=125$,
 $6^3=216$, $3^3=27$, $2^3=8$, $9^3=729$ ノ如ク0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9ノ末位ナリ.

例題拾五

1. 3, 5, 7ノ倍數ニアラザル各平方或ハ各立方數ノ通性如何.
2. 奇數ノ平方ノ第貳位ハ偶數ナリト云フ其證如何.
3. 9ノ倍數ニアラザル五方數ノ通性ヲ示セ.

連續數之性質

125. 連續數 トハ次第ニ1ツツノ差ヲ有スル諸數ノ壹群ナリ例ヘバ4, 5, 6, ハ連續三數, 100, 101 ハ連續貳數ニシテ5, 9, ノ如キハ連續數ニアラズ.

126. 連續貳數之積 ハ 1×2 ニテ整除シ得ベシ.

連續數ハ其差1ツツヲ以テ連續スルガ故ニ奇數ノ次ハ偶數, 偶數ノ次ハ奇數ナリ故ニ連續貳數ノ第壹ガ偶數ナレバ第貳ハ奇數, 第壹ガ奇數ナレバ第貳ハ偶數ニシテ貳數ノ内, 何レカハ偶數ナリ故ニ2ノ倍數ニシテ其積モ亦2ノ倍數ナルヲ明ラカナリ.

例ヘバ $3 \times 4 = 1 \times 2$ ノ倍數, 又 $18 \times 19 = 1 \times 2$ ノ倍數ナルガ如シ.

127. 連續三數之積 ハ $1 \times 2 \times 3$ ニテ整除シ得ベシ.

例ヘバ $3 \times 4 \times 5 = 3 \times 4 \times (3+2) = 3 \times (3 \times 4) + 2 \times 3 \times 4$.

但シ $3 \times 4 = 1 \times 2$ 倍數 (126.)

又 $2 \times 3 \times 4 = 2 \times 3 \times (3+1) = 3 \times (2 \times 3) + 1 \times 2 \times 3$,
 $= 3 \times (1 \times 2 \text{ノ倍數}) + 1 \times 2 \times 3 = 1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數},$

故ニ $3 \times 4 \times 5 = 3 \times (1 \times 2 \text{ノ倍數}) + 1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數} = 1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數}$

同理ニヨリ $4 \times 5 \times 6 = 1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數}$ ナルヲ推知シ得ベシ.

128. 連續四數之積 ハ $1 \times 2 \times 3 \times 4$ ニテ整除シ得ベシ.

例ヘバ $3 \times 4 \times 5 \times 6 = 3 \times 4 \times 5 \times (4+2)$,
 $= 4 \times (3 \times 4 \times 5) + 2 \times 3 \times 4 \times 5$, 但 $3 \times 4 \times 5 = 1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數}$.

又 $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 2 \times 3 \times 4 \times (4+1)$,
 $= 4 \times (2 \times 3 \times 4) + 1 \times 2 \times 3 \times 4$,

$= 4 \times (1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數}) + 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \text{ノ倍數}$

故ニ $3 \times 4 \times 5 \times 6 = 4 \times (1 \times 2 \times 3 \text{ノ倍數}) + 1 \times 2 \times 3 \times 4 \text{ノ倍數}$,
 $= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \text{ノ倍數}$.

同理ニヨリ $4 \times 5 \times 6 \times 7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \text{ノ倍數}$ ナルヲ推知シ得ベシ.

129. 連續若干數之積 ハ1ヨリ起リ若干數迄ニ至ル連續數ノ積ニテ整除シ得ベシ

前諸例ニヨリ $3 \times 4 = 1 \times 2$ ノ倍數.

$3 \times 4 \times 5 = 1 \times 2 \times 3$ ノ倍數.

$3 \times 4 \times 5 \times 6 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$ ノ倍數.

$3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ ノ倍數.

今若干數ヲ n トスレバ

$3 \times 4 \times 5 \times 6 \dots \times$ 至 n 項 $= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \dots \times n$ ノ倍數.

130. 連續偶數 トハ2, 4, 6等ノ如ク2ツツノ差ヲ有スル偶數ニシテ連續數ノ各項ヲ2倍シタルモノナリ.

例ヘバ 連續偶數 $= 2 \times (1+2+3+4 \dots +n) = 2+4+6+8 \dots +2n$.

131. 連續奇數 トハ1, 3, 5等ノ如ク2ツツノ差ヲ有スル奇數ナリ.

132. 連續數之諸定理 ハ下ノ如シ.

(第壹) 1ヨリ起ル連續奇數ノ和ハ其項數ノ平方ニ等シ.

項數 $= 2$, $1+3 = (2-1) + (2+1) = 2 \times 2 = 2^2$.

項數 $= 3$, $1+3+5 = (3-2) + 3 + (3+2) = 3 \times 3 = 3^2$.

項數 $= 4$, $1+3+5+7 = (4-3) + (4-1) + (4+1) + (4+3) = 4^2$.

以下同理.

(第貳) 2ヨリ起ル連續偶數和ハ其項數ノ平方ト項數ノ和ナリ.

項數 $= 2$, $2+4 = 2+2^2$,

項數 $= 3$, $2+4+6 = (3-1) + (3+1) + 3+3 = (3+3+3)+3$,

$= 3+3^2$. 以下同理.

例題拾六

1. 1ヨリ起ル連續數ノ和ヲ求ムル定則ヲ示セ.
2. 連續三偶數ノ積ハ48ニテ整除シ得ベシ其證如何.
3. 某數ノ立方ト其數ノ差ハ6ニテ整除シ得ベシ其證如何.
4. 連續兩奇數ノ各平方ノ差ハ8ノ倍數ナルヲ示セ.

素數之性質

133. 素數 トハ1カ或ハ自己ノ數ヨリ外ノ數ニテハ整除シ得ベカラザルモノヲイフ例ヘバ 2, 3, 5, 7, 11, 13 等ノ如キハ素數ナリ今素數ノ定則ヲ示ス.

(第壹) 素數ハ2ノ外ハ皆奇數ナリ.

何トナレバ偶數ハ凡ベテ2ノ倍數ナルヲ以テナリ.

(第貳) 素數ノ數ハ限リ無シ.

例ヘバ p ナ最大ナル素數トスレバ 2 ヨリ p 迄ノ素數ノ積 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \dots \times p$ ハ $2, 3, 5, 7, \dots, p$ ノ各素數ニテ整除シ得ベシ然ルニ之ニ1ヲ加ヘタル $2 \times 3 \times 5 \times 7 \dots \times p + 1$ ハ素數ナルカ或ハ p ヨリ大ナル素數ニアラザレバ整除スル能ハズ故ニ此貳ツノ場合ハ何レニテモ p ヨリ大ナル素數アルベキヲ示スヲ以テ p ナ如何程大ナル素數トスルモ尙ホ其上ニ大ナル素數アルナリ.

134. 複數 トハ若干ノ素數ノ因子ヲ含ムモノヲイフ即チ 6, 12 等ノ如キ $6 = 2 \times 3$, $12 = 2 \times 2 \times 3$ 等ニシテ複數ナリ

135. 素數探求法 素數ヲ求ムルニハ下ノ貳法アリ.

(第壹) ゑらとせにーす氏ノ消去法*

此法ハ3ヨリ始メ奇數ヲ下ノ如ク記ス(此ニ49迄ヲ示ス)

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29,
31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49.

3ノ次ヨリ1, 2, 3ト計ヘ3ツ目ノ數ヲ消去スレバ3ノ倍數ハ悉ク消去シ得ベシ何トナレバ $9 = 7 + 2 = (5 + 2) + 2 = (3 + 2) + 2 + 2 = 3 + 2 \times 3$.

次ニ5ノ次ヨリ1, 2, 3, 4, 5ト計ヘ5ノ倍數ヲ消去シ次ニ7ノ倍數ヲ消去スレバ残りハ悉ク素數ナリ故ニ50以下ノ素數ハ

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

*ゑらとせにーす氏ハ西紀元前275年ニ生レ191年ニ死ス亞力山大帝ノ人ナリ

(第貳) 或數ヲ設ケ素數ノ平方ガ之ニ次ギテ大ナルモノヲ求メ此素數ヨリ小ナル素數ニテ或數ヲ除シ殘數アルキ或數ハ素數ナリトス.

例ヘバ或數ヲ173トスレバ之ニ次ギテ大ナル某素數平方ハ $17^2 = 289$ ナリ即 $173 < 289$ 雙方ヲ17除スレバ $173 \div 17 < 17$ 故ニ173ガ複數ナレバ17ヨリ小ナル素數因子アリ之ニ由テ17ヨリ小ナル素數因子 13, 11, 7, 5, 3ニテ之ヲ除シ殘數アリ故ニ173ハ素數ナリトス.

136. 素數之諸定理 ナ下ニ示ス.

(第壹) 3ヨリ大ナル素數ハ4ノ倍數ニ1ヲ加フルカ或ハ4ノ倍數ヨリ1ヲ減ジタルモノニ等シ.

3ヨリ大ナル數ヲ4除シタル殘數ハ0, 1, 2, 3ノ内ナリ故ニ3ヨリ大ナル數ハ4ノ倍數, 4ノ倍數+1, 4ノ倍數+2, 4ノ倍數+3ノ内ナリ此内第壹, 第三ハ偶數ナルガ故ニ3ヨリ大ナル素數ハ第貳4ノ倍數+1, 第四4ノ倍數+3即4ノ倍數-1ノ内ナリ

(第貳) 素數ヲ6除スレバ1或ハ5殘ル.

6ヨリ大ナル數ハ6ノ倍數, 6ノ倍數+1, 6ノ倍數+2, 6ノ倍數+3, 6ノ倍數+4, 6ノ倍數+5ノ六種ノ内ナリ, 此内第壹, 第三, 第五ハ偶數ニシテ第四ハ3ノ倍數ナリ故ニ素數ハ第貳6ノ倍數+1或ハ第六6ノ倍數+5, 依テ題言ノ如シ.

例題拾七

1. 40ヨリ100迄ノ間ノ素數ヲ求ム.
2. 1000ニ近キ素數ヲ求ム.
3. 721ハ素數ナリヤ.
4. 661, 539ハ各素數ナリヤ.
5. 1107ハ素數ナリヤ.
6. 7ヨリ大ナル素數ノ通性ヲ求メヨ.

素因子分割法

137. 複數 ハ素因子ニ分割スルヲ得ベシ.

138. 素因子分割法 ノ原則ハ下ノ如シ.

(第壹) 整除數之性質(55頁ヨリ58頁ニ至ル)ニヨリテ或數ヲ整除シ得ベキ除數ヲ求メ之ヲ以テ或數ヲ除ス.

(第貳) 135. 第貳ニヨリテ除シ盡シタル數ノ素數ナリト否ヲ檢知ス.

(第三) 熟練ニヨリテ或數ヲ除スベシ若シ除數ヲ求ムル能ハザルキハ上ノ兩原則ヲ用フベシ.

139. 原則之應用 例ハ 302610 ヲ素因子ニ分割スベシ.

- 5) $\frac{302610}{5} \dots$ 末位0ナルガ故ニ5除ス(108.)
 - 2) $\frac{60522}{2} \dots$ 末位2ナルガ故ニ2除ス(103.)
 - 3) $\frac{30261}{3} \dots$ $3+0+2+6+1=3$ ノ倍數故ニ3除ス(112.)
 - 11) $\frac{10087}{11} \dots$ $(7+0+1)-(8+0)=0=11$ ノ倍數故ニ11除ス(113.)
 - 7) $\frac{917}{7} \dots$ $910-7 \times 20=7$ ノ倍數故ニ7除ス(114.)
131. 135. 第貳ニヨリ素數ナルヲ檢知ス.
即 $302610=5 \times 2 \times 3 \times 11 \times 7 \times 131.$

例題拾八

- 1. 462, 460, 320, 1188. ノ各ヲ素因子ニ分割セヨ.
- 2. 1309, 945, 10000. "
- 3. 1827, 1485, 226800. "
- 4. 55020, 16632, 402325. "
- 5. 508079, 4149173. "
- 6. 259811, 73896433. "

變數

(初學者ハ姑ク措クモ可ナリ.)

140. 變數 トハ若干個ノ物ヲ種々ノ順序ニ並列スル法ナリ今此物ヲ a, b, c, d 等ノ文字トス.

141. 換列 トハ物ノ數丈ケ悉ク並列シタル變數ヲ求ムルノ法ナリ.

- (第壹) 貳物 a, b ノ換列變數ハ 1×2 ナリ.
 a ト b ノ2物ノ換列ハ ab, ba 故ニ $1 \times 2 = 2$ 等シ.
- (第貳) 三物 a, b, c ノ換列變數ハ $1 \times 2 \times 3$ ナリ.
第壹ニヨリ.

3物中 a, b ノ換列ハ ab, ba . 此右ニ c ヲ附ス $ab|c, ba|c$.
同(" a, c " ac, ca " b " $ac|b, ca|b$.
理) " b, c " bc, cb " a " $bc|a, cb|a$.

上ノ如ク a, b ト a, c ト b, c トノ各2物ノ換列ハ $1 \times 2 = 2$ シテ其下ニ c ト b ト a トヲ各附セシ3字ノ列數各 1×2 ナリ3ツ得タリ.
故ニ a, b, c 三物ノ換列ハ $1 \times 2 \times 3$ ナリ.

(第三) a, b, c, d 四物ノ換列變數ハ $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ 等シ.
第貳ニヨリ

4物中 a, b, c ノ換列ハ $abc, bac, acb, cab, bca, cba$.
此右ニ d ヲ附スレバ $abc|d, bac|d, acb|d, cab|d, bca|d, cba|d$.
 d ヲ c ニ代用スレバ $abd|c, bad|c, adb|c, dab|c, bda|c, dba|c$.
 d ヲ b ニ代用スレバ $adc|b, dac|b, acd|b, cad|b, dca|b, cda|b$.
 d ヲ a ニ代用スレバ $dbc|a, bdc|a, dcb|a, cdb|a, bcd|a, cbd|a$.
上ノ如ク第貳ノ三物ノ互列ノ下ニ d ヲ附セシモノ (1) d ノ代リニ c ヲ用ヒシモノ (2) d ノ代リニ b ヲ用ヒシモノ (3) d ノ代リニ a ヲ用ヒシモノ (4) 即 $1 \times 2 \times 3$ ノ列數4ツヲ得タリ.
故ニ a, b, c, d 四物ノ換列變數ハ $1 \times 2 \times 3 \times 4$ ナリ.

(第四) a, b, c, d 等ノ n 物ノ換列變數ハ $1 \times 2 \times 3 \times 4 \dots \times n$ ナリ是レハ第壹, 第貳, 第三ノ理ニテ類推スベシ.

142. 錯列 トハ物ノ數ノ内ヲ或部分丈ク種々ニ並列シタル變數ヲ求ムルノ法ナリ.

(第壹) a, b, c, d 等ノ n 物ヲ貳ツツ並列セシ錯列變數ハ $n \times (n-1)$ ナリ.

a	ノ右ニ各字ヲ附セバ	$\left. \begin{array}{l} ab, ac, ad, \dots (n-1) \text{列ニ至ル} \\ ba, bc, bd, \dots \text{ } \\ ca, cb, cd, \dots \text{ } \\ da, db, dc, \dots \text{ } \\ \dots \text{ } \\ \dots \text{ } \end{array} \right\} n \text{行}$
b	"	
c	"	
d	"	
\dots	"	

上ノ如ク a, b, c, d, \dots ハ n 物ナルガ故ニ行數ハ n 行ニシテ各行ニ $(n-1)$ 列ヅツアリ之ニ由テ n 物ヲ貳ツツ並列セシ錯列變數ハ $n \times (n-1)$ ナリ.

(第貳) n 物ヲ三ツツ並列セシ錯列變數ハ $n \times (n-1) \times (n-2)$ ナリ.

前ノ ab, ac, ad, \dots ノ $n \times (n-1)$ ノ數ノ各ノ右ニ其字ノ外ノ字ヲ壹ツツ附ス即チ ab ノ右ニ附スル其外ノ字ハ c, d, \dots ナル $n-2$ 字ナリ. 故ニ abc, abd, \dots ハ $n-2$ 列ナリ同理ニヨリ acb, acd, \dots モ $n-2$ 列ナリ故ニ $n \times (n-1)$ ノ各ニ $n-2$ 列ヲ生ズ故ニ總列數ハ $n \times (n-1) \times (n-2)$.

(第三) n 物ヲ r ツツ並列セシ錯列變數ハ $n \times (n-1) \times (n-2) \dots \times (n-r+1)$ ナリ. 前ノ理ヲ推シテ知リ得ベシ.

例題拾九

1. 相異ナル五字ヲ以テ各異ノ五字ヲ幾ツ作り得ルカ.
2. 4, 3, 5 ナル數字ヲ用ヒ同數字ナキ三位數ヲ幾ツ作り得ル.
3. 0, 3, 5, 6 ヲ用ヒ同數字ナキ四位ノ數ヲ幾ツ作り得ルカ.
4. 0ト凡ベテノ數字ヲ用ヒシ千以下ノ同字ナキ數ノ種數如何.

整除數之算法

143. 整除數 トハ或數ヲ整除スベキ數ナイフ.

144. 整除數之算法 或數ヲ整除スベキ數ノ種數ハ其數ノ素因子ノ指數ニ1ヲ加ヘシ數ノ連乘積ニ等シ.

例ハ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$ (139.) 而シテ 360 ヲ整除シ得ヘキ數ハ其數ガ含ム所ノ因子ナルヲ以テ (103.) 下ノ諸數ハ皆 360 ヲ整除スベキ數ナルヲ明ラカナリ.

	1,	2,	2^2 ,	$2^3 \dots (3+1)$ 即4列
(2+1)行	$1 \times 3,$	$2 \times 3,$	$2^2 \times 3,$	$2^3 \times 3 \dots$ "
	$1 \times 3^2,$	$2 \times 3^2,$	$2^2 \times 3^2,$	$2^3 \times 3^2 \dots$ "
	$1 \times 5,$	$2 \times 5,$	$2^2 \times 5,$	$2^3 \times 5 \dots$ "
(2+1)行	$1 \times 3 \times 5,$	$2 \times 3 \times 5,$	$2^2 \times 3 \times 5,$	$2^3 \times 3 \times 5$ "
	$1 \times 3^2 \times 5,$	$2 \times 3^2 \times 5,$	$2^2 \times 3^2 \times 5,$	$2^3 \times 3^2 \times 5$ "

故ニ整除數ノ總數ハ $(3+1)(2+1) \times 2 = (3+1)(2+1)(1+1) = 24$.

24ノ整除數ハ即	1,	2,	4,	8,
	3,	6,	12,	24,
	9,	18,	36,	72,
	5,	10,	20,	40,
	12,	30,	60,	120,
	45,	90,	180,	360.

例題貳拾

1. 120, 84, 100, 420 ノ各整除數ヲ求ム.
2. 1050 ノ整除數ヲ求ム.

完數及不完數之性質

(初學者ハ姑ク措クモ可ナリ)

145. 完數* トハ其數ノ整除數(自己ヲ除クノ外)ノ和ガ其數ニ等シキモノナリ。

例ハ 6ノ整除數ハ(自己ヲ除キ) 1, 2, 3 ナリ (144.) 而シテ $6=1+2+3$ 故ニ 6ハ完數ナリ。

146. 不完數 トハ其數ノ整除數(自己ヲ除キ)ノ和ガ其數ニ等シカラザルモノナリ而シテ不完數ニ貳種アリ。

(第壹) 餘不完數トハ其數ノ整除數(自己ヲ除キ)ノ和ガ其數ヨリ大ナルモノナリ例ハ $12 < 1+2+3+4+6$ 故ニ 12ハ餘不完數ナリ。

(第貳) 欠不完數トハ其數ノ整除數(自己ヲ除キ)ノ和ガ其數ヨリ小ナルモノナリ例ハ $8 > 1+2+4$ 故ニ 8ハ欠不完數ナリ。

147. 不完伴數† トハ甲數ノ整除數(甲數ヲ除クノ他)ノ和ガ乙數ニ等シク乙數ノ整除數(乙數ヲ除クノ他)ノ和モ亦タ甲數ニ等シキモノナリ。

例ハ 220ト 284ノ兩不完數ハ互ヒニ伴數ヲナス何トナレバ 220ノ整除數ノ和 $=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$, 又 284ノ整除數ノ和 $=1+2+4+71+142=220$ 。

148. 完數之算法‡ 1, 2, 4, 8等ノ如ク1ヨリ次第ニ2倍スル級數ノ若干項ノ和ガ素數ナルキ其最後ノ項ヲ其和ニ乗ズレバ完數ヲ得ベシ。

例ハ $1+2=3=$ 素數, 故 $3 \times 2=6=$ 完數。

$1+2+4=7=$ " " $7 \times 4=28=$ "

$1+2+4+8=15=$ 複數, " $15 \times 8=120=$ 不完數

$1+2+4+8+16=31=$ 素數, 故 $31 \times 16=496=$ 完數 以下同理

*完數ハ Perfectト稱ス希臘ノ歐學者ガ名ヅケタルモノナリ。

†數學歷史上ニノミ記セシモノナリ ‡ゆくりつと第九本。

最大公約數

149. 公約數 諸數ヲ殘リ無ク通除シ得ベキ數ヲ諸數ノ公約數トイヒ又諸數ノ通因子トモイフ。

150. 最大公約數 諸數ノ公約數中ニ於テ最大ナルモノヲ諸數ノ最大公約數トイヒ又之ヲ諸數ノ最大通因子トイフ。

例ハ 30ノ整除數ハ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 ナリ (144.)

又 50 " 1, 2, 5, 10, 25, 50 ナリ。

故ニ 30ト 50ノ公約數ハ 1, 2, 5, 10 ナリ而シテ 10ハ 30ト 50ノ最大公約數ナリ。(但シ通例1ハ公約數ニ用ヒズ)。

151. 諸數之最大公約數 ヲ求ムル法ハ諸數ヲ素因子ニ分割シ (139.) 其最モ小サキ指數ノ通因子ヲ因子トセル數ヲ以テ諸數ノ最大公約數トナス。

例ハ 216, 396, 1440ノ三數ノ最大公約數ヲ求ム。

$216=2^3 \times 3^3$, $396=2^2 \times 3^2 \times 11$, $1440=2^5 \times 3^2 \times 5$ 。

故 $G.C.M.=2^2 \times 3^2=36$ 。

但シ G.C.M.ハ最大公約數ノ畧符ナリ。

(通法)
$$\begin{array}{r} 2) 216, \quad 396, \quad 1440 \\ \hline 2) 108, \quad 198, \quad 720 \\ \hline 3) 54, \quad 99, \quad 360 \\ \hline 3) 18, \quad 33, \quad 120 \\ \hline 6, \quad 11, \quad 40. \end{array}$$

故 $G.C.M.=2 \times 2 \times 3 \times 3=36$ 。

152. 衆位兩數之最大公約數 ヲ求ムル法ハ少數ヲ以テ多數ヲ除シ其殘ヲ法トシ少數ヲ除シ又其殘ヲ法トシ前ノ殘ヲ除シ以下此ノ如ク連除法ヲ施コシ整除シ得ルニ至レバ最後ノ殘數即チ法ハ兩數ノ最大公約數ナリ。

例へば 18 と 48
ノ最大公約數ヲ求

△.

之ヲ證スル下ノ如シ,

$$48 = 18 \times 2 + 12 \quad (57. \text{ 第三}) \quad \text{故} = 48 - 18 \times 2 = 12 \dots (1)$$

$$18 = 12 \times 1 + 6 \quad \text{''} \quad \text{''} \quad 18 - 12 \times 1 = 6 \dots (2)$$

$$12 = 6 \times 2 \quad \text{''}$$

(1) ニヨレバ 48 と 18 ノ最大公約數ハ 12 チ整除シ得 (100.) 故ニ
之ヲ反言シテ 48 と 18 ノ最大公約數ハ 18 と 12 ノ最大公約數ナリ

(2) ニヨレバ 18 と 12 ノ最大公約數ハ 6 チ整除シ得ベシ而シテ 6 チ整
除スル最大數ハ 6 ナルヲ以テ 6 ハ 48, 18 ノ最大公約數ナリ.

153. 衆位諸數之最大公約數 ヲ求ムルニハ先
ヅ諸數中ノ兩數ノ最大公約數ヲ求メ (152.) 其最大公約數ト諸
數中ノ他壹數ノ最大公約數ヲ求メ又其最大公約數ト諸數中ノ他
ノ壹數ノ最大公約數ヲ求メ此ノ如クシテ最後ノ壹數ニ至ルキ其
最大公約數ハ即チ諸數ノ最大公約數ナリ.

例へば 96, 36, 28 ノ三數ノ最大公約數ヲ求ム.

96 と 36 ノ最大公約數ヲ求メ 12 チ得 (152.) 而シテ 12 と 28 ノ
最大公約數ヲ求メ 4 チ得, 而シテ 4 ハ 96, 36, 28 ノ G.C.M. ナリ.

試ニ 4 ヨリ大ナル公約數アラバ其數ハ 28 と 12 ノ通因子ヨリ多ク
因子ヲ含ムガ故ニ 96, 36 ノ最大公約數ナル 12 チ整除スル能ハズ
即チ 96, 36 ノ公約數トナラズ故ニ 4 ハ三數ノ最大公約數ナリ.

154. 簡法 衆位諸數ノ最大公約數ヲ求ムルニ諸數中ニ通
因子アレバ G.C.M. ノ壹因子トシ之ニテ諸數ヲ通除シ其諸商ヲ
グツ連除法ヲ施シ兩商ニ通セザル殘數ノ因子アレバ除去スベシ.

例へば 269178, 352002 ノ最大公約數ヲ求ムルニハ兩數ニ 6 ノ
通因子アルガ故ニ之ヲ 6 ニテ通除シ 44863, 58667 ノ兩商ヲ得

而シテ

$$44863) 58667 (1$$

$$\underline{44863}$$

$$4) 13804$$

$$3451) 44863 (13$$

$$\underline{3451}$$

$$10353$$

$$\underline{10353}$$

$$\text{即 G.C.M.} = 6 \times 3451 = 20706.$$

155. 最大公約數之諸定理 ヲ示ス.

(第壹) 兩數ノ最大公約數ハ兩數ノ和或ハ差ヲ整除シ得 (100. 第貳)

(第貳) 諸數ニ或數ヲ倍セバ其最大公約數モ或數丈ケ倍ス.

何トナレハ諸數ニ或數丈ケ通因子ヲ有スルヲ以テナリ.

例題廿壹

151. ニヨリテ次ノ諸數ノ最大公約數ヲ求ム.

1. 27, 33. 4. 4, 6, 10. 7. 96, 36, 48.

2. 13, 39. 5. 9, 12, 21. 8. 84, 105, 63.

3. 8, 28. 6. 10, 15, 25. 9. 24, 60, 84, 128.

152. 153. 154. ニヨリテ次ノ諸數ノ最大公約數ヲ求ム.

10. 9367, 14501. 12. 24501, 67347. 14. 285600, 621600.

11. 4833, 6237. 13. 19001, 46253. 15. 3085345, 45386655.

16. 156009, 221697, 342171. 18. 5040, 23940, 28350, 31773.

17. 1617, 2871, 4213. 19. 218707, 526769, 695822.

20. 2293, 4245, 5348 チ除シ順次ニ 18, 20, 23 チ殘スベキ除數如何.

21. 米壹石六斗八升, 麥貳石壹升, 大豆壹石貳斗六升ヲ最大等
數ノ俵ニ包ムキ各俵數如何.

22. 酒 100 石, 80 石, 120 石ヲ壹桶ニテ計リ得ベキ最大ノ桶量ヲ求ム.

23. 兩數各平方ノ G.C.M. ハ兩數ノ G.C.M. ノ平方ニ等シ其證如何.

24. 諸數ヲ通除スベキ數ハ諸數ノ G.C.M. チ整除シ得, 其證如何.

互素數之性質

156. 互素數 兩數が通因子アラザル例ハ5ト8或ハ36ト25ノ如キハ5ト8或ハ36ト25ハ互ヒニ素數ヲナストイフ。故ニ兩數ノ最大公約數ガ1ナレハ其兩數ハ互ニ素數ヲナスナリ。

157. 互素數之性質 ハ下ノ如シ。

(第壹) 連續兩數ハ互ヒニ素數ヲナス。

連續兩數ノ差ハ1ナリ(125.) 而シテ之ヲ通除スル兩數ノ最大公約數モ亦1ナラザルヲ得ズ(155. 第壹)故ニ兩數ハ互素數ナリ。

(第貳) 兩數ヲ其最大公約數ニテ除スレバ兩數ハ互ヒニ素數ヲナス。何トナレバ最大公約數ハ兩商ニ通有セル因子ヲ悉ク含ムガ故ニ之ニテ兩數ヲ除スレバ其兩商ハ通因子ナキナリ。

(第三) 甲乙兩數互ヒニ素數ヲナスキ乙ニ丙ヲ乘シタル積ヲ甲ニテ整除シ得レバ甲ハ丙ヲ整除シ得ベシ。

甲ヲ24乙ヲ35トスレバ35×丙ハ24ノ倍數ナルガ故ニ24ノ因子ヲ悉ク含有セザルベカラズ然ルニ35ハ24ノ因子ヲ含マザルガ故ニ丙ハ24ノ因子ヲ悉ク含マザルヲ得ズ故ニ丙ハ24ノ倍數ナリ。

(第四) 壹數アリ諸數ト互素數ノ其連乘積トモ亦互素數ナリ。

試ニaハb, c, dト素數ヲナスキb×c×dト通因子アリトセバaハbト互素數ナルガ故ニc×dノ内ニ通因子アルベシ然ルニaハcト互素數ナルガ故ニdノ内ニ通因子アルベシ是レ不合理ナリ。

例題廿貳

1. 1492ト255或ハ340ト867ハ互ヒニ素數ヲナスカ。
2. 360ヨリ小ニシテ360ト素數ヲナス數幾種アリヤ。
3. 互素數ナル兩不完平方數ノ積ハ平方數ナラズ其證如何。
4. 兩數互素數ノ其兩數ノ各方乘モ亦タ素數ナルノ證如何。

最小公倍數

158. 公倍數 諸數ニテ整除シ得ベキ壹數ヲ諸數ノ公倍數トイフ。

159. 最小公倍數 諸數ノ公倍數中最小ナルモノヲ最小公倍數トイフ。例ハ

4ノ倍數ハ4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48等ナリ。

6 " 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 " "

而シテ4ト6ノ公倍數ハ12, 24, 36, 48等ニシテ12ハ即チ其最小公倍數ナリ。

160. 諸數之最小公倍數 ヲ求ムルノ法ハ諸數ヲ素因子ニ分割シ其各因子ノ指數ノ最モ大ナルモノヲ因子トセル數ヲ以テ諸數ノ最小公倍數トナス。

例ハ 14, 27, 28, 18, 21, 126, ノ最小公倍數ヲ求ム。

14=2×7	諸數ノ因子中、2ノ最大
27=3 ³	指數ハ2, 3ハ3, 7ハ1
28=2 ² ×7	ナルガ故ニ之ヲ含有セ
18=2×3 ²	シ諸因子ノ壹數756ハ
21=3×7	最小公倍數ナリ何トナ
126=2×3 ² ×7	レバ之ヨリ小ナル數ハ

故 L.C.M.=2²×3³×7=756. 諸數ノ因子ヲ含有セザ

L.C.M.ハ最小公倍數ノ畧符ナリ。ルヲ以テナリ。

(通法) 2) $\begin{array}{r} 14, 27, 28, 18, 21, 126. \\ \underline{27, 14, \quad \quad \quad 63.} \\ 27, 7, \quad \quad \quad 63. \\ \underline{\quad \quad \quad 9, \quad \quad \quad 21.} \\ \quad \quad \quad 3, \quad \quad \quad 7. \end{array}$ 14ハ28ノ約數、18及
ビ21ハ126ノ約數ナ
ルガ故ニ之ヲ消去ス次
ニ7ハ63ノ約數ナル
ガ故ニ又消去ス。

L.C.M.=2×2×3×3×3×7=756.

161. 衆位兩數之最小公倍数 ハ兩數ノ相乘積ヲ兩數ノ最大公約數ニテ除シタル商ニ等シ.

例ヘバ 18, 48 ノ最小公倍数ヲ求ムルハ兩數ノ最大公約數ヲ求メ 6 ヲ得 (152.) 而シテ $18 \div 6 = 3$ 及ビ $48 \div 6 = 8$ 故ニ $18 = 6 \times 3$ 及ビ $48 = 6 \times 8$ 故ニ $L.C.M. = 6 \times 3 \times 8$ ナリ何トナレバ 3 ト 8 ハ互ニ素數ヲナスガ故ニ (157. 第貳ニヨル) $6 \times 3 \times 8$ ヲリ小ナル兩數ノ公倍数ナキヲ以テナリ.

而シテ $L.C.M. = 6 \times 3 \times 8 = 6 \times 3 \times 8 \times 6 \div 6 = 18 \times 48 \div 6$.

162. 衆位三數之最小公倍数 ヲ求ムルニハ三數ヲ貳ツツ相乘シ其積ノ最大公約數ヲ求メ之ヲ以テ三數ノ連乘積ヲ除シタル商ハ其最小公倍数ナリ.

例ヘバ 18, 36, 24 ノ最小公倍数ヲ求ムルニハ三數ヲ貳ツツ乘シ $18 \times 36, 18 \times 24, 36 \times 24$ ノ最大公約數ヲ求メ 216 ヲ得 (153.) 而シテ $L.C.M. = 18 \times 36 \times 24 \div 216 = 72$ 之ヲ證スル下ノ如シ.

$$L.C.M. = (18 \times 36 \div 216) \times 24 = (18 \times 24 \div 216) \times 36 \\ = (36 \times 24 \div 216) \times 18.$$

括弧内ノ三數ハ互ニ素數ヲナシ又括弧外ノ數ハ皆三數ヲ有スルガ故ニ即チ三數ノ最小公倍数ナルヲ知ル.

163. 衆位諸數之最小公倍数 ヲ求ムルニ衆位數ノ數ヲ n トスレバ其最小公倍数ハ諸數ヲ $n-1$ ツツ連乘シ其積ノ最大公約數ヲ求メ之ヲ以テ n 數連乘積ヲ除シタル商ニ等シ. (162. ト同理)

164. 簡法 衆位諸數ノ最小公倍数ハ第壹數ト第貳數ノ最小公倍数ヲ求メ (161.) 此最小公倍数ト第三數ノ最小公倍数ヲ求メ又此最小公倍数ト第四數ノ最小公倍数ヲ求メ以下此ノ如クシテ最後ノ最小公倍数ト最後壹數ノ最小公倍数ニ等シ.

例ヘバ 18, 36, 24 ニ於テハ 18 ト 36 ノ最小公倍数ヲ求メ 36 ヲ得. 又 36 ト 24 ノ最小公倍数ヲ求メ 72 ヲ得レバ 72 ハ即チ 18, 36, 24 ノ最小公倍数ナリ. (學者宜シク此理ヲ證明スベシ)

165. 最小公倍数之諸定理 ヲ示ス.

(第壹) 兩數ノ相乘積ハ其最小公倍数ト最大公約數ノ相乘積ニ等シ.
兩數ノ $L.C.M. =$ 兩數相乘積 \div $G.C.M.$ (161.)
故ニ $L.C.M. \times G.C.M. =$ 兩數相乘積.

(第貳) 互素數ヲナス諸數ノ最小公倍数ハ諸數ノ連乘積ニ等シ.
最小公倍数ハ諸數ノ因子ヲ悉ク含有スルモノナリ, (158.) 然ルニ諸數互ニ素數ヲナスキハ通因子ナキガ故ニ之ヲ連乘スルモノヲ以テ最小倍数トナサザルベカラス.

例題廿三

160. ニヨリ次ノ諸數ノ最小公倍数ヲ求ム.

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1. 6, 14, 21. | 10. 30, 42, 105, 70. |
| 2. 8, 12, 3, 24. | 11. 36, 24, 35, 20. |
| 3. 6, 10, 15. | 12. 7, 11, 14, 15. |
| 4. 9, 12, 18, 4. | 13. 12, 18, 27, 63, 28. |
| 5. 15, 16, 18, 20, 22, 24. | 14. 34, 26, 65, 85, 51, 39. |
| 6. 56, 64, 70, 84, 112. | 15. 12, 18, 96, 144. |
| 7. 48, 54, 81, 144, 162. | 16. 84, 156, 63, 99. |
| 8. 75, 100, 120, 150, 180. | 17. 44, 126, 198, 280, 330. |
| 9. 112, 168, 196, 224. | 18. 50, 338, 675, 975. |

161. 或ハ 164. ニヨリ次ノ諸數ノ最小公倍数ヲ求ム.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 19. 1080, 1260. | 20. 1564, 1932. |
| 21. 2530, 1760. | 22. 936, 2925. |
| 23. 3432, 4032. | 24. 539, 253. |
| 25. 3864, 3404, 3657. | 26. 2943, 2616, 4578. |
| 27. 1177, 1391, 1819. | |

28. 48, 144, 36 ノ各ニテ除シ 3 殘ルベキ最小數ヲ求ム.
29. 360 人或ハ 480 人ヲ壹隊トスル最小數ノ人數ヲ求ム.
30. 諸數ノ最小公倍数ハ諸數ノ公倍数ノ約數ナリ其證如何

百五減之法

(初學者ハ姑ク措クモ可ナリ)

166. 百五減之法 トハ或數ヲ3, 5, 7ノ各ニテ除シタル殘數ヲ知り最小ナル或數ヲ求ムルノ法ナリ.

而シテ此三數ノ相乘ハ $3 \times 5 \times 7 = 105$ ナルガ故ニ此名アリ然レモ此法ハ105ニ限ラズ他ノ兩因子或ハ三因子ニテモ適用シ得ベシ.

167. 算法 例ヘバ或數ヲ3除スレバ2残り5除スレバ4残り7除レバ6殘ル最小ナル或數ヲ求ム.

- 3 除シテ1 殘ルベキ 5×7 ノ倍數ハ $70 = 3$ ノ倍數 + 1 ナリ.
- 5 " " 3×7 " $21 = 5$ " "
- 7 " " 3×5 " $15 = 7$ " "

此三數ニ順次ニ各殘數 2, 4, 6 ヲ乘シ之ヲ相加フレバ
 $70 \times 2 + 21 \times 4 + 15 \times 6$
 $= (3 \text{ノ倍數} + 1) \times 2 + (5 \text{ノ倍數} + 1) \times 4 + (7 \text{ノ倍數} + 1) \times 6 = 314$
 314ヲ3除スレバ2殘ルヲ證センニ314ノ相等數中ニ於テ
 $21 \times 4 + 15 \times 6$ ハ3ノ倍數ニシテ $70 \times 2 = (3 \text{ノ倍數} + 1) \times 2$ ナリ
 3除スレバ2殘ルヲ明ラカナリ5, 7除ノ殘數モ同理ナリ.

然ルニ最小數ヲ求ムルガ故ニ314ヲ $3 \times 5 \times 7 = 105$ ニテ除シ殘數104ヲ得 即104.....或數.

例題廿四

1. 5除スレバ3残り7除スレバ4殘ルベキ數ヲ求ム.
2. 碁子アリ八ツツ計レバ五残り九ツツ計フレバ三殘ル碁子ノ數如何但シ碁子ノ數ハ百ニ近シ.
3. 8除スレバ3残り5除スレバ殘リ無ク11除スレバ7殘ルベキ數ヲ求ム.

對約法

168. 對約法 トハ除法ノ簡法ニシテ實ト法ノ通因子ヲ消去シタル後チ商ヲ求ムルノ法ナリ實ト法ヲ同數ニテ除スルモ其商ハ變ビザルガ故ニ(73, 第三)實ト法ノ通因子ヲ消去シテ商ヲ求ムルモ其商ハ變ズルヲナシ.

此法ハ此後チ種々ノ運算ニ適用シテ最も便利ヲ得ベシ.

169. 對約法之算法 下ニ示ス.

(第一) 橫線ヲ引キ上ニ實ヲ置キ下ニ又法ヲ置キ其通因子ニテ雙方ヲ除去スベシ.

例ヘバ 4266ヲ54ニテ除ス

	79
	711
4266	54
<hr/>	
	9

ルニハ先ヅ通因子6ニテ雙方ヲ除シ711, 9トナリ又通因子9ニテ除スベシ.

(第二) 實ト法ヲ諸因子ニ分割シテ求ム.

例ヘバ 1440ヲ240ニテ除スルニハ次ノ如シ.

1440	3
240	10 × 8 × 3
<hr/>	
	6

$\frac{1440}{240} = \frac{10 \times 8 \times 2 \times 9}{10 \times 8 \times 3} = 6$ 商

例題廿五

1. $72 \div 18$.
2. $1260 \div 105$.
3. $1365 \div 105$.
4. $21 \times 8 \times 60 \times 8 \times 6 \div (7 \times 12 \times 3 \times 8 \times 3)$.
5. $240 \times 72 \div 2880$.
6. $63 \times 24 \times 66 \div (9 \times 12 \times 11)$.
7. $144 \times 48 \times 56 \times 5 \div (96 \times 8 \times 4 \times 2)$.
8. $175 \times 28 \times 72 \div (25 \times 14 \times 12)$.
9. $220 \times 60 \times 48 \times 69 \div (23 \times 110 \times 12 \times 8)$.
10. $350 \times 63 \times 144 \div (50 \times 18 \times 24)$.
11. $500 \times 128 \times 42 \times 108 \div (256 \times 250 \times 12)$.
12. 16, 5, 14, 60, 16, 50ノ連乘積ヲ40, 24, 50, 20, 7ノ積ニテ除ヒヨ.
13. 64ト14ノ積ヲ8ト4ノ積ニテ除スレバ其商如何.

14. 16, 5, 14, 40, 16, 60, 50, の積ヲ 40, 24, 50, 20, 7 の積ニテ除セヨ.
15. 壹斤拾五錢ノ白砂糖(壹包 56 斤)ヲ壹斤七錢ノ黑砂糖八包(壹包 195 斤)ト交換センニハ幾包ヲ與ヘテ宜シキカ.
16. 壹里ハ 36 町, 壹町ハ 60 間, 壹間ハ 六尺ナリ 181440 尺ハ何里ナリヤ又 540 尺ノ 264 倍ハ何里ナリヤ.

雜 題 三

1. 偶數ハ奇數ノ約數ナラザルヲ示ス.
2. 偶數ト奇數ノ和ハ奇數ナルヲ示セ.
3. 奇數ト奇數ノ和或ハ偶數ト偶數ノ和ハ偶數ナルヲ示セ.
4. 3912 ハ 12 ノ倍數ナルヲ示セ.
5. $627 \times 214 = 134188$ 此積ノ誤リヲ 3 ノ倍數ノ性質或ハ 5 ノ倍數ノ性質ニヨリテ驗セヨ.
6. 3728 ヲ除法ニヨラズシテ 5 除シタル殘數ヲ求ム.
7. 3898 ヲ除法ニヨラズシテ 25 除シタル殘數ヲ求ム.
8. 56 ニテ整除シ得ベキ數ノ性質ヲ示シ且ツ其理ヲ示セ.
9. 295897 ヲ除法ニヨラズシテ 99 除シタル殘數ヲ求ム.
10. 除法ニヨラズシテ 3276 ヲ素因子ニ分割セヨ.
11. 同上 320 ヲ素因子ニ分割セヨ.
12. 輪次ニ列置セル三數字ニテナレル六位ノ數ハ 7, 13, 11 ノ倍數ナリ其證如何(但 514514, 372372 等ノ數チイフ)
13. 1728 ハ平方數ナリヤ否ヤ.
14. 25471 ハ平方數ナリヤ否ヤ.
15. 5 ノ倍數ノ平方數ノ第貳位ハ 2 或ハ 0 ナルヲ示セ.
16. 兩數ノ差 2 ナレバ其各平方數ノ差 4 ノ倍數也其證如何.
17. 4 ノ倍數ハ兩平方數ノ差ナルヲ示セ.
18. 兩奇數ノ各平方數ノ和ハ平方數トナラザルヲ示セ.
19. 3 ノ倍數ニアラザル四方乘數ノ性質ヲ示セ.

20. 甲乙兩數ノ各ヲ丙ニテ除シ各等シキ殘數ヲ得レバ甲乙ノ差ハ丙ノ倍數ナルヲ示セ.
21. 甲ヲ乙ニテ除シ 1 殘レバ甲ノ某方乘數ヲ乙ニテ除スルモ亦タ 1 殘ルト云フ其證如何.
22. 某數ト其轉位(例ヘバ 5164 ノ轉位ハ 4615 ノ如シ)ノ數ノ差ハ常ニ 9 ノ倍數ナルヲ示セ.
23. 貳位ノ數アリ之ト其轉位ノ數トノ差ヲ 9 除スレバ其商ハ壹位ト拾位ノ數字ノ差ニ等シ其證如何.
24. 11 ノ倍數ノ轉位ノ數ハ亦タ 11 ノ倍數ナルヲ示セ.
25. 連續兩奇數ノ積ニ 1 ヲ加レバ 4 ノ倍數トナルヲ示セ.
26. 連續兩奇數ノ各平方ノ和ハ 2 ノ倍數ニシテ 4 ノ倍數ニアラザルヲ示セ.
27. 連續兩偶數ノ各立方ノ和及ビ差ハ 8 ノ倍數ニシテ 16 ノ倍數ニアラザルヲ示セ.
28. 連續兩奇數ノ各立方ノ差ハ 2 ノ倍數ニシテ 4 ノ倍數ニアラザルヲ示セ.
29. 連續三數ノ最小數ガ偶數ナレバ其和ハ 3 ノ倍數又奇數ナレバ 6 ノ倍數ナルヲ示セ.
30. 連續五數ノ最小數ガ奇數ナレバ其和ハ 5 ノ倍數又偶數ナレバ 10 ノ倍數ナルヲ示セ.
31. 2 ヨリ起ル連續偶數ヲ逐次ニ某數ノ平方ヨリ減ズレバ終ニ其某數ヲ殘スト云フ其證如何.
32. 連續三偶數ノ積ハ 48 ノ倍數ナルヲ示セ.
33. 連續三數ノ中數ノ平方ヨリ 1 ヲ減ズレバ初末貳數ノ各ノ倍數トナルヲ示セ.
34. 1 ヨリ 100 迄ノ間ニ 7 ノ倍數幾種アリヤ.
35. 拾萬ニ近キ廿三ノ最大方乘數ノ指數ヲ求ム.

36. 1000ヨリ大ナル最小素數ヲ求ム。
37. 40ヨリ150迄ノ間ニ素數幾種アリヤ。
38. 18160ヲ平方數ニセンニハ如何ナル最小數ヲ乘スベキカ。
39. 254ヲ平方數ニセンニハ如何ナル最小數ヲ乘スベキカ。
40. 96ヲ立方數ニセンニハ如何ナル最小數ヲ乘スベキカ。
41. 1675ヲ平方數ニセンニハ如何ナル最小數ニテ除スベキカ。
42. 方邊三寸深サ六寸ナル直方體ノ枳ニテ立方體(方邊及ビ深サ相等シキ體)ニ酒ヲ入レ充滿セリ其方邊如何但シ最小數ヲ要ス。
43. 長サ六寸幅四寸ノ煉瓦石ヲ最小ナル正方形ニ列置セントス方形ノ各邊ノ長サ及ビ煉瓦石ノ數ヲ求ム。
44. 下ノ諸數ヲ素因子ニ分割セヨ。
72, 121, 132, 184, 215, 320, 1000, 1208, 2348, 10376.
45. 下ノ諸數ヲ整除スベキ數幾種アリヤ。
96, 468, 576, 1776, 1868, 64384, 98816, 1000000.
46. 次ノ各壹群ノ數ニ於テ通因子ヲ求メヨ,
(1) 42, 168, 210 (2) 12, 18, 30. (3) 48, 66, 72,
(4) 64, 108, 132. (5) 132, 144, 196, 240. (6) 168, 256, 320, 500.
(7) 316, 396, 484, 936.
47. 3, 4, 9, 7ノ四數字ヲ用ヒ四位數幾種作り得ルカ。(姑ク措ケ)
48. 1000以下ノ三位數ニテ同字無キ數幾種アリヤ。(姑ク措ケ)
49. 72ハ完數ナリヤ否ヤ。(姑ク措ケ)
50. 56ハ如何ナル不名數ナリヤ。(姑ク措ケ)
51. 甲素數三ツ, 乙素數五ツ, 丙素數壹ツヲ因子トセル數ヲ整除スベキ數幾種アリヤ。
52. 三位ノ數若シ連續數ヲナサバ之ト其轉位ノ數トノ差ハ三位ノ數ヲ如何ニ變ズルモ常ニ壹定ノ數ナリトイフ其證如何。
53. 11ノ倍數ナル三位ノ數アリ第壹位ノ數字ト第三位ノ數字ト相等シク又各數字ノ和ハ16ナリ元數如何。

54. 151.ニヨリテ次ノ諸數ノ最大公約數ヲ求ム,
(1) 18, 36. (2) 12, 24, 60. (3) 15, 50, 40. (4) 50, 100, 80.
55. 152.及ヒ153.ニヨリテ次ノ諸數ノ最大公約數ヲ求ム。
(1) 3328, 4592. (2) 2205, 4501. (3) 16082, 25740. (4) 216, 408.
(5) 620, 1116, 1488. (6) 5270, 5952, 5394, 3038.
(7) 4617, 7695, 6642, 8424.
56. 725ト312ハ互ヒニ素數ヲナスヤ否ヤ。
57. 次ノ諸數ノ最小公倍數ヲ求ム,
(1) 4, 9, 10, 15, 18, 20, 21. (2) 8, 9, 10, 12, 25, 32, 75, 80.
(3) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. (4) 9, 16, 42, 63, 21, 14, 72.
(5) 7, 15, 21, 28, 35, 100, 125. (6) 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30.
(7) 9, 18, 27, 36, 45, 54. (8) 4, 10, 14, 15, 21.
(9) 999, 851. (10) 3654, 4872. (11) 844, 633, 1055, 300.
58. 40ヨリ小ナル數ニテ40ト素數ヲナス數幾種アリヤ。
59. 100ヨリ小ナル數ニテ100ト素數ヲナス數幾種アリヤ。
60. 兩數ノ和或ハ差ト兩數ノ最小公倍數ノ最大公約數ハ兩數ノ最大公約數ニ等シ其證如何。
61. 兩數互ヒニ素數ヲナスキハ其和ト差トノ公約數ハ2ヨリ大ナラザルヲ示セ。
62. 四輪車アリ前輪ハ周ノ長サ10尺, 後輪ハ3尺ナリ最初此兩輪ノ地ニ着キシ點ガ廻轉ノ際ニ同時ニ地ニ着ク1200回ナルキ廻轉セシ路ノ長サ幾尺ナリヤ。
63. 道路アリ右側ニハ6尺毎ニ櫻左側ニハ4尺毎ニ梅ヲ壹本づツ植ユルニ梅櫻相對スル15拾回ナリ道ノ長サ如何。
64. 常置委員ノ手當金ハ毎月概テ30圓, 45圓, 50圓ノ三種トス今此三種ノ委員會合セシニ各種ノ月給ノ總金額ハ相等シクシテ最小ナリトイフ然ルキハ各何人ナリヤ。
65. 八寸, 拾貳寸, 拾六寸ノ物指ニテ度リ常ニ貳寸ヲ餘スベキ最短ナル布ノ長サ如何。

66. 米 2856 俵, 麥 2880 俵ヲ各別ニ壹車ニ載セ同數ゾツ運送スルニ最小ナル往復回數如何.
67. 明治廿壹年ハ戊子ノ歲ナリ其次ノ戊子ノ歲ヲ求ム.
68. 甲子ノ日ニ日曜日ナルキ次ノ甲子ノ日ノ日曜日ハ幾日目ニ當ルカ.
69. 壹六ノ日ニ休業スル商人ト日曜日ニ休業スル工夫ト同日ノ休業日ニ會セリ之ヨリ何日目ニ會スベキカ.
70. 甲兵 420 人, 乙兵 330 人, 丙兵 510 人ヲ各等數最大人員ノ壹隊ニナサンニハ各隊數幾許ナリヤ.
71. 路程 36 町ノ街路アリ此内甲街ハ 16 町, 乙街ハ 12 町其他ハ丙街ナリ今此兩側ニ成ルベク少數ニシテ等距離ニ瓦斯燈ヲ立テントス其數如何但シ各街ノ端ニ立ツル燈ハ共有トナス.
72. 5280 ヤーヅノ周圍アル馬場ヲ三馬ニテ同時ニ同點ヨリ同方ニ向ヒ競争スルニ毎分時ノ速力, 甲馬ハ 440, 乙馬ハ 352, 丙馬ハ 264 ヤーヅナリ三馬再ビ原處ニ會スル迄ハ何分時ヲ經シヤ.
73. 壹島周ノ同點ヨリ三船同時ニ同方ニ島周ヲ廻グルアリ何時ニシテ再ビ元處ニ會合スルカ但シ甲船ハ 10 時, 乙船ハ 12 時, 丙船ハ 14 時ニシテ此島ヲ壹周シ得ベシ.
74. 毎分 3 町, 4 町, 5 町ノ速力ナル三船アリ周圍 120 町ノ壹島ヲ廻グルニ三船原處ニ會スル迄ハ何分時ヲ經ルカ.
75. 平方數アリ 15, 12, 18 ノ倍數ナリ其最小數ヲ求ム.
76. 某數ヲ 6 除セシ殘數ハ其立方數ヲ 6 除セシ殘數ニ等シ.
77. 人アリ家僕ニ命シ雞, 鷺, 七面鳥ノ三種ヲ買ハシムルニ三種各等金額ニテ買ヒ各數ノ最小ナランヲ要セリ而シテ若シ數ヲ増シテ買ヒ來ルキハ増數壹羽ニ付 5 錢ノ罰ヲ出サシムル約ナリ然ルニ鳥商店ニ於テ壹羽ノ價, 雞ハ 12 錢, 鷺ハ 30 錢, 七面鳥ハ 75 錢ト 90 錢ノ二種アリ僕誤リテ多數ヲ買ヒ來レリ然ルキハ罰錢幾許ヲ主人ニ拂ヒシヤ.

78. 兩數アリ其 G.C.M. ハ 8, L.C.M. ハ 576 ナリ兩數各如何但シ兩數ノ差ハ極小ナレヲ要ス以下ノ類題モ之ニ倣ヘ.
79. 兩數ノ差 20, 其 L.C.M. ハ 240 ナリ兩數如何.
80. 兩數ノ和 56, 其 G.C.M. ハ 4 ナリ兩數如何.
81. 三數ノ最大公約數 15, 其最小公倍數 450 ナリ三數各如何.
82. 兩數アリ甲ハ 36 ニシテ其最小公倍數ハ 180, 最大公約數ハ 18 ナリ乙數如何.
83. 7 除スレバ 6 不足シ 8 除スレバ 5 殘ル某數如何(姑ク措ケ).
84. 某數ヲ 3 除スレバ 2, 5 除スレバ 3, 7 除スレバ 5, 8 除スレバ 4 殘ル某數如何(姑ク措ケ).
85. 壹斤ノ價 13 錢ノ砂糖ヲ買ヘバ 11 錢餘リ 15 錢ノ砂糖ヲ買ヘバ 8 錢餘ルベキ金高ヲ求ム但シ此金ハ 10 圓ニ近シ(姑ク措ケ).

設 問

1. 倍數ト約數ノ區別ヲ示セ.
2. 偶數トハ何ゾヤ. 奇數トハ何ゾヤ.
3. 連續數トハ何ゾヤ.
4. 素數ト複數ノ區別ヲ示セ.
5. 兩數互ヒニ素數ヲナストハ如何ナル場合ナリヤ.
6. 變數トハ何ゾヤ. 換列ト錯列ヲ示セ(姑ク措ケ).
7. 完數及ビ不完數トハ何ゾヤ(姑ク措ケ).
8. 諸數ノ公約數或ハ公倍數トハ何ナリヤ.
9. 最大公約數ト最小公倍數ノ區別ヲ示セ.
10. 對約法ノ方法及ビ理由ヲ示セ.

第五編

分數

分數之總論

170. 整數及分數^{*}之區別 凡ノ不連續量ハ整數ノミヲ以テ表ハシ得ベシ例ヘバ6人ヲ三ツニ等分スレバ其壹分ハ2人ナル整數ヲ示シ得ルト雖モ若シ6人ヲ四ツニ等分セントセバ殘數ヲ生ズルガ故ニ實際ニ成シ能ハザルナリ而シテ連續量ニ至リテハ否ラズ例ヘバ長サ6寸ノ糸ヲ四ツニ等分スルヲ得ベシ何トナレバ6寸ヲ4ニテ除スレバ整商1寸ヲ得テ2寸殘レモ尙ホ此2寸ヲ等分シテ寸ヨリ小ナル單位ノ商ヲ示スヲ得ベキヲ以テナリ此2寸ヲ4等分シタル壹分ヲ示スニハ $\frac{2}{4}$ 或ハ $\frac{1}{2}$ ナル形ヲ以テ示ス之ヲ分數トイフ。

故ニ6寸ヲ4等分シタル其壹分モ亦タ $\frac{6}{4}$ 或ハ $\frac{3}{2}$ ナル分數ニテ示シ得ベシ是ヲ以テ不連續量ハ常ニ分數ヲ以テ示スヲ能ハザレモ連續量ハ常ニ分數ヲ以テ示スヲ得ベシ。

*分數即fractionナリ其ハ羅句ノfrangoヨリ生ズルモノコシテ發音スルヲノミナリ。

故ニ分數ハ又broken number*即チ破數ト稱ス。

171. 分數之兩項 トハ分母及ビ分子ヲイフ即チ橫線ノ下ニアル數ヲ分母、上ニアル數ヲ分子トイフ。

例ヘバ $\frac{6}{4}$ ニ於テ4ハ分母、6ハ分子ナリ。

172. 分數 ノ定義ハ下ノ如シ。

(第壹) 分數ハ分母ヲ以テ分子ヲ除シタル商ナリ。(170.)

故ニ分母ハ除法ノ法ニシテ分子ハ實、分數ハ即チ商ナリ。

(第貳) 分數ハ整數ノ單位ノ若干等部分及ビ其部分ノ聚リナリ。

$\frac{6}{4}$ ナル分數ハ6ヲ4除スルガ故ニ

$$\frac{6}{4} = 6 \div 4 = (1+1+1+1+1) \div 4 = 1 \div 4 + 1 \div 4 + 1 \div 4 + 1 \div 4 + 1 \div 4, (71.)$$

$$\text{故 } \frac{6}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ ノ6倍}$$

173. 分數之單位 トハ分母ヲ以テ整數ノ單位ヲ除シタル商ナリ。

前ニ示セル $\frac{6}{4}$ ナル分數ニ於テ $\frac{1}{4}$ ハ即チ分數ノ單位ナリ。

174. 餘論 上ニ示ス所ニヨリ分數ノ定義ヲ示スベシ。

分數ハ分母ヲ以テ1ヲ除シタル商ヲ分數ノ單位トシ此單位ヲ分子ノ數丈ケ聚メタルモノナリ。

故ニ分母ハ度ルヲノ意ニシテ分子ハ計フルヲノ意ナリ。

175. 分數之記法 ヲ示サンニ例ヘバ $\frac{6}{4}$ ナル分數ヲ記スニハ先橫線ヲ引キ其下ニ分母4ヲ書キ次ニ橫線ノ上ニ分子6ヲ書クベシ而シテ之ヲ四分之六ト讀ムベシ。

176. 分數之七原則 下ニ示ス。

(第壹) 或數ヲ以テ分子ヲ倍スルハ其數丈ケ分數ヲ倍スルニ等シ又或數ヲ以テ分子ヲ除スルハ其數ニテ分數ヲ除スルニ等シ。

分數ノ分子ハ除法ノ實、分母ハ法、分數ハ商(172.)ナルガ故ニ除法ノ定理(73. 第四)ニヨリテ明ラカナリ。

(第貳) 或數ヲ以テ分母ヲ倍スルハ其數ニテ分數ヲ除セシニ等シ又或數ニテ分母ヲ除スルハ其數ニテ分數ヲ倍セシニ等シ。(73. 第五)

(第三) 分數ノ分母子ニ同數ヲ乘シ或ハ分母子ヲ同數ニテ除スルモ分數ノ價ハ變セズ。(73. 第三)

(第四) 分數ノ價ハ分子ノ増減ニ從フテ増減シ分母ノ増減ニ反シテ増減ス。(第壹, 第貳ノ原則ヲ視ヨ)

(第五) 分數ノ分母子等シケレバ分數ノ價ハ1ニ等シ。
除法ノ理ニヨレバ實ト法等シケレバ商ハ1トナルガ故ナリ。

(第六) 分子ガ分母ノ倍數ナルキハ分數ハ整數トナルベシ。
例ヘバ 12ハ3ノ倍數ナリ故ニ $1\frac{2}{3} = 12 \div 3 = 4$ 。

(第七) 整數ハ分母ヲ1トスル所ノ分數トナスヲ得ベシ。
或數ヲ壹分スルトハ即チ其數ヲ分母ナルノ意ナルガ故ニ例ヘバ5ノ如キ整數ニ於テ $5 = \frac{5}{1}$ トスルヲ得ベシ。

177. 常分數 即チ適當分數トハ分母ハ分子ヨリ大ナルモノニシテ其價ハ1ヨリ小ナリ何トナレバ $\frac{3}{5}$ ナル常分數ニ於テ $3 < 5$ 雙方ヲ5除スレバ $3 \div 5 < 1$, 即 $\frac{3}{5} < 1$ 。

178. 假分數 即チ不適當分數トハ分母ト分子ト等シキカ或ハ分母ハ分子ヨリ小ナルモノニシテ其價ハ1ニ等シキカ或ハ1ヨリ大ナルモノナリ即チ $\frac{5}{5}$ ニ於テハ $\frac{5}{5} = 5 \div 5 = 1$ 。
又 $\frac{5}{3}$ ニ於テハ $5 > 3$ 雙方ヲ3除スレバ $\frac{5}{3} > 1$ 。

179. 帶分數 即チ混分數トハ整數ト分數ヨリ成ルモノナリ例ヘバ $4\frac{3}{5}$ ノ如ク整數4ト分數 $\frac{3}{5}$ ヨリ成ルモノナリ而シテ $4\frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5}$ ナリト知ルベシ之ヲ四ト五分ノ三ト讀ム。

180. 已約分數 即チ分數ノ最低項トハ分母子互ニ素數ヲナシタルキナリ例ヘバ $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{4}$, $3\frac{15}{16}$ ノ如キハ已約分數ニシテ $\frac{10}{100}$, $3\frac{3}{8}$ ノ如キハ已約分數ニアラズ。

181. 繁分數* トハ分母及ビ分子ノ雙方或ハ壹方ガ分數ナルモノナリ。

例ヘバ $\frac{\frac{2}{5}}{12}$, $\frac{1}{\frac{2}{5}}$, $\frac{5\frac{3}{8}}{\frac{3}{8}}$ 等ノ如シ而シテ之ヲ讀ムニハ分母ト分子ノ間ニ(之)ノ字ヲ挿サム例ヘバ前ノ第壹ハ拾貳分ノ五分ノ貳第貳ハ五分ノ貳分ノ壹, 第三ハ八分ノ三分ノ五ト三分ノ貳ト讀ムガ如シ。

182. 重分數† トハ分數ノ若干等分或ハ其等分ヲ集メタルモノニシテ即チ分數ノ又分數ナリ。

例ヘバ $\frac{3}{5}$ ノ6等分ノ壹ツハ $\frac{3}{5}$ ノ $\frac{1}{6}$ トイヒ之ヲ $\frac{1}{6}$ of $\frac{3}{5}$ ト記ス而シテ又 $\frac{3}{5}$ ノ6等分ノ壹ツヲ4集ツムルキハ $\frac{3}{5}$ ノ $\frac{4}{6}$ トイヒ之ヲ $\frac{4}{6}$ of $\frac{3}{5}$ ト記スナリ。

例 題 廿 六

1. 次ノ諸分數ヲ言語ニテ記セ。

$$\frac{1}{2}, 3\frac{1}{12}, \frac{59}{1001}, \frac{27}{365}, 75\frac{111}{1005}, \frac{1}{11258}$$

2. 次ノ言語ヲ分數ニテ記セ。

七分ノ五, 八分ノ七, 四拾ト四拾分ノ壹, 百分ノ九拾九

3. 單位ヲ百等分シタル壹分ヲ分數ニテ記セ。

4. 單位ヲ100等分シタル壹分ヲ19聚メタルモノヲ分數ヲ以テ記スヲ求ム。

5. 整數55ト分母ヲ12トシ分子ヲ11トセル分數トニテ成レル帶分數ヲ記セ。

6. 五分ノ三分ノ七分ノ四ナル繁分數ヲ記セ。

7. 五分ノ三ノ七分ノ四ナル重分數ヲ記セ。

* 繁分數ノ變化ハ從ニ前ス。

† 重分數モ同前。

分 數 之 變 化

183. 分數之變化 ハ分數ノ價ヲ變ゼズシテ其形ヲ變化スルノ法ナリ。

184. 假分數及帶分數之變化 ハ下ノ如シ。

(第壹) 假分數ヲ帶分數ニナスニハ分母ヲ以テ分子ヲ除シ其商ヲ整數トシ其右ニ殘數ヲ分子トシ前ノ分母ヲ有スル分數ヲ附ス。

例ヘバ $\frac{14}{5} = 14 \div 5 = 2\frac{4}{5}$ (170. 及 172. 第壹)

又 $\frac{15}{5} = 15 \div 5 = 3$.

(第貳) 帶分數ヲ假分數トナスニハ整數ニ分母ヲ乘シ其積ニ分子ヲ加ヘタルモノヲ分子トシ前ノ分母ヲ有スル分數ヲ作ルナリ。

例ヘバ $2\frac{4}{5}$ ニ於テ 2 ハ商, 5 ハ法, 4 ハ殘數ナリ故ニ除法ノ理ニヨリ實 = $2 \times 5 + 4$, (57. 第三) = 14, 實ハ分子, 法ハ分母ナルガ故ニ $2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$.

$$\text{(通法)} \quad 2\frac{4}{5} = \frac{2 \times 5 + 4}{5} = \frac{14}{5}$$

185. 變分母法 トハ分數ノ價ヲ變ゼズシテ分母ヲ或數ニ變シ或ハ整數ノ價ヲ變ゼズシテ或分母ヲ有スル分數ニ變ズルノ法トナリ。

(第壹) 變ズベキ分母ヲ分數ノ分母ニテ除シ其商ヲ分母子ニ乘ズベシ。

例ヘバ $\frac{2}{5}$ ナル分數ノ分母ヲ 15 トナサンニハ $15 \div 5 = 3$, 故ニ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3}$, (176. 第三) = $\frac{6}{15}$.

又 $\frac{2}{5}$ ナル分數ノ分母ヲ 12 トナサンニハ $12 \div 5 = 2\frac{2}{5}$ 故ニ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times \frac{12}{5}}{5 \times \frac{12}{5}} = \frac{2 \times 12 \div 5}{5 \times 12 \div 5} = \frac{24}{60} = \frac{4}{12}$, (184. 第壹)

$\frac{45}{12}$ ハ繁分數ナリ。(181.)

(第貳) 整數ハ分母 1 ヲ有スル分數(176. 第七)トシ前法ヲ行フ。

例ヘバ 5 ヲ分母 12 ナル分數トナスニハ $5 = \frac{5}{1} = \frac{5 \times 12}{1 \times 12} = \frac{60}{12}$.

186. 約分 トハ分數ノ分母子ノ通因子ヲ約シ分數ヲ最低項ニナスノ法ナリ。(176. 第三)

(第壹) 分母子ノ通因子ヲ直チニ發見シ得ベキハ對約法(169.)

ニヨリ之ヲ約スベシ例ヘバ $\frac{84}{630} = \frac{7 \times 6 \times 2}{7 \times 6 \times 15} = \frac{2}{15}$.

(第貳) 分母子ガ衆位數ニシテ直チニ通因子ヲ發見シ難キハ最大公約數ヲ求ムルノ法(152.)ニヨリテ分母子ノ最大公約數

ヲ求メ以テ分母子ヲ約ス例ヘバ $\frac{364}{845}$ ニ於テ 364 ト 845 ノ G.C.M.

ヲ求メ 13 ヲ得, 然ルキハ $\frac{364}{845} = \frac{364 \div 13}{845 \div 13} = \frac{28}{65}$.

187. 通分母法 トハ諸分數ノ分母ヲ等シクスルノ法ニシテ其等分母ハ最小ナルヲ要ス其法ハ諸分母ノ最小公倍數ヲ求メ(160.—164.)之ヲ分母トシ各分母ニテ之ヲ除シ其商ヲ各

分子ニ乘ズ例ヘバ $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{30}$ ナル三分數ヲ通分母トナスニハ先ヅ分母ノ最小公倍數ヲ求メ 30 ヲ得, 故ニ $30 \div 5 = 6, 30 \div 10 = 3, 30 \div 30 = 1$ 即 $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{30} = \frac{2 \times 6}{30}, \frac{3 \times 3}{30}, \frac{7 \times 1}{30} = \frac{12}{30}, \frac{9}{30}, \frac{7}{30}$.

注意 各分數ガ分母子ニ通因子アレバ先ヅ之ヲ約スベシ(186.)

例 題 廿 七

次ノ諸假分數ヲ整數或ハ帶分數ニ變化セヨ。

1. $\frac{24}{3}$.
2. $\frac{238}{13}$.
3. $\frac{568}{71}$.
4. $\frac{200}{11}$.
5. $\frac{355}{113}$.

6. $\frac{289}{36}$, 7. $\frac{8999}{123}$, 8. $\frac{7259}{256}$, 9. $\frac{113113}{772}$, 10. $\frac{99999}{2579}$.

次ノ諸帶分數ヲ假分數ニ變化セヨ.

11. $2\frac{1}{3}$, 12. $3\frac{5}{81}$, 13. $72\frac{19}{72}$, 14. $100\frac{1}{100}$.

15. $75\frac{7}{11}$, 16. $7\frac{3}{295}$, 17. $99\frac{52}{99}$.

18. $106\frac{31}{82}$, 19. $925\frac{71}{630}$, 20. $1001\frac{1}{720}$.

21. 6, 21, $\frac{2}{3}$ ノ各數ヲ6ナル分母ヲ有スル分數トセヨ.

22. $7\frac{7}{12}$, $\frac{11}{36}$ ノ各數ヲ144ナル分母ヲ有スル分數トセヨ.

23. $\frac{7}{32}$, $\frac{3}{103}$, $2\frac{31}{128}$ ノ各數ヲ64ヲ有スル分數ニ變化セヨ.

次ノ諸分數ヲ最低項(即チ已約分數)トセヨ.

24. $\frac{24}{48}$, 25. $\frac{24}{38}$, 26. $\frac{18}{54}$, 27. $\frac{35}{49}$, 28. $\frac{12}{84}$.

29. $\frac{63}{98}$, 30. $\frac{17}{68}$, 31. $\frac{19}{95}$, 32. $\frac{108}{144}$, 33. $\frac{121}{256}$.

34. $\frac{288}{192}$, 35. $\frac{134}{134}$, 36. $\frac{75}{300}$, 37. $\frac{19}{31}$, 38. $\frac{132}{156}$.

39. $\frac{41}{83}$, 40. $\frac{600}{375}$, 41. $\frac{375}{1000}$, 42. $\frac{263}{1042}$, 43. $\frac{764}{1160}$.

44. $\frac{560}{1680}$, 45. $\frac{2104}{3150}$, 46. $\frac{345}{920}$, 47. $\frac{800}{2000}$, 48. $\frac{1215}{2187}$.

次ノ諸分數ノ各群ヲ最小通分母トセヨ.

49. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, 50. $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{3}{12}$, 51. $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{10}{18}$.

52. $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{9}$, $4\frac{1}{2}$, 53. $\frac{5}{4}$, $\frac{14}{35}$, $3\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{4}$.

54. $\frac{8}{40}$, $\frac{6}{30}$, $\frac{14}{56}$, $5\frac{2}{5}$, 55. $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$.

56. $\frac{49}{294}$, $\frac{250}{750}$, $\frac{1260}{5040}$, 57. $\frac{113}{2560}$, $\frac{269}{512}$, $\frac{1447}{5120}$.

加法

188. 分數之加法 ハ貳ツ或ハ貳ツ以上ノ分數ヲ聚メタルモノニ等シキ壹分數ヲ求ムルノ法ナリ但シ定義ハ凡ベテ第貳編加法ニ等シ.

189. 等分母之加法 トハ分母ノ等シキ諸分數ノ和ヲ求ムルノ法ナリ.

(第壹) 例ヘバ $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{4}{16}$ ノ和ヲ求ム.
 $\frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{4}{16} = \frac{1}{16}$ ノ3倍 + $\frac{1}{16}$ ノ5倍 + $\frac{1}{16}$ ノ4倍, (172. 第貳)
 $= \frac{1}{16}$ ノ(3+5+4)倍 = $\frac{1}{16}$ ノ12倍 = $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$, (186.) = $\frac{3}{4}$ 即チ和

(通法) $\frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{4}{16} = \frac{3+5+4}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

(第貳) 例ヘバ 5 , $2\frac{4}{7}$, $3\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$ ノ和ヲ求ム.
 $5 + 2\frac{4}{7} + 3\frac{2}{7} + \frac{6}{7} = 5 + 2 + \frac{4}{7} + 3 + \frac{2}{7} + \frac{6}{7}$, (179.)
 $= 5 + 2 + 3 + \frac{4+2+6}{7}$, (第壹) = $10 + \frac{12}{7} = 10 + 1\frac{5}{7}$, (184. 第壹)
 $= 11\frac{5}{7}$ 即チ和

(通法) $5 + 2\frac{4}{7} + 3\frac{2}{7} + \frac{6}{7} = 10\frac{4+2+6}{7} = 10\frac{12}{7} = 11\frac{5}{7}$.

規則 等分母ヲ和ノ分母トシ諸分子ノ和ヲ和ノ分子トス而シテ和ノ分子ガ分母ヨリ大ナルキハ分母ヲ以テ之ヲ除シ帶分數トナスベシ又帶分數ヲ加フルニハ整數丈ケノ和ト分數ノ和トヲ以テ全キ和トナスナリ.

190. 異分母之加法 トハ分母ノ等シカラザル諸分
數ノ和ヲ求ムル法ナリ.

(第壹) 例ヘバ $\frac{5}{12}, \frac{7}{18}, \frac{3}{4}$ ノ和ヲ求ム.

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{18} + \frac{3}{4} = \frac{15}{36} + \frac{14}{36} + \frac{27}{36}, (187.) = \frac{15+14+27}{36} (189.)$$

$$= \frac{56}{36} = 1\frac{20}{36} = 1\frac{5}{9} \text{ 即チ和.}$$

此通法ハ之ト同法ナリ故ニ畧ス.

(第貳) 例ヘバ $2\frac{5}{12}, 5\frac{7}{36}, 4\frac{11}{60}, 6$ ノ和ヲ求ム.

$$2\frac{5}{12} + 5\frac{7}{36} + 4\frac{11}{60} + 6 = 17\frac{75+35+33}{180} = 17\frac{143}{180} \text{ 即チ和.}$$

例題廿八

1. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$
2. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$
4. $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}$
5. $1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}$
6. $3\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$
7. $2\frac{2}{5} + 3\frac{4}{5}$
8. $1\frac{7}{8} + \frac{3}{8}$
9. $\frac{9}{17} + \frac{3}{17} + \frac{14}{17} + \frac{11}{17}$
10. $2\frac{9}{17} + 6\frac{3}{17} + 5\frac{14}{17} + \frac{11}{17}$
11. $\frac{4}{5} + \frac{5}{8}$
12. $\frac{3}{4} + \frac{7}{8}$
13. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$
14. $\frac{4}{15} + \frac{11}{20}$
15. $\frac{5}{16} + \frac{11}{24}$
16. $12\frac{5}{8} + 7\frac{3}{16}$
17. $85\frac{7}{12} + 27\frac{11}{18}$
18. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$
19. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$
20. $\frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{8}{15} + \frac{7}{20} + \frac{13}{30}$
21. $5\frac{17}{20} + 11\frac{19}{30} + 24\frac{21}{40} + \frac{9}{50} + 17\frac{8}{15} + 14 + 11\frac{5}{12}$
22. $9\frac{1}{4} + 15\frac{11}{28} + 163\frac{17}{63} + 1\frac{11}{12} + 10\frac{1}{4}$
23. $3\frac{3}{5} + 4\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} + 2$
24. $1\frac{3}{20} + 2\frac{2}{25} + 5\frac{7}{30} + \frac{4}{15}$

25. $\frac{2}{7} + 1\frac{4}{9} + 2 + 3\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$
26. $4\frac{4}{9} + 3\frac{3}{8} + 2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{6} + \frac{9}{14}$
27. $\frac{11}{35} + \frac{7}{40} + 10 + \frac{23}{60}$
28. $\frac{27}{50} + \frac{29}{50} + \frac{31}{80} + \frac{33}{100} + \frac{37}{240}$
29. $2 + \frac{2}{3} + 1\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 4\frac{8}{9} + 5\frac{11}{24} + \frac{1}{12}$
30. $3\frac{5}{8} + 6 + \frac{4}{11} + 2\frac{3}{10} + 5\frac{5}{16} + \frac{9}{20}$
31. $\frac{8}{15} + \frac{7}{18} + 3\frac{17}{20} + 1\frac{19}{24} + 2\frac{17}{20} + \frac{1}{60}$
32. $\frac{5}{14} + \frac{6}{11} + 9 + \frac{1}{2}$
33. $20\frac{5}{12} + 11\frac{7}{20} + 5\frac{1}{3} + 305$
34. $\frac{11}{38} + \frac{14}{57} + \frac{17}{76}$
35. $\frac{5}{17} + \frac{11}{34} + \frac{14}{51} + \frac{19}{68}$
36. $317\frac{2}{3} + 17\frac{3}{51} + 4\frac{9}{10} + \frac{7}{15} + 6\frac{2}{3} + \frac{5}{17}$
37. $4\frac{7}{15} + 8\frac{5}{21} + 4\frac{7}{11} + 5\frac{2}{7} + 5\frac{4}{3} + \frac{2}{3}$
38. $3\frac{2}{3} + 5\frac{3}{40} + 8\frac{7}{240} + \frac{39}{60} + 1\frac{29}{880}$
39. $4\frac{5}{13} + 7\frac{5}{39} + 5\frac{47}{78} + 275\frac{37}{156} + 2\frac{57}{91}$
40. $\frac{17}{33} + 7\frac{5}{12} + 6\frac{8}{44} + 400\frac{3}{28} + 51\frac{25}{56}$
41. $\frac{5}{8}$ ト $\frac{3}{4}$ チ聚メタルモノニ等シキ壹分數ヲ作レ.
42. 商人アリ海外ニ輸出品ヲ出スニ課税百斤ノ重量ニ付生絲ハ廿三圓ト五分ノ貳, 玉絲ハ六圓ト廿五分ノ六, 麻ハ百廿五分ノ七拾八圓ナリ此三種各百斤ニ付課税ノ總額幾許ナリヤ.
43. 或人旅行スルニ初日ハ拾里ト七分ノ三, 次日ハ拾三里ト五分ノ四, 終日ハ拾五里ト三拾五分ノ廿チ歩メリ總里數如何.
44. 五個ニ付三錢ノ桃, 六個ニ付拾錢ノ柿アリ此貳種壹個ノ價ヲ合シタルモノハ梨壹個ノ價ナリトスレバ梨壹個ノ價如何.

減 法

191. 分數之減法 モ亦タ第貳編整數ノ減法ノ如ク兩分數ノ差ヲ求ムルノ法ナリ.

192. 等分母之減法 ハ分母ノ等シキ兩分數ノ差ヲ求ムルノ法ナリ.

(第壹) 例ヘバ $\frac{5}{7}$ ヨリ $\frac{2}{7}$ チ減ズルヲ求ム.

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{1}{7} \quad \text{ノ } 5 \text{ 倍} - \frac{1}{7} \text{ ノ } 2 \text{ 倍} = \frac{1}{7} \text{ ノ } (5-2) \text{ 倍} = \frac{3}{7} \text{ 即チ差}$$

(第貳) 例ヘバ $12\frac{5}{7}$ ヨリ $8\frac{2}{7}$ チ減ズルヲ求ム.

$$12\frac{5}{7} - 8\frac{2}{7} = 12 + \frac{5}{7} - \left(8 + \frac{2}{7}\right) = 12 + \frac{5}{7} - 8 - \frac{2}{7}, \quad (65. \text{ 第壹})$$

$$= 12 - 8 + \frac{5-2}{7} = 4\frac{3}{7}$$

(第參) 例ヘバ $10\frac{3}{16}$ ヨリ $6\frac{7}{16}$ チ減セヨ.

$$10\frac{3}{16} - 6\frac{7}{16} = 4 + \frac{3}{16} - \frac{7}{16} = 3 + 1 + \frac{3}{16} - \frac{7}{16} = 3 + 1\frac{3}{16} - \frac{7}{16}$$

$$= 3 + \frac{19}{16} - \frac{7}{16}, \quad (184. \text{ 第貳} = \text{ヨリ } 1\frac{3}{16} = \frac{19}{16})$$

$$= 3\frac{12}{16} = 3\frac{3}{4} \text{ 即チ差}$$

(第肆) 例ヘバ 82 ヨリ $63\frac{67}{72}$ チ減セヨ.

$$82 - 63\frac{67}{72} = 81 + \frac{72}{72} - 63\frac{67}{72} = 81 - 63 + \frac{72}{72} - \frac{67}{72} = 18\frac{5}{72} \text{ 即チ差}$$

(第伍) 例ヘバ $7\frac{7}{25}$ ヨリ 5 チ減セヨ.

$$7\frac{7}{25} - 5 = 7 - 5 + \frac{7}{25} = 2\frac{7}{25} \text{ 即チ差}$$

規則. 等分母ヲ差ノ分母トシ被減數ノ分子ヨリ減數ノ分子ヲ減シタルモノヲ差ノ分子トス若シ帶分數ナラバ被減數ノ整數ヨリ減數ノ整數ヲ減シ差ノ整數トス.

又帶分數ニ於テ被減數ノ分子ガ減數ノ分子ヨリ小ナレバ差ノ整數ノ1ヲ等分母ノ分數トナシ之ト被減數ノ分數ノ和ヨリ減數ヲ減ズ.

193. 異分母之減法 トハ等シカラザル分母ノ兩分數ノ差ヲ求ムルノ法ナリ.

(第壹) 例ヘバ $\frac{7}{36}$ ヨリ $\frac{3}{24}$ チ減ズルヲ求ム.

$$\frac{7}{36} - \frac{3}{24} = \frac{14-9}{72} = \frac{5}{72}, \quad (187. \text{ 及 } 192.) \text{ 即チ差}$$

(第貳) 例ヘバ $7\frac{3}{5}$ ヨリ $2\frac{3}{7}$ チ減ズルヲ求ム.

$$7\frac{3}{5} - 2\frac{3}{7} = 5\frac{21-15}{35} = 5\frac{6}{35}, \quad (\text{同上}) \text{ 即チ差}$$

(第參) 例ヘバ $105\frac{5}{21}$ ヨリ $90\frac{6}{7}$ チ減ズルヲ求ム.

$$105\frac{5}{21} - 90\frac{6}{7} = 15\frac{5-18}{21} = 14\frac{21+5-18}{21} = 14\frac{8}{21}, \quad (\text{同上}) \text{ 即チ差}$$

194. 分數之補數 或壹分數ト他ノ壹分數ト相加ヘテ

1トナルキ此兩分數ハ互ヒニ補數ヲナトイフ例ヘバ

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \text{ 故ニ } \frac{2}{5} \text{ ノ補數ニシテ又 } \frac{3}{5} \text{ ノ補數ナリ.}$$

$$\text{例ヘバ } \frac{3}{7} \text{ ノ補數ヲ求ムルニハ } 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

例 題 廿 九

1. $\frac{7}{13} - \frac{6}{13}$
2. $15\frac{25}{112} - 10\frac{7}{112}$
3. $100\frac{1}{99} - 5\frac{88}{99}$
4. $\frac{8}{15} - \frac{5}{12}$
5. $\frac{11}{18} - \frac{3}{14}$
6. $4 - \frac{1}{2}$

7. $7 - \frac{2}{3}$. 8. $3 - \frac{5}{8}$. 9. $8 - \frac{3}{7}$. 10. $5 - \frac{4}{5}$.
11. $5 - \frac{7}{9}$. 12. $6\frac{1}{3} - 5\frac{1}{6}$. 13. $4\frac{2}{5} - 3\frac{3}{7}$. 14. $7\frac{1}{3} - 2\frac{8}{10}$.
15. $7\frac{2}{5} - 4\frac{8}{9}$. 16. $6\frac{3}{5} - 2\frac{3}{4}$. 17. $6\frac{4}{5} - 4\frac{5}{6}$. 18. $4\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$.
19. $6\frac{3}{4} - 4\frac{2}{3}$. 20. $7\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$. 21. $8\frac{1}{5} + 4\frac{4}{7}$. 22. $85\frac{7}{22} - 27\frac{11}{18}$.
23. $8\frac{7}{10} - 2\frac{11}{16}$. 24. $10 - 3\frac{5}{8}$. 25. $120\frac{21}{32} - 110\frac{13}{24}$.
26. $5\frac{17}{28} - \frac{27}{35}$. 27. $13\frac{3}{40} - 2\frac{15}{44}$. 28. $2\frac{151}{240} - 1\frac{63}{192}$.
29. $4 - 1\frac{3317}{4000}$. 30. $1473 - 279\frac{11}{2}$. 31. $1473\frac{5}{13} - 279\frac{11}{12}$.
32. $1473\frac{7}{18} - 279\frac{11}{12}$. 33. $278\frac{15}{16} - 30\frac{5}{12}$. 34. $125\frac{5}{22} - 10\frac{17}{33}$.
35. $118\frac{5}{11} - 17\frac{3}{14}$. 36. $94\frac{5}{11} - 91\frac{13}{14}$. 37. $7\frac{5}{21} - 2\frac{11}{14}$.
38. $\frac{235}{357} - \frac{13}{51}$. 39. $\frac{17}{63} - \frac{29}{108}$. 40. $\frac{9}{38} - \frac{43}{209}$.
41. $\frac{146}{273} - \frac{26}{637}$. 42. $\frac{359}{360} - \frac{199}{200}$. 43. $10\frac{1}{10} - 9\frac{1}{9}$.
44. $\frac{7}{100}$ = 如何ナル分數ヲ加フレバ $\frac{7}{50}$ トナルカ.
45. $\frac{5}{109}$ ノ補數ヲ求ム.
46. 東京灣ニ注入スル兩大河荒川(長サ三拾貳里ト貳分ノ壹)ト玉川(長サ拾八里ト九分ノ四)ノ長サノ差ヲ求ム.
47. 人アリ貯金ノ拾七分ノ三ニテ家ヲ買ヒ修繕ノ爲メ貯金ノ九分ノ貳ヲ出シ又貯金ノ半ヲ以テ公債證書ヲ購求セリ然ルモ今殘ル所ノ金ハ貯金ノ何部分ナリト.
48. 陸軍士官學校ハ教員131人、生徒769人、海軍兵學校ハ教員36人、生徒189人ナリ平均教員壹名ニ付受持ノ生徒何レカ多キト其差如何(明治拾八年拾貳月調)

乘法

195. 分數之乘法 ハ下ノ如シ.

(第壹) 分數ニ整數ヲ乘ズルハ整數ノ乘法ト同シ定義ナリ而シテ其法ハ分子ニ整數ヲ乘ズ. (176. 第壹)

$$\text{例ハバ } \frac{5}{28} \times 3 = \frac{5 \times 3}{28} = \frac{15}{28} \text{ 即 } \frac{5}{28} \text{ ノ } 3 \text{ 倍.}$$

(第貳) 整數ニ分數ヲ乘ズルハ整數ヲ分母丈ケ等分シ其壹分ヲ分子丈ケ聚メタルモノヲ求ムルノ意ニシテ即チ整數ノ何部分ヲ求ルモノナリ而シテ其法ハ第壹ト同シ又別法ヲ示セバ下ノ如シ.

$$\text{例ハバ } 3 \times \frac{5}{28} = 3 \times (5 \div 28) = 3 \times 5 \div 28 = \frac{3 \times 5}{28} = \frac{15}{28} \text{ (即 } 3 \text{ ノ } \frac{5}{28} \text{ 八分ノ五.)}$$

(第三) 分數ニ分數ヲ乘ズルハ分數ノ何部分ヲ求ムルノ意ニシテ被乘數ノ分母ニ乘數ノ分母、被乘數ノ分子ニ乘數ノ分子ヲ乘ズ.

$$\text{例ハバ } \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times (3 \div 7) = \frac{4}{5} \times 3 \div 7 = \frac{4 \times 3}{5 \div 7}, \text{ (176. 第壹)}$$

$$= \frac{4 \times 3}{5 \times 7}, \text{ (176. 第貳)} = \frac{12}{35} \text{ 即 } \frac{4}{5} \text{ ノ } 7 \text{ 分之 } 3.$$

(第四) 重分數ヲ單ナル分數ニナスハ即チ分數ノ乘法ナリ. (第三及ビ 182. ヲ參照セヨ)

$$\text{例ハバ } \frac{3}{7} \text{ of } \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{12}{35}.$$

196. 乘法之算法 ハ下ノ如シ.

(第壹) 分數ニ整數ヲ乘ズル法. (195. 第壹)

$$\text{(通法壹)} \frac{2}{3} \times 8 = \frac{2 \times 8}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

$$\text{(通法貳)} \frac{7}{12} \times 6 = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}.$$

(通法三) $160\frac{3}{80} \times 15 = \left(16 + \frac{3}{80}\right) \times 15, (179.)$
 $= 160 \times 15 + \frac{3}{80} \times 15, (68.) = 2400 + \frac{9}{16} = 2400\frac{9}{16}$

(第貳) 整数 = 分数ヲ乗ズル法. (第壹 = 同シ)

(第三) 分数 = 分数ヲ乗ズル法. (195. 第三)

(通法壹) $\frac{15}{16} \times \frac{12}{25} = \frac{15 \times 12}{16 \times 25} = \frac{9}{20}$

(通法貳) $7\frac{2}{5} \times 15\frac{1}{4} = \frac{37}{5} \times \frac{61}{4} = \frac{2257}{20} = 112\frac{17}{20}$

規則. 分数ノ乗法ハ 195. ノ理ニヨリテ乗ズベシ而シテ相乗スル前ニ分母子ニ通因子アラバ 169. ニヨリ之ヲ省約シ然ル後ヲ乗法ヲ行フベシ.

例題三拾

1. $\frac{3}{4} \times 2.$
2. $\frac{3}{4} \times 9.$
3. $10 \times \frac{2}{5}.$
4. $15 \times \frac{3}{5}.$
5. $\frac{9}{21} \times 7.$
6. $16 \times \frac{5}{8}.$
7. $\frac{5}{8} \times 2.$
8. $\frac{2}{15} \times 5.$
9. $27 \times \frac{5}{9}.$
10. $\frac{13}{20} \times 2.$
11. $\frac{13}{20} \times 3.$
12. $\frac{13}{20} \times 4.$
13. $5 \times \frac{13}{20}.$
14. $6 \times \frac{13}{20}.$
15. $7 \times \frac{13}{20}.$
16. $8 \times \frac{13}{20}.$
17. $\frac{13}{20} \times 10.$
18. $\frac{13}{20} \times 12.$
19. $\frac{13}{20} \times 15.$
20. $\frac{13}{20} \times 20.$
21. $18 \times 5\frac{7}{36}.$
22. $18 \times 99\frac{7}{12}.$
23. $59\frac{1}{12} \times 36.$
24. $59\frac{11}{12} \times 50.$
25. $\frac{3}{8} \times 7\frac{1}{11}.$
26. $\frac{3}{7}$ of $2\frac{1}{10}.$
27. $\frac{3}{7}$ of $\frac{5}{9}.$
28. $2\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{2}.$
29. $4\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{7}.$
30. $4\frac{5}{8} \times 9\frac{1}{3}.$
31. $\frac{1}{3}$ of $\frac{3}{5}$ of 10.
32. $\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{4}$ of $\frac{2}{3}.$
33. $\frac{4}{5} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$ of $4\frac{1}{5}.$
34. $\frac{5}{8} \times 4\frac{1}{2}.$

35. $\frac{3}{8} \times \frac{9}{10} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$ of $15\frac{3}{4}.$
36. $5\frac{3}{4} \times 9\frac{2}{5}.$
37. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \times \frac{7}{15} \times 7\frac{1}{2}.$
38. $\frac{2}{5}$ of $\frac{10}{17}$ of $\frac{9}{20}$ of $8\frac{1}{3}.$
39. $\frac{8}{11} \times \frac{20}{21} \times \frac{35}{48} \times 2\frac{10}{19}.$
40. $4\frac{2}{3} \times 10\frac{13}{5} \times 1\frac{7}{308}.$
41. $\frac{5}{8} \times 120\frac{1}{21} \times \frac{66}{85} \times 17.$
42. $38 \times 5\frac{2}{7} \times \frac{69}{88} \times 12\frac{9}{23}.$
43. $\frac{1}{2}$ of $\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{4}$ of $\frac{4}{5}$ of $\frac{5}{6}$ of $\frac{6}{7}$ of $\frac{7}{8}$ of $\frac{8}{9}$ of $\frac{9}{10}$ of 10.
44. $\frac{7}{25}$ of $\frac{8}{11}$ of 30.
45. $\frac{113}{355} \times \frac{85}{226} \times \frac{13}{35} \times 1\frac{3}{4}.$
46. $\frac{7}{8} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{21} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{8}$ of $\frac{3}{4}$ of 8.
47. $\frac{2}{13}$ of $\frac{39}{40}$ of $11\frac{2}{7}.$
48. $\frac{9}{11} \times \frac{7}{12} \times \frac{23}{83} \times 48.$
49. $\frac{39}{40}$ of $\frac{7}{65}$ of $\frac{25}{42}$ of 12.
50. $1\frac{2}{3} \times 4\frac{1}{2}$ of $\frac{3}{8}.$
51. $2\frac{4}{9} \times 1\frac{3}{7} \times 1\frac{13}{15} \times 8.$
52. $3\frac{5}{7}$ of $2\frac{1}{2}$ of $1\frac{8}{15}$ of $1\frac{4}{11}.$
53. $\frac{11}{12} \times 5\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{8} \times \frac{7}{22} \times 5.$
54. $\frac{2}{3}$ of $\frac{7}{15} \times 8\frac{2}{9} \times \frac{6}{29}$ of $11\frac{7}{18}.$
55. $\frac{17}{82} \times \frac{27}{38} \times 12\frac{3}{33}.$
56. $\frac{292}{485} \times \frac{573}{657} \times \frac{248}{1719}.$
57. $\frac{1205}{2763}$ of $\frac{712}{2169}$ of $\frac{1535}{1068}.$
58. 百五拾ヲ七等分シ其壹ツヲ四ツ聚メタル數ヲ求ム.
59. 百圓ノ七拾貳分ノ五ハ幾許ナリヤ.
60. 所得税ハ三萬圓以上ノ歳入アル者ハ其百分ノ三ヲ納ムルヲ法トス今商人アリ壹年間ノ所得ヲ計算セシニ四萬五千六百七拾八圓ト廿五分ノ廿三ナリ然ルキハ其納稅ノ高幾許ナリヤ.
61. 六尺ニ付貳拾錢ノ布ヲ拾八丈七尺ノ七分ノ六買フキハ其價幾許ナリヤ.
62. 四輪車アリ輪周 $16\frac{1}{2}$ 英里ノ五千貳百八拾分ノ壹ニシテ或道ヲ行クニ貳萬四千百六拾週轉セリ此道程如何.

除 法

197. 分數之除法 ハ分數乘法ノ反法ナリ.

(第壹) 整數ニテ分數ヲ除スル法 (176. 第貳)

$$\text{例ハバ } \frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{3}{20} \text{ 即チ } \frac{3}{5} \text{ ノ } 4 \text{ 等分ノ壹.}$$

(第貳) 分數ニテ整數ヲ除スル法 ハ除數即チ分數ノ分母子ヲ轉倒シ之ヲ被除數即チ整數ニ乘ズ.

$$\text{例ハバ } 4 \div \frac{3}{5} = 4 \div (3 \div 5) \text{ (172. 第壹)} = 4 \times 5 \div 3, \text{ (70.)}$$

$$= \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ 即 } 4 \text{ ノ } 3 \text{ 等分ノ壹ノ } 5 \text{ 倍.}$$

(第三) 分數ニテ分數ヲ除スル法 ハ除數ノ分母子ヲ轉倒シテ被除數ニ乘ズ.

$$\text{例ハバ } \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = (34) \div (2 \div 5) = 3 \div 4 \div 2 \times 5, \text{ (70.)}$$

$$= (3 \div 4 \div 2) \times 5 = 5 \times (3 \div 4 \div 2), \text{ (66.)} = 5 \times 3 \div 4 \div 2$$

$$= 3 \times 5 \div (4 \times 2), \text{ (70.)} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

(別法) 除法ニ於テハ實ト法ニ同數ヲ乘ズルモ其商ハ變ゼス(此理ハ 73. 第三ノ如ク分數ニテモ亦タ解明シ得ベシ)故ニ

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{4} \times \frac{5}{2}\right) \div \left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}\right) = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} \div 1 = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

198. 除法之算法 ハ下ノ如シ.

(第壹) 整數ニテ分數ヲ除スル法 (197. 第壹)

$$\text{(通法壹)} \quad \frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}.$$

$$\text{(通法貳)} \quad \frac{17}{72} \div 34 = \frac{17}{72 \times 34} = \frac{1}{144}.$$

$$\text{(通法三)} \quad 7\frac{1}{3} \div 12 = \frac{22}{3} \div 12 = \frac{22}{3 \times 12} = \frac{11}{18}.$$

$$\text{(通法四)} \quad 160\frac{96}{97} \div 80 = \left(160 + \frac{96}{97}\right) \div 80, \text{ (179.)}$$

$$= 160 \div 80 + \frac{96}{97} \div 80, \text{ (71.)} = 20 + \frac{96}{97 \times 80} = 20\frac{6}{585}.$$

(第貳) 分數ニテ整數ヲ除スル法 (197. 第貳)

$$\text{(通法壹)} \quad 4 \div \frac{3}{5} = 4 \times \frac{5}{3} = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}.$$

$$\text{(通法貳)} \quad 16 \div 3\frac{1}{5} = 16 \div \frac{16}{5} = 16 \times \frac{5}{16} = \frac{16 \times 5}{16} = 5.$$

(第三) 分數ニテ分數ヲ除スル法 (197. 第三)

$$\text{(通法壹)} \quad \frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}.$$

$$\text{(通法貳)} \quad 5\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{34} = \frac{17}{3} \div \frac{273}{34} = \frac{17}{3} \times \frac{34}{273} = \frac{578}{819}.$$

$$\text{(通法三)} \quad 256\frac{3}{7} \div 1\frac{7}{9} = 256\frac{3}{7} \div \frac{16}{9} = \left(256 + \frac{3}{7}\right) \times \frac{9}{16}.$$

$$= 256 \times \frac{9}{16} + \frac{3}{7} \times \frac{9}{16} = 144 + \frac{27}{112} = 144\frac{27}{112}.$$

199. 反商 壹數ニテ1ヲ除シタルモノヲ其壹數ノ反商ト

イフ整數ノ反商例ハバ5ノ反商ハ $1 \div 5 = \frac{1}{5}$ ナリ又分數ノ反商例ハバ $\frac{2}{5}$ ノ反商ハ $1 \div \frac{2}{5} = \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ 故ニ分數ノ反商ハ分母子ヲ轉倒

シタルモノナリ.

之ニ由テ分數ノ除法ハ被除數ニ除數ノ反商ヲ乘ズルモノナル

$$\text{ナリ知ル例ハバ } \frac{4}{5} \div \frac{7}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{4}{7}.$$

例題三拾壹

1. $\frac{34}{5} \div 6$. 2. $\frac{10}{11} \div 5$. 3. $\frac{3}{7} \div 8$. 4. $18\frac{2}{3} \div 7$.
 5. $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$. 6. $\frac{12}{16} \div \frac{3}{8}$. 7. $1\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{2}$. 8. $5\frac{1}{5} \div 4\frac{2}{3}$.
 9. $8\frac{2}{9} \div 4\frac{1}{9}$. 10. $7\frac{1}{5} \div 4\frac{2}{7}$. 11. $6\frac{3}{4} \div 9\frac{1}{2}$. 12. $8\frac{2}{3} \div 4\frac{2}{3}$.
 13. $3\frac{8}{9} \div \frac{1}{2}\frac{1}{7}$. 14. $4\frac{3}{7} \div 6\frac{8}{9}$. 15. $3\frac{4}{5}$ of $2\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ of $2\frac{1}{9}$.
 16. $5 \div 4\frac{2}{7}$. 17. $2\frac{2}{7} \div 3\frac{1}{3}$ of $1\frac{1}{13}$. 18. $2\frac{9}{11}$ of $5\frac{1}{2} \div 7\frac{3}{4}$.
 19. $5\frac{2}{3}$ of $8\frac{1}{3}$ of $1\frac{4}{7} \div 2\frac{1}{10}$ of $5\frac{5}{9}$.
 20. $7\frac{1}{7}$ of $6\frac{1}{8}$ of $5\frac{1}{5}$ の反商ヲ求ム.
 21. $8100 \div 2\frac{1}{7}$ の反商ヲ求ム.
 22. 100 = 幾許ヲ乘ズレバ 17 ナルカ.
 23. 8 ナ何倍スレバ 6 トナルカ.
 24. 8 = 何ヲ乘ズレバ $1\frac{1}{2}$ トナルカ.
 25. $17\frac{2}{3}$ 尺ノ物指ニテ 1000 尺ノ布ヲ度ルニハ幾回度ルベキカ.
 26. 露西亞ハ甲鐵艦 32 艘. 水雷火船 127 艘. 其他 187 艘. 又獨逸ハ甲鐵艦 27 艘. 巡洋艦 24 艘. 水雷火船 63 艘. 其他 47 艘アリ各艦船ノ總數ノ割合ニ應ジ露ノ甲鐵艦ハ獨ニ何倍セシヤ. (洋紀 1886 年調)
 27. $5\frac{1}{3}$ ナ何倍スレバ $8\frac{1}{3}$ トナルカ.
 28. 或人家財ヲ貳子ニ與フルニ長子ハ全額ノ七分ノ三ノ五分ノ八. 次子ハ其殘リヲ得ルトイフ然ルキハ長子ノ所得ハ次子ノ何倍ニ當ルカ.

繁分數

200. 繁分數 ハ前已ニ示ス所ノ分數ナリ. (181.)

201. 繁分數之算法 繁分數ヲ最簡ノ分數トナスノ法ハ下ノ如シ.

(第壹) 繁分數ノ分母子ニ有スル分數ノ分母ノ最小公倍數ヲ求メ之ヲ分母子ニ乘シ分母子ヲ整數トシ然ル後チ最簡分數トス.

(第貳) 分數ノ加. 減. 乘. 除四法ヲ用ヒテ最簡分數トスベシ.

$$\text{(算法壹)} \quad \frac{3\frac{4}{5}}{20} = \frac{3\frac{4}{5} \times 5}{20 \times 5}, \quad \text{(197. 別法)} = \frac{15+4}{100} = \frac{19}{100}.$$

$$\text{(算法貳)} \quad \frac{3}{2\frac{1}{5}} = \frac{3 \times 5}{2\frac{1}{5} \times 5} = \frac{15}{10+1} = \frac{15}{11} = 1\frac{4}{11}.$$

$$\text{(算法三)} \quad \frac{5\frac{7}{12}}{6\frac{5}{6}} = \frac{5\frac{7}{12} \times 12}{6\frac{5}{6} \times 12} = \frac{60+7}{72+10} = \frac{67}{82}.$$

$$\text{(算法四)} \quad \frac{5\frac{3}{4} - 2\frac{7}{8}}{7\frac{5}{8} - 3\frac{1}{6}} = \frac{(3\frac{3}{4} - \frac{7}{8}) \times 16}{(4\frac{5}{8} - \frac{1}{6}) \times 16} = \frac{48+12-14}{64+10-15} = \frac{46}{59}.$$

$$\text{(算法五)} \quad \frac{4\frac{7}{9} - 3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} + 1\frac{7}{18}}{3\frac{5}{9} - 2\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} - \frac{7}{18}} = \frac{(\frac{7}{9} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{7}{18}) \times 18}{(3\frac{5}{9} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{7}{18}) \times 18}$$

$$= \frac{14-9-6+7}{54+10-12+9-7} = \frac{6}{54} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{(算法六)} \quad \frac{\frac{3}{4} \times (\frac{11}{12} - \frac{2}{9})}{3\frac{1}{2} \times (\frac{2}{7} - \frac{1}{14})} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{11}{12} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{9}}{\frac{7}{2} \times \frac{2}{7} - \frac{7}{2} \times \frac{1}{14}} = \frac{\frac{11}{16} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{25}{36}.$$

例題三拾貳

$$1. \frac{2\frac{3}{11}}{3\frac{3}{4}} \quad 2. \frac{3}{7\frac{1}{8}} \quad 3. \frac{17\frac{1}{7}}{13\frac{1}{3}} \quad 4. \frac{5}{8\frac{1}{3}}$$

$$5. \frac{5\frac{1}{9}}{8\frac{1}{11}} \quad 6. \frac{1\frac{1}{3} \text{ of } 3\frac{1}{7}}{4\frac{1}{8} \text{ of } \frac{9}{10}} \quad 7. \frac{2\frac{1}{2} - 1\frac{5}{9}}{1\frac{5}{8} - 1\frac{5}{8}} \quad 8. \frac{10\frac{2}{5} - 1\frac{5}{7}}{7\frac{1}{8} - 3\frac{3}{10}}$$

$$9. \frac{\frac{3}{7} \text{ of } 2\frac{1}{17}}{1\frac{2}{3} \div 2\frac{3}{7}} \quad 10. \frac{6\frac{3}{4} - 1\frac{5}{14}}{2\frac{1}{8} + 1\frac{3}{7}} \quad 11. \frac{5\frac{4}{5} + 2\frac{3}{7}}{4\frac{2}{3} - 3\frac{11}{13}} \quad 12. \frac{8\frac{3}{4} - \frac{2}{3}}{14 - 1\frac{1}{7}}$$

$$13. \frac{3\frac{3}{7}}{11\frac{1}{4}} \text{ of } \frac{3\frac{3}{8}}{2\frac{2}{5}} \quad 14. \frac{5\frac{8}{9} - 4\frac{11}{2}}{5\frac{3}{8} - 2\frac{17}{8}} \quad 15. \frac{2\frac{3}{4} + 2\frac{7}{8}}{4\frac{3}{4} - 3\frac{1}{7}}$$

$$16. \frac{2 \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{11}}{3\frac{5}{7} \div 4\frac{1}{8}} \quad 17. \frac{\frac{17}{20} + \frac{11}{15} + \frac{7}{10} + \frac{4}{5}}{\frac{17}{20} - \frac{11}{15} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5}} \quad 18. \frac{4\frac{1}{7} - 2\frac{1}{4}}{6\frac{1}{2} - 2\frac{1}{7}}$$

$$19. \frac{2\frac{27}{40} - 4\frac{4}{7} + 3\frac{1}{8}}{5\frac{6}{7} - 4\frac{7}{8} + \frac{2}{5}} \quad 20. \frac{1\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{7} + \frac{1}{3} \text{ of } 2\frac{1}{4} - \frac{13}{8} \times 2}{\frac{13}{28} \text{ of } 2 + \frac{1}{3} \text{ of } 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} \text{ of } 1\frac{2}{7}}$$

$$21. 2\frac{1}{4} \times \frac{10\frac{3}{4} - 4\frac{11}{12}}{6\frac{3}{10} + 7\frac{2}{3}} \times \frac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{3} \times 9\frac{1}{11}} \quad 22. \frac{8\frac{7}{8} - 7\frac{6}{7} + 5\frac{5}{8} - 4\frac{4}{5}}{9\frac{9}{10} - 8\frac{13}{15} + 7\frac{7}{8} - 6\frac{6}{7}}$$

$$23. \frac{2}{3} \text{ of } \left(\frac{2}{3} \text{ of } \frac{2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2} - 1} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{9\frac{1}{2}}{7\frac{2}{3}} - \frac{1}{5}$$

最大公約數及最小公倍數

202. 分數之倍數及約數 甲分數ニテ乙分數ヲ除シ整数ノ商ヲ得ルキ乙分數ヲ甲分數ノ倍數トイヒ、甲分數ヲ乙分數ノ約數トイフ。(99.ヲ視ヨ)而シテ此場合ニ於テハ甲分數ニテ乙分數ヲ整除シ得ベキモノトイフ。

注意 此ニ説ク所ノ分數ハ凡ベテ最低項ニナシタルモノナリ。

203. 同原則 甲分數ニテ乙分數ヲ整除シ得ベキ場合ハ甲分數ノ分母ガ乙分數ノ分母ノ倍數トナリ分子ガ乙分數ノ分子ノ約數トナルキナリ何トナレバ除法(197.)ノ理ニヨリ甲分數ハ分母子ヲ轉倒シ乙分數ニ乘ズルヲ以テナリ。

$$\text{例ハバ甲ヲ } \frac{2}{15}, \text{ 乙ヲ } \frac{8}{5} \text{ トスレバ } \frac{8}{5} \div \frac{2}{15} = \frac{8}{5} \times \frac{15}{2} = 12.$$

204. 最大公約數及最小公倍數 前ノ如クナルガ故ニ諸分數ノ公約數(149.ヲ視ヨ)ハ諸分數ノ分母ノ公倍數ヲ公約數ノ分母トシ諸分數ノ分子ノ公約數ヲ公約數ノ分子トナスヲ明ラカナリ又諸分數ノ公倍數ハ之ニ反ス。

(定則) 故ニ諸分數ノ最大公約數ハ諸分母ノ最小公倍數ヲ分母トシ諸分子ノ最大公約數ヲ分子トナス。

諸分數ノ最小公倍數ハ之ニ反ス。

注意 諸分數ガ帶分數ナルキ或ハ其内、整数アルキハ之ヲ假分數トナスナリ。

(第壹例) $5\frac{5}{12}, \frac{13}{30}, \frac{39}{40}$ ノ最大公約數及ヒ最小公倍數ヲ求ム。

$$\text{三分數 } \frac{65}{12}, \frac{13}{30}, \frac{39}{40} \text{ ノ G.C.M.} = \frac{65, 13, 39 \text{ ノ G.C.M.}}{12, 30, 40 \text{ ノ L.C.M.}} = \frac{13}{120}$$

$$\text{” ” L.C.M.} = \frac{65, 13, 39 \text{ ノ L.C.M.}}{12, 30, 40 \text{ ノ G.C.M.}} = \frac{195}{2} = 97\frac{1}{2}$$

(第貳例) $1\frac{1}{15}, 8, 2\frac{4}{25}$ ノ最大公約數及ビ最小公倍數ヲ求ム。

$$\frac{16}{15}, \frac{8}{1}, \frac{24}{25} \text{ノ G.C.M.} = \frac{16, 8, 24 \text{ノ G.C.M.}}{15, 1, 25 \text{ノ L.C.M.}} = \frac{8}{75}$$

$$\text{” ” ” L.C.M.} = \frac{16, 8, 24 \text{ノ L.C.M.}}{15, 1, 25 \text{ノ G.C.M.}} = 48$$

例題三拾三

次ノ諸分數ノ G.C.M. 及ビ L.C.M. ヲ求ム。

1. $\frac{7}{9}, \frac{14}{27}, \frac{18}{45}$ 7. $50\frac{1}{2}, 67\frac{1}{3}, 44\frac{8}{9}, 84\frac{1}{6}, 707$.

2. $2\frac{2}{9}, 2\frac{2}{5}, \frac{4}{10}$ 8. $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$.

3. $33\frac{3}{7}, 50\frac{5}{8}$ 9. $1\frac{1}{14}, 1\frac{10}{21}, 4\frac{2}{7}, \frac{25}{12}$.

4. $\frac{7}{24}, \frac{35}{36}, \frac{49}{60}$ 10. $18\frac{2}{5}, 57\frac{1}{2}$.

5. $5\frac{1}{2}, 7\frac{1}{3}, 8\frac{1}{4}, 4\frac{8}{9}, 9\frac{1}{6}, 6\frac{5}{12}$ 11. $134\frac{3}{4}, 128\frac{1}{3}, 115\frac{1}{2}$.

6. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$ 12. $2\frac{22}{25}, 1\frac{37}{75}, \frac{63}{100}$.

13. 甲、乙、丙ガ一島周ヲ同方ニ向フテ壹緒ニ出立スルニ此島周ヲ壹周スルノ日數甲ハ $2\frac{1}{3}$ 日、乙ハ $2\frac{5}{6}$ 日、丙ハ $2\frac{7}{8}$ 日ナリ何日目ニ出立ノ處ニ於テ甲、乙、丙ガ壹緒ニ會スルカ。

14. 人ハ壹歩ニ貳尺ト三分ノ壹、馬ハ壹歩ニ貳尺ト四分ノ三ヲ行ク人ト馬ニテ端數ナク歩シ得ベキ最小ノ長サ如何。

15. 四分數 $2\frac{5}{9}, 6\frac{7}{18}, 11\frac{1}{2}$ 、及ビ $19\frac{1}{6}$ ノ各ヲ殘リ無ク整除シ得ベキ最大數如何。

16. 前ノ四分數ニテ整除シ得ベキ最小數如何。

分數之諸定理

205. 互換、結合、配分之三定理モ亦々分數ニ應用シ得ベシ。(第三編ヲ参照セヨ)

例へバ $\frac{3}{5} - (\frac{2}{7} - \frac{1}{8}) = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} + \frac{1}{8}$, $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$ 等ノ如シ。

$$(\frac{2}{5} + \frac{3}{7}) \div \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \div \frac{1}{2} + \frac{3}{7} \div \frac{1}{2}$$

206. 分數之諸定理ハ下ノ如シ。

(第壹) 己約分數ニ或整數ヲ乘シ最小整數ヲ得ルキ其或整數ハ其分數ノ分母ニシテ最小整數ハ其分子ナリ。

例へバ $\frac{11}{15}$ ニ於テ $\frac{11}{15} \times 15 = 11$ 此理ハ前ニ屢々説ク所ナリ。

(第貳) 等分母ノ兩分數ノ大小ハ分子ノ大小ニ從フ。

例へバ $\frac{11}{15}, \frac{10}{15}$ ニ於テ $11 > 10$ 雙方ヲ 15 除スレバ $\frac{11}{15} > \frac{10}{15}$.

(第三) 相等シキ兩分數ノ各分母子ノ和及ビ差ヲ分母子トスル兩分數ハ亦々相等シ。

例へバ $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ 雙方ニ 1 ヲ加フレバ $1 + \frac{3}{5} = 1 + \frac{6}{10}$ 即 $\frac{5+3}{5} = \frac{10+6}{10}$

又雙方ヲ 1 ヲ減ズレバ $1 - \frac{3}{5} = 1 - \frac{6}{10}$ 即 $\frac{5-3}{5} = \frac{10-6}{10}$ 之ヲ前

ノ結果ニテ除スレバ $\frac{5-3}{5+3} = \frac{10-6}{10 \times 6}$ 即 $\frac{5-3}{5+3} = \frac{10-6}{10+6}$.

(第四) 相等シキ諸分數ハ其諸分母ノ和ヲ分母トシ諸分子ノ和ヲ分子トスル壹分數ニ等シ。

例へバ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15}$ ニ於テ次ノ如シ。

等分數ノ價ヲ a トスレハ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = a$ ナルガ故ニ
 $2 = a \times 3, 4 = a \times 6, 6 = a \times 9, 10 = a \times 15$, (第壹) 之ヲ加フレバ
 $2 + 4 + 6 + 10 = a \times (3 + 6 + 9 + 15)$, (71.) 雙方ヲ分母ノ和ニテ
 除ス。

$$\text{即 } \frac{2+4+6+10}{3+6+9+15} = a.$$

(第五) 相等シカラザル諸分數ノ諸分母ノ和ヲ分母トシ諸分子
 ノ和ヲ分子トシタル壹分數ハ諸分數中ノ最大分數ヨリモ小ニシ
 テ最小分數ヨリモ大ナリ。

例ハバ $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{7}{15}, \frac{3}{20}$ = 於テ之ヲ通分母ニスレバ其分子ハ順
 次ニ小ナル故ニ此分數ハ $\frac{3}{20}$ ヨリ順次ニ小ナリ(第二)故ニ

最 $\frac{2}{3} > \frac{3}{5} > \frac{7}{15} > \frac{3}{20}$ 今各別ニ之ヲ比スル下ノ如シ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{20} < \frac{2}{3} \text{ 即 } \frac{3}{20} \times 3 < 2, \frac{3}{20} < \frac{3}{5} \text{ 即 } \frac{3}{20} \times 5 < 3, \\ \frac{3}{20} < \frac{7}{15} \text{ 即 } \frac{3}{20} \times 15 < 7, \frac{3}{20} = \frac{3}{20} \text{ 即 } \frac{3}{20} \times 20 = 3, \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{此四式ヲ加フ} \\ \text{レバ下ノ如シ。} \end{array}$$

$$\frac{3}{20} \times (3 + 5 + 15 + 20) < 2 + 3 + 7 + 3 \text{ 雙方ヲ諸分母ノ和ニテ除ス}$$

$$\text{即 } \frac{3}{20} < \frac{2+3+7+3}{3+5+15+20}.$$

又 $\frac{3}{20}$ ノ代リニ $\frac{2}{3}$ ヲ用ヒ $<$ ノ代リニ $>$ ヲ用フレバ諸分母ノ和ヲ
 分母トシ諸分子ノ和ヲ分子トスル分數ハ最大ナルモノヨリ小ナ
 ルヲ知リ得ベシ。

(第六) 常分數ノ分母子ニ同數ヲ加フレバ其價ハ前ヨリ増シ分
 母子ヨリ同數ヲ減ズレバ其價ハ前ヨリ減ズ假分數ハ之ニ反ス。

例ハバ $\frac{7}{13}$ ナル常分數ノ分母子ニ 7 ヲ加フルトスレバ
 $1 = \frac{7}{7} > \frac{13}{15}$ ナル兩分數ニ於テ $\frac{7}{7} > \frac{13}{15}$ 故ニ第五ノ定理ニヨリテ

$$\frac{13+7}{15+7} > \frac{13}{15} \text{ 又同理ニヨリ } \frac{13-7}{15-7} < \frac{13}{15} \text{ ナルヲ知ル。}$$

又假分數ハ之ニ反スルヲモ同理ニテ知リ得ベシ。

(第七) 或數ニ常分數ヲ乘ズレバ其積ハ或數ヨリ减小シ又或數
 ヲ常分數ニテ除スレバ其商ハ或數ヨリ増加ス。

或數ニ常分數ヲ乘ズルハ或數ヲ分母ノ數丈ケ等分シ其壹分ヲ
 等分シタル數ヨリ小ナル分子ノ數丈ケ集メタルモノ(195. 第貳)
 ナルガ故ニ其積ハ或數ヨリ小ナルヲ明ラカナリ。

又除法ハ乘法ノ反對ナルガ故ニ或數ヲ常分數ニテ除スレバ其
 商ハ反テ増加スルヲ知ル。

(第八) 分數ノ方乘ハ分母子ノ各方乘ニ等シ。

例ハバ $\frac{3}{5}$ ノ四方乘ハ $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3^4}{5^4}$.

(第九) 諸常分數ノ連乘積モ亦々常分數ナリ。(第七ニヨル)

(第十) 已約分數ノ方乘積モ亦々已約分數ナリ。(第七及ビ157.)

(第十壹) 最低項ナル異分母ノ兩分數ノ和或ハ差ハ整數ナラズ。
 若シ兩分數ノ和或ハ差ハ整數ナリトセバ甲分數ハ整數ト乙分
 數ノ差或ハ和ニ等シカルベシ而シテ整數ト他分數ノ差或ハ和ハ
 乙分數ノ分母ヲ有セル已約分數ニシテ之ト相等シキ甲分數ハ其
 分母ナリ最低項ノ兩異分母ノ分數ノ相等シキヲハ不合理ナリ故
 ニ此和或ハ差ハ整數トナラズ。

(第十貳) 最低項ノ兩帶分數相等シキハ其整數及ビ分數ハ各
 相等シ。

兩帶分數等シキガ故ニ甲ノ整數ト分數ノ和ハ乙ノ整數ト分數
 ノ和ニ等シ故ニ甲乙整數及乙甲分數ノ兩差相等シ然ルニ甲乙ノ
 整數及ビ分數各相等シカラズトセバ前ノ兩差壹ハ整數ト他ハ分
 數(第十壹)ト相等シクナル是レ不合理ナリ故ニ相等シキヲ知ル。

例題三拾四

次ノ諸分數式ヲ最簡ニセヨ。

1. $(\frac{3}{13} - \frac{2}{39}) + (\frac{5}{78} + \frac{7}{156})$.

2. $12\frac{3}{4} + 23\frac{3}{8} - (4\frac{3}{10} + 12\frac{2}{5} + 7\frac{1}{15})$.

3. $(8\frac{5}{18} + 1\frac{10}{27} + 17\frac{11}{36} + 40) - (30\frac{13}{40} + 11\frac{11}{20})$.

4. $(172\frac{19}{8} + 93\frac{14}{117}) + (172\frac{19}{8} - 93\frac{14}{117})$.

5. $(172\frac{19}{8} + 93\frac{14}{117}) - (172\frac{19}{8} - 93\frac{14}{117})$.

6. $11 - (2 - 8\frac{3}{11})$. 7. $2\frac{1}{11} - (\frac{1}{121} - \frac{10}{11})$.

8. $36 \times \{\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times (\frac{5}{8} - \frac{5}{6}) - \frac{7}{9}\}$.

9. $(\frac{1}{3})^3$. 10. $(\frac{4}{7})^4$. 11. $(\frac{4}{5})^3 \times (\frac{3}{4})^4 \times (\frac{2}{3})^5$.

12. $(\frac{3}{8})^3 \times (\frac{1}{2})^2 \times (\frac{9}{10})^2 \times (3\frac{1}{3})^4$.

13. $2\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{5}{8}$ of $4\frac{1}{4} \times (\frac{2}{3})^2 + (3\frac{2}{3})^3 - (3\frac{2}{3})^2$.

14. $\frac{3}{5}$ ト $\frac{4}{7}$ トハ何レカ大ナリヤ。

15. $\frac{10}{72}$ ハ如何ナル最小整数ヲ乗セバ整数トナルカ。

16. 常分數ノ方乘ハ指數ノ増スニ從フテ其價減小ストイフ其理如何。

17. 最低項ニナシタル異分母ノ兩分數ノ各方乘ノ和或ハ差ハ整数トナル能ハズ其證如何。

分數之關係數

207. 分數之關係數 トハ兩數ガ互ヒニ分數ヲ以テ其割合ヲ比較スルキチイフ例ハバ壹尺ガ壹間ト長サヲ比較スルキ(壹間ハ6尺ナルガ故ニ)壹尺ハ壹間ノ六分ノ壹トイフガ如シ而シテ五尺ガ壹間ニ比較スレバ五尺ハ壹尺ヲ五ツ集メタルガ故ニ分數ノ理ニヨリ壹間ノ六分ノ壹ノ五倍即チ壹間ノ六分ノ五トイフナリ。(172. 第貳)

208. 定義 分數ノ關係數ニ三項アリ主數、客數、部分是レナリ主數トハ比較セラルル數ニシテ客數トハ比較スル數ナリ又部分トハ客數ガ主數ノ若干部分ナル割合チイフ。

例ハバ前ノ壹間ハ主數、五尺ハ客數、六分ノ五ハ部分ナリ。

209. 分數之關係數算法 ハ下ノ如シ。

(第壹) 主、客兩數ヲ知リテ部分ヲ求ム。

(第壹例) 4ノ何部分ガ1ニ等シキカ。

4ヲ四等分スレバ其壹分ハ4ノ四分ノ壹ニシテ $4 \div 4 = 1$ ナリ故ニ4ノ四分ノ壹ハ1ニ等シ。即チ部分 $= \frac{1}{4}$ 。

(第貳例) 6ノ何部分ガ4ニ等シキカ。

6ノ六等分ノ壹即チ6ノ $\frac{1}{6}$ ハ1ナリ $6 \div 6 = 6 \times \frac{1}{6} = 1$ 此壹分ヲ4ツ聚ムレバ4ナリ故ニ $6 \times \frac{4}{6} = 4$ 即チ部分 $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。

規則 客數ヲ主數ニテ除シタル商即チ客數ヲ分子トシ主數ヲ分母トスル分數ハ所求ノ部分ナリ。

(第貳) 主數及ビ部分ヲ知リテ客數ヲ求ム。

例ハバ27ノ三分ノ貳ハ如何ナル數ナリヤ。

求ムベキ數ハ27ヲ三等分シ其壹分ヲ貳ツ集メタルモノナルガ故ニ $(27 \div 3) \times 2 = 27 \times \frac{2}{3} = 18$ 。即チ求ムル數ナリ。

規則 主數ニ部分ヲ乘ズレバ客數ヲ得

(第三) 客數及ビ部分ヲ知リテ主數ヲ求ム。

例ヘバ 18ハ如何ナル數ノ三分ノ貳ナリト。

求ムル所ノ數ヲ三等分シ其壹分ヲ貳ツ集メタルモノガ18ナルヲ以テ18ヲ貳除スレバ所求ノ數ノ三分ノ壹ナリ故ニ又之ヲ三倍スレバ所求ノ數ヲ得ル即チ $(18 \div 2) \times 3 = 18 \times \frac{1}{2} \times 3 = 18 \times \frac{3}{2} = 27$ 。即チ $18 \div \frac{2}{3} = 27 \dots$ 所求ノ數ナリ。

規則 客數ヲ部分ニテ除スレバ主數ヲ得

注意 此ニ示シタルハ整數ナリ然レモ主客數ハ分數ニテモ同理ナリ學者宜シク自カラ之ヲ解得スベシ。

210. 應用問題 ナ下ニ示ス。

(第壹) 或人貯金ノ三分ノ貳ヲ費シ次ニ殘金ノ五分ノ壹ヲ費シ終ニ120圓殘レリ貯金何圓アリシト。

貯金=1, ト假定ムレバ 初費金=1ノ $\frac{2}{3}$ = $\frac{2}{3}$, 初殘=1- $\frac{2}{3}$ = $\frac{1}{3}$ 。
次費金=初殘ノ $\frac{1}{5}$ = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$ = $\frac{1}{15}$, 後殘= $\frac{1}{3}$ - $\frac{1}{15}$ = $\frac{4}{15}$, $\frac{4}{15}$ ハ1ノ $\frac{4}{15}$ ナルガ故ニ後殘金ハ貯金ノ $\frac{4}{15}$ ナリ。

故ニ 貯金=120 \div $\frac{4}{15}$, (209. 第三)=450圓。

此題ハ客數120圓及ビ部分 $\frac{4}{15}$ ヲ知リテ主數即チ貯金ヲ求ムルノ法ナリ。

(第貳) 兩工アリ壹事ヲナスニ甲ノミニテハ12日, 乙ノミニテハ10日ニシテ成シ了ル今共力シテナスキハ何日ニ了ルカ。

壹事=1, トスレバ 甲壹日ニ成ス事業=1 \div 12= $\frac{1}{12}$, 乙同= $\frac{1}{10}$ 。

甲乙共力壹日ノ事業= $\frac{1}{12}$ + $\frac{1}{10}$ = $\frac{11}{60}$ 故ニ

共力ノ日數=1 \div $\frac{11}{60}$ =5 $\frac{5}{11}$ 日。此題ハ他ノ解法ヲ參用セリ。

例題三拾五

1. 3ハ8ノ何部分ナリト。 2. 8ハ3ノ同。 3. 7ハ9ノ同。
4. 9ハ7ノ同。 5. 12ハ8ノ同。 6. 8ハ12ノ同。
7. $\frac{3}{5}$ ハ $2\frac{1}{5}$ ノ同。 8. $2\frac{1}{5}$ ハ $\frac{3}{5}$ ノ同。 9. $1\frac{1}{4}$ ハ $2\frac{3}{4}$ ノ同。
10. $2\frac{3}{4}$ ハ $1\frac{1}{4}$ ノ同。 11. $7\frac{1}{8}$ ハ $2\frac{1}{8}$ ノ同。 12. $2\frac{1}{8}$ ハ $7\frac{1}{8}$ ノ同。
13. $8\frac{1}{7}$ ハ $3\frac{1}{7}$ ノ同。 14. $1\frac{1}{2}$ 圓ハ2圓ノ同。 15. 5圓ハ $2\frac{1}{2}$ 圓ノ同。
16. $\frac{1}{4}$ 圓ハ $\frac{3}{4}$ 圓ノ同。 17. $\frac{3}{8}$ 圓ハ $\frac{5}{4}$ 圓ノ同。 18. $\frac{1}{3}$ 圓ハ $2\frac{3}{4}$ 圓ノ同。
19. $\frac{1}{10}$ 圓ハ $\frac{1}{2}$ 圓ノ同。 20. $\frac{7}{8}$ 圓ハ1圓ノ同。 21. $\frac{2}{3}$ 圓ハ10圓ノ同。
22. 6圓ハ100圓ノ同。 23. $4\frac{1}{2}$ 圓ハ100圓ノ同。
24. 25圓ハ4圓ノ同。 25. $8\frac{4}{9}$ ハ $100\frac{5}{9}$ 圓ノ同。
26. $\frac{15}{19}$ of $3\frac{4}{5}$ ハ21ノ同。 27. $21\frac{3}{32}$ ハ $18\frac{117}{256}$ ノ同。
28. $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{3}$ ハ $3\frac{1}{3}$ ノ同。 29. 1720ハ $3\frac{1}{11} \times 5\frac{1}{27}$ ノ同。
30. $1\frac{3}{5}$ ハ $3\frac{1}{2} \times \frac{32}{63}$ ノ同。 31. $\frac{1}{6} \times 4 \times \frac{2}{3}$ ハ $\frac{28}{59} \times \frac{59}{63}$ ノ同。
32. $\frac{2}{3}$ of $1\frac{4}{5}$ of $1\frac{1}{8}$ ハ $13\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{65}$ ノ同。
33. $\frac{17}{20} - \frac{11}{15} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5}$ ハ $\frac{17}{20} + \frac{11}{15} + \frac{7}{10} + \frac{4}{5}$ ノ同。
34. 5ノ拾分ノ九ハ幾許ナリト。
35. にうさん氏ノ享年ノ七分ノ貳ハ廿四歳ナリ享年如何。
36. 某數ノ五倍ヨリ其數ノ五分ノ壹ヲ減ズレバ5個トナル某數如何。
37. 若干圓ヲ三人ニ分ツニ甲ハ其三分ノ壹, 乙ハ其四分ノ壹ヲ取リ其殘リ400圓ハ丙ノ所得ナリ全金及ビ甲乙各所得幾許ナリト。

雜 題 四

1. $\frac{14}{17}, \frac{31}{9}, \frac{15}{51}$ 及 $\frac{7}{27}$ ナ加ヘヨ.
2. $6\frac{1}{9}$ ヨリ $5\frac{4}{13}$ ナ減セヨ.
3. $4\frac{1}{8}, \frac{16}{21}, 1\frac{3}{11}$, 及 $\frac{1}{2}$ ノ連乘積ヲ求ム.
4. $3\frac{7}{9}$ ナ $\frac{17}{63}$ ニテ除シタル商ヲ求ム.
5. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ ナ相加ヘ而シテ此結果ヲ $100\frac{1}{100}$ ヨリ減セヨ.
6. $\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$ 及 $\frac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}}{5\frac{2}{7} + 1\frac{1}{9}}$ ナ最簡分數ニセヨ.
7. $\frac{\frac{97}{194} + \frac{291}{388}}{\frac{485}{582} - \frac{291}{388}}$ ナ最簡分數ニセヨ.
8. $\frac{3}{8} - \frac{5}{14} + \frac{1}{20}$ ノ價ヲ求メ且ツ之ヲ以テ $\frac{19}{40}$ ナ除セヨ.
9. $\frac{\frac{2\frac{1}{2}}{54} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{12}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}}$ ナ最簡分數ニ化セヨ.
10. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{6}{7} + \frac{4}{15}$ ナ $1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ ニテ除セヨ.
11. $\frac{5}{7} + \frac{5}{2}, \frac{5}{2} - \frac{5}{7}, \frac{5}{7} \times \frac{5}{2}, \frac{5}{7} \div \frac{5}{2}$ 及 $\frac{5}{2} \div \frac{5}{7}$ ノ和ヲ求ム.
12. 實ヲ $\frac{11}{12}$, 商ヲ $6\frac{1}{2}$ トスレバ法ハ幾何ナリヤ.

13. 實ヲ $12\frac{17}{2}$, 商ヲ 3 及ビ殘ヲ $1\frac{5}{12}$ トシ法ヲ求ム.
14. $\frac{15}{17}, \frac{26}{51}, \frac{65}{162}$ ノ最小公倍數ヲ求ム.
15. $\frac{65}{68}, \frac{39}{2}, \frac{91}{64}$ 及 $6\frac{1}{2}$ ノ最大公約數ヲ求ム.
16. $\frac{9}{11}, \frac{32}{45}, \frac{19}{27}, \frac{17}{20}, \frac{20}{33}$ ナ大小ノ順序ニ從フテ整列セヨ.
17. $\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \div \frac{1}{5} \div \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{9} \div \frac{1}{10} \times \frac{1}{11} \div \frac{1}{12} \div \frac{1}{13}$ ナ最簡ニセヨ.
18. 我邦鐵道ノ到着時間及ビ上等乘客賃ハ明治廿壹年五月ノ調ニヨレバ新橋、橫濱間 (鐵道線路ノ長サ $17\frac{3}{4}$ 英里) ハ壹時ノ拾貳分ノ拾壹、七拾五錢、橫濱、國府津間 (31 英里) ハ壹時ト拾貳分ノ七、壹圓廿五錢、上野、仙台間 ($215\frac{1}{4}$ 英里) ハ 12 時ト三分ノ壹、六圓四拾五錢、上野、前橋間 ($68\frac{1}{4}$ 英里) ハ三時ト廿分ノ拾三、貳圓五錢、神戸、大坂間 ($20\frac{7}{20}$ 英里) ハ壹時ト拾貳分ノ壹、七拾五錢ナリ此五鐵道ヲ各平均速力ノ強サ及ビ賃銀ノ高サニヨリテ順序ニ記セヨ.
19. 毎時 10 里ノ速力ニテ橫濱ヨリ那覇迄 (1035 海里) 航スル船アリ此船前ノ速ニテ橫濱ヨリ根室迄航スルキハ那覇迄航スルヨリモ廿三時ト貳分ノ壹少ナクシテ着スベシ橫濱ヨリ根室迄ノ海程ハ何里ナリヤ.
20. 商人アリ新橋ヨリ國府津迄電車ニ乘リ中等切符 $1\frac{1}{5}$ 圓ヲ拂ヒタリ歸路ハ途中橫濱迄ノ中等切符ヲ買ヒシニ橫濱ヨリ新橋迄ヨリ $\frac{3}{10}$ 圓多ク拂ヘリ新橋ヨリ橫濱迄及ビ橫濱ヨリ國府津迄ノ中等切符各如何.
21. 大小兩數アリ此兩數ノ各ヲ 11 除セシ和ハ $4\frac{29}{66}$ ニシテ兩數ノ差ハ $24\frac{1}{6}$ ナリ各數如何.

22. 大小兩數アリ其差ハ其和ノ 17分ノ 5ナリ然ルキハ大ハ小ノ何倍ニ當ルカ.
23. 某數アリ之ニ $\frac{1}{2}$ ナ加ヘ又之ニ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ナ乗シ其積ヲ $4\frac{5}{12}$ ニテ除スレバ商 3 ナ得ベシ某數如何.
24. 某已約分數アリ其分母子ヲ轉倒スレバ $1\frac{5}{12}$ トナルトイフ此分數如何.
25. 某分數アリ分母ニ 1 ナ加フレバ $\frac{1}{3}$ トナリ又分子ニ 1 ナ加フレバ $\frac{2}{3}$ トナル此分數ヲ求ム.
26. $\frac{19}{117}$ ナル分數アリ其分母子ニ各等數幾許ヲ加フレバ $\frac{11}{26}$ トナルベキナ.
27. $\frac{1345}{5431}$ ナル分數アリ其分母子ノ各ヨリ等數幾許ヲ減ズレバ $\frac{13}{246}$ トナルカ.
28. $\frac{105}{501}$ ナル分數アリ或數ヲ此分母ヨリ減シ分子ニ加フレバ 5 トナルトイフ或數如何.
29. $\frac{49}{67}$ ナル分數ノ分母ニ某數ヲ加ヘ分子ヨリ其數ノ 3 倍ヲ減ズレバ $\frac{1}{8}$ トナルトイフ某數如何.
30. 若干分ノ三拾壹ナル分數アリ若シ此分母ニ拾七ヲ加フレバ貳分ノ壹トナルトイフ此分數ノ分母ヲ求ム.
31. 四拾分ノ若干ナル分數アリ若シ分子ヨリ四ヲ減セバ拾分ノ三トナルトイフ此分數ノ分子ヲ求ム.
32. 旅人アリ拾六里ノ道ヲ行クニ途中四里毎ニ休息シテ其休息毎ニ其時囊中ニ所有セル金ノ五分ノ壹ヲ費セリ而シテ到着ノ時殘金六拾四圓アルヲ知レリ原所有金如何.

33. 朝鮮國南北ノ長サハ日本海ノ長サヨリ 400 英里少ナク又日本海ノ長サノ $\frac{1}{2}$ ヨリ 50 英里多シ各長如何.
34. 我邦明治廿年中出版書籍總部數ノ内著述書ハ其四分ノ壹ヨリ 41 部少ク翻譯書ハ著述書ノ五分ノ貳ヨリ 58 部多ク翻譯書ハ翻譯書ノ三分ノ貳ヨリ 209 部多ク其他 10475 ハ編輯書ナリ然ルキハ總部數及ビ著述翻譯翻譯書ノ各部數如何.
35. 明治拾九年拾壹月三拾日現在ノ我邦裁判所ハ全數ノ四拾三分ノ壹ヲ控訴院トシ殘數ノ百四拾七分ノ廿三ヲ始審裁判所トシ又其殘ノ百廿四分ノ廿七ヲ始審裁判所支廳トシ又其殘數ノ百九拾四分ノ百九拾三ヲ治安裁判所トス而シテ右ノ他ニ大審院ハ壹個所アリ各所ノ數如何.
36. 獨逸ノ哲學者しよつべんはうゐる氏ハ人間ノ心ヲ分析シテ曰ク五分ノ壹ハ恐怖心五分ノ壹ハ謬信心五分ノ壹ハ偏執心五分ノ壹ハ虛囑心其殘ハ習慣心ナリト然ルキハ習慣ノ五分ノ四ヲ善長ナルモノトセバ人心ノ僻ハ善長ニ何倍スルカ.
37. 橫濱ヨリ布哇國ニ航スル汽船アリ全海路ノ中央迄ハ毎時 12 海里ノ速ニテ行キ夫ヨリ 1000 海里ノ間ハ毎時 10 海里殘リノ海路ハ毎時 11 海里ニテ行キ先地ヘ着セリ其總時間 291 時ト 11 分ノ 4 ナリ全海路如何.
38. 測士アリ大低潮ノ時ニ上總國富津洲ノ浮標ノ水深ヲ測リシニ錘鉛ヲ投ズルヲ貳回ナリ初ハ繩ノ貳分ノ壹ヲ投ビシニ底ニ達セザルヲ以テ次ニ其殘繩ノ廿分ノ七ヲ投シ底ニ達シ水上ニ殘リシ繩ノ長サハ 23 尺ナリトイフ其水深如何.
39. 原野ノ草ヲ刈レニ甲ハ四日乙ハ三日ニ刈リ了ルベシ甲乙共力セバ何日ニ刈リ了ルカ.
40. 水桶アリ甲管ニテ注入セバ 30 分時ニシテ水滿ツ乙管ニテ漏出セバ 20 分時ニシテ盡クスベシ此桶ニ水ヲ滿タシメ兩管ニテ共ニ出入セバ何分時ニシテ盡クルカ.

41. 三工アリ壹事ヲナスニ甲ハ四日、乙ハ三日、丙ハ四日ト貳分ノ壹ニシテ了ル共力シテ成セバ何日ニテ了ルカ。

42. 甲ハ三日ニシテ野草ノ九分ノ五ヲ刈リ了ル乙ハ四日ニシテ野草ノ三分ノ貳ヲ刈リ了ル甲乙共力スレバ何日ニシテ全草ヲ刈リ了ルカ。

43. 壹管ヲ壹時ノ四分ノ三ノ間ダ用フレバ水桶ノ半迄水ヲ容ルベシ他ノ壹管ヲ用フレバ壹時ノ貳分ノ壹ニ於テ水桶ノ四分ノ三ヲ充タスベシ共ニ用フレバ何時ニシテ滿ツルカ。

44. 水桶アリ之ニ水ヲ滿タセシニ45分時ニシテ全ク漏レ盡クセリ今此桶ガ漏レザルキハ25分時ニ滿タスベキ注管ヲ用ヒタリ然ルキハ滿水スルニハ何分時ヲ要スルカ又注管ヲ用ヒシ間ダ幾石ノ水ヲ漏セシヤ但シ桶ノ容量ハ百石ナリ。

45. 兩童アリ壹乾池ニ水ヲ注入スルニ甲ハ三分時ニ廿升、乙ハ四分時ニ五拾升ノ水ヲ入ル然ルニ此池ニ七百拾升ノ水ヲ入レシキ六拾三分時ト六拾七分ノ三拾九ヲ經タリ然ルキハ此乾池ハ壹分時ニ幾許ノ水ヲ汲入セシヤ。

46. 甲乙貳人ニテハ貳日ト貳分ノ壹、甲丙貳人ニテハ三日ト三分ノ壹、乙丙貳人ニテハ四日ト四分ノ壹ニシテ壹事ヲ成シ了ル三人共力スレバ何日ニシテ了ルカ。

47. 氷賣商アリ氷500斤ヲ七圓五拾錢ニ買ヒ入レ原價ノ拾分ノ貳ノ利ヲ得テ之ヲ賣ランニハ壹斤ノ賣價ヲ貳錢トセザルヲ得ズ消融スル所ノ氷ノ斤數ヲ求ム。

48. 乾物商アリ乾栗若干石ヲ時價ヨリ五分ノ壹安ク買ヒ入レ(即壹圓ニ付壹斗貳升ニ買入ル)時價ヨリ五分ノ壹高ク之ヲ賣リタリ壹圓ノ賣相場ヲ求ム。

49. 壹個ノ價、金側ハ20圓、銀側ハ7圓50錢ノ懷中時計各若干個アリ今金側ノ個數ノ25分ノ1ヲ銀側200個ト代フレバ40圓ノ利アリ金側ノ個數如何。

50. 鶴龜合セテ若干頭、足數合セテ320本アリ而シテ其頭數、鶴ハ龜ノ七分ノ貳ナリ各幾頭ナリヤ。

51. 牧夫アリ鶴ト羊ヲ飼ヒ置ケリ其足數合セテ200本ニシテ平均壹頭ノ足數2本ト37分ノ26ナリ各幾頭ヅツナルカ。

52. 農夫アリ若干株ノ桑ヲ圃ニ植エシニ空地ヲ生セリ依テ前ノ株數ノ貳分ノ壹ヲ之ニ植エントセシニ拾貳株ヲ殘セシトイフ最初ノ株數如何但シ空地ハ八株ヲ植エル丈ケノ地面ナリシヲ知ル。

53. 堤防費1200圓ヲ甲、乙、丙ノ三村ニ負擔セシムルニ乙ハ甲ノ拾四分ノ拾壹、丙ハ乙ノ拾壹分ノ五ヲ出セリ各村出金如何。

54. 壹園ニアル全樹木ノ内、林檎ハ其三分ノ壹ヨリ100株少ナク梨ハ林檎ノ貳分ノ壹、柿ハ梨ノ六分ノ五ヨリ1000株多ク其殘600株ハ梅ナリ各株數如何。

55. 長サ15尺ノ檜ト6尺ノ桐アリシニ其生長スル度、檜ハ桐ノ三分ノ壹ナリ七年ヲ經タル後ハ檜ノ長サ桐ノ三拾九分ノ三拾七トナレリ毎年各何尺ヅツ生長セシヤ。

56. 明治拾九年拾貳月三拾壹日ノ調ニヨレバ東京ノ人口ノ三分ノ壹ヲ京都及ビ大坂ニ較アレバ京都ヨリハ拾貳萬八千貳百八拾六人多ク、大坂ヨリハ壹萬貳千貳百六拾七人多シ而シテ京坂人口ノ和ハ六拾萬七千三百六拾九人ナリ三府ノ人口各如何。

57. 我邦全國神社ノ數ノ拾壹分ノ五ハ佛寺ノ數ヨリ貳萬六千七百四拾貳字多ク又其拾壹分ノ四ハ佛寺ノ數ヨリ廿九字少ナシ各幾字ナリヤ。(明治拾九年調)

58. 我邦全國ノ神官及ビ住職僧合セテ七萬千百拾五人ナリ而シテ住職僧ノ貳分ノ壹ハ神官ヨリ壹萬三千貳百八拾四人多シ各幾人ナリヤ。(同上)

59. 我邦沿海ノ燈臺ハ114所ニシテ此内、官設壹所ヲ私設トスレバ官設ノ數ハ私設ノ拾貳分ノ七トナル各數如何。(明治廿年末調)

60. 海水75斤ノ内ニ鹽1斤ヲ含ムモノアリ今此鹽分ヲ水分ノ百分ノ壹トナサシメシメハ之ニ清水幾斤ヲ加ヘテ宜シキカ。

61. 兩瓶アリ甲ハ酒ヲ有シ乙ハ酒12升水20升混有セリ今此兩瓶ヲ混合スレバ水ハ酒ノ拾分ノ三トナルベシトイフ甲酒ニ容レシ酒量幾許ナリヤ。

62. 100がろんヲ容ルベキ桶ニ酒40がろん水10がろんヲ入レ置ケリ今之ニ酒ト水ヲ以テ充タスキハ酒ハ水ノ貳倍ト三分ノ壹トナルベシトイフ後ニ充タスベキ酒水各如何。

63. 横濱ノ某商社ニテ生絲及ビ茶合セテ五千斤ヲ輸出セシニ其海關稅合セテ500圓76錢ヲ拂ヘリ但シ生絲ハ百斤ニ付23圓40錢茶ハ百斤ニ付1圓9錢ト五分ノ1ナリ各斤數ヲ求ム。

64. 扇15對(1對ハ2本)ノ價ハ提灯5張ノ價ニ等シキキ扇8對ヲ提灯3張ニ換フルキハ8錢ノ利アリ各1本及1張ノ價如何。

65. 鉛筆11本ト洋墨汁4壺ノ價ト等シク墨汁16壺ト小刀 $\frac{1}{3}$ だあずん(1だあずんハ12個)ト等シキキ鉛筆1だあずんヲ小刀1個ト換フレバ2錢損アリ各1個ノ價如何。

66. 茶師アリ兩行商ニ命ジ等斤ノ茶ヲ與ヘ某市街ニ行キ賣ラシムルニ甲ハ12斤ト殘斤數ノ四分ノ三ト賣リ乙ハ五分ノ四ト尙ホ1斤ヲ賣レリ今兩人ノ殘斤數ヲ算スレバ各相等シトイフ最初與ヘシ各斤數如何。

67. 壹反ニ付三圓ノ絹ト壹圓五拾錢ノ木綿ト壹筋壹圓廿錢ノ帶各若干ヲ賣リシニ絹ノ全價ハ木綿ニ貳倍シ又帶ニ四倍セリ而シテ絹ノ全價ヨリ總全價ノ四分ノ壹ヲ減ズレバ四百八拾六圓トナル帶ノ總數如何。

68. 獸肉販賣商アリ若干斤ノ肉ヲ賣リシニ其九分ノ五ハ牛肉、廿七分ノ拾ハ猪肉、其殘ハ豚肉ナリ然ルニ各壹斤ノ原價、牛ハ20錢、猪ハ22錢、豚ハ16錢ナリシガ之ヲ平均壹斤ニ付20 $\frac{1}{6}$ 錢ニ賣レリ然ルキハ其損益及ビ各斤數如何、但牛ハ猪ヨリ40斤多シ。

69. 菓物商アリ橙若干個ヲ買ヒ入レシニ其三分ノ壹ハ五個毎ニ拾四錢其殘ノ三分ノ壹ハ七個毎ニ拾五錢又其殘ハ六個毎ニ拾九錢ナリ今之ヲ平均四個毎ニ拾七錢ニ賣レバ五圓四拾壹錢ト拾分ノ七ヲ利スベシトイフ總數如何。

70. 壹石四圓五拾錢ノ小豆若干石ト其石數ノ三分ノ貳ナル小豆(壹石四圓廿錢)トヲ交セ平均壹石ニ付四圓四拾錢ニ賣ラバ百圓ニ付何程ノ利アリヤ。

71. 四個毎ニ三錢ノ梨若干個ト五個毎ニ四錢ノ梨前數ノ三倍ヲ悉ク拾六個毎ニ拾五錢ニ賣リ九拾六錢ヲ利ス梨ノ總數如何。

72. 某商社ニテ新、古銃各若干挺ヲ買ヘリ然ルニ新銃ハ全數ノ七分ノ貳ナリ今新銃ノ八分ノ壹ト古銃ノ五分ノ貳トヲ賣リテ壹萬貳千四百五拾六圓ヲ得タリ而シテ各壹挺ノ價ハ平均八圓ナリシトイフ最初各幾挺ヅツ買ヒ入レシヤ。

73. 兩分數アリ其差 $\frac{13}{15}$ ニシテ乙ノ四倍ハ甲ヨリ $\frac{1}{15}$ 多シトイフ各分數如何。

74. $12\frac{1}{2}$ ヲ貳分スルニ第壹分ヲ他壹分ノ $3\frac{1}{2}$ 倍ニセントス各分數如何。

75. 167個ヲ三分スルニ第壹ノ5倍ト第貳ノ7倍ト第三ノ11倍ト各相等シ各分數如何。

76. 貳位ノ數アリ拾位ノ數ハ壹位ノ五分ノ貳ニシテ原數ニ27ヲ加フレバ數位轉倒ストイフ原數如何。

77. 貳位ノ數アリ拾位ノ數字ト壹位ノ數字ノ差1ニシテ原數ト轉位數ノ和33ナリ原數ヲ求ム。

78. 貳位ノ數アリ其數字ノ和ハ原數ノ $\frac{1}{5}$ ナリ今原數ヨリ63ヲ減セバ數位轉倒ストイフ原數如何。

79. 三位ノ數アリ其數字ノ和ハ17ニシテ壹位ノ數字ハ百位ノ數字ノ三分ノ壹ナリ今若シ原數ヨリ594ヲ減セバ數位轉倒スベシトイフ原數ヲ求ム。

80. 本年ニ於テ長子ノ歳ノ七分ノ貳ハ次子ノ歳ナレモ九年ノ後ニ至ラバ(各生存セシキ)次子ハ長子ノ貳分ノ壹トナルベシトイフ各何歳ナルヤ。(年齢ハ凡テ満年ナリ他ノ題モ之ニ倣ヘ)
81. 壹月某日ニ生レシ壹兒アリ貳月七日ニ至リ其經タル日數ハ生レシ某日ノ數ノ四倍ト七分ノ三ニ等シトイフ生レシ日如何
82. 或人拾年以前ノ歳ハ拾年以後(若シ生存セバ)ノ歳ノ七分ノ三ニ等シトイフ本年ノ齡如何
83. 夫婦アリ夫ノ歳ハ婦ノ七分ノ九ナリ而シテ結婚セシキハ夫ハ三拾歳婦ハ廿貳歳ナリシトイフ何年前ニ結婚セシヤ
84. 壹老翁アリ孫ノ歳ニ廿貳倍ス又昨年ニハ孫ニ四拾三倍セシトイフ今ヨリ何年ノ後テ(各生存セバ)孫ノ歳ハ老翁ノ貳分ノ壹トナルベキカ
85. 今ヨリ拾五年前ニ於テ弟ノ歳ハ兄ノ九分ノ八ナリシガ昨年ニ於テ兄ノ享年(八拾六歳)ト等シクナレリ何年前兄ハ死セシヤ
86. 父子共ニ工事ヲ作スニ其日給父ハ子ノ $2\frac{1}{3}$ 倍ナリ各五日働キ父ハ子ノ2倍ヨリ $33\frac{1}{3}$ 錢多ク得タリト各日給如何
87. 27人が毎日10時ヅツ働キ14日ニシテ壹事ヲ成シ了ル今之ヲ12人ニテ45日間ニ了ランニハ毎日何時働クベキカ
88. 9馬ガ46坪ノ地ノ草ヲ食ヒ盡クヌ間ダニ8牛ハ何坪ノ地ノ草ヲ食ヒ盡クヌベキカ但馬ノ食量ハ牛ノ三分ノ貳トス
89. 15人が22日ニテ壹事ヲ成シ了ルナラバ此四倍ノ事ヲ前ノ日數ノ五分ノ壹ニテ成シ了ルベキ人數如何
90. 氷ノ壹立方ふーさハ重サ $57\frac{3}{8}$ ほんごニシテ水ノ重サハ氷 $=1\frac{7}{9}$ 倍ス此ニ5立方ふーさノ氷アリシガ消融シテ $2\frac{1}{15}$ 立方ふーさノ水トナレリ然ルキハ殘氷ノ重サ如何
91. 若千里ノ道ヲ行クニ其三分ノ貳ハ毎時三里ノ速ニテ行キ殘ハ毎時貳里ノ速ニテ行キ6時ヲ費セリ此道程如何

92. 仲秋ノ際ニ氣候驟々變化セシガ故ニ寒暖計ヲ驗セシニ最初72度ノ點ニアリシガ次ニ若干度昇リ又其昇リシ度數ノ三分ノ貳ヨリ6度多ク降リ70度ノ點ヲ示セリ最初昇リシキハ何度ノ點ニ在リシヤ
93. 對馬ヨリ朝鮮釜山浦迄ハ順風ナレバ3時間ニ航スル船アリ然ルニ三分ノ壹行キテ變風トナリ以前ノ速 $\frac{1}{5}$ ノ五分ノ貳トナリシガ8海里行キシ後テ風變シ航速最初ノ貳倍トナリ先地ニ着セリ之ニ由テ順風航時ヨリ後ルレ $\frac{1}{5}$ 時ノ五分ノ三ナリ兩地間ノ距離如何
94. 東西兩地(相距50里)ヨリ同時ニ脚夫ヲ出スニ東夫ハ毎日 $18\frac{1}{2}$ 里西夫ハ $17\frac{1}{3}$ 里ヲ行ク何日ニシテ會スルカ
95. 毎日 $25\frac{3}{11}$ 里ヲ行ク脚夫ガ出發セシ3日ノ後テ毎日30里ヲ行ク脚夫ガ前夫ノ出發セシ地ヲ發シ之ヲ追フキハ何里行キテ追付クベキカ
96. 輪周ノ長サ $5\frac{1}{2}$ 尺ノ $3\frac{1}{4}$ 倍ナル四輪車アリ60分時ニ5280尺ノ $13\frac{17}{50}$ 倍ヲ走ルキハ1分時ニ幾轉スルカ
97. 四輪車アリ前輪周ノ長サハ12尺後輪周ハ9尺ナリ今或距離ヲ行クニ後輪ハ前輪ヨリ100回多ク廻轉セリ此距離如何
98. 壹分時間ニ甲ハ2町乙ハ若干町ノ速ニテ60町ノ距離ヲ競争スルニ甲ハ1町負ケタリ乙壹分時ノ速如何
99. 農夫アリ昨年ハ收穫米450石壹石ノ價5圓本年ハ壹石 $4\frac{1}{2}$ 圓ノ價ナルガ故ニ豐作ナレモ昨年ト等額ノ金ヲ獲タリ本年ノ收穫米幾石ナリヤ
100. 某紀念碑ヲ建ツルニ豫算ノ金額ヲ募集セシ後テ其六分ノ壹ヲ出シテ地所ヲ購求シ其殘金ノ五分ノ四ヲ出シテ工匠ヲ僱ヒ又其殘金ノ三分ノ貳ヲ雜費ニ供セリ然ルキハ差引殘金ハ豫算ノ何部分ナリヤ

101. 甲郡ハ5人出生スレバ2人死亡シ、乙郡ハ7人出生スレバ4人死亡ス、某年ニ於テ兩郡合セテ1000人出生シ496人死亡セリ此年各郡幾人ヲ増セシヤ。

102. 兩桶アリ各酒水ヲ混合ス甲桶ノ水ハ酒ノ三分ノ貳乙桶ノ酒ハ水ノ五分ノ三ナリ今甲桶100升ト乙桶若干升トヲ出シ之ヲ混合スレバ酒水ノ量等シクナルトイフ乙桶所出ノ量如何。

103. 三隊ノ兵員中ヨリ功勞アル者ニ賞金ヲ與フルニ其人員ニ應ジ金圓ヲ分配ス然レニ甲隊ニ與フル總金ハ全賞金ノ拾貳分ノ五、乙隊ニ與フル總金ハ全賞金ノ三分ノ壹、又丙隊ニテ賞ヲ受ケシ者ハ45人ナリ甲乙兩隊ニテ賞ヲ受ケタル人員各如何。

104. 金若干圓ヲ三人ニ配分スルニ初メニ甲ハ其三分ノ壹ヲ得、乙ハ其殘ノ五分ノ貳ヲ得、丙ハ又其殘ノ貳分ノ壹ヲ得タリ而シテ尙ホ殘金アルガ故ニ次ニ之ヲ配分スルニ前ノ割合ノ如クシ又殘金アリ終リニハ甲乙ノミ前ノ配分法ヲ行ヒ丙ニ24圓ヲ與ヘテ殘金ナキニ至レリ總金及ビ各所得如何。

105. 三子アリ其年齡ハ長子ヨリ末子ニ至ル迄次第ニ $\frac{1}{2}$ ツツ減ズ今長子ガ四歳ト貳分ノ壹少ナク末子ガ四歳ト貳分ノ壹多ケレバ長子ト末子ト等歳トナルベシ各子ノ年齡如何。

106. 明治廿壹年七月下旬、佛國大統領ハるのー關下ハ全國各市邑長ヲ招キ大宴會ヲ催シタルニ此宴會ノ關係總人員2550名ニシテ此内、市邑長ノ數ノ170分ノ47ハ元老、代議兩院ノ議員ナリ而シテ給仕人ハ壹名ニ付客ノ7人ト30分ノ7ニ當リ料理人ハ給仕人ヨリ220名少ナシ各人員如何(但シ概數ナリ又此ニ示ス所ノ他ノ人ハ算入セザルモノトス)。

107. 我邦ノ文武官ニ於テ勳章ヲ獨逸ヨリ受領セシ者ハ露西亞ヨリ受領セシ者ヨリ42名少ナシ而シテ露西亞ヨリ受領セシ人數ヲ其八拾貳分ノ廿壹減シ之ヲ獨乙ヨリ受領セシ人數ニ増スルニ各數相等シ各人員如何(明治廿年調)。

108. 商人アリ資金若干圓ヲ以テ商ヲナセシニ其廿分ノ壹ヨリ10圓多ク利セリ次ニ又其元利金ノ拾分ノ三ヨリ4圓多ク利セシガ故ニ資金ヲ増ス790圓ナリ資金如何。

109. 188圓ニテ羊若干頭ヲ買ヒシニ其内七頭ヲ失ヘリ今殘羊ノ四分ノ壹ヲ原價ニテ賣ルキハ40圓ナリ羊數如何。

110. 商人アリ若干ノ資金ヲ以テ壹年間、商業ヲナセシニ最初四ヶ月ハ毎月資金ノ廿分ノ壹ツツ損セシガ其後ハ毎月20圓ヲ利セシガ故ニ年末ニ至リ純益80圓ヲ計ヘタリ資金如何。

111. 商人アリ若干圓ノ資金ヲ以テ商ヲナセシニ第壹ニ其拾分ノ壹ヲ利シ第貳ニ200圓ヲ損シ第三ニ殘金ノ三拾分ノ壹ヲ利シ第四ニ130圓ヲ損シ第五ニ又其殘金ノ四分ノ壹ヲ利セシガ故ニ現今1000圓ノ資金トナレリ最初ノ資金如何。

112. 壹父アリ三子ニ資産ヲ分配スルニ長子ニ其貳分ノ壹、次子ニ其殘ノ五分ノ三ヲ與ヘ末子ニハ次子ヨリ150圓ノ金額丈少ナク與ヘタリ各子所得ノ資産金額如何。

113. 或人貯金ノ七分ノ五ヨリ800圓多ク出シテ家ヲ購求セシガ故ニ貯金ノ五分ノ壹ヨリ200圓少キ金ヲ殘セリ貯金如何。

114. 酒商アリ清酒、白酒、味淋ノ三種合セテ3200石ヲ有セリ然レニ其各石數ヲ比スルニ清酒ノ三分ノ貳ハ味淋ニ等シク又白酒ハ清酒ヨリ800石少ナシ各石數如何。

115. 雇吏アリ初メ三圓四拾錢ヲ所持シ拾壹日間勤メテ得タル日給ヲ之ニ合セテ其八分ノ壹ヲ費シ其後チ三日間ノ日給ヲ得タルガ故ニ現今拾圓五拾五錢ヲ有セリ此吏ノ日給如何。

116. 珈琲三斤ノ價ハ砂糖八斤ノ價ノ拾六分ノ拾五ニ等シク砂糖九斤ノ價ハ珈琲三斤ト貳分ノ壹ノ價ヨリ五錢高シ各壹斤ノ價幾許ナリヤ。

117. 木炭12圓ノ斤數丈ヶ石炭ヲ買ヘバ21圓ヲ要ス今此斤數丈ヶ兩種ヲ買ヒ各種等金ヲ出セリ等金如何。

118. 洋紀 1888 年ニ於テ普國官設鐵道ハ線路ノ長サ 5700 里(我里數)ニシテ其創業資金ハ 1 里ニ付 1000000 圓ノ三分ノ壹ナリ而シテ此年ノ收入ハ創業資金ノ九拾五分ノ拾貳ナリ收入金如何

119. 我邦鐵道線路ノ延長ヲ視ルニ明治拾九年ハ拾八年ヨリ九拾英里ト五拾分ノ三増シ廿年ハ拾九年ヨリ百七拾英里ト五拾分ノ九増セリ而シテ拾八年ト廿年ノ線路ヲ加フレバ九百三拾英里ト廿五分ノ拾壹トナルベシ廿年ノ線路ノ長サ如何

120. 兩四輪車アリ同時ニ約克及ヒ倫敦(相距 200 英里)ヨリ出發スルニ毎時ニ甲ハ倫敦ヨリ 9 英里、乙ハ約克ヨリ $8\frac{1}{2}$ 英里ツツ旅行ス何時ニシテ兩車相會スルカ

121. 甲乙兩地間ニ鐵道路アリ緩車ハ急車ヨリ三時前ニ甲地ヲ出發シ $129\frac{3}{20}$ 英里行キテ急車ニ追付カレ而シテ急車ハ乙地ニ着セシ後チ 2 時ヲ經テ乙地ヲ發シ甲地ニ歸ル $162\frac{1}{5}$ 英里ニシテ緩車ニ會セリ兩地ノ距離如何但シ緩車ノ速ハ急車ノ $\frac{3}{4}$ ナリ

122. 壹事ヲナスニ 3 人、5 童共ニ働キ 6 日ニシテ其事ノ半ヲナシタル後チ 1 人ト 1 童ヲ加ヘ又 3 日働キ尙ホ其事ノ三分ノ壹ヲナセリ然ルキハ其後チ 1 日ニシテ成了センニハ尙ホ何人ヲ増シテ可ナルカ又童ノ働力ヲ求メヨ

123. 兩工アリ甲ノ力ハ乙ノ $2\frac{1}{3}$ 倍ナリ共ニ壹事ヲナセバ 14 日ニ了ル各壹人ニテナス日數如何

124. 兩工アリ壹事ヲナスニ甲ノミニテハ毎日 12 時働キ 10 日、乙ノミニテハ毎日 10 時働キ 15 日ニテ成了ス今兩人共力シテ此事ヲ 12 日ニ成了センニハ毎日共ニ何時ツツ働クベキカ

125. 三工アリ壹事ヲナスニ甲ノミニテハ 10 日、乙ノミニテハ 15 日、丙ノミニテハ 12 日ニ成了ス今三人共力シテ此事ヲナスニ成業ノ 2 日前ニ甲ハ休業セリ成業日數如何

126. 120 人 15 日ニ於テ高サ 60 尺ノ煉瓦屋ヲ作ルキ高サ 55 尺ノ煉瓦屋ヲ 10 日間ニ作ラシニハ何人ヲ要スルカ

127. 兩人圓形ノ地ヲ廻アルニ壹緒ニ出立シ反對ニ行ク然ルニ乙ノ速ハ甲ノ五分ノ三ニシテ 7 分時行キ兩人反對ノ位置ニ達セリ乙ハ甲ヨリ何分時後レテ原出立處ニ來ルベキカ

128. 東西兩地ヨリ兩人同時ニ出立スルニ東人(毎時ノ速 50 町)ハ全道ノ七分ノ六行キシキ直チニ西人(毎時ノ速 20 町)ノ五時間歩ムベキ路丈ケ歸リ西人ニ追付キタリ兩地ノ距離如何

129. 純金壹匁ノ價ノ $\frac{2}{5}$ ハ純銀壹匁ノ價ノ $\frac{4}{5}$ ニ均シク純金壹匁ノ價ノ $\frac{1}{5}$ ハ純銀壹匁ノ價ノ $\frac{1}{3}$ ヨリ 50 錢高シ各壹匁ノ價如何

130. 明治廿年海關稅輸入品ノ豫算ニヨレバ各 100 斤ニ付幾那鹽ハ犀角ノ 50 倍ヨリ 49 圓 20 錢少ナク犀角ハ兩種ノ $\frac{8}{203}$ ナリ各種百斤ノ稅金如何

131. 600 人ノ健兵ヲ率ヒテ戰場ヨリ歸ル壹將アリ其言ニヨレバ最初ノ戰爭ニ全兵ノ $\frac{2}{3}$ ナ失ヒ 400 人ハ負傷シ次ニ 1400 ノ援兵ヲ得テ再戰セシニ $\frac{4}{5}$ ナ失ヒタリトイフ最初率ヒタル兵員如何

132. 若干里ノ河ヲ舟行スルニ上行ノ時ハ 12 時、下行ノ時ハ 10 時間ヲ費ス漕力ハ水流ニ何倍セシカ

133. 漕力毎時 $2\frac{1}{5}$ 里ナル水夫アリ壹河ヲ逆漕スルニハ順漕スルヨリ 3 倍ノ時間ヲ要ストイフ此河ノ毎時ノ水流如何

134. 周圍 $\frac{1}{3}$ 英里ナル地ヲ兩人 3 英里ノ間競走スルニ甲ハ第七周目ノ中央ニテ乙ニ追付ケリ甲ハ最後ニ何英里勝ツカ

135. 4752 ヤーヅノ道ヲ行クニ壹時間行キテ其行キシ道ノ $\frac{1}{3}$ 歸ル此ノ如ク行テ又歸ル 21 時間ニシテ達セリ毎時ノ行速如何

136. 河ノ東西兩端ノ間ニ壹岩(東端ヲ距ル 1 兩端距ノ三分ノ壹)アリ壹舟、東端ヨリ西端迄漕行スルニ $6\frac{1}{3}$ 時、西端ヨリ岩迄漕行スルニ 5 時ヲ費ス水流ノ方向及ビ毎時ノ漕力ハ水流ノ何倍ナリヤヲ求ム

137. 東地ヨリ西地迄最初 6 里ハ坂ヲ下リ殘 4 里ハ平路ナリ或人東地ヨリ中央迄 $2\frac{1}{2}$ 時、西地ヨリ中央迄 $3\frac{1}{2}$ 時間ニテ行ク毎時ニ於テ昇、降及ビ平路ヲ行ク速如何但昇速ハ降速ノ $\frac{3}{5}$ ナリ

138. 清水ハ酸素ト水素ヨリ成ル今清水 1260 石ノ内ニ兩素各幾許ヲ含ムカ但シ水素ハ酸素ノ $\frac{1}{8}$ ヲ含ム.

139. 三種ノ茶アリ上ハ全斤數ノ $\frac{1}{3}$ ヲヨリ 30 斤少ナク中ハ上ノ $\frac{2}{5}$ ニ等シク下ハ上中ノ和ニ等シ各斤數如何.

140. 夫婦ノ歳ノ和 100 歳ナリ 2 年以前ニハ婦ノ歳ハ夫ノ $\frac{15}{17}$ ナリシトイフ各何歳ナルカ.

141. 已約兩分數ノ和 1, 兩分子ノ差 7, 兩分母ノ和 18, 各分數如何.

142. 連續三數ノ最小數ハ最大數ノ $\frac{4}{5}$ ナリ各如何.

143. 分數アリ分母ニ分母ノ 10 倍ヲ加ヘテ前ノ分數ト等シカラシメンニハ分子ニ分子ノ何倍ヲ加フベキカ.

144. 常分數ハ其或方乘ヨリ大ナルヲ示セ.

145. 分數アリ其分子ハ 8 ニシテ分母ハ貳位數ナリ今分母ノ數字ノ和ヲ此分數ノ分母トスレバ其價ハ 1 トナル此最大分數如何.

146. 或人父ノ 29 歳ノ時生レ父ノ歳ノ $\frac{3}{5}$ ノキ父死セリ父ノ享年何歳ナリシヤ.

147. 日出ヨリ今時迄ノ $\frac{1}{2}$ ハ今時ヨリ正午迄ニ等シク今時ヨリ日没迄ハ 8 時間ナリ今時及ビ日出時如何.

148. 日出前ニ時ヲ問ヒシニ今ヨリ日出迄ハ今ヨリ正午迄ノ $\frac{1}{2}$ ニシテ此日ノ日没ハ午後五時ナリト云フ今時如何.

149. 我邦ノ菓子商營業稅ヲ算スルニ製造及ビ卸賣ヲナス者ニ於テ雇人 10 人以上アル者(上等)ト六人以上アル者(中等)ト雇人無キ者(下等)トノ壹ケ年ノ稅ノ和 36 圓ナリ若シ中等壹年ノ稅ヲ 3 圓増シ下等壹年ノ稅ヲ 1 圓増スキハ其和ハ上等壹年ノ稅トナルベシ各壹年ノ稅如何, 但上等ノ稅ハ中等ノ $1\frac{1}{3}$ 倍ナリ.

150. 相等シキ桶ニテ壹池ノ滿水ヲ汲ミ出スニ 3 桶ニテハ 12 時間 6 桶ニテハ 5 時間ニシテ汲ミ盡シ得ベシ今此池水ヲ汲ミ盡クセシ後ヲ再ビ池水ガ滿ツル迄ハ何時間ヲ經ルカ, 若シ又此池ノ容量ヲ 120 石トスレバ壹桶壹時間ノ汲ミ出ス量如何.

設 問

1. 分數トハ何ゾヤ. 分母子トハ何ゾヤ.
2. 分數ノ種類ハ六種アリ之ヲ明示セヨ.
3. $\frac{12}{15}$ ハ如何ナル種類ノ分數ナリヤ.
4. $\frac{5}{8}, 1\frac{1}{3}$ ハ各如何ナル種類ノ分數ナリヤ.
5. 分數ノ單位トハ何ゾヤ.
6. 分數ノ反商トハ何ゾヤ.
7. 等分母ノ兩分數ノ大小ハ何ヲ以テ知ルカ.
8. 異分母ノ兩分數ノ大小ハ何ヲ以テ知ルカ.
9. $\frac{5}{8}$ ナル分數ニ附テ之ニ關スル名義ヲ示セ.
10. 分數ノ乘, 除法ノ規則并ニ其理ヲ示セ.
11. 分數ノ補數トハ何ゾヤ.
12. 整數ノ四基法ハ悉ク分數ノ四基法ト同意ナリヤ否ヤ.
13. 分數ノ最大公約數及ビ最小公倍數ヲ求ムルノ規則ヲ示セ.
14. 整數除法ノ理ヲ應用シテ分數ノ乘, 除法ヲ解明セヨ.
15. 主數, 客數, 部分トハ何ゾヤ.

第六編

小數

小數之總論

211. 小數之種類 ハ貳種トス第壹ヲ有限小數、第貳ヲ無限小數ト云フ無限小數ヲ分ケテ貳種トス第壹ヲ循環小數、第貳ヲ不盡小數トイフ此編ハ有限小數ヲ示シ第七編ニハ循環小數ヲ示シ又後編ニハ不盡小數ヲ示スベシ。

212. 小數 ハ整数ノ單位ヨリ小ナル數ニシテ壹名ヲ拾分分數ト稱シ分母ニ10ノ方乘ヲ有スル所ノ分數ヲイフ故ニ小數ノ理論及ビ算法ハ凡ベテ分數ト同理ナルヲ以テ學者宜シク第五編ト参照スベシ。

例ヘバ $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{100}$, 即チ $\frac{3}{10}$ 及ビ $\frac{3}{100}$ 等ノ如キ分數ハ其分母10ノ方乘ナルガ故ニ小數ナリ。

213. 帶小數 トハ整数ト小數トヨリ成レルモノニシテ猶ホ分數ノ帶分數ニ於ケルガゴトシ。

例ヘバ $\frac{35}{10} = 3\frac{5}{10}$, $\frac{205}{100} = 2\frac{5}{100}$ ノ如キハ帶小數ナリ。

214. 小數點及乘號* 前述ノ如ク小數ハ10ノ或方乘ヲ有スル分數ナルガ故ニ分數ト同法ナレモ更ニ之ヨリ簡便ニ整数ノ如ク解明スルノ法アリ是レ小數ト分數トヲ區別シテ此ニ載スル所以ナリ而シテ其法ハ小數點(・)ヲ小數ノ首位ニ附シ此右ニアル數ヲ小數トシ左ニアル數ヲ整数トナス。

例ヘバ $\frac{25}{100}$ ハ・25 又 $\frac{25}{10}$ ハ2・5ト示スガ如シ。

又乘號×ノ代リニ(・)ヲ用フルヲアリ此ノ如キ場合ニハ點ヲ低ク附スベシ(小數點ハ高ク附ス)例ヘバ2.5ノ如キハ2×5ナリ。

215. 小數之組立 ハ10ノ方乘ノ分母ヲ有スルモノヲ小數點ニテ記シ其數ノ價額ヲ明了ナラシムルノ法ナリ。

例ヘバ $3\frac{7245}{10000}$ ニ於テハ下ノ如シ。

$$3\frac{7245}{10000} = 3 + \frac{7000}{10000} + \frac{200}{10000} + \frac{40}{10000} + \frac{5}{10000}$$

$$= 3 + \frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{5}{10000}$$

但 $\frac{7}{10} = \cdot 7$, $\frac{2}{100} = \cdot 02$, $\frac{4}{1000} = \cdot 004$, $\frac{5}{10000} = \cdot 0005$ 。

即 $3\frac{7245}{10000} = 3 + \cdot 7 + \cdot 02 + \cdot 004 + \cdot 0005$

= 3 · 7 2 4 5
 : : : : :
 : : : : :
 : : : : :
 位 位 位 位 位
 拾 百 千 萬 分
 分 分 分 分 分
 分 分 分 分 分
 分 分 分 分 分
 分 分 分 分 分

小數位ハ首位ヲ分(即拾分ノ壹位) 第三位
 第貳位ヲ厘(即百分ノ壹位) 第貳位
 ヲ毛(即千分ノ壹位)等トシ毛以下
 絲、忽、微等ノ稱アレモ皆等シク拾
 分ノ壹ツツ下ルモノナリ。

上ノ如クナルガ故ニ小數記法ハ整数ト異ナルヲナシ。

* 小數ト乘號ノ區別ハ各國ニヨリ或ハ新古ノ言ニヨリ異同アリ故ニ此ニ示ス
 西ハ近世ノ英語ニ據ル。

更ニ小數點ニテ示セルモノヲ10ノ方乘ノ分數トナシ之ヲ示ス、

$$7.50896 = 7 + \frac{5}{10} + 0 + \frac{8}{1000} + \frac{9}{10000} + \frac{6}{100000} = 7\frac{50896}{100000}$$

拾分ノ壹位
百分ノ壹位
千分ノ壹位
壹萬分ノ壹位
拾萬分ノ壹位

上ノ如ク小數各位ノ下ニ其位ヲ拾分ノ壹、百分ノ壹等ト記シ之ヲ其名位ノ分數トスベシ。

216. 小數記法及讀法

例ハバ七個五分八毛九絲六忽ヲ記スニハ分ハ小數首位ナルガ故ニ小數點ノ右ニ直チニ記シ次位ノ厘位ハ空數トス以下整數ノ記法ト等シ7.50896 又之ヲ讀ムニハ50896ノ各數ノ下ニ分厘毛絲忽ト記シテ讀ムベシ。

通例7.50896ヲ讀ムニハ七奇零五零八九六ト唱フベシ。

217. 小數之位數

ハ小數點以下ノ數ヲ計ヘテ知ルベシ例ハバ.025ハ小數三位、12.5ハ小數壹位ナリ。

今小數ノ末位ニヨリテ位數ヲ知ルヲ示スベシ。

$\frac{25}{10} = 2.5$ ノ末位ハ $\frac{1}{10}$ 位即チ分位ナリ故ニ小數壹位ナリ。
 $\frac{25}{100} = .25$ " $\frac{1}{100}$ " 厘 " " 貳 "
 $\frac{25}{1000} = .025$ " $\frac{1}{1000}$ " 毛 " " 三 "
 $\frac{25}{10000} = .0025$ " $\frac{1}{10000}$ " 絲 " " 四 "

218. 小數之單位

ハ分數ノ如ク其各數ニヨリ異ナリ即其10ノ或方乘ナル分母ヲ以テ1ヲ除シタルモノヲ其數ノ單位トス故ニ小數ノ末位ノ1ヲ以テ單位トナスナリ。

例ハバ $\frac{25}{1000}$ 即チ.025ニ於テハ $\frac{1}{1000}$ 即チ.001ヲ單位トス。

219. 小數之性質

小數ハ小數ノ單位或ハ其聚マリナリ。

例ハバ2.56ノ單位ハ.01(218.)ナリ故ニ

$2.56 = .01 \times 256$ 倍 $= 256 \times .01$.

或ハ $\frac{256}{100} = 256 \times \frac{1}{100}$.

故ニ小數ハ末位ノ1ヲ其數字(整數トナス)丈ケ倍セシモノナリト解シ得ベシ。

例 題 三 拾 六

1. 10ノ5方乘ヲ分母トシ其分子256ナル分數ヲ小數ニテ記スル如何。
2. 3.10256ハ10ノ何方乘ヲ分母トスル分數ナリヤ。
3. 三分六毛七微ヲ數ニテ記セ。
4. 下ノ諸數ヲ讀メ。
 $2.036, .715, .3601, .0021$.
5. 下ノ諸數ハ小數何位ナリヤ。
 $\frac{5}{1000}, \frac{5}{10000}, \frac{5}{10^5}, 21.106$.
6. 10ノ6方乘ヲ分母トスル分數ハ小數何位ナリヤ。
7. 小數ノ末位ガ絲ナルキ其小數ハ何位ナリヤ。
8. 單位.0001ヲ貳千六百五拾聚メタル數ヲ記セ。
9. 單位 $\frac{1}{100000}$ ナ156聚メタル小數ヲ記セ。
10. $\frac{156}{100000}$ ナ小數ニテ記セ。 *00156*
11. 三千五百六拾ノ百萬分ノ壹ヲ小數ニテ讀メ。 *1*
12. 10^5 ヲ分母トスル小數ノ末位ハ何ナリヤ。 *100000*
13. 25ヲ10000ニテ除シタル商ヲ小數ニテ示セ。 *00001*

小 數 之 變 化

220. 小 數 位 之 變 化 ハ小數位ヲ増スノ法ニシテ小數ノ單位ノ位ヲ増スニヨリ其位ヲ増スヲ得ベシ。

例ヘバ $\frac{256}{100} = \frac{256 \times 10}{100 \times 10} = \frac{2560}{1000}$ 即チ $\frac{256}{100}$ ノ單位ハ $\frac{1}{100}$ 即チ 01 貳位ナリ $\frac{2560}{1000}$ ノ單位ハ $\frac{1}{1000}$ 即チ 001 ニシテ増シテ三位トナル

故ニ前ノ小數ハ位貳ニシテ其單位ヲ壹位増セバ小數位三位トナルナリ。

即チ $2.56 = 2.560$, 同理ニヨリ $2.56 = 2.5600$ 或ハ 2.56000 .

定 則 小數ハ其末位ノ右ニ0ヲ幾ツ附スルモ其價ハ變セズ。

221. 小 數 之 通 法 トハ諸小數ノ位ヲ等シクスルノ法ニシテ諸數中ノ多キ小數位トナスヲ通例トス。

例ヘバ 2, 203, 56, 12. ヲ等シキ小數位トナスニハ其多キ位ハ 203 即チ三位ナリ故ニ此四數ヲ三位トス。(220. ノ定則ニヨル) 200, 203, 560, 12000.

222. 分 化 小 數 トハ分數ヲ小數ニ化スル法ニシテ即チ分數ノ分母ヲ10ノ方乗ヲ有ツ所ノ分母ニ變ズルノ法ナルガ故ニ變分母法(185.)ト同法ナリ。分化小數ヲ分ケテ下ノ貳種トナス。

(第壹) 分母ニ2, 5ノ因子ノミ有スル已約分數ヲ小數トナス法。

(第壹例) $\frac{13}{80}$ ヲ小數トナスヲ求ム。

此分數ノ分母ヲ10ノ方乗トナスニハ10ノ因子ヲ除キ

$80 = 10 \times 2 \times 2 \times 2$, 2ノ因子三ツアルガ故ニ5ヲ三ツ乗ズレバ10三ツヲ得下ノ如シ。

$$\frac{13}{80} = \frac{13}{10 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{13 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)} = \frac{1625}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1625}{10000} \text{ 即 } 0.1625 \text{ 即小數四位ヲ得ルナリ。}$$

通法 $80 \overline{)13.0(1625}$

$$\begin{array}{r} 80 \\ \underline{500} \\ 480 \\ \underline{200} \\ 160 \\ \underline{400} \\ 400 \\ \underline{400} \end{array}$$

前ノ理ニヨリ通法ヲ生ズ即チ13ハ80ヨリ小ナルガ故ニ之ヲ10倍シ小數第壹位ヲ増シ130(220. 定則)トシ其末位ヲ商ノ首位即チ小數第壹位トシ以下殘數ヲ10倍シ通常ノ除法ヲ施スベシ。

(第貳例) $\frac{7}{62500}$ ヲ小數トナスヲ求ム。

$$\frac{7}{62500} = \frac{7}{10 \times 10 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{7}{7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{10 \times 10 \times (5 \times 2) \times (5 \times 2) \times (5 \times 2) \times (5 \times 2)}{112} = \frac{112}{1000000} = 0.000112.$$

通法 $62500 \overline{)7.0000(000112}$

$$\begin{array}{r} 62500 \\ \underline{75000} \\ 62500 \\ \underline{125000} \\ 125000 \end{array}$$

實ノ末位ハ小數第四位ナルガ故ニ商ノ首位モ亦々第四位ニシテ其處ニ1ヲ置キ以下12ヲ置ク。

(第貳) 分母ニ2, 5ノ他ノ素因子ヲ含ム所ノ已約分數ヲ小數トナスノ法。

(第壹例) $\frac{2}{7}$ ヲ小數トナスヲ求ム。

$$7 \overline{)2.0(2857}$$
$$\begin{array}{r} 14 \\ \underline{60} \\ 56 \\ \underline{40} \\ 35 \\ \underline{50} \\ 49 \\ \underline{1} \end{array}$$

分母ニ2, 5ノ他ノ素因子ヲ有スレバ其素因子ハ10ノ倍數ニアラザルガ故ニ第壹ノ通法ノ如ク實ヲ10倍スルヲ幾回ナルモ除シ盡ス能ハズシテ無限小數ヲ生ズベシ然レモ實際用フル數ハ小數第三位以上ナリ本例ノ如キ2ヲ錢トスレバ其商ハ首位2厘丈ケニテ可ナリ。

223. 分化小數之界限 ハ下ノ如シ.

(第壹) 分母 = 2, 5 ノミヲ含ム所ノ已約分數ヲ小數トナスキ其小數位ハ分母 = 2, 5 ノ内何レニテモ其多ク含ム所ノ因子ノ數ニ等シ. (222. 第壹)

例ヘバ $\frac{5}{64}$ ハ 64 = 2 ノ因子六ツアリ故ニ小數六位ナリ.

又 $\frac{7}{250}$ ハ 2 ノ因子壹ツ 5 ノ因子三ツアリ故ニ小數三位ナリ.

(第貳) 分母 = 2, 5 ノ他ノ素因子ヲ含ム所ノ已約分數ヲ小數トナスキハ其小數位ハ無限大ナリ. (222. 第貳)

224. 小化分數 ハ小數ヲ分數トナスノ法ニシテ分化小數ノ反法ナリ.

例ヘバ .256 ヲ分數トナスヲ求ム.

$.256 = \frac{256}{1000} = \frac{32}{125}$ 小數三位ナルガ故ニ 1000 ノ分母ヲ有スル分數トシ約分法ニヨリテ之ヲ最低項トナセシナリ.

例題三拾七

1. 25 ハ小數ノ單位 .0001 ノ何倍ナリヤ.
 2. 壹釐ヲ以テ單位トスレバ六尺三寸三分ハ其何倍ナリヤ.
 3. 3.1416 ハ $\frac{1}{100000}$ ノ何倍ナリヤ.
 4. $\frac{27}{100}$ ハ .00001 ノ何倍ナリヤ.
- 次ノ諸小數位ヲ通ズル如何.
5. 12.12, 1.112, 1.3, 5. 6. 71, 100, 31.1516, .001.
 7. 752.16, 31.456, 72.02, 1000.
 8. 25, 1, 2.02345, .00001, 72.
 9. .002, .0002, 1.2, 5.

次ノ分數ヲ小數ニテ記セ.

10. $\frac{7}{10}$ 11. $\frac{11}{1000}$ 12. $\frac{65}{100}$ 13. $\frac{3}{1000}$
 14. $2\frac{5}{100}$ 15. $2\frac{1}{1000}$ 16. $101\frac{9}{100}$ 17. $5\frac{1}{10000}$

次ノ分數ヲ小數ニ化セヨ.

18. $\frac{1}{4}$ 19. $\frac{5}{8}$ 20. $\frac{2}{5}$ 21. $\frac{4}{5}$
 22. $\frac{19}{20}$ 23. $\frac{17}{64}$ 24. $\frac{7}{80}$ 25. $\frac{30}{50}$
 26. $\frac{3}{150}$ 27. $\frac{3}{120}$ 28. $\frac{12}{15}$ 29. $\frac{3}{8000}$
 30. $\frac{2}{256}$ 31. $1\frac{3}{60}$ 32. $\frac{1}{256}$ 33. $\frac{18}{9000}$

次ノ分數ヲ小數五位迄求メヨ.

34. $\frac{5}{37}$ 35. $\frac{100}{27}$ 36. $\frac{8}{71}$ 37. $\frac{72}{81}$
 38. $\frac{41}{75}$ 39. $\frac{29}{48}$ 40. $\frac{11}{91}$ 41. $56\frac{61}{75}$

次ノ小數ヲ分數ニ化セヨ.

42. .128. 43. .256. 44. .375.
 45. .863. 46. .05. 47. .003.
 48. .0008. 49. .0605. 50. .0007.
 51. .04056. 52. .00364. 53. .00005.
 54. .200684. 55. .0000008. 56. .12400625.
 57. $\frac{117}{5^7 \times 2^3}$ ハ小數何位ナリヤ.
 58. $\frac{119}{32 \times 625}$ ハ小數何位ナリヤ.
 59. $\frac{1}{6400}$ ハ小數何位ナリヤ.
 60. $\frac{13}{256 \times 1000}$ ハ小數何位ナリヤ.

加 法

225. 小數之加法 亦々整数、分數ノ加法ト同理ナリ但シ10ノ方乘ノ分母ヲ小數ニテ記スガ故ニ整数ノ加法ノ如クナスベシ。

226. 算法 下ニ示ス。
(第壹) 諸小數ノ和ヲ求ムルニハ諸數ノ小數ヲ通シ(221.) 通常ノ加法ヲ施スベシ。

例ヘバ 2.35, .36, .0007, 5.72 ヲ加フルヲ求ム。
先ヅ諸小數 2.3500 = .0001ノ23500倍, (219.)
ノ位ヲ通シ .3600 = ,,ノ3600倍 ,,
次ノ如クス .0007 = ,,ノ7倍 ,, } 之ヲ加レバ
5.7200 = ,,ノ57200倍 ,,
四數ノ和 = .0001ノ84307倍 = 8.4307.

通法 加フベキ數ノ小數點ヲ 2.35
揃ヘテ次ノ如クシ而シテ其 .36
和ヲ求メ前ノ小數點ノ處ニ .0007
和ノ小數點ヲ附スベシ。 5.72
8.4307.

(第貳) 諸分數ノ和ヲ小數ニテ求ムルニハ諸分數ヲ分化小數法ニテ小數トナシ(222.) 加法ヲ行フベシ。

例ヘバ 1/4, 7/25, 3/16 ノ和ヲ求ム。

1/4 + 7/25 + 3/16 = .25 + .28 + .1875, (第壹) = .7175.

(第三) 諸分數ノ内、無限小數トナルモノハ其望ム所迄ノ和ヲ求ムベシ。

但シ此ニハ小數五位迄トス。

1 1 3
3 + 2 + 7 = .333333 + .5 + .428571 = 1.261904.

上ノ如ク求メントスル小數位ヨリ壹位多ク和ヲ求メ即チ小數6位ノ和ヲ求メ後チ其和ノ末位ヲ去ルベシ若シ末位5ヨリ大ナレバ1ヲ上位ニ進ムルヲアリ此法ハ四捨五入ト稱シ畧算法ニ於テ示スベシ。

例題三拾八

- 1. 41.371 + 2.29 + 73.402 + 1.729.
- 2. 823.37 + 7.375 + 61.1 + .843.
- 3. .3925 + .64 + .462 + .7 + .56781.
- 4. 86.005 + 4.0003 + 2.00007.
- 5. 1.713 + 2.30 + 6.400 + 27.004.
- 6. 拾分ノ七、壹萬分ノ貳百廿八、千分ノ參百拾貳、百分ノ四拾六、拾分ノ九ヲ加フレバ如何。
- 7. 壹萬分ノ廿三、拾萬分ノ廿三、百分ノ廿三、及ヒ廿三ノ和如何、次ノ諸數ノ和ヲ小數ニテ示セ。
- 8. 3 4/25 + 1 7/8 + .648 + 5/32.
- 9. 5/16 + 7/32 + 3/8 + .046875 + 1.23.
- 10. 17 3/10 + 25 5/8 + 6 3 5/2 + 13 8/25 + 20 73/10000.
- 11. 4/7, 11/12, 21/37 ノ和ヲ小數五位迄求ム。
- 12. 米拾五石三斗五升五合貳夕ト麥八十五石ト七分ノ三トヲ加フレバ其高如何但シ夕迄ヲ求ム。
- 13. 商人アリ利ヲ得ルヲ三回ニシテ第壹ハ八百圓三錢五厘、第貳ハ七百七拾七圓七拾七錢七厘七毛、第三ハ六百三拾五圓八錢ト拾六分ノ三ナリ其總計如何但シ壹厘ノ10倍ハ壹錢ナリ。

減 法

227. 小數之減法 モ亦々通常ノ減法ニ等シ.

228. 算法 ハ加法ト同理ナルガ故ニ通法ヲ下ニ示ス.

(第壹) 例ヘバ .25 ヨリ .16705 ヲ減ズルヲ求ム.

$$\begin{array}{r} .25 \\ - .16705 \\ \hline .08295 \end{array}$$

(第貳) $\frac{7}{8}$ ヨリ $\frac{2}{3}$ ヲ減ズルヲ求ム. (加法ノ如ク小數五位迄トス)

$$\begin{array}{r} \frac{7}{8} = .875 \\ \frac{2}{3} = .66666 \\ \hline \text{差} = .208334 \end{array}$$

229. 補數 モ分數ト等シ. (194.) .4ノ補數 = 1 - .4 = .6.

例題三拾九

- 1. 36.73 - 5.894.
- 2. 56 - .07359.
- 3. .001 - .00001.
- 4. 5.0009 - .089898.
- 5. .4763 - .387387.
- 6. 35.006 - .067835.
- 7. $\frac{589}{25} - \frac{15}{16}$.
- 8. $\frac{31}{32} - \frac{15001}{15825}$.

9. .7781513, .9542425, .000356, 97.654321 ノ各補數ハ幾許ナリヤ.

- 10. 297.2507 = 最小數幾許ヲ加レバ整数トナルカ.
- 11. 三尺ト三分ノ壹ヨリ貳尺ト七分ノ壹ヲ減シタル差ヲ厘位迄誤リ無ク求メヨ.
- 12. 五圓ノ拾萬分ノ壹ヨリ五拾錢ノ三萬分ノ壹ヲ減ズレバ其差如何.

乘 法

230. 小數之乘法 ハ分數ノ乘法ト同理ナリ.

231. 算法 ヲ下ニ示ス.

(第壹例) 2.12 = .3015 ヲ乘ズルヲ求ム.

$$2.12 \times .3015 = \frac{212}{100} \times \frac{3015}{10000} = \frac{639180}{1000000} = .63918.$$

$$\begin{array}{r} \text{通法} \quad .3015 \\ 2.12 \\ \hline 6030 \\ 3015 \\ \hline 639180 \end{array}$$

規則. 被乘數ト乘數ヲ通常ノ法ニテ乘シ兩數ノ小數位ノ和ヲ積ノ小數位トスベシ.

即チ本題ニ於テハ被乘數ノ小數位貳ツ乘數ノ小數位四ツナリ故ニ積ノ小數位ハ貳ツト四ツノ和六ツナリ積ノ數ガ位ヨリ不足ナルキハ0ヲ補フコト下ノ如シ.

(第貳例) .256 = .0003 ヲ乘ゼヨ.

$$\begin{array}{r} .256 \\ .0003 \\ \hline .0000768 \end{array}$$

別法 被乘數ト乘數ノ小數點ヲ揃ヘ上位ヨリ乘ズ下例ノ如シ.

2.345	.753	.03561
3.12	12.3	.0071
7.035	753	00024927
2345	1506	3561
4690	2259	.000252831.
7.3164.	9.2619.	

例題四拾

- 1. 45 × .7.
- 2. .015 × .03.
- 3. 29.06 × .005.
- 4. .07213 × .0021.
- 5. .000456 × .0037.
- 6. 4360.12 × 5.

- 7. 4.0005×00301 . 8. 5.0206×4.0007 . 9. 3.0004×106 .
- 10. 7.2136×100 . 11. $.0048 \times 0091$. 12. 15.004×10009 .
- 13. $6.0103 \times .00012$. 14. $20007 \times .000001$.
- 15. $7\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{2}$. 16. $.21\frac{1}{20} \times .01$. 17. $4\frac{5}{16} \times 7\frac{9}{25}$.
- 18. $3.425 \times 1.265 \times 64$. 19. $18.375 \times 5.7 \times 1.001$.
- 20. 拾萬分ノ七百廿壹ト百分ノ七ノ積ヲ求ム.
- 21. 五個ニ付三錢、八個ニ付七錢ノ水菓子ヲ各百廿個買フキハ何程ノ價ナリヤ.
- 22. 太陽面ニ於テハ物體ノ重サ地球面ヨリモ重キヲ 27.89 倍ナリ凡ソ常人ノ身體ノ重量ヲ拾五貫三百目トスレハ太陽面ニ於テハ其重量幾許ナリヤ.
- 23. 花崗石ノ壹立方ふゐーミノ重サハ凡ソ 168.48 ぼんゴナリ花崗石ノ大サ $27\frac{3}{4}$ 立方ふゐーミノ重サ如何.
- 24. 小麥壹俵ノ價ハ大麥ノ 2.8 俵ノ價ニ等シ小麥 36 俵ハ大麥何俵ニ當ルカ.
- 25. 眞ノ壹年ハ 365.242218 日ナリ此代リニ $365\frac{1}{4}$ ヲ用フルキハ 4000 年ノ後ヲ幾日ヲ減小セバ眞年トナルカ.
- 26. 圓ノ周ノ長サハ圓ノ中徑ニ 3.14159 倍ス今四輪車ノ輪ノ中徑 56.5 寸ノ周ハ長サ幾許ナリヤ.
- 27. 水銀ノ重サハ水ニ 13.598 倍ス今重サ 11.25 斤ノ桶ノ内ニ水ヲ充容スレバ其重サ 19.25 斤トナル水銀ヲ充容セバ何斤トナルカ.
- 28. 明治拾七年ヨリ拾九年迄ノ三年間ニ於テ全國男女割合ヲ平均スルニ凡ソ女 100 人ニ對シ男 102.41 $\frac{1}{3}$ 人ナリ然ルキハ三年間平均女 18800000 人トスレバ男ノ數如何但シ小數ハ省ブクベシ.
- 29. 地球ト月球ノ距離ハ 375500 きろめーミナルリ 1 きろめーミナル凡ソ .6214 英里ナリ然ルキ其距離幾英里ナリヤ.

除 法

232. 小數之除法 ハ分數ノ除法ト同理ナリ.

233. 算法 ヲ下ニ示ス.

(第壹例) 3.256 ナ .08 ニテ除スルヲ求ム.

$$3.256 \div .08 = \frac{3256}{1000} \div \frac{8}{100} = \frac{3256}{1000} \times \frac{100}{8} = \frac{3256}{80} = (222.) = 40.7.$$

通法 $\sqrt{08} 3 \overline{) 3256} (40.7$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \underline{56} \\ 56 \\ \underline{0} \end{array}$$

(第貳例) 通法 $32 \overline{) 3256} \div .008$

$$\begin{array}{r} 32 \overline{) 32560} (4070 \\ \underline{32} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 0 \end{array}$$

(第三例) 通法 $3 \overline{) 3236} \div 800$

$$\begin{array}{r} 800 \overline{) 3256} (.00407 \\ \underline{3200} \\ 5600 \\ \underline{5600} \end{array}$$

(第四例) 通法 3.256 ナ .27 ニテ除スルヲ求ムルニハ除シ盡

$$\begin{array}{r} \sqrt{27} 3 \overline{) 3256} (12.059 + \\ \underline{27} \\ 55 \\ \underline{54} \\ 160 \\ \underline{135} \\ 250 \\ \underline{243} \end{array}$$

規則. 除數ノ小數位ヲ消シ其小數位丈々被除數ヲ計ヘ小數點ヲ下スベシ若シ不足ノキハ被除數ノ末位ニ 0 ヲ補フベシ(第貳例ノ如シ)而シテ除數ト被除數ノ首位トヲ見テ **222.** ノ如ク商ノ首位ヲ定ムベシ.

此例ノ如キハ除數 800 ハ被除數ノ毛位迄取ルガ故ニ商ノ首位ヲ毛位トス.

シ難シ然ルキハ其要スル丈ケノ小數位迄求ムベシ而シテ餘リアレバ +, 不足ナレバ - ヲ商ノ尾ニ附ス他ノ畧法モ + - ヲ用フ

例題四拾壹

1. $.8 \div .2$. 2. $.7 \div .08$. 3. $.063 \div 9$. 4. $642 \div 1.07$.
 5. $4.57 \div 11$. 6. $78.4 \div 2.6$. 7. $8.45 \div 3.5$. 8. $1.262 \div 9.7$.
 9. $.4625 \div .65$. 10. $97.68 \div 100$. 11. $6.75 \div 1000$.
 12. $.576 \div 10000$. 13. $45.3 \div 3020$. 14. $.03753 \div .00006$.
 15. $12 \div 1.2$. 16. $1.2 \div .12$. 17. $.12 \div 12$.
 18. $.00001 \div 5$. 19. $.00005 \div .1$. 20. $.0003 \div .000006$.
 21. $.27 \div 1000000$. 22. $.8 \div 476.3$.
 23. 9.6188 は 3.46 の何倍ナリヤ.
 24. $46.19\frac{3}{4}$ ナ $54.3\frac{1}{2}$ ニテ除セヨ.
 25. 拾萬分ノ壹萬四千貳百七拾四ヲ $\frac{61}{1000}$ ニテ除セヨ.
 26. 東京、横濱間ノ鐵道ノ線路ハ長サ 7.35092 里ナリ神戸、大津間ノ鐵道ノ線路ハ長サ 23.94815 里ナリ然ルキハ神戸、大津間ノ線路ノ長サハ京、濱ニ何倍スルカ.
 27. 明治拾九年ニ於テ酒ノ相場ハ米ノ $2\frac{3281}{6026}$ 倍ニシテ壹石ノ價拾五圓三十三錢三厘ナリ米壹石ノ價如何.
 28. 甲數ヲ以テ乙數ヲ除スレバ商 2.5 ナ得、乙數ヲ以テ甲數ヲ除スレバ商幾許ヲ得ルカ.
 29. 甲數ノ 5 倍ヲ乙數ニテ除スレバ商 $.001$ ナ得ル、乙數ノ五拾分ノ壹ヲ甲數ニテ除スレバ商幾許ヲ得ルカ.
 30. 295.671 きろめーさるノ鐵道線路ヲ敷設スルニ佛國ニテハ 23062338 圓、米國ニテハ 7391775 圓ノ費用ヲ要ストイフ然ルキハ 1 きろめーさるニ付佛國ハ米國ヨリモ何圓多キ費用ヲ要スルカ又各 1 きろめーさるノ費用各如何.

零乘法

234. 零乘法 通常ノ計算ニ於テハ小數五位以下即 $.00001$ ノ小數單位以下ヲ用フルハ極メテ稀ナリ (222. 第貳) 故ニ小數多位ノ諸數ヲ乘ズルキ實際ニ付必要ナル小數位迄ヲ求ムレバ可ナリ是レ零乘法ヲ必要トスル所以ナリ.

例ヘバ $.123456789 \times 1.23456789$ ノ積ヲ小數五位迄求メントスルニ前記ノ乘法ニテ計算スレバ先ヅ此數ヲ相乘シテ其全積 $.15241675750190521$ トシ然ル後チ小數五位以下ヲ去リ四捨五入ノ法 (226. 第三) ヲ用ヒ 6 ナ上ニ進メ $.15242$ ナ得ルナリ此ノ如クスルハ勞多クシテ唯小數五位ノミヲ求ムルノ成績ヲ得ルニ過キズ故ニ零乘法ヲ用ヒ簡便ニ其數ヲ得ベキヲ下ニ示サン.

235. 算法

ハ即チ下ノ如シ.
 (第壹) 乘數ノ數位ヲ轉倒シ其第壹位(整数)ノ數字ヲ求ムベキ小數位ノ末位ニ於ケル被乘數ノ下ニ相當シテ置キ右方ノ乘數ノ數字ヲ之ニ相當スル被乘數ノ數字ヨリ乘シ始ム而シテ此際ニ其相當スル被乘數ノ數字ノ次位ニ乘數ノ壹數ヲ乘シタルモノ其相當位ニ進ムアレバ之ヲ進メ(又次位ハ四捨五入ニテ相當位ニ進ム)又其次モ此ノ如クシ被乘數ノ相當位ノ數無キ處迄テ乘數ヲ乘シテ止ム.

例ヘバ前記兩數ノ相乘積ヲ小數五位迄求ムルニハ次ノ如シ但シ末位ノ四捨五入ハ右ノ如シ.

$$\begin{array}{r}
 .123456789 \\
 987654321 \\
 \hline
 12346..56 \times 1 = 56 = 6. \\
 2469..45 \times 2 = 90 = 9. \\
 370..34 \times 3 = 102 = 10. \\
 49..23 \times 4 = 92 = 9. \\
 6..12 \times 5 = 60 = 6. \\
 1..6 \times 1 = 6 = 1. \\
 \hline
 .15241....積
 \end{array}$$

(第貳) 精密ノ數ヲ要スルキハ求ムベキ小數位ヨリ壹位多ク求メ之ヲ前ルベシ何トナレバ末位ハ四捨五入ヨリナルガ故ニ多少ノ差異ヲ免レザルヲ以テナリ.

(第壹例) 4.65440758 = (第貳例) 1.7320508 =
1609.3295ヲ乘シ小數三位迄ノ積ヲ求ム. 0618034ヲ乘シ小數五位迄ノ積ヲ求ム.

小數四位ヲ取レ
4.65440758
5 9239061
4 6544076
2 7926445
4 18896
1 3963
931
419
23
7490.4758...積

小數六位ヲ取レ
1.7320508
43 08160
1 03923
1732
1386
5
1 07046
故 10705...積

例題四拾貳

- 1. 375.76843 = 3.14159ヲ乘シ小數四位迄ノ積ヲ求ム.
- 2. 65.00763 = .9876ヲ乘シ小數五位迄ノ積ヲ求ム.
- 3. 583.26784 = .00985ヲ乘シ小數貳位迄ノ積ヲ求ム.
- 4. 678.3089 = 45.657ヲ乘シ其積ヲ整數ノミ示セ.
- 5. .86358896 = 1.0986123ヲ乘シ小數五位迄ノ積ヲ求ム.
- 6. .0008127 = 483.2716ヲ乘シ小數六位迄ノ積ヲ求ム.
- 7. 32.52678 = 957.34ヲ乘シ整數ノミノ積ヲ求ム.
- 8. .43429448ト.6931472ノ積ヲ小數七位迄求ム.
- 9. .43429448ト2.30258509ノ積ヲ小數八位迄求ム.
- 10. .6981543ト.82484786ノ積ヲ小數七位迄求ム.

零 除 法

236. 零除法 モ亦々實際ニ必要トスル丈ケノ小數位ヲ求ムルナリ.

237. 算法 先ヅ法ノ首位ト實ノ首位トヲ参照シテ商ノ首位ヲ定メ次ニ商ノ首數字ヨリ要スベキ位數丈ケ計ヘ其數ニ壹位多キ位數ヲ以テ法ノ位數トシ其餘ハ四捨五入法ニテ省去シ之ニ適應スル實ノ位數ヲ取リ其餘ハ亦々前ノ如ク省去シ然ル後チ法ノ首位ヲ求メ以下次第ニ法ハ壹位ヅツ末位ヲ省去シテ次商ヲ求ムベシ

(第壹例) 496.94325ヲ.17614352ニテ除シ其商ヲ整數ノミニテ示スヲ求ム.

.17614 | 352) 496.94 | 325 (2821
352 29 6
144 65
140 91
374
352
22
18
4

先ヅ法ト實ヲ参照スルニ法ノ首數.17ハ實ノ首數496ノ内ニ千位ノ數アリ(即 49600÷17)故ニ整數ハ千位ヨリ壹位迄四位アルヲ以テ法ヲ四位迄ニ壹ツ多キ五位丈ケ取り其餘352ヲ省去ス實モ亦々之ニ應シ325ヲ省去ス.

次ニ商ノ首位數ヲ求メ之ヲ法ニ乘ズルニ當リ法ニ於テ前ニ省去セシ352ノ首位3ニ2ヲ乘シ6トナルヲ以テ之ヲ壹ツ上ニ進メ35229トナシ之ヲ實ヨリ減ズ又次ニ法ノ末位4ヲ省去シ.1761ニ商ノ次位8ヲ乘ズ是レモ前ニ省去セシ4ニ8ヲ乘シ32ノ3ヲ上ニ進メ14091トナル此ノ如ク每次法ノ末位ヲ壹位ヅツ消シテ商ヲ求ムルナリ.

(第貳例) 549532676 ナ 9.312167 ニテ除シ小數五位迄ノ商ヲ求ム.

$$\begin{array}{r}
 9.3121 \overline{) 549532676} \cdot 549532 \quad | \quad 676 \cdot 05901 \\
 \underline{465608} \\
 83924 \\
 \underline{83809} \\
 115 \\
 \underline{93} \\
 22
 \end{array}$$

先ヅ法ノ首位9.3ニテ實ノ首位5.49ヲ除スレバ商ノ首位ハ厘位トナル(5.49÷93)厘位ヨリハ求ムル所ノ小數位迄ハ四位ナリ何トナレバ小數分位

ヨリ以下五位ヲ求ムルガ故ナリ今四位ニ壹ツ多キ五位ヲ法ニ取リ67ヲ省去ス實モ之ニ應シ676ヲ省去ス以下第壹例ノ如シ.

(第三例) 5.78564327 ナ .8345 除シ小數五位ノ商ヲ求ム.

$$\begin{array}{r}
 .834500 \overline{) 5.785643} \quad | \quad 27(6.93306 \\
 \underline{5007000} \\
 778643 \\
 \underline{751050} \\
 27593 \\
 \underline{25035} \\
 2558 \\
 \underline{2504} \\
 54 \\
 \underline{48} \\
 \text{---}
 \end{array}$$

商ノ首位ハ壹位ナルガ故ニ商ハ小數以下五位ヲ是レヨリ計フレバ六位ナリ之ニ壹ツ多キ七位ヲ法ニ取リ00ヲ補フ以下前例ノ如シ.

例題四拾三

次ノ諸商ヲ其要スル所ノ小數位迄求メヨ.

1. 11.4285285 ÷ 3.1415927 小數六位迄.
2. .004239239 ÷ 3.2783278 小數五位迄.
3. 437 ÷ 215.253 同三位.
4. .0053 ÷ 72.654 同八位.
5. 6 ÷ .1573 同三位.
6. .11 ÷ 1937.43 同八位.
7. 46 ÷ .00751515151 同三位.

小 數 零 方 乘 法

238. 小 數 零 方 乘 法 ハ小數ヲ或方乘(79.)ニナスキノ簡法ニシテ此法ハ實用ニ最モ適切ナル新法ナリ.

239. 算 法 方乘ニスベキ數ニ2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ヲ乘シ此各積ヲ求ムベキ小數位ニ適スル丈ケ取り方乘スルキニ之ヲ用フベシ但シ平方ハ前記ノ零乘法ニテ求ムベシ此法ハ立法以上ノ方乘積ヲ求ムルニ簡便ナルモノトス.

例ヘバ .47162 ノ五方乘積ヲ求ム, 但小數五位迄.

	.47162....本數	.47162	.47162
2	.94324....本數×2	×.47162	×.10489
3	1.41486....本數×3	.18865	.04716
4	1.88648....本數×4	3301	189
5	2.3.810....本數×5	47	38
6	2.82972....本數×6	28	4
7	3.30134....本數×7	1	四方乘... .04947
8	3.77296....本數×8	平方.... .22242	×.47162
9	4.24458....本數×9	×.47162	.01886
		.09432	424
		943	19
		94	3
		19	即五方乘... .02332
		.1	
		立方.... .10489	

此諸積ヲ用フル次ノ如シ.

例題四拾四

1. .15683 ノ 2, 3, 4, 5, 6 方乘積ヲ小數五位迄求ム.
2. .4289716 ノ 2, 3, 4, 5 方乘積ヲ小數七位迄求ム.

雜 題 五

1. $1.4 + 2.08 + 3.895$. 2. $2.8 + 2.08 + .28 + .028 + .812$.
 3. $1.667 + .4 + .286 + 6.08 + .636 + .931$. 4. $6.125 - .57$.
 5. $(4.625 + 1.146) - (1.2 + 3.571)$.
 6. $6.913 - (2.85 - .937)$.
 7. $24 - 2.4 + (5 - 3.508) - 3.092$.
 8. $10 - (4.25 - 2.5 + 2 - .625 - .4 - 2.02) - .295$.
 9. $1.5 \times .08 \times .5$. 10. $.1204 \times .0168 \times 100$.
 11. $.04 \times 3.25 \times .06$. 12. $.36 \times .002 \times 2.05 \times .00765$.
 13. $.139 \times 28 + 42 \times .002 + 6 \times .004 - .05 \times 20$.
 14. $(10 - 1.25) \times .2 + .02 \times 2.8 + (80.3 \times .1 - 5.3) \times 10$
 $- 805.3 \times .02 \times (1.09 - .09)$.
 15. $28.3696 \div 1.49$. 16. $.27 \div .00225$.
 17. $8.8779 \div 175.8$. 18. $.0427 \div 92.3$.
 19. $.28744 \div 800$. 20. $491.205 \div 650$.
 21. $68.325 \div 6250$. 22. $.732 \div 16000$.
 23. $1208.88 \div .438 \div .041 \times .082 \div 2$.
 24. $2 \div .01 - (.2 \div .02 + 8 \div 10) + 36.48 \div 8 - \left(\frac{4}{.05} - 2 + \frac{.6}{1.25} \right)$.
 25. $72.2 \div 10 - 2 \div (.5 \div 1.60) + 2.125 \div (1.75 - .5)$.
 26. 或人米ヲ 13.62 $\frac{1}{2}$ 圓、牛肉ヲ 25.25 圓、石炭ヲ 9.75 圓買ヘリ
 其總金高如何。
 27. 牧夫アリ三群ノ動物ヲ賣ルニ馬ヲ 457.5 圓、牛ヲ 235 圓、
 羊ヲ 87.75 圓ニ拂ヘリ全得金如何。
 28. 人アリ八千五百廿圓七拾五錢ニテ地券ヲ買ヒ三百廿五
 圓ト廿分ノ壹ヲ雜費ニ供シ爾後此地券ヲ賣リシニ最初ノ所持金
 ニ壹圓參拾七錢六厘ヲ増セリ地券ノ賣價ヲ求ム。

29. 毎時 8.85 英里ヲ行ク人アリ 30 2375 英里ノ道ヲ何時ニ
 行キ得ベキカ。
 30. 光力ハ壹秒時間ニ 186500 英里ノ空氣ヲ通行ス今地球
 ノ週圍ノ長サヲ 24897.714 英里トスレバ光線ハ壹秒時間ニ地球
 ヲ幾週スベキカ。
 31. 又光力ハ壹秒時間ニ空氣ヲ通シテ 300190 きろめーさ
 るヲ行ク而シテ地球ノ週圍ハ 40007.5 きろめーさナリ然ルキ
 ハ壹秒時間ニ光線ハ地球ヲ何週スルカ。
 32. 31.24 ト 31.23768 ノ差ノ反商 (199.) ヲ求ム。
 33. .390625 ノ何部分ガ .05 トナルカ (207. ヲ視ヨ)。
 34. $\frac{31}{1250}$ ハ小數何位ヲ有スルカ。
 35. $\frac{223}{576}$ ハ有限小數ナリヤ。
 36. $\frac{5}{8}, \frac{9}{25}, \frac{17}{320}$ ハ各小數何位ナリヤ又此小數ヲ示セ。
 37. $3\frac{4}{25}, 1\frac{7}{8}, .648, \frac{5}{32}$ ノ和ヲ小數ニテ示セ。
 38. $\frac{5}{16}, \frac{7}{32}, \frac{3}{8}, .046875, 1.23$ ノ和ヲ小數ニテ示セ。
 39. $\frac{586}{625}$ ト $\frac{15}{16}$ ノ差及ビ $\frac{31}{32}$ ト $\frac{15001}{15625}$ ノ差ヲ各小數ニテ示セ。
 40. 次ノ諸分數ノ何レガ有限小數ヲ顯ハスカ、
 (1) $\frac{19}{84}$, (2) $\frac{35}{192}$, (3) $\frac{79}{405}$, (4) $\frac{91}{560}$, (5) $\frac{167}{625}$, (6) $\frac{513}{875}$, (7) $\frac{231}{288}$.
 41. $(1.050625)^2, (1.050625)^3, (1.050625)^6$ ヲ各小數四位迄
 求ム。
 42. $(1.0375)^4, 987.625 \times (1.0375)^4$ ヲ各小數五位迄求ム。
 43. $(1.0425)^5, 357.6 \div (1.0425)^5$ ヲ各小數四位迄求ム。
 44. $\frac{325.75}{.045}, \frac{1}{(1.045)^5}, \left\{ 1 - \frac{1}{(1.045)^5} \right\} \times \frac{325.75}{.045}$ ヲ各小數五
 位迄求ム。

45. $\frac{1}{2} \times (6\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 3)$ の値ヲ小数五位迄求ム。

46. $(\frac{3}{25}$ of $2.45 - \frac{1}{100}$ of $.02) \div 1000$ ヲ小数ニ化セヨ。

47. 下ノ三數中、何レガ最大、何レガ最小ナリヤ。

(1) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$, (2) 1.41421 , (3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{5}{7}$.

48. 下ノ三數ヲ大小ノ順序ニテ記セヨ。

(1) $\frac{333}{106}$, (2) $3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}}$, (3) 3.1415926 .

49. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \dots$ ヲ小数六位迄求ム。

50. $\frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{1}{7^4} + \dots$ 同上

51. $1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{1.2.3.4.5} + \dots$ 同上

52. ろるど、なびーる氏ノ對數ノ底數ハ下ノ如シ之ヲ小数五位迄求メヨ、

$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \dots$

53. $21\frac{2}{3}$, $73\frac{4}{5}$, 0 , 3.065 , 82 , $17\frac{5}{20}$, $5\frac{1}{4}$, 及ビ $9\frac{5}{12}$ ノ平均數ヲ小数六位迄示セ。

54. $.2$, 0 , $.02$, 0 , $.002$, 0 及ビ $.0002$ ノ平均數ヲ小数五位迄ニテ示セ。

55. 壹がろんハ 277.274 立方いんちノ大サナリ水壹がろんノ重サハ 10 ぼんごナリ水銀壹立方いんちノ重サ如何但シ水銀ノ重サハ水ニ 13.568 倍ス。

56. 10.01 ト $.0091$ ノ和、差、積及ビ兩商ヲ求メ而シテ此五結果ノ和ヲ求ム。(但小数四位迄)

57. 物が地上ニ落ツルハ壹秒時ニ 16.1 ふゐーを降ル面シテ若干時ニ墜ツル速力ハ其時數ノ平方ニ 16.1 ふゐーを乗セシ距離ナリ今物が地ニ墜ツルニ 20.5 秒時ヲ費スルハ最初其物ノ高さ幾ふゐーをナリヤ。

58. 圓ノ中徑ガ 113 寸ナルキ圓周ハ大概 355 寸ナリ中徑壹寸ナル圓周及ビ圓周壹寸ナル中徑各如何。

59. 金ノ壹立方ふーをハ重サ 19258 おんす、銀ハ 10474 おんすナリ金ノ重サハ銀ニ何倍スルカ。

下ノ諸數ノ最大公約數ヲ求ム。

60. 1353.6 , 231.48 . 61. 29.75 , 113.9 .

62. 36.795 , 57.98 . 63. 376.1034 , 1081 .

下ノ諸數ノ最小公倍数ヲ求ム。

64. $.002$, $.0002$, $.00002$, $.00002$.

65. 1.25 , 6.25 , 2.5 , 3.2 .

設 問

1. 小数トハ何ゾヤ。小数ノ單位トハ何ゾヤ。
2. 10 , 100 , 1000 等ヲ分母トスル分數ハ如何ナル數ナリヤ。
3. 小数點ト乘號點ヲ區別セヨ。
4. 2.5 ハ何ヲ示スカ。 2.5 ハ何ヲ示スカ。
5. 補數トハ何ゾヤ。
6. 小数ノ變化ノ法ハ何種アリヤ之ヲ示セ。
7. 分數ヲ小数ニナスル有限小数トナリ或ハ無限小数トナルハ何ニヨリテ知り得ベキカ。
8. 四捨五入ノ法トハ何ゾヤ。
9. 畧乘法及畧除法ハ何が故ニ必要トナセシヤ。

第七編

循環小數

循環小數之總論

240. 循環小數 ハ無限小數ノ壹種ニシテ等シキ數ガ限リ無ク引續ク所ノ小數ナリ即チ $\cdot 252525\dots$ 或ハ $1\cdot 05713713\dots$ ノ如ク 25 或ハ 713 ノ數ガ限リ無ク引續クモノナリフ。

241. 循環小數位 トハ限リ無ク引續ク所ノ等シキ數ノ位ナリ例ヘバ $\cdot 252525\dots$ ハ引續ク數 25 貳位ナルガ故ニ此循環小數位ハ貳位ナリ又 $1\cdot 05713713\dots$ ハ 713 三位ナルガ故ニ此循環小數位ハ三位ナリ又此 25, 713 ナ循環數トイフ。

242. 循環小數記法 ハ點(·)ヲ循環小數位ノ初末兩數字ノ上ニ記ス。

例ヘバ $\cdot 252525\dots = \cdot 25$, $1\cdot 05713713\dots = 1\cdot 05713$.

243. 純循環小數 トハ循環數ノミニテ成レルモノナリ即チ $\cdot 25$, $\cdot 36$, $\cdot 127$ ノ如シ。

244. 混循環小數 トハ通常ノ小數ト循環數トヨリ成レルモノナリ即チ

$2\cdot 56$, $\cdot 012$, $\cdot 56134$ ノ如シ。

循環小數之變化

245. 循環小數之變化 トハ循環小數ノ價ヲ變ヒズシテ純循環小數ヲ混循環小數トシ且ツ其循環小數位ヲ變シ或ハ純循環小數ヲ他ノ循環小數位ヲ有ツ純循環小數トナスノ法ナリ然レモ混循環小數ヲ純循環小數ニ變シ或ハ循環小數位ヲ元ノ位數ノ倍數ナラザルモノニ變ズル能ハズ。

例ヘバ $\cdot 15 = \cdot 151515\dots$, $\cdot 15\dot{1} = \cdot 151515\dots$

$\cdot 15\dot{1}5\dot{1}5 = \cdot 1515151515\dots$ 故 $\cdot 15 = \cdot 15\dot{1} = \cdot 15\dot{1}5\dot{1}5$.

又 $2\cdot 16 = 2\cdot 16216216\dots$, $2\cdot 1\dot{6}2 = 2\cdot 162162162\dots$

$2\cdot 1\dot{6}2\dot{1} = 2\cdot 1621621\dots$ 故 $2\cdot 16 = 2\cdot 1\dot{6}2 = 2\cdot 1\dot{6}2\dot{1}$.

又 $\cdot 93\dot{1} = \cdot 931931 = \cdot 93\dot{1}93 = \cdot 931931931$.

246. 同通法 トハ諸循環小數ノ小數位及ビ循環小數位ヲ等シクナスノ法ナリ此ノ如ク等シクナシタル諸數ヲ通位循環小數トイフ但シ前記ノ理ヲ用フベシ。

規則 諸數ノ循環小數位ノ最小公倍數ヲ求メ之ヲ通位ノ循環小數位トシ諸數中ノ通常小數位最モ多キ壹數ノ通常小數位ヲ以テ通位ノ通常小數位トスベシ但シ諸數中ニ通常小數或ハ整數アルキハ其末位ノ右ニ 0 ナ附シ循環數ト見做スベシ。

例ヘバ $\cdot 215$, $\cdot 16$, $2\cdot 345$, $\cdot 7456$, $7\cdot 2013$, $\cdot 36$ ナ通ズルヲ求ム。

$\cdot 215 = \cdot 215151515151515$ 循環小數位ハ第壹數 2 位, 第貳數

$\cdot 16 = \cdot 161616161616161$ 2 位, 第三數 3 位, 第四數 4 位, 第五

$2\cdot 345 = 2\cdot 345345345345345$ 數 1 位, 第六數ハ 0 ナ附シ 1 位ト

$\cdot 7456 = \cdot 745674567456745$ シ此 2, 2, 3, 4, 1, 1 位ノ L.C.M.

$7\cdot 2013 = 7\cdot 201333333333333$ ハ 12 位アリ而シテ通常位數ノ最

$\cdot 360 = \cdot 360000000000000$ モ多キ數ハ三位ナリ。

247. 分化小數 已約分數ヲ小數ニ化スルキ 2, 5 ノ他ノ素因子ヲ分母ニ有シタル分數ハ無限小數ヲ顯ハス (222.) 而シテ此無限小數ハ循環小數トナルナリ何トナレバ除殘數ハ法ヨリ小ナルヲ以テ (57. 第五) 分母ニテ分子ヲ除シタル殘數ハ多クトモ分母ニ1少ナキ數ヲ殘スベシ故ニ殘數ハ分母ニ1少ナキ種數丈ケニ止マリ此數丈ケ殘數ヲ生ズル間ダニハ必ラズ再ビ前ニ得タル殘數ヲ得ベシ然ルキハ其商モ亦々前ニ得タル商ト等シキ數ヲ再ビ生シ以下次第ニ循環スベキヲ明ラカナリ.

例ハバ $\frac{2}{3}$ 小數ニ化スルニ殘數ハ必ラズ 1, 2 ノ内ナリ故ニ此貳ツノ殘數ヲ生ズル内ニハ

$$\begin{array}{r} 3) 20 \overline{) 0} \\ \underline{18} \\ 2 \dots \text{循環ス} \end{array}$$
 必ラズ再ビ等シキ殘數ヲ生シ商モ循環スベシ.

又 $\frac{5}{7}$ ニ於テ其殘數ハ 1, 2, 3, 4, 5, 6 六ツノ内ナリ故ニ下ノ如シ.

$$\begin{array}{r} 7) 5 \cdot 0 \overline{) 0} \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 5 \dots \dots \text{循環} \end{array}$$
 前例ニ於テ 2 ノ殘數ヲ又 3 ニテ除スレバ 6 ヲ得テ 2 殘リ又此ノ如シ故ニ商ハ 6666... ナリ此例ニテ 5 ノ殘數ヲ 7 ニテ除スレバ 714285 ヲ得テ又 5 殘ル故ニ前ト同理ニヨリ 714285714285... ナル商ヲ得ルナリ.

248. 連九數之分母 即チ 9 ノ數字ニテ成ル分母ノ常分數ハ其分子ヲ分數トスル純循環小數ニ等シ.

9 ニテ 1 ヲ除スルニハ 1 ヲ 10 倍シ商ニ 1 ヲ得テ 1 殘リ又之ヲ 10 倍ノ次商ニ 1 ヲ得テ 1 殘ルガ故ニ其商ハ $\cdot\dot{1}$ ナル壹位ノ純循環小數ヲ得ベシ又 99 ニテ 1 ヲ除スルニハ 1 ヲ 100 倍シ商ニ 1 ヲ得テ 1 殘リ又 1 ヲ 100 倍シテ商ニ 1 ヲ得テ 1 殘ルガ故ニ每次殘

100 倍セザルヲ得ズ故ニ商ハ貳位ノ純循環小數 $\cdot\dot{01}$ ヲ得ベシ以下同理ナルガ故ニ下ノ如クナルヲ明ラカナリ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} &= \cdot 111111 \dots \text{之ヲ 8 倍スレバ} & \frac{8}{9} &= \cdot 888888 \dots = \cdot \dot{8} \\ \frac{1}{99} &= \cdot 010101 \dots \text{ " 98 " } & \frac{98}{99} &= \cdot 989898 \dots = \cdot \dot{98} \\ \frac{1}{999} &= \cdot 001001 \dots \text{ " 998 " } & \frac{998}{999} &= \cdot 998998 \dots = \cdot \dot{998} \\ \frac{1}{9999} &= \cdot 00010001 \dots \text{ " 9998 " } & \frac{9998}{9999} &= \cdot 99989998 \dots = \cdot \dot{9998} \end{aligned}$$

上ノ如ク 9, 99, 999, 9999, 等ノ分母ニテ分子 1 ヲ除スレバ 1, 01, 001, 0001 等ノ循環數ノ商ヲ得ルガ故ニ之ニ最大ノ分子 8, 98, 998, 9998 等(分母ニ1少ナキ分子ハ常分數ノ最大分數ナリ)ヲ倍スルモ皆其分子ノ數丈ケノ循環小數ヲ得ベシ故ニ之ヨリ小ナル分子ヲ倍スルモ同様ナリ但シ分子ノ位數ガ分母ヨリ小ナレバ分子ノ數ノ左ニ 0 ヲ附シ等位トシタル循環數トナルベシ即チ下ノ如シ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{99} &= \cdot 010101 \dots \text{之ヲ 5 倍スレバ} & \frac{5}{99} &= \cdot 050505 \dots = \cdot \dot{05}, \\ \text{故} & \frac{5}{999} = \frac{005}{999} = \cdot 005, & \frac{7}{9999} &= \frac{0007}{9999} = \cdot 0007. \end{aligned}$$

餘論 連九數ノ分母ナル假分數ハ整數ノ商ヲ求メ小數ノ商ヲ純循環小數トス例ハバ $\frac{45}{99} = 4\frac{5}{99} = 4\cdot\dot{89}$.

249. 純循環小數之性質 ハ下ノ如シ.
 (第壹) 凡ベテノ純循環小數ハ之ト等シキ位數ナル連九數ノ分母ヲ有スル常分數ヨリ生ズ. (248.)

前理ニヨリテ明了ナリ例ハバ

$$\cdot 04 = \frac{4}{99}, \quad \cdot 257 = \frac{257}{999}.$$

(第貳) 凡ヘテノ純循環小數ハ 2, 5 ノ因子ヲ含マサル分母ノ常分數ヨリ生ス.

例ヘハ $\frac{4}{7} = \cdot\dot{5}71428$ ナ得, 即チ純循環小數ヲ得.

然ルニ若シ $\frac{4}{7}$ カ純循環小數ヲ生セサルモノト假定シ即チ

$$\frac{4}{7} = \cdot\dot{5}71428 \text{ ナリトスレハ}$$

$$\frac{4}{7} = \cdot\dot{5}71428 \times \frac{10}{10} = \frac{571428}{10} = \frac{571428}{10}, \text{ (248.)}$$

$$= \frac{5 \times 99999 + 71428}{999990} = \frac{500000 - 5 + 71428}{999990} = \frac{571428 - 5}{999990},$$

上ノ最後ノ分數ノ分子 571428-5ハ 10ノ倍數トナル場合無シ何トナレハ 8ト5カ同數トナル時ハ純循環小數トナリテ假定ニ反

$$\text{スレハナリ故ニ } \frac{4}{7} = \frac{10 \text{ノ倍數ニアラサル數}}{999990},$$

之ニ由テ $4 \times 999990 = 7 \times (10 \text{ノ倍數ニアラサル數})$ トナル, 即チ上式ノ左邊ハ 10ノ倍數ニシテ右邊ハ 10ノ倍數ニアラス是レ不合理ナリ故ニ $\frac{4}{7}$ ハ混循環小數ヲ生セズ.

餘論 上ノ定理ニ用ヒ次ノ例ヲ示ス.

例ヘハ $1000 \div 37 = 27 \dots \text{殘} 1,$

$$\text{故ニ } (1000 - 1) \div 37 = 999 \div 37 = 27.$$

又 $1000000 \div 7 = 142857 \dots \text{殘} 1,$

$$\text{故ニ } (1000000 - 1) \div 7 = 999999 \div 7 = 142857.$$

之ニ由テ 2, 5ノ他ノ素因子ヨリ成レル數ヲ分母トスル常分數ハ其分母ヲ連九數トナス7次ノ如シ.

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 142857}{7 \times 142857} = \frac{571428}{999999}, \text{ (248.)} = \cdot\dot{5}71428.$$

$$\text{又 } \frac{5}{37} = \frac{5 \times 27}{37 \times 27} = \frac{135}{999} = \cdot\dot{1}35.$$

(第三) 純循環小數ニ其分數ガ有ツ所ノ連九數ト素數ヲナス整數ヲ乘ズルモ其循環位ハ變セズ.

例ヘハ $\frac{4}{7} = \cdot\dot{5}71428 = \frac{571428}{999999}$ ナルヲ以テ此分母 999999ト互

素數ヲナスベキ數 5ヲ乘スレハ

$$\frac{4}{7} \times 5 = \cdot\dot{5}71428 \times 5 = \frac{571428 \times 5}{999999} = 2 \frac{857142}{999999} = 2 \cdot\dot{8}57142.$$

$$\text{又 } \cdot\dot{2}5 \times 7 = \frac{25}{99} \times 7 = 1 \frac{76}{99} = 1 \cdot\dot{7}6.$$

250. 純循環小數位之界限 ハ次ノ如シ.

(第壹) 2, 5ノ因子ヲ含マザル分母ノ已約分數ヲ小數ニ化シテ生ジタル純循環小數ノ位數ハ分母ノ數ニ1ヲ減ジタルモノヨリ多カラズ. (247. ナ視ヨ)

(第貳) 同上純循環小數位ハ分母ニテ連九數ヲ整除シ得ベキ其連九數ノ位數ニ等シ. (249. 第貳)

(第三) 同上純循環小數位ハ分母ヨリ1ヲ減ジタル數ニ等シキカ或ハ其數ノ約數ニ等シ. (但シ分母ハ素數ニ限ル)

今 $\frac{4}{7}$ ニテ之ヲ證センニ 4ヲ7ニテ除スレハ其殘數ハ 1, 2, 3, 4, 5, 6ノ六種ニ限ル而シテ7ハ素數ナルガ故ニ此六種ト互素數ヲナスベシ今此六數ニ 10ヲ乘ズレバ

$$1 \times 10, 2 \times 10, 3 \times 10, 4 \times 10, 5 \times 10, 6 \times 10,$$

此各ヲ7ニテ除スレハ其殘數ハ凡ヘテ異ナルモノヲ得ベシ, 何トナレバ若シ此内ノ任意兩數 $5 \times 10, 2 \times 10$ ヲ7除シテ同殘數ヲ得ルモノト假定スレバ

$$5 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + a, \quad 5 \times 2 = 7 \text{ノ倍數} + a,$$

$$\text{故ニ } 5 \times 10 - 2 \times 10 = 7 \text{ノ倍數, 即 } (5 - 2) \times 10 = 7 \text{ノ倍數.}$$

然ルニ5及ビ2ハ7除シタル殘數ナルガ故ニ7ヨリ小ナリ之ニ由テ5-2ハ7ヨリ小ナリ故ニ(5-2)×10ハ7ノ倍數トナラズ、故ニ上ノ各殘數ハ凡ベテ相異ナリトス。

之ニ由テ 1×10, 2×10, 3×10, 4×10, 5×10, 6×10ヲ7除シタル各殘數ヲ相異ナル數 a, b, c, d, e, fトスレバ

$$\left. \begin{array}{l} 1 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + a \\ 2 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + b \\ 3 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + c \\ 4 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + d \\ 5 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + e \\ 6 \times 10 = 7 \text{ノ倍數} + f \end{array} \right\} \text{之ヲ連乘スレバ}$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 10^6 = 7 \text{ノ倍數} + a \times b \times c \times d \times e \times f$$

a×b×c×d×e×fハ1ヨリ6迄ノ内ノ六種ノ數ノ連乘積ナルガ故ニ1×2×3×4×5×6ニ等シ、

$$\text{故ニ } 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 10^6 = 7 \text{ノ倍數} + 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6,$$

$$\text{故ニ } 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times (10^6 - 1) = 7 \text{ノ倍數},$$

但シ 1×2×3×4×5×6ハ7ヨリ小ニシテ7ト互素數ナル六種ノ連乘積ナルガ故ニ7ノ倍數ニアラズ、

$$\text{故ニ } 10^6 - 1 = 999999 \text{ハ7ノ倍數ナリ、}$$

即チ原分數 $\frac{4}{7}$ ノ分母7ヨリ1少キ位數即チ6位ノ連九數ハ7ニテ整除シ得ベシ故ニ第貳ニ由テ原分數ノ純循環位ハ其分母ニ1少キ位數ニ等シ。

上ニ求メタル $\frac{4}{7}$ ノ循環位ハ7-1=6位ノ連九數ニテ示スヲ得ベシト雖モ分母ニヨリ或ハ此循環位數ノ内ニテ貳回或ハ貳回以上循環スルヲアリ此場合ニ於テハ循環位數ハ分母ニ1ヲ減シタル數ノ約數ニ等シ。

$$\text{例ハバ } \frac{7}{13} = \cdot 538461 = \cdot 538461538461,$$

上ノ如ク 13-1=12位ノ循環位ナレモ此内貳回循環スルガ故ニ12ノ約數6ヲ以テ循環位トス。

251. 混循環小數之性質 2, 5ノ因子ノ其壹ツカ或ハ雙方ヲ含ミ又他ノ素因子ヲ含ム所ノ分母ノ已約分數ハ混循環小數ヲ生ズ而シテ其通常小數位ハ分母ニ含メル2, 5ノ因子ノ内其多キ因子ノ數ニ等シ。

$$\begin{aligned} \text{例ハバ } \frac{13}{60} &= \frac{13}{2^2 \times 5 \times 3} = \frac{13 \times 5}{2^2 \times 5^2 \times 3}, (222.) = \frac{65}{10^2 \times 3} \\ &= \frac{1}{100} \times \frac{65}{3} = \frac{1}{100} \times \left(21\frac{2}{3} \right) = \frac{1}{100} \times 21 \cdot \dot{6} = \cdot 21\dot{6}. \end{aligned}$$

上ノ如ク分母60ハ2ノ因子貳ツ5ノ因子壹ツナルガ故ニ10²即チ100トナシ得ベシ(222.)故ニ小數位貳位21ヲ得、其次位ハ循環小數6ヲ得ルナリ。

今此ノ如クシテ得タル通常小數ハ決シテ循環小數トナラザル

$$\text{ヲ示サンニ例ハバ } \frac{13}{60} = \frac{1}{100} \times \frac{65}{3} \text{ 而シテ } \frac{65}{3} = 21 + \frac{2}{3} \text{ 故ニ}$$

$$65 = 21 \times 3 + 2 \dots (1) \frac{2}{3} \text{ハ純循環小數ナルヲハ已ニ明ラカナリ}$$

而シテ此2=10ノ某方乘10ⁿヲ乘シ整商ヲ21カ或ハ其末位ノ部1ヲ得ルトセバ21ノ通常小數ハ全部カ或ハ其壹部ハ循環數ト

$$\text{ナルナリ今此ノ如ク假定スレバ } \frac{2 \times 10^n}{3} = 21 \text{ 或ハ } 1 + \frac{2}{3} \text{ ナリ故ニ}$$

$$2 \times 10^n = 21 \times 3 \text{ 或ハ } 1 \times 3 + 2 \dots (2), (1) \text{ヨリ } (2) \text{ヲ減ズレバ}$$

$$65 - 2 \times 10^n = 3 \times 10 \text{ノ倍數 即 } 65 = 10 \text{ノ倍數}$$

然ルニ65ハ決シテ10ノ倍數ニアラズ何トナレバ最初ニ分母中2, 5ノ因子ヲ有ツモノヲ10ノ某方乘ト作スキ分子ニ10ノ倍數ヲ有セザル様ニナシタルヲ以テナリ故ニ $\frac{2}{3}$ ノ純循環數中ニ21或ハ

其末位ノ部分 1 = 等シト假定セシハ不合理ナリ之ニ由テハ通常小數ナルヲ知ル。

252. 混循環小數位 凡ソ混循環小數ニ於テ通常小數位ハ分母 = 2, 5ノ因子ノ内多ク含ム數丈ケニ等シ、(251.) 又其循環小數位ハ純循環小數位ト同法ニテ知り得ベシ、(250.)

253 分化小數之通法 ハ前理ニヨリ下ノ如シ。(第壹) 分母 = 2, 5ノ因子ヲ含マザル已約分數ガ常分數ナルキハ之ヲ小數トナスキ其分子ニ等シキ殘數ヲ得ル迄其商ヲ求メ之ヲ純循環小數ト作スベシ但シ其位數モ前理ニヨリテ豫定ス。

例ハバ $\frac{11}{13}$ ナ小數ニ化セヨ。

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 11.0} \cdot 84615\dot{3} \\
 \underline{104} \\
 60 \\
 \underline{52} \\
 80 \\
 \underline{78} \\
 20 \\
 \underline{13} \\
 70 \\
 \underline{65} \\
 50 \\
 \underline{39} \\
 11 \dots \dots \dots \text{分子ト等シ}
 \end{array}$$

先ヅ循環小數位ヲ豫定スルニ 13-1=12ヨリ多カラズ即チ 12位カ 12ノ約數ノ位數ナルカノ内ナリ故ニ 6位ノ商ヲ得テ分子ト等シキ殘數ヲ得タリ即チ此純循環小數位ハ 6位ナリ。

若シ假分數ナルキハ整商ヲ取り其他ハ前ノ如クスベシ例ハバ

$$\frac{37}{13} = 2\frac{11}{13} = 2.84615\dot{3}$$

(第貳) 分母 = 2, 5ノ雙方カ其壹ノ因子ヲ含ムキハ 2, 5ノ内多ク含ム因子ノ數丈ケ商ヲ求メ其次ノ殘數ガ其次ノ諸商ヲ求メタル後ノ殘數ト等シキニ至レバ其諸商ヲ循環小數トナスベシ。

例ハバ $\frac{13}{220}$ 及ビ $\frac{5}{24}$ ナ小數ニ化セヨ

$$\begin{array}{r}
 220 \overline{) 13.00} \cdot 059\dot{0} \\
 \underline{1100} \\
 2000 \\
 \underline{1980} \\
 200 \dots \text{第壹殘} \\
 000 \\
 200 \dots \text{第貳殘}
 \end{array}$$

220 = 2² × 5 × 11 ナルガ故ニ通常小數ハ 2位ナルヲ知ル而シテ第壹ノ殘數 200 ト等シキ殘數ヲ得ルニ至レバ次商ノ循環數ガ全ク得ラルナリ。

24 = 2³ × 3 ナルガ故ニ通常小數位ハ 3位ナリ而シテ第 4位ノ小數ノ商ヨリ循環數ヲ得ベシ。

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 5.0} \cdot 208\dot{3} \\
 \underline{48} \\
 200 \\
 \underline{192} \\
 80 \dots \text{第壹殘} \\
 70 \\
 80 \dots \text{第貳殘}
 \end{array}$$

254. 小化分數 ハ分化小數ノ理論ヲ反シタルモノニテ解シ得ベシ。

255. 小化分數之通法 ハ下ノ如シ。

(第壹) 連九數ノ分母ヲ用フル法 (248.)

(第壹例) $5\dot{3}\dot{4}$ ナ分數ニ化セヨ。

$$5\dot{3}\dot{4} = \frac{534}{999} = \frac{178}{333}$$

(第貳例) $5\dot{3}\dot{4}$ ナ分數ニ化セヨ。

$$5\dot{3}\dot{4} = 5\frac{34}{99}$$

(第參例) $211148\dot{6}$ ナ分數ニ化セヨ。

$$\begin{aligned}
 211148\dot{6} &= 2111 + 0.00048\dot{6} = 2111 + \frac{48\dot{6}}{10000} = 2111 + \frac{486}{9990000} \\
 &= 2111\frac{486}{9990000} = 2111\frac{9}{185000} = 2111\frac{125}{592}
 \end{aligned}$$

(第貳) 別法 純循環小數ヲ分數ニ化スルニハ其小數位丈ケ 10ヲ方乘シ之ヨリ 1ヲ減シタル數(即チ循環小數位丈ノ連九數)ヲ分母トシ純循環小數ヲ整數トナシタルモノヲ分子トスル分數ヲ作ル

ベシ.

例ハバ $\cdot\dot{5}3\dot{4}$ ナ分數ニ化セヨ. $\cdot\dot{5}3\dot{4} = \cdot 534534534\dots$ 之ヲ 10^3 即チ 1000 倍スレバ
$$\left. \begin{array}{l} \cdot\dot{5}3\dot{4} \text{ノ } 1000 \text{ 倍} = 534\cdot 534534\dots\dots\dots \\ \cdot\dot{5}3\dot{4} \text{ノ } 1 \text{ 倍} = \cdot 534534534\dots\dots \end{array} \right\} \text{上ヨリ下ヲ減ズ.}$$

$$\cdot\dot{5}3\dot{4} \text{ノ } (1000-1) \text{ 倍} = 534 \text{ 故 } \cdot\dot{5}3\dot{4} = \frac{534}{1000-1} = \frac{534}{999} = \frac{178}{333}$$

(第三)別法 混循環小數ヲ分數ニ化スルニ其小數ノ全位數丈ケノ 10ノ方乗ヨリ其通常小數位丈ケノ 10ノ方乗ヲ減シタルモノヲ分母トシ全小數ヲ整數トシタルモノヨリ通常小數ヲ整數トシタルモノヲ減シ之ヲ分子トスル分數ヲ作ルベシ.

例ハバ $\cdot 2111\dot{4}8\dot{6}$ ナ分數ニ化セヨ. $\cdot 2111\dot{4}8\dot{6} = 2111486486486\dots$ 之ヲ 10000000 倍スレバ
$$\left. \begin{array}{l} \cdot 2111\dot{4}8\dot{6} \text{ノ } 10000000 \text{ 倍} = 2111486\cdot 486486\dots\dots \\ \cdot 2111\dot{4}8\dot{6} \text{ノ } 10000 \text{ 倍} = 2111\cdot 486486486\dots \end{array} \right\} \text{減}$$
 $\cdot 2111\dot{4}8\dot{6} \text{ノ } (10000000-10000) \text{ 倍} = 2111486 - 2111$

$$\text{即 } \cdot 2111\dot{4}8\dot{6} = \frac{2111486-2111}{10000000-10000} = \frac{2109375}{9990000} = \frac{125}{592}$$

256. 九之循環小數 ハ 1ニ等シ.

$$\text{例ハバ } \dot{9} = \frac{9}{10-1} = \frac{9}{9} = 1. \text{ (255. 第貳)}$$

(別法) $1-\dot{9} = \cdot 1$, $1-\dot{9}9 = \cdot 01$, $1-\dot{9}99 = \cdot 001$, $1-\dot{9}999 = \cdot 0001$
以下此ノ如ク連九ノ小數位ヲ増セバ之ト 1トノ差ハ次第ニ微小トナルベシ故ニ $\cdot \dot{9} = \cdot 9999\dots$ ノ如ク無究ニ至ル迄 9ノ續ク數ト 1ノ差ハ無究小ニシテ乃チ 0トナルニ至ル故ニ 1ト 9トハ相等シクナルニ至ルモノナリ,

之ニ由テ $\cdot 2\dot{1}\dot{9} = \cdot 22$.**例題四拾五**1. $\cdot \dot{5}1\dot{2}$ ナ小數丈ケテ循環小數トシ且ツ 6 位ノ循環小數ニ化セヨ.2. $\cdot 215\dot{1}$ ナ小數第三位目ヨリ循環スル八位ノ循環小數位ニ化セヨ.3. $\cdot 009\dot{2}$ ナ小數第六位目ヨリ循環スル數ニ化セヨ.

下ノ各群ノ數ヲ最小循環位ニ通セヨ.

4. $1\cdot\dot{5}$, $\cdot 20\dot{8}$, $\cdot 20\dot{8}$, $\cdot 0020\dot{8}$, $\cdot 2081\dot{5}$.5. $5\cdot 10\dot{8}$, $\cdot 2$, $1\cdot 58\dot{9}$, $\cdot 66\dot{1}$, $\cdot 0097\dot{5}$.6. $\cdot 10\dot{8}$, $\cdot 010\dot{8}$, $\cdot 0\dot{2}$, $\cdot 002$, $\cdot 10\dot{8}$, $\cdot 0009\dot{2}$.7. $\cdot 14\dot{4}$, $\cdot 144$, $\cdot 144\dot{5}$, $\cdot 0005\dot{9}$, $\cdot 12345617$.8. $\cdot 32\dot{7}$, $\cdot 32$, $\cdot 007$, $\cdot 507\dot{8}$, $15\cdot 059$.9. $\cdot 12\dot{3}$, $\cdot 123\dot{4}$, $\cdot 1234\dot{5}$, $\cdot 12345\dot{6}$, $\cdot 12345678\dot{9}$.10. $\cdot 123123\dots$, $\cdot 454545\dots$, $\cdot 789191\dots$, $\cdot 207070\dots$ 11. $\cdot 7515151\dots$, $\cdot 751$, $\cdot 82333\dots$, $\cdot 8517517\dots$

下ノ各分數ハ小數何位目ヨリ循環スルカ.

12. $\frac{1}{3000}$ 13. $\frac{65}{1690}$ 14. $\frac{5}{48}$ 15. $\frac{11}{7500}$ 16. $\frac{13}{225}$ 17. $\frac{7}{448}$ 18. $\frac{1}{425}$ 19. $\frac{11}{222000}$

下ノ各分數ヲ循環小數ニ化セヨ.

20. $\frac{5}{3}$ 21. $\frac{44}{9}$ 22. $\frac{359}{98}$ 23. $\frac{209}{430}$ 24. $\frac{103}{180}$ 25. $\frac{343}{375}$ 26. $\frac{21}{11}$ 27. $\frac{917}{55}$ 28. $\frac{401}{352}$ 29. $18\frac{25}{132}$ 30. $\frac{5}{396}$ 31. $\frac{214}{37}$ 32. $\frac{233}{185}$ 33. $\frac{809}{296}$ 34. $5\frac{29}{101}$ 35. $\frac{506}{505}$