

# गणितबोध.

हे

पुस्तक

महादेव श्रीधर भावे  
हेड मास्तर शाळा नंवर १ पुणे

व

विनायक त्रिंबक जोशी

सब् ओव्हरसियर यांनीं

विद्याथ्यांच्या उपयोगाकरितां केलें

तें

पुणे येथे ज्ञानप्रकाश छापखान्यांत

छापिलें.

आवृत्ति दुसरी

२००० प्रति.

सदहू पुस्तकाचीं मालकीं ग्रंथकार्यानीं

१८६७ चा आक्ट २५ प्रमाणें नोंदली आहे.

आगस्ट १८७८.

## प्रस्तावना.

### आवृत्ति दुसरी.

पुस्तकाच्या पहिल्या आवृत्तीच्या ४०० प्रति मेहेरवान ब्राउनिंग साहेब  
दूर इन्स्पेक्टिंग जनरल आफ स्कूलस नागपूर याणी घेतल्या, व ६००  
ति तीन चार महिन्यांतच इतर मित्र मंडळीचे आश्रयाने खपल्या. पुढे  
पुष्कळ लोकांची बुकाबद्दल पत्रे आली, व कितीएकांचा किमतीचा पैसा चार  
पांच महिने दुसरी आवृत्ति काढल्या नंतर पाठविण्याच्या हेतूने आमचेपाशीं  
अगाऊ राहिला होता. सार्वजनिक अवर्षणाच्या अडचणीमुळे दुसरी आवृत्ति  
लवकर काढली नाही, या कारणाने तो पैसा परतही पाठविला. हल्ली या  
आवृत्तीत मागील अशुद्धे काढून टाकली, व कितेक ठिकाणी समजण्यास  
कठीण झाले होते त्या ठिकाणी विशेष फोड करून दाखविली. कित्येक  
उदाहरणांच्या रीति फिरविल्या, व सोडविण्याकरिता प्रश्न दिले होते त्यांतील  
फार लांबट उदाहरणे होती ती काढून टाकून त्यांचे जागी तसेच प्रकारचीं  
लहान लहान उदाहरणे नवीन घालून ती सर्व सोडविली आहेत. या बुकाचे  
नांव अन्वर्थ व्हावे म्हणून आरंभी उपपत्ति देण्याचा विचार होता, परंतु किमत  
वाढून लोकांवर बोजा पडेल म्हणून तो विचार या आवृत्तीचे प्रसंगी रहित  
केला. पुढील उदाहरणे सोडविली व इतर फेरफार केला, यामुळे बरीच  
पत्रे वाढली, आणि छापण्याचा खर्च ज्यास्त आला, तथापि ज्यास्ती खर्चाचे  
मानाने किमत न ठेवितां लोकहितार्थ १ आणाच ज्यास्त किमत ठेविली आहे.  
ह्या आवृत्तीस पूर्वीप्रमाणेच मित्र मंडळींनी आश्रय दिला असतां तिसऱ्या  
आवृत्तीच्या वेळी उपपत्ति जोडण्यास पुस्तककर्त्यांस उत्तेजन येईल.

मे० डिरेक्टर साहेब बहादूर याणी २०० प्रति बूक कमेटीचे अभिप्रा-  
यावरून घेण्याचा ठराव केला त्याबद्दल त्यांचे व मे० ब्राउनिंग साहेब बहादूर  
इन्स्पेक्टिंग जनरल आफ स्कूलस नागपूर याणी व डाक्टर विश्राम रामजी घोले  
सब् असिस्टंट सर्जन पुणे यांणीही उदार आश्रय दिला त्याबद्दल त्यांचे आम्ही  
फार आभारी आहो.

पुणे,

ता० १६ माहे आगस्ट १८७८ इ०.

म० श्री० भावे.

वि० त्रि० जोशी.

## पहिल्या आवृत्तीची प्रस्तावना.

२५०

आजपर्यंत गणितविषयाचीं बहुत पुस्तकें प्रसिद्ध झालीं असून तीं तत्संबंधीं ज्ञान संपादण्यास यथायोग्य आहेत; तथापि इंग्रजी भाषेत उदाहरणें सोडविलेलीं पुस्तकें जशीं फार किंमतीची असतात तशीं तीं आहेत. यास्तव गरीब विद्यार्थ्यांस त्या पुस्तकाचा जसा उपयोग व्हावा तसा होत नाहीं; म्हणून सर्वांस घेण्यास सुलभ पडून माहितीही बरीच व्हावी या हेतूनें हें पुस्तक तयार करून प्रसिद्ध केलें आहे. यांत कोलेन्जोच्या अंकगणितांतील परीक्षेकरितां दिलेल्या प्रश्नांपैकीं निवडक सुमारे १७५ प्रश्न सुबोध रीतीनें सोडविले आहेत, शिवाय क्षेत्रफळा संबंधीं बहुतेक नियम ( दुसरे कोणत्याही मराठी पुस्तकांत नाहींत असे ) देऊन विद्यार्थ्यांनीं स्वशक्तीनें त्या नियमांस अनुसरून उदाहरणें सोडवावीं म्हणून शेवटीं सुमारे ५० प्रश्न न सोडवितां दिले आहेत. काहीं शिवाय अंकगणित संबंधीं आहेत त्यांपैकीं बहुतेक प्रश्न नवीन असून विचारणीय आहेत असें विद्यार्थ्यांस दिसून येईल.

पुणे,  
तारीख १ जुलई १८७६

म० श्री० भावे.  
वि० त्रि० जोशी.

Ahmednagar City Library  
 Presented by the Director of  
 Read 3<sup>rd</sup> February 1902

## कोलेन्जोचे अंकगणितांत करावयास दिलेल्या प्रश्नांचें सोडविणें.

भाग ६.

प्रमाणसंबंधी.

[ १ ] जर अ, व यांचें गुणोत्तर ५ : ८ आहे; आणि व, क यांचें ६ : ७ आहे; तर अ, क यांचें गुणोत्तर काय ?

व व क क अ क

$६ : ८ :: ७ = \frac{२८}{३}, ५ : \frac{२८}{३},$  प्रत्येकास ३ नीं गुणून १५:२८ हें उत्तर.

[ २ ] अने १५ गाई व १३० मेंढ्या कांहीं किंमतीस घेतल्या आणि त्याच दरानें व त्याच किंमतीस वने ९ गाई व १७५ मेंढ्या घेतल्या, तर मेंढ्यांच्या व गाईंच्या किंमतींचें गुणोत्तर काय ?

यांत अच्या गाईपेक्षां वच्या ६ कमी, आणि ४५ मेंढ्या ज्यास्त आहेत असें असून दोघांनीं सारखांच किंमत दिली आहे म्हणून ६ गाईंचे किंमतीबरोबर ४५ मेंढ्यांची किंमत आहे, करितां ६:४५ किंवा २:१५ हें प्रमाण उत्तर.

[ ३ ] एका भांड्यांत १६ शेर दूध व ५ शेर पाणी, दुसऱ्या भांड्यांत २४ शेर दूध व ११ शेर पाणी यांचें मिश्रण आहे तर दोन्ही मिश्रणांतील दुधांचे गुणोत्तर काय ?

$१६+५=२१$  शेर पहिले भांड्यांतील मिश्रण.  $२४+११=३५$  शेर दुसरे भांड्यांतील मिश्रण यास्तव.

शेर शेर शेर.

$२१ : १ :: १६ : \frac{१६}{२१}$  दूध पहिल्या भांड्यांत.

$३५ : १ :: २४ : \frac{२४}{३५}$  दुसऱ्या भांड्यांत.  $\therefore \frac{१६}{२१} : \frac{२४}{३५}$  हें प्रमाण झालें

समच्छेद करून  $\frac{१००}{३०५} : \frac{७२}{३०५}$  छेद काढून  $८० : ७२$  आले यास संक्षेप देऊन

$१० : ९$  हें प्रमाण उत्तर.

अ आणि ब या दोन स्थळांमध्ये अंतर ६५ मैल आहे. अ एक जहाज निघाले त्याचा वेग दर तासांत  $९\frac{३}{४}$  मैल आहे, त्याच वेळी दुसरे जहाज  $२\frac{१}{४}$  तासांनी मागून निघाले ते पहिल्याचे पूर्वी ५ मिनिटे पोचले, तर दोहोंच्या वेगांचे गुणोत्तर काय ?

मैल मैल तास  
 $९\frac{३}{४} : \frac{६५}{१} :: १ : \frac{२०}{३}$  पहिल्या जहाजास तास; ५ मि० =  $\frac{१}{४}$  ता० +  $२\frac{१}{४}$  ता० =  $\frac{५}{४}$  दुसरे जहाजास तास कमी लागले. असे प्रश्नावरून झाले म्हणून  
 $\frac{२०}{३} - \frac{५}{४} = \frac{१३}{३}$  तास दुसरे जहाजास ६५ मैल चालण्यास लागतील.  
 ता० ता० मैल मैल  
 $\therefore \frac{१३}{३} : १ :: ६५ : १५$  दुसरे जहाजाचा वेग.  $\therefore \frac{३९}{४} : १५$  किंवा  
 $१३ : २०$  हे उत्तर.

[५] अ आणि ब या उभयतांनी १ शिलिंगास १० नारिंगे याप्रमाणे कांही नारिंगे खरेदी केली. अने १ शिलिंगास ९ प्रमाणे आणि बने १७ पेन्सांस १ डझन प्रमाणे विकली तर दोघांनी सारखीच खरेदी केली असता विक्रीच्या मानाने नफ्याचे गुणोत्तर काय ?

प्रत्येकाने सारखी म्हणजे ९ नारिंगे घेऊन विकली असे मानिले तर  
 ना० ना० पे० पे०  
 $१० : ९ :: १२ : \frac{५२}{५}$  ही किंमत दोघांस सारखी पडली.  $\therefore १२ -$   
 $\frac{५२}{५} = \frac{६}{५}$  अचा नफा.  
 ना० ना० पे० पे०  
 $१२ : ९ :: १७ : \frac{५१}{५} - \frac{५२}{५} = \frac{३९}{२०}$  बचा नफा म्हणून  $\frac{६}{५} : \frac{३९}{२०}$  अथवा  
 $२४ : ३९$  किंवा  $८ : १३$  हे उत्तर.

[६] एका व्यापारांत अला बच्या  $\frac{२}{९}$  नफा झाला, आणि कला बच्या गिनी इतके पौंड नफा झाला, तर अ, क यांच्या नफ्याचे गुणोत्तर काय ?

बला १ गिनी नफा मानिल्यास एक पौंड कला म्हणजे २० शिलिंग नफा व २१ चे  $\frac{२}{९} = \frac{२८}{९}$  शि० अला नफा  $\therefore \frac{२८}{९} : २०$  किंवा  $७ : १५$  हे उत्तर.

[ ७ ] कांहीं एक रकम अ, व, क, ड या चौघांत वाटून  
अशी की, अ : व :: ३ : २ $\frac{1}{2}$  व ब : क :: ३ : ४ $\frac{1}{2}$  आणि  
ड :: ४ : ३ $\frac{1}{2}$  पेन्स तर चौघांचे सरळ गुणोत्तर काय ?

येथे अला ३ व बला २ $\frac{1}{2}$  मिळाले असे मानिले तर,

$$\begin{array}{cccccccc} \text{व} & \text{व} & \text{क} & \text{क} & \text{क} & \text{क} & \text{ड} & \text{ड} & \text{अ} & \text{व} \\ ३ : २\frac{1}{2} :: ४\frac{1}{2} : ३\frac{3}{2}, & ४ : ३\frac{3}{2} :: ३\frac{1}{2} : \frac{१०५}{३२} :: ३ : २\frac{1}{2} :: \end{array}$$

क ड  
३ $\frac{3}{2}$  :  $\frac{१०५}{३२}$  पूर्णांकांत ९६ : ८० :: १२० : १०५ हे उत्तर.

[ ८ ] एका तासांत १ मुलगा आणि एक पुरुष मिळून जे काम करितात त्याचे ५ पट काम एकाच तासांत ३ पुरुष आणि ११ मुले मिळून करितात तर मुलाच्या व पुरुषाच्या कामांचे गुणोत्तर काय ?

का० का० मु० पु० मु० पु०

१ : ५ :: १+१=५+५ प्रश्नाप्रमाणे इत- } पूर्वीपेक्षा ६ मुले अधिक ज्ञा-  
क्याच कामास ११ मु०+३ पु० लागले } ली म्हणून दोन पुरुष कमी  
आहेत. } लागले.

यास्तव ६ : २ अथवा ३ : १ हे प्रमाण उत्तर.

[ ९ ] एका वाटलीत २७ ग्यालन मद्य आणि ११ ग्यालन द्राक्षासव आणि दुसरीत ४३ ग्यालन मद्य आणि १४ ग्यालन द्राक्षासव यांचे मिश्रण आहे. द्राक्षासव मद्याचे तिप्पट भरते असे मानिल्यास त्या मिश्रणांच्या वजनांचे गुणोत्तर काय ?

जर मद्य १ मानिले तर द्राक्षासव ३ वजन भरेल म्हणून प्रथम मिश्रणाचे ११×३=३३+२७=६० वजन, तसेच दुसऱ्या मिश्रणाचे १४×३=४२+४३=८५ वजन, परंतु प्रथम वाटलीत २७+११=३८ ग्यालनाचे मिश्रण व दुसरीत ४३+१४=५७ ग्यालन आहे. म्हणून ३८ : ५७ :: ६०=९० वजन पाहिल्या वाटलीचे व ५७ व ग्यालन दुसरीत असतां ८५ वजन भरली म्हणून ९० : ८५ किंवा १८ : १७ हे उत्तर.

## भाग ७.

## सरासरीबद्दल.

[ १ ] एके शालेंत एका आठवड्यांत खालीं लिहिल्याप्रमाणें मुलें हजिरी-पटांत होतीं. सोमवारीं ८३, मं० ८०, बु० ७५, गुरु० ८०, शु० ७७, श० ७२, तर सरसरीनें रोज किती हजर होतीं ?

$८३ + ८० + ७५ + ८० + ७७ + ७२ = ४६७$  ही बेरीज ६ दिवसांची म्हणून  $४६७ \div ६ = ७७\frac{५}{६}$  हें उत्तर.

[ २ ] एका सावकारास १ आठवड्यांत वसूल झाला तो असा की, सोमवारीं ३३ शि०  $९०\frac{१}{३}$  पेन्स; मं० ३६ शि० ६ पे०, बु००, गु० १० शि०  $८\frac{१}{३}$  पे०, शु० ४३ शि०  $११\frac{१}{३}$  पे०, श० ३० शि० १० पे०, तर सरसरी रोज किती वसूल झाला. आठवडा = ६ दिवस.

वरील सर्व रकमांची बेरीज  $१४५$  शि०  $१०\frac{१}{३}$  पे०  $\div ६ = २४$  शि०  $३\frac{३}{४}$  पेन्स हें उत्तर.

[ ३ ] मावळ प्रांतीं तीन वर्षेपर्यंत क्रमानें तांदूळ ४९४६९८२०० शेर, ४२१९५३००० शेर, ४१७८९९००० शेर उत्पन्न झाले. दर शोरास २५ सेंट पडतात. तर सरसरीचे मानानें दर वर्षीं एकंदर किती पौंड उत्पन्न झाले ? ( १०० सेंट = १ डालर, १ डालर = ४ शिलिंग )

तीन वर्षांत  $१३३४४७०२००$  शेर तांदूळ उत्पन्न झाले. म्हणून  $\div ३ = ४४४८२३४००$  हें एक वर्षांत उत्पन्न शेर  $\times २५ = १११२०५८५०००$  सेंट.  $१००$  सेंट =  $\frac{१}{५}$  पौंड म्हणून वरील रकमेस  $\div ५०० = २२२४११७०$  पौंड हें उत्तर.

[ ४ ] हिंदुस्थानांत निरनिराळ्या स्थळीं  $४१^{\circ}$  अंश  $२९'$  कला;  $४१^{\circ}$  अंश,  $२७\frac{१}{३}'$  कला;  $३९'$ ,  $१३'$ ;  $४१'$ ,  $३२'$ ;  $२७'$ ,  $४७\frac{१}{३}'$ ;  $४४'$ ,  $२८'$ ; आणि  $४०'$ ,  $१३'$  इतकी अंश उष्णता असेल तर सरसरीनें किती उष्णता होईल ?

सर्व अंशांची बेरीज  $२८६'$ ,  $११'$  यांस स्थळ संख्या ७ यांनीं भागून  $४०'$  अंश व  $५३'$  कला हें उत्तर.

[ ५ ] दर कार्टास ९ पेन्सप्रमाणें ३ कार्ट दारू घेऊन तींत दर पिटास

$2\frac{1}{2}$  पेन्सप्रमाणे १० पिंट दारू मिश्र केली तर दर पिंटस काय किंमत पडेल? २ पिंट=१ क्वार्ट.

क्वा० क्वा० पेन्स पेन्स पेन्स पेन्स

१ : ३ :: ९ = २७ + २५ = ५२ = १० पिंटोची किंमत ही १६

पिंटोची किंमत  $\therefore \frac{५२}{३} = ३\frac{१}{३}$  पेन्स हे उत्तर.

[६] एके परिक्षेस कांहीं उमेदवार आले होते त्यांतील ४ प्रत्येक १९ वर्षांच्या वयाचे, ३ विसांचे, २ एकविसांचे, आणि तीन तेविसांचे होते, तर साधारण मानाने प्रत्येकाचे वय किती ?

$१९ \times ४ = ७६ + ६० + ४२ + ६९ = २४७$  हीं वर्षे १२ उमेदवारांची आहेत म्हणून  $\frac{२४७}{१२} = २०\frac{७}{१२}$  वय हे उत्तर.

[७] एका सरळ निमुळत्या तक्त्याची लांबी १० फूट ६ इंच आहे व रुंदी एके बाजूस ९ इंच व दुसरे बाजूस ७ इंच आहे तर त्या तक्त्याचे क्षेत्रफळ किती चौरस फूट होईल ?

$९ + ७ = १६ \div २ = ८$  इंच साधारण मध्यप्रमाण रुंदी त्यांस फुटाचे रूप देऊन  $\frac{८}{१२} = \frac{२}{३}$ ; १० फूट ६ इंच =  $\frac{२१}{३}$  करितां  $\frac{२}{३} \times \frac{२१}{३} = ७$  चौरस फूट हे उत्तर.

[८] २१ मनुष्यांचे सरासरीच्या मानाने प्रत्येकास ६१ गुण येतात. त्यांतील ८ मनुष्यांचे ६४ प्रमाणे असून ११ मनुष्यांचे ५९ प्रमाणे गुण आहेत तर राहिलेल्या दोघांच्या गुणांचे साधारण मान काय असावे ?

$६१ \times २१ = १२८१$  एकंदर गुण. पैकीं  $(६४ \times ८) + (११ \times ५९) = ११६१$  गुण वजा जातां बाकी १२० गुण राहिले ते दोघांचे  $\therefore \frac{१२०}{२} = ६०$  हे उत्तर.

[९] दर पौंडास ३ शिलिंग ८ पेन्स, ४ शि० २ पेन्स, ४ शि० ४ पे० अशा तीन दरांचा १३६ पौंड चहा होता त्यांत पहिल्या दराचा दुसऱ्यापेक्षां ५ पौंड जास्त होता व तिसऱ्या दराचा प्रथम व दुसरा यांच्या बेरजेहून ६ पौंड जास्त होता, तर त्या मिश्र चहास दर पौंडास काय किंमत पडेल ?



अशा उदाहरणांत जो भाग अव्यक्त असतो त्याची किंमत १ पट मानावी.

दुसऱ्या दराचा १ पट मानिला तर } २ पट+५ पौंड दोन दरांचा मिळून.  
पाहिल्याचा १ पट+५ पौंड.

म्हणून तिसऱ्या दराचा २ पट+५+६=२ पट+११ पौंड परंतु तिन्ही दरांचा मिळून ४ पट+१६ पौंड म्हणजे १३६ पौंड आहे. करितां ४ पट=१३६-१६=१२०, १ पटी=३० पौंड दुसऱ्या दराचा चहा म्हणून ३५ पाहिल्या दराचा व ७१ तिसऱ्या दराचा. आतां किंमत काढून.

$35 \times 3 \text{ शि० } ८ \text{ पेन्स} = \frac{335}{3} \text{ पेन्स}$  }  $\frac{335}{3} + \frac{120}{9} + \frac{120}{3} = \frac{1663}{3}$  पे-  
 $30 \times 4 \text{ शि० } २ \text{ पेन्स} = \frac{120}{9} \text{ पेन्स}$  } न्स १३६ पौंड चहाची किंमत म्ह-  
 $71 \times 4 \text{ शि० } ४ \text{ पेन्स} = \frac{1123}{3} \text{ पेन्स}$  } णून  $\frac{1663}{3} \div 136 = 4 \text{ शि०}$   
 $1\frac{1}{2} \text{ पेन्स } १ \text{ पौंड चहाची किंमत हें उत्तर.}$

[१०] दहा असामीचे गुण  $17\frac{1}{2}$  प्रमाणे येतात. त्यांतील तिघांचे  $16\frac{1}{2}$  प्रमाणे व चौघांचे  $16\frac{1}{2}$  प्रमाणे येतात. आठव्याचे ९ व्याहून तीन कमी किंवा १० व्याहून ४ कमी येतात तर १० व्याचे गुण किती येतील?

$17\frac{1}{2} \times 10 = 175$  एकंदर गुण पैकीं

$16\frac{1}{2} \times 3 = 49\frac{3}{2}$  }  $49\frac{3}{2} + 66 = 117\frac{3}{2}$  गुण वजा जातां बाकी

$16\frac{1}{2} \times 4 = 66$  }  $175 - 117\frac{3}{2} = 58\frac{1}{2}$  गुण शेवटील तिघांचे.

आठव्याचे १ पट मानिले तर ९ व्याचे १ पट +३ होतील आणि १० व्याचे १ पट +४ होतील.

(१ पट)+(१ पट+३)+(१ पट+४)=३ पट+७=६० $\frac{1}{2}$  गुण आहेत म्हणून ३ पटी=(६० $\frac{1}{2}$  - ७)=५३ $\frac{1}{2}$  करितां १ पटी बराबर  $17\frac{1}{2}$  हे आठव्याचे गुण व  $17\frac{1}{2} + 4 = 21\frac{3}{2}$  दहाव्याचे गुण हें उत्तर.

[११] दर ग्यालनास १८ शिलिंग ६ पेन्स प्रमाणे ९ ग्यालन दारू व दुसरी दर ग्यालनास २१ शिलिंग प्रमाणे ७ ग्यालन यांचें मिश्रण करून दर ग्यालनास १६ शिलिंग ६ पेन्स प्रमाणे विकणें आहे तर त्यांत किती ग्यालन पाणी घालावें?

$९ \times २८\frac{१}{२}$  शि० =  $१६६\frac{१}{२}$  शिलिंग प्रथम दारूची किंमत  
 $७ \times २१$  शि० =  $१४७$  शिलिंग दुसऱ्या दारूची किंमत

वेरीज =  $३१३\frac{१}{२}$  शिलिंग

$१६\frac{१}{२}$  शि० :  $३१३\frac{१}{२}$  शि० :: १ ग्यालन = १९ ग्यालन

परंतु  $९ + ७ = १६$  ग्यालन मिश्रण होतें करितां  $१९ - १६ = ३$  ग्यालन पाणी हें उत्तर.

## भाग ८.

### काल व शक्ति या संबंधी.

[१] अ दररोज ७ तास प्रमाणें २० दिवसांत एक काम करितो आणि ब दररोज ८ तास प्रमाणें १४ दिवसांत तेंच काम करितो, तर १० दिवसांत तें काम संपविणें असल्यास त्या दोघांस रोज किती तास काम करावें लागेल ?

ता० ता० का० का०  
 $१४० : १ :: १ = \frac{१}{१४०}$   
 $११२ : १ :: १ = \frac{१}{११२}$  } वेरीज  $\frac{१}{५६०}$  काम एक तासांत होतें यास्तव

का० का० ता० ता०  
 $\frac{१}{५६०} : १ :: १ = \frac{५६०}{१}$  हें दहा दिवसांचें  $\therefore \frac{५६०}{१} \div १० = ६२$  तास हें उत्तर.

[२] एका हौदास अ आणि ब असे पाणी येणारे दोन नळ आहेत. ते अनुक्रमें २०, २४ मिनिटांत तो हौद भरतात, तिसरा पाणी जाणारा क नळ आहे तो ३० मिनिटांत सर्व हौद रिकामा करितो, तर तिन्ही नळ सोडिले असतां १५ मिनिटांत किती हौद भरेल ?

मि० मि० हौ० हौ०  
 $२० : १ :: १ = \frac{१}{२०}$   
 $२४ : १ :: १ = \frac{१}{२४}$  }  $\frac{१}{२०} + \frac{१}{२४} = \frac{११}{१२०}$  हौद १ मिनिटांत भरतो.

मि० मि० हौ० हौ०  
 $३० : १ :: १ = \frac{१}{३०}$  हौद एक मिनिटांत रिकामा होतो  $\therefore \frac{११}{१२०} - \frac{१}{३०} = \frac{१}{१२०}$  हौद १ मिनिटांत भरतो.

मि० मि० ही०  
 $११ : १५ :: \frac{७}{१२०} = \frac{७}{२०}$  हीद भरल हें उत्तर.

[३] अ आणि व दोघे मिळून एक शेत  $८\frac{३}{४}$  दिवसांत कापितात. अचें  $३\frac{१}{२}$  दिवसांचें काम वचें ५ दिवसांबरोबर आहे, तर प्रत्येकास तें शेत कापण्यास किती दिवस लागतील ?

अ अ व व  
 $\frac{७}{२} : \frac{३५}{२} :: ५ = \frac{३५}{२}$  दिवस अवढल बस लागतात, यांत वचें स्वतःचें  $\frac{३५}{२} \therefore \frac{३५}{२} + \frac{३५}{२} = २१\frac{१}{२}$  बला हें उत्तर. तसेंच.

व व अ अ  
 $५ : \frac{३५}{२} :: \frac{७}{२} = \frac{२३}{२} + \frac{३५}{२} = \frac{११३}{२} = २४\frac{१}{२}$  दिवस हें उत्तर.

[४] अ, व अनुक्रमे, ३४, ३८ दिवसांत एक काम करितात, दोघे त्या कामास एकदम लागले परंतु काम संपण्याचे पूर्वी ४ दि० व गैर हजर होता, तर तें सर्व काम आरंभा पासून किती दिवसांत संपलें असावें ?

येथें व ४ दिवस गैर हजर होता तरी अ ४ दिवस कामावर होता. तें अचें ४ दिवसांचें काम निराळें काढलें असतां बाकीचें काम दोघांनींच केलें आहे म्हणून

दिव० दि० का० काम

$३४ : ४ :: १ = \frac{१}{४}$  अ करितो हें  $\frac{१}{४}$  कामांत वजा देऊन बाकी  $\frac{१५}{४}$

दि० दि० का० का०

$३४ : १ :: १ = \frac{१}{३४}$  } बेरीज करून  $\frac{१५}{३२३}$  दोघांचें एक दिवसाचें

$३८ : १ :: १ = \frac{१}{३८}$  } काम

काम काम दि० दि०

$\therefore \frac{१५}{३२३} : \frac{१५}{३८} :: १ = \frac{३८५}{१२८} = २९\frac{५}{६}$  दिवस दोघांस लागतात, यांत अचे ४ दिवस मिळवून  $= २९\frac{५}{६}$  हें उत्तर.

[५] एका हीदास अ, व पाणी येणारे व क पाणी जाणारा असे तीन नळ होते. अ आणि व या दोन नळांनीं तो हीद ४ तासांत भरतो, व तो भरल्यावर व नळ बंद करून क सोडिला तर तोच हीद ४० तासांत रिकामा होतो. नंतर अ बंद करून व सोडला तर ६० तासांत भरतो यावरून प्रत्येक नळानें तो हीद किती तासांत भरलें ?

ता० ता० ही० ही०

४ : १ :: १ =  $\frac{१}{४}$  अ व नळानीं भरतो.

४० : १ :: १ =  $\frac{१}{४०}$  अ क नळानीं रिकामा होतो.

६० : १ :: १ =  $\frac{१}{६०}$  व क नळानीं भरतो.

$\frac{१}{४} + \frac{१}{६०} = \frac{१६}{१२०}$  होई, २ व + अ + क भरतात.

यांतून अ कचे वजा केल्याने २ वचे पाणी राहते.

∴  $\frac{१६}{१२०}$  होई अ कने १ तासांत  $\frac{१}{४०}$  होई रिकामा न होतां भरला म्हणून  $\frac{१६}{१२०} + \frac{१}{४०} = \frac{१७}{२४}$  हे दोन वचे पाणी ∴  $\frac{१७}{२४}$  होई व १ तासांत भरील.

ही० ही० ता० तास

$\frac{१७}{२४} : \frac{१}{१} :: \frac{१}{१} = \frac{१७}{२४} = ६\frac{५}{२४}$  व नळाने हे उत्तर.

$\frac{१}{४} - \frac{१७}{२४} = \frac{५}{२४}$  अ नळाने ∴  $\frac{५}{२४} : १ :: १ = \frac{२४}{५} = ९\frac{३}{५}$  अला हे

उत्तर.

[६] अ, व, क, अनुक्रमे एक काम २५, २०, २४ दिवसांत करितात, त्यात्रिवर्गांनी २ दिवस काम केल्यावर अ वनीं सोडून दिले व कने मात्र चालविले; पुढे  $८\frac{३}{४}$  दिवसांनी अ आपणा बरोबर उला घेऊन आला, तेव्हां बाकीचे काम अ, क, उ यांनी तीन दिवसांत केले; तर एकटा इ किती दिवसांत करील ?

दि० दि० का० का०

२५ : २ :: १ =  $\frac{२}{२५}$  अचे

२० : २ :: १ =  $\frac{१}{१०}$  वचे

२४ : २ :: १ =  $\frac{१}{१२}$  कचे

दि० दि० का०  
२४ :  $\frac{२३}{५}$  :: १ =  $\frac{२३}{१२०}$  कचे

तिघांच्या दोन दिवसांच्या कामाची बे-

रीज करून  $\frac{७१}{३००}$  यांत कचे  $८\frac{३}{४}$  दिव-

सांचे  $\frac{२३}{१२०}$  काम मिळविल्याने  $\frac{७१}{३००} +$

$\frac{२३}{१२०} = \frac{३०३}{६००}$

$\frac{३}{२५} + \frac{३}{२४} = \frac{२३}{२००}$  अ कचे तीन दिवसांचे काम ∴  $\frac{३०३}{६००} + \frac{२३}{२००} = \frac{१३}{१५}$

काम हे १ कामांतून वजा केले तर  $\frac{२}{१५}$  काम उ तीन दिवसांत करतो म्हणून

का० का० दि० दि०

$\frac{२}{१५} : १ :: ३ = \frac{३५}{२} = २२\frac{१}{२}$  दिवस उला हे उत्तर.

[ ७ ] एक काम अ आणि ब मिळून १४ तासांत करतात तेच काम ब क १० $\frac{१}{२}$  तासांत आणि अ क १२ तासांत करतात, तर प्रत्येक कसं लागल्यास किती तास लागतील ?

ता० ता० का० का०

$$१४ : १ :: १ = \frac{१}{१४} \text{ अ बचे } \left. \begin{array}{l} \frac{१}{१४} + \frac{२}{२१} + \frac{१}{१२} = \frac{१}{४} \text{ हे २ अ + २} \\ \frac{२१}{२} : १ :: १ = \frac{२}{२१} \text{ ब कचे } \\ १२ : १ :: १ = \frac{१}{१२} \text{ अ कचे } \end{array} \right\} \text{ म्हणून } \frac{१}{४} \div २ = \frac{१}{८} \text{ हे अ ब क यांचे}$$

१ दिवसाचे काम झाले. यांतून अ व, ब क आणि अ क यांचे काम निर-  
निराळे वजा दिले असता बाकी प्रत्येकाचे काम राहिल म्हणून.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{१}{८} - \frac{१}{१४} = \frac{३}{५६} \text{ कचे काम } \\ \frac{१}{८} - \frac{२}{२१} = \frac{५}{१६८} \text{ अचे काम } \\ \frac{१}{८} - \frac{१}{१२} = \frac{१}{२४} \text{ बचे काम. } \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{का० का० दि० दि०} \\ \frac{३}{५६} : १ :: १ = \frac{५६}{३} = १८\frac{२}{३} \text{ दिवस कला.} \\ \frac{५}{१६८} : १ :: १ = \frac{१६८}{५} = ३३\frac{३}{५} \text{ दिवस अला.} \\ \frac{१}{२४} : १ :: १ = २४ \text{ दिवस बला हे उत्तर.} \end{array}$$

[ ८ ] काही काम अ, ब, क मिळून ५ दिवसांत करतात. अ, क मिळून काही काम जितक्या वेळांत करितात त्याचेदुप्पट वेळांत एकटा घ करितो, आणि अ, ब मिळून काही काम जितक्या वेळांत करतात त्याचे तिप्पट वेळ कला लागतो. तर प्रत्येकास ते काम करण्यास किती दिवस लागतील ?

अ बचे ५ दिवसांचे काम कला करण्यास १५ दिवस लागतील, + ५ दिवस स्वताचे मिळून २० दिवस कला हे उत्तर. तसेच अ कचे ५ दि० कामास बला १० दिवस लागतील + स्वताचे पांच मिळून १५ दिवस बला हे उत्तर.

आणि  $\frac{१}{२०} + \frac{१}{१५} = \frac{७}{६०}$  ब कचे काम हे अ, ब, क यांचे कामांत वजा दिल्याने  $\frac{१}{५} - \frac{७}{६०} = \frac{१}{१२}$  अचे काम  $\therefore$  १२ दि० अला हे उत्तर.

[ ९ ] काही काम अ, ब, क अनुक्रमे १०, ९, १२ दिवसांत करितात. ते तिघेही कामास लागले परंतु अ ३ $\frac{३}{४}$  दिवस गैर हजर होता. ब काम संपण्या पूर्वी २ $\frac{३}{४}$  दिवस गैर हजर होता; क काम संपेपर्यंत हजर होता तर ते काम किती दिवसांत संपेल ?

अ ३ $\frac{३}{४}$  दिवस नव्हता म्हणून त्याचे काम करण्यास क ३ $\frac{३}{४}$  दिवस होता; ब ३ $\frac{३}{४}$  - २ $\frac{३}{४}$  = १ दिवस होता.

दि० दि० का० का० दि० दि० का० का०  
 $१२ : \frac{१८}{५} :: १ = \frac{३}{५}$  कचें;  $९ : १ :: १ = \frac{१}{९}$  वचें.

$\frac{३}{५} + \frac{१}{९} = \frac{३०}{९०}$  काम  $३\frac{३}{५}$  दिवसांत व क पाणीं केलें.

$\frac{१}{९} - \frac{३०}{९०} = \frac{५३}{९०}$  काम शिलक तें तिघांनीं केलें. ∴ तिघांचें एक एक दिवसाचें

काम  $\frac{१}{९०} + \frac{१}{९} + \frac{१}{९२} = \frac{५३}{९८०}$  शालें.

का० का० दि० दि० दि०  
 $\frac{५३}{९८०} : \frac{५३}{९०} :: १ = २ + ३\frac{३}{५} = ५\frac{३}{५}$  दि० उत्तर.

[ १० ] एका हौदास पाणी येणारे अ आणि ब असे दोन नळ आहेत त्याणीं तो हौद अनुक्रमें ९, १० तासांत भरतो, क आणि छ पाणी जाणारे नळ त्याणीं अनुक्रमें १२, ८ तासांत रिकामा होतो; आतां मुळचाच  $\frac{१}{३}$  हौद भरलेला होता. नंतर अ आणि छ तीन तास सोडिले, पुढें ब नळ २ तास सोडिला. नंतर अ ~~ख~~ छ बंद करून क नळ ८ तास सोडिला. पुढें सर्व नळ बंद करून पाहिलें तो पूर्वीच्या पेक्षां ९५ ग्यालन पाणी ज्यास्त आलें तर सर्व हौद किती ग्यालनाचा असावा; आणि एकदम सर्व नळ सोडिल्यास दर तासांत किती पाणी घईल किंवा कमी होईल?

आतां अ ड नळ ५ तास होते व ब नळ २ तास होता म्हणून किती पाणी आलें तें काढून

ता० ता० हौ० हौ०  
 $९ : ५ :: १ = \frac{५}{९}$  }  $\frac{५}{९} + \frac{१}{५} = \frac{३२}{४५}$  हौद अ व नळांनीं भरला.  
 $१० : २ :: १ = \frac{१}{५}$

ता० ता० हौ० हौ०  
 $८ : ५ :: १ = \frac{५}{८}$  ड नळांनै रिकामा होतो; म्हणून  $\frac{३२}{४५} - \frac{५}{८} = \frac{४०}{३६०}$  पाणी राहिलें.

ब क ८ तास चालू ठेविले ∴

ता० ता० हौ० हौ०  
 $१० : ८ :: १ = \frac{४}{५}$  व नळांनै भरतो.

$१२ : ८ :: १ = \frac{३}{४}$  क नळांनै रिकामा शाला.

}  $\frac{४}{५} - \frac{३}{४} = \frac{२}{२०}$  भरला.

$\frac{४०}{३६०} + \frac{२}{२०}$  पूर्वीचा मिळून  $\frac{१३}{९२}$  ज्यास्त भरला. या बरोबर ९५ ग्यालन ∴

$$\frac{9}{7} : \frac{9}{7} :: ९५ = ३६० \text{ हीद होता है उत्तर.}$$

$$\frac{9}{7} + \frac{9}{7} = \frac{9}{7} \text{ दर तासांत पाणी येते. } \left. \begin{array}{l} \frac{9}{7} - \frac{9}{7} = \frac{9}{7} \text{ हीद भर-} \\ \frac{9}{7} + \frac{9}{7} = \frac{9}{7} \text{ दर तासांत पाणी जाते } \end{array} \right\} \text{ तो म्हणून}$$

$$\frac{9}{7} : \frac{9}{7} :: ३६० = १ \text{ ग्यालन हे उत्तर.}$$

### भाग १०.

#### वाढते कुरणावद्दल.

[ १ ] २० एकराचें एक कुरण आहे. तें खाण्यास १३३ बैलांस १३ दिवस लागतात; किंवा ५ एकर कुरण खाण्यास २८ बैलांस १६ दिवस लागतात; तर ४ एकर कुरण १४ दिवसांत खाण्यास किती बैल लावावे.

एक दिवसांत खाण्यास किती बैल लागतील तें काढून.

$$\left. \begin{array}{l} ११२ \times १६ = १७९२ \\ १३३ \times १३ = १७२९ \\ \hline \text{वजावाकी} = ६३ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{वजावाकीने ६३ बैल जास्त आले किंवा चरले} \\ \text{याचें कारण १६-१३=३ दिवसांची वाढ झा-} \\ \text{ली म्हणून १ दिवसाची वाढ खाण्यास २१ बैल} \end{array}$$

लागतील म्हणून १७२९-२७३ तेरा दिवसांची वाढ=१४५६ मुळचें गवत खाणारे बैल.

१४५६ + (२१ × १४) = १७५० बैल चौदा दिवसांची वाढ व मुळचें गवत खातात.

$$\left. \begin{array}{l} \text{दि०} \quad \text{दि०} \\ १ : १४ \\ \text{ए.} \quad \text{ए.} \\ २० : ४ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{बैल व्यस्त} \\ १७५० = \frac{१७५० \times २}{१४ \times २०} = २५ \text{ हे उत्तर.} \end{array}$$

[ २ ] एक कुरण १३३ बैल १३ दिवसांत खातात. ११२ बैल तेंच कुरण १६ दिवसांत खातात; तर १२५ बैल किती दिवसांत खातील.

१ दिवसांत सर्व कुरण खाण्यास किती बैल लागतात तें काढून;

$११२ \times १६ = १७९२$  } वजावाकी करून ६३ हे अधिक झाले ते तीन  
 $१३३ \times १३ = १७२९$  } दिवसांचे वाढीचे  $\therefore$  १ दिवसाच्या वाढीस २१ बैल  
 $\frac{३}{६३}$  } लागतील.

$२१ \times १३ = २७३$  वाढीचे बैल ते १७२९ सांत वजा करून बाकी  
 $१४५६$  बैल मुळचे कुरण खाणारे.

यावरून १२५ बैल लावण्याचे आहेत त्यांतही एक दिवसाची वाढ  
 खाणारे २१ बैल आहेत  $\therefore$   $१२५ - २१ = १०४$  मुळचे गवत खाणारे बैल.

बैल बै० दि० दि० व्यस्त.  
 $१४५६ : १०४ :: १ = \frac{१४५६}{१०४} = १४$  हे उत्तर.

**[ ३ ]** एक कुरण २९ बैल ७ आठवड्यांत खातात; किंवा तेंच कुरण  
 २५ बैल ९ आठवड्यांत खातात; तें ६ आठवड्यांत खाणे झाल्यास किती  
 बैल लावावे.

$२९ \times ७ = २०३$  बैल } २ आठवड्यांचे वाढीस २२ बैल  $\therefore$  १ आठव-  
 $२५ \times ९ = २२५$  बैल } ड्यास ११ बैल ज्यास्त होतात. ७ आठवड्याचे  
 ७७ बैल वाढीचे.

$२०३ - ७७ = १२६$  बैल मुळचे गवत खाणारे.

आ० आ० बै० बै० व्यस्त

$१ : ६ :: १२६ = २१$  मुळचे + ११ वाढीचे = ३२ बैल हे उत्तर.

**[ ४ ]** एका तळ्यांत बाहेरून नेहेर्मी सारखे पाणी येत आहे. त्या त-  
 ल्यांत पाणी जाणारे सारखे १२ नळ आहेत. तळ्यांत कांहीं पाणी सांच-  
 ल्यावर १२ ही नळ सोडिले तर तें तळें  $७\frac{१}{३}$  मिनिटांत कोरडें पडतें व  
 त्यांतिलच ७ नळ सोडिले असते तर १६ मिनिटांत रिकामें झालें असतें.  
 तर ५० मिनिटांत रिकामें होण्यास किती नळ सोडिले पाहिजेत?

$१२ \times ७\frac{१}{३} = ९०$  न० } यावरून  $१६ - ७\frac{१}{३} = ८\frac{१}{३}$  मिनिटांत  
 $७ \times १६ = ११२$  }  $११२ - ९० = २२$  नळांचे पाणी म्ह-  
 णून १ मिनिटांत  $\frac{२२}{१३}$  नळांचे पाणी येईल.

$\frac{२२}{१३} \times १६ = \frac{३०२}{१३}$  बाहेरून पाणी अधिक आले तें.

$११२ - \frac{३०२}{१३} = \frac{१२००}{१३}$  हे मुळचे पाणी  $\therefore$



मि० मि० पा० व्यस्त  
 $१ : ५० :: \frac{१२००}{१७} = \frac{२४}{१७}$  मुळचे नळ +  $\frac{४४}{१७} = ४$  नळ हे उत्तर.

[ ५ ] एक कुरण २० बैल  $१२\frac{३}{४}$  दिवसात खातात किंवा २१ बैल १२ दिवसांत खातात तर २६ बैल किती दिवसांत खातील.

$२० \times १२\frac{३}{४} = २५५$  बैल १ दिवसांत खातील.

$२१ \times \frac{१२}{३} = \frac{२५२}{३}$  बैल }  $\frac{३}{४}$  दिवसांत ३ बैल वाढीचे गवत खाणारे  $\therefore$  १ वजा करून  $\frac{३}{४}$ ; } दिवसाच्या वाढीस ४ बैल लागतील.  $\therefore$

$१२ \times ४ = ४८$  बैल वाढीचे ते २५२ त वजा देऊन बाकी २०४ बैल मुळचे गवत खाणारे तसेच  $२६ - ४ = २२$  बैल मूळचे गवत खाण्यास लागतील  $\therefore$

वै० बै० दि० दि०  
 $२०४ : २२ :: १ = ९\frac{३}{११}$  दिवस हे उत्तर.

[ ६ ] एक रकम व्याजी लाविली तिचे आजपर्यंत झालेले व्याज व पुढील ११ आठवड्यांचे व्याज इतक्या पैशांत १५ मजूर ११ आठवडेपर्यंत कामावर ठेवितां येतात. अथवा आजपर्यंत झालेले व्याज व पुढे ५ आठवड्यांचे व्याज इतक्या पैशांत ३१ मजूर ५ आठवडेपर्यंत कामावर ठेवितां येतात. तर आजपर्यंत झालेले व्याज व पुढे किती आठवड्यांचे व्याज घेतले असतां एकंदर पैशावर ९ मजूर तितकेच आठवडे कामावर ठेवितां येतील ? ( मजुरीचा दर सर्वास सारखा )

मुळचे व्याज + ११ आठवडे	व्याज	१५	मनुष्यांस ११ आठ	पु०
" + ५	"	३१	मनु० ५ आ०	पु०
$\therefore$ " + ११	"	१६५	मनु० १ आ०	पु०
व " + ५	"	१५५	मनु० १ आ०	पु०
	६	१०		

वजानाकीने ६ आठवड्यांचे व्याज १० मनुष्यांस १ आ० पु० तेव्हां १ आठवड्यांचे व्याज  $\frac{५}{३}$  मनुष्यांस पुरेल  $\therefore ५ \times \frac{५}{३} = \frac{२५}{३}$  मनुष्यांस ५ आठवडे पुरेल म्हणजे  $१५५ - \frac{२५}{३} = \frac{४६०}{३}$  मुळचे व्याज खपविणारी मनुष्ये तसेच  $९ - \frac{५}{३} = \frac{२२}{३}$  मजूर मुळचे व्याजावर ठेवणे आहेत  $\therefore$

म० म० आ०  
 $\frac{४६०}{३} : \frac{२२}{३} :: १ = २०$  आठवडे हे उत्तर.

[ ७ ] आठ एकरांचें कुरण २३ बैल २६ दिवसांत खातात, अथवा ७ एकरांचें कुरण २५ बैल २० दिवसांत खातात, तर ३३ बैल  $५\frac{१}{२}$  दिवसांत किती एकरावरील गवत खातील ?

ए० ए० बैल बै०

$$\angle : ७ :: २३ = \frac{१६१}{८} \text{ हे २६ दिवसांत खातील म्हणून } \frac{१६१}{८} \times \frac{२६}{१} = \frac{२०९३}{२} \text{ बैल १ दिवसांत खातील.}$$

$२५ \times २० = ५००$  बैल १ दिवसांत खातात.

$$\frac{२०९३}{२} - \frac{५००}{१} = \frac{१३}{२} \text{ बैल } २६ - २० = ६ \text{ दिवसाची वाढ खातात.}$$

दि० दि० बैल

$$\therefore ६ : १ :: \frac{१३}{२} = \frac{३१}{८} \text{ बैल एक दिवसाची वाढ खातात.}$$

$\therefore २० \times \frac{३१}{८} = \frac{१५५}{२}$  बैल २० दिवसांतिल घाटीचे ते ५०० यांतून वजा करून बाकी  $\frac{८२५}{२}$  बैल मुळचें गवत खाणारे  $\therefore$  प्रभाप्रमाणे  $५\frac{१}{२} = \frac{५२}{९} \times \frac{३१}{८} = \frac{४०३}{१८}$  बैल वाढीचे +  $\frac{८२५}{२} = \frac{३००४}{२}$  बैल सात एकरांस लागतील.

$$\therefore \frac{३००४}{२} : \frac{५०२}{३} :: ७ = \frac{१२०१२}{३००४} = ३ \text{ एकर हें उत्तर.}$$

[ ८ ] एक कुरण १७ बैल ३० दिवसांत अथवा १९ बैल २४ दिवसांत खातात. आतां तें सारें कुरण ८ दिवसांत कांहीं बैलांनीं संपाविलें; परंतु शेवटीं २ दिवस ४ बैल कमी होते तर पहिले दिवशीं किती बैल चरावयास सोडिले होते ?

एक दिवसांत खाण्यास बैल  $१७ \times ३० = ५१०$  तसेंच दुसरे वेळीं एक दि० बैल  $१९ \times २४ = ४५६$  दो-  
हो पेट्यांची वजा बाकी करून }  $\left. \begin{array}{l} ६ \text{ दिवसांची वाढ } ५४ \text{ बैल} \\ \text{खातात तेव्हां एक दिवसाची} \\ ९ \text{ बैल खातील.} \end{array} \right\}$

३० दिवसांची वाढ खाणारे बैल  $३० \times ९ = २७०$  हे ५१० वजा केल्यास बाकी २४० बैल मुळचें गवत खाणारे, आतां आठ दिवसांचे वाढीचे बैल  $८ \times ९ = ७२$  यांत दोन दिवस ४ बैल कमी म्हणजे ८ ते ७२ मिळून  $= ८०$  ते २४० त मिळवून ३२० शाले.

दि० दि० बै० व्य० बैल

$$१ : ८ :: ३२० = ४० \text{ आरंभी लाविले हें उत्तर.}$$

[ ९ ] एका कुरणांतील  $५\frac{1}{2}$  एकर गवत १५ बैल जितक्या दिवसांत खातात त्याचे पाऊण पट दिवसांत ३१ बैल  $८\frac{3}{4}$  एकर जमिनीवरील गवत खातात, आणि  $६\frac{1}{2}$  एकर जमिनीवरील गवत खाण्यास २० बैलांस जितके दिवस लागतात त्या पेक्षा तीन दिवस ज्यास्त २२ बैलांस  $७\frac{1}{2}$  एकर जमिनीवरील गवत खाण्यास लागतात तर ३१ बैल  $८\frac{3}{4}$  एकर जमिनीवरील गवत किती दिवसांत खातील?

$\frac{१०}{२} : \frac{३५}{२} :: \frac{१५}{१} = २५$  } एक दिवसांत खातात असे मानिले तर  
 दि० दि० बै० व्यस्त }  $\frac{२५}{१} - \frac{३३}{२} = \frac{१७}{२}$  कमी बैल. कारण पूर्वी पेक्षा  
 $\frac{३}{२} : १ :: ३१ = \frac{१३}{२}$  }  $\frac{१}{२}$  पट वेळ कमी आहे म्हणून  $\frac{१७}{२}$  बैल  $\frac{१}{२}$  पट  
 वेळेच्या वाढीचे आहेत.

∴  $\frac{१}{२} : १ :: \frac{१७}{२} = ७$  बैल वाढीचे. कांहीं दिवस = १ पट दिवस मान  
 ए० ए० बै० बै० ए० गव०

$\frac{२५}{२} : \frac{३५}{२} :: २० = २८$  }  $८\frac{३}{४}$  + कांहीं दिवसांची वाढ = २८;

$\frac{१५}{२} : \frac{३५}{२} :: २२ = \frac{१००}{३}$  }  $८\frac{३}{४}$  + कांहीं दिवसांची वाढ + ३ दिवसांची वाढ =  $\frac{१००}{३}$  बैल, ∴ १ पट दि० × २८ = २८ पट बैल; तसेच (१ पट दि० + ३) ×  $\frac{१००}{३}$

$\frac{१००}{३}$  पट + ७७ बैल यांतून ३ दिवसांचे वाढीचे बैल  $७ \times ३ = २१$  वजा करून बाकी  $\frac{१००}{३}$  पट + ५६ हे सारख्या दिवसांत खाणारे बैल. यास्तव २८ पट दि० =  $\frac{१००}{३} + ५६$ . ∴  $२\frac{१}{३}$  पट दिवस = ५६ किंवा १ पट = २४ दिवस २८ बैल वाढीसह होते. यांतून वाढीचे ७ वजा जातां २१ मुळचे गवत खाणारे तसेच  $३१ - ७ = २४$  मुळचे गवत खाणारे बैल. ∴

बै० बै० दि० व्यस्त

२१ : २४ :: २४ = २१ दिवस हे उत्तर.

[ १० ] एका हीदास अ, ब पाणी येण्याचे आणि क, ड जाण्याचे असे ४ नळ आहेत. अ नळाने ४२ $\frac{1}{2}$  मिनिटांत व बने ४६ मिनिटांत तो हीद भरतो. क नळाने दर मिनिटांत जितके पाणी बाहेर जाते त्याच्या दोडपट पाणी ड नळांतून दर मिनिटांत जाते. आतां अ आणि ब हे दोन्ही नळ सोडून कांहीं वेळ झाला, मग क नळ सोडिला तेव्हां तो हीद

५१ मिनिटांत रिकामा झाला. क बरोबर ड नळ सोडिला असतां तर तो हौद  $५\frac{3}{8}$  मिनिटांत रिकामा झाला असता; तर अ आणि ब यांचे बरोबर क नळ मोकळा न सोडितां डच सोडिला असतां, तर तो हौद किती मिनिटांत रिकामा झाला असता, व ज्या वेळेस क मोकळा सोडिला त्या वेळेस तो हौद किती भरला होता ?

अ आणि ब या दोन नळांतून काहीं वेळ जें पाणी आलें तें १ पट आलें असें मानिलें, आतां तिन्ही नळ सोडव्यावर ५१ मिनिटांत हौद रिकामा झाला यास्तव.

मि० मि० हौ० हौ०  
 $\frac{६५}{२} : ५१ :: १ = \frac{६}{५}$  अनें पाणी आलें. }  $\frac{६}{५} + \frac{५१}{४६} = \frac{५३१}{२३०}$  हौ० अ व नळां-  
 $४६ : ५१ :: १ = \frac{५१}{४६}$  बनें आलें. } नीं ५१ मिनिटांत भरला. पूर्वी-  
 चे एकपट आहेच, तें क नळानें ५१ मिनिटांत बाहेर गेले म्हणून प्रभा-  
 प्रमाणें ड नळ कचे  $१\frac{१}{२}$  पट आहे करितां तोही ५१ मिनिटांत ( $\frac{५३१}{२३०} +$   
 $१$  पट)  $\times १\frac{१}{२} = \frac{१५९३}{४६०} + १$  पट इतके पाणी ड नळानें जाईल. ( $\frac{५३१}{२३०} +$   
 $१$  पट) + ( $\frac{१५९३}{४६०} + १$  पट) =  $\frac{५३१}{२२} + २$  पट इतके क, आणि ड नळ  
 सोडिले तर ५१ मिनिटांत नेतील.

मि० मि० हौ० हौ०  
 $५१ : \frac{२३}{४} :: \frac{५३१}{२२} + २$  पट =  $\frac{१००}{२०२} + \frac{११५}{४०८}$  पट पाणी क, ड नळानें  
 जावें. परंतु हें पाणी अ, ब नळांनीं पूर्वी आलेलें व  $५\frac{३}{४}$  मिनिटांत आणलेलें  
 आहे म्हणून अ, ब नळांनीं  $५\frac{३}{४}$  मिनिटांत किती आलें तें काढून.

मि० मि० हौ० हौ०  
 $\frac{६५}{२} : \frac{२३}{४} :: १ = \frac{२३}{१००}$  अ नळानें }  $\frac{१}{२} + \frac{२३}{१००} = \frac{१००}{६८०}$  अ, ब नळांनीं  
 $४६ : \frac{२३}{४} :: १ = \frac{१}{२}$  ब नळानें }  $५\frac{३}{४}$  मिनिटांत आणिलें व पूर्वीचे १  
 पट म्हणून.

हौ० हौ०  
 $\frac{१००}{२०२} + \frac{११५}{४०८}$  पट =  $\frac{१००}{६८०} + १$  पट तेव्हां १ पटीची किंमत काढावया-  
 ची म्हणून.

१ पट -  $\frac{११५}{४०८}$  पट =  $\frac{२९३}{४०८}$  पट =  $\frac{१००}{२०२} - \frac{१००}{६८०} = \frac{१०२०}{२३१२०}$  हौ. यास्तव.

प० प० ही०  
 $\frac{२९३}{४०८} : १ :: \frac{९०२०}{२३१२०} = \frac{१५९३}{२९३०}$  हीद भरला होता हें उत्तर.

$\frac{१५९३}{२९३०}$  मुळचें आल्लें +  $\frac{१००}{६८०}$  अ व यांनीं  $५\frac{३}{४}$  मिनिटांत आल्लें. =  
 $\frac{१६४१८५}{१९९२४०}$  हें  $५\frac{३}{४}$  मिनिटांत क ड रिकामे करितात तर एकटा ड किती रि-  
 कामा करील हें काढून. क = १ तर ड = १॥ मिळून  $२\frac{१}{२}$  पट;

$२\frac{१}{२}$  प० :  $१\frac{१}{२}$  प० ::  $\frac{१६४१८५}{१९९२४०}$  ही० =  $\frac{९८५११}{१९९२४०}$  ही०, ड  $५\frac{३}{४}$  मि०  
 पाणी नेतो. व  $५\frac{३}{४}$  मि० अ, व  $\frac{१००}{६८०}$  इतकें पाणी आणतात म्हणून  $\frac{९८५११}{१९९२४०}$

-  $\frac{१००}{६८०} = \frac{३१०२२०}{१३५४८३२}$  इतकें पाणी ड  $५\frac{३}{४}$  मिनिटांत अ बहून ज्यास्त नेतो.  
 $\therefore \frac{३१०२२०}{१३५४८३२} : \frac{१५९३}{२९३०} :: ५\frac{३}{४} = १४.०७६$  हें उत्तर.

## भाग ११.

### साधारण प्रश्न संख्ये संबंधि.

[ १ ] एका संख्येचे दोन भाग असे कर कीं त्यांतिल एका भागाच्या १० पर्टींत जर दुसऱ्या भागाची १८ पट मिळविली तर ती बेरीज मूळ संख्येची १५ पट होईल. तर ते भाग मूळ संख्येच्या कितव्या हिशा बरोबर होतील?

( कोणतेही संख्येचे कसेही दोन भाग केले आणि प्रत्येक भागाची सारखी पट केली आणि त्यांची बेरीज केली तर ती बेरीज मूळ संख्येच्या त्या भागाची जी पट केली असेल तितक्या पटी बरोबर होते. )

प० भा० १० पट + दु० भा० १८ पट = मूळ संख्येची १५ पट

प० भा० १८ पट + दु० भा० १८ पट = मूळ संख्येची १८ पट

वजाबाकीने मूळसंख्येची ३ पट = पहिल्या भागाची ८ पट म्हणून

८ : १ :: ३ =  $\frac{३}{८}$  पहिला भाग व  $\frac{५}{८}$  दुसरा भाग हें उत्तर.

[ २ ] ५२० या संख्येचे असे दोन भाग कर कीं, पहिल्या भागाचे ११८ पर्टींत दुसऱ्या भागाचे १२८ पट मिळविल्याने ६३७०० रकम होते तर ते भाग कोणते.

प० भा० ११८ पट + दु० भा० १२८ पट = ६३७००

प० भा० ११८ पट + दु० भा० ११८ पट = ५२० × ११८ =

६१३६० वजाबाकी करून १० पट = २३४० ∴ १ पटी बरोबर २३४ हा दुसरा भाग हें उत्तर. ५२० - २३४ = २८६ पहिला भाग हें उत्तर.

[३] एकाने दरसाल दर शेंकडा  $३\frac{१}{२}$  पौं० व ५ पौंड अशा दोन दराच्या व्याजाने ६१८ पौंड कर्ज काढून १० महिन्यांनीं मुद्दल, व व्याजाबद्दल २२ पौंड १० शिलिंग दिले, तर प्रत्येक दराचे किती पौंड काढिले होते ?

सगळेंच ५ पौंड व्याजाने घेतलें असें मानिल्यास.

पौं० पौं०

$$\left. \begin{array}{l} १०० : ६१८ \\ म० म० \\ १२ : १० \end{array} \right\} \therefore ५ \text{ व्या०} = \frac{१०३}{२} \text{ व्याज झाले असतें, परंतु २२ पौंड १० शिलिंग झाले आहे.}$$

∴  $\frac{१०३}{२} - \frac{२५}{२} = \frac{१३}{२}$  पौंड कमी झाले कारण कमी दराचे व्याज घेतलें नाहीं. १०० पौंडांचे दोन्ही दरांनीं व्याज काढून.

$$\left. \begin{array}{l} म० म० पौं० व्या० \\ १२ : १० :: ५ = \frac{२५}{६} \text{ पौंड व्या०} \\ १२ : १० :: ३\frac{१}{२} = \frac{३५}{१२} \text{ पौं० व्या०} \end{array} \right\} \frac{२५}{६} - \frac{३५}{१२} = \frac{५}{४} \text{ कमी व्याज पडावें.}$$

$\frac{५}{४}$  व्या० :  $\frac{१३}{२}$  व्या० :: १०० मु० = २६० पौंड पहिले. ३५८ पौंड दुसरे हें उत्तर.

[४] दर यार्डस १२ शिलिंग व १७ शिलिंग या दोन दरांनीं ४४९ यार्ड कापड विकून ३१५ पौंड १३ शि० आले, तर त्यानें प्रत्येक दराचे किती किती कापड विकलें ?

१७ शि० प्रमाणेंच सर्व कापड विकलें असें मानिल्यास

या० या० शि० शि०

$$१ : ४४९ :: १७ = ७६३३ \div २० = \frac{७६३३}{२०} \text{ पौंड परंतु ३१५ पौंड १३ शिलिंग} = \frac{६३१३}{२०} \text{ उत्पन्न झाले ते वजा देतां बाकी } \frac{१३२०}{२०} \text{ कमी आले कारण कमी दर लाविला नाहीं.}$$

$$\therefore \frac{१७}{२०} - \frac{१३}{२०} = \frac{१}{४} \text{ पौंड कमी} \therefore \frac{१}{४} : \frac{१३२०}{२०} :: १ = २६४$$

१२ शि० दर प्रमाणें व ४४९ - २६४ = १८५ यार्ड, १७ शि० दर प्रमाणें हें उत्तर.

[ ५ ] एका माळणीने २ $\frac{1}{2}$  पेन्सांस ३ प्रमाणे काहीं व ६ $\frac{1}{2}$  पेन्सांस ८ प्रमाणे काहीं मिळून; ६ शिलिंग २ पेन्सांस ७ $\frac{1}{2}$  डझन रामफळें विकलीं तर प्रत्येक दरार्ची किती ?

सगळींच २ $\frac{1}{2}$  पेन्सांस ३ प्रमाणे विकलीं असतीं तर

फ० फ० पे० पे०

३ : ९० ::  $\frac{५}{२} = ७५ = ६$  शि० ३ पेन्स परंतु ६ शि० २ पेन्स आले आहेत ते वजा करून १ पेन्स अधिक येतो कारण पूर्वी ३ रामफळांस २ $\frac{1}{2}$  पेन्स पडत होते आतां

फ० फ० पे०

८ : ३ ::  $\frac{१३}{२} = \frac{३२}{१६}$  पेन्स येतात तेव्हां  $\frac{५}{२} - \frac{३२}{१६} = \frac{१}{१६}$  पे० नफा ∴  $\frac{१}{१६} : १ :: ३ = ४८$  फळे दु० दरार्ची व ४२ प० दरार्ची हे उत्तर.

[ ६ ] एके पार्टीत काहीं नारिंगे व काहीं लिंबे होतीं. नारिंगे ३ पेन्सांस २ व लिंबे ४ पेन्सांस ५ प्रमाणे त्या पार्टीतील सर्व फळे ८ शिलिंगांस खरेदी केली व तीं सर सकट ६ पेन्सांस ५ प्रमाणे विकलीं तर शेंकडा ६ $\frac{1}{8}$  नफा झाला तेव्हां त्या पार्टीत प्रत्येक जातीचीं किती फळे होतीं.

खरेदी ख० विकरी

१०० : ८ :: १०६  $\frac{१}{४} = \frac{१००}{४}$  विकरी }  $\frac{१}{२} : \frac{१००}{२} :: ५ = ८५$  फळे.

शि० शि० फ०

$\frac{१००}{२} - ८ = \frac{१}{२}$  नफा.

सगळींच नारिंगे होतीं असें मानिल्यास.

ना० ना० पे०

२ : ८५ :: ३ =  $\frac{२५५}{२}$  पेन्स - ९६ =  $\frac{६३}{२}$  पेन्स कमी आले याचे कारण ५ लिंबास ४ पेन्स प्रमाणे खरेदी केली नाही.

लि० लि० पेन्स

५ : २ :: ४ =  $\frac{८}{५}$  पेन्स तेव्हां  $\frac{३}{१} - \frac{८}{५} = \frac{७}{५}$  पेन्स कमी आले.

पे० पे० लि० लिंबे

$\frac{७}{५} : \frac{६३}{२} :: २ = ४५$  व ८५ - ४५ = ४० नारिंगे हे उत्तर.

[ ७ ] एके वाण्याने १२ पौंड चहा व २५ पौंड काफी ४ पौ० ६ शि० ८ पेन्स या किमतीस घेतली, परंतु जर चहाचा दर, शेंकडा २ $\frac{1}{२}$  पौंड वाढता व काफीचा दर शेंकडा ४ $\frac{1}{२}$  पौंड उतरता तर त्याच मालास त्याला

४ पौंड ५ शिलिंग ११ पेन्स पडले असते तर दर पौंडास चहा व काफी काय भावानें घेतली ?

४ पौंड ६ शि० ८ पेन्स =  $\frac{93}{3}$  पौंड मूळ खरेदी. } सर्व चहाच असून  
 ४ पौंड ५ शि० ११ पेन्स =  $\frac{9039}{220}$  पौंड उत्पन्न }  $2\frac{1}{2}$  भावानें वाढ-  
 झालें. } ता तर

१०० पौ० :  $\frac{93}{3}$  पौ० :: १०२ $\frac{1}{2}$  पौ० =  $\frac{433}{920}$  पौंड उत्पन्न झाले असते  
 परंतु  $\frac{9039}{220}$  पौंड उत्पन्न झाले आहेत ते वजा करून बाकी  $\frac{9}{2}$  कमी उत्पन्न  
 झाले.

१०० +  $2\frac{1}{2}$  = १०२ $\frac{1}{2}$  }  
 १०० -  $8\frac{1}{2}$  =  $\frac{91}{2}$  } ७ पौ० दर शेंकडा कमी आले.

पौ० पौ० पौ०

७ :  $\frac{9}{2}$  :: १०० =  $\frac{24}{92}$  पौंड ही २५ पौंड काफीची किंमत.

२५ पौ० काफी : १ पौ० का० ::  $\frac{24}{92}$  पौ० = १ शि० ८ पेन्स

काफीची किंमत.  $\frac{93}{3} - \frac{24}{92} = \frac{20}{92}$  पौंड १२ पौंड चहाची किंमत

पौ० च० पौ० च०

१२ : १ ::  $\frac{20}{92}$  पौंड = ३ शि० ६ पे० चहाची किंमत हें उत्तर.

[८] एके गांवांत एकंदर स्त्री पुरुषांचे दर शेंकडा १.८ प्रमाणे संत-  
 ती होते. पुरुषांच्या दर शेंकड्यास ४.६ प्रमाणे कमी होते. स्त्रियांच्या  
 शेंकड्यास ९.८ वाढते, तर स्त्री पुरुषांच्या संख्यांचें गुणोत्तर काय ?

१०० स्त्रियाच असत्या तर १०९.८ प्रजा असती, परंतु प्रश्नांत एकंदर  
 शेंकडा १०१.८ वाढते म्हणून आहे तेव्हां १०९.८ - १०१.८ = ८ तोटा  
 आला; कारण पुरुषांची संख्या त्यांत नाही. आतां १०० पुरुषच असते  
 तर ४.६ कमी व स्त्रियांचे संबंधाने ९.८ ज्यास्त होणें ते होत नाहीत क-  
 रितां ९.८ + ४.६ = १४.४ तोटा येतो.

तो० तो० पु०

१४.४ : ८ :: १०० =  $\frac{400}{9}$  पुरुष ∴ १०० -  $\frac{400}{9}$  =  $\frac{500}{9}$  स्त्रिया  
 म्हणून  $\frac{400}{9}$  :  $\frac{500}{9}$  किंवा ५ :: ४ हें प्रमाण उत्तर.



## भाग १२

## घात व मुल्लें यांत्रिपर्यां.

[१]  $\frac{3}{\sqrt{4}}$  चे  $\frac{300}{\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  यास अति संक्षेप रूप दे ?

छेद स्थानचें करणीरूप पद उडविण्याकरितां  $\sqrt{4}$  या संख्येनें अंश व छेद यांस गुणून.

$$\left. \begin{aligned} \frac{300}{\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} &= \frac{300\sqrt{4}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \frac{3}{4} \times \frac{300\sqrt{4}}{4} \times \frac{1}{3} \sqrt{3} = \frac{60}{4} \sqrt{30} \text{ हें उत्तर.}$$

[२]  $\sqrt{2}$  व  $\sqrt[3]{3}$  यांचीं मुल्लें काढल्याशिवाय मोठी संख्या कोणती ती सांग ?

सममुळांत आणून म्हणजे समछेद करून  $\sqrt{2}$  व  $\sqrt[3]{3}$  यांचीं रूपें  $\sqrt[6]{2}$  व  $\sqrt[6]{3}$   $\therefore \sqrt[6]{3}$  ही मोठी संख्या हें उत्तर.

[३] एका काटकोन चौकोनाची लांबी ७९२ फूट व रुंदी ४०६ फूट आहे तर त्याचा कर्ण किती ?

नियम;—लांबी<sup>२</sup> + रुंदी<sup>२</sup> = कर्णाचा वर्ग (बु० १ सि० ४७)

$७९२^२ + ४०६^२ = ७९२१००$  हा कर्णाचा वर्ग, याचें वर्गमूळ = ८९० फूट कर्ण हें उत्तर.

[४] घनाकृतीच्या गर्भातील कर्ण त्याच्या बाजूचे  $\sqrt{3}$  पट असतो हे सिद्ध कर. (आकृती नंबर १ पहा.)

जर अव, आणि बक घनाकृतीच्या बाजू एक एक मानिल्या तर अक हे हा समांतर पातळीचा कर्ण होईल म्हणजे  $१ + १ = २$  आणि घनाकृतीच्या गर्भातील कर्ण अड आहे व घनाकृतीत अकड काटकोन त्रिकोण आहे म्हणून (बु० १ सि० ४७) अक<sup>२</sup> + कड<sup>२</sup> = अड<sup>२</sup> परंतु अक + कड = २ + १  $\therefore$  अड<sup>२</sup> = ३  $\therefore$  अड =  $\sqrt{3}$  हें उत्तर.

टीप घनाकृतीच्या बाजूचें व गर्भातील कर्णाचें गुणोत्तर १ :  $\sqrt{3}$  असतें.

[५] एके तळ्यातील कमळ पाण्याचे पृष्ठभागावर ८ इंच होतें, परंतु वायानें तिरपें होऊन मुळच्या जाग्यापासून २८ इंचावर त्याचा वरील शेडा पाण्याचे पृष्ठास लागला तर या तळ्याची खोली किती ?

यांत अड कमळ तिरपें होऊन ब क पाण्याचें षष्ठभागीं क बिंदूंत मिळालें.  
 ∴ अड = डक + बड तळ्याची खोली, अब = ८ इंच आहे व बक = २८  
 इंच यापासून बड तळ्याची खोली काढायाची.

अब क आणि अईड हे काटकोन त्रिकोण यांतील अ लघुकोन दोन्ही  
 त्रिकोणास साधारण आहे ∴ डअ : अई : : कअ : अब (बु० ६ सि०)

अकचे अर्धाबरोबर अई आहे ∴  $\frac{२अड}{अक} = \frac{अक}{अब}$  किंवा २अड × अब =  
 अक<sup>२</sup>; अक<sup>२</sup> = अब + बक<sup>२</sup> म्हणजे अक<sup>२</sup> = ८<sup>२</sup> + २८<sup>२</sup> = ८४८ म्हणून २  
 अड × अब = ८४८ अब = ८ करितां २अड =  $\frac{८४८}{८} = १०६$ , अड =  
 ५३; ५३ - ८ = ४५ इंच खोली हें उत्तर.

बड = क्ष धरून अ = क्ष + ८ तसेंच कड = क्ष + ८ बड क काटकोन  
 त्रिकोण आहे ∴ बड<sup>२</sup> + बक<sup>२</sup> = कड<sup>२</sup> म्हणजे क्ष<sup>२</sup> + २८<sup>२</sup> = क्ष + ८ याचा  
 वर्ग, तेव्हां क्ष<sup>२</sup> + ७८४ = क्ष + १६ क्ष + ६४ म्हणून १६ क्ष = ७२०,  
 क्ष = ४५ तळ्याची खोली हें उत्तर.

### सामान्य रीति.

पाण्याचे षष्ठभागावरील कमळाचे उंचीचा वर्ग अंतराचे वर्गातून वजा क-  
 रून बाकीस उंचीचे दुपटीने भागावें येईल ती खोली.

जसें  $२८^२ - ८^२ = ७२० \div ८ \times २ = ४५$  हें उत्तर.

[ ६ ] कोणती अपूर्णाक संख्या तिच्याच व्युत्क्रमाच्या  $\frac{२०}{३}$  शा बरोबर  
 आहे ?

नियम—कोणत्याही अपूर्णाकास त्याचे व्युत्क्रमानें भागिलें असतां त्या  
 अपूर्णाकाचा वर्ग होतो.

करितां  $\frac{२०}{३}$  हे मूळसंख्येचा वर्ग आहे ∴  $\frac{\sqrt{२०}}{\sqrt{३}} \times \frac{\sqrt{२३}}{\sqrt{३}} = \frac{१}{३} \sqrt{४६०} =$   
 $\frac{२}{३} \sqrt{११५} = .९३२५$  हें उत्तर.

[ ७ ] एका चौरसाकृतीचें क्षेत्रफळ १०५६ चौरस यार्ड आहे त्याचे  
 एका बाजूचे लांबीस  $\frac{१}{११}$  मैलाचें दशांशरूप दे ?

१०५६ याचें वर्गमूळ = ३२.४९ यार्ड एक बाजू  $\frac{१}{११}$  मैलांचे यार्ड =  
 १६० म्हणून  $\frac{३२.४९}{१६०} = .२०३१$  हें उत्तर.

[ ८ ] ज्या चौरस शेताचें क्षेत्रफळ २ एकर ३ रुठ १७ पोल ३० यार्ड आहे त्याची एक बाजू किती ?

एकंदर यार्ड =  $\frac{५५११०}{४}$  याचें वर्गमूळ = ११७.७०४ यार्ड = २१ पोल  $२\frac{१}{४}$  यार्ड हें उत्तर.

[ ९ ] ज्याचें क्षेत्रफळ ३८ चौरस पोल ६ यार्ड ४ फूट ७२ इंच आहे त्याची एक बाजूची लांबी काढ ?

चौरस पोलाचें रूप देऊन ३८२१५ हे चौरस पोल; वर्गमूळ काढून = ६ पोल १ यार्ड हें उत्तर.

[ १० ] एका काटकोन चौकोनाकती शेताची लांबी १९० यार्ड व रुंदी १२३ यार्ड आहे त्याच्या क्षेत्रफळाच्या अर्धा बरोबर ज्याचें क्षेत्रफळ आहे अशा चौरसाच्या क्षेत्राची लांबी किती ? आणि त्याच्याच क्षेत्रफळाच्या दुप्पट ज्याचें क्षेत्रफळ आहे व त्याची लांबी, रुंदीचे दुप्पट आहे अशा काटकोन चौकोनाच्या क्षेत्राची लांबी किती ?

१९० × १२३ = २३३७० चौ० यार्ड काटकोनाचें क्षेत्रफळ.  $२३३७० \div २ = ११६८५$  अर्ध क्षेत्र. वर्गमूळ = १०८.०९७ यार्ड हें उत्तर. तसेच  $२३३७० \times २ = ४६७४०$  दुप्पट क्षेत्र. जर लांबी रुंदी समान असती तर रुंदीच्या वर्गाबरोबर क्षेत्रफळ असतें, परंतु प्रश्नांत लांबी रुंदीचे २ पट म्हणून सांगितलें आहे तेव्हां रुंदीच्या वर्गाचे दुप्पट क्षेत्रफळ होईल म्हणून  $४६७४०$  रुंदीचे वर्गाचे दुप्पट, करितां  $\frac{\sqrt{४६७४०}}{\sqrt{२}} = १५२.८७५$  यार्ड रुंदी याचे २ पट =  $३०५\frac{३}{४}$  यार्ड लांबी हें उत्तर.

[ ११ ]  $१० \div \sqrt{२} = ५ \sqrt{२}$  हें सिद्ध कर ?

$\frac{१०}{\sqrt{२}} \times \frac{\sqrt{२}}{\sqrt{२}} = \frac{१०\sqrt{२}}{२} = ५\sqrt{२}$  हें सिद्ध.

[ १२ ]  $\sqrt{११२} \times \sqrt{१७५}$  या करणी पदाचा गुणाकार काढ !

$\sqrt{११२} = \sqrt{१६ \times ७} = ४\sqrt{७}$  तसेच  $\sqrt{१७५} = \sqrt{२५ \times ७} = ५\sqrt{७}$

$\therefore ४\sqrt{७} \times ५\sqrt{७} = २० \sqrt{४९} = २० \times ७ = १४०$  हें उत्तर.

किंवा  $\sqrt{११२} \times \sqrt{१७५} = \sqrt{१९६००} = १४०$  हें उत्तर.

[ १३ ] काटकोन त्रिकोणाच्या दोन बाजू अनुक्रमे १३.०२ व ५.२ फूट आहेत तर त्यांचा कर्ण काढ ?

नियम—काटकोन त्रिकोणांतील कर्णाचा वर्ग दुसऱ्या दोन बाजूंच्या वर्गांचे बेरजे बरोबर असतो.

$$= (१३.०२)^2 + (५.२)^2 = १६९.५२०४ + २७.०४ = १९६.५६०४$$

याचे वर्गमूळ काढिले तर १४.०२ कर्ण हे उत्तर.

[ १४ ] अ मनुष्य बचे पश्चिमेस ७२ मैल व कचे दक्षिणेस १३५ मैलांवर आहे तर वपासून क किती मैलांवर आहे ? ( आ० नं० २ पहा )

अ व क काटकोन त्रिकोण आहे.  $\therefore १३५^2 + ७२^2 = २३४०९$   
क वचा वर्ग याचे वर्गमूळ = १५३ मैल अंतर हे उत्तर.

[ १५ ]  $\sqrt{९}$  व  $\sqrt{१९}$  यांपैकी व  $\sqrt{१५}$  व  $\sqrt{३}$  यांपैकी प्रत्यक्ष मुळे न काढितां मोठ्या संख्या कोणत्या ?

घातमुळे सारखी करून  $\sqrt{३६}$  व  $\sqrt{१६}$  आणि  $\sqrt{३}$  व  $\sqrt{१५}$  अशीं रूपे होतात. घात केले असतां  $\sqrt{३६५६१}$  व  $\sqrt{६८५९}$  आणि  $\sqrt{२४३}$  व  $\sqrt{२२५}$  अशीं रूपे होतात. यावरून पहिल्या जोडीतील  $\sqrt{१९}$  व दुसऱ्यांतील  $\sqrt{३}$  या मोठ्या संख्या हे उत्तर.

[ १६ ] काटकोन चौकोनाचा कर्ण ३.४०६१ इंच व त्याची लांबी ३.४०६ इंच आहे तर त्याची रुंदी किती ?

नियम—कर्णाचा वर्ग - रुंदीचा वर्ग = लांबीचा वर्ग

$$\therefore (३.४०६१)^2 - (३.४०६)^2 = .०००६८१२१$$

बाजूचा वर्ग  $\therefore$  वर्गमूळ = .०२६१ इंच रुंदी हे उत्तर.

[ १७ ] एका चौरस क्षेत्राच्या कर्णाची लांबी ३५३.५५ इंच आहे तर त्याची एक बाजू किती लांब भरेल ?

कर्णाचा वर्ग  $\div २$  = चौरसाचे क्षेत्रफळ

$$(३५३.५५)^2 = १२४९९७.६०२५ \div २ = ६२४९८.८०१२५$$

चौरसाचे क्षेत्रफळ म्हणून याचे वर्गमूळ २५० सुमारे हे उत्तर.

[ १८ ] कांहीं लोकांनी वर्गणी केली तेव्हां जितके वर्गणीदार होते

तितकेच अर्ध पेनी प्रत्येकानें दिले तेव्हां एकंदर रकम १२ शिलिंग  $\frac{1}{2}$  पेन्स झाली तर प्रत्येकानें किती वर्गणी दिली ?

प्रत्येकानें वर्गणीदाराइतके अर्ध पेनी दिले म्हणजे मंडळीच्या संख्येच्या वर्गाबरोबर सर्व अर्ध पेनी  $\therefore १२$  शि०  $\frac{1}{2}$  पे० = २८९ अर्ध पेनी याचें वर्गमूळ = १७ वर्गणीदार हें उत्तर.

[ १९ ] १८  $\frac{1}{2}$  फूट उंचीची शिडी भितीस टेंकून ठेविली असतां १३  $\frac{३}{४}$  फुटीवर लागते तर तिचे बूड भितीपासून किती अंतरावर होतें ?

काटकोन त्रिकोण आहे  $\therefore$  ( आ० नं० २ )

$(१८\frac{1}{2})^2 - (१३\frac{३}{४})^2 = \frac{२३०४}{१६}$  वर्गमूळ काढल्याने १२ अंतर हें उत्तर.

[ २० ] एका घनाकृतीची बाजू २५० आहे तर तिच्या गर्भातील कर्ण किती ?

घनाकृतीची बाजू एक असल्यास  $\sqrt{३}$  पट कर्ण असतो असे चौथे उदाहरणांत सिद्ध केले आहे.

$\therefore २५० \times \sqrt{३}$  बरोबर ४३३ सुमारे हें उत्तर.

[ २१ ] ज्याची लांबी, रुंदी, व उंची सारखी आहे अशा लांकडी ठोकळ्याच्या गर्भातील कर्ण ३ फूट ९ इंच आहे तर त्याची लांबी व षष्ठफळ काय ?

३ फूट ९ इंच =  $\frac{१५}{४}$  फूट

कर्ण =  $\sqrt{३}$  हें चौथे उदाहरणांत सिद्ध केले आहे.  $\therefore \sqrt{३} = १.७३$ ,

क० क० बाजू

$\therefore १.७३ : \frac{१५}{४} :: १ = \frac{३०५}{१०३}$  बाजू = २ फूट २ इंच हें उत्तर.

घनाकृतीस ६ आंगे असतात  $\therefore (\frac{३०५}{१०३})^2 =$  एक आंगाचें षष्ठफळ  $\times ६ = २८\frac{1}{2}$  चौ० फू० सुमारे षष्ठफळ हें उत्तर.

[ २२ ] अशी संख्या कोणती कीं २८ पौंड व ती संख्या यांच्यामध्ये जें गुणोत्तर आहे तेंच ती संख्या व ६० गिनी यांजमध्ये आहे ?

६० गिनी = ६३ पौंड; २८ : संख्या :: सं० : ६३ आहेत यास्तव  $२८ \times ६३ = १७६४$  हे मूळ संख्येचा वर्ग आहे करितां तिचे वर्गमूळ बरोबर ४२ पौंड ही संख्या उत्तर.

[ २३ ] २५० पौंडाचे चक्रवाढ व्याजाने २ वर्षांत २० पौंड ८ शिलिंग व्याज होण्यास दरसाल दर शेंकडा व्याजाचा दर काय असावा ?

$$\begin{array}{cccc} \text{मु०} & \text{मु०} & \text{व्या०} & \text{मुदल} \\ २५० : १ :: २०\frac{३}{४} = .०८१६ + १ = १.०८१६ \text{ रास} \end{array}$$

दोन वर्षांची एक पौंडाचे व्याज व १ पौंड मुदल यांचे बेरजेचा मुदतीच्या वर्षा इतका घात केल्याने १ पौंडाची रास हाते  $\therefore १.०८१६$  ही प्रथम वर्षाचे राशीच्या वर्गा बरोबर आहे करितां  $\sqrt{१.०८१६} = १.०४$  ही एक वर्षाची रास यांतून मुदल १ वजा जातां बाकी  $.०४$  व्याज एक पौंडाचे पौ० मु० पौ० मु० व्या० पौंड  
 $\therefore १ : १०० :: .०४ = ४$  व्याजाचा दर हे उत्तर.

[ २४ ] एका चौरसकृति  $२\frac{१}{३}$  फूट खोलीच्या हीदांत ४७८.४ घागरी पाणी मावते, तर त्याची एक बाजू किती ? तसेच तितक्याच घागरीचा एक हीद आहे त्याची लांबी ६ फूट असून रुंदी त्याचेच खोलीच्या २ पट आहे, तर त्या हीदाची रुंदी किती ? एक घागरीत २७७.२७४ घन इंच पाणी मावते.

$$\begin{array}{cccc} \text{घा०} & \text{घा०} & \text{घ० इ०} & \text{घ० इ०} \\ १ : ४७८.४ :: २७७.२७४ = १३२६४७.८८१६ = ७६.७६ \end{array}$$

$३८२४ \text{ घ० फू०} \div २\frac{१}{३} = ३०.७०५५२८$  क्षेत्रफळ याचे वर्गमुळा बरोबर  $५.५४१३$  फूट बाजू हे उत्तर. आतां दुसऱ्या हीदाचे घनफळ तितकेच म्हणजे  $७६.७६३८२४$  घ० फू० यास ६ फूट लांबीने भागले तर  $१२९९३९७$  चौ० फूट क्षेत्रफळ होईल म्हणजे खोलीच्या वर्गाची दुप्पट  $\therefore$  दोहोनीं भागिले तर  $६३९६९८५$  खोलीचा वर्ग आहे. करितां त्याचे वर्गमूळ =  $२५२९$  फूट खोली याची दुप्पट =  $५०५८$  फूट रुंदी हे उत्तर.

[ २५ ]  $(\sqrt{४०५०} \times .००२ \div .२० + \sqrt{१४५८}) \div \sqrt{.०२}$  इतक्याचे  $\sqrt{(६.००८ \div ३०४२)} + \sqrt{(११६.६ \times .०४६)}$  ही संख्या किती अंशाबरोबर आहे ?

$$(\sqrt{४०५०} \times \frac{१}{२१५} \times \frac{१३}{२०} + \sqrt{१४५८}) \times \sqrt{.०२} \text{ हे रूप प्रथम संख्येचे अपूर्णाकांत झाले. } = (\sqrt{२} \times \sqrt{२०२५} \times \frac{१}{१०} + \sqrt{२} \times \sqrt{७२९}) \times$$

$\sqrt{५०} = १० \times ४५ \times \frac{१}{१०} + १० \times २७ = २७४\frac{१}{२}$  कौसांतील दोन्ही पदांस  $\sqrt{५०}$  याणीं गुणून वर्गमूळ काढून आलेले रूप.  $२७४\frac{१}{२}$  या रकमेने दुसरे रकमेस भागावयाचे करितां दुसऱ्या रकमेस अपूर्णाकांचीं रूपे देऊन  $\sqrt{(५२०० \times \frac{१००००}{३०२२})} + \sqrt{(३५० \times \frac{१००}{१५०})}$  पहिल्या पेट्यांतील पहिल्या पदाच्या छेदाचे व दुसऱ्याच्या अंशाचे वर्गमूळ काढिले आणि बाकी राहिल्या पदांस संक्षेप देऊन.

$$\frac{१००\sqrt{३००२}}{३०\sqrt{१५२१}} = \frac{५२००}{३० \times ३३} = \frac{१०}{३} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{१०}{३} + \frac{१०}{३} = \frac{२०}{३} \div २७४\frac{१}{२} = \frac{२}{२१} \text{ हे } \\ \sqrt{(३५० \times \frac{१००}{१५०})} = \frac{\sqrt{२३०}}{३} = \frac{१०}{३} \end{array} \right\} \text{ उत्तर.}$$

[२६] अ १ दिवसांत १४.२८८४ घन यार्ड खाडा खणतो आणि अचे १ दिवसाचे काम करावयास बला जितके दिवस लागतात त्याचे  $\frac{११}{१२}$  दिवस बचे १ दिवसाचे काम करावयास अला लागतात. तर ब दररोज किती घन यार्ड खाडा खणील ?

बला १ पट दिवस अचे १ दिवसाचे काम करावयास लागतात असे मानिल्यास. १ पट  $\times \frac{११}{१२}$  दिवस अला बचे १ दिवसाचे काम करावयास लागतील म्हणून. १ पट दि० : १ दि० :: १४.२८८४ =  $\frac{१४.२८८४}{१ \text{ पट}}$  यार्ड बचे १ दिवसाचे काम झाले.  $\therefore$  १ दि० :  $\frac{११}{१२}$  प० दि० :: १४.२८८४ =  $\frac{१४.२८८४ \times ११ \text{ पट}}{१२}$  यार्ड परंतु अ  $\frac{११}{१२}$  पट दिवसांमध्ये बचे १ दिवसाचे काम करितो म्हणजे  $\frac{१४.२८८४}{१ \text{ पट दि०}}$  यार्ड =  $\frac{१४.२८८४ \times ११ \text{ पट}}{१२}$

यार्ड. या दोन्ही संख्या परस्पर बरोबर आहेत. म्हणून यांतील छेद उडवून संक्षेप देऊन ११ पट = १२ अथवा १ पट =  $\sqrt{\frac{१२}{११}} = १.०४४४$  दि० यावरून.

दि०      दि०      या०      घ० याड  
१.०४४४ : १ :: १४.२८८४ = १३.६८०१ हे उत्तर.

[२७] एका गृहस्थाजवळ ५५ पौडाची १ पेट्टी होती ती त्याने अला शेंकडा कांहीं दराप्रमाणे तोटा सोसून विकली. पुढे अने त्याच शेंकड्याच्या दराप्रमाणे तोटा सोसून बला विकली, आणि बने कला शेंकडा १२ नफ्याने विकली, त्यामुळे मूळ किंमतीला कला मिळाली; तर शेंकडा काय तोऱ्याचा दर ठेविला होता ते सांग ?

$११२ : ५५ :: १०० = \frac{१३०५}{२८}$  किंमतीस बला मिळाली.  
 $५५ : \frac{१३०५}{२८} :: १ = \frac{६२५}{१००} = .८९२८५७१४$  (वर्गमूळ काढून = .९४४९  
 आतां  $१ - .९४४९ = .०५५१ \times १०० = ५.५१$  हा तोटा हें उत्तर.

(अ) दुसरा प्रश्न असा उत्पन्न होईल की,  $\frac{१३०५}{२८}$  रुपये मुदलाची २ वर्षांनी चक्रवाढव्याजांने ५५ रुपये रास होते तर दरसाल दर शेंकडा व्याजाचा दर काय असावा. असे प्रकारचे याच भागांतील २३ वें उदाहरण आहे तें पहावें. जें व्याज येईल तोच तोटा.

(ब) समीकरणे—१ रुपया मूळ किंमतीस क्ष तोटा होतो असें मानिल्यास प्रश्नावरून  $१ \times क्ष \times क्ष \times \frac{११२}{१००} = १$  असें होईल.  
 $क्ष = \frac{१००}{११२} = \frac{२५}{२८} = \frac{२५ \times ७}{१९६} \therefore क्ष = \frac{५\sqrt{७}}{१९} = .९४४९$  यावरून शेंकडा तोटा  $(१ - .९४४९) \times १०० = ५.५१$  हें उत्तर.

### भाग १३.

#### साधारण प्रश्न

[१] १५ तास १२ मिन्युटे आणि १ दिवस ३ तास ३३ मिन्युटे या दोन संख्येस निःशेष भागील अशी महत्तम संख्या कोणती?

ता० मि० मि०  
 $१५ : १२ = ९१२$   
 १ दि० ३ ता० ३३ मि० = १६५३

मि० }  $\left. \begin{array}{l} ९१२ व १६५३ \text{ या संख्येचा} \\ \text{दृढभाजक } ५७ \text{ हें उत्तर.} \end{array} \right\}$

[२] २.२९१ ह्या रकमेतून .००८७ ही रकम किती वेळां वजा जाईल व बाकी काय राहिल?

यांत भागाकार करणें आहे.  $\therefore २.२९१ \div .००८७ = २६३$  वेळा वजा जाऊन .००२९ बाकी राहिल हें उत्तर.

[३] २५०० व ३३०० या दोन संख्यांस कोणत्या महत्तम संख्येनें भागिले असतां बाकी अनुक्रमे ४ आणि ३६ राहिल ?

$\left. \begin{array}{r} २५०० \quad ३३०० \\ -४ \quad -३६ \\ \hline २४९६ \quad ३२६४ \end{array} \right\}$  या दोहोंचा दृढभाजक काढ म्हणजे तीच संख्या = १९२ हें उत्तर.



[ ४ ] हें उदाहरण तसेंच ५ वें आणि ६ वें हीं सर्व सोडविण्याची आवश्यकता नाही, कारण याचे फक्त नियम पाठ करण्याचे आहेत.

[ ७ ] १३ फू० ५ इंच ७ प्र० इंच यांचा व ३ फूट ५ इंच यांचा गुणाकार द्वादशांशरीतीने कर ?

$\begin{array}{r} \text{फू०} \quad \text{इंच} \quad \text{प्र०} \quad \text{इंच} \\ १३ : ५ : ७ \\ ३ : ५ : ० \\ \hline ४० : ४ : ९ : ० \\ ५ : ७ : ३ : ११ \\ \hline ४६ : ० : ० : ११ \end{array}$	}	$\begin{array}{l} \text{फू०} \times \text{फू०} = \text{फू०} \text{ ( भारी परिमाण. )} \\ \text{फू०} \times \text{इंच} = \text{इंच} \\ \text{फू०} \times \text{प्र०इंच} = \text{प्र० इंच} \\ \text{इंच} \times \text{इंच} = \text{प्र० इंच} \\ \text{इंच} \times \text{प्र०इंच} = \text{प्र० प्र० इंच} \end{array}$
---	---	---

४६ : ० : ० : ११ हें उत्तर.

[ ८ ] २९ फूट ७ इंच यांस ९ फूट ८ इंच ६ प्रति इंच याणीं गुण ?

$\begin{array}{r} \text{फू०} \quad \text{इंच} \quad \text{प्र०} \quad \text{इंच} \\ २९ : ७ : ० \\ ९ : ८ : ६ \\ \hline २६६ : ३ : ० \\ १९ : ८ : ८ \\ १ : २ : ९ : ६ \\ \hline २८७ : २ : ६ : ६ \end{array}$	}	$\begin{array}{l} \text{भारी परिमाणानें प्रथम गुण्य संख्येंतील साधारण} \\ \text{गुणाकाराप्रमाणें गुणून परिमाण रूपांत मांडावे, या-} \\ \text{प्रमाणें प्रत्येक वेळेस उजवेकडे एकेक अंक जास्ती} \\ \text{मांडीत जावा.} \end{array}$
---	---	--

२८७ : २ : ६ : ६ हें उत्तर.

[ ९ ] ७ वें आणि आठवें या दोन उदाहरणांचीं उत्तरे लिहून दाखीव ?

चौ० फू० चौ० इंच	चौ० फू० चौ० इंच
४६ $0\frac{1}{3}$ हें उत्तर.	२८७ $२९\frac{1}{3}$ हें उत्तर.

[ १० ] २६ फूट ८ इंच यांस ५ इंच ९ प्रति इंच यांनीं गुणिलें तर गुणाकार १२ चौरस फूट ९ इंच ४ प्रति इंच येतो, तर दर चौरस फुटास १५ शिलिंग  $९\frac{1}{3}$  पेन्स प्रमाणें हिस्सेरसीनें काय आकार होईल ?

१२ चौ० फू० ९ इंच ४ प्र० इंच  
० पौ० १५ शि०  $९\frac{1}{3}$  पेन्स

फू०	९ - ९ - ६	१२ चौ० फूटा० किं०
$१ \div २ = \frac{१}{२}$ फू०	० - ७ - १० $\frac{३}{४}$	६ इं० किंमत
$\frac{१}{२} \div २ = \frac{१}{४}$ फू०	० - ३ - ११ $\frac{३}{४}$	३ इं० किंमत.
$\frac{१}{४} \div ९ = \frac{१}{३६}$	० - ० - ९ $\frac{१३}{३६}$	४ प्र० इं० किंमत.

$१० - १ - ९ \frac{७}{३६}$  हे उत्तर.

[ ११ ] अशा दोन संख्या कोणत्या की ज्यांची बेरीज ९ गिनी ९ शि० व त्यांची वजा बाकी १० क्राउन्स १० पेन्स आहे ?

$२१$  शि० = १ गिनी. ५ शिलिंग = १ क्राउन.

**साधारण नियम**—कोणत्याही दोन संख्यांची बेरीज आणि त्यांचीच वजाबाकी यांची बेरीज मोठ्या संख्येच्या दुपटीबरोबर असते. म्हणून.

$९ \times २१ + ९ = १९८$  शि० तसेच  $१० \times ९ = ९० + \frac{५}{१२} = ९० \frac{५}{१२}$  शि० ( $१९८ + ९० \frac{५}{१२}$ )  $\div २ = १२४ \frac{५}{१२} = ६$  पौ० ४ शि० ५ पेन्स ही मोठी संख्या व  $१९८ - १२४ \frac{५}{१२} = ७३ \frac{७}{१२}$  शि० = ३ पौ० १३ शि० ७ पेन्स ही लहान संख्या हे उत्तर.

[ १२ ] अने बला ६ हं० २ का० ७ पौ० साखर दर हॅड्रेडवेटास ३८ शि० प्रमाणे दिली, व त्याचे पासून २४ यार्ड कापड दर यार्डास ८ शि० ३  $\frac{३}{४}$  पे० दराचे घेतले, तर बला शेंकडा नफा काय ?

$८$  शि०  $३ \frac{३}{४}$  पे०  $\times २४ = \frac{३३३}{२}$  शि०

$६$  हं० २ का० ७ पौ०  $\times ३८ = \frac{१११५}{२}$  शि०

$\left. \begin{array}{l} \frac{३३३}{२} \text{ शि०} \\ \frac{१११५}{२} \text{ शि०} \end{array} \right\} \frac{१११५}{२} - \frac{३३३}{२} = \frac{३३३}{२}$

शि० शि० पौ० पौ०

$\frac{३३३}{२} : \frac{३३३}{२} :: १०० = २५$  नफा हे उत्तर.

[ १३ ]  $\frac{१}{४}$  एकर जमीन २ तास २३ मिन्युटांत अ नांगरतो, ब तीच जमीन २ तास ३४ मिन्युटांत नांगरतो, तर ते दोघे एकातासांत किती एकर जमीन नांगरतील ?

मि० मि० ए०

$१५४ : ६० :: \frac{१}{४} = \frac{१५}{१५४}$  ब

$१४३ : ६० :: \frac{१}{४} = \frac{१५}{१४३}$  अ

$\left. \begin{array}{l} \frac{१५}{१५४} + \frac{१५}{१५४} = \frac{१०५}{२००२} \text{ एकर नांगर-} \\ \text{तील हे उत्तर.} \end{array} \right\}$

[ १४ ] ज्या रकमेंत तिचेच  $\frac{२}{५}$  चे  $\frac{२}{५}$  चे  $\frac{७}{८}$  मिळविल्याने ३ शि० ४ पेन्स होतात ती रकम कोणती?

$$\frac{२}{५} \text{ चे } \frac{२}{५} \text{ चे } \frac{७}{८} = \frac{७}{२५} + \frac{१}{५} = \frac{३२}{२५} \therefore \frac{३२}{२५} : १ :: \frac{१०}{३} = २ - ७\frac{१}{३}$$

हे उत्तर.

[ १५ ] ज्या संख्येत तिचेच ०३७ वजा केले असता बाकी ६९५५ रहाते तर ती रकम कोणती?

$$\frac{१}{१} - \frac{३७}{१०००} = \frac{९६३}{१०००}, \frac{९६३}{१०००} : \frac{१}{१} :: \frac{६९५५}{१००००} = ७२ \text{ हे उत्तर.}$$

[ १६ ] दर साल दर शेंकडा ५ पौंड दराने ७ पौंडांची ३ वर्षांनी चक्रवाढ व्याजाने  $७ \times (१.०५)^३$  इतकी रास होते असे सिद्धकर?

१ पौंडाच्या १ वर्षाच्या राशीचा मुदतीचे वर्षा इतका घात करून त्यास मुदलाने गुणावे अशी रीत आहे म्हणून  $७ \times (१.०५)^३$  हे बरोबर आहे.

[ १७ ] दर ग्रोसास ३ शि० ६ पेन्स प्रमाणे टांक विकले तर शेंकडा  $४\frac{३}{४}$  तोटा होतो, तर १०० टांकास २ शि० ६ $\frac{५}{८}$  पेन्स प्रमाणे विकल्याने शेंकडा नफा किंवा तोटा किती होईल?

१ ग्रोस = १२ डझन

$$१०० - ३\frac{३}{४} = ९६\frac{१}{४} = \frac{३८५}{४} \text{ पौन्ड मूळ खरेदी}$$

$$\frac{\text{पौन्ड}}{\frac{३८५}{४}} : १०० : \frac{७}{८} = \frac{४०}{११} \text{ शि० मूळ खरेदी.}$$

$$\frac{\text{टा०}}{१००} : \frac{\text{टा०}}{१४४} :: \frac{\text{शि०}}{\frac{३७५}{८}} = \frac{\text{शि०}}{\frac{११}{३}} - \frac{४०}{११} = \frac{१}{३३} \text{ नफा}$$

$\left. \begin{array}{l} \frac{४०}{११} : \frac{१}{३३} :: १०० = \\ \frac{४०}{६} \text{ नफा दर शेंकडा हे} \end{array} \right\} \text{ उत्तर.}$

[ १८ ]  $६\frac{१}{३}$  पेन्सांस ८ रामफळे विकलीं तर शेंकडा १७ नफा होतो तर शेंकडा २० नफा होण्यास दर डझनास काय किंमत ठेवावी?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\text{पौ०}}{११७} : \frac{\text{पौ०}}{१००} :: \frac{\text{पे०}}{\frac{१३}{२}} = \frac{\text{पे०}}{\frac{५०}{६}} \\ \frac{\text{पे०}}{१००} : \frac{\text{पे०}}{१२०} :: \frac{\text{पे०}}{\frac{५०}{६}} = \frac{\text{पे०}}{\frac{२०}{३}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{मूळ खरेदी} \\ \text{फ० फ० पे० पे०} \\ \text{८ : १२ :: } \frac{२०}{३} = १० \text{ हे उत्तर.} \end{array}$$

[ १९ ] २८ शिलिंग ६ पेन्सांस ५ यार्ड कापड विकल्याने जर शेंकडा  $६\frac{३}{४}$  नफा होतो तर ३७ शि० ६ पे० इतक्या किमतीस ७ यार्ड विकल्याने शेंकडा नफा किंवा तोटा किती होईल?

या० या० शि० शि०  
 $५ : ७ :: \frac{५७}{२} = \frac{३३२}{१०}; १०० + ६\frac{२}{५} = \frac{५३२}{५}$  म्हणून

पै० पै० शि० शि०  
 $\frac{५३२}{५} : १०० :: \frac{३३२}{१०} = \frac{७५}{२}$  मूळ खरेदी, परंतु विक्री तितकीच आहे म्हणून तोटा व नफा काही नाही हे उत्तर.

[ २० ] गतवर्षी किती लोक शहरांत होते म्हणून यंदा शेंकडा २.६५ प्रमाणे वाढून ३३७० भरले?

$१०२.६५ : ३३७० :: १०० = ३२८३$  हे उत्तर.

[ २१ ] २१० व १५५; पोन्ड हें अनुक्रमे २ व ५ वर्षांनी देणें आहे तर किती दिवसांनी एकदम पैसा भरावा ?

$२१० \times २ = ४२०$   
 $१५५ \times ५ = ७७५$   
 $\frac{४२०}{३६५} = \frac{११९५}{११९५}$  } ह० ह० व० वर्षे दिवस  
 $३६५ : ११९५ :: १ = ३ : १००$  हे उत्तर.

[ २२ ] एका मनुष्यास ४३४ पौंड देणें आहे तें असे की, त्याचा  $\frac{१}{३}$ , ४ महिन्यांनी  $\frac{१}{५}$ , ५ महिन्यांनी आणि बाकीचे ७ महिन्यांनी देणें आहे, तर एकदम कधी द्यावेत? (सरकारी रीतीने)

$४३४ - (\frac{२३२}{३} + \frac{२३२}{५}) = \frac{३०३८}{१५}$  बाकीचे } पै० पै० म०  
 $\frac{२३२}{३} \times ४ = \frac{१०३६}{३}; \frac{२३२}{५} \times ५ = \frac{२३२}{१}$  }  $४३४ : \frac{३६२५६}{१५} : १$   
 $\frac{३०३८}{१५} \times ७ = \frac{२१२६६}{१५};$  }  $= \frac{३६२५६}{६५१०} = ५\frac{३}{५}$  म.  
 $\frac{१०३६}{३} + \frac{२३२}{१} + \frac{२१२६६}{१५} = \frac{३६२५६}{१५}$  } हिने हें उत्तर.

[ २३ ] १३ दि० ३ ता० चे  $\frac{१२२$  या० ००  $\frac{८$  फूट

चे  $\frac{१२२$  या० १०० फूट

$\frac{१}{२} - \frac{२}{५}$   
 $\frac{३७}{६} - १\frac{३}{६}$  चे  $४\frac{१}{६}$  यांची किंमत काय ?

१३ दि० ३ तास =  $\frac{१०५}{८}$  दि० ;  $\frac{४२६ \cdot ८ \text{ फूट}}{७ \cdot ७ \text{ फूट}} = \frac{३८८}{७}; \frac{३१ \text{ शि० } < \text{पे०}}{५ \cdot ० \text{ शि०}}$

$$\frac{9}{5}; \frac{\frac{9}{2} - \frac{3}{5}}{\frac{30}{5} - \frac{90}{5}} \text{ चे } \frac{9}{5} = \frac{95 - 92}{925 - 920} = \frac{3}{5}; \frac{3}{5} \text{ चे } \frac{9}{5} \text{ चे } \frac{360}{5} \text{ चे } \frac{909}{5} \text{ दि०} = \frac{9}{5} \text{ दि०} \times 360 = 282\frac{3}{5} \text{ दिवस हें उत्तर.}$$

[२४] ९९ पौ० अ, व, क, ड या चार असामीस वांटून दे, ते असे कीं, अला ३ तर कला ४ आणि डला ५ आणि बच्या वांट्याचा  $\frac{1}{3}$  इतर तिघांच्या वांट्याचे बेरजेचे  $\frac{1}{2}$  असावा!

यांत सारखी प्रमाणे काढून बेरीज करून राशी काढाव्या.

$$\left. \begin{array}{l} \text{अ} = ३ \\ \text{क} = ४ \\ \text{ड} = ५ \\ \text{व} = \frac{9}{2} \\ \text{बेरीज} = \frac{99}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} ३ + ४ + ५ = १२ \\ \text{याचा } \frac{9}{2} = १\frac{1}{2} \text{ हा वचे} \\ \frac{9}{३} = \frac{३}{२} \\ \frac{३२}{२} \text{ पौ०} : ९९ \text{ पौ०} :: \\ \frac{9}{२} \text{ पौ०} = २७ \text{ याप्रमाणे} \\ \text{चौघांची परिमाणे मांड.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} १८ \text{ पौंड अला} \\ २७ \text{ ,, बला} \\ २४ \text{ ,, कला} \\ ३० \text{ ,, डला} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{अ} = ३ \\ \text{क} = ४ \\ \text{ड} = ५ \\ \text{व} = \frac{9}{2} \\ \text{बेरीज} = \frac{99}{2} \end{array}} \right\} \text{हें उत्तर}$$

[२५] अ, व, क यांस ८ शिलिंग वांट, असे कीं, अला ८ पेन्स तर बला ३ पेन्स आणि वला ५ तर कला ३ पे० तर प्रत्येकास काय?

$$\left. \begin{array}{l} \text{अ} = ८ \\ \text{व} = ३ \\ \text{क} = \frac{9}{5} \\ \text{बे०} = \frac{६४}{५} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{व} \quad \text{व} \quad \text{क} \quad \text{कला} \\ ५ : ३ :: ३ = \frac{9}{5} \\ \frac{६४}{५} : ९६ :: \frac{9}{5} = १ \text{ शि० } १\frac{1}{5} \text{ पे० क} \\ \text{याप्रमाणे त्रैराशिकें मांडून. अ} = ५ \text{ शि०} \\ \text{व} = १ \text{ शि० } १०\frac{3}{5} \text{ पे०} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{अ} = ८ \\ \text{व} = ३ \\ \text{क} = \frac{9}{5} \\ \text{बे०} = \frac{६४}{५} \end{array}} \right\} \text{हें उत्तर.}$$

[२६]  $१ + \frac{9}{१} + \frac{9}{२५} + \frac{9}{४९} + \frac{9}{८१}$  आणि  $\frac{9}{११} - \frac{३}{५९} + \frac{9}{१८१}$  यांच्या गुणाकारास अति संक्षेप रूप दे!

९९२२५ प्रथम अपूर्णाकाच्या छेदाचा लघुत्तम आला.

$$\frac{90}{१} + \frac{9}{२५} + \frac{9}{४९} + \frac{9}{८१} = \frac{990225 + 3267 + 2025 + 9225}{99225} = \frac{990267}{99225}$$

$$\frac{9}{११} - \frac{३}{५९} + \frac{9}{१८१} = \frac{90609 - 4903 + 627}{990267} = \frac{4344}{990267}; \frac{990267}{99225} \times$$

$$\frac{4344}{990267} = \frac{9079}{92025} = \frac{90}{395} \text{ हें उत्तर.}$$

[ २७ ] अ, ब, क, या तीन असामीस  $७\frac{1}{2}$  पेन्स वांटले. त्यांत अला क पेक्षां  $१\frac{1}{2}$  पेन्स अधिक आणि बला क पेक्षां  $२\frac{1}{2}$  पेन्स कमी मिळाले तर १ पौंडामध्ये एकेकास किती येतील?

ब = ० मानिल्यास क =  $२\frac{1}{2}$  व अ =  $३\frac{3}{2}$  होतील. बेरीज = ६  
 $\therefore ७\frac{1}{2} - ६ = १\frac{1}{2} \div ३ = \frac{1}{2}$  बचे वाटणीचा.

$७\frac{1}{2} : २४० :: \frac{1}{2} = १$  शि० ४ पे० बला }  
 $७\frac{1}{2} : २४० :: २\frac{1}{2} = ७$  शि० ४ पे० कला } हे उत्तर.  
 $७\frac{1}{2} : २४० :: ३\frac{3}{2} = ११$  शि० ४ पे० अला }

[ २८ ] १००० पौंड दरसाल दर शेकडा ३ पौंड व्याजाच्या  $८७\frac{3}{4}$  भावाचे ठेवीत घातले असतां दर पौंडास ७ पेन्स प्रमाणे उत्पन्नावरील कर वजा जाऊन सहामार्हीचे काय उत्पन्न मिळेल?

$८७\frac{3}{4} : १००० :: ३ = \frac{२४०००}{६३९} \div २ =$  व्याज सहामार्हीचे.

१ पौं - ७ पेन्स =  $\frac{२३३}{२४०}$  कर वजा जाऊन

१ पौं :  $\frac{१२०००}{६३९} :: \frac{२३३}{२४०} = \frac{१००}{६} = १६$  पौं १२ शि० ४ पे० हे उत्तर.

[ २९ ] एका गृहस्थास ९१ भावाच्या  $३\frac{1}{2}$  व्याजाचे ठेवीत १०० पौंडाचे काय उत्पन्न होईल?

$९१ : १०० :: \frac{३}{२} = ३$  पौंड १६ शि० ११ पेन्स उत्पन्न हे उत्तर.

[ ३० ] ५१८ चौ० फू० २८ चौरस इंचांचे  $\frac{७७$  दि० ४ ता० ३० मि० चे

$\frac{१$  पौं० २ औं० १० पे० १२ ग्रे० चे  $\frac{३$  पौं० ५ शि० चे  $\frac{१.३}{१०२६}$  चे  $\frac{८.५}{२.२५}$  चे

$\frac{१.३}{१.५}$  चे  $\frac{३}{४}$  याची किंमत एकर रूढ वगैरे यांत काढ?

$\frac{३}{४}$  चे  $\frac{७}{१०} \times \frac{५}{९} \times \frac{१०}{२} \times \frac{४}{९} \times \frac{२}{३} \times \frac{३३०}{२६} \times \frac{१३}{४} \times \frac{८०}{५७} \times \frac{८१००}{७०००} \times$   
 $\frac{८}{१७} \times \frac{१२३५}{१६} \times \frac{२}{१३} \times \frac{१८६५५}{३६} \times \frac{१}{९} \times \frac{१}{४८४०}$  आतां संक्षेप देऊन =  
 $\frac{३३३१२१}{८३१६}$  एकर = ४० ए० ९ पो० १० यार्ड  $३२\frac{२}{३}$  इंच हे उत्तर.

[३१] १०० पौंड १० शि० १० पेन्स ४ वर्षांनीं  $3\frac{1}{3}$  पौंड व्याजाने मिळणार आहेत तर त्यांचे आज वास्तविक व्याज किती कापले जाईल?

पौ० शि० पे०

$$100 - 10 - 10 = \frac{2293}{22} \text{ पौ० ; } 100 + (4 \times 311) = 1184; 1184 : \frac{2293}{22} :: 22 = 12 \text{ पौ० } 6 \text{ शि० } 11\frac{1}{3} \text{ पे० हें उत्तर.}$$

[३२] दरसाल दर शेंकडा  $3\frac{1}{2}$  व्याजाने ६ महिन्यांनीं १४ पौंड १६ शिलिंग रास आली तर मुद्दल किती ?

व० व० पौ०

$$1 : \frac{1}{2} :: \frac{0}{2} = \frac{0}{2} + 100 = \frac{200}{2} \text{ रास } \therefore \frac{200}{2} : \frac{0}{2} :: 100 = \frac{4320}{200} = \frac{960}{50} \text{ पौ० } = 19 \text{ पौ० } 10 \text{ शि० } 10\frac{1}{2} \text{ पेन्स हें उत्तर.}$$

[३३] १०० पौंडास ४०२७ गिनी व्याजाने  $3\frac{3}{4}$  वर्षांनीं २९४ पौंड २ शि० ६ पेन्स मिळावयाचे आहेत तर आज किती मिळतील?

$$4027 = \frac{3624}{100} \times \frac{27}{20} = \frac{203}{20} \text{ पौ० } \times \frac{30}{22} \text{ वर्षे } = \frac{304}{2} + \frac{900}{9} = \frac{304}{2};$$

$$\frac{304}{2} : \frac{2343}{2} :: 100 = 260 \text{ हें उत्तर.}$$

[३४] १६२८७१ पौंडाचे १४८ दिवसांनीं २८१४२ पौंड व्याज होते; तर दरसाल दर शेंकडा व्याजाचा दर काय? ( सरळव्याज )

$$\left. \begin{array}{l} \frac{36673}{224} \text{ पौ०} : 100 \\ 148 \text{ दि०} : 369 \end{array} \right\} :: \frac{3260}{3300} = 4\frac{23}{20} \text{ व्याज हें उत्तर.}$$

### धडा १४ (ब)

#### साधारण प्रश्नांची पुरवणी.

[ १ ] अशा दोन संख्या आहेत की, ज्यांचा दृढभाजक १७९ अतून लघुत्तम साधारण भाज्य ५६३८५ आहे, परंतु त्यांतील लहान संख्या  $363.30$  चे  $2\frac{5}{6}$  चे १०५ पटी बरोबर आहे तर मोठी रकम कोणती ?

८४

$8\frac{5}{6}$

दशांशास व मिश्र अपूर्णाकास अपूर्णाकाचे रूप देऊन.  $\frac{36330}{220}$  चे  $\frac{920}{203}$  चे  $१०५ = १७९ \times १५ = २६८५$  ही लहान संख्या. ( ल० सा० भा० ) ( दृढभाजक )  
 $\frac{\text{धाकटी संख्या}}{\text{संख्या हें उत्तर.}} = \text{मोठी संख्या ह्यणून } \frac{५६३८५ \times १७९}{२६८५} = ३७५९$  मोठी संख्या हें उत्तर.

[ २ ] एका गाडीच्या पुढील चाकाचा घेर  $६\frac{१}{४}$  फूट आहे, आणि मागील चाकाचा  $१२\frac{५}{६}$  फूट आहे, तर दोन्ही चाकांच्या प्रदक्षिणा पाहिल्यानेच एकदम झाल्या तर गाडी किती मैल लांब गेली पाहिजे ?

असली उदाहरणे लघुत्तम साधारण भाज्यपैकींच आहेत, परंतु अपूर्णाक संख्येचा लघुत्तम साधारण भाज्य काढण्याचा नियम असा आहे की, अंशाचा लघुत्तम साधारण भाज्य काढून त्यास छेदांचे दृढभाजकाने भागावे. येईल तो इच्छिलेला लघुत्तम साधारण भाज्य होईल. ∴

$$\frac{५५}{४} \text{ आणि } \frac{१००}{६} \text{ याचा ल० सा० भा० } = \frac{३८५}{२} = १९२\frac{१}{२} \text{ फूट हें उत्तर.}$$

[ ३ ] एका गाडीच्या पुढील चाकाचा व्यास मागील चाकाच्या  $\frac{५}{४}$  आहे. परंतु पुढील चाकाच्या ५२८ फेऱ्या  $\frac{३}{४}$  मैलांत होतात तर मागील चाकाचे फेरे एक मैलांत किती होतील ? व प्रत्येक चाकाचा परिघ किती तें सांग ?

$$१ \text{ मैल } = ५२८० \text{ फूट}$$

$$\frac{३}{४} \text{ मै०} : १ \text{ मै०} :: ५२८ \text{ फे०} = ७०४ \text{ फेरे}$$

व्यस्त

$$\frac{५}{४} \text{ पट} : १ \text{ पट} :: ७०४ \text{ फे०} = ३९१\frac{१}{२} \text{ फेरे.}$$

$$\frac{५२८०}{१} \div \frac{३५२०}{१} = १३\frac{१}{२} \text{ फूट थोरल्या चाकाचा घेर.}$$

$$\frac{२००}{२} \text{ चे } \frac{५}{४} = ७\frac{१}{२} \text{ धाकट्या चाकाचा घेर ∴}$$

$$१३\frac{१}{२} \text{ व } ७\frac{१}{२} \text{ फूट ; } ३९१\frac{१}{२} \text{ फेरे हें उत्तर.}$$

[ ४ ] दर ग्यालनास १० शि० ६ पे० प्रमाणे कांहीं दारू आहे तिची किंमत दर ग्यालनास ९ शि० ११ पे० प्रमाणे ठेवण्याची असल्यास त्या दारूंत पाणी कोणत्या प्रमाणाने मिसळावे ?

$$\frac{\text{शि०}}{११९} : \frac{\text{शि०}}{२१} :: १ = \frac{१२६}{११९}; \frac{१२६}{११९} - \frac{१}{१} = \frac{१}{१७} \text{ पाणी करितां } १७ : १$$

ग्यालन हें उत्तर.



[ ५ ] काँही अशोधित धातूचे  $\frac{10}{20}$  शुद्ध करण्यांत जातात; बाकी राहिल तिचे  $\frac{1}{3}$  वितळण्यांत जातात आणि बाकी ५०६ टन शुद्ध धातु राहते. तर ती अशोधित धातु किती टन होती ?

$\frac{1}{3} - \frac{10}{20} = \frac{23}{20}$  चे  $\frac{1}{3} = \frac{23}{20}$  हे वितळण्यांत जातात  $\therefore \frac{23}{20} - \frac{23}{20} = \frac{253}{20}$   
बाकी शुद्ध धातु राहिली करितां

टन टन टन  
 $\frac{253}{20} : 506 :: 1 = 1520$  धातु हे उत्तर.

[ ६ ] २२५ पौंड ९ शि० हे ४८ दिवसांनी व ५९९ पौंड ८ शि० हे २६ दिवसांनी मिळणें आहेत ते दोन्ही मिळून आज किती मिळतील? आणि ती रकम ( २४ पौंड १७ शि० होण्यास मुदत किती? व्याजाचा दर शेकडा ५ पौंडप्रमाणें.

३६५ दि० : ४८ दि० :: ५ पौंड =  $\frac{24}{3} + 100 = \frac{332}{3}$  रास  $\therefore$   
 $\frac{332}{3} : \frac{2400}{20} :: 100 = \frac{1444}{22}$  मु० प० राशीतील.

३६५ : २६ :: ५ =  $\frac{26}{3} + 100 = \frac{332}{3}$  रास  $\therefore$   
 $\frac{332}{3} : \frac{2390}{5} :: 100 = \frac{6400}{11}$  मु० दु० राशीतील.

$\frac{1444}{22} + \frac{6400}{11} = 221$  पौंड ५ शि० आज पैसा मिळेल हे उत्तर.

आणि ( ८२४ पौ० १७ शि० ) - ( ८२१ पौ० ५ शि० ) = ३ पौंड १२ शि० व्याज मिळाले पाहिजे.

१०० पौ० :  $\frac{3204}{2}$  पौ० } व्यस्त  
५ व्या० :  $\frac{96}{5}$  व्या० }  $\therefore 365$  दिवस = ३२ दिवस हे उत्तर.

[ ७ ] एक घनफूट पाण्याचें वजन १००० औंस असते; एका नळीचें तोंड  $3\frac{1}{2}$  चौरस इंच असून त्यांतून दर मिनिटांत २५२ पौंड पाणी बाहेर येते. तर १ अवरांत पाण्याचा वेग किती ? ( १०० औंस =  $62\frac{1}{2}$  पौंस )

पौ० पौ० घ० फु० मि०  
 $62\frac{1}{2} : 252 :: 1 = \frac{402}{25} \times \frac{60}{9} = \frac{6020}{25}$  एका तासांत आलेलें पाणी  $\therefore$   
 $3\frac{1}{2}$  चौ० इंच =  $\frac{1}{2}$  नळीचे तोंड आहे त्यास फुटाचें रूप देऊन  $\frac{6020}{25}$  चौ० फु० यांनी घनफुटास भागिलें असतां लांबी निघेल  $\therefore \frac{6020}{25} \div \frac{60}{25} = \frac{200662}{25}$  फु० = ३२१७  $\frac{12}{25}$  यार्ड = १ मैल १५५७  $\frac{12}{25}$  यार्ड हे उत्तर.

[ ८ ] धान्याचा भाव दर क्वार्टरास १५ शि० ९ पेन्स, आणि गवताचा भाव दर स्टोनास ५ $\frac{१}{२}$  पेन्स प्रमाणे असतां ७ घोड्यांस ८ दिवसांत ४ पौंड ३ पेन्स खर्च लागतो, तर धान्याचा भाव दर बुशिली २ शि० व गवताचा दर टनास ७० शि० प्रमाणे झाला असतां ९५ पौंड खर्चांत १६ घोडे किती आठवडे पोसले जातील ?

( १२६ पौंड वजन गवत दिल्यास १ बुशिल धान्य द्यावे लागते. )

१ स्टोन = १४ पौंड वजन. १ टन = २२४० पौंड

१४ पौं० : १२६ पौं० :: ५ $\frac{१}{२}$  पे० = ४९ $\frac{१}{२}$  पेन्स गवताची किंमत.

१ क्वा० :  $\frac{१}{२}$  क्वा० :: १५ $\frac{३}{४}$  पे० = २३ $\frac{५}{८}$  पेन्स, १ बु० धान्याची किंमत. ४९ $\frac{१}{२}$  + २३ $\frac{५}{८}$  = ७३ $\frac{१}{८}$  पेन्स दोन्ही मिळून किंमत.

२२४० पौं० : १२६ पौं० :: ७० शि० = ४७ $\frac{१}{२}$  पेन्स गवताची किंमत + २ शिलिंग धान्याची किंमत. = ७१ $\frac{१}{२}$  पेन्स ∴

७ घो० : १६ घो०

४ $\frac{१}{२}$  पौं० : ९५ पौं०

७३ $\frac{१}{८}$  पे० दर : ७१ $\frac{१}{२}$  पे० दर

} व्य०  
:: ८ दि०  
} व्य०

$\frac{७ \times ९५ \times ७३\frac{१}{८} \times ८}{१६ \times ४\frac{१}{२} \times ७१\frac{१}{२}} = ८४$  दिवस = १२ आठवडे हे उत्तर.

[ ९ ] १८६१ साली १ ताहू बुडाले, त्यांत शेंकडा १३ $\frac{१}{२}$  माणसे नौकेच्या साह्याने व शेंकडा ८ प्रमाणे खडकाच्या आधाराने व होड्या व इतर उपायांनी शें० ६२ प्रमाणे व शेंकडा  $\frac{१}{२}$  पोहोण्याचे योगाने वांचली, आणि शेंकडा १६ प्रमाणे मरण पावली तर नौकेच्या साहाय्यापेक्षां होडी वगैरेच्या साह्याने २६१९ अधिक वांचली असल्यास निरनिराळ्या प्रकारांनी किती वांचली ?

६२ - १३ $\frac{१}{२}$  = ४८ $\frac{१}{२}$  शें० वाचली ती २६१९ आहेत ∴

४८ $\frac{१}{२}$  : १३ $\frac{१}{२}$  :: २६१९ = ७२९ नौकेने.

४८ $\frac{१}{२}$  : ८ :: २६१९ = ४३२ खडकाने.

४८ $\frac{१}{२}$  : ६२ :: २६१९ = ३३४८ होडी व इतर उपायांनी

४८ $\frac{१}{२}$  :  $\frac{१}{२}$  :: २६१९ = २७ पोहोण्याने

} हे उत्तर.

[ १० ] अशा दोन दशांश संख्या आहेत की, ज्यांची बेरीज  $\frac{1}{15}$  असून त्यांतील एक संख्या दुसरीचे  $\frac{1}{15}$  शाबरोबर आहे तर त्या रकमा कोणत्या ?

पहिली १ मानिल्यास दुसरी  $\frac{1}{15}$   $\therefore 1 + \frac{1}{15} = \frac{16}{15}$  बेरीज होईल.

$\frac{16}{15} : \frac{1}{15} :: \frac{1}{1} = \frac{1}{16}$  ही पहिली संख्या;  $\frac{1}{16}$  चे  $\frac{1}{15} = \frac{1}{240}$  दुसरी संख्या  $\therefore \frac{1}{16} = .०६२५$  आणि  $\frac{1}{240} = .००४१६$  हे उत्तर.

[ ११ ] एका दुकानदाराने दर गिनीस १००० पेने विकली, तर त्याला खरेदीचे  $\frac{3}{4}$  नफा होतो तर त्याची मूळ खरेदी किती ?

१ गिनी = २१ शि०; मूळ किंमत १ गिनी मानिल्यास  $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$  विकरी  $\therefore \frac{7}{4} : \frac{1}{1} :: २१ = \frac{126}{4} = १६$  शि० ४ पेन्स हे उत्तर.

[ १२ ] १ पेनिवेट ४ ग्रेन वजनाच्या अंगठीस १ पौं० २ शि० पडतात, अशा वजनाच्या १०५० अंगठ्या ३ $\frac{1}{2}$  पौंड वजनाच्या पेटांत बंद करून ती पेटा १४४ मैल नेण्यास १ मैलास १ टन वजनास ५ शि० प्रमाणे काय पडेल ? शेंकडा  $\frac{1}{4}$  शिलिंग विमा द्यावा लागतो.

१ अंग० : १०५० अं० :: २२ शि० = २३१०० शि० अंगठ्यांची किंमत. १०० शि० : २३१०० शि० ::  $\frac{1}{4}$  शि० =  $\frac{२३१}{४}$  = २८ शि० १० $\frac{1}{४}$  पेन्स विम्याबद्दल. १ पेनिवेट ४ ग्रे० = २८ ग्रे०  $\times$  १०५० = २९४०० ग्रे० अंग० वजन, परंतु ७००० द्रायग्रेन = १ पौं० अवॉर्ड पॉइज  $\therefore$

$$\frac{२३१००}{७०००} = ३२.२ \text{ पौंड अंगठ्यांचे वजन}$$

$$३२.२ + ३.५ = ३५.७ \text{ पौंड पेटासहित आंगठ्यांचे वजन.}$$

$$१ \text{ टन} = २२४० \text{ पौंड; } २२४० \text{ पौंड} : ३५.७ \text{ पौंड} \left. \vphantom{\begin{matrix} १ \text{ टन} \\ २२४० \text{ पौंड} \end{matrix}} \right\} \text{ शि०}$$

$$१ \text{ मै०} : १४४ \text{ मैल} \left. \vphantom{१ \text{ मै०}} \right\} :: ५$$

$$\frac{१२४ \times ३५.७ \times ५}{२२४०} = २ \text{ शि० } ५.७ \text{ पेन्स नेण्याचा खर्च } \therefore २ \text{ शि०}$$

$$५.७ \text{ पेन्स} + २८ \text{ शि० } १०\frac{1}{४} \text{ पेन्स} = ३१ \text{ शि० } ४\frac{1}{४} \text{ पेन्स हे उत्तर.}$$

[ १३ ] एके खाणीत एक दगड १०८ फूट लांबीचा सांपडला. त्याच्या तोंडाकडील बाजूचे सरासरीने क्षेत्रफळ ११३ चौरस फूट होते; त्या दगडाचा चौकोनाकृति खांब घडविला असता त्याचा  $\frac{1}{4}$  आकार कमी होऊन त्याचे वजन ६०० टन भरते. तर अशा घडीव खांबाचे घनफळ किती यार्ड होईल. व एक घनफूटाचे किती पौंड वजन होईल ते सांग ?

तोडाकडील क्षेत्रफळ ११३ चौ० फू० यास १०८ फूट लांबीने गुणिल्यास = १२२०४ घनफूट सर्व दगडाचे घनफळ.

$\frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \therefore \frac{2}{3} \text{ द०} : \frac{1}{9} \text{ द०} :: ६०० \text{ टन} = ९०० \text{ शे० टन दगडाचे वजन.}$

९०० टन : ६०० टन :: १२२०४ घनफूट = ८१३६ घ० फू० =  $\frac{८१३६}{२७} = ३०१\frac{1}{3}$  घन यार्ड खांब. [१ टन = २२४० पौन्ड]

१२२०४ घ० फू० : १ घ० :: (९०० × २२४०) १६५.१९ पौन्ड वजन आणि  $३०१\frac{1}{3}$  घन यार्ड हे उत्तर.

[ १४ ] अ आणि ब अशा दोन आगगाड्या आहेत, ब गाडी कांहीं कालांत जितके मैल चालते त्याचे  $\frac{3}{4}$  मैल तितक्याच काळांत अ गाडी चालते तर अ गाडीस कांहीं मैल चालण्यास ब गाडीच्या  $\frac{2}{3}$  इतका काळ लागेल असे सिद्ध कर ?

जर अ गाडी कांहीं काळांत ३ मै० चालते असे मानिले तर

ब                    "            ४ मै० चालेल.

अ                     $\frac{1}{3}$             १

ब                     $\frac{1}{2}$             १

आणि  $\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  चे  $\frac{1}{2}$ ; किंवा अचे १ मैल चालण्याचे वेळेस बरोबर बचे १ मैल चालण्याचे  $\frac{2}{3}$  वेळां बरोबर आहे हे सिद्ध.

[ १५ ] अ जवळ २८ फ्लारिन्स व एक साव्हरन; ब जवळ ६१ अर्ध साव्हरन ११ फ्लारिन्स इतका पैसा होता, तर अ ने आपल्या पैशांतून किती पैसा द्यावा म्हणजे ब जवळ अच्या ६ पट होईल ?

१ फ्लारिन्स = २ शिलिंग. १ साव्हरन्स = २० शिलिंग

$२८ \times २ = ७६ + २० = ९६$  अजवळ शि० }  $९६ + ६३२ = ७२८$

$११ \times २ = २२ + ६१० = ६३२$  बचे शि० } एकंदर शि० आहेत

ते ७ : १ या प्रमाणांत द्याव्याचे  $\therefore ७ : १ :: ७२८ = १०४$  अजवळ

असावे म्हणजे वने आणखी ८ दिले पाहिजेत  $\therefore$  ८ शि० = ४ फ्रान्स हे उत्तर.

[ १६ ] दोन संख्यांची वजाबाकी  $४७७\frac{२}{११}$  आहे आणि त्या दोन संख्यांचे प्रमाण  $\frac{३}{७}$  चे  $२\frac{३}{८}$  चे  $१.५३$  :  $५\frac{११}{१३}$   $\times$   $४\frac{१}{४}$  आहे तर त्या दोन संख्या कोणत्या ?

$\frac{३}{७}$  चे  $\frac{१३}{८}$  चे  $\frac{१५३}{१००} = \frac{७६}{१३} \times \frac{१०}{४}$ ;  $\frac{२०}{५६००}$  :  $\frac{१}{१३}$  हे प्रमाण समछेद करून पूर्णांकांत नेले असतां  $३५१$  :  $५६००$   $\therefore$   $५६०० - ३५१ = ५२४९$  दोन संख्यांची वजाबाकी.  $५२४९$  :  $४७७\frac{२}{११}$  ::  $३५१$  :  $३१\frac{१०}{११}$  ही लहान संख्या व  $४७७\frac{२}{११} + ३१\frac{१०}{११} = ५०९\frac{१}{११}$  ही मोठी संख्या हे उत्तर.

[ १७ ] एका गृहस्थास एक वर्षांचे उत्पन्न २१० पौंड १४ शि० झाले. त्यांत त्याला स्वया व्याजाचे प्रत्येक ५ शिलिंगास व्यापारी रीतीचे व्याज ९ शि० ह्याप्रमाणे मिळालेले आहे तर त्याचे भांडवल किती पौंडाचे होते ते सांग!

कल्पना कर की जर प्रत्येक ५ : ९ शि० आहेत; तर  $५ + ९ = १४$  शि० एकंदर उत्पन्न होईल; आतां शेंकडा, शिलिंग १०० मानिले तर व्याज १४ शि०

$\therefore$  १०० पौंड असतील तर १४ पौंड व्याज होईल. करितां १४ पौंड व्याज : २१० पौंड १४ शि० :: १०० पौंड मु० = १५०५ पौंड मुदल हे उत्तर.

[ १८ ] १०० पौंड मुदलाची दरसाल दर शेंकडा ३ पौंड व्याजाने १२५ वर्षांनंतर चक्रवाढीने जी रास होईल ती शेंकडा ३ पौंड व्याजाच्या ९५ भावाने मिळणाऱ्या ठेवत घातली तर दरसाल काय उत्पन्न होईल?

$(१.०३)^{१००} = ४.३८३९०६$  आहेत. कर्तांत चार दशांशस्थळाचा उपयोग करावा.

$(४.३८३९०६)^{२}$  केला असतां  $(१.०३)^{१००}$  होईल.  $\therefore$   $(१.०३)^{१००} = १९.२१८६$  ही १ रुपयाची १०० वर्षांची रास तसेच.—

$(१.०३)^{२५} = (१.०३)^{१००}$  याचे वर्गमुळाबरोबर आहे  $\therefore$   $(१.०३)^{१२५} =$

(१.०३)<sup>१००</sup> × √(१.०३)<sup>१०</sup> = ४०.२३९५ ही चक्रवाढ व्याजाने दशांश रीतीने १ पौन्डाची १२५ वर्षांची तीन पौन्ड शेंकड्याचे व्याजाने रास झाली. ∴ ४०.२३९५ × १०० = ४०२३.९५ ही १०० पौन्डाची रास करितां ९५ पौं० : ४०२३.९५ पौं० :: ३ पौं० व्या० = १२७ पौन्ड १ शिलिंग ५<sup>०</sup>/<sub>२५</sub> पे० हें उत्तर.

[ १९ ] दरसाल दर शेंकडा ४<sup>१</sup>/<sub>२</sub> पौन्ड व्याजाने काहीं वर्षांनी ५६७ पौन्ड मिळणार आहेत, परंतु ती रकम आज मिळावी असें असल्यास ३४ पौन्ड १४ शि० ३<sup>३</sup>/<sub>४</sub> पे० व्याज कापले जाते, तर मुदत काय असावी? ५६७ पौं० - ३४ पौं० १४ शि० ३<sup>३</sup>/<sub>४</sub> पे० = ५३२ पौन्ड ५ शि० ८<sup>२</sup>/<sub>४</sub> पे० ही आज किंमत आहे, - आतां १०० पौन्डाचे १ वर्षांनी १०४<sup>१</sup>/<sub>२</sub> पौन्ड मिळतात.

∴ पौन्ड व्या० पौ० शि० पे० व्या० }  
 ४<sup>१</sup>/<sub>२</sub> : ३४-१४-३<sup>३</sup>/<sub>४</sub> } ∴ १ वर्ष मुदत  
 १०० : ५३२-५-८<sup>२</sup>/<sub>४</sub> मु० } व्यस्त  
 $\frac{३३३}{२५} \text{ पौं०} \times \frac{१००}{१} \times \frac{३}{४} \times \frac{१०}{३७२६} \times \frac{१}{१} = १\frac{३१}{६९} \text{ वर्ष} = १ \text{ वर्ष } १६\frac{६८}{६९}$   
 दिवस हें उत्तर.

[ २० ] अ, ब, क, ड असें एक काटकोन चौकोनाकृति शेत आहे, त्याची अ, ब लांबी बाजू १६० यार्ड, आणि ब, क रुंदी ३१<sup>३</sup>/<sub>४</sub> यार्ड आहे, आतां अ ब लांबीच्या बाजूंत एक ई बिंदू घेऊन तो ब क कोन बिंदू सांधला तर अ, ई, क, ड ह्या आकृतीचे क्षेत्रफळ १ एकर होते; यावरून तो ई बिंदू ब पासून किती अंतरावर असावा ते सांग? ( आकृति २२ पहा.)

प्रथम क्षेत्रफळ करून ३१<sup>३</sup>/<sub>४</sub> या० रुंदी × १६० यार्ड लांबी = ५०२८<sup>३</sup>/<sub>४</sub> चौरस यार्ड सर्व शेताचे क्षेत्रफळ परंतु अ, ई, क, ड ह्यांचे १ एकर म्हणजे ४८४० चौ० या० आहे, ∴ ५०२८<sup>३</sup>/<sub>४</sub> - ४८४० = १८८<sup>३</sup>/<sub>४</sub> हें ई, ब, क, ड ह्या काटकोन त्रिकोणाचे आहे, आणि काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ  $\frac{\text{पाया} \times \text{लंब}}{२} = \text{यात्रोवर असते, } \therefore १८८\frac{३}{४} = \frac{\text{पाया} \times \text{लंब}}{२}$  आहे म्हणजे १८८<sup>३</sup>/<sub>४</sub>

$\times 2 = 37\frac{1}{2}$  हा पाया व लंब यांचा गुणाकार आहे. यास्तव  $37\frac{1}{2}$  भागिले  $31\frac{3}{4} = 12$  यार्ड हे ई व रेषेबरोबर  $\therefore 12$  यार्ड हे उत्तर.

[ २१ ] एका गृहस्थाने  $६२००$  पौन्ड  $८९\frac{1}{2}$  भावाच्या द० सा० द० शें०  $३$  पौन्ड व्याज मिळणाऱ्या ठेवीत घातले होते, त्यांत त्याला उत्पन्नावरील कर दर पौन्डास  $१०$  पेन्सप्रमाणे द्यावा लागत असे; पुढे ठेवीचा भाव शेंकडा  $९२$  प्रमाणे वाढला म्हणून त्याने आर्मिली ठेव सर्व विकली आणि रेल्वे कंपनीत  $५०$  पौन्डाचा एकेक भाग याप्रमाणे कांहीं भाग घातले तेथे शेंकडा  $३\frac{1}{2}$  व्याज मिळाले आणि या वेळेस उत्पन्नावरील कर द्यावा लागला नाही; तर त्याच्या उत्पन्नांत सालीना काय फरक पडला ते सांग ?

$१$  पौन्ड :  $३$  पौन्ड ::  $१०$  पे० =  $३०$  पेन्स  $\therefore ३$  पौन्ड -  $३०$  पे० =  $२\frac{1}{2}$  पौन्ड उत्पन्न.

$८९\frac{1}{2}$  पौ० :  $६२००$  पौ० ::  $२\frac{1}{2}$  पौ० =  $\frac{६२०० \times २३}{७१३} = २००$  पौ० व्याज पूर्वी निवळ मिळत असे; परंतु ठेव विकली तेव्हां.

$८९\frac{1}{2}$  पौ० :  $६२००$  पौ० ::  $९२$  पौ० =  $६४००$  पौन्ड ठेव विकून मिळाले;

$१००$  पौ० :  $५०$  पौ० ::  $३\frac{1}{2}$  पौ० =  $१\frac{3}{4}$  व्याज प्रत्येक भागाचे.  $\therefore ५०$  पौ० :  $६४००$  पौ० ::  $१\frac{3}{4}$  पौ० व्या० =  $२२४$  पौ० व्याज यास्तव  $२२४ - २०० = २४$  पौ० ज्यास्ती उत्पन्न दर सालचे हे उत्तर.

[ २२ ] एका गृहस्थाने  $१२$  भाग रेल्वेत घातले होते, त्यांत शेंकडा  $५\frac{1}{2}$  प्रमाणे प्रत्येक भागाचे  $३$  पौ०  $१०$  शी० उत्पन्न सालीना मिळत असे. पुढे दर भागाची किंमत पूर्वीपेक्षां  $५$  पौ० ज्यास्त वाढली म्हणून त्याने सर्व भाग विकून तो पैसा शेंकडा  $८५$  भावाच्या  $३\frac{1}{2}$  व्याज मिळणाऱ्या ठेवीत घातला तर त्याचे सालीना उत्पन्नांत तफावत किती ते सांग ?

$५\frac{1}{2}$  व्या० :  $३\frac{1}{2}$  पौ० व्या० ::  $१००$  पौ० =  $६३$  पौन्ड प्रत्येक भाग होता.

$१$  भागास :  $१२$  भाग ::  $३\frac{1}{2}$  पौ० व्या० =  $४२$  पौन्ड पाहिले उत्पन्न

$६३ + ५ = ६८$  पौन्ड भागाची किमत वाढल्यामुळे झाली  $\therefore ६८ \times १२ = ८१६$  पौ० विकून आले, हे ठेवीत घातले करितां;  
 $८५$  पौ० :  $८१६$  पौ० ::  $३\frac{१}{२}$  पौ० व्या० =  $३१$  पौ० ४ शि० उत्पन्न दुसरे वेळचे  $\therefore ४२ - ३१\frac{१}{२} = १०$  पौ० १६ शि० कमी उत्पन्न हें उत्तर.

[२३]  $०.१३५$  या संख्येचे घनमूळाचे;  $०.०४$  ह्याचे घनमूळ ही संख्या किती अंशाबरोबर आहे ?

पूर्व संख्या ही दुसरीचा छेद होईल.  $\therefore \frac{०.०४ \text{ याचे घनमूळ}}{०.१३५ \text{ याचे घनमूळ}} = \text{दोहोंस}$

$१०००$ चा गुणक घेऊन  $\frac{४० \text{ याचे घनमूळ}}{१३५ \text{ याचे घनमूळ}}$  ह्या संख्येचे बरोबर आहे; आतां

दोहोंस पांचांचा संक्षेप दिल्याने  $\frac{८ \text{ याचे घनमूळ}}{२७ \text{ याचे घनमूळ}}$  ह्याचे बरोबर आहे.

परंतु  $८$  चे घनमूळ  $२$ , आणि  $२७$  याचे घनमूळ  $३$  आहे. यास्तव  $२ \div ३$  म्हणजे  $\frac{२}{३}$  हें उत्तर.

[२४]  $५.९२$  ह्याच्या घनमूळाचे  $\frac{१}{३७}$  ह्या संख्येतून  $६१.७७$  ह्याच्या घनमूळाचे  $\frac{१}{६७}$  ही संख्या वजा कर ?

$५.९२$  ह्याचे घनमूळ  $१.८०९$  आहे.  $१.८०९$ चे  $\frac{१}{३७} = ०.०६७$ , तसेंच  $६१.७७$  ह्याचे घनमूळ  $= ३.९५३$  आहे.  $३.९५३$ चे  $\frac{१}{६७} = ०.०५९$ , करितां;  $०.०६७ - ०.०५९ = ०.००८$  हें उत्तर.

## भाग १५ पुरवणी.

### साधारण प्रश्न (क)

[१] एका भुसाऱ्याने  $१३००$  खंडी गहू खरेदी करून त्यापैकी  $\frac{१}{५}$  शेंकडा  $५$  नफ्याने विकले,  $\frac{१}{३}$  शेंकडा  $८$  नफ्याने व बाकीचे शेंकडा  $१२$  नफ्याने विकले, परंतु ते सर्व त्याने शेंकडा  $१०$  नफ्याने विकले असते तर त्यास  $१६$  पौंड  $१३$  शि०  $८$  पेन्स ज्यास्त नफा झाला असता, तर त्याची मूळ खरेदी किती पौंडाची होती ?



$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{12}$  शेकडा १२ नफ्याने विकले.  $\therefore$  प्रत्येक रकमा ३,५,७ याप्रमाणान्त झाल्या.

$3 \times 1.05 = 3.15$ पौ०	} यावरून प्रत्येक १५ पौंडांच्या मूळ खरेदीस ११ पौ० नफा झाला असता $\therefore$ ११ पौ० : १६ पौ० १३ शि० ८ पेन्स :: १५ पौ० = २२७५ पौंड हे उत्तर.
$5 \times 1.02 = 5.10$ पौ०	
$7 \times 1.12 = 7.84$ पौ०	
$\frac{15}{95} \quad \frac{16.99}{99}$	
$15 \times 1.10 = \frac{16.50}{99}$	

1 [२] एका रेलवे कंपनीस १ वर्षाचे काही पौंड उत्पन्न झाले. त्यापैकी शेकडा ४० पौंड चाकर लोकांचे पगार देण्यास खर्चिले, आणि शेकडा ५४ भागीदारांस शेकडा  $3\frac{1}{2}$  प्रमाणे दिले व बाकी २८३५० पौंड राहिले तर कंपनीचे भांडवल किती?

$100 - (40 + 54) = 6$  शेकडा शिल्लक.  $\therefore$  ६ : ५४ :: २८३५० = २५५१५० पौ० भागीदारांस दिले ते.

$3\frac{1}{2} : २५५१५० :: १०० = ७२९००००$  पौंड हे उत्तर.

[३] पांच वाजल्यानंतर मिनिटकांटा व अवरकांटा हे किती वेळाने एकमेकांवर येतील व काटकोन करण्यास किती वेळ लागेल? (आ० ४ प०)

आतां ५ वाजतांना अवरकांटा मिनिटकांट्याच्या पुढे ५ भाग होता तर ते अंतर नाहीसे करण्यासाठी दोघांच्या गति काढल्या तर मिनिटकांटा १२ भाग चालल्यास अवरकांटा १ च भाग चालतो.  $\therefore$  ११ भाग अंतर नाहीसे करण्यास १ तास लागतो तर ५ अंतरास =  $२७\frac{3}{11}$  मि० हे उत्तर परस्परांवर येतील.

काटकोन करण्यास; काटकोन = ३ भाग पैकी ५ अंतर आहे  $\therefore$  २ ज्यास्त भाग आहेत ते नाहीसे करण्यास पूर्वी प्रमाणे ११ भा० : २ भा० :: १ ता० =  $१०\frac{10}{11}$  मिनिटांनी काटकोन होईल हे उत्तर.

[४] एका कारीने एक डझन आंबे ४० शिलिंगास खरेदी केले

आणि १०० पौन्ड मुदलावर विक्रीच्या ५ डझन आंब्यांचे किमती इतका नफा ठेवून विकले तर त्याने दर डझनाची काय किंमत ठेवावी ?

२ पै० : १०० पै० :: १ डझ० = ५० डझन आणि (५० - ५) = ४५ डझन हे ५० डझन आंब्यांचे मूळ किमतीबरोबर आहेत म्हणजे १०० पै० बरोबर :: १०० पै० ÷ ४५ = ४४ शि०  $५\frac{1}{3}$  पै० दर डझनास हे उत्तर.

[५] अ आणि ब यांची वयें हल्लीं ९ : ७ ह्या प्रमाणांत आहेत आणि ३४ वर्षापूर्वी ५ : २ ह्या प्रमाणांत होती. तेव्हां त्यांची हल्लींची वयें काय आहेत ?

अशा प्रकारची उदाहरणे सोडविते वेळीं लक्षांत आणिले पाहिजे कीं, जरी प्रमाण भेद पावते तरी वयांचे अंतर सारखे राहते, ∴ अ : ब :: ९ : ७ आणि ९ हे  $४\frac{1}{3}$  पट त्यांच्या प्रमाणांच्या वजाबाकी बरोबर आहेत; त्याप्रमाणे च पूर्वीचीं वयें ५ : २ होती म्हणजे ५ हे  $१\frac{2}{3}$  पट त्यांच्या प्रमाणांच्या वजाबाकी बरोबर होते; म्हणजे अचे पूर्वीचे वय हल्लींच्या वयाचे  $\frac{१\frac{2}{3}}{४\frac{1}{3}} = \frac{१०}{२७}$

आहे; यावरून अचे हल्लींचे वय १ असेल तर पूर्वीचे  $\frac{१०}{२७}$  होते म्हणून

$$१ - \frac{१०}{२७} = \frac{१७}{२७};$$

$$\frac{१७}{२७} : \frac{१}{२} :: ३४ वर्षे = ५४ वर्षे अचे वय$$

$$\text{तसेच } ९ अ : ५४ अ :: ७ ब = ४२ वर्षे बचे वय.$$

} हे उत्तर

[६] एके नावाड्यास नदीवेगाच्या अनुकूलतेनें ५ मैल होडी नेण्यास जितका वेळ लागतो तितकाच नदीवेगाच्या प्रतिकूलतेनें ३ मैल होडी नेण्यास लागतो, परंतु नदीचा वेग जर दर तासास  $\frac{1}{3}$  मैल ज्यास्त अगता तर त्या वेगाच्या अनुकूलतेनें काहीं मैल होडी नेण्यास जितका वेळ लागतो त्याचे दुप्पट वेळ प्रतिकूलतेनें तितकेच मैल होडी नेण्यास लागता; तर तो नावाडी संथ पाण्यांत दर तासांत किती मैल होडी नेईल तें सांग ?

जर पाण्याचे मदतीनें होडी काहीं वेळांत ५ मैल नेतो; आणि पाण्याची

मदत नसतां उलट तितक्याच वेळांत ३ मैल नेतो; तर  $५ + ३ = ८$  मैल हे दुप्पट वेळांत संथ पाण्यांत नेईल,  $\therefore ८ \div २ = ४$  मैल काहीं काळांत संथ पाण्यांत होडी नेईल; आणि  $५ - ४ = १$  किंवा  $४ - ३ = १$  मैल पाण्याचा वेग हा संथ पाण्याचे बरोबर  $\frac{१}{२}$  आहे. पुनः पूर्वी प्रमाणे  $२ + १ = ३$ ;  $३ \div २ = १\frac{१}{२}$  संथ पाण्यांत नेईल.  $\therefore २ - १\frac{१}{२} = \frac{१}{२}$  किंवा  $१\frac{१}{२} - १ = \frac{१}{२}$  मैल पाण्याचा वेग; हा पाण्यातील गतीचे  $\frac{१}{३}$  बरोबर आहे. आणि पूर्वी  $\frac{१}{२}$  होता.  $\therefore \frac{१}{३} - \frac{१}{२} = \frac{१}{१२}$  हिस्सा संथ पाण्यातील गतीचा असला तर दर तासांत होडी  $\frac{१}{३}$  मैल चालेल.

$\therefore \frac{१}{१२} : \frac{१}{९} :: \frac{१}{३} = ६$  मैल हे उत्तर.

[७] एका गृहस्थाने एक काम ८४ दिवसांत संपवावे, ह्या हेतूने काहीं मनुष्ये कामावर लाविलीं, परंतु पुढे त्यास असे दिसून आले कीं, त्यापैकी ३ मनुष्ये दररोज साधारण मनुष्याच्या रोजच्या कामापेक्षां अनुक्रमे  $\frac{१}{६}$ ,  $\frac{१}{७}$ ,  $\frac{१}{८}$  कमी करतात; व दुसरीं दररोज अनुक्रमे  $\frac{१}{२}$ ,  $\frac{१}{३}$  ज्यास्ती करतात, त्यामुळे ते काम मुदतींत संपण्याकरितां त्याने शेंवटचे दिवशीं १७ मनुष्ये ज्यास्त लाविलीं, तर ह्या १७ पैकीं प्रत्येकजण साधारण मनुष्यापेक्षां किती काम कमी किंवा ज्यास्त करितो ते सांग ?

$\frac{१}{६} + \frac{१}{७} + \frac{१}{८} = \frac{५३}{१२६}$  एकंदर रोजचे कमी काम;

$\frac{१}{२} + \frac{१}{३} = \frac{५}{६}$  ज्यास्ती,  $\therefore \frac{५३}{१२६} - \frac{५}{६} = \frac{४९३}{२५२०}$  रोज कमी काम;

$\frac{४९३}{२५२०} \times \frac{८४}{१} = \frac{४९३}{३०}$  मनुष्यांचे काम शिल्लक राहिले ते १७ मनुष्यांनी केले म्हणून  $१७ : \frac{४९३}{३०} :: १ = \frac{२९}{३०}$  म्हणून  $१ - \frac{२९}{३०} = \frac{१}{३०}$  काम कमी करितो हे उत्तर.

[८] एका स्वाराने एक घोडा, ७३ पौन्ड १ महिन्यांनंतर देण्याच्या कत्रुलायतीने खरेदी केला; आणि त्याच वेळीं ८४ पौन्ड ४ महिन्यांनंतर देण्याच्या कराराने विकून टाकला; व्याजाचा दर दोन्ही रकमांत दरसाल दर शेंकडा  $४\frac{१}{२}$  पौन्ड आहे, तर त्या स्वारस शेंकडा नफा किती झाला ?

म० म० पौ० व्या०

$१२ : १ :: ४\frac{१}{२} = \frac{३}{२} + १०० = \frac{८०३}{२}$  रास  $\therefore \frac{८०३}{२} : ७३ ::$

$१०० = \frac{६००}{११}$  रोख आज किंमत देणे; तसेच  $१२ म० : ४ म० :: ४\frac{३}{४}$   
 व्या० =  $\frac{३}{२} + १०० = \frac{२०३}{२}$  रास.  
 $\frac{२०३}{२} : ८७ :: १०० = \frac{६००}{११}$  रोख आजची किंमत;  $\therefore \frac{६००}{११} : \frac{६००}{११} ::$   
 $१०० = ११७\frac{६}{११} - १०० = १७\frac{६}{११}$  पौन्ड नफा हें उत्तर.

[ ९ ] २३७ या संख्येचे असे तीन भाग कर कीं, प्रथम भागाची ३ पट, दुसऱ्या भागाची ५ पट आणि तिसऱ्या भागाची ८ पट ह्या सारख्या होतील?

प्रथम भागाच्या ३ पटीच्या ५ हिशाबरोबर दुसरा भाग आणि प्रथम भागाचे ३ पटीच्या अष्टमांशाबरोबर तिसरा  $\therefore$  पहिला भाग १ असला तर दुसरा भाग  $\frac{३}{५}$  आणि तिसरा  $\frac{३}{८}$  होईल.  $\therefore १ + \frac{३}{५} + \frac{३}{८} = \frac{७३}{४०}$  एकंदर मानिल्यास प्रथम भाग १ असतो  $\therefore$

$\frac{७३}{४०} : २३७ :: १ = १२०$  पहिला भाग  
 तसेच  $\frac{७३}{४०} : २३७ :: \frac{३}{५} = ७२$  दुसरा भाग.  
 $\frac{७३}{४०} : २३७ :: \frac{३}{८} = ४५$  तिसरा भाग } हें उत्तर.

^ [ १० ] ५४३३ पौंड १८ शि० ३ मनुष्यांस वांट, ते असे कीं, त्यांणीं आपले वांटे दरसाल दर शेंकडा ५ पौंड प्रमाणे चक्रवाढ व्याजाने व्याजीं लाविले असतां त्यांचीं अनुक्रमे २०, २३, २७ वर्षांनीं रास सारखी होईल?

पहिल्याचा वांटा  $\times (१.०५)^{२०} =$  तिसऱ्याचा वांटा  $\times (१.०५)^{२७} \therefore$  पहिल्याचा वांटा  $=$  तिसऱ्याचा वांटा  $\times (१.०५)^{७}$  आहे आतां दुसऱ्याचा वांटा  $\times (१.०५)^{२३} =$  तिसऱ्याचा वांटा  $\times (१.०५)^{२७}$

$\therefore$  दुसऱ्याचा वांटा  $=$  तिसऱ्याचा वांटा  $\times (१.०५)^{४}$  आहे.

यास्तव पहिला भाग  $(१.०५)^{१०}$  आणि दुसरा  $(१.०५)^{४}$  आणि तिसरा एक असे होतील; किंवा घात करून १.४०७१; १.२१५५; १ झाले, अथवा १४०७१, १२१५५; १०००० पूर्णांक रूप  $\therefore$

$$\begin{array}{l}
 १४०७१ \left\{ \begin{array}{l} ३६२२६ : ५४३३\frac{१}{१०} :: १४०७१ = २१०० \text{ पौ०} \\ १३ \text{ शि० हें उत्तर.} \\ १२१५५ \left\{ \begin{array}{l} ३६२२६ : ५४३३\frac{३}{१०} :: १२१५५ = १८२३ \text{ पौ०} \\ ५ \text{ शि० हें उत्तर.} \\ १०००० \left\{ \begin{array}{l} ३६२२६ : ५४३३\frac{१}{१०} :: १०००० = १५०० \text{ पौंड} \\ ३६२२६ \left\{ \begin{array}{l} ३६२२६ : ५४३३\frac{३}{१०} :: १०००० = १५०० \text{ पौंड} \\ \text{हें उत्तर.} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.
 \end{array}$$

[ ११ ] ९ पुरुष अथवा १५ बायका रोज  $९\frac{२}{११}$  तास प्रमाणे काम करून १ दिवसांत २५ शि० मिळवितात, तर पूर्वीच्यापेक्षा  $\frac{१}{११}$  वेळ कमी प्रमाणे दर रोज काम करून १ दिवसांत ३५ शि० मिळविण्याकरितां ४ बायका लाविल्या तर किती पुरुष मदतीस दिले पाहिजेत ?

$$\begin{array}{l}
 २५ \text{ शि०} : ३५ \text{ शि०} \left. \vphantom{\begin{array}{l} २५ \text{ शि०} : ३५ \text{ शि०} \end{array}} \right\} :: १५ \text{ बायका} = २४ \text{ बायका} \\
 १ \text{ वे०} : \frac{१}{११} \text{ वे०} \left. \vphantom{\begin{array}{l} १ \text{ वे०} : \frac{१}{११} \text{ वे०} \end{array}} \right\} \text{ व्य० परंतु } २४ - ४ = २० \text{ कमी आहेत करितां} \\
 \text{प्रमाण काढून } १५ \text{ बा०} : २० \text{ बा०} :: ९ \text{ पु०} = १२ \text{ पुरुष हें उत्तर.}
 \end{array}$$

[ १२ ] १३ घोडे २० तट्टांचे कामा इतके काम करितात आणि १२ घोडे सपाट मैदानावरून कांहीं ओझे वाहतात,  $\frac{१}{१०}$  शक्ति खडकाळ जमिनीमुळे, आणि  $\frac{१}{१०}$  शक्ति चढावामुळे पूर्वीपेक्षा ज्यास्त लागते असे मानिल्यास पूर्वीच्या  $\frac{३}{१०}$  ओझे वाहून नेण्यास, ५ घोडे लाविले असतील, तर त्यांच्या मदतीस आणखी किती तट्टू दिले पाहिजेत ?

पूर्वी १ शक्ति लागत असे असे मानिले तर हल्ली  $\frac{१}{१०} + \frac{१}{१०} = \frac{२}{१०}$  शक्ति जास्त लागेल म्हणजे  $१\frac{१}{१०}$  शक्ति होईल .:

$$\begin{array}{l}
 १ \text{ ओझे} : \frac{३}{१०} \text{ ओझे} \left. \vphantom{\begin{array}{l} १ \text{ ओझे} : \frac{३}{१०} \text{ ओझे} \end{array}} \right\} :: १२ \text{ घोडे} = \frac{६३}{१०} \text{ घोडे लाविले पाहिजेत परंतु} \\
 १ \text{ शक्ति} : १\frac{१}{१०} \text{ शक्ति} \left. \vphantom{\begin{array}{l} १ \text{ शक्ति} : १\frac{१}{१०} \text{ शक्ति} \end{array}} \right\} \frac{६३}{१०} - ५ = \frac{१३}{१०} \text{ कमी लागले, .:} \\
 १३ \text{ घो०} : \frac{१३}{१०} \text{ घो०} :: २० \text{ तट्टू} = २ \text{ तट्टू हें उत्तर.}
 \end{array}$$

[ १३ ] एका सावकाराने कांहीं पैसा  $९०\frac{५}{१०}$  भावाच्या द० द० शे० ३ व्याज मिळणाऱ्या ठेवीत घातला; पुढे त्याने त्या ठेवीतून  $\frac{३}{१०}$  पैसा काढून, दुसऱ्या ११५ भावाच्या द० सा० दर शेकडा ४ व्याज मिळणाऱ्या ठेवीत घातला

त्यामुळे त्यास सालीना ७ पौंड ज्यास्त उत्पन्न होऊं लागलें; तर त्याचा मुळचा पैसा किती होता ?

$९०\frac{५}{८} : ११५ :: ३$  व्या० =  $\frac{५५३}{१२५}$  व्या० वास्तविक मिळविें, परंतु ४ मिळालें.  $\therefore ४ - \frac{५५३}{१२५} = \frac{२८}{१२५}$  नफा.  $\therefore$   
 $\frac{२८}{१२५}$  नफा : ७ ::  $११५ = \frac{१६६०५}{१२}$  पौंड; परंतु ही रकम  $\frac{३}{५}$  बरोबर आहे; कारितां  $\frac{३}{५} : १ :: \frac{१६६०५}{१२} = \frac{८३३०५}{१२} = ६९४७$  पौंड १८ शि० ४ पेन्स हें उत्तर.

[ १४ ] लंदन बंदरावर एका आठवड्यांत जनावरें आलीं तीं येणें-प्रमाणें. जर १ बैल तर ३ मेंढ्या; १०० मेंढ्या तर १३ $\frac{१}{३}$  डुकरें; २८ डुकरें तर २५ वासरे; आणि सर्व जनावरांच्या संख्येचे दर शेंकड्यास  $\frac{१}{१०}$  घोडे, याप्रमाणें होती, परंतु घोडे व बैल यांची संख्या ३५८७ झाली तर बैल किती होते ?

ह्यांत सारखें प्रमाण केलें तर; २८ डुकरें, २५ वासरे आणि १३ $\frac{१}{३}$  : २८ :: १०० = २१० मेंढ्या, व याचे  $\frac{१}{३} = ७०$  बैल;  $\therefore २८ + २५ + २१० + ७० = ३३३$  परंतु ह्यांत घोडे नाहींत; तेव्हां १०० जनावरें असलीं तर  $\frac{१}{१०}$  घोडे, म्हणजे  $१०० - \frac{१}{१०} = \frac{९९९}{१०}$  बाकीचीं असलीं तर  $\frac{१}{१०}$  घोडे  $\therefore \frac{९९९}{१०} : ३३३ :: \frac{१}{१०} = \frac{१}{३}$  घोडे. यास्तव  $\frac{१}{३} + ७० = ७०\frac{१}{३}$  एकंदर बैल व घोडे आहेत;  $\therefore ७०\frac{१}{३} : ७० :: ३५८७ = ३५७०$  बैल हें उत्तर.

[ १५ ] एका कलाला जवळ दर ग्यालनास १८ शि०, १६ शि०, १५ शि०, अशा दराची दारू आहे; त्यांपैकीं त्यानें अनुक्रमें, ३, ४, ५ ग्यालन दारू घेऊन त्यांच्या मिश्रणांत कांहीं पाणी मिसळलें तेव्हां त्या मिश्रणाचा भाव दर ग्यालनास १५ $\frac{१}{३}$  शि० झाला तर त्यानें मिश्रणाचे शेंकडा किती पाणी मिळसलें ?

$१८ \times ३ = ५४$  }  $१५\frac{१}{३}$  शि० : १ ग्यालन :: १९३ शि० =  $१२\frac{१२}{३१}$   
 $१६ \times ४ = ६४$  } ग्या०  $\therefore १२\frac{१२}{३१} - १२ = \frac{१२}{३१}$  पाणी.  $\therefore १२ :$   
 $१५ \times ५ = ७५$  }  $१०० :: \frac{१२}{३१} = ३.६२७$  ग्यालन हें उत्तर.

[ १६ ] ९६६ घनयार्ड खाडा दररोज  $१०\frac{१}{३}$  तासप्रमाणे काम करून ८ दिवसांत खणण्यास १५ मनुष्ये लागतात; एका मनुष्याने ५७५ घनयार्ड खाडा दररोज  $७\frac{१}{३}$  तास प्रमाणे काम करून बारा दिवसांत खणावा अशा हेतूने कांहीं मनुष्ये कामावर लावलीं, परंतु मुदतींत काम संपण्याकरितां शेवटीं ४ दिवस ४ मनुष्ये जास्त ठेविलीं तर आरंभी किती मनुष्ये कामावर लाविलीं ?

१५ म० : ४ म० } घ० या०  
 ८४ ता० : ३० ता० } :: ९६६ = ९२ घनयार्ड अधिक लाविलेल्या मनुष्यांनीं केले तें ५७५ त वजा करून ४८३ घनयार्ड आरंभी लाविलेल्या माणसांनीं केले.

९६६ घ० या० : ४८३ घ० या० } म०  
 ८४ ता० : ९० तास } :: १५ = ७ मनुष्ये हें उत्तर.

[ १७ ] कोणी एकाने १०० पौंडास १२८ यार्ड कापड खरेदी केले आणि ते विकल्यावर त्यास १२ यार्ड कापडाच्या विकरीच्या किंमती इतका तोटा झाला तर दर यार्डास काय दराने कापड विकले !

यांत १२ यार्ड कापडाचा तोटा झाला म्हणजे  $१२८ + १२ = १४०$  यार्ड १०० पौंडास झाले.  $\therefore १४०$  यार्ड : १ यार्ड :: १०० पौ० = १४ शि०  $३\frac{३}{४}$  पेन्स हें उत्तर.

[ १८ ] एका दुकानदाराने ३ शि०  $७\frac{१}{३}$  पे० यास ५ दस्तेप्रमाणे कांहीं कागद खरेदी करून विकले. तेव्हां त्याला ३२ दस्त्यांच्या मूळ खरेदीस ३ दस्त्यांच्या विकरीच्या किंमती इतका नफा झाला तर त्याने काय किंमतीस दस्त्यां विकला ते सांग ?

५ द० : ३२ द० ::  $४३\frac{१}{३}$  पेन्स =  $\frac{१३१२}{५}$  पेन्स खरेदी परंतु ही किंमत  $३२ - ३ = २९$  दस्ते विकल्याने होते म्हणून  $२९ द० : १ द० : - \frac{१३१५}{५}$  पे० =  $९\frac{३}{४}$  पेन्स हें उत्तर.

[ १९ ] एका कालाने दारूच्या बाटल्यांचीं २ डझने निरनिराळ्या दराने ३ पौंडास खरेदी केली आणि त्यांपैकीं कमी दराने डझन शें० १५ न-

फ्याने व दुसरें शें० ८ तोटयानें विकलें तेव्हां दोन्ही डझनांची किंमत सा-  
रखीच आली तर प्रत्येक डझनाची मूळ किंमत किती ?

$$१०० + १५ = ११५ पाहिल्या ड० विकरीची किंमत.$$

$$१०० - ८ = ९२ दुसऱ्या ड० किंमत.$$

९२ : ११५ :: १०० = १२५ मूळ खरेदी. ∴ १२५ + १०० =  
२२५ पौंड मूळ खरेदी तेव्हां २२५ : ३ :: १०० = २६ शि० ८  
पे० प्रथम डझनाची किंमत हें उत्तर.

$$२२५ : ३ :: १२५ = ३३ शि० ४ पे० दु० ड० किंमत हें उत्तर.$$

[ २० ] अ आणि ब या दोघांनी कांहीं व्यापार केला, त्यांत अचें एक-  
दर भांडवलाच्या  $\frac{३}{५}$  भांडवल होतें तें त्यानें १० $\frac{३}{५}$  महिने ठेविलें आणि बच्या  
वांटणीस एकंदर नफ्याचे  $\frac{५}{८}$  आले तर बनें आपला पैसा व्यापारांत किती  
दिवस ठेविला होता ?

$$\frac{१}{३} - \frac{३}{५} = \frac{३}{५} बचें भांडवल आणि  $\frac{१}{३} - \frac{५}{८} = \frac{३}{८}$  अचा नफा; ∴$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{३}{५} \text{ भा०} : \frac{३}{५} \text{ भा०} \\ \frac{३}{८} \text{ नफा} : \frac{५}{८} \text{ नफा} \end{array} \right\} \text{व्य० } १०\frac{३}{५} \text{ महि०} : ११\frac{१}{५} \text{ महिने हें उत्तर.}$$

[ २१ ] घड्याळांत ११ वाजल्यानंतर आणि १२ वाजल्याचे पूर्वी अ-  
वरकांटा आणि मिनिटकांटा यांच्यामध्ये २७ मिनिटांचा कोन केव्हां होईल ?

अकरा वाजतांना दोहोंमध्ये अंतर ५ मि० होतें. ∴ २७ - ५ = २२  
मिनिटें अंतर पडलें पाहिजे. परंतु अवरकांटा १ तासांत ५ भाग चालतो,  
व मिनिटकांटा ६० भाग चालतो म्हणून मि० कांटा अवर कांच्यापेक्षां ५५  
भाग जास्त दर तासांत चालतो. ∴ ५५ : २२ :: ६० = २४ मिनिटांनीं  
हें उत्तर.

किंवा मिनिट कांट्याच्या पुढें अवरकांटा असतांही कोन पडेल. ∴ ५५ :  
२८ :: ६० = ३० $\frac{६}{११}$  मिनिटें हें उत्तर.

[ २२ ] एका व्यापाऱ्यानें दारूचीं तीन पिंपें विकत घेतलीं त्यांतील  
प्रत्येक पिंप ५६ डझनांचें होतें; त्यांपैकीं दोन पिंपाची किंमत अनुक्रमे ११२,



१२० पौन्ड होती, पुढें ती सर्व दारू त्यानें एकत्र करून ५० शिलिंगास उक्षण प्रमाणें विकली तेव्हां त्यास शेंकडा २५ प्रमाणें नफा झाला, तर त्यास तिसऱ्या पिंपाची किंमत काय पडली असावी ?

$५६ \times ३ = १६८$  उक्षण दारू तीन पिंपांतली आहे ती

१ ड० : १६८ ड० :: ५० शि० = ४२० पौन्डास विकली, परंतु

$११२ + १२० = २३२$  पौन्ड किंमतीस खरेदी केली होती. ∴

$१२५ : ४२० :: १०० = ३३६$  मूळ खरेदी तीन पिंपांची आहे,

$३३६ - २३२ = १०४$  पौन्ड किंमत तिसऱ्या पिंपाची हें उत्तर.

[ २३ ] एका गृहस्थाचें वय ६२ वर्षांचें, व त्याच्या पुत्राचें ३० वर्षांचें आहे, तर किती वर्षांपूर्वी त्याचें वय त्याच्या पुत्राचे वयाचे ५ पट होतें, व किती वर्षांनीं, पुत्राच्या वयाचे ५ पटीच्या तृतीयांशाबरोबर होईल ?

$६२ - ३० = ३२$  वर्षे, पुत्राहून तो गृहस्थ वडील होता. आतां यावरून असें होतें कीं, जर ३२ वर्षांनीं त्या गृहस्थास पुत्र झाला तर पुढील नवें पुत्रास आणि गृहस्थास सारखीच वाढत जावयाची म्हणून ३२ वर्षेही पुत्राच्या ५ पटींत १ पट कमी म्हणजे ४ पटी बरोबर आहेत; ∴ ४ पटी : १ पट :: ३२ = ८ वर्षे पुत्राचें वय होतें तेव्हां;  $३० - ८ = २२$  वर्षांपूर्वी पुत्राचें ५ पट गृहस्थाचें वय होतें; आणि त्याचप्रमाणें; जर  $\frac{५}{३}$  म्हणजे ५ : ३ ह्या प्रमाणांत वय होणार आहे तर  $५ - ३ = २$  हें अंतर असलें तर गृहस्थाचें ५ असतें ∴  $२ : ३२ :: ५ = ८०$  वर्षे असतांना परंतु हल्लीं ६२ आहेत ∴  $८० - ६२ = १८$  वर्षांनीं होईल; म्हणून; २२ वर्षांपूर्वी; १८ वर्षांनीं हें उत्तर.

[ २४ ] एका मनुष्यास पुत्र झाला तेव्हां त्याचें वय, २४ वर्षांचें होतें; आणि जेव्हां त्याचें वय हल्लींच्या वयाचे २ पट होईल तेव्हां त्याच्या पुत्राचें वय त्याच्याच हल्लींच्या वयाचे ८ पट होईल, तर पुत्राचें वय हल्लीं किती तें सांग ?

यांत पुत्राचें वय हल्लीं १ पट मानिलें तर त्याच्या बापाचें १ पट + २४

वर्षे हल्लीं आहे .∴ पुत्राचे वयांत आणखी बापाचे हल्लींच्या वया इतकीं वर्षे मिळविलीं, म्हणजे १ पट + २४ + १ पट = २ पट + २४ वर्षे पुत्राचें वय होणार आहे, परंतु प्रश्नांत ८ पट होईल असे आहे तेव्हां ८ पट = २ पट + २४ म्हणजे ६ पटी = २४ यावरून १ पटी = ४ हे हल्लीं पुत्राचें वय हें उत्तर.

[ २५ ] एक नावाडी नदी वेगाच्या प्रतिकूलतेनें होडी हाकारून जात असतां त्या नदीतून वाहत जाणारा एक पदार्थ त्याचे दृष्टीस पडला; नंतर त्यानें तशीच होडी हांकारून नेली तेव्हां ९ मिनिटांनीं त्याच्या आणि त्या पदार्थाच्यामध्ये अंतर १ मैलाचें पडलें; त्यानंतर आणखी ३५ मिनिटांनीं त्यानें २ $\frac{१}{२}$  मैल पुढें होडी नेली; आणि परतला तर तो परत येतांना दर तासांत किती मैल होडी हांकारील तें सांग ?

३५ मि० : ९ मि० :: २ $\frac{१}{२}$  मै० =  $\frac{१}{१२}$  मैल चढत्या पाण्यांत नेतो; परंतु ९ मिनिटांत १ मैल अंतर पडलें असे प्रश्नांत आहे तेव्हां;  $१ - \frac{१}{१२} = \frac{५}{१२}$  पाण्याचा वेग ९ मिनिटांत आहे. यावरून तो संय पाण्यांत ९ मिनिटांत  $\frac{१}{१२} + \frac{५}{१२} = १$  मैल होडी नेईल.

आणि  $१ + \frac{५}{१२} = \frac{१७}{१२}$  उतरत्या पाण्यांत ९ मिनिटांत होडी नेईल.  
∴ ९ : ६० ::  $\frac{१७}{१२}$  मै० = ९ $\frac{१}{२}$  मैल हें उत्तर.

[ २६ ] एका भुसायाने १२१ क्वार्टर धान्य खरेदी करून त्यापैकी २६ क्वार्टर शेंकडा १७ $\frac{१}{२}$  नफ्याने व बाकीचे शेंकडा १३ नफ्याने विकले, परंतु त्यागे जर सर्व धान्य शेंकडा १५ नफ्याने विकले असतें तर त्यास पूर्वापेक्षां ४ $\frac{१}{२}$  पौन्ड ज्यास्त नफा झाला असता, यावरून दर क्वार्टर धान्याची मूळ खरेदी काय असावी? हें उदाहरण १ ले उदाहरणाप्रमाणेच आहे.

∴ १२१ - २६ = ९५ क्वार्टर शें० १३ नफ्याने विकले; १०० + १७ $\frac{१}{२}$  = ११७ $\frac{१}{२}$ ; १०० : १ :: ११७ $\frac{१}{२}$  = १.१७५; तशीच दुसऱ्या दराची विक्री १.१३ आहे.

$$\left. \begin{array}{l} २६ \times १.७५ = ३०.५५ \\ ९५ \times १.१३ = \frac{१०७.३५}{१३७.१०} \\ १२१ \times १.१५ = \frac{१३१.१५}{१.२५} \end{array} \right\} १.२५ : ४\frac{१}{२} :: १ = \frac{२०५०}{५} = ६८ \text{ शि-} \\ \text{लिंग हें उत्तर.}$$

[ २७ ] एक घड्याळ दर तासांत २४ सेकंद जलद चालते. तें संध्या-  
काळचे  $४\frac{३}{४}$  तास झाल्या बरोबर लावून ठेविलें होतें; तर त्याच दिवशीं रात्रीचे  
८ वाजल्यावर त्या घड्याळाचे कांटे समोरासमोर आले असल्यास वास्तविक  
किती वाजले असतील तें सांग ?

प्रथम समोरासमोर केव्हां येतील तें काढून ८ वाजतां अवर कांटा व मिनिट  
कांटा यांमध्ये अंतर २० मिनिटांचें होतें; परंतु समोरासमोर आल्यानें अंतर  
बरोबर ३० मिनिटें असावें;  $\therefore ३० - २० = १०$  अंतर कमी, यास्तव, प्रमाण  
काढलें तर  $५५ : १० :: ६० \text{ मि०} = २०\frac{१०}{११}$  मिनिटें ८ वाजल्यावर झालीं  
म्हणजे समोरासमोर होतील; आतां ८ ता०  $१०\frac{१०}{११}$  मि० यांतून  $४\frac{३}{४}$  तास वजा  
केले असतां बाकी ३ ता०  $२५\frac{१०}{११}$  मि० इतका काळ जलद घड्याळांतील  
आहे परंतु;  $१\frac{१०}{११}$  ता० :  $३\frac{१०}{११}$  ता० :: १ ता० = ३ ता०  $२४\frac{६}{११}$  मिनिटें  
 $\therefore ४\frac{३}{४} + ३$  ता०  $२४\frac{६}{११}$  मि० = ८ वाजून  $९\frac{६}{११}$  मिनिटें हें उत्तर.

[ २८ ] एका रेल्वेच्या व्यापारांत जो खर्च शाला त्याचे  $\frac{५}{१०}$   
मंडळीच्या भागीदारांनीं दिला; व बाकीचे ४ लक्ष पौन्ड द० द० शें० ५  
व्याजानें कर्ज काढलें होतें, पुढें त्या रेल्वेचे दरसाल जें उत्पन्न होत असे  
त्यापैकी शेंकडा ४० चाकर लोकांच्या पगारास खर्च होत असे, आणि  
भागीदारांस त्यांच्या भागावर शें०  $४\frac{१}{२}$  नफा प्रमाणें दिला असतां; बाकी  
शेंकडा ८ प्रमाणें शिल्लक राहते तर दरसाल रेल्वेचे उत्पन्न काय तें सांग ?

शें० ४० चाकर लोकांस देऊन शें० ८ शिल्लक राहते तेव्हां  $४० +$   
 $८ = ४८ \therefore १०० - ४८ = ५२$  प्रमाणें दर शेंकडा कर्जाचे व्याजा-  
बद्दल आणि भागीदारांस नफा देण्याबद्दल खर्च होतात.  $\therefore$

$१ - \frac{५}{१०} = \frac{३}{१०}$  कर्ज काढलेलें ४ लक्ष पौन्ड आहेत.  $\therefore \frac{३}{१०} : \frac{५}{१०} ::$   
 $४००००० \text{ पौन्ड} = १०००००० \text{ पौन्ड भागीदारांचे भाग} \therefore$

१०० : १०००००० ::  $४\frac{१}{२}$  नफा = ४५००० पौं० भागीदारांस,  
 १०० : ४०००००० :: ५ व्याज = २०००० व्याजाकडे खर्च ∴ ४५००० +  
 २०००० = नफा आणि व्याज मिळून = ६५००० पौन्ड आहेत. ५२ :  
 ६५००० :: १०० = १२५००० पौं० उत्पन्न हें उत्तर.

✳ [ २१ ] एका दुकानदाराने दर पौन्डास  $१\frac{१}{२}$  शि० प्रमाणे १८ हंड्रेट-  
 वेट ३ क्वार्टर जिन्नस खरेदी करून तो शें०  $८\frac{१}{३}$  नफ्याने विकण्याचा संकेत  
 केला; परंतु तो तीन पौन्ड जिन्नस ३ शि० १० पेन्स किमतीसच विकू  
 लागला याचे कारण त्याचे वजनाचा कांटा खोटा असल्यामुळे १० पौन्ड  
 वजनाचा जिन्नस  $१०\frac{१}{२}$  पौन्ड वजन होई शिवाय त्याचा वजनी पौन्ड  
 ६८६० ग्रेनांचा होता तर अशा करण्यापासून पूर्व संकेतापेक्षां एकंदर  
 व्यापारांत किती अधिक नफा झाला ते सांग !

१८ हंड्रे० ३ क्वा० = २१०० पौन्ड जिन्नस; त्याची किंमत दर पौडा-  
 स  $१\frac{१}{२}$  शि० प्रमाणे १३१ $\frac{१}{२}$  पौन्ड ही खरेदी.

१०० : १३१ $\frac{१}{२}$  ::  $१०८\frac{१}{३}$  = १४२ $\frac{३}{६}$  पौन्ड पूर्व संकेताप्रमाणे कि०  
 १० पौन्ड : २१०० पौन्ड } ::  $१०\frac{१}{२}$  =  $\frac{१०१०५०}{३२३}$  पौन्ड वजन खो०  
 ७००० ग्रे० : ६८६० ग्रेन } व्य० कां० आणि खो० वजनामुळे आले.

३ पौन्ड :  $\frac{१०१०५०}{३२३}$  पौन्ड ::  $\frac{२३}{१२०}$  = पौन्ड कि० = १४३ $\frac{३}{४}$  पौन्ड  
 किंमत आली. ∴  $१४३\frac{३}{४}$  -  $१४२\frac{३}{६}$  = १ पौन्ड ११ शि० ३ पेन्स हें  
 उत्तर.

[ ३० ] दरसाल दर शेंकडा ४ व्याजाने ११६३ पौन्ड आणि  $४\frac{१}{२}$   
 व्याजाने ९९४ पौन्ड ह्या दोन्ही रकमा एकेच दिवशी कर्जा काढल्या, आणि  
 त्यांचा एकंदर हिशेब करून आज २१८० पौन्ड भरले तर कर्ज किती  
 दिवसांपूर्वी घेतलें ते सांग ?

११६३ + ९९४ = २१५७ कर्ज. ∴ २१८० - २१५७ = २३  
 पौन्ड व्या०

$$\begin{aligned} १०० : ११६३ :: ४ &= \frac{११६३}{२५} \text{ व्या०} \\ १०० : ९९४ :: ४\frac{१}{२} &= \frac{२२७३}{१००} \text{ व्या०} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} १०० : ११६३ :: ४ \\ १०० : ९९४ :: ४\frac{१}{२} \end{aligned}} \right\} \text{ व्याज.}$$

$$\frac{११२५}{१००} : २३ :: ३६५ = ९२ \text{ दिवस हैं उत्तर.}$$

[३१] दरसाल दर शेकडा ५ व्याजाने २७२ पौ० ६ शि० ६ पेन्स कर्ज काढून दरसाल त्या वर्षाचे व्याज व मुदलांतील कांहीं रकम मिळून १०० पौंड परत केले असतां तीन वर्षांत किती फेड होईल ?

$$२७२ \text{ पौ० } ६ \text{ शि० } ६ \text{ पेन्स} = \frac{१०८९३}{४०} \text{ मुद्दल.}$$

$$१०० : \frac{१०८९३}{४०} :: ५ \text{ व्या०} = \frac{१०८९३}{८००} \text{ व्या० पहिल्या वर्षाचे.}$$

$$\therefore १०० - \frac{१०८९३}{८००} = \frac{६९१०७}{८००} \text{ ही फेड मुदलांतील झाली. यास्तव}$$

$$\frac{१०८९३}{४०} - \frac{६९१०७}{८००} = \frac{१२८७५३}{८००} \text{ बाकी मु० दुसऱ्या वर्षाचे.}$$

$$१०० : \frac{१२८७५३}{८००} :: ५ = \frac{१२८७५३}{१६०००} \text{ व्या० दुसऱ्या वर्षाचे.}$$

$$\therefore १०० - \frac{१२८७५३}{१६०००} = \frac{१२५१२४७}{१६०००} \text{ मुदलांतील फेड, दुसरे वर्षांत झाली.}$$

$$\text{करितां } \frac{१२८७५३}{८००} - \frac{१२५१२४७}{१६०००} = \frac{१५२३८१३}{१६०००} \text{ मु० तिसऱ्या वर्षाचे.}$$

$$१०० : \frac{१५२३८१३}{१६०००} :: ५ = \frac{१५२३८१३}{३२००००} \text{ व्या० तिसऱ्या वर्षाचे.}$$

$$\therefore १०० - \frac{१५२३८१३}{३२००००} = \frac{३०४७६१८७}{३२००००} \text{ फेड तिसऱ्या वर्षी झाली. परंतु}$$

$\frac{१५२३८१३}{१६०००} - \frac{३०४७६१८७}{३२००००} = \frac{७३}{३२००००}$  पौ० देण्याचे राहतील म्हणजे सर्व कर्ज फिटलें म्हणण्यास हरकत नाही; कारण ही बाकी किंमतीने देतां येत नाही. म्हणून सर्व कर्ज फिटलें हें उत्तर.

[३२] एके सावकारास कांहीं प्राप्ती होती, त्या प्राप्तीचे दर पौंडास ७ पेन्स प्रमाणे सरकार देणे देऊन बाकीच्या रकमेचे शें० ४ $\frac{१}{२}$  प्रमाणे वसूल करण्यास खर्च होऊन निवळ उत्पन्न १००० पौंड राहते तर त्याची प्राप्ती काय होती ?

$$१ \text{ पौ०} - ७ \text{ पे०} = \frac{२२३}{२४०} \text{ पौंड सरकार देणे देऊन.}$$

$$१०० : \frac{२२३}{२४०} :: ९५\frac{१}{२} = \frac{४४५०३}{४८०००} \text{ निवळ उत्पन्न १ पौंडाचे}$$

$$\therefore \frac{४४५०३}{४८०००} : १००० :: १ = १०७८ \text{ पौ० } ११ \text{ शि० } ७ \text{ पे० हें उत्तर.}$$

[३३] एका गृहस्थाने आपली रेल्वेतील ठेव ४ व्याजाने विकून ९१ भावाची ३ व्याजाची खरेदी केली; पुढे ३ व्याजाची ९५ भावाप्रमाणे विकून पुनः १०५ भावाची रेल्वेतील ठेव घेतली, यामुळे त्याला एकंदर व्यापारांत ५० पौंड नफा झाला तर आरंभी रेल्वेतील ठेव किती पौंडाची होती ?

१०० पौंड रेल्वेतील ठेवाचे १०४ पौंड उत्पन्न होते आतां ९१ भावाची खरेदी असून ९५ भावाने विकतो.  $\therefore ९१ : १०४ :: ९५ = \frac{९५ \times १०४}{९१}$  पौंड विकून आले त्याची शें १०५ प्रमाणे ठेव घेतली.  $\therefore १०५$  पौंड -  $\frac{९५ \times १०४}{९१}$  पौंड =  $\frac{२५}{३२}$  नफा  $\therefore \frac{२५}{३२} : ५० :: १०० = १४००$  पौंड हे उत्तर.

[३४] एका रकमेचे दोन वर्षांनी सरळव्याज ७१ पौंड १६ शि० ७  $\frac{१}{३}$  पेन्स होते. आणि तीच रकम दोन वर्षांनी व्यावयाची आहे असे समजून आज दिली असतां तिचे वाजवी रीतीने वरील दरानेच व्याज कापले तर ६३ पौंड १७ शि० त्या रकमेतील देणे कमी होते तर ती रकम किती व द० सा० द० शें० व्याजाचा दर काय तो सांग ?

कांहीं मुदलाचे, २ वर्षे मुदतीने ७१ पौ० १६ शि० ७  $\frac{१}{३}$  पे० व्याज होते, आणि त्याच मुदलाहून ६३ पौ० १७ शि० कमी इतक्या रकमेचे दोनच वर्षांनी त्याच दराने ६३ पौ० १७ शि० व्याज होते. म्हणून ( ७१ पौ० १६ शि० ७  $\frac{१}{३}$  पेन्स ) - ( ६३ पौ० १७ शि० ) =  $\frac{१२७०}{१६०}$  पौ० व्याज हे दोन मुदल रकमांच्या वजावाकीचे म्हणजे ६३ पौ० १७ शि० चे दोन वर्षांचे आहे.  $\therefore$

६३  $\frac{१३०}{३०}$  पौ० ० : १०० पौ० }  $:: \frac{१२७०}{१६०}$  पौ० व्या० : ६  $\frac{१}{४}$  दर.

२ वर्षे : १ वर्ष

आणि ६  $\frac{१}{४}$  व्या० : ७१  $\frac{१३३३}{१६०}$  पौ० व्या०  $:: १००$  मु० = ५७४ पौ० १३ शि० हे मुदल आणि ६  $\frac{१}{४}$  दर हे उत्तर.

[३५] द० सा० द० शें० ३  $\frac{१}{२}$  व्याजाने कोणत्याही रकमेची सरळ व्याजाने २ वर्षांत जी रास होणार तितकीच चक्रवाढ व्याजाने २ वर्षांनी त्याच रकमेची होण्यास चक्रवाढ व्याजाचा दर काय असावा ?

१ वर्ष : २ वर्ष ::  $३\frac{1}{2}$  पौ० = ७ पौ० व्या० ∴ ७ + १०० = १०७ रास ही १०० पौंडाची सरळ व्याजाने किंवा चक्रवाढ व्याजाने २ वर्षांची आहे तेव्हा

१०० पौ० : १ पौ० :: १०७ =  $\frac{१०७}{१००}$  ही १ पौंडाची दोन वर्षांची-च० वाढीने रास ∴ १०७ हा राशीचा वर्ग आहे, यास्तव.  $\sqrt{१०७} = १०३.४४०८$  ही १ पौंडाची रास ∴  $१०३.४४०८ \times १०० = १०३.४४०८$  ही १०० पौंडाची १ वर्षाची रास. म्हणून  $१०३.४४०८ - १०० = ३.४४०८$  व्याजाचा दर हे उत्तर.

[३६] एक दुकानदार एका पुस्तकाच्या १२ प्रतींच्या छापील किंमतीची शेंकडा २९ कमी प्रमाणे होणारी किंमत गिऱ्हाइकापासून आज रोख घेऊन त्यास त्याच पुस्तकाच्या १३ प्रति देतो; आणि उधार घेणाऱ्या गिऱ्हाइकापासून कांहीं दिवसांनी किंमत घेण्याचा ठराव करून त्या मुदतीच्या अंती पुस्तकावर छापलेल्या किंमतीपेक्षा शेंकडा २९ प्रमाणे कमी किंमत घेतो, परंतु मुदतीच्या अंती जी किंमत द्यावयाची ती आज रोख दिली असतां वाजवी रीतीने द० द० शें० ४ पौंड प्रमाणे व्याज कापून त्या किंमतीस देतो, व ती किंमत रोख विक्रीच्या दराप्रमाणेच होते, तर तो मुदत किती दिवसांची करतो ?

छापील किंमतीचे  $\frac{१५}{१००} \times \frac{१२}{१३} = \frac{९}{१३}$  रोख किंमत म्हणजे  $\frac{९}{१३}$  प्रतीची किंमत रोख दिल्याने १ प्रत मिळते, आणि छापील किंमतीचे  $\frac{११}{१००}$  उधार किंमत एकाच प्रतीची. ∴

$\frac{९}{१३} : \frac{११}{१००} :: १०० = १०२\frac{५}{१३}$  तेव्हां  $१०२\frac{५}{१३} - १०० = \frac{२३}{१३}$  पौ० व्या० १०० मुदलाचे आहे म्हणून.

४ व्या० :  $\frac{२३}{१३}$  व्या० :: १२ म० =  $७\frac{२}{३}$  महिने हे उत्तर.

[३७] एका लांकडी पेटीची बाहेरून लांबी, रुंदी, उंची अनुक्रमे १८, १०, ६, इंच असून त्या पेटीचे लांकूड  $\frac{१}{३}$  इंच जाड आहे, आणि ती पेटी रिकामी असतां तिचे वजन १५ पौंड भरते, परंतु तीत

वाळू घालून वजन केल्यास १०० पौंड भरते. तर लांकडाचे व वाळूचे घनफळ सारखेच असल्यास त्यांच्या वजनांचे गुणोत्तर काय तें सांग ?

लांकडाची जाडी  $\frac{1}{2}$  इंच आहे तेव्हां पेट्याच्या आंतील बाजू एकेक इंचाने कमी भरतील, कारण  $\frac{1}{2}$  इंच जाडीचे लांकूड पेट्याचे सर्वत्र भागास आहे,  $\therefore$  १७; ९; ५; अनुक्रमे परिमाणे झाली;  $१८ \times १० \times ६ = १०८०$  घनइंच लांकूड आणि वाळूचे वजन १०० पौंड असते;  $१७ \times ९ \times ५ = ७६५$  घनइंच नुसत्या वाळूचे वजन  $१०० - १५ = ८५$  पौंड म्हणून  $१०८० - ७६५ = ३१५$  घनइंच लांकूड १५ पौंड आणि ७६५ घनइंच वाळू ८५ पौंड भरते; यास्तव सारखे प्रमाण केले तर.

$३१५ : ७६५ :: १५$  पौंड =  $३६\frac{3}{5}$  पौंड वजन लांकूड भरते, आणि तितक्याच घनफळाचे वाळूचे वजन ८५ पौंड भरते.  $\therefore ३६\frac{3}{5} : ८५$  किंवा  $३ : ७$  हे गुणोत्तर लांकूड आणि वाळू यांच्या वजनांचे आहे हे उत्तर.

१ [ ३८ ] एका गृहस्थाने ४ महिन्यांनी किंमत देण्याचा ठराव करून एक जिन्नस  $२३\frac{3}{8}$  शिलिंगांस खरेदी केला आणि कांहीं महिन्यांनी किंमत देण्याचा ठराव करून तोच जिन्नस त्याच दिवशी  $२५\frac{1}{2}$  शिलिंगांस विकला त्यामुळे त्यास शेंकडा  $६\frac{2}{3}$  नफा झाला, तर व्याजाचा दर ४ प्रमाणे असल्यास त्याने किती महिन्यांची मुदत दिली होती ?

$१२$  म० :  $४$  म० ::  $४$  पौंड =  $१\frac{1}{3}$  व्याज.  $\therefore १०० + १\frac{1}{3} = १०१\frac{1}{3}$  उधार कि०;  $१०१\frac{1}{3} : \frac{13}{8}$  पौंड ::  $१०० = \frac{७३}{४}$  रोख कि०,  $१०० + ६\frac{2}{3} = \frac{३२०}{३}$  नफ्यासहीत.  $१०० : \frac{७३}{४} :: \frac{३२०}{३} = १\frac{1}{2}$  पौंड आज विक्रीची किंमत. तेव्हां  $२५\frac{1}{2}$  शि० -  $१\frac{1}{2}$  पौंड =  $६$  पेन्स व्याज  $\therefore १००$  पौंड :  $२५$  शि० } व्य०  
 $४$  व्या० :  $६$  पे० व्या० } ::  $१२$  म० =  $६$  महिने हे उत्तर.

१ [ ३९ ] एका अडत्याने  $६०$  सा०  $६०$  शें०  $५$  पौन्ड व्याजाने  $५$  महिन्यांचे मुदतीने किंमत देण्याचे कराराने एक जिन्नस आजच्या किंमतीचे शें  $१\frac{1}{2}$  प्रमाणे मनुती कापून खरेदी केला, आणि तो जिन्नस त्याच दिवशी



१६२ पौंड १२ शि० २ पे० इतकी किंमत ७ महिन्यांनी घेण्याचे कनु-  
लायतीने विकल्यामुळे त्यास हल्ली शेंकडा  $११\frac{१}{३}$  नफा होतो तर त्याने ५  
महिन्यांनी किती किंमत देण्याचा ठराव केला होता?

१२ म० : ७ म० :: ५ व्या० =  $\frac{३५}{१२}$  व्याज.  $\therefore १०० + \frac{३५}{१२} = \frac{१२३५}{१२}$   
ही किं० १०० ची ७ म० होणारी १६२ पौंड १२ शि० २ पेन्स =  
 $\frac{१३५१३}{१२०}$  पौ० ७ महिन्यांनीच होणारी; असे प्रश्नांत आहे.  $\therefore$   
 $\frac{१२३५}{१२} : \frac{१३५१३}{१२०} :: १०० = \frac{३९०२६}{२४७}$  ही आज मालाच्या विकरीची किंमत;

$१०० + ११\frac{१}{३} = १११\frac{१}{३}$  म्हणून  $१११\frac{१}{३}$  विक्री :  $\frac{३९०२६}{२४७} :: १०० =$   
 $\frac{७११}{५}$  खरेदी रोख किंमत; आजची मनुती कापून  $१०० - १\frac{१}{३} = ९८\frac{२}{३} \therefore$   
 $९८\frac{२}{३} : \frac{७११}{५} :: १०० = १४४$  पौंड आजची किंमत; १२ म० : ५ म०  
 $:: ५$  व्याज =  $\frac{२५}{१२} + १०० = \frac{१२२५}{१२} \therefore १०० : १४४ :: \frac{१२२५}{१२}$   
= १४७ पौंड हे उत्तर.

[ ४० ] एका रेल्वे कंपनीचे सर्व मुद्दल भागीदारांनी दिले असते तर त्या  
भागीदारांस शेंकडा ४ प्रमाणे व्याज मिळाले असते, परंतु दोन लक्ष पौन्ड  
शेंकडा ५ व्याजाने कर्ज काढल्यामुळे भागीदारांस शेंकडा  $३\frac{१}{३}$  प्रमाणेच मिळाले  
तर कंपनीचे सर्व मुद्दल किती ?

$१०० : २००००० :: ५ = १००००$  कर्जाबद्दल व्याज दिले.

$१०० : २००००० :: ४ = ८०००$  व्याज भागीदारांस मिळाले असते;  
 $१०००० - ८००० = २०००$  पौन्ड कमी व्याज शाल्या कारणाने भागी-  
दारांस शेंकडा ४ मिळण्याचे ते  $३\frac{१}{३}$  मिळाले.  $\therefore$  दर शेंकड्यास  $\frac{१}{३}$  पौन्ड तोटा येतो.

$\frac{१}{३}$  तो० : २००० तोटा :: १००० मु० = ४००००० भागीदारांनी दिले  
आणि कर्ज काढलेले २ लक्ष पौन्ड मिळून ६ लक्ष पौन्ड सर्व मुद्दल हे उत्तर.

[ ४१ ] एका मनुष्याने एक घर विकत घेतले ते नीट करण्यास त्याला  
खरेदीच्या दर शेंकड्यास ४ प्रमाणे खर्च पडला, पुढे एकवर्ष ते घर रिकामे  
राहिले, त्यामुळे त्याचे दरसाल दर शेंकडा ५ प्रमाणे नुकसान शाले, नंतर ते

घर त्याने ११९२ पौन्डास विकले तेव्हां घराच्या मूळ किमतीवर शेकडा १० नफा झाला तर घराची मूळ किमत काय ?

$१०० + ४ = १०४$  घर नीट केल्यावरची किमत.  $१०० : १०४ :: ५ = \frac{२६}{५}$  टोटा होतो तो न होतां शे० १० नफा झाला पाहिजे म्हणजे  $१० + \frac{२६}{५} = \frac{७६}{५}$  किमत ज्यास्त ठेविली पाहिजे.  $\therefore १०४ + \frac{७६}{५} = \frac{५९६}{५}$  एकंदर घराची किमत यावरून  $\frac{५९६}{५} : ११९२ :: १०० = १०००$  पौन्ड हे उत्तर.

[ ४२ ] जर अची ५ पट, बची ६ पट, कची  $७\frac{१}{२}$  पट ह्या तिन्ही रकमा सारख्याच असतील तर, अ, ब, क, हे अनुक्रमे  $\frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{२}{१५}$  ह्या प्रमाणांत असतील हे सिद्ध कर?

कोणत्याही संख्येची जितकी पट केली असेल तितकीच पट त्यास भाजक योजिल्याने त्या संख्येची किमत बदलत नाही; यास्तव जर अची ५ पट ही संख्या बचे ६ पटी बरोबर आणि कचे  $७\frac{१}{२}$  पटी बरोबर आहे तर त्या संख्येच्या  $\frac{१}{५}$  बरोबर अ; आणि त्याच संख्येच्या  $\frac{१}{६}$  सा बरोबर ब त्याप्रमाणेच त्या संख्येच्या  $\frac{२}{१५}$  सा बरोबर क आहे.  $\therefore$  अ, ब, क हे अनुक्रमे  $\frac{१}{५}, \frac{१}{६}, \frac{२}{१५}$  ह्या प्रमाणांत आहेत हे सिद्ध.

[ ब ] संख्येची व्युत्क्रम स्थिति म्हणजे काय ? व कोणत्या अपूर्णाकास त्याच्या व्युत्क्रमाने भागिले असतां भागाकार  $\frac{१५३}{२७२}$  येईल ?

कोणत्याही संख्येची व्युत्क्रम स्थिति म्हणजे त्या संख्येने एक या संख्येस भागणे होय. जसे ५ या संख्येची व्युत्क्रम स्थिति  $\frac{१}{५}$  आहे व  $२४\frac{३}{४}$  याची  $१ \div २४\frac{३}{४} = \frac{४}{९९}$  आहे. कोणत्याही अपूर्णाक संख्येस तिच्याच व्युत्क्रमाने भागिले असतां भागाकार त्या संख्येचा वर्ग होतो यास्तव  $\sqrt{\frac{१५३}{२७२}} =$  मूळ संख्या येईल करितां  $\sqrt{\frac{१५३}{२७२}} = \sqrt{\frac{९}{१६}} = \frac{३}{४}$  हे उत्तर.

[ ४३ ] ३३ हॅड्रेटवेट २ क्वार्टर २२ पौन्ड हे अ, ब, क, या तिघांस वांटून दे, ते असे की, अची ६ पट बची ९ पट व कची १० पट ह्या सारख्या होतील ?

६ अ : १ अ :: ९ ब =  $\frac{३}{४}$  ब तसेच

६ अ : १ अ : : १० क =  $\frac{३३}{५}$  क ∴ अला जर १ तर बला  $\frac{३}{५}$  आणि कला  $\frac{३}{५}$  येईल.

$१ + \frac{३}{५} + \frac{३}{५} = \frac{३३}{५}$ ; ३३ हंड्रेटवेट २ क्रा० २२ पौ० =  $\frac{१८८०}{५६}$  हंड्रे०  
 $\frac{३३}{५६} : \frac{१८८०}{५६} :: १ = १४$  हंड्रेटवेट ३ क्रा० १३ पौन्ड अ }  
 $\frac{३३}{५६} : \frac{१८८०}{५६} :: \frac{३}{५} = ९$  हंड्रेटवेट ३ क्रा० १८ पौन्ड ब } हें उत्तर.  
 $\frac{३३}{५६} : \frac{१८८०}{५६} :: \frac{३}{५} = ८$  हंड्रेटवेट ३ क्रा० १९ पौन्ड क }

[ ४४ ] ३६ पौन्ड ८ शि० चार मनुष्यास वांटून दे ते असे कीं, त्यांनीं आप आपले वांटे अनुक्रमें द० सा० द० शें० ३, ४, ५, ६, ह्या दरांनीं लाविले असतां त्यांचे अनुक्रमें ४, ६, ७, १० महिन्यांनीं सरळ व्याज सारखे होईल ?

प्रत्येकास १ पौन्डच व्याज आलें असें मानिल्यास.

३ व्या० : १ व्या० } :: १०० पौ० = १०० पौन्ड मुद्दल  
 १२ महि० : ४ महि० } व्यस्त  
 ४ व्या० : १ व्या० } :: १०० : ५० पौन्ड  
 १२ महि० : ६ महि० } व्यस्त

याचप्रमाणें करून तिसऱ्याचे :  $\frac{३३०}{५}$  पौन्ड

” ” चवथ्याचे : २० पौन्ड

या प्रमाणांत त्यांचे भाग आहेत म्हणून बेरीज करून  $२०\frac{३}{५}$

$२०\frac{३}{५} : ३६\frac{३}{५} :: १०० = १७$  पौ० १६ शि०  $४\frac{३}{५}$  पे० }  
 $२०\frac{३}{५} : ३६\frac{३}{५} :: ५० = ८$  पौ० १८ शि०  $२\frac{३}{५}$  पे० } हें उत्तर.  
 $२०\frac{३}{५} : ३६\frac{३}{५} :: \frac{३३०}{५} = ६$  पौ० २ शि०  $२\frac{३}{५}$  पे० }  
 $२०\frac{३}{५} : ३६\frac{३}{५} :: २० = ३$  पौ० ११ शि०  $३\frac{३}{५}$  पे० }

[ ४५ ] ३०१० पौन्ड तीन असामास वांटून देते असे कीं, जर त्यांनीं आपले वांटे अनुक्रमें द० सा० द० शें० ४, ३,  $२\frac{१}{२}$  ह्या दरांनीं ३, ५, २ वर्षे सरळ व्याजांनीं ठेविले तर दुसऱ्याची रास पहिल्याचे दुप्पट व तिसऱ्याची रास दुसऱ्याचे तिप्पट होईल ?

$४ \times ३ = १२ + १०० = ११२$  रास पहिल्याची असेल तर  $२२४$  दुसऱ्याची आणि  $६७२$  तिसऱ्याची झाली पाहिजे परंतु  $५ \times ३ = १५ + १०० = ११५$  दुसऱ्याची,  $१००$  मुदलाची रास म्हणून  $११५ : २२४ :: १०० = \frac{२२४०}{२३}$  मु० दु०;  $२\frac{१}{२} \times २ = ५ + १०० = १०५$  रास तिसऱ्याची.

$१०५ : ६७२ :: १०० = \frac{११२०}{३}$  मुदल तिसऱ्याचें

आतां पहिल्याचें मुदल  $१०० + \frac{२२४०}{२३}$  दु० +  $\frac{११२०}{३}$  ति० =  $\frac{२१५००}{२३}$

एकंदर रकम ∴

$\frac{२१५००}{२३} : ३०१० :: १०० = ३२२$  पौन्ड

$\frac{२१५००}{२३} : ३०१० :: \frac{२२४०}{२३} = ६२७$  पौन्ड ४ शि०

$\frac{२१५००}{३} : ३०१० :: \frac{११२०}{३} = २०६०$  पौ० १६ शि०

} हें उ०.

[ ४६ ] कांहीं एक जिन्नस  $३$  पौन्ड  $१९$  शि०  $२$  पे० किंमतीचा होता, तो विकला तेव्हां विक्रीच्या शेंकड्यास  $५\frac{५}{८}$  तोटा झाला, व दुसरा जिन्नस  $५$  पौ० किंमतीचा होता तो विकला तेव्हां विक्रीच्या शेंकड्यास  $३१\frac{३}{४}$  नफा झाला, तर सर्व व्यापारांत शेंकडा नफा किती झाला?

$१०५\frac{५}{८} : ३$  पौ०  $१९$  शि०  $२$  पे०  $:: १०० = \frac{१५}{४}$  पौ० पहिला जिन्नस विकला.  $१०० - ३१\frac{३}{४} = \frac{२८०}{४}$  मूळ किंमत दुसऱ्या जिन्नसाची मानल्यास  $१००$  विकरी असते ∴  $\frac{२८०}{४} : ५ :: १०० = \frac{१०५}{२४}$  किंमतीस दु० विकला.  $५$  पौन्ड +  $\frac{१५}{४} = \frac{२१५}{२४}$  एकंदर खरेदी होती. त्याची विकून आलेली किंमत  $\frac{१०५}{२४} + \frac{१५}{४} = \frac{२६५}{२४}$  पौ० ∴  $\frac{२६५}{२४} - \frac{२१५}{२४} = \frac{५०}{२४}$  नफा यास्तव  $\frac{२१५}{२४} : १०० :: \frac{५०}{२४} = २३\frac{११}{२४}$  नफा शेंकडा हें उत्तर.

[ ४७ ] नऊ बैलांस किंवा ७ घोड्यांस दररोज सारखा खर्च लागतो आणि कांहीं घोडे  $९०$  एकर जमीन जितक्या वेळांत नांगरतात तितकेच बैल त्याचे अधिक  $\frac{१}{५}$  वेळांत  $९७$  एकर जमीन नांगरतात. एक शेत नांगरायास घोडे अथवा बैल ह्यांपैकी कोणतीही जनावरे सारखी लाविली असतां माणसें सारखी लागून खर्च  $७$  पौ०  $५$  शि०  $६$  पे० येतो; तर

माणसांची मजुरी रोजावर ठरविली असल्यास नुसते बैल किंवा घोडे लाविले असतां माणसांची मजुरी किती किती होईल ते सांग ?

बैल व घोडे यांच्या वेळेंचें सारखें प्रमाण काढिलें तर १ वेळ :  $\frac{६}{५}$  वेळ  
: : ९० एकरास = १०८ एकर कांहीं घोडे बैलाचे वेळांत नांगरतील.

$\frac{६}{५}$  वेळांत ९ घोडे + ९ मनुष्ये १०८ एकर नांगरतात.

$\frac{६}{५}$  वेळांत ९ बैल + ९ मनुष्ये ९७ एकर नांगरतात.

१०८ ए० : ९७ ए० :: ( ९ घोडे + ९ मनुष्ये ) =  $\frac{६०३}{१०८}$  घोडे +  
 $\frac{६०३}{१०८}$  मनुष्ये.

बैल व घोडे यांचें सारखे खर्चाचें प्रमाण काढिलें तर

७ घो० :  $\frac{६०३}{१०८}$  घो० :: ९ बै० =  $\frac{३११}{२८}$  बैलांचे खर्चाबरोबर आहे.

$\frac{६}{५}$  वेळांत ९ बैल + ९ मनुष्ये ९७ एकर नांगरतात, कांहीं खर्चांत  $\frac{६}{५}$  वेळांत  
 $\frac{३११}{२८}$  बैल +  $\frac{६०३}{१०८}$  मनुष्ये ९७ एकर तितक्याच खर्चांत नांगरतात.

∴  $\frac{३११}{२८}$  बै० - ९ बै० =  $\frac{७९}{२८}$  बैल अधिक

परंतु ९ -  $\frac{६०३}{१०८}$  =  $\frac{११}{१२}$  मनुष्ये कमी तेव्हां

$\frac{११}{१२}$  मनु० खर्च : १ म० खर्च ::  $\frac{३११}{२८}$  बै० खर्च =  $\frac{११०}{११७}$  ∴ १ मनुष्या-  
ची मजुरी १ पौंड असेल तर १ बैलाचा खर्च  $\frac{१००}{११७}$  पौंड तेव्हां १ +  $\frac{१००}{११७}$   
=  $\frac{११७}{११७}$ ;  $\frac{११७}{११७}$  :  $\frac{१११}{१२}$  पौ० :: १ पौ० = ४ पौंड  $\frac{७}{३}$  शि० बैल लाविले  
असतां मनुष्यांची मजुरी होते हें उत्तर.

घोडे लाविले असतां मनुष्यांची मजुरी काढावयाची, ९७ ए० : १०८ ए० ::  
( ९ बै० + ९ म० ) =  $\frac{१०२}{१७}$  मनुष्ये +  $\frac{१०२}{१७}$  बै०. ९ बै० :  $\frac{१०२}{१७}$  बै० :: ७  
घोड्यां =  $\frac{७५६}{१७}$  घोड्यांचा खर्च ∴  $\frac{६}{५}$  वेळेंत ९ घोडे + ९ मनुष्ये १०८  
एकर कांहीं खर्चांत नांगरतात आणि  $\frac{६}{५}$  वेळांत  $\frac{७५६}{१७}$  घोडे +  $\frac{१०२}{१७}$  मनुष्ये  
१०८ एकर तितक्याच खर्चांत नांगरतात. ∴ ९ -  $\frac{७५६}{१७}$  =  $\frac{११०}{१७}$  घोडे  
कमी त्यामुळे  $\frac{१०२}{१७}$  - ९ =  $\frac{११}{१७}$  मनुष्ये जास्त लाविलीं. आतां १ मनुष्याची  
मजुरी १ दिव० १ पौ० मानिल्यास १ घोड्यास १ दिवसास  $\frac{११}{१३}$  पौंड खर्च  
लागेल. ∴ १ +  $\frac{११}{१३}$  =  $\frac{२४}{१३}$ ;  $\frac{२४}{१३}$  :  $\frac{११}{१३}$  :: १ पौ० = ३ पौंड १८ शि०  
 $\frac{९}{३}$  पेन्स घोडे लाविल्यानं माणसांची मजुरी. ∴

४ पौड  $७\frac{3}{4}$  शि० बैल लाविल्याने आणि ३ पौ० }  
 १८ शि०  $९\frac{3}{4}$  पे० घोडे लाविल्याने माणसांची मजूरी. } हे उत्तर.

[ ४८ ] दररोज  $६\frac{3}{4}$  तास काम करून २८ मनुष्ये ७५० घनयार्ड खाडा ४ दिवसांत खणतात. आतां  $६१५$  घनयार्ड खाडा २४ मनुष्यांकडून  $३\frac{1}{2}$  दिवसांत खणविणे आहे, परंतु २४ मनुष्यांपैकी कोणतीही ५ मनुष्ये ४ तासांत जितके काम कारितात तितकेच २८ मनुष्यांपैकी कोणतीही ६ मनुष्ये  $३\frac{1}{2}$  तासांत करतात आणि त्यां २४ पैकीं २ मनुष्ये  $२\frac{1}{2}$  दिवसांनंतर कामावरून काढावयाची आहेत, तर त्या २४ मनुष्यांनीं रोज किती तास काम करावे ?

यांत मनुष्यांचे सारखे प्रमाण केले तर  $६ \times ३\frac{1}{2} = २१$  पूर्वीचीं मनुष्ये  $५ \times ४ = २०$  नवीन मनुष्यांचे बरोबर आहेत.  $\therefore २१ म० : २८ म० :: २० म० = \frac{८०}{३}$  दुसऱ्या मनुष्यांचे काम, आतां  $२\frac{1}{2}$  दिवसांचीं २४ मनु० प्रमाणे  $६०$  मनुष्ये व शेवटचे दिवशीं २ कमी म्हणजे २२ एकूण ८२ मनुष्यांकडून  $६१५$  घनयार्ड खाडा खणविणे आहे असें झाले. परंतु पूर्वीचीं  $\frac{८०}{३}$  प्रमाणे ४ दिवसांत ७५० घ० यार्ड खाडा खणतात असें होते.

$$\frac{८०}{३} \times ४ = \frac{३२०}{३} \text{ एकंदर पहिलीं मनुष्ये. } \therefore$$

$$\frac{३२०}{३} म० : ८२ म०$$

$$७५० घ० या० : ६१५ घ० या० \left. \begin{array}{l} \text{व्य०} \\ \text{:: } ६\frac{3}{4} \text{ ता०} = ७\frac{1}{4} \text{ ता०} \end{array} \right\} \text{ हे उत्तर.}$$

[ ४९ ] १५८ मनुष्ये दर रोज काहीं तास प्रमाणे खपून १ काम ६ दिवसांत संपवितात, परंतु त्यां पैकीं २ मनुष्ये दर रोज अनुक्रमे  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  काम कमी करतात व दुसरीं अनुक्रमे  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$  काम ज्यास्त करतात तर त्या कामास पूर्वी पेक्षां  $\frac{२३}{३}$  तास कमी लागतील तर पहिलीं मनुष्ये दर रोज किती तास काम करित होती ?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{१६}{६३} \text{ हे कमी व } \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{३३}{२०} \text{ हे ज्यास्ती. } \therefore \frac{३९}{४३} - \frac{१६}{६३} = \frac{१८१०}{२५२०} \text{ हे काम ज्यास्त करतात. आतां } १५८ \times \frac{२३}{२३} = \frac{३६३४}{२३}$$

$$\text{तास; } \frac{१८१०}{२५२०} \text{ का० : } १ \text{ का० : } \frac{३६३४}{२३} \text{ ता०} = \frac{५०२०}{२३} \text{ तास} + \frac{२३}{२३} \text{ तास} = \frac{५०६३}{२३} \text{ तास हे } ६ \text{ दिवसांचे } \therefore \frac{५०६३}{२३} \div ६ = १०\frac{१}{६} \text{ तास हे उत्तर.}$$

[ ५० ] नादाची गति एका सेकंदांत ११२५ फूट आहे एका स्टेशनावर तोफेचे दोन अवाज ६ मिनिटांचे अंतराने झाले ते त्या स्टेशनावर येणाऱ्या आगगाडीतील एका मनुष्याने ५ मिनिटे ५१ सेकंदाच्या अंतराने ऐकिले. त्या गाडीची शीळ स्टेशनावर ऐकू आली त्या वेळी ती गाडी स्टेशनापासून २ मैलांवर होती तर तिची गति एकसारखीच आहे असे मानल्यास गाडीची शीळ ऐकू आल्यापासून किती वेळाने ती स्टेशनावर आली असावी?

मि० मि० से० सेकंद; मि० से०

६ - ५ ५१ = ९, ५ : ५१ = ३५१ सेकंद २ मैल = १०५६० फूट. १ से० : ९ से० :: ११२५ फूट = १०१२५ फूट आवाज लांब गेला अर्थात गाडीही १०१२५ फूट ५ मि० ५१ से० च गेली ∴ १०१२५ फूट : १०५६० फूट :: ३५१ से० = ६ मिनिटे ६.०८ सेकंद हे उत्तर.

## भाग २

### क्षेत्रफळाविषयी.

[ १ ] काटकोन त्रिकोणः—पायाचा वर्ग आणि लंबाचा वर्ग यांची बेरीज कर्णाच्या वर्गा बरोबर असते; आणि क्षेत्रफळ, पाया आणि लंब यांचे गुणाकारास दोहोंनी भागावे या बरोबर असते.

[ २ ] समभुज त्रिकोणः—याच्या कोणत्याही कोनापासून बाजूवर लंब केला असता ती दुभागते, व लंब, बाजूचे  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  पट असतो, आणि क्षेत्रफळ बाजूच्या वर्गाचे  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  पट असते.

[ ३ ] समद्विभुज त्रिकोणः—याचे शिरकोनापासून पायावर लंब केल्याने पायाचे समान दोन भाग होतात आणि क्षेत्रफळ पायास लंबाने गुणून दोहोंनी भागिल्याने होते.

[ ४ ] विषमबाजू त्रिकोणः—याच्या तिन्ही बाजू दिल्या असता क्षेत्रफळ करणे; प्रत्येक बाजू त्या तिन्ही बाजूंच्या बेरजेच्या अर्धातून वजा करावी; आणि ते बेजार्ध व तिन्ही बाक्या या दोहोंच्या गुणाकाराचे वर्गमूळ काढावे.

[ ५ ] चौरसः—याचा कर्ण; बाजूच्या वर्गाच्या दुपटीच्या वर्गमूळाबरोबर असतो, आणि क्षेत्रफळ बाजूच्या वर्गा बरोबर असते.

[ ६ ] काटकोन चौकोनः—याचा कर्ण काटकोनत्रिकोणाच्याच रीतीने काढावा; आणि क्षेत्रफळ लांबीस रुंदीने गुणिल्याने होते.

[ ७ ] रांबसः—याचे दोन्ही कर्ण दिल्याने बाजू काढणे; दोन्ही कर्णांच्या वर्गांचे बेरजेच्या चतुर्थांशाचे वर्ग मूळ काढल्याने बाजू होते; यावरून एक कर्ण आणि बाजू दिल्याने दुसरा कर्ण काढितां येईल.

[ ८ ] रांबायदः—याच्या दोन्ही वर्गांच्या कर्णांच्या बेरजेचे अर्धात दिलेल्या बाजूचा वर्ग वजा करून बाकीचे वर्गमूळ काढल्याने दुसरी बाजू निघते.



[ ९ ] त्रापीज्यमः—याच्या कर्णास, त्याच्याचवर इतर कोनापासून पडणारे दोन लंब, यांचे बेरजार्धानें गुणल्यानें क्षेत्रफळ होतें.

[ १० ] त्रापीज्यायदः—याचें क्षेत्रफळ; समांतर बाजूच्या बेरजार्धास लंबांतरानें गुणिल्यानें होतें.

[ ११ ] त्रापीज्यायदः—याच्या चारी बाजू दिल्यानें त्याची रुंदी काढणें; ( आकृति ५ पहा ) अ क, शी समांतर व ड रेषा काढ नंतर व ड फ त्रिकोणाचा तिन्ही बाजू समजल्यानें त्याचें क्षेत्रफळ करून त्याचे दुपटीस ड फनें भाग म्हणजे व ई लंब किंवा रुंदी होईल.

[ १२ ] त्रापीज्यायदः—याच्या समांतर असणाऱ्या रेषांशी जी रेषा समांतर असून त्याचे क्षेत्रफळानें समान दोन भाग करते तिची लांबी काढणें ( आकृति ६ पहा ) व क ड ई त्रापीज्यायदाच्या ड व इ क बाजू अस्यळीं मिळेपर्यंत वाढीव; क फ ई त्रिकोणांत क ग लंब कर नंतर प्रमाण मांडावें कीं फ ई पायावर जसा क ग लंब तसा ड ई पायावर अ ह लंब होईल. पुन्हां प्रमाण मांडावें कीं अ ड ई त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळास जसा ड ईचा वर्ग तसा अ ल स त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळास ल स रेषेचा वर्ग होईल.

[ १३ ] सरूप आकृतीच्या परिमिति ज्या प्रमाणांत असतात त्यांचीं क्षेत्रफळें त्याप्रमाणांच्या वर्गा बरोबर होतात.

[ १४ ] वर्तुळाचें क्षेत्रफळ, तृज्येच्या वर्गास ३.१४१६ यांणी गुणिल्यानें होतें. तृज्येच्या दुप्पट व्यास असतो, आणि व्यासाच्या ३.१४१६ पट परिघ असतो. म्हणून व्यास किंवा परिघ दिल्यानेंही, क्षेत्रफळ करितां येईल.

[ १५ ] वर्तुळ खंड; वर्तुळखंडाच्या कोंसास सांधणाऱ्या रेषेला ज्या म्हणतात, आणि तिच्यावर महत्तम लंब असणाऱ्या रेषेस उंची म्हणतात. वर्तुळ खंडाचें क्षेत्रफळ करणें:—ज्या व उंची यांचे गुणाकाराच्या दोन तृतीयांशामध्ये; उंचीच्या घनाला दुप्पट ज्यानें, भागिलेला भागाकार मिळवावा.

[ १६ ] वर्तुळखंडाची ज्या आणि उंची दिल्याने व्यास काढणे; अर्ध ज्याचे वर्गास उंचीने भागून तो भागाकार उंचीत मिळवावा.

[ १७ ] दीर्घ वर्तुळाचे क्षेत्रफळ दोन्ही व्यासांच्या गुणाकारास, .७८५४ यांनी गुणिल्याने होतें.

[ १८ ] सेकटराचे क्षेत्रफळ; वर्तुळखंडाच्या व त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळांची बेरीज करावी; किंवा तृज्येस कोंसार्धाने गुणावे. अथवा सेकटराचे अंशांनी त्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळास गुणून ३६० यांनी भागावे. सेकटर म्हणजे वर्तुळांतील कोणत्याही दोन तृज्यांच्या मधील भाग होय.

[ १९ ] वर्तुळखंडाची ज्या आणि उंची सांगितल्याने त्या वर्तुळखंडाचे कंसाची लांबी काढणे—अर्ध कंसाच्या ज्याचे आठ पटीत सर्व कंसाची ज्या वजा करून बाकी राहिल त्यास तीहीने भागावे जो भागाकार येईल तोच त्या कंसाची लांबी.

[ २० ] समभुजसमकोनाकृतीच्या आंतील किंवा बाहेरील वर्तुळाची तृज्या काढणे. दिलेल्या बाजूस पुढील कोष्टकांतील तृज्येच्या गुणकांकांनी गुणावे.

क्षेत्रनाम.	क्षेत्रफळाकरिता गुणकांक.	आंतील वर्तुळाचे तृज्येचा गु.	बाह्यवर्तुळाचे तृज्येचा गुणकांक	कोनाचे माप अंश.
त्रिकोण. ....	०.४३३०१२७	०.२८८६८	०.५७७३५०३	६०
चौरस. ....	१.०००००००	०.५००००	०.७०७१०६८	९०
पंचकोन. ....	१.७२०४७७४	०.७०५२२	०.८५०६५०८	१०८
षट्कोन. ....	२.५९८०७६२	०.८६६०२	१.०००००००	१२०
सप्तकोन. ....	३.६३३३१२४	१.०३८३०	१.१५२३०२४	१२८ $\frac{४}{७}$
अष्टकोन. ....	४.८२८४२७१	१.२१७१०	१.३०६५६२८	१३५
नवकोन. ....	६.१८१८२४२	१.३७३७०	१.४७११०२२	१४०
दशकोन. ....	७.६३४२०८८	१.५३८८०	१.६१८०३४०	१४४
एकादशकोन. ...	९.३६५६३९१	१.७०२१०	१.७७४७३२४	१४७ $\frac{३}{११}$
द्वादशकोन. ....	११.११६१५२	१.८६६००	१.९३१८५१६	१५०

टीप—समबाजू बहुकोनाकृतीच्या बाजूचे वर्गास त्या कोनाकृति समोरचे क्षेत्रफळ सदराखालील अंकांनी गुणिल्याने क्षेत्रफळ होईल.

## घनफळाविषयी.

[ १ ] घनाचें घनफळ:—एका बाजूचा घन करावा.

[ २ ] घन काटकोन चौकोनाचें घनफळ:—लांबी, रुंदी, उंची, यांचा गुणाकार करावा.

[ ३ ] गोलार्धचें घनफळ:—व्यासाचे घनास  $\cdot ५२३६$  याणीं गुणावें.

[ ४ ] समांतर गोलखंड म्हणजे झोन याचें घनफळ:—दोन्ही तृज्यांचे वर्गांच्या बेरजेत उंचीच्या वर्गाचा  $\frac{1}{3}$  मिळवून त्या बेरजेस उंचीने गुणून तो गुणाकार  $१.५७०८$  यांनीं गुणावा म्हणजे झालें.

[ ५ ] गोलखंडाचें घनफळ:—व्यासाच्या तिपटीतून उंचीची दुप्पट वजा करून बाकीस उंचीच्या वर्गानें गुणून तो गुणाकार  $\cdot ५२३६$  यांनीं गुणावा.

[ ६ ] शंकूचें घनफळ:—शंकूचा पाया ज्या आकृतीचा असेल त्या आकृतीचें क्षेत्रफळ करून त्यास शंकूच्या लंबाचीचे तृतीयांशानें गुणावें.

[ ७ ] सिलिंडर—( रुळ ) याचें घनफळ तोंडाच्या वर्तुळाच्या क्षेत्रफळास लांबीनें गुणावें.

[ ८ ] सरूप घनाकृतीच्या परिमिति ज्या प्रमाणांत असतात; त्या प्रमाणांच्या घनाबरोबर होतात.

[ ९ ] पाचराकृतीचें घनफळ:—पायाचे लांबीच्या दुपटीत पाचराच्या धारेची लांबी मिळवून त्यांस पांचरेच्या रुंदीनें गुणून त्यास उंचीनें गुणून ६ नीं भागावें.

[ १० ] समांतरखंड शंकूचें घनफळ:—दोन्ही तोंडांचे क्षेत्रफळांच्या बेरजेत त्याच क्षेत्रफळांच्या गुणाकाराचें वर्गमूळ मिळवून त्यांस उंचीचे तृतीयांशानें गुणावें.

[ ११ ] पृष्ठाभायडचें घनफळ:—दोन्ही तोंडांच्या क्षेत्रफळांच्या बेरजेत, ( खालचे आणि वरचे लांबीच्या बेरजेस, खालच्या आणि वरच्या रुंदीच्या बेरजेनें गुणून तो गुणाकार ) मिळवून त्यास उंचीचे  $\frac{1}{3}$  शानीं गुणावें म्हणजे घनफळ झालें.

## षष्ठफळाविषयी.

[ १ ] घनाचें षष्ठफळः—बाजूच्या वर्गाची ६ पट करावी.

[ २ ] घन काटकोन चौकोनाचें षष्ठफळः—त्याच्या प्रत्येक षष्टाचे क्षेत्रफळ करून त्यांची बेरीज करावी.

[ ३ ] गोलाचें षष्ठफळ करणेंः—व्यासाच्या वर्गास ३.१४१६ यांनी गुणावें.

[ ४ ] शंकूचें षष्ठफळ करणेंः—शंकूचा परिघ किंवा परिमिती, यास शंकूचे तिरकस उंचीच्या अर्धानें गुणावें. आणि त्यांत पायाचें क्षेत्रफळ मिळवावें.

[ ५ ] सिलिंडराचें षष्ठफळः—दोही तोंडाच्या क्षेत्रफळांचे बेरजेत परिघास लांबीनें गुणून तो गुणाकार मिळवावा.

[ ६ ] सरूप घनाकृतीच्या परिमिती ज्या प्रमाणांत असतात त्यांची षष्ठफळे त्या प्रमाणांच्या वर्गा बरोबर असतात.

[ ७ ] समांतरखंड शंकूचें षष्ठफळः—दोही तोंडांच्या परिमितीच्या बेरजाध्यास तिरकस उंचीनें गुणावें.

[ ८ ] वर्तुळास किंवा गोलास स्पर्शरेषा काढल्या तर त्या तृज्याशीं काटकोन करतात.

[ ९ ] गोलखंडाचें षष्ठफळ करणेंः—गोलाचे परिघास खंडाचे उंचीनें गुणावें म्हणजे वक्र षष्टाचें षष्ठफळ होईल, त्यांत गोलखंडाच्या तळचे वर्तुळाचें क्षेत्रफळ मिळवावें.

[ १० ] सम पातळीवर कितीही अंतरावरील आणि कितीही उंचीचे दोन लंबांचीं अन्योन्य मूलाग्रें सांधणाऱ्या रेषा ज्या स्थली छेदतात तो छेदन बिंदू, पायापासून किती अंतरावर असतो तें काढणेंः—या दोन लंबांच्या बेरजेनें त्याच लंबांच्या गुणाकारास भागावें. ( भास्कराचार्यकृत सूत्राचें भाषांतर. )

[ ११ ] कांहीं अंतरावरून गोलाकडे पाहिलें असता त्याचा किती

भाग दिसेल तें काढणें:—( आकृति ७ पहा ) अ मध्य बिंदु आणि ब पासून पाहिलें तर ब क दृष्टी होईल. म्हणजे क ई क खंडाचें वक्र पृष्ठफळ काढलें पाहिजे. तेव्हां प्रमाण माडावें अ ब : अ क :: अ क : अ ड; मग अ ई - अ ड = ड ई उंची कळेल. यावरून त्या खंडाचें पृष्ठफळ समजेल किंवा गोलाचा कितवा भाग आहे हेही समजेल.

[ १२ ] पृथ्वीवर कितीही उंचीवरून पृथ्वीवरील अति दूरचा पदार्थ दिसतो तेथपर्यंतचें अंतर काढणें:—जितके इंच उंचीवरून पहातों त्याचे अष्टमांशाचे वर्गमूळाइतके मैल अंतर असतें; अशा प्रसंगी पृथ्वी अगदीं गोल असून तिचा व्यास ७९२० मैलांहून ६ फूटांनीं कमी आहे असें मानलें असतां हा नियम सिद्ध करतां येईल. ( पुढील उदाहरणें दिलेल्या नियमाधारे सुटतील. )

अंकगणित, क्षेत्रफळ, घनफळ, पृष्ठफळ, ह्यां संबंधीं

स्फूट प्रश्न.

[ १ ] कोणत्या संख्येच्या तृतीयांशातून ४ वजा केले असतां बाकी तिच्याच चतुर्थांशाहून २५ नीं कमी राहते ?

$\frac{1}{3} - ४ = \frac{1}{4} - २५$  म्हणजे;  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$  आणि  $२५ - ४ = २१$  यावरून  $\frac{1}{12} = - २१$  आहेत  $\therefore \frac{1}{12} : \frac{1}{12} :: - २१ = - २५२$  हें उत्तर.

[ २ ] ७४ फूट उंचीच्या कळकाचा शेंडा ७० फूटावर भिंतीस टेंकला तर तो किती फुटांवरून टेंकला ?

अ क = भिंत, ब क = शिडी, अ व = अंतर ( सि० ४७ वू० २ )  
७४ - ७० = ५७६  $\therefore \sqrt{५७६} = २४$  फूट हें उ०. ( आ० ३ पहा. )

[ ३ ] ४९ फूट उंचीचा वृक्ष वाऱ्यानें मोडून तुकडा न पडतां शेंडा बुंधापासून ७ फुटांवर पडला तर तो कोठें मोडला असावा तें सांग ?

अ न = वृक्षाची उंची, क = मोडण्याचें स्थान, ब = शेंडा

या उदाहरणांत वृक्षाची उंची ४९ फूट आहे. आणि जर तो क्ष भागावर

मोडला असे मानिले तर वरील भाग ४९ - क्ष फूट होईल म्हणजे क व वाजू होईल. तेव्हा (त्रु० १ सि० ४७);  $(४९ - क्ष)^२ - ७ = २३५२ - ९८ क्ष + क्ष^२$  ही रकम लंबाचे वर्गा बरोबर आहे म्हणजे क्ष बरोबर आहे तेव्हा; क्ष =  $२३५२ - ९८ क्ष + क्ष^२$  या दोन्हां पेक्षांत क्ष काढल्यास बाकी  $९८ क्ष = २३५२$  म्हणजे क्ष बरोबर २४ फूट हे उत्तर. (आ० ३ पहा.)

[ ४ ] समभुज त्रिकोणाची वाजू १० फूट आहे तर त्याच्या क्षेत्रफळा-बरोबर ज्याचे क्षेत्रफळ आहे अशा समद्विभुज त्रिकोणाचा लंब ८ फूट असल्यास त्याच्या समान असणाऱ्या वाजू किती फूट असतील ते सांग ?

समभुज त्रिकोणाची वाजू १० फूट आहे. तेव्हा ( क्षेत्रफ० नि० २ ) प्रमाणे  $१०^३ \times .४३३०१२७ = ४३.३०१२७$  क्षेत्रफळ हेच समद्विभुज त्रिकोणाचे आहे. आणि त्याचा लंब ८ फूट आहे असे प्रश्नांत सांगितले तेव्हा पाया काढतां येईल, मागे नियम दिला आहे की पायार्ध  $\times$  लंब = क्षेत्रफळ  $\therefore$   $८ \div २ = ४$  आणि;  $४३.३०१२७ \div ४ = १०.८२५३२$  सुमारे हा पाया झाला, आणि त्याचे अर्ध म्हणजे, ५.४१२६६ फूट ब व रेषा होईल, परंतु उ कोन काटकोन आहे म्हणून ( यु० सि० ४७ )  $१^२ + (५.४१२६६)^२ = ९३.२९$  सुमारे कर्ण याचे वर्गमूळ  $\sqrt{९३.२९} = ९.६५७$  फूट प्रत्येक वाजू हे उत्तर. ( आ० ४ प० )

[ ५ ] कोणत्या दोन संख्यांचा गुणाकार ४३२ असून मोठ्या संख्येच्या तिपटीस लहान संख्येने भागिल्याने भागाकार ४ येतो ?

क्ष आणि य अशा दोन संख्या मान आणि क्षय = ४३२ आणि  $३क्ष \div य = ४$ ; म्हणजे मोठ्या संख्येच्या ३ पटीबरोबर लहान संख्येची ४ पट आहे म्हणून मोठी संख्या आणि लहान संख्या यांचा गुणाकार मोठे संख्येच्या वर्गाचे  $\frac{३}{४}$  पट आहे तेव्हा;  $\frac{३}{४} : \frac{१}{१} :: ४३२ = ५७६$  आणि  $\sqrt{५७६} = २४$  ही मोठी संख्या आणि  $२४$  चे  $\frac{३}{४} = १८$  ही लहान संख्या हे उ०

[ ६ ] एका त्रिकोणाच्या वाजू अनुक्रमे ६५; ७५; ७७; फूट आहेत;

तर त्याच्या महत्तम बाजूशी समांतर; व इतर बाजूंस दुभागणारी अशी रेषा काढल्याने त्या त्रिकोणाच्या दोन भागांची क्षेत्रफळे किती होतील ते सांग ?

अ क ड या विषम बाजू त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ करणे ( आ० ८ पहा. )  
नियम ४ प्रमाणे

$७७ + ७५ + ६५ = २१७ \div २ = १०८\frac{१}{२}$  हे वेरजार्ध आणि  
 $१०८\frac{१}{२} - ७७ = ३१\frac{१}{२}$ ;  $१०८\frac{१}{२} - ७५ = ३३\frac{१}{२}$ ;  $१०८\frac{१}{२} - ६५ = ४३\frac{१}{२}$ , आणि  $३१\frac{१}{२} \times ३३\frac{१}{२} \times ४३\frac{१}{२} \times १०८\frac{१}{२} = \frac{७१६८८२५१}{१६}$  याचे वर्गमूळ काढल्याने क्षेत्रफळ होईल;  $\therefore \sqrt{\left(\frac{७१६८८२५१}{१६}\right)} = \sqrt{४४९३०१६.२} = २२३४.३$  क्षेत्रफळ; आणि ब क ई त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ करणे तर; अ क ड त्रिकोण व ब क ई त्रिकोण सरूप आहेत कारण ब ई रेषा अ ड शी समांतर आहे; आणि क कोन दोन्ही त्रिकोणांत साधारण आहे; तर ब ई बाजू अ ड चे अर्धावरोवर होईल म्हणजे ब क ई त्रिकोणाच्या बाजू अनुक्रमे  $\frac{६५}{२}$ ;  $\frac{७५}{२}$ ;  $\frac{७७}{२}$  होतील नंतर पूर्वीचे नियमावरून क्षेत्रफळ काढावे किंवा ( क्षेत्रफ० नि० १३ ) प्रमाणे  $७७ : \frac{७७}{२} :: २२३४.३ = ५५८.६$  चौरस फूट आणि सर्व त्रिकोणांतून हे वजा केल्याने दुसऱ्या भागाचे होईल  $\therefore २२३४.३ - ५५८.६ = १६७५.७$  चौरस फूट हे उ०.

[ ७ ] एका त्रिकोणाच्या बाजू अनुक्रमे १३, १४, १५ ह्या प्रमाणांत असून त्याचे क्षेत्रफळ २४२७६ चौ० फू० आहे तर त्या त्रिकोणाच्या परिमिती बरोबर ज्या चौरसाची परिमिती असेल त्याच्या आतील वर्तुळाची तृज्य किती ?

ह्या प्रमाणांत असलेल्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ २४२७६ चौ० फू०; करितां सदरील त्रिकोणाचे प्रत्यक्ष क्षेत्रफळ केले तर  $१३ + १४ + १५ = ४२$  याचे अर्ध २१ आणि  $२१ - १३ = ८$ ;  $२१ - १४ = ७$ ;  $२१ - १५ = ६$ ;  $२१ \times ८ \times ७ \times ६ = ७०५६$  याचे वर्गमूळ = ८४ क्षेत्रफळ तेव्हां प्रमाण मांडावे की, ८४ क्षेत्रफळास जसा ४२ परिमितीचा वर्ग तसा २४२७६ क्षेत्रफळास कोणते संख्येचा वर्ग होईल म्हणजे; ८४ :

२४२७६. : : (४२)<sup>२</sup> = १०९७९६ याचें वर्गमूळ ७१४ ही परिमिती; हीच परिमिती चौरसाची आहे, परंतु ४ बाजू मिळून ७१४ रकम झाली ∴ ७१४ ÷ ४ = १७८.५ प्रत्येक बाजू; आंतील वर्तुळाचा व्यास चौरसाचे बाजूबरोबर असतो, परंतु तृज्या व्यासार्धाबरोबर असते म्हणजे चौरसाचे बाजूचे अर्धाबरोबर असते. ∴ १७८.५ ÷ २ = ८९.२५ फूट हें उ०. ( आ० ९ पहा )

[ ८ ] समकेंद्र दोन वर्तुळांच्या तृज्या अनुक्रमें १०.१५ फूट आणि १३.३५ फूट आहेत, तर त्यांच्यामधील जागेच्या क्षेत्रफळाबरोबर ज्याचें क्षेत्रफळ आहे अशा समभुज समकोन पंचकोनाकृतीची बाजू किती ?

कन = १०.१५ फूट } तृज्येच्या वर्गास ३.१४१६ यांणी गुणल्याने क्षेत्रफळ  
कप = १३.३५ फूट } होतें.

( १०.१५ ) × ३.१४१६ = ३२३.६५५४८६ आंतील वर्तुळ क्षेत्रफळ ( आ० १० प०. )

( १३.३५ )<sup>२</sup> × ३.१४१६ = ५५९.९०३८०६ बाहेरील व० क्षेत्रफ० यांची वजाबाकी २३६.२४८३२ आहे तेव्हां हेंच क्षेत्रफळ समभुज समकोन पंचकोनाकृतीचें आहे त्याचे बाजूच्या वर्गास, १.७२०४७७४ यांणी गुणल्याने क्षेत्रफळ होतें, ∴ २३६.२४८३२ ÷ १.७२०४७७४ = १३७.३५४ सुमारे याचें वर्गमूळ ११.७ सुमारे फूट बाजू हें उत्तर.

[ ९ ] एका रांबसाची बाजू १० फूट आणि एक कर्ण १२ फूट आहे तर त्याच्या दुसऱ्या कर्णाबरोबर ज्या वर्तुळखंडाची तृज्या असून उंची ९ फूट आहे त्याचें क्षेत्रफळ काय ? ( आ० ४१ प० )

( क्षेत्रफ० नि० ७ ) एक कर्ण १२ आणि दुसरा क्षमान म्हणजे १० फूट बाजू ही ( क्षेत्रफ० नि० ७ ) प्रमाणें  $\sqrt{\frac{३२+६६}{४}}$  होईल. किंवा  $३६ + \frac{६६}{४} = १००$  ∴ क्ष = १६ हा दुसरा कर्ण म्हणजे अ० आणि हीच १६ फूट वर्तुळखंडाची ज्या आहे तर ह्याचें क्षेत्रफळ ( क्षेत्रफ० नि० १५ ) प्रमाणें. ( आ० ११ प० )



$१६ \times ९ \times \frac{३}{४} = ९६$  आणि  $९ = ७२९ \div (१६ \times २) = २२.७८१२५$   
 $\therefore ९६ + २२.७८१२५ = ११८.८$  फूट सुमारे हे उत्तर.

[ १० ] तीन संख्या अशा आहेत की, पहिलीमध्ये दुसरी आणि तिसरी यांचे बेजार्थ मिळविलेली किंवा दुसरीमध्ये, पहिली आणि तिसरी यांच्या बेरजेचा तृतीयांश मिळविलेली अथवा तिसरीमध्ये पहिली व दुसरी यांच्या बेरजेचा चतुर्थांश मिळविलेली ह्या तिन्ही रकमा सारख्याच २३८ होतात तर त्या संख्या कोणत्या आहेत ते सांग ? -

$$प० + \frac{दु० + ति०}{२} = २३८ = २ प० + दु० + ति० = ४७६$$

$$दु० + \frac{प० + ति०}{३} = २३८ = प० + दु० + ति० = ७१४$$

$$ति० + \frac{प० + दु०}{४} = २३८ = प० + दु० + ४ ति० = ९५२$$

२ दु० + ३ ति० = २३८ तिसऱ्यांतून दुसरे वजा करून.

२ प० + ४ दु० + ५ ति० = १६६६ दुसरे व तिसरे यांची बेरीज.

३ दु० + ४ ति० = ११९० वरील बेरजेत प० वजा देऊन.

$$९ ति० - ६ दु० = ७१४$$

$$ति० = १८२$$

$$८ ति० + ६ दु० = २३८०$$

$$दु० = १५४$$

$$१७ ति० = ३०९४.$$

$$प० = ७०$$

} हे उत्तर.

[ ११ ] एका सेक्टराच्या मध्य बिंदू जवळील कोन २५ अंशांचा असून तृज्या २४ फूट आहे, तर त्या सेक्टराच्या क्षेत्रफळाबरोबर ज्या दीर्घ वर्तुळाचे क्षेत्रफळ आहे, त्याचा मोठा व्यास, आणि लहान व्यास हे अनुक्रमे ५ : २ ह्या प्रमाणांत आहेत त्या दीर्घ वर्तुळाच्या व्यासाची लांबी किती फूट ते सांग ?

ब ड तृज्या २४ फूट आहे. तेव्हा  $२४^2 \times ३.१४१६ = ५७६ \times ३.१४१६$ ; वर्तुळांत ३६० अंश असतात आणि ह्या सेक्टरांत २५ आहेत म्हणून प्रमाण मांडावे;

अंश अंश क्षेत्रफळ  
 $३६० : २५ :: ५७६ \times ३.१४१६ = \frac{२८८० \times ३.१४१६}{३}$  हेच

क्षेत्रफळ दीर्घ वर्तुळाचे आहे असे प्रश्नांत आहे, तेव्हां क्षेत्रफळ नियमावरून दोन्ही व्यासांचे गुणाकारास  $७८५४$  यांणी गुगल्यानें होतें; परंतु व्यासांचे प्रमाण  $२ : ५$  आहे म्हणजे  $२$  क्ष :  $५$  क्ष असें मान;  $२$  क्ष  $\times$   $५$  क्ष =  $१०$  क्ष  $\times$   $७८५४$  = क्षेत्रफळ म्हणजे  $\frac{२८८० \times ३.१४१६}{३}$

ही संख्या आहे यांत क्षची किंमत काढावी म्हणजे व्यास समजतील. म्हणजे क्ष =  $\frac{२८८० \times ३.१४१६}{१० \times ७८ \times ७८५४} = १५.७८१$  याचे वर्गमूळ  $३.९७२$  ही क्षची किंमत आणि  $३.९७२ \times २ = ७.९४५$  फूट लहान व्यास आणि  $३.९७२ \times ५ = १९.८६३$  मोठा व्यास हे उत्तर. ( आ० १२ पहा. )

[ १२ ] एका त्रापीज्यायदाच्या समांतर बाजू अनुक्रमे २० फूट १६ फूट असून त्यांच्या मधील लंब रुंदी ५ फूट आहे तर, रुंदीच्या काटकोनांत असणाऱ्या रेषेने त्या त्रापीज्यायदाचे समान क्षेत्रफळाने दोन भाग केले तर प्रत्येक भाग किती रुंदीचा असेल ?

अ क = १६, उ क = २०, ह ट = ५ तेव्हां अ क फ उचे क्षेत्रफळ  $\frac{२०+१६ \times ५}{२} = ९०$  याचे अर्ध म्हणजे ४५ इ ग फ उचे क्षेत्रफळ. आतां अ न रेषा क फशीं समांतर काढ म्हणजे  $२० - १६ = ४$  उ न रेषा आहे अ र लंब ५ आहे; अ उ न आणि व उ फ हे सरूप त्रिकोण आहेत; कारण अ उ आणि फ क रेषा व स्थळीं कोन होईपर्यंत वाढविल्या आहेत तेव्हां ४ पायास ५ लंब तसा २० पायास २५ लंब होईल नंतर  $\frac{२५ \times २०}{२} = २५०$  क्षेत्रफळ सर्व त्रिकोणाचे झाले. ∴  $२५० - ४५ = २०५$  क्षेत्रफळ व इ ग क्ष० क्ष० ल०

त्रिकोणाचे आहे म्हणून प्रमाण मांडावे कीं  $२५० : २०५ :: ( २५ )^२ = \frac{१०२५}{२}$  लंब याचे वर्गमूळ =  $२२.६२७$  फूट ∴  $२५ - २२.६२७ = २.३७३$  एक भाग आणि  $५ - २.३७३ = २.६२७$  फूट दुसरा भाग हे उत्तर. ( आ० १३ पहा. )

[ १३ ] एका चौरसाची बाजू १२ फूट आहे तर त्याच्या एका कर्णाशी

समांतर असणाऱ्या दोन रेषांनी त्याचे क्षेत्रफळाने समान तीन भाग केले तर त्या समांतर रेषांचे अंतर काय ?

बाजू १२ फूट आहे तेव्हां कर्ण  $१२ = १४४ \times २ = २८८$  आणि  $\sqrt{२८८}$  हा कर्ण म्हणजे **ब क** रेषा. आणि **ब क ड** ह्या त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ सर्व चौरसाच्या अर्धाबरोबर म्हणजे  $\frac{१२^२}{२} = ७२$  आणि प्रभात समान ३ भाग केलेले आहेत म्हणजे **च ट ड** त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ  $१२^२ = १४४$  याचा तृतीयांश ४८ आहे; आणि **ब क ड** त्रिकोणांत **ड** लंब आहे. त्याची लांबी **ब न** बरोबर आहे. कारण चौरसातील दोन्ही कर्ण समान असतात. आतां **ब म** हा भाग **ब क**चे अर्धा म्हणजे  $\frac{\sqrt{२८८}}{२}$  आहे आणि तितकीच लांबी **न ड** रेषेची आहे; आतां हे सरूप त्रिकोण आहेत म्हणून प्रमाण मांडावे कीं क्षेत्रफळास क्षेत्रफळ लं० वर्ग

$७२ : ४८ :: (\frac{\sqrt{२८८}}{२})^२ = ४८ \cdot २$  सुमारे याचे वर्गमूळ  $= ६ \cdot ९४४६$  हा लंब आहे सर्व कर्ण **अ ड** रेषा आहे. त्यांत **अ र**, **र फ**, **फ ड** असे ३ भाग आहेत. **अ र** = **फ ड** भाग आहे. कारण समान सरूप त्रिकोण आहेत;  $\therefore ६ \cdot ९४४६ \times २ = १३ \cdot ८८९२$  ही संख्या,  $\sqrt{२८८} = १७$  कर्ण यातून वजा केल्याने बाकी इच्छिलेला भाग **र फ** होईल;  $\therefore १७ - १३ \cdot ८८९२ = ३ \cdot ११०८$  फूट सुमारे हे उत्तर. ( आ० १४ प० )

[ १४ ] एका वर्तुळाची तृज्या १५ फूट आहे तर त्यामध्ये तृज्येसीं समान अशी ज्या काढल्याने त्याचे दोन खंड होतील, तर त्या खंडांच्या क्षेत्रफळांच्या वजावाकी बरोबर ज्या समभुज समकोन नवकोनाकृतीचे क्षेत्रफळ आहे त्याची बाजू किती ?

तृज्या १५ आणि ज्या १५ आहे तेव्हां **अ ब ड** वर्तुळांत **अ ब क** समभुज त्रिकोण झाला आहे तेव्हां, त्याचा लंब बाजूच्या  $\cdot ८६६०२५$  पट असतो असे नियमांत सांगितले आहे  $\therefore १५ \times \cdot ८६६०२५ = १२ \cdot ९९०३७५$  ही संख्या, **क र** तृज्येतून वजा केल्याने बाकी **र ल** म्हणजे वर्तुळखंडाची उंची राहिल  $\therefore १५ - १२ \cdot ९९ = २ \cdot ०१$  उंची तेव्हां १५ ज्या आणि उंची

२.०१ आहे  $\therefore १५ \times २.०१ \times \frac{३}{४} = २०.१ + \frac{(२.०१)^३}{१५ \times २} =$   
 $२०.३६७$  सुमारे आणि सर्व वर्तुळांचे क्षेत्रफळ  $१५ \times ३.१४१६ =$   
 $७०६.८६$  चौरस फूट  $- २०.३६७ = ६८६.४९३$  हा मोठा खंड  $-$   
 $२०.३६७ = ६६६.१२६$  ही वजावाकी म्हणजे समभुज समकोन नवको-  
नाकृतीचे क्षेत्रफळ आहे; आणि नियमाप्रमाणे बाजूच्या वर्गास  $६.१८१८२४२$   
या संख्येने गुणल्याने क्षेत्रफळ होते म्हणून;  $\sqrt{६६६.१२६} \div \sqrt{६.१८१८२४२}$   
 $= १०.३८$  फूट सुमारे हे उत्तर. ( आ० १५ प० )

[ १५ ] एक वनातीचा तुकडा  $\frac{३}{४}$  हात रुंद आणि  $\frac{३}{४}$  हात लांब आहे,  
त्याचा चौरसाकृति त्रुद्धिवृळाचा पट शिवणे आहे तर त्याचे दोनच भाग फ-  
हून शिबला पाहिजे असे असल्यास त्याची, कातरणी व जोडणी कशी करावी  
ते सांग ?

$\frac{३}{४}$  हात म्हणजे ९ तसू आणि  $\frac{३}{४}$  हात म्हणजे १६ तसू. आतां अ व क ड  
द्व्या वनातीच्या तुकड्यांची लांबी रुंदी अनुक्रमे १६ तसू आणि ९ तसू आहे  
तेव्हां १६ तसूपैकी १२ तसू ठेवून पलीकडचा भाग कापला तो रुंदीशी स-  
मांतर आणि ३ तसूपर्यंत एकसारखा म्हणजे फ न भाग; पुनः न र ४ तसू  
आणि र ल ३ तसू, ल व ४ तसू आणि व श ३ तसू, असा भाग कापल्यावर  
चिकटविणे व शिवणे झाले तर, व फ = १२ तसू, ट र = ८ तसू आहेत.  
यांत फ ड भाग मिळवावा म्हणजे फ न बाजू र ल होईल आणि र ल बाजू व श  
होईल आणि व श बाजू अ क्ष बरोबर होईल आणि वरची बाजू श क = १२  
तसू होईल म्हणजे श, क्ष मध्ये मिळून जाईल हे उत्तर. ( आ० १६ प० )

[ १६ ] एका घन काटकोन चौकोनाच्या परस्परांशी समांतर अशा दोन  
पातळ्यांपैकी प्रत्येकीचे क्षेत्रफळ २ चौरसफूट ११७ चौरस इंच आहे, दुसऱ्या  
दोन परस्परांशी समांतर असणाऱ्यांपैकी प्रत्येकीचे क्षेत्रफळ २ चौ० फू० १२  
चौ० इंच आहे आणि तिसऱ्या दोन समांतर पातळ्यांपैकी प्रत्येकीचे क्षेत्रफळ  
१ चौरस फू० ९६ चौ० इंच आहे तर त्याचे घनफळ काय ?

य ह, न व =  $२\frac{११०}{१२४}$  चौ० फू० क्षेत्रफळ प्रत्येकीचे.

अ य, व ड =  $२\frac{१}{१२}$  चौ० फू० क्षेत्रफळ प्रत्येकीचे.

य क, अ ह =  $१\frac{३}{३}$  चौ० फू० क्षेत्रफळ प्रत्येकीचे.

या आकृतीत य ड ही लांबी ड ह रुंदी आणि य न उंची असे मान. म्हणजे लांबी  $\times$  रुंदी =  $२\frac{११०}{१२४}$  आणि रुंदी  $\times$  उंची =  $२\frac{१}{१२}$ ; या दोहों रकमांत रुंदी साधारण आहे ती काढल्यास प्रमाण असे होते की, लांबी

: उंची ::  $२\frac{११०}{१२४}$  :  $२\frac{१}{१२}$  म्हणजे लांबी, उंचीच्या  $\frac{२\frac{११०}{१२४}}{२\frac{१}{१२}}$  पट आहे ∴

$२\frac{११०}{१२४} \times \frac{१२}{२५} = \frac{३०}{२०}$  पट आहे; आणि उंची  $\times$  लांबी =  $१\frac{३}{३}$  चौ० फू० आहेत म्हणजे  $\frac{३०}{२०} \div १\frac{३}{३} = \frac{१००}{२१}$  ही संख्या उंचीच्या वर्गावरोबर आहे ∴

$\sqrt{(\frac{१००}{२१})} = \frac{१०}{३}$  आतां; लांबी आणि रुंदी यांचा गुणाकार म्हणजे य ड ड ह =  $२\frac{११०}{१२४}$  चौ० फू० होतात यांस उंचीने गुणिल्याने घनफळ होते; ∴

$\frac{३०५}{१२४} \times \frac{१०}{३} = \frac{३५}{२} = ३\frac{१}{२}$  म्हणजे ३ घनफूट २१६ घन इंच हे उत्तर. (आ० १ प०)

[ १७ ] एका गोलाचा व्यास ८ फूट आहे तर त्याचे घनफळ काय? (घनफ० नि० ३) प्रमाणे  $8^3 \times .५२३६ = ५१२ \times .५२३६ = २६८.१$  फूट हे उत्तर.

[ १८ ] एका पोकळ गोलाच्या पोकळीचा व्यास ६ इंच असून त्याचे कवच १५४.९८५६ घनइंच भरले तर त्या पोकळ गोलावरील कवच्याची जाडी किती ते सांग ?

६ इंच व्यास व १५४.९८५६ घ० इ० कवच तर कवच्याची जाडी काढणे. प्रथम पोकळ गोलाचे घनफळ  $६^3 \times .५२३६ = ११३.०९७६$  यांत कवच्याचे घनफळ मिळविले म्हणजे सर्व घनफळ ∴  $११३.०९७६ + १५४.९८५६ = २६८.०८३२$  आणि हे घनफळ गोलाच्या घनास  $.५२३६$  यांनी गुणल्याने झाले आहे म्हणून  $२६८.०८३२ \div .५२३६ = ५१२$  याचे घनमुळावरोबर व्यास ∴  $\sqrt[३]{५१२} = ८$  व्यास - ६ = २ इंच व्यास

अधिक झाला परंतु कवच दोहों बाजूस आहे .∴ २ ÷ २ = १ इंच जाडी हें उत्तर.

[ १९ ] एका शंकूची उंची १५ फूट असून पायाचा परिघ १६ फूट आहे तर त्याचें घनफळ काय ?

उंची १५ आणि परिघ १६ आहे तेव्हां प्रथम तळाच्या वर्तुळाचें क्षेत्रफळ  $\frac{9^2}{2 \times 3.14159} = \frac{255}{19.7392} \approx 12.92$  क्षेत्रफळ झाले; कारण परिघाच्या वर्गास ३.१४१६ याच्या चौपटीने भागले तर क्षेत्रफळ होतें; आतां;  $\frac{255}{19.7392} \times \frac{15}{3} = 101.26$  घनफूट हें उत्तर.

[ २० ] एका दुकानदारानें काहीं किंमतीचे दर आप्यास काहीं आंबे प्रमाणे खरेदी करून त्यापैकी काहीं आंबे, दर आप्यास जितके घेतले होते त्याहून १ ज्यास्ती इतके ५ पैशांस या मानानें विकले, आणि बाकीचे, दर आप्यास खरेदी जितके केले होते त्याहून १ कमी इतके ३ पैशांस या मानानें विकले. परंतु पूर्वीच्या विकून आलेल्या पैशांचें प्रमाण ३१८५ : ८८२ आहे; व या व्यापारांत त्याला शे० ३ $\frac{३}{४}$  नफा होतो; परंतु जर तो दर आप्यास ५ प्रमाणे सर्वच विकून टाकता तर त्यास १ रुपया नफा झाला असता, यावरून त्याची खरेदी किती रुपयांची व दर आप्यास किती आंबेप्रमाणे घेतले तें सांग ?

३१८५ : ८८२ हें प्रमाण आहे. यास संक्षेप ४९ चा दिल्याने; ६५ : १८ हें प्रमाण झाले. आतां एकंदर विक्री ६५ + १८ = ८३ पैशांची च होती असे मानिल्यास खरेदी काय ? असा प्रश्न केल्याने १०० + ३ $\frac{३}{४}$  = १०३ $\frac{३}{४}$  विक्री असल्यास १०० खरेदी असते .∴ १०३ $\frac{३}{४}$  : ८३ :: १०० = ८० पैसे खरेदी, आतां विक्री दोन प्रकारची आहे. एकाचे ६५ पैसे आले त्याची मूळ किंमत काढली तर असे प्रमाण निघते कीं, दर आप्यास ५ पैसे म्हणजे सवाई झाली. परंतु दर आप्यास १ ज्यास्ती आंबा खर्च करावा लागतो. म्हणजे मूळ खरेदीच्या आप्या इतके आंबे म्हणून ६५ पैसे विक्री ही खरेदीच्या सव्वापट आहे म्हणजे ६५ ÷ १। = ५२ पैसे; परंतु ५२ पैसे

= १३ आणे तेव्हां १३ आंबे ज्यास्ती आहेत; याप्रमाणें दुसरी विक्री १८ पैशांची आहे, परंतु यांत मूळ किंमतीच्या  $\frac{3}{4}$  पट विक्री आणि मूळ खरेदीच्या आप्या इतके आंबे शिलक म्हणजे १८ ही मूळ खरेदीचे पाऊणपट आहे म्हणजे २४ पैसे खरेदी - ६ आंबे कमी; परंतु सर्व खरेदी ८० पैसे आहे आणि हल्ली खरेदी अनुक्रमें ५२ पैसे + १३ आंबे व २४ पैसे - ६ आंबे  
 $\therefore ८० - ७६ = ४$  पैसे, ४ पैसे = ७ आंबे मूळ खरेदीचा दर आणि आंबे आंबे आणा आ०

५ : ७ :: १ =  $१\frac{3}{4} - १ = \frac{3}{4}$  आणे नफा. १ आप्याच्या मुदलावर आ० रु० (आ० म०) (रु० मु०)  
 $\therefore \frac{3}{4} : १ :: १ = २\frac{1}{3} \therefore$  दर आप्यास ७ आंबे खरेदी आणि  $२\frac{1}{3}$  रुप-ये हें उत्तर.

[ २१ ] २० फूट व्यासाचा एक गोल आहे त्याच्या मध्य बिंदूपासून ५ फूट अंतरावर असणाऱ्या पातळीने त्या गोलाचे दोन खंड केले तर दोहोंच्या घनफळांची वजाबाकी किती तें सांग ?

२० फूट व्यास  $\therefore$  तृज्या = १० यांतून - ५ = ५ फूट गोलखंडाची उंची आतां : ( घनफळ नियमाप्रमाणें )  $२० \times ३ = ६० - (५ \times २) = ५० \times (५) = १२५० \times .५२३६ = ६५४.५$  घनफळ लहान गोलखंडाचें; आणि  $२० \times .५२३६ = ४१८८.८$  गोलार्धे घनफळ;  
 $\therefore ४१८८.८ - ६५४.५ = ३५३४.३$  मोठ्या गोलखंडाचें घनफळ आणि  $३५३४.३ - ६५४.५ = २८७९.८$  घनफूट हें उत्तर. (आ० २६ प०)

[ २२ ] एका त्रिकोण शंकूच्या पायाच्या बाजू अनुक्रमें ४, ५, ७, फूट आहेत; व शंकूची लंबीची ६ फूट आहे तर त्याचें घनफळ काय ?

प्रथम त्रिकोणाचें क्षेत्रफळ करावें आणि उंचीचे तृतियांशानें गुणावें म्हणजे घनफळ होते  $\therefore ४ + ७ + ५ = १६ \div २ = ८$  आतां  $८ \times (८ - ७) \times (८ - ४) \times (८ - ५) = ९६$  याचें वर्गमूळ = ९.७९  $\therefore ९.७९ \times ६ \times \frac{1}{3} = १९.५९६$  घनफूट हें उत्तर.

( आ. १८ प०. )

[ २३ ] एका वर्तुळ शंकूच्या पायाची तृज्या ७ फूट आहे. आणि तिर्कस उंची २५ फूट आहे तर त्या शंकूचे घनफळ काय ?

२५ तिर्कस उंची व तृज्या ७ आहे. तेव्हा  $२५^2 - ७^2 = ५७६$  आणि  $\sqrt{५७६} = २४$  लंब किंवा उंची;  $७ \times ३.१४१६ = २१.९९१२$  सुमारे क्षेत्रफळ  $\times २४$  उंची  $\times \frac{1}{3} = १२३१.५$  घनफूट हे उत्तर.

( आ० १९ प०. )

[ २४ ] एका शंकूच्या शिरो विंदूतून जाणारी व पायावर लंब असणारी अशी पातळी त्या शंकूचे जे दोन भाग करील त्यांपैकी प्रत्येकाचे नवीन श्रृंखला समभुज त्रिकोणाकृति असून त्या त्रिकोणाची प्रत्येक बाजू १२ फूट आहे तर त्या शंकूचे घनफळ काय ?

जर पातळी मध्यांतून जाते आणि समभुज त्रिकोणाकृति आहे तर असा वर्तुळ शंकू आहे की ज्याचा व्यास १२ आणि तिर्कस उंची १२ च आहे.  $\therefore$  समभुज त्रिकोणाचा लंब तोच शंकूची उंची. बाजू १ असल्यास  $\cdot ८६६०१२७$  लंब असतो;  $\therefore \cdot ८६६०१२७ \times १२ = १०.३९२१$  लंब आणि  $१२ + १ = ६$  तृज्या;  $६ \times ३.१४१६ = १९.६४१६$  क्षेत्रफळ, आता  $१९.६४१६ \times १०.३९२१ \times \frac{1}{3} = ३९१.८$  घनफूट हे उत्तर.

[ २५ ] अ आणि ब या दोघांचे मिळून ३०५ रु० होते आणि क, ड यांच्यापाशीही ३०५ रु० होते; परंतु कच्या ३ पट अचे रु० आणि बच्या २ पट डचे रु० होते, तर प्रत्येकाचे किती किती तें सांग ?

$$\left. \begin{array}{l} अ + ब = ३०५ \\ क + ड = ३०५ \\ ३ क = अ \\ २ ब = ड \end{array} \right\} \begin{array}{l} अ + ब = ३ क + \frac{1}{2} ड = ३०५ \\ क + ड = क + ड = ३०५ \\ \hline २ क = \frac{1}{2} ड \therefore \frac{1}{2} : \frac{1}{2} :: २ क = ४ क आणि \end{array}$$

क = १ तर ड = ४ म्हणजे  $१ + ४ = ५ \therefore ५ : ३०५ :: १ = ६१$  कचे;  $६१ \times ४ = २४४$  ड; आणि  $३ क = अ \therefore ६१ \times ३ =$



१८३ अ; आणि ३०५ - १८३ = १२२ ब  $\therefore$  १८३; १२२; ६१; २४४; अ व क ड यांचे अनुक्रमे आहेत हे उत्तर.

[ २६ ] एक बुरूज समभुज समकोन षट्कोनाकृति असून त्याची प्रत्येक बाजू २० फूट व उंची ३० फूट आहे आणि बुरजाचे वरच्या भागात १५ फूट उंचीचे शिखर बसविले आहे तर एकंदर बांधीव काम किती तें सांग ?

बाजू २० फूट आहे तेव्हा पूर्वी सांगितलेल्या नियमाप्रमाणे  $२० \times २.५९८०७६२ = १०३९.२३०४८$  क्षेत्रफळ यास  $\times ३० = ३११७६.९१४४$  हे घनफळ. आतां शिखराचे क्षेत्रफळ तळचे क्षेत्रफळा इतकेच आहे;  $\therefore १०३९.२३०४८ \times १५ \times \frac{१}{३} = ५१९६.१५२४$  आतां  $३११७६.९१४४ + ५१९६.१५२४ = ३६३७३.०७$  सुमारे घनफूट हे उत्तर.

[ २७ ] एका समांतर खंड शंकूच्या तळाच्या आणि शेंवटच्या पातळ्यांची क्षेत्रफळे अनुक्रमे ५ चौ० फू० आणि ४ चौ० फू० असून त्याची उंची  $२\frac{१}{३}$  फूट आहे तर त्याचे घनफळ काय ?

५ चौ० फू०; ४ चौ० फू० क्षेत्रफळ, उंची  $२\frac{१}{३}$  आहे तेव्हा पूर्वी दिलेल्या नियमावरून  $५ + ४ + \sqrt{५ \times ४} = १३.४७२$  यास  $\times २\frac{१}{३} \times \frac{१}{३} = ११.२२७$  सुमारे घनफूट हे उत्तर.

[ २८ ] एका किल्याचा बुरूज समांतर वर्तुळ खंड शंकाकृति आहे त्याच्या पायाचा व्यास ४ यार्ड आणि तोंडाच्या वर्तुळाचा व्यास  $१\frac{१}{३}$  यार्ड असून तिर्कस उंची  $(\frac{१३३१}{१६})^{\frac{१}{२}}$  यार्ड आहे तर त्यास दर घन यार्डास १० रुपये प्रमाणे काय खर्च लागेल तें सांग ?

$४ \div २ = २$  तृत्या आणि;  $३ \times ३.१४१६ = १२.५६६४$  हे तळचे क्षेत्रफळ तसेच वरचे क्षेत्रफळ  $१\frac{१}{३} \div २ = \frac{३}{४}$ ;  $(\frac{३}{४}) \times ३.१४१६ = १.७६७$  आणि  $\sqrt{१२.५६६४ \times १.७६७} = ४.७१$ ;  $१२.५६६४ + १.७६७ + ४.७१ = १९.०४$  सुमारे. आतां

$१\frac{१}{३}$  वरील व्यास तेव्हां तृज्या  $\frac{३}{४}$ ; खालच्या वर्तुळाचा व्यास ४ तेव्हां तृज्या २  $\therefore २ - \frac{३}{४} = \frac{५}{४}$  अंतर, हीच तर्कस उंची.  $\sqrt{(\frac{१३२१}{१६})}$  याचा वर्ग  $-(\frac{५}{४})^२ =$  उंचीचा वर्ग  $\therefore \sqrt{(\frac{१३२१}{१६})^२} = \frac{१३२१}{१६} - \frac{२५}{१६} = ८१$  याचे वर्गमूळ = ९ ही लंबूची.  $१९.०४ \times \frac{९}{३} = ५७.१२$  घनफळ यास १० यांनी गुणून = ५७१.२ रूपये हे उत्तर. ( आ० २० प०. )

[ २९ ] एका समांतर वर्तुळखंड शक्काळीच्या पायाची तृज्या व तोंडाच्या वर्तुळाची तृज्या ह्या अनुक्रमे ८ आणि ७ इंच असून त्यांची लंबूची ३ इंच आहे, तर ज्या वर्तुळ शंकूचा हा समांतरखंड आहे त्या शंकूचे घनफळ काय ?

ह्या वर्तुळ शंकूच्या खंडांच्या तृज्या ८, ७ आहेत  $\therefore ८ - ७ = १$  अंतर असण्यास जसा ३ इंच लंब तसा ८ अंतर असण्यास किती;  $१ : ८ :: ३ = २४$  इंच शंकूची उंची झाली, कारण अ व क आणि ड ई फ सरूप त्रिकोण आहेत  $\therefore$  व ई पायांस जसा व क पाया तसा ई ड लांबास अ क लंब;  $१ \times ३.१४१६ = २०१.०६२४$  क्षेत्रफळ  $\times २४ \times \frac{१}{३} = १६०.८५$  हे घन इंच हे उत्तर. ( आ० २१ प०. )

[ ३० ] एक बाग काटकोन चौकोनाकृति ४०० फूट लांब आणि ३०० फूट रुंदीची असून तिच्या एका कोपऱ्यांत २०० फूट लांब व १५० फूट रुंदीचे घर ( बागेच्या लांबी रुंदीत घराची लांबी रुंदी असणारे ) आहे तर बाकी राहिलेल्या जागेचे क्षेत्रफळाने समान ४ भाग असे कर की ते परस्परांशी सरूपाकृति असून प्रत्येकाची लांबी, रुंदी इतरांच्या लांबी रुंदीबरोबर असावी ?

अ व ड क या आकृतीची बाग काटकोन चौकोनाकृति आहे त्यांतून घराची जागा वजा देतां बाकी गोमुखाकृति राहिली. तिचे समान आणि सरूप असे ४ भाग केले ते बाजूस दाखविलेल्या आकृतीवरून लक्षांत येतील. अ क रेषा न स्यळी दुभाग, क र रेषा य स्यळी दुभाग, अ व रेषा झ स्यळी दुभाग. च छ रेषा ल स्यळी दुभाग, नंतर छेदन विंदूवर लंब

काढ, आणि क्ष श लंत्र अ न यांच्या निमा काढ, व ष अवशीं समांतर काढ म्हणजे इच्छिले भाग होतील.

[ ३१ ] पांच फूट व्यासाच्या वर्तुळ शंकूची उंची पांच फूट असून त्याच्या पायाखाली एक अर्ध गोल पांच फूट व्यासाचा लाविला आहे तर एकंदर आकृतीचे घनफळ काय तें सांग ?

५ व्यास तेव्हां  $\frac{5}{2}$  तृज्या.  $(\frac{5}{2})^2 \times 3.1416 = 19.635$  क्षेत्रफळ  $\times \frac{5}{3} = 32.725$  शंकूचे घनफळ.

आतां गोलार्धाचे; ५ याचा घन १२५ यास  $\times .5236$  आणि त्याचा  $\frac{5}{2} = 32.725$   $\therefore 32.725 + 32.725 = 65.45$  घनफूट हें उत्तर.

[ ३२ ] पृथ्वीचा व्यास ७९०० मैल आणि चंद्राचा व्यास २१६० मैल आहे तर चंद्राच्या घनफळाचे किती पट पृथ्वीचे घनफळ आहे तें सांग ?

पृथ्वीचा व्यास ७९०० मैल आणि चंद्राचा २१६० मैल आहे, तेव्हां  $7900 + 2160 = 3.6978$  पट पृथ्वीचा व्यास आहे; परंतु (घनफळ नि० ८) प्रमाणें पृथ्वीचा व्यास चंद्राचे व्यासाच्या  $3.6978$  पट आहे तर पृथ्वीचे घनफळ चंद्राच्या  $(3.6978)^3$  बरोबर म्हणजे सुमारे ४९ पट होईल हें उत्तर.

[ ३३ ] ज्याच्या पायाचा व्यास १६ फूट असून उंची ४ यार्ड आहे अशा सिलिंडराच्या घनफळा बरोबर ज्याचे घनफळ अशा गोलाचा व्यास किती ?

$16 \div 2 = 8$  तृज्या  $\therefore 8^2 \times 3.1416 = 201.628$  क्षेत्रफळ यास  $\times 4 = 806.512$  घनफळ हेंच गोलाचे आहे  $\therefore$  व्यास  $\times .5236 =$  घनफळ होतें करितां  $\sqrt[3]{\frac{806.512}{.5236}} = \sqrt[3]{1540.32} = 11.53$  फूट हें उत्तर.

[ ३४ ] एक समांतर गोलखंड आहे, त्याच्या तृज्या अनुक्रमे ८, ७ इंच

असून उंची ३ इंच आहे तर त्याचे घनफळ काय ? ( हा समांतरखंड गोलाच्या मध्याचे एकेच बाजूस आहे. )

नियमाप्रमाणे; दोन्ही तृज्यांचे वर्गाच्या बेरजेत उंचीच्या वर्गाचा  $\frac{1}{3}$  मिळवून त्या बेरजेस उंचीने गुणून तो गुणाकार १.५७०८ यांणी गुणावा म्हणजे घनफळ होतें, करितां.  $( ६४ + ४९ + ३ ) = ११६ \times ३ \times १.५७०८ = ५४६.६३८४$  घन इंच हें उत्तर.

[ ३५ ] काहीं एक काम अ १२ दिवसांत करतो; व ३ दिवसांत अच्या २ दिवसांहून कच्या  $\frac{3}{4}$  दिवसांचे ज्यास्त इतकें करतो; आणि क किती दिवसांत करतो हें माहित नाहीं. आतां तें काम करावयास तिवांसही एकदम लाविलें, तेव्हां सर्व काम संपेपर्यंत अ काहीं दिवस गैरहजर होता, व, अपेक्षां २ दिवस ज्यास्ती गैरहजर, आणि क, वपेक्षां २ दिवस ज्यास्ती गैरहजर राहिला; असें असून तें सर्व काम आरंभापासून  $९\frac{2}{3}$  दिवसांत संपलें; परंतु जर वपेक्षां क ३ दिवस गैरहजर जास्ती राहता तर तेंच काम आरंभापासून  $९\frac{2}{3}$  दिवसांत संपलें असतें, तर अ किती दिवस गैरहजर राहिल्य तें सांग ?

जर  $९\frac{2}{3}$  दिवस लागले तर वास्तविक  $९\frac{2}{3}$  दिवस लागावयाचे तेव्हां  $९\frac{2}{3} - ९\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  दिवसांचें अ + व + क यांचें, हें कच्या १ दिवसावरोबर आहे. कारण १ दिवस जास्त क गैरहजर राहिला होता; आतां  $\frac{1}{3}$  दिवस कचे आहेत  $\therefore १ - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  दिवसांचें कचें काम अ + व यांणी  $\frac{1}{3}$  दिवसांत केलें; म्हणजे  $\frac{1}{3}$  दिवसांत अ आणि व किती काम कर-

तात तें काढावें. म्हणजे प्रमाण निघेल.  $\frac{१२}{१} : \frac{१०}{३} :: \frac{१}{१} = \frac{५}{३३}$ ; आणि व ३ दिवसांत २ दिवसांचें अचे म्हणजे  $\frac{१}{६}$  काम करतो तेव्हां

दि० दि० का०  
 $३ : \frac{१०}{३} :: \frac{१}{६} = \frac{५}{३३}$  काम आणि त्याच ३ दिवसांत +  $\frac{३}{४}$  दिवसांचें कचें काम करतो म्हणून  $३ : \frac{१०}{३} :: \frac{३}{५} = \frac{२}{३}$  कचें काम यावरून प्रमाण  $\frac{२०}{३}$

दिवस क =  $\frac{५}{३२२} + \frac{५}{३३३} + \frac{२}{३७}$  क  $\therefore \frac{२७}{३७} - \frac{२}{३७} = \frac{२५}{३७}$  दि० क =

$\frac{२५}{६६६}$  काम  $\therefore \frac{२५}{६६६} : \frac{१}{९} :: \frac{२५}{३७} = १८$  दि०  $\therefore १८$  दिवसांत क १

काम करील आणि;  $१८ : \frac{३}{५} :: १ = \frac{१}{३०}$  काम + (अचे २ दिवसांचे  
का० का० दि०  
म्हणजे  $\frac{१}{६}$ ) =  $\frac{१}{५}$  काम व ३ दिवसांत करतो.  $\therefore \frac{१}{५} : \frac{१}{९} :: ३ =$

१५ दिवस, आतां अ मुर्ळीच गैरहजर राहिला नाहीं असे मानिल्यास व २ दिवस आणि क ४ दिवस, तेव्हां ४ दिवसांत क मुर्ळीच नाहीं. वने २ दिवस आणि अने ४ दिवस काम केले;  $\therefore$

दि० दि० का० का०

$१२ : ४ :: १ = \frac{१}{३}$  }  $\frac{१}{३} + \frac{२}{३} = \frac{७}{३}$  काम ४ दिवसांत झाले.

$१५ : २ :: १ = \frac{१}{३५}$  }  $\therefore \frac{१}{३} - \frac{१}{३५} = \frac{६}{३५}$  काम तिघांनीं केले.

$\frac{१}{१२} + \frac{१}{१५} + \frac{१}{३६} = \frac{३७}{३६०}$  काम १ दिवसांत होतें.  $\therefore \frac{३७}{३६०} : \frac{१}{३५} ::$   
दि० दि० का० का०

$१ = \frac{१६}{३७} + ४ = ६\frac{२२}{३७}$  दिवसांत संपावे असे असून प्रश्नांत  $९\frac{२२}{३७}$  दिवसांत झाले आहे तेव्हां  $९\frac{२२}{३७} - ६\frac{२२}{३७} = ३$  दिवस अने मुर्ळीच काम केले नाहीं; म्हणून ३ दिवस हे उत्तर.

[ ३६ ] एके गोलखंडाचे पायाची तृज्या ४ फूट असून त्याची उंची २ फूट ८ इंच आहे, तर त्या गोलखंडाचे घनफळ काय ?

तृज्या ४ फूट, उंची २ फूट ८ इंच. तेव्हां नियमाप्रमाणे ( ३ व्यास-  
२ उंची )  $\times$  उंचीचा  $\times .५२३६ =$  घनफळ.

यावरून मार्गे कमळाचे उदाहरण ( ५ वे भाग १२ ) सोडविले आहे. त्याप्रमाणे सोडवून त्यांत उंची मिळविल्याने तृज्या होईल. आणि त्याचे दुप्पट व्यास होईल. गोलखंडाच्या वर्तुळाची तृज्या आणि उंचीही काटकोनांतच असतात. तेव्हां  $( २\frac{२}{३} )^2 = \frac{६४}{९}$ ;  $\frac{४}{३} = १\frac{६}{९} - \frac{६४}{९} = \frac{८०}{९}$  यास २ पट उंची म्हणजे  $२\frac{२}{३} \times २ = \frac{४६}{३}$  नीं भागल्याने ४ प रेषा होईल  $\therefore \frac{८०}{९} \div \frac{४६}{३} = \frac{५}{३}$  ४ प आहे. + क ४ म्हणजे  $२\frac{२}{३} \therefore \frac{८}{३} +$

$\frac{५}{३} = \frac{१३}{३}$  तृज्या  $\times २ = \frac{२६}{३}$  व्यास. आतां नियमाप्रमाणे  $\frac{२६}{३} \times ३ = २६ - (२\frac{२}{३} \times २) = \frac{६२}{३} \times (२\frac{२}{३})^२ = \frac{३२६८}{३७} \times .५२३६ = \frac{२०७७६३३८}{३७००००} = ७६.९५$  घनफूट हें उत्तर. ( आ० २५ प०. )

[ ३७ ]  $३\frac{१}{२}$  इंच व्यासाच्या गोळ्याचें वजन  $१\frac{१}{२}$  शेर भरतें, तर ४०५ शेर वजनाचा गोळा किती इंच तृज्येचा असेल तें सांग ?

$३\frac{१}{२}$  इंच व्यासावरून घनफळ काढलें तर  $(३\frac{१}{२})^३ \times .५२३६$  होतें; आ-  
शेर : शेर

णि वजन  $१\frac{१}{२}$  शेर आहे  $\therefore$  प्रमाण मांडावें कीं;  $१\frac{१}{२} : ४०५ :: (३\frac{१}{२})^३$

घनफळ  
 $\times .५२३६ = \frac{३२३}{८} \times \frac{५२३६}{१००००} \times \frac{५}{६} \times \frac{८१}{२०}$  घनफळ यावरून व्यास काढणें आहे; व्यास  $\times .५२३६ =$  घनफळ करितां वरील रकमेस भागावें.  
 $\frac{८१}{२०} \times \frac{३२३}{८} \times \frac{५२३६}{१००००} \times \frac{५}{६} \times \frac{१००००}{५२३६} =$  व्यासाचा घन आहे  $\therefore$   
 $\sqrt[३]{(\frac{३२६१}{६४})} = \frac{२१}{४} = ५\frac{१}{४}$  व्यास. याचे निम्मे तृज्या  $२\frac{५}{८}$  इंच हें उत्तर.

[ ३८ ] एका समांतरखंड शंकूच्या पातळ्यांच्या तृज्या अनुक्रमे १०, ८ इंच असून, उंची ५ इंच आहे. तर त्या पातळ्यांशीं समांतर असणाऱ्या एका पातळीनें त्याचे समान दोन भाग केले तर ही दुभागणारी पातळी १० इंच तृज्येच्या पातळीपासून किती अंतरावर असेल तें सांग ?

व र क व समांतर वर्तुळखंड शंकू आहे. व, न, तृज्या ८ इंच व प तृज्या १० इंच न प उंची ५ इंच आणि दोन भाग करणारी पातळी च ट आहे तेव्हां न पशीं समांतर व ल रेषा काढ म्हणजे व प - प ल = व ल रेषा म्हणजे १० - ८ = २ आतां व ल व आणि अ प व हे दोन्ही त्रिकोण सरूप झाले  $\therefore$  व ल : ल व :: व प = प अ. म्हणजे सर्व लंब किंवा ज्या शंकूचा खंड दिलेला आहे त्या शंकूची उंची निघेल  $\therefore$  २ : ५ :: १० = २५ फूट आतां सर्व शंकूचें घनफळ नियमाप्रमाणे  $१०^३ \times ३.१४१६ \times २५ \times \frac{१}{३} = २६१८$  घनफूट व र क व समांतरखंड शंकूचें घनफळ, घ० नि० ८ प्रमाणे-

$(८)^२ \times ३.१४१६ = २०१.०६२४$  वरील तोंडाचें क्षेत्रफळ.

$(१०)^२ \times ३.२४१६ = ३२४.१६$  खालच्या तोंडाचें क्षेत्रफळ.

$\sqrt{२०१.०६२४ \times ३१४.१६} = २५१.२$  मध्य प्रमाण क्षेत्रफळ. या

तिन्ही क्षेत्रफळांची बेरीज  $७६६.४$  यास  $\times ५ \times \frac{३}{४} = १२८४$  घनफळ.

ह्याचे दोन भाग केले आहेत असे प्रश्नांत आहे  $\therefore १२८४ \div २ = ६४२$

घनफळ. परंतु सर्व शंकूचें घनफळ  $२६१८$  घनफूट  $\therefore २६१८ -$

$६४२ = १९७६$  अ च ट शंकूचें झालें. आतां प्रमाण मांडावें कीं मोठ्या शंकू-

च्या घनफळास, जसा त्याचा उंचीचा घन तसा लहान शंकूच्या घनफळास

त्याच्या उंचीचा घन आहे म्हणजे

घ० घ०

$२६१८ : १९७६ :: (२५)^३ = २२.७४९$  सुमारे घनमूळ काढून लंब

आला म्हणजे अट उंची आतां अप - अट = टप इच्छिलेली उंची  $\therefore २५ -$

$२२.७४९ = २.२५१$  इंच सुमारे हें उत्तर.

[३९] २५ फूट उंचीच्या कळकावर एक गोगलगाय दिवसाच्या १२ तासांत  $१३\frac{३}{४}$  इंच चढत असे, आणि रात्रीच्या १२ तासांत  $८\frac{३}{४}$  इंच खाली घसरत असे; तर या मानानें ती कळकाच्या शेज्यापर्यंत किती तासांत पोचेल ?

२५ फूट = ३०० इंच कळकाची उंची; आणि  $१३\frac{३}{४} - ८\frac{३}{४} = ५$  इंच  
इ० इ० दि०

रोज म्हणजे २४ तासांत चढते  $\therefore ५ : ३०० :: १ = ६०$  दि०; वास्त-

विक पाहतां ६० वे दिवशीं ती ६०  $\times ५ = ३०० + ८\frac{३}{४} = ३०८\frac{३}{४}$  इंच

उंच गेली असावी. म्हणून रात्रीच्या १२ तासांत  $८\frac{३}{४}$  इंच खाली घसरून

३०० इंचावर आली आहे; परंतु  $३०८\frac{३}{४}$  इंच उंची कळकाची नाहीं. त्या-

वरून ६० दिवस तिला लागत नाहींत. आतां  $१३\frac{३}{४}$  इंच चढल्यावांचून

उतरत नसे म्हणून ५८ दिवस लागतात असे घेतलें तर  $५८ \times ५ = २९०$

इंच वर गेली; आणि  $३०० - २९० = १०$  इंच चढणें राहिलें

इ० इ० ता० तास

$१३\frac{३}{४} : १० :: १२ = \frac{८९}{११}$ ; आणि पहिले ५८ दिवस  $\therefore ५८ \times २४ =$

$१३९२ + \frac{८९}{११}$  तास =  $१४००\frac{८९}{११}$  तास हें उत्तर.

[ ४० ] एका पाचरेचा पाया चौरस असून पायाची प्रत्येक बाजू १५ इंच आहे. व पाचरेची वरील धार आणि उंची प्रत्येक २४ इंच आहे. तर त्याचे घनफळ काय ?

( घनफळ नियम ७ प्रमाणे )  $१५ \times २ = ३० + २४ = ५४ \times १५ \times २४ \times \frac{१}{६} = ३२४०$  घनइंच हे उत्तर.

[ ४१ ] एका पाचरेची धार २१ इंच, पायाची लांबी २७ इंच व धारे-वर लंब असणाऱ्या एका पातळीने ते कापिले असता होणाऱ्या नवीन पृष्ठाचे क्षेत्रफळ १६० चौरस इंच आहे तर त्याचे घनफळ काय ?

या उदाहरणांत पाचराची उंची आणि रुंदी दिली नाही. परंतु क्षेत्रफळ नवीन होणाऱ्या त्रिकोणाचे सांगितले आहे म्हणजे रुंदीचा आणि उंचीचा गुणाकारार्थ आहे म्हणून  $१६० \times २ = ३२०$  उंची  $\times$  रुंदी आहे आणि नियमाप्रमाणे  $२७ \times २ = ५४ + २१ = ७५$  यास  $\times$  ( रुंदी  $\times$  उंची म्हणजे  $३२०$  ) आणि त्यांस ६ नीं भागावयाचे  $\therefore \frac{७५ \times ३२०}{६} = ४०००$  घन-इंच घनफळ हे उत्तर.

[ ४२ ] एका पाचरेची धार १५ इंच, पायाची लांबी व रुंदी अनुक्रमे २४, ७ इंच आणि पाचराची उंची २२ इंच आहे, त्या पाचराच्या धारेच्या एका टोंकांतून जाणाऱ्या व दुसऱ्या टोंकाजवळील त्रिकोणाशी समांतर असणाऱ्या अशा एका पातळीने त्या पाचराचे दोन भाग केले असता प्रत्येक भागाचे घनफळ काय ?

अ व फ इ क ड ही पाचराकृति आहे आणि नवीन पातळी व ग रेषा आहे, आणि तिने व ग इ फ असा एक शंकू केला आहे. तेव्हां प्रथम सर्व पाचराचे घनफळ, नियमाप्रमाणे  $२४ \times २ = ४८ + १५ = ६३ \times ७ \times २२ \times \frac{१}{६} = १६१७$  घनइंच घनफळ यांतून शंकूचे वजा केले म्हणजे दुसरा खंड होईल. व ग रेषा कअशी समांतर आहे म्हणून अ व = ड ग म्हणजे १५ आहे. तेव्हां  $२४ - १५ = ९$  लांबी आणि रुंदी ७ प्रभांत दिली आहे. व उंची २२ इंच  $\therefore ९ \times$



७ = ६३ क्षेत्रफळ  $\times \frac{२३}{३} = ४६२$  घनइंच आणि १६१७ - ४६२ = ११५५ घनइंच हे उत्तर. (आ० २८ पहा.)

[ ४३ ] एका समांतरखंड शंकूची उंची ४ फूट असून त्याचीं दोन्ही शेवटें काटकोन चौकोन आहेत. त्यांपैकी तळाच्या काटकोन चौकोनाची लांबी रुंदी अनुक्रमे १२, १० फूट आहे. व त्या बाजूशीं समांतर असणाऱ्या वरील काटकोनाची लांबी रुंदी अनुक्रमे ८, ६ फूट आहे. तर प्रत्येक शेवटाशीं समांतर व त्यापासून सारख्या अंतरावर असणाऱ्या एका पातळीने त्याचे दोन भाग केल्यास खालचा भाग वरील भागापेक्षा किती घनफूट ज्यास्त होईल तो सांग?

वरील लांबी रुंदी अनुक्रमे ८, ६ आहे. आणि खालची १२, १० आहे. तेव्हां मधील लांबी रुंदी  $\frac{१२+८}{२}, \frac{६+१०}{२}$  म्हणजे १०, ८ फूट होईल. कारण अर्ध उंचीवर छेद केला. तेव्हां मध्य लांबी रुंदी दोहोंचे बेजार्धा बरोबर आहे आतां सर्व समांतरखंड शंकूचे घनफळ, घ० फ० नि० ८ प्रमाणे  $१२ \times १० = १२० + (८ \times ६) + \sqrt{१२० \times ४८} = \frac{२४ \times २४}{३}$  घनफळ. आणि खालच्या खंडाचे  $१२ \times १० = १२० + (१० \times ८) + \sqrt{१२० \times ८०} = \frac{२९६}{३} \times \frac{२}{३} = \frac{५९२}{३}$  घनफळ भाग  $\therefore \frac{१७६}{३} - \frac{५९२}{३} = \frac{३८०}{३}$  लहानखंड आणि  $\frac{५९२}{३} - \frac{३८०}{३} = \frac{२१२}{३} = ७२$  घनफूट हे उत्तर.

[ ४४ ] एका चौरसाकृति बुद्धिबळाचा पट करावयाचा आहे. त्यास दोन हात रुंद व १० हात लांब अशी वनात असल्यास तिचे पांच भाग करून चौरसाकृति पट शिवून कसा द्यावा तें सांग!

अ क = २, क ड = ४, ड ग = ४, ग ह = २ असे तुकडे केले आणि ड, ग बिंदूंतून समांतर रेषा काढल्या. ड अ, ड फ सांधले. अ क ड काटकोन त्रिकोण आहे तेव्हां अ ड बाजू  $\sqrt{२०}$  होईल.  $२ \times १० = २०$  क्षेत्रफळ तेव्हां पटाची बाजू  $\sqrt{२०}$  पाहिजे. (आ० २९ व ३० प०.)

ती दुसरे आकृतीत अ ड मान अ क ड = अ र ड आहे. अ ड ई =

अ ई क आहे. ई ड फ = ड ल फ, फ ग ड = फ ग ई आहे. आणि फ ग ह व चौरस र ल ग क चौरसा बरोबर आहे हे सिद्ध.

[ ४५ ] एका चौरस शंकूच्या पायाची प्रत्येक बाजू २४ फूट असून लंबाची १६ फूट आहे. तर त्या शंकूच्या (पायासह) षष्ठफळा बरोबर ज्या घनाचे षष्ठफळ आहे त्याची प्रत्येक बाजू किती ?

चौरसाचे क्षेत्रफळ  $२४^2 = ५७६$  आतां लंबाची १६ आहे. तेव्हां तिर्कस उंची काढणे. क मध्य बिंदूवर लंब आहे. म्हणून अ व व्यांच्या  $\frac{१}{३}$  बरोबर क ड बाजू म्हणजे १२ तेव्हां लंब १६ आणि पाया १२ आहे  $\therefore$  कर्ण २० झाला. आतां पायाचा घेर  $२४ \times ४ = ९६$  फूट यास  $\times २० = १९२० \times \frac{१}{३} = ६४०$  वक्र षष्ठफळ + चौरसाचे तळचे म्हणजे ५७६  $\therefore ६४० + ५७६ = १२१६$  हेच घनाचे षष्ठफळ. म्हणजे एका बाजूच्या क्षेत्रफळाची ६ पट आहे  $\therefore १२१६ \div ६ = २०२$  एका बाजूचा वर्ग  $\therefore \sqrt{२०२} = १४$  फूट हे उत्तर. (आ० ३१ प०.)

[ ४६ ] एका वर्तुळ शंक्राकृति तंबूची लंबाची ८ फूट आणि पायाच्या वर्तुळाची तृज्या ६ फूट आहे तर त्यास पाऊणवार रुंदीची खादी किती लांब लागेल ?

तृज्येवर लंब आहे तेव्हां काटकोन त्रिकोन झाला. तृज्या ६ लंब ८  $\therefore$  कर्ण १० हीच तिर्कस उंची. ६ तृज्या  $\times २ = १२$  व्यास  $\times ३.१४१६ = ३७.६९९२$  परिघ  $\therefore \frac{३७.६९९२ \times १०}{२} = १८८.४९६$  षष्ठफळ. तंबूस खालची बाजू मढविणे नाही. आतां पाऊण यार्ड  $= २\frac{१}{२}$  फूट  $\therefore \frac{१८८.४९६}{२\frac{१}{२}} = ८४$  फूट सुमारे  $= २८$  यार्ड हे उत्तर.

[ ४७ ] समांतर वर्तुळखंड पायाची तृज्या ८ फूट आणि वरील तोंडाची तृज्या ५ फूट असून तिर्कस उंची ४ फूट आहे तर त्याच्या वक्र षष्ठफळाचे समान दोन भाग करणारी पातळी ( जी परस्परांशी समांतर आहे अशी ) तिर्कस उंचीचे कोणते दोन भाग करील ?

या उदाहरणांत लक्ष दिलें असतां असें समजेल कीं, त्रापिज्यायदाकृति हाच समांतर वर्तुळखंड शंकू आणि त्याचे क्षेत्रफळानें समान दोन भाग केले असतां दुभागणारी रेषा पायापासून किती अंतरावर आहे असें काढणें, असा अर्थ उत्पन्न होईल. म्हणजे मागे १२ वें उदाहरण सांगितलेंच आहे. त्याचप्रमाणें; आतां तृज्या ८ ∴ व्यास १६ आणि परीघ १६ × ३.१४१६ = ५०.२६५६ आहे. असाच वरील तोंडाचा परीघ; ५ × २ × ३.१४१६ = ३१.४१६ परीघ हीच खालची व वरची बाजू असें मान.

$$\left. \begin{array}{l} ३१.४१६ \\ ५०.२६५६ \\ \hline ८१.६८१६ \end{array} \right\} \frac{८१.६८१६ \times २}{२} = १६३.३६३२$$

सर्व पृष्ठफळ आणि. (आ० ३२ प०.)

१६३.३६३२ ÷ २ = ८१.६८१६ हे फ च क ग भागाचें १० फळ.

ई छ रेषा ड वशीं समांतर काढली. ई ह लंब ई छ क त्रिकोणांत आहे. व ड क ई बाजू वाढविल्या त्या अ स्यर्ळी मिळाल्या म्हणून अ व क आणि ई छ क असे दोन सरूप त्रिकोण जाले; आणि व क - ड ई = छ क म्हणजे ५०.२६५६ - ३१.४१६ = १८.८४९६ आहे आणि लंब काढण्यास प्रमाण मांडावें कीं.

पाया            पाया            लंब

$$१८.८४ : ५०.२६ :: ४ = १०.७१४ \text{ सुमारे आणि}$$

$$\frac{५०.२६५६ \times १०.७१४}{२} = २६९.२ \text{ सुमारे क्षेत्रफळ.}$$

∴ २६९.२ - ८१.६८१६ अर्धत्रापिज्यायदाचें म्हणजे वरील अ फ ग त्रिकोणाचें क्षेत्रफळ राहिल ∴

$$\left. \begin{array}{l} २६९.२ \\ ८१.६८ \\ \hline १८७.५२ \end{array} \right\} \text{आतां प्रमाण मांडावें कीं क्षेत्रफळास जसा लंबाचा वर्ग तसा दुसऱ्या क्षेत्रफळास त्या लंबाचा वर्ग}$$

$$(१०.७१४)^2 = ११४.७१ \text{ सुमारे,}$$

क्षेत्र            क्षेत्र            लंब

$$२६९.२ : १८७.५२ :: ११४.७१ = ८० \text{ सुमारे, } \sqrt{८०} = ८.९४४$$

आणि  $१०.७१४ - ८.९४४ = १.७७$  फूट सुमारे. आणि  $४ - १.७७ = २.२३$  वरील उंची आणि  $१.७७$  खालची उंची हें उत्तर.

[ ४८ ] एका गोलाचें षष्ठफळ ४ फूट व्यासाच्या वर्तुळाच्या क्षेत्रफळा वरोबर आहे त्याचें घनफळ काय ?

४ फूट व्यास  $\therefore$  क्षेत्रफळ  $४ \times ३.१४१६ = १२.५६६४$  चौरस फूट हेंच गोलाचें षष्ठफळ. म्हणजे व्यास  $\times ३.१४१६$  वरोबर षष्ठफळ असतें

$\therefore \frac{\sqrt{३.३१४१६}}{३.१४१६} =$  व्यास २ फूट आणि घनफळ करणें

$\therefore (२)^३ = ८ \times १.५७०८ = ४.१८८८$  घनफूट हें उत्तर.

[ ४९ ] एका गृहस्थानें कांहीं शेर वजन मिठाई घेण्याचा वेत केला, पुढें हलवयाची तराजू खोटी असल्यामुळें ती मिठाई एके वाजून ७२ शेर वजन होई आणि तीच दुसरे वाजून १२८ शेर होई; नंतर ती घरी आणून प्रत्येक पुरुषास  $२\frac{१}{३}$  शेर आणि बायकोस  $१\frac{१}{३}$  शेर खरे वजनानें देणार तों असें आढळलें कीं खरे वजनाची २ शेर मिठाई कमी येऊं लागली, म्हणून प्रत्येक पुरुषास २ शेर व प्रत्येक बायकोस २ शेर प्रमाणें दिली तेव्हां वरोबर वांटणी झाली, तर पुरुष व बायका किती ? ( खरें वजन दोन्ही वजनांच्या गुणाकाराच्या वर्गमुळावरोबर असतें )

$\therefore ७२ \times १२८ = ९२१६$  याचें वर्गमूळ  $= ९६$  खरें वजन आतां पुरुषास  $२\frac{१}{३}$  शेर व बायकोस  $१\frac{१}{३}$  शेर दिल्यानें २ शेर मिठाई कमी येते, दुसरे वेळीं २ शेर पुरुषास व २ शेर बायकोस दिल्यानें तोटा येत नाहीं. यावरून प्रत्येक पुरुषाची अडेर मिठाई कमी करून बायकोस अधिक दिली तेव्हां तोटा झाला नाहीं म्हणून २ शेर मिठाई खाणारे ४ पुरुष बायकां पक्षां अधिक होते. म्हणून  $९६ - ८ = ८८$  शेर  $\div ४ = २२$  पुरुष व २२ बायका परंतु ४ पुरुष अधिक आहेत म्हणून २६ पुरुष व २२ बायका हें उत्तर.

[ ५० ] एका गोलखंडाची उंची १० इंच आणि गोलाचा परिघ ८५

इंच आहे तर त्याच्या वक्र पृष्ठफळाबरोबर ज्याचें पृष्ठफळ आहे, अशा गोलाचा व्यास किती ?

$$१० \times ८५ = ८५० \text{ पृष्ठफळ हेंच गोलाचें मानिल्यास व्यास} = \sqrt{\left(\frac{८५०}{३.१४१६}\right)}$$

इंच

$$= \sqrt{२७०.५} = १६.४३१ \text{ सुमारे हें उत्तर.}$$

[ ५१ ] एका गोलाचा व्यास ८० फूट आहे त्याच्या मध्या पासून ४५ फूट अंतरावरील पाहणाऱ्या मनुष्यास त्या गोलाचा किती भाग दिसेल. ?

अ ह = ८० फूट ∴ अ ड = ४० तृज्या, अ व = ५ फूट. आतां, वपामून पाहिल्यास व क दृष्टी होते. आणि तृज्येचे काटकोनात स्पर्श रेषा असते. ( आ० ३३ प० )

व ड क त्रिकोण ई ड क त्रिकोणाशीं सरूप आहे. ∴ मार्गे नियमांत सांगितल्या प्रमाणें;

व ड : ड क :: ड क = ई ड ∴ ४५ : ४० :: ४० =  $\frac{१६००}{४५}$   
 हा ई ड भाग तो अ ड मध्ये वजा करावा म्हणजे गोलखंडाची उंची ∴  
 $४० - \frac{१६००}{४५} = \frac{२००}{४५}$  उंची. आणि गोलाचें पृष्ठफळ करणें म्हणजे  
 ( व्यास × व्यास × ३.१४१६ ) आणि गोलखंडाचें पृष्ठफळ ( परिघ  
 × उंची ) तेव्हां दोहोंमध्ये परिघ किंवा व्यास × ३.१४१६ ही रकम  
 साधारणच आहे फक्त व्यासानें गुणण्याचे ऐवजी उंचीनें गुणणें म्हणजे  
 खंडाचें पृष्ठफळ होतें ∴  $\frac{२००}{४५}$  उंची ही व्यासाचे कितव्या हि-  
 शा बरोबर आहे. हें काढल्यानें गोलाच्या पृष्ठफळाचा कितवा हिसा दिसेल  
 तें समजेल;  $\frac{८०}{४५}$  चे  $\frac{२००}{४५}$  ही संख्या कितव्या हिशाबरोबर आहे. ? ∴  $\frac{२००}{४५} \times$   
 $\frac{१}{८०} = \frac{१}{१८}$  बरोबर आहे म्हणून  $\frac{१}{१८}$  दिसेल हें उत्तर.

[ ५२ ] गोलाच्या पृष्ठाचा षोडशांश दिसण्याकरितां त्याच्या पासून तृज्येच्या किती पट अंतरावर उभें राहिलें पाहिजे तें सांग ?

जर गोलाचा  $\frac{१}{१६}$  दिसतो तर त्या गोलखंडाची उंची त्या गोलाचे व्यासाचे  $\frac{१}{१६}$  असली पाहिजे. हें नियमावरून स्पष्ट होतें आतां व्यास १ आहे असे

मान म्हणजे उंची  $\frac{1}{3}$  झाली आणि अ ई - अ ड = ई ड म्हणजे  $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$  आतां ड ई : ई व :: ई व : ई अ आहे म्हणून  $\frac{2}{9} : \frac{1}{3} :: \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ , अ ई - क ई = अ क  $\therefore \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$  अ क; व्यास १ मानिला तर  $\frac{1}{3}$  अंतर असते किंवा तृज्येचे  $\frac{1}{3}$  अंतर हे उत्तर. ( आ० ३४ प० )

[ ५३ ] अ व क ड ई या पंचकोनाकृतीच्या व क ड या विंदूजवळील कोन काटकोन आहेत. अ व, व क, क ड, ड ई, या बाजू अनुक्रमे २०, १८, ३२, १३ फूट आहेत तर त्या आकृतीचे क्षेत्रफळ व अ ई बाजूची लांबी किती ?

या आकृतीत व अ आणि ड ई रेषा कोन होईतों पर्यंत म्हणजे फ रथळापर्यंत वाढीव नंतर क ड = व ड होईल आणि व क = फ ड होईल. आणि सर्व फ ड क व काटकोन चौकोनाचे क्षेत्रफळ करून त्यांत अ फ ई, काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ वजा केल्याने दिलेल्या पंचकोनाकृतीचे राहिल.  $३२ \times १८ = ५७६$  क्षेत्रफळ सर्व काटकोन चौकोनाचे, यांतून  $१८ - १३ = ५$  फ ई बाजू आणि  $३२ - २० = १२$  अ फ बाजू  $\therefore १२ \times ५ = ६० \times \frac{1}{2} = ३०$  क्षेत्रफळ काटकोन त्रिकोणाचे;  $\therefore ५७६ - ३० = ५४६$  क्षेत्रफळ आणि अ ई बाजू  $(५ + १३) = १६$  याचे वर्गमूळ = १३ फूट हे उत्तर. ( आ० ३५ प० )

[ ५४ ] एका हौदास अ व क पाणी घेणारे नळ होते, ते अनुक्रमे ३०, ४०, ५० मिनिटांत हौद भरतात, आणि ड ई पाणी जाणारे नळ होते; यांत ड नळाने १५ मिनिटांत तो हौद रिकामा होतो; ई नळाने किती वेळांत हौद रिकामा होतो हे माहित नाही. परंतु अ ड नळ सोडिले असतां जतक्या वेळांत हौद रिकामा होतो, त्याचे  $१\frac{1}{3}$  वेळांत क ई नळानीं तो हौद रिकामा होतो; अ व नळ कांहीं वेळ सोडल्यावर, व नळ बंद करून क नळ वच्या दुप्पट वेळ सोडिला, नंतर सर्व बंद करून व ड ४ मिनिटे सोडल्यावर त्यांच्या बरोबर ई नळ सोडल्यापासून अ व जितके वेळ सोडिले

होते, त्या वेळेपेक्षा  $\frac{2}{99}$  मिनिटें ज्यास इतके वेळांत, तो हौद रिकामा झाला, तर ई नळ सोडते वेळीं; हौद किती भरला असावा तें सांग ?

अ व नळांनीं जितक्या वेळांत हौद रिकामा होतो. त्याचे  $2\frac{1}{3}$  काळांत क ई नळांनीं रिकामा होतो असे प्रश्नांत आहे .∴

मि० मि० हौ०

$$\left. \begin{aligned} १५ : १ :: १ &= \frac{1}{15} \text{ हौद पाणी व नळानें जातें. } \\ ३० : १ :: १ &= \frac{1}{30} \text{ हौद अ नळानें पाणी येतें. } \end{aligned} \right\} \frac{1}{15} - \frac{1}{30} = \frac{1}{30} \text{ हौद पाणी दर मिनिटांत अ हौ० हौ० मि० मि०}$$

व नळांनीं जाते ∴  $\frac{1}{30} : \frac{1}{15} :: १ = ३०$ ,  $३० \times २\frac{1}{3} = \frac{३००}{३}$  मि० क ई नळांनीं रिकामाहोईल, परंतु क नळ  $\frac{३००}{३}$  मिनिटांत मि० मि० हौ०

पाणी किती आणिल ?  $५० : \frac{३००}{३} :: १ = \frac{३}{३}$  हौद पाणी येईल असें असून रिकामा हौद झाला म्हणजे पूर्वीचा भरलेला हौद  $१ + \frac{३}{३} = \frac{५}{३}$  हौद हौ हौ मि

पाणी ई नळ  $\frac{३००}{३}$  मिनिटांत नेतो ∴  $\frac{५}{३} : \frac{१}{१} :: \frac{३००}{३} = २०$  मिनिटांत ई नळ रिकामा करील, आणि काहीं वेळ अ व नळ सोडले होते असे प्रश्नांत आहे. तेव्हां १ पट वेळ असे मान म्हणजे प्रमाण खाली लिहिल्याप्रमाणें होईल.

$$\begin{aligned} &१ \text{ पट अ} + १ \text{ पट व} \\ &२ \text{ पट अ} + २ \text{ पट क} \\ &+ ४ \text{ मि० व} + ४ \text{ मि० ड} \\ &२ \text{ पट} + \frac{३}{११} \text{ मि० व} + २ \text{ पट} + \frac{३}{११} \text{ मि० ड} + २ \text{ पट} + \frac{३}{११} \text{ मि० ई} \end{aligned}$$

यांत ४ निमिटे व व नळ होते तेव्हा किती पाणी गेलें तें काढूं.

मि० मि० हौ० हौद

$$\left. \begin{aligned} ४० : ४ :: १ &= \frac{1}{10} \\ १५ : ४ :: १ &= \frac{2}{15} \end{aligned} \right\} \frac{2}{15} - \frac{1}{10} = \frac{1}{30} \text{ हौद पाणी कमी झालें. आणि } \frac{३}{११} \text{ मिनिटें ई व व नळ ज्यासती सोडले तेव्हां किती पाणी कमी झालें तें काढावें.}$$

$$\begin{array}{l} \text{मि० मि० हो०} \\ ४० : \frac{२}{११} :: १ = \frac{१}{२२०} \text{ पाणी येते} \\ \frac{१५}{१} : \frac{२}{११} :: १ = \frac{२}{१६५} \\ \frac{२०}{१} : \frac{२}{११} :: १ = \frac{१}{११०} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{मि० मि० हो०} \\ ४० : \frac{२}{११} :: १ = \frac{१}{२२०} \text{ पाणी येते} \\ \frac{१५}{१} : \frac{२}{११} :: १ = \frac{२}{१६५} \\ \frac{२०}{१} : \frac{२}{११} :: १ = \frac{१}{११०} \end{array}} \right\} \text{ पाणी जाते } \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{२}{१६५} + \frac{१}{११०} \right) - \frac{१}{२२०} = \\ \frac{१}{६०} \text{ हौद पाणी कमी झाले.} \end{array} \right.$$

एकंदर पटीची वेरीज घेतल्यास प्रमाण निघेल.

$$(३ \text{ पट अ} + २ \text{ पट ब} + २ \text{ पट क}) \text{ ह्या नळांनी पाणी आणलेले} = (१ \text{ हो } १ \text{ हो})$$

पट ड + १ पट ई +  $\frac{१}{६}$  +  $\frac{१}{६०}$ ) ह्या नळांनी पाणी नेले; ह्यांत  $\frac{१}{६}$  हौद आणि  $\frac{१}{६०}$  हौद मिळविण्याचे कारण ४ मिनिटे व ड नळ सोडले होते म्हणून त्यांचे पाणी  $\frac{१}{६}$  पूर्वी सिद्धच केले आहे ते वजा करावयाचे. त्याचप्रमाणे  $\frac{२}{११}$  मिनिटे ज्यास्त आहेत त्या काळांत  $\frac{१}{६०}$  हौद रिकामा होतो असेही दर्शविले आहे म्हणून पाणी नेणाऱ्या नळांत ती संख्या मिळविली. आतां ड आणि ई यांचे प्रमाण अ क मध्ये काढल्याने वजावाकी करतां येईल. अ ३० मिनिटांत हौद भरतो आणि ड १५ मिनिटांत रिकामा करतो म्हणजे २ अ = ड आहे. तसेच २ ब = ई नळ आहे. ∴ (३ पट अ + २ पट ब + २ पट क) = (२ पट अ + २ पट ब +  $\frac{१}{६}$  +  $\frac{१}{६०}$ ) म्हणजे १ पट अ + २ पट क = ( $\frac{१}{६}$  +  $\frac{१}{६०}$ ) =  $\frac{११}{६०}$  हौद; १ पट अ =  $\frac{५}{३}$  पट क असे प्रभावरून प्रमाण सहज निघते. ∴  $\frac{५}{३}$  पट क + २ पट क =  $\frac{११}{३}$  पट क =  $\frac{११}{६०}$  हौद. आणि क नळ ५० मिनिटांत हौद भरतो. ∴

$$\begin{array}{l} \text{हो० हो० मि० वे० वे०} \\ १ : \frac{११}{६०} :: ५० = \frac{५५}{६} \text{ मिनिटे ही } \frac{११}{३} \text{ पट वेळे बरोबर आहेत. ∴ } \frac{११}{३} : \frac{१}{१} \end{array}$$

मि० मि०  
वे० ∴  $\frac{५५}{६} = \frac{५}{३}$  यावरून कांही वेळ प्रश्नांत सांगितला आहे तो  $\frac{५}{३}$  मिनिटे होय आणि ई नळ सोडोपर्यंत किती हौद भरला होता तेव्हां प्रश्नांतील क.

मि० मि० हो०  
तीप्रमाणे:—३० :  $\frac{५}{३}$  :: १ =  $\frac{१}{१२}$  हौद अ नळांने.

$$४० : \frac{५}{३} :: १ = \frac{१}{१६} \text{ हौद ब नळांने.}$$

पुनः पूर्वीच्या २ पट वेळ अ क नळ सोडले होते असे मान.



मि० मि० हौ० हौद

$$\begin{aligned} ३० : ५ :: १ &= \frac{१}{६} \text{ हौद} \\ ५० : ५ :: १ &= \frac{१}{१०} \text{ " } \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} ३० : ५ :: १ \\ ५० : ५ :: १ \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} &\text{एकंदर पाणी आलें त्याची बेरीज,} \\ &\frac{१}{१२} + \frac{१}{१६} + \frac{१}{६} + \frac{१}{१०} = \frac{३३}{२४०} \text{ होते.} \end{aligned}$$

आतां ४ मिनिटें व ड नळ सोडले तेव्हां पाणी  $\frac{१}{६}$  कमी झालें असे पूर्वी सांगितलेंच आहे  $\therefore \frac{३३}{२४०} - \frac{१}{६} = \frac{५३}{२४०}$  हौद ई नळ सोडते वेळीं भरला होता हे उत्तर.

[ ५५ ] सपाट भूमिवर एक सरळ उंच ताड वक्ष होता. त्यास त्याचे मुळापामून काहीं फूट उंचीवर कीड लागली होती, त्यामुळे वाऱ्याचे सपाट्याने कीड लागलेल्या भागां तो मोडून त्याचा शेंडा, तुकडा न पडतां मुळापामून त्याचे सर्व उंचीचे  $\frac{१}{६}$  अंतरावर पडला, परंतु जर तो पूर्वीपेक्षां ३ फूट कमी उंचीवर कीड लागून मोडला असतां, तर त्याचा शेंडा पूर्वीचे जाग्यापुढे १२ फूट ज्यास्त अंतरावर पडला असता, तर त्या ताड वक्षाची व कीड लागलेल्या भागाची उंची किती फूट असावी तें सांग ?

झाडाची उंची अ क = क्ष घे, कीडलेला भाग अ ई = य घे,

तेव्हां अ ड =  $\frac{क्ष}{६}$ ; ई क = ई ड; फ क = व क.

अ ई ड आणि फ अ व हे दोन्ही काटकोन त्रिकोण आहेत  $\therefore$

( ४७ सि० बु० १ ) प्रमाणे समीकरण मांडून.

$$\begin{aligned} य + \frac{क्ष}{६} &= (क्ष - य)^2 \\ (य - ३)^2 + \left(\frac{क्ष + ७२}{६}\right)^2 &= (क्ष - य + ३)^2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} य + \frac{क्ष}{६} \\ (य - ३)^2 + \left(\frac{क्ष + ७२}{६}\right)^2 \end{aligned}} \right\}$$

३६ य + क्ष = ३६ क्ष - ७२ क्ष य + ३६ य प्रथम समीकरणाचे छे०

३५ क्ष = ७२ क्ष य  $\therefore$  क्ष =  $\frac{७२}{३५}$  य.

य - ६ य + ९ +  $\frac{क्ष + १२२क्ष + ५१८२}{३६} =$  क्ष - २ क्ष य + ६ क्ष  
 + य - ६ य + ९; क्ष + १४४ क्ष + ५१८४ = ३६ क्ष - ७२  
 क्ष य + २१६ क्ष पेटे बदलून. ३५ क्ष + ७२ क्ष - ७२ क्ष य =  
 ५१८४ यांत क्ष ची किंमत ठेवून.  $\frac{५१८२}{३५}$  य = ५१८४  $\therefore$  य = ३५ की-

ड लागलेला भाग हें उत्तर. क्ष = ७२ सर्व झाडाची उंची फूट हें उत्तर.  
( आ० ३६ प० )

[ ५६ ] एका गोलाकृती चकोव्याची साल काढीं इंच जाड होता ती का-  
दून त्यास वर्ष चिकटविले असतां जितके लागतात त्याचे दुप्पट त्यास साली-  
वरून चिकटविले असतां लागतात आणि त्याचे सालीशिवाय सोलीव भागाचें  
घनफळ ६५.४५ घनइंच होतें तर त्याचे फक्त सालीचाच गोळा केल्यास  
त्याची तृज्या किती इंच होईल तें सांग !

साली शिवाय सोलीव भागाचें घनफळ ६५.४५ घन इंच होतें तेव्हां  
व्यास =  $\sqrt[3]{\left(\frac{६५.४५}{५.२३६}\right)}$  आहे;  $\frac{६५.४५}{५.२३६} = १२.५$  आणि याचें घनमूळ ५ इंच  
आहे. हाच व्यास होय; जर सालीसहीत षष्ठकळ पूर्वीच्या दुप्पट होतें  
तर त्याचा व्यास  $\sqrt{२ \times ५}$  आहे; किंता प्रत्यक्ष षष्ठकळें काढून;  $(३ \times$   
 $३.१४१६) =$  षष्ठकळ आणि साली सहीत म्हणजे  $(३ \times ३.१४१६)$   
 $\times २$  वरोवर आहे  $\therefore$  व्यास =  $\sqrt[3]{\frac{३ \times ३.१४१६ \times २}{३.१४१६}} = \sqrt[3]{५०} = ७.०७१६$  इंच  
व्यास यावरून घनफळ करणें.  $(७.०७१६)^३ \times ५.२३६ = १८५.१३३४८८$   
घनफळ यांतून पूर्वीचें वजा केल्यानें बाकी फक्त सालीचें घनफळ राहणार  
आहे  $\therefore १८५.१३३४८८ - ६५.४५ = ११९.६८३४८८$  या घन-  
फळावरून व्यास काढणें तर  $\sqrt[3]{\left(\frac{११९.६८३४८८}{५.२३६}\right)} = \sqrt[3]{२२८.६} = ६.११४$   
सुमारें आणि  $६.११४ \div २ = ३.०५७$  इंच तृज्या हें उत्तर.

[ ५७ ] एका सभामंडपाची लांबी ४०० फूट आणि रुंदी ३०० फूट  
आहे त्यास फरशी करावयाची आहे. ती अशी की, त्याच्या सभोवार आंतील  
प्रत्येक वाजून ५० अर्धवर्तुळें संगमरवरी दगडाचीं असावीत; आणि मधील  
जाग्यास काळ्या दगडाची फरशी असावी, तर संगमरवरी दगडापेक्षां काळ्या  
दगडांची फरशी किती चौरस फूट अधिक होईल तें सांग ? ( सूक्ष्म विचार  
धरिला आहे )

४०० फूट लांबी आहे. आणि ५० अर्धवर्तुळें त्यावर आहे-  
त  $\therefore ४०० \div ५० = ८$  फूट व्यास त्याप्रमाणें ३०० फूट रुंदी

असून ५० अर्धवर्तुळें आहेत  $\therefore ३०० \div ५० = ६$  फूट व्यास रुंदी कडील अर्धवर्तुळाचा आहे; अर्धवर्तुळें लांबीचे बाजूस ८ फूट व्यासाचीं  $\therefore \frac{3}{2} \times ३.१४१६ \times ५० = २२५६.६४$  क्षेत्रफळ अशाच दुसरे लांबीचे बाजूस आहेत. म्हणून  $२२५६.६४ \times २ = २५१३.२८$  क्षेत्रफळ आणि रुंदी कडील अर्धवर्तुळांचें क्षेत्रफळ;  $\frac{3}{2} \times ३.१४१६ \times ५० = २२५६.६४$  क्षेत्रफळ दोन्ही रुंदीकडील अर्धवर्तुळांचें  $\therefore २२५६.६४ + २५१३.२८ = ३९७०$  चौ० फूट संगमरवरी दगडाची फरशी परंतु ४ कोपऱ्यांत एकावर एक दगड येतात करितां ते भाग वजा दिले पाहिजेत.

कोपऱ्यावर अ व = ६ फूट, ब क = ८ फूट ही लांबी बाजू म्हणून ब, फ, ड अर्धवर्तुळाकृति फरशी केल्यावर अ, फ, ब अर्धवर्तुळाकृति फरशी केल्यानें व, ग, फ, ह, व, कारल्याकृति जागा २ वेळ येते ती वजा दिली म्हणजे झालें. व. क व्यास ८ म्हणून ब, ड तृज्या ४ तसेंच ई, व तृज्या ३ फूट आहे. अ, ब, क कोन काटकोन आहे.  $\therefore$  ई व + व ड = ई ड म्हणजे  $३ + ४ = २५$  याचें वर्गमूळ ५ ई ड रेषा व, ई, ड त्रिकोणाचें क्षेत्रफळ  $\frac{३ \times ४}{२} = ६$  चौरस फूट म्हणून ई ड पायावर ब न लंब केला तर तो  $\frac{६ \times २}{५} = \frac{१२}{५}$  फूट होईल; ब न = न फ आहे  $\therefore \frac{१२}{५} \times २ = \frac{२४}{५}$  फूट ब क ज्या, व ग फ वर्तुळ खंडाची झाली. आतां ब न ड काटकोन त्रिकोण आहे ब ड कर्ण = ४ फूट तेव्हां ब न तृज्या =  $\frac{१२}{५}$  फूट आहे.  $\therefore ४ - \frac{१२}{५} = \frac{२५-१२}{५}$  याचें वर्गमूळ =  $\frac{१६}{५}$  न ड लंब. सर्व ड ग तृज्या ४ फूट आहे  $\therefore ४ - \frac{१६}{५} = \frac{४}{५}$  ग न उंची वर्तुळखंडाची; आणि (ई ड = ५) - (ड ग = ४) = १ ग ई पुनः ई, ह = ३ फूट तृज्या आणि ई, ह - ई ग = ग ह म्हणजे ३ - १ = २ फूट ग ह बाजू. परंतु पूर्वी सिद्ध केलेंच आहे कीं, ग न =  $\frac{२}{५}$  फूट वर्तुळ खंडाची उंची  $\therefore २ - \frac{२}{५} = \frac{८}{५}$  न ह उंची आतां ब, ग, फ आणि ब, ह, फ या दोन वर्तुळ खंडांची क्षेत्रफळाची बेरीज निपमाप्रमाणें.  $(\frac{२४}{५} \times \frac{४}{५} \text{चे } \frac{३}{५}) + (\frac{२}{५})^3 \div २ \times \frac{२४}{५} = \frac{१९६}{५}$  चौरस फूट क्षेत्रफळ एका वर्तुळखंडाचें; पुनः  $(\frac{२४}{५} \times \frac{६}{५} \times$

$\frac{2}{3}) + (\frac{6}{5})^3 \div 2 \times \frac{22}{5} = \frac{203}{5}$  क्षेत्रफळ वह फचे  $\therefore \frac{936}{5} + \frac{203}{5} = \frac{999}{5}$  क्षेत्रफळ सर्व कारल्या कृतीचे अशी ४ कोपण्यांत आहेत म्हणून  $\frac{999}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{336}{5}$  चौरस फूट कमी केले पाहिजेत  $\therefore ३९२७$  चौरस फूट संगमरवरी फरशी पूर्वी सांगितली आहे त्यांत  $\frac{336}{5}$  वजा केल्याने वाकी  $\frac{५८५००}{५}$  चौरस फूट संगमरवरी फरशी; आणि सर्व चौक  $४०० \times ३०० = १२००००$  चौ० फूट  $-\frac{५८५००}{५} = \frac{१०४१४३३}{५}$  चौरस फूट काळ्या दगडाची फरशी  $\therefore \frac{१०४१४३३}{५} - \frac{५८५००}{५} = \frac{१६८२९८३}{५} = ११२१९९\frac{३}{५}$  चौरस फूट हे उत्तर. (आ० ३७ प०)

**[५८]** एक व्यापारी समुद्र किनाऱ्यावरील इमारतीवर बसून आपले जहाज यावयाचे होते ते पाहू लागला. पुढे ते दृष्टीस पडतांच त्याने एक तोफ सोडली; तिचा अवाज त्या जाहजांतील एका मनुष्याने ऐकतांच त्यानेही तोफ सोडली तिचा अवाज त्या इमारतीवरील व्यापाऱ्यास (त्याने तोफ सोडल्यापासून)  $३\frac{१}{३}$  मिनिटांनी ऐकू आला. आणि त्यास असे समजले की, आपणास जेव्हां जहाज दिसू लागले, तेव्हां ते आपणापासून आपल्या इमारतीच्या उंचीचे  $३५२$  पट अंतरावर होते यावरून त्या व्यापाऱ्यास अवाज ऐकू आल्यापासून किती वेळाने त्याचे जहाज किनाऱ्यावर येईल ते सांग? (कल्पना कर की, नादाची गती एका सेकंदांत  $११२५$  फूट आहे, आणि पृथ्वी अगदी गोल असून तिचा व्यास  $७९२०$  मैलांहून  $६$  फुटांनी कमी आहे)

मागे नियम सांगितलाच आहे की, उंचीच्या इंचाचे  $\frac{१}{४}$ च्या वर्गमुळा इतके मैल अंतर असते, कांही तरी उंची म्हणजे  $६$  फूट मान म्हणजे  $६ \times १२ = ७२$  याचा  $\frac{१}{४} = ९$  याचे वर्गपूळ  $३$  म्हणजे  $३$  मैल अंतर आहे किंवा  $३$  मैल  $= ५२८० \times ३ = १५८४०$  फूट हे उंचीच्या म्हणजे  $६$  फुटांच्या  $\frac{१५८४०}{६} = २६४०$  पट आहेत. प्रश्नांत  $३५२$  पट सांगितले आहे म्हणून प्रमाण काढावे. इतके लक्षांत ठेवावे की, जितकी उंची वाढेल तितकी पट कमी अंतराची होत जाते. आणि वर्गामध्ये प्रमाण

असतें; म्हणजे व्युत्क्रम प्रमाण मांडावें. जसे; ३५२ पट<sup>३</sup> : २६४० पट<sup>३</sup> : ६ फूट उंच = ३३७ $\frac{१}{३}$  फूट उंची इमारतीची आणि ३३७ $\frac{१}{३}$  × ३५२ = ११८८०० फूट अंतरावर जहाज होतें नादाची गति १ सेकंदांत ११२५ फूट आणि अवाज नाऊन परतला म्हणजे दुप्पट वेळ ही ३ $\frac{१}{३}$  मिनिटांवरोंवर  $\therefore ३\frac{१}{३} \div २ = १\frac{३}{३}$  मिनिटांत तोफेचा अवाज जहाजापर्यंत गेला म्हणजे

$$\begin{array}{cccc} \text{से०} & \text{से०} & \text{फू०} & \text{फू०.} \\ १ & : १०५ & :: ११२५ & = ११८१२५ \end{array}$$

परंतु जहाजापर्यंत अंतर ११८८०० फूट होतें  $\therefore ११८८०० - ११८१२५ = ६७५$  फूट जहाजाची गति आवाज पोचें पर्यंत म्हणजे ३ $\frac{१}{३}$  मिनिटांत; आतां १ $\frac{३}{३}$  मिनिटें आवाज ऐकण्यास लागली म्हणून जहाज आणखी ६७५ फूट जाईल म्हणजे आवाज एकंदर ३ $\frac{१}{३}$  मिनिटें पर्यंत होता. जहाज ३ $\frac{१}{३}$  मिनिटांत १३५० फूट आलें पूर्वी अंतर ११८८०० होतें  $\therefore ११८८०० - १३५० = ११७४५०$  फूट आणि ६७५ फू० : ११७४५० फू० :: १ $\frac{३}{३}$  मि. = ३०४ $\frac{१}{३}$  मि० = ५ तास ४ $\frac{१}{३}$  मिनिटें हें उत्तर.

[ ५९ ] पहिल्या धोंड्या पासून दुसरा १ यार्डाचे अंतरावर, दुसऱ्या पासून तिसरा ३ यार्डाचे अंतरावर, तिसऱ्या पासून ४ या ५ यार्डाचे अंतरावर, ह्या प्रमाणें एका सरळ रेषेंत ४० धोंडे ठेविले आहेत; ते एक मनुष्य दर खेपेंत १ धोंडा याप्रमाणें आणून पहिल्या धोंड्या जवळ ठेविलेल्या टोपलींत सांठविण्यास इच्छितो, तर त्यास सर्व धोंडे आणण्यास किती मैल चालवें लागेल ?

येथें पहिल्या धोंड्या जवळ टोपली आहे. म्हणून तो धोंडा आणण्यास मुळीच चालवें लागत नाहीं. दुसरा धोंडा टोपली पासून १ यार्डावर आहे आणि ३ रा टोपली पासून १ + ३ = ४ यार्डावर ४ या टोपली पासून १ + ३ + ५ = ९ यार्डावर आहे. यावरून असे प्रमाण निघतें कीं ज्या स्थानचा धोंडा आणावयाचा असेल त्या स्थानांत १ कमी इतक्या संख्येच्या वर्गावरोंवर टोपली पासून अंतर असतें. म्हणून शेवटील धोंडा आणण्यास ४०-१ = ३९ याच्या वर्गा इतकें अंतर होईल म्हणून १ पासून ३९ पर्यंतत-

च्या संख्येचे वर्गाची बेरीज करून त्या बेरीजेची दुप्पट केली असतां एकंदर चालणें होईल करितां वर्गाची बेरीज करण्याचा नियम:-आदिअंताच्या बेरीजा-  
र्धास गच्छाचे  $\frac{1}{3}$  यांनै गुणून त्यास ( २ गच्छ + १ ) यांनी गुणावें  $\therefore$   
 $\frac{9+39}{2} \times \frac{39}{3} \times ( ३९ \times २ ) + १$  असै होईल  $२० \times १३ \times ७९ =$   
 $२०५४० \times २ = ४१०८०$  यार्ड चालवें लागेल  $\frac{४१०८०}{१७६०} = २३\frac{१५}{४४}$   
मैल हें उत्तर.

[ ६० ] एका गोलावर १ पोकळ वर्तुळ शंकू पालथा घातला. ( असा  
की, त्याच्या कडा गोलाच्या ज्या भागास टेंकल्या त्या भागास त्या शंकूची  
तिर्कस उंची, स्पर्श रेषा झाली ) त्यामुळें त्या गोलाच्या षष्ठफळाचा  $\frac{1}{4}$  भाग  
आच्छादिला गेला; आणि त्या शंकूच्या बाकी राहिलेल्या पोकळ भागाचें  
घनफळ ९४२.४८ घनफूट झालें, तर त्या गोलास रंगविण्याकरितां जो खर्च  
लागतो, तितक्याच खर्चांत त्या शंकूचें सर्व वक्र षष्ठ रंगवून आणली  $\sqrt{६६}$   
फूट व्यासाचे गोळे किती रंगविले जाताल ?

जर गोलाचा  $\frac{1}{4}$  भाग आच्छादला आहे तर गोलखंडाची उंची व्यासाच्या  
 $\frac{1}{4}$  पट आहे असै नियमावरून सिद्ध होतें. व्यास १ फूट मान म्हणजे  
फड तृष्या  $\frac{1}{2}$  होईल. आणि ईफ उंची  $\frac{1}{4}$  फूट;  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  ईफ बाजू  
आणि ईफड, फडअ हे दोन त्रिकोण सरूप आहेत ( आ० ३८ प० )

$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} :: \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  अफ बाजू ईफ बाजू म्हणजे  $\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$  फूट उंची  
शंकूची फ ड<sup>२</sup> - फ ई<sup>२</sup> = ई ड<sup>२</sup> म्हणजे  $(\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4}$   
याचें वर्गमूळ =  $\frac{1}{4}$  किंवा  $\frac{3}{4}$  ई ड बाजू म्हणजे शंकूची तृष्या यावरून  
घनफळ काढणें. नियमाप्रमाणें  $(\frac{3}{4})^2 \times ३.१४१६ \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$   
 $\frac{१००५३१२}{११२५००००}$  शंकूचें घनफळ यांत व क ड गोलखंडाचें वजा करावयाचें आहे.  
नियमाप्रमाणें.  $[( १ \times ३ ) - ( \frac{1}{4} - २ )] \times (\frac{1}{4})^2 \times ५२३६ =$   
 $\frac{६००६८}{१२५००००}$  घनफळ हें वजा करावयाचें  $\therefore \frac{१००५३१२}{११२५००००} - \frac{६००६८}{१२५००००} =$   
 $\frac{१३०९}{३०५००}$  घनफळ पोकळ भाग शंकूचा; परंतु प्रश्नांत ९४२.४८ घनफूट दिलें  
आहे. म्हणून ( घनफळ नि० ६ प्रमाणें प्रमाण मांडावें. )

घ० घ० व्यास  
 $\frac{१३०९}{३७५००} : ९४२.४८ :: (१)^३ = २७०००$  याचे घनमूळा बरोबर  
 व्यास  $\therefore \sqrt[३]{२७०००} = ३०$  फू० व्यास गोलाचा आहे आतां त्या गोलास  
 रंगविले म्हणजे षष्ठफळ करणे; नियमाप्रमाणें  $(३०)^२ \times ३.१४१६ =$   
 $२८२७.४४$  चौ० फूट आणि शंकूच्या वक्र पृष्ठाचें षष्ठफळ वरील रकमेंतून  
 वजा करणे आहे तेव्हां षष्ठफळ करणास प्रथम अड रेषा काढणे  $\therefore$  फईः  
 फडः  $\therefore$  ई ड = ड अ म्हणजे  $\frac{३}{१०} : \frac{१}{२} :: \frac{३}{५} = \frac{३}{१०}$  फूट परंतु व्यास १ फूट  
 आहे  $\therefore$  १ फू० : ३० फू०  $:: \frac{३}{१०} = २०$  फूट अड उंची, शंकूची  
 तृज्या  $\frac{३}{५}$  आहे ती आतां  $३० \times \frac{३}{५} = १२$  फूट झाली  $\therefore$  नियमाप्रमाणें  
 षष्ठफळ  $\frac{१२ \times २ \times ३.१४१६ \times २०}{२} = ७५३.९८४$  चौ० फूट हे वजा केले  
 पाहिजेत  $\therefore २८२७.४४ - ७५३.९८४ = २०७३.४५६$  चौरस फूट  
 आतां  $\sqrt{६६}$  व्यासाचे गोळे किती रंगविले जातील असे प्रश्नांत  
 आहे  $\therefore (\sqrt{६६})^२ \times ३.१४१६ = २०७.३४५६$  चौरस फूट षष्ठफळ १  
 गोळ्याचें  $\therefore$  प्रमाण मांडावें कीं  $२०७.३४५६ : २०७३.४५६ :: १ =$   
 $१०$  गोळे हें उत्तर.

[ ६१ ] दोन दक्षांची उंची २ : ३ असून वजा बाकी  $२७\frac{१}{३}$  फूट आहे.  
 त्या दक्षांवरील पक्षांस गोळ्या ( दक्षाचेमुळापासून कर्ण रेषेनें ) मारल्या तीं एक  
 मेकींस लागून खाली पडल्या तर किती उंचीवरून पडल्या ?

प्रश्नाप्रमाणें २ आणि ३ उंची धरल्यास  $३-२ = १$  वजा बाकी होते.  
 $\therefore १ : २७\frac{१}{३} :: २ = ५५$  फूट लहान दक्षाची उंची आणि  $५५ +$   
 $२७\frac{१}{३} = ८२\frac{१}{३}$  फूट मोठ्या दक्षाची उंची आतां नियमाप्रमाणें  
 $(\frac{५५ \times ८२\frac{१}{३}}{(५५ + ८२\frac{१}{३})}) = ३३$  फूट हें उत्तर.

[ ६२ ] एका प्रिझमॉयडची उंची ४ इंच असून त्याचीं दोन्ही शेवटें काटकोन  
 चौकोनाकृति आहेत, त्याच्या तळाच्या काटकोन चौकोनाची लांबी रुंदी  
 अनुक्रमें १ फूट आणि  $\frac{५}{६}$  फूट आहे, तशीच वरच्याची लांबी, रुंदी अनुक्रमें

८, ६ इंच आहे. तर प्रत्येक शेवटाशीं समांतर व सारख्या अंतरावर असणाऱ्या पातळीने त्याचे २ भाग केले असता त्यांच्या घनफळांच्या वजा बाकीचे ३ पट उगा घनाचे घनफळ आहे, त्याचे षष्ठफळ किती चौरस फूट होईल ते सांग ?

हे उदाहरण ४४ वे प्रश्नाप्रमाणेच आहे कारण यांत इंच संज्ञा दिली आहे आणि प्रिझ्मायड म्हटलें आहे. त्यांत समांतर खंडांशकू म्हटलें आहे म्हणून ४४ वे उदाहरणाचें अंतर ७२ चौरस फूट आहे. तेच ७२ चौरस इंच वजा बाकी दोन भागाची होईल नंतर  $७२ \times ३$  पट = २१६ चौ० इंच घनफळ घनाचें म्हणून  $\sqrt[३]{२१६} = ६$  इंच बाजू याचें षष्ठफळ  $६^२ = ३६$  चौ० इंच १ बाजूचे षष्ठफळ अशा ६ बाजू असतात  $\therefore ३६ \times ६ = २१६$  चौ० इंच =  $१\frac{१}{३}$  चौ० फूट हें उत्तर.

[ ६३ ] ज्या गोलाचे घनफळाच्या घनफुटांची संख्या त्याच्याच षष्ठफळाच्या चौरस फुटांच्या संख्येचा  $\frac{१}{३}$  आहे त्याच्या व्यासा इतक्या लांबीच्या दोरीत ५ पेंड्या मावतात. तर १८० पेंड्या मावण्यास जितकी लांब दोरी लागेल तितका ज्या गोलाचा व्यास असेल त्याचे षष्ठफळांच्या चौरस फुटांची संख्या त्याचेच घनफळाच्या संख्येचे किती पट असेल ते सांग ?

जर गोलाचें घनफळ षष्ठफळाचे  $\frac{१}{३}$  आहे तर व्यास काढला पाहिजे. नियम (व्यास)<sup>३</sup>  $\times .५२३६ =$  घनफळ आणि व्यास<sup>२</sup>  $\times ३.१४१६ =$  षष्ठफळ व्यास<sup>३</sup>  $\times ३.१४१६ \times \frac{१}{३} =$  व्यास<sup>३</sup>  $\times .५२५६$  यांत सारखे गुणक काढून व घात करून पाहिलें म्हणजे २ फूट व्यास येतो आणि २ फूट दोरीत ५ पेंड्या मावतात तर १८० पेंड्यांस दोरी किती लागेल असा प्रश्न आहे परंतु परिघ ज्या प्रमाणांत असतात

पें० पें० फू०

त्यांचे वर्गावरोवर क्षेत्रफळें होतात  $\therefore ५ : १८० :: (२)^२ = १४४$  याचें वर्गमूळ = १२ फूट दोरी हाच व्यास मानिल्यास घनफळ नियमाप्रमाणें.



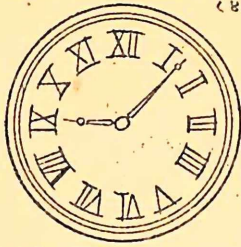
(  $१२ \times १२ \times १२ \times .५२३६$  ) = घनफळ आणि  
 (  $१२ \times १२ \times ३ \cdot १४१६$  ) = षष्ठफळ या दोन्ही रकमांची किंमत  
 काढल्यावर समजते की घनफळाच्या  $\frac{१}{३}$  पट षष्ठफळ हे उत्तर.

[ ६४ ] एके वर्तुळखंडाची ज्या ८ फूट व उंची ३ फूट आहे तर त्या  
 वर्तुळकसाची लांबी किती ?

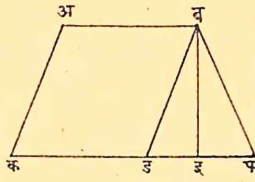
अ क व वर्तुळखंड आहे त्याची अ व ज्या ८ फूट आहे व क ड उंची  
 ३ फूट आहे तर अ क व कौसाची लांबी काढायची अ क सांध. अ ड क  
 काटकोन त्रिकोण आहे अ ड पाया ४ आहे म्हणून ( वृ० १ सि० ४७ )  
 अ क =  $\sqrt{४^२+३^२} = ५ \therefore ५ \times ८ = ४०$  आणि  $\frac{४०-८}{३} = १० \frac{२}{३}$   
 फूट लांबी हे उत्तर. ( आ० ३९ प० )

---

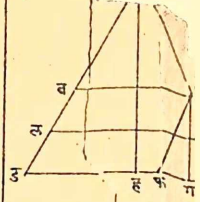
(१९)



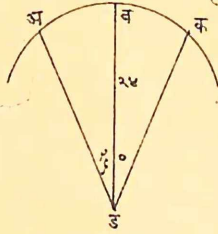
(२०)



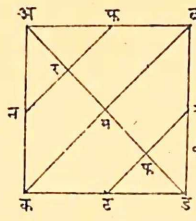
(२१)



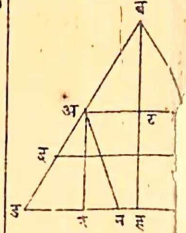
(१९)



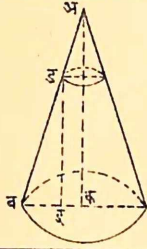
(२२)



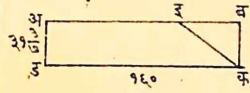
(२३)



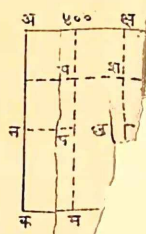
(२०)



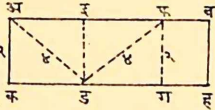
(२४)



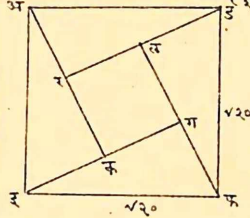
(२५)



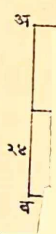
(२१)



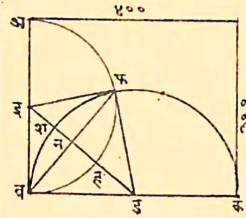
(२६)



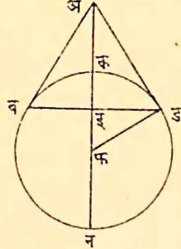
(२७)



(२२)



(२८)



(२९)

