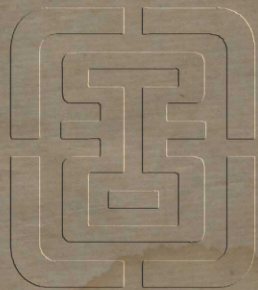


科100
8455
16



25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36



虞山屈曾發省園氏輯

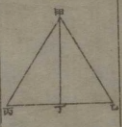
三角形法

三角說

凡三角形立於圓界之一半者爲直角卽句股過圓界之一半者爲銳角不及圓界之一半者爲鈍角。此過不及指兩角所立之底而言然不拘銳角鈍角自一角至底邊作垂線卽分爲兩直角是仍不離乎句股也兩腰等者垂線卽當底之一半而兩腰不等者所分底界則有大小不同故和較相比之法因之而生蓋和求較較求和要必歸於句股相求之理由句股而得垂線則凡面積及內容方圓等形皆無不可得矣

設如有等邊三角形每邊十尺求中垂線及積幾何答曰中垂

線八尺六寸六分○二毫有餘積四十三尺三十寸十分有餘
 法以底邊十折半得尺五為句丁如乙任以兩腰之一邊尺



為弦乙用句弦求股法得股丁如甲即中垂線
 也乃以中垂線八尺六寸六分與半底五尺相乘即
 得積一

又法以底邊折半得尺五自乘得二十如句自乘數三因之得

七十如股自乘數開方得股即中垂線乃以中垂線與底邊

十相乘折半即得積蓋弦比句大一倍則弦自乘數比句自

乘數大四倍為連比例隔一於弦自乘數四倍內減句自乘

數一倍餘三倍即股自乘數故將句自乘數三因即得股自

乘數開方而得股也既得股為中垂線則以底邊十尺乘之

底一百五十尺求中垂線及積幾何答曰中垂線八十九尺

六寸積六千七百二十尺法以底一百五為一率如乙丙

和以兩腰相加得二百三為二率如乙己為兩腰相減餘十

為三率如庚乙為求得四率乙戊為底邊較與底一百五相

減餘一百三十折半得尺六十七為句丙如丁以小

腰一百十為弦丙如甲求得股八十九尺六為中

垂線乃以中垂線與底相乘折半得積蓋甲乙

丙三角形試以甲為心丙為界作一圓截大腰於庚截底於

戊又將大腰引長至己作甲己線與甲丙小腰相等則以乙

丙底邊和與乙己兩腰和為比即同於乙庚兩腰較與乙戊

底邊較為比為轉比例四率也既得四率則於乙丙底內減



去乙戊餘戊丙折半得丁丙爲句甲丙爲弦求得股爲中垂線也其求積之法與前同

又法以大腰自乘得一萬四千八百八十四尺小腰自乘得一百四十四尺兩數相減餘二千三百一十五尺以底十尺除之亦得底邊較尺十六寸

既得底邊較照前法算之亦得 其鈍角求積法同

設如有斜立鈍角三角形大腰二十一尺小腰十七尺底十尺

求形外垂線及形內積幾何答曰形外垂線十六尺八寸形

內積八十四尺 法以底十尺爲一率如乙丙爲兩腰相減餘

四爲二率如庚乙爲兩腰相加得三十尺爲三率如乙丙爲求

得四率十五尺二寸如內減去底十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸爲

句如丙以小腰尺十七爲弦如甲求得股八寸爲中垂線甲

甲己線與小腰等復將底引長至戊作乙戊線則成甲乙戊



三角形凡自圓外一點至圓內所作兩線之比
例同於圓外兩段轉相比之比例則圓外兩段
之比例亦必同於兩全線轉相比之比例故乙
丙與乙庚之比同於乙己與乙戊之比爲轉比

例四率既得乙戊則減乙丙餘丙戊折半得丙丁爲句甲丙

爲弦求得股爲甲丁卽形外垂線也求積法同前

又法以大腰自乘得四百四十四尺小腰自乘得二百八十八尺兩數相減

餘一百五十二尺以底十尺除之亦得底邊和二十五尺既得底邊和照

前法算之亦得蓋前題兩法爲和求較此題兩法爲較求和

其理一也

求中垂線及積

設如有鈍角三角形大腰三十七尺小腰十五尺底四十四尺

求內容方邊幾何答曰九尺四寸二分八釐五毫有餘 法

先用求中垂線法求得中垂線十二尺與底四十四尺相加得五十六尺

如乙為一率中垂線十二尺為二率底四十四尺為三率求

得四率己如戊即內容方邊如圖試依甲丁中垂線度將乙丙

線引長至癸作乙癸線又與甲丙線平行作壬

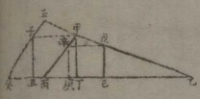
癸線又將甲乙線引長作壬乙線遂成壬癸乙

三角形與甲丙乙為同式復與底線平行作甲

子線與甲丁平行作子丑線則甲丁壬子正方

形即為壬癸乙三角形內容之正方形矣故壬

癸乙之乙癸底與甲丁方邊之比同於甲乙丙



一十八尺求內容圓徑幾何答曰一百九十九尺 法先用求

中垂線法求得中垂線二百四十尺與底四百十八尺相乘得十

○三百二十尺如甲乙併大腰小腰底三邊數共一千六百五

甲丙乙丙三長方積除之得九十五尺為內容圓半徑倍

三長方積除之得三長方之潤即內容圓半徑倍

之得全徑如圖試自圓之中心至甲乙丙三角

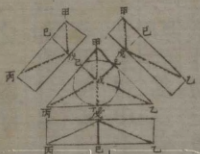
各作戊甲戊乙戊丙三線遂分甲戊乙甲戊丙

乙戊丙三三角形其三邊皆為三角形之底而戊

己半徑皆為三形之垂線今乙丙底與甲丁中

垂線相乘所得之長方積原比甲乙丙三角形

積大一倍即如將三形之垂線各乘其底所得



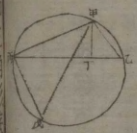
求內容方邊圓徑

同而濶則一故各以長除積而得濶即半者即如合三角形之三邊除三角形之倍積而得半徑也

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求外切圓徑幾何答曰二十一尺二寸五分 法先用求中垂線

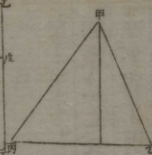
法求得中垂線八尺如為一率小腰十尺如為二率大腰十七尺如為三率求得四率如甲即外切圓徑如圖甲乙丙三用

形作切三角一圓自甲角至圓對界作甲戊全徑線又自丙角至戊作丙戊線則甲丙戊之丙角立於圓界之一半必為

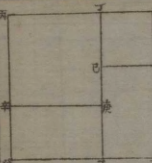


直角與甲丁垂線所分甲丁乙之丁角等而戊角與乙角皆對甲丙弧其度又等故甲丙戊與甲丁乙兩形為同式而甲丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比也

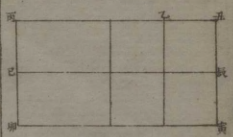
垂線之較六尺問兩腰各幾何答曰小腰二十六尺大腰三十尺 法借一為中垂線則小腰為一多二尺小腰與中垂線之和為二多二尺與小腰較二尺相乘得四多四尺為小分底自乘



方積大腰為一多六尺大腰與中垂線之和為二多六尺與大腰較二尺相乘得二多六尺為大分底自乘方積以兩方積相較則大分底方為小



分底方之三倍多四尺乃以底八尺自乘得七百四尺內減所多之四尺餘七百零四尺為小分底自乘四正方小分底乘大分底二長方積折半得三百八十為小分底自乘二正方小分底乘大分底一長方積共成一大長方底八尺為長濶之較



用帶縱較數開方法算之得濶十尺為小分底自乘得一百尺以小腰較二尺除之得五十尺為小腰與中垂線之和內加較二尺折半得六十尺即小腰又以兩腰較四尺與小腰相加得三十尺即大腰如圖甲乙丙三角形作甲丁垂線遂分兩句股形以甲乙甲丁股弦和與股弦較相乘則得乙丁句自乘之乙戊己丁正方形以甲丙甲丁股弦和與股弦較相乘則得丁丙句自乘之丁庚辛丙正方形丁庚辛丙形既為乙戊己丁形之三倍多二十四尺故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺餘與三乙戊己丁形等是共得乙戊己丁類四正方形戊壬子己類大分底乘小分底形二長方共成丑寅卯丙大長類斷并得丑辰巳術長筋形乙丙即長繩之數故朝帶從得股弦和故加較折半得甲乙為弦也既得甲乙而甲丙亦可推而得矣。

割圓說

周髀曰圓出於方方出於矩矩者所謂直角即句股也蓋因方易度而圓難測方有盡而圓無盡故古人用割圓之法內弦外切屢求句股為無數多邊形以切近圓界使弧線直線漸合為一而圓周始得是則推圓者以方推方者以矩矣劉宋祖冲之以圓容六邊起算元趙友欽以圓容四邊起算自明末西法入中國又有八線六宗主要等說而圓度內外諸線相求之法始備要之圓內六邊起算者圓徑折半即圓內六邊之一乃用屢求句股法自六邊而十二邊自十二邊而二十四邊自二十四

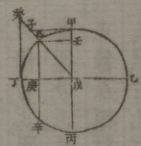
邊而四十八邊如是累至億萬邊設徑爲二而周得三一四一五九二六五三有餘圓內四邊起算者則以圓徑爲內容正方形之斜弦自乘折半開方而得四邊之一亦用屢求句股法自四邊而八邊自八邊而十六邊自十六邊而三十二邊如是累至億萬邊設徑爲一而周亦得三十四一五九二六五三有餘圓外四邊起算者圓徑卽四邊之一圓徑自乘倍之開方卽圓外正方形之斜弦減去圓徑卽圓外兩角之餘又卽圓外八邊之一以八邊之一折半爲句半徑爲股求得弦與半徑相減餘卽股弦較又卽小同式形之句乃以八邊之一折半之句爲一率半徑之股爲二率小同式形之句爲三率推得四率爲小同式形之股倍之卽十六邊之一如是累至億萬邊設徑爲一而周亦外六邊之一以六邊之一折半爲句半徑爲股求得弦與半徑相減餘卽股弦較又卽小同式形之句乃以六邊之一折半之句爲一率半徑之股爲二率小同式形之句爲三率推得四率爲小同式形之股倍之卽十二邊之一如是累至億萬邊設徑爲一而周亦得三十四一五九二六五三有餘此兩法者或自圓內容形之邊爲句股法使無數句股小弦逼近圓周將與圓周合而爲一或自圓外切形之邊爲句股法使無數句股小弦逼近圓周亦將與圓周合而爲一此二法旣立故凡圓周圓徑諸法皆可以互相比例矣割圓八線則將圓周分爲三百六十度先求弧度通弦折半爲正弦旣得正弦而圓內之正矢圓外之正切正割由之而生至於餘弦餘矢餘切餘割則又由正而得

名三百六十度平分四象限每一象限九十度九十度之中得其正角為正餘角為餘是以正餘相對而割圓八線之表以立一象限中成句股形者五千四百故凡句股三角測量諸法皆可以互相比例矣自圓內容形屢求句股而得無數多邊自圓外切形屢求句股而得無數多邊內外湊集則圓周漸變為直線而設圓界為度分者內而正弦外而切線至於無數則圓周亦漸變為直線二者互相參考俱為相符可見理之至者先後一揆法之精者中外一理然則句股即割圓之體而割圓即句股之用二者交相成而兩相得乎

割圓八線

圓周定為三百六十度大而周天小而寸許皆如之蓋圓有大

正切餘切正割餘割名之曰割圓八線



一戊己半徑線則將甲丁九十度之弧分為甲己己丁二段己丁為己戊丁角所對之弧甲己為甲戊己角所對之弧如命己戊丁為正角則己丁為正弧而甲戊己即為餘角甲己即為餘

弧又自己與甲丙全徑平行作己辛線謂之通弦其對己丁

正弧而立於戊丁半徑者曰正弦如己庚又與戊丁半徑平行

作壬己線謂之餘弦以其為甲己餘弧所對也於戊丁半徑

內減戊庚與己等餘庚丁曰正矢於甲戊半徑內減壬戊與己等餘甲壬謂之餘矢自圓界與甲戊半徑平行立於戊丁半徑

之未作垂線如癸仍與己戊丁角相對者曰正切將己戊半徑引長與正切相遇於癸成戊癸線曰正割又自圓界與戊丁半徑平行作甲子線謂之餘切戊癸正割被甲子餘切截於子所分戊子謂之餘割每一角一弧卽有正弦餘弦正矢餘矢成四線於圓界之內復引出半徑於圓界之外而成正切餘切正割餘割之四線內外共爲八線故曰割圓八線逐度逐分正弧之餘卽爲餘弧之正是以前四十五度之八線正餘互相對待爲用不必復求後四十五度之八線也凡此八線皆九十度以內銳角之所成若直角九十度者則不能成八線蓋因半徑卽九十度之正弦如甲戊而切線割線爲平行終無相遇之處也若鈍角過九十度外者則於半有正弦則諸線皆由此生故六宗三要皆係正弦之法

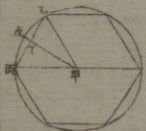
六宗三要二簡法說

西洋歷算家作割圓八線表始自圓內容六邊四邊十邊三邊五邊十五邊名曰六宗蓋用圓徑求各等邊形之一邊爲相當弧之通弦以爲立表之原故謂之宗然六者實本於三如六邊形之一邊卽圓之半徑不藉他求數無零餘而理最易見此其一也四邊形之一邊則爲半徑所作正方形之對角斜弦此又其一也十邊形之一邊則爲半徑所作連比例三率之中率西法謂之理分中末線此又其一也至於三邊形則出於六邊五邊形則出於十邊十五邊形則又出於三邊及五邊非別自立一法也既得此六種形之一邊各半之卽得六種弧之各正弦

爰命此六種弧爲本弧按法可求本弧之餘弦可求倍本弧之
 正弦餘弦亦可求半本弧之正弦餘弦是爲三要又以不等兩
 弧之正弦餘弦求相加相減弧之正弦又兩弧距六十度前後
 之度等得其兩正弦之較卽得距弧之正弦是又名爲二簡法
 由此錯綜之可得正弦一百二十其中最小者爲四十五分之
 弦其自一分至四十四分之弦則以比例求之因弧分甚微與
 直線所差無幾故以弦求弦而得之此西法立割圓八線表之
 大綱也邇來西法又設連比例四率以求圓內容九邊七邊二
 法因推廣其理於六宗之外增求圓內容十八邊十四邊形之
 法俱以半徑爲首率求連比例四率之第二率卽十八邊形十
 四邊形之一邊而九邊七邊又因之以生亦循三邊之出於六
 三分之一五分之二正弦所少者止一分至四分之正弦較之四
 十五分爲尤密可知矣今以六宗三要二簡法理分中未線并
 新增數法皆按類具例於左

六宗

設如圓徑二十萬求內容六邊形之一邊幾何答曰十萬 法



見方田章圓內容各形類如圖甲乙丙等邊三
 角形甲角所對之弧得圓周六分之一爲六十
 度而邊既等者角亦相等則乙角丙角亦各爲
 六十度夫乙丙弧既爲六十度則乙丙邊十萬
 爲六十度之通弦折半得乙丁五萬卽乙戊弧三十度之正

弦也

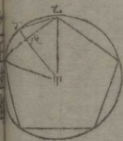
乘之一長方如甲丙庚辛是以丁戊己庚長方形之濶即中率其長比濶之較即首率中率與首率相減餘即末率也

設如圓徑二十萬求內容十邊形之一邊幾何答曰六萬一千



八百〇三法見方田章如圖甲乙丙三角形甲角所對之弧得圓周十分之一為三十六度則乙丙邊即三十六度之通弦折半得丁丙三萬九百〇一即十八度之正弦也

設如圓徑二十萬求內容五邊形之一邊幾何答曰十一萬七



千五百五十七法見方田章如圖甲乙丙三角形甲角所對之弧得圓周五分之一為七十二度則乙丙邊即七十二度之通弦折半得乙

設如圓徑二十萬求內容十五邊形之一邊幾何答曰四萬一



千五百八十二法以半徑十萬為弦如甲圓內容五邊形之半五萬八千七為句如丁求得股八萬〇九百內減半徑之半五萬如餘三萬九為股如辛丙次以圓內容三邊形之一邊七

萬三千二百五如戊己內減圓內容五邊形之一邊十一萬七千五百餘五萬五千七百四十八折半得二萬七千八百為句求得如戊壬與癸己兩段一十四如癸己為句求得弦八十二如丁己即圓內容十五邊形之一邊如圖甲圓內

作一內容三邊形又作一內容五邊形將三邊形之每邊弧

分五段五邊形之每邊弧分三段即得十五邊形之一邊弧如甲丁己三角形甲角所對之弧得圓周十五分之一為二

十四度則己丁邊卽二十四度之通弦折半得丁子二萬七千七百九
十卽丁丑弧十二度之正弦也

按分作相連比例四率法

設如以十萬爲一率作相連比例四率使一率與四率相加與

二率三倍等問二率三率四率各幾何答曰二率三萬四千

七百二十九三率一萬二千〇六十一四率四千一百八十

七法以十萬自乘再乘得一千方積爲實又以十萬自乘三因

之得二百億成爲法以法除實得三萬乃以三萬自乘再乘得十

七益於原實兆內爲其實按除法以所得三萬與法三百相

因得九百兆以減其實餘十七兆爲第二位實以法三百除之

得四乃併首位次位所得共四萬自乘再乘得三十九兆三

仍益於原實兆內爲其實按除法以所得三萬與法三百相

因得九百兆以減其實餘十七兆爲第二位實以法三百除之

得四乃併首位次位所得共四萬自乘再乘得三十九兆三

因益積取畧大之數爲七乃併前兩位所得共三萬四自乘

再乘得四十一兆七千八百一仍益於原實兆內爲其實

按除法減首次位所得四萬與法三百相因之十兆又減

三位所得七百萬與法三百相因之二兆餘億七千八百一十九爲

第四位實以法三百除之得七乃併前三位所得共三萬四

二自乘再乘得四十一兆八千五百四十仍益於原實兆

內爲其實按除法減前三位所得三萬四與法三百相因之

十一兆又減四位所得七萬與法三百相因之六千餘五百

四十二億一爲末位實以法三百除之得八所餘亦太多

因益積取畧大之數爲九乃併前四位所得共三萬四千七

自乘再乘得四十一兆八千八百六十七億六千

六百四十萬。二千四百八十九

仍益於原

實一千內爲其實按除法以前四位與末位所得之數與法

相因之數遞減之仍餘一百六十七億六千六百四是共除

得三萬四千七百二十九爲相連比例二率也以二率自乘以一率除

之得三率以三率自乘以二率除之得四率矣此爲益實歸

除之法蓋因此法止有一率之數作相連比例四率而連比

例四率之理一率自乘用四率再乘與二率自乘再乘之數

等今立法以一率自乘再乘爲原實較之三倍二率與一率

自乘之面積相乘之數却少一二率自乘再乘之數故以累

除所得之數屢次自乘再乘益入原實然後按法除之始足

二率三倍之數也如圖甲乙爲一率庚子子辰辰乙皆爲二



乙丙丁壬癸爲三倍二率與一率自乘面積相

乘之長方體比一率自乘再乘之正方體多一

庚甲酉戌壬癸扁方體此扁方體卽一率自乘

用四率再乘之數與二率自乘再乘之數等若於一率自乘

再乘之正方體內加入二率自乘再乘之正方體卽如於甲

乙丙丁戊己正方體上加一庚甲酉戌壬癸之扁方體成庚

乙丙丁壬癸長方體而以一率自乘之乙丙丁申方面除之

必得庚乙爲三率之三倍苟舍乙丙丁申與辰巳午未及子

丑寅卯三方面除之必得庚子或子辰或辰乙爲二率若不

加積止以三方面除之則所得仍爲一率三分之一比二率

數必小故以屢除所得之數屢次自乘再乘益入原積則積

漸增而得數亦漸大遞及末位則所少之積已足而除得之數卽爲二率之全數也

設如圓徑二十萬求內容十八邊形之一邊幾何答曰三萬四



千七百二十九 法用連比例四率以半徑十
爲一率自乘再乘得一十萬實又以十自乘三
因之得億三百爲法按蓋實歸除之法除實得三
四十七百爲二率卽圓內容十八邊形之一邊

如甲圓內容十八邊形每邊之弧得圓周十八分之一皆二十度其通弦卽圓內十八邊形之一邊試自圓心作甲乙甲丙二半徑線遂成甲乙丙三角形復自圓界乙至圓界庚作乙庚線則截甲丙線於戊又成乙丙戊三角形而乙庚爲六十度之通弦復自圓界丙截丙庚線於己庚線之丁作丙成相連比例故甲乙與乙丙之比同於乙丙與丙戊之比乙丙與丙戊之比又同於丙戊與戊丁之比爲相連比例四率而甲乙爲一率乙丙爲二率丙戊爲三率戊丁爲四率也又乙庚爲六十度之通弦與甲乙一率等而乙戊丁己己庚三段皆與乙丙二率等是乙庚一率中有乙丙二率之三倍而少一丁戊四率也必以乙庚一率與丁戊四率相加方與乙丙二率之三倍等故用連比例四率有一率求二率法算之邊卽二十度之通弦折半得一萬七千三百六十四卽十度之正弦也

設如圓徑二十萬求內容九邊形之一邊幾何答曰六萬八千



四百〇四 法見方田章如圖甲乙丙三角形
 甲角所對之弧得圓周九分之一為四十度則
 乙丙邊即四十度之通弦折半得三萬四千二
 百〇二即二十度之正弦也

按分作相連比例四率又法

設如以十萬為一率作相連比例四率使一率與四率相加與

二率兩倍再加一三率之數等問二率三率四率各幾何答

曰二率四萬四千五百〇四三率一萬九千八百〇六四率

八千八百一十四 法以十自乘再乘得一千方積為實又

以十自乘二因之得二百億成二平面積為法以法除實得五為盡數

因減實大於益實取畧小之數為萬乃以四自乘再乘得十六

所得萬與法二百相因得兆八百以減正實餘一百為第二

位實以法二百除之得五仍取畧小之數為千乃併首位次

位所得共四萬自乘再乘得八百四十兆益於原實兆一

內為益實復以所得四萬自乘得千六百兆以一率十再

乘得兆六千億以減益實餘八百九十一兆五為正實按

除法減首次兩位所得四萬與法二百相因之八百八餘十

一兆五千八百為第三位實以法二百除之得百五乃併前兩位

所得共四萬四自乘再乘得八十一億二千五百萬益於原

實兆一千內為益實復以所得四萬自乘得一千九百九十兆

以一率十再乘得一百九十八億以減益實餘八百六十

一億二千為正實按除法減首次三位所得四萬四與法百

五百萬

億相因之十兆餘九百六十一億為第四位實以法二百

除之實不足法乃以第四位為空位而第五位得四故以四

為末位乃併前三位所得共四萬四千自乘再乘得兆八十八

四百四十八億九千一益於原實兆一千內為益實復以所

得四萬四千自乘得十萬九千一十六以一率十再乘得

五百四十八兆六百萬以減益實餘八十二億八千八百五十

三萬六千為正實按除法以五次所得之數與法相因之數

遞減之仍餘四十二億八千八百五十一是共除得四萬四千

為相連比例之二率也以二率自乘以一率除之得三率以

三率自乘以二率除之得四率矣此為益實兼減實歸除之

法蓋因此法止有一率之數作相連比例四率而相連比例

今立法以一率自乘再乘為原實較之二率加倍與一率自

乘之面積相乘之數却少一一率自乘四率再乘之數又多

一一率自乘三率再乘之數故以屢除所得之數屢次自乘

再乘益入原實又以屢除所得之數屢次自乘以一率再乘

與益實相減然後按法除之始足二率兩倍之數也如圖甲

乙為一率庚子子辰皆為二率辰乙為三率庚甲為四率庚

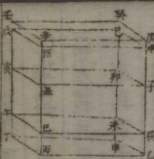
乙為一率四率之共數又為二率兩倍再加一三率之共數

甲乙丙丁戊己為一率自乘再乘之正方體庚

乙丙丁壬癸為兩倍二率併一三率與一率自

乘面積相乘之長方體比一率自乘再乘之正

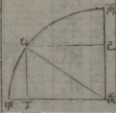
方體多一庚甲酉戊壬癸扁方體此扁方體即



一率自乘四率再乘之積與二率自乘再乘之積等比兩倍
 二率與一率自乘面積相乘之扁方體多一辰乙丙丁午未
 扁方體此扁方體卽一率自乘三率再乘之積與二率自乘
 一率再乘之積等若於一率自乘再乘之正方體內加入二
 率自乘再乘之數再減去二率自乘一率再乘之數卽如於
 甲乙丙丁戊己正方體內加入庚甲酉戊壬癸之扁方體減
 去辰乙丙丁午未之扁方體成一庚辰巳午壬癸扁方體而
 以一率自乘之辰巳午未方面除之必得庚辰爲二率之兩
 倍苟合辰巳午未子丑寅卯二方面除之必得庚子或子辰
 爲二率若不益少減多而以二方面除之則所得仍爲一率
 二分之一比二率數必大故以屢除所得之數屢次自乘再
 乘益八原積復及七倍則所增之數漸趨朋多之稱漸漸而隙
 原積相減適及七倍則所增之數漸趨朋多之稱漸漸而隙
 得之數卽爲二率之全數也

三要

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八求餘弧五
 十四度之正弦幾何答曰八萬〇九百〇一 法以三十六

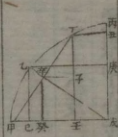


度之正弦爲句如乙半徑十萬爲弦如乙求得股
 如丁戊卽爲三十六度之餘弦卽五十四度之
 如乙己 正弦也如圖甲乙丙九十度一象限甲乙本弧

三十六度乙丙餘弧五十四度乙丁爲本弧正弦試自乙至
 象限中心戊作乙戊半徑線遂成乙丁戊句股形故用句弦
 求股法得乙己也

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八餘弦八萬

○九百○一求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何答曰正
弦九萬五千一百○五餘弦三萬○九百○一 法以半徑



十萬一千 為一率 如庚乙即如庚 本弧正弦為二率 如乙 本弧餘
弦為三率 如庚乙即如庚 求得四率 四萬七千
己又如戊辛 倍之即倍弧之正弦 如丁 求餘弦則

以本弧正弦自乘以半徑十除之得 四萬四千五百 倍之得
六萬九千○九 與半徑 十萬 相減餘即倍弧之餘弦 如戊
十八如甲壬 如丁如圖甲乙丙九十度一象限甲乙弧三十六度倍之為

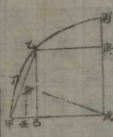
甲丁弧七十二度乙己為本弧之正弦庚乙為本弧之餘弦
與戊辛等 蓋辛甲與乙己等則戊辛必 丁壬為倍弧之正弦
與戊己等戊己即庚乙也

丁丑為倍弧之餘弦試與乙己平行作辛癸線遂成戊乙己
之比為相當比例四率而辛癸與壬壬等為丁壬之半 甲為
丁甲之半則辛癸 故倍之得丁壬為倍弧之正弦又如求餘
弦甲辛戊甲癸辛同式兩句股形甲戊與甲辛之比同於甲

辛與甲癸之比為連比例三率既得甲癸倍之得甲壬 蓋甲
甲辛之倍則甲壬 與甲戊半徑相減餘壬戊與丁丑等即倍
亦為甲癸之倍 弧之餘弦也

設如本弧四十五度之正弦七萬○七百一十餘弦亦七萬○
七百一十求半徑 二十二度三十分之正弦餘弦各幾何 答

曰正弦三萬八千二百六十八餘弦九萬二千三百八十七

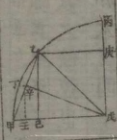


法以本弧正弦為股 如乙 本弧餘弦 如庚乙
己 與半徑 十萬 相減餘 二萬九千二百 為句
求得弦 七萬六千五百 折半即半徑之正弦 如

辛如圖甲乙丙九十度一象限甲乙弧四十五度折半為丁
 乙弧二十二度三十分乙己為本弧之正弦庚乙為本弧之
 餘弦與戊己等甲己乙句股形故用句股求弦法求得乙甲為

本弧之通弦折半乙辛為半弧之正弦如求餘弦則以本

弧餘弦與半徑相減餘八萬九千二百折半得一萬四千六



萬己與本弧餘弦相加得八萬五千三百與半徑
 相乘開方即半弧之餘弦如戊壬與半徑
 至壬作辛壬垂線遂成甲辛戊辛壬戊同式兩

句股形甲戊與戊辛之比同於戊辛與戊壬之比為連比例
 三率故首率戊甲與末率戊壬相乘開方得中率戊辛為半
 弧之餘弦也

之二十一度之通弦幾何每度一萬〇七百九十八求其正

連比例四率倍本弧之正弦得十一萬七千五百五十七為七十二度之

通弦乃以半徑十萬自乘得一百用七十二度之通弦再乘得

一千一百七十五兆五千七百為實又以半徑十萬自乘三因

之得三百為法按益實歸除之法除實得四萬一千五百為二



十四度之通弦折半即十二度之正弦如甲乙
 丙九十度一象限甲乙弧三十六度甲丁為其
 正弦倍之得甲己即七十二度之通弦試以七

十二度取其三分之一三十四度為甲庚弧其通弦甲庚與

甲戊庚戊兩半徑成一戊甲庚三角形又庚戊半徑截甲己

通弦於辛成庚甲辛三角形又依庚辛度向辛甲邊作庚壬

線成庚辛壬三角形此三形俱為同式其相當各邊俱成相

連比例故戊甲為一率甲庚為二率庚辛為三率辛壬為四率也今甲己七十二度之通弦內有甲庚二率之三倍以上而少一辛壬四率蓋己癸癸壬辛甲三段皆與甲庚二率等而癸壬辛甲兩段內却重辛壬一小段是通弦內有三二率少若以甲己通弦為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體則比三倍二率為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體必少一四率為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之扁方體此扁方體與二率自乘再乘之正方體等故以一率半徑自乘之三方面為法除實每次所得二率之數自乘再乘益入原積則積漸增與三倍二率與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體合而除得之數即為二率既得甲庚二率為二十四度之通弦半之得甲

設如四十五度之正弦七萬〇七百一十餘弦亦七萬〇七百

一十又有二十四度之正弦四萬〇六百七十三餘弦九萬

一千三百五十四求兩弧相加六十九度之正弦及兩弧相

減二十一度之正弦各幾何答曰六十九度之正弦九萬三

千三百五十八二十一度之正弦三萬五千八百三十六

法以半徑十萬為一率如乙四十五度之正弦為二率如乙二

十四度之餘弦為三率如庚求得四率六萬四千五百九十

又以半徑為一率如乙四十五度之餘弦為二率如己二十

四度之正弦為三率如丙求得四率二萬八千七百乃以兩

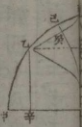
四率相加得九萬三千三百即相如弧如丙六十九度之正

弦如以兩四率相減餘三萬五千八百三十即相減弧如子



二十一度之正弦也如甲乙丙丁九十度一象
 限乙甲弧四十五度丙乙弧二十四度相加為
 丙甲弧六十九度相減餘子甲弧二十一度乙
 己戊與庚辛戊為同式勾股形故乙戊與乙己之比同於庚
 戊與庚辛之比又乙己戊與丙壬庚亦為同式勾股形故乙
 戊與乙己之比同於丙庚與丙壬之比既得庚辛與壬與丙
 壬則加減而得相加相減弧之正弦矣

設如八十四度之弧距六十度二十四度正弦九萬九千四百
 五十二又有三十六度之弧距六十度亦二十四度正弦五
 萬八千七百七十八求距弧二十四度之正弦幾何答曰四
 萬〇六百七十三法以八十四度之正弦如丙內減三十



十六度其正弦五萬八千七百七十三求距六十度後二十四度之
 正弦四萬〇六百七十三如乙癸即與距弧二十

十四度之正弦則以三十六度正弦如乙癸即與距弧二十
 四度之正弦如丙壬相加即得八十四度之正弦九萬九千

五十二又如距六十度後二十四度為八十四度其正弦
 如丙庚又如有距六十度後二十四度為八十四度其正弦
 九萬九千二百五十二距弧二十四度之正弦四萬〇六百七十三求距六十度

前二十四度為三十六度之正弦則以八十四度之正弦如丙
 庚與距弧二十四度之正弦如丙相減餘即三十六度之正

弦五萬八千七百七十八如壬庚如甲乙丙丁九十度一象限其己甲弧六
 十度丙甲弧八十四度再距己二十四度乙甲弧三十六度

乙距己亦二十四度試自己至象限中心作己戊線又自丙

至乙作乙丙線又自乙至子作乙子線又自丙與丁戊平行
 作丙庚線遂成丙子乙等邊三角形丙壬爲丙子之半丙癸
 爲丙乙之半丙子既與丙乙等則丙壬亦必與丙癸等有此
 法凡有六十度以前各弧之正弦則以各距弧之正弦與之
 相加可得六十度以後三十度各弧之正弦若有六十度以
 後各弧之正弦則以各距弧之正弦與之相減可得六十度
 以前三十度各弧之正弦六十度前後三十度之正弦用加
 減而即得較之句股比例諸法尤爲簡便也

八線相求法

設如四十八度之正弦七萬四千三百十四餘弦六萬六千九
 百十三求正矢正切正割及餘矢餘切餘割各幾何答曰正

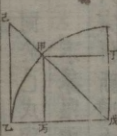
萬〇四十餘割十三萬四千五百六十三 法以半徑^十內

減去餘弦餘即正矢^{如乙}以餘弦爲一率^{如丁甲}即正弦爲

二率^{如甲}半徑爲三率^{如丙}求得四率^{如己}即正切以餘弦

爲一率^{如丙}半徑爲二率^{如甲}仍以半徑爲三率^{如乙}求得

四率^{如己}即正割如圖甲乙弧四十八度甲丙戊己乙戊兩



句股形爲同式故戊丙與甲丙之比同於戊乙

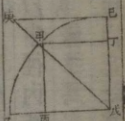
與己乙之比而得正切又戊丙與甲戊之比同

於戊乙與己戊之比而得正割也若求餘線則

以半徑內減去正弦餘即餘矢^{如己}以正弦爲一率^{如甲}即如丁

戊餘弦爲二率^{如丙}半徑爲三率^{如甲}求得四率^{如己}即餘

切以正弦爲一率^{如丁}半徑爲二率^{如甲}仍以半徑爲三率



如己求得四率戊即餘割蓋甲丁戊庚己戊

兩句股形爲同式故丁戊與丁甲之比同於己

戊與己庚之比而得餘切又丁戊與戊甲之比

同於己戊與戊庚之比而得餘割也

求象限內各線總法

六宗併新增十八邊形及九邊形之每邊各半之得八弧之正
弦用要法之一各求其餘弦次取十二度十五邊用要法之三

折半四次得六度三度一度三十分及四十五分之正弦復用

新增法求其三分之一得十五分之正弦復求其三分之一即

得五分之正弦既得五分之正弦乃用簡法之一求六十度以

內之正弦每越五分而得一弦可得七百二十又用簡法之二

弦與三十一度之弦相加總而計之一象限中共得正弦一千

○八十已居全表五分之一象限中逐分計之共正弦五千四百

再以五分之弦用要法之三得二分三十秒之弦復用新增法

求其三分之一得五十秒之弦乃以五十秒之弧爲一率五十

秒之弦爲二率一分之弧化六十秒爲三率得四率爲一分之

弦既得一分之弦即用簡法之一簡法之二錯綜加減之則一

象限中每度每分之正弦悉得矣既得每度每分之正弦則用

前八線相求之法即得每度每分之切割諸線矣如於一分之

中欲析爲六十秒則以比例四率求之即得每秒之八線也

九數通考

卷十一

八線表上

八線內有正矢餘矢二線正矢即半徑減餘弦之數表內雖不列而數已寓矣

度數	線割餘	線切餘	弦餘	割正	線切正	弦正
一	五七	九四	五七	〇〇	一七	一七
二	七二	八〇	七二	〇〇	三四	三四
三	八六	六六	八六	〇〇	四九	四九
四	九八	五三	九八	〇〇	六四	六四
五	一〇九	四一	一〇九	〇〇	七八	七八
六	一二〇	三〇	一二〇	〇〇	九一	九一
七	一三〇	二〇	一三〇	〇〇	一〇三	一〇三
八	一四〇	一〇	一四〇	〇〇	一一四	一一四
九	一五〇	〇	一五〇	〇〇	一二五	一二五
十	一六〇	〇	一六〇	〇〇	一三五	一三五
十一	一七〇	〇	一七〇	〇〇	一四四	一四四
十二	一八〇	〇	一八〇	〇〇	一五三	一五三
十三	一九〇	〇	一九〇	〇〇	一六二	一六二
十四	二〇〇	〇	二〇〇	〇〇	一七〇	一七〇
十五	二一〇	〇	二一〇	〇〇	一七八	一七八
十六	二二〇	〇	二二〇	〇〇	一八六	一八六
十七	二三〇	〇	二三〇	〇〇	一九三	一九三
十八	二四〇	〇	二四〇	〇〇	二〇〇	二〇〇
十九	二五〇	〇	二五〇	〇〇	二〇六	二〇六
二十	二六〇	〇	二六〇	〇〇	二一二	二一二
二十一	二七〇	〇	二七〇	〇〇	二一七	二一七
二十二	二八〇	〇	二八〇	〇〇	二三二	二三二
二十三	二九〇	〇	二九〇	〇〇	二四六	二四六
二十四	三〇〇	〇	三〇〇	〇〇	二六〇	二六〇
二十五	三一〇	〇	三一〇	〇〇	二七三	二七三
二十六	三二〇	〇	三二〇	〇〇	二八五	二八五
二十七	三三〇	〇	三三〇	〇〇	二九七	二九七
二十八	三四〇	〇	三四〇	〇〇	三〇九	三〇九
二十九	三五〇	〇	三五〇	〇〇	三二〇	三二〇
三十	三六〇	〇	三六〇	〇〇	三三〇	三三〇
三十一	三七〇	〇	三七〇	〇〇	三四〇	三四〇
三十二	三八〇	〇	三八〇	〇〇	三五〇	三五〇
三十三	三九〇	〇	三九〇	〇〇	三六〇	三六〇
三十四	四〇〇	〇	四〇〇	〇〇	三六九	三六九
三十五	四一〇	〇	四一〇	〇〇	三七八	三七八
三十六	四二〇	〇	四二〇	〇〇	三八六	三八六
三十七	四三〇	〇	四三〇	〇〇	三九四	三九四
三十八	四四〇	〇	四四〇	〇〇	四〇一	四〇一
三十九	四五〇	〇	四五〇	〇〇	四〇八	四〇八
四十	四六〇	〇	四六〇	〇〇	四一五	四一五
四十一	四七〇	〇	四七〇	〇〇	四二二	四二二
四十二	四八〇	〇	四八〇	〇〇	四二九	四二九
四十三	四九〇	〇	四九〇	〇〇	四三五	四三五
四十四	五〇〇	〇	五〇〇	〇〇	四四〇	四四〇
四十五	五一〇	〇	五一〇	〇〇	四四六	四四六
四十六	五二〇	〇	五二〇	〇〇	四五〇	四五〇
四十七	五三〇	〇	五三〇	〇〇	四五五	四五五
四十八	五四〇	〇	五四〇	〇〇	四六〇	四六〇
四十九	五五〇	〇	五五〇	〇〇	四六四	四六四
五十	五六〇	〇	五六〇	〇〇	四六八	四六八
五十一	五七〇	〇	五七〇	〇〇	四七二	四七二
五十二	五八〇	〇	五八〇	〇〇	四七六	四七六
五十三	五九〇	〇	五九〇	〇〇	四八〇	四八〇
五十四	六〇〇	〇	六〇〇	〇〇	四八四	四八四
五十五	六一〇	〇	六一〇	〇〇	四八八	四八八
五十六	六二〇	〇	六二〇	〇〇	四九二	四九二
五十七	六三〇	〇	六三〇	〇〇	四九六	四九六
五十八	六四〇	〇	六四〇	〇〇	五〇〇	五〇〇
五十九	六五〇	〇	六五〇	〇〇	五〇四	五〇四
六十	六六〇	〇	六六〇	〇〇	五〇八	五〇八
六十一	六七〇	〇	六七〇	〇〇	五一二	五一二
六十二	六八〇	〇	六八〇	〇〇	五一六	五一六
六十三	六九〇	〇	六九〇	〇〇	五二〇	五二〇
六十四	七〇〇	〇	七〇〇	〇〇	五二四	五二四
六十五	七一〇	〇	七一〇	〇〇	五二八	五二八
六十六	七二〇	〇	七二〇	〇〇	五三二	五三二
六十七	七三〇	〇	七三〇	〇〇	五三六	五三六
六十八	七四〇	〇	七四〇	〇〇	五四〇	五四〇
六十九	七五〇	〇	七五〇	〇〇	五四四	五四四
七十	七六〇	〇	七六〇	〇〇	五四八	五四八
七十一	七七〇	〇	七七〇	〇〇	五五二	五五二
七十二	七八〇	〇	七八〇	〇〇	五五六	五五六
七十三	七九〇	〇	七九〇	〇〇	五六〇	五六〇
七十四	八〇〇	〇	八〇〇	〇〇	五六四	五六四
七十五	八一〇	〇	八一〇	〇〇	五六八	五六八
七十六	八二〇	〇	八二〇	〇〇	五七二	五七二
七十七	八三〇	〇	八三〇	〇〇	五七六	五七六
七十八	八四〇	〇	八四〇	〇〇	五八〇	五八〇
七十九	八五〇	〇	八五〇	〇〇	五八四	五八四
八十	八六〇	〇	八六〇	〇〇	五八八	五八八
八十一	八七〇	〇	八七〇	〇〇	五九二	五九二
八十二	八八〇	〇	八八〇	〇〇	五九六	五九六
八十三	八九〇	〇	八九〇	〇〇	六〇〇	六〇〇
八十四	九〇〇	〇	九〇〇	〇〇	六〇四	六〇四
八十五	九一〇	〇	九一〇	〇〇	六〇八	六〇八
八十六	九二〇	〇	九二〇	〇〇	六一二	六一二
八十七	九三〇	〇	九三〇	〇〇	六一六	六一六
八十八	九四〇	〇	九四〇	〇〇	六二〇	六二〇
八十九	九五〇	〇	九五〇	〇〇	六二四	六二四
九十	九六〇	〇	九六〇	〇〇	六二八	六二八
九十一	九七〇	〇	九七〇	〇〇	六三二	六三二
九十二	九八〇	〇	九八〇	〇〇	六三六	六三六
九十三	九九〇	〇	九九〇	〇〇	六四〇	六四〇
九十四	一〇〇〇	〇	一〇〇〇	〇〇	六四四	六四四
九十五	一〇一〇	〇	一〇一〇	〇〇	六四八	六四八
九十六	一〇二〇	〇	一〇二〇	〇〇	六五二	六五二
九十七	一〇三〇	〇	一〇三〇	〇〇	六五六	六五六
九十八	一〇四〇	〇	一〇四〇	〇〇	六六〇	六六〇
九十九	一〇五〇	〇	一〇五〇	〇〇	六六四	六六四
一百	一〇六〇	〇	一〇六〇	〇〇	六六八	六六八

九數通考

卷十一 八線表

七

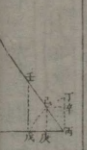
謹按數理精蘊八線表每度每分每十秒逐層遞析各列八
 線用以推測步算秒微皆為密合誠超前軼後之作茲刻限
 於卷帙第就一象限內九十度逐度列之若求分秒可用中
 比例法以求正弦如求一度二十分之正弦則以每度_{六十}
 為一率以一度二度之正弦相減餘_{四七}為二率_{二十}為
 三率求得四率_{五八一}與一度之正弦相加得_{六八二}即一
 度二十分之正弦蓋多_六十分則正弦多_{一七四四七}今
 多二十分則正弦應多_{五八一五七}既得正弦用八線相求
 法其餘諸線亦可粗得其梗概矣若求其分秒零數釐毫不
 爽須將全表查之

三角形邊線角度相求法

也至於割圓之法則凡三角形有一角即有八線皆成句股而
 可比例以相求故無論角之直與銳鈍要以角度為準而三角
 之度必與兩直角之度等_{象限}角之大者所對之邊亦大角之
 小者所對之邊亦小凡三角三邊但知其三而餘三者悉可得
 若直角則惟知其二而其餘者亦可得此三角之法所由立而
 測量之用所由廣也如知兩角一邊求又一邊者以對所知之
 角與對所求之角為比即如所知之邊與所求之邊為比也知
 兩邊一角求又一角者以對所知之邊與對所求之邊為比即
 如所知之角與所求之角為比也或所知之一角在所知兩邊
 之間而求又一角者則角無所對之邊而邊無所對之角必用
 兩邊之和較與所知角之外角半弧之切線為比而得所求兩

角與所知角之外角半弧之較既得較而角度亦得矣又如知三邊而求三角者則以三角形求中垂線法分爲兩直角形而三角自隨之而得若止有三角則三邊無所約束故不成法蓋角度爲虛率而邊線爲實數有實數而虛率可御總以比例四率展轉用之惟在分合有法相度得宜耳

設如甲乙丙直角三角形乙角爲直角九十度知丙角五十七度丙乙邊五丈求甲乙邊甲丙邊各幾何答曰甲乙邊七丈六尺九寸九分三釐有餘甲丙邊九丈一尺八寸〇三釐有餘 此知兩角一邊求又一邊者法以丙角五十七度與象



限九十相減餘三十三度爲甲角先求甲乙邊則以甲角爲對所知之角其正弦五萬四千四百六十四如

爲對所求之角其正弦即半徑十萬如爲二率求得四率九丈六尺九寸九分三釐有餘即甲乙爲所求之邊若求甲丙邊則以乙角一尺八寸即甲丙爲所求之邊蓋已庚丙與甲乙丙兩句股形爲同式故丙庚與已庚之比同於丙乙與甲乙之比而

丙庚與丙己之比又同於丙乙與甲丙之比也

又法以半徑十萬如爲一率丙角正切十五萬三千九百八十六如壬戌爲

二率丙乙邊五丈爲三率求得四率亦即甲乙邊若以丙角正割十八萬三千六百七如壬丙爲二率求得四率亦即甲丙邊蓋壬戌丙

與甲乙丙兩句股形亦爲同式故丙戌與壬戌之比同於丙乙與甲乙之比而丙戌與丙壬之比又同於丙乙與丙甲之比也

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知丙角五十一

度五十一分甲丙邊八十九丈〇二寸二分求甲乙邊丙乙

邊各幾何答曰甲乙邊七十丈〇〇六分有餘丙乙邊五十

四丈九尺九寸有餘此亦知兩角一邊求又一邊者法以

丙角如己與象限相減餘三十八度為甲角先求甲乙邊

則以乙角為對所知之角其正弦即半徑十萬為一率丙

角為對所求之角其正弦四萬八千六百為二率甲丙為所

知之邊八十九丈為三率求得四率即甲乙為所求之邊

若求丙乙邊則以甲角為對所求之角其正弦六萬一千七

百七十二如辛巳即為二率求得四率即丙乙為所求之邊



蓋已庚丙與甲乙丙兩句股形為同式故已丙

又法求甲乙邊以丙角正割十六萬一千八百為一率正切

十二萬七千三百為二率甲丙邊數為三率求得四率亦即甲

乙邊若求丙乙邊則以半徑十萬為二率求得四率亦即

丙乙邊蓋壬戌丙與甲乙丙兩句股形亦為同式故壬丙與

壬戌之比同於甲丙與甲乙之比而壬丙與戊丙之比又同

於甲丙與乙丙之比也

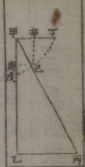
設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知甲丙邊一百

〇二丈二尺丙乙邊四十八丈求甲角丙角各幾何答曰甲

角二十八度〇一分丙角六十一度五十九分此知兩邊

一角求又一角者法以甲丙為對所知之邊其數為一率丙

乙為對所求之邊其數為二率乙角為所知之角其正弦即



半徑十萬如為三率求得四率如庚為甲角正
弦檢表得二十八度一分即甲角為所求之角甲角之

正弦即丙角之餘弦如檢餘弦數得六十一度五十九分即丙角蓋甲

乙丙與甲庚己兩角股形為同式故甲丙與乙丙之比同於

甲己與庚己之比也

又法以丙乙邊數為一率甲丙邊數為二率半徑十萬如為

二率求得四率二十萬二千九百十六如己丙為丙角之正割檢表得十六

十九度五十九分即丙角丙角之正割即甲角之餘割如

檢餘割數得二十八度一分即甲角蓋甲乙丙與己戊

丙兩角股形亦為同式故乙丙與甲丙之比同於戊丙與己

丙之比也

曰甲角六十度丙角三十度此即所知之一角在所知兩

邊之間角無所對之邊邊無所對之角而求又一角者法以

兩邊數相加得五十四丈六尺四分如丙丁為兩邊和為一率兩邊數

相減餘十四丈六尺四分如丙丁為兩邊較為二率以乙角之外角九

度如甲折半得五度為半外角其正切為半徑十萬如為三

率求得四率二十六萬七千九百四十八如己戊為半較角之正

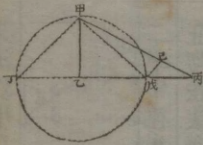
切檢表得五度為半較角與半外角相減餘十三

度即丙角與半外角相加得六十度即甲角蓋丙

丁甲與丙戊己兩三角形為同式故丙丁與甲

丁之比同於丙戊與己戊之比也既得己戊加

減而得餘二角矣



又法以甲乙邊為一率丙乙邊為二率半徑^十為三率^{如甲}

求得四率^{十七萬三千二百}為甲角之正切檢表

得^{六十}即甲角與象限^{九十}相減餘^{三十}即丙

角如先求丙角則以丙乙邊為一率甲乙邊為

二率半徑為主率^{如丙}求得四率^{五萬七千七百}為丙角之

正切檢表得^{三十}即丙角與象限相減餘^{六十}即甲角蓋甲

戊庚與甲乙丙兩句股形為同式故甲乙與丙乙之比同於

甲戊與庚戊之比而丙丁辛與丙乙甲兩句股形亦為同式

故丙乙與甲乙之比同於丙丁與辛丁之比也

設如甲乙丙銳角三角形知乙丙邊三十二丈乙角六十度丙

角四十六度求甲乙邊甲丙邊各幾何答曰甲乙邊二十三

一百。與半圓^{十度}相減餘^{七十}為甲角先求甲丙邊則

以甲角為對所知之角其正弦^{九萬六千一百二十六}如為

一率以乙角為對所求之角其正弦^{八萬六千六百}為二

率乙丙為所知之邊^{三十二}為三率求得四率甲丙為所求之

邊若求甲乙邊則以丙角為對所求之角其正弦^{七萬三千}

四如甲乙^{與丑乙}為二率求得四率甲乙為所求之邊如圖甲乙丙

三角形作含三角形之圓則三角皆切圓邊其所對之弧皆

為本角之倍度若再作一以甲角為心之半圓

則甲角所對之丁己戊弧即居乙壬丙弧之半

為圓心真度乃見斯為真度其乙丙二角亦然

故求甲丙邊者以乙庚與甲子之比或庚丙與



邊角相求

子丙之比皆同於乙丙與甲丙之比求甲乙邊者以乙庚與

甲丑之比或庚丙與丑乙之比皆同於丙乙與甲乙之比也

又法以乙角餘切五萬七千七百五十五與丙角餘切九萬六

六千九百如庚子相加得十五萬四千三為一率乙角餘割萬五

千四百七十如為一率丙乙邊為三率求得四率即甲乙邊

己乙即如甲主若以丙角餘割如庚丙即如甲子為二率則

得四率即甲丙邊此法蓋以三角形分為兩句

腰如乙角六十度與象限相減餘三十度為甲

丁乙形之甲角又丙角四十六度與象限相減

餘四十四度為甲丁丙形之甲角乙角之餘切戊己即甲丁

乙形甲角之正切壬癸乙角之餘割己乙即甲丁乙形甲角

丙角兩餘切相加之數即兩甲角正切相和之數壬子蓋甲

癸壬與甲丁乙甲癸子與甲丁丙俱為同式句股形而甲壬

子與甲乙丙亦為同式三角形故求甲乙邊者壬子與甲壬

之比同於乙丙與甲乙之比求甲丙邊者壬子與甲壬之比

同於乙丙與甲丙之比也

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角二十四度丙角三十六度三

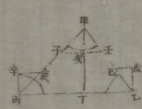
十分乙丙邊七十九丈〇一吋求甲乙邊甲丙邊各幾何答

曰甲乙邊五十三丈九尺九寸七分甲丙邊三十六丈九尺

二寸三分有餘 此亦知兩角一邊求又一邊者法以乙角

度與丙角度相加得六十度與半圓相減餘一百十九度為甲

鈍角先求甲乙邊則以甲鈍角為對所知之角夫甲角既為



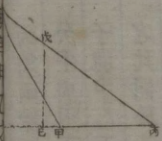
鈍角過九十度乃用其外角將甲角度與半圓相減餘度六十分為甲外角其正弦。八萬七千為一率此鈍角之外角正弦

丙角為對所求之角其正弦五萬九千四為二率乙丙為所知之邊其數為三率求得四率即甲乙為所求之邊若求甲

丙邊則以乙角為對所求之角其正弦四萬六百七十四為二率求

得四率即甲丙為所求之邊此法亦有兩角一邊但甲為鈍

角故用外角正弦求法畧異試以求甲乙邊言之則甲乙邊



為半徑於甲角之外作乙丁垂線則成乙甲丁之外角其乙丁垂線即外角正弦又按甲乙邊度截乙丙邊於戊使戊丙與甲乙半徑等作戊己垂線即丙角之正弦夫戊己丙與乙丁丙兩

若用前題第二法求之亦得

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角三十三度三十八分四十秒

丙外角五十五度五十三分乙丙邊十六丈求甲角甲乙邊

甲丙邊各幾何答曰甲角二十二度一十四分二十秒甲乙

邊三十五丈甲丙邊二十三丈四尺二寸二分有餘此法

亦有兩角一邊但先有外角其求角法稍異以乙角度與丙

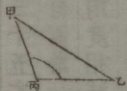
外角度相減餘即甲角度。丙外角與乙甲二內角相併之度等故也其求邊之法

與前題同若用第二法求之亦得但一率須用乙角餘切與

丙外角餘切相減所餘之數耳

設如甲乙丙鈍角三角形知丙角一百一十度甲乙邊二十二丈五尺五寸甲丙邊十二丈求甲角乙角及乙丙邊各幾何

答曰甲角四十度乙角三十度乙丙邊十五丈四尺二寸七分。此知兩邊一角求又一角者法以甲乙邊為對所知之邊其數為一率甲丙邊為對所求之邊其數為二率丙角為



所知之角其外角七十度正弦九萬三千九百六十九為三率求得四率五萬為乙角正弦檢表得三十度即乙角與丙角相加得一百四十度與半圓相減餘六十度即甲角既得甲角其求邊法亦同前。

設如甲乙丙銳角三角形知甲乙邊一百一十二尺甲丙邊一百一十二尺乙丙邊一百五十尺求甲乙丙角各幾何答曰甲角七十九度三十六分五十秒乙角四十七度一十五分三十秒丙角五十三度七分四十秒。此知三邊而求三



三率求得四率十五尺六寸為分底之較與全底如乙相減餘一尺四寸折半得六寸七分如丁

丙為分底之數乃以甲丙邊為對所知之邊其數為一率丁丙分底為對所求之邊其數為二率丁角為所知之角其正弦十萬為三率求得四率五十三度為甲丁丙形甲分角之正弦即丙角之餘弦檢表得七十四度為丙角既得丙角則以甲乙邊為對所知之邊其數為一率甲丙邊為對所求之邊其數為二率丙角為所知之角其正弦七萬九千九百九十九為三率求得四率七萬三千為乙角之正弦檢表得四十七度為乙角乃併乙丙二角共一百一十度與半圓相減餘七十九度三十秒即甲角如圖以甲角為心甲丙小邊為半徑作一戊丙己

庚圓截甲乙邊於庚截丙乙底於戊將甲乙引長至圓界己則甲己與甲丙等乙己即兩腰和乙庚即兩腰較乙戊即乙丁丁丙兩分底之較故底和乙丙與邊和乙己之比即同於邊較庚乙與底較乙戊之比為轉比例四率也

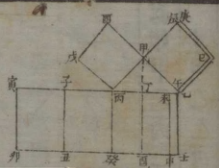
又法先求丙角以甲丙邊與乙丙邊相乘得一萬六千八百一長倍之得三萬三千六百凡如癸丙卯寅一大長方為一率以甲丙邊乙丙邊

各自乘相加得丙戌己及乙丙癸壬二正方又以甲乙邊自

乘如甲乙辛與之相減方又減去庚辛乙午巳辰磨折形

之乙壬申未餘二萬如未申癸丙一長方為二率半徑萬為三率

如丁求得四率六為甲分角之正弦即丙角之餘弦檢表而得丙角若求乙角則以甲乙邊與乙丙邊相乘得數倍之為



為甲分角之正弦即乙角之餘弦檢表而得乙角此法蓋以三邊面積互相加減使面與面比

而得線與線之比也如甲乙丙三角形作一甲丁垂線遂分為兩旬股形又作三邊之各正方

復作兩邊相乘之長方則丙癸卯寅之長方與未申癸丙之長方之比即同於丙寅邊與未丙

邊之比也又比例之理全與金半與半之比例相同故丙癸卯寅之長方與未申癸丙之長方相比又即同於丙子邊

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二寸甲乙甲丙兩邊較三尺八寸求乙角丙角各幾何答曰乙

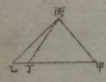
角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法依甲丙

邊度截甲乙邊於丁餘乙丁即兩邊較自丙至丁作丙丁線

成乙丁丙鈍角形乃以乙丙邊數為一率乙丁邊較為二率

甲角度與半圓相減餘度五十二分六折半得二十六分即丁

鈍角之外角甲角等其正弦百四十一為三率求得四率



分	六	丙	分	六	丙	分	六	丙	分	六	丙
為	為	角	與	丁	丙	角	與	丁	丙	角	與
乙	丙	角	丙	甲	角	丁	丙	角	丁	丙	角
角	角	角	角	角	角	角	角	角	角	角	角
度	度	度	度	度	度	度	度	度	度	度	度
十	十	十	十	十	十	十	十	十	十	十	十
六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六
度	度	度	度	度	度	度	度	度	度	度	度

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲丙邊一丈二尺二

寸甲乙乙丙兩邊較二尺八寸求乙角丙角各幾何答曰

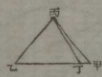
成甲丁丙鈍角形乃以甲丁較與甲丙邊相加得四尺為一

率相減餘四寸為二率甲角半外角六十三度之正切萬九

千九百八十六為三率求得四率九百九十一為半較角正切檢表

得五十二分為半較角與半外角相減餘十三度為丙分角倍

之與甲角相加即丙角併甲角丙角與半圓相減餘即乙角



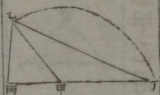
蓋	以	丙	分	角	與	甲	角	相	加	則	得	丙	丁	乙	角	與	丙
大	分	角	等	是	丙	大	分	角	與	一	丙	小	分	角	一	甲	角
之	度	等	故	倍	小	分	角	與	甲	角	相	加	得	丙	全	角	也

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二

寸甲乙甲丙兩邊和二丈六尺二寸求丙角乙角各幾何答

曰乙角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法以

甲乙與甲丙相加得丙丁自乙至丁作乙丁線成丁乙丙三
角形乃以乙丙邊數為一毫丁丙兩邊和為二毫甲角折半



餘卽丙角。

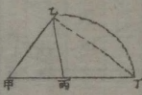
得三十六度	卽丁角	與甲乙其正弦	四萬四千
三十四分	丁角等	七角等	七百二十
四為三率	求得四率	九萬六千	為丙乙丁角正
弦檢表得	七十三度	為丙乙丁角內減半	甲角
二十六度	餘卽乙角	併甲角乙角與半圓相減	
二十六度	餘卽乙角		

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲乙邊一丈五尺甲

丙乙丙兩邊和二丈三尺四寸求乙角丙角各幾何答曰乙

角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法以甲丙

與乙丙相加得甲丁自乙至丁作乙丁線成甲乙丁三角形



角六十三度	其正切	九萬九千	為三率求得
二十六分	四萬三千七	為半較角正切檢表得	二十
四率	百四十七	為半較角與半外角相減餘為丁角倍之	度
三十	分	為半較角與半外角相減餘為丁角倍之	
八分			
卽丙角併甲角丙角與半周相減餘卽乙角			

三角測量說

周髀曰偃矩以窺高覆矩以測深臥矩以知遠蓋以矩度或表
竿相度窺測立者則取其直平者則取其方必使成直角以大
小句股為比例以在器之句股比所測之句股彼此相形而得
之者也然句股必為直角而三角形則惟變所適而無定形要
以角度為準而用割圓八線以為比例凡求角求邊皆以三角
形之法為本總以對所知為一率對所求為二率所知為三率

得四率，卽所求也。或一測或屢測，惟在隨時而致用。或用正，或

用餘，惟在比例之相當。不特凡物之高深廣遠可得而推，卽七

政之躔度、天地之形體，俱可得而測也。度數測量必取資於儀

儀雖爲體不同，其爲用則一。以九十度爲塔以定

表，逆表爲二視線，其相距之度卽爲所測之角。

設如一塔不知其高，但知距塔之遠爲三十丈，欲測其高幾何？

答曰：十三丈三尺五寸七分。再加儀器法先以儀器定準

墜線，以定表看地平遊表看塔尖，得兩表相距二十四度，乃

以半徑十萬爲一率，二十四度之正切四萬

五百二十爲二率，距塔之遠三十丈爲三率，求得

四率，再加儀器距地之高，卽塔之高也。如圖甲

乙爲塔之高，丙乙爲距塔之遠，儀器中心爲丁。

己戊，其正切爲壬戊，壬戊丁與甲庚丁兩句股形爲同式，故

丁戊與壬戊之比，同於丁庚與甲庚之比也。旣得甲庚，加與

丁丙相等之庚乙，卽得塔之高矣。此與句股測量

又法以丁角如己戊與象限相減，餘如己癸卽甲角之

正弧，爲對所知之角，其正弦九萬一千三百五十爲一率，儀

器上二十度爲對所求之角，其正弦四萬六千七百爲二率，距

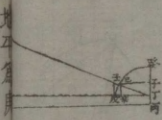
塔之遠三十丈爲所知之邊，爲三率，求得四率，亦卽甲庚，蓋己

辛丁與甲庚丁兩句股形亦爲同式，故丁辛與己辛之比，亦

同於丁庚與甲庚之比也。此三角測量通法

設如一樹欲知其遠，取一直角橫量十五丈，測之，問得遠幾何？

答曰：二十五丈九尺八寸。法以儀器定游表於九十度，直取



角定表看樹對游表立兩表竿取直橫量十五丈復安儀器

於此以定表看原處游表看樹得兩表相距六十度乃以半

徑十萬如為一率丙角六十度之正切十七萬三千二百為二

率橫量十五丈為三率求得四率即所測樹之遠

若求甲丙斜距則以六十度之正割二十萬如丙己為

二率推得四率三十丈即甲丙斜距之遠如圖甲

為樹甲乙為距樹之遠乙為所定直角丙乙為橫量十五丈

丙為儀器中心丙丁為定表看原處乙丙戊為游表看樹甲

得兩表距弧六十度為戊丁丙丁為半徑己丁為正切丙己

為正割故丙丁與丁己之比同於丙乙與乙甲之比而丙丁

與丙己之比同於丙乙與甲丙之比也此與句股測量第二題同法

表看地平遊表看山頂得兩表相距五十度又退行十丈復

安儀器定準墜線以定表看原地平處遊表看山頂得兩表

相距四十度乃以前測所得五十度之餘切八萬三千九百

壬與後測所得四十度之餘切十一萬九千一百七十相減

餘三萬五千二百六十五如子壬為一率半徑十萬如甲癸為二率退行十丈為三

率求得四率即山之高也如圖甲乙為山之高丙丁為退行

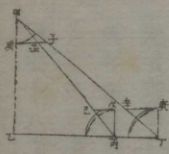
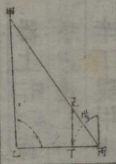
十丈前測得丙角五十度後測得丁角四十度

甲癸壬與甲乙丙兩句股形為同式而甲癸子

與甲乙丁兩句股形亦為同式故甲壬子與甲

丙丁兩三角形亦為同式而子壬與甲癸之比

同於丁丙與甲乙之比也此與句股測量第三第四第五題同法



設如人在山上欲測山之高但知山前有二樹與山參直二樹相距十八丈問山高得幾何答曰四十八丈七尺七寸 法

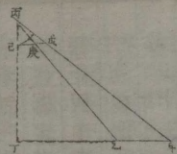
於山頂安儀器定準墜線以定表向空中取一平線先以遊表看遠樹得遊表距垂線四十九度次以遊表看近樹得遊

表距垂線三十八度乃以四十九度之正切十一萬五千與三十八度之正切七萬八千一百相減餘三萬六千九百

為一率半徑丙己為二率二樹相距十八丈為三率求得四率即山之高如圖甲乙為二樹相

距丙丁為山之高甲丙丁角為看遠樹所得四十九度乙丙丁角為看近樹所得三十八度兩

數相減餘十一度為甲丙乙角故戊庚與丙己



問兩處各距石幾何答曰左距石遠五十六丈五尺三寸右距石遠六十一丈三尺三寸 法先平安儀器於左以定表

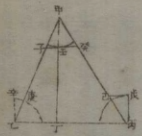
看右儀器中心遊表看石得兩表相距七十度次平安儀器於右以定表看左儀器中心遊表看石得兩表相距六十度

乃以七十度之餘切三萬六千三百九十與六十度之餘切五萬七千七百三十相併得九萬四千四百四十為一率右六十

度之餘割十一萬五千四百三為一率左右相距五十丈為三率求得四率即右邊距石之遠若以左七十度

之餘割十萬六千四百十八為二率求得四率即左邊距石之遠如圖甲為石乙丙為左右相

距五十丈乙角為左測七十度丙角為右測六



尺三寸 法以儀器斜對山頂隨定表橫量一百丈任記一

處遊表看山頂得兩表相距八十六度五十分如乙角又於原記處復

安儀器斜對山頂以定表看原處遊表看山頂得兩表相距

七十八度乃以兩角相併與半圓相減餘十五度為對

所知之角其正弦百八十二為一率丙角為對所求之角

其正弦九萬七千八百八十二為二率橫量一百為所知之邊為三率

求得四率九百七十八丈為先安儀器至山頂之斜距次



以儀器安於原處定準墜線定表看地平遊表看山頂得兩表相距五十一度乃以山頂垂線與地平所成直角如乙角為對所知之角其正弦

即半徑十萬為一率乙角為對所求之角其正弦

甲為山頂甲乙為先安儀器至山頂之斜距乙丙為橫量一

百丈甲丙為後安儀器至山頂之斜距遂成甲乙丙銳角三

角形今有乙丙二角與乙丙邊求甲乙邊即先安儀器至山

頂之斜距又甲丁為山之高甲乙為儀器至山頂之斜距丁

角即山頂垂線與地平所成直角復成甲丁乙勾股形今有

乙丁二角與甲乙邊求甲丁邊即山之高也以下句股測量所無

設如人在山坡測山之高前後不得地平爰取斜坡前後兩處

相距一百丈測之間出之高得幾何答曰二百九十八丈七

尺六寸 法於山坡先安儀器定準墜線以定表空取一地

平如遊表看山頂得兩表相距四十度於是向後就斜坡

直量如丙丁復安儀器定準墜線以定表空取一地平如遊

表看山頂得兩表相距三十五度如甲丁乙角又以遊表看前儀器中

心得兩表相距十三度如丙丁乙角乃以前所得四十度內減後所得十三

度餘五度如丁為對所知之角其正弦八十七為一率以前

所得四十度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

丙庚為對所求之外角其正弦四萬五千九百九十九為二率退量一百

丈為所為三率求得四率五百二十丈為山頂至後儀器之

斜距丁邊次以山頂垂線與地平所成乙直角為對所知之

角其正弦即半徑萬為一率丁角為對所求之

角其正弦五萬七千三百五十八為二率甲丁邊為所知

之邊為三率求得四率即山之高也乙如圖

試將戊丙線引長至己則甲己戊角與甲丁乙

又試將丁丙線引長至庚則庚丙戊角與丙丁乙角亦為二

平行線之內外角其度亦等故於甲丙戊角四十度內減與庚

丙戊相等之丙丁乙角十三餘七十為甲丙庚角乃甲丙丁

鈍角之外角故先用甲丙丁鈍角形求甲丁邊為後儀器至

山頂之斜距次用甲乙丁直角形求甲乙邊為山之高也

設如南北二橋欲知其相距之遠測處距南橋九十丈距北橋

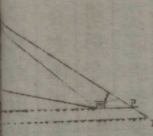
一百二十丈問二橋相距幾何答曰一百八十二丈四尺九

寸法以儀器定表看北橋乙遊表看南橋甲得兩表相距

一百二十丈乃以測處距南橋距北橋之兩數相加得二百十

丁為一率兩數相減餘三十丈為二率兩表相距一百二十度與

半圓相減餘數折半得三十度如丙甲戊即同於甲丙丁之



半外角其正切五萬七千七百為三率求得四率八千二百

己為半較角之正切檢表得四度四分與半外角相減餘五度

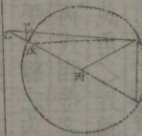
十七分為小角與半外角相加得三十四度四分為大角既

得二角則以乙角為對所知之角其正弦四萬二千為一率

丙角為對所求之角其外角六十度之正弦八萬六千為二率

丙甲為所知之邊其數九十為三率求得四率甲即南北二

橋相距之遠如圖丙為儀器中心甲丙為距南
橋九十丈乙丙為距北橋一百二十丈今以丙
角為心甲丙小邊為半徑作一甲丁戊圓截乙
丙大邊於戊將乙丙引長至圓界丁則乙丁為



兩邊和乙戊為兩邊較試自甲至戊作甲戊線成丙甲戊三

丁線即丁戊甲角之正切又戊甲乙角即甲角大於丙甲戊

角之較亦即乙角小於丙戊甲角之較故自圓界戊至甲乙

邊作己戊線與甲丁平行即戊甲乙角之正切且乙甲丁與

乙己戊為同式形故乙丁與乙戊之比同於甲丁與己戊之

比為轉比例四率也

設如隔河東西二樹欲知其相距之遠援對一樹取一直角左

右橫量十三丈測之問二樹相距幾何答曰十八丈二尺

法先對西樹甲安儀器於右如定遊表九十度取以定表看

西樹隨遊表橫量十三丈乃以遊表看東樹乙得西樹視線

距橫量邊線九十度如東樹視線距橫量邊線三十八度如

兩視線相距五十二度如次於直角橫量十三丈處安儀器

於左以定表看右儀器中心遊表看東樹得東樹視線距橫

量邊線一百十度如復以遊表看西樹得西樹視線距橫量

邊線四十五度如乃先求右儀器距西樹之遠以甲丁丙角

與象限相減餘四十五度如為對所知之角其正弦七萬七千

一為一率以甲丁丙角為對所求之角其正弦七萬七千為

二率丙丁十三丈為所知之邊為三率求得四率十三丈為右儀

器距西樹之遠如丙次求右儀器距東樹之遠以乙丙丁角

與乙丁丙角相併得一百四十八度與半圓相減餘三十二度如

對所知之角其正弦五萬九千九百九十九為一率以乙丁丙角為對

所求之角其外角七十度之正弦百六十九為二率丙丁十三丈

為所知之邊為三率求得四率五十三丈為右儀器距東

與半圓相減餘十八度為外角折半得九度為半外角其正

切二十萬五千為三率求得四率五百五十八為半較角之

正切檢表得二十九度與半外角相減餘三十四度為小角

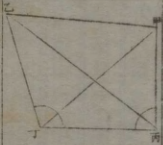
如乙與半外角相加得四十三度為大角如甲乃以小角為

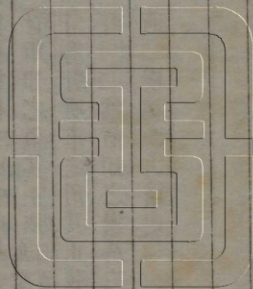
對所知之角其正弦五萬六千為一率甲丙乙

角為對所求之角其正弦七萬八千為二率甲

丙十三丈為所知之邊為三率求得四率乙即東

西二樹相距之遠也





虞山屈曾發省園氏輯

比例規解

比例尺代算凡點線面體乘除開方皆可以規度而得然於畫圖製器尤所必需識算器之至善者焉究其立法之原總不越同式三角形之比例蓋同式三角形其各角各邊皆爲相當之率今張尺之兩股爲三角形之兩腰其尺末相距卽三角形之底則於中任截兩邊相等之各三角形其各腰之比例必與各底之比例相當也二曰平分線以御三率一曰分面線一曰更面線以御面畧一曰分體線一曰更體線以御體積一曰五金線以御輕重一曰分圖線一曰正弦線一曰正切線一曰正割線以御測量併製平儀諸器凡此十線或總歸一尺或分爲數

設如一丁戊線四寸八分欲分爲六分問每分幾何答曰八分

法以平分線第^{六十}處依^{四寸}之度展開勿令移動次取

第^十處相離之度量之得^{八分}卽丁戊線六分之一也若欲分

爲八分則於第^{八十}處照^{四寸}之度展開仍取第^十處相離

之度量之得^{六分}卽丁戊線八分之一也又若欲取七分之二

則於第^{七十}處照^{四寸}之度展開次取第^{三十}處相離之度

量之得^{七分}卽丁戊線七分之三也

設如有十三人每人給銀七兩問共銀幾何答曰九十一兩

法於平分線第^十處依分釐尺^{七釐}之度展開勿令移動次取

第^{一百三}處相離之度量之得^{九分}卽得共銀^{九十}也蓋以

十分當一人故以一百三十分當十三人以七釐當七兩故

與九十一兩之比也

設如每官一員每月給公費錢二千二百文今共給錢八千八

百文問官幾員答曰四員 法於平分線第^{二十}處依分釐

尺分之度展開勿令移動次取第^{八十}處相離之度量之得

第^四卽得官^四員也蓋以^{二十二分}當錢二千二百故以八十八

分當錢八千八百以一分當官一員故四分卽爲官四員其

二十二分與二千二百之比同於八十八分與八千八百之

比而一分與一員之比亦同於四分與四員之比也

設如原有粟五斗易布二疋今有粟三石問易布幾何答曰十

二疋 法於平分線第^{二十}處^{四倍五斗之數因五分近}

分釐尺^二分之度展開勿令移動次取第^{十分}二處相離之度

量之四倍三石之數三石為三十得一寸即得布_{十二}也蓋

以二十分當五斗為四倍之數故以一百二十分當三石亦

為四倍之數以二分當二疋故一寸二分即為十二疋其二

十分與五斗之比同於一百二十分與三石之比而二分與

二疋之比亦同於一寸二分與十二疋之比也

設如有二十七及十八之兩數問相連比例之第三數幾何答

曰十二法於平分線第七分處_{如甲}依分釐尺_{八釐}之度

展開如丁勿令移動次取第十入處如甲相離之度量之得

一分二釐即相連比例之第三數為二也蓋丁戊與甲庚既

同為十八即連比例之中率則己庚十二為第三率無疑矣

設如有句五尺股十二尺問弦幾何答曰十三尺法於平分

度量之得十分即得弦十三也蓋句三股四弦五為正句

股之定數今照此數定尺則框心甲角必為直角故以今有

之句股定尺即得所求之弦數也若有句五尺弦十三尺而

求股則取十分之度自五十分算至十分處其相離之度

恰符即得股十二矣

設如有圓徑三十五寸問圍周幾何答曰一百一十寸法以平

分線第一分處徑率七之三也因七依分釐尺三分之度

展開勿令移動次取第六分處相離之度周率二十二之三

亦三倍之量之得一寸即得圓周十一也蓋二十一與六

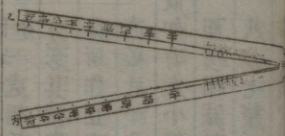
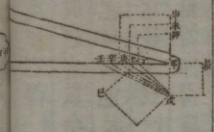
十六分既為徑與周之比則三分五釐與一寸一分亦必

為徑與周之比例矣而三分五釐以一釐當一寸故一寸一

分亦以一釐當一寸也

分面線

作比例尺分面線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線
自甲截甲丙線於丁照甲丁度於甲心作一甲戊垂線自戊至
丁作一丁戊線又照戊丁度自甲截甲丙線於己自戊至己作
一戊己線又照戊己度自甲截甲丙線於庚自戊至庚作一戊



庚線又照戊庚度自甲截甲丙線於辛自戊至
辛作一戊辛線又照戊辛度自甲截甲丙線於
壬自戊至壬作一戊壬線照此累累截之至丙
末又將甲丙線所截各度移置甲乙線即成分
面線也何則於甲丁戊三角形之三界作三正
相等而戊己一形亦與其二形之共積相等

於甲己界作未己正方形甲己界原與戊丁等
則未己方形即與戊己方形等又必與卯丁辰
戌兩形等而亦與卯丁形之倍數等矣夫甲己
界即大於卯丁形之一倍為未己形之一界也
倣此論之則甲庚界即為比卯丁形大二倍形
之界而甲辛申壬等界即為比卯丁形大三倍
四倍形之界矣或設正方面一百釐其積一萬
釐以二因之得二萬釐開平方得一百四十一釐又以三因之
得三萬釐開平方得一百七十三釐照此屢倍積數開平方將
所得之數於分釐尺上取其度按度截於甲乙甲丙二線亦成

分面線也

設如有甲乙丙三正方形甲形每邊一寸其積則甲為一分乙

為六分丙為九分今欲作一大正方形與三形之積等問該

邊幾何答曰四寸法以分面線第一處因甲方積為一分依

甲方邊寸之度展開勿令移動乃併三形積共十六分即取第

十六處相離之度量之得四寸即所求大形之邊用其度作正

方形其積與三形之積等矣蓋十六分所作正方形原比一

分所作正方形大十六倍則十六分相距之度所作正方形

亦必比一分相距之度所作正方形大十六倍矣

設如有大小等邊三角形小形邊一寸大形邊四寸今欲將兩

面積相減取其餘積作同式三角形問其邊幾何答曰三寸

八分七釐法以分面線第一處依小形邊一寸之度展開勿

第十處相離之度量之得三寸八分即所求較形之每一邊

蓋大小同式多邊形之比例同於相當界所作正方形之比

例今大小兩距度即大小兩形之相當界所作兩正方形之

比例既為十六與一則大小兩三角形之比例亦必為十六

與一既得兩形之比例乃相減以得較既得較積之比例復

用積以求邊即得所求之邊數也

設如有五等邊形每邊二尺今欲三倍其積作同式形問每邊

幾何答曰三尺四寸五分法以分面線第一處依分釐尺

寸之度展開勿令移動次取第三處相離之度量之得三寸

五分即所求大形之邊為三寸五分用其度作五等邊形其積為

原形之三倍矣蓋以二寸當原邊二尺故三寸四分五釐即

爲三尺四寸五分也

設如有六等邊形每邊三尺今欲取其積四分之三作同式形
問每邊幾何答曰二尺六寸法以分面線第一處依分釐
尺三寸之度展開勿令移動次取第三處相離之度量之得十二
六卽所求小形之邊爲六寸用其度作六等邊形其積卽爲
原形四分之三矣蓋以三寸當原邊三尺故二寸六分卽爲
二尺六寸也

設如有三率相連比例數首率二尺末率八尺問中率幾何答
曰四尺法以分面線第二處依分釐尺二寸之度展開勿令
移動次取第八處相離之度量之得四寸卽四尺爲中率也蓋
連比例三率首率所作正方形與中率所作正方形之比同

爲四尺也

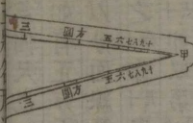
設如有正方面積一千六百尺問每邊幾何答曰四十尺法
以分面線第一處依分釐尺廿之度展開勿令移動乃以十一
之十分作尺自乘得一百與面積百尺一相較其比例如一與
十卽取第十六處相離之度量之得四寸卽四十尺爲正方形也
蓋一分之積旣爲一百尺則十六分之積必爲一千六百尺
而一分相距之度旣爲方積七百尺之一邊則十六分相距
之度必爲方積一千六百尺之一邊矣又以一寸當十尺故
四寸卽爲四十尺也

設如有正方面積九千〇二十五尺問每邊幾何答曰九十五
尺法以分面線第一處依分釐尺一之度展開勿令移

動乃以寸之釐釐作一百自乘得一萬與面積十五尺二相較其比例如百與十有餘即取第九十分處相離之度量之得九分即九十分釐五尺為正方形邊也其解同前此以一寸當一百尺故九分五釐即為九十五尺也

更面線

作比例尺更面線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線



設積數一億用面積相等邊線不同之定率比例得各形之邊線其方邊一萬圓徑一萬一千二百八十四三等邊一萬五千一百九十七五等邊七千六百二十四六等邊六千二百〇四七等邊五千二百四十六八等邊四千五百五

成更面線也

設如有甲圓形徑一尺二寸欲作一面積相等之正方形問每邊幾何答曰一尺〇六分法以更面線圓處依分釐尺寸

分二之度展開勿令移動次取方處相離之度量之得六釐

即一尺。為正方形之一邊用其度作正方形其積與圓積

等也蓋圓號與方號之比例原為同積之圓徑與方邊之比

例則其兩距度之比例亦必為圓徑與方邊之比例矣又以

一寸二分當圓徑一尺二寸故一寸〇六釐即為方邊一尺

〇六分也

設如有甲三邊形每邊十五尺又有乙五邊形每邊十尺欲併作一正方形問每邊幾何答曰十六尺四寸法以更面線

三號處依五分_一寸之度展開勿令移動次取_號處相離之度量

之得_{九分八釐}即_{九尺八寸七分八釐}為正方形之一邊用其度作正方形

其積與甲形等又以_五號處依_寸之度展開次取_號處相離

之度量之得_{外一寸三釐}即_{十三尺}為正方形之一邊用其度作

正方形其積與乙形等乃將兩正方形用分面線求其積之

比例以分面線_{第十}處依_{小方邊}之度展開復以大

方邊_{分一寸三釐}之度等至_{第六}處其相離之度恰合即

兩方形之比例為_{分十釐}與_{分六釐}併之得_{分二十七}即取_{第七}

六處相離之度量之得_{分四釐}即_{四寸}為所求正方形之

一邊用其度作正方形其積與甲乙兩形等也蓋甲乙兩形

不同類不能得其比例即不能相加故先用更面線將甲乙

設如有甲八邊形每邊十二尺又有乙六邊形每邊六尺今將

兩面積相減用其餘積作_七邊形問其邊幾何答曰十三

尺法以更面線_八處依_二寸之度展開勿令移動次取

七處相離之度量之得{分十寸三釐}即_{十三尺}為_七邊形之一

邊用其度作_七邊形其積與甲形等又以_六處依_{分六}

展開次取_七處相離之度量之得_{五分}即_{五尺}為_七

邊形之一邊用其度作_七邊形其積與乙形等乃將兩_七邊

形用分面線求其比例以分面線_{第十}處依_小七邊形_{五分}

之度展開復以大_七邊形_{分八釐}之度等至_{第七}之處

其相離之度恰合即兩_七邊之比例為_{分十}與_{分七}相減餘_{分六}

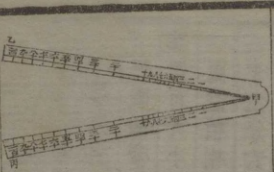
八即取_{第六}處相離之度量之得_{分三}即_{十三尺}為所求_七

邊形之一邊用其度作七邊形其積與甲乙兩形相減之餘積等也此法亦先用更面線將甲乙兩形俱變為七邊形復用分面線求其比例而後相減即得所求七邊形之一邊也

設如有十等邊形積四千四百四十五尺問其一邊幾何答曰二十四尺

法以分面線第一處依一之度展開勿令移動乃以一之十分作十自乘得一百與積四千四百四十五相較其比例如一與九之五即取第四十九之五處相離之度量之得六六分又四十六尺又為正方形之一邊用其度作正方形其積與十邊形積等乃以更面線方處依六寸六分開次取十處相離之度量之得四分即四尺為所求十邊形之一邊也蓋正方形為各面形比例之宗故凡有積求邊形之一邊也自圓形三角形以至九邊形皆同一法

分體線



作比例尺分體線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線

乃設正方形體界一百釐其積數一百萬釐以二因之得二百萬釐立方開之得界一百二十六釐又以主因之得三百萬釐立方開之得界一百四十四釐又以四因之得四百萬釐立方開之得界一百五十九釐照此屢倍積數開立方將所得之界於分釐尺上取其度案度截於甲乙甲丙二線即成分體線也

設如甲乙丙三正方體甲形每邊二寸其積則甲為一分乙為

三分丙為四分今欲作一大正方體與三體之積等問該邊幾何答曰四寸一法以分體線第一處依甲邊寸之度展開勿令移動乃併三體積共八分即取第八分處相離之度量之得寸即所求大體之邊用其度作正方體其積與三體之積等矣解同分面線第一題

設如有大小兩四面體小體每邊一寸大體每邊三寸今欲將兩體積相減取其餘積作同式四面體問其邊幾何答曰二寸九分六釐法以分體線第一處依小體邊寸之度展開

勿令移動次以大體邊三寸之度每至第二十分處其相離之度恰合即大體與小體之比例為七與二十與一相減餘十六為較積即取第十六分處相離之度量之得二寸九分即所求較體之

幾何答曰一尺五寸九分法以分體線第一處依一寸之度展開勿令移動次取第四分處相離之度量之得一寸五分即一尺五寸為所求大體之邊用其度作八等面體其積為原體之四倍矣解同分面線第三題

設如有圓球徑三天今欲取其積五分之二作同式體問其徑幾何答曰二尺二寸十分法以分體線第五處依三寸之度展開勿令移動次取第二分處相離之度量之得二寸二分即二寸一分為所求小體之徑用其度作圓徑其積為原體五分之二也解同分面線第四題

設如有四率相連比例數一率八尺四率二十七尺求二率三率幾何答曰二率十二尺三率十八尺法以分體線第八

處依^{八分}之度展開勿令移動次取第七^{十分}處相離之度量之
 得^{二分}即^{十一尺}為第二率既得二率乃用平分線有一率二
 率求連比例第三率之法以平分線第八^分處依^{二分}之度展
 開次取第十二^分處相離之度量之得^{八分}即^{十八尺}為第三率
 也蓋相連比例四率其一率所作正方體與二率所作正方
 體之比同於一率與四率之比故以八分相距之度為一率
 之數則二十七分相距之度必為二率之數矣至於求第三
 率之法即平分線求連比例三率之理也

設如有正方體積二萬七千尺問其邊幾何答曰三十尺 法
 以分體線第一^分處依^{十一之度}展開勿令移動乃以^{十一之}分作
 尺自乘再乘得^{一十}與體積^{二萬七}相較其比例如一^{與十二}

設如有正方體積八十三萬〇五百八十四尺問其邊幾何答
 曰九十四尺 法以分體線第一^分處依^{十一之度}展開勿令

移動乃以^{十一之}分作^{一百}尺自乘再乘得^{一萬}與體積^{八十三萬}

〇五百八十四尺相較其比例如^{一百}與^{八十三萬}即取第三^{十分}處相離

之度量之得^{四分}即^{九尺}為正方邊也解同分面線第七題

設如有銀正方體每邊二寸問重幾何答曰七十二兩 法以

分體線第九^分處依^{十一之度}展開勿令移動次

取^{十二之度}等至第七^分處其相離之度恰合即得銀重^{七十二兩}

蓋各體重數之比例與積數之比例等相距之度一寸其積
 為九分相距之度二寸其積則為七十二分今相距一寸之
 九分既為正方一寸銀體之重數則相距二寸之七十二分

必爲正方二寸銀體之重數矣又以九分當九兩故七十二分爲七十二兩也

設如有大銅球體徑二寸重三十一兩四錢一分今有小銅球體徑一寸二分問重幾何答曰六兩七錢有餘 法以分體

線第三十一釐之處依大球徑二寸之度展開勿令移動次取小球徑二寸之度每至第六釐之處其相離之度恰合即有餘爲小球之重也其解同前

更體線



作比例尺更體線法自甲樞心至乙丙二末作

甲乙甲丙二線設積數一兆用體積相等邊線

不同之定率比例得各體之邊線其立方邊一

三百九十七釐銀體邊一萬二千八百四十七釐十二面體邊五

千〇七十二二十面體邊七千七百十將各體邊數於分釐尺

上取其度按度截於甲乙甲丙二線即成更體線也

設如有甲球體徑二尺欲作一體積相等之正方體問每邊幾

何答曰一尺六寸一分 法以更體線球處依二寸之度展開

勿令移動次取立方處相離之度量之得一分六釐即一尺六

爲正方體之邊用其度作正方體其積與球體等也解同

更面線第一題

設如有甲四面體每邊三尺又有乙八面體每邊四尺欲併作

一正方體問每邊幾何答曰三尺二寸 法以更體線四面

處依三寸之度展開勿令移動次取方號相離之度量之得十

四分即寸六分爲正方體之一邊用其度作正方體其積與

甲體等又於八面處依四寸之度展開次取方處相離之度量

之得三十一即三尺一分為正方體之一邊用其度作正方體

其積與乙體等乃將兩正方體用分體線求其比例以分體

線第一處依小方體一寸四分六釐之度展開復以大方體三十一釐

之度尋至第九分五釐處其相離之度恰合即兩方體之比例為

一與九分五釐併之得十分五釐即取分體線第十分五釐處相離之度量

之得三十一即三尺二分七釐為所求正方體之邊用其度作正方體其

積與甲乙兩體等也解同更面線第二題

設如有甲正方體每邊二尺又有乙球體徑亦二尺今將兩體

積相減用其餘積作十二面體問其邊幾何答曰七寸九分

法以更體線方處依二寸之度展開勿令移動次取十二處

展開次取十二處相離之度量之得八分一即八寸一分七釐為十

二面體之一邊用其度作十二面體其積與乙體等乃將兩

十二面體用分體線求其比例以分體線第十分五釐處依小十二

面體八分一之度展開復以大方十二面體一寸之度尋

至第九分處其相離之度恰合即兩十二面體之比例為十分

與九分相減餘九分即取第九分處相離之度量之得七分即七寸

九分為所求十二面體之邊用其度作十二面體與甲乙兩體

相減之餘積等也解同更面線第三題

設如有二十面體積一萬七千四百五十五尺問每邊幾何答

曰二十尺法以分體線第一處依一寸之度展開勿令移動

乃以一寸之十分自乘再乘得一千與積一萬七千四相較

其比例如一與^{十七}又即取第九之五^{十七分}又處相離之度量之

得^分九釐^即尺九寸^為正方體之一邊用其度作正方體其

積與二十面體積等乃以更體線^方處依^分九釐^之度展開

次取^面號^號處相離之度量之得^即尺^為所求二十面體

之一邊也解問更面線第四題

五金線

作比例尺五金線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線

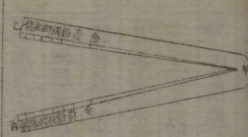
用各體權度比例定率數金重十六兩八錢水銀重十二兩二

錢八分鉛重九兩九錢三分銀重九兩銅重七兩五錢鐵重六

兩七錢錫重六兩三錢為各體正方一寸輕重之比例^{定率數}

^餘種^尺不能盡載惟此數^者其用為多故止載此若重數相等則其積數必不同故又

用算比例法



水銀積為十三億六千八百一十萬八千一百

七十五^木銀重十二兩二錢八分^為一率金重

求得四率^即水銀積餘做此鉛積為十六億九千一百八十

四萬二千九百銀積為十八億六千六百六十

六萬六千六百六十六銅積為二十二億四千

萬鐵積為二十五億〇七百四十六萬二千六

百八十六錫積為二十億六千六百六十六

萬六千六百六十六既得各體之積數乃開立方則金之邊數

為一千水銀數為二千一百一廿錫數為一千一百九十一銀

數為一千二百三十一銅數為一千三百〇八鐵數為一千三

百五十八錫數為一千三百八十六爰將各數於分釐尺上取

其度按度截於甲乙甲丙二線即成五金線也

設如有金球徑二尺欲作一銀球其重與金球等問徑幾何答

曰二尺四寸六分法以五金線處依二之度展開勿令

移動次取號處相離之度量之得分二寸四分即二尺四寸四分

徑用其度作銀球即與金球重等也蓋金號與銀號之比例

原為同重之金體邊與銀體邊之比也今金號相距之度既

為金球徑則銀號相距之度必為銀球徑矣又以二寸當金

球徑二尺故二寸四分長釐即為銀球徑二尺四寸六分也

設如有金正方體每邊一寸重十六兩八錢今欲作銀八面體

其重與金正方體等問每邊幾何答曰一寸五分八釐有餘

法先以更體線立方處依一之度展開勿令移動次取面

處相離之度量之得分一十二分即為金正方體等重之金

八面體之每邊幾何以五金線金處依一十二分處展開

邊用其度作八面體其重與金正方體等也蓋兩體不同類

不能得其比例故先用更體線變正方體為八面體而後用

五金線比例之其法與前同也

設如有銅正方體每邊二寸重六十兩今有鉛一百兩欲作球

體問徑幾何答曰二寸六分八釐法先以分體線第六十

處依二之度展開勿令移動次取第分一百處相離之度量之

得分二寸三分七釐即重一百兩之銅正方體又以更體線方處依二

三分之度展開次取號處相離之度量之得分二寸九釐即重一

百兩之銅球徑復以五金線銅處依分四釐之度展開次取

鉛處相離之度量之得分八釐即重一百兩之鉛球徑也蓋

兩重數不同而兩體又不同不能得其比例故先用分體線

變為同重之銅正方體又用更體線變為同重之銅球體乃用五金線銅與鉛之邊線以比例之而後得鉛球徑也

設如銀正方一寸重九兩問銅正方一寸重幾何答曰七兩五錢 法以五金線號處依寸之度展開勿令移動次取號銅處

相離之度量之得寸。五號即為重九兩之銅正方邊數乃以分體線九十分處依寸之度展開而以今銅正方寸

之度尋至七分處其相離之度恰合即七兩為銅寸方之重也蓋銀重九兩其邊一寸則銅重九兩其邊必為一寸○五

釐二毫又銅方邊一寸○五釐二毫其重九兩則銅方邊一寸其重即為七兩五錢也

設如有銀正方體每邊二寸重七十二兩今欲作一銅二十而更體線號處依寸之度展開勿令移動次取號銅處相離之

度量之得一寸五分即為銀正方體同重之銀二十面體之邊乃以五金線號處依一寸五分之度展開次取號銅處相離之

度量之得三釐有餘即為銀二十面體同重之銅二十面體之邊復以分體線號處依一寸六分之度展開而以今所

作銅二十面體邊寸之度尋至第一百三十之處其相離之度恰合即一百三十為銅二十面體之重數也蓋面體不同

類不能得其比例故先用更體線變正方體為二十面體又用五金線變銀二十面體為銅二十面體復用分體線有邊

求重之法比例之然後得其重數也

分圓線即圓內之通弦線
作比例尺分圓線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線



乃平分甲乙線於未以未為心以甲乙二末為
 界作一半圓於是分圓界為一百八十度復以
 甲為圓心至所分圓界戊己庚辛壬癸子丑等
 處作各弦線又將諸弦線度移於甲乙甲丙二
 線即成分圓線也或用八線表三十分之正弦
 倍之即一度之通弦一度之正弦倍之即二度
 之通弦一度三十分之正弦倍之即三度之通
 弦至於九十度之正弦倍之即一百八十度之
 通弦以所得通弦之數於分釐尺上取其度按
 度截於甲乙甲丙二線亦成分圓線也

設如甲乙半徑六寸丙乙弧二十九度問丙乙通弦幾何答曰

半徑與六十度之通弦等六十度之通弦既為六寸則二十

九度相距之三寸即為二十九度之通弦矣

設如甲乙半徑六寸丙乙通弦三寸問丙乙弧幾何答曰二

十九度 法以分圓線六十處依半徑寸之度展開勿令移

動次取通弦寸之度尋至九度其相離之度恰合即丙乙

弧為二十度也蓋圓之半徑與六十度之通弦等通弦六寸

相當之度為六十度則通弦三寸相當之二十九度即為丙

乙弧矣

設如丙乙弧三十一度丙乙通弦一寸〇三釐問甲乙半徑幾

何答曰二寸 法以分圓線三十處依三釐之度展開勿

令移動次取六十分處相離之度量之得寸即甲乙半徑也蓋

六十度之通弦與圓之半徑等三十一度之通弦爲一寸○
三釐則六十度之通弦二寸卽爲圓之半徑矣

設如圓徑六寸內容五等邊形問每邊幾何答曰三寸五分有餘
法以分圓線度十處依半徑寸三之度展開勿令移動次

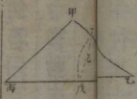
以圓周三百九五歸之得七十卽五等邊形每邊相當之弧

乃取七十處相離之度量之得三寸五分卽五等邊形之一邊

也蓋圓內容五邊形之一邊卽七十二度之通弦今六十度

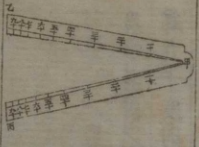
之通弦爲三寸則七十二度之通弦三寸五分有餘卽五邊形之一邊矣

設如有甲乙丙三角形問乙角之度幾何答曰三十度 法以



乙角爲心任作丁戊弧則乙丁乙戊皆爲半徑
乙丁戊之度既同故令移動丁戊至己戊度
每至三十處其相離之度恰合卽乙角爲三十度也

正弦線



作比例尺正弦線法自甲樞心至乙丙二末作
甲乙甲丙二線用八線表正弦線自一度至九
十度之數自八寸至九寸正弦每度之較甚
於分釐尺上不能分可隔五度而作一線
卽成正弦線也

設如甲乙半徑六寸丙乙弧二十一度問丙丁正弦幾何答曰

二寸一分五釐 法以正弦線九十處依半徑六寸之度展開

勿令移動次取二十處相離之度量之得二寸一分五釐卽丙丁正

弦數也蓋圓之半徑與九十度之正弦等九十度之正弦既
爲六寸則二十一度相距之二寸一分五釐卽爲二十一度
之正弦矣

設如甲乙半徑六寸乙丁正弦三寸問乙丙弧幾何答曰三

十度 法以正弦線九寸處依六寸之度展開勿令移動次取

正弦三寸之度等至三寸處其相離之度恰合卽乙丙弧爲三十度

度也蓋圓之半徑與九十度之正弦等正弦六寸相當之度

爲九十度則正弦三寸相當之度爲三十度卽乙丙弧矣

設如甲乙弧三十二度甲丙正弦一寸〇六釐問乙丁半徑幾

何答曰二寸 法以正弦線三十度處依一寸之度展開勿

令移動次取九寸處相離之度量之得二寸卽乙丁半徑也蓋

九釐與九十度之正弦二寸卽爲圓之半徑矣

正切線

作比例尺正切線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線

用八線表正切線自一度至四十五度之數於

分釐尺上取其度案度截於甲乙甲丙二線卽

成正切線也至於四十五度以後則與四十五

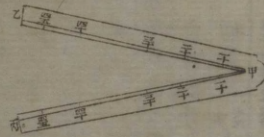
度以前相爲正餘蓋四十五度之正切線與半

徑等四十五度以前之正切線卽四十五度以

後之餘切線而半徑與正切之比同於餘切與

半徑之比故切線止用四十五度卽足九十度

之用也



設如甲乙半徑六寸乙丙弧三十五度問丁乙

四寸二分

法以正切線五度處依半徑六寸之度展罷茲阮

移動次取

五度處相離之度量之得四分即丁乙切線之數

也蓋圓之半徑與四十五度之切線等四十五度之切線既

為六寸則三十五度相距之四寸二分即為三十五度之切

線矣

設如甲乙半徑六寸乙丙弧五十八度問丁乙切線幾何答曰

九寸六分

法以五十與九十相減餘三十為餘弧乃以正

切線

三十度處依半徑六寸之度展開勿令移動次取四十度處相

離之度量之得九寸即丁乙切線之數也蓋圓之半徑與四

十五度之切線等而三十二度之正切即五十八度之餘切

夫半徑與正切之比既同於餘切與半徑之比故以三十二

五十八度之切線將凡過四十五度者皆倣此

設如甲乙半徑六寸丙乙切線四寸二分問丁乙弧度幾何答

曰三十五度

法以正初線四十度處依半徑六寸之度展開勿

令移動次取

四十分之度等五度處其相離之度恰合即丁

乙弧為三十五度也蓋圓之半徑與四十五度之切線等切線六

寸相當之度為四十五度則切線四寸二分相當之三十五

度即為乙丁弧度矣

設如甲乙弧三十五度丙乙切線一寸○五釐問丁乙半徑幾

何答曰一寸五分

法以正切線三十度處依一寸之度展

開勿令移動次取

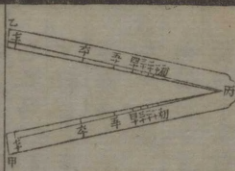
四十度處相離之度量之得一分即丁乙半

徑也蓋四十五度之切線與圓之半徑等三十五度之切線

為一寸○五釐則四十五度之切線一寸五分即為丁乙半

徑矣

正割線



作比例尺正割線法自甲樞心至乙丙二末作
 甲乙甲丙二線用八線表正割線自初度至七
 十度之數初度割線即圓之半徑自一度至十度其較甚微尺不能分可隔五度作點自七十度以上漸與切線平行其數甚大尺不能容故止取七十度也於分釐尺
 上取其度按度截於甲乙甲丙二線即成正割
 線也

設如甲乙半徑六寸乙丙弧四十一度問甲丁割線幾何答曰

七寸九分五釐

法以正割線

初度處依半徑六寸之度展開勿

令移動次取

四十一度

處相離之度量之得

七寸九分五釐

即甲丁割線

線既為六寸則四十一度相距之七寸九分五釐即為四十一度之割線矣

設如甲乙半徑六寸甲丙割線一尺二寸問丁乙弧度幾何答

曰六十度

法以正割線

初度

處依半徑六寸之度展開勿令移

動次取二寸之度等至

六十度

處其相離之度恰合即丁乙弧

為六十度也蓋初度之割線即圓之半徑割線六寸相當之度為

初度則割線一尺二寸相當之六十度即為丁乙弧度矣

設如甲乙弧四十四度半丙丁割線二寸一分〇三毫問丁乙

半徑幾何答曰一寸五分

法以正割線

四十四度半

處依二寸

毫之度展開勿令移動次取

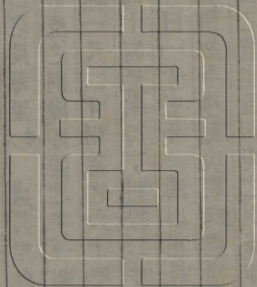
初度

處相離之度量之得

即丁乙半徑之數也蓋初度之割線即圓之半徑四十四度

半之割線為二寸一分〇三毫則初度之割線一寸五分即

爲丁乙半徑矣



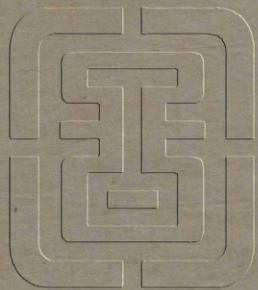
九數通考 未終

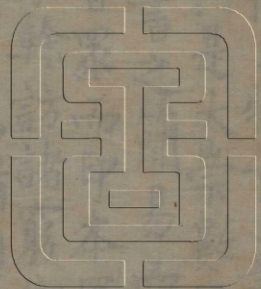
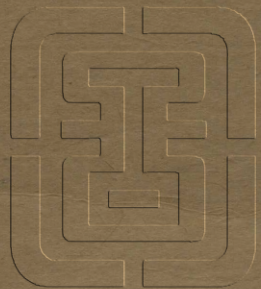
重刊九數通考

數學之書已簡則患疏已繁
則苦眩吾邑屈君省園九數
通考一書卷帙不繁諸法畧
備向善本也粵匪之亂版亡
賊既平大憲力圖善後凡規
畫輿圖清理田賦營造城郭
開浚河渠修治廟宇衙署度

基址程土物量工計日一一需
九數於是大崇數學者者皆
愛是書之簡易而詳備也
求者日眾而印本罕存其從
元孫承幹訪諸窮鄉僻壤得
其版十五六而補刊其所闕以
存手澤以應求者時同怡

壬申中夏後進番欽仁謹識





其版十五而補刊其所闕以
存乎澤以應求者時同備
元孫承錄
東者日
變是
九數
基址程
工計日
十需

