Prof. Dr. H. Brenner **Osnabrück SS 2020**

Mathematik für Anwender II

Arbeitsblatt 58

Übungsaufgaben

Aufgabe 58.1. Bestimme das Volumen einer gleichseitigen Pyramide (eines *Tetraeders*) mit Seitenlänge 1.

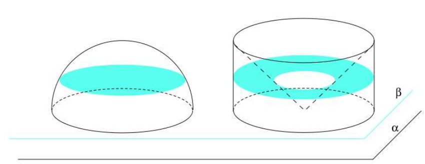
Aufgabe 58.2. Es seien drei Punkte $P_1, P_2, P_3 \in \mathbb{Q}^2 \subset \mathbb{R}^2$ gegeben. Zeige, dass der Flächeninhalt des durch diese drei Punkte bestimmten Dreiecks eine rationale Zahl ist.

Aufgabe 58.3. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn der Sinusbogen zwischen 0 und π um die x-Achse gedreht wird.

Aufgabe 58.4. Bestimme das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn die Standardparabel um die y-Achse gedreht wird und dies mit der Ebene zu $y = h$ „gedeckelt“ wird, in Abhängigkeit von $h \geq 0$.

Aufgabe 58.5. Berechne das Volumen der Einheitskugel mit dem Cavalieri-Prinzip.

Aufgabe 58.6. Fasse die Einheitskugel als Rotationskörper auf und berechne damit ihr Volumen.



Aufgabe 58.7. Bestimme das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn man aus dem Einheitszylinder, dessen Grundfläche eine Einheitskreisscheibe ist und der die Höhe 1 besitzt, den (offenen) Kegel herausnimmt, der den oberen Zylinderdeckel als Grundfläche und den unteren Kreismittelpunkt als Spitze besitzt.

Aufgabe 58.8.*

Bestimme das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn man den Graphen der Funktion

$$f\colon [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}_{\geq 0},\, t \longmapsto t+\sqrt{t}+1,$$

um die t-Achse rotieren lässt.

Aufgaben zum Abgeben

Aufgabe 58.9. Es sei K die Kreisscheibe mit dem Mittelpunkt in $(0,R)$ und dem Radius $0<r<R$. Berechne das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn sich K um die x-Achse dreht.

Aufgabe 58.10. Es sei V der Viertelkreis mit dem Mittelpunkt in $(1,0)$, dem Radius 1 und den Eckpunkten $(0,0)$ und $(1,1)$. Berechne das Volumen des „runden Trichters", der entsteht, wenn man V um die y-Achse dreht.

Aufgabe 58.11. Es sei D das Dreieck mit den Eckpunkten $(3,4)$, $(5,5)$ und $(4,6)$. Bestimme das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn man D um die x-Achse dreht.

Aufgabe 58.12. Berechne das Volumen des Kegels, dessen Spitze in $(2,3,5)$ liegt und dessen Grundfläche die durch

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 3x^2+2y^2\leq 4\right\}$$

gegebene Ellipse ist.

Aufgabe 58.13. Es sei T ein Kreissektor des Einheitskreises zum Winkel α (im Bogenmaß). Begründe mit Überpflasterungseigenschaften und mit Satz 58.9, dass der Flächeninhalt von T gleich $\frac{\alpha}{2}$ ist.

Abbildungsverzeichnis