

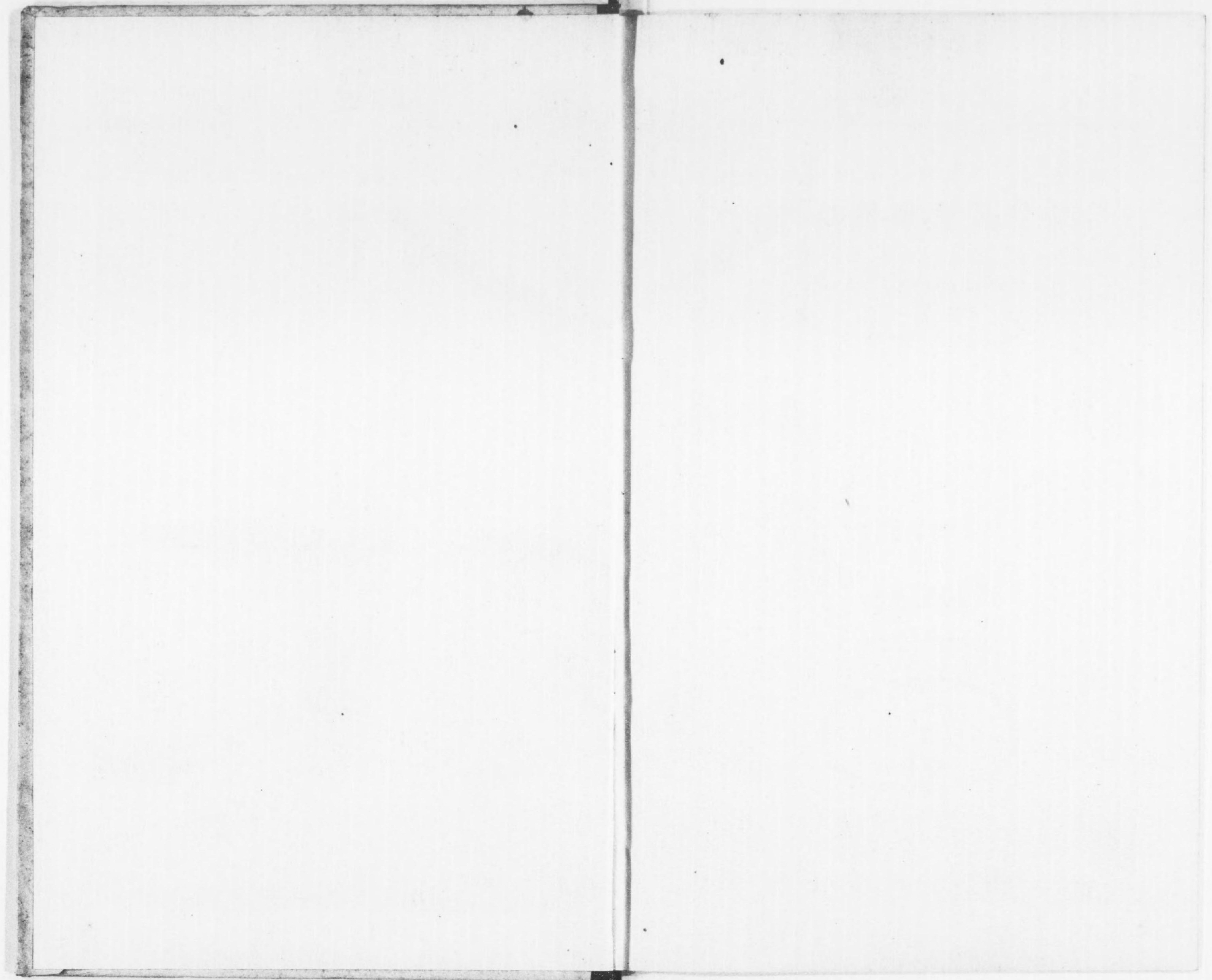
始



**EXERCISES
IN
ALGEBRA
VOL. B**

BY S.ONO

SEISHODO



群115
769

代數學練習問題集

奈良女子高等師範學校教授
理學士
小野新太郎著

B

EXERCISES
IN
ALGEBRA
BYS·ONO

大正

14. 9. 2

内交

成象堂發行

序

數學の授業に並行して使用し得る問題集を要求する聲は編者のしばしば耳にする所である。

本書は此要求に應じて生れたものであるが勿論完全であるとは斷言せない。編者の實驗と實際に使用せられたる教師並に學生諸子の忠言とに依つて次第に完成を期するつもりである。

問題は難易總ての階梯を包含せしめ且つ成るべく詳細に區分することとした。従つて練習せんとする問題の撰擇は甚だ容易である。

問題の數は修學の時間に比し甚だしく過多であるが望む所の問題の撰擇には至便である。

各種問題配置の順序は通常の教科書に準據したのではあるが如何なる順序にも之を使用することが出来る。

本書の使用に依つて聊かにても教師諸君并に

學生諸子に便宜を與へ得るならば編者の幸とする所である。

大正十四年四月

編者識す

目次

- 1 公式に依る乗法 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ 1
- 2 公式に依る乗法 $(A\pm B)^2=A^2\pm 2AB+B^2$ 2
- 3 公式に依る乗法 $(A\pm B)^3=A^3\pm 3A^2B+3AB^2\pm B^3$ 3
- 4 公式に依る乗法 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ 4
- 5 公式に依る乗法 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$ 5
- 6 公式に依る乗法 一つの文字の整式 7
- 7 公式に依る乗法 雑 8
- 8 因數分解 共通因數に依るもの 8
- 9 因數分解 平方の差 9
- 10 因數分解 立方の和及差 11
- 11 因數分解 二次三項式 12
- 12 因數分解 二次三項式 14
- 13 因數分解 二次三項式 16
- 14 因數分解 雑 17
- 15 最大公約數 素因數分解利用(整數) 18
- 16 最大公約數 連除法に依るもの(整數) 18
- 17 最大公約數 積の形の整式 18

18 最大公約數 因數分解利用(整式)·····	19
19 最大公約數 連除法に依るもの(整式)·····	20
20 最大公約數 雜·····	21
21 最小公倍数 素因數分解利用(整數)·····	22
22 最小公倍数 連除法に依るもの(整數)·····	22
23 最小公倍数 積の形の整式·····	23
24 最小公倍数 因數分解利用(整式)·····	24
25 最小公倍数 連除法に依るもの(整式)·····	24
26 最小公倍数 雜·····	25
27 分數式の約分·····	26
28 分數式の通分·····	28
29 分數式の加減·····	30
30 分數式の乗法·····	32
31 分數式の除法·····	33
32 分數式の變形·····	35
33 繁分數·····	35
34 分數式の數値·····	36
35 分數方程式 一元一次となるもの·····	37
36 分數方程式 一次聯立方程式となるもの·····	38
37 分數方程式應用 一次となるもの·····	39

38 一元一次方程式 文字係數を有し分母なきもの·····	40
39 一元一次方程式 文字係數を有し分母あるもの·····	41
40 多元一次方程式 文字係數を有するもの·····	42
41 公式の利用及變形·····	43
42 一次文字方程式應用·····	45
43 單項式の冪·····	47
44 多項式の平方·····	48
45 多項式の立方·····	48
46 單項式の開方·····	48
47 多項式の平方根·····	49
48 多項式の立方根·····	50
49 數の平方根·····	50
50 數の立方根·····	51
51 根數 根號の意義直接利用·····	51
52 根數 因數を根號外に出すもの·····	52
53 根數 因數を根號内に入れるもの·····	53
54 根數 同類項の簡約·····	54
55 根數 積其一·····	55
56 根數 積其二·····	56
57 根數 商·····	58

53 根數 指數の簡約	59
59 根數 根號を一重にするもの	59
60 根數 同次根數に直すもの	60
61 根數 分母の有理化	61
62 一元二次方程式 一次の項を缺くもの	64
63 一元二次方程式 因数分解し得るもの	65
64 一元二次方程式 $x^2+px+q=0$ の型	66
65 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の型	66
66 一元二次方程式 文字係數を有するもの	67
67 一元二次方程式 應用	68
68 分數方程式 一元二次となるもの	70
69 虚數の計算	71
70 複二次方程式	74
71 剩餘の定理應用	74
72 高次方程式	76
73 二次聯立方程式 一次と二次との組	77
74 二次聯立方程式 二次同次の組	78
75 二次聯立方程式 特殊の工夫を要するもの	79
76 多元高次方程式	80
77 二次根數の平方根	81

78 無理方程式 一次となるもの	83
79 無理方程式 二次以上となるもの	85
80 不等式	86
81 根の種類	88
82 根と係數との關係	90
83 大極及び小極	93
84 二次のグラフ	93
85 分數方程式 應用 二次となるもの	97
86 二次聯立方程式 應用	99
87 等差級數	102
88 調和級數	107
89 等比級數	108
90 級數の雜題	113
91 分數及び負指數	116
92 分數及び負指數の計算	117
93 對數 基礎	121
94 對數 指標に關するもの	124
95 對數 表の使用	125
96 對數 對數の計算	125
97 對數 應用	126

98 指數及び對數方程式	127
99 複利算	128
100 年金算	129
101 手形割引	131
102 比	133
103 比例式	135
104 連比	137
105 比に関する等式	141
106 正比例の問題	143
107 反比例の問題	145
108 複比例の問題	147
109 有價證券	149

代數學練習問題集

(B)

理學士 小野新太郎編

1. 公式に依る乗法 七種の内A.

次の各題は公式 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ を利用して括弧を去り同類項を約したる形に成るべく直ちに書き換へよ。

$$(1) (x+2)(x-2), (a+3)(a-3), (y+7)(y-7), (b+6)(b-6)$$

$$(2) (z-4)(z+4), (c-10)(c+10), (x-1)(x+1), (y+1)(y-1)$$

$$(3) (x+a)(x-a), (y-x)(y+x), (xy-2)(xy+2)$$

$$(ax+by)(ax-by)$$

$$(4) (ab+cd)(ab-cd), (xy^2-3)(xy^2+3), (p^2q^2+r)(p^2q^2-r)$$

$$(5) (2x+3y)(2x-3y), (5-2ab)(5+2ab),$$

$$(-abc-2x)(-abc+2x)$$

$$(6) \left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right), \quad \left(2a-\frac{4}{5}\right)\left(2a+\frac{4}{5}\right),$$

$$\left(3x+\frac{5}{6}\right)\left(3x-\frac{5}{6}\right), \quad \left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)$$

- (7) $(5m-8l)(5m+8l)$, $(3ax+4by)(3ax-4by)$,
 $(6ab^3+1)(6ab^3-1)$
- (8) $(10+4x^2y)(10-4x^2y)$, $(5a-2b^2)(5a+2b^2)$,
 $(-x^2+y^2)(-x^2-y^2)$
- (9) $(11ab-9xy)(11ab+9xy)$, $(3x^4-8y^4)(3x^4+8y^4)$,
 $(x^3-y^3)(x^3+y^3)$
- (10) $(3a+b)(3a-b)+(a-2b)(a+2b)$, $(-ab+x)(-ab-x)$
- (11) $(-2+3x)(-2-3x)$, $(c-3)(c+3)-(2x-1)(2x+1)$
- (12) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$, $(c-d)(c+d)(c^2+d^2)(c^4+d^4)$
- (13) $(A-B)(A+B)=A^2-B^2$ を利用して次の計算を行

へ。

$$81 \times 79, 51 \times 49, 102 \times 98, 203 \times 197$$

2. 公式に依る乗法 七種の内 B

次の各題は公式 $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$ を利用して
 成るべく直ちに括弧を去り同類項を約したる形
 に改めよ。

- (1) $(x+8)^2$, $(a+9)^2$, $(x-4)^2$, $(x-7)^2$
- (2) $(2x+9)^2$, $(3a+7)^2$, $(4y-3)^2$, $(6z-5)^2$
- (3) $(ax+by)^2$, $(x^2y^2+a^2)^2$, $(ab-cd)^2$, $(a^2b-c^2d)^2$

- (4) $(2x+5y)^2$, $(3a^2+2b^2)^2$, $(4x^2y-2ab)^2$, $(3ka-4k^2c)^2$
- (5) $(a+\frac{1}{3})^2$, $(x+\frac{2}{3})^2$, $(a-\frac{1}{4})^2$, $(a-\frac{3}{4})^2$
- (6) $(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3})^2$, $(\frac{2}{3}x+\frac{3}{4})^2$, $(\frac{1}{3}y-\frac{3}{4})^2$, $(\frac{2}{5}z-\frac{3}{4})^2$
- (7) $(\frac{1}{3}xy+\frac{1}{2}ab)^2$, $(\frac{2}{3}a^2b+\frac{1}{5}xy^2)^2$, $(\frac{1}{4}p-\frac{1}{3}q^2)^2$
- (8) $(-x+2)^2$, $(-ab+3)^2$, $(-c-5)^2$, $(-2xy-3)^2$
- (9) $(x+y)^2-z^2$, $4z^2-(x-y)^2$, $(2x+y)^2+(x-2y)^2$
- (10) $(a-b-c)^2$, $(2x-y+z)^2$, $(x+2y-3z)^2$, $(2a-3b+4c)^2$
- (11) $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$ を利用して次の結果を出
 せ。

$$(20+1)^2, (20+2)^2, (20+3)^2, (20+4)^2, (20+5)^2$$

$$(230+1)^2, (230+2)^2, (230+3)^2, (230+4)^2, (230+5)^2$$

3. 公式に依る乗法 七種の内 C.

次の各題は公式 $(A \pm B)^3 = A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$ に依
 つて直ちに結果を書き下せ。

- (1) $(x \pm 2)^3$, $(x \pm 3)^3$, $(x \pm 4)^3$, $(x \pm 5)^3$
- (2) $(2x \pm 1)^3$, $(2x \pm 3)^3$, $(3x \pm 1)^3$, $(3x \pm 2)^3$
- (3) $(x \pm 2y)^3$, $(2a \pm b)^3$, $(2a \pm 3b)^3$

$$(4) (\overline{a+b+c})^3, (\overline{x-y-z})^3$$

4. 公式に依る乗法七種の内D.

次の各題は公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ に依つて結果を成るべく直ちに書き下せ。

$$(1) (x+1)(x+4), (a+2)(a+4), (b+3)(b+4), (y+3)(y+5)$$

$$(2) (k+3)(k+6), (l+7)(l+3), (x+6)(x+4), (x+5)(x+5)$$

$$(3) (a+7b)(a+2b), (x+8y)(x+3y), (a+8b)(a+b), \\ (a+7b)(a+9b)$$

$$(4) (k+5l)(k+5l), (xy+2)(xy+8), (xy+7)(xy+5) \\ (a^2+3)(a^2+9)$$

$$(5) (x-4)(x-5), (a-1)(a-7), (b-5)(b-2), (a-6)(a-2)$$

$$(6) (k-1)(k-15), (x-8)(x-1), (c-6)(c-2), (x-3)(x-3)$$

$$(7) (a-2b)(a-12b), (x-9y)(x-y), (k-l)(k-2l), \\ (p-2q)(p-3q)$$

$$(8) (l-17m)(l-m), (xy-2)(xy-8), (ab-11)(ab-4), \\ (a^2-8)(a^2-17)$$

$$(9) (x-5)(x+2), (a-9)(a+1), (b-12)(b+3), (c-8)(c+5)$$

$$(10) (p+3)(p-9), (q+1)(q-10), (x+5)(x-8), (y+2)(y-4)$$

$$(11) (a-9b)(a+4b), (x-7y)(x+3y), (m+3n)(m-8n)$$

$$(p+5q)(p-9q)$$

$$(12) (ab-3)(ab+2), (xy+1)(xy-5), (a^2-7)(a^2+5), \\ (x^2+5)(x^2-7)$$

$$(13) (a+5)(a-4), (x+11)(x-8), (b+9)(b-7), (y+8)(y-5)$$

$$(14) (p-7)(p+9), (l-3)(l+13), (x-1)(x+10), (b-6)(b+15)$$

$$(15) (a+8b)a-3b, (x+13y)(x-2y), (a-7b)(a+13b), \\ (p-3q)(p+8q)$$

$$(16) (ab+9)(ab-6), (xy-3)(xy+5), (x^2+13)(x^2-12), \\ (7+a)(2-a)$$

$$(17) (x-3)(x+15)-(x+7)(x-6), \\ (a-3)(a-8)-(a+1)(a+10)$$

5. 公式に依る乗法七種の内E

次の各題は公式 $(ax+b)(cx+d)=acc^2+(ad+bc)x+bd$ に依つて成るべく直ちに結果を書き下せ。

$$(1) (2x+3)(6x+2), (4x+2)(5x+3), (7a+2)(3a+2), \\ (7b+3)(2b+6)$$

$$(2) (5x+4y)(2x+4y), (8x+5y)(3x+5y), (3a+7b)(4a+6b), \\ (2a+7b)(4a+5b)$$

$$(3) (3ab+6)(5ab+8), (2pq+5)(6pq+3), (3x^2+4)(5x^2+2)$$

$$(4ab+3c)(9ab+8c)$$

$$(4) (2x-4)(4x-5), (5x-7)(8x-2), (4x-2)(6x-3),$$

$$(7x-5)(5x-4)$$

$$(5) (2x-8y)(8x-3y), (2x-3y)(3x-6y), (7a-5b)(3a-8b),$$

$$(3a-7b)(5a-7b)$$

$$(6) (4xy-3)(7xy-3), (6ab-7)(3ab-4), (8x^2-6)(2x^2-6),$$

$$(4xy-8z)(7xy-4z)$$

$$(7) (5x-2)(9x+3), (2a-7)(7a+4), (5b+2)(4b-7),$$

$$(9c+5)(7c-4)$$

$$(8) (7x-2y)(9x+2y), (5x+3y)(2x-9y), (5a-3b)(2a+b),$$

$$(3a+9b)(2a-6b)$$

$$(9) (4xy-9)(3xy+1), (3ab+8)(2ab-9), (7x^2-8)(6x^2+2),$$

$$(6ax+9y)(2ax-8y)$$

$$(10) (4x+6)(7x-9), (6a+5)(8a-4), (5b+9)(8b-7),$$

$$(7c-6)(8c+9)$$

$$(11) (7x-9y)(x+6y), (6x-5y)(4x+15y), (3a+4b)(4a-3b),$$

$$(5a+2b)(3a-b)$$

$$(12) (5pq+2)(8pq-3), (4mn+7)(8mn-5), (2x^2+9)(4x^2-7),$$

$$(5a^2+9)(3a^2-5)$$

$$(13) (6x+5y)(4x-15y)+(4x-5y)(2x+5y),$$

$$(5a+2b)(6a+b)-(2a-7b)(8a-3b)$$

6. 公式に依る乗法七種の内F.

次の各題の括弧を去り同類項を約したるものを暗算で直ちに書き下せ。

$$(1) (x^2-2x+2)(x+1), (x^2+3x+1)(x-3),$$

$$(x^2+5x-3)(2x+1)$$

$$(2) (x^2-4x+6)(3x-2), (2x^2+x+7)(x-1)$$

$$(3x^2-2x+1)(x+3)$$

$$(3) (5x^2-x+4)(3x+2), (4x^2+2x+5)(4x-3),$$

$$(6x^2+3x+8)(4x+5)$$

$$(4) (x^2-x+1)(x^2+x+1), (x^2-2x+3)(x^2+3x+1)$$

$$(5) (x^2+3x+4)(x^2-4x+5), (x^2-5x+1)(x^2+6x+5)$$

$$(6) (2x^2+4x+1)(3x^2-2x+3), (4x^2-2x+7)(2x^2+5x+2)$$

$$(7) (x^3+7x^2-3x+2)(x+8), (x^3-2x^2+4x-2)(x-3)$$

$$(8) (x^3-x^2+5x+3)(2x-3), (x^3-5x^2+3x+1)(4x+5)$$

$$(9) (x^3+x+1)(x^2-2x-1), (2x^3-x^2+x-2)(x^2+3)$$

$$(10) (2x^3+8x^2+3x+1)(3x^3-2x^2+5x-2)$$

7. 公式に依る乗法七種の内G.

次の各題の結果は成るべく公式を利用して出来るだけ速かに書き下せ。

(1) $(x+a)(x-a+1), (x-2)(x+2+y), (x-3y)(x+3y+2)$

(2) $(p+q)(p+q+4), (h-k)(h-k+5), (a+2b)(a+2b-3)$

(3) $(a+b+1)(a+b+2), (x-y+2)(x-y+3),$
 $(a+2b+3)(a+2b-5)$

(4) $(x-y+1)(x+y+2), (a-b-3)(a+b-4),$
 $(2x+y-1)(2x-y-3)$

(5) $(a+b+2)(a+b-2), (x-2y-1)(x+2y+1),$
 $(2a-3b+5)(2a-3b-5)$

(6) $(x^2+x+1)(x^2-x+1), (a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

(7) $(x+1)(x+2)(x+3), (x-3)(x+2)(x-5)$

(8) $x(x-3)(x+3)(x-7), (a-b)^2(a+b)^2, (x-2y)^2(x+2y)^2$

(9) $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3), (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)$

8. 因数分解七種の内A.

次の各題を因数に分解せよ。

(1) $3a+3b, 7x-7y, 5p-5, 6k+6$

(2) $4a+4b-4c, 9a+9b-18c, 2x-4y+2$

(3) $16x+32y-12z, 24a-15b+21c, 16h-28k+20l-80m$

(4) $ax+ay, xy-xz, a^2-ab, x^2+xy$

(5) $a^2-a, x^3+x, y^4-y^3, z^2+z^4$

(6) $5x^3-x^2y, 2a^2+a^3b^2, 4x^2-16x^2y, 18p^2-9pq^2$

(7) $ax-2ay+3az, mx-nx+px$

(8) $ax-bx-x, 8abx-6acy-10az$

(9) $20ax-35bx-40x^2, 63xy-84y^2+98yz$

(10) $2x^5-6x^4y+2x^3y^2, 3a^4b-6a^2b^2+9a^2b^3$

(11) $a(x+y)-b(x+y), a(x-y)-b(x-y)$

(12) $a(2x-3y)-3(2x-3y), 2x(3p-q)-(3p-q)$

(13) $m(x+y)+(x+y), n(x-y)-(x-y)$

(14) $(4a-5b)(3m-2p)+(a+4b)(3m-2p)$

(15) $(7a-3x)5c-2d-(6a-2x)5c-2d$

(16) $(3x-y)(2a+b)-(3x-y)(a-b)$

(17) $(x-y)(3a+4b)-(4a-5b)(x-y)+(x-y)(2a-8b)$

(18) $3(2a+7b)(2m-3p)+5(3a-4b)(2m-3p)$

(19) $7(a-2b)(2x-3y)-5(a-2b)(3x-4y)$

9. 因数分解七種の内B.

次の各題を因数に分解せよ。

- (1) x^2-4 , a^2-9 , y^2-49 , b^2-36
 (2) z^2-16 , c^2-100 , x^2-1 , y^2-1
 (3) x^2-a^2 , y^2-x^2 , x^2y^2-4 , $a^2x^2-b^2y^2$
 (4) $a^2b^2-c^2d^2$, x^2y^4-9 , $p^4q^4-r^2$
 (5) $4x^2-9y^2$, $25-4a^2b^2$, $a^2b^2c^2-4x^2$
 (6) $x^2-\frac{1}{9}$, $4a^2-\frac{16}{25}$, $9x^2-\frac{25}{36}$, $\frac{4}{9}a^2-\frac{9}{16}b^2$
 (7) $25m^2-64l^2$, $9a^2x^2-16b^2y^2$, $33a^2b^6-1$
 (8) $100-16x^4y^4$, $25a^2-4b^4$
 (9) $121a^2b^2-81x^2y^2$, $9x^3-64y^3$, x^6-y^6
 (10) x^4-y^4 , c^3-d^3
 (11) $2x^2-2$, $2a^2-50$, $3b^2-12$, $7x^2-63$
 (12) $100a-az^2$, pq^2-p , cd^3-49cd , $8x^2y-18xy^3$
 (13) $(a+b)c^2-(a+b)d^2$, $(x-2y)x^2-(x-2y)y^2$,
 $(a+1)p^2-4(a+1)q^2$
 (14) $4(5a-3b)^2-9c^2$, $(a-b)^2-x^2$, $(2a-3b)^2-4l^2$
 (15) $81a^2-16(2a-3b)^2$, $100x^2-4(7x-2y)^2$
 (16) $(a+3b)^2-9(b-c)^2$, $9p(2a-d)^2-4p(3a-d)^2$
 (17) $2(a+3b)^2-32(a-x)^2$, $12(x+y)^2-3(x-y)^2$
 (18) $(x^2-y^2)+3(x+y)$, $5(a^2-l^2)-2(a+b)(a-2b)$,
 $(4p^2-9q^2)-(2p-3q)^2$

- (19) 次の各式は因数分解を利用して計算せよ。
 35^2-15^2 , 75^2-25^2 , 101^2-99^2 , 1001^2-1 , 63^2-37^2

10. 因数分解七種の内C.

- (1) $x \pm 2y$ と如何なる式との積が $x^3 \pm 8y^3$ になるか。
 (2) $2x \pm 3y$ と如何なる式との積が $8x^3 \pm 27y^3$ になるか。
 (3) $a \pm 5$ と如何なる式との積が $a^3 \pm 125$ になるか。
 次の各題を因数に分解せよ。
 (4) p^3+1 , q^3-1 , $1-a^3$, $1+b^3$
 (5) $8-x^3$, $27+y^3$, a^3-64 , b^3+125
 (6) $a^3b^3+c^3$, $z^3-x^3y^3$, $a^3b^5+c^3$, $x^3y^{12}-z^6$
 (7) $27a^3-1$, a^3b^3+27 , $64-a^3b^3$, $1000+x^2y^6$
 (8) $8a^3+27b^3$, $27x^2-64y^2$, $64p^3+125q^3$, $125k^3-343l^3$
 (9) $(a+b)^3+(a-b)^3$, $(x-2y)^3-(2x+y)^3$, $(a+3b)^3+c^3$
 (10) $(a^3-b^3)+(a-b)a^2$, $(8x^3+27y^3)-(2x+3y) \times 4x^2$
 (11) $3p^3+24q^3$, $2x^3y^3z^3-54$, $4a^3+32$
 (12) $(a+b)x^3+(a+b)y^3$, a^4-a , $3x^3y^2-375x^2y^5$
 (13) $(x-y)^4+8(x-y)z^3$, $(a+b)^5-(a+b)^3$
 (14) 次の商を書け。
 $\frac{a^3-1}{a-1}$, $\frac{b^3+8}{b+2}$, $\frac{x^3y^3-27}{xy-3}$, $\frac{64a^3+b^3}{16a^2-4ab+b^2}$

11. 因数分解七種の内 D.

次の各式を因数に分解せよ。

- (1) x^2+3x+2 , x^2+4x+3 , x^2+5x+4
 x^2+6x+5
- (2) x^2+5x+6 , $x^2+7x+10$, $x^2+8x+15$,
 $x^2+12x+35$
- (3) $x^2+9x+14$, $x^2+10x+21$, $x^2+14x+33$,
 $x^2+20x+91$
- (4) x^2+6x+8 , $x^2+11x+28$, $x^2+15x+54$,
 $x^2+15x+56$
- (5) $x^2+7x+12$, $x^2+11x+30$, $x^2+9x+18$,
 $x^2+13x+42$
- (6) x^2+4x+4 , x^2+6x+9 , $x^2+8x+16$,
 $x^2+10x+25$
- (7) $x^2+9xy+14y^2$, $x^2y^2+9xy+8$, $a^2b^2+10ab+16$,
 x^4+12x^2+27
- (8) x^2-3x+2 , x^2-4x+3 , x^2-5x+4 ,
 $x^2-14x+13$
- (9) x^2-5x+6 , $x^2-7x+10$, $x^2-8x+15$,
 $x^2-12x+35$

- (10) $x^2-13x+22$, $x^2-15x+26$, $x^2-14x+33$,
 $x^2-20x+51$
- (11) x^2-6x+8 , $x^2-11x+28$, $x^2-15x+54$,
 $x^2-15x+56$
- (12) $x^2-8x+12$, $x^2-9x+20$, $x^2-10x+24$,
 $x^2-14x+48$
- (13) x^2-4x+4 , x^2-6x+9 , $x^2-14x+49$,
 $x^2-12x+36$
- (14) $x^2-7xy+10y^2$, $a^2-9ab+18b^2$, $x^2y^2-11xy+28$,
 a^4-11a^2+30
- (15) x^2+2x-3 , x^2+4x-5 , $x^2+10x-11$,
 $x^2+16x-17$
- (16) x^2+x-6 , $x^2+2x-35$, $x^2+2x-15$,
 $x^2+4x-77$
- (17) $x^2+3x-10$, $x^2+6x-55$, $x^2+10x-39$,
 $x^2+9x-22$
- (18) x^2+2x-8 , x^2+x-30 , x^2+x-72 ,
 x^2+x-42
- (19) $x^2+4xy-21y^2$, $a^2+ab-20b^2$, $x^2y^2+2xy-35$,
 x^4+2x^2-48

- (20) $x^2 - 2x - 3,$ $x^2 - 4x - 5,$ $x^2 - x - 2,$
 $x^2 - 6x - 7$
- (21) $x^2 - x - 6,$ $x^2 - 5x - 14,$ $x^2 - 2x - 15,$
 $x^2 - 8x - 33$
- (22) $x^2 - 3x - 10,$ $x^2 - 11x - 26,$ $x^2 - 10x - 39,$
 $x^2 - 12x - 35$
- (23) $x^2 - 2x - 8,$ $x^2 - x - 20,$ $x^2 - x - 72,$
 $x^2 - 6x - 16$
- (24) $x^2 - 6xy - 5y^2,$ $x^2 - xy - 30y^2,$ $x^2y^2 - 9xy - 22,$
 $a^4 - a^2 - 42$
- (25) $(a+b)^2 + 7(a+b) + 10,$ $a^2 + (b+c)a - 12(b+c)^2,$
 $(x+1)^2 - 4(x+1)(y+2) - 5(y+2)^2$

12. 因数分解七種の内E.

次の各式を因数に分解せよ。

- (1) $2x^2 + 3x + 1,$ $7x^2 + 8x + 1,$ $11x^2 - 12x + 1,$
 $6x^2 - 7x + 1$
- (2) $2x^2 + 5x + 3,$ $3x^2 + 8x + 5,$ $5x^2 - 12x + 7,$
 $3x^2 - 10x + 7$
- (3) $2x^2 + 7x + 3,$ $3x^2 + 16x + 5,$ $5x^2 - 36x + 7,$

- $3x^2 - 22x + 7$
- (4) $2x^2 + 7x + 6,$ $4x^2 + 12x + 5,$ $3x^2 - 11x + 6,$
 $6x^2 - 23x + 7$
- (5) $3x^2 + 14x + 8,$ $4x^2 + 21x + 5,$ $7x^2 - 24x + 9,$
 $10x^2 - 19x + 7$
- (6) $4x^2 + 12x + 9,$ $14x^2 + 41x + 15,$ $9x^2 - 27x + 14,$
 $8x^2 - 26x + 15$
- (7) $10x^2 + 21x + 9,$ $9x^2 + 18x + 8,$ $15x^2 - 46x + 16,$
 $15x^2 - 16x + 4$
- (8) $2x^2 + x - 1,$ $3x^2 - 2x - 1,$ $5x^2 + 4x - 1,$
 $7x^2 - 6x - 1,$
- (9) $3x^2 - 2x - 5,$ $2x^2 + 5x - 7,$ $7x^2 + 4x - 3,$
 $11x^2 - 4x - 7$
- (10) $3x^2 + 5x - 2,$ $5x^2 - 54x - 11,$ $7x^2 + 20x - 3,$
 $11x^2 - 21x - 2$
- (11) $2x^2 + x - 6,$ $10x^2 - 33x - 7,$ $3x^2 - 4x - 15,$
 $21x^2 + 74x - 11$
- (12) $26x^2 + 25x - 6,$ $9x^2 - 15x - 14,$ $8x^2 + 2x - 15,$
 $10x^2 - 31x - 63$
- (13) $11x^2 + 12xy + y^2$ $2a^4 - 7a^2 + 6,$ $7x^2y^2 + 24xy + 9,$

$$4a^2 + 4a(b+c) - 15(b+c)^2$$

13. 因数分解七種の内F.

次の各題を因数に分解せよ。

- (1) $p^2 + 4p + 4$, $x^2 - 6x + 9$, $a^2 + 8x + 16$,
 $k^2 - 10k + 25$
- (2) $36x^2 + 12x + 1$, $49a^2 - 14a + 1$, $64 - 16y + y^2$,
 $81 - 18p + p^2$
- (3) $x^2 + 2ax + a^2$, $x^2y^2 - 2xyz + z^2$,
 $(a+b)^2 + 2(a+b)(c-d) + (c-d)^2$
- (4) $(x-y)^2 - 2(x-y)(x+y) + (x+y)^2$, $(2a-b)^2 + 2(2a-b) + 1$
- (5) $4x^2 + 12x + 9$, $9x^2 + 30x + 25$, $49 - 70a + 25a^2$
- (6) $81x^4 - 36x^2 + 4$, $9(a+b)^2 + 66(a+b) + 121$,
 $25(x+2)^2 - 110(x+2) + 121$
- (7) $a^4 + 4a^3b + 4a^2b^2$, $x^3 - 10x^2 + 25x$,
 $(a+b)x^2 + 6(a+b)x + 9(a+b)$
- (8) $y^2 - y + \frac{1}{4}$, $a^2 + \frac{2}{3}a + \frac{1}{9}$, $x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{9}{25}$
- (9) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + \frac{1}{9}$, $\frac{a^2}{25} + \frac{2}{35}a + \frac{1}{49}$, $\frac{x^2}{9} + \frac{4}{9}xy + \frac{4}{9}y^2$
- (10) $a^2b^2 - abc + \frac{1}{4}c^2$, $4(a-b)^2 + 2(a-b) + \frac{1}{4}$

$$8x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{2}{9}$$

- (11) 次の各式を完全なる平方にする爲めには如何なる数を加へなければならぬか。

$$x^2 + 4x, x^2 - 20x, x^2 + 3x, a^2 - 5a, 4x^2 + 8x, 9b^2 - 18b$$

$$4x^2 + 5x, 9a^2 - 7a, a^2 + 12ab, x^2 - 6xy, \frac{b^2}{a^2} + 9\frac{bc}{a}$$

14. 因数分解七種の内G.

次の各題を因数に分解せよ。

- (1) $x^2 + ax + bx + ab$, $a^2 + ab + a + b$, $a^2 - 2b + ab - 2a$
- (2) $ax + a^2 - cx - ac$, $6a^2 + 2ab + 3a + b$, $x^3 - x^2 + 2x - 2$
- (3) $2ax - 3bx + 2ay - 3by$, $ac + ad - bc - bd$
- (4) $3ax - 5by - 5ay + 3bx$, $ax - bx + cx + ay - by + cy$
- (5) $2ax - 5ay + a - 2bx + 5by - b$, $x^4 + x^3 + x + 1$
- (6) $x^2 + 4a(x+a)$, $(x^2 - 1)(x^2 + 1) - x^3 + x$, $a(a+12) - 2a + 21$
- (7) $b(b-15c) - 9c(b+9c)$, $a^2 - 2ab + b^2 - x^2$
- (8) $a^2 + b^2 + 2ba - c^2$, $9x^2 - 6xy + y^2 - z^2$
- (9) $9x^2 - 4y^2 - 4yz - z^2$, $x^2 - 10xy + 25y^2 - 9z^2$
- (10) $4a^2 + 32ab + 64b^2 - 49c^2$, $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 + 2ab - 2cd$
- (11) $4p^2 - r^2 + q^2 - 4pq + 2rs - s^2$, $x^4 - 11x^2 + 1$
- (12) $x^4 + 4$, $x^4 + 5x^2 + 9$, $4x^4 + 11x^2 + 9$

15. 最大公約数六種の内A.

次の各組の数の最大公約数を求めよ。

- (1) $2 \times 3^2, 2^2 \times 3; 2^4 \times 5, 3 \times 5^2; 3^2 \times 5^3 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^4$
- (2) $3^4 \times 11^2 \times 17^3, 5^3 \times 11 \times 17^5;$
 $2^3 \times 3^2, 2^2 \times 3^4 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 13$
- (3) $3^4 \times 5^3 \times 7^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 13^2;$
 $2 \times 3^2 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 11, 2^3 \times 3^3 \times 5$
- (4) 10, 14; 12, 28; 72, 40; 15, 27; 216, 225
- (5) 96, 270; 336, 180; 840, 405; 1350, 576, 882

16. 最大公約数六種の内B

次の各組の数の最大公約数を求めよ。

- (1) 437, 943; 4403, 1734; 8162, 3102; 2485, 4795
- (2) 11529, 24822; 1013, 739; 1512, 2772
- (3) 1380, 2280, 1752; 3978, 5814, 4446;
 2001, 2139, 2697

17. 最大公約数六種の内C.

次の各組の式の最大公約数を求めよ。

- (1) $abc, bcd; ab, a^2b^2; 2x^3, 6x^2y; 5xy^2, 3x^2y$

- (2) $kl^2, 3kl^3; 3pq^2, 9p^4q^3; 7, 14p^4q; 2a^2b, 4abc$
- (3) $x^2y^2z^2, x^3yz^3; 5x^3y^2z^4, 15x^2y^5z^3; 8a^2bc^3, 12a^3c^5$
- (4) $x^2y, xy^2, x^3y^3; 2x^2y^2, 6x^4, 14x^4y; x^3, 3x^2y^2, 5x^3y$
- (5) $9xy, 12x^2, 6xyz; 12a^3, 20a^2b, 32a^4$
- (6) $24bc^4d^3, 36b^2c^5, 60c^3d; 30p^4q^2r^3, 75p^2r^5, 90p^3r^4$
- (7) $a(x+y), b(x+y); (x+y)(x-y), z(x-y);$
 $x^2(a-b), xy^2(a-b)$
- (8) $(a+2b)^2(a-3b), (a+2b)(a-3b)^2;$
 $a^2b(a+b)^2(c-d), ab^2(a+b)(c+d)$
- (9) $x(a-b), y(b-a); (a-b)^2, (b-a)(b+a);$
 $(a-b)^2(x+y), (b-a)(y+x)^2$
- (10) $(a-2b)^2(p+q)(1-x), (2b-a)(p+q)^2(x-1)^2,$
 $(a-2b)(p+q)(x+2)$

18. 最大公約数六種の内D.

次の各組の式の最大公約数を求めよ。

- (1) $ab, a^2b^2-ab; x^2+xy, xy+y^2; xy+2y^2, x^2+2xy$
- (2) $a^2-2a, 4a^3-8a^2; 3a^2+3ab, 4ab+4b^2;$
 $2a^3+6a^2b, 6a^2b+18ab^2$
- (3) $b^2+3ab, 2ab^3+6a^2b^2; 6xy-3x^2, 4xy^2-2x^2y$

- (4) $pqr - qr^2, pmr - mr^2; a^2 - 4b^2, a^2 - 2ab;$
 $6x^2 + 3xy, 4x^2 - y^2$
- (5) $(2x + y)^2, 4x^2 - xy^2; 2x^2y^2 - 8, 3x^2y + 6x;$
 $5p^2 + 30p, p^2 + p - 30$
- (6) $(m + 2n)^2, m^3 - 4mn^2; x^2y - 5xy, x^2y - 4xy - 5y$
- (7) $x^2 - 5x + 6, x^2 + x - 12; x^2 - 4ax - 45a^2, (x^2 + 5ax)^2;$
 $a^3 - b^3, a^2 + ab - 2b^2$
- (8) $x^4 - 5x^2 + 4, x^2 - 3x + 2; x^2 - 4x - 21, 5x^2 + 16x + 3;$
 $2x^2 + x - 3, 6x^2 + 7x - 3$
- (9) $3x^3 - 24, 6x^2 + 6x - 36; 9c^2d^2 - 3cd^3 + d^4, 27c^3 + d^3$

19. 最大公約数六種の内E.

次の各題の式の最大公約数を求めよ。

- (1) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6, x^2 - 7x + 6$
- (2) $c^3 - 3cd^2 + 2d^3, c^3 + c^2d - 5cd^2 + 3d^3$
- (3) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8, 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4$
- (4) $2a^4 + a^3 + 2a^2 + 3a, 2a^4 - 5a^3 + 5a^2 - 6a$
- (5) $x^3 - 3x^2 - 33x + 35, x^3 + 10x^2 + 31x + 30$
- (6) $x^3 - 10x^2y + 13xy^2 + 24y^3, x^3 - 7x^2y - 10xy^2 + 16y^3$
- (7) $6x^3 + x^2 - 19x + 6, 2x^3 + 3x^2 - 29x + 30$

- (8) $2x^3 - 9x^2 + 19x - 15, 3x^3 - 7x^2 + 9x + 10$
- (9) $4x^3 + 2x^2 - 4x + 1, 10x^3 + 12x^2 - 3x - 1$
- (10) $2x^3 + 7x^2 + 6x + 9, 3x^3 + 8x^2 - 2x + 3$
- (11) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6, x^3 + 2x^2 - x - 2, x^3 - x^2 - 4x + 4$
- (12) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6, x^3 + 4x^2 - 11x - 30, x^3 + x^2 - 17x + 15$
- (13) $x^4 - 2x^2 + 3x - 2, x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 5x + 2,$
 $x^4 - x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

20. 最大公約数六種の内F.

- (1) 3666 を割ると 3 残り 4004 を割ると 11 残る数
 總てを答へよ。
- (2) 900 を割れば 18 残り 1400 を割れば 114 残る
 数を求めよ。
- (3) 4050 を割れば 25 残り 4380 を割れば 5 残る二
 位数を答へよ。
- (4) 長さ 720 厘米幅 324 厘米の紙から縦横を夫々等
 分することに依り成るべく大なる同大の正方形
 を作るには縦及び横を幾つに等分すればよ
 いか。但し出来上る正方形の邊の長さは厘米未
 満を含ませぬ約束である。

- (5) 二数の最大公約数は29で最大公約数を求める方法を施行したときの商は始めから1, 1, 1, 3, である。二数は何か。
- (6) 185, 795, 978, の何れを割つても同じ剰餘を與へる最大數は何か。
- (7) $8x^3+6x^2-10x-5$ を除れば剰餘 $2x+4$ を得又 $2x^4-22x^2-x-25$ を割れば剰餘 $-x-1$ を得る式は何か。

21. 最小公倍数六種の内A.

次の各組の数の最小公倍数を求めよ。

- (1) $2 \times 3, 3 \times 5; 2^2 \times 5^3, 2^3 \times 5; 3^2 \times 5^2 \times 7, 3 \times 5^3 \times 11;$
 $5^4 \times 7^2 \times 13^2, 7^3 \times 11^2 \times 13$
- (2) $2^2 \times 5, 2^3 \times 3^2, 3^3 \times 5^2; 3^4 \times 13^2 \times 11, 3^2 \times 13 \times 11^2, 13^3 \times 11^3$
- (3) 12, 16; 12, 90; 30, 54; 168, 216
- (4) 42, 64, 35; 18, 50, 27; 27, 24, 15

22. 最小公倍数六種の内B.

次の各組の数の最小公倍数を求めよ。

- (1) 516, 1075; 639, 284; 522, 203; 507, 728

- (2) 2622, 2346, 3876; 2250, 2200, 2424

23. 最小公倍数六種の内C.

次の各組の式の最小公倍数を求めよ。

- (1) $6x^3y, 9xy^2; 4cd^4, 6c^2d^2; m^4u^3, 5mn^3; 18p^4q^2, 27q^2$
- (2) $12a^2b^3c^2, 8ab^2c; 15abx^2, 65a^3b^2x; 39m^3n^2, 52k^2m^4n^2$
- (3) $6a^2bc, 8a^3b^2, 12bc^3; 32a^4b^3c, 48abc^5, 16a^3c^3$
- (4) $(a+5)(a-2), (1-a)(a-2); (x-1), (x-1)^2; a^3, a(a-2)$
- (5) $7c^2(c+1), 28c^3; (x+2)(x-2), x(x+2);$
 $(x-1)(x+1)x, (x-1)^3$
- (6) $15a^3x(a+x)^3, 20ax^2(a-x)^3, 36a^2x^2(a+x)(a-x)$
- (7) $c(2c-3d)^2, 2(2c-3d)^3, (2c-3d)(3c+2d)$
- (8) $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2), y(x+y)(x^2-xy+y^2),$
 $x^3(x-y)^3$
- (9) $(a-1), (1+a)(1-a); 3-z, (z-3)^2; p(p-2), q(2-p);$
 $(a-b)^2, b(b-a)$
- (10) $1-2x, 1+2x, (2x+1)(2x-1);$
 $(a-b)(a^2+ab+b^2), (b-a)^3$
- (11) $(a-b)(a-c), (b-c)(b-a), (c-a)(c-b);$
 $(a-3)(a-4), (a-2)(4-a), (2-a)(3-a)$

24. 最小公倍数六種の内D.

次の各組の式の最小公倍数を求めよ。

- (1) $3x(x-a), 2a(x^2-a^2); a^2-ab, a^2+ab, 5(a^2-b^2)$
- (2) $x^2-2xy+y^2, x^2-y^2; x^2-4, x^2-4x+4; y-y^3, 1+y^3$
- (3) $25p^2-q^2, 10p^2q+2pq^2; c^2-2cd, c^2-4d^2;$
 $ax^2-a^3, x^3+2ax^2+a^2x$
- (4) $4(a-x), 10(a+x), a^2-x^2; xy, x^2-3xy, x^2y-6xy^2+9y^3$
- (5) $x^2-2x-8, x^2-x-6; y^2+y-12, y^2+2y-15;$
 $x^2+13x-30, x^2-5x+6$
- (6) $a^2+5ab-6b^2, a^2-ab-4b^2;$
 $x^2+xy-20y^2, x^2-3xy+4y^2$
- (7) $1+a, a-1, 1+a^2; a^2-a, a^2+a, a-a^3;$
 $1+b+b^2, b-1, 1-b^3$
- (8) $a^2-5a+6, 2a-a^2, 3a-a^2;$
 $a^2-2ax+x^2, x^2+ax-2a^2, 2a+x$

25. 最小公倍数六種の内E.

次の各組の式の最小公倍数を求めよ。

- (1) $x^2-2x-8, 2x^3-7x^2-10x+24$
- (2) $x^2+x-2, 3x^3+x^2-3x-1$

- (3) $3x^2+7x-6, 5x^3+18x^2+7x-6$
- (4) $2x^2-5x-3, 6x^3-13x^2+2x+5$
- (5) $x^3+3x-14, x^3-x^2+x-21$
- (6) $2x^3-x^2-7x+6, 6x^3+x^2-11x-6$
- (7) $x^2+2x-15, x^2+2x^2-19x-20, x^3-5x^2+2x+8$

26. 最小公倍数六種の内F.

- (1) 二数の最大公約数は67で最小公倍数は2345である、二数の何れも67よりはる大であるとするならば二数は何か。
- (2) 最大公約数は127で最小公倍数が3810である二数の組の総てを求めよ。
- (3) 63, 12, 84, 14の何数で割つても常に7残る三位数は何か。
- (4) 928で割つても1073で割つても常に2が不足する最小数は何か。
- (5) 二数の最大公約数は61で最小公倍数は5551である、二数中の一数が793ならば他の一数は何か。
- (6) 二数の最小公倍数は最大公約数の42倍で最

小公倍数と最大公約数の和は 1849 である、一つの数が 258 ならば他数は何か。

(7) 6 で割ると 4 残り 15 で割ると 7 残る最小数
は何か。

(8) 何れも三次である二式がある。此二式の最大公約数は x^2-3x+2 で最小公倍数は $x^4-10x^3+35x^2-50x+24$ ならば二式は何か。

27. 分数式の約分

次の分数式を十分に約分せよ。

$$(1) \frac{3a^2b}{9abc}, \frac{7x^2yz^4}{21x^2y^5z^3}, \frac{91p^4q^2r^3}{39p^2r^5}$$

$$\frac{35x^3y^2z^4}{49x^2y^3}, \frac{45xy^2z^2}{9y^2z}, \frac{5c^2d}{25c^4d^3}$$

$$(2) \frac{x^2y(x+y)}{x(x+y)}, \frac{x(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)}, \frac{ab^2(b+c)}{a^2(b+c)^2}$$

$$\frac{ax(a-x)^3}{2a^2x(a-x)^2}, \frac{mn(m-1)^2(m+n)}{m(m-1)^2}$$

$$(3) \frac{b-a}{a-b}, \frac{(1-x)}{x-1}, \frac{(b-a)^2}{a(a-b)}$$

$$\frac{(a-b)(c-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{(y-x)^2(z-y)(x-z)^2}{(x-y)(y-z)^2(z-x)^3}$$

$$(4) \frac{a^2+ab}{a^2-ab}, \frac{am+bm}{am-bm}, \frac{ax-x}{ax+x}$$

$$\frac{5x^2+x}{5x^2-x}, \frac{7a^2b-7ab^2}{7a^2c-7ac^2}, \frac{5x^2y-4xy^2}{5x^2y+4xy^2}$$

$$(5) \frac{3a-6b}{8b-4a}, \frac{5x-5}{7-7x}, \frac{ax-a}{b-bx}, \frac{x-x^2}{x-1}$$

$$\frac{a^2-b^2}{ab-a^2}, \frac{a^2x-ax^2}{x^2-a^2}, \frac{6ab-6a^2}{3(a-b)^2}$$

$$(6) \frac{x+x^2}{x+1}, \frac{x^2+x}{x^2-1}, \frac{(x+1)^2}{x^2-1}, \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$$

$$\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}, \frac{m^2-2mn+n^2}{n^2-m^2}$$

$$(7) \frac{(x-y)^2}{(y-x)^2}, \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}, \frac{a^3+b^3}{(a+b)^2}$$

$$\frac{a^3+b^3}{a^2+b^2}, \frac{a^4-b^4}{a^2+b^2}, \frac{a^4-b^4}{a^3+b^3}, \frac{a^4-b^4}{a^3-b^3}$$

$$(8) \frac{ax+bx-cx}{ay+by-cy}, \frac{2a^2b+2ab^2-2abc}{3bc^2-3b^2c-3abc}$$

$$\frac{ac+bc-ad-bd}{ac-bc-ad+bd}, \frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$$

$$(9) \frac{2ac-2ad-3bc+3bd}{2ac-2ad+3bc-3bd}, \frac{2ab-3ac-2b+3c}{3ab-2ac-3b+2c}$$

$$\frac{mx+m-x-1}{m^2-1}, \frac{mx-m-x+1}{(m-1)^2}$$

$$(10) \frac{ax+a-x-1}{ax-a-x+1}, \frac{a^2-ax+a-x}{a^2-ax-a+x},$$

$$\frac{an-2a+3n-6}{an-2a-3n+6}, \frac{2ax-a+10x-5}{a-2ax-10x+5}$$

$$(11) \frac{ax-ay+bx-by+a+b}{ax-ay-bx+by+a-b}, \frac{a^2-b^2-ac+bc}{ab+ac+b^2-c^2},$$

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-5x+6}, \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$$

$$(12) \frac{x^2-7x+12}{x^2-8x+15}, \frac{x^2-x-20}{x^2+x-30},$$

$$\frac{a^2-9ab+14b^2}{a^2-ab-2b^2}, \frac{2a^2-ab-3b^2}{2a^2-5ab+3b^2}$$

$$(13) \frac{a^2-b^2+c^2+2ac}{a^2-b^2-c^2+2bc}, \frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$$

28. 通 分

次の各組を最簡式で通分せよ。

$$(1) \frac{x^2}{3}, \frac{2x}{5}; \frac{ab}{4}, \frac{bc}{6}; \frac{a+b}{12}, \frac{a-b}{8};$$

$$\frac{3x-2}{9}, \frac{x-2}{6}, \frac{5x+3}{4}$$

$$(2) \frac{a}{3x}, \frac{b}{5x^2}; \frac{ab}{x^2y}, \frac{ab}{xy^2};$$

$$\frac{a+b}{9a^2b}, \frac{a+c}{12ab^2}; \frac{1}{ab}, \frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}$$

$$(3) \frac{2}{x+3}, \frac{1}{x-2}; \frac{x+y}{a-b}, \frac{x-y}{a+b};$$

$$\frac{x}{a}, \frac{x+1}{a+3}, \frac{x-2}{a+2}; \frac{a+2}{5}, \frac{a}{x-2}, \frac{7}{3(x-1)}$$

$$(4) \frac{1}{a-b}, \frac{2}{b-a}; \frac{a+1}{x-1}, \frac{1-a}{1-x};$$

$$\frac{4}{x-3}, \frac{5}{3-x}; \frac{a}{b-c}, \frac{x}{c-b}$$

$$(5) \frac{a}{x(x+y)}, \frac{b}{x^2y(x+y)}; \frac{1}{ab^2(b+c)}, \frac{1}{a^2b(b-c)};$$

$$\frac{2x}{(a-b)(b-c)}, \frac{2y}{(c-b)(c-a)}, \frac{2z}{(a-c)(a-b)}$$

$$(6) \frac{x}{a^2-4b^2}, \frac{y}{a^2+2ab}; \frac{2}{a^3+a^2x}, \frac{3}{a^2-x^2};$$

$$\frac{ab}{x^2+2xy+y^2}, \frac{c}{x^2-y^2}$$

$$(7) \frac{x+1}{a^2-4a+4}, \frac{y-1}{a^2-4}; \frac{a+b}{x^3+3x^2y}, \frac{c+d}{x^3+27y^3};$$

$$\frac{2a}{5x(x-a)}, \frac{4x}{3a(x^2-a^2)}$$

$$(8) \frac{x^2}{ab-a^2}, \frac{xy}{a^2+ab}, \frac{y^2}{3(a^2-b^2)};$$

$$\frac{x+1}{x^2-5x+6}, \frac{x+2}{2+x-x^2}, \frac{x+3}{x^2-2x-3}$$

29. 分数式の加減

次の分数式を一つの分数式に直したる上充分約分せよ。

$$(1) \frac{a}{x} + \frac{1}{x}, \frac{3a}{m} - \frac{2a}{m} + \frac{a}{m}, \frac{1}{a} - \frac{1}{b}, \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

$$(2) \frac{a}{x} - \frac{b}{mx}, \frac{x}{12a} - \frac{y}{4}, \frac{4a}{5} - \frac{3a}{10} - \frac{4b}{7} + \frac{b}{14}$$

$$(3) \frac{a}{mx} - \frac{b}{nx}, \frac{2}{a^2} - \frac{3}{ab}, \frac{7}{10x} - \frac{5}{8x}, \frac{m}{5a} - \frac{n}{2a}$$

$$(4) \frac{a}{b} + c, \frac{x}{a-x} + 1, \frac{a}{x} - 1, 1 - \frac{a}{a+x}, \frac{a}{m} + 2m$$

$$(5) \frac{2x}{x-a} - 1, \frac{3a}{x} - 5x, 2 - \frac{6a}{3a+2b},$$

$$\frac{a}{2b} - \frac{b}{3a}, \frac{5a}{x^2} - \frac{2b}{xy}$$

$$(6) \frac{x}{a} + \frac{x}{b} - c, \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p},$$

$$\frac{x}{ab} - \frac{y}{ac} - \frac{z}{bc}, \frac{2}{x^2} + \frac{3}{ax} - \frac{4}{bx}$$

$$(7) \frac{9x+2}{3} - \frac{7x+5}{4} - \frac{8-7x}{6},$$

$$\frac{7a-3b}{4} + \frac{4a-5b}{6} - \frac{3a-8b}{9} + \frac{5a-6b}{18}$$

$$(8) \frac{5(2x-3)}{4} - \frac{2(7x-5)}{3} + \frac{4(3x+1)}{5},$$

$$\frac{3(2a-3b)}{8} - \frac{2(3a-5b)}{3} + \frac{5(a-b)}{6}$$

$$(9) \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}, \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b},$$

$$\frac{7}{a+b} - \frac{5}{a}, \frac{x}{a+1} - \frac{x}{a-1}$$

$$(10) \frac{6}{x+3} - \frac{5}{3}, \frac{3}{x-2} - \frac{2}{3x},$$

$$\frac{3x-1}{1-3x} - \frac{2x-7}{7}, \frac{2x-1}{x-2} - \frac{2x-5}{x-4}$$

$$(11) \frac{5}{3x-9} - \frac{8}{5x-15}, \frac{5}{4x-4} - \frac{7}{6x+6},$$

$$\frac{a^2+bc}{2cd(c-d)} + \frac{ad-bc}{2cd(c+d)}$$

$$(12) \frac{x-1}{2x+2} - \frac{3x-4}{3x+3} + \frac{2x-1}{6x+6},$$

$$\frac{5x+4}{x-2} - \frac{3x-2}{x-3} - \frac{x^2-2x-17}{x^2-5x+6}$$

$$(13) \frac{x-4}{2x-1} - \frac{3x-5}{x+2} + \frac{5x^2+9x+14}{2x^2+3x-2},$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{4}{1-x} - \frac{8}{1+x} + \frac{3x+7}{x^2-1}$$

$$(14) \frac{8}{2x-3} + \frac{5}{3-2x} - \frac{3x-4}{2x^2-x-3},$$

$$\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} - \frac{5}{x+2}$$

$$(15) \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1+x^2}, \frac{1}{x+a} + \frac{2}{x+b} - \frac{3}{x+c},$$

$$\frac{2}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x}$$

30. 分數式の乗法

次の分數式を一つの分數式に直し充分約分せよ。

$$(1) \frac{ab}{xy} \times \frac{xy^2}{ab^2} \times \frac{7y}{5xy^2} \times \frac{25x}{14xy},$$

$$\frac{14bc}{12ad} \times \frac{6a^2d^2}{7ab} \times \frac{39ab^2}{21c^2d^3} \times \frac{28d^2c}{13ab}$$

$$(2) \frac{2x^2y}{3y^2z} \times \frac{z^3}{3x^2} \times \frac{9x}{4yz^2}, \frac{3xy^2}{4yz} \times \frac{5x^2z}{7x^2y} \times \frac{14xy^2z^2}{45x^2y^2z},$$

$$\frac{x^2}{ay^2z} \times \frac{4y^2}{a^2xz} \times \frac{a^3yz^2}{128xyz}$$

$$(3) \frac{x^2}{3(2a+3)} \times \frac{6a^2+9a}{2x^4}, \frac{5(a^2-2)}{6ab} \times \frac{4b^2}{5a^4-10a^2},$$

$$\frac{a^2-4}{x^2-1} \times \frac{x^3+x^2}{a^3+2a^2}, \frac{x^2+x}{2x^3+6x^2} \times \frac{x^2+3x}{x^2-1}$$

$$(4) \frac{4c^2-9d^2}{c^2-25} \times \frac{c^2-5c}{2c+3d}, \frac{a^2b^2-16}{4a^3-a}$$

$$\times \frac{2a^2+a}{ab+4}, \frac{a^3+b^3}{a^2+2ab+b^2} \times \frac{a^2-b^2}{a^2-ab}$$

$$(5) \frac{x^2+4x}{x^2+2x-8} \times \frac{x^2+x-6}{x^3-9x}, \frac{x^3+9x^2+20x}{x^2+5x+4}$$

$$\times \frac{x^2+3x+2}{x^2+7x+10}, \frac{a^2-4a-21}{a^2-49} \times \frac{a^2+9a+14}{a^3+27}$$

$$(6) \frac{x^3+8y^3}{x^2-3xy+2y^2} \times \frac{2x^2-3xy-2y^2}{x^2-2xy+4y^2} \times \frac{x^2-2xy+y^2}{2x+5xy+2y^2},$$

$$\frac{2a^2+3ab-2b^2}{a^2+2ab+4b^2} \times \frac{a^3-8b^3}{a^2+3ab+2b^2} \times \frac{a^2+2ab+b^2}{2a^2-5ab+2b^2}$$

$$(7) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2, (x+1)\left(1 + \frac{1}{x^2-1}\right),$$

$$\left(\frac{1}{x+y} + \frac{2y}{x^2-y^2}\right)\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$$

$$(8) \left(1 + \frac{8c-32}{c^2-8c+16}\right)\left(1 - \frac{17-c}{2c+8}\right), \left(1 + \frac{3}{y+4} - \frac{5}{y-4}\right)$$

$$\times \frac{y-4}{y-6}, \left(\frac{a}{a+b} + \frac{ab}{a^2-b^2} - \frac{a^2}{a^2+b^2}\right) \frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$$

31. 分數式の除法

次の分數式を一つの分數式に直し充分約分せよ。

$$(1) \frac{a^2}{2} \div \frac{2a^2}{5}, \frac{ab}{2} \div \frac{bc}{a},$$

$$\frac{a}{x^2} \div \frac{3a}{2x}, \frac{a}{2bx} \div \frac{b}{cx^2}, 1 \div \frac{c}{3ax}$$

$$(2) \frac{ab^3}{4c^2d} \div \frac{ab}{2cd^3}, \frac{3ab^2}{5b^3c} \div \frac{9a^2b}{15b^3c^2},$$

$$\frac{y(x-y)}{x(x+y)} \div \frac{b(x-y)^2}{a(x+y)^2}, \frac{1}{6(x+1)^2} \div \frac{1}{9(x+1)(x-1)}$$

$$(3) \frac{2x^2y}{3y^2z} \div \frac{3x^3}{z^4} \times \frac{9x^2}{4yz^3}, \frac{x^3}{ay^2z} \times \frac{4y^3}{a^2xz^2} \div \frac{2x^2y^4z}{a^3y^2z^3},$$

$$\frac{x^2}{a^2z^2} \times \frac{az^3}{c^3x} \div \left(\frac{xz}{a^4y^3} \times \frac{a^3y^3}{c^3} \right)$$

$$(4) \frac{x^2-a^2}{x^2-4a^2} \div \frac{x-a}{x+2a}, \frac{x^2y^2+3xy}{4c^2-1} \div \frac{xy+3}{2c+1},$$

$$\frac{a^2-100}{a^2-9} \div \frac{a+10}{a-3}, \frac{9x^2-4y^2}{x^2-4} \div \frac{3x-2y}{x-2}$$

$$(5) \frac{x(a-x)}{a^2+2ax+x^2} \div \frac{a^2-2ax+x^2}{a(a+x)}, \frac{x^2-25}{x^2+2x+1}$$

$$\div \frac{x^2+5x}{x+1}, \frac{1}{(a+x)^2-(a-x)^2} \div \frac{1}{(a+x)^2+(a-x)^2}$$

$$(6) \frac{x^2+3x+2}{x^2-4x-12} \div \frac{x^2-4}{x^2-7x+6}, \frac{y^2-2y-24}{y^2-16}$$

$$\div \frac{y^2+6y+9}{y^2-y-12}, \frac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x-3} \div \frac{9x^2-6x+1}{x^2-9}$$

$$(7) \frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2-3x-2}{x^2+3x-4},$$

$$\frac{a^4-x^4}{a^2-2ax+x^2} \div \left(\frac{a^3+x^3}{ax^2-x^3} \div \frac{a^2-ax+x^2}{a^2x^2+x^4} \right)$$

32. 分式の変形

(1) 次の式を整式部と分數部との和又は差に直せ。

$$\frac{x+6}{x+4}, \frac{x+8}{x-3}, \frac{x-7}{x+2}, \frac{x-3}{x-5},$$

$$\frac{x^2-7}{x^2-2}, \frac{x^2-6x+1}{x^2-6x-2}, \frac{x^3-x+2}{x+1}$$

(2) 次の式を整式部(二項)と分數部との和又は差に直せ。

$$\frac{1}{1-x}, \frac{x}{1+x}, \frac{1}{1-x+x^2}, \frac{x}{1+x+x^2}$$

33. 繁分數

次の分數式を簡単にせよ。

$$(1) \frac{1}{x+\frac{y}{z}}, \frac{1}{z-\frac{b}{a}}, \frac{a+1}{1-\frac{1}{a^2}}, \frac{1}{1-d}, \frac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{x+y}, \frac{1+\frac{x}{2}}{\frac{x^2}{2}-2}$$

$$(2) \frac{\frac{2}{x} - \frac{x}{2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}, \frac{1 - \frac{2b}{3a}}{\frac{3a}{b} - 2}, \frac{\frac{x^2z}{y} - \frac{y}{z}}{x + \frac{y}{z}}, \frac{\frac{c}{d} - \frac{a}{b}}{\frac{b}{a} - \frac{d}{c}}, \frac{1 + \frac{2}{a} - \frac{15}{a^2}}{a - \frac{25}{a}}$$

$$(3) \frac{\frac{2a+b}{a+b} - 1}{1 - \frac{b}{a+b}}, \frac{x + \frac{xy}{x-y}}{x - \frac{xy}{x+y}}, \frac{\frac{x}{1+x} + \frac{1-x}{x}}{\frac{x}{1+x} - \frac{1-x}{x}}, \frac{\frac{b}{a+b} + \frac{a}{a-b}}{\frac{b}{a-b} - \frac{a}{a+b}}$$

$$(4) 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{x}}, 1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{a}}, a - \frac{b}{1 + \frac{1}{b}}, \frac{1}{a + \frac{1}{1 + \frac{a+1}{3-a}}}$$

34. 分數式の數値

(1) x が次の値をとるとき $\frac{2x}{x^2-1}$ の數値を求めよ。

$$3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$$

(2) x が次の値をとるとき $\frac{2x+1}{(x+3)(x-2)}$ の數値を求めよ。

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,$$

(3) $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$ の x の代りに次の値を入れて此式の數値を求めよ。

$$-3, -2, -1, 0, 1, 2,$$

(4) $\frac{1}{x}$ のグラフを書け、又之を利用して $\frac{1}{x-2}$ のグラフも書け。

35. 分數方程式二種の内A.

次の方程式を解け。

$$(1) \frac{10}{x} + \frac{4}{9} = \frac{9}{x} + \frac{1}{2}, \quad \frac{7}{3} + \frac{13}{5x} = \frac{13x-24}{3x} - \frac{37}{20} + \frac{10}{x}$$

$$(2) \frac{5}{x+3} + \frac{3}{2(x+3)} = \frac{1}{2} - \frac{7}{2(x+3)},$$

$$\frac{2x+1}{3x-15} - \frac{x-11}{2x-10} = 1$$

$$(3) \frac{3x-5}{5x-5} + \frac{5x-1}{7x-7} + \frac{x-4}{x-1} = 2,$$

$$\frac{3x-1}{2x-6} + \frac{5x-7}{3x-9} + \frac{7x+1}{4x-12} = 11$$

$$(4) \frac{2x^2-3x+5}{7x^2-4x-2} = \frac{2}{7}, \quad \frac{2x^2-14x+9}{3x^2-14x+24} = \frac{2}{3}$$

$$(5) \frac{x-9}{x-5} + \frac{x-5}{x-8} = 2, \quad \frac{x-16}{x-17} + \frac{x-14}{x-9} = 2$$

$$(6) \frac{x-2}{2x+1} + \frac{x-1}{3(x-3)} = \frac{5}{6}, \quad \frac{3}{x-7} + \frac{1}{x-9} = \frac{4}{x-8}$$

$$(7) \frac{5x+3}{x-1} + \frac{2x-3}{2x-1} = 6, \quad \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{17-x^2}{2(x^2-1)}$$

$$(8) \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-2},$$

$$\frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-2}$$

$$(9) \frac{x-5}{x-6} - \frac{x-6}{x-7} = \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3},$$

$$\frac{x+8}{x+9} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+9}{x+10} + \frac{x+3}{x+4}$$

$$(10) \frac{2x-27}{x-14} + \frac{x-7}{x-8} = \frac{x-12}{x-13} + \frac{2x-17}{x-9},$$

$$\frac{x^2-7x+10}{x^2-7x+12} = \frac{x^2+3x-10}{x^2+3x-8}$$

36. 分數方程式二種の内B.

次の方程式を解け。

$$(1) \frac{5}{x+2y} = \frac{7}{2x+y}, \quad \frac{7}{3x-2} = \frac{5}{6-y}$$

$$(2) \frac{1}{3x+1} = \frac{2}{5y+4}, \quad \frac{1}{4x-3} = \frac{2}{7y-6}$$

$$(3) \frac{x+3y}{x-y} = 8, \quad \frac{7x-13}{3y-5} = 4$$

$$(4) \frac{x-3}{y+2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{x+1}{y-2} = \frac{3}{2}$$

$$(5) \frac{x+2y+1}{2x-y+1} = 2, \quad \frac{3x-y+1}{x-y+3} = 5$$

$$(6) \frac{x-4}{x-3} = \frac{y+4}{y+7}, \quad \frac{x+5}{y-1} = \frac{x+2}{y-2}$$

$$(7) \frac{x+1}{y+1} = 2, \quad \frac{y+2}{z+1} = 4, \quad \frac{z+3}{x+1} = \frac{1}{2}$$

37. 分數方程式應用 二種の内A.

(1) 或數の2倍に3を足したる數で45を割つた商と同じ數の4倍から5を減じた數で57を割つた商とは同じであるとするとき此或數とは何か。

(2) 二つの等しい分數がある。一方の分子は42で他方の分子は35であるが分母は1だけの差である、各の分母は何か。

(3) 毎時15哩の速度の船が或川を上下するとき上りは下りの二倍の時間を費したとするとき此川の流速は幾らであるか。

(4) 112哩の航路を進む船がある。始め100哩の間は豫定の速度より毎時3哩多く進むだが残りの行程は豫定の速度より毎時5哩少く進

んだが爲め丁度豫定の時刻に先方へ到着したに過ぎなかつたと云ふ、豫定の速度は何哩か。

- (5) 分母から1を引くときは $\frac{1}{2}$ となり、分子に2を足すときは $\frac{3}{5}$ となる分數は何か。

38. 一元一次方程式 二種の内A.

次の方程式を解け。

- (1) $x+a=b$, $a-x=b-8$, $m-9+b=x-a+m-19$
 (2) $ax+b=c$, $a-bx=c$, $5x-a=3x+b$, $a(x-b)=c$
 (3) $ab+(b+1)x=(a+x)b+a$,
 $3(2a-x)+5(3b-2x)=5(3a-2x)+3(2b-3x)$
 (4) $mx+nx=a$, $ax-b=cx-d$, $ax-bx-m(x-1)=m$
 (5) $(a+b)x=m-cx$, $(a-b)x=2a-(a+b)x$,
 $ab-(x-c)d=c(d+x)$
 (6) $(a-x)(b-x)=x^2$, $(a+x)(b+x)=(a-x)(b-x)$
 (7) $(ax-b)(m-n)+b(m-n)=a(m+n)$,
 $(a-x)(b-x)=(x+c)(x+d)$
 (8) $(a-x)(b-x)-(c-x)(d-x)=(c+d)x-cd$
 (9) $m(a+b-x)=n(a+b-x)$,
 $(a-b)(a-c+x)+(a+b)(a+c-x)=2a^2$

$$(10) (a+x)(b+x)(c+x)-(a-x)(b-x)(c-x)=2(x^2+abc)$$

39. 一元一次方程式 二種の内B.

- (1) $\frac{x}{a}-b=c$, $a-\frac{x}{b}=c$, $\frac{a}{x}-b=c$, $\frac{a}{x}-\frac{b}{x}=c$
 (2) $\frac{x-a}{a}+b=x-1$, $\frac{a-bx}{c}+x=\frac{cx-b}{c}$, $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}=c$
 (3) $\frac{a-x}{b}=\frac{x-b}{a}$, $\frac{x-a}{a}-m=\frac{x-b}{b}-n$,
 $\frac{x+a}{b}-\frac{b}{a}=\frac{x-b}{a}+\frac{a}{b}$
 (4) $\frac{1+x}{1-x}=\frac{a}{b}$, $\frac{x+a}{x-a}=m$, $\frac{ax+b}{ax-b}=\frac{m}{n}$, $\frac{a+x}{b+2x}=1$
 (5) $\frac{a(b+x)}{a-x}=b$, $\frac{a}{a-x}=\frac{b}{b-x}$, $\frac{a+x}{a-x}=\frac{a+b}{a-b}$
 (6) $\frac{ax-2a}{ax-2b}=\frac{ax-2b}{ax+2a}$, $\frac{a}{b+x}-m=n$, $\frac{a-bm}{mx}-\frac{c-bn}{nx}=1$
 (7) $\frac{2x-a}{b}-\frac{b-2c}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}$,
 $\frac{a-bx}{bc}+\frac{b-cx}{ac}+\frac{c-ax}{ab}=0$
 (8) $a+b+\frac{x}{a+b}=a-b+\frac{x}{a-b}$, $a^2b+\frac{a-x}{b}=ab^2+\frac{b-x}{a}$
 (9) $\frac{ax}{b}+\frac{bx}{a}+\frac{2ab}{a+b}=\frac{(a+b)^2x}{ab}$

$$\frac{x-2a}{b+c-a} + \frac{x-2b}{a+c-b} + \frac{x-2c}{a+b-c} = 3$$

40. 多元一次方程式

次の聯立方程式を解け。

(1) $x+y=a, x-y=b; 2x-3y=5b-a, 3x-2y=a+5b$

(2) $2x-3y=-5a, 3x-2y=-5b;$

$$3x+2y=5a^2+ab+5b^2, 3y+2x=5a^2-ab+5b^2$$

(3) $ax+y=m, x-y=n; x+my=a, x-ny=b$

(4) $ax+by=c, mx=ny; a(x+y)=m, b(x-y)=n$

(5) $(a+b)x-(a-b)y=4ab, (a+b)x+(a-b)y=2(a^2+b^2)$

(6) $(a+b)x+(a-b)y=2(a^2+b^2), (a-b)x+(a+b)y=2(a^2-b^2)$

(7) $ax+by=2a, a^2x-b^2y=a^2+b^2;$

$$x+y=\frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2}, x-y=\frac{4ab}{a^2-b^2}$$

(8) $ax+by=2a, x+y=\frac{a^2+b^2}{ab}$

$$\frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a-b}, \frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b}$$

(9) $(a-b)x+(a+b)y=a+b, \frac{x}{a+b} - \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a+b}$

(10) $(a-b)x+y=\frac{a+b+1}{a+b}, x+(a+b)y=\frac{a-b+1}{a-b}$

(11) $\frac{x+1}{y}=a, \frac{y+1}{x}=b;$

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{a+b+c}{a-b+c}, \frac{x-1}{y-1} = \frac{a+b-c}{a-b-c}$$

(12) $\frac{x-c}{y-c} = \frac{a}{b}, x-y=a-b;$

$$\frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = a+b, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2a$$

(13) $ax+by-cz=2ab, by+cz-ax=2bc, cz+ax-by=2ac$

(14) $(a-b)(x+c)-ay+tz=0,$

$$(c-a)(y+b)-cz+ax=0, x+y+z=2(a+b+c)$$

(15) $\frac{x}{b+c} + \frac{y}{c-a} = a+b,$

$$\frac{y}{c+a} + \frac{z}{a-b} = b+c, \frac{z}{a+b} + \frac{x}{b-c} = c+a$$

41. 公式の利用及變形

(1) 一列に列んだ数がある。其第 n 番目の数を

T_n とすると $T_n = \frac{n+4}{n+1}$ である、7 番目の数は何か、

又此公式を n を求める公式に直ほし 2 なる数

は何番目にあるかを答へよ。

(2) 奈良市の電燈料は大體次の公式に依つて計

算せられて居る様である、 $S=44+\frac{8}{3}x$, 但し S は

單位で表はした電燈料一ヶ月分で x は燭光數である。

32 燭光の電燈料(一ヶ月分)を上ので公式で計算せよ。

又上の公式を x を求めるものに直ほし一ヶ月 90 錢を支拂ふ電燈の燭光數を出せ。

- (3) 鐵道省の三等鐵道旅客運賃は 50 哩から 100 哩迄は下の公式に依つて計算せられるものである。 $A=125+2.1(m-50)$ 但し m は哩數で A は錢單位で表はした運賃である、又 m は小數を繰上げて整數とし A は厘位以下を切棄てるものである。

此公式に依つて 70 哩の運賃を出せ。

又 m を求める公式に直ほし 188 錢の運賃を要する區間は約何哩なるかを答へよ。

- (4) 測量師が木の高さを略算する場合に次の公式を用ふることがある。 $H=\frac{D(h-E)}{d_1-d_2}+h$

但し h は一點 A に於て真直に立てた自身より長き棒の長さ、 E は立つた時の測量師の目の高さ、 d は目と棒の端と木の頂上とを一直線に

見るまで後方へ A から退いた距離、 d_2 は A の後方 D の距離にある B 點に於て同じ棒を立て、觀測者の目と棒の端と木の頂上とを一直線に見るまで觀測者が B から後方に退いた距離で、 H は木の高さである、又單位は總て同一である。

上の公式で A, B 二地點の距離は 100 尺、目の高さ 5 尺、 d_1 及 d_2 が夫々 11 尺及 8 尺、棒の長さ 12 尺なるときの木の高さを出せ。

又此公式を h を求めるものに直せ。

42. 一次方程式應用

- (1) 60 を二部分に分ち一方の m 倍が残りの n 倍に等しくなる様にしたときの一方を求めよ。
- (2) 二つの連続せる整數の平方の差が m なるとき小なる數は何か、又此結果に依つて m が如何なる整數のとき答があるかを答へよ。
- (3) k 圓を A よりは B は a 圓多く、 B よりは c は a 圓多くなる様分けたときの A の所得を求めよ。

又此問題に答が實際ある爲めには k と a と

の間に如何なる関係がなければならぬかを答へよ。

- (4) A は a 才 B は b 才である。今から幾年後に A の年が B の年の m 倍になるか。

又 m が 5 なるとき此問題に實際答がある爲めには a と b との間に如何なる関係がなければならぬか。

- (5) 一リットル a 銭と b 銭との酒を混合して一リットル c 銭の酒を k 升作るには a 銭の酒を幾リットル入れなければならぬか。

此答が實際ある爲めには少くとも c が a と b との間の大いさを持たなければならぬ理由を此結果から見出せ。

- (6) 鶴と龜との一群があつて其頭数は合計 a で其足数は合計 b である、各の頭数を答へよ。

- (7) 上下二種の茶がある。上 3 盃と下 k 盃との價の和は a 銭で上 1 盃と下 2 盃との和は b 銭である、上下各 1 盃の價を求めよ。

43. 單 項 式 の 冪

次の式{(1)-(5)}の平方を書け。

- (1) $3x^3, 5xy^3, x^2y^4, 2ab^2$
 (2) $6x^3y^5, 7a^4b^6, 4x^2y^3z, 8x^3y^4z^5$
 (3) $-5a^5b^4, -10ab^7, -a^2b^3x^4y, -9k^{10}i^8$
 (4) $a^2(a+b)^3, -x^3(x-y)^2(x+y)$

$$(5) \frac{ab^2}{3}, -\frac{x^3y}{5a^2b^2}, \frac{7x^2y^6}{2m^3n^4}, -\frac{1}{8p^2q^5},$$

$$\frac{a+b}{(a-3b)^2}, -\frac{11y^2(3x-2y)^2}{6x(2x-3y)}$$

次の式{(6)-(8)}の立方を書け。

- (6) $a^2b^3, 2x^3, 3y^2, 4x^4y^5$
 (7) $-3x^5, -5x^2y^4z^2, -7k^7l^6, -2c^7a^8$
 (8) $\frac{1}{2a^2b}, -\frac{5a^3}{3x^4y^2}, -\frac{3x^3y^5}{7a^4},$

$$\frac{c-d}{(a+b)x^2y}, -\frac{3(x+y)^2}{2(x-y)}, \frac{ab(2x-1)^3}{a^2b^2(2x+1)}$$

次の式を括弧なき式に直せ。

$$(9) (ab^2)^4, (-x^2y^3)^4, (2a^4b^5)^4, (-xy^3)^5, (m^3n^2)^5, \left(\frac{1}{a^2b^3c^4}\right)^6$$

44. 多項式の平方

次の各式の平方を答へよ。

- (1) $a+3b, 2x-y, 3x+4y,$
 $5x-3y, 3xy+1, x^2-4, x^2+3x$
- (2) $a+b-c, a-b+c, a-b-c, x+2y+z, x-y+2z$
- (3) $2p-q-r, 2h-2k+l,$
 $3a+2b-c, 2a+3b-3c, a^2-b^2+c^2$
- (4) $x^2-x+1, x^2+x+1, 2x^2-x+3, 3x^2+5x-2$
- (5) $a+b-c+d, x-y+z-t, x+2y+z-t, a-2b-3c-d$
- (6) $x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z, \frac{1}{3}+2a-\frac{1}{4}b, \frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b-c$

45. 多項式の立方

次の式の立方を答へよ。

- (1) $k+2l, a-3b, 2x-y, 3x-1, 2x-3, 3x+2$
- (2) $ab+1, a^2-2b^2, 3x^2-2, 4x^2+3y^2, \frac{x}{2}-\frac{y}{3}$
- (3) $a+b+c, a+b-c, a-b-c, x^2+x+1$

46. 単項式の開法

次の式{(1)-(3)}の平方根を書け。

- (1) $a^2b^4, 9c^2d^6, 25x^4y^8, 49p^6q^{10}r^2, 144x^{12}y^{14}z^{22}$

$$(2) \frac{1}{a^8}, \frac{25x^2}{64}, \frac{81x^4y^{18}}{121a^6b^4}, \frac{169x^{21}y^{35}}{400a^{16}b^8c^{20}}, \frac{324p^6q^4r^{20}}{100x^{10}y^{18}}$$

$$(3) a^4(x-1)^2, 16(x-2)^4(x+3)^6,$$

$$\frac{81(a-b)^8}{324}, \frac{1}{(c-3y)^8(x+2y)^{10}}$$

次の式{(4)-(5)}の立方根を書け。

$$(4) 8a^3b^6, 27x^9y^{12}z^{15}, -64x^6y^3, -125p^{25}q^{27}r^{24}$$

$$(5) \frac{1}{x^{18}y^{12}}, -\frac{8b^{21}}{27a^6}, \frac{(a+4)^6(2x-y)^{15}}{x^6(a-2)^3}, -\frac{343(x+5)^{26}}{(2x-1)^{12}(x+3)^{18}}$$

次の式の根號を取り去れ。

$$(6) \sqrt[4]{x^8y^{16}}, \sqrt[5]{a^{10}(a-b)^{20}}, \sqrt[6]{64a^{12}b^{20}}, \sqrt[5]{-x^{15}y^{25}}$$

$$(7) \sqrt[4]{\frac{b^4c^{28}}{a^{12}}}, \sqrt[5]{-\frac{243}{x^{25}}}, \sqrt[8]{\frac{(a+b)^{36}}{(a-b)^{40}}}, \sqrt[9]{-\frac{y^{54}}{x^{18}(x+2)^{18}}}$$

47. 多項式の平方根

次の式の平方根を見出せ,(1)より(7)迄は昇降兩
 幕に列して求めよ。

$$(1) x^4-4x^3+2x^2+4x+1, 9a^4+12a^3+10a^2+4a+1$$

$$(2) 4y^4-12y^3+29y^2-30y+25,$$

$$25a^4-10a^3b+31a^2b^2-6ab^3+9b^4$$

$$(3) 16a^6-24a^5b+25a^4b^2-20a^3b^3+10a^2b^4-4ab^5+b^6$$

- (4) $y^6 - 4y^5 + 10y^4 - 20y^3 + 25y^2 - 24y + 16$
 (5) $a^6 - 8a^5 + 20a^4 - 22a^3 + 28a^2 - 12a + 9$
 (6) $16x^5 + 24x^4 + 9x^3 - 16x^2 - 12x + 4$
 (7) $4x^6 - 4x^4 + 12x^2 + x^2 - 6x + 9$
 (8) $x^4 - 2x^3 - x^2 + 5x + 2, x^6 - 2x^4 + 2x^3 + 2x + 1$

48. 多項式の立方根

次の式の立方根を求めよ。但昇降兩幂に列して計算せよ。

- (1) $8 - 60x + 150x^2 - 125x^3, 27x^3 - 189x^2y + 441xy^2 - 343y^3$
 (2) $a^6 + 3a^5 + 6a^4 + 7a^3 + 6a^2 + 3a + 1$
 (3) $27x^6 - 27x^5 - 45x^4 + 35x^3 + 30x^2 - 12x - 8$
 (4) $8x^6 - 36x^5 + 66x^4 - 63x^3 + 33x^2 - 9x + 1$

49. 数の平方根

(1) 次の各数は素因数に分解して平方根を見付けよ。

- $324, 784, 1024, 1764, 15625, \frac{576}{81}, \frac{1296}{441}, \frac{17424}{1225}$
 (2) 289, 529, 1369, 6889, 27889, 120409
 (3) 253009, 654481, 26656569, 39828721

- (4) 49266361, 36108081, 892037689, 97628751936
 (5) 12.96, 0.3844, 0.006084, 1062.76, 0.0000327184
 (6) 15 及 $\frac{8}{5}$ の平方根を小数二位迄求めよ。
 (7) 7 及 $\frac{15}{9}$ の平方根を小数四位迄求めよ。

50. 数の立方根

(1) 次の各数は素因数に分解して立方根を求めよ。

- $4728, 3375, 5832, \frac{512}{91125}, 46656$
 (2) 68921, 389017, 8365427, 26463592
 (3) 389.017, 0.000032768
 (4) 4 及 $\frac{8}{9}$ の立方根を小数二位迄求めよ。
 (5) 6 の立方根を小数二位迄求めよ

51. 根

数十一種の内A.

根號の意義に従つて次の数を最も簡單なる形で答へよ。

- (1) $(\sqrt[3]{5})^3, \sqrt[3]{7^3}, \sqrt[4]{3^4}, (\sqrt[4]{2})^4,$
 $\sqrt[5]{a^5}, (\sqrt[5]{a})^5, (\sqrt{x})^2, \sqrt{x^2}$
 (2) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a}, \sqrt{3x} \cdot \sqrt{3x}, \sqrt{a-y} \cdot \sqrt{a-y}$

- (3) $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{32}$, $\sqrt[6]{64}$, $\sqrt[7]{729}$
 (4) $3\sqrt{4}$, $7\sqrt{9}$, $5\sqrt{36}$, $10\sqrt{49}$, $2\sqrt[3]{8}$, $3\sqrt[3]{27}$
 (5) $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $6\sqrt{\frac{4}{9}}$, $8\sqrt{\frac{25}{16}}$, $1\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$, $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2$, $\sqrt{\frac{y^4}{x^2}}$, $\sqrt[3]{\frac{q^3}{p^9}}$

52. 根 数 十一種の内B.

根号内の因数を出来るだけ根号外に出せ。

- (1) $\sqrt{28}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{24}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{96}$, $\sqrt{98}$
 (2) $\sqrt{125}$, $\sqrt{243}$, $\sqrt{320}$, $\sqrt{384}$, $\sqrt{405}$, $\sqrt{363}$, $\sqrt{720}$
 (3) $3\sqrt{8}$, $5\sqrt{80}$, $8\sqrt{75}$, $6\sqrt{150}$, $2\sqrt{175}$, $5\sqrt{726}$
 (4) $\sqrt{16x}$, $\sqrt{a^2b}$, $\sqrt{ax^6}$,
 $2a\sqrt{9a^4y^2}$, $\sqrt{16a^2b^5c^3}$, $3x\sqrt{7a^2b^4c^3}$
 (5) $\sqrt[3]{16}$, $\sqrt[3]{24}$, $\sqrt[3]{54}$, $\sqrt[3]{72}$, $\sqrt[3]{80}$, $\sqrt[3]{-81}$
 (6) $\sqrt[3]{250}$, $\sqrt[3]{-648}$, $\sqrt[3]{432}$,
 $\sqrt[3]{-375}$, $2\sqrt[3]{48}$, $7\sqrt[3]{108}$, $5\sqrt[3]{-320}$
 (7) $\sqrt[3]{8ab^3}$, $\sqrt[3]{a^7}$, $\sqrt[3]{ab^3c^4}$,
 $5\sqrt[3]{7x^2y^9z^{11}}$, $\sqrt[3]{a^2(1-b)^3}$, $2\sqrt[3]{x^{3n+2}}$
 (8) $\sqrt{\frac{3}{4}}$, $\sqrt{\frac{5x}{9}}$, $8\sqrt{\frac{16x^2}{7a}}$, $\frac{1}{15}\sqrt{\frac{25y^2}{11b}}$, $\sqrt{\frac{x^3y^4}{a^2b}}$

- (9) $\sqrt[4]{32}$, $\sqrt[4]{48}$, $\sqrt[5]{64a^5}$,
 $\sqrt[3]{\frac{a^4b}{x^3y^6}}$, $\sqrt[3]{\frac{r^8}{p^5q^7}}$, $\sqrt[n]{x^{n+1}}$, $\sqrt[n]{5x^{2n+1}}$
 (10) $\sqrt{ax^2-bx^2+cx^2}$, $\sqrt{a^3+2a^2b+ab^2}$, $\sqrt{5x^3+20x^2+20x}$
 (11) $\sqrt{\frac{a^3-2a^2+a}{ax^2+bx^2}}$, $\sqrt{\frac{a^3+a^2b-ab^2-b^3}{9(a-b)}}$, $\sqrt{\frac{2x^3-12x^2+18x}{50y-20y^2+2y^3}}$

53. 根 数 十一種の内C.

根号外の因数を根号内に入れよ。

- (1) $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{5}$, $a\sqrt{a}$, $3a\sqrt{x}$, $ab\sqrt{c}$
 (2) $(a+b)\sqrt{x}$, $(3-b)\sqrt{a}$, $5a\sqrt{x}$, $11\sqrt{5}$, $2a^2b\sqrt{ab}$
 (3) $7\sqrt{\frac{3}{7}}$, $\frac{2}{3}\sqrt{27}$, $\frac{3}{5}\sqrt{75}$, $7\sqrt{\frac{5}{7}}$, $a\sqrt{\frac{x}{a}}$
 (4) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$, $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^3c}{a}}$, $ab^2\sqrt{\frac{3c}{b^3}}$, $\frac{ab^2}{xy^2}\sqrt{\frac{xy^3}{ab^3}}$
 (5) $2\sqrt[3]{2}$, $3\sqrt[3]{5}$, $5\sqrt[3]{4}$, $4\sqrt[3]{4}$, $-2\sqrt[3]{2}$, $-3\sqrt[3]{3}$
 (6) $a\sqrt[3]{b}$, $2a\sqrt[3]{5}$, $3x\sqrt[3]{xy^2}$,
 $(a-b)\sqrt[3]{(a-b)^2}$, $2m^2n^3\sqrt[3]{m^2n^2}$
 (7) $2^3\sqrt{\frac{5}{2}}$, $4^3\sqrt{\frac{3}{80}}$, $5^3\sqrt{\frac{8}{75}}$, $b^3\sqrt{\frac{a}{b}}$, $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b^2x}{a^2y}}$, $\frac{a^2}{b}\sqrt[4]{\frac{b^3x}{a^3y}}$

$$(8) (a+x)\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}, \frac{a+1}{a-1}\sqrt{\frac{a-1}{a+1}},$$

$$(a-x)\sqrt{\frac{a+b}{a^2-2ax+x^2}}, \frac{x}{a}\sqrt{\frac{a^4+a^3+a^2}{x^4+3x^3+x^2}}$$

54. 根

数 十一種の内D。

同類根数を簡約せよ。

- (1) $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18}, \sqrt{108} - \sqrt{48} + \sqrt{75}$
- (2) $4\sqrt{63} + 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28}, 4\sqrt{128} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{162}$
- (3) $7\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 8\sqrt{48} - 6\sqrt{75} + 2\sqrt{108}$
- (4) $3\sqrt{8} + 4\sqrt{32} - 5\sqrt{50} - 7\sqrt{72} + 6\sqrt{98}$
- (5) $2a\sqrt{7^2x} + 3a^2\sqrt{4x} - a\sqrt{9a^2x}$
- (6) $\sqrt{18p^3q^3} - p\sqrt{8pq^3} - q\sqrt{50p^3q}$
- (7) $8\sqrt{a} + 5\sqrt{x} - 7\sqrt{a} + 4\sqrt{a} - 6\sqrt{x} - 3\sqrt{a}$
- (8) $\sqrt{x} + 3\sqrt{2x} - 2\sqrt{3x} + \sqrt{4x} - \sqrt{8x} + \sqrt{12x}$
- (9) $5\sqrt{x} - 7\sqrt{y} + 2\sqrt{2x} + 8\sqrt{y} - \sqrt{4y} - \sqrt{8x}$
- (10) $7\sqrt{4x} + 4\sqrt{9x} + 3\sqrt{45x} - 5\sqrt{36x} - 2\sqrt{80x}$
- (11) $2\sqrt{a} + 5\sqrt{b} - x\sqrt{a}$
 $-c\sqrt{b} + \sqrt{(x-1)^2a} + \sqrt{bc^2}$ 但し $x > 1$

- (12) $4\sqrt{a^2x} + 3\sqrt{b^2x} + 2\sqrt{c^2x} + \sqrt{d^2x} - 2\sqrt{(b+d)^2x}$
- (13) $\sqrt{(a+b)^2x} + \sqrt{(a-b)^2x} - \sqrt{a^2x}$
 $+ \sqrt{(1-a)^2x} - \sqrt{x}$ 但し $a > b, 1 > a$
- (14) $\sqrt{4+4x^2} + \sqrt{9+9x^2} + \sqrt{16+16x^2} - 5\sqrt{1+x^2}$
- (15) $\sqrt{a-b} + \sqrt{16a-16b} + 3\sqrt{a-b} - \sqrt{9(a-b)}$
- (16) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{432}, \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{-375} - \sqrt[3]{-192}$
- (17) $7\sqrt[3]{24} + 5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{-192} + 2\sqrt[3]{-375} - \sqrt[3]{1029}$

55. 根

数 十一種の内E。

次の積を充分簡単なる形で答へよ。

- (1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}, \sqrt{2} \cdot \sqrt{50},$
 $\sqrt{28} \cdot \sqrt{7}, \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}, \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$
- (2) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{35}, \sqrt{20} \cdot \sqrt{30}, 5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3},$
 $\sqrt{5x} \cdot \sqrt{35x}, \sqrt{14a} \cdot \sqrt{70a}$
- (3) $2\sqrt{a} \cdot \sqrt{3x}, 5\sqrt{2a} \cdot 3\sqrt{5x},$
 $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{b^3}, \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{y^7}, \sqrt{c} \cdot \sqrt{c^9}$
- (4) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{x}{a}}, \sqrt{a} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}}, \sqrt{2a} \cdot \sqrt{\frac{3a}{2x}}, \sqrt{7a} \cdot \sqrt{\frac{35a}{3x}}$

$$(5) \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{5}{6}}, \sqrt{\frac{7}{40}} \cdot \sqrt{\frac{21}{10}}, \sqrt{\frac{24}{35}} \cdot \sqrt{\frac{10}{1}}, \sqrt{\frac{5y}{6x}} \cdot \sqrt{\frac{10y}{3x}}$$

$$(6) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{18}, \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{50},$$

$$\sqrt[3]{9x} \cdot \sqrt[3]{9y}, \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{y}$$

$$(7) \sqrt{x^2-1} \cdot \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}, \sqrt{a^2-b^2} \cdot \sqrt{\frac{5a+5b}{ax^2-bx^2}},$$

$$\sqrt{ax-a} \cdot \sqrt{ax^2-a}, \sqrt{x^2+x} \cdot \sqrt{x^3-x}$$

56. 根

数 十一種の内F.

次の各式は括弧を解きたる後簡単にせよ。

$$(1) (3\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{50} - 2\sqrt{72})\sqrt{2},$$

$$(4\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75})\sqrt{3}$$

$$(2) (2\sqrt{6} - \sqrt{12} - \sqrt{24} + \sqrt{48})\sqrt{2},$$

$$(5\sqrt{24} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{50} - 3\sqrt{54})\sqrt{3}$$

$$(3) (7\sqrt{2} - 5\sqrt{6} - 3\sqrt{8} + 4\sqrt{20})3\sqrt{2},$$

$$(2\sqrt{20} - 7\sqrt{8} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{18})4\sqrt{10}$$

$$(4) (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{2}), (\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{2}),$$

$$(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 5\sqrt{3})$$

$$(5) (5\sqrt{7} - 2\sqrt{5})(3\sqrt{7} + 10\sqrt{5}),$$

$$(8+3\sqrt{5})(2-\sqrt{5}), (3-\sqrt{2})(2+3\sqrt{2})$$

$$(6) (5\sqrt{3} + \sqrt{6})(5\sqrt{2} - 2),$$

$$(5-2\sqrt{3})(6+5\sqrt{3}), (2a+3\sqrt{x})(3a-2\sqrt{x})$$

$$(7) (4\sqrt{a} - \sqrt{3x})(\sqrt{a} + 2\sqrt{3x}),$$

$$(2\sqrt{6} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{2})(\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})$$

$$(8) (2\sqrt{30} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3} - \sqrt{5}),$$

$$(3 + \sqrt{6} + \sqrt{15})(2 + \sqrt{6} - \sqrt{10})$$

$$(9) (2\sqrt{5} + \sqrt{8} - \sqrt{12})\left(\frac{1}{3}\sqrt{30} - \frac{2}{3}\sqrt{3} + \sqrt{2}\right),$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2, (1 + \sqrt{2})^2$$

$$(10) (-1 + \sqrt{3})^2, (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2, (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$$

$$(11) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}), (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}),$$

$$(12) (3\sqrt{5} + 2\sqrt{11})(3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}), (7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})$$

$$(13) (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}), (\sqrt{3a} - \sqrt{2b})(\sqrt{3a} + \sqrt{2b})$$

$$(14) (\sqrt{x+y} + \sqrt{y})(\sqrt{x+y} - \sqrt{y}),$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{x-y})(\sqrt{x} + \sqrt{x-y})$$

$$(15) (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}),$$

$$(\sqrt{9x+5} + 3\sqrt{x})(\sqrt{9x+5} - 3\sqrt{x})$$

$$(16) \sqrt{9+\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9-\sqrt{17}}, \sqrt{6+2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6-2\sqrt{5}},$$

$$\sqrt{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \cdot \sqrt{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

$$(17) (\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})^2,$$

$$(\sqrt{3-x} - \sqrt{2+x})^2, (\sqrt{7-5x} + \sqrt{4x-5})^2$$

$$(18) (a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1+a^2})^2,$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2, \left(\sqrt{\frac{a-x}{x-b}} - \sqrt{\frac{x-b}{a-x}}\right)^2$$

$$(19) (\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(2\sqrt[3]{9} - 3\sqrt[3]{4}),$$

$$(\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{54})$$

$$(20) (\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{9})(\sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{375}),$$

$$(7\sqrt[3]{16} - 3\sqrt[3]{49})(3\sqrt[3]{4} + 4\sqrt[3]{7})$$

57. 根

数十一種の内G。

次の商を簡単にせよ。

$$(1) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x}}, \frac{\sqrt{6x}}{\sqrt{2x}}, \frac{\sqrt{a^2b}}{\sqrt{b}}, \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{bx}}, \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{30}}$$

$$(3) \sqrt{\frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{5}{2}} \div \sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{7}{8}} \div \sqrt{\frac{7}{8}}, \sqrt{\frac{7}{2}} \div \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$(4) \sqrt{a} \div \sqrt{\frac{a}{b}}, \sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{b}}, \frac{a}{b} \div \sqrt{\frac{a}{b}}, \sqrt{\frac{a}{b}} \div \sqrt{\frac{b}{a}}$$

58. 根

数十一種の内H。

次の根数を簡単にせよ。

$$(1) \sqrt[9]{a^{12}}, \sqrt[9]{x^9}, \sqrt[8]{x^{12}}, \sqrt[12]{a^{10}}, \sqrt[9]{b^3}, \sqrt[4]{b^2}, \sqrt[4]{a^2b^4}$$

$$(2) \sqrt[3]{x^{5n}}, \sqrt[9]{y^{5n}}, \sqrt[9]{z^{7n}}, \sqrt[3]{x^{6n}}, \sqrt[27]{x^{6n}}, \sqrt[4]{(a+b)^{22}}$$

$$(3) \sqrt[4]{36}, \sqrt[4]{25}, \sqrt[4]{49}, \sqrt[4]{64}$$

$$(4) \sqrt[9]{8}, \sqrt[9]{36}, \sqrt[9]{27}, \sqrt[9]{81}$$

$$(5) \sqrt[9]{8}, \sqrt[9]{27}, \sqrt[9]{64}, \sqrt[9]{125}$$

$$(6) \sqrt{25^3}, \sqrt{36^3}, \sqrt{49^3}, \sqrt{16^3},$$

$$\sqrt{64^3}, \sqrt{81^3}, \sqrt{100^3}, \sqrt{196^3}$$

$$(7) \sqrt[3]{8^2}, \sqrt[3]{64^2}, \sqrt[3]{125^2}, \sqrt[3]{243^2}$$

$$(8) \sqrt[4]{16^3}, \sqrt[4]{81^3}, \sqrt[4]{256^3}, \sqrt[4]{1296^3}$$

$$(9) \sqrt[5]{32^3}, \sqrt[5]{243^3}, \sqrt[5]{3125^3}$$

$$(10) \sqrt{(x^2+2x+1)^3}, \sqrt[3]{(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)^2}$$

59. 根

数十一種の内I。

次の根数を根號が一重のものに直し簡単にせ

よ。

(1) $\sqrt{\sqrt[3]{a}}, \sqrt[3]{\sqrt{b}}, \sqrt[3]{\sqrt[4]{c}}, \sqrt[5]{\sqrt[3]{d}}, \sqrt{\sqrt[n]{x}}$

(2) $\sqrt[3]{\sqrt{x^3}}, \sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}, \sqrt[3]{\sqrt[4]{y^{15}}}$

(3) $\sqrt[3]{\sqrt{27}}, \sqrt{\sqrt[3]{81}}, \sqrt[3]{\sqrt[2]{8}},$
 $\sqrt{\sqrt[5]{36}}, \sqrt[3]{\sqrt[4]{216}}, \sqrt[4]{\sqrt[3]{81}}, \sqrt[3]{\sqrt[4]{512}}$

(4) $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}, \sqrt[3]{x\sqrt{x}}, \sqrt{a\sqrt{a}}$
 $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}, \sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}, \sqrt[m]{x\sqrt[n]{y\sqrt[p]{z}}}$

60. 根

数 十一種の内J.

(1) 次の各組を同次根数に直せ。

$(\sqrt{a}, \sqrt[3]{b}), (\sqrt[4]{x}, \sqrt{y}), (\sqrt[3]{p}, \sqrt[4]{q}), (\sqrt[5]{k}, \sqrt[15]{l})$

(2) 同上

$(\sqrt{a}, \sqrt[3]{b}, \sqrt[5]{c}), (\sqrt[4]{x},$
 $\sqrt{y}, \sqrt[5]{z}), (\sqrt[3]{l}, \sqrt[9]{m}, \sqrt[5]{n})$

(3) 次の各組の根数の大小を決定せよ。

$(\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}), (\sqrt[3]{10}, \sqrt[4]{15}),$
 $(\sqrt{13}, 2\sqrt[3]{6}), (\sqrt{2}, \sqrt[4]{8}, \sqrt[3]{4})$

(4) 次の積を一つの根数に直せ。

$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a}, \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}, \sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{b}, \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[8]{y}$

(5) 同上 .

$\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{x}}, \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[9]{\frac{y}{x}},$
 $\sqrt{\frac{m}{n}} \cdot \sqrt[3]{\frac{n}{m}}, \sqrt[4]{\frac{q}{p^3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{p}{q^5}}, \sqrt[3m]{a} \cdot \sqrt[2m]{b}$

(6) 同上

$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6}, \sqrt[3]{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{12} \cdot \sqrt[3]{10}, \sqrt[3]{\frac{3}{8}} \cdot \sqrt[5]{\frac{4}{3}}$

(7) 次の商を一つの根数に直せ。

$\sqrt{a} \div \sqrt[3]{a}, \sqrt{b} \div \sqrt[4]{b},$
 $\sqrt[3]{x} \div \sqrt{y}, \sqrt[4]{a} \div \sqrt[6]{b}, \sqrt[9]{p} \div \sqrt[12]{q}$

(8) 同上

$\sqrt[3]{4} \div \sqrt{2}, \sqrt[3]{36} \div \sqrt{6},$
 $\sqrt{27} \div \sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{4} \div \sqrt[4]{8}, \sqrt[4]{64} \div \sqrt[3]{16}$

61. 根

数 十一種の内K.

次の分数の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{a}{\sqrt{a}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{8}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\frac{9}{2\sqrt{3}}, \frac{10}{3\sqrt{5}}, \frac{48}{5\sqrt{32}}, \frac{54}{\sqrt{72}}$$

$$(2) \frac{a+b}{\sqrt{a+b}}, \frac{a^2-b^2}{\sqrt{a-b}}, \frac{a^2-1}{\sqrt{a-1}}$$

$$(3) \sqrt[3]{\frac{a}{a}}, \sqrt[3]{\frac{a}{a^2}}$$

$$(4) \frac{1}{2+\sqrt{3}}, \frac{1}{3-\sqrt{7}}, \frac{3}{3+\sqrt{6}},$$

$$\frac{2}{2-\sqrt{2}}, \frac{13}{7-\sqrt{10}}, \frac{12}{4-\sqrt{7}}$$

$$(5) \frac{13}{5+2\sqrt{3}}, \frac{14}{8-5\sqrt{2}},$$

$$\frac{12}{7-3\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}$$

$$(6) \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$\frac{7-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}, \frac{9-5\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}}$$

$$(7) \frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}, \frac{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

$$\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, \frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$(8) \frac{a}{a+\sqrt{a}}, \frac{1}{a-\sqrt{b}}, \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}},$$

$$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}, \frac{a+b\sqrt{x}}{c+d\sqrt{x}}, \frac{a\sqrt{x}-b\sqrt{y}}{c\sqrt{x}-d\sqrt{y}}$$

$$(9) \frac{2}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}}, \frac{2y}{\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}},$$

$$\frac{a+x+\sqrt{a^2+x^2}}{a+x-\sqrt{a^2+x^2}}, \frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}$$

$$(10) \frac{1}{a\sqrt{1+b^2}+b\sqrt{1+a^2}}, \frac{a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-b^2}+\sqrt{1-a^2}},$$

$$\frac{\sqrt{(1+a)(1+b)}-\sqrt{(1-a)(1-b)}}{\sqrt{(1+a)(1+b)}+\sqrt{(1-a)(1-b)}}$$

$$(11) \frac{28}{3+\sqrt{2}+\sqrt{7}}, \frac{110}{4+\sqrt{5}+\sqrt{11}}, \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$$

$$(12) \sqrt{2}=1.4142, \sqrt{3}=1.7321,$$

$$\sqrt{5}=2.2361, \sqrt{6}=2.4495, \sqrt{7}=2.6458$$

を用ゐて次の数を小数二位迄計算せよ。

$$\sqrt{125}, \sqrt{32}, \sqrt{48}, \sqrt{175}$$

$$(13) \text{同上}$$

$$\sqrt{128}-\sqrt{50}, \sqrt{252}+\sqrt{63}, 5\sqrt{242}-2\sqrt{363}+\sqrt{192}$$

$$(14) \text{同上}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt{18}}, \frac{10}{3\sqrt{5}}, \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}},$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{21}}, \frac{5\sqrt{12}}{7\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{14}}{6\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{48}}{5\sqrt{112}} \div \frac{6\sqrt{84}}{\sqrt{392}}$$

(15) 同上

$$\frac{1}{3+\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{5}-2}{9-4\sqrt{5}}, \frac{5+2\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}, \frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}}$$

62. 一元二次方程式 五種の内A.

- (1) $3x^2-2=14+2x^2$, $7x^2=3x^2+9$, $7x^2-70=5x^2-20$
- (2) $8x^2+7=4x^2+27$, $8x^2-(x^2+2)=47$, $19x^2-3=2(7+x^2)$
- (3) $2x^2-(3+4x^2-3x^2+5)=4$,
 $x^3+x^2-2+x^3+2x^2-3=2x^3-7x^2-1$
- (4) $(x-3)(x+3)=16$, $(x-5)(x+5)=24$,
 $4(x+1)-4(x-1)=x^2-1$
- (5) $(x-2)^2=25$, $(x+5)^2=36$, $3(x-1)^2=27$, $5(x+3)^2=20$
- (6) $(3x-2)^2=1$, $(5x+4)^2=9$,
 $4(2x-3)^2=49$, $x^2+6x+9=64$
- (7) $\frac{2x^2-1}{3} - \frac{3x^2-2}{4} = \frac{5x^2-4}{6} - \frac{7x^2+6}{12}$,
 $\frac{3-4x^2}{5} - \frac{4+5x^2}{9} + \frac{7x^2+11}{15} = 0$

- (8) $\frac{2}{3x^2-15} = \frac{1}{5x^2-11}$, $\frac{17x^2-54}{x^2-3} = \frac{17x^2-87}{x^2-5}$,
 $\frac{8x^2+57}{12} + \frac{15-2x^2}{x^2+8} = \frac{2(x^2+2)}{3} + 4$
- (9) $x^2-a^2=l(2a+b)$, $\frac{x^2-a^2}{a^2+b^2} + \frac{x^2-b^2}{a^2-b^2} = 1$

63. 一元二次方程式 五種の内B.

- (1) $(x-2)(x-3)=0$, $(x-1)(x+5)=0$, $(x+4)(x+3)=0$
- (2) $x(x-1)=0$, $3x(x+2)=0$, $(2x-1)(x-2)=0$
- (3) $(3x+2)(5x-3)=0$, $(8x+3)(2x+1)=0$,
 $5(2x+7)(3x-10)=0$, $(2x-9)^2=0$
- (4) $x^2+3x+2=0$, $x^2+5x+4=0$, $x^2+7x+10=0$
- (5) $x^2+10x+21=0$, $x^2+11x+30=0$, $x^2+8x+16=0$
- (6) $x^2-5x+4=0$, $x^2-8x+15=0$, $x^2-13x+22=0$
- (7) $x^2-6x+8=0$, $x^2-9x+20=0$, $x^2-14x+49=0$
- (8) $x^2+4x-5=0$, $x^2+2x-35=0$, $x^2+6x-55=0$
- (9) $2x^2+3x+1=0$, $5x^2-12x+7=0$, $3x^2-11x+6=0$
- (10) $x^2-8x=0$, $3x^2+2x=0$, $5x^2-x=0$, $7x^2=0$
- (11) $x^2-4x=7x-28$, $x(x-1)=20$, $3x^2+3=x^2-5x$
- (12) $x(x-2)=3(x-2)$, $2x(x+1)=5(x+1)$, $4x^2=8x$

64. 二次方程式 五種の内C.

- (1) $x^2+5x+4=0$, $x^2+8x+15=0$, $x^2+14x+33=0$
 (2) $x^2+9x+18=0$, $x^2+4x+4=0$, $x^2+10x+25=0$
 (3) $x^2-3x+2=0$, $x^2-14x+13=0$, $x^2-7x+10=0$
 (4) $x^2-14x+48=0$, $x^2-14x+49=0$, $x^2-12x+36=0$
 (5) $x^2+x-6=0$, $x^2+3x-10=0$, $x^2+10x-39=0$
 (6) $x^2+2x-8=0$, $x^2+x-30=0$, $x^2+x-42=0$
 (7) $x^2-x-6=0$, $x^2-2x-15=0$, $x^2-8x-33=0$
 (8) $x^2-2x-8=0$, $x^2-x-20=0$, $x^2-6x-16=0$
 (9) $x^2-25=0$, $3x^2-12=0$, $2x^2-18=0$
 (10) $4x^2+x=0$, $x^2-3x=0$, $2x^2-16x=0$
 (11) $x+88=x(x-2)$, $x(22-x)=57$, $2(x+1)(x-1)=6$
 (12) $x^2+x-3=0$, $x^2-2x-4=0$, $x^2+7x-1=0$
 (13) $x^2-\sqrt{3}x-1=0$, $x^2+\sqrt{10}x+2=0$

65. 二次方程式 五種の内D.

- (1) $7x^2+8x+1=0$, $2x^2+7x+6=0$, $3x^2+8x+5=0$
 (2) $3x^2-10x+7=0$, $6x^2-7x+1=0$, $6x^2-23x+7=0$
 (3) $3x^2+5x-2=0$, $7x^2+4x-3=0$, $26x^2-35x-6=0$

- (4) $7x^2-6x-1=0$, $11x^2-4x-7=0$, $11x^2-21x-2=0$
 (5) $x^2-16x+64=0$, $4x^2+12x+9=0$, $25x^2-70x+49=0$
 (6) $2x^2-32=0$, $4x^2-9=0$, $3x^2+7x=0$
 (7) $2x^2+5x+1=0$, $3x^2-4x-5=0$, $5x^2+8x-2=0$
 (8) $2x^2-\sqrt{3}x-2=0$, $3x^2+\sqrt{2}x-1=0$,
 $\sqrt{2}x^2-6x+\sqrt{2}=0$
 (9) $9x(2x-3)=26$, $5=x(3x+14)$, $(2x+3)(x-2)=4x-8$
 (10) $(7+x)(9-x)+(7-x)(9+x)=76$,
 $(x-6)(x-5)+(x-7)(x-4)=10$
 (11) $x^2-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}$, $x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}=0$, $x^2-\frac{x}{3}=8$
 (12) $\frac{(x+1)(x-2)}{2}-\frac{(x-1)(x+3)}{3}+1=0$,
 $\frac{(2x-3)(5x-7)}{9}+14=(x-1)(2x-3)$

66. 二次方程式 五種の内E.

- (1) $3x^2+5ax-2a^2=0$
 $x^2-(2k+3l)c+6kl=0$, $2x^2-(2a+b)x+ab=0$
 (2) $x^2-4a^2=b(2x-b)$, $x^2-ax=0$, $(a-x)(x-b)+ab=0$
 (3) $ax^2-a^2x+a=x$, $abx^2-(a^2+b^2)x+ab=0$

- (4) $a^2(a-x)^2 = b^2(b-x)^2$, $(a-x)(b-x) = 2(a-b)^2$
 (5) $abx^2 - (a+b)x + 1 = 0$, $m^2x^2 - m(a-b)x - ab = 0$
 (6) $x^2 + 2ab(a^2 + b^2) = (a+b)^2x$, $(a^2 - b^2)(x^2 + 1) = 2(a^2 + b^2)x$

67. 一元二次方程式應用

- (1) 互に直交する二直線の各の上を毎秒夫々 3 厘及 4 厘の速度で進む二点がある。二直線の交点を此二点が同時に通過した時刻から何秒後に二点間の距離が 9 米となるか。
 (2) 或数がある。其数の平方と其数に 7 を足したる数の平方との和は 109 である、此数は何か。
 (3) 奥行が間口より 20 米大である矩形の土地がある、此土地の面積が 3 アールならば間口は幾米か。
 (4) 或商人が或品物を 24 圓で賣つて若干圓の損失をした、損失高の原價に對する歩合は丁度原價の x の数の百分の一に等しかつたとすると原價は幾圓であつたか。
 (5) 矩形の土地がある。奥行を 6 米間口を 4 米減すると元の面積の半分に當る正方形になる

- 筈である、此土地の間口及奥行は各幾米か。
 (6) 10 米の直線を二部に分け一方の上の正方形の面積の二倍が他の部分と全線との含む矩形の面積に等しくするには一部を幾米の長さにすべきであるか。
 (7) 三つの正の連続整数の二つ宛の積三つの和が 26 であるならば此等の三数は何か。
 (8) 二位数がある。一位の数字は十位の数字より 4 だけ大で二数字の積は十位の数字の平方の三倍よりは 6 だけ小である、此数は何か。
 (9) 基石が若干個ある。之を中空三列の方形に列べたるときの一側に於ける石の数は中實方形に列べたるときの一側の石数の二倍よりは 3 だけ大である、石の数は幾らか。
 (10) 或人一年毎に複利計算をする約束で金 200 圓を借りた。此人第一年の末に 124 圓を返へしたが第二年の終りには未だ 112 圓の借金が残つて居つたと云ふことである、年利率幾らの定めであつたか。
 (11) 或人金五千圓を年利率若干の定めで貸し付

け満一年の後其元利金を受取つたが其内から25圓を引去つて又同利率で貸付けた、此時から満一年後には借り手から元利合計5382圓を受取る筈であるとするとき年利率は幾らか。

- (12) 戦時中或物品は二回値上げせられた。第二回の値上げの割合は第一回の値上げの割合よりも一割少なかつたが平和克復後其物品は値を半減せられたにも拘らず其値段は戦前の値段よりも尙五割三分高かつた、二回の値上げの歩合は各幾らであつたか。

68. 分數方程式三種の内C.

$$(1) 2x + \frac{1}{x} = 3, \quad \frac{x+11}{x+3} = \frac{2x+1}{x+5}, \quad \frac{7x-5}{10x-3} = \frac{5x-3}{6x+1}$$

$$(2) \frac{5x-7}{9} + \frac{14}{2x-3} = x-1, \quad \frac{6x+4}{5} - \frac{15-2x}{x-3} = \frac{7(x-1)}{5}$$

$$(3) \frac{7-x}{11-2x} + \frac{4x-5}{3x-1} = 2, \quad \frac{5+x}{3-x} - \frac{8-3x}{x} = \frac{2x}{x-2}$$

$$(4) \frac{25+x}{9+x} = \frac{13+x}{47-x}, \quad \frac{x-2}{3x+14} = \frac{3(8-x)}{28-x},$$

$$\frac{21}{x} - \frac{10}{x-2} - \frac{4}{x-3} = 0$$

$$(5) \frac{5x-1}{9} + \frac{3x-1}{5} = \frac{2}{x} + x-1, \quad \frac{7}{2x-3} + \frac{5}{x-1} = 12$$

$$(6) \frac{x^3-10x^2+1}{x^2-6x+9} = x-3, \quad \frac{x^2-x+5}{x^2-4x+5} = \frac{x+3}{x-1}$$

$$(7) \frac{2x-3}{x-2} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{3x+11}{x+1}, \quad \frac{2x-1}{x-2} + \frac{3x+1}{x-3} = \frac{5x-14}{x-4}$$

$$(8) \frac{4}{x-1} + \frac{1}{x-4} = \frac{3}{x-2} + \frac{2}{x-3},$$

$$\frac{5}{7-x} - \frac{4}{6-x} = \frac{3}{5-x} - \frac{2}{4-x}$$

$$(9) \frac{1}{2x-5a} + \frac{5}{2x-a} = \frac{2}{a}, \quad \frac{5}{x+2b} + \frac{8}{x-b} = \frac{1}{b}$$

$$(10) \frac{a+x}{b+x} + \frac{b+x}{a+x} = \frac{5}{2}, \quad \frac{(a-x)^2}{(x-b)^2} = 8\frac{a-x}{x-b} - 15$$

69. 虚 數

- (1) 次の數を i と實數との積で表はせ(但し文字は皆正).

$$(A) \sqrt{-36}, \sqrt{-49}, \sqrt{-81}, \sqrt{-100}, \sqrt{-3}, \sqrt{-5}$$

$$(B) \sqrt{-8}, \sqrt{-12}, \sqrt{-48}, \sqrt{-96}$$

$$(C) 3\sqrt{-40}, 2\sqrt{-48}, 3\sqrt{-20}, 5\sqrt{-18}, -7\sqrt{-50}$$

$$(D) \sqrt{-a^2b}, \sqrt{-ax^4}, \sqrt{-9x^2y}, 2\sqrt{-8x^2y^3}$$

(2) 次の数を負数に根號を掛けたるもので表はせ。

$$2i, 3i, 7i, 13i, -11i, -5i, -4i, abi, -2xi$$

(3) 次の式を一項に纏めよ。

$$(4) 3i+7i-2i+i-5i, 5i-9i+2i-11i$$

$$(5) \sqrt{-4}+\sqrt{-9}-2\sqrt{-16}+5\sqrt{-25},$$

$$\sqrt{-8}+\sqrt{-32}-2\sqrt{-18}$$

(4) 次の積を簡単にせよ。

$$(1) 2i \times i, 5i \times i, 2i \times 3i, ai \times bi, 2i \times 7i \times ai$$

$$(2) \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}, \sqrt{-5} \cdot \sqrt{-5}, \sqrt{3} \sqrt{-3}, \sqrt{2} \times \sqrt{-8}$$

$$(3) \sqrt{-8} \cdot \sqrt{-12}, \sqrt{-5} \cdot \sqrt{-20}, \sqrt{3} \cdot \sqrt{-2}, \sqrt{15} \cdot \sqrt{-5}$$

$$(4) \sqrt{a^2} \sqrt{-b^2}, \sqrt{ax} \sqrt{-ax}, \sqrt{a} \cdot \sqrt{-b}, \sqrt{-x} \sqrt{-y}$$

(5) 次の積を簡単にせよ。

$$(1) (3+5i)(7+4i), (7-8i)(5+6i), (11-12i)(11-10i)$$

$$(2) (2-\sqrt{-25})(8+\sqrt{-9}),$$

$$(8-\sqrt{-81})(8-\sqrt{-49}), (2+\sqrt{-4})(3+\sqrt{-36})$$

$$(3) (5-2\sqrt{7}i)(6-2\sqrt{7}i),$$

$$(7+3\sqrt{8}i)(5+7\sqrt{2}i), (1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)$$

$$(4) (3+\sqrt{-8})(1-\sqrt{-50}),$$

$$(1+\sqrt{-18})(2+\sqrt{-2}), (3-\sqrt{-4})(2-\sqrt{-12})$$

$$(5) (3\sqrt{3}+2i\sqrt{2})(2\sqrt{3}-2\sqrt{2}i),$$

$$(2\sqrt{5}+5\sqrt{-2})(2\sqrt{5}-5\sqrt{-2})$$

$$(6) (1+i)^2, (3+2\sqrt{2}i)^2, (2-\sqrt{-5})^2, (1-2\sqrt{-3})^2$$

(6) 次の分數の分母を有理化せよ。

$$(1) \frac{2}{i}, \frac{1}{2i}, \frac{1}{1+2i}, \frac{1}{1-3i}, \frac{1}{1+\sqrt{3}i}, \frac{1}{1-\sqrt{2}i}$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{-4}}, \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{-3}}, \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}, \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{-10}}, \frac{\sqrt{-ax}}{\sqrt{-a}}$$

$$(3) \frac{4}{1+\sqrt{-3}}, \frac{64}{1-3\sqrt{-7}}, \frac{29}{4+7\sqrt{-5}}$$

$$(4) \frac{21}{4+3\sqrt{6}i}, \frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}i}, \frac{3}{\sqrt{2}+i}$$

(7) 次の方程式を解け。

$$(1) x^2+x+1=0, x^2-x+1=0, x^2-2x+4=0$$

$$(2) \frac{x}{4} - \frac{21-x}{4-x} = 1, \frac{ax+b}{bx+a} = \frac{mx-n}{nx-m}$$

(8) x の代りに $2 \pm \sqrt{-13}$ を入れて $x^2-4x+17$ の價を計算せよ。

(9) $\frac{-1 \pm 7i}{4}$ は $2x^2+x+5=0$ の根なることを證せよ。

70. 複二次方程式

- (1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$, $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- (2) $x^4 - 21x^2 = 100$, $(x^2 - 10)(x^2 - 3) = 78$
- (3) $(x^2 - 5)^2 + (x^2 - 1)^2 = 40$, $10x^2 - \frac{21}{x^2} = 1$
- (4) $6\left(x^2 - \frac{5}{x^2}\right) = 11 + \frac{5}{x^2}$, $16\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 257$
- (5) $x^4 + a^2b^2 = (a^2 + b^2)x^2$, $a^4 + b^4 + x^4 = 2a^2b^2 + 2a^2x^2 + 2b^2x^2$
- (6) $(x-2)^4 - 50(x-2)^2 + 49 = 0$,
 $x^2(x+3)^2 - 16x(x+3) - 36 = 0$
- (7) $(2x^2 - 3x + 1)^2 = 11(2x^2 - 3x) + 1$,
 $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x-2)(x-3) = 1$
- (8) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 24$,
 $x(x+2)(x+4)(x+6) = 1920$
- (9) $(x-1)(3-x)(5-x)(7-x) = 15$,
 $(1-x)(2+x)(4-x)(7-x) = 80$
- (10) $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$, $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$
- (11) $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$

71. 剰余の定理應用

- (1) $f(x) \equiv x^3 - 2x + 3$ なるとき $f(2), f(1), f(0)$ の値を求めよ。

- (2) $f(x) \equiv x^3 - 3x^2 + 2x + 10$ なるとき $f(-1), f(-3), f(5)$ の値を求めよ。
- (3) $f(n) \equiv \frac{n(n+1)}{2}$ なるとき $f(n) - f(n-1)$ を計算せよ。
- (4) 次の式を $x-3, x+1, x+4, x-2$ の各式で割つたときの剰余を書け。 $x^4 + 5x^3 - 2x + 3$
- (5) $x^{26} - 13x + 12$ は $x-1$ では割り切れるが $x+1$ では割切れないことを示せ。
- (6) $x^4 + 28x + 3$ は $x+3$ で整除し得ることを示せ。
- (7) $x^3 - 7ax^2 + 7a^2x - a^3$ は $x-a$ で整除し得ることを示せ。
- (8) $x^3 - 3bx^2 - 3b^2x + 14b^3$ は $x+2b$ で整除し得ることを示せ。
- (9) $3x^4 + 7x^3 - 9x^2 - 7x + 6$ は $x^2 + 2x - 3$ で整除し得ることを示せ。
- (10) $x^3 - 2ax + 8$ が $x-2$ で整除し得る爲めには a の値は何であることを要するか。
- (11) p 及 q が或價を探るとき $2x^3 - px^2 - qx + 6$ は $x^2 - x - 2$ で整除することが出来る、其價は何か。
- (12) $x^3 + 2x^2 + 3x + p$ と $x^3 + px^2 + 8$ とが $x-2$ で除したるとき同一の剰余を與へるとすると p の價は

何か。

(13) 次の各式を平方を完成する方法及び方程式の解法を利用する方法の二方法で因数に分解せよ。

(4) $x^2 - 25x + 156, x^2 - 48x - 2128$

(□) $2x^2 - 105x - 162, 35x^2 + 58x + 24$

(ハ) $x^2 - 2, x^2 - \sqrt{5}x - 30, 2x^2 + 7x + 1$

(ニ) $x^2 + 3, x^2 + 25, 3x^2 - 4x + 7$

72. 高次方程式

(1) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0, x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

(2) $x^3 + 7x^2 + 7x - 15 = 0, x^3 - 3x - 2 = 0, x^4 - 3x^2 + 2x = 0$

(3) $x^3 - 1 = 0, x^3 + 1 = 0, x^3 - 125 = 0, x^3 + 7 = 0$

(4) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0, x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

(5) $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0, 2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$

(6) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0, 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$

(7) $(5-x)^4 + (2-x)^4 = 17, x^4 + (3-x)^4 = 5^4$

(8) $x^4 + x^2 + 1 = 0, x^4 + 5x^2 + 9 = 0, x^4 + 4x^2 + 16 = 0$

(9) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 1 \times 2 \times 3 \times 4,$

$$x(x+2)(x+4)(x+6) = 2 \times 4 \times 6 \times 8$$

73. 二次聯立方程式三種の内A.

(1)
$$\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 = 22 \\ 3x^2 - 5y^2 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 6 \\ 3x^2 - 2y^2 = 19 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x^2 - \frac{2}{y^2} = 10 \\ 2x^2 - \frac{3}{y^2} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 5 \\ \frac{1}{x^2} + \frac{2}{y^2} = 5 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=2 \\ xy=35 \end{cases} \quad \begin{cases} x+3y=13 \\ xy=12 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-y=11 \\ xy=21 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ x = 3y \end{cases} \quad \begin{cases} 5x^2 + y = 3xy \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

(5)
$$\begin{cases} x^2 - 3y = 16 \\ x = y + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - 3y^2 = 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2xy - 3 = 0 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

(6)
$$\begin{cases} x^2 + 2xy - y^2 = 7x - 7y \\ 2x - y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2 - 4y = 5x - 2y^2 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

(7)
$$\begin{cases} \frac{2}{x^2} - \frac{3}{xy} - \frac{2}{y^2} = 12 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 4 \end{cases}$$

(8)
$$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=2a \\ x^2+y^2=2a^2+2b^2 \end{cases}$$

(9)
$$\begin{cases} 7(x+5)^2 - 9(y+4)^2 = 118 \\ x-y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)(x-2y)=7 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} \frac{3x-2}{y+5} + \frac{y}{x} = 2 \\ x-y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2x-5}{x-2} + \frac{2y-3}{y-1} = 2 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$$

$$(11) \begin{cases} x+xy=35 \\ y+xy=32 \end{cases} \quad \begin{cases} x(y-1)=10 \\ y(x-1)=12 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+3=2xy \\ xy=2x-y+9 \end{cases}$$

$$(12) \begin{cases} x^2+y^2=130 \\ \frac{x+y}{x-y}=8 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+1}{y+1}=2 \\ \frac{x^2+1}{y^2+1}=5 \end{cases}$$

74. 二次聯立方程式 三種の内B.

- (1) $\begin{cases} 3x^2-5y^2=7 \\ 3xy-4y^2=2 \end{cases} \quad \begin{cases} 8xy-13y^2=3 \\ 13x^2-21xy=10 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2+xy=7 \\ 3xy+y^2=18 \end{cases}$
- (2) $\begin{cases} x^2-2xy=24 \\ xy-2y^2=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-9y^2=64 \\ xy+3y^2=32 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+xy=10 \\ y^2+xy=15 \end{cases}$
- (3) $\begin{cases} x^2+y^2=130 \\ xy=63 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+xy+y^2=7 \\ x^2-xy+y^2=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-xy+y^2=39 \\ 2x^2-3xy+2y^2=43 \end{cases}$
- (4) $\begin{cases} x^2-xy+y^2=37 \\ x^2-y^2=40 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)^2=3x^2-2 \\ (x-y)^2=3y^2-11 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-y^2=40 \\ xy=21 \end{cases}$
- (5) $\begin{cases} 2x^2-3xy=9(x-2y) \\ x^2-3y^2=6(x-2y) \end{cases} \quad \begin{cases} (x+2y)(x+3y)=3(x+y) \\ (2x+y)(3x+y)=28(x+y) \end{cases}$
- (6) $\begin{cases} (5x-7y)^2=49(x-y) \\ (3x-5y)^2=9(x-y) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+y^2-5(x+y)=8 \\ x^2+y^2-3(x+y)=28 \end{cases}$

$$(7) \begin{cases} 3x^2-8xy+4y^2=0, & x^2+y^2=2xy=x+y \\ x^2+y^2+13(x-y)=0 \end{cases}$$

75. 二元聯立方程式 三種の内C.

實根ばかりを求めよ。

- (1) $\begin{cases} (x+4)(y-3)=0 \\ (x+7)(y-7)=0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-4)(y+5)=0 \\ (x+2)(y-3)=0 \end{cases}$
- (2) $\begin{cases} 4x^2-9y^2=0 \\ 4x^2+y^2=8(x+y) \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2-3xy+5y-6=0 \\ (x-2)(y-1)=0 \end{cases}$
- $\begin{cases} 3x^2-2y^2=6(x-y) \\ xy=0 \end{cases}$
- (3) $\begin{cases} (x+y)^2-4(x+y)=45 \\ (x-y)^2-2(x-y)=3 \end{cases} \quad \begin{cases} (2x-y)^2-12(2x-y)=189 \\ x^2-4xy+4y^2-3x+6y=54 \end{cases}$
- (4) $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12} \\ x^2-y^2=28 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-xy+y^2=13(x-y) \\ xy=12 \end{cases}$
- (5) $\begin{cases} x^2+y^2-2(x-y)=38 \\ xy+3(x-y)=25 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+y^2+x-y=12 \\ 2xy=3(x-y) \end{cases}$
- (6) $\begin{cases} x^2+y^2-12=x+y \\ xy=2(x+y)-8 \end{cases}, \quad \begin{cases} x^2+y^2=10xy-5(x+y)=5(xy-1) \end{cases}$
- (7) $\begin{cases} 2x+2y=3xy \\ 4x^2+4y^2=5x^2y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-5y^2-3x-y+22=0 \\ (x-3)(y-2)=y^2-3y+2 \end{cases}$

$$(8) \begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 + 27y^3 = 280 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 19 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 741 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 37 \\ x^3 - y^3 = 37 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 - 2xy + y^2 = 31 \\ 8x^3 + y^3 = 217 \end{cases}$$

$$(11) \begin{cases} x^3 - y^3 = 243 \\ xy(y - x) = 162 \end{cases} \quad \begin{cases} x^3 + y^3 = 152 \\ x^2y + xy^2 = 120 \end{cases}$$

$$(12) \begin{cases} x^3 + xy^2 = 39 \\ y^3 + x^2y = 26 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2y = 45 \\ xy^2 = 75 \end{cases}$$

76. 三元以上高次方程式

實根のみを求めよ。

- (1) $x + y = 5z, x - y = 2z, x^3 + y^3 = 185z$
 (2) $x + y = 2z, x^2 + y^2 = 5z, x^3 + y^3 = 7z^2$
 (3) $x^2yz = 6, xy^2z = 12, xyz^2 = 18$
 (4) $xy^2z^2 = -72, x^2yz^2 = 72, x^2y^2z = 48$
 (5) $yz + zx = 16, zx + xy = 25, xy + yz = -39$
 (6) $(x + y)(y + z) = 10, (y + z)(z + x) = 15, (z + x)(x + y) = 6$
 (7) $x^2 + xy + xz = 48, xy + y^2 + yz = 12, xz + yz + z^2 = 84$
 (8) $(x + y - z)(x + y + z) = -8, (x - y + z)(x + y + z) = 24$

$$(-x + y + z)(x + y + z) = 0$$

$$(9) (y + z)(x + y + z) = -2,$$

$$(z + x)(x + y + z) = 8, (x + y)(x + y + z) = 2$$

$$(10) 2x - 4y + z = 0, x + y - 4z = 0,$$

$$(x + 1)(z + 1) = (y - 1)(y + 6)$$

$$(11) x + y + z = 1, x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^3 + y^3 + z^3 = 1$$

$$(12) 2x^2 + y^2 - yz + z^2 = 9,$$

$$2y^2 + z^2 - zx + x^2 = 6, 2z^2 + x^2 - xy + y^2 = 3$$

$$(13) x + y = 7, u + v = 3, x + u^2 = 8, y + v^2 = 4$$

$$(14) xy = 24, uv = 6, x + u = 14, y + v = 4$$

77. 二項根数の平方根

- (1) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}, \sqrt{8 + 2\sqrt{7}},$
 $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}}, \sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$
 (2) $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}, \sqrt{7 - 2\sqrt{6}},$
 $\sqrt{11 + \sqrt{40}}, \sqrt{13 - \sqrt{88}}$
 (3) $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}, \sqrt{7 - 4\sqrt{3}},$
 $\sqrt{8 - 4\sqrt{3}}, \sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$
 (4) $\sqrt{11 - 4\sqrt{6}}, \sqrt{11 + 6\sqrt{2}},$

- (5) $\sqrt{3+\sqrt{5}}$, $\sqrt{13-4\sqrt{10}}$, $\sqrt{13+4\sqrt{3}}$, $\sqrt{4+\sqrt{15}}$, $\sqrt{4-\sqrt{7}}$, $\sqrt{5-\sqrt{21}}$
- (6) $\sqrt{6-\sqrt{27}}$, $\sqrt{7+3\sqrt{5}}$, $\sqrt{6-\sqrt{35}}$, $\sqrt{13+\sqrt{153}}$
- (7) $\sqrt{\sqrt{27}-2\sqrt{6}}$, $\sqrt{\sqrt{32}+\sqrt{24}}$, $\sqrt{5\sqrt{5}-\sqrt{120}}$, $\sqrt{6\sqrt{3}+\sqrt{96}}$
- (8) $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ 但し $a>b>0$
- (9) $\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-9y^2}}$ 但し $x+3y>0$, $x-3y>0$
- (10) $\sqrt{2a+b+2\sqrt{2ab}}$ 但し $a>0$, $b>0$
- (11) $\sqrt{3x-2+2\sqrt{2x^2-3x+1}}$ 但し $x>1$
- (12) 次の各式を簡単にせよ。

$$(1) \sqrt{8}-\sqrt{3-\sqrt{8}},$$

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{18}+\sqrt{12}-\sqrt{5-2\sqrt{6}}$$

$$(2) \sqrt{11-2\sqrt{30}}-\sqrt{9-2\sqrt{20}}-\sqrt{9-6\sqrt{2}}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{2}+\sqrt{38-12\sqrt{10}}}, \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{50+8\sqrt{6}}-4\sqrt{3}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{17+6\sqrt{8}}+2\sqrt{6-4\sqrt{2}}}{\sqrt{16+2\sqrt{55}}-\sqrt{9+\sqrt{80}}}$$

(13) 次の数を小数二位迄計算せよ。

$$\frac{\sqrt{28-6\sqrt{3}}}{2-\sqrt{3}}, \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{49-20\sqrt{6}}}$$

78. 無理方程式二種の内A.

- (1) $\sqrt{x}=3$, $\sqrt{x}+5=7$,
 $\sqrt{x}=-5$, $\sqrt{3x-1}=5$, $\sqrt{\frac{1}{2}x-3}=2$
- (2) $\sqrt{3x-5}+4=5$, $5-3\sqrt{2x-1}=2$, $10-3\sqrt{\frac{1}{3}x+1}=4$
- (3) $\sqrt{3x-7}=\sqrt{4x-9}$, $2\sqrt{x-7}=\sqrt{3x-17}$
- (4) $5\sqrt{x-7}=3\sqrt{x-1}$, $7\sqrt{3x-1}=5\sqrt{3x+5}$,
 $\frac{2}{3}(7\sqrt{x}+5)-5=\frac{3}{2}(3\sqrt{x}-1)$
- (5) $\frac{7}{\sqrt{x}}+\frac{5}{3}=\frac{6}{\sqrt{x}}+2$, $\frac{5+\sqrt{x}}{5-\sqrt{x}}=4$
- (6) $\frac{2\sqrt{x}+\sqrt{3}}{3\sqrt{x}+\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$, $17-4\sqrt{\frac{3x+5}{x-7}}=1$
- (7) $7+\sqrt{x^2-11x+4}=x$, $8+\sqrt{(x-10)(x-5)}=x$,

$$\sqrt{(x+1)(x+6)}-x=3$$

$$(8) \sqrt{13+4\sqrt{x-1}}=5, \sqrt{37-7\sqrt{5x+4}}=4$$

$$(9) \sqrt{6x+4+\sqrt{x^4+10x^2+3x+10}}=x+3,$$

$$\sqrt{10x+32+\sqrt{x^4-14x^2+5x-1}}=x+5$$

$$(10) \sqrt{2x}+\sqrt{3x}=1, \sqrt{x}+\sqrt{3x}=2, 2\sqrt{x}-\sqrt{2x}=2+\sqrt{2}$$

$$(11) \sqrt{x+2}=\frac{x-1}{\sqrt{x-3}}, \sqrt{2x-1}=\frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-10}}$$

$$(12) \sqrt{x+9}-\sqrt{x}=1,$$

$$\sqrt{4x-3}+2\sqrt{x}=3, \sqrt{x+6}+\sqrt{x-3}=9$$

$$(13) \sqrt{2(x+1)}+\sqrt{2x+15}=13, \sqrt{3x-5}+\sqrt{3x+12}=17$$

$$(14) \sqrt{x+60}=2\sqrt{x+5}+\sqrt{x}, \sqrt{4x+9}-\sqrt{x-1}=\sqrt{x+6}$$

$$(15) \sqrt{x-7}+\sqrt{x-2}-\sqrt{x-10}=\sqrt{x+5},$$

$$\sqrt{x-9}+\sqrt{x+12}=\sqrt{x-4}+\sqrt{x+3}$$

$$(16) \sqrt[3]{x}=2, \sqrt[3]{x}=3, \sqrt[3]{7x-6}+6=10$$

$$(17) \sqrt[3]{5x-7}=\sqrt[3]{4x+3}, -4\sqrt[3]{8-5x}=3\sqrt[3]{9x+1}$$

$$(18) \begin{cases} x=1+\sqrt{y} \\ y=4-3x+x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=6 \\ 3\sqrt{x}-4\sqrt{y}=1 \end{cases}$$

$$(19) \begin{cases} 2\sqrt{x+5}-3\sqrt{y-2}=3 \\ 3\sqrt{x+5}+4\sqrt{y-2}=5 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x-3}}+\frac{9}{\sqrt{y+3}}=4 \\ \frac{8}{\sqrt{x-3}}-\frac{3}{\sqrt{y+3}}=1 \end{cases}$$

79. 無理方程式二種の内B.

$$(1) \sqrt{13+x}+\sqrt{13-x}=6, 2\sqrt{5+2x}-\sqrt{13-6x}=\sqrt{37-6x}$$

$$(2) 3x-7\sqrt{x}+2=0, \sqrt{x+5}=x-1, x+\sqrt{x+3}=4x-1$$

$$(3) 3x-4\sqrt{x-7}=2(x+2), x-10=\frac{2}{3}(x-1)-\sqrt{2x-1}$$

$$(4) \sqrt{x+3}+\sqrt{2x-3}=6, \sqrt{4x-3}-\sqrt{x-4}=4$$

$$(5) \sqrt{5x-1}-\sqrt{8-2x}=\sqrt{x-1},$$

$$\sqrt{4x-3}+\sqrt{5x+1}=\sqrt{15x+4}$$

$$(6) \sqrt{x+7}-\sqrt{5(x-2)}=3, \sqrt{2x+1}-2\sqrt{2x+3}=1$$

$$(7) x^2+5=8x+2\sqrt{x^2-8x+40}, 2x^2+3\sqrt{x^2-x+1}=2x+3$$

$$(8) x^2-\sqrt{2x^2+6x+1}=1-3x,$$

$$x^2-2x-11+6\sqrt{x^2-2x+5}=0$$

$$(9) \sqrt{x-2}+\sqrt{x}=\sqrt{x-1}, 9x+4\sqrt{x^2-3x+5}=11-3x$$

$$(10) \frac{1}{1+\sqrt{1-x}}+\frac{1}{1-\sqrt{1-x}}=\frac{2x}{9},$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{5x-24} = \frac{12}{\sqrt{x+4}}$$

$$(11) \sqrt[3]{76+x} + \sqrt[3]{76-x} = 8, \quad \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2-x} = 2$$

$$(12) \begin{cases} \sqrt{x-5} + \sqrt{y+2} = 5 \\ x+y=16 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{5-3x+x^2} + \sqrt{5-3y+y^2} = 6 \\ x+y=3 \end{cases}$$

80. 不 等 式

(1)乃至(13)の解は x 軸上如何なる部分にあるかを示すことにせよ。

$$(1) 3x > x+8, \quad 4x < x+9, \quad 2x > 5x-6$$

$$(2) x < 3x-3, \quad 4x > 5x+2, \quad 7x < 5+10x$$

$$(3) 2x < 6-x, \quad 3x+4 > x+10, \quad 2x-12 > 108-2x$$

$$(4) 2(x+5) + 5(x-4) < 32, \quad 4(1+x) + 3(2+x) > 17$$

$$(5) 19(1+x) < 16x-11, \quad 6 - \{2x - (3x-4) - 1\} > 0$$

$$(6) \frac{7x+2}{5} > \frac{4x-1}{2}, \quad \frac{7x-4}{15} + \frac{x-1}{3} < \frac{3x-1}{5} - \frac{7+x}{10}$$

$$(7) (x-5)^2 - 4(3-x) > 8x + (x+2)^2$$

(8) 次の聯立不等式を解け。

$$(4) \begin{cases} x > 2 \\ x > 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x > -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -3 \\ x > -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -2\frac{1}{3} \\ x > -3 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4 \\ x < -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1 \\ x < -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x < -2 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 4 \\ x < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2 \\ x > +1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} 3x > 2x+5 \\ 3(x-2) > 2(x-3) \end{cases} \quad \begin{cases} 6-4x < 9-x \\ 3x+7 > x+20 \end{cases} \quad \begin{cases} 4-3x < 10-x \\ 2x+7 < 5x+8 \end{cases}$$

$$(9) x^2 - 12x + 27 < 0, \quad 5x^2 - 4x - 1 > 0$$

$$(10) 4x - 3 < 2x - x^2, \quad 4x + 3 < x^2 + 2x$$

$$(11) x^2 + 4x + 1 < 0, \quad x^2 - 2x - 2 > 0$$

$$(12) 2x^2 - x + 1 < 0, \quad 3x^2 - 2x + 2 > 0$$

$$(13) \frac{3x^2+7}{x-1} > 3x+11, \quad \frac{1}{x-3} < \frac{1}{2}$$

(14) 次の式は常に正なることを証明せよ。

$$x^2+x+1, \quad x^2-x+1, \quad 2x^2+4x+3$$

(15) 次の式は常に負なることを証明せよ。

$$-x^2+x-1, \quad 2-6x-5x^2$$

(16) 次の聯立不等式を解け。

$$(4) \begin{cases} x+2y > 2 \\ 2x+3y > 7 \end{cases} \quad (5) \begin{cases} 2x+y > 23 \\ 4x-y > 19 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} 3x+2y > 13 \\ 3x-2y < 5 \end{cases} \quad (7) \begin{cases} x < 3y-2 \\ 9y < 4x-7 \end{cases}$$

81. 根の種類

(1) 次の方程式中有理数を根とするものを指摘せよ。

(1) $11x^2 - 20x - 7 = 0$ (ロ) $13x^2 + 24x - 45 = 0$

(ハ) $x^2 - 31x + 27 = 0$ (ニ) $x^2 + 89x + 1224 = 0$

(2) 次の方程式の根は虚数か実数(異なる)か又は等根の何れを持つかを試せ。

(1) $5x^2 - 3x - 2 = 0$ (ロ) $2x^2 + x + 28 = 0$

(ハ) $2 - 5x^2 + 23x = 0$ (ニ) $9x^2 - 66x + 121 = 0$

(3) $x^2 + 3x + k = 0$ は k の値に依り虚根実根(相異なる)又は等根を有するものである、 k の如何なる値のとき此等三種の區別が生ずるかを答へよ。

(4) $k^2x^2 + 2(k+1)x + 4 = 0$ が等根を有するとすると k の値は何か。

(5) $9x^2 - bx - x + 1 = 0$ が等根を有する爲めには b の値は何でなければならぬか。

(6) $ax^2 + bx + c = 0$ に於て a, b は共に正である。若し c が負ならば此方程式の根は必ず実数である、何故か。

(7) a, b が実数ならば $2ax^2 + 2(a+b)x + ab = 0$ の根は常に実数である、何故か。

(8) $(k-1)x^2 - 6kx + k - 2 = 0$ の根は k が如何なる実数でも常に虚根より有することは出来ない、何故か。

(9) k が有理数ならば $6x^2 + (k-5)x - 2k^2 - k + 1 = 0$ は常に有理数を根とする筈である、何故か。

(10) a, b が有理数ならば $(a^2 - b^2)x^2 + 2(a^2 + b^2)x + a^2 - b^2 = 0$ は常に有理根を有する筈である、何故か。

(11) a が実数ならば $(2a+3)x^2 - 8ax + (2a-3) = 0$ は常に実根を有する筈である、何故か。

(12) a, b が実数ならば $x^2 - 2ax + a^2 + 4b^2 = 0$ は常に虚根を有する筈である、何故か。

(13) 次の方程式は皆実根を有するものである。根の符號及び若し異符號ならば正負何れの根が絶対値大であるか係数のみを見て答へよ。

(1) $x^2 - 19x + 20 = 0$ (ロ) $x^2 + 31x + 13 = 0$

(ハ) $x^2 - 37x - 68 = 0$ (ニ) $x^2 + 30x - 100 = 0$

82. 二次方程式の根と係数との関係

(1) 次の方程式の二根の和及び積を答へよ。

(4) $x^2 - 3x + 2 = 0$, $x^2 - 5x - 4 = 0$,

$x^2 + 2x = 1 - 5x$,

(5) $2x^2 - 3x = 1$, $3x^2 + 10 = 6x$, $x^2 = 6 - 2x$

(6) $4x^2 + 10x = 4 - x^2$, $7x^2 + 3x + 2 = 0$

(7) $3x^2 - 5x = 0$, $5x^2 - 8 = 0$, $2x^2 + 5 = 0$

(8) $x^2 - (a+b)x + ab = 0$, $(a-b)x^2 + 2ax - a + b = 0$

(2) 次の各組の数を根とする二次方程式を作れ。

(4) $(1, 2)$, $(-2, -3)$, $(3, -2)$, $(-5, 2)$, $(0, 3)$, $(-1, 0)$

(5) $(\frac{1}{2}, 3)$, $(-\frac{2}{3}, 4)$,

$(\frac{1}{2}, -\frac{5}{3})$, $(-\frac{5}{3}, -\frac{7}{4})$, $(-\frac{3}{4}, 0)$

(6) $(3a, 2a)$, $(-\frac{1}{3}a, \frac{1}{5}a)$, $(2a, -7b)$, $(-\frac{1}{2}a, -\frac{3}{5}b)$

(7) $(a+b, a-b)$, $(\frac{a-b}{a+b}, -\frac{a+b}{a-b})$, $(-\frac{b}{2a}, -\frac{3b}{a})$

(8) $(3+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2})$, $(-1+\sqrt{5}, -1-\sqrt{5})$,

$(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2})$, $(\frac{7+\sqrt{85}}{6}, \frac{7-\sqrt{85}}{6})$

(9) $(2i, -2i)$, $(3+5i, 3-5i)$,

$(2+\sqrt{3}i, 2-\sqrt{3}i)$, $(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{1-\sqrt{3}i}{2})$

(3) 次の方程式の根を α, β とするとき $\alpha^2 + \beta^2$, $\alpha^3 + \beta^3$, $\alpha^4 + \beta^4$ の値を求めよ。

(4) $x^2 - 5x + 3 = 0$

(5) $3x^2 + 7x - 2 = 0$

(4) $x^2 + 4x - 3 = 0$ 及び $2x^2 - 3x - 1 = 0$ の根を α, β とするとき次の式の値を求めよ。

(4) $(\alpha - \beta)^2$

(5) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$

(6) $\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta}$

(7) $(\alpha + \frac{2}{\beta})(\beta + \frac{2}{\alpha})$

(5) $x^2 + 5x + 3 = 0$ の二根を α, β とするとき次の二根を有す二次方程式を作れ。

(4) $(\alpha - 3, \beta - 3)$

(5) $(\alpha + 2, \beta + 2)$

(6) $(5\alpha, 5\beta)$

(7) $(-2\alpha, -2\beta)$

(8) $(\alpha - \beta, \beta - \alpha)$

(9) $(\alpha + 3\beta, \beta + 3\alpha)$

(10) $(5 - 2\alpha + 3\beta, 5 - 2\beta + 3\alpha)$ (11) $(\frac{3}{\alpha}, \frac{3}{\beta})$

(12) $(\frac{1}{\alpha+1}, \frac{1}{\beta+1})$

(13) $(\frac{3\alpha+\beta}{\alpha+2\beta}, \frac{3\beta+\alpha}{\beta+2\alpha})$

(14) $(\alpha^2 - 2\alpha + 3, \beta^2 - 2\beta + 3)$ (15) $(\frac{\beta}{\alpha^2}, \frac{\alpha}{\beta^2})$

- (6) $2x^2+3x+k=0$ の一根が他の根の逆数であるには k は如何なる値であることを要するか。
- (7) $ax^2+bx+c=0$ の一根が他根の逆数である条件を求めよ。
- (8) k が如何なる値のとき $3x^2-2kx+4=0$ の一根が他根の3倍であるか。
- (9) $x^2+px+q=0$ の一根が他根の h 倍である条件を求めよ。
- (10) $(k+1)x^2-7x-18=0$ の一根が他根に11を加へたるものであるならば k の値は何か。
- (11) $x^2+px+q=0$ の一根が他根に k を加へたるものに等しき爲めの条件を求めよ。
- (12) $ax^2+bx+c=0$ の二根が絶対値等しく符號反對である条件を求めよ。
- (13) $x^2-5x+2k-4=0$ の一根が他の根の4倍から5を引いたものに等しとすると k の値は何か。
- (14) $ax^2+bx+c=0$ の一根が他根の p 倍に q を加へたるものに等しき爲めの条件を求めよ。

83. 大極及び小極

- (1) 次の式の大極及び小極并に其時の値を求めよ。
- (4) x^2-4x+2 , x^2-6x+8 , x^2-x+2
- (□) $4x^2+8x+3$, $9x^2-12x+2$, $2x^2-3x-1$
- (2) 全上
- (4) $-x^2-2x+1$, $8x+20-x^2$, $3x-x^2-2$
- (□) $10x-3-3x^2$, $12x-4-5x^2$, $2x-x^2-7$

84. 二次のグラフ

- (1) x^2 のグラフを書け。但し縦線の單位は横線の單位の四分の一に採れ。
- (2) 前題のグラフを利用して3.5の平方及び130の平方根の近似數を求めよ。
- (3) (1)に於けるグラフと一次式のグラフとを利用して次の方程式の根の近似價を求めよ。
- (4) $x^2-8x-33=0$ (□) $x^2-3x+2=0$
- (ハ) $x^2+5x-14=0$ (ニ) $x^2+4x+3=0$
- (ホ) $5x^2-7x+2=0$ (ヘ) $3x^2+13x-30=0$

(ト) $2x^2 - x - 1 = 0$

(チ) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

(リ) $x^2 - 2x + 4 = 0$

(ヌ) $2x^2 + 5x + 4 = 0$

(4) 次の式のグラフを描き之に依りて x の値が如何なるときに零となり又は大極小極となるか及大極値并に小極値の近似数を求めよ。

(イ) $2x^2 - 3x - 20$

(ロ) $x^2 - 2x + 1$

(ハ) $x^2 + x + 2$

(ニ) $-3x^2 + 2x + 16$

(ホ) $-4x^2 - 4x - 1$

(ヘ) $-x^2 + 2x - 3$

(5) 二次式のグラフは x 軸に垂直なる一つの直線を対称軸とする拋物線 (x^2 のグラフ即ち平方曲線に似たる形状を常になすものである。但し若し x^2 の係数が正ならば谷形前問(イ)(ロ)(ハ)) で負ならば山形前問(ニ)(ホ)(ヘ)) である。

x 軸を切る場所、大極小極、大極値小極値の如き重要なる點は先づ計算に依つて求め其外に、グラフ上の一二點を求めることに依つて二次式のグラフは大體描くことが出来る、此方法で次の各不等式の左邊のグラフを描き之に依つて不等式を解き前に挙げたる不等式の問題中の(9)乃至(12)の結果と比較せよ。

(イ) $x^2 - 12x + 27 < 0$

(ロ) $5x^2 - 4x - 1 > 0$

(ハ) $-x^2 - 2x + 3 > 0$

(ニ) $-x^2 + 2x + 3 < 0$

(ホ) $x^2 + 4x + 1 < 0$

(ヘ) $-x^2 + 2x + 2 < 0$

(ト) $2x^2 - x + 1 < 0$

(チ) $-3x^2 + 2x - 2 < 0$

(6) 一次のグラフと二次のグラフとを利用して次の各不等式を解け。

(イ) $\begin{cases} 1 + \frac{1}{3}x > 0 \\ x^2 - 3x - 40 < 0 \end{cases}$

(ロ) $\begin{cases} 1 + \frac{1}{3}x < 0 \\ x^2 - 3x - 40 < 0 \end{cases}$

(ハ) $\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x < 0 \\ -x^2 - 2x + 8 < 0 \end{cases}$

(ニ) $\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x > 0 \\ -x^2 - 2x + 8 > 0 \end{cases}$

(ホ) $\begin{cases} x^2 - x - 20 < 0 \\ -x^2 + 8x + 20 > 0 \end{cases}$

(ヘ) $\begin{cases} x^2 - x - 20 > 0 \\ -x^2 + 8x + 20 > 0 \end{cases}$

(7) $xy = 15$ を満足する x, y の組を何れも點の坐標と見て其グラフを作れ。

$xy = a$ のグラフは常に x 軸と y 軸とを漸近線とする双曲線となるものである。

$xy = 15, 2x - y = 1$ をグラフで解け。

(8) $x^2 + y^2 = 74$ のグラフを作れ。

$x^2 + y^2 = r^2$ のグラフは常に x 軸と y 軸との交

点を中心とし r を半径とする円である。

(4) $x^2 + y^2 = 74$, $xy = 35$ をグラフで解け。

(□) $x^2 + y^2 = 74$, $x - y = 2$ をグラフで解け。

(9) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 2$ のグラフを作れ。

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ のグラフは a 及 b を長短半径と

する楕円である。

次の聯立方程式をグラフで解け。

(4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 2$ $x^2 + y^2 = 74$

(□) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 2$ $xy = 35$

(△) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 2$ $y - x = 2$

(10) $3x + 2y = 13$ のグラフを描き $3x + 2y > 13$ を満足する諸点は如何なる區分にあるかを考へよ。

(11) 前題と同様にして $3x - 2y > 5$ を満足する諸点がある區分を考へ前題の結果と結合して次の聯立不等式を満足する諸点がある區別を示せ。

$$3x + 2y > 13,$$

$$3x - 2y > 5$$

85. 分數方程式應用 二種の内B.

- (1) 63里を行くに若し豫定より毎日二里餘計に歩く時は豫定の日數より二日早く先方に着く筈であるとする。豫定の行程は毎日幾里宛か。
- (2) 甲乙二人の職工がある。或仕事を各一人で仕上げるとすると乙は甲より16日餘計掛る筈である、今此仕事を甲乙兩人協力してするとき15日に仕上がるものとする。甲一人ならば幾日に仕上げ得ることとなるか。
- (3) 正の整數がある。之に10を足すときは此整數の逆數に75を乗じたるものになるとする。此數は何か。
- (4) 甲乙二つの正の整數がある。甲は乙の3倍であつて各に1を足したものの逆數の和は $\frac{7}{20}$ である、二數は何か。
- (5) 私は鉛筆若干本を54錢で買つたが若し一本につき3錢安價のものを買つたならば3本餘計に買ひ得た筈である、買つた鉛筆は一本幾らであつたか。

- (6) 或商人陶器若干個を75圓で仕入れた。其品が到着したときは四個だけ破損して居つた爲めに残り全部を一個につき一圓高く賣ることが出来たが運賃其他の費用を差引いて結局5圓しか利益しなかつた。運賃と其他の費用を全部で4圓と見積り仕入れた陶器の個数を計算せよ。
- (7) 或商人6圓で林檎若干を仕入れ之を5個につき18錢に賣つて林檎40個の原價に當る金高を利益した。一個の原價は幾らであつたか。
- (8) 二人の魚屋が何れも18圓宛持つて鯛を仕込みに行つた。甲が買つた鯛は乙が買つたものより一尾につき30錢高かつたが爲めに其數は乙よりも3尾少なかつた。甲は一尾幾らの鯛を買つたか。
- (9) 1392人四列の中空方陣を作るとすると一邊の人數幾人となるか。
- (10) 甲乙兩人180斤を距る東西兩市から相向つて出發した。乙の毎日の行程を斤で表はす數は兩人が出會ふ迄に要した日數の二倍である。

- 今甲は乙より毎日6斤宛餘計に歩いたとして甲乙兩人の毎日の行程を求めよ。
- (11) 静水ならば毎時16哩走り得る汽船が或河流に沿ひ16哩を距る兩港の間を往復するに2時間と40分費したとする。河流の速度は毎時幾哩か。
- (12) A, B 二數の和は30である。 A から3, B から2を減じて其逆數の和を作ると $\frac{1}{6}$ である。各數は何か。

86. 二次聯立方程式應用

- (1) 甲乙兩人が或池の周圍を走るときを考へるに若し同方向に進むならば20分毎に同所を通過するが若し異方向に廻るときは4分毎に出會する筈となる。各が此池を一周するに要する時間を求めよ。
- (2) A, B 二點が周圍120哩の圓上を等速度で運動して居るとする。此二點が若し同方向に進むとすると40秒毎に同一點を通過する筈である。 A 點は B 點よりは2秒早く一周するものとして此等二點の毎秒の速度を出せ。

- (3) 原稿紙がある。行数を3行増し毎行の字数を4字宛増すならば字数224字増加するが若し行数を2行、毎行の字数を3個宛減すると145字減する筈である。此原稿紙は何行何字詰か。
- (4) 或汽船乗船客数を豫想して糧米20日分を用意したが實際は乗客數100人を減じ一人一日分の米量0.1リットル宛少なかつたが爲めに35日を支へ得ることになつた、之と反對に若し人數が豫定より50人多く一人一日分の米量が0.1リットル宛増したとすれば15日より支へ得なかつた筈である、豫定の乗客數と一人一日の米量は幾らであつたか。
- (5) 或直角三角形の斜邊は13糧である。若し直角を夾む二邊を何れも2糧宛減すとすると面積は15平方糧になる筈である、此三角形の三邊は各幾糧か。
- (6) 直角三角形がある。其斜邊は他の二邊の和より12糧短く面積は240平方糧である、各邊は何糧か。
- (7) 互に垂直に交る二直線 OX , OY の各の上を何

- れも0點に向つて等速度で動く二點 A , B がある。或時刻に A は0より28糧、 B は0より9糧離れた所にあつたが二秒の後には A , B の距離13糧となり其後1秒を經過したときは A , B の距離5糧になつて居つたと云ふ、各點毎秒の速度は幾糧か。
- (8) 或馬車の前輪は其後輪より1.5籽を進む間に100回餘計に回轉した。若し前輪の周が0.2米だけ大であつたならば270米の間に後輪よりは10回餘計に回轉することになるとすると此馬車の前後兩輪の周圍は幾米か。
- (9) PQ 線分上を A 點は P より Q に、 B 點は Q より P に向つて何れも等速度で運動するものとする。 B 點は出會ふ迄に A 點よりは10糧餘計に動き、出會つた後 A は12.5秒で Q へ、 B は8秒で P に到達した、 PQ の長さ及び A , B 二點の速度は毎秒各幾糧か。
- (10) 或人金若干圓を貸付けて一年後に元利合計2730圓を受取つた。此人若し400圓多く貸付け年利率も1分高く貸すならば一年後に3180

圓を受取つた筈である、此人の貸付けたる金額及び年利率を求めよ。

- (11) 或人合計 3600 圓の金を甲乙二人に分けて貸付け一年後に同額の利息を受取つた。若し甲に貸付けたる金額を乙に貸付けたる年利率で貸したとすれば一年後に甲より 200 圓の利息を受け乙に貸付けたる金額を甲に貸付けたる年利率で貸したとすれば乙から 128 圓を受取ることとなり總計 328 圓の利息を受取つた筈である、甲乙の各に貸付けた金額及び年利率を求めよ。

- (12) 或人卵若干個を買つて 175 錢拂つた。若し 5 個餘計に買ひ一個の價も一錢宛高かつたならば 65 錢餘計拂ふべき筈であつたとすると此人の買つた卵一個の價は幾錢であつたか。

87. 等 差 級 數

- (1) 次の級數の第 10 項を書け。

(4) $2, 7, 12, \dots; 20, 17, 14, \dots$

(□) $-2, -8, -14, \dots; -2\frac{1}{2}, 0, 2\frac{1}{2}, \dots$

(ハ) $x, 3x, 5x, \dots; a, -2a, -5a, \dots$

(ニ) $-3.2, -2, -0.8, \dots; 3, 8.2, 13.4, \dots$

(ホ) $a, a+3d, a+6d, \dots; x-3y, x-2y, x-y, \dots$

(ヘ) $2a+5b, 3a+b, 4a-3b, \dots$

(ト) $4a-b, 3a, 2a+b, \dots$

- (2) 次の級數の始めの三項を書け。

(4) 第 6 項は 8, 第 12 項は 0

(□) 第 7 項は 37, 第 20 項は 102

(ハ) 第 11 項は $-1\frac{1}{3}$, 第 16 項は -3

(ニ) 第 8 項は $8a+13b$, 第 11 項は $11a+19b$

(ホ) 第 5 項は $3x-2y$, 第 22 項は $20x-19y$

- (3) 次の級數の一般項(第 r 項)を書け。

(4) $1, 3, 5, \dots; 2, 4, 6, \dots$

(□) $5, 7, 9, \dots; 6, 8, 10, \dots$

(ハ) $a, 6a, 11a, \dots; x, -x+y, -3x+2y, \dots$

(ニ) 第 5 項は 7, 第 10 項は 22

- (4) $2, -1, -4, \dots$ の第 r 項が -19 である r は何か。

- (5) $x, 2x-3, 6-3x$ が等差級數ならば x の値は何か。

(6) 次の如く等差中項を入れるときの公差を求めよ。

(4) 115 と 55 との間に 3 項

(□) 3.2 と 20 との間に 7 項

(△) 10 と $37\frac{1}{2}$ との間に 10 項

(二) $8a$ と $-13a$ との間に 6 項

(※) $4a+15b$ と $-a+5b$ との間に 4 項

(7) 次の級数の和を括弧内に示す項迄求めよ。

(4) 15, 19, 23, …… (第17項)

(□) 25, 22, 19, …… (第18項)

(△) $9, 7\frac{1}{3}, 8\frac{2}{3}, \dots$ (第57項)

(二) 3.9, 4.6, 5.3, …… (第20項)

(※) $a, 2a, 3a, \dots$ (第 n 項)

(△) $5m-n, 3m-2n, m-3n, \dots$ (第 r 項)

(8) 2 と 155 との間に 50 項の等差中項を入れ此等 50 項の和を求めよ。

(9) 10 と 100 との間に 6 で割れる数は幾つあるか、又割り得ざる数は幾つあるか。

(10) 20 と 300 との間に 7 で割つて 2 残る数は幾つあるか、又此外の数は幾つあるか。

(11) 次の各級数の和を夫々括弧内に示す數に等しからしめるには何項迄とる必要あるか。

(4) 11, 15, 19, …… (810)

(□) 18, 15, 12, …… (-345)

(△) $6, 5\frac{3}{5}, 5\frac{1}{5}, \dots$ (0)

(二) 27, 21, 15, …… (72)

(※) $18\frac{3}{4}, 17\frac{1}{2}, 16\frac{1}{4}, \dots$ ($126\frac{1}{2}$)

(12) 30 項の和は -24 で公差 -0.4 である等差級数の初項を求めよ。

(13) 初項は 20.5, 15 項の和は 45 である等差級数の公差を求めよ。

(14) 或旅人第一日に 40 糎第二日に 37 糎第三日に 34 糎等の如く歩行した。此人 260 糎を歩くに幾日かかるだらうか。

(15) 甲は A 市を出發して B 市に向つたが第一日は 40 糎第二日は 37 糎第三日は 34 糎の如き日程であつた。乙は B 市を發して A 市に向ひ第一日は 35 糎第二日は 33 糎第三日は 31 糎の如き歩き方をした、A 市と B 市との距離を 375 糎として兩人は幾日目に出會ふかを求めよ。

- (16) 6項で出来て居る等差級数がある。其初の四項の和は8, 終り二項の和は-8である。初項と公差とを求めよ。
- (17) 等差級数の第七項が第四項の三倍ならば第十三項も第六項の三倍になることを証明せよ
- (18) a, x, y, z, b は等差級数をなす五数ならば x, y, z は a と b との値に依つて定まる筈である, x, y, z を a と b との項で求めよ。
- (19) 等差級をなす四数がある。第一数と第四数との積は残り二数の積より18大で第二数と第四数との積は残り二数の積より21大である, 此四数を求めよ。
- (20) a, x, y, b は等差級数をなし a, p, q, r, b も亦等差級数をなすものとす。 x は p より2大で x と y との和は p と q と r との和より14小である, a, b 二数を求めよ。
- (21) 19項から成る等差級数がある。此級数の中央三項の和は39で最後の三項の和は87である初項と公差は何か。
- (22) 等差級数をなす四数がある。其和は0で各

数の平方の和は20である, 此等四数は何か。

(23) 次の各級数の27項の和を求めよ。

(1) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ……………

(2) -8, 2, -5, 5, -2, 8, ……………

88. 調和級数

(1) 次の二数の調和中項を求めよ。

(1) 3, 5 (2) -2, -5 (3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ (4) $\frac{y}{x}, \frac{x}{y}$

(2) 次の二数間に括弧内に示す項数を入れて全體を調和級数ならしめよ。

(1) $\frac{1}{3}, \frac{1}{19}$ (3個) (2) 1, 11 (4個)

(3) 次の調和級数の第五項を求めよ。

(1) $\frac{1}{8}, \frac{1}{17}, \dots$ (2) $\frac{1}{6}, \frac{5}{28}, \dots$

(4) 第七項は $\frac{1}{10}$, 第十三項は $-\frac{1}{2}$ である調和級数の第三項を求めよ。

(5) 第三項は $\frac{1}{19}$ で第九項は $\frac{2}{73}$ である調和級数の第五項を求めよ。

(6) x と y とを p と q との間にある調和級数とすると x と y とは p と q との二数で定まる筈である, x と y とを p と q との項で表はせ。

89. 等比級数

(1) 次の等比級数の第七項を求めよ。

(1) $3, -3^2, 3^3, \dots$ (□) $\frac{8}{5}, \frac{8}{3}, \frac{40}{9}, \dots$

(ハ) $3, 2, \frac{4}{3}, \dots$ (ニ) $1.2, 2.4, \dots$

(ホ) $4, 2\frac{2}{5}, 1\frac{11}{25}, \dots$ (ヘ) $\sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}, \dots$

(ト) $\frac{1}{1+\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}, \frac{3}{1+\sqrt{3}}, \dots$

(2) 次の二数の等比中項を求めよ。

(1) $(2, 8)$ (□) $(-5, -45)$ (ハ) $(12ab^3, 27ab)$

(3) 次の二数間に三つの等比中項を入れよ。

(1) $(\frac{2}{3}, \frac{27}{128})$ (□) $(12, \frac{3}{4})$

(ハ) $(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, \frac{3-\sqrt{2}}{4})$

(4) 次の級数の初項と公比とを求めよ。

(1) 第三項 $= \frac{1}{4}$, 第七項 $= \frac{4}{81}$

(□) 第二項 $= 3$, 第五項 $= 96$

(5) 次の等比級数の和を求めよ。

(1) $2, 6, 18, \dots$ (10項)

(□) $\frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \dots$ (13項) (ハ) $1, \sqrt{5}, 5, \dots$ (8項)

(6) 次の級数の和を求めよ。

(1) $a^{10} + a^9b + \dots + b^{10}$

(□) $a + \sqrt[3]{a^6b} + \sqrt[3]{a^3b^3} + \dots + b$

(7) 次の級数の和を求めよ。

(1) $3, -9, 27, \dots$ (2n項) (□) $6, 18, 54, \dots$ (p項)

(ハ) $\frac{a-b}{a+b}, \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}, \dots$ (n項)

(8) 次の級数の無限項の和を求めよ。

(1) $7, \frac{7}{2}, \frac{7}{4}, \dots$ (□) $1, -\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$

(ハ) $\frac{x+1}{x^2}, \frac{1}{x}, \frac{1}{x+1}, \dots$ (ニ) $1, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3}, \dots$

(ホ) $9, 0.9, 0.09, \dots$

(9) $5, \frac{10}{3}, \frac{20}{9}, \dots$ と $3, \frac{12}{5}, \frac{48}{25}, \dots$ とは無限

項の和等しきことを證せよ。

(10) 無限項の和は $\frac{27}{70}$ で第二項が $-\frac{1}{3}$ である等比

級数の初項と公比とを求めよ。

(11) 任意の項が其次の項以下の無限項の和の三

倍に等しき等比級数の初項と公比とを求めよ。

(12) 前題に於て三倍を四倍及び n 倍と變へたらば如何。

(13) 次の級數に於て文字の値が如何なるとき無限項の和があり得るか。

(1) $x^2y, -x^2y^2, xy^3, \dots$

(2) $a, \frac{a}{b}, \frac{a}{b^2}, \dots$

(14) 次の級數の和を求めよ。

(1) $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots$ (20項)

(2) $1 + \frac{5}{4} + \frac{7}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{5}{4^4} + \frac{7}{4^5} + \dots$ (無限項)

(3) $1 + 2x + x^2 + 2x^3 + \dots$ (20項)

(4) $1 + 3x + 2x^2 + x^3 + 3x^4 + 2x^5 + \dots$ (無限項)

(5) $x + 3x^2 + 5x^3 + 7x^4 + \dots$ (n 項)

(6) $1 + 5x + 9x^2 + \dots$ (無限項)

(15) 次の循環小數を分數に直せ。

(1) $0.\dot{4}, 0.\dot{5}\dot{1}, 0.\dot{8}0\dot{1}, 0.\dot{2}857\dot{1}4$

(2) $0.00\dot{3}7, 0.00\dot{3}7, 10.37\dot{0}2$

(16) 次の計算をせよ。

(1) $0.0\dot{4} \times 0.\dot{5}, 0.\dot{0}37 \times 4.\dot{8}\dot{1}$

(3) $0.0\dot{5} \div 0.\dot{8}\dot{1}, 0.\dot{4}8\dot{1} \div 0.\dot{0}4$

(4) $0.\dot{1}8 \div 0.\dot{0}9 + 0.\dot{6} - 0.\dot{2}$ (2) $0.\dot{1}4285\dot{7} + 0.\dot{0}7692\dot{3}$

(17) 1, 2, 4, 8, …… の二數間に一數宛入れて全體を等比級數ならしめたる時の公比を求めよ。

(18) 20項である等比級數がある。其偶數番目の項の和は a で奇數番目の項の和が b であるならば初項及び公比は何か。

(19) 40項から成る等比級數がある。其初めの20項の和は a で後の20項の和は b である、初項と公比は何か。

(20) 四項から成る等比級數がある。第一數と第四數との和は27で第二數と第三數との和は18である、此四數を求めよ。

(21) 等比級數を成す三數がある。其和は7で平方の和は21である、三數は何か。

(22) 50リットルの酒精がある。其れから1リットルを汲み取つて1リットルの水で之を補ひ又其混合液から1リットルを汲み取つて其代りに水を入れ此の如くすることを無限に續けたとするならば取出した酒精の分量は幾リッ

トルになるか。

- (23) 高さ h 厘の正三角形に内接圓を描き其上部に此圓と二邊とに接する圓を描き又其上部のあき間に圓と二邊とに接する圓を描き此の如くすることを無限に續けたと想像するとき
- (4) 此等の圓の半徑の和は幾厘になるか。
- (□) 此等の圓の周の和は幾厘か。
- (ハ) 此等の圓の面積の和は幾平方厘か。
- (24) 正三角形がある。其一邊を a とする、此三角形の高さを一邊とする正三角形を作り更に此新三角形の高さを一邊とする正三角形を作り此の如きことを無限に續けたと想像するとき此等の三角形の和は幾らか。
- (25) 半徑 r なる圓がある。之に内接する正方形に内接する圓を描き更に之に内接する圓を描き此の如きことを無限に引續き行ふとすると此等の圓の面積の和は幾らになるか。
- (26) 毎時2 軒歩く甲は毎時5 軒宛歩く乙よりも30 軒前方にある。甲と乙とは同時に同方向に歩るき始める場合を考へることとする、此

場合に、乙が甲の出發點に到着する時間、此時間の中に甲が進んだだけ乙が歩く時間、其間に甲が進んだ距離を乙が進む時間、此の如き時間の無限項の和を求めて見よ。

90. 級數に關する雜問題

- (1) 等差中項が29で等比中項が21である二數を求めよ。
- (2) 等比中項が30で等差中項が78である二數及び此二數の調和中項を求めよ。
- (3) 4と4との間に x, y なる二數を入れ始めの三數は等差級數を終りの三數は等比級數をなす様にしたときの x 及び y を求めよ。
- (4) 4と4との間に二數 x, y を4と x と y とは等差級數を、 x と y と4とは調和級數をなす様に入れよ。
- (5) 4と4との間に二數 x と y とを入れ4と x と y とは調和級數を、 x と y と4とは等比級數をなす様にしたときの x と y との値を求めよ。
- (6) 次の級數の和を求めよ。

- (4) $1+3\frac{1}{2}+8\frac{1}{4}+13\frac{1}{8}+\dots\dots\dots(15\text{項})$
 (□) $1.1+2.01+3.001+\dots\dots\dots(n\text{項})$
 (ハ) $3+5+11+29+\dots\dots\dots(n\text{項})$
 (ニ) $2+6+14+30+\dots\dots\dots(n\text{項})$
- (7) 第 n 項が夫々 $5n-1$ 及び $2^{n-2}+1$ である級数の n 項の和を求めよ。
- (8) 二数の差は 30 で此二数の等差中項から調和中項を引いた剰餘が 5 である、此二数は何か。
- (9) 初項も公比も正数である等比級数の無限項の和は決して此級数の第二項の四倍よりは小でないことを證せよ。
- (10) n 項の和が $2n^2+n$ である等差級数の初項と公差とを求めよ。
- (11) a, b, c が調和級数をなすならば $(b+c-a)^2, (c+a-b)^2, (a+b-c)^2$ は等差級数をなすことを證せよ。
- (12) a, b, c が調和級数ならば $(2a-b), b, (2c-b)$ は等比級数をなすことを證せよ。
- (13) a, b, c が等比級数ならば $\frac{a}{c} = \frac{(a+b)^2}{(b+c)^2}$ なることを證せよ。

- (14) a, b, c が等比級数ならば $(a+b), 2b, (b+c)$ は調和級数なることを證せよ。
- (15) $b+c, c+a, a+b$ が調和級数ならば a^2, b^2, c^2 は等差級数をなすことを證せよ。
- (16) 調和級数の第 p 項は p で第 q 項が q ならば第 $p+q$ 項は $\frac{pq}{p+q}$ であることを證せよ。
- (17) ab, b^2, c^2 が等差級数をなすときは $a, b-a, c-a$ は等比級数をなすことを證明せよ。
- (18) a, b, c が等差級数をなし $a, b-a, c-a$ が等比級数をなすときは $a = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ なることを證せよ。
- (19) 等比級数の r 項の和を s_r で表はすと約束するとき $s_1+s_2+\dots\dots+s_n$ を求めよ。
- (20) 第 r 項が $2r(r-1)$ である級数の n 項の和を求めよ。
- (21) 第 r 項が $r(1-r^2)$ である級数の n 項の和を求めよ。
- (22) 次の級数の n 項の和を求めよ。
 (4) $1\cdot4+4\cdot7+7\cdot10+\dots\dots$ (□) $2\cdot5+5\cdot8+8\cdot11+\dots\dots$
 (ハ) $1\cdot3\cdot5+3\cdot5\cdot7+\dots\dots$ (ニ) $5\cdot8\cdot11+8\cdot11\cdot14+\dots\dots$
- (23) 次の級数の n 項の和を求めよ。

$$(4) \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots \quad (\square) \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \dots$$

$$(ハ) \frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots$$

$$(ニ) \frac{1}{5 \cdot 8 \cdot 11} + \frac{1}{8 \cdot 11 \cdot 14} + \dots$$

91. 分數及負指數

(1) 次の式を分數指數に書き直せ。

$$(4) \sqrt{m}, \sqrt{m^3}, \sqrt{m^5} \quad (\square) \sqrt[3]{p^2}, \sqrt[4]{a^5}, \sqrt[5]{b^3}$$

$$(ハ) \sqrt{a+b}, \sqrt[3]{(a-b)^2}, \sqrt[n]{(ax+b)^m}$$

(2) 次の式を根號及び正の整數冪に書き直せ。

$$(4) a^{\frac{2}{3}}, b^{\frac{1}{4}}, c^{\frac{1}{2}}, d^{\frac{3}{5}} \quad (\square) m^{\frac{1}{3}}, n^{\frac{5}{8}}, p^{\frac{7}{3}}, q^{\frac{2}{5}}$$

$$(ハ) a^{0.5}, b^{2.3}, c^{1.5}, d^{4.1} \quad (ニ) x^{0.5}, x^{1.2}, x^{0.25}, x^{1.75}$$

$$(ホ) (a-b)^{\frac{1}{3}}, (ax-b)^{\frac{1}{4}}, (px-q)^{\frac{2}{5}}, (a+b)^{p+\frac{1}{a}}$$

(3) 次の式の値を書け。

$$(4) 36^{\frac{1}{2}}, 27^{\frac{1}{3}}, 16^{\frac{1}{4}}, 32^{\frac{1}{5}} \quad (\square) 4^{\frac{3}{2}}, 8^{\frac{2}{3}}, 27^{\frac{1}{3}}, 64^{\frac{5}{8}}$$

$$(ハ) 3^{-0.2}, 49^{0.5}, 16^{0.25}, 81^{0.75}$$

(4) 次の式を負指數で書け。

$$(4) \frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^3}, \frac{1}{c^5}, \frac{1}{d^7}$$

$$(\square) \frac{1}{\sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt[3]{b}}, \frac{1}{\sqrt[5]{c^2}}, \frac{1}{\sqrt[7]{d^3}}$$

$$(ハ) \frac{1}{\sqrt[3]{ax+b}}, \frac{1}{\sqrt[5]{x+3}}, \frac{1}{\sqrt{x-1}}, \frac{1}{\sqrt[4]{(a-b)^3}}$$

(5) 次の式を根號と正の整數指數とで書け。

$$(4) a^{-3}, b^{-5}, c^{-2}, d^{-n} \quad (\square) x^{-\frac{2}{3}}, y^{-\frac{1}{4}}, z^{-\frac{5}{6}}, t^{-\frac{1}{3}}$$

$$(ハ) (a^2-b^3)^{-\frac{1}{3}}, (x^2+3x-5)^{-\frac{2}{3}}, (m-n)^{-\frac{1}{4}}$$

(6) a^2b^{-3} 及び $x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{1}{2}}$ を正指數に直せ。

(7) 次の式の價を計算せよ。

$$(4) 2 \times 3^0, 3 \times 5^0 \times (2.7)^0, 0 \times 2^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$(\square) 9 \times 3^{-2}, 9^2 \times 3^{-5}, 16 \times 4^{-3}$$

$$(ハ) \frac{1}{4^{-2}}, \frac{5}{2^{-1}}, (0.5)^{-2}, 10 \times (2.5)^{-1}$$

$$(ニ) 36^{-\frac{1}{2}}, 27^{-\frac{2}{3}}, (0.16)^{-0.5}, \left(\frac{9}{16}\right)^{-1.5}$$

92. 分數及負指數の計算

(1) 次の式を簡單にせよ。

$$(4) a^5 \cdot a^{-3}, b^{-7} \cdot b^{-4}, c^7 \cdot c^{-8}, p^8 \cdot p^{-5}$$

$$(\square) x^m \cdot x^{-n}, y^m \cdot y^{-3}, z^{n+3} \cdot z^{-7}$$

$$(ハ) a^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{3}}, b^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{5}}, c^{\frac{2}{3}} c^{\frac{1}{12}}, a^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{12}}$$

(ニ) $m^{\frac{1}{2}}m^{-\frac{1}{3}}, p^{\frac{2}{3}}p^{-\frac{1}{5}}, q^{-\frac{1}{4}}q^{-\frac{1}{2}}$

ホ) $a^0a^{\frac{1}{2}}, a^0a^{-\frac{1}{2}}, a^m a^{-m}$

ヘ) $a^{\frac{1}{2}}\sqrt{a}, b^{-\frac{1}{2}}\sqrt{b}, a^{\frac{3}{2}}\sqrt{a}, y^{\frac{1}{4}}\sqrt[4]{y}$

ト) $x^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{x^3}, y^{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{y^3}}, x^3 \times \sqrt{x^{-3}}$

(チ) $\frac{3}{2}x^3y^4 \times \frac{5}{6}x^{-2}y \times \frac{4}{3}xy^{-6}$
 $-7a^{-3}b^{-2} \times (-4a^2b^{-1})(-a^2b^2x^{-1})$

(リ) $3\frac{1}{2}a^{-n}b^{-r}c^y \times \frac{5}{7}a^{n-1}b^{x-2}c^{-y}$
 $(x+y)^{-n}p^3q^2 \times (x+y)^{n-2}p^{-1}q^{n-2}$

ヌ) $ab^{\frac{1}{2}}c \times a^{-\frac{1}{2}}bc^{\frac{1}{2}}, a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}c^{-\frac{1}{4}} \times a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}}d$

ル) $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}z^{\frac{1}{6}} \times x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{1}{3}}z^{-\frac{1}{2}}, x^{\frac{5}{6}}y^{\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{2}} \times x^{-\frac{1}{6}}y^{-\frac{1}{2}}z^{-\frac{1}{2}}$

ヲ) $a^8 \div a^{-3}, b^{-4} \div b^{-3}, a^{-5} \div a^{11}$

(ワ) $\frac{b^{-5}}{b^{-11}}, \frac{x^5}{x^{-11}}, b^{n-3} \div b^{-5}, \frac{x^{-n}}{x^{n-2}}$

(カ) $a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{3}}, b^{\frac{1}{3}} \div b^{\frac{1}{4}}, d^{\frac{7}{10}} \div d^{-\frac{1}{5}}, m^{\frac{1}{2}} \div m^{-\frac{1}{3}}$

(コ) $\frac{x^{\frac{1}{5}}}{x^{\frac{1}{2}}}, \frac{y^{-\frac{1}{4}}}{y^{-\frac{1}{2}}}, \frac{z^{-\frac{1}{6}}}{z^{\frac{1}{2}}}, \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{2}{5}}}, \frac{q^{\frac{1}{3}}}{q^{\frac{2}{3}}}$

(ク) $a^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{a^3}, \sqrt[3]{x^2} \div x^{\frac{1}{6}}, a^{-\frac{2}{3}} \div \sqrt{a}$

(ケ) $\frac{a^{-2}b^3}{x^4y^{-5}}, \frac{ab^{-4}}{x^{-1}y^0}, \frac{a^{-3}b^{-m}}{x^{-4}y^{-n}}, \frac{2a^0b^{-1}c^{-2}}{3x^0y^{-1}z^{-2}}$

(ツ) $\frac{54x^5y^{-7}z^4}{42x^{-1}y^{-8}z^{-4}}, \frac{18x^{-4}y^{-5}z}{24x^{-3}y^3z^{-1}}, \frac{21x^{-1}y^5z^{-3}}{35x^{-2}y^6z^{-4}}$

(ヅ) $(x-y)^{-2} \div (y-x)^{-1}, (x-y)^{-3} \div (y-x)^2$

(ネ) $\frac{(a-x)^n}{(x-a)^{-3}}, \frac{(1-x)^3}{(x-1)^{-n}}, \frac{(x+y)^{p-2}}{(x+y)^{p-3}}$

(2) 次の式を簡単にせよ。

(1) $(a^{-7})^3, (a^{-3})^{-2}, (a^{-3})^0$

(ロ) $(-a^2)^{-5}, (-a^5)^{-2}, (-a^{-5})^{-2}$

(ハ) $(-a^3)^{-2n}, (-a^{-3})^{2n-1}, (a^{2n-1})^{-1}$

(ニ) $(a^6)^{\frac{1}{2}}, (a^{\frac{1}{2}})^6, (b^{20})^{\frac{1}{4}}, (b^{\frac{1}{4}})^{20}$

(ホ) $(a^{-3})^{\frac{1}{2}}, (a^{\frac{1}{2}})^{-3}, (a^3)^{-\frac{1}{2}}, (a^{-\frac{1}{2}})^3$

ヘ) $(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}, (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}, (a^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}}, (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{2}{3}}$

(ト) $(m^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}, (m^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{3}}, (m^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{2}{3}}, (m^{-\frac{1}{4}})^{-\frac{2}{3}}$

(3) 次の式の値を求めよ。

(1) $(\frac{4}{5})^{\frac{1}{2}}(\frac{3}{3})^{\frac{1}{2}}(\frac{3}{2})^{\frac{1}{2}}, (7\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}(2\frac{2}{3})^{\frac{1}{3}}(3\frac{1}{5})^{\frac{1}{3}}$

(ロ) $(2\frac{2}{5})^{\frac{1}{4}}(6\frac{2}{3})^{\frac{1}{4}}(\frac{1}{4})^{1\frac{1}{2}}, (1\frac{3}{5})^{\frac{2}{3}}(2\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}(3\frac{3}{8})^{-\frac{2}{3}}$

(4) 次の式を簡単にせよ。

(1) $(a^{-2}b^3)^2(a^0b^{-2})^3, (a^5b^{-3})^{-1}$

(ロ) $(\frac{a^{-3}b}{x^3y^{-2}})^{-3}, (\frac{a^{-2}b^0}{x^4y^{-1}})^{-2}, (\frac{a^{-4}b^3}{x^2y^{-3}})^{-2}$

$$(ハ) \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{-3}, \left(\frac{a-b}{c+d}\right)^{-2}, \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^{-2}$$

$$(ニ) \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^{-2}, \frac{1}{(x+y)^{-3}}, (x-y)^{-3}$$

$$(ホ) \left(\frac{1}{1+x}\right)^5, \left(\frac{1}{1-x}\right)^{-7}, \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{-6}$$

$$(ヘ) (a^2b^3)^{\frac{1}{2}}, (a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}})^{\frac{10}{3}}, (a^2d^{-\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}$$

$$(ト) (x^{\frac{1}{2}}y^{-3})^6, (x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}$$

(5) 次の式の括弧を解き同類項を簡約せよ。

$$(イ) (ax^{-4}+bx^{-3}+cx^{-2}+dx^{-1}+e)x^4$$

$$(ロ) (ax^2+bx+c+dx^{-1}+ex^{-2})x^2$$

$$(ハ) (x+x^{-1})(x-x^{-1}), (x^3+x^{-1})(x-x^{-3})$$

$$(ニ) (2x+3x^{-1})(2x-3x^{-1}), (x^2-2x^{-1})(3x-4x^{-2})$$

$$(ホ) (x+x^{-1})^2, (2x+3x^{-1}+5)(2x+3x^{-1}-5)$$

$$(ヘ) (8x^2-5x^{-2}+3)(3x^2+4x^{-2}-5)$$

$$(ト) (a^{\frac{2}{3}}+2)(a^{\frac{2}{3}}-1), (3c^{\frac{1}{2}}-1)^2, (x^{\frac{1}{2}}+4)(x^{\frac{1}{2}}-2)$$

$$(チ) (x^{\frac{1}{3}}-4) \div (x^{\frac{1}{3}}-2), (x^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{2}{3}}) \div (x^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}})$$

$$(リ) (21x+x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1) \div (3x^{\frac{1}{3}}+1)$$

$$(ヌ) (a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}-2b) \div (a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{3}})$$

$$(ル) \sqrt{4x^{\frac{1}{2}}-4x^{\frac{1}{4}}+5-2x^{-\frac{1}{4}}+x^{-\frac{1}{2}}}$$

$$(ヲ) \sqrt{9x-12x^{\frac{1}{2}}+10-4x^{-\frac{1}{2}}+x^{-1}}$$

(6) 次の式を因数に分解せよ。

$$a+5\sqrt{a}+6, x-3x^{\frac{1}{2}}-10, x^{-2a}+3x^{-4}+2$$

(7) 次の方程式を解け。

$$(イ) 3x-7x^{\frac{1}{2}}+2=0, 2(\sqrt{x}-3)^2-3=\sqrt{x}$$

$$(ロ) (\sqrt[3]{x}-1)^2+\sqrt[3]{x^2}=\sqrt[3]{x}, 2x^{\frac{1}{3}}-3x^{\frac{2}{3}}+x=0$$

$$(ハ) x^{\frac{1}{2}}+8x^{\frac{1}{4}}=9x, x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{3}}=30x^{\frac{1}{6}}$$

93. 對

數 五種の内A.

(1) 次の數の對數を書け。

$$(イ) 256(\text{底}2), 243(\text{底}3), 216(\text{底}6), 512(\text{底}8)$$

$$(ロ) \frac{1}{2^5}(\text{底}2), \frac{1}{3^7}(\text{底}3), \frac{1}{125}(\text{底}5)$$

$$(ハ) 2(\text{底}4), 8(\text{底}27), \frac{1}{6}(\text{底}36)$$

$$(ニ) 8(\text{底}16), 81(\text{底}27), 8(\text{底}32)$$

(2) 2^x のグラフを書け(x を0, 0.5, 1, 1.5, 2, …, 5として)此グラフに依つて2を底とする5及び10の對數の近似數を求めよ。又對數(2を底とする)が3.8及び4.3である真數を書け。

(3) 次の式を對數の四則より成る式に改めよ。

(4) $\log 3ax(x+y)$, $\log(ab)^3$, $\log \sqrt[3]{ab}$

(□) $\log(a^2-b^2)$, $\log 7x\sqrt[4]{ab^3}$

(ハ) $\log 8a^2b(6c-d)^3$, $\log 9xy^3\sqrt{(a^2+b^2)x}$

(ニ) $\log \frac{a^2\sqrt[3]{x}}{5cy^3}$, $\log \left(\frac{a-b}{x-y}\right)^5$

(ホ) $\log \frac{a-b}{c-d} \sqrt[3]{\frac{cx-d}{ax-b}}$, $\log \frac{1}{a\sqrt[5]{c-x}}$

(4) 次の数を 2 と 3 の対数を用いて表はせ。

但し $\log_{10} 2=0.301$, $\log_{10} 3=0.477$

(4) $\log 2^2 \times 3$, $\log 2^4 \times 3^2$

(□) $\log \frac{27}{8}$, $\log \frac{32}{9}$

(ハ) $\log \sqrt[3]{192}$, $\log \sqrt{243}$

(5) 次の式を一つの式の対数で表はせ。

(4) $\log a - (\log b + \log c) + \log d$

(□) $3 \log a + 2 \log b - 4 \log c$

(ハ) $2 \log a - \frac{1}{2} \log b + \frac{1}{3} \log x - 3 \log y$

(ニ) $7 \log(a+b) - \frac{2}{5} \log(a-b) + \frac{1}{2} \log x - 4 \log y$

(ホ) $2 \log(x-y) - \frac{1}{2} \log(x^2 - xy + y^2) - \frac{1}{2} \log(x+y)$

6) 次の方程式を解け。

(4) $\log 8 = \log x + \log(6-x)$

(□) $\log x + \log(5x-4) = 0$

(ハ) $\log x + \log(x+1) = \log 20$

(ニ) $\log(2x+5) - \log(2x-5) = \log(7x-5) - \log 2x$

(ホ) $2 \log(7x-9) - 2 \log(3x-4) = \log 400$

(ニ) $\begin{cases} \log(x-y) = \log 2 \\ \log x + \log y = \log 5 + \log 7 \end{cases}$

(7) a を底とする N の対数を a を底とする b の対数で割った商は b を底とする N の対数なることを証明し之に依つて $\log_{10} 6=0.778$, $\log_{10} 15=1.176$, $\log_{10} 2=0.301$ を用いて $\log_2 6$ 及び $\log_2 15$ を計算せよ。又其結果を 2^x のグラフに依つて知り得る結果と比較せよ。(8) a を底とする N の対数を b とすると a^2 を底とする N の対数は何か、此事実を利用して $\log_{10} 6=0.778$ から $\log_{100} 6$ を計算せよ。(9) a, b, c が等比級数ならば $\log_a N, \log_b N, \log_c N$ は調和級数をなすことを証明せよ。

94. 對 數 五種の内B.

(1) 次の對數の假數を書け。

(4) 53164, 2653.1, 26.35

(□) 5.724, 23.57, 6.74

(ハ) 0.003, 0.21, 0.00005

(2) 次の對數をもつ數の有功數字の最高位を答へよ。

(4) $\bar{2}.18184$, $\bar{5}.30103$, 0.33041

(□) 2.35025, 4.36173, 0.37107

(3) $\log_{10} 5.2 = 0.71600$, $\log_{10} 317 = 2.50106$ $\log_{10} 0.0023 = \bar{3}.36173$ を知つて10を底とする次の數の對數を計算せよ。

(4) 520, 0.0052, 0.52

(□) 3.17, 31700, 0.0317

(ハ) 23, 2.3, 230000

(4) 次の數の眞數を答へよ。(前題の對數を参照せよ。

(4) $\bar{2}.71600$, 5.71600

(□) 1.50106, $\bar{2}.50106$

(ハ) 4.36173, 0.36173

95. 對 數 五種の内C.

(1) 次の數の對數を求めよ。

(4) 3054, 50, 7.126, 0.9183, 0.00095

(□) 9.775, 426.8, 0.03166

(2) 比例部分を利用して次の對數を求めよ。

(4) 5.1973, 718.34, 0.0062256

(□) 61.678, 56236, 0.93325

(3) 次の對數の眞數を求めよ。

2.85040, 0.78420, $\bar{3}.86016$

(4) 比例部分を利用して次の對數の眞數を求めよ。

(4) 0.86187, 2.51272, $\bar{1}.62069$

(□) 2.37040, $\bar{2}.51019$, 0.61041

96. 對 數 五種の内D.

次の結果を對數の記法と同一の形で求めよ。

(1) (4) $3.25431 + 2.31253 + 0.18652$

(□) $2.57438 + \bar{1}.21310$, $5.67892 + \bar{2}.75487$

- (ハ) $2.86642 + \bar{3}.57938,$ $0.29632 + \bar{4}.78538$
 (ニ) $\bar{2}.57432 + \bar{3}.76389,$ $\bar{1}.68354 + \bar{2}.63477$
 (2) (4) $2.24561 - 3.00273,$ $0.59643 - 2.35476$
 (ロ) $1.23652 - 2.45832,$ $2.58627 - 5.86293$
 (ハ) $5.74326 - \bar{2}.26432,$ $3.52768 - \bar{1}.79655$
 (ニ) $\bar{2}.54867 - 1.86544,$ $\bar{1}.39647 - 2.67899$
 (ホ) $\bar{2}.56333 - \bar{1}.76658,$ $\bar{1}.34474 - \bar{3}.66543$
 (3) $2.43692 \times 5,$ $\bar{1}.33786 \times 3$
 (4) $\bar{2}.54636 \div 3,$ $\bar{4}.57682 \div 6$

97. 對

數 五種の内E.

(1) 次の結果は比例部分を使用せずに計算して求めよ。

- (4) $23.42 \times 7.816,$ $286.3 \times 0.0027,$ 27.32×310.5
 (ロ) $2.7 \times 3.8 \times 0.042,$ $56.3 \times 1.86 \times 7.8,$ $27 \times 0.32 \times 9.03$
 (ハ) $\frac{0.813}{0.0534}, \frac{16.73}{24.56}, \frac{30.45}{4.106}, \frac{2.393}{30.58}, \frac{478}{6389}$
 (ニ) $\frac{21.34 \times 3.721}{8.532}, 24.73 \times \frac{3.49}{897}, \frac{7.895}{46.28} \times 3.01$

(2) 次の結果を出来るだけ詳しく出せ。

- (4) $(0.79)^4, (1.37)^{11}, \sqrt{0.15}, \sqrt[5]{(27.2)^3}, \sqrt[11]{(1772)^8}$

- (ロ) $2^0, 17^4 \times 29^3, (0.078)^{\frac{1}{3}}, (2.312)^3$
 (ハ) $513 \times \sqrt{5204.7}, (5.397)^3, (25.03)^{1.25}$
 (ニ) $\frac{52.54 \times 374.8 \times 0.021857}{87.23 \times 0.57443}, \frac{38.54 \times \sqrt[3]{0.25776}}{\sqrt{0.5614 \times 431.04}}$
 (ホ) $\frac{\left(440 \times \frac{1}{52}\right)^4}{\sqrt[3]{22 \times 80}}, \sqrt{\frac{0.687 \times 9.02}{0.0224}}$
 (ヘ) $\sqrt[4]{83 - 7\sqrt[3]{0.947}}, \sqrt[7]{2.3 - 19\sqrt[3]{0.07031}}$
 (ト) $\sqrt{(3.768)^2 + (2.391)^2}, \sqrt[3]{(384.7)^3 - (305.4)^3}$

98. 指数及對數方程式

(1) 次の方程式は對數表によらずして解け。

- (4) $5^x = 25, 2^x = 1024, 2^{-x} = 16$
 (ロ) $2^{x+7} = 2^{10}, 3^{5-x} = 27, a^{5(x-5)} = a^{2(x-4)}$
 (ハ) $a^0 \cdot a^{2(3x-7)} = a^{2x-2}, m \cdot m^{3(x-7)} = m^{5(x-9)} m^{x-5}$
 (ニ) $(a^{x-5})^{x-6} = (a^{x-8})^{x-1}, \sqrt[3]{a^{17-x}} = a^{x-5}$
 (ホ) $8^x = 4, 9^x = \frac{1}{3}, 25^x = 625$
 (ヘ) $(0.25)^x = 2^{10}, 4^x = 0.125, 8^{2x+1} = (0.125)^{4-x}$
 (ト) $\begin{cases} 2^{x+2y} = 2^4 \\ 3^{2x+3y} = 3^7 \end{cases} \quad \begin{cases} a^{3x+2y} = a^{13} \\ b^{3x-2y} = a^5 \end{cases}$

(2) 次の方程式は對數表を使用して解け。

- (4) $7^x=100, 10^{2x}=3, 25^x=11$
 (□) $3^x-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}, 5^{2x+1}-5^{2x}=7^{x+1}+7^x$
 (ハ) $2^{x+y}=3^{x-y}, 10^y=\frac{1}{3}$

99. 複利算

- (1) 1000 圓を年利率 6 分で預け入れたとき 20 年後の元利合計を出せ。但し利息は一年の終毎に元金に繰入れるものとせよ。
 (2) 100 圓を年利率 5 分利息は半年毎に元金に繰入れる約束で 15 年間貸與へたときの元利合計を出せ。
 (3) 利息は一年毎に元金に繰入れ利率は年 4 分である貸金が 25 年後に 2666 圓となつたとすると最初の貸金は幾らであつたか。
 (4) 年利率 7 分、半年毎に利息を元金に添加することとし 15 年間に元利合計 1000 圓となる元金は幾らか。
 (5) 100 圓の貸金が 12 年後に 201 圓となつた、利息は一年毎に元金に繰入れたとして年利率を計算せよ。

- (6) 1000 圓の貸金が 21 年後に 7400 圓になつた、利息は一年毎に元金に繰入れたものとして年利率を計算せよ。
 (7) 年利率 5 分の貸金 10000 圓が元利合計 32251 圓になるには幾年たたなければならぬか。但し利息は一年毎に元金に繰入れるものとして計算せよ。
 (8) 或人最初は 150 圓を借りたのであるが利息(年利率 6 分)を一年毎に元金に加へられたが爲め返済の時には 304 圓となつて居つた、約何年何ヶ月借りたか。

100. 年金算

次の各題は何れも一年毎に利息を元金に入れるものとして解け。

- (1) 毎年始めに金 100 圓宛積金するとき 10 年目の年末には元利合計幾らとなるか。利率は年 6 分とせよ。
 (2) 毎年末に 1000 圓宛貯金するものとするとして 11 年目の初めには元利合計幾らになるか。利率

は年7分とせよ。

- (3) 甲は毎年始めに100圓宛貯金することとし乙は甲が最初の貯金をしたとき金若干圓を預け入れた、13年目の年末に甲と乙との元利合計が等しくなつたとすると乙は一時に幾ら預金したことになるか。但し何れも年利率は6分である。
- (4) 或人金20000圓を年利率7分で貸り其年の終りから年々等額宛返済して20回で皆済しやうとすると年々返済する金額は幾らとなるか。
- (5) 或人金1000圓を年5分で借り始め5ヶ年間は利息も拂はずに棄て置き満5ヶ年後から年々等額を仕拂つて10回で全部償却しやうとすると幾ら宛返せばよいか。
- (6) 年利率は6分で三年据置き五箇年賦の年賦金100圓である貸金の元金は幾らか。
- (7) 年利率4分と見て毎年末100圓宛支拂ふ永續年金の最初の年に於ける現價は幾らか。
- (8) 16才の人十年満期の保険契約を結び契約の年の始めから年々保険料105圓宛を支拂ひ満

- 十年の年末に保険金1000圓を受取つた。此人年5歩で年々保険料を貯金して置いたとすると幾らの元利合計を受取つた筈か。
- (9) 16才の人40才満期の養老保険に加入し年々年の始めに41圓80錢の保険料を支拂ひ30才のとき死亡した。其年末保険會社は保険金1000圓を支拂つたとすると會社は營業費を計算に入れないとして幾らの損害を受けたか。利率は年5歩として計算せよ。
- (10) 恩給年1000圓を受ける人がある。或年の始めに此人尙五回分は恩給を受け得るものと見て其恩給金の現價を見積つたとする、其時の金高は幾らであつたか。但し利率は年6分とし恩給金は年末に受取るものとせよ。

101. 手形割引

- (1) 支拂期日十月十日額面1200圓の爲替手形を其年の九月二十日に日歩2錢5厘で割引せしめたならば手取幾らとなるか。
- (2) 支拂期日八月七日額面二百五十圓、支拂期日

七月十五日額面三百圓の約束手形二通を其年の六月三十日に或銀行で割引して貰つた。其時の日歩は二錢七厘であつたとして手取の金高を計算せよ。

(3) 金 1000 圓の約束手形を日歩二錢三厘で二月十五日に割引させて 990.8 圓を受取つた。此年は平年であつたとして此手形支拂期日を求めよ。

(4) 支拂期日十一月十三日額面 500 圓の爲替手形を其年の九月二十五日に割引せしめて 490 圓受取つた。日歩幾らの割か。

(5) 支拂期日七月十日額面三百圓

支拂期日七月二十四日額面五百圓

支拂期日八月五日額面二百圓

以上三通の約束手形と支拂期日某日額面一千圓の手形と割引の結果得られる手取は同額である。一千圓の手形の支拂期日は何月何日か。

(6) 支拂期日十月七日額面 500 圓

支拂期日十月二十五日額面 300 圓

支拂期日十一月二十九日額面 400 圓

以上三通の手形支拂ひの義務を持つ商人がある。此人十月一日に 200 圓を支拂つたとすると残り 1000 圓を何月何日に支拂へば宜しいか。

102. 比

(1) 次の比を簡単にせよ。

$$(4) 115:161, 231:616, \frac{8}{9}:\frac{4}{15}, 2\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}$$

$$(□) 4ab:6bx, 9a^2b:12ab^2, 1\frac{2}{3}x^2y:1\frac{1}{9}xy^3$$

$$(△) \frac{15a}{8x} \div \frac{5b}{12x}, 4(a+b)x:6(a+b)y, (a+b)^2:(a^2-b^2)$$

$$(=) \frac{x+1}{x-1}:\frac{x^2+1}{x^2-1}, \frac{x+1}{x-1}:\frac{x^3+1}{x^3-1}, \left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right) \div \frac{a-b}{a+b}$$

(2) $x:y=4:5$ なるとき次の各の比の價を計算せよ。

$$2x+3y:3x-2y, x^2-xy+y^2:x^2+xy+y^2, (x+y)^2:x^2+y^2$$

(3) 次の方程式より $x:y$ の價を求めよ。

$$(4) \frac{x-7y}{x+3y} = -\frac{11}{9}, \frac{2x+5y}{x+y} = 3, \frac{4x+12y}{2x-y} = 8$$

$$(□) 4(x^2+y^2)=17xy, 10(x^2+y^2)=29xy, \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{74}{35}$$

$$(八) \begin{cases} A:B=3:7 \\ B:C=2:3 \end{cases} \text{より } A:C \text{ を求めよ,}$$

$$\begin{cases} A:B=6:5 \\ B:C=2:1 \\ C:D=5:8 \end{cases} \text{より } A:D \text{ を求めよ}$$

(4) 3:5 の兩項に同數を加へて 2:3 にするには如何なる數を加ふべきか。

(5) 二數の比は 5:3 で其差は 16 である。此二數の各は何か。

(6) 100 瓦 20 錢の砂糖と 100 瓦 25 錢の砂糖とを混合して 100 瓦 22 錢の砂糖を作つた。混合の割合を求めよ。

(7) 十六金と二十二金とを混じて 18 金を作るとき混合の割合を求めよ。但し十六金の分量を前項と見よ。

(8) 2% の硫酸と 7% の硫酸とを混じて 5% の硫酸を作るとき混合の割合を求めよ。但し 2% の方を前項とせよ。

(9) 甲、乙の所持金の比は 3:2 である。兩人共或事業の爲出金したが兩人の出金高の比は 5:3 である、兩人共 100 圓宛の殘金を持つとすれば

兩人の元の所持金は各幾圓か。

(10) 甲瓶には酒精若干乙瓶には水若干ある。乙から其半分の水を出して甲に入れ、再び同量を乙瓶へ甲瓶から返へしたが此時の甲瓶の酒精は $\frac{9}{13}$ の強さであつた、始めの甲瓶の酒精と乙瓶の水との分量の比を求めよ。

103. 比 例 式

(1) 次の比例式を解け。

$$(4) 40:15=28:x, 10:112=x:42$$

$$(□) 63:x=\frac{27}{2}:20, x:15=\frac{12}{7}:18$$

$$(八) x:\frac{a}{c}=\frac{c}{d}:\frac{a}{b}, 8ab:x=bc:\frac{7}{4}ac$$

$$(二) \frac{a}{14b}:x=\frac{3c}{7b}:\frac{2c}{a}, \frac{a+b}{a-b}:\frac{a^2-b^2}{ab}=x:\frac{(a-b)^2}{ac}$$

$$(木) \left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-ab\right):\left(\frac{a^3+b^3}{a+b}+ab\right)=1:x$$

$$(八) \left(\frac{a^3-b^3}{a-b}+ab\right):\left(\frac{a^3+b^3}{a+b}-ab\right)=(a+b)^2:x$$

$$(ト) a:b=c-x:x, a:b=x:c+x$$

$$(チ) a:b=x+c:x-c, a:b+x=c:b-x$$

- (リ) $a+x:b+x=x+c:x-c$, $x+a:x=x:x-b$
 (ヌ) $x+11:x+3=2x+1:x+5$,
 (ル) $x^2-x+3:x^2-4x+5=x+3:x-1$
 (ヲ) $2a-(1+a^2)x:1+a^2-2ax=2b+(1+b^2)x:1+b^2+2bx$

(2) 次の三数の第四比例項を求めよ。

- (4) 95, 20, 57 (ロ) $7ab, 5bc, \frac{7}{2}a$
 (ハ) $a+b, a-b, a^2-b^2$ (二) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}, 1+\frac{a}{b}, 1-\frac{b}{a}$

(3) 次の二数の比例中項を求めよ。

- (4) 9, 16 (ロ) $\frac{ab}{c}, \frac{ac}{b}$
 (ハ) $\frac{ax}{b}, \frac{bx}{a}$ (二) $\frac{(a+b)^2}{p-q}, \frac{p^2-q^2}{p+q}$

(4) 比例をする四数がある。第一数と第四数との和は8で第二数と第三数との和は7、各数の平方の和は65である、此比例式を求めよ。

(5) 15疋は4貫である。体重15貫の人は何疋の体重か。

(6) 5哩は約8杆である。10000米は約何哩か。

(7) 圓の直径と周との比は約7:22である。周圍1米ある丸柱の直径は幾らか。

(8) 毎日8里宛歩くとして12日掛る道を7里宛歩くとするとき幾日目に歩き盡すことが出来るか。

(9) 同じ廣さの甲乙二つの矩形の地所がある。甲と乙との間口の比は3:2で甲の奥行は16米である乙の奥行は幾米か。

(10) 酒2リットルと茶300瓦との價が同じであるとき酒5リットルの價が6圓ならば茶100瓦の價は幾らか。

104. 連比

(1) 次の連比を簡単にせよ。

- (4) $\frac{1}{2}:\frac{2}{3}:\frac{3}{4}; \frac{8}{21}:\frac{2}{7}:\frac{1}{3}; \frac{7}{12}:\frac{8}{15}:\frac{9}{25}$
 (ロ) $\frac{3}{4}:\frac{7}{8}:\frac{15}{16}:\frac{31}{32}; 2\frac{3}{5}:3\frac{9}{10}:5\frac{7}{12}:4$

(2) 次の關係から $A:B:C$ を求めよ。

- (4) $\begin{cases} A:B=3:7 \\ A:C=4:5 \end{cases}$ (ロ) $\begin{cases} A:B=5:4 \\ B:C=2:3 \end{cases}$ (ハ) $\begin{cases} A:C=8:9 \\ B:C=5:6 \end{cases}$

(3) 次の關係から $A:B:C:D$ を求めよ。

$$(4) \begin{cases} A:B=4:3 \\ A:C=6:5 \\ A:D=8:7 \end{cases} \quad (\square) \begin{cases} A:C=8:3 \\ B:C=7:6 \\ B:D=14:15 \end{cases} \quad (\ast) \begin{cases} A:B=5:6 \\ B:C=8:3 \\ C:D=6:7 \end{cases}$$

(4) 次の各聯立方程式から $x:y:z$ を求めよ。

$$(4) \begin{cases} x-y-5z=0 \\ x+y-19z=0 \end{cases} \quad (\square) \begin{cases} x+2y-4z=0 \\ 2x+3y=7z \end{cases}$$

$$(\ast) \begin{cases} 7x+10y=4z \\ 12x=z+18y \end{cases} \quad (\equiv) \begin{cases} \frac{4y+2z}{3z} = \frac{5x}{2z} \\ 20y-18x=3z \end{cases}$$

(5) x, y, z が前題(□)の解なるとき $\frac{2x^2-3y^2+5z^2}{4x^2+5y^2-z^2}$ 及び $\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$ の各の數値を求めよ。

(6) $A:B:C:D=2:3:4:5$ なるとき次の比の値を求めよ。

$$(4) A:A+B+C+D, C:A+B+C+D$$

$$(\square) A+B:C+D, 3A+2B-C:B+5C-2D$$

$$(\ast) A \times D:B \times C, A^2+B^2:C^2+D^2$$

(7) $\begin{cases} A:B=6:5 \\ A:C=9:7 \end{cases}$ なるとき次の各關係を満足する

A, B, C の値を求めよ。

$$(4) A+B+C=141 \quad (\square) A+2B=96$$

$$(\ast) 2A-3B+C=25$$

(8) $\begin{cases} A:B=5:2 \\ B:C=5:4 \\ B:D=10:9 \end{cases}$ なるとき次の關係を満足する様

に A, B, C, D を定めよ。

$$(4) A+B+C+D=104 \quad (\square) A-B+C-D=42$$

(9) 或三角形の頂點から對邊へ引く三垂線の比は $3:4:5$ である邊の連比を求めよ。

(10) 267 圓を甲:乙=8:9, 丙:乙=7:12 となる様甲乙丙に分配するとき各は幾圓貰ふか。

(11) 甲,乙,丙三人で學校の寄附金 1005 圓を分擔するに甲の 7 倍は乙の 8 倍に等しく,丙の 12 倍が甲の 11 倍に等しくなる様にした,各の分擔額を求めよ。

(12) 甲は 1000 圓を 2 ヶ月間,乙は 2000 圓を 3 ヶ月間,丙は 4000 圓を 1 ヶ月間何れも出資し合同して商業をしたが其結果 1800 圓を利益した。甲は此利益中から勞務に對する報酬として 300 圓を取り残る益金は出資額と月數との積に比例して分配することにした,各は幾ら宛の益金を得たか。

(13) 甲が 3 日掛つて仕上げる仕事を乙は 4 日丙

は5日掛つて仕上げるものとする。今此三人が共同して一つの仕事を仕上げ其報酬として705圓を得た、此金額を各の力に應じて分配するには各の所得を幾らとすればよいか。

(14) 男三人分の賃金が女四人分に等しきときに男10人女8人を15日間雇つて賃金總計480圓を仕拂つた、男女各一人一日の賃金は幾らか。

(15) 1リットルにつき1圓,80錢,70錢三種の酒を混じて1リットルにつき96錢の酒を作り上げた。如何なる割合に混合したか。但し中と下との混合の割合は2:1であつた。

又作り上げた酒量は70リットルであつたならば各種の酒を幾らずつ混じたことになるか。

(16) 45%, 40% の二種の酒精に水を混合して37%の酒精を作つた、此時の40%の酒精と水との分量の比は3:1であつたとすると混合の割合はどうであつたか。

又此時水と40%の酒精とは合せて24リットル用ゐたとすると45%の酒精は幾ら使用したことになるか。

105. 比に関する等式

(1) $a:b=c:d$ ならば次の等式が成立することを証明せよ。

$$(A) \frac{2a+3b}{2c+3d} = \frac{b}{d}, \quad \frac{a^2+ab+b^2}{c^2+c+d^2} = \frac{b^2}{d^2}$$

$$(B) \sqrt{a} - \sqrt{b} : \sqrt{a+b} = \sqrt{c} - \sqrt{d} : \sqrt{c+d}$$

$$(C) \frac{a^2+c^2}{ab+cd} = \frac{ab+cd}{b^2+d^2}, \quad \frac{3c^2-5a^2}{a-c} = \frac{3d^2-5b^2}{b-d}$$

$$(D) \frac{a}{x} + \frac{b}{y} : b = \frac{c}{x} + \frac{d}{y} : d$$

(2) $(a+b-3c-3d)(2a-2b-c+d) = (2a+2b-c-d)(a-b-3c+3d)$ ならば $a:b=c:d$ なることを証明せよ。

(3) $x:y=y:z$ ならば次の等式が成立することを証明せよ。

$$(A) 2x : x+y = 2(x-y) : x-z$$

$$(B) (xy+yz)^2 = (x^2+y^2)(y^2+z^2)$$

$$(C) xz - yz + z^2 = \frac{x^4 + xz^3 + z^3}{y^2 + yz + z^2}$$

$$(D) x^3 + y^3 : xy = y^3 + z^3 : z^2$$

(4) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ならば次の等式が成立することを証明せよ。

$$(二) \frac{3a-7c+2e}{3b-7d+2f} = \frac{a}{b}, \quad \sqrt[3]{\frac{a^3+c^3+2e^3}{b^3+d^3+2f^3}} = \frac{e}{f}$$

$$(三) \frac{a^2-ac+e^2}{b^2-bd+f^2} = \frac{ae}{bf}, \quad \sqrt[5]{\frac{3a^2ce^2+ac^2e^2+e^5}{3b^2df^2+bd^2f^2+f^5}}$$

$$(5) \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ ならば } \sqrt{2x^2-3y^2+4z^2} = \sqrt{5}y$$

$$(6) \frac{x}{ab-c^2} = \frac{y}{bc-a^2} = \frac{z}{ca-b^2} \text{ ならば } ax+by+cz=0 \text{ なるか然らずば } bx-cy+az=0 \text{ なることを証明せよ。}$$

$$(7) \frac{p}{bz+cy} = \frac{-q}{az-cx} = \frac{-r}{ay+bx} \text{ ならば } ap+bq+cr=0 \text{ なるか然らずば } xp-yq+rz=0 \text{ なることを証明せよ。}$$

$$(8) \frac{bx-ay}{-cy-az} = \frac{-cx-az}{by-ax} = \frac{z+y}{x+z} \text{ ならば此等の比の各が } \frac{x}{y} \text{ に等しきか然らずば } b-c=0 \text{ なることを証明せよ。}$$

(9) x, y, z, t が連比例をするならば次の比例式が成立することを証明せよ。

$$2x:t=2(x^2+y^2+z^2):y^2+z^2+t^2$$

(10) $a-b:b=-x-y:y+2x$ ならば $x:y=a+2b:b-2a$ なることを証明せよ。

(11) $\frac{x+y}{y} = \frac{2a+b}{a+b}$ ならば $\frac{x^2-xy+y^2}{a^2+ab+b^2} = \frac{x^2}{a^2}$ なることを証明せよ。

106. 正比例の問題

(1) p は q に比例し $p=3$ のとき $q=9$ であるとする。此時の比例常数を定め且つ $q=\frac{4}{5}$ のときの p の値を求めよ。

(2) y は x^2 に比例し $x=2$ のとき $y=20$ である。此時の比例常数を定め且つ $y=245$ のときの x の値を求めよ。

(3) y は x の三乗根に比例し $x=8$ のとき $y=14$ である。此時の比例常数を定め且つ $y=21$ のときの x を求めよ。

(4) y は $x-3$ に比例し $x=1$ のとき $y=8$ である。此時の比例常数を定め且つ $x=5$ のときの y を求めよ。

(5) $y+5$ は $x+2$ に比例し $x=1$ のとき $y=10$ である。此時の比例常數 k の價は何か、又 $x=2$ のときの

y を求めよ。

- (6) y は $x+a$ に比例し $x=3$ のとき $y=12$ で $x=5$ のとき $y=16$ である。此時の比例常数 k 及び a を求め且つ $x=7$ のときの y の値を求めよ。
- (7) 物体が静止の状態から落下を始めるとき落下の距離は時間の平方に比例するものである。一秒時間に4.9米落下したとすると5秒時間には何米落下するか。
- (8) 球の表面積は半径の自乗に比例するものである。今半径2厘の球の面積が49.6平方厘であるとすると半径5厘の球の表面積は幾らとなるか。
- (9) 単振子の半振動に要する時間は振子の平方根に比例するものである。長さ1米の振子が半振動をなすに要する時間は約1秒であるならば長さ2米の単振子が半振動をするに要する時間は幾らか。
- (10) 或市の経営する墓地一平方米の値段は購買するときの平方米数に比例すると云ふことである。

此場合には購買する地所の廣さと其價格との間に如何なる關係あるかを示し且つ一平方米を買ふときの價格は7圓であるとして3平方米買ふときの値段を求めよ。

- (11) 金剛石一個の價を計算するに際しても一カラットの値段は其カラット數に比例するものである。此時の金剛石一個の値段は其重さを示すカラット數と如何なる關係あるかを示せ。
- (12) 球の體積は半径の立方に比例す。今半径3厘, 4厘, 5厘ある三つの鉛球を熔合して一個の鉛球とするとすれば半径幾らの球が出来るか。

107. 反比例の問題

- (1) y は x に反比例し $x=2$ のとき $y=4$ である。
 $x=8$ のとき y の値は何か。
- (2) y は x^2 に反比例し $y=3$ のとき $x=9$ である。
然らば $x=2$ のときの y の値は何か。
- (3) y は x^2+3 に反比例し $x=2$ のとき $y=1$ である。
此時の比例常数 k を求め且つ $x=3$ のときの y の値を求めよ。

- (4) $y-2$ は $3x+1$ に反比例し $x=1$ のとき y は 3 である。此時の比例常数を求め且つ $y=4$ のときの x の値を求めよ。
- (5) y は $x+a$ に反比例し $x=4$ のときは $y=1$, $x=7$ のときは $y=\frac{1}{2}$ である。此時の比例常数 k と a の値を求めよ。
- (6) 一定の金額で買ひ得る宅地の間口は奥行に反比例するものとする。間口が 10 米奥行が 20 米の宅地と同価格の宅地の間口が 8 米ならば此宅地の奥行は何米か。
- (7) 一リットルにつき幾らと云ふ定めで酒を買ふとき一リットル 80 銭の酒を 5 リットル買ひ得る金額で一リットル 1 圓の酒を何リットル買ふことが出来るか。
- (8) 容量が一定のとき直円錐形容器の高さは底面の半径の自乗に反比例するものである。今底面の半径を 1 米とするととき高さは 4 米であるとすると底面の半径 2 米ならば高さは幾米か。
- (9) x は y^2 に比例する部分と z に反比例する部

分との和であるとする。今 $y=1$, $z=3$ のとき $x=3$ で $y=2$, $z=1$ のとき $x=11$ であるとするとき $y=3$, $z=6$ のときの x は何か。

- (10) $xy+x-2y=5$ を y に関する式が x に関する式に反比例する形に直せ。

108. 複比例の問題

- (1) y は a と b とに比例し c には反比例するとする。 $a=1$, $b=2$, $c=4$ のとき $y=3$ ならば此時の比例常数 k は何か。又 $a=5$, $b=1$, $c=15$ のときの y の値を求めよ。
- (2) 直円錐の體積は高さに比例し又底面の半径の自乗にも比例するものである。高さ 1 浬底面の半径 1 浬のとき體積は 1.05 立方浬であるとする。高さ 2 浬底面の半径 4 浬のときの體積は幾立方浬か。
- (3) 針金を電氣が流れるときの抵抗は針金の長さに比例し其半径に反比例するものである。次の如き甲乙同質の針金二本の抵抗の比を求めよ。

甲 長さ1米,半径0.2米

乙 長さ3米,半径0.3米

(4) 風が平面に垂直に当たるとき之を押す力は平面の面積に比例し且つ風の速度の自乗に比例するものである。

一時間15哩の速度を有する風が一平方呎の平面を押す力が一ポンドであるとするとき毎時20哩の風が6呎四方の平面を押す力は何ポンドであるか。

(5) 石材の値段が容積に比例するとき3寸×4寸×6尺の石の値段が2圓80銭ならば2尺×1尺×3尺の石の値段は幾らか。

(6) 一定物質から成る角棒の一端を固定して水平にし他の端に重量を吊す場合に其棒が堪え得る重量は棒の長さに反比例し幅に比例し厚さの自乗に比例するものである。今長さ1尺幅及び長さ1寸の椋の棒が25貫の重量に堪え得たとするとき長さ6尺幅1寸で6貫の重量に堪えさせんとするとき椋棒の厚さを何寸にすれば大丈夫であるか。

109. 有 價 證 券

- (1) 年一割の配當は持續せられると見込みを付けて50圓拂込の株を一株75圓で買った人がある。此人は幾らの利廻りを見込んで居るか。配當金は第三種所得に合算して所得税を課せられるものである。其税率は其人の總所得高に依つて定まるが此問題では配當金の $\frac{3}{100}$ は所得税として拂ふものと假定して解け。
- (2) 利子支拂期日が六月一日及び十二月一日である特別5分利公債證書額面百圓を大正十三年十二月一日に其時以降の利札付のまま90圓で買ひ取つた。此公債は大正二十四年十二月一日に償還せられるものと見て單利法で其利廻りの大體を計算せよ。國債の利子には所得税は免除せられる定めである。
- (3) 利子支拂期日が三月一日と九月一日である八分利付大阪市公債額面百圓を大正十四年三月一日に其時以後の利札付のまま100.2圓で買った人がある。此公債は大正十七年三月一日に償還せられると見て利廻りを單利で計算せ

よ。利息は之を受取る際に其百分の五を所得税として引去られるものである。

(4) 利息支拂期日が六月一日と十二月一日とである。北海道拓殖債券額面百圓を大正十四年六月一日に 83.7 圓で買った人がある。此社債は 5 分利で大正二十年六月一日迄に随意償還せられる筈である。今最終日に償還せられるものと見て此債券の利廻りを計算せよ。社債の利子に對しては國債以外の公債と同様其百分の五に當る所得税を課せられるものである。

—(終)—

問 題 答

(1)

- [1] x^2-4 , a^2-9 , y^2-49 , b^2-36 [2] z^2-16 , c^2-100 , x^2-1 , y^2-1 [3] x^2-a^2 , y^2-x^2 , x^2y^2-4 , $a^2x^2-b^2y^2$ [4] $a^2b^2-c^2d^2$, x^2y^4-9 , $p^4q^4-r^2$ [5] $4x^2-9y^2$, $25-4a^2b^2$, $a^2b^2c^2-4x^2$ [6] $x^2-\frac{1}{9}$, $4a^2-\frac{16}{25}$, $9x^2-\frac{25}{36}$, $\frac{4}{9}a^2-\frac{9}{16}b^2$ [7] $25m^2-64l^2$, $9a^2x^2-16b^2y^2$, $36a^2b^6-1$ [8] $100-16x^4y^2$, $25a^2-4b^4$, x^4-y^4 [9] $121a^2b^2-81x^2y^2$, $9x^8-64y^8$, x^6-y^6 [10] $10a^2-5b^2$, $a^2b^2-x^2$ [11] $4-9x^2$, c^2-8-4x^2 [12] x^4-y^4 , c^8-d^8 [13] 6399, 2499, 9996, 39991

(2)

- [1] $x^2+16x+64$, $a^2+18a+81$, $x^2-8x+16$, $x^2-14x+49$
 [2] $4x^2+36x+81$, $9a^2+42a+49$, $16y^2-24y+9$, $36z^2-60z+25$
 [3] $a^2x^2+2abxy+b^2y^2$, $x^4y^4+2ax^2y^2+a^2$, $a^2b^2-2abcd+c^2d^2$, $a^4b^2-2a^2bc^2d+c^4d^2$ [4] $4x^2+20xy+25y^2$, $9a^4+12a^2b^2+4b^4$, $16x^4y^2-16abx^2y+4a^2b^2$, $9k^2a^2-24k^3ac+16k^4c^2$ [5] $a^2+\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$, $x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}$, $a^2-\frac{1}{2}a+\frac{1}{16}$, $a^2-\frac{3}{2}a+\frac{9}{16}$ [6] $\frac{1}{4}a^2+\frac{2}{3}a+\frac{4}{9}$, $\frac{4}{9}x^2+x+\frac{9}{16}$, $\frac{1}{9}y^2-\frac{1}{2}y+\frac{9}{16}$, $\frac{4}{5}z^2$

$$-\frac{3}{5}z + \frac{9}{16} \quad (7) \frac{1}{9}x^2y^2 + \frac{1}{3}abxy + \frac{1}{4}a^2b^2, \frac{4}{9}a^4b^2 + \frac{4}{15}a^2b^2xy^2$$

$$+ \frac{1}{25}x^2y^4, \frac{1}{16}p^2 - \frac{1}{6}pq^2 + \frac{1}{9}q^4, \frac{9}{16}l^2m^2x^2 - \frac{9}{10}abmxy + \frac{9}{25}$$

$$a^2b^2y^2 \quad (8) x^2 - 4x + 4, a^2b^2 - 6ab + 9, c^2 + 10c + 25, 4x^2y^2 + 12$$

$$xy + 9 \quad (9) x^2 + y^2 + 2xy - z^2, 4z^2 - x^2 + 2xy - y^2, 5x^2 + 5y^2, a^2 +$$

$$b^2 + c^2 + 2bc - 2ca - 2ab, 4x^2 + y^2 + z^2 - 2yz + 4xz - 4xy, x^2 + 4y^2$$

$$+ 9z^2 - 12yz - 6xz + 4xy, 4a^2 + 9b^2 + 16c^2 - 24bc + 16ac - 12ab,$$

(10) 441, 484, 529, 576, 625, 53361, 53824, 54289, 54756, 55225

(3)

(1) $x^3 \pm 6x^2 + 12x \pm 8, x^3 \pm 9x^2 + 27x \pm 27, x^3 \pm 12x + 48x \pm 64,$
 $x^3 \pm 15x^2 + 75x \pm 125$ (2) $8x^3 \pm 12x^2 + 6x \pm 1, 8x^3 \pm 36x^2 + 54x$
 $\pm 27, 27x^3 \pm 27x^2 + 9x \pm 1, 27x^3 \pm 54x^2 + 36x \pm 8$ (3) $x^3 \pm 6x^2y$
 $+ 12xy^2 \pm 8y^3, 8a^3 \pm 12a^2b + 6ab^2 \pm b^3, 8a^3 \pm 36a^2b + 54ab^2 \pm 27$
 b^3 (4) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + c^3,$
 $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 3x^2z + 6xyz - 3y^2z + 3xz^2 - 3yz^2 - z^3$

(4)

(1) $x^2 + 5x + 4, a^2 + 6a + 8, b^2 + 7b + 12, y^2 + 8y + 15$ (2) $k^2 + 9k$
 $+ 18, l^2 + 10l + 21, x^2 + 10x + 24, x^2 + 10x + 25$ (3) $a^2 + 9ab$
 $+ 14b^2, x^2 + 11xy + 24y^2, a^2 + 9ab + 8b^2, a^2 + 16ab + 63b^2$ (4)
 $k^2 + 10kl + 25l^2, x^2y^2 + 10xy + 16, x^2y^2 + 12xy + 35, a^4 + 11a^3$

+ 27 (5) $x^2 - 9x + 20, a^2 - 8a + 7, b^2 - 7b + 10, a^2 - 8a + 12$
(6) $k^2 - 16k + 15, x^2 - 9x + 8, c^2 - 8c + 12, x^2 - 6x + 9$ (7) a^2
 $- 14ab + 24b^2, x^2 - 10xy + 9y^2, k^2 - 3kl + 2l^2, p^2 - 5pq + 6q^2$
(8) $l^2 - 18lm + 17m^2, x^2y^2 - 10xy + 16, a^2b^2 - 15ab + 44, a^4$
 $- 25a^2 + 136$ (9) $x^2 - 3x - 10, a^2 - 8a - 9, b^2 - 9b - 36, c^2 - 3c$
 $- 40$ (10) $p^2 - 6p - 27, q^2 - 9q - 10, x^2 - 3x - 40, y^2 - 2y - 8$
(11) $a^2 - 5ab - 36b^2, x^2 - 4xy - 21y^2, m^2 - 5mn - 24n^2, p^2 - 4pq$
 $- 45q^2$ (12) $a^2b^2 - ab - 6, x^2y^2 - 4xy - 5, a^4 - 2a^2 - 35, x^4 - 2x^2$
 $- 35$ (13) $a^2 + a - 20, x^2 + 3x - 88, b^2 + 2b - 63, y^2 + 3y - 40$
(14) $p^2 + 2p - 63, l^2 + 10l - 39, x^2 + 9x - 10, b^2 + 9b - 90$
(15) $a^2 + 5ab - 24b^2, x^2 + 11xy - 26y^2, a^2 + 6ab - 91b^2, p^2 + 5pq$
 $- 24q^2$ (16) $a^2b^2 + 3ab - 54, x^2y^2 + 2xy - 15, x^4 + x^2 - 156,$
 $14 - 5a - a^2$ (17) $11x - 3, 14 - 22a$

(5)

(1) $12x^2 + 22x + 6, 20x^2 + 22x + 6, 21a^2 + 20a + 4, 14b^2 + 48b$
 $+ 18,$ (2) $10x^2 + 28xy + 16y^2, 24x^2 + 55xy + 25y^2, 12a^2 + 46ab$
 $+ 42b^2, 8a^2 + 38ab + 35b^2$ (3) $15a^2b^2 + 54ab + 48, 12p^2q^2 + 36pq$
 $+ 15, 15x^4 + 26x^2 + 8, 36a^2b^2 + 59abc + 24c^2$ (4) $8x^2 - 26x + 20,$
 $40x^2 - 66x + 14, 24x^2 - 24x + 6, 35x^2 - 53x + 20$ (5) $16x^2 - 70x$
 $+ 24y^2, 6x^2 - 21xy + 18y^2, 21a^2 - 71ab + 40b^2, 15a^2 - 56ab$

+49b² [6] 28x²y²-33xy+9, 18a²b²-45ab+28, 16x⁴-60x²+36, 28x²y²-72xyz+32z² [7] 45x²-3x-6, 14a²-41a-28, 20b²-27b-14, 63c²-c-20 [8] 63x²-4xy-4y², 10x²-39xy-27y², 10a²-ab-3b², 6a²-54b² [9] 12x²y²-23xy-9, 6a²b²-11ab-72, 42x⁴-34x²-16, 12a²x²-30axy-72y² [10] 28x²+6x-54, 48a²+16a-20, 40b²+37b-63, 56c²+15c-54 [11] 7x²-33xy-54y², 24x²+70xy-75y², 12a²+7ab-12b², 15a²+ab-2b² [12] 40p²q²+pq-6, 32m²n²+36mn-35, 8x⁴+22x²-63, 15a⁴+2a²-45 [13] 32x²-60xy-100y², 14a²+79ab-19b²

(6)

[1] x³-x²+2, x³-8x-3, 2x³+11x²-x-3 [2] 3x³-14x²+26x-12, 2x³-x²+6x-7, 3x³+7x²-5x+3 [3] 15x³+7x²+10x+8, 16x³-4x²+14x-15, 24x³+42x²+47x+40 [4] x⁴+x²+1, x⁴+x³-2x²+7x+3 [5] x⁴-x³-3x²-x+20, x⁴+x³-24x²-19x+5 [6] 6x⁴+8x³+x²+10x+3, 8x⁴+16x³+12x²+31x+14 [7] x⁴+15x³+53x²-22x+16, x⁴-5x³+10x²-14x+6 [8] 2x⁴-5x³+13x²-9x-9, 4x⁴-15x³-13x²+19x+5 [9] x⁵-2x⁴-x²-3x-1, 2x⁵-x⁴+6x³-5x²-6 [10] 6x⁶+20x⁵+3x⁴+33x³-3x²-x-2

(7)

[1] x²-a²+x+a, x²-4+xy-2y, x²-9y²+2x-6y [2] p²+2pq+q²+4p+4q, h²-2hk+k²+5h-5k, a²+4ab+4b²-3a-6b [3] a²+2ab+b²+3a+3b+2, x²-2xy+y²+5x-5y+6, a²+4ab+4b²-2a-4b-15 [4] x²-y²+3x-y+2, a²-b²-7a+b+12, 4x²-y²-8x-2y+3 [5] a²+2ab+b²-4, x²-4y²-4y-1, 4a²-12ab+9b²-25 [6] x⁴+x²+1, a⁴+a²b²+b⁴ [7] x⁵+6x²+11x+6, x⁵-6x²-x+30 [8] x⁴-7x³-9x²+63x, a⁴-2a²b²+b⁴, x⁴-8x²y²+16y² [9] x⁴-13x²+36, x⁴+16x³+86x²+176x+105

(8)

[1] 3(a+b), 7(x-y), 5(p-1), 6(k+1) [2] 4(a+b-c), 9(a+b-2c), 2(x-2y+1) [3] 4(4x+8y-3z), 3(8a-5b+7c), 4(4h-7k+5l-20m) [4] a(x+y), x(y-z), a(a-b), x(x+y) [5] a(a-1), x(x²+1), y²(y-1), z²(1+z²) [6] x²(5x-y), a²(2+ab²), 4x²(1-4y), 9p(2p²-q²) [7] a(x-2y+3z), x(m-n+p) [8] x(a-b-1), 2a(4bx-3cy-5z) [9] 5x(4a-7b-8x), 7y(9x-12y+14z) [10] 2x³(x²-3xy+y²), 3a²b(a²-2ab+3b²) [11] (x+y)(a-b), (x-y)(a-b) [12] (2x-3y)(a-3), (3p-q)(2x-1) [13] (x+y)(m+1), (x-y)(m-1) [14] (3m-2p)(5a-b) [15]

$$(5c-2d)(a-x) \quad [16] \quad (3x-y)(a+2b) \quad [17] \quad (x-y)(a+b) \quad [18]$$

$$(2m-3p)(21a+b) \quad [19] \quad -(a-2b)(x+y)$$

(9)

$$[1] \quad (x+2)(x-2), (a+3)(a-3), (y+7)(y-7), (b+6)(b-6) \quad [2]$$

$$(z+4)(z-4), (c+10)(c-10), (x+1)(x-1), (y+1)(y-1) \quad [3]$$

$$(x+a)(x-a), (y+x)(y-x), (xy+2)(xy-2), (ax+by)(ax-by)$$

$$[4] \quad (ab+cd)(ab-cd), (xy^2+3)(xy^2-3), (p^2q^2+r)(p^2q^2-r) \quad [5]$$

$$(2x+3y)(2x-3y), (5+2ab)(5-2ab), (abc+2x)(abc-2x) \quad [6]$$

$$\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right), \left(2a+\frac{4}{5}\right)\left(2a-\frac{4}{5}\right), \left(3x+\frac{5}{6}\right)\left(3x-\frac{5}{6}\right),$$

$$\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b\right) \quad [7] \quad (5m-8l)(5m+8l), (3ax+4by)($$

$$3ax-4by), (6ab^3+1)(6ab^3-1) \quad [8] \quad (10+4x^2y)(10-4x^2y), (5a$$

$$+2b^3)(5a-2b^3) \quad [9] \quad (11ab+9xy)(11ab-9xy), (3x^4+8y^4)(3x^4$$

$$-8y^4), (x^3+y^3)(x^3-y^3) \quad [10] \quad (x-y)(x+y)(x^2+y^2), (c-d)(c+d)($$

$$c^2+d^2)(c^4+d^4) \quad [11] \quad 2(x+1)(x-1), 2(a+5)(a-5), 3(b+2)(b$$

$$-2), 7(x+3)(x-3) \quad [12] \quad a(10+z)(10-z), p(q+1)(q-1), cd(d$$

$$+7)(d-7), 2xy(2x+3y)(2x-3y) \quad [13] \quad (a+b)(c+d)(c-d),$$

$$(x-2y)(x+y)(x-y), (a+1)(p+2q)(p-2q) \quad [14] \quad (10a-6b$$

$$+3c)(10a-6b-3c), (a-b+x)(a-b-x), (2a-b)(2a-7b) \quad [15]$$

$$(17a-12b)(a+12b), -16(6x-y)(x-y) \quad [16] \quad (a+5b-3c)(a$$

$$+3c), -pd(12a-5d) \quad [17] \quad 2(5a+3b-4x)(-3a+3b+4x),$$

$$3(3x+y)(x+3y) \quad [18] \quad (x+y)(x-y+3), (a+b)(3a-b), 6q^2(2p$$

$$-3q) \quad [19] \quad 1000, 5000, 400, 1002000, 2600$$

(10)

$$[1] \quad x^2 \mp 2xy + y^2 \quad [2] \quad 4x^2 \mp 6xy + 9y^2 \quad [3] \quad a^2 \mp 5a + 25 \quad [4]$$

$$(p+1)(p^2-p+1), (q-1)(q^2+q+1), (1-a)(1+a+a^2), (1+b)(1$$

$$-b+b^2) \quad [5] \quad (2-x)(4+2x+x^2), (3+y)(9-3y+y^2), (a-4)(a^2$$

$$+4a+16), (b+5)(b^2-5b+25) \quad [6] \quad (ab+c)(a^2b^2-abc+c^3), (z$$

$$-xy)(z^2+xyz+x^2y^2), (ab^2+c)(a^2b^4-al^2c+c^2), (xy^4-z^2)(x^2y^8$$

$$+xy^4z^2+z^4) \quad [7] \quad (3a-1)(9a^2+2a+1), (ab+3)(a^2b^2-3ab+9),$$

$$(4-ab)(16+4ab+a^2b^2), (10+xy^2)(100-10xy^2+x^2y^4) \quad [8] \quad (2a$$

$$+3b)(4a^2-6ab+9b^2), (3x-4y)(9x^2+12xy+16y^2), (4p+5q)($$

$$16p^2-20pq+25q^2), (5k-7l)(25k^2+35kl+49l^2) \quad [9] \quad 2a(a^2+3b^2),$$

$$-(x+3y)(7x^2-3xy+3y^2), (a+3b+c)(a^2+6ab+9b^2-ac-3bc$$

$$+c^2) \quad [10] \quad (a-b)(2a^2+ab+b^2), -3y(2x+3y)(2x-3y) \quad [11]$$

$$3(p+2q)(p^2-2pq+4q^2), 2(xyz-3)(x^2y^2z^2+3xyz+9), 4(a+2)($$

$$a^2-2a+4) \quad [12] \quad (a+b)(x+y)(x^2-xy+y^2), a(a-1)(a^2+a+1),$$

$$3x^2y^2(x-5y)(x^2+5xy+25y^2) \quad [13] \quad (x-y)(x-y+2z)(x^2-2xy+$$

$$y^2-2xz+2yz+4z^2), (a+b)^2(a+b-1)(a^2+2ab+b^2+a+b+1)$$

$$[14] \quad a^2+a+1, b^2-2b+4, x^2y^2+3xy+9, 4a+b$$

(11)

- [1] $(x+2)(x+1)$, $(x+1)(x+3)$, $(x+4)(x+1)$, $(x+5)(x+1)$
 [2] $(x+3)(x+2)$, $(x+5)(x+2)$, $(x+3)(x+5)$, $(x+5)(x+7)$
 [3] $(x+2)(x+7)$, $(x+3)(x+7)$, $(x+11)(x+3)$, $(x+13)(x+7)$
 [4] $(x+2)(x+4)$, $(x+4)(x+7)$, $(x+6)(x+9)$, $(x+7)(x+8)$
 [5] $(x+3)(x+4)$, $(x+5)(x+6)$, $(x+3)(x+6)$, $(x+6)(x+7)$
 [6] $(x+2)^2$, $(x+3)^2$, $(x+4)^2$, $(x+5)^2$ [7] $(x+2y)(x+7y)$,
 $(xy+8)(xy+1)$, $(ab+2)(ab+8)$, $(x^2+3)(x^2+9)$ [8] $(x-1)(x-2)$,
 $(x-3)(x-1)$, $(x-4)(x-1)$, $(x-13)(x-1)$ [9] $(x-2)(x-3)$,
 $(x-2)(x-5)$, $(x-3)(x-5)$, $(x-5)(x-7)$ [10] $(x-11)(x-2)$,
 $(x-13)(x-2)$, $(x-3)(x-11)$, $(x-17)(x-3)$ [11] $(x-2)(x-4)$,
 $(x-4)(x-7)$, $(x-6)(x-9)$, $(x-7)(x-8)$ [12] $(x-2)(x-6)$,
 $(x-5)(x-4)$, $(x-4)(x-6)$, $(x-6)(x-8)$ [13] $(x-2)^2$, $(x-3)^2$,
 $(x-7)^2$, $(x-6)^2$ [14] $(x-2y)(x-5y)$, $(a-3b)(a-6b)$, $(xy-4)(xy-7)$,
 $(a^2-5)(a^2-6)$ [15] $(x+3)(x-1)$, $(x+5)(x-1)$, $(x+11)(x-1)$,
 $(x+17)(x-1)$ [16] $(x+3)(x-2)$, $(x+7)(x-5)$,
 $(x+5)(x-3)$, $(x+11)(x-7)$ [17] $(x+5)(x-2)$, $(x+11)(x-5)$,
 $(x+13)(x-3)$, $(x+11)(x-2)$ [18] $(x+4)(x-2)$, $(x+6)(x-5)$,
 $(x+9)(x-8)$, $(x+7)(x-6)$ [19] $(x+7y)(x-3y)$, $(a+5)(a-4b)$,
 $(xy+7)(xy-5)$, $(x^2+8)(x^2-6)$ [20] $(x-3)(x+1)$,
 $(x-5)(x+1)$, $(x-2)(x+1)$, $(x-7)(x+1)$ [21] $(x-3)(x+2)$,

- $(x-7)(x+2)$, $(x-5)(x+3)$, $(x-11)(x+3)$ [22] $(x-5)(x+2)$,
 $(x-13)(x+2)$, $(x-13)(x+3)$, $(x-17)(x+5)$ [23] $(x-4)(x+2)$,
 $(x-5)(x+4)$, $(x-9)(x+8)$, $(x-8)(x+2)$ [24] $(x-11y)(x+5y)$,
 $(x-6y)(x+5y)$, $(xy-11)(xy+2)$, $(a^2-7)(a^2+6)$ [25] $(a+b+2)(a+b+5)$,
 $(a+4b+4c)(a-3b-3c)$, $(x-5y-9)(x+y+3)$

(12)

- [1] $(x+1)(x+1)$, $(7x+1)(x+1)$, $(11x-1)(x-1)$, $(6x-1)(x-1)$
 [2] $(2x+3)(x+1)$, $(3x+5)(x+1)$, $(5x-7)(x-1)$, $(3x-7)(x-1)$
 [3] $(2x+1)(x+3)$, $(3x+1)(x+5)$, $(5x-1)(x-7)$, $(3x-1)(x-7)$
 [4] $(2x+3)(x+2)$, $(2x+5)(2x+1)$, $(3x-2)(x-3)$, $(3x-1)(2x-7)$
 [5] $(3x+2)(x+4)$, $(4x+1)(x+5)$, $(7x-3)(x-3)$, $(5x-7)(2x-1)$
 [6] $(2x+3)(2x+3)$, $(2x+5)(7x+3)$, $(3x-2)(3x-7)$,
 $(4x-3)(2x-5)$ [7] $(5x+3)(2x+3)$, $(3x+2)(3x+4)$, $(5x-2)(3x-8)$,
 $(5x-2)(3x-2)$ [8] $(2x-1)(x+1)$, $(3x+1)(x-1)$,
 $(5x-1)(x+1)$, $(7x+1)(x-1)$ [9] $(3x-5)(x+1)$, $(2x+7)(x-1)$,
 $(7x-3)(x+1)$, $(11x+7)(x-1)$ [10] $(3x-1)(x+2)$, $(5x+1)(x-11)$,
 $(7x-1)(x+3)$, $(11x+1)(x-2)$ [11] $(2x-3)(x+2)$,
 $(2x-7)(5x+1)$, $(3x+5)(x-3)$, $(3x+11)(7x-1)$ [12] $(13x-2)(2x+3)$,
 $(3x+2)(3x-7)$, $(4x-5)(2x+3)$, $(5x+7)(2x-9)$ [13] $(11x+y)(x+y)$,
 $(2a^2-3)(a^2-2)$, $(7xy+3)(xy+3)$, $(2a-3b-3c)$

$$(a+5b+5c)$$

(13)

[1] $(p+2)^2$, $(x-3)^2$, $(a+4)^2$, $(k-5)^2$ [2] $(6x+1)^2$, $(7a-1)^2$, $(8-y)^2$, $(9-p)^2$ [3] $(x+a)^2$, $(xy-z)^2$, $(a+b+c-d)^2$ [4] $4y^2$, $(2a-b+1)^2$ [5] $(2x+3)^2$, $(3x+5)^2$, $(7-5a)^2$ [6] $(9x^2-2)^2$, $(3a+3b+11)^2$, $(5x-1)^2$ [7] $a^2(a+2b)^2$, $x(x-5)^2$, $(a+b)(x+3)^2$ [8] $(y-\frac{1}{2})^2$, $(a+\frac{1}{3})^2$, $(x-\frac{3}{5})^2$ [9] $(\frac{x}{2}-\frac{1}{3})^2$, $(\frac{a}{5}+\frac{1}{7})^2$, $(\frac{x}{3}+\frac{2}{3}y)^2$ [10] $(ab-\frac{1}{2}c)^2$, $(2a-2b+\frac{1}{2})^2$, $2(2x-\frac{1}{3})^2$ [11] $4, 100, \frac{9}{4}, \frac{25}{4}, 4, 9, \frac{25}{16}, \frac{49}{36}, 36b^2, 9y^2, \frac{81}{4}c^2$

(14)

[1] $(x+a)(x+b)$, $(a+1)(a+b)$, $(a+b)(a-2)$ [2] $(x+a)(a-c)$, $(2a+1)(3a+b)$, $(x^2+2)(x-1)$ [3] $(x+y)(2a-3b)$, $(a-b)(c+d)$ [4] $(3x-5y)(a+b)$, $(a-b+c)(x+y)$ [5] $(a-b)(2x-5y+1)$, $(x+1)^2(x^2-x+1)$ [6] $(x+2a)^2$, $(x-1)(x+1)(x^2-x+1)$, $(a+3)(a+7)$ [7] $(b-27c)(b+3c)$, $(a-b+x)(a-b-x)$ [8] $(a+b+c)(a+b-c)$, $(3x-y+z)(3x-y-z)$ [9] $(3x+2y+z)(3x-2y-z)$, $(x-5y+3z)(x-5y-3z)$ [10] $(2a+8b+7c)(2a+8b-7c)$, $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$ [11] $(2p-q+r-s)(2p-q-r+s)$,

$$(x^2+3x-1)(x^2-3x-1) \quad [12] (x^2+2x+2)(x^2-2x+2), (x^2+x+3)(x^2-x+3), (2x^2+x+3)(2x^2-x+3)$$

(15)

[1] 6, 5, 75 [2] $3^3 \times 11 \times 17^3$, 36 [3] 9, 18 [4] 2, 4, 8, 3, 9 [5] 6, 12, 15, 18

(16)

[1] 23, 17, 22, 35 [2] 63, 無, 252 [3] 12, 18, 3

(17)

[1] $bc, ab, 2x^2, xy$ [2] $kl, 3pq^2, 7, 2ab$ [3] $x^2yz^2, 5x^3y^2z^3, 4a^2c^3$ [4] $xy, 2x^2, x^2$ [5] $3x, 4a^2$ [6] $12c^3, 15p^2r^3$ [7] $x+y, x-y, x(a-b)$ [8] $(a+2b)(a-3b), ab(a+b)$ [9] $a-b, a-b, (a-b)(x+y)$ [10] $(a-2b)(p+q)$

(18)

[1] $ab, x+y, x+2y$ [2] $a(a-2), a+b, 2a(a+3b)$ [3] $b(b+3a), x(2y-x)$ [4] $r(p-r), a-2b, 2x+y$ [5] $2x+y, xy+2, p+6$ [6] $m+2n, y(x-5)$ [7] $x-3, x+5a, a-b$ [8] $(x-1)(x-2), x+3, 2x+3$ [9] $3(x-2), 9c^2-3cd+d^2$

(19)

[1] x^2-3x+2 [2] $c^2-2cd+d^2$ [3] x^2+4x+4 [4] $2a^3-a^2+3a$ [5] $x+5$ [6] $x-8y$ [7] $2x-3$ [8] x^2-3x+5 [9]

$$2x^2+2x-1 \quad [10] \quad x+3 \quad [11] \quad x+2 \quad [12] \quad x-3 \quad [13] \quad x^2-x+1$$

(20)

$$[1] \quad 33 \quad [2] \quad 126 \quad [3] \quad 35 \quad [4] \quad \text{幅9等分, 長さ20等分} \quad [5] \quad 203, \\ 319 \quad [6] \quad 61 \quad [7] \quad 2x^3-3$$

(21)

$$[1] \quad 2 \times 3 \times 5, \quad 2^3 \times 5^3, \quad 3^3 \times 5^3 \times 7 \times 11, \quad 5^4 \times 7^3 \times 11^2 \times 13^3 \quad [2] \\ 2^5 \times 3^3 \times 5^2, \quad 3^4 \times 11^3 \times 13^3 \quad [3] \quad 48, 180, 270, 1512 \quad [4] \quad 6720, \\ 1350, 1080$$

(22)

$$[1] \quad 12900, 2556, 3654, 28392 \quad [2] \quad 89148, 9999000$$

(23)

$$[1] \quad 18x^3y^2, \quad 12c^2d^4, \quad 5m^4n^3, \quad 54p^4q^2 \quad [2] \quad 24a^2b^3c^2, \quad 195a^3b^2x^2, \\ 156k^2m^4n^2 \quad [3] \quad 24a^3b^2c^3, \quad 96a^4b^3c^5 \quad [4] \quad (1-a)(a-2)(a+5), \quad (x-1)^2, \\ a^3(a-2) \quad [5] \quad 28c^3(c+1), \quad (x+2)x(x-2), \quad (x-1)^3(x+1)x \quad [6] \\ 180a^3x^2(a-x)^2(a+x)^3 \quad [7] \quad 2c(2c-3d)^3(3c+2d) \quad [8] \quad x^3y(x+y)(x \\ -y)^2(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) \quad [9] \quad (1+a)(1-a), \quad (z-3)^2, \quad pq(p \\ -2), \quad b(a-b)^2 \quad [10] \quad (2x+1)(2x-1), \quad (a-b)^2(a^2+ab+b^2) \quad [11] \\ (a-b)(b-c)(c-a), \quad (a-2)(a-3)(a-4)$$

(24)

$$[1] \quad 6ax(x^2-a^2), \quad 5a(a^2-b^2) \quad [2] \quad (x-y)^2(x+y), \quad (x+2)(x-2)^2,$$

$$y(1-y^2) \quad [3] \quad 2pq(5p+q)(5p-q), \quad c(c^2-4d^2), \quad ax(x+a)^2(x-a) \\ [4] \quad 20(a^2-x^2), \quad xy(x-3y)^2 \quad [5] \quad (x-4)(x+2)(x-3), \quad (y+4)(y \\ -3)(y+5), \quad (x+15)(x-2)(x-3) \quad [6] \quad (a-b)(a-7b)(a+6b), \quad (x \\ +5y)(x-4y)(x+y) \quad [7] \quad 1-a^4, \quad a(a^2-1), \quad b^3-1 \quad [8] \quad a(a-2)(a \\ -3), \quad (a-x)^2(2a+x)$$

(25)

$$[1] \quad 2x^3-7x^2-10x+24 \quad [2] \quad 3x^4+7x^3-x^2-7x-2 \quad [3] \quad 15x^4 \\ +44x^3-15x^2-32x+12 \quad [4] \quad 6x^4-31x^3+41x^2-x-15 \quad [5] \\ x^4-3x^3+3x^2-23x+42 \quad [6] \quad 6x^5+7x^4-22x^3-19x^2+16x+12 \\ [7] \quad x^5-3x^4-23x^3+87x^2-14x-120$$

(26)

$$[1] \quad 335, 469 \quad [2] \quad 762, 635; 1270, 381; 1905, 254; 3810, 127 \\ [3] \quad 259 \quad [4] \quad 34334 \quad [5] \quad 427 \quad [6] \quad 301 \quad [7] \quad 82 \quad [8] \quad x^3-7x^2+14x \\ -8, \quad x^3-6x^2+11x-6$$

(27)

$$[1] \quad \frac{a}{3c}, \quad \frac{xz}{3y^4}, \quad \frac{7p^2q^2}{3r^2}, \quad \frac{5x^3y^2z}{7}, \quad 5xyz, \quad \frac{1}{5c^2d^2} \quad [2] \quad x, \quad \frac{x}{2x-1}, \\ \frac{b}{a(b+c)}, \quad \frac{a-x}{2a}, \quad n(m+n) \quad [3] \quad -1, \quad -2, \quad \frac{a-b}{a}, \quad 1, \\ \frac{(x-y)}{(z-x)(z-y)} \quad [4] \quad \frac{a+b}{a-b}, \quad \frac{a+b}{a-b}, \quad \frac{a-1}{a+1}, \quad \frac{5x+1}{5x-1}, \quad \frac{a-b}{a-c},$$

$$\frac{5x-4y}{5x+4y}, \quad [5] \quad \frac{-3}{4}, \frac{-5}{7}, \frac{-a}{b}, -x, \frac{-(a+b)}{a}, \frac{-ax}{x+a},$$

$$\frac{-2a}{a-b} [6] \quad x, \frac{x}{x-1}, \frac{x+1}{x-1}, \frac{a-b}{a+b}, \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, \frac{x-1}{x+1}, \frac{n-m}{n+m}$$

$$[7] \quad 1, \frac{a^2+ab+b^2}{a+b}, \frac{a^2-ab+b^2}{a+b}, \frac{a^3+b^3}{a^2+b^2}, a^2-b^2,$$

$$\frac{(a-b)(a^2+b^2)}{a^2-ab+b^2}, \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{a^2+ab+b^2}, \quad [8] \quad \frac{x}{y}, \frac{-2a}{3c}, \frac{a+b}{a-b}, \frac{x+y}{x-y}$$

$$[9] \quad \frac{2a-3b}{2a+3b}, \frac{2b-3c}{3b-2c}, \frac{x+1}{m+1}, \frac{x-1}{m-1} \quad [10] \quad \frac{x+1}{x-1}, \frac{a+1}{a-1},$$

$$\frac{a+3}{a-3}, -1 [11] \quad \frac{a+b}{a-b}, \frac{a-b}{b+c}, \frac{x-2}{x-3}, \frac{x-2}{x+1} \quad [12] \quad \frac{x-4}{x-5},$$

$$\frac{x+4}{x+6}, \frac{a-7b}{a+b}, \frac{a+b}{a-b} \quad [13] \quad \frac{a+b+c}{a+b-c}, \frac{a+b-c}{a-b+c}$$

(28)

$$[1] \quad \frac{5x^2}{15}, \frac{6x}{15}; \frac{3ab}{12}, \frac{2bc}{12}; \frac{2(a+b)}{24}, \frac{3(a-b)}{24}; \frac{12x-8}{36},$$

$$\frac{6x-12}{36}, \frac{45x+27}{36} \quad [2] \quad \frac{5ax}{15x^2}, \frac{3b}{15x^2}; \frac{aby}{x^2y^2}, \frac{abx}{x^2y^2};$$

$$\frac{4b^2(a+b)}{36a^2b^3}, \frac{3a^2(a+c)}{36a^2b^3}; \frac{c}{abc}, \frac{a}{abc}, \frac{b}{abc}; \quad [3] \quad \frac{2x-4}{(x-2)(x+3)},$$

$$\frac{x+3}{(x-2)(x+3)}; \frac{(a+b)(x+y)}{(a+b)(a-b)}, \frac{(a-b)(x-y)}{(a+b)(a-b)}; \frac{x(a+2)(a+3)}{a(a+3)(a+2)},$$

$$\frac{(x+1)a(a+2)}{a(a+3)(a+2)}, \frac{(x-2)a(a+3)}{a(a+3)(a+2)}, \frac{3(x-1)(x-2)(a+2)}{15(x-2)(x-1)},$$

$$\frac{15a(x-1)}{15(x-2)(x-1)}, \frac{35(x-2)}{15(x-2)(x-1)} \quad [4] \quad \frac{1}{a-b}, \frac{-2}{a-b}; \frac{a+1}{x-1},$$

$$\frac{a-1}{x-1}; \frac{4}{x-3}, \frac{-5}{x-3}; \frac{a}{b-c}, \frac{-x}{b-c} \quad [5] \quad \frac{axy}{x^2y(x+y)},$$

$$\frac{b}{x^2y(x+y)}; \frac{a(b-c)}{a^2b^2(b+c)(b-c)}, \frac{b(b+c)}{a^2b^2(b+c)(b-c)},$$

$$\frac{2(c-a)x}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{-2(a-b)y}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{-2(b-c)z}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$[6] \quad \frac{ax}{a(a+2b)(a-2b)}, \frac{(a-2b)y}{a(a+2b)(a-2b)}; \frac{2(a-x)}{a^2(a+x)(a-x)},$$

$$\frac{3a^2}{a^2(a+x)(a-x)}; \frac{ab(x-y)}{(x+y)^2(x-y)}, \frac{c(x+y)}{(x+y)^2(x-y)} \quad [7] \quad \frac{(a+2)(x+1)}{(a-2)^2(a+2)},$$

$$\frac{(a-2)(y-1)}{(a-2)^2(a+2)}; \frac{(a+b)(x^2-3xy+9y^2)}{x^2(x^3+27y^3)}, \frac{(c+d)x^2}{x^2(x^3+27y^3)};$$

$$\frac{6a^2(x+a)}{15ax(x^2-a^2)}, \frac{20x^2}{15ax(x^2-a^2)} \quad [8] \quad \frac{-3(a+b)x^2}{3(a^2-b^2)a},$$

$$\frac{3(a-b)xy}{3(a^2-b^2)a}, \frac{ay^2}{3a(a^2-b^2)}; \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-2)(x-3)},$$

$$\frac{-(x-3)(x+2)}{(x+1)(x-2)(x-3)}, \frac{(x-2)(x+3)}{(x+1)(x-2)(x-3)}$$

(29)

$$[1] \quad \frac{a+1}{x}, \frac{2a}{m}, \frac{b-a}{ab}, \frac{ad+lc}{bd} \quad [2] \quad \frac{ma-b}{mx}, \frac{x-3ay}{12a},$$

$$\frac{a-b}{2} \quad [3] \quad \frac{na-mb}{mnx}, \frac{2b-3a}{a^2b}, \frac{3}{40x}, \frac{2m-5n}{10a} \quad [4] \quad \frac{a+bc}{b},$$

$$\frac{a}{a-x}, \frac{a-x}{x}, \frac{x}{a+x}, \frac{a+2m^2}{m} \quad (5) \quad \frac{x+a}{x-a}, \frac{3a-5x^2}{x}$$

$$\frac{4b}{3a+2b}, \frac{3a^2-2b^2}{6ab}, \frac{5ay-2bx}{x^2y} \quad (6) \quad \frac{bx+ax-abc}{ab}$$

$$\frac{npz+mpy+maz}{mnp}, \frac{cx-by-az}{abc}, \frac{2ab+3bx-4ax}{abx^2}$$

$$(7) \quad \frac{29x-23}{12}, \frac{85a-37b}{36} \quad (8) \quad \frac{14x+23}{60}, \frac{-10a+33b}{24}$$

$$(9) \quad \frac{2a}{a^2-b^2}, \frac{2(a^2+b^2)}{a^2-b^2}, \frac{2a-5b}{a(a+b)}, \frac{-2x}{a^2-1} \quad (10) \quad \frac{3-5x}{x(x+3)}$$

$$\frac{7x+4}{3x(x-2)}, \frac{6x^2-2x}{7(1-3x)}, \frac{-6}{(x-2)(x-4)} \quad (11) \quad \frac{1}{15(x-3)}$$

$$\frac{x+29}{12(x-1)(x+1)}, \frac{a+b}{(c-d)(c+d)} \quad (12) \quad \frac{-x+4}{6(x+1)}, \frac{x^2-x+1}{(x-2)(x-3)}$$

$$(13) \quad \frac{20x+1}{(2x-1)(x+2)}, \frac{20}{x^2-1} \quad (14) \quad \frac{7}{(2x-3)(x+1)}$$

$$\frac{11x+7}{(x+1)(x-1)(x+2)} \quad (15) \quad \frac{4x^2}{1-x^4}$$

$$\frac{-ax-2bx+3cx+bc+2ac-3ab}{(x+a)(x+b)(x+c)}, \frac{x^3+1}{x(x-1)^3}$$

(30)

$$(1) \quad \frac{y}{b}, \frac{5}{2xy^2}, cd \frac{4b}{c} \quad (2) \quad \frac{x}{2y^2}, \frac{xyz}{6}, \frac{1}{32z} \quad (3) \quad \frac{a}{2x^2}$$

$$\frac{2b}{3a^3}, \frac{x^2(a-2)}{a^2(x-1)}, \frac{1}{2(x-1)} \quad (4) \quad \frac{c(2c-3d)}{c+5}, \frac{ab-4}{2a-1}$$

$$\frac{a^2-ab+b^2}{a} \quad (5) \quad \frac{1}{x-3}, x, \frac{a+2}{a^2-3a+9} \quad (6) \quad x-y, a+b, \quad (7)$$

$$\frac{x^4+2x^2+1}{x^2}, \frac{x^2}{x-1}, \frac{x+y}{xy} \quad (8) \quad \frac{3(c-3)}{2(c-4)}, 1, \frac{2}{a^2-b^2}$$

(31)

$$(1) \quad \frac{5}{4}, \frac{a^2}{2c}, \frac{2}{3x}, \frac{acx}{2b^2}, \frac{3ax}{c} \quad (2) \quad \frac{b^2d^2}{2c}, \frac{c}{a}, \frac{ay(x+y)}{bx(x-y)}$$

$$\frac{3(x-1)}{2(x+1)} \quad (3) \quad \frac{x}{2y^3}, \frac{2}{yz}, 1 \quad (4) \quad \frac{x+a}{x-2a}, \frac{xy}{2c-1}, \frac{a-10}{a+3}$$

$$\frac{3x+2y}{x+2} \quad (5) \quad \frac{ax}{(a+x)(a-x)}, \frac{x-5}{x(x+1)}, \frac{a^2+x^2}{2ax} \quad (6) \quad \frac{(x+1)(x-1)}{(x+2)(x-2)}$$

$$\frac{y-6}{y+3}, \frac{(x-2)(x+3)}{(2x+1)(3x-1)} \quad (7) \quad 1, 1$$

(32)

$$(1) \quad 1 + \frac{2}{x+4}, 1 + \frac{11}{x-3}, 1 - \frac{9}{x+2}, 1 + \frac{2}{x-5}, 1 - \frac{5}{x^2-2}$$

$$1 + \frac{3}{x^2-6x-2}, x^2-x + \frac{2}{x+1} \quad (2) \quad 1+x + \frac{x^2}{1-x}$$

$$x-x^2 + \frac{x^3}{1+x}, 1+x - \frac{x^3}{1-x+x^2}, x-x^2 + \frac{x^4}{1+x+x^2}$$

(33)

$$(1) \quad \frac{z}{xz+y}, \frac{a}{az-b}, \frac{a^2}{a-1}, 1-d, \frac{x-y}{xy}, \frac{1}{x-2} \quad (2) \quad 2+x,$$

$$\frac{b}{3a}, \frac{xz-y}{y}, \frac{ac}{ld}, \frac{a-3}{a(a-5)} \quad (3) \quad 1, \frac{x+y}{x-y}, \frac{1}{2x^2-1}$$

$$\frac{2ab-b^2+a^2}{2ab+b^2-a^2} \quad (4) \quad \frac{2}{x+2}, \frac{a+1}{2a+1}, \frac{2a^2-b^2}{2a+b}, \frac{4}{3(a+1)}$$

(34)

$$(1) \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \text{無}, 0, \text{無}, -\frac{4}{3}, -\frac{3}{4} \quad (2) -\frac{7}{6}, \text{無}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6},$$

$$-\frac{1}{6}, -\frac{3}{4}, \text{無}, \frac{7}{6} \quad (3) 2, \text{無}, 0, \frac{1}{2}, \text{無}, \frac{3}{4}$$

(35)

$$(1) 18, 4 \quad (2) 17, 13 \quad (3) 10, 5 \quad (4) 3, -\frac{3}{2} \quad (5) 17, 19$$

$$(6) 7, 10 \quad (7) \frac{3}{7}, 3, \quad (8) 6, 4 \quad (9) 4\frac{1}{2}, -7 \quad (10) 11, 2$$

(36)

$$(1) 3, 1 \quad (2) 7, 8 \quad (3) 11, 7 \quad (4) 11, 10 \quad (5) 13, 10$$

$$(6) 7, 5 \quad (7) 5, 2, 0$$

(37)

$$(1) 6 \quad (2) 6, 5 \quad (3) 5 \text{ 裡} \quad (4) 7 \text{ 裡} \quad (5) \frac{7}{15}$$

(38)

$$(1) b-a, a-b+8, a+b+10 \quad (2) \frac{c-b}{a}, \frac{a-c}{b}, \frac{a+b}{2},$$

$$\frac{c+ab}{a} \quad (3) a, \frac{3(a-b)}{2}, \quad (4) \frac{a}{m+n}, \frac{b-d}{a-c}, 0 \quad (5) \frac{m}{a+b+c},$$

$$1, \frac{ab}{c+d} \quad (6) \frac{ab}{a+b}, 0, \quad (7) \frac{m+n}{m-n}, \frac{ab-cd}{a+b+c+d}$$

$$(8) \frac{ab}{a+b} \quad (9) a+b, c \quad (10) \frac{abc}{bc+ca+ab}$$

(39)

$$(1) a(b+c), b(a-c), \frac{a}{b+c}, \frac{a-b}{c} \quad (2) \frac{ab}{a-1}, \frac{a+b}{b}, \frac{abc}{a+b}$$

$$(3) \frac{a^2+b^2}{a+b}, \frac{ab(m-n)}{b-a}, 0, \quad (4) \frac{a-b}{a+b}, \frac{a(m+1)}{m-1}, \frac{b(m+n)}{a(m-n)},$$

$$a-b \quad (5) 0, 0, b \quad (6) \frac{a^2+b^2}{ab}, \frac{a-mb-nb}{m+n}, \frac{an-cm}{mn} \quad (7)$$

$$\frac{a^2+b^2}{a+b}, \frac{a^2+b^2+c^2}{bc+ca+ab} \quad (8) a^2-b^2, a^2b^2+a+b \quad (9) \frac{ab}{a+b}, a+b+c$$

(40)

$$(1) \frac{a+b}{2}, \frac{a-b}{2}; a+b, a-b \quad (2) 2a-3b, 3a-2b; a^2+ab$$

$$+b^2, a^2-ab+b^2 \quad (3) \frac{m+n}{a+1}, \frac{m-an}{a+1}; \frac{an+bm}{m+n}, \frac{a-b}{m+n}$$

$$(4) \frac{cn}{an+bm}, \frac{cm}{an+bm}; \frac{bm+an}{2ab}, \frac{bm-an}{2ab} \quad (5) a+b,$$

$$a-b \quad (6) a+b, a-b \quad (7) \frac{a+b}{a}, \frac{a-b}{b}; \frac{a+b}{a-b}, \frac{a-b}{a+b}$$

$$(8) \frac{a+b}{a}, \frac{a-b}{b}; \frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b} \quad (9) \frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}$$

$$(10) \frac{1}{a-b}, \frac{1}{a+b} \quad (11) \frac{a+1}{ab-1}, \frac{b+1}{ab-1}; \frac{a+b}{c}, \frac{a-b}{c}$$

$$(12) a+c, b+c; a(a+b), b(a-b) \quad (13) b+c, c+a, a+b$$

[14] $a+b, e+a, b+c$ [15] $b^2-c^2, c^2-a^2, a^2-b^2$

(41)

(1) $\frac{11}{8}$, 2番目 (2) 130錢, 17燭 (3) 167錢, 80哩 (4) $245\frac{1}{3}$ 尺,

$$h = \frac{(d_1 - a^2)H + DE}{D + d_1 - d_2}$$

(42)

(1) $\frac{60n}{m+n}$ (2) $\frac{m-1}{2}$, m は1より大なる奇數 (3) $\frac{k-3a}{3}$ 圓,

$k > 3a$ (4) $\frac{a-mb}{m-1}$, $a < 5b$ で且つ $a-5b$ が4の倍數 (5)

$\frac{k(c-b)}{a-b}$ 立, c が a と b との間の數なること (6) 鶴 $2a - \frac{b}{2}$,

龜 $\frac{b}{2} - a$ (7) 上 $\frac{2a-kb}{6-kl}$ 錢, 下 $\frac{al-3b}{kl-6}$ 錢,

(43)

(1) $9x^6, 25x^2y^6, x^4y^8, 4a^2b^4$ (2) $36x^6y^{10}, 49a^8b^{12}, 16x^4y^6z^2,$

$64x^6y^8z^{10}$ (3) $25a^{10}b^8, 100a^2b^{14}, a^4b^6x^3y^2, 81k^{20}l^{16}$ (4) $a^4(a+b)^6,$

$x^6(x-y)^4(x+y)^2$ (5) $\frac{a^2b^4}{9}, \frac{x^6y^2}{25a^4b^4}, \frac{49x^4y^{12}}{4m^8n^8}, \frac{1}{64p^4q^{10}},$

$\frac{(a+b)^2}{(a-3b)^4}, \frac{121y^4(3x-2y)^2}{36x^2(2x-3y)^2}$ (6) $a^8b^9, 8x^9, 27y^6, 64x^{12}y^{15}$

(7) $-27x^{15}, -125x^{15}y^{12}z^6, -343k^3l^{18}, -8c^{21}d^{24}$ (8) $\frac{1}{8a^6b^3},$

$-\frac{125a^9}{27x^{12}y^6}, -\frac{27x^9y^{15}}{343a^{12}}, \frac{(c-d)^3}{(a+b)^3x^6y^3}, -\frac{27(x+y)^6}{8(x-y)^3}, \frac{a^3b^3(2x-1)^9}{a^6b^3(2x+1)^3}$

(9) $a^4b^3, x^8y^{12}, 16a^{16}b^{50}, -x^5y^{15}, m^{15}n^{10}, \frac{1}{a^{12}b^{18}c^{24}}$

(44)

(1) $a^2+6ab+9b^2, 4x^2-4xy+y^2, 9x^2+24xy+16y^2, 25x^2$

$-30xy+9y^2, 9x^2y^2+6xy+1, x^4-8x^2+16, x^4+6x^2+9x^2$

(2) $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc, a^2+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc,$

$a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc, x^2+4y^2+z^2+4xy+2xz+4yz, x^2$

$+y^2+4z^2-2xy+4xz-4yz$ (3) $4p^2+q^2+r^2-4pq-4pr+2qr,$

$4h^2+4k^2+l^2-8hk+4hl-4kl, 9a^2+4b^2+c^2+12ab-6ac-4bc,$

$4a^2+9b^2+9c^2+12ab-12ac-18bc, a^4+b^4+c^4-2a^2b^2+2a^2c^2$

$-2b^2c^2$ (4) $x^4-2x^3+3x^2-2x+1, x^4+2x^3+3x^2+2x+1, 4x^4$

$-4x^3+13x^2-6x+9, 9x^4+30x^3+13x^2-20x+4$ (5) a^2+b^2

$+c^2+d^2+2ab-2ac+2ad-2bc+2bd-2cd, x^2+y^2+z^2+t^2$

$-2xy+2xz-2xt-2yz+2yt-2zt, x^2+4y^2+z^2+t^2+4xy$

$+2xz-2xt+4yz-4yt-2zt, a^2+4b^2+9c^2+d^2-4ab-6ac$

$-2ad+12bc+4bd+6cd$ (6) $x^2+\frac{1}{4}y^2+\frac{1}{9}z^2-xy+\frac{2}{3}xz$

$-\frac{1}{3}yz, \frac{1}{9}+4a^2+\frac{1}{16}b^2+\frac{4}{3}a-\frac{1}{6}b-ab, \frac{1}{4}a^2+\frac{1}{9}b^2+c^2$

$+\frac{1}{3}ab-ac-\frac{2}{3}bc$

(45)

(1) $k^3+6k^2l+12kl^2+8l^3, a^3-9a^2b+27ab^2-27b^3, 8x^3-12x^2y$

$+6xy^2 - y^3, 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1, 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27, 27x^3$
 $+54x^2 + 36x + 8$ (2) $a^3b^3 + 3a^2b^2 + 3ab + 1, a^6 - 6a^4b^2 + 12a^2b^4$
 $- 8b^6, 27x^6 - 54x^4 + 36x^2 - 8, 64x^6 + 144x^4y^2 + 108x^2y^4 + 27y^6,$
 $\frac{x^3}{8} - \frac{x^2y}{4} + \frac{xy^2}{6} - \frac{y^3}{27}$ (3) $a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3$
 $b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 + 6abc, a^3 + b^3 - c^3 + 3a^2b - 3a^2c + 3ab^2 - 3b^2c +$
 $3ac^2 + 3bc^2 - 6abc, a^3 - b^3 - c^3 - 3a^2b - 3a^2c + 3ab^2 - 3b^2c + 3ac^2$
 $- 3bc^2 + 6abc, x^6 + 3x^5 + 6x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 3x + 1$

(46)

(1) $ab^2, 3cd^3, 5x^2y^4, 7p^3q^5r, 12x^6y^7z^{11}$ (2) $\frac{1}{a^4}, \frac{5x}{8}, \frac{9x^2y^9}{11a^3b^2},$
 $\frac{13x^{11}y^{18}}{20a^8b^4c^{10}}, \frac{18p^3q^2r^{15}}{10x^5y^9}$ (3) $a^2(x-1), 4(x-2)^2(x+3)^3, \frac{9(a-b)^4}{18},$
 $\frac{1}{(x-3y)^4(x+2y)^5}$ (4) $2ab^2, 2x^3y^4z^5, -4x^2y, -5p^{11}q^3r^8$ (5)
 $\frac{1}{x^6y^4}, -\frac{2b^7}{3a^2}, \frac{(a+4)^2(2x-y)^5}{x^2(a-2)}, -\frac{7(x+5)^{12}}{(2x-1)^4(x+3)^6}$ (6) $x^2y^4,$
 $a^2(a-b)^4, 2a^2b^5, -x^3y^5$ (7) $\frac{bc^7}{a^2}, -\frac{3}{x^7}, \frac{(a+b)^7}{(a-b)^5}, -\frac{y^6}{x^2(x+2)^5}$

(47)

(1) $\pm(x^2 - 2x - 1), \pm(3a^2 + 2a + 1)$ (2) $\pm(2y^2 - 3y + 5), \pm(5a^2$
 $- ab + 3b^2)$ (3) $\pm(4a^3 - 3a^2b + 2ab^2 - b^3)$ (4) $\pm(y^3 - 2y^2 + 3y - 4)$
 (5) $\pm(a^3 - 4a^2 + 2a - 3)$ (6) $\pm(4x^3 + 3x^2 - 2)$ (7) $\pm(2x^3 - x + 3)$
 (8) $\pm(x^2 - x - 1)$ と 剩餘 $2x + 1, \pm(x^3 - x + 1)$ と 剩餘 $-x^2 + 4x$

(48)

(1) $2 - 5x, 3x - 7y$ (2) $a^2 + a + 1$ (3) $3x^2 - x - 2$ (4) $2x^2 - 3x + 1$

(49)

(1) 18, 28, 32, 42, 125, $\frac{24}{9}, \frac{36}{21}, \frac{132}{35}$ (2) 17, 23, 37, 83,
 167, 347 (3) 503, 809, 5163, 6311 (4) 7019, 6009, 29867,
 312456 (5) 3.6, 0.62, 0.078, 32.6, 0.00572 (6) 3.87, 1.26
 (7) 2.6458, 1.2910

(50)

(1) 12, 15, 18, $\frac{8}{45}, 26$ (2) 41, 73, 203, 298 (3) 7.3, 0.032
 (4) 1.59, 0.96 (5) 1.82

(51)

(1) 5, 7, 3, 2, a, a, x, x (2) $a, 3x, a - y$ (3) 3, 2, 2, 3
 (4) 6, 21, 20, 70, 4, 9 (5) $\frac{1}{2}, 4, 10, 15, \frac{b}{a}, \frac{y^2}{x}, \frac{q}{p^3}$

(52)

(1) $2\sqrt{7}, 3\sqrt{5}, 3\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{6},$
 $7\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{5}, 9\sqrt{3}, 8\sqrt{5}, 8\sqrt{6}, 9\sqrt{5}, 11\sqrt{3},$
 $12\sqrt{5}$ (3) $6\sqrt{2}, 20\sqrt{5}, 40\sqrt{3}, 30\sqrt{6}, 10\sqrt{7}, 55\sqrt{6},$
 (4) $4\sqrt{x}, a\sqrt{b}, x^3\sqrt{a}, 6a^3y^3\sqrt{y}, 4ab^2c^3\sqrt{b}, 3ab^2cx\sqrt{7c},$

(5) $2\sqrt[3]{2}, 2\sqrt[3]{3}, 3\sqrt[3]{2}, 2\sqrt[3]{9}, 2\sqrt[3]{10}, -3\sqrt{3}$ (6) $5\sqrt[3]{2}, -6\sqrt[3]{3}, 6\sqrt[3]{2}, -5\sqrt[3]{3}, 4\sqrt[3]{6}, 21\sqrt[3]{4}, -20\sqrt[3]{5}$

(7) $2b\sqrt[3]{a}, a^2\sqrt[3]{a}, bc\sqrt[3]{ac}, 5y^3z^3\sqrt[3]{7x^2z^3}, (1-b)\sqrt[3]{a^2}, 2x^2\sqrt[3]{x^2}$ (8) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{5x}}{3}, \frac{32x}{\sqrt{7a}}, \frac{y}{3\sqrt{11b}}, \frac{xy^2}{a}\sqrt{\frac{x}{b}}$

(9) $2\sqrt[4]{2}, 2\sqrt[4]{3}, 2a\sqrt[5]{2}, \frac{a\sqrt[3]{ab}}{xy^2}, \frac{r^2}{pq^2}\sqrt[3]{\frac{r^2}{p^2q}}, x\sqrt[7]{x}, x^{2n}\sqrt[5]{5x}$ (10) $x\sqrt{a-b+c}, (a+b)\sqrt{a}, (x+2)\sqrt{5x}$ (11) $\pm \frac{a-1}{x}\sqrt{\frac{a}{a+b}}, \frac{a+b}{3}, \pm \frac{x-3}{5-y}\sqrt{\frac{x}{y}}$

(53)

(1) $\sqrt{8}, \sqrt{12}, \sqrt{125}, \sqrt{a^3}, \sqrt{9a^2x}, \sqrt{a^2b^2c}$ (2) $\sqrt{(a+b)x}, \sqrt{a(3-b)^2}, \sqrt{25a^2x}, \sqrt{605}, \sqrt{4a^3b^3}$ (3) $\sqrt{21}, \sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{35}, \sqrt{ax}$ (4) $\sqrt{\frac{a}{b}}, \sqrt{abc}, \sqrt{3a^2bc}, \sqrt{\frac{ab}{xy}}$ (5) $\sqrt[3]{16}, \sqrt[3]{135}, \sqrt[3]{500}, \sqrt[3]{256}, \sqrt[3]{-16}, \sqrt[3]{-81}$ (6) $\sqrt[3]{a^3b}, \sqrt[3]{40a^3}, \sqrt[3]{27x^4y^2}, \sqrt[3]{(a-b)^3}, \sqrt[3]{8m^3n^{11}}$ (7) $\sqrt[3]{20}, \sqrt[3]{\frac{12}{5}}, \sqrt[3]{\frac{40}{3}}, \sqrt[3]{ab^2}, \sqrt[3]{\frac{ax}{by}}, \sqrt[4]{\frac{bx}{ay}}$ (8) $\sqrt{a^2-x^2}, \sqrt{\frac{a+1}{a-1}}, \sqrt{a+b}, \sqrt{\frac{a^2+a+1}{x^2+2x+1}}$

(54)

(1) $6\sqrt{2}, 7\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{7}, 20\sqrt{3}+13\sqrt{2}$ (3) $13\sqrt{3}$

(4) $-3\sqrt{2}$ (5) $5a^2\sqrt{x}$ (6) $-4pq\sqrt{2pq}$ (7) $2\sqrt{a}-\sqrt{x}$

(8) $3\sqrt{x}+\sqrt{2x}$ (9) $5\sqrt{x}-\sqrt{y}$ (10) $\sqrt{5x}-4\sqrt{x}$ (11) $\sqrt{a}+5\sqrt{b}$ (12) $(4a+b+2c-d)\sqrt{x}$ (13) 0 (14) $4\sqrt{1+x^2}$

(15) $5\sqrt{a-b}$ (16) $\sqrt[3]{2}, 2\sqrt[3]{3}$ (17) $-4\sqrt[3]{3}$

(55)

(1) $6, 10, 14, 3\sqrt{2}, 5\sqrt{2}$ (2) $7\sqrt{10}, 10\sqrt{6}, 30, 5\sqrt{7}x, 14\sqrt{5}a$ (3) $2\sqrt{3ax}, 15\sqrt{10ax}, ab\sqrt{ab}, x^2y^3\sqrt{xy}, c^5$ (4) $\sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}, a\sqrt{\frac{3}{x}}, 7a\sqrt{\frac{5}{3x}}$ (5) $\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{7}{20}\sqrt{3}, \frac{4}{7}, \frac{5y}{3x}$

(6) $2, 3\sqrt[3]{2}, 5\sqrt[3]{2}, 3\sqrt[3]{3xy}, x\sqrt[3]{y}$ (7) $x+1, \frac{\sqrt{5}(a+b)}{x}, a(x-1)\sqrt{x+1}, x(x+1)\sqrt{x-1}$

(56)

(1) $4, 3$ (2) $2\sqrt{6}, 3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ (3) $6-30\sqrt{3}+24\sqrt{10}, 20\sqrt{2}-40\sqrt{5}$ (4) $\sqrt{21}-\sqrt{14}+\sqrt{6}-3, 3\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{6}+3, 12+\sqrt{6}$ (5) $5+44\sqrt{35}, 1-2\sqrt{5}, 7\sqrt{2}$

(6) $28\sqrt{6}, 13\sqrt{3}, 6a^2-6x+5a\sqrt{x}$ (7) $4a-6x+7\sqrt{3ax}, 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+34\sqrt{6}-74$ (8) $30, 12$ (9) $8, 5+2\sqrt{6}, 3+2\sqrt{2}$ (10) $4-2\sqrt{3}, 8-4\sqrt{3}, 30-12\times\sqrt{6}$

- [11] 1, 4 [12] 1, 1 [13] $a-b$, $3a-2b$ [14] x , y
 [15] 2, 5 [16] 8, 4, $\sqrt{x-y}$ [17] $2x+2\sqrt{x^2-y^2}$, $5-2\times$
 $\sqrt{(3-x)(2+x)}$, $2-x+2\sqrt{(7-5x)(4x-5)}$ [18] $a^2+b^2+2ab\times$
 $\sqrt{(1-b^2)(1+a^2)}$, $x+2+\frac{1}{x}$, $\frac{a-x}{x-b}$, $-2+\frac{x-b}{a-x}$ [19] $2\sqrt[3]{18}-3$
 $\sqrt[3]{12}$, $6\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{36}$ [20] $3\sqrt[3]{45}-5\sqrt[3]{75}$, $56\sqrt[3]{14}-9\sqrt[3]{196}$

(57)

- [1] $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, 3, $2\sqrt{3}$ [2] $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, a , $\sqrt{\frac{a}{x}}$, 4,
 $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{\frac{3}{5}}$ [3] $\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, 1, $\frac{\sqrt{21}}{2}$ [4] \sqrt{b} , b ,
 $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$, $\frac{a}{b}$

(58)

- [1] $a\sqrt[3]{a}$, $x\sqrt{x}$, $x\sqrt{x}$, $a\sqrt[3]{a}$, \sqrt{b} , \sqrt{b} , $b\sqrt{a}$
 [2] x^n , y^3 , z^7 , x^{2n} , x^3 , $(a+b)^2$, [3] $\sqrt{6}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $2\sqrt{2}$
 [4] $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{9}$ [5] $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{5}$
 [6] 125, 216, 343, 64, 512, 729, 1000, 2744 [7] 4, 16, 25,
 49 [8] 8, 27, 64, 216 [9] 8, 27, 125 [10] $(x+1)^3$, $(a-b)^2$

(59)

- [1] $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[3]{b}$, $\sqrt[12]{c}$, $\sqrt[12]{d}$, $\sqrt[3]{x}$ [2] \sqrt{x} , $\sqrt[3]{x^2}$,
 $y\sqrt[4]{y}$ [3] $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{8}$

- [4] $\sqrt[3]{a^2}$, \sqrt{x} , $\sqrt[4]{a^3}$, $\sqrt[5]{a^7}$, $\sqrt[4]{x^3}$, $\sqrt[mn]{x^p y^q z}$,

(60)

- [1] $(\sqrt[3]{a^3}, \sqrt[3]{b^3})$, $(\sqrt[4]{x}, \sqrt[4]{y^2})$, $(\sqrt[12]{p^4}, \sqrt[12]{q^3})$, $(\sqrt[3]{k^5},$
 $\sqrt[3]{l^2})$ [2] $(\sqrt[3]{a^3}, \sqrt[3]{b^3}, \sqrt[3]{c^3})$, $(\sqrt[3]{x^2}, \sqrt[3]{y^4}, \sqrt[3]{z})$,
 $(\sqrt[11]{l^7}, \sqrt[11]{m^2}, \sqrt[11]{n^3})$ [3] $\sqrt{3}$ が大, $\sqrt[3]{10}$ が大, $2\sqrt[3]{6}$ が大,
 $\sqrt[4]{8}$ が大, $\sqrt[3]{4}$ が中 [4] $\sqrt[3]{a^3}$, $\sqrt[3]{x^3}$, $\sqrt[3]{a^3 b}$, $\sqrt[3]{x^2 y}$ [5]
 $\sqrt[4]{ax}$, $\sqrt[3]{x^2 y}$, $\sqrt[6]{\frac{m}{n}}$, $\sqrt[12]{\frac{1}{p^2 q^3}}$, $\sqrt[6]{a^2 b^3}$ [6] $\sqrt[3]{2^3 \times 3}$, $\sqrt[3]{2 \times 3}$,
 $\frac{1}{2}\sqrt[6]{\frac{5}{12}}$, $\sqrt[15]{\frac{9}{512}}$ [7] $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[4]{b}$, $\sqrt[6]{\frac{x^2}{y^3}}$, $\sqrt[12]{\frac{a^3}{l^2}}$, $\sqrt[16]{\frac{p^4}{q^3}}$
 [8] $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[3]{3^3}$, $\sqrt[12]{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{2}$

(61)

- [1] \sqrt{a} , $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, $\frac{2\sqrt{5}}{3}$, $\frac{6\sqrt{2}}{5}$,
 $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ [2] $\sqrt{a+b}$, $(a+b)\sqrt{a-b}$, $(a+1)\sqrt{a-1}$ [3] $\sqrt[3]{a^2}$,
 $\sqrt[3]{a}$ [4] $2-\sqrt{3}$, $\frac{3+\sqrt{7}}{2}$, $3-\sqrt{6}$, $2+\sqrt{2}$, $\frac{7+\sqrt{10}}{3}$,
 $\frac{4(4+\sqrt{7})}{3}$ [5] $5-2\sqrt{3}$, $8+5\sqrt{2}$, $3(7+3\sqrt{5})$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}$,
 $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ [6] $2\sqrt{3}+3$, $\sqrt{6}+2$, $\frac{13-5\sqrt{5}}{2}$, $4+\sqrt{15}$,
 $\frac{9-4\sqrt{3}}{11}$ [7] $\sqrt{15}$, $\sqrt{35}$, $\sqrt{2}$, $5+2\sqrt{6}$, $\sqrt{3}$ [8]

$$\frac{a-\sqrt{a}}{a-1}, \frac{a+\sqrt{b}}{a^2-b}, \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}, \frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}$$

$$\frac{ac-b\sqrt{x}+b\sqrt{x}-ad\sqrt{x}}{c^2-d^2x}, \frac{acx-bdy+ad\sqrt{xy}-bc\sqrt{xy}}{c^2x-d^2y}$$

$$[9] \sqrt{a+1}-\sqrt{a-1}, \sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}, \frac{a^2+x^2+ax+(a+x)\sqrt{a^2+x^2}}{ac}$$

$$\frac{a+\sqrt{(a-x)(a+x)}}{x} [10] \frac{a\sqrt{1+b^2}-b\sqrt{1+a^2}}{a^2-b^2}$$

$$\frac{1-ab-\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}}{a-b}, \frac{1+ab-\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}}{a+b}$$

$$[11] -(3+\sqrt{2}-\sqrt{7})(2-3\sqrt{2}), -(4+\sqrt{5}-\sqrt{11})(5-4\sqrt{5}), \frac{30\sqrt{2}+28\sqrt{3}-24\sqrt{6}-12}{23} [12] 11.18, 5.66, 6.93$$

$$13.23 [13] 4.24, 23.81, 53.70 [14] 1.15, 0.71, 1.49, 0.82, 1.13, 0.63, 0.14 [15] 0.23, 4.24, 117.89, 0.45$$

(62)

$$[1] \pm 4, \pm \frac{3}{2}, \pm 5 [2] \pm \sqrt{5}, \pm \sqrt{7}, \pm 1 [3] \pm 2\sqrt{3},$$

$$\pm \sqrt{\frac{2}{5}} [4] \pm 5, \pm 7, \pm 3 [5] (7, -3), (-11, 1), (4, -2),$$

$$(-5, -1) [6] \left(1, \frac{1}{3}\right), \left(-\frac{1}{5}, -\frac{7}{5}\right), \left(\frac{13}{4}, -\frac{1}{4}\right),$$

$$(5, -11) [7] \pm 2, \pm 1 [8] \pm 1, \pm 3, \pm 2 [9] \pm(a+b), \pm a$$

(63)

$$[1] (2, 3), (1, -5), (-3, -4) [2] (0, 1), (0, -2), \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$[3] \left(-\frac{2}{3}, \frac{3}{5}\right), \left(-\frac{3}{8}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{7}{2}, \frac{10}{3}\right), \frac{9}{2} [4]$$

$$(-2, -1), (-4, -1), (-5, -2) [5] (-3, -7), (-5, -6), -4 [6] (4, 1), (3, 5), (11, 2) [7] (2, 4), (5, 4), 7 [8] (-5, 1),$$

$$(-7, 5)(-11, 5) [9] \left(-\frac{1}{2}, -1\right), \left(\frac{7}{5}, 1\right), \left(\frac{2}{3}, 3\right) [10]$$

$$(0, 8), \left(0, -\frac{2}{3}\right), \left(0, \frac{1}{5}\right), 0 [11] (4, 7)(5, -4), \left(-\frac{3}{2},$$

$$-1\right) [12] (2, 3), \left(\frac{5}{2}, -1\right), (0, 2)$$

(64)

$$1) (-4, -1)(-3, -5), (-11, -3) [2] (-3, -6), -2, -5$$

$$[3] (1, 2) 13, 1(2, 5) [4] (6, 8), 7, 6 [5] (-3, 2), (-5, 2),$$

$$(-13, 3) [6] (-4, 2), (-6, 5), (-7, 6) [7] (3, -2), (5, -3),$$

$$(11, -3) [8] (4, -2), (5, -4), (8, -2) [9] \pm 5, \pm 2, \pm 3$$

$$[10] \left(0, -\frac{1}{4}\right), (0, 3), (0, 8) [11] (11, -8), (3, 19), \pm 2$$

$$[12] \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, 1 \pm \sqrt{5}, \frac{-7 \pm \sqrt{53}}{2} [13] \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2},$$

$$\frac{-\sqrt{10} \pm \sqrt{2}}{2}$$

(65)

$$[1] \left(-\frac{1}{7}, -1\right), \left(-\frac{3}{2}, -2\right), \left(-\frac{5}{3}, -1\right) [2] \left(\frac{7}{3}, 1\right),$$

$$\left(\frac{1}{6}, 1\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{7}{2}\right) [3] \left(\frac{1}{3}, -2\right), \left(\frac{3}{7}, -1\right), \left(\frac{3}{2}, -\frac{2}{13}\right) [4]$$

$$\left(-\frac{1}{7}, 1\right), \left(-\frac{7}{11}, 1\right), \left(-\frac{1}{11}, 2\right) \quad [5] \quad 8, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5} \quad [6] \quad \pm 4, \pm \frac{3}{2}, \left(0, -\frac{7}{3}\right) \quad [7] \quad \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}, \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3}, \frac{-4 \pm \sqrt{26}}{5} \quad [8] \\ \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{19}}{4}, \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{14}}{6}, \frac{3 \pm \sqrt{7}}{\sqrt{2}}, \quad [9] \quad \left(\frac{13}{6}, -\frac{2}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, -5\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right) \quad [10] \quad \pm 5, (3, 8) \quad [11] \quad \left(-\frac{1}{2}, 1\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), \left(-\frac{8}{3}, 3\right) \quad [12] \quad (6, 1), (5, -3)$$

(66)

$$[1] \quad \left(\frac{a}{3}, -2a\right), (2k, 3l), \left(\frac{b}{2}, a\right) \quad [2] \quad (b-2a, b+2a), (0, a), (0, a+b) \quad [3] \quad \left(\frac{1}{a}, a\right), \left(\frac{b}{a}, \frac{a}{b}\right) \quad [4] \quad \left(\frac{a^2+b^2}{a+b}, a+b\right), (2a-b, -a+2b) \quad [5] \quad \left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right), \left(\frac{a}{m}, -\frac{b}{m}\right) \quad [6] \quad (a^2+b^2, 2ab), \left(\frac{a-b}{a+b}, \frac{a+b}{a-b}\right)$$

(67)

$$[1] \quad 6秒 \quad [2] \quad (-10, 3) \quad [3] \quad 10米 \quad [4] \quad 40圓或は60圓 \quad [5] \quad 16米, 18米 \quad [6] \quad 5米 \quad [7] \quad 2, 3, 4 \quad [8] \quad 37 \quad [9] \quad 576 \quad [10] \quad 0.12 \quad [11] \quad 0.04 \quad [12] \quad 8割と7割$$

(68)

$$[1] \quad \left(1, \frac{1}{2}\right), (13, -4), \left(\frac{7}{4}, 1\right) \quad [2] \quad (5, -3), (18, 6) \quad [3] \quad (4, -10), \left(\frac{12}{5}, 1\right) \quad [4] \quad \pm 23, \pm 7, \left(7, \frac{18}{7}\right) \quad [5] \quad \left(2, -\frac{45}{7}\right)$$

$$\left(\frac{29}{24}, 2\right) \quad [6] \quad (-28, 1), (2, 9) \quad [7] \quad \left(\frac{7}{5}, 3\right), \left(\frac{16}{7}, 5\right) \quad [8] \quad \left(\frac{5}{2}, 5\right), \left(2, \frac{11}{2}\right) \quad [9] \quad \left(\frac{3a}{2}, 3a\right), (13b, -b) \quad [10] \quad (a-2b, b-2a), \left(\frac{a+3b}{4}, \frac{a+5b}{6}\right)$$

(69)

$$[1] \quad (4) \quad 6i, 7i, 9i, 10i, \sqrt{3}i, \sqrt{5}i \quad (\square) \quad 2\sqrt{2}i, 2\sqrt{3}i, 4\sqrt{3}i, 4\sqrt{6}i \quad (\ast) \quad 6\sqrt{10}i, 8\sqrt{3}i, 6\sqrt{5}i, 15\sqrt{2}i, -35\sqrt{2}i \quad (\equiv) \quad a\sqrt{b}i, x^2\sqrt{3a}i, 3x\sqrt{y}i, 4xy\sqrt{2y}i \quad [2] \quad \sqrt{-4}, \sqrt{-9}, \sqrt{-49}, \sqrt{-169}, -\sqrt{-121}, \sqrt{-25}, -\sqrt{-16}, \sqrt{-a^2b^2}, -\sqrt{-4x^2} \quad [3] \quad (4) \quad 4i, -13i \quad (\square) \quad 22i, 0 \quad [4] \quad (4) \quad -2, -5, -6, -ab, -14ai \quad (\square) \quad -2, -5, 3i, 4i \quad (\ast) \quad -4\sqrt{6}, -10, \sqrt{6}i, 5\sqrt{3}i \quad (\equiv) \quad abi, axi, \sqrt{ab}i, -\sqrt{xy} \quad [5] \quad (4) \quad 1+47i, 83+2i, 1-242i \quad (\square) \quad 31-34i, 1-128i, -6+18i \quad (\ast) \quad 2-22\sqrt{7}i, -49+79\sqrt{2}i, 3 \quad (\equiv) \quad 23-13\sqrt{2}i, -4+7\sqrt{2}i, 6-4\sqrt{3}-6\sqrt{3}i-4i \quad (\ast) \quad 35, 70 \quad (\ast) \quad 2i, 1+12\sqrt{2}i, -1-4\sqrt{5}i, -11-4\sqrt{3}i \quad [6] \quad (4) \quad -2i, \frac{-i}{2}, \frac{1-2i}{5}, \frac{1+3i}{10}, \frac{1-\sqrt{3}i}{4}, \frac{1+\sqrt{2}i}{3} \quad (\square) \quad \frac{-i}{2}, \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}i, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{x} \quad (\ast) \quad 1 - \sqrt{3}i, 1 + 3\sqrt{7}i, \frac{4 - 7\sqrt{5}i}{9}$$

$$(二) \frac{12 - 9\sqrt{6}i}{10}, \sqrt{2} + \sqrt{3}i, \sqrt{2} - i \quad (7) \quad (4) \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2},$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, 1 \pm \sqrt{3}i, (\square) 6 \pm \varepsilon i, \frac{am - bn \pm \sqrt{(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)}}{an - bm} \quad (8) \quad 0$$

(70)

$$(1) (\pm 1, \pm 2), (\pm 2, \pm 3) \quad (2) (\pm 5, \pm 2i), (\pm 4, \pm \sqrt{3}i) \quad (3)$$

$$(\pm \sqrt{7}, \pm i), \left(\pm \sqrt{\frac{7}{5}}i, \pm \sqrt{\frac{3}{2}}\right) \quad (4) \left(\pm \sqrt{\frac{7}{2}}, \pm \sqrt{\frac{5}{3}}i\right),$$

$$\left(\pm \frac{1}{4}, \pm 4\right) \quad (5) (\pm a, \pm b), (\pm(a+b), \pm(a-b)) \quad (6) (3, 1, 9, -5),$$

$$(-6, 3, -2, -1) \quad (7) \left(\pm \frac{3}{2}, 3, 0\right), \left(2, 3, \frac{5 \pm \sqrt{3}i}{2}\right) \quad (8)$$

$$\left(0, 5, \frac{5 \pm \sqrt{15}i}{2}\right), (-10, 4, 3 \pm \sqrt{39}i) \quad (9) (2, 6, 4 \pm \sqrt{6})$$

$$\left(6, -1, \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}\right) \quad (10) (1, \pm i), \left(\frac{1}{2}, 2, \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right)$$

$$(11) \left(2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{6}\right)$$

(71)

$$(1) 7, 2, 3 \quad (2) 4, -50, 70, \quad (3) n \quad (4) 213, 1, -53, 55$$

$$(10) 4 \quad (11) p=5, q=1 \quad (12) 2 \quad (13) (4) (x-12)(x-13),$$

$$(x+28)(x-76) \quad (\square) 2\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-54), \text{ 或は } (2x+3)(x-54),$$

$$35\left(x + \frac{6}{7}\right)\left(x + \frac{4}{5}\right) \text{ 或は } (7x+6)(5x+4) \quad (\ast) \quad (x + \sqrt{2})(x -$$

$$\sqrt{2}), (x + 2\sqrt{5})(x - 3\sqrt{5}), 2\left(x + \frac{7 - \sqrt{41}}{4}\right)\left(x + \frac{7 + \sqrt{41}}{4}\right)$$

$$(二) (x + \sqrt{3}i)(x - \sqrt{3}i), (x + 5i)(x - 5i), 3\left(x - \frac{2 + \sqrt{17}i}{3}\right)$$

$$\left(x - \frac{2 - \sqrt{17}i}{3}\right)$$

(72)

$$(1) (2, \pm 1), (1, \pm 2) \quad (2) (1, -3, -5), (-1, 2), (-2, 1, 0)$$

$$(3) \left(1, \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right), \left(-1, \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right), \left(5, 5 \times \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right)$$

$$\left(\sqrt[3]{7}, \sqrt[3]{7} \times \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right) \quad (4) (1, \pm i), \pm 1 \quad (5) (-1, 2 \pm$$

$$\sqrt{3}), \left(1, \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{4}\right) \quad (6) \left(\pm 1, \frac{1}{2}, 2\right), \left(\pm 1, \frac{1}{3}, 3\right) \quad (7)$$

$$\left(3, 4, \frac{7 \pm \sqrt{-55}}{2}\right), \left(0, 3, \frac{3 \pm 3\sqrt{-7}}{2}\right), \quad (8) \left(\frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2},$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right), \left(\frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{-11}}{2}\right), (-1 \pm \sqrt{-3}, 1 \pm$$

$$\sqrt{-3}) \quad (9) \left(0, 5, \frac{5 \pm \sqrt{-15}}{2}\right), (2, -8, -3 \pm \sqrt{-15})$$

(73)

- (1) (2, 1; 2, -1; -2, 1; -2, -1), (3, 2; 3, -2; -3, 2; -3, -2) (2) (2, 1; 2, -1; -2, 1; -2, -1), $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 1; \frac{1}{\sqrt{3}}, -1; -\frac{1}{\sqrt{3}}, 1; -\frac{1}{\sqrt{3}}, -1)$ (3) (2, 3; 3, 2), (7, 5; -5, -7), $(4, 3; 9, \frac{4}{3}), (7, 3; -\frac{3}{2}, -14)$ (4) (6, 2; -6, -2), (0, 0; 2, 4) (5) (5, 3; -2, -4), (4, 1; 5, 2) $(1, 1; \frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ (6) (3, 1; -20, -45), $(\frac{10}{33}, \frac{25}{11}; 2, 1)$ (7) $(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}; \frac{2}{7}, 1)$ (8) (1, a; a, 1), (a+b, a-b; a-b, a+b) (9) (6, 5; 2, 1), $(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}; 5, 2)$ (10) $(4, 0; -\frac{1}{2}, -\frac{9}{2})$ $(\frac{11}{6}, \frac{9}{8}; 3, 2)$ (11) (-5, -8; 7, 4), (-2, -4; 5, 3) $(-2+\sqrt{8}, 3+\sqrt{8}; -2-\sqrt{8}, -3-\sqrt{8})$ (12) (9, 7; -9, -7), (3, 1; 7, 3)

(74)

- (1) (2, 1; -2, -1; 3, 2; -3, -2), (2, 1; -2, -1; 5, 3; -5, -3), $(1, 3; -1, -3; \frac{7}{2}, -12; -\frac{7}{2}, 12)$ (2) (6, 1; -6, -1), (10, 2; -10, -2), (2, 3; -2, -3) (3) (7, 9; -7, -9; 9, 7; -9, -7), (1, 2; -1, -2; 2, 1; -2, -1), (5, 7;

- 5, -7; 7, 5; -7, -5) (4) $(7, 3; -7, -3; \frac{11}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{11}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$, $(3, 2; -3, -2; -\frac{5}{\sqrt{13}}, \frac{12}{\sqrt{13}}; \frac{5}{\sqrt{13}}, -\frac{12}{\sqrt{13}})$, (7, 3; -7, -3; -3i, 7i; 3i, -7i) (5) (0, 0; 3, 1), $(0, 0; 3, -2; \frac{55}{12}, -\frac{5}{12})$ (6) (0, 0; 70, 45; 7, 3), (7, 3; 3, 7) (7) $(0, 0; 2, 3; \frac{-26}{5}, \frac{-13}{5})$, (0, 0; 1, 1)

(75)

- (1) (-4, 7; -7, 3), (4, 3; -2, -5) (2) $(0, 0; 3, 2; \frac{3}{5}, \frac{-2}{5})$ $(2, 2; \frac{3+\sqrt{17}}{4}, 1; \frac{3-\sqrt{17}}{4}, 1)$, (0, 0; 0, 3; 2, 0) (3) (6, 3; -1, -4; 4, 5; -3, -2), (-9, -9; -4, 1; 11, 1; 16, 11) (4) (8, 6; -8, -6), $(6+4\sqrt{3}, -6+4\sqrt{3}; 6-4\sqrt{3}, -6-4\sqrt{3}; -3, -4; 4, 3)$ (5) (-1, -7; 7, 1; $1+2\sqrt{5}, -1+2\sqrt{5}; 1-2\sqrt{5}, -1-2\sqrt{5}$), (-3, 3; 3, 1; -1, -3) (6) (-2, 3; 3, -2; 4, 0; 0, 4), (1, 3; 3, 1; 1, 2; 2, 1) (7) (0, 0; 1, 2; 2, 1), (0, 2; 3, 2; $2+\sqrt{5}, \sqrt{5}; 2-\sqrt{5}, -\sqrt{5}$) (8) (3, 2; 2, 3), (3, 2; -2, -3), $(4, 2; 6, \frac{4}{3})$ (9) (1, 2; -1, -2; 2, 1; -2, -1), (5, 2; -5, -2; 2, 5;