始

工學士 宮城音五郎著

上巻

機械學

力學、材料及構造强弱學之部

東京 丸善株式會社

緒　言

本書は機械工業に從事する者又は從事せんとする者に、機械に關する必須の學理と其の應用とを、最も平易に最も秩序的に授けんとて編纂したものである。

凡て何事に限らず、學理の力なくては完全な事業の出來やう筈なきことは今更喋々するまでもないが、特に工業に關する萬般の事業は細大となく、皆學理と實際と相俟たねば到底完全な域には達せられぬものである。

機械工業に關する學問は總て物理學の應用で、數學に深き關係がある。數學には普通數學と高等數學とがあつて、普通數學とは現時中學程度の學校に於て學びつゝあるもの即ち其れで、普通數學の一層進歩したるもの之れを高等數學と云ふのである。然し普通と云ひ高等と呼ぶは、只比較的の名稱であつて、普通數學全部を充分に了解し咀嚼したる後ならでは學び難き數學、之れを高等數學と名付けたに過ぎぬ。

機械學を修むるには高等數學の智識が無論必要であるが、普通數學を以ては全然解けぬと云ふ場合

は左程多い筈のものでない。尤も高等數學を應用すれば甚だ簡單に且つ甚だ手際よく解決せらるゝものを普通數學によれば往々迂遠となり混雜を惹き起す嫌ひはあるが其れは止むを得ぬ。

本書は普通數學卽ち算術代數學幾何學及び三角術の一班の素養ある者の解し得らるゝ程度を以て、機械學を敘述したものである。隨つて書中一の高等數學をも含まぬ。之れがために解決に多少迂遠の箇處もあるが止むを得ぬことである。又甚だ高尙にして高等數學の助けなくては容易に解き得られぬ箇處は差し當り必要なき限り容赦なく之れを省略し或は其の結果のみを揭げ以て徒に學者を惑はさぬ樣にした。

何事によらず秩序を履まねばならぬことは云ふまでもないが殊に學問は秩序を追うて進まねば到底完全に修得せらるゝものでない。前後錯綜して、何れが幹か何れが枝か區別もなく條理も究めず雜然と修めたる學問は何の役にも立たぬ机上の空論となることが多い。小學も履まずして急ぎ中學に入りたりとて何事か能く學び得られやう。根あり幹あり枝あり葉あり而して後花は咲き實は結ぶのではないか。根もなく幹もなく枝と葉のみにして奈何ぞ花は咲き實は結ばんや。

本書は機械の素養なき者又は機械の枝葉を知るとも其の根幹を知らぬ者に機械に關する根底の學理と其の應用とを完全に且つ圓滿に修得せしめんとの目的を以て口語文體を選び迂遠を厭はず勉めて解說的に條理を正し秩序を追うて記述したものである。

機械學は實に力學の應用である。夫故機械學を學ばんには是非とも力學の智識が第一になければならぬ。依て本書には順序として力學を第一編に置き之れを充分に解し得た後初めて機械學の本論に入り材料及び構造強弱學を第二編に置き以上二編を併せて上巻とし第三編機械論に於ては專ら機械の原理と働力傳送の學理とを說き都合上之れを中下の二巻に分割し中巻には車類のみを選び下巻には車類以外の仕掛けと其の他の諸機械類とを揭げ以て秩序整然些の混雜なきを期したのである。

力學には固體の力學液體の力學瓦斯體の力學等種々の部門があつて夫々特別な學理の攻究を要することになつて居るが液體及び瓦斯體の力學を應用したる諸機械は固體の力學を應用したる諸機械を研鑽したる後に討究するを以て學理の順序とす

るが故に、此等に關する機械學は後日に讓り、本書には先以て固體の力學を應用したるものを專らとして說述したのである。

學理と實際との連絡を完からしめ、學理の應用を充分に會得せしめんがために、本書には到る處に於て例題を解き、尙ほ各章又は各項の終りに問題を配して學者の硏究心を喚發し、學理は如何に實際に應用すべきかを深く腦裏に刻ましめんと努めたのである。此等の例題並びに問題を解くに當りて、著者は特別なる場合の外は皆悉く十吋の計算尺を以て計算したのであるが、其の際心付きたるは、計算尺の如き斯ばかり便利なる道具あるをも、運用の術を心得ぬために利用の途を知らで、徒に單純なる數の計算のみに多大の時間を空費するは遺憾此の上なきことに思ひ、計算尺の原理と其の有らゆる使用法とを、能ふ限り綿密に說述し「計算尺と其使用法」なる標題の下に、下卷の終りに附錄として添附することにした。

工業に從事する者又は從事せんとする者、本書によりて圓滿なる機械學を學び、尙ほ進んで高等の學理を究めんとする者は、須く本書を以て其の階梯とし、工業智識の涵養に資し、工業普及の一助ともならば幸である。

本書世に出でゝ爰に三版を發行するに至つた。第一版を發行したる當時は、直接不要なる條項は成るべく省略して書の簡潔を謀つたが、世の進運に伴なうて、今となつては却つて省略しなかつた方が善かつたと思はるゝ箇處なども甚だ多くなつた。改訂の必要は充分認めて居る。先づ差し當り幾分の增補を卷末に加へて一時の要を補ひ、何れ改訂の日を待つことにした。

本書內容の不備に關し學友工學士香月諭君の忠言を感謝する。

大正三年五月

著者誌

凡　例

1. 本書に使用した術語は重に機械學會撰定のものであるが、未だ撰定せられざるもの等は著者の適當と認むる術語を用ゐた。何れにしても餘り牽强附會の術語を避け、極く平易にして解し易きもの丶みを撰んだのである。
2. 度量衡は總て英國制定のものを用ゐた。機械工業界で現今一般に用ゐられて居る度量衡は重に英國制定のものであるからである。
3. 數字を以て示した値は、特別な場合の外は、總て初めの三連續數字以下は四捨五入して切り捨てることにした。例へば 184,625 は 185,000 に、3·14159 は 3·14 に、0·0030773 は 0·00308 にし、初めの連續せる三數字以下は切り捨てたのである。斯の如く切り捨て丶も、實際上考慮せねばならぬ程の誤差は起らぬものである。何となれば 184,625 を 185,000 としたる時の誤差は 375 であるが、184,625 に對する 375 は其僅に千分の二强で、千圓に對する二圓、千貫に對する二貫の誤差で、此位の誤差は工業上考慮を値せぬものであ

る。同樣に3·14159を3·14としたる時の誤差は其一万分の五弱、0·0030773を0·00308としたる時の誤差は其一萬分の九弱で、其他如何なる場合に於ても、初めの三連續數字を採つた以外の數より起る誤差は極めて小なるもので、工業上殆ど考へを要せぬものである。

4. 原語の音を其儘記載したものは之を片假名にて記し、圍むに「 」なる記標を以てした。但し原語の人名に限り、別に片假名にて記し下に一線を置くことにした。然し人名が物名になつたものは物名と同しに取扱つた。バビット氏の發明した「バビット、メタル」は其一例である。又平假名にて記し、圍むに「 」なる記標を以てした物名は邦語の術語を假名にて示したものである。

5. 極めて重要な定理には全文の下に直線を置いた。又重要な公式には順次に番號を附した。

6. 說明中に[25節]又は[25節參照]などゝあるは、其說明には第25節に述べた事柄に關係があるから參照して見よとの記號である。其他何れも同一意味と知るべし。

7. 讀み惛くき字には字の上に片假名を以て讀み方を示した。

8. 英書を學ぶものゝ便利のため、術語類の原名を和英對譯にし、索引表と併せて卷末に置くことにした。但し索引表は五十音順に排列し、ヰはイに、ヱはエに、ヲはオに、クヮはカに、タゥ、ヤゥ、サゥ等は總て其等の發音通りのト、ヨ、ソ等の部に收むることにし、又二つ以上の名稱の合成して一名稱を成せるものは其主なる各名稱の部に重出して索引に便ならしめた。例へば摩擦係數は摩擦係數としても或は單に係數としても索引し得られる樣にしたのである。

9. 問題の答案は亦卷末に附した。

10. 希臘「いろは」、弧度の解說、三角術公式、度量衡比較、弧に等しき小數等を本文の直ぐ前に置き、本書を讀むものゝ便に供した。

希臘「いろは」

大文字	小文字	讀方	大文字	小文字	讀方
Α	α	アルファ	Ν	ν	ニュー
Β	β	ビータ	Ξ	ξ	クサイ
Γ	γ	ガムマ	Ο	o	オミクロン
Δ	δ	デルタ	Π	π	パイ
Ε	ϵ	エプシロン	Ρ	ρ	ロー
Ζ	ζ	ヂータ	Σ	σ, ς	シグマ
Η	η	イータ	Τ	τ	トウ
Θ	ϑ, θ	シータ	Υ	υ	ウプシロン
Ι	ι	ヨータ	Φ	ϕ	ファイ
Κ	κ	カッパ	Χ	χ	カイ
Λ	λ	ラムダ	Ψ	ψ	プサイ
Μ	μ	ミュー	Ω	ω	オーメガ

此等の希臘「いろは」の內多く用ゐらるものは小文字て、其用ゐらるる場合は重に：$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi, \psi$は角、$\alpha$は加速度にも；$\Delta$又は$\delta$は距離,長さ,厚さ,幅等、梁の撓みの如きに；$\eta$は效率；$\mu$は摩擦係數；$\pi$は圓の直徑に對する圓周の長さの比即ち 3·14159……なる値として；ρは半徑又は摩擦角として；Σは相似た

る多數の數量を加へ合はす記號として、例へば Σxy とは xy の如き多數の數量を加へ合はすことを示し；τは溫度,時間等に；ωは角又は角速度；$\epsilon, \iota, \kappa, \lambda, \sigma$は諸種の係數又は定數として；$\zeta, \xi, \phi, \chi, \psi$は函數を示す場合或は係數などゝして用ゐられる。

弧度の解説

實用上の計算に用ゐる角の單位は**度**である。一點を周る全角を三百六十等分して其一を1度(符號°)と云ひ、1度を六十等分して其一を1分(符號′)と云ひ、1分を更に六十等分して其一を1秒(符號″)と云ふ。故に直角は 90 度、二直角は 180 度、三直角は 270 度となる。

角を測る他の一の單位は「**レヂアン**」である。任意の圓の半徑に等しき長さの弧を其圓周上に取り其圓弧を挾む中心角を以て角の單位とし之を1「レヂアン」と呼ぶ。而して「レヂアン」を角の單位として測りたるものを其角の**弧度**と云ふ。半徑rなる圓の全圓周は$2\pi r$であるから、全圓周に對する中心角即ち全角は2π「レヂアン」に等しい。從て直角は$\frac{\pi}{2}$「レヂアン」、二直角はπ「レヂアン」、三直角は$\frac{3\pi}{2}$「レヂアン」となる。故に今θを或る角の弧度としαを其角

の度とすれば次の關係がある。

$$\alpha=\frac{180}{\pi}\theta=57{\cdot}295778\theta$$

$$\theta=\frac{\pi}{180}\alpha=0{\cdot}01745329\alpha$$

但し π は圓の直徑に對する圓周の長さの比即ち3·14159……なる定數である。

中心角1「レヂアン」に對する半徑 r なる圓の弧の長さは r であるから、中心角 θ「レヂアン」に對する弧の長さを s とすれば

$$s=r\theta$$

理論上の計算には角を測るに度を以てするよりも、弧度を以てする方が餘程便利であるから重に弧度を用ゐる。

三角術公式

$\sin(\pm\alpha)=\pm\sin\alpha$	$\sin(180^\circ\pm\alpha)=\mp\sin\alpha$
$\cos(\pm\alpha)=+\cos\alpha$	$\cos(180^\circ\pm\alpha)=-\cos\alpha$
$\tan(\pm\alpha)=\pm\tan\alpha$	$\tan(180^\circ\pm\alpha)=\pm\tan\alpha$
$\cot(\pm\alpha)=\pm\cot\alpha$	$\cot(180^\circ\pm\alpha)=\pm\cot\alpha$
$\sin(90^\circ\pm\alpha)=+\cos\alpha$	$\sin(270^\circ\pm\alpha)=-\cos\alpha$
$\cos(90^\circ\pm\alpha)=\mp\sin\alpha$	$\cos(270^\circ\pm\alpha)=\pm\sin\alpha$
$\tan(90^\circ\pm\alpha)=\mp\cot\alpha$	$\tan(270^\circ\pm\alpha)=\mp\cot\alpha$
$\cot(90^\circ\pm\alpha)=\mp\tan\alpha$	$\cot(270^\circ\pm\alpha)=\mp\tan\alpha$

以上に於て α は總て90度よりも小なる角とす。

$\sin\alpha=\dfrac{1}{\operatorname{cosec}\alpha}$	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
$\cos\alpha=\dfrac{1}{\sec\alpha}$	$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
$\tan\alpha=\dfrac{1}{\cot\alpha}$	$1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha$
	$1+\cot^2\alpha=\operatorname{cosec}^2\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$

$$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$

$$\cos3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

$$\tan3\alpha=\frac{3\tan\alpha-\tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$$

三角形の三角を α,β,γ とし其れに相對する邊の長さを夫々 a,b,c とすれば次の關係あり。

$\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}$	$c=a\cos\beta+b\cos\alpha$
$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$
$a=b\cos\gamma+c\cos\beta$	$b^2=c^2+a^2-2ca\cos\beta$
$b=c\cos\alpha+a\cos\gamma$	$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$

英國度量衡及び各國度量衡比較

英國尺度	英國衡量
1呎(フート)=12吋(インチ)	1オンス=$\frac{1}{16}$ポンド
1ヤード=3呎(フィート)	1ポンド=16オンス
1哩(マイル)=5,280呎=1,760ヤード	1ハンドレッドウェート=112ポンド
1海里=6,082·66呎	1噸(トン)=20ハンドレッドウェート=2,240ポンド
1ノット=毎時 6,080呎 の速度(英國海軍省規定)	

英國尺度	日本尺度	佛國尺度
1 吋	0·83818 寸	2·5400 糎(センチメートル)
1·1931 吋	1 寸	3·0303 糎
0·39371 吋	0·33000 寸	1 糎
1 呎	1·0058 尺	0·30479 米(メートル)
0·99421 呎 11·9305 吋	1 尺	0·30303 米
3·2809 呎 39·371 吋	3·3000 尺	1 米
1 ヤード	0·50291 間 3·0175 尺	0·91438 米
1·9884 ヤード	1 間	1·8182 米
1 哩	0·40978 里	1·6093 粁(キロメートル)
2·4403 哩	1 里	3·9273 粁
0·62138 哩	0·25463 里	1 粁

英國衡量	日本衡量	佛國衡量
1 オンス	7·5599 匁	28·350 瓦(グラム)
0·13228 オンス	1 匁	3·7500 瓦
0·035274 オンス	0·26667 匁	1 瓦
1 ポンド	0·75599 斤 120·96 匁	0·45359 瓩(キログラム)
1·3228 ポンド	1 斤	0·60000 瓩
2·2046 ポンド	1·6667 斤	1 瓩
1 ハンドレッドウェート	13·547 貫	50·802 瓩
8·2673 ポンド	1 貫	3·7500 瓩
1 噸	270·95 貫	1·0160 佛國噸
0·98421 噸	266·67 貫	1 佛國噸
		1佛國噸=1,000瓩

以上の外必要なる種々の比較表等は本文中の適處に配置せり。

吋に等しき小數

吋	吋の小數	吋	吋の小數	吋	吋の小數	吋	吋の小數
$\frac{1}{64}$	0·015625	$\frac{17}{64}$	0·265625	$\frac{33}{64}$	0·515625	$\frac{49}{64}$	0·765625
$\frac{1}{32}$	0·03125	$\frac{9}{32}$	0·28125	$\frac{17}{32}$	0·53125	$\frac{25}{32}$	0·78125
$\frac{3}{64}$	0·046875	$\frac{19}{64}$	0·296875	$\frac{35}{64}$	0·546875	$\frac{51}{64}$	0·796875
$\frac{1}{16}$	0·0625	$\frac{5}{16}$	0 3125	$\frac{9}{16}$	0·5625	$\frac{13}{16}$	0·8125
$\frac{5}{64}$	0·078125	$\frac{21}{64}$	0·328125	$\frac{37}{64}$	0·578125	$\frac{53}{64}$	0·828125
$\frac{3}{32}$	0·09375	$\frac{11}{32}$	0·34375	$\frac{19}{32}$	0·59375	$\frac{27}{32}$	0·84375
$\frac{7}{64}$	0·109375	$\frac{23}{64}$	0·359375	$\frac{39}{64}$	0·609375	$\frac{55}{64}$	0·859375
$\frac{1}{8}$	**0·125**	$\frac{3}{8}$	**0·375**	$\frac{5}{8}$	**0·625**	$\frac{7}{8}$	**0·875**
$\frac{9}{64}$	0·140625	$\frac{25}{64}$	0·390625	$\frac{41}{64}$	0·640625	$\frac{57}{64}$	0·890625
$\frac{5}{32}$	0·15625	$\frac{13}{32}$	0·40625	$\frac{21}{32}$	0·65625	$\frac{29}{32}$	0·90625
$\frac{11}{64}$	0·171875	$\frac{27}{64}$	0·421875	$\frac{43}{64}$	0·671875	$\frac{59}{64}$	0·921875
$\frac{3}{16}$	0·1875	$\frac{7}{16}$	0·4375	$\frac{11}{16}$	0·6875	$\frac{15}{16}$	0·9375
$\frac{13}{64}$	0·203125	$\frac{29}{64}$	0·453125	$\frac{45}{64}$	0·703125	$\frac{61}{64}$	0·953125
$\frac{7}{32}$	0·21875	$\frac{15}{32}$	0·46875	$\frac{23}{32}$	0·71875	$\frac{31}{32}$	0·96875
$\frac{15}{64}$	0·234375	$\frac{31}{64}$	0·484375	$\frac{47}{64}$	0·734375	$\frac{63}{64}$	0·984375
$\frac{1}{4}$	**0·25**	$\frac{1}{2}$	**0·5**	$\frac{3}{4}$	**0·75**	**1**	**1**

重なる定數と公式

圓周 $=\pi\times$(直徑)$=2\pi\times$(半徑)

圓の面積 $=\frac{\pi}{4}\times$(直徑)$^2=\pi\times$(半徑)^2

圓の直徑 $=\frac{1}{\pi}\times$(圓周)$=\sqrt{\frac{4}{\pi}\times(\text{面積})}$

圓の半徑 $=\frac{1}{2\pi}\times$(圓周)$=\sqrt{\frac{1}{\pi}\times(\text{面積})}$

$\pi=3{\cdot}14159265359\ldots\ldots=$(約)$3{\cdot}142$

$=$(約)$\frac{22}{7}(=3{\cdot}143)=$(約)$\frac{355}{113}(=3{\cdot}1415929)$

$2\pi=6{\cdot}283$

$\frac{\pi}{4}=0{\cdot}7854$

$\log\pi=0{\cdot}4971$

$\log\frac{\pi}{4}=\bar{1}{\cdot}8951$

$\frac{1}{\pi}=0{\cdot}3183$

$\frac{1}{2\pi}=0{\cdot}1592$

$\frac{4}{\pi}=1{\cdot}273$

楕圓の周圍(約)$=\pi\sqrt{\frac{(\text{大軸})^2+(\text{小軸})^2}{2}}$

楕圓の面積 $=\frac{\pi}{4}\times$(大軸)$\times$(小軸)

柱體の周圍面積＝(斷面周圍の長さ)$\times$(高さ)

柱體の容積＝(斷面積)$\times$(高さ)

地球重力の加速度(東京にて), $g=32{\cdot}15$ 呎/(秒)^2

$\log g=1{\cdot}5072$

[重なる斷面形の面積は第四表によりて知るべし]

機械學上巻目次概要

第一編　力學

第二編　材料及構造强弱學

機械學上卷目次

第一編 力學

第一章 運動

第二章 力

第三章 「ヹクトル」

第六章 摩擦

第二編　材料及構造强弱學

第一章　緒論

第二章　機械用材料

第三章　引張及び壓縮

第四章　剪斷

第五章　屈曲

第一項　重なる斷面形の慣性「モーメント」及び斷面係數

ページ

第七章　捩り

第八章　合成內力

第一項　直働內力と屈曲內力との合成內力

第二項　捩り內力と屈曲內力との合成內力

第九章　圓筒の强力

第十章　起重機用鈎の强力

ページ

第十一章　屈曲「モーメント」及び剪斷力に關する圖法力學

表

增補目次

──＜目次終り＞──

機　械　學

上　卷

第一編　力　學

第一章　運　動

1. 靜止及び運動　物體は此宇宙間に在つて必ず己の**位置**を有して居るものであるが、其位置を變ぜざる時物體は**靜止**せりと云ひ、一所より他所に位置を變ずる時**運動**せりと云ふ。然し地球上に位置を有して居る物體は詳に云へば一として靜止して居るものは無い。何となれば地球は自轉及び公轉によりて晝夜間斷なく運動しつゝあるのであるから、假令物體が地球上に於て靜止して居るとも宇宙に對しては地球と同じ運動をなしつゝあるのである。然し吾人は暫く地球は靜止せるものと假定して地球上に在る物體の靜止及び運動を研究せんとするのである。

地球と地球上に存在する物體の間の關係と同じく、汽車又は船の中に在つて靜止せる物體も地球から見れば其汽車又は船と同じ運動をなしつゝある

のてあるが、殊に汽車又は船の中に於て極く簡單な[illegible]動をなしつゝある物體も之を地球から見れば一般に複雑な運動となり、同じ運動を說くにしても餘計な手數をかける事となるから、斯樣な場合には差支なき限り汽車又は船が如何に疾走せるにせよ之を靜止せるものと見做し、地球には無關係に汽車又は船の中に在る物體の靜止及び運動を研究することがある。

2. 變位及び速度 物體の運動したる分量を**變位**と云ふ。物體の運動には夫々遲速がある、例へば牛と馬とが各五里の路を步むに、牛は六時間かゝり馬は三時間かゝるとすれば、馬の步みは牛の步みよりも二倍速く、牛は馬よりも二分の一遲い譯てある。物體の運動の速さを比較するに吾人は**速度**なる語を用ゐる。速度とは時間に對する變位の量を云ふ。例へば前の例に於て、牛も馬も變位は同じく五里てあるが、其速度は牛は一時間に六分の五里、馬は一時間に三分の五里てある故に、馬の速度は牛の速度の二倍てある。之を一般の式にて示せば

$$\left.\begin{array}{l} v=\dfrac{s}{t} \\ \text{或は} \quad s=vt \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但し v は速度、t は s 丈け變位するに要したる時間てある。

變位は時間に無關係に單に運動したる空間の長さてあるから其單位は里，哩，呎等てあるが、速度は時間に對する變位の割合てあるから其單位は每時何里，每分何哩，每秒何呎等て、此等を略して夫々 里/時，哩/分，呎/秒 等と書く。

變位なる語の中には**方向**と**向き**とを含んて居る。從て速度は方向と向きとを含んて居る物體の速さを云ふのてあるから、西に向ひて一時間何哩の速度などゝ云ふ。方向と向きとに構はず漠然と物體の速さを云ふ場合には**速さ**なる語を用ゐて速度と區別する。夫故に物體が曲線に沿ふて運動する場合に或る瞬時の速度の方向は進行の方向に於て其曲線に接線を引きたる時其接線の方向を云ふのてある。玆に一言して置くが、方向と云へば單に東西の方向，南北の方向，上下の方向と云ふ樣なもので、方向なる語の中には向きは含まれて居ない。東西方向に於て西に向ひてと云へば、初めて向きなるものが云ひ表はされたのてある。然し多くの場合に、方向なる語を以て方向と向きとを同時に表はさしめて差支の起らぬものてあるが、時々不都合の起るこ

とがあるから、成るべく區別する様に心懸けねばならぬ。

例一、1時間40分に68哩を走る汽車の平均速度を求む。

解、$v=\dfrac{s}{t}=\dfrac{68}{1\frac{40}{60}}=\dfrac{68\times 60}{100}=40.8\,\text{哩}/\text{時}.$

例二、毎時30哩の速度は毎秒何呎及び毎分何「ヤード」の速度なるか。

解、
$$\text{速度}(\text{呎}/\text{秒}\,\text{ニテ})=\frac{\text{變位}(\text{呎ニテ})}{\text{時間}(\text{秒ニテ})}$$
$$=\frac{\text{變位}(\text{哩ニテ})\times 5280}{\text{時間}(\text{時ニテ})\times 60\times 60}$$
$$=\frac{30\times 5280}{1\times 60\times 60}=44\,\text{呎}/\text{秒}.$$

又、
$$\text{速度}(\text{ヤード}/\text{分}\,\text{ニテ})=\frac{\text{變位}(\text{「ヤード」ニテ})}{\text{時間}(\text{分ニテ})}$$
$$=\frac{\text{變位}(\text{哩ニテ})\times 1760}{\text{時間}(\text{時ニテ})\times 60}$$
$$=\frac{30\times 1760}{1\times 60}=880\,\text{ヤード}/\text{分}.$$

3. 加速度 速度の一定なる運動、語を換へて云へば、速度の大さ方向及び向きの一定なる運動を**等速運動**と云ふ。然し多くの運動は速度の一定ならざるもので、之を**變速運動**と云ふ。例へば運動せる物體の初めの速度即ち**初速**は毎秒五呎、次には毎秒八呎、次には毎秒十三呎とすれば其物體は變速運

動をなしつゝあるのである。變速運動をなす物體の速度の變はる割合を比較するに**加速度**なる語を用ゐる。加速度とは時間に對する速度變化の割合である。故に今 v_1 なる速度が t 時間の後 v_2 なる速度に變じたとすれば、其加速度 α（アルフハ）は次の式を以て表はされる。

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=\dfrac{v_2-v_1}{t}\\ \text{或は}\quad v_2=v_1+\alpha t\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

此式に於て v_2 が v_1 よりも大ならば α は正號の値であるが、若し v_2 が v_1 よりも小ならば α は負號の値となる、即ち速度の增加する場合には加速度は正號であるが、減少する場合には加速度は負號となる。加速度が負號になつた時之を**減速度**と云ふ事もあるが、α の値の正負について一々名稱を變ゆるのは混雜し易きものであるから、吾人は一般に加速度に正負の符號を前置して加速度并に減速度の何れをも代表せしむるのが通例である。

運動には加速度の一定なる**等加速運動**と、加速度の時々刻々に變はる**不等加速運動**との二種がある。不等加速運動は甚だ複雜なる運動の一種であるが、極く極く小時間内の運動を觀察すれば大約等加速

運動と見做し得るものてあるから、斯くの如き方法て吾人は通例不等加速運動を研究しつゝあるのてある。等加速運動に於て其一定なる加速度を**等加速度**と云ふ。

v_1なる速度が等加速運動をなして、t時間の後v_2なる速度に變じたる時通過したる空間の長さは、v_1とv_2との平均の速度を以て同し時間に等速運動をなす時通過する空間の長さと等しき理てある、即ち

$$t\text{時間の平均速度}=\frac{v_1+v_2}{2}$$

故に通過したる空間の長さをsとすれば、公式(1)より

$$s=\frac{v_1+v_2}{2}t$$

之に公式(2)のv_2の値を代入すれば、

$$s=\frac{v_1+v_1+\alpha t}{2}t=\frac{2v_1+\alpha t}{2}t$$

仍て $$s=v_1t+\frac{\alpha t^2}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

公式(2)の結果を二乘する時は

$$v_2^2=(v_1+\alpha t)^2=v_1^2+2v_1\alpha t+\alpha^2t^2$$
$$=v_1^2+2\alpha\left(v_1t+\frac{\alpha t^2}{2}\right)$$

然るに $$v_1t+\frac{\alpha t^2}{2}=s$$

故に $$v_2^2=v_1^2+2\alpha s\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

加速度は時間に對する速度の割合てある、然るに速度は時間に對する變位の割合てあるから、變位に對して加速度は時間の割合を二重に含める數量てあることは明てある。此關係を式て示せば

$$\text{加速度}=\frac{\text{速度}}{\text{時間}}$$

然るに $$\text{速度}=\frac{\text{變位}}{\text{時間}}$$

故に $$\text{加速度}=\frac{\dfrac{\text{變位}}{\text{時間}}}{\text{時間}}=\frac{\text{變位}}{(\text{時間})^2}$$

夫故に加速度の單位は毎時毎時何哩、毎分毎分何呎、毎秒毎秒何呎等の如く、時間を二重に含みたるものを以て表はす、又此等を略して $\text{哩}/(\text{時})^2$, $\text{呎}/(\text{分})^2$, $\text{呎}/(\text{秒})^2$ 等と夫々書く。例へば地球重力の加速度は 980 $\text{糎}/(\text{秒})^2$ 又は 32.15$\text{呎}/(\text{秒})^2$ てある。

例一、停車場を出發して毎秒3呎づゝ速度を增加しつゝ進行する汽車が、出發の後30秒間に通過したる距離と、10秒後の速度とを求む。

解、此場合の加速度は 3$\text{呎}/(\text{秒})^2$ てある。故に30秒間に通過したる距離sを求めんには、公式(3)より

$$s=v_1t+\frac{\alpha t^2}{2}$$

但し v_1 は初めの速度にして、出發の際には速度は零なる故に此式に於て v_1 は零である、故に

$$s=\frac{\alpha t^2}{2}=\frac{3\times 30^2}{2}=1{,}350\text{呎}$$

又10秒後の速度を求めんには、公式(2)より

$$v_2=v_1+\alpha t$$

然るに v_1 は零なる故に、

$$v_2=\alpha t=3\times 10=30\text{呎}/\text{秒}$$

例二、毎秒50呎の初速を與へられたる物體が毎秒8呎づゝ速度を減少しつゝ運動するならば、3秒間に通過したる距離と、4秒後に於ける速度とを求む。又100呎を通過したる後の速度は如何。

解、 加速度 $\alpha=-8\text{呎}/(\text{秒})^2$

故に3秒間に通過したる距離 s は

$$s=v_1t+\frac{\alpha t^2}{2}=50\times 3-\frac{8\times 3^2}{2}=114\text{呎}、$$

又4秒後の速度 v_2 は

$$v_2=v_1+\alpha t=50-8\times 4=18\text{呎}/\text{秒}、$$

又100呎を通過したる後の速度は、公式(4)より

$$v_2^2=v_1^2+2\alpha s=50^2-2\times 8\times 100=900$$

故に $v_2=\sqrt{900}=30\text{呎}/\text{秒}$、

例三、同一垂直線上200呎の距離にA, B二點あり。今一物體をAより落とし其れと同時に他の物體をBより50呎/秒の初速を與へて垂直上方に投げ上げる時は、A又はBを距る何呎の點に於て此二物體は出逢ふか(第一圖)。

第一圖

解、二物體がM點に於て出逢ふとし、MBの高さを s 呎とすればMAの高さは $200-s$ 呎である。然るにMBの高さ s は公式(3)より、

$$s=v_1t+\frac{\alpha t^2}{2}=50t+\frac{\alpha t^2}{2}$$

地球重力の加速度は大約 $32\text{呎}/(\text{秒})^2$ にして、投げ上げる場合には加速度は負號となる故に、

$$s=50t-\frac{32t^2}{2}=50t-16t^2$$

又MAの高さは同じ公式により、初速零であるから

$$200-s=\frac{32t^2}{2}=16t^2$$

此等二式を加へ合はす時は

$$200=50t$$

$$t=4\text{秒}$$

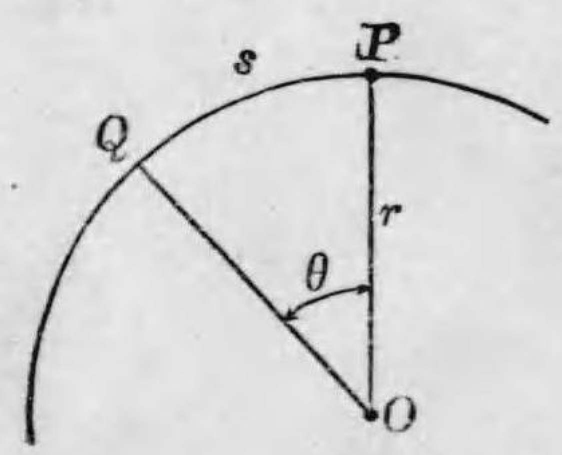
即ちA又はBを去つて4秒の後此等の二物は出逢ふのである。依て $t=4$ を s の式に代入すると

$$s=50\times4-16\times4^2$$
$$=200-256$$
$$=-56^{\text{呎}}$$

此結果は負號であるから、二物體はABの間に於ては出逢はずしてB以下56呎又はA以下256呎の點にて出逢ふ事になる。即ちBより投げ上げたる物體が一度其最高點に達し、更に落下してB以下56呎の點に來りたる時初めてAより落下したる物體と出逢ふこと丶なるのである。

4. 角速度及び角加速度 物體が或る點を中心として**回轉運動**をなす場合には、其物體の速さを比較するに回轉した角又は回轉數を以てするのが便利である。例へば第二圖に於てPなる物體がOを中心とする圓弧上に回轉運動をなして、t時間にPよりQに達したと云ふことは、半徑OPが同

第二圖



し時間にOQの位置まで運動したと同じ事である夫故にPQなる圓弧の長さをsとし、角POQをθ(シーター)、半徑OP又はOQをrとすれば、Pなる物體がs丈け運動すると云ふ事は、半徑OPが角θ丈け運動したと同一である。倚てsとθとの關係は、角を總て弧度即ち「レヂアン」を以て表はすならば

$$s=r\theta \qquad \cdots\cdots(5)$$

今此の物體がs丈けの長さを運動するにt時間を要すとすれば、$\frac{s}{t}$は其速度である。然るに

$$\frac{s}{t}=r\frac{\theta}{t} \qquad \cdots\cdots(a)$$

$\frac{\theta}{t}$を吾人は**角速度**と云ふ。角速度とは、物體が回轉運動をなす時、回轉の中心より物體に至る半徑が通過したる角の時間に對する割合で之をω(オメガ)とすれば

$$\left.\begin{aligned}\omega&=\frac{\theta}{t}\\ \text{或は}\quad \theta&=\omega t\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(6)$$

角速度と區別する爲に、前に述べた直線上の速度を**線速度**と云ふ。線速度は角速度に其半徑を乘じたるものに等しきこと(a)式によりて知ることが出來る。故に今線速度をv, 角速度をω, 半徑をrとすれば、

$$v=r\omega$$

或は

$$\omega=\frac{v}{r} \qquad \cdots\cdots(7)$$

以上に於て角は總て弧度を以て與へられたるものである。若し度を以て角を與へた場合には、之を「レヂアン」に換算した後に前の諸式に當て嵌めねばならぬ。即ち、180度はπ(パイ)「レヂアン」に等しき故に1度は$\frac{\pi}{180}$「レヂアン」に等しい。夫故にθ°を度を以て與へたる角とすれば

$$\theta=\frac{\pi}{180}\theta^\circ \text{ レヂアン}$$

例へば角速度ωは此値を公式(6)に當て嵌めて、

$$\omega=\frac{\pi}{180}\frac{\theta^\circ}{t}$$

角速度が時々刻々に變はる時、其變化の時間に對する割合を**角加速度**と云ふ。故にω_1なる角速度が、t時間の後ω_2なる角速度に變はりたりとし、其場合の角加速度を$\dot{\omega}$とすれば

$$\dot{\omega}=\frac{\omega_2-\omega_1}{t}$$

又は

$$\omega_2=\omega_1+\dot{\omega}t \qquad \cdots\cdots(8)$$

ω_1に相當する線速度をv_1、ω_2に相當する線速度をv_2とすれば公式(7)により

$$\omega_1=\frac{v_1}{r} \quad \text{及び} \quad \omega_2=\frac{v_2}{r}$$

是等の値を(8)式に代入すれば

$$\dot{\omega}=\frac{\frac{v_2}{r}-\frac{v_1}{r}}{t}=\frac{v_2-v_1}{rt}$$

然るに公式(2)より$\frac{v_2-v_1}{t}$は加速度αに等しい。

故に

$$\dot{\omega}=\frac{\alpha}{r}$$

或は

$$\alpha=r\dot{\omega} \qquad \cdots\cdots(9)$$

角加速度と區別する爲に、前に述べた直線上の加速度を**線加速度**と云ふ。公式(9)は、線加速度は角加速度に其半徑を乘じたるものに等しきことを示すものである。

$s=r\theta,\ v=r\omega,\ \alpha=r\dot{\omega}$ なる關係を應用して公式(3)及び(4)を變形する時は回轉運動に關する重要な次の公式を得。

$$\theta=\omega_1 t+\frac{\dot{\omega}t^2}{2} \qquad \cdots\cdots(10)$$

及び

$$\omega_2^2=\omega_1^2+2\dot{\omega}\theta \qquad \cdots\cdots(11)$$

回轉運動の速度を表はすに單位時間內に於ける**回轉數**を以てするを便とする場合甚だ多い。單位時間に一回轉するならば其角速度は2π「レヂアン」である故に單位時間にn回轉するならば、其角速度ωは次の式を以て表はされる。

$$\omega=2\pi n \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

角速度の單位は毎分何「レヂアン」等、又角加速度の單位は毎秒毎秒何「レヂアン」等、回轉の速度は毎分何回轉等て、此等を略して夫々 $^{\text{レヂアン}}/_{\text{分}}$, $^{\text{レヂアン}}/_{(\text{秒})^2}$, $^{\text{回}}/_{\text{分}}$ 等と書く。

例、毎分 90 回轉の速さを以て回轉せる「はづみ」車が 25 回轉をなしたるに毎分 50 回轉の速さに減少したりとせば、角加速度幷に其間の時間を求む。

解、初めの角速度、$\omega_1=2\pi\times90=180\pi\,^{\text{レヂアン}}/_{\text{分}}$

終りの角速度、$\omega_2=2\pi\times50=100\pi\,^{\text{レヂアン}}/_{\text{分}}$

又 25 回轉に等しき角、

$$\theta=2\pi\times25=50\pi^{\text{レヂアン}}$$

此等の値を公式 (11) に代入する時は、

$$(100\pi)^2=(180\pi)^2+2\dot{\omega}\times50\pi$$

$$\dot{\omega}=-224\pi=-224\times3.14$$

$$=-704\,^{\text{レヂアン}}/_{(\text{分})^2}$$

又は $\dot{\omega}=-\dfrac{704}{60\times60}=-0.196\,^{\text{レヂアン}}/_{(\text{秒})^2}$

負號は減速度を示す。

次に公式 (8) に ω_1, ω_2 及び $\dot{\omega}$ の値を代入すれば、

$$100\pi=180\pi-224\pi t$$

$$t=\frac{180-100}{224}=0.357^{\text{分}}$$

又は $t=0.357\times60=21.4^{\text{秒}}$

第一章 問題

1. 毎時 1 哩及び 1「ノット」の速度は毎分何呎及び毎秒何呎の速度なるか。

2. 直徑 10 吋にして毎分 300 回轉をなす車の周圍の線速度は毎秒何呎なるか。

3. 地球重力の加速度を 32.2 $^{\text{呎}}/_{(\text{秒})^2}$ とし、之を $^{\text{碼}}/_{(\text{秒})^2}$ の單位に換算せよ。

4. 汽車が停車場より出發して 4 分の後毎時 50 哩の速度を得たりと云ふ。平均加速度は毎秒毎秒何呎なりしか。

5. 毎時 30 哩の速度にて走れる自動車が、制動機(ブレーキ)の作用によりて、毎秒毎秒 8 呎の減速度を受くるに至りたりとすれば、制動機を作用したるより何秒の後靜止するか。又其間に走りたる距離を求む。

6. 毎秒 13 呎の初速を以て運動を初めたる物體の加速度を $3^{\text{呎}}/_{(\text{秒})^2}$ とすれば、50 呎の距離を動きたる

後の速度及び其れに要したる時間を求む。

7. 汽車が坂を降る時、毎時 40 哩の速度が 4.5 分間に毎時49哩の速度に變じたりと云ふ。平均加速度を求む。

8. 深さ 150 呎の井中に石を落とせば何秒の後底に達するか。但し地球重力の加速度を毎秒毎秒 32 呎として計算すべし。

9. 直徑 5 呎の車が毎分 40 回轉をなす時其角速度及び車の周圍の線速度を求む。

10. 每時 30 哩の速度にて走れる自動車あり。車の直徑を 30 吋とすれば車の角速度を求む。

11. 前問の自動車が 100「ヤード」を走りたる後靜止したりとすれば車の角加速度を求む。

12. 每分 180 回轉の速さを以て回轉せる「はづみ」車が、20 秒の後每分 140 回轉の速さに變じたりとせば、其間に何回轉したるか。又初めより何秒の後靜止するか。

第二章　力

5. 運動の第一法則　ニュートンによりて明言された、運動に關する三つの法則がある、力學の根底をなして居るもので、其第一法則に曰く、

物體は外力の作用を受くるまでは靜止するか又は直線上に等速運動をなす。

此法則によれば、靜止せる物體は外力の作用を受くるまでは靜止し、運動せる物體は直線上に等速運動をなし、速度の大さ方向及び向き等少しも變はることなし。故に靜止せる物體が運動を初め、運動せる物體の速度の大さ向き又は方向の變化を起したとすれば、必ず或る力が他から作用したのである。言はゞ總ての物體は外力の作用なき間は狀態の變化を起さぬものであつて、此性質を物體の**慣性**と云ふ。從て第一法則は時に**慣性の法則**と呼ばれる。

偖て**力**とは如何なるものであるか、第一法則によ略ぼ次の定義を下すことが出來る。

靜止せる物體に運動を與へ又は運動せる物體の速度を變ぜしむる原由を力と云ふ。

速度の大さ方向又は向きが變はる以上は必ず加

速度なるものが伴なふ譯である。夫故に力は加速度と或る關係のあることが略ぼ知られるのである。又靜止せる物體とは速度零なる物體と云ふのと同意であるから、靜止せる物體が運動を初めるには速度の大さが變はる。何れにしても力は加速度と或る關係がある筈である。

6. 運動の第二法則　運動の第二法則に曰く、

物體運動量の變化の割合は與へたる力に正比例し、且つ其變化は與へたる力と同し方向同し向きに起る。

物體を構成せる物質の量を**質量**と云ふ。**重量**は物體の質量に地球重力が作用して生ずるものであるから、質量と重量とは自ら異なれるものである。重量は同し質量の物體に於ても重力の多少によりて差異が生ずる。例へば緯度の相違、土地の高低等によりて同一物の重量に相違が起る。若し物體を地球の中心に持ち行くとすれば重量は零となるであらうが、質量は緯度の差、土地の高低、地球の表面なると中心なるとに係らず常に一定して少しも變はることはない。

物體の質量と其速度との乘積を**運動量**と云ふ。故に質量をmとし速度をvとすればmvは其物體の運

動量である。

今質量mの物體が力fの爲にv_1なる速度が、t時間の後v_2なる速度に變じたとすれば、

$$\text{運動量の變化} = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1)$$

故に

$$\text{運動量の變化の割合} = \frac{m(v_2 - v_1)}{t}$$

第二法則によれば、運動量の變化の割合は與へたる力fに正比例するのであるから、

$$f \propto \frac{m(v_2 - v_1)}{t}$$

然るに公式(2)によりて知る如く、$\frac{v_2 - v_1}{t}$は此場合の加速度である故に之をαとすれば、

$$f \propto m\alpha$$

即ち力は質量に加速度を乘したるものに正比例する。前節に於て力は加速度と或る關係がある筈であるとは卽ち之れである。

$\frac{f}{m\alpha}$は定數であるから之をkと置けば、

$$f = km\alpha \quad \cdots\cdots\cdots (a)$$

今單位の質量に單位の加速度を與へる力を力の單位とすれば、

$$1 = k \times 1 \times 1$$

即ち

$$k = 1$$

故に斯かる單位を用ゐれば(a)式は次の形となる。

$$f=m\alpha\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

斯くの如き單位を一般に**絕對單位**と云ふ。然し此單位は餘り小にして實用上甚だ不便であるから、吾人は力の**實用單位**として「ポンド」を用ゐる。1「ポンド」とは單位の質量に地球重力の加速度に等しき加速度、g 呎/(秒)^2（東京にて g は 32.15 呎/(秒)^2 又は約 32.2 呎/(秒)^2）を與へる力である。斯かる單位を用ゐれば (a) 式は如何なる形になるかと云ふに、今質量 m の物體に加速度 α 呎/(秒)^2 を與へる力を f「ポンド」とすれば、(a) 式より、

$$f=km\alpha$$

又は
$$km=\frac{f}{\alpha}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

然るに同じ質量の物體に地球重力の加速度に等しき加速度、g 呎/(秒)^2 を與へる力は其物體の重量 w「ポンド」に等しい。故に (a) 式より、

$$w=kmg$$

又は
$$km=\frac{w}{g}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

(b) 及び (c) なる二つの式より、

$$\frac{f}{\alpha}=\frac{w}{g}$$

又は
$$f=\frac{w}{g}\alpha\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

此式に於て、力 f と重量 w とは「ポンド」の單位、加速度 α と g とは 呎/(秒)^2 の單位を以て與へたるものである。然し一般に云へば、f と w とは同し單位、又 α と g とを同し單位に取れば常に差支ないのである。例へば f と w とを共に噸にて表はし、α と g とを共に 呎/(秒)^2 にて表はすも敢て差支はない。然し如何なる場合にも與へたる力と、其力によりて生ずる加速度とは同し方向同し向きである。

以上の如き單位は地球重力を以て單位とするのであるから一般に**重力單位**と呼ぶ。絕對單位は理論上の單位としては便利であるが、實用上の單位としては甚だ不便であるから、吾人の用ゐる實用單位は通例重力單位である。

同じ加速度を起すに要する力は、其れが絕對單位なると重力單位なるとに關らず等しい譯であるから (13) 及び (14) の二式より、

$$f=m\alpha=\frac{w}{g}\alpha$$

故に
$$m=\frac{w}{g}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

即ち重量 w なる物體の質量は $\dfrac{w}{g}$ に等し。

例、靜止せる蒸汽機關「ピストン」が 0.25 秒の後 10 呎/秒 の速度を得たりと云ふ。「ピストンの重量

を 75「ポンド」とすれば何「ポンド」の力を要したるか。

解、平均加速度、$\alpha=\dfrac{10}{0.25}=40^{呎}/_{(秒)^2}$

故に　要したる力 $f=\dfrac{w}{g}\alpha=\dfrac{75}{32.2}\times 40$

$=93.2$ ポンド、

7. 衝擊量及び衝擊力　運動の第二法則によれば

$$f=m\alpha$$

然るに　$$\alpha=\frac{v_2-v_1}{t}$$

故に　$$f=\frac{m(v_2-v_1)}{t}$$

又は　$$ft=(v_2-v_1)\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

ft は力 f が t 時間作用したる力の全量にして之を衝擊量と云ふ。(16) の結果を見るに、力 f が t 時間作用したる衝擊量は其時間の前後に於ける運動量の差に等しい。故に運動の第二法則は或は次の如く云ふことが出來る。

物體運動量の變化は作用したる力の衝擊量に正比例し、且つ其變化は作用したる力と同じ方向同じ向きに起る。

力の作用する時間甚だ小にして然も大なる運動

量の變化を起す如き衝擊量を與ふる力を**衝擊力**と云ふ。物體を鎚打する時又は衝突の如き場合は其適例である。

例、重量 1 噸につき 30「ポンド」の抵抗力に反對して進行する重量 200 噸の機關車あり。其牽引力を 4 噸とすれば靜止より出發して毎時25哩の速度を得るに要する時間と其距離とを求む。

解、　牽引力$=4\times 2240=8,960^{ポンド}$

總抵抗力$=30\times 200=6,000^{ポンド}$

故に　進行に必要なる力、

$f=8960-6000=2,960^{ポンド}$、

依て t を所要の時間とすれば、

衝擊量$=2960t$ (ポンド秒單位)

偖て

速度、$v=25^{哩}/_{時}=\dfrac{25\times 5280}{60\times 60}=36.7^{呎}/_{秒}$

故に運動量の變化 $ft=m(v_2-v_1)=mv_2$ $v_1=0$ ∴

$=mv_2=\dfrac{w}{g}v=\dfrac{200\times 2240}{32.2}\times 36.7$

$=511,000$ (ポンド秒單位)

故に公式(16)より、

$2960t=511,000$

仍て　時間 $t=173^{秒}$ 又は $2^{分}53^{秒}$

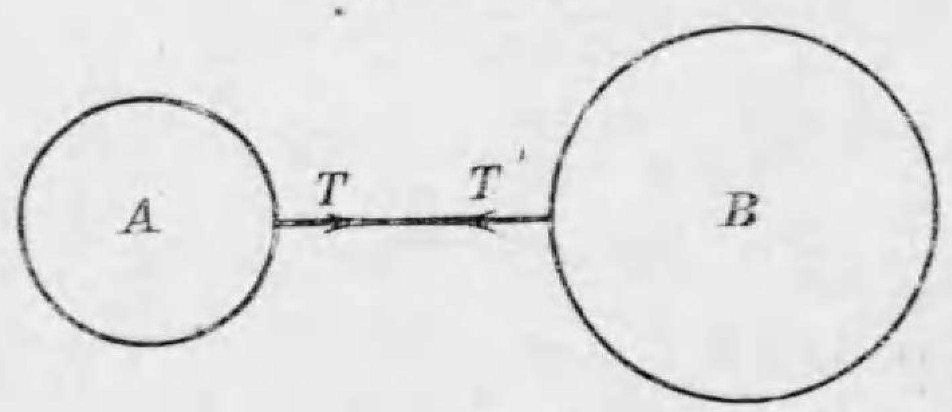
又、加速度、$\alpha=\frac{v}{t}=\frac{36.7}{173}=0.212$呎/(秒)^2

故に公式(3)より、初速零なる故に

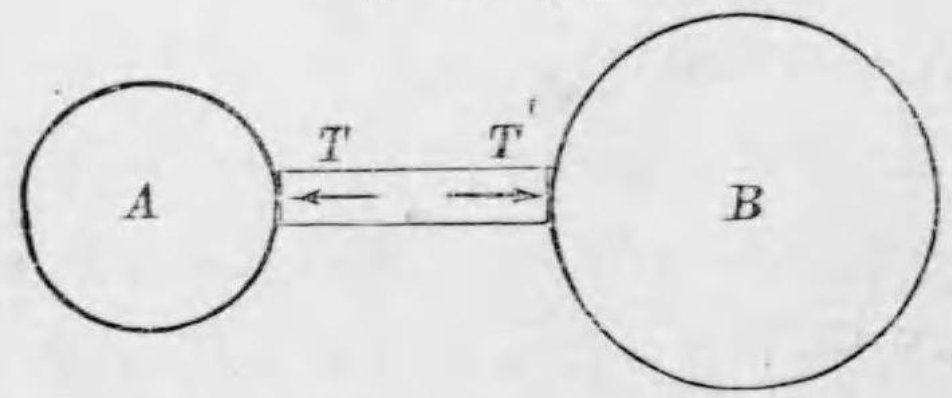
距離、$s=\frac{\alpha t^2}{2}=\frac{0.212\times173^2}{2}=3,170$呎.

8. 運動の第三法則 運動の第三法則に曰く、物體に原働を與ふる時は其物體より之れと等しき且つ反對なる反働を生ず。

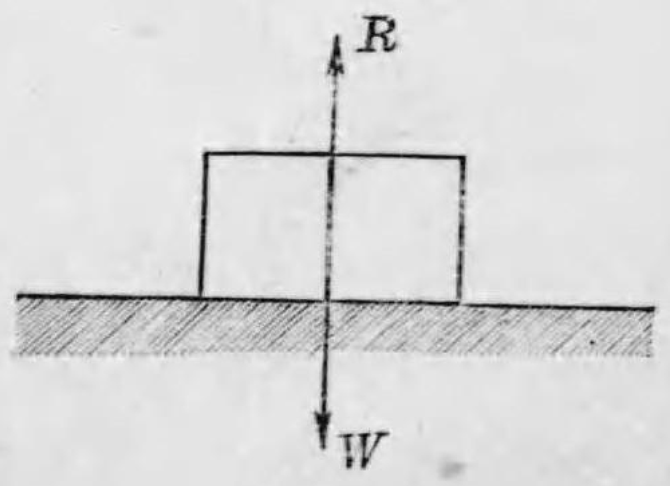
第三圖



第四圖



第五圖



原働及び反働は、化學作用を別として、玆には共に力の働きを意味するのである。即ち此法則によれば二物體互に相作用する場合に、甲物體が乙物體に力を加ふれば、其れと同時に必ず乙

物體より甲物體に對し加へられたる力と等しき且つ反對なる力を及ぼすものである。**等しき且つ反對**と云ふことは、大さ及び方向相等しくして向きの反對なる場合を云ふ。例へば二物體A及びBが第三圖の如く糸を以て結び付けらるゝ時、BがAを力Tを以て引けば、其れと同時にAも亦BをTと等しき且つ反對なる力T'を以て引く。又第四圖の如く二物體A及びBの間に棒を橫たへ、BがAを力Tを以て壓せば、其れと同時にAも亦BをTと等しき且つ反對なる力T'を以て壓す。又第五圖の如く重量Wの物體が臺の上にある時はWなる力を以て臺面を壓す。然る時は臺も亦此物體をWと等しき且つ反對なる力Rを以て壓すのである。此等を數學上の記號を以て示せば、

$$T'=-T \quad 及び \quad R=-W. \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

負號は方向は等しく向きの相反することを示す符號である。

大砲より彈丸を發射する場合に、發射と同時に大砲は後方に反撥さるゝことは日常人の知る所であるが、之れも亦第三法則に明言せる如く、大砲が火藥の作用によりて彈丸に原働を與ふると同時に、彈丸も亦其れと等しき且つ反對なる反働を大砲に與ふ

るが爲てある。斯様な場合に彈丸發射の速度と大砲の後退する速度との間には如何なる關係があるかと云ふに、彈丸に與へたる力を f とし大砲の後退する力を f' とすれば、第三法則により

$$f'=-f$$

彈丸の質量を m, 其加速度を α, 大砲の質量を M 其加速度を α', とすれば

$$f=m\alpha, \qquad f'=M\alpha'$$

故に　$$M\alpha'=-m\alpha$$

彈丸及び大砲の速度を夫々 v 及び V とし時間を t とすれば

$$\alpha=\frac{v}{t}, \qquad \alpha'=\frac{V}{t}$$

故に　$$M\frac{V}{t}=-m\frac{v}{t}$$

或は　$$MV=-mv \text{..............................} (18)$$

負號は原働と反働と反對なることを示すのであるが、計算上には略しても差支はない。

(18) の結果によりて、第三法則に次の説明を與へることが出來る。

原働及び反働によりて生ずる運動量は等しく且つ反對なり。

例、重量5噸の大砲より重量40「ポンド」の彈丸を

1,500呎/秒 の初速を以て發射する時、大砲の反撥さるゝ速度を求む。

解、大砲の質量、$M=\frac{W}{g}=\frac{5\times2240}{32.2}$

彈丸の質量、$m=\frac{w}{g}=\frac{40}{32.2}$

彈丸の速度、$v=1{,}500$呎/秒

故に公式 (18) を應用し、大砲の速度 V を求むること次の如し。

$$\frac{5\times2240}{32.2}\times V=\frac{40}{32.2}\times1500$$

$$V=\frac{40\times1500}{5\times2240}=5.36\text{呎/秒}$$

第二章　問題

1. 毎秒10呎の初速を與へられたる重量100「ポンド」の物體が次第に速度を減じて100呎を通過したる時静止するに至りたりと云ふ。作用したる力の大さを求む。
2. 重量2.5噸の荷車を40「ポンド」の力を以て引く人あり。車の抵抗力を10「ポンド」とすれば、静止より毎時10哩の速度を得るには何時間を要するか。
3. 重量200噸の機關車を重量1噸に付き15「ポン

ド」の抵抗力に反對して動かし、1.5 分間に毎時 30 哩の速度を得せしめんには幾何の牽引力を與ふべきか。

4. 毎時 40 哩を走る列車が 0.5 哩を進行したる時に靜止せりと云ふ。抵抗力は重量 1 噸に付き何「ポンド」なりしか。

5. 重量 1「オンス」の彈丸が毎秒 1,800 呎の速度を以て木材に貫入し、深さ 8 吋に達して靜止せりと云ふ。木材の平均抵抗力を求む。

6. 重量 40 噸の大砲より重量 1,500「ポンド」の彈丸を毎秒 1,400 呎の速度を以て發射する時、大砲の反撥さるゝ速度を求む。

7. 10「ハンドレッド、ウエート」の重量ある蒸汽鎚が 8 呎の高さより落下して鐵材を擊ち、深さ 1 吋丈け壓しつぶしたりとせば、鐵材に作用したる平均の力を求む。

8. 重量 1「オンス」の彈丸を毎分 300 個の割合に發射する機關砲あり。今彈丸の速度を毎秒 1,800 呎とすれば、砲身に作用する力を求む。

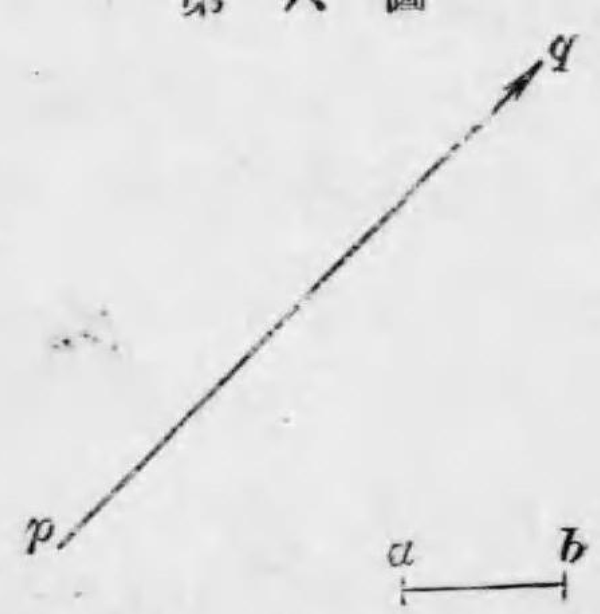
第三章 「ヹクトル」

9. 「ヹクトル」 普通の算術に於ては、或る單位の數を基本とし任意の數を表はすに其倍數を以てす。例へば 1 なる數を單位とすれば 2 なる數は單位の二倍、3 なる數は單位の三倍なるが如し。之れと同じく、或る單位の長さの直線を基本とし、總ての數は之を直線にて示し、其量は單位の長さに對する倍數を以て表はすことを得。例へば 2 寸の長さの直線を以て 1「ポンド」の重量を示すものとすれば、6 寸の長さの直線を以て表はさるゝ重量は 3「ポンド」に等しき譯である。斯くの如く物體の質量、溫度、變位、速度の如きは皆直線の長さを以て其等の量を示す時は、單位の量を示す長さの直線を以て其量を表はすことが出來る。斯樣な方法を用ゐれば任意の數量は之を直線を以て圖面上に書き表はすことを得るのである。

物體の質量、溫度等は單に直線の長さを以て其分量を示し得るが、變位、速度、加速度、力等は分量の外に方向と向きとを具備せる數量であるから單に直線の長さのみを以て表はすことは出來ぬ。前者の如

き數量を線數量と云ひ後者の如き數量を「**ヱクトル**」量と云ふ。「ヱクトル」量には分量の外に必ず方向と向きとを備ふるものであるから之を直線にて示す場合には、單位とすべき任意の長さの直線を撰び、其れを基本として與へられたる分量に等しき長さの直線を其働く方向に平行に書き、更に向きを明示するのである。但し直線の位置には無關係とす。斯く書かれたる直線を「**ヱクトル**」と云ふ。例へば變位を表はす「ヱクトル」を書くには第六圖の如く變位の方向に平行に空間中又は紙面上任意の位置に直線 pq を引き、其長さは單位の變位を直線 ab の長さを以て表はすとすれば、與へられたる變位に等しき丈け ab の倍數の長さを取る、例へば ab の長さ2吋にして5呎の變位を表はすとすれば、30呎の變位を書き表はすには pq の長さを12吋に取るのである。以上の如くして大さと方向とが書き表はさるれば、次に向きを示すには矢を以てし同時に讀み方を以て云ひ表はす。例へば p より q に向へる變位ならば q 端に矢の頭を附して之を pq と讀

第六圖



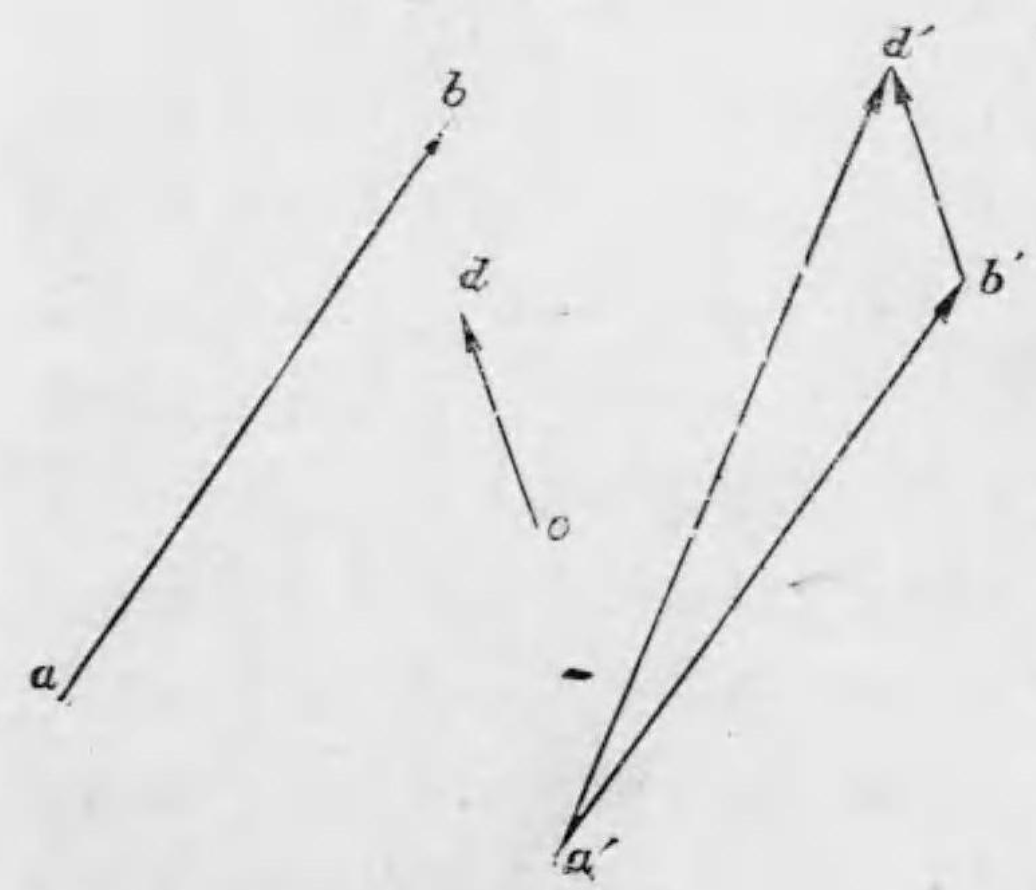
み、q より p に向へる變位ならば p 端に矢の頭を附し之を qp と讀む、故に常に

$$pq=-qp$$

なる關係があるのである。

10. 「ヱクトル」の加法 二つの「ヱクトル」ab 及び cd を加へんには（第七圖）、$a'b'$ を ab に等しく且つ平行に書き、次に其一端 b' に於て $b'd'$ を cd に等しく且つ平行に書く。然る時は a' と d' とを結ぶ直線 $a'd'$ は二つの「ヱクトル」ab 及び cd の和に等しき「ヱクトル」となる。此關係を次の如く書く。

第七圖



$$a'b'+b'd'=a'd'$$

又は

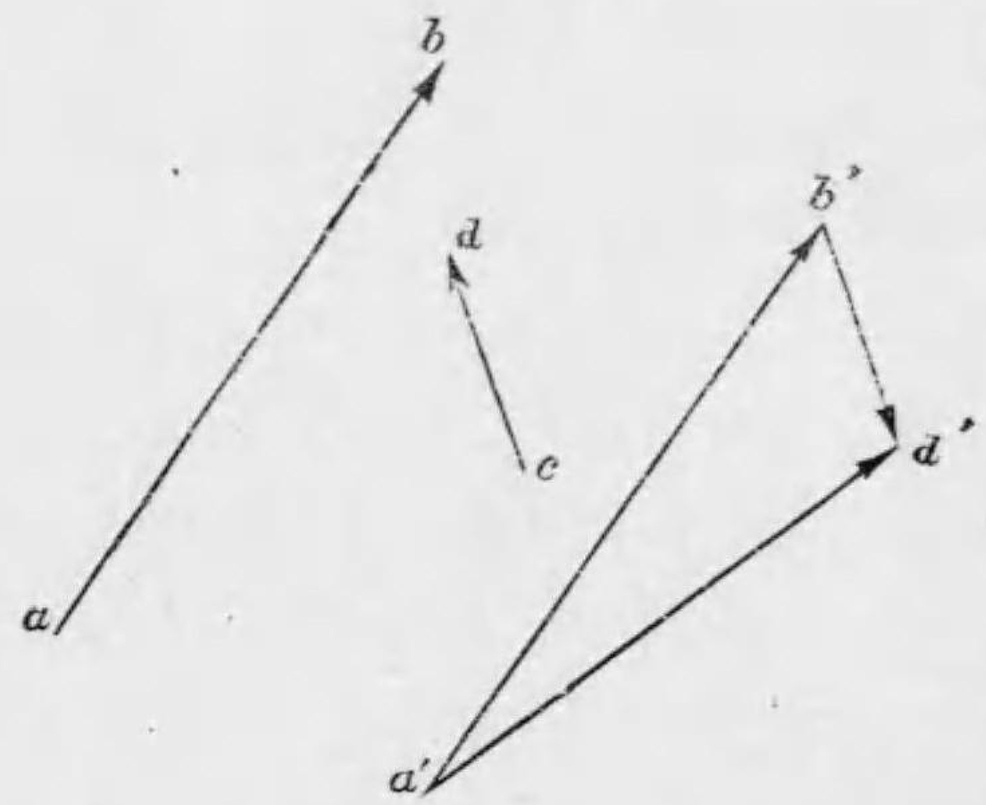
$$ab+cd=a'd'$$

11. 「ヱクトル」の減法 「ヱクトル」ab から「ヱクト

ル」cd を減ずることは、ab に $-cd$ を加へるのと同じてある。然るに $-cd$ は dc に等しい [9 節]。即ち、

$$ab-cd=ab+dc$$

第八圖



夫故に「エクトル」の減法を行ふには減數の向きを反對にして加法を行へば好いのである。依て第八圖に於て、ab から cd を減ずるには $a'b'$ を ab に等しく且つ平行に書き、b' より $b'd'$ を cd に平行に且つ反對の向きに取り、加法を行へば、$a'd'$ は求めんとする結果てある。此關係を式て示せば、

$$a'b'+b'd'=a'd'$$
$$ab+dc=a'd'$$

又は
$$ab-cd=a'd'$$

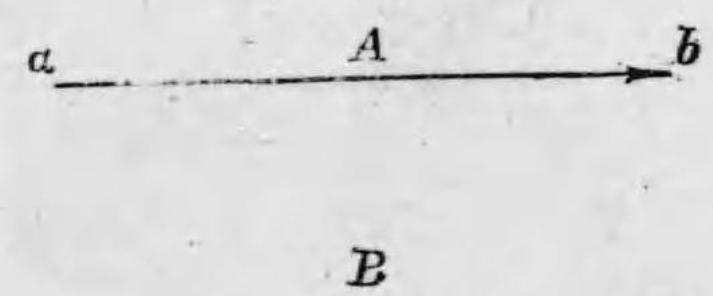
以下節を追ふて「エクトル」の應用を示す。

12. 合成變位 物體が ab 及び cd (第七圖) なる「エクトル」を以て表はさるゝ變位を同時になしたとす

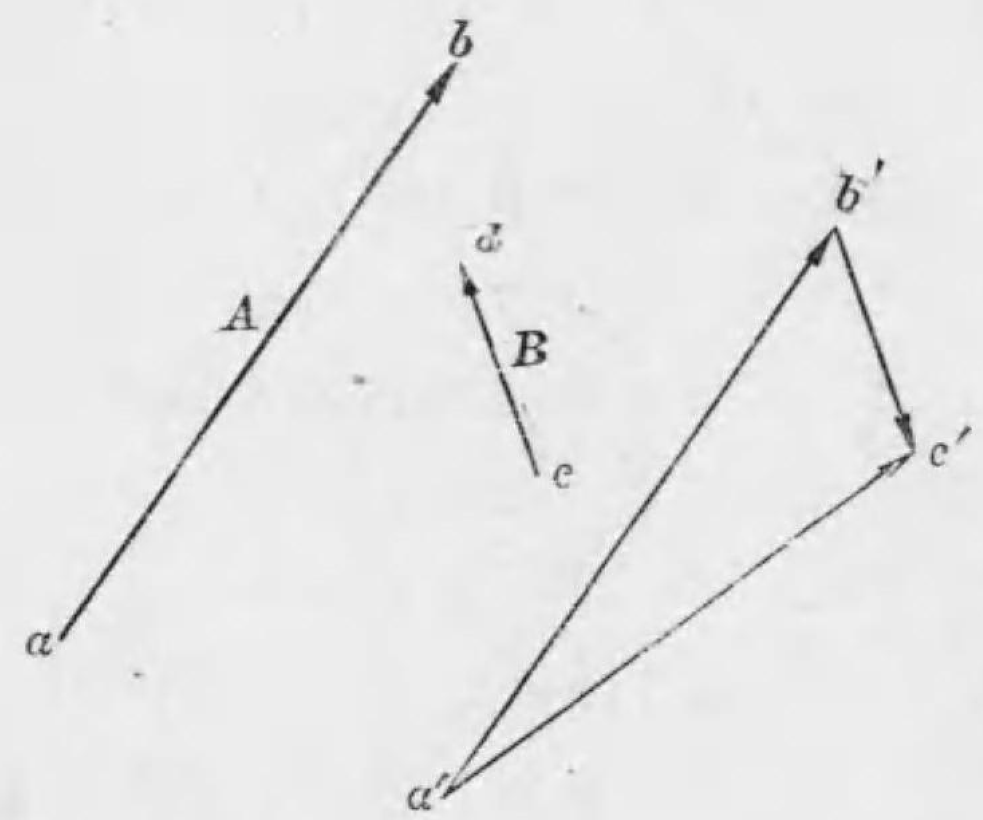
れば、「エクトル」の加法によりて、$a'd'$ は現在の變位を示す「エクトル」てある。何となれば物體が ab 及び cd なる變位を同時になしたる結果は初めに ab なる變位をなし、次に cd なる變位を別々になしたる結果と同じて、其結果は物體が $a'd'$ なる單一の變位をなしたのと異なることはないからてある。斯く物體が別々の變位を同時に受けたる時其結果の變位を**合成變位**と云ひ、各別々の變位を合成變位に對する**分變位**と云ふ。$a'd'$ は ab 及び cd の合成變位であつて、ab 及び cd は其分變位てある。

13. 關係變位 靜止せる物體と運動せる物體とある時靜止せる物體は運動せる物體に對し其れと等しき且つ反對なる**關係變位**をなせりと云ふ。例へば、第九圖に於て B は靜止し A は ab にて示さるゝ變位をなせりとする時、A に對する B の關係變位は ab に等しく且つ反對なる ba を以て表はさるるのである。之を通俗的に説明すれば、ab なる變位をなす物體上に在る人が、靜止せる B 物體を望み見る時は、恰も B は ab と等しき且つ反對なる變位をな

第九圖



第十圖



せる如く見ゆ。之をAに對するBの關係變位と云ふ。汽車に乗れる人が窓より外界を望む時、恰も汽車は靜止し四邊の田畑、森等は汽車の進行の反對の向きに動ける如く見ゆるものであるが、斯く外界の物體の動ける如く見ゆる其變位を、汽車に對する其物體の關係變位と云ふのである。

二物體共に運動する場合、例へば第十圖に於てAは ab なる變位をなしBは cd なる變位をなすとすれば、Bに對するAの關係變位は「ヱクトル」の減法により、$ab-cd$ を以て表はさるゝのである。何となれば今Aを靜止せるものとすれば、Bに對するAの關係變位は dc なること前に述べた如くである。然るに現にAは ab なる變位をなしつゝあるので

あるから、Bに對するAの現在の變位は $ab+dc$ である。然るに

$$ab+dc=ab-cd$$

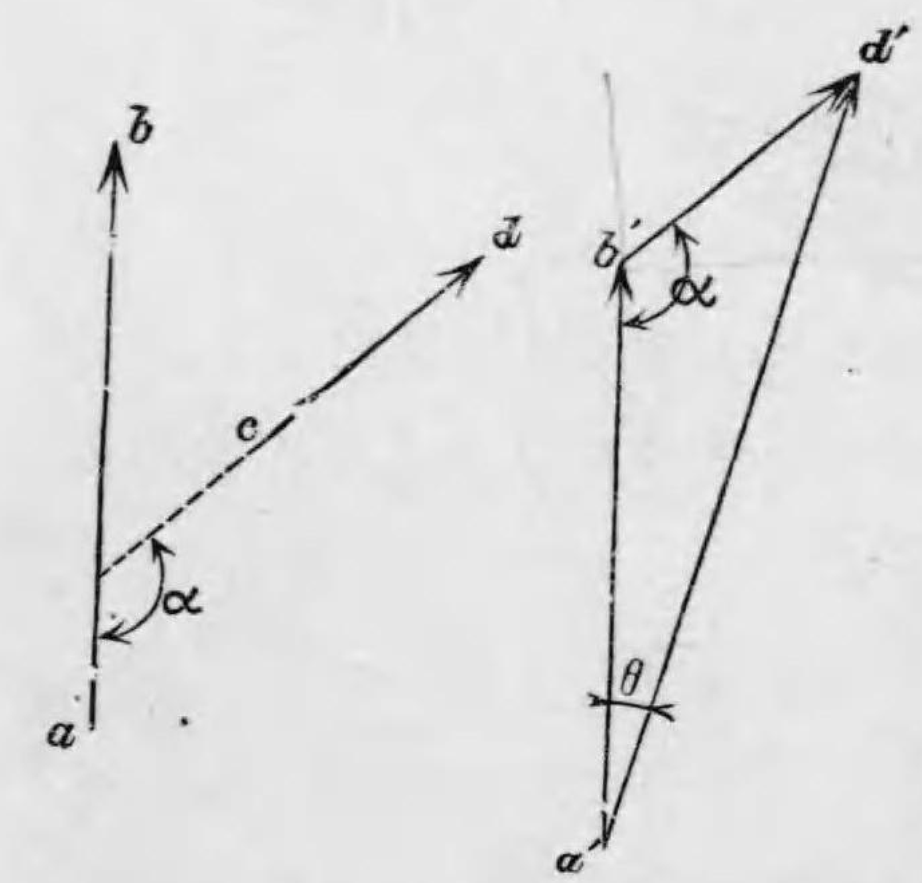
即ちBに對するAの關係變位は $ab-cd$ である。故に「ヱクトル」減法により、

$$ab-cd=a'b'-c'b'=a'b'+b'c'=a'c'$$

依て $a'c'$ はBに對するAの關係變位を示す「ヱクトル」である。

14. 合成速度 物體の速度が、二つ又は二つ以上の異なる又は等しき速度の合成なる時、之れを**合成速度**と云ひ各速度を其**分速度**と云ふ。合成速度を表はす「ヱクトル」は各分速度を表はす「ヱクトル」の和に等しきことは明白である。

第十一圖



例へば一物體が第十一圖 ab 及び cd にて示さるゝ速度を同時に有する場合には、「ヱクトル」の加法に

よりて合成速度は $a'd'$ を以て表はさるゝのである。即ち ab 及び cd なる二種の速度を同時に受くる時は、恰も $a'd'$ なる單一の速度を受くると同じ結果である。偖て此合成速度の大さ方向及び向きは、尺度と分度器とを以て圖面上に測れば容易に知られるのであるが、計算上から知るには如何にすれば良いかと云ふに、今分速度の間の角を α とすれば合成速度の大さは三角形の解法により、

$$a'd'=\sqrt{a'b'^2+b'd'^2-2a'b'\times b'd'.\cos\alpha}$$

又は

$$a'd'=\sqrt{ab^2+cd^2-2ab\times cd.\cos\alpha}$$

又方向は ab との間の角を θ とすれば、

$$\sin\theta=\frac{b'd'}{a'd'}\sin\alpha$$

或は

$$\sin\theta=\frac{cd}{a'd'}\sin\alpha$$

而して向きは θ の値によりて自然に定まる。

若し二つの分速度が互に直角の方向に働くならば、$\alpha=90°$ である故に

$$\left.\begin{aligned} a'd'&=\sqrt{ab^2+cd^2} \\ \text{及び}\quad \sin\theta&=\frac{cd}{a'd'}=\frac{cd}{\sqrt{ab^2+cd^2}} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

以上の方法を逆に應用すれば、一の速度を二つ又は二つ以上の任意の方向に働く分速度に分解することが出來る。

例、 毎時6哩の速度にて流れる河を毎時3哩の速度を有する渡船にて横切る時、船の現在の速度を求む。

解、 船の現在の速度は流れの速度と船自身の速度との合成速度である。而して是等の速度は互に直角であるから、任意の長さの直線を以て單位の速度を示し、其れを基本として二つの「ベクトル」ab 及び cd を夫々6哩及び3哩に等しく且つ互に直角に書く時は、「ベクトル」加法により尺度と分度器とを以て直接に圖面上より合成速度を求め得らる。又は計算によりて求めんには公式(19)を應用し、

$$a'd'=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=6.71\text{哩}/\text{時}$$

$$\sin\theta=\frac{3}{6.71}=0.447$$

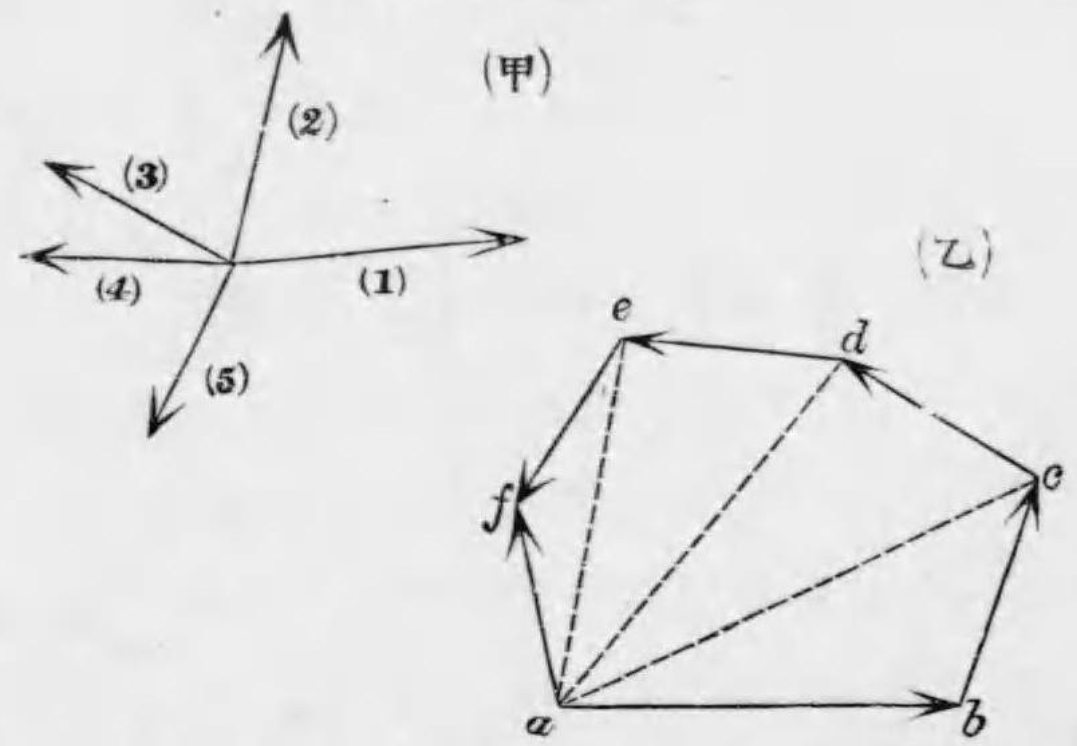
故に $\theta=26°\ 35'$

即ち合成速度の大さは毎時6.71哩にして、其方向は河流に對し $26°\ 35'$ の角をなし、向きは $a'd'$ の向きである。

若し二つ又は二つ以上の速度の合成速度を求めんには、先づ任意の二つの速度の合成速度を求め、次に之れと第三の速度との合成速度を求め、順次二つ

づゝ組み合はせ行く時は最後に全體の合成速度を得。例へば一物體が第十二圖(甲)の如く(1), (2)等の五つの速度を同時に受くる場合には、同圖(乙)の如く先づ(1)と(2)との合成速度 ac を求め、次に ac と(3)との合成速度 ad を求め、斯くして最後の速度 af を求むる時は af は全體の合成速度を表はす。此關係を式にて示せば、

第十二圖



$$ac = ab + bc$$

$$ad = ac + cd = ab + bc + cd$$

$$ae = ad + de = ab + bc + cd + de$$

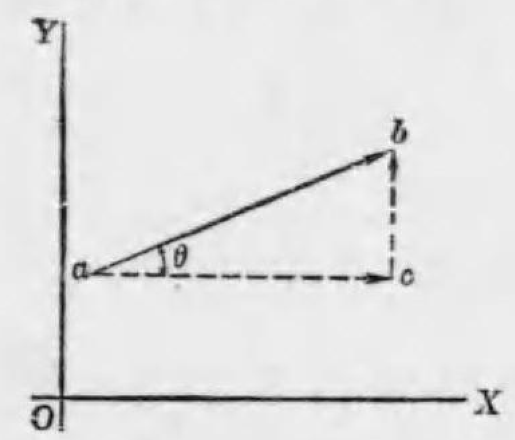
$$af = ae + ef = ab + bc + cd + de + ef.$$

實際圖法を行ふ場合には ac, ad, ae の如き「エクトル」を書く必要なし。

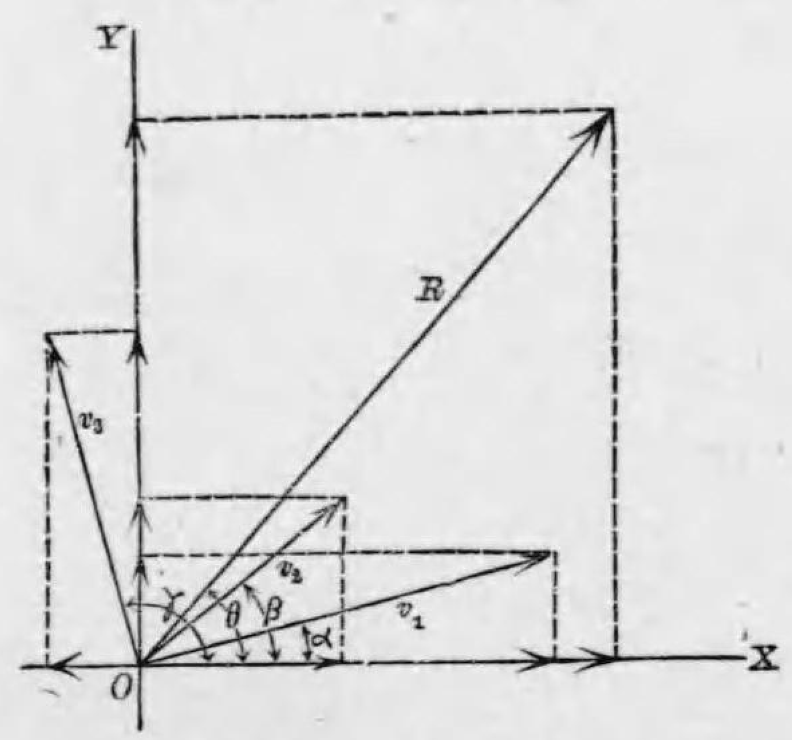
合成速度を求むるに最も都合よき方法は各速度を直角に交はる二つの軸の方向に分解するのであ

る。然る時は此等の分速度の和は合成速度の分速度に等しいことゝなる。例へば或る速度 v の「エクトル」を ab (第十三圖)とし、OX 及び OY を互に直角に交はる任意の二つの軸とし、a より OX に平行に ac を引き、b より OY に平行に bc を引き、abc なる直角三角形を作れば、OX の方向の分速度は ac 即ち $ab\cos\theta$ 又は $v\cos\theta$ にして、OY の方向の分速度は cb 即ち $ab\sin\theta$ 又は $v\sin\theta$ てある。

第十三圖



第十四圖



斯くの如き多數の速度 v_1, v_2, v_3 が第十四圖に示す如く働ける場合に、此等の合成速度を求めんには任意の位置に直交軸 OX, OY を書き、此二軸の方向に此等の速度を別々に分解するに當り、v_1, v_2, v_3 と OX 軸との間の角を夫々 α, β(ビーター), γ(ガンマー) とすれば、OX の方向の分速度は夫々 $v_1\cos\alpha$, $v_2\cos\beta$, $v_3\cos\gamma$, 又 OY の

方向の分速度は夫々 $v_1 sin\alpha$, $v_2 sin\beta$, $v_3 sin\gamma$ である故に、OX の方向の分速度の和を X, OY の方向の分速度の和を Y とすれば、

$$X = v_1 cos\alpha + v_2 cos\beta + v_3 cos\gamma$$

$$Y = v_1 sin\alpha + v_2 sin\beta + v_3 sin\gamma$$

然るに X 及び Y は合成速度の OX 及び OY の方向に於ける分速度に等しい譯であるから、R を合成速度の大さとし、OX 軸との間の角を θ とすれば

$$X = R cos\theta, \qquad Y = R sin\theta$$

故に　$X^2 + Y^2 = R^2(cos^2\theta + sin^2\theta)$

然るに　$cos^2\theta + sin^2\theta = 1$

故に　$X^2 + Y^2 = R^2$

又は　$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$

而して方向は　$tan\theta = \frac{Y}{X}$

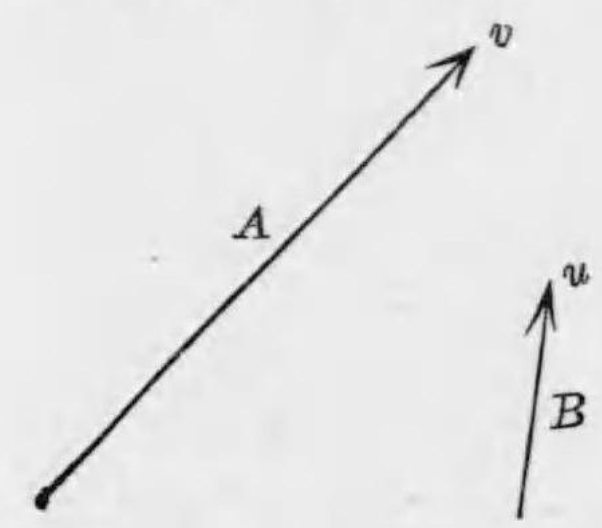
より知られ向きは θ の値によりて自ら定まる。

以上の如くして合成速度の大さ方向及び向きを求めることが出來る。然し玆に示したるは計算によりて求むる方法であるが、圖面上より計算によらずして求めんには各速度を「ヱクトル」を以て書き、其等を一々 OX 及び OY 上に分解し、各方向の分速度の代數和に等しき長さを OX 及び OY 上に取り是れ

を二邊とする方形の對角線を書けば其ものは合成速度の「ヱクトル」となる。

15. 關係速度　乙物體に對する甲物體の**關係速度**とは、乙物體に對する甲物體の關係變位の割合を云ふ。今第十五圖に於て A の速度を v, B の速度を u とし、假りに A を靜止するものとすれば、B に對する A の關係變位の割合卽ち關係速度は $-u$ なる事第 13 節によりて明白である。然るに現に A は v なる速度を以て運動しつゝあるのであるから、B に對する A の關係速度は $v+(-u)$ 卽ち $v-u$ である。依て B に對する A の關係速度は「ヱクトル」の減法により、A の速度より B の速度を減じたるものに等しきことを知る。

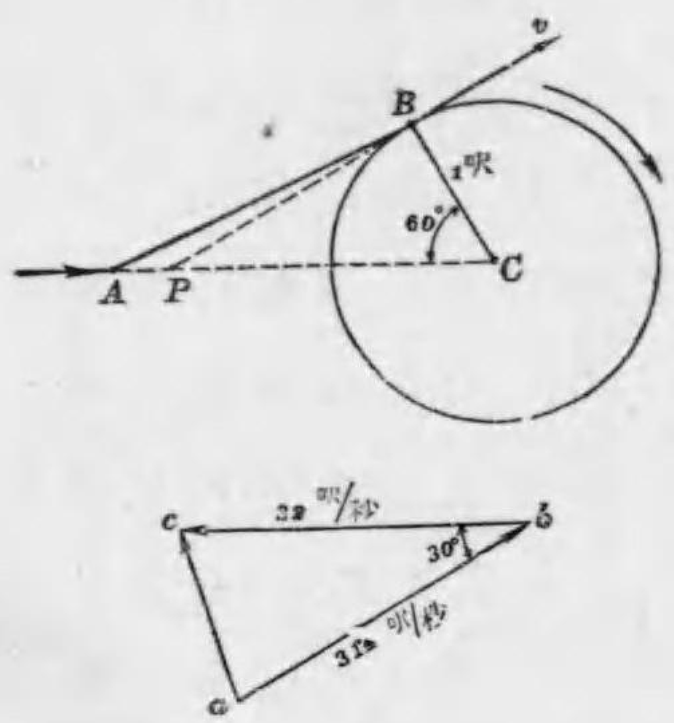
第十五圖



例、長さ 1 呎の「クランク」CB は矢の方向に毎分 300 回轉をなし、CB, CA の間の角が 60 度なる時十字頭 A の速度は毎秒 32 呎なりと云ふ。然らば其瞬間に於て A に對する B の關係速度を求む(第十六圖)。

解、「クランク」の角速度、

第十六圖



$$\omega=2\pi n=2\pi\times 300$$

$$=1880^{\text{レヂアン}}/_{\text{分}}$$

$$=\frac{1880}{60}=31.4^{\text{レヂアン}}/_{\text{秒}}$$

故に Bの線速度、

$$v=r\omega=1\times 31.4=31.4^{\text{呎}}/_{\text{秒}}.$$

vは半徑CBに直角なる線速度である。然るにCAとCBとの間の角は60度なる故に、角CPBは30度である。即ちAとBとの線速度は互に30度の角をなせるのである。依てAに對するBの關係速度を求めんには、vの「ヹクトル」abを書き、b點よりAの速度の向きを反對にしたる「ヹクトル」bcを書き、a, cを結べばacは求むる關係速度である。

偖て、角 abc は 30 度なる故に

$$ac^2=32^2+31.4^2-2\times 32\times 31.4\times\cos 30^\circ$$

$$=1024+986-2\times 32\times 31.4\times 0.866$$

$$=1024+986-1740=270$$

故に　$ac=16.5$

即ち、所要の結果は毎秒 16.5 呎である。

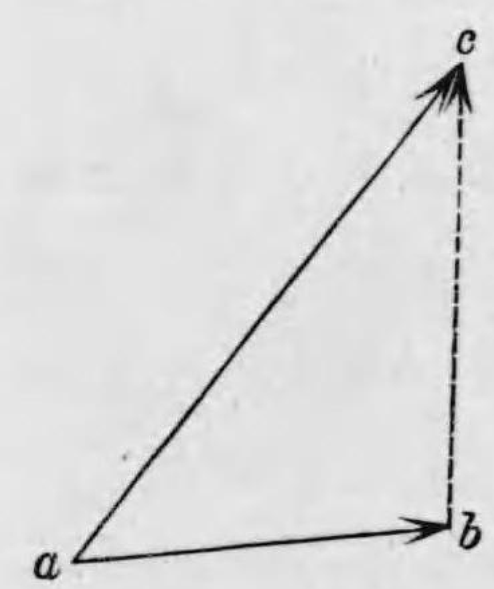
又　$$\sin bac=\frac{32\times\sin 30^\circ}{16.5}=\frac{32\times 0.5}{16.5}=0.970$$

故に　角 $bac=75^\circ\,55'$

即ち關係速度の方向は v に傾くこと左方 $75^\circ\,55'$ である。

16. 合成加速度及び關係加速度 加速度は速度變化の割合であるから其**合成**及び**分解**の方法幷に**關係加速度**に關する「ヹクトル」算法は合成速度及び關係速度に於けると全く同一である。玆に一言して置かねばならぬことは、單に速度の大さが變化するのみで方向が變はらぬならば、加速度と速度との方向は一致するが、速度の方向又は方向と大さとが同時に變はる場合の加速度の方向は速度の方向と一致するものでない。例へば ab なる速度(第十七圖)が t 時間の後 ac なる速度に變はりたりとすれば、其時の速度の變化は bc を以て表はさるゝものである。何となれば、速度の變化は $ac-ab$ である。然るに

第十七圖



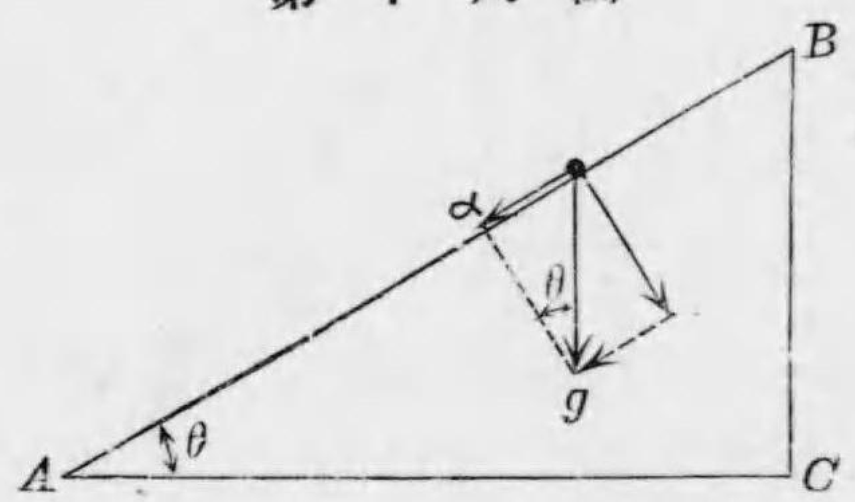
$$ac-ab=ac+ba=bc$$

即ち bc は t 時間に於ける速度變化の全量である

故に、$\frac{bc}{t}$ は其平均加速度である。又其方向と向きとは bc なる「ヱクトル」を以て表はさるゝのである。

17. 斜面上の運動 水平面と θ 角をなす平滑なる斜面上にある物體の運動を研究せんに、第十八圖に於て地球重力の加速度 g は此物體に垂直下方に働く。然るに現に物體が斜面に沿ふて落下する加速度は g にあらずして g を AB に平行及び直角の二方向に分解したる分加速度の内、AB に平行なる加速度 α なること明である。然るに角 ABC は $90°-\theta$ なる故に、

第十八圖



$$\alpha=g\cos(90°-\theta)=g\sin\theta.$$

故に物體を斜面の頂點 B より初速 v_1 を以て斜面に沿ふて落下せしむる時、斜面の底點 A に達したる時の速度 v_2 は公式(4)によりて、

$$v_2^2=v_1^2+2\alpha s=v_1^2+2\times g\sin\theta\times \mathrm{AB}$$

然るに、 $\mathrm{AB}=\mathrm{BC}\,\mathrm{cosec}\theta$

故に、 $v_2^2=v_1^2+2\times g\sin\theta\times \mathrm{BC}\,\mathrm{cosec}\theta$

然るに、 $\sin\theta\times\mathrm{cosec}\theta=1$

故に、 $v_2^2=v_1^2+2g\times \mathrm{BC}.$

又頂點 B より同じ初速 v_1 を以て垂直に落下せしむる時、底點 C に達したる時の速度 v_2' は同じ公式により、

$$v_2'^2=v_1^2+2g\times \mathrm{BC}$$

依て $v_2=v_2'$

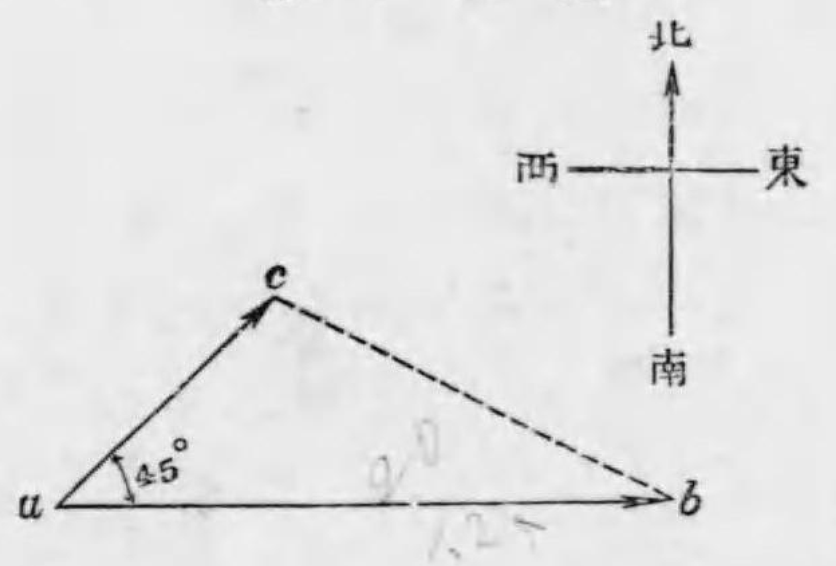
卽ち斜面の頂點 B より斜面に沿ふて落下せしむる時底面に達したる時の速度は、同じ點より垂直に落下せしむる時底面に達したる時の速度と相等し。此事實について考ふるに初速と BC の高さとが一定ならば、**斜面の傾角** θ の大小如何に係らず底面に達したる時の速度は常に一定の大さである。

18. 力の合成及び分解 力は質量と加速度との乘積に比例する。然るに質量は線數量にして加速度は「ヱクトル」量である。故に力は亦「ヱクトル」量であつて、其解法は加速度の解法と等しきこと明瞭なる理である。然るに加速度の解法は速度の解法と等しいのであるから、つまり速度、加速度及び力の合成及び分解等は總て同一の方法を以て行はれるものである。力の「ヱクトル」を測る尺度を**力尺**と云ひ、之れに對して通常の尺度を**線尺**と云ふ。

例一、 毎秒 10 呎の速度を以て東方に運動する

重量 20「ポンド」の物體が、1.25 秒の後毎秒 5 呎の速度を以て北東の向きに運動を變じたりと云ふ。然らば其際作用したる力の大さと方向とを求む(第十九圖)。

第 十 九 圖



解、「ヱクトル」解法によりabを東方に毎秒10呎の速度に取り、acを北東方に毎秒 5 呎の速度に取れば、

$$1.25\text{ 秒間の速度の變化}=ac-ab$$
$$=ac+ba=bc$$

角 cab は 45 度なる故に、

$$bc^2=ab^2+ac^2-2ab\times ac.\cos 45^\circ$$
$$=10^2+5^2-2\times 10\times 5\times \cos 45^\circ$$
$$=54.3$$

故に　$bc=7.37$

依て　加速度、$\alpha=\dfrac{bc}{1.25}=\dfrac{7.37}{1.25}=5.9\text{呎}/(\text{秒})^2$

故に　作用したる力 $=\dfrac{w}{g}\alpha=\dfrac{20}{32.2}\times 5.9=3.66$ポンド

角 abc を θ とすれば

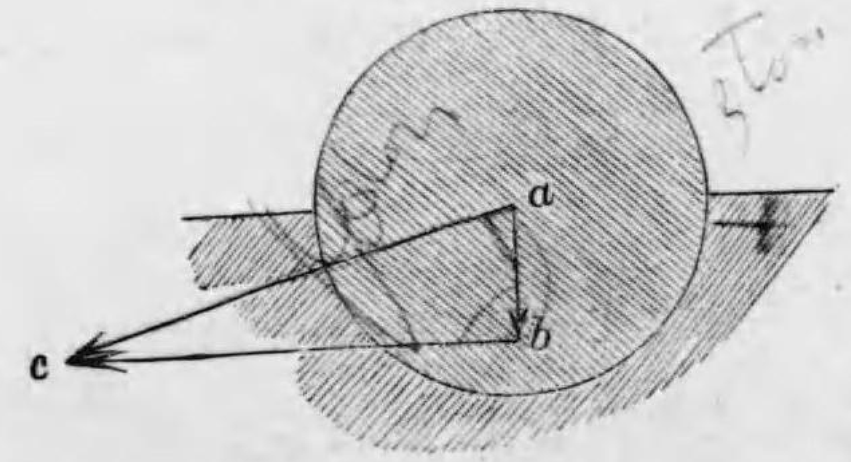
$$\sin\theta=\frac{ac.\sin 45^\circ}{bc}=\frac{5\times 0.707}{7.37}=0.480$$

依て　$\theta=28^\circ\ 40'$

即ち作用したる力の大さは 3.66「ポンド」にして、初めの速度の方向に對し西北に傾くこと 28° 40′ の方向に働く。

例二、軸承(ヂクウケ)あり．軸の重さ 3 噸の外に水平方向より10噸の外力を受くと云ふ。軸承面に働く合成力の大さ及び其方向を求む。(第二十圖)

第 二 十 圖



解、適當の力尺を以てabを重量3噸、bcを力10噸に取れば「ヱクトル」加法により、acは合成力を示す。

偖てabcは直角三角形なる故に、

$$\tan bac=\frac{bc}{ab}=\frac{10}{3}=3.33$$

故に　　角 $bac=73^\circ\ 20'$

又　　$ac=\sqrt{ab^2+bc^2}=\sqrt{3^2+10^2}=\sqrt{109}=10.4$

即ち合成力は 10.4 噸にして垂直線と 73° 20′ の角をなす方向に働く。

第三章 問題

1. 水平面と72度の角をなす20「ポンド」の力の水平及び垂直分力を求む。
2. 力OPは10「ポンド」、力OQは7「ポンド」にして角QOPは35度なりと云ふ。合成力を求む。尚ほ製圖器械を以て圖面上にて「エクトル」算法を行ひ、計算の結果と比較して見よ。
3. 水平面と36度の角をなす方向に毎秒500呎の速度にて投げられたる物體の水平及び垂直の分速度を求む。
4. 毎時10海里の速度を以て北に向つて航行する汽船あり。毎時3海里の速度にて北東に流るゝ潮流ありとすれば、船の現在の速度幷に其方向を求む。
5. 二艘の船あり。同時に同港を發し甲は北西に15「ノット」の速度にて走り、乙は西より30度南の方向に17「ノット」の速度にて走るとせば、甲に對する乙の關係速度を求む。
6. 長さ20呎、頂點の高さ3.7呎の平滑なる斜面の頂點より、斜面に沿ふて物體を落下せしむるに、底面に達するに何時間を要するか。

7. 分針の長さ4呎、時針の長さ3呎の時計あり。此時計が丁度三時を指したる時、時針の尖端に對する分針の尖端の關係速度は毎分何吋なるか。
8. 毎秒10呎の速度を以て西方に航行する船の甲板上に在る人が、船に直角に毎秒4呎の速度を以て水平に北方に石を投ぐる時、船に對する石の關係速度を求む。
9. 毎秒毎秒3.22呎の加速度を以て垂直上方に引き揚げらるゝ昇降機(エレベーター)中に乘れる重量140「ポンド」の人は、昇降機の床に何「ポンド」の壓力を及ぼすか。
10. 前問と同じ場合に、同じ加速度を以て垂直下方に吊り卸さるゝ時は、昇降機の床に何「ポンド」の壓力を及ぼすか。

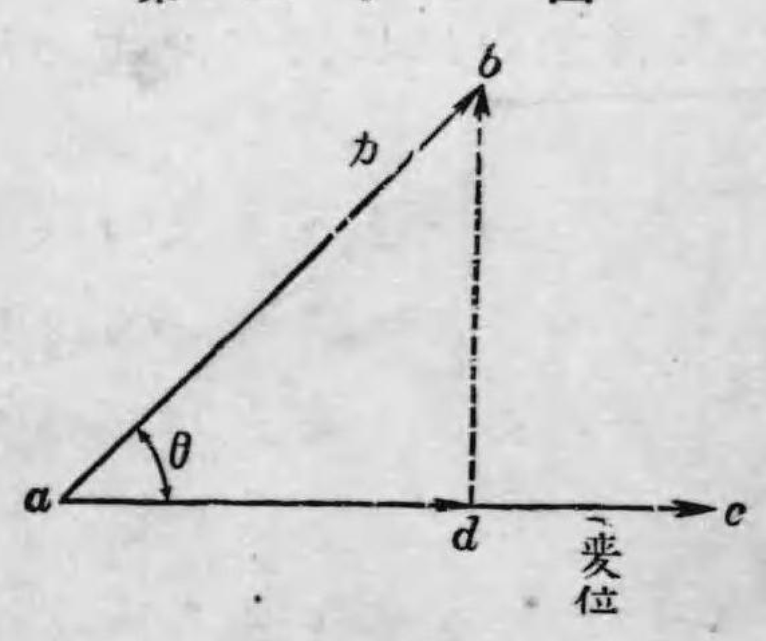
第四章 仕事及び「エネルギー」

19. 仕事及び工程 物體に力が作用して其れに運動を與へたる時其力は**仕事**を成したと云ふ。仕事の大さは作用したる力の方向に於ける變位の大さと與へたる力との乘積を以て測る。例へば力 F が作用して、力の方向に s なる變位をなしたるならば、

$$\text{仕事}=Fs \qquad (20)$$

作用した力と變位とが同方向ならば其乘積は直ちに仕事の大さを與ふるものであるが、若し第二十一圖の如く力は「ヹクトル」ab を以て表はさるゝ方向に働き、變位は ac を以て表はさるゝ方向に起るとすれば、仕事の大さは ab を ac に直角及び平行の二分力に分解したるものゝ内、ac に平行なる方向の分力 ad と ac との乘積を以て測らるゝのである。故に ab と ac と

第二十一圖



の間の角 bac を θ とすれば adb は直角三角形であるから

$$ad=ab\cos\theta$$

故に
$$\text{仕事}=ad\times ac=ab\cos\theta\times ac$$

何となれば ab の分力は ad と db とである。然るに db は ac に直角である故に db の方向には少しも變位は起らぬのである。即ち db なる力によりては少しも仕事は成されぬ、唯 ad なる分力によりてのみ仕事は成されたのであるからである。

此結果は無論次の如く書くことが出來る。

$$\text{仕事}=ac\cos\theta\times ab$$

然るに $ac\cos\theta$ は變位 ac を力 ab の方向に分解したる分變位であつて、夫れに與へられたる力 ab を乘じたるものは仕事の大さとなることを知る。

以上二つの結果より次の定理を得。

> 力と變位との方向一致せざる場合の仕事の大さは、變位の方向に於ける分力と變位との乘積、又は力の方向に於ける分變位と力との乘積を以て測らる。

若し、θ が 90 度なる時は $\cos\theta$ は零となり從て仕事は零となる。之れ力と變位とが直角なる時は仕事は成されぬことを示す。例へば或る重量の物

體を地球重力に反對して上方又は斜に上方に引き上ぐるには仕事を要するけれども、水平の方向に動かすには仕事は要せぬ。

仕事の實用單位は力の方向と變位の方向とが相一致する場合に、1「ポンド」の力の作用によりて1呎の變位を成したる時の仕事を以てし之れを呎「ポンド」と名付く。例へば地球重力に反對して重量1「ポンド」の物體を垂直上方に1呎持ち上げる時の仕事は1呎「ポンド」で、重量W「ポンド」の物體をh呎持ち上げる時の仕事はWh呎「ポンド」である。

仕事の割合、換言すれば單位時間内に成す仕事を**工程**と云ふ。故に力Fが作用してt時間に、力の方向にsなる變位をなしたるならば、

$$工程=\frac{Fs}{t}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

然るに$\frac{s}{t}$は速度であるから之れをvとすれば、

$$工程=Fv\ \cdots\cdots\cdots\cdots(21a)$$

工程の實用單位は、比較的小なる工程ならば毎分1呎「ポンド」の仕事を以てし、毎分何呎「ポンド」と云ひ$^{呎ポンド}/_{分}$と書く。又大なる工程には**馬力**なる實用單位を用ゐる。毎分33,000呎「ポンド」又は毎秒550呎「ポンド」の仕事を工程1馬力と云ふ。故にFを「ポンド」の力、vを$^{呎}/_{秒}$の速度とすれば

$$工程=\frac{Fv}{550}馬力\ \cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

又はFを「ポンド」の力、vを$^{呎}/_{分}$の速度とすれば

$$工程=\frac{Fv}{33,000}馬力\ \cdots\cdots\cdots\cdots(22a)$$

歐洲大陸で用ゐる工程の實用單位は毎秒75瓩(キログラム)米(メートル)(1瓩の力が、力の方向に1米の變位をなしたる時の仕事を1瓩米と云ふ)の仕事を以てし、之れを亦馬力と呼ぶ。故に、英國の馬力と混同するから、通例之れを佛國馬力、又は佛馬力と云ひて區別する。又電氣工業上の工程の實用單位は「ワット」或は「ワット」の千倍なる「キロワット」(1「ボルト」の電位差に對して毎秒1「アンペーア」の電流の通る仕事、卽ち$1^{ボルト}\times1^{アンペーア}$を1「ワット」と云ふ)である。此等を馬力と比較すれば次の如し。

$$1^{馬力}=1.0139^{佛馬力}=746^{ワット}\quad 又は\quad 0.746^{キロワット}$$

$$1^{佛馬力}=0.98634^{馬力}=736^{ワット}\quad 又は\quad 0.736^{キロワット}$$

$$1^{キロワット}=1.34^{馬力}=1.36^{佛馬力}$$

又は大約 $$1^{馬力}=\frac{3}{4}^{キロワット}$$

$$1^{キロワット}=\frac{4}{3}^{馬力}$$

20. 動物の力量 毎分33,000呎「ポンド」の割合に仕事をなし得る力量を工程1馬力と云ふことは、强

ち一頭の馬の力量に等しいと云ふ意味ではない。馬力なる單位は馬と云ふ觀念は全く別として、只々毎分 33,000 呎「ポンド」の仕事をなし得る力量を云ふのである。

彼のジェームス、ワットが已の設計した蒸汽機關を製造した其當時、工程の實用單位は別に無かつた爲めに、其機關の有する力量を云ひ表はすに困じ、機關の力量を云ひ表はすには、馬の力量と比較するを最も便利であると考へ、勢力强大なる英國產の馬を撰び短時間に烈しく使役した所が、馬は奮勵努力した結果、毎分 33,000 呎「ポンド」の割合に仕事を成したと云ふので、之れに對して 1 馬力と命名したのが、馬力なる名稱の起因である。夫故に馬力と馬とは間接の關係はあるが直接の關係はなく、1 馬力は必ずしも一頭の馬の力量に等しい筈のものでない。

英國に於てワットが馬力なる實用單位を案出した後、歐洲大陸に於ては、之れに倣つて、毎分 33,000 呎「ポンド」に近き、毎秒75瓩米を亦 1 馬力と名づけたのである。馬力は、英語で「ホース、パワー」、佛語で「フォース、ヅ、シュバル」又は「シュバル、バパー」、獨語で「プェルデ、シタルク」又は「プェルデ、クラフト」と云ふが、直譯すれば皆馬力と云ふことになる。

短時間に、然も勢力强大なる馬が努力して初めて 1 馬力の力量を出し得たのであるから、普通の馬の力量は 1 馬力よりは遙に少ない。殊に使役する時間の長短は力量に大なる影響を及ぼすものであるから、假令 1 馬力を短時間に出し得る馬も、長時間の使役に耐え得られるものでない。一日平均八時間づゝ絕えず働くとすれば、馬の力量は平均毎分 22,000 呎「ポンド」或は三分の二馬力と見ることが出來る。然し之れは英國產馬の平均であるが、日本產馬は英國產馬よりは餘程纖弱であるから、日本產馬ならば此八割、即ち毎分 17,600 呎「ポンド」、或は十五分の八馬力と見て適當であらう。

人間の力量は其體格、男女の別等によりて無論異なるべき筈のものであるが、仕事の種類と勞働時間の長短によりても甚だ異なる。例へば、普通の男子が平地に於て荷を引くに、一日十時間働くとすれば毎分3,600呎「ポンド」位、起重機の如きものゝ挺子を廻はすに、一日八時間働くとすれば毎分 2,600 呎「ポンド」位、手働「ポンプ」の如く挺子を上下する場合には、一日八時間働くとして毎分 2,000 呎「ポンド」位、又舟を漕ぐに、一日八時間働くとして毎分4,000呎「ポンド」位である。然し短時間働くものとすれば、此れよりも

大なる力量を出し得るのであるが、容易に疲勞して長時間の勞働には耐え得ぬものである。

次に、一日平均八時間働くものとし、人及び二三動物の平均の力量を示す。動物力量に關し多少の參考になるてあらう。

動物	力量、$^{\text{呎ポンド}}/_{\text{分}}$ニテ	力量、馬力ニテ	日本產馬ニ對スル割合
人	2,200	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{8}$
馬(英國產)	22,000	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$
馬(日本產)	17,600	$\frac{8}{15}$	1
牛	14,000	$\frac{5}{12}$	約 $\frac{3}{4}$
小馬	14,000	$\frac{5}{12}$	約 $\frac{3}{4}$
騾(ウサギウマ)	4,400	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{4}$

例一、機關車あり。平坦なる線路に於て重量150噸の列車を每時 40 哩の速度にて運搬せりと云ふ。抵抗力を重量1噸につき 10「ポンド」とすれば、機關車の馬力を求む。

解、進行に反對する力、卽ち全抵抗力

$$=10\times150=1{,}500^{\text{ポンド}}$$

速度 $40^{\text{哩}}/_{\text{時}}=\dfrac{40\times5280}{60}=3{,}520^{\text{呎}}/_{\text{分}}$

依て　工程$=\dfrac{1500\times3520}{33000}=160^{\text{馬力}}$.

例二、鑛山用卷き揚げ機械あり。重量 7 噸の鑛石を、380「ヤード」の深さより 35 秒間に引き揚ぐと云ふ。機械の馬力を求む。

解、引き揚げられる重量、卽ち力

$$=7\times2240=15{,}680^{\text{ポンド}}$$

引き揚げる速度$=\dfrac{380\times3}{35}=32.6^{\text{呎}}/_{\text{秒}}$.

故に、　工程$=\dfrac{15680\times32.6}{550}=930^{\text{馬力}}$.

例三、例二の鑛石を卷き揚ぐるに電働機を使用せんとす。何「キロワット」の電働機を要するか。

解、工程 $1^{\text{馬力}}=0.746^{\text{キロワット}}$

故に　工程 930 馬力$=0.746\times930=695^{\text{キロワット}}$.

又は大約　　$930\times\dfrac{3}{4}=697^{\text{キロワット}}$.

例四、卷き揚げ機械を以て重量 1 噸の荷物を 4 分間に15呎の高さに引き揚げんとす。挺子を廻はすに何人を要するか。

解、荷物の揚げらるゝ速度$=\dfrac{15}{4}{}^{\text{呎}}/_{\text{分}}$.

故に荷物を引き揚げるに要する工程

$$=1\times2240\times\frac{15}{4}=8{,}400^{\text{呎ポンド}}/_{\text{分}}$$

一人の力量を平均十五分の一馬力とすれば、

$$一人の力量=\frac{1}{15}\times33000=2{,}200^{\text{呎ポンド}}/_{\text{分}}.$$

故に必要なる人數

$=\frac{8400}{2200}=3.82$ 卽ち4人.

例五、1,500「キロワット」の發電機は何馬力の發電機なるか、

解、工程 $1^{キロワット}=1.34^{馬力}$

故に 工程 $1500^{キロワット}=1.34\times1500=2,010^{馬力}$.

又は大約 $1500\times\frac{4}{3}=2,000^{馬力}$.

電氣工業上では工程を「キロワット」を以て單位とし其他の場合には馬力を以て單位とす。故に何「キロワット」は何馬力なるかを知る必要屢々起るものである。「キロワット」を馬力に換算する最も簡便な方法は、「キロワット」の三分の一に「キロワット」を加へるのである。何となれば

$$1^{キロワット}=\frac{4}{3}^{馬力}=\frac{1}{3}^{馬力}+1^{馬力}.$$

故に $$x^{キロワット}=\frac{x}{3}^{馬力}+x^{馬力}.$$

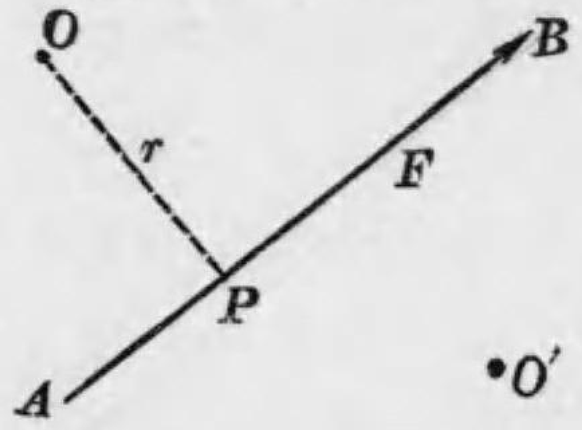
卽ちx「キロワット」は何馬力かと云へば$\frac{x}{3}$馬力にx馬力を加ふるのである。例へば例五に於て 1,500「キロワット」は何馬力かと云ふに、

$$\frac{1500}{3}+1500=500+1500=2,000^{馬力}.$$

21. 力の「モーメント」 或る點に對する**力の「モーメント」**とは其點より力の働く方向に引きたる垂直

線の長さと其力との乘積を云ふ。例へば、第二十二圖に於て、O點に對する力Fの「モーメント」とはO點より力の働く方向ABに引きたる垂直線の長さOPをrとすれば、Frを云ふのである。此「モーメント」を以て力FはO點のまはりに回轉しやうとするのである。夫故にrの距離の大なる程即ちO點が力に遠き程「モーメント」Frは大となり、回轉せんとする作用は强くなる。又若しO點が力の働く方向ABの上にある時はrは零となり、「モーメント」は零となる。此時には回轉作用は起らぬこと明白である。

第二十二圖



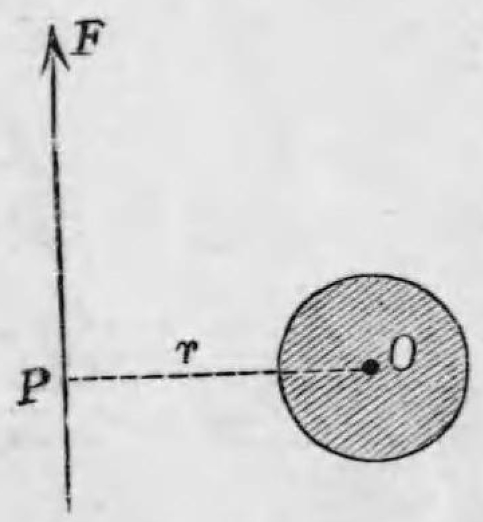
力の位置とO點の位置との關係により、回轉作用を起さんとするに作用の向きが異なる。例へば第二十二圖の位置では力FはOのまはりに左廻はりの回轉作用を起すが、若しOが圖と正反對のO'の如き位置にある時は、右廻はりの回轉作用を起す。斯くの如くOとFとの位置の關係により、「モーメント」に**右廻はり**と**左廻はり**との違ひが起る。之れを區別する爲めに「モーメント」に正負を附するのであるが、何れを正とし何れを負とするかは、斷定して置く

必要はない。或は右廻はりを正とすれば、左廻はりを負とし、或は右廻はりを負とすれば、左廻はりを正とする等、時と場合とに應じて其折々何れかに定めれば好いのてある。

多數の力の働く場合に或る點について考ふるに、或る力は右廻はりせんとし或る力は左廻はりせんとするならば、此點に對する全體の回轉作用は右廻はりと左廻はりとの回轉作用の差てあるは明白てある。仍て多數の力が働く場合に、或る點のまはりの回轉作用を考へんには、其點に對する各力の「モーメント」の代數和を以てせねばならぬ。

空間中に於て力の働く方向と直角の位置にある軸に對する其力の「モーメント」は、軸と力の方向との間の最短距離の長さに其力の大さを乘じたるものてある。何となれば力の方向を含み軸に直角なる平面を想像すれば、其平面は第二十三圖に示す如く、O點に於て軸と交る(圖に於て軸は紙面に直角なる方向にありとせり)。然る時は此平面上に於てO點より力Fに垂直線OPを引けば、OPは力と軸との最短距離にして之れを r

第二十三圖

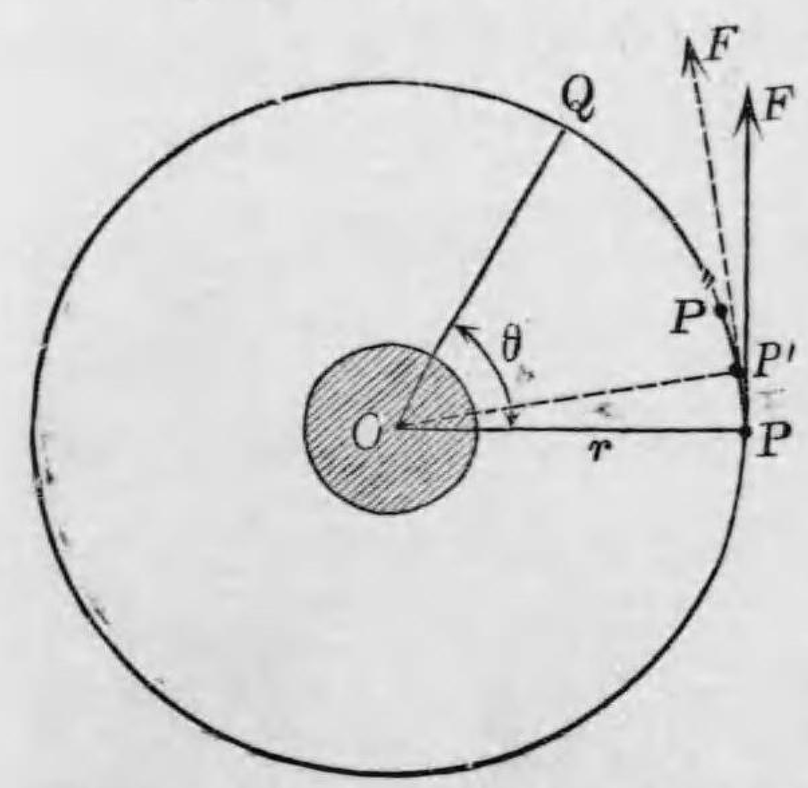


とすれば、Fr は此場合の軸に對する回轉作用の大さ、換言すれば軸を回轉せんとする作用の大さてある。

「モーメント」は、距離と力との乘積てあるから、其單位は呎「ポンド」、吋「ポンド」、吋噸、呎噸等てあるが、仕事の單位と紛れ易いと云ふ理由て、呎「ポンド」を逆にして「ポンド」呎、吋「ポンド」を逆にして「ポンド」吋などゝして區別する人もある。

22. 回轉作用により成されたる仕事 第二十四圖に於てF「ポンド」の力が r 呎の距離に於て、夫れに直角なる方向にある軸Oを回轉せんとする時は其「モーメント」は Fr 呎「ポンド」てある。偖て垂直線をOPとし、力Fの爲めに點Pは PP' なる極く小量の變位をなしたとすれば、其仕事は $F \times PP'$ てある。此時力Fは點線にて示す方向に移り、尙ほ軸を回轉せんとし、更に $P'P''$ なる極く小量の變位をなしたとすれば、其仕事は $F \times P'P''$ てある。斯くの如く力FがO點より r なる距離に於て引き續

第二十四圖



き同様に作用し、軸を回轉するとせば、成されたる仕事の全量は、

$$F\times PP'+F\times P'P''+\ldots\ldots\ldots\ldots$$

である。或は數學上の略號$\overset{\text{シグマ}}{\Sigma}$を用ゐれば

成されたる仕事の全量$=\Sigma F\times PP'$

或は力Fは一定の大さである故に、

成されたる仕事の全量$=F\Sigma PP'$

PP', $P'P''$ 等は極く極く小量の變位の長さであるから、直線と見ても圓弧の一部と見ても大差はない。夫故に $\Sigma PP'$ は圓弧の極く小區分の長さを多數加へ合はせたるものを示すことゝなる。仍て今力Fのために軸が、OPの位置よりOQの位置に角θ丈け回轉したとすれば、

$$\Sigma PP'=\text{弧}\ PQ.$$

故に　θ角を回轉する時成されたる仕事の全量

$$=F\times\text{弧}\ PQ$$

θを弧度即ち「レヂアン」にて示せば、

$$\text{弧}\ PQ=r\theta$$

故に　θ角を回轉する時成されたる仕事の全量

$$=F.r\theta$$

然るに、回轉の「モーメント」をMとすれば、

$$M=Fr$$

故に　θ角を回轉する時成されたる仕事の全量

$$=M\theta\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

此結果によりて、軸がθ「レヂアン」を回轉する時成されたる仕事は、軸に對する力の「モーメント」にθ「レヂアン」を乘じたるものに等しきことを知る。但しMが呎「ポンド」の單位にて與へられたる時の仕事は呎「ポンド」、又Mが吋「ポンド」の單位にて與へられたる時の仕事は吋「ポンド」の單位を以て得らるゝものであることは無論である。又若し多數の力が一個の軸に作用し之れを回轉する場合であるならば、Mは其等の力の其軸に對する「モーメント」の代數和を取るべきは明瞭である。

θ「レヂアン」を回轉するにt時間を要するならば、其工程は、

$$\text{工程}=\frac{M\theta}{t}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

然るに$\frac{\theta}{t}$は軸の回轉する角速度である故に、之れをωとすれば、

$$\text{工程}=M\omega\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24a)$$

若しMが呎「ポンド」、ωがレヂアン/秒の角速度ならば、

$$\text{工程}=\frac{M\omega}{550}\text{馬力}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(25)$$

又Mが呎「ポンド」、ωがレヂアン/分の角速度ならば、

$$\text{工程}=\frac{M\omega}{33,000}\text{馬力}\cdots\cdots\cdots\cdots(25a)$$

又若し一分間の軸の回轉數をNとすれば、

$$\omega=2\pi N^{\text{レヂアン}}/_{\text{分}}$$

故に
$$\text{工程}=\frac{2\pi N.M}{33,000}\text{馬力}\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

Mは軸に回轉を與ふる「モーメント」であるから之れを**回轉「モーメント」**又は「**トルク**」と呼ぶ。

例一、2,100呎「ポンド」の「トルク」を以て毎分750回轉をなす蒸汽「タービン」の馬力を求む。

解、$\text{工程}=\frac{2\pi NM}{33000}=\frac{2\times3.14\times750\times2100}{33000}=300\text{馬力}.$

例二、5馬力の電働機が毎分750回轉をなすとせば、「トルク」は幾何呎「ポンド」なるか。

解、$\text{工程}=\frac{2\pi NM}{33000}\text{馬力}$

故に「トルク」$M=\frac{33000\times\text{工程(馬力ニテ)}}{2\pi N}$

$$=\frac{33000\times5}{2\times3.14\times750}=35^{\text{呎ポンド}}.$$

23.「エネルギー」 物體が仕事をなし得る資格を具ふる時其物體は「**エネルギー**」を有して居ると云ふ。例へば高所にある物體は落下すれば或る仕事を成す故に、高所にある物體は「エネルギー」を有して居ると云ふ。又運動しつゝある物體は仕事を成し得る資格を具へて居る故に、亦「エネルギー」を有すと云ふのである。高所にあつて靜止せる物體は靜止の有様にあつて「エネルギー」を有して居るのであるから此種の「エネルギー」を**靜「エネルギー」**と云ひ、運動しつゝある物體の有する「エネルギー」を**動「エネルギー」**と云ひて、物體の「エネルギー」を大體二つに區別する。

地面より高所に物體を上げるには地球重力に反對して或る仕事を成さねばならぬ。例へば重量W「ポンド」の物體をh呎の高所に上げるにはWh呎「ポンド」の仕事を要す。故にh呎の高所にある重量W「ポンド」の物體はWh呎「ポンド」の靜「エネルギー」を有して居るのであるから、之れが地面上に落下すれば前に上げる時に成した仕事と等量なるWh呎「ポンド」の仕事を成すのである。つまり物體に與へたる仕事の量は物體の有する「エネルギー」に等しく、又其「エネルギー」によりて成さるる仕事は初めに與へたる仕事に等しい。

運動しつゝある重量Wの物體は何程の仕事を成すか、換言すれば動「エネルギー」は何程であるかと云ふに、今vなる速度を有する物體が一定の力Fに作用されて或る時間の後靜止し、其間にsなる距離を運動したとすれば其物體に加へられたる仕事の全量はFsである。然るに加へられたる仕事は物體の

有する「エネルギー」に等しいのであるから、此物體の有する「エネルギー」は Fs に等しいことは明白である。偖て速度 v を有する物體が靜止するに至りたる加速度 α、及び距離 s 等の關係は公式(4)に於て、α は減速度なる故に負號にすれば

$$0=v^2-2\alpha s$$

又は $$v^2=2\alpha s \text{......} (a)$$

重量Wの物體に加速度 α を與へたる力Fの大さは、運動の第二法則により

$$F=\frac{W}{g}\alpha$$

又は $$\alpha=\frac{Fg}{W}$$

此値を (a) 式に代入すれば

$$v^2=2\frac{Fg}{W}s.$$

又は $$Fs=\frac{Wv^2}{2g}$$

然るに物體の有する「エネルギー」は加へたる仕事 Fs に等しいのであるから、Fs に等しき $\frac{Wv^2}{2g}$ は v なる速度を以て運動しつゝある重量Wなる物體の有する動「エネルギー」である。即ち

$$\text{動「エネルギー」}=\frac{Wv^2}{2g}=\text{仕事}=Fs \text{......} (27)$$

以上の結果によれば、重量W、速度 v_1 なる物體が靜止するまでに成す仕事を U_1 とすれば、

$$U_1=\frac{Wv_1^2}{2g}$$

同じ物體が速度 v_2 より靜止するまでに成す仕事を U_2 とすれば、

$$U_2=\frac{Wv_2^2}{2g}$$

故に $$U_1-U_2=\frac{W}{2g}(v_1^2-v_2^2) \text{......} (28)$$

然るに U_1-U_2 は一物體が v_1 なる速度より v_2 なる速度に變はる間に成す仕事である。依て次の定理を得。

速度 v_1 が速度 v_2 に變ずる間に物體の成す仕事は其等の速度に對する動「エネルギー」の差に等し。

物體に與へたる仕事は「エネルギー」となつて其物體に存し、與へたる仕事と等量の仕事を成し得る資格を具ふることゝなるのである。然し之れは運動に對して抵抗の無き場合であるが、實際には運動に反對する抵抗は必ずある。例へば空氣の抵抗摩擦の抵抗等のある爲めに、物體に與へたる仕事の一部分は此等の抵抗に打ち勝つ爲めの仕事として失はれるのである。從て現に物體の有する「エネルギー」の量は與へたる仕事の量よりは常に少ないのである。然らば失はれたる仕事は如何になるかと云ふ

に、其れは抵抗する物體其物の「エネルギー」となつて存在して居るのである。夫故に現に物體の有する「エネルギー」と、抵抗する物體の有する「エネルギー」とを加へたる全量は、與へたる仕事の量に等しい事となる。**「エネルギー」不滅の原理**とは即ち此ことてあつて、假令靜「エネルギー」、動「エネルギー」、其他熱となつて存在する熱「エネルギー」となるにせよ、化學變化となつて存在する化學的「エネルギー」となるにせよ、其等の「エネルギー」の總和は常に與へたる仕事の量に寸毫も違はぬものてある。換言すれば與へたる仕事は種々の「エネルギー」となつて宇宙間に存在し、「エネルギー」は復た仕事となつて現はれる。夫故に宇宙間に存在する「エネルギー」の總量は少しも變はらぬが、只種々に變形し、或は「エネルギー」となつて存在し、或は仕事となつて現はれるに過ぎないのてある。例へば石油の蒸氣と空氣とを混じて點火すれば爆發し、其力を以て石油機關が運轉されると云ふことは、石油なる天然物の有する靜「エネルギー」は爆發によりて熱「エネルギー」に變じ、之れが石油機關なる機械の作用によりて機械的の動「エネルギー」に變じ、斯くて諸多の機械を運轉し或は木を切り鐵を削り、或は自動車を走らせ飛行機を飛ばす等の仕事を成す

のてあるから、石油なるものは消滅して仕舞つた樣なものてあるが、斯く成されたる仕事は種々の「エネルギー」に變形して宇宙間に存在し、其等「エネルギー」の總量は初めに石油の有したる靜「エネルギー」の量と少しも變はらぬのてある。只「エネルギー」の形が變はつたと云ふに過ぎない。故に石油は最早や石油として存在して居らぬけれども、石油の初めに有したる「エネルギー」は別種の「エネルギー」となつて居る譯てある。

例一、毎秒 1,800 呎の初速を以て發射されたる 800「ポンド」の彈丸は幾何の仕事を成すか。

解、彈丸の成す仕事は發射されたる時有する動「エネルギー」に等しいのてあるが、發射されて目的物に到着するまてには空氣の抵抗に打ち勝つ爲めに或る仕事を成す故に、發射されたる時有する動「エネルギー」の一部は此抵抗の爲め失はれるから、目的物に到着した時成す仕事は初めに有する「エネルギー」よりは少ない譯てある。然し此例題に於ては、抵抗の有無に係らず全體の仕事は何程なるかを問ふものとする。依て

$$\text{仕事}=\frac{Wv^2}{2g}=\frac{800\times1800^2}{2\times32{\cdot}2}$$

$=40{,}200{,}000^{\text{呎ポンド}}$

例二、重量1「オンス」の彈丸を毎秒1,700呎の初速を以て毎分300發を發射し得る機關砲の馬力を求む。

解、彈丸の發射さるゝ時有する「エネルギー」は發射する仕事に等しい。仍て

一發の彈丸を發射する仕事

$$=\frac{Wv^2}{2g}=\frac{\frac{1}{16}\times 1700^2}{2\times 32{\cdot}2}=2{,}800^{\text{呎ポンド}}$$

故に300發を發射する仕事

$$=2800\times 300=840{,}000^{\text{呎ポンド}}$$

此れは一分間の仕事である。仍て

$$\text{工程}=\frac{840000}{33000}=25.5^{\text{馬力}}$$

第四章　問題

1. 重量1噸に付き17「ポンド」の抵抗力ある平坦なる線路に於て、毎時48哩の速度にて走れる全重量190噸の列車の馬力を求む。

2. 10,000馬力の蒸汽機關を以て航海する排水量(重量のこと)8,000噸の汽船は20「ノット」の速さを有すと云ふ。水の抵抗は排水量1噸につき何「ポンド」なるか。但し機關の抵抗推進器の失脚等は總て無きものとして計算すべし。

3. 5噸の重量を8秒間に32呎の高さに揚ぐる起重機の馬力を求む。

4. 前問の起重機を運轉するに電働機を使用せんには何「キロワツト」の電働機を要するか。

5. 重量1·5噸の錨を15尋(ファゾム)(1尋は6呎)の海底より6分間に引き揚げんに何人を要するか。但し短時間の勞働なれば一人の力量を毎分3,500呎「ポンド」として計算すべし。

6. 4人にて運轉する卷揚機械を以て380「ヤード」の深さより2噸の重量を引き揚げんには何時間を要するか。但し一人の力量を平均$\frac{1}{15}$馬力とす

べし。

7. 每分 150 回轉をなす蒸汽機關「クランク」軸の平均回轉「モーメント」は2,000呎「ポンド」なりと云ふ。其馬力を求む。

8. 每分80回轉をなし50馬力を傳ふる軸の「トルク」を問ふ。

9. 每分200回轉にて250馬力の蒸汽「タービン」の「トルク」を求む。

10. 半徑10呎の水車あり。水の力は半徑に直角なる方向に於て平均$\frac{1}{2}$噸なりと云ふ。此水車が每分6回轉をなさば何馬力を得るか。

11. 每秒1,000呎の速度を以て發射されたる重量800「ポンド」の彈丸の有する動「エネルギー」を求む。

12. 重量5「ポンド」の物體に60呎「ポンド」の「エネルギー」を有せしめんには每秒何呎の速度を與ふべきか。

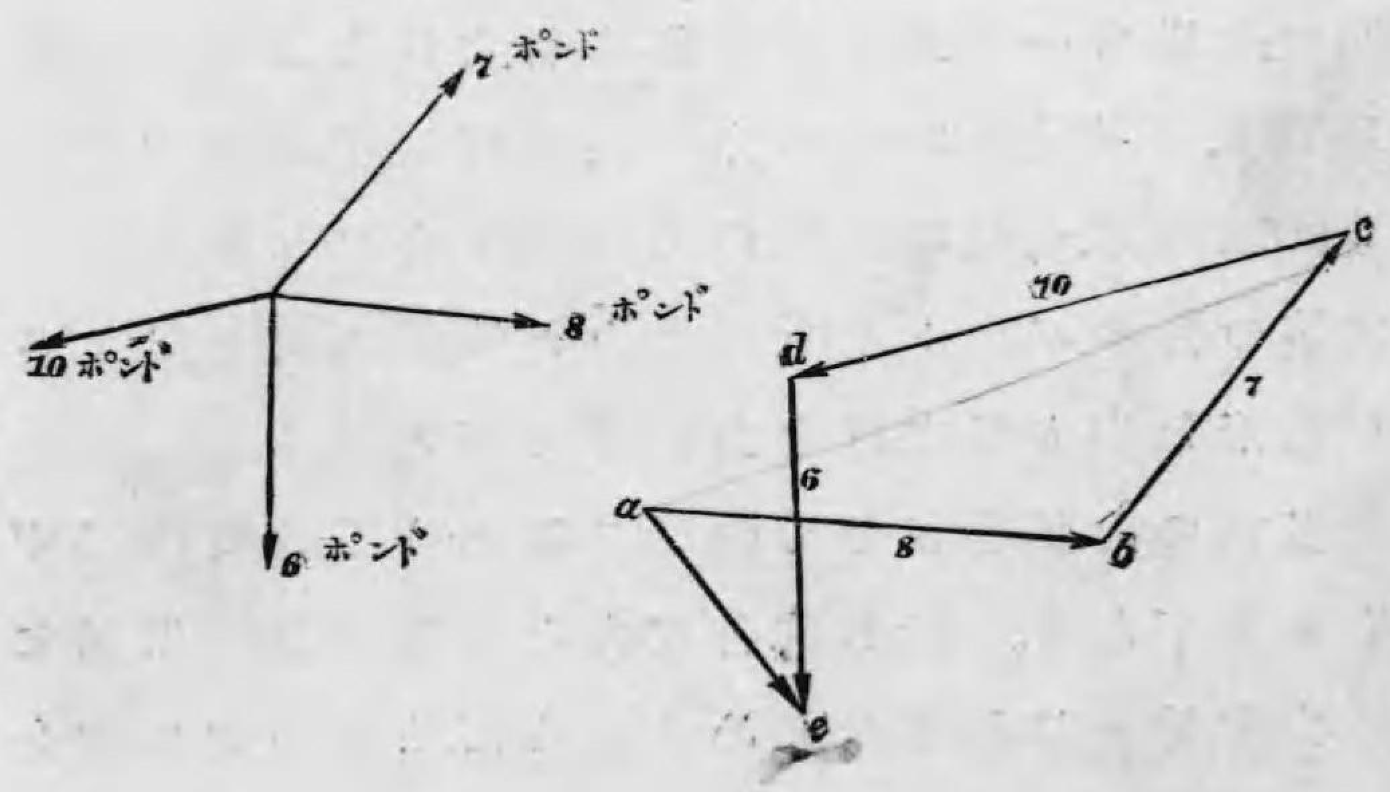
13. 第二章問題5及び7を動「エネルギー」によりて解け。

14. 每秒30呎の速度を以て降下する重量1噸の荷物が制動機に作用されて每秒10呎の速度に減少したりと云ふ。制動機に吸收されたる「エネルギー」を問ふ。

第五章 力の釣合ひ

24. 力の釣合ひ、 多數の力の存在する場合に、其合成力の大さ方向及び向きは「ヱクトル」算法により、各力の「ヱクトル」を以て一の三角形又は多角形を作れば、其最初の點と最後の點とを結ぶ「ヱクトル」を以て表はされ、又は直交する二軸を撰び、此軸に平行なる方向に各力を分解すれば、此等の分力の各軸の方向に於ける代數和は合成力の分力を與ふることは、既に第18節及び第14節に詳述したのである。例へば第二十五圖に於て7, 8, 6及び10「ポンド」なる四つ

第二十五圖



の力の存在する場合に「ヱクトル」算法により適當の力尺を以て多角形abcdeを書けば、aeは合成力を表はす「ヱクトル」となるのてある。

力の多角形abcde(第二十五圖)を書きたる時若しeとaとが同し點に一致し、aeが零となりたりとすれば合成力は零なる事を示す。合成力零なる時は力の働かぬ場合と同じく物體は運動を起すことなし。斯くの如き場合に此等の力は**釣合ひ**にありと云ふ。依て次の定理を得。

多數の力の存在する場合に、其等の力の「ヱクトル」の和が零なる時、換言すれば其等の力の「ヱクトル」を以て力の數と等數の邊を有する多角形を作り得れば、其等の力は釣合ひにあり。

三つの力が釣り合ひにある時は其等の力の「ヱクトル」を以て一の三角形を作り得、之れを**力の三角形**と云ふ。同樣に四つの力ならば四邊形、五つの力ならば五邊形、一般に多數の力が釣り合ひにある時は其等の力の「ヱクトル」を以て力と等數の邊を具ふる多角形を作り得、之れを**力の多角形**と云ふ。

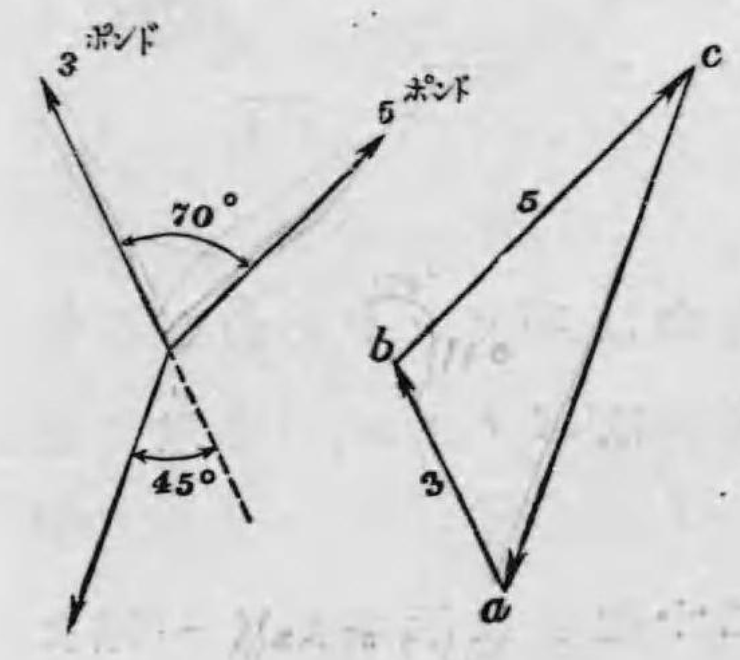
多數の力が存在して釣合ひにあらざる時は必ず合成力がある。然し其合成力と等しき且つ反對なる力を餘分に作用せしめるならば、此等の力は釣合

ひの有樣となる理てある。例へば第二十五圖に於て四つの力の合成力はaeなる「ヱクトル」を以て表はされる故に、反對にeaなる「ヱクトル」を以て表はされる力を餘分に作用せしむるならば釣合ひの有樣になる譯てある。斯くの如く釣合はざる力を釣合はせる爲めに、餘分に作用せしめる力を**釣合はせ力**と呼ぶ。釣合はせ力は合成力と等しく且つ反對てあるは明瞭てある。

一點に働く唯二つの力は、其等の大さが等しく且つ反對ならねば決して釣合ふことなきは明白てある故に、然らざる場合には必ず合成力がある。仍て此等の二力を釣合はせる爲めには、釣合はせ力を餘分に働かして三つの力にせねばならぬ。

例、互に70度の角をなす方向に一點に働く3「ポンド」及び5「ポンド」の二力あり。釣合はせ力の大さ及び方向を求む。(第二十六圖)。

第二十六圖



解、與へられたる二力のみにては決して釣合ひにあることなし。故に釣合はせる爲め

には釣合はせ力を要す。

「ヱクトル」加法を行へば、acは合成力を表はす故にcaは釣合はせ力を表はす。

偖て

$$ca=\sqrt{ab^2+bc^2-2ab\times bc.\cos abc}$$
$$=\sqrt{3^2+5^2-2\times3\times5.\cos abc}$$

然るに　$\cos abc=\cos(180^\circ-70^\circ)=-\cos 70^\circ$
$$=-0.342$$

故に　$ca=\sqrt{3^2+5^2+2\times3\times5\times0.342}$
$$=\sqrt{44.3}=6.65$$

仍て釣合はせ力の大さは6·65「ポンド」

又　$$\frac{ca}{\sin abc}=\frac{bc}{\sin bac}$$
$$\frac{6.65}{\sin(180^\circ-70^\circ)}=\frac{5}{\sin bac}$$
$$\frac{6.65}{\sin 70^\circ}=\frac{5}{\sin bac}$$

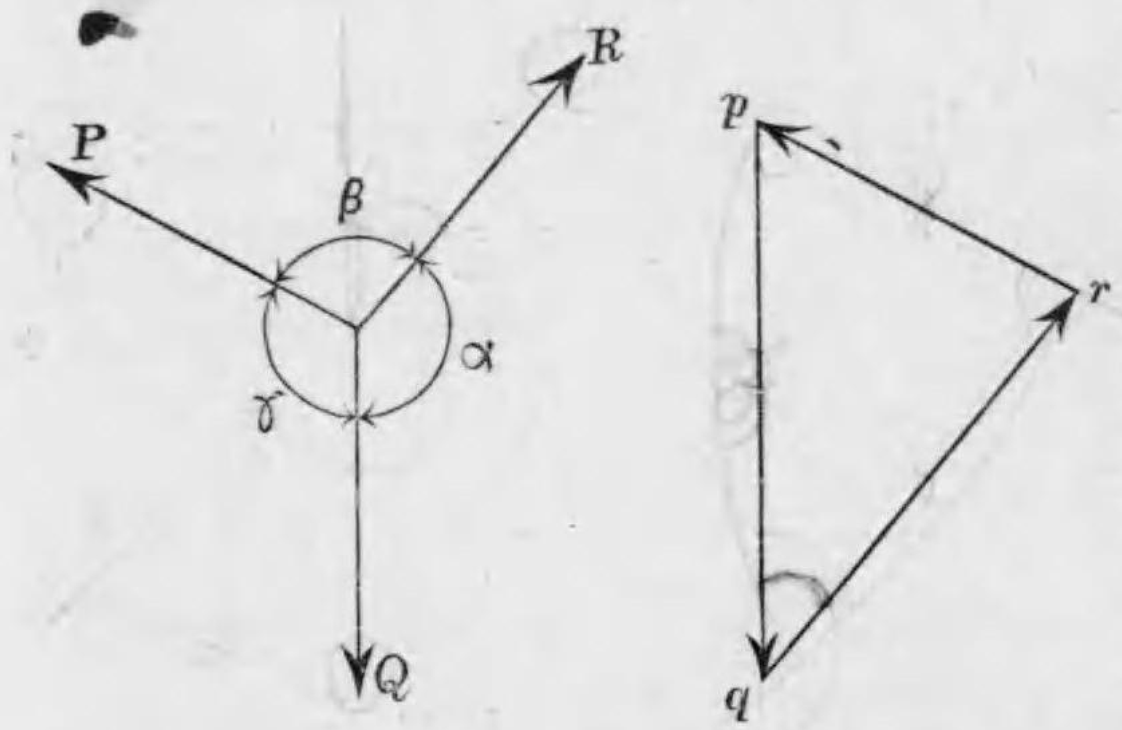
故に　$\sin bac=\frac{5\sin 70^\circ}{6.65}=\frac{5\times0.9397}{6.65}=0.707$

故に　角 $bac=45^\circ$

仍て釣合はせ力の方向は3「ポンド」の力と45度をなす方向にして向きは「ヱクトル」caを以て表はさる。

25. ラミの定理　第二十七圖に示す如く一點に

第二十七圖



働く三力P, Q, Rが釣合ひにある時は力の三角形pqrを書くことを得。但しrpはP, pqはQ, qrはRの「ヱクトル」である。偖て三角術の定理により、

$$\frac{rp}{\sin pqr}=\frac{pq}{\sin qrp}=\frac{qr}{\sin rpq}\quad\cdots\cdots\cdots(a)$$

今三力の働く方向の間の角を圖に示す如くα, β, γとすれば、

角　$pqr=180^\circ-\alpha$

角　$qrp=180^\circ-\beta$

角　$rpq=180^\circ-\gamma$

故に　$\sin pqr=\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha,$
$$\sin qrp=\sin(180^\circ-\beta)=\sin\beta,$$
$$\sin rpq=\sin(180^\circ-\gamma)=\sin\gamma,$$

故に(a)式は次の形となる。

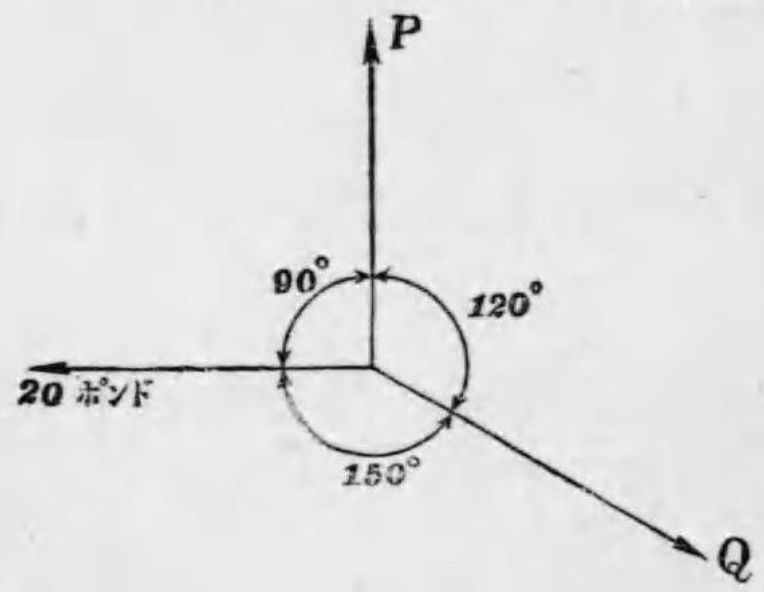
$$\frac{rp}{\sin\alpha}=\frac{pq}{\sin\beta}=\frac{qr}{\sin\gamma}$$

$$\text{或は}\quad \frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma} \qquad \cdots\cdots(29)$$
$$\text{但し}\quad \alpha+\beta+\gamma=360^\circ$$

即ちP,Q,Rの比は夫々其れに相對する位置にある角の正弦の比に等し。之れを**ラミの定理**と云ふ。此定理は三力が釣り合ひにある場合の解法に屢々應用さるゝものである。

例、釣合ひにある三力の内一力の大さと各力のなす角を知ると雖他の二力P,Qの大さを知らず。然る時此未知力を求む(第二十八圖)。

第二十八圖



解、$\dfrac{P}{\sin 150^\circ}=\dfrac{Q}{\sin 90^\circ}=\dfrac{20}{\sin 120^\circ}$

$$\frac{P}{0{\cdot}5}=\frac{Q}{1}=\frac{20}{0.866}$$

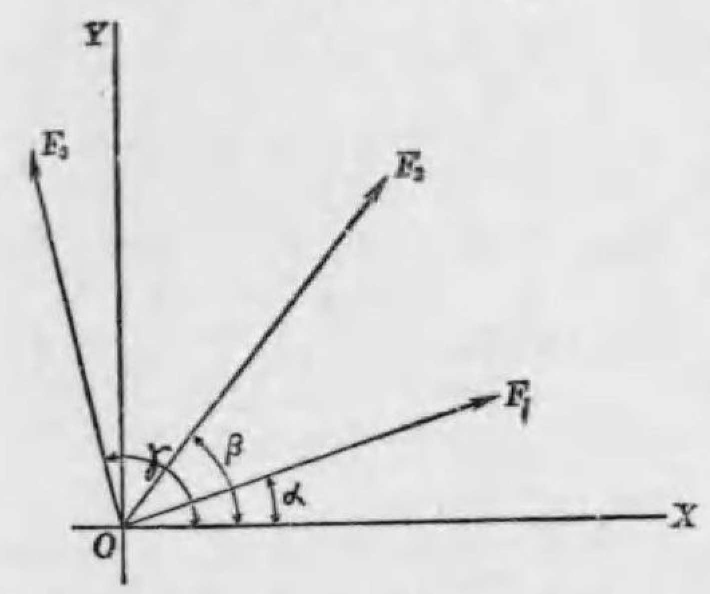
故に

$$P=\frac{20}{0{\cdot}866}\times 0{\cdot}5=11{\cdot}5\text{ポンド}$$

$$Q=\frac{20}{0{\cdot}866}\times 1=23{\cdot}1\text{ポンド}$$

26. 二つ又は二つ以上の力の合成力又は釣合はせ力の大さ方向及び向きを見出すに、直交する二軸の方向に於ける分力を以てするも甚だ便利なものである。今第二十九圖に於て力F_1, F_2, F_3が直交する任意の二軸OX, OYの内OXとなす角を夫々α,β,γとすれば[14節參照]

第二十九圖



OXの方向に於ける此等の分力は夫々$F_1\cos\alpha$, $F_2\cos\beta$, $F_3\cos\gamma$である。又OYの方向に於ける分力は夫々$F_1\sin\alpha$, $F_2\sin\beta$, $F_3\sin\gamma$である故に、OX, OYの方向に於ける合成力の分力をX及びYとすれば、

$$X=F_1\cos\alpha+F_2\cos\beta+F_3\cos\gamma$$
$$Y=F_1\sin\alpha+F_2\sin\beta+F_3\sin\gamma$$

而して合成力をRとすれば

$$R=\sqrt{X^2+Y^2}$$

又合成力の方向及び向きは

$$\tan\theta=\frac{Y}{X}$$

を以て知られる。釣合はせ力ならば向きを反對にすれば好い。

若し此等の力が釣合ひにある時は

$$R=O$$

即ち $\quad X^2+Y^2=O$

然るに$X^2+Y^2=O$なる爲めには是非とも

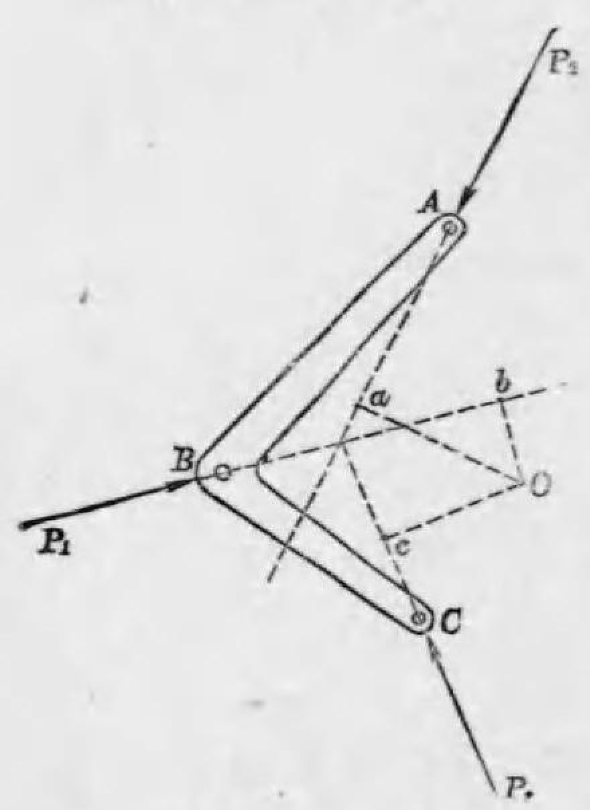
$$X=O.\ \text{及び}\ Y=O$$

とならねばならぬ。依て次の定理を得。

多數の力存在して釣合へる場合には、直交する任意の二軸の方向に於ける此等の力の分力の代數和が夫々零となる。又反對に、直交する二軸の方向に於ける分力の代數和が夫々零となれば、其等の力は釣合ひにあり。

27. 物體の釣合 物體ABC(第三十圖)に多數の力P_1, P_2, P_3が作用する時、若し此等の力に合成力があるならば、此物體は必ず合成力の方向に直線運動を起す。夫故に運動を起さずして釣合ひの有様にあるとすれば、合成力は零でなければならぬ。合成力が零なる爲には力の釣合ひ[24節及26節]と同じ條件を滿足せねばならぬ。即ち**物體釣合ひの第一條件**として次の定理を得。

第三十圖



多數の力一物體に作用して其物體が釣合ひにある爲には、此等の力の「ヹクトル」を以て力の數と等數の邊を有する多角形を作り得るか、又は直交する二軸の方向に於ける此等の力の分力の代數和が夫々零ならざるべからず。

物體に働く多數の力が釣合ひにある時は物體は直線運動を起すことは無い。然しながら、力のみが釣合ひの有様にありたりとて物體は釣合ひにありとは云ひ得ぬ。何となれば物體は直線運動は起さぬにしても、回轉運動を起すかも知れぬ。夫故に物體が釣合ひの有様にあるか無きかを檢するには、尙進んで回轉運動を起すか起さぬかを調べねばならぬ。偖て第三十圖に於て任意の點Oについて考ふるに、力P_1は$P_1\times Ob$なる「モーメント」を以て此物體をO點のまはりに回轉せんとし、力P_2は$P_2\times Oa$なる「モーメント」を以て此物體をO點のまはりに回轉せんとし、力P_3は$P_3\times Oc$なる「モーメント」を以て此物體をO點のまはりに回轉せんとするのである。依て、O點のまはりに此物體が回轉せぬ爲には、

$$P_1\times Ob+P_2\times Oa+P_3\times Oc=0$$

でなければならぬ。

一般に、如何なる點を取りて考ふるも、物體が回轉運動を起さぬ爲には其點に對する總ての力の「モーメント」の代數和が零でなければならぬ。仍て**物體釣合ひの第二條件**として次の定理を得。

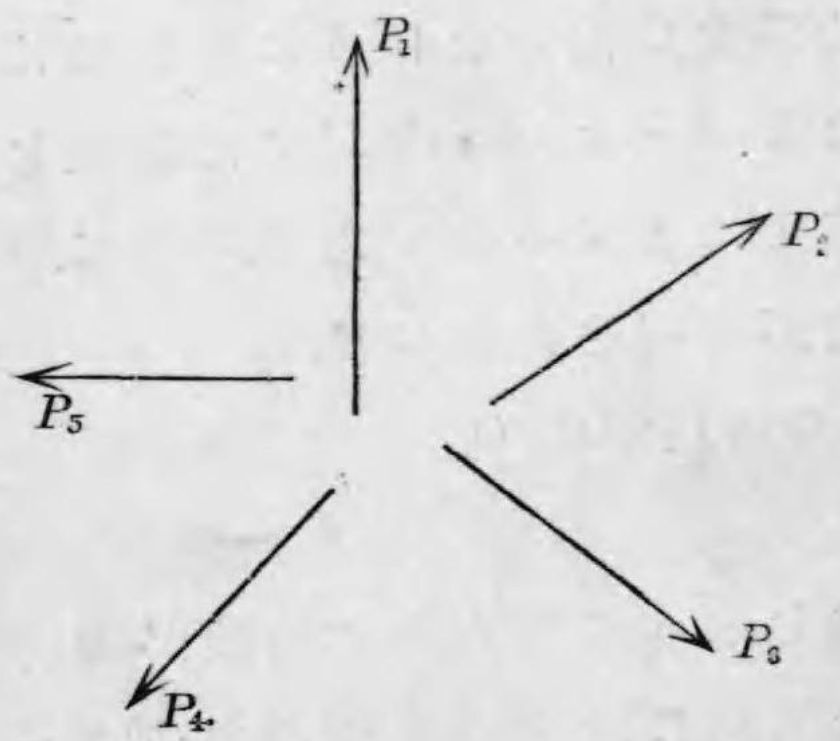
多數の力一物體に作用して其物體が釣合ひにある爲には、任意の點に對する此等の力の「モー

メント」の代數和が零ならざるべからず。

第一及び第二條件は物體が釣合ひにある爲の必要にして充分なる條件である。

釣合ひにある多數の力の內、何れか一つの力は他の總ての力の釣合はせ力である譯であるから、物體釣合ひの第二條件によれば、任意の點に對する多數の力の「モーメント」と、其釣合はせ力の其點に對する「モーメント」との和は零であるべき筈である。例へば第三十一圖に於てP_1, P_2, P_3, P_4, P_5は釣合ひにある五つの力とすれば、其內何れか一つ例へばP_3は他の四つの力P_1, P_2, P_4, P_5の釣合はせ力である故に、或る點に對する此等の力の「モーメント」を夫々M_1, M_2, M_3, M_4, M_5とすれば、第二條件により

第三十一圖



$$M_1+M_2+M_3+M_4+M_5=O$$

又は

$$-M_3=M_1+M_2+M_4+M_5$$

然るに釣合はせ力の向きを反對にすれば合成力と

なる故に、P_3を釣合はせ力とすれば$-P_3$は合成力となり、$-M_3$は合成力の「モーメント」となる。仍て、

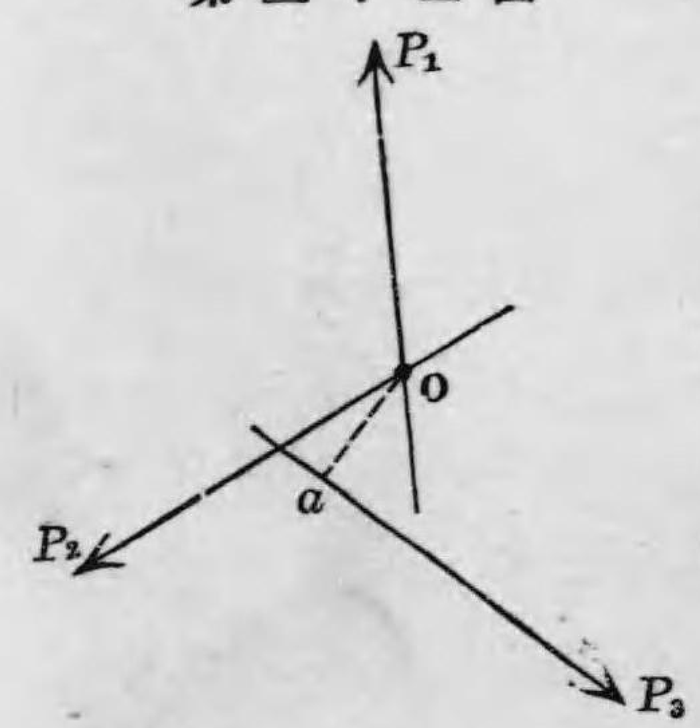
$$\text{合成力の「モーメント」}=M_1+M_2+M_4+M_5$$

即ち物體釣合ひの第二條件の系として、次の定理を得。

多數の力の「モーメント」の代數和は合成力の「モーメント」に等し。

第三十圖のP_1, P_2, P_3なる直線は、物體に働く力の方向と向きと力の働く位置とを示したるもので、斯樣な直線を**示力線**と云ひ、力の大さを示したものではない。又物體中力の働く點を**着力點**と云ふ。A, B, Cは即ち着力點である。示力線と力の「ベクトル」と混同してはならぬ。「ベクトル」は力の大さ方向及び向きを表はすもので、位置には無關係である。仍て示力線とは自ら異なる。

第三十二圖



第三十二圖に於てP_1, P_2, P_3を一點に會せずして釣合ひにある三力とすれば、釣合ひの第二條件により、例へばP_1及びP_2の交點Oに對する此等の力の「モーメント」

を取れば、

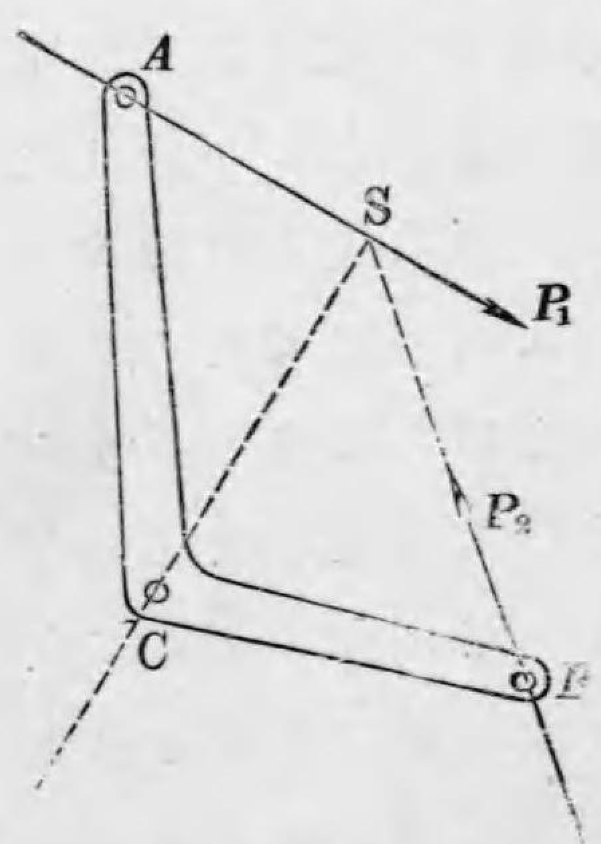
$$P_3 \times Oa = O$$

然るに$P_3 \times Oa$はa點がO點に一致せぬ以上は決して零とはならぬ。仍て次の定理を得。

三力が一物體に作用して其物體が釣合ひにある爲には、其等の示力線は共に一點に會せざるべからず。

此定理を應用して、物體に働く三力の方向を定めることが出來る。例へば第三十三圖に於て、物體ACBのA及びBに夫々P_1及びP_2なる力が作用するとせば、此等二力のみにては決して釣り合はぬものであるから、釣合はせる爲には是非とも釣合はせ力を要す。今釣合はせ力がC點に働くとすれば其方向は如何と云ふに、P_1及びP_2の示力線を引長すればS點に會合す。故にSとCとを結ぶ直線SCはC點に働く力の方向を示す。其向きと大さとは力の三角形から定めねばならぬ。

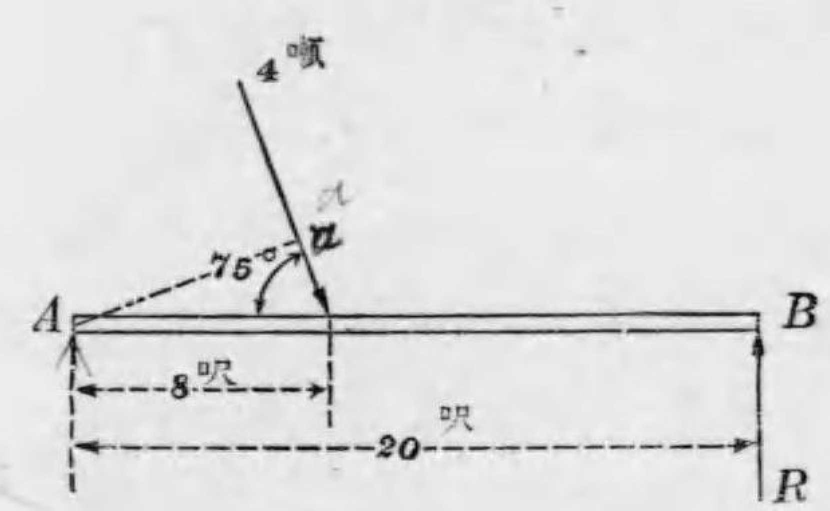
第三十三圖



例一　長さ20呎の棒ABの兩端を他物にて支へ、

一端Aより8呎を隔てたる點に4噸の力がABと75度の角に働けりと云ふ。B點に働く反働力Rは棒に直角とすれば其大さを求む(第三十四圖)。

第三十四圖



解、A及びBには必ず反働力がある。然らざれば此物體は釣合ひにあることなし。反働力RはABに直角なることは與へられてあるが、Aの反働力の方向は不明である。然し三力が物體ABに働いて居るのであるから、Rと4噸との示力線の交點をAの反働力は通過することは明白である。従て其方向は知られる。然し本問に於てはRの大さを求むれば足るのであるから、A點に對する此等の力の「モーメント」を取るを最も便利とす。何となれば、A點に對する「モーメント」を取ればAの反働力の「モーメント」は零となり、其大さ方向及び向きに無關係なる結果を得るからである。即ち

$$4 \times Aa - R \times 20 = 0$$

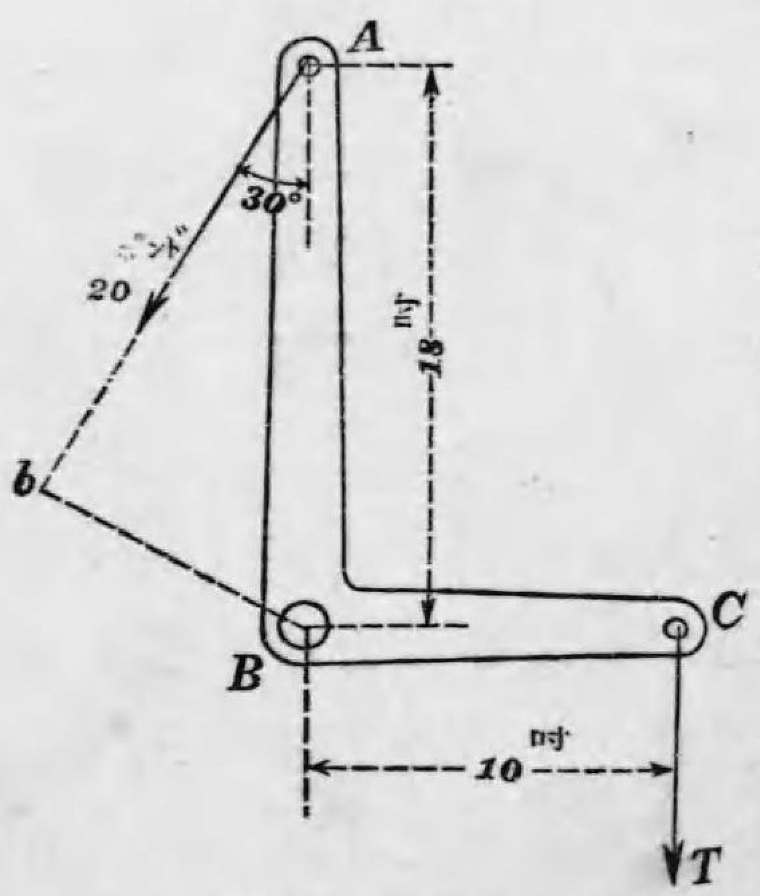
$$R=\frac{4}{20}\times Aa$$

然るに $Aa=8\sin 75^\circ=8\times 0.966$

故に $R=\frac{4}{20}\times 8\times 0{\cdot}966=1{\cdot}545$噸

例二、ABCなる直角の「ベルクランク」はBを軸として回轉し得るものとす。BAの長さは18吋，BCの長さは10吋にしてAには、20「ポンド」の力がBAに30度の角に作用し、CにはBCに直角なる方向に糸を結び付けありとすれば、此物體が釣合ひにある時糸の張力Tを求む(第三十五圖)。

第三十五圖



解、B點に對する「モーメント」を取れば、

$$20\times Bb-T\times 10=0$$

即ち $T=\frac{20}{10}\times Bb=2\times Bb$

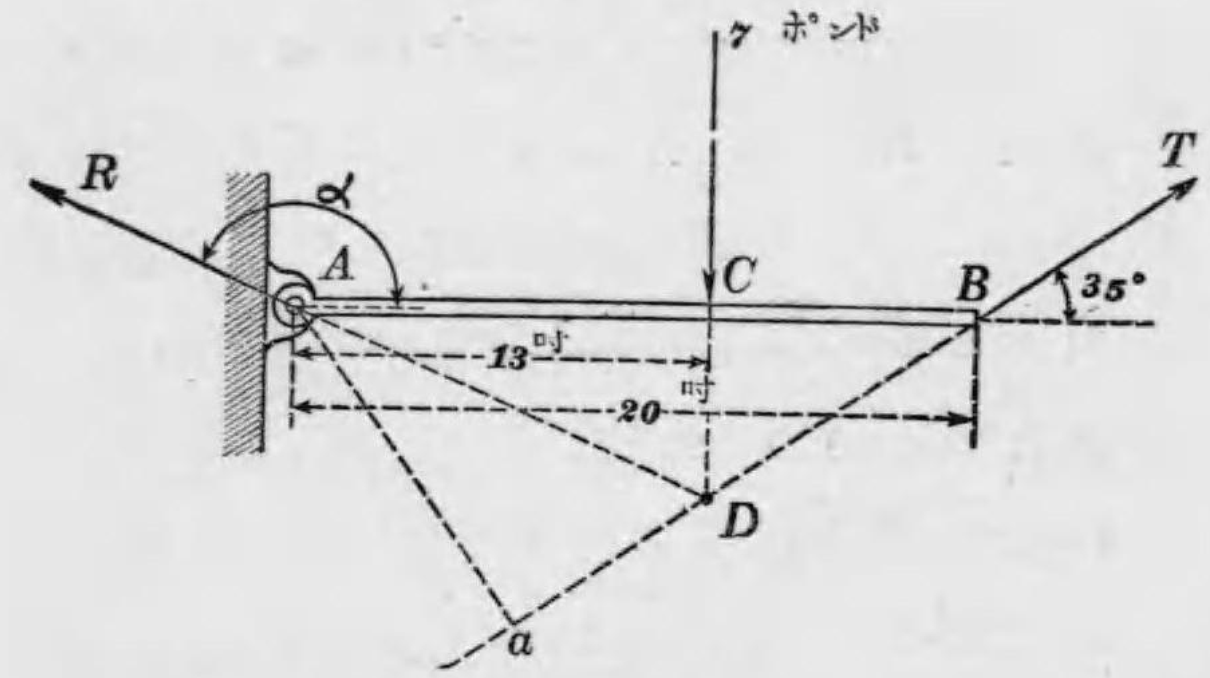
然るに

$$Bb=AB\sin 30^\circ=18\sin 30^\circ$$
$$=18\times\frac{1}{2}=9\text{吋}$$

故に $T=2\times 9=18$ポンド

例三、長さ20吋の棒ABの一端Aは蝶番によりて回轉し得らるべく、他端Bには棒と35度の角をなす方向に糸を以て引張り、Aより13吋を距る棒の一點Cに重量7「ポンド」を載す。然らば、棒が水平の位置に於て釣合ふ爲には糸の張力Tと、蝶番の反働力Rと、其方向とを求む(第三十六圖)。

第三十六圖



解、A點に對する此等の力の「モーメント」を取れば、

$$T\times Aa-7\times AC=0$$
$$T\times Aa=7\times 13=91\text{吋ポンド}$$

又は $T=\frac{91}{Aa}$

然るに $Aa=AB\sin 35^\circ=20\sin 35^\circ$
$$=20\times 0.574=11{\cdot}5\text{吋}$$

故に $T=\frac{91}{11{\cdot}5}=7{\cdot}91$ポンド

次にAに働く反働力を求めんに、垂直水平の二軸を假定し、此等の方向に於ける7「ポンド」及びTの分力を取れば、

水平分力の和, $X=T\cos35^\circ$

$$=7{\cdot}91\times0{\cdot}819=6{\cdot}48^{\text{ポンド}}$$

垂直分力の和, $Y=T\sin35^\circ-7$

$$=7{\cdot}91\times0{\cdot}574-7$$

$$=4{\cdot}54-7=-2{\cdot}46^{\text{ポンド}}$$

故に $R=\sqrt{X^2+Y^2}=\sqrt{6{\cdot}48^2+(-2{\cdot}46)^2}$

$$=\sqrt{6{\cdot}48^2+2{\cdot}46^2}=6{\cdot}93^{\text{ポンド}}$$

又 $\tan\alpha=\dfrac{Y}{X}=-\dfrac{2{\cdot}46}{6{\cdot}48}=-0{\cdot}377$

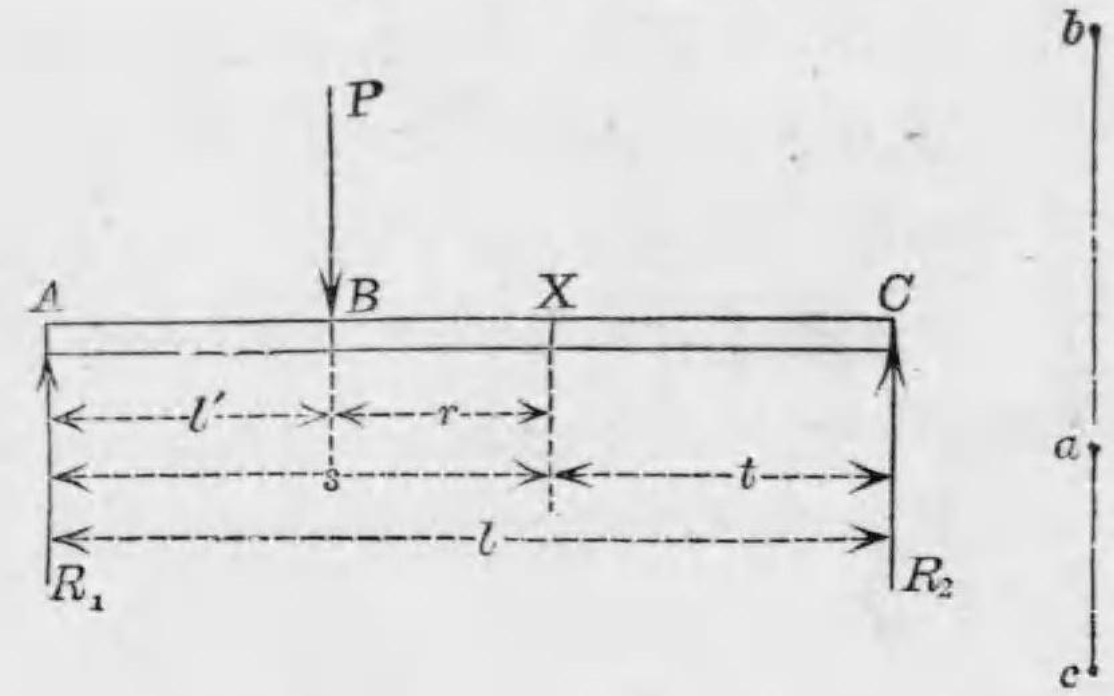
故に $\alpha=159^\circ\ 20'$

即ち蝶番の反働力は6·93「ポンド」にして、棒と159° 20′をなす方向に働く。

本問を解くに、或は7「ポンド」、T及びRの三力の示力線は一點Dに會合するのであるから、三角形ABDを解いてRの方向を定めることも出來る。

28. 平行力の釣合ひ、 物體に作用する力の方向が總て平行であるならば、力の多角形は折り重なつて一の直線を形作ることは明白である。例へば第三十七圖に於て物體ABCの三點A, B及びCに、三力R_1, P及びR_2が平行に働く時、R_1の「ヹクトル」をab, Pの「ヹクトル」をbc, R_2の「ヹクトル」をcaとすれば、多角形$abca$は一直線を形作る。故に釣合ひの第一條件[27

第三十七圖



節]により、

$$R_1+P+R_2=0$$

一般に、多數の平行力が一物體に作用する時は其等の力の代數和は零に等し。代數和とは、向きの異なるに從ひ、正負の符號を前置して加法を行ふことである。例へば、圖の如く、R_1とR_2とが上向きPが下向きの力であるならば、

$$R_1-P+R_2=0$$

又は

$$R_1+R_2=P$$

依て次の定理を得。

多數の平行力が一物體に作用して釣合ひにある時は、向きを同じうする各力の總和は互に相等し。

此定理は物體釣合ひの第一條件の系と見做さるべ

きものである。

次に第二條件[27節]により、例へばX點に對する此等の力の「モーメント」を取れば、

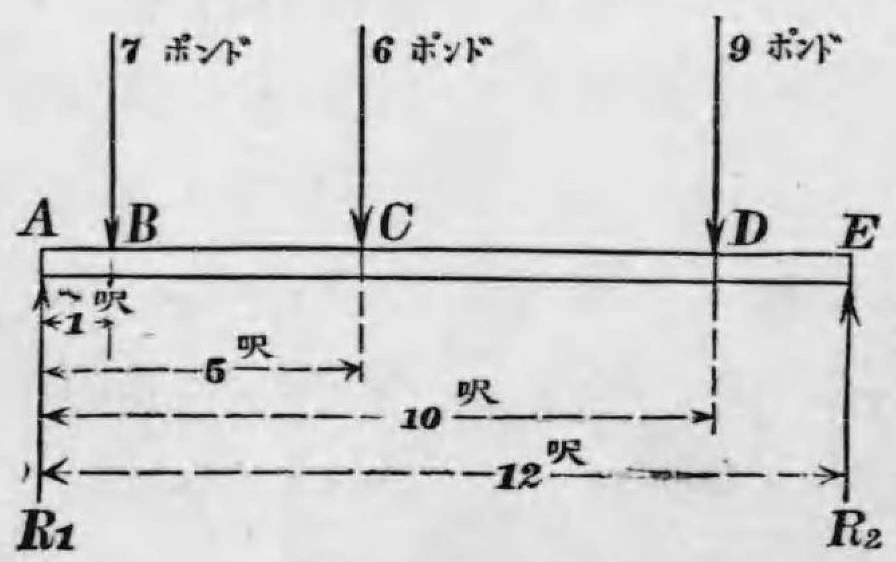
$$R_1 s - Pr - R_2 l = 0$$

「モーメント」を取るに最も簡便なるは、示力線上の一點に對する「モーメント」を取ることである。例へばR_1の示力線上の一點Aに對する「モーメント」を取れば、R_1の「モーメント」は零となるから、

$$R_2 l - Pl' = 0$$

例、二點A,Eにて支へられたる長さ12呎の水平の梁の上に7,6,及び9「ポンド」の重量をAより順次に1,5,及び10呎を距る點B,C,及びDに置くとすれば、A及びEに垂直に働く反働力R_1及びR_2を求む(第三十八圖)。

第三十八圖



解、第28節の定理により、

$$R_1 + R_2 = 7 + 6 + 9 = 22^{ポンド}$$

次に、Aにて「モーメント」を取れば、

$$7\times1+6\times5+9\times10-R_2\times12=0$$

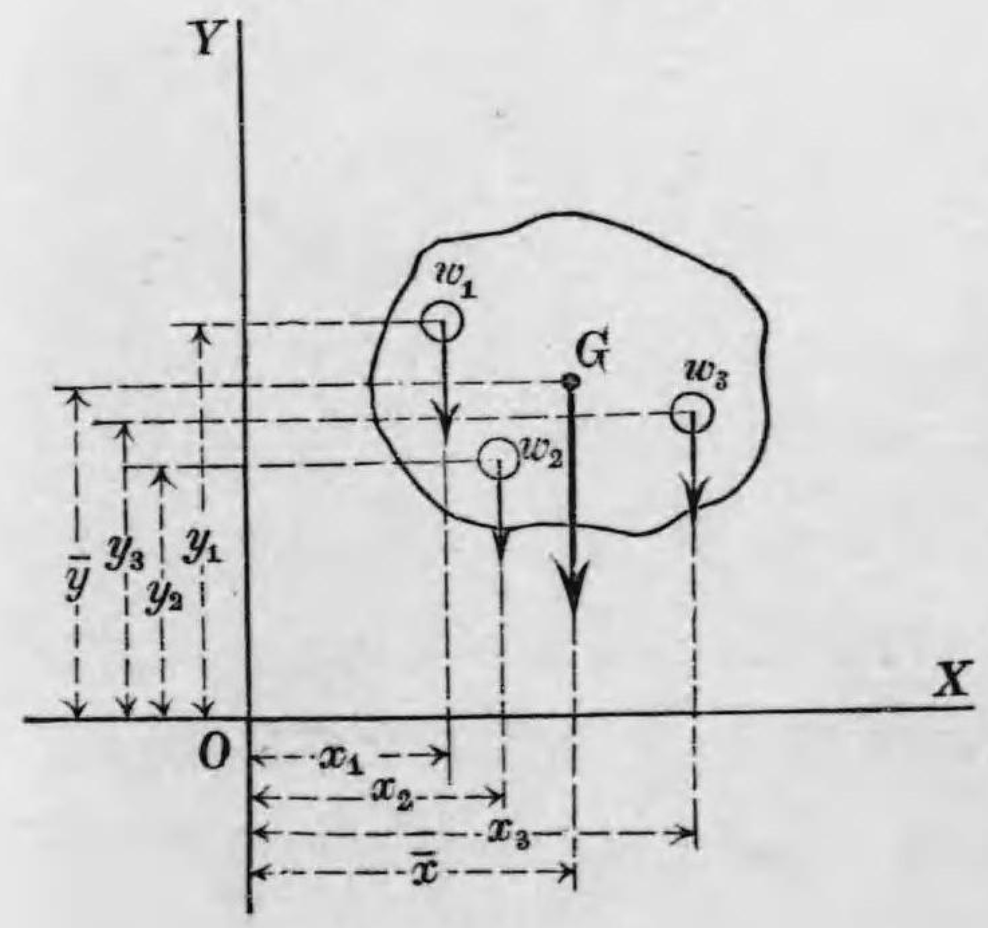
又は　$R_2\times12=7+30+90=127^{ポンド}$

故に　$R_2=\dfrac{127}{12}=10{\cdot}6^{ポンド}$

從て　$R_1=22-R_2=22-10.6=11{\cdot}4^{ポンド}$

29. 重心　物體は小分子の多數集合して成るものであるから、物體の重量は此等小分子に地球重力が作用したる力の合成力と同じものである。而して此等小分子に働く力は總て垂直であるから、物體の重量は此等の平行力の合成力であつて、其合成力の着力點を物體の**重心**と云ふのである。故に物體の重量は重心に働く單一なる力と見做し、各小分子に働く力などは考へるに及ばぬ。

第三十九圖



物體の重心を求むる方法は平行力の合成力の働く位置を求むると同一である故に、玆には此等を求むる方法を同時に述ぶることにする。

第三十九圖に於て物體の小分子に働く平行力又は各分子の重量を w_1, w_2, w_3,……… とし、合成力又は物體の全重量をWとすれば、第28節の定理により

$$W = w_1 + w_2 + w_3 \cdots\cdots$$

或は數學上の略號Σを用ゐれば、

$$W = \Sigma w$$

水平垂直の任意の二軸OX, OYを取り、其交點Oに對する「モーメント」を取れば、多數の力の「モーメント」の代數和は合成力の「モーメント」に等しとの定理[27節]により、

$$w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \cdots\cdots = W\bar{x}$$

故に $\bar{x} = \dfrac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \cdots\cdots}{W}$

又は $\bar{x} = \dfrac{\Sigma wx}{W} = \dfrac{\Sigma wx}{\Sigma w}$ ……………(30)

$\bar{x}$ はO點よりOX軸に沿ふて合成力又は物體の重量を示す示力線に至る距離である。

次に、OY軸を水平の軸と假定すれば、W, w_1, w_2, w_3, …………は、總てOX軸に平行となるから、前と同じく

$$w_1y_1 + w_2y_2 + w_3y_3 + \cdots\cdots = W\bar{y}$$

故に $\bar{y} = \dfrac{\Sigma wy}{W} = \dfrac{\Sigma wy}{\Sigma w}$ ……………(30a)

$\bar{y}$ はO點よりOY軸に沿ふて合成力又は物體の重量を示す示力線に至る距離である。故にOX軸より $\bar{y}$, OY軸より $\bar{x}$ の距離にある點Gは合成力の着力點又

は物體の重心である。

物體の重心を求むる場合に於て全體の質量をMとし、各分子の質量を m_1, m_2, m_3,……… とし、g を地球重力の加速度とすれば、運動の第二法則により

$$w_1 = m_1g\ ;\ w_2 = m_2g\ ;\ w_3 = m_3g\ ;\ \cdots\cdots$$

故に $\Sigma w = g\Sigma m$ 及び $\Sigma wx = g\Sigma mx$

仍て $\bar{x} = \dfrac{\Sigma mx}{\Sigma m} = \dfrac{\Sigma mx}{M}$

同樣に $\bar{y} = \dfrac{\Sigma my}{\Sigma m} = \dfrac{\Sigma my}{M}$ ……………(31)

重量の働く中心を重心と云ふと同じく、此式より求めらるべき中心を**質量の中心**と云ふ。重心と質量の中心とは同點であるは明瞭である。

物體が同質一樣の材料より成る時は、各分子の重量は其容積に比例するは明白である。故に今全體の容積をVとし、各分子の占むる容積を v_1, v_2, v_3, ………とすれば、

$$w_1 = kv_1\ ;\ w_2 = kv_2\ ;\ w_3 = kv_3\ ;\ \cdots\cdots$$

k は或る定數である。

故に $\Sigma w = k\Sigma v$ 及び $\Sigma wx = k\Sigma vx$

仍て $\bar{x} = \dfrac{\Sigma vx}{\Sigma v} = \dfrac{\Sigma vx}{V}$

同樣に $\bar{y} = \dfrac{\Sigma vy}{\Sigma v} = \dfrac{\Sigma vy}{V}$ ……………(32)

此式より求めらるべき中心を**容積の中心**と云ふ。

同質一樣の材料より成る時は、容積の中心は重心及び質量の中心と一致する。

物體が平面形であつて同質一樣の材料より成る時は、重量は表面積に比例するは明白である。故に前と同じ論法により全面積をAとし、各分子の占むる表面積を$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$とすれば、

$$\left.\begin{aligned}\bar{x}&=\frac{\Sigma ax}{\Sigma a}=\frac{\Sigma ax}{\mathrm{A}}\\ \bar{y}&=\frac{\Sigma ay}{\Sigma a}=\frac{\Sigma ay}{\mathrm{A}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

此式より求めらるべき中心を**面の中心**と云ふ。Σax 又はΣayを**面積モーメント**」と呼ぶ。

(附言) 物體の各分子に働く力は必しも一平面上にあらず。然る時は第三軸OZをOXYの平面に直角の方向に取れば、此平面より重心Gに至る距離$\bar{z}$は前と同じ形を以て得らる。即ち

$$\bar{z}=\frac{\Sigma wz}{\Sigma w}=\frac{\Sigma wz}{\mathrm{W}}$$

然し本書に於ては煩雜を避くる爲め、力は總て一平面上に働くものとし、總て第三軸を取らず。

物體には必ず重量があるのであるから詳しい計算には總て物體の重量を計算中に取り入れねばな

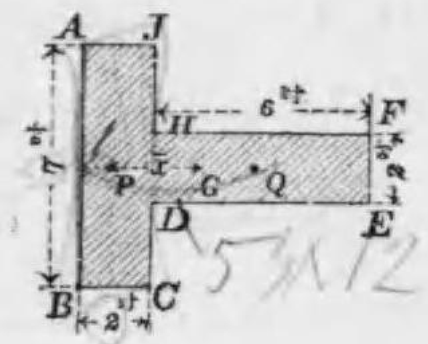
らぬ。

直線の重心は其中點に、圓の重心は其中心に、正方形、長方形及び平行四邊形の重心は二つの對角線の交點に、三角形の重心は一の頂點より其對邊の中點に引きたる中線上、頂點より中線の長さの三分の二を距る點に、楕圓の重心は二つの焦點を結ぶ直線の中點にあること等は幾何學を學びたるものの既に熟知する所である。仍て玆には一般平面形の重心を求むる應用を示すことゝする。偖て公式(33)より$\mathrm{A}\bar{x}=\Sigma ax$ なる關係を得。此關係によりて見るに、任意の軸より重心に至る距離$\bar{x}$に全面積Aを乘じたるものは、各小面積の面積「モーメント」の代數和Σaxに等し。夫故に複雜な平面形の面積「モーメント」を求むる場合に其れが既に面積の大さも知られ其重心の位置も知られたる平面形の集合より成る場合ならば、其等各平面形の面積に、重心に至る距離を乘じたるものを以て其各平面形の面積「モーメント」とし、斯くの如きものゝ代數和を以て全體の面積「モーメント」とすれば善いのである。尙ほ例について説明しやう。

例一、第四十圖に示す平面形の重心を求む。

解、ABを「モーメント」の軸とすれば、長方形AB

第四十圖



CDHJの面積は$2\times7=14$平方吋にして、其重心PはABより1吋の距離にある故に、其面積「モーメント」は$14\times1=14$(吋單位)である。又長方形HDEFの面積は$6\times2=12$平方吋にして、其重心QはABより$2+3=5$吋の距離にある故に、其面積「モーメント」は$12\times5=60$(吋單位)である。依て全體の面積「モーメント」は$14+60=74$(吋單位)である。故にGを全體の重心とし、ABよりの距離を$\bar{x}$とすれば

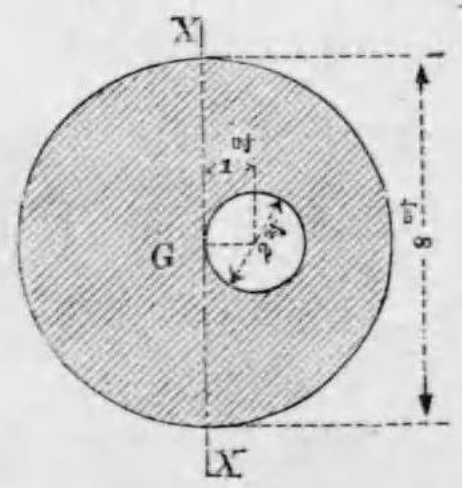
$$\bar{x}=\frac{74}{A}$$

然るに　$A=2\times7+2\times6=14+12=26$平方吋

故に　$\bar{x}=\frac{74}{26}=2{\cdot}85$吋

例二、直徑2吋の孔ある直徑8吋の圓板の重心を求む。但し孔の中心と圓板の中心との距離は1吋なり(第四十一圖)。

第四十一圖



解、圓板の中心を通り、二つの圓心を結ぶ直線に直角なる直線XXを「モーメント」の軸とすれば、此軸に對する孔なき圓板の面積「モーメント」と、

孔の面積「モーメント」との差は、孔ある圓板の面積「モーメント」に等しき筈である。然るに孔なき圓板の重心は圓の中心である故に、圓の中心を通る軸XXに對する其面積「モーメント」は零となる。又孔の面積「モーメント」は$\frac{\pi}{4}\times2^2\times1$(吋單位)にして、孔ある圓板の全面積は$\frac{\pi}{4}(8^2-2^2)$である故に、XXより重心に至る距離を$\bar{x}$とすれば、

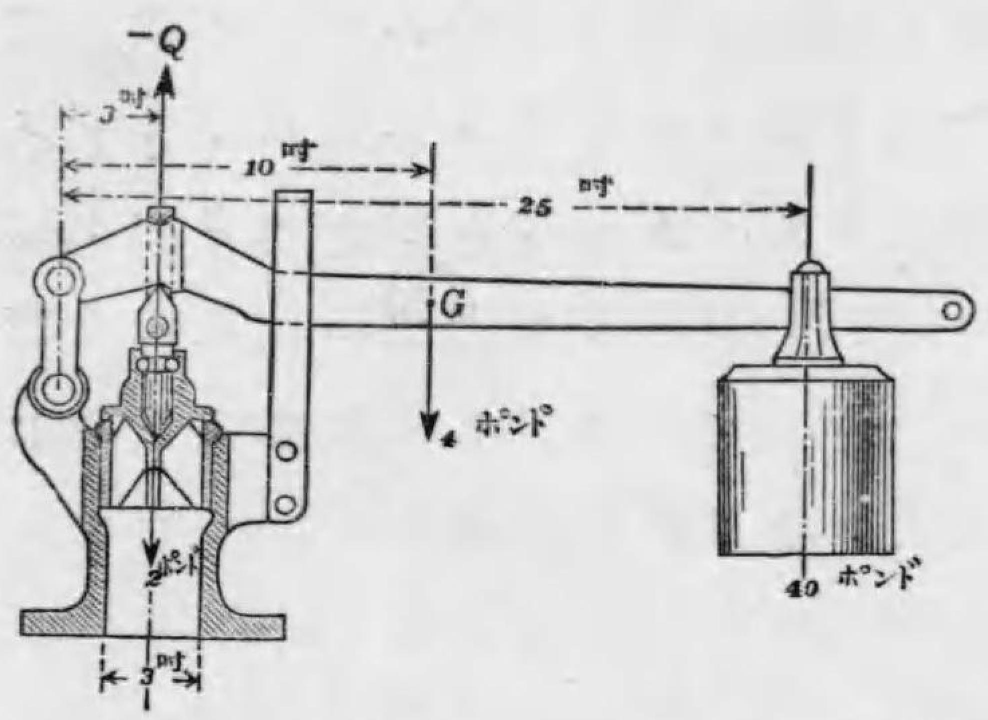
$$\bar{x}=\frac{0-\frac{\pi}{4}\times2^2\times1}{\frac{\pi}{4}(8^2-2^2)}=-\frac{4}{60}=-0{\cdot}0667''$$

負號は、重心がXX軸に對し、孔と反對の側にあることを示す。即ち重心は二つの圓心を結ぶ直線の延長線上に於て、XXの左方0·0667吋の距離にあり。

例三、槓桿安全瓣あり。瓣の直徑3吋、瓣のみの重量2「ポンド」、槓桿の重量4「ポンド」、重錘の重量40「ポンド」にして、槓桿の支點より瓣の中心まで、の距離3吋、槓桿の重心Gまで10吋、重錘まで25吋なりとす。此安全瓣を蒸汽罐(ガマ)に裝置する時は、蒸汽の壓力每平方吋につき何「ポンド」となりたる時安全瓣は開くか(第四十二圖)

解、瓣の重量は瓣の中心に、又槓桿の重量は其重心Gに、單一なる力として働くものと見做し得らるゝのである。偖て此裝置に於て槓桿は釣合ひにあるのであるから、瓣を壓す力をQとすれば、Qは此等の力の合成力であつて $-Q$ は其釣り合はせ力である。故に槓桿の支點に對する「モーメント」を取れば、

第四十二圖



$$-Q\times3+2\times3+4\times10+40\times25=0$$

$$-3Q+6+40+1000=0.$$

$$3Q=1046$$

故に　$Q=349^{ポンド}$

今蒸汽の壓力を毎平方吋につきp「ポンド」とすれば、安全瓣が將に開かんとする時には、瓣の面積にpを乘じたるものはQと釣合ふ譯であるから、

$$\frac{\pi}{4}\times3^2\times p-Q=0$$

$$7{\cdot}07\times p-Q=0$$

故に　$p=\dfrac{Q}{7{\cdot}07}=\dfrac{349}{7{\cdot}07}=49{\cdot}4^{ポンド}/_{平方吋}$

以上の計算には瓣の背後に働く大氣の壓力を算入しなかつた。夫故今求めたpの値は大氣の壓力以上の蒸汽の壓力である。故に眞空を基礎とした壓力即ち絕對壓力を求むるものとすれば、之れに大氣の壓力毎平方吋につき14·7「ポンド」を加へねばならぬ。即ち

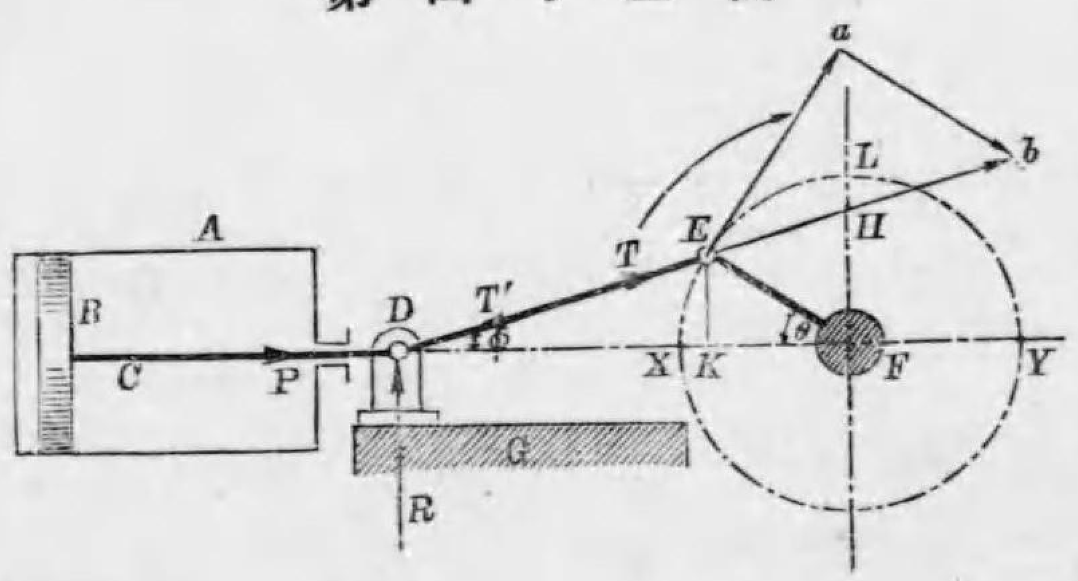
絕對壓力 $=49{\cdot}4+14{\cdot}7=64{\cdot}1^{ポンド}/_{平方吋}$

(附言) 壓力の大さを云ひ表はすに、通常單位面積上に及ぼす壓力を以てす。故に壓力は毎平方吋何「ポンド」又は何噸と云ひ、此等を$^{ポンド}/_{平方吋}$、$^{噸}/_{平方吋}$などゝ略記する。氣壓(大氣の壓力のこと)及び汽壓(蒸汽の壓力のこと)は通例毎平方吋何「ポンド」を以てし、非常なる高壓力例へば水壓力の如きには時々毎平方吋何噸を以てす。殊に高壓力の場合には毎平方吋何氣壓を以てすることもある。1氣壓は毎平方吋約15「ポンド」である。毎平方呎の壓力

を用ふることは極く稀てある。

30. 蒸汽機關裝置　第四十三圖は、蒸汽機關其他瓦斯機關、石油機關等に於て、「ピストン」の往復運動を「クランク」の回轉運動に變化せしむる裝置の略圖てある。Aは「シリンドル」、Bは「ピストン」、Cは「ピストン」銲、DEは連銲、EFは「クランク」、Fは「クランク」軸、Dは「ピストン」銲と

第四十三圖



連銲とを連結する十字頭、Gは十字頭の導板てある。今汽壓を毎平方吋p「ポンド」とし、「ピストン」の面積をA平方吋とすれば、「ピストン」を壓す汽壓の全量はAp「ポンド」てある。之れをPとすればPなる力が十字頭を右方に壓す。夫れが爲に連銲はTなる力を以て右方に壓される。然る時は、運動の第三法則によりて連銲にはTに等しき且つ反對なる力T'を生じて反對に十字頭を左方に壓す。即ち十字頭は、左方からP、右方からT'なる力を以て壓される。然るにPとT'とは同一直線上にあらぬ故に、必ず第三の力

がなければ十字頭は釣合はぬ[24節]。此第三の力は導板から直角に上方に向つて作用する反働力Rてある。斯くの如くP, T', Rなる三力の作用によりて十字頭は釣合ひの有樣にあるのてある。此等三力は、力の三角形又はラミの定理を應用して夫々其大さを求めることは容易てある。

「ピストン」銲に加へらるゝ力Pの爲に連銲はTの力を以て右方に壓される。今TをEbなる「ヹクトル」を以て表はし之れを「クランク」EFに直角及び平行なる二方向に分解する「ヹクトル」算法を行ふ時は、abは「クランク」に沿ふて「クランク」を壓す力となり、Eaは「クランク」を回轉する力となる。即ちEa×FEは回轉「モーメント」又は「トルク」てある。

十字頭の釣合ひを考ふるに、ラミの定理[25節]により角EDFをϕ（ファイ）とすれば、

$$\frac{T'}{\sin 90^\circ}=\frac{R}{\sin(180^\circ-\phi)}=\frac{P}{\sin(90^\circ+\phi)}$$

即ち

$$T'=\frac{R}{\sin\phi}=\frac{P}{\cos\phi}$$

TとT'とは大さ相等しき故に大さのみを考ふれば

$$T=\frac{P}{\cos\phi}$$

EKをDFに垂直に引けば

$$\cos\phi=\frac{DK}{DE}$$

故に　$\mathrm{T}=\mathrm{P}\times\dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{DK}}$ ……………………(a)

次に角 EFD を θ とすれば

角　$b\mathrm{EF}=\theta+\phi$

故に　角　$b\mathrm{E}a=90^\circ-(\theta+\phi)$

故に　$\mathrm{E}a=\mathrm{E}b\,cos\,b\mathrm{E}a=\mathrm{E}b\,cos[90^\circ-(\theta+\phi)]$

$=\mathrm{E}b\,sin(\theta+\phi)$

然るに　$\mathrm{E}b=\mathrm{T}$

故に　$\mathrm{E}a=\mathrm{T}\,sin(\theta+\phi)=\mathrm{T}(sin\theta cos\phi+cos\theta sin\phi)$

$$=\mathrm{T}\left(\frac{\mathrm{EK}}{\mathrm{FE}}\times\frac{\mathrm{DK}}{\mathrm{DE}}+\frac{\mathrm{FK}}{\mathrm{FE}}\times\frac{\mathrm{EK}}{\mathrm{DE}}\right)$$

$$=\mathrm{T}\times\frac{\mathrm{EK}(\mathrm{DK}+\mathrm{FK})}{\mathrm{FE}\times\mathrm{DE}}=\mathrm{T}\times\frac{\mathrm{EK}\times\mathrm{DF}}{\mathrm{FE}\times\mathrm{DE}}$$

之れに(a)式の値を代入すれば

$$\mathrm{E}a=\mathrm{P}\times\frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{DK}}\times\frac{\mathrm{EK}\times\mathrm{DF}}{\mathrm{FE}\times\mathrm{DE}}=\mathrm{P}\times\frac{\mathrm{EK}\times\mathrm{DF}}{\mathrm{DK}\times\mathrm{FE}}\cdots(b)$$

之れは「クランク」を回轉する力である。又「トルク」は $\mathrm{E}a\times\mathrm{FE}$ なる故に、

トルク $=\mathrm{P}\times\dfrac{\mathrm{EK}\times\mathrm{DF}}{\mathrm{DK}}$ ……………(c)

今、DE の延長線と DF に直角なる直線 FL との交點を H とすれば三角形 DKE と三角形 DFH とは相似形なる故に、

$$\frac{\mathrm{DF}}{\mathrm{DK}}=\frac{\mathrm{FH}}{\mathrm{EK}}$$

又は　$\dfrac{\mathrm{EK}\times\mathrm{DF}}{\mathrm{DK}}=\mathrm{FH}$

此値を(c)式に代入すれば

トルク $=\mathrm{P}\times\mathrm{FH}$ ……………………(34)

従て　「クランク」を回轉する力 $=\mathrm{P}\times\dfrac{\mathrm{FH}}{\mathrm{FE}}\cdots(34a)$

即ち連桿が「クランク」を回轉する「トルク」は「ピストン」にかゝる全體の力と、FH との乘積を以て表はさる。然るに H は連桿の位置により變化する點であるから、「トルク」も亦時々刻々其大さを變ずるものであることが判かる。例へば連桿の外端 E が X 及び Y の位置に來る時は、FH は零となる故に「トルク」も亦零となり、連桿と「クランク」とが直角となる位置に於ては、FH は最大となる故に此時は「トルク」は最大である。要するに連桿が「クランク」の回轉する圓の接線の方向に來る時の「トルク」は最大で其他の位置に於ては總て之れよりは小である。

第五章 問題

1. 12呎の距離にある二つの支柱を以て水平に支へられたる棒あり。此棒の上に左方の支柱より1,5,及び10呎の距離に、順次に7,6,及び9「ポンド」の重量を懸けたる時、支柱の反働力を求む。

2. 10呎の距離にある二つの支柱を以て水平に支へられたる棒の上に、2,3,及び5噸の三つの重量が一方の支柱より順次に3,4,及び8呎の距離に載せてある時、支柱の反働力を求む。

3. 瓣の直徑4吋、瓣のみの重量20「ポンド」なる「おもし」安全瓣あり。蒸汽の壓力が毎平方吋80「ポンド」となりたる時、瓣が自然に開かるゝ樣にせんには瓣の上に何「ポンド」の重量を載すべきか。

4. 長さ14吋、重量4「ポンド」の斷面一樣なる棒の一端に重量8「ポンド」の物體を吊り、此棒を水平の釣合ひにあらしめん爲の支柱の位置を求む。

5. 斷面一樣にして重量5「ポンド」の棒の一端に10「ポンド」の重量を吊り、其重量より9吋を距る點に支柱を置きたるに水平の釣合ひを保ちたりと云ふ棒の長さを求む。

6. 長さ12呎の棒を垂直に立て、其頂點に繩を結び、之れを水平面と25度の角をなす方向に120「ポンド」の力を以て引き、他の繩を地面より5呎の高さに於て棒に結び之れを水平の方向に引き、棒をして直立の位置を保たしめんとす。何「ポンド」の力を以て第二の繩を引くべきか。

7. 一端に蝶番ありて上下に回轉し得らるゝ長さ3呎の棒の他端に支柱を置きて棒を水平に支へ、蝶番ある端より21吋を距る點に、20「ポンド」の外力を棒と45度の角をなす方向に加ふる時は、蝶番及び支柱の反働力を求む。

8. 兩端を支柱にて支へたる長さ10呎の棒の一端より3呎の點に7噸の重量を置きたるものあり。左右支柱の反働力を等しからしめんには、別に19噸の重量を何れの點に置くべきか。

9. 壁に立て掛けたる長さ18呎、重量40「ポンド」の梯子あり。梯子の底點を壁の底より7呎を隔てゝ置く時は、地面及び壁の反働力の大さ及び其方向を求む。但し壁は平滑にして摩擦なきものとし、梯子の重量は梯子の中央に働くものとすべし。

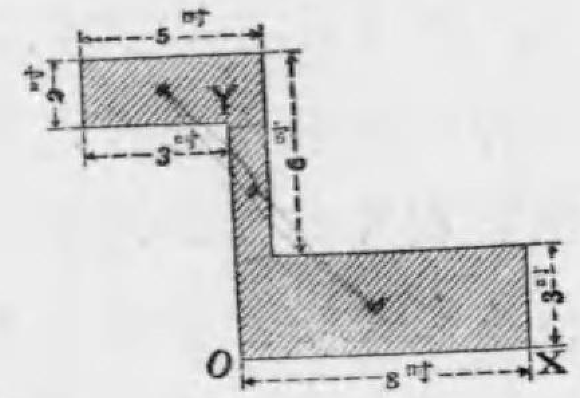
[附言、—摩擦なき時は反働力は其面に直角に働く]

10. 長き底邊の長さb,短き底邊の長さb',高さhな

る梯形の重心を求む。

11. 第四十四圖に示す平面形の重心を求む。

第四十四圖



第六章 摩擦

31. 摩擦 二物體相接觸せる場合に、相接する表面に於て、相互の運動を防害し抵抗する力を生ずるものである。此現象を**摩擦**と云ひ抵抗する力を**摩擦力**と云ふ。摩擦は物體が運動を起さんとせずして只静止せる時は起らぬものであるが、少しにても運動を起さんとするか、又は運動しつゝある物體には必ず作用する。言はゞ、摩擦は運動に對して防害を與ふる物體特有の性質である。而して静止せる物體が運動を起さんとする時に顯はれる摩擦を**静摩擦**と云ひ、運動しつゝある物體に作用する摩擦を**動摩擦**と呼ぶ。動摩擦は通例静摩擦よりは小さい。

静止せる物體が運動を起さんとすれば摩擦が作用するのであるから、運動を起させんには是非共摩擦力よりも大なる力を與へねばならぬ。摩擦力は外力の作用によりて初めて顯はれるものであるから、物體を運動せしめんとする力が小なれば摩擦力も從て小で、運動せしめんとする力が大となるに從ひ摩擦力も次第に大となる。然し摩擦力の大さは物體の性質により限りあるもので、或る一定の大さ以上には顯れぬ。此最大の摩擦力を**極限摩擦**と云ふ。故に物體に運動を起させんには、極限摩擦よりも大なる力を加へねばならぬ。又運動を經續しつゝある物體は絶えず極限摩擦に打ち勝ちつゝ運動せねばならぬ。然らざれば摩擦の爲に速度は次第に減少し、終に静止する様になる。例へば機械類を運轉させんには、所要の仕事を成すに必要なる力の外に極限摩擦に打ち勝つ丈けの力を餘分に與へねばならぬのである。

摩擦に關する法則を次に示す。何れも實驗上から得た結果である。

第一. 摩擦力は常に運動の方向に反對に作用し、且つ運動を起さんとする力と共に增加し終に極限摩擦に達す。

第二、極限摩擦の大さは物體の互に相接觸する表面の性質により異なる。

第三、極限摩擦の大さは相接觸する表面に直角なる垂壓力に正比例す。

第四、摩擦力の大さは相接觸する表面の大小に關することなし。

第五、速度の大小に對し、摩擦力には大なる差なし。

以上の法則を綜合するに、Rを相接觸する表面に直角なる垂壓力とし、Fを極限摩擦とすれば、

$$F \propto R$$

又は

$$F=\mu R \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

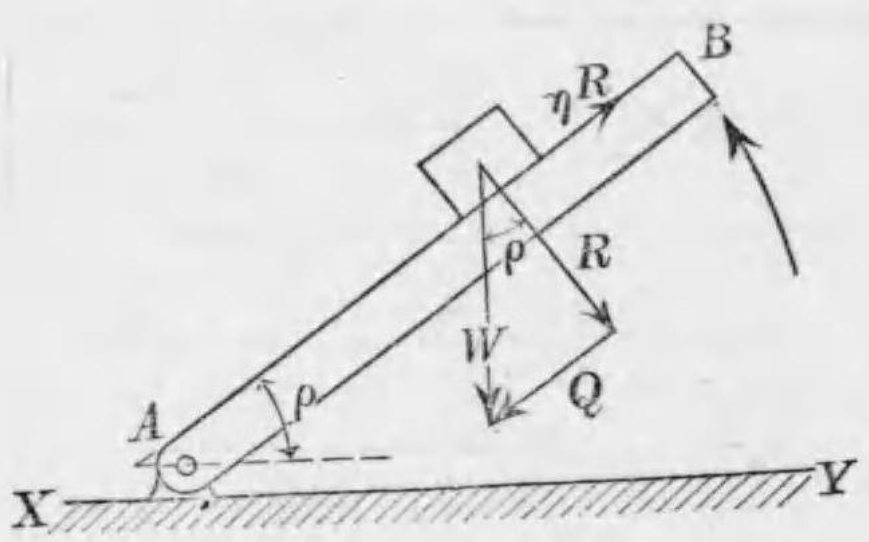
但しμ(ミュー)は相接觸する表面の性質によりて一定なる係數であつて、之れを**摩擦係數**と呼ぶ。靜摩擦の摩擦係數は動摩擦の摩擦係數よりは通例小であるが速度の大小には餘り關係せぬ。又Fは常に運動を起さしめんとする外力の作用する方向に反對に働くものである。吾人の日常口にせる摩擦力とは極限摩擦のことである。第一表は重なる接觸面の極限摩擦の値を示したものである。

32. 摩擦角 第四十五圖に於てXYを水平面としてABを他の板とす。但しABの一端Aは蝶番を

第一表、重なる接觸面の摩擦係數

相接觸する材料の種類	接觸面の狀況	摩擦係數	
		靜摩擦	動摩擦
木材と木材	乾燥せるとき	0·3 乃至0·7	0·20乃至0·48
”	石鹼水を濺ぎたるとき	0·22 ” 0·44	0·14 ” 0·16
”	脂肪を塗りたるとき	0·3 ” 0·4	0·02 ” 0·10
金屬と木材	乾燥せるとき	0·6	0·20 ” 0·62
”	脂肪を塗りたるとき	0·1	0·10 ” 0·16
金屬と金屬	乾燥せるとき	0·15乃至0.24	0·15 ” 0·24
”	時々注油するとき	0·11 ” 0·16	0·07 ” 0·08
”	絶えず注油するとき	——	0·04 ” 0·06
革と木材	乾燥せるとき	0·62	0·3 ” 0·5
”	油を濺ぎたるとき	0·13	——
革と金屬	乾燥せるとき	0·62	0·56
”	濕潤せるとき	0·80	0·36
”	脂肪を塗りたるとき	0·27	0·23
”	油を濺ぎたるとき	0·13	0·15
麻繩と金屬	乾燥せるとき	——	0·20乃至0·34
”	脂肪を塗りたるとき	——	0·15

第四十五圖



以てXYに固定し、Bの端を動かしてABをXYに對し任意の角に傾け得るものとす。偖て板ABの上に重さWの物體を置き、板を傾ける時は板の面に直角及び平行なる二方向に於けるWの分力の内、直角分力Rは相接觸する表面に直角なる壓力となり、平行分力Qは板の面に沿ふて物體に運動を起さんとする力となる。此力Qは板を傾けること大なる程大なる値となることは見易きことである。然るに摩擦の性質として運動を起さしめんとする力Qが大となるに從ひ摩擦力も次第に大となるが、極限摩擦よりも大なる摩擦力は起らぬのであるから、Qが極限摩擦よりも小なる間は物體は運動を起さぬ。然し板を傾くること次第に多くなり、極限摩擦にQが等しくなりたる瞬間は、即ち物體が將に運動を初めんとする瞬間であつて、斯かる瞬間に於ける水平面XYと板との間の角BAYを摩擦角と云ふ。今角BAYを ρ とすれば、WとRとの間の角も亦 ρ であるから

$$R = W\cos\rho$$

及び $$Q = W\sin\rho$$

摩擦係數を μ とし極限摩擦をFとすれば、

$$F = \mu R = \mu W\cos\rho$$

然るに運動を初めんとする瞬間即ち ρ が摩擦角である場合には、

$$Q = F$$

故に $$W\sin\rho = \mu W\cos\rho$$

仍て $$\mu = \frac{\sin\rho}{\cos\rho} = \tan\rho \quad \text{.........(36)}$$

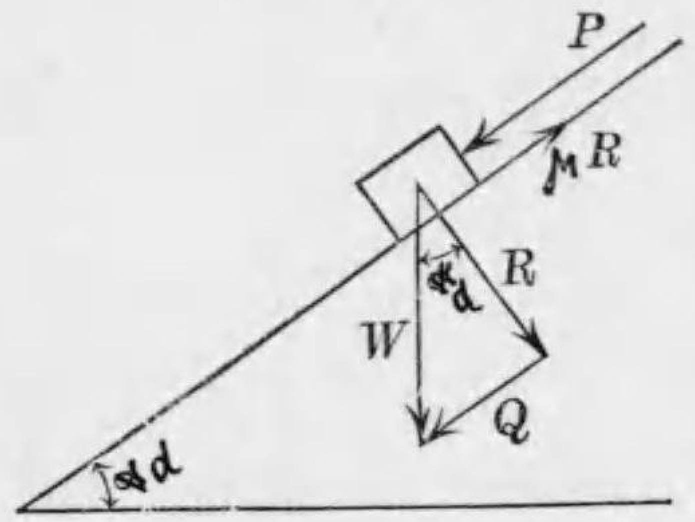
此結果は摩擦角の正切は摩擦係數に等しきことを表明するものである。

33. 斜面上物體を動かすに要する力、 斜面の應用は機械構造上割合に多く甚だ必要なるものゝ一である故に、種々の場合について稍々詳しく述べやう。

第一、 斜面に平行なる外力を以て、斜面に沿ふて物體を押し卸ろす場合。

斜面の傾角が摩擦角よりも大なる時は、斜面上の物體は自然に落下するから落下せしめん爲に他の力を加へる必要はない。然し傾角が摩擦角よりも小なる時は物體は運動を起さぬから、落下せしめんには他の力を與へねばならぬ。然らば幾何の力を

第四十六圖



斜面に平行に與へれば落下せしめ得るかと云ふに、第四十六圖に於て傾角をαとすれば、前節に述べた如く落下せしめんとする力Qは$W\sin\alpha$であつて摩擦力は$\mu R=\mu W\cos\alpha$である。此内Qは斜面に沿ふて下方に働き、μRは之れと反對に斜面に沿ふて上方に働く。故に斜面に沿ふて押し卸ろすに要する力をPとすれば、

$$P=\mu R-Q=\mu W\cos\alpha-W\sin\alpha$$

$$=W(\mu\cos\alpha-\sin\alpha)$$

摩擦角をρとすれば$\mu=\tan\rho$である故に、

$$P=W(\tan\rho\cos\alpha-\sin\alpha)=W\left(\frac{\sin\rho}{\cos\rho}\cos\alpha-\sin\alpha\right)$$

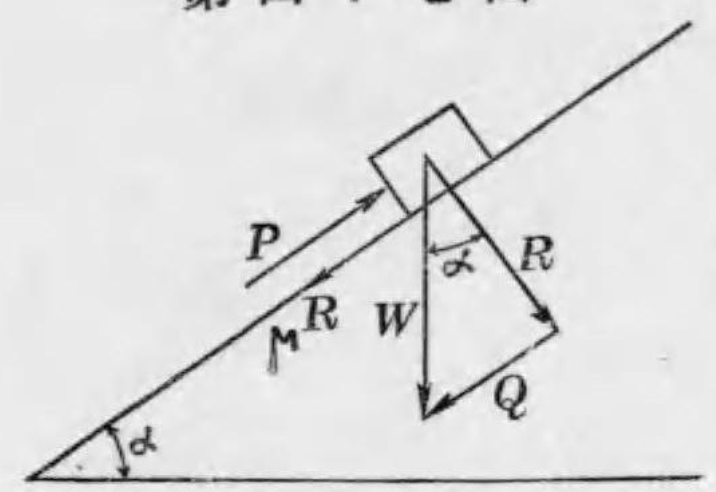
$$=W\frac{\sin\rho\cos\alpha-\cos\rho\sin\alpha}{\cos\rho}$$

故に　$P=\dfrac{W}{\cos\rho}\sin(\rho-\alpha)$ ……………………………(37)

此結果に於て、若し$\alpha=\rho$となる時は$P=0$となり、又$\alpha=0$なる時、即ち斜面が水平である時には$P=W\tan\rho=\mu W$となる。無論斯くあるべき筈である。

第二、斜面に平行なる外力を以て、斜面に沿ふて物體を押し上げる場合。

第四十七圖



第四十七圖に於て見る如く、此場合にはQとμRとは何れも斜面に沿ふて下方に働くことゝなるから、押し上げるに要する力をPとすれば、

$$P=\mu R+Q=\mu W\cos\alpha+W\sin\alpha$$

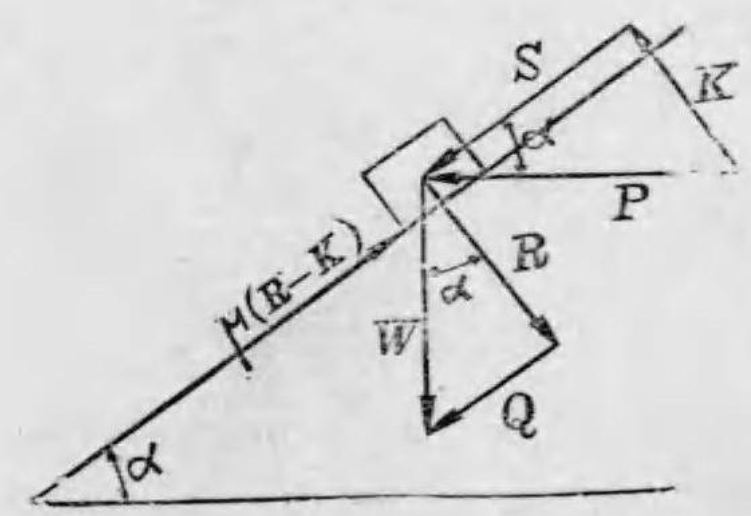
$$=W(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)=W(\tan\rho\cos\alpha+\sin\alpha)$$

$$=W\left(\frac{\sin\rho}{\cos\rho}\cos\alpha+\sin\alpha\right)=W\frac{\sin\rho\cos\alpha+\cos\rho\sin\alpha}{\cos\rho}$$

故に　$P=\dfrac{W}{\cos\rho}\sin(\rho+\alpha)$ ……………………………(38)

第三、水平なる外力を以て、斜面に沿ふて物體を押し卸ろす場合。

第四十八圖



第四十八圖に於て押し卸ろすに要する水平の外力をPとし、斜面に平行及び直角の二方向に於けるPの分力をK及びSとすれば、Sは斜面に沿ふて物體を卸ろす力となり、Kは斜面に直角に物體を

斜面より離さんとする力となる。故に接觸面の壓力は減じて R−K となり從て摩擦力は $\mu(R-K)$ となる。之れが外力Sに常に反對に働くのであるから、

$$S=\mu(R-K)-Q$$

然るに $R=W\cos\alpha\,;\ Q=W\sin\alpha\,;\ K=P\sin\alpha\,;$

$$S=P\cos\alpha\,;\ \mu=\tan\rho$$

故に $P\cos\alpha=\tan\rho(W\cos\alpha-P\sin\alpha)-W\sin\alpha$

之れを書き直ほすと

$$P(\cos\alpha+\tan\rho\sin\alpha)=W(\tan\rho\cos\alpha-\sin\alpha)$$

$$P\left(\cos\alpha+\frac{\sin\rho}{\cos\rho}\sin\alpha\right)=W\left(\frac{\sin\rho}{\cos\rho}\cos\alpha-\sin\alpha\right)$$

$$P\frac{\cos\rho\cos\alpha+\sin\rho\sin\alpha}{\cos\rho}=W\frac{\sin\rho\cos\alpha-\cos\rho\sin\alpha}{\cos\rho}$$

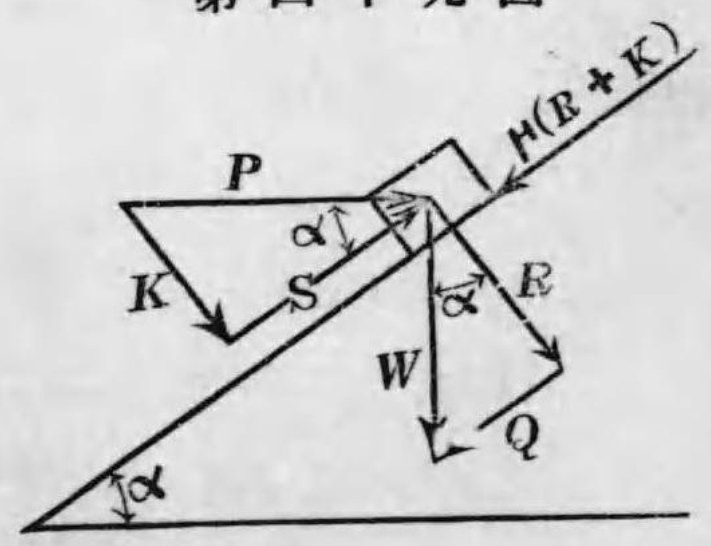
$$P\cos(\rho-\alpha)=W\sin(\rho-\alpha)$$

$$P=W\frac{\sin(\rho-\alpha)}{\cos(\rho-\alpha)}$$

故に $P=W\tan(\rho-\alpha)$ ....(39)

第四、水平なる外力を以て斜面に沿ふて物體を押し上げる場合。

第四十九圖



此場合にはQと摩擦力とは同方向になるから、SはQと摩擦力との和に等しく、且つ接觸面の壓力は

R+K となる事總て第四十九圖によりて明白である。仍て

$$S=\mu(R+K)+Q$$

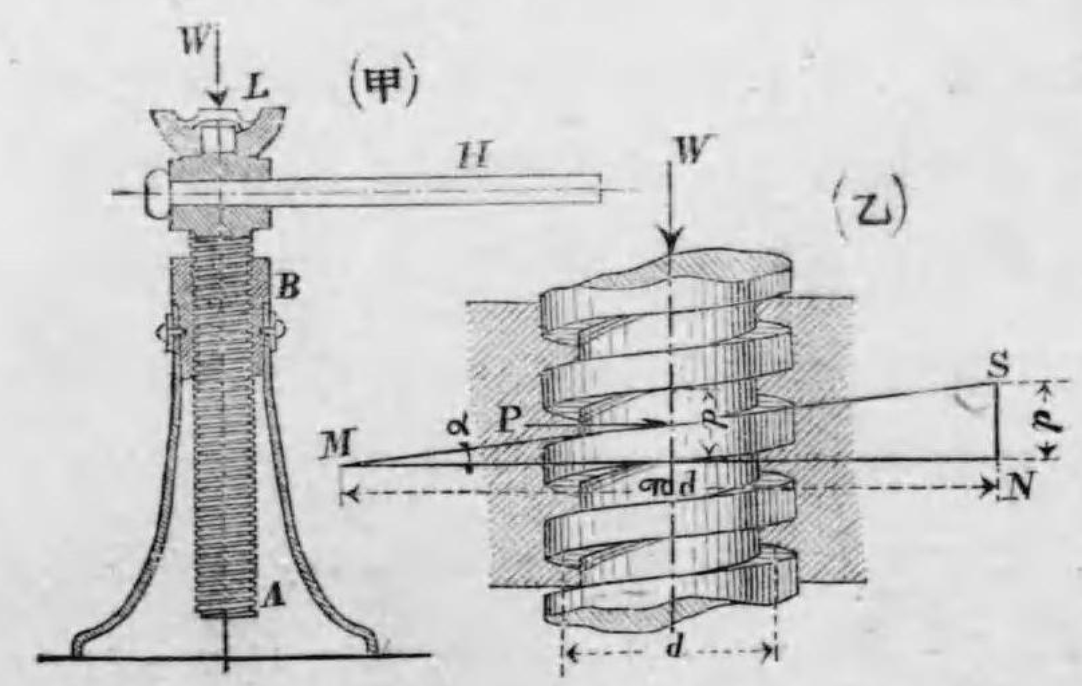
或は $P\cos\alpha=\tan\rho(W\cos\alpha+P\sin\alpha)+W\sin\alpha$

第三の場合と同樣の計算を行ふ時は最後に次の結果を得。

$P=W\tan(\rho+\alpha)$ ....(40)

34.「ねぢ-ジヤツク」 第五十圖(甲)は「をねぢ」Aが「めねじ」Bに嵌まりて運動し、荷物の揚げ卸ろしに用ゐる「ねぢ-ジヤツク」と呼ぶ機械の構造を示したものである。Hなる把手(トツテ)を廻はせば「をねぢ」が廻はり、其作用によりてLなる臺の上に載せてある荷物が揚げ卸ろしされる仕組みてある。(乙)圖は「めねぢ」と「をねぢ」との作用を明示せん爲に「ねぢ」の一部を別に大きく示したものである。

第五十圖



偖て紙片にて三角形MNSを作り、底邊MNを水平に置きて之を他の丸棒に卷き附ける時は、斜邊MSは丁度「ねぢ」山を形作る。或は圖に示す如き「ねぢ」であるならば、四角な細長き棒を水平にα角丈け傾けて他の垂直な丸棒のまわりに卷き附ける時は丁度「ねぢ」山が出來る。何れの場合にも棒の軸に沿ふて測つた、相隣る二つの「ねぢ」山の間の中心距離を刻みと云ふ。故に「ねぢ」棒の一回轉する毎に「ねぢ」棒は其軸の方向に刻みに等しき距離丈け動くのである。(但し二重「ねぢ」ならば刻みの二倍、三重「ねぢ」ならば刻みの三倍を動く。圖に示すは一重「ねぢ」である。)

今「ねぢ」山の平均直徑をdとすれば、其周圍の長さはπdであるから、底邊MNがπdの長さを有するMNSなる三角形の紙片を丸棒に卷き附ければ、丁度一と卷きの「ねぢ」が出來る。其時此三角形の高さNSは刻みとなる譯である。又反對に一と卷きの「ねぢ」を一平面上に廣げたと假定すれば、底邊の長さπdにして高さ刻みに等しき三角形MNSを得る筈である。夫故「ねぢ」は斜面の一種である事が直ぐに知られるであらう。而して角SMNは「ねぢ」が「ねぢ」棒の軸に對して傾ける角を示すものであつて、斜面の傾角と同一のものである。斯樣に「ねぢ」は斜面を丸棒に卷

き附けたと見做さるべきもので一種の斜面であるから、斜面に關する總ての理論は「ねぢ」に其儘應用さるべき筈である。

偖て「ねぢ」棒を垂直に立て、MNを水平の方向とすれば「ねぢ」棒に荷物Wがかゝる時、「ねぢ」山の平均直徑の一端に、直角に働く水平の力Pを以て「ねぢ」棒を廻はし、Wを押し上ぐる關係は、丁度前節第四の場合に該當する。依て公式(40)により、PとWとは次の式を以て表はさる。

$$P=W\tan(\rho+\alpha)$$

但しρは摩擦角,αは傾角即ち角SMNである。此式を書き直ほす時は、

$$P=W\frac{\tan\rho+\tan\alpha}{1-\tan\rho\tan\alpha}$$

或は刻みをpにて表はせば

$$\tan\alpha=\frac{NS}{MN}=\frac{p}{\pi d}\ ;\ \tan\rho=\mu \text{ 即ち摩擦係數、}$$

故に $$P=W\frac{\mu+\frac{p}{\pi d}}{1-\frac{\mu p}{\pi d}}=W\frac{\mu\pi d+p}{\pi d-\mu p}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(41)$$

若し摩擦なしと假定すれば$\mu=0$となるから、

$$P=W\frac{p}{\pi d}$$

となるが、實際摩擦なきことはあり得べからざることである。

「ねぢ」棒の一回轉毎に平均直徑の一端はπdなる變位をなす。夫故

一回轉する時の仕事$=P.\pi d=W\frac{\mu\pi p+p}{\pi d-\mu p.}\pi d$

從てn回轉する時の仕事の全量は之れのn倍てある。

次に「ねぢ」棒にかゝる荷物Wを、「ねぢ」山の平均直徑の一端に、直角に働く水平の力Pを以て、「ねぢ」棒を廻はしてWを卸ろす場合てあるならば、前節第三の場合に該當する故に、公式(39)より

$$P=W tan(\rho-\alpha)$$

又は
$$P=W\frac{tan\rho-tan\alpha}{1+tan\rho tan\alpha}$$

前と同一の計算により

$$P=W\frac{\mu\pi d-p}{\pi d+\mu p}$$

若し此場合にPが負號の値となれば、力Pを加へずとも「ねぢ」棒は自然に廻はつてWは自然に降りる譯てある。而してWが自然に降りるか降りざるかの界目はPが零なる時てある。然るにPが零なるか或は負號の値てある爲には、上式を見て判斷し得らるゝ如く次の關係があらねばならぬ。即ち

$$tan\rho-tan\alpha\leqq 0$$

又は
$$\mu\pi d-p\leqq 0$$

或は
$$tan\rho\leqq tan\alpha \quad 即ち \quad \alpha\geqq\rho$$

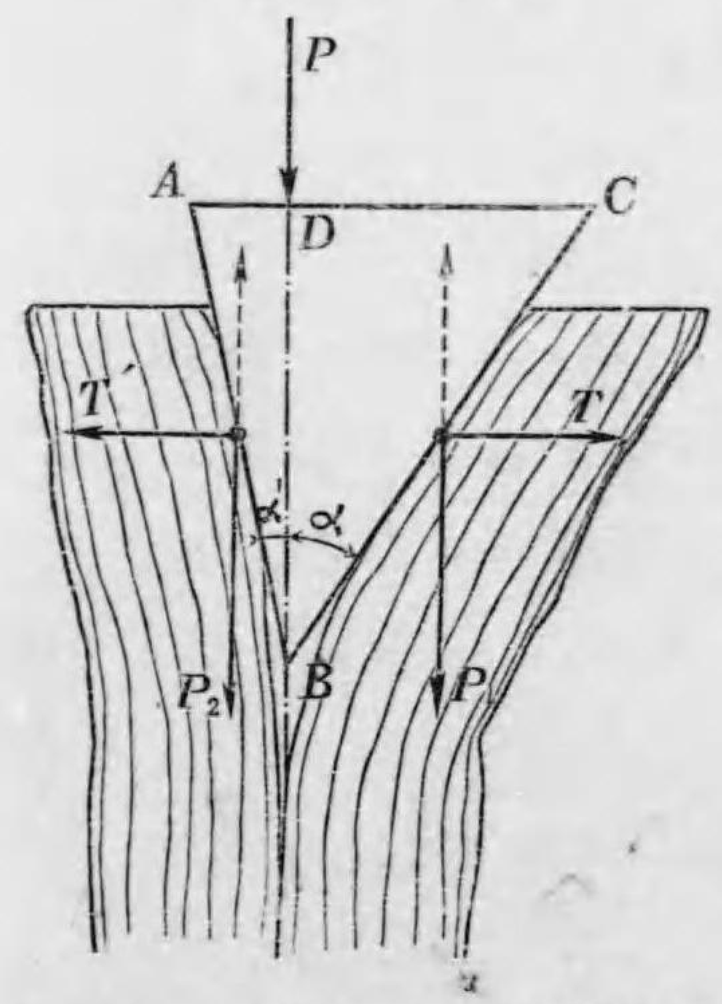
又は
$$p\geqq\mu\pi d.$$

即ち「ねぢ」の傾角αが摩擦角よりも大なる時、又は「ねぢ」山の刻みが$\mu\pi d$よりも大なる時は、「ねぢ」棒は自然に廻はつて荷物は自然に降りる。此關係は實際に於て甚だ重要な事柄てある。

以上の計算に於て若し「ねぢ」が二重「ねぢ」ならばpの代はりに$2p$を置き、三重「ねぢ」ならば$3p$を置くべし。

35. 楔（クサビ） 第五十一圖は楔を以て木を割る樣な場合の楔の作用を示したもので、亦斜面の一の應用である。今ABCを楔とし、DBをACに直角なる楔の軸とし、角DBCをα、角DBAをα'とす。偖て楔の頭に外力Pを加へて楔を木の裂口に壓し入れる時は、PはABとCBとの面に於てP_1及びP_2として働き、木はT及びT'なる壓力を以て壓し廣げらる。今DBを界目としABDとCBDなる二つの楔に分けたと考へ、此等各々の楔について力の働く有樣を精細に

第五十一圖



觀察する時は、丁度第33節第四の場合に該當することが判かる。依て公式(40)を應用すれば、

ＣＢＤなる楔に於ては　　$P_1=T\,tan(\rho+\alpha)$

ＡＢＤなる楔に於ては　　$P_2=T'\,tan(\rho+\alpha')$

然るに物體釣合ひの第一條件[27節]により、ＤＢとＡＣとを直交する二つの軸と考へれば、

$$T=T' \quad \text{及び} \quad P_1+P_2=P$$

故に　　$P_1=T\,tan(\rho+\alpha)$

及び　　$P_2=T\,tan(\rho+\alpha')$

而して　$P=P_1+P_2=T\,[tan(\rho+\alpha)+tan(\rho+\alpha')]$………(42)

若し楔の形が二等邊三角形であるならば、$\alpha=\alpha'$となるから上式は次の如くなる。

$$P=2T\,tan(\rho+\alpha)\text{……………………………(42a)}$$

又若し楔の形が直角三角形であるならば、αとα'との內何れか零になるから、假りにα'を零とすれば(42)式は次の如くなる。

$$P=T\,[tan(\rho+\alpha)+tan\rho]$$

或は摩擦係數をμとすれば、$tan\rho=\mu$であるから

$$P=T\,[tan(\rho+\alpha)+\mu]\text{………………………(42b)}$$

以上は楔を壓し込む場合であるが、木の間に挾まれる楔を拔き取る場合であるならば、ＴとＴ'との向きは變はらぬが、P_1とP_2とは第五十一圖に點線で示

した如く向きは前と反對になり、力の働く有樣が丁度第33節第三の場合に該當する樣になる。依て公式(39)を應用すれば、

ＣＢＤなる楔に於ては　　$P_1=T\,tan(\rho-\alpha)$

ＡＢＤなる楔に於ては　　$P_2=T\,tan(\rho-\alpha')$

故に　　$P=P_1+P_2=T\,[tan(\rho-\alpha)+tan(\rho-\alpha')]$……(43)

若し二等邊三角形の楔ならば、$\alpha=\alpha'$となるから

$$P=2T\,tan(\rho-\alpha)\text{……………………………(43a)}$$

若し直角三角形の楔ならば、$\alpha'=0$となるから

$$P=T\,[tan(\rho-\alpha)+\mu]\text{………………………(43b)}$$

公式(43)に於て、$tan(\rho-\alpha)+tan(\rho-\alpha')$が零か又は負であればＰは零又は負となるから、楔は外力を加へずとも自然に拔ける。尙ほ詳しく調べて見るに、

$$tan(\rho-\alpha)+tan(\rho-\alpha')\lesseqgtr 0$$

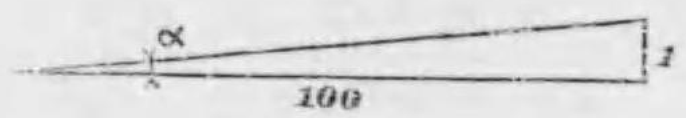
$$tan(\rho-\alpha)\lesseqgtr tan(\alpha'-\rho)$$

故に　　$\rho-\alpha\lesseqgtr\alpha'-\rho$

或は　　$2\rho\lesseqgtr\alpha+\alpha'$　又は　$\dfrac{\alpha+\alpha'}{2}\gtreqless\rho.$

$\alpha+\alpha'$は楔の尖端の角である。即ち如何なる形の楔に於ても楔の尖端の角の半分が摩擦角よりも大ならば、楔は外力を加へずとも自然に拔ける。此の關係は第34節の「ねぢジャッキ」に於て求めた結果と甚だよく似て居る。

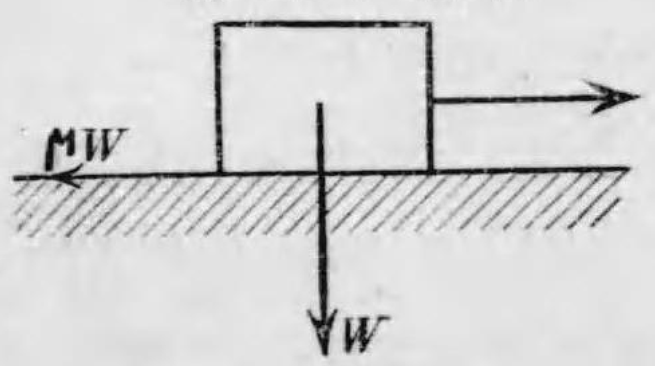
第五十二圖



土地の傾斜、其他一般に斜面の**勾配**を云ひ表はすに通例$\frac{1}{100}$の勾配又は1「イン」100の勾配などゝ云ふ。此の意味は二點間の水平距離100について1丈けの昇り又は降りを意味す(第五十二圖)。故に傾角をαとすれば$\tan\alpha=\frac{1}{100}$であることを斯く云ふのである。其他推して知ることを得やう。

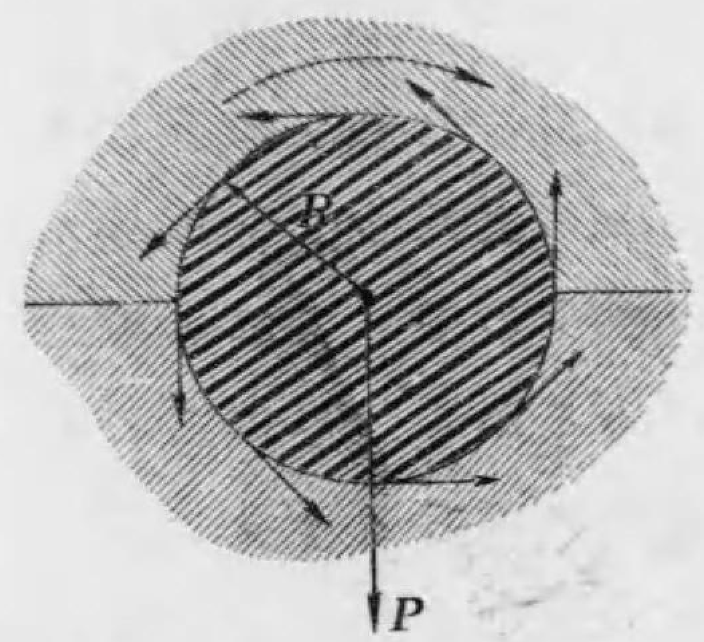
36. 摩擦により失はるゝ仕事及び效率 物體に力を加へて運動せしめんとすれば、摩擦力が必ず反對に働いて運動の妨害をなす。故に夫れにも係らず運動せしむる爲には、有用なる仕事の外に摩擦力に打ち勝つ爲の仕事を餘計に成さねばならぬ。是即ち摩擦の爲に無益に失はれる仕事であつて、其大さは無論摩擦力の働く方向に於ける變位の量と摩擦力との乘積に等しいのである。例へば第五十三圖に於て重量W「ポンド」の物體を水平面内に動かすとすれば、必ずμW「ポンド」の摩擦力が反對に働くから、l呎を動かしたとすれば、摩擦により費されたる仕事はμWl呎

第五十三圖



「ポンド」である。又第五十四圖の如く圓壔形の軸が軸承の中で回轉する時、外力P「ポンド」を軸承面に直角に受けるとすれば、軸と軸承とが相接觸する面に於て必ず摩擦力が回轉の反對の向きに起り、其全量は無論μP「ポンド」である。故に此場合摩擦により失はるゝ仕事は$M\theta$である[22節]。但しMは軸の中心に對する摩擦力の「モーメント」、θは軸の回轉した角を弧度即ち「レヂアン」で表はしたものである。故に軸の半徑をR呎とすれば、

第五十四圖



$$M=\mu PR^{\text{呎ポンド}}$$

之れを公式(26)に代入すれば、

$$\text{工程}=\frac{2\pi N.\mu PR}{33,000}\text{馬力}$$

之れは摩擦の爲め無益に失はれる工程を馬力で表はしたものである。

物體に與へられたる仕事の一部は摩擦の爲めに失はれるのであるから、物體の成す有用な仕事の量は常に與へたる仕事の大さよりも少ない。而して與へたる仕事の大さに對し物體の成した有用な仕

事の割合を其の效率と呼ぶ。之れを式で示せば、

$$效率=\frac{成した有用な仕事}{受け取りたる仕事}$$

受け取りたる仕事は成した有用な仕事と摩擦に費されたる仕事との和に等しい。夫故少しも摩擦がなければ效率は1となるが、多少の差はあれど摩擦は常に必ず存在するものであるから效率は常に1よりも小なる値となる。例へば「ねぢジャック」を以て云へば、「ねぢ」棒の一回轉毎にWなる物體は刻みに等しき距離p丈け押し上げられる。依て此場合の有用な仕事はWpで、受け取りたる仕事は$P\pi d$である[34節參照]。故に

$$效率=\frac{Wp}{P\pi d}$$

然る に $p=\pi d\tan\alpha,\quad P=W\tan(\rho+\alpha)$

故に $$效率=\frac{W\pi d\tan\alpha}{W\tan(\rho+\alpha)\pi d}=\frac{\tan\alpha}{\tan(\rho+\alpha)}\quad\ldots\ldots(44)$$

或は $P=W\dfrac{\mu\pi d+p}{\pi d-\mu p}$ であるから、

$$效率=\frac{Wp}{W\dfrac{\mu\pi d+p}{\pi d-\mu p}\pi d}=\frac{p(\pi d-\mu p)}{\pi d(\mu\pi d+p)}\quad\ldots\ldots(44a)$$

此等は「ねぢ」の效率に關する公式である。

例一、重量11「ポンド」の鐵塊を水平なる木製の床の上に滑らすに1·7「ポンド」の水平力を要すと云ふ。摩擦係數を求む。

解、 $P=\mu W$ 又は $\mu=\dfrac{P}{W}$

故に $\mu=\dfrac{1\cdot7}{11}=0.155$

例二、水平面に30度の傾斜をなす斜面上に重量15「ポンド」の物體を引き上げんには、何「ポンド」の水平力を要するか。但し摩擦係數を0.25とす。

解、公式(40)より

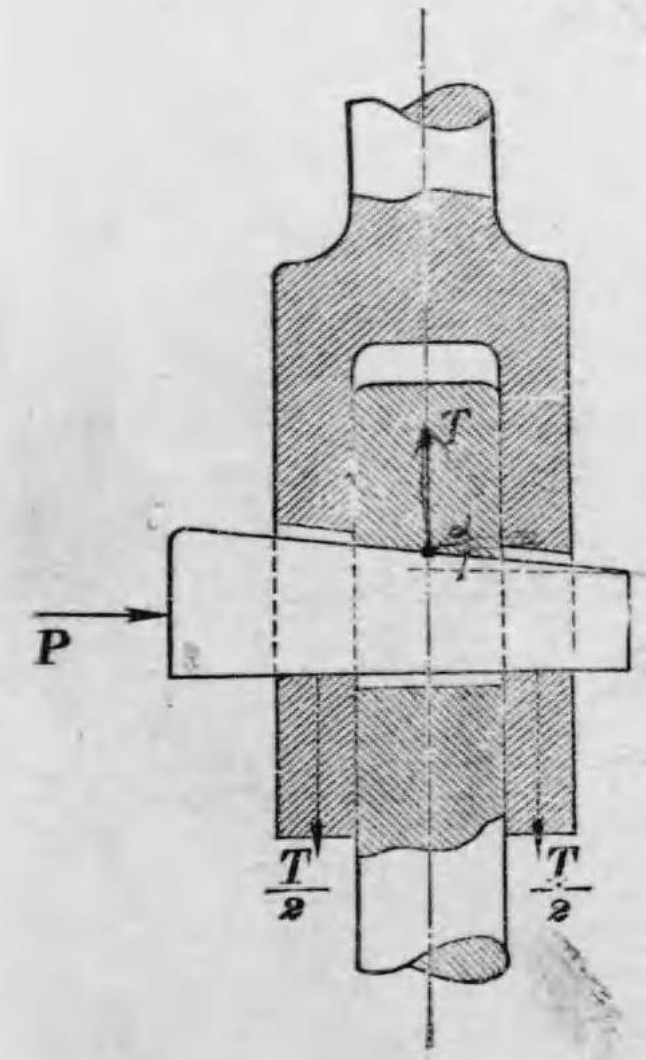
$$P=W\tan(\rho+\alpha)$$

但し $\tan\rho=\mu=0.25.$ 故に $\rho=14°$

依て $P=15\tan(14°+30°)=15\tan 44°$

$=15\times0\cdot966=14\cdot5$ポンド

第五十五圖



例三、第五十五圖は機械各部に屢々用ゐらるる楔接(ツギ)手(テ)である。今楔の勾配を$\frac{1}{8}$とし、600「ポンド」の力Pを加へて楔を壓し込む時は、何「ポンド」の壓力Tを生ずるか。但しTはPと直角にして摩擦係數を0·2とす。

解、楔の形が直角三角形の一部である故に、公式(42b)より、

$$P=T\,[tan(\rho+\alpha)+\mu]$$

或は $$T=\frac{P}{tan(\rho+\alpha)+\mu}$$

然るに $$P=600^{\text{ポンド}}$$

$$tan\alpha=\frac{1}{8}\quad 故に\ \alpha=7^\circ\,8'$$

$$\mu=0\cdot2\quad 故に\ tan\rho=0\cdot2,\ \ \rho=11^\circ19'$$

故に $$T=\frac{600}{tan(11^\circ\,19'+7^\circ\,8')+0\cdot2}=\frac{600}{tan18^\circ\,27'+0\cdot2}$$

$$=\frac{600}{0\cdot334+0\cdot2}=\frac{600}{0\cdot534}=1{,}120^{\text{ポンド}}$$

例四、前問の楔を抜き取るには何「ポンド」の力を要すか。

解、公式(43*b*)により

$$P=T\,[tan(\rho-\alpha)+\mu]$$
$$=1120\,[tan(11^\circ\,19'-7^\circ\,8')+0\cdot2]$$
$$=1120\,[tan\,4^\circ\,11'+0\cdot2]$$
$$=1120\,[0\cdot073+0.2]$$
$$=1120\times0\cdot273=306^{\text{ポンド}}$$

例五、第五十圖に示す「ねぢ-ジャック」を以て3噸の重量ある荷物を押し上げんとするには、「ねぢ」の平均直徑の一端に働く何噸の力を要すか。又其效率を問ふ。但し平均直徑は2吋にして「ねぢ」の刻みは$\frac{1}{2}$吋、摩擦係數は0·02とす。

解、 $$P=W\frac{\mu\pi d+p}{\pi d-\mu p}=3\times\frac{0\cdot02\times3\cdot14\times2+\frac{1}{2}}{3\cdot14\times2-0\cdot02\times\frac{1}{2}}$$

$$=3\times\frac{0\cdot626}{6\cdot27}=0.299^{\text{噸}}$$

又 $$效率=\frac{p(\pi d-\mu p)}{\pi d(\mu\pi d+p)}=\frac{\frac{1}{2}(3\cdot14\times2-0\cdot02\times\frac{1}{2})}{3\cdot14\times2(0\cdot02\times3\cdot14\times2+\frac{1}{2})}$$

$$=\frac{3\cdot135}{3\cdot93}=0\cdot798.$$

即ち受け取りたる仕事の100分中79·8分は有用なる仕事となり、殘りの20·2分は摩擦の爲めに失はるゝのである。

又若し同じ重量を卸す場合ならば、

$$P=W\frac{\mu\pi d-p}{\pi d+\mu p}=3\times\frac{0\cdot02\times3\cdot14\times2-\frac{1}{2}}{3\cdot14\times2+0\cdot02\times\frac{1}{2}}$$

$$=3\times\frac{-0\cdot374}{6\cdot29}=-0\cdot178^{\text{噸}}$$

Pは負號の値となつたから荷物は自然に降りる。自然に降りるのを止めるには、平均直徑の一端に0·178噸の力を加へねばならぬ。

例六、3噸の重量を受け毎分80回轉をなす直徑6吋の軸を支ふる軸承あり。摩擦係數が0·012ならば、摩擦に抵抗する爲に失はるゝ馬力を求む。

解、 力 $P=3\times2240=6{,}720^{\text{ポンド}}$

半徑 $R=\frac{6}{2\times12}=0\cdot25^{\text{呎}}$

故に $$工程=\frac{2\pi N\,\mu PR}{33000}$$

$$=\frac{2\times3\cdot14\times80\times0.012\times6720\times0\cdot25}{33000}$$

$$=0\cdot307.^{\text{馬力}}$$

第六章 問題

1. 摩擦係數0·155なる時其摩擦角を求む。

2. 水平なる鐵板上にある12「ポンド」の木塊を動かすに3·5「ポンド」の水平力を要すと云ふ。摩擦係數如何。

3. 前問の場合に、水平面と30度の角をなす方向の外力を以て動かすには幾何の力を要すか。

4. 摩擦制動機車輪の表面に5噸の力を以て制動枕を壓し付け、毎時20哩の速度にて走る車輛を制せんとす。摩擦係數を0·3とすれば失はれたる馬力を求む。

5. 平均直徑 $1\frac{1}{4}$ 吋にして刻み $\frac{1}{5}$ 吋の一重「ねぢ」を具ふる「ねぢ-ジャック」の、平均直徑の一端に500「ポンド」の力を働かす時は、幾何「ポンド」の荷物を押し上げ得るか。但し摩擦係數を0·08とせよ。尚ほ效率を問ふ。

6. 水平なる道路の上にて荷車を牽くに、重量1噸に付き150「ポンド」の牽引力を要すとせば、同じ荷車を $\frac{1}{10}$ の勾配ある道路に牽き上げるには、1噸につき何「ポンド」の牽引力を要すか。

7. 摩擦係數0·5なる水平の床の上にある重量60「ポンド」の物體を動かすに要する水平力を求む。尚ほ、床の反働力の大さ如何。

8. 前問に於て、外力が床と45度をなさば如何。

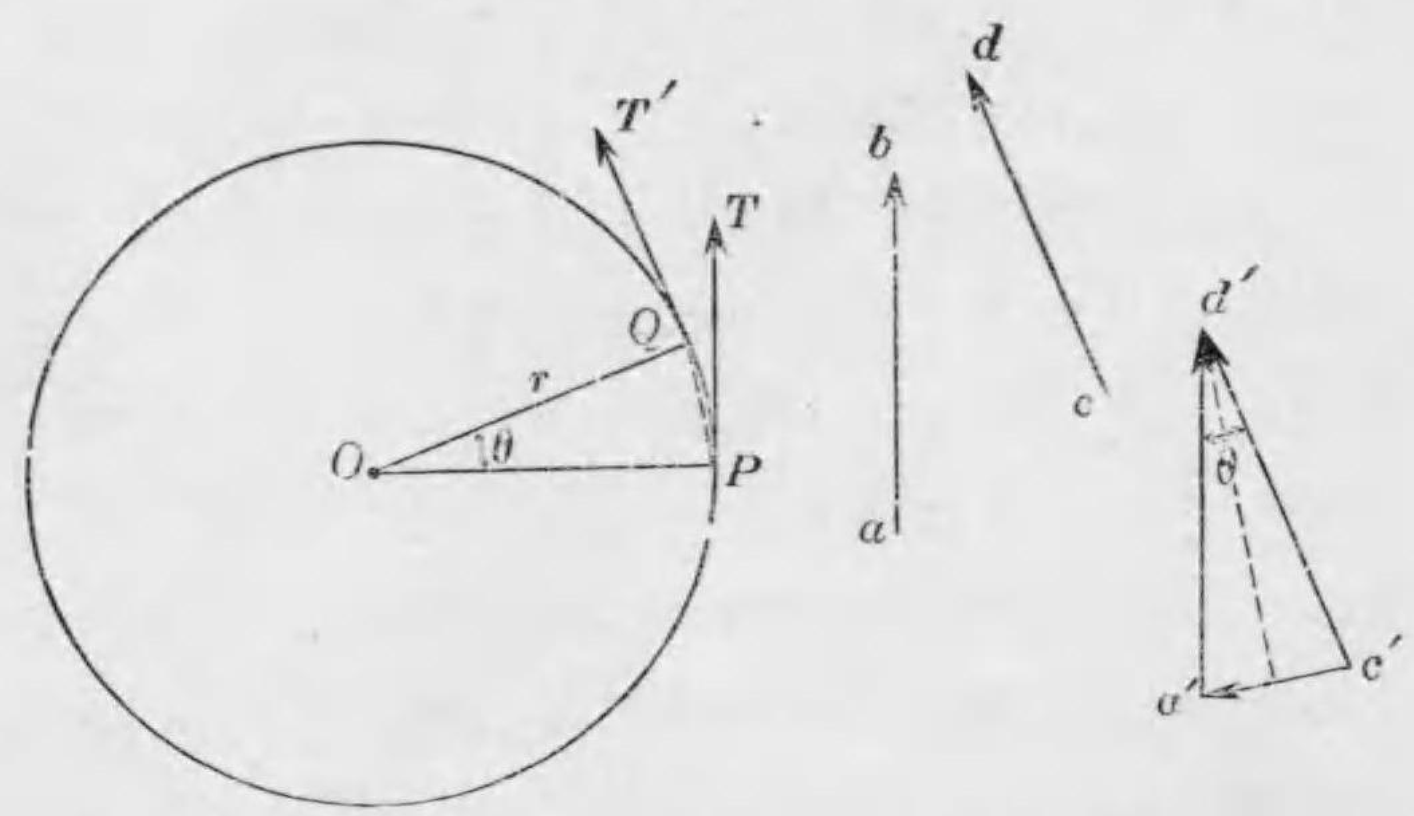
9. 摩擦係數0·1なる氷上に於て、毎秒16呎の速度を以て投げられたる石は何秒の後靜止するか。又靜止するまでに通過したる距離を求む。

10. 摩擦係數0·5なる水平の床の上にある重量8「ポンド」の物體に、毎秒毎秒4呎の加速度を與ふるに要する水平力を求む。

第七章 回轉體

37. 向心加速度 第五十六圖に示す如く物體がOを中心とし、半徑 r なる圓に沿ふて運動する時、其角速度を ω とし線速度を v とすれば $v=r\omega$ である[公式(7)]。偖て運動の第一法則により、外力の作用せざるならば物體は直線上に等速運動をなす筈であるから、例へば物體がPの位置にある時の線速度は接線PTに一致する直線を以て表はさる[2節參照]。又物體が如何なる位置にあるとも線速度は常に圓の接線の方向にあるのであるから、PがQの位置に

第五十六圖



動いたとすれば速度の方向はPTよりQT'に變じた譯である。尤も角速度ωが一定であるならば線速度 v も亦一定の値であるから、速度の大さには變化はない。然し外力の作用なきものならば、速度の方向がPTよりQT'に變はる筈がない。然るに現に速度がPTからQT'に變はつたのであるから、必ず外力が作用したに相違ない。外力が作用したとすれば必ず加速度が伴ふべき筈である。此等の關係を知るには「ヱクトル」算法を應用するのが最も簡便である。

今 ab を速度PTの「ヱクトル」、cd を速度QT'の「ヱクトル」とすれば速度の變化は $cd-ab$ である故に「ヱクトル」減法により $a'd'$ 及び $c'd'$ を夫々 ab 及び cd に等しく且つ平行に書けば、$c'a'$ は速度の變化を示す「ヱクトル」であること、第11節及び第16節によりて明白である。今PとQとの間の中心角を θ「レヂアン」とすれば、角 $a'd'c'$ も亦 θ「レヂアン」に等しくなる。又速度の大さは一定なる故に、ab の長さは cd の長さに等しく、三角形 $a'd'c'$ は二等邊三角形となるから、

$$c'a' = 2\,c'd' \sin\frac{\theta}{2}$$

$c'd'$ は線速度 v に等しいのである故に、

$$c'a' \text{即ち速度の變化} = 2v\sin\frac{\theta}{2}$$

今物體がPよりQに移る間に t 時間を要すとすれば、

$$\text{加速度,}\quad \alpha = \frac{2v\sin\frac{\theta}{2}}{t}$$

然るに公式(6)に於て

$$\theta = \omega t \quad \text{又は} \quad t = \frac{\theta}{\omega}$$

此 t の値を上式に代入すれば

$$\alpha = \frac{2v\omega\sin\frac{\theta}{2}}{\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

然るに $\quad \sin\frac{\theta}{2} = \frac{\frac{PQ}{2}}{OQ} = \frac{PQ}{2\times OQ} = \frac{PQ}{2r}$

又 $\quad \theta = \frac{\text{弧}PQ}{r}$

故に $\quad \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\theta} = \frac{PQ}{2r}\cdot\frac{r}{\text{弧}PQ} = \frac{PQ}{2\times\text{弧}PQ}$

然るにθを非常に小なる角にとれば、直線PQと弧PQとは殆ど相一致して等しくなる。夫故θが非常に小と云ふことにすれば、$\frac{PQ}{弧PQ}=1$と見倣して敢て差支はない。仍て斯かる條件の下に於ては、

$$\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\theta}=\frac{1}{2}$$

此結果を(a)式に代入すれば

$$\alpha=v\omega$$

然るに$v=\omega r$又は$\omega=\frac{v}{r}$である故に、

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=\omega^2 r\\ \text{又は}\quad \alpha=\frac{v^2}{r}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(45)$$

$c'a'$は平均加速度の働く方向と向きとを示す。然るにθが非常に小と云ふ條件の下に於ては$c'd'$と$a'd'$とは殆ど相重なり、$c'a'$は$c'd'$にも$a'd'$にも殆ど直角の方向となる。夫故加速度の方向は線速度の方向に直角にして、其向きは中心の方に向く。依て此加速度を**向心加速度**と云ふ。物體が圓運動をなす時は常に半徑の方向に於て、$\omega^2 r$又は$\frac{v^2}{r}$なる向心加速度を生ずるのである。

38. 遠心力 前節に述べた如く物體が圓に沿ふて運動する時は中心に向ひて$\omega^2 r$又は$\frac{v^2}{r}$なる加速度を生ずるのであるから、物體の重量をWとすれば

中心に向ひて$\frac{W}{g}\omega^2 r$又は$\frac{W}{g}\frac{v^2}{r}$なる力が働く譯である。此力を**求心力**と云ふ。然るに運動の第三法則により、中心に向ひて此れ丈けの求心力が働くならば、中心に遠ざかる向きに此れと等しき力が働いて丁度釣合ふ譯である。此力を**遠心力**と云ひ、求心力と等しき且つ反對の力である。仍て

$$遠心力=\frac{W}{g}\omega^2 r \quad 又は\ \frac{W}{g}\cdot\frac{v^2}{r}\cdots\cdots\cdots(46)$$

圓に沿ふて運動する物體は常に此式を以て表はさるゝ大さの遠心力を以て外方に飛び去らんとしつゝあるから、其れと等しき大さの求心力を以て中心の方に引き附けて居らねばならぬ。

例、長さ6呎の糸の一端に重量4「オンス」の石を結び、他端を固定し、之れを水平に毎分69回轉の速さにて振り廻はせば、糸に何「ポンド」の張力を生ずるか。

解、糸に生ずる張力は遠心力によりて生ずるのであるから、其大さは遠心力に等しい筈である。偖て

角速度 $\omega=2\pi n=2\times3{\cdot}14\times69=433^{レヂアン}/_{分}$

又は $\omega=\frac{433}{60}=7{\cdot}22^{レヂアン}/_{秒}$

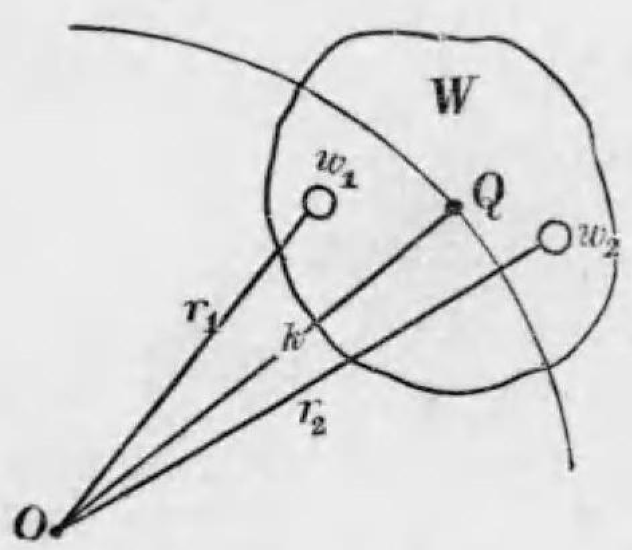
故に 遠心力$=\frac{W}{g}\omega^2 r=\frac{4}{16}\times\frac{1}{32{\cdot}2}\times7{\cdot}22^2\times6$

$$=2\cdot 43^{ポンド}$$

即ち系の張力は2·43「ポンド」てある。

39. 回轉體の「エネルギー」 重量Wの物體が第五十七圖に示す如く、Oを中心とし一定の角速度ωを以て回轉するとき有する動「エネルギー」は、此物體を構成する各分子の有する動「エネルギー」の總和に等しい譯てあるから、今w_1, w_2,……を各分子の重量とし、其等の分子の回轉する半徑を夫々r_1, r_2,………とし、線速度を順次にv_1, v_2,………とすれば

第五十七圖



$$v_1=\omega r_1\ ;\ v_2=\omega r_2\ ;\ \cdots\cdots$$

故に各分子の有する動「エネルギー」は

$$\frac{w_1\omega^2 r_1^2}{2g},\ \frac{w_2\omega^2 r_2^2}{2g},\ \cdots\cdots$$

てある[23節]。依て

$$全體の動「エネルギー」=\frac{w_1\omega^2 r_1^2}{2g}+\frac{w_2\omega^2 r_2^2}{2g}+\cdots$$

$$=\Sigma\frac{w\omega^2 r^2}{2g}$$

角速度ωは各分子について總て一定てあるから、

$$全體の動「エネルギー」=\frac{\omega^2}{2}\Sigma\frac{wr^2}{g}$$

若し重量Wの物體が重量Wなる一の分子となつてQ點にあると假定し、其半徑をkとすれば

$$全體の動「エネルギー」=\frac{W\omega^2 k^2}{2g}$$

以上二つの動「エネルギー」の値を相等しと置けば、

$$\frac{W\omega^2 k^2}{2g}=\frac{\omega^2}{2}\Sigma\frac{wr^2}{g}$$

此れより $$k^2=\frac{g}{W}\Sigma\frac{wr^2}{g}$$

$\Sigma\frac{wr^2}{g}$を**慣性「モーメント」**と呼ぶ。之れをIて表はせば、

$$k^2=\frac{g}{W}\mathrm{I},\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

kを**回轉半徑**と云ふ。kは物體の動「エネルギー」が丁度其物體が恰も一點に集中して一の分子となつて居ると假定したる時其分子の有する動「エネルギー」と等しい場合の半徑の長さてある。換言すれば重量Wなる物體の有する動「エネルギー」は、半徑kの一端にある重量Wなる分子の有する動「エネルギー」と等しいのてある。仍て

$$回轉體の動「エネルギー」=\frac{W\omega^2 k^2}{2g}\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

但し $$k^2=\frac{g}{W}\mathrm{I}.$$

此結果は「はづみ」車の計算等には甚だ必要てある。

若し物體が平面形てあるならば$\frac{w}{g}$即ち質量は各分子の占むる表面積に比例し、$\frac{W}{g}$は全面積に比例

する。故に a を分子の占むる表面積とし、Aを全面積とすれば、

$$k^2=\frac{\Sigma ar^2}{A}$$

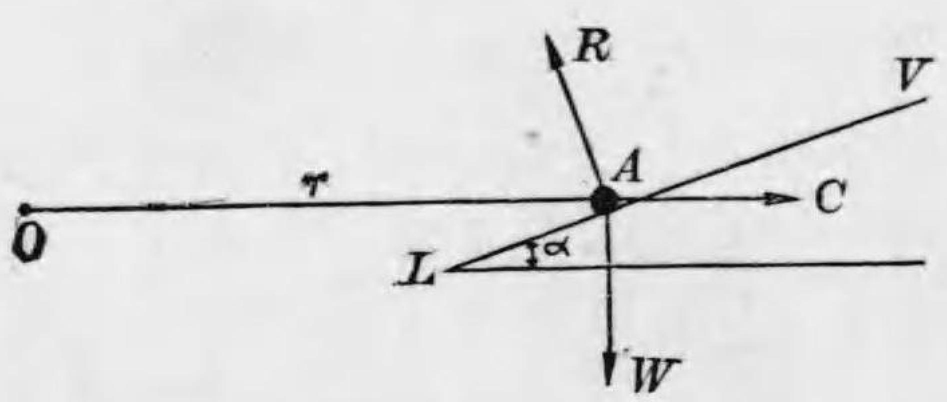
Σar^2 を**面積の慣性「モーメント」**と呼ぶ。之れを亦 I て表はせば、

$$k^2=\frac{I}{A}\cdots\cdots\cdots\cdots(47a)$$

第二編材料及び構造強弱學に述ぶる慣性「モーメント」は總て面積の慣性「モーメント」である[第四表参照]。

40. 回轉體の釣合ひ 第五十八圖の如く斜面LV上にある重量Wの物體AがOを中心とし半徑 r なる圓周に沿ふて水平に運動する時は遠心力Cを生じ、垂直に働く重量Wと斜面の反働力RとCとの三力は玆に釣合ひの有樣にあるのである。斜面が若し水平面であるとすれば反働力Rは垂直となりてWと釣合ひ、Cは弧立の力となるから此物體は決して釣合ふことなく、遠心力Cの作用を受けて必ず外方に飛ぶ。故に釣合はせる爲

第五十八圖



には是非ともLVを斜面にし、Rの方向を垂直てない樣にせねばならぬ。然らば斜面の傾角 α を如何にすれば丁度釣合ふかと云ふに、今Oに對する角速度を ω とし半徑を r とすれば、

$$C=\frac{W}{g}\omega^2 r$$

ラミの定理[25節]により

$$\frac{W}{sin(90^\circ+\alpha)}=\frac{R}{sin90^\circ}=\frac{C}{sin[360^\circ-(90^\circ+\alpha+90^\circ)]}$$

$$\frac{W}{cos\alpha}=R=\frac{C}{sin(180^\circ-\alpha)}=\frac{C}{sin\alpha}$$

故に $$\frac{sin\alpha}{cos\alpha}=\frac{C}{W}=\frac{W}{g}\omega^2 r.\frac{1}{W}=\frac{\omega^2 r}{g}$$

即ち $$tan\alpha=\frac{\omega^2 r}{g}\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

又は物體の線速度を v とすれば

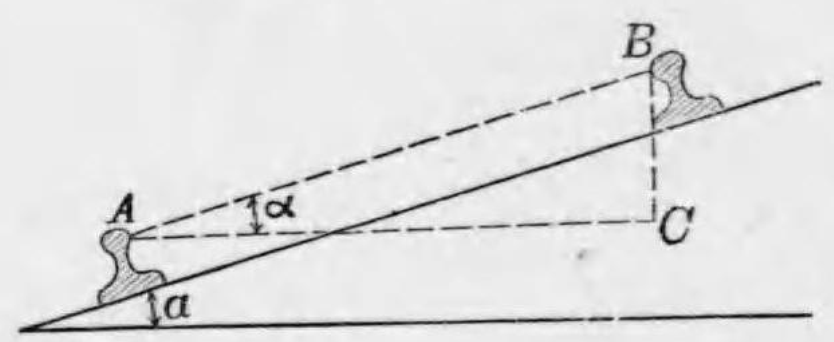
$$\omega^2=\frac{v^2}{r^2}$$

故に $$tan\alpha=\frac{v^2}{gr}\cdots\cdots\cdots\cdots(49a)$$

此等の式より計算さるべき α を傾角とする斜面上にある時は物體は釣合ふ。曲線になれる鐵道線路に於て、外方の鐵軌を内方のよりも少し高くせるは之れが爲てある。斯くせざれば列車が其曲線を迂回する時、釣合ひを失つて必ず顚覆する。疾走せる人が曲線を畫いて迂回する時に、身體を少し内方に傾けねば必ず外方に倒れるのも之れが爲てある。

此場合には身體の方向を地面の反働力Rの方向に傾ければ決して倒れぬものであるが、身體を傾ける角 α は、回轉の速度 v が大にして半徑 r の小なる程大なるべきは上式によりて見らるゝ通りて、非常に强く疾走せる時に餘り小なる圓を迂回する時は身體を甚だしく傾けねばならぬから、地面が水平ならば容易に地面の極限摩擦を超え、脚は外方に滑り身證は却て內方に倒れる。摩擦の少ない氷の上などを迂回することの困難なのは之れが爲てある。

第五十九圖



第五十九圖は鐵道線路の斷面を示す。此場合には

$$tan\alpha=\frac{BC}{AC}=\frac{v^2}{gr}$$

然し鐵道線路の如きに於ては二つの鐵軌の間の高さBCは非常に僅てACは略ぼABに等しい故に、$tan\alpha$ を $sin\alpha$ としても大差は起らぬ。依て斯くの如き特別な場合には、

$$sin\alpha=\frac{BC}{AB}=\frac{v^2}{gr}.$$

例、軌道間の幅4呎 $8\frac{1}{2}$ 吋にして半徑800呎の圓弧をなす鐵道線路あり。列車の速度を毎時30哩とすれば、外方の鐵軌を內方の鐵軌よりも何吋高くすべきか。

解、$30^{\text{哩}}/_{\text{時}}=\frac{30\times5280}{60\times60}=44^{\text{呎}}/_{\text{秒}}$

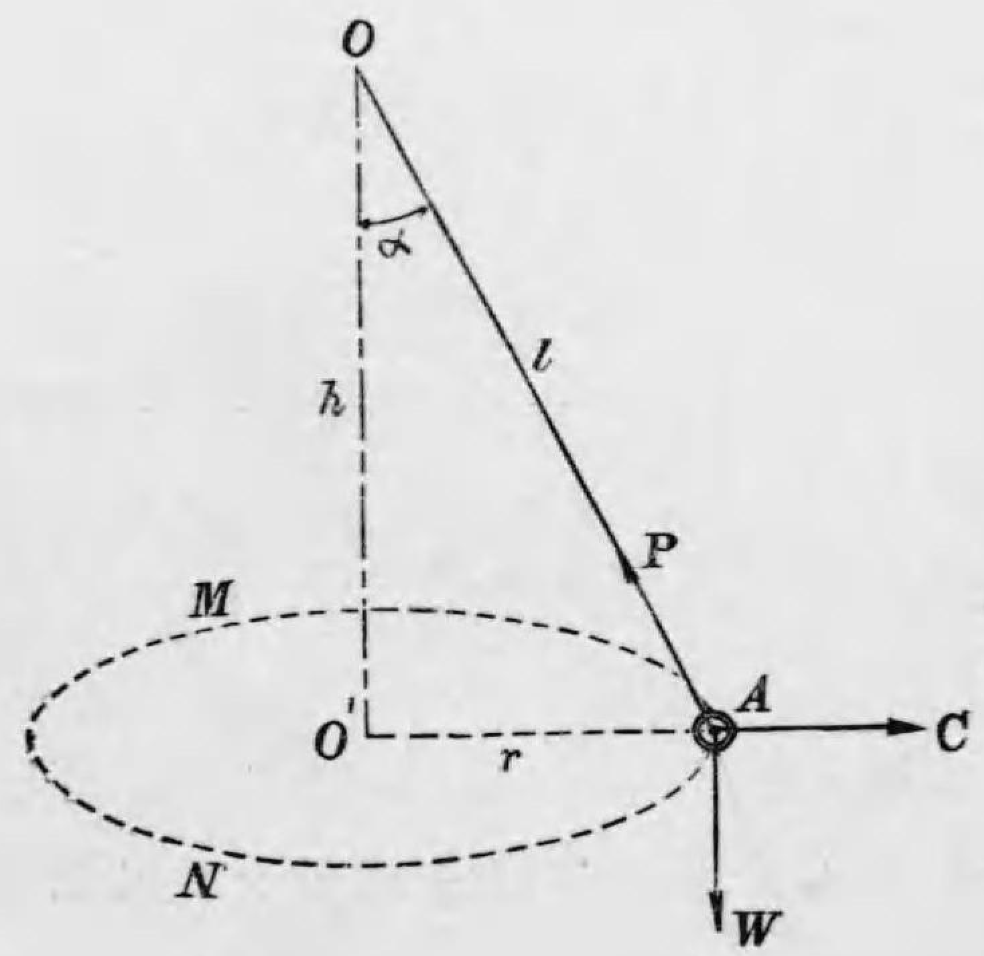
$$AB=4^{\text{呎}}\ 8\frac{1}{2}{}^{\text{吋}}=4.708^{\text{呎}}$$

故に $\frac{BC}{AB}=\frac{v^2}{gr}=\frac{44^2}{32.2\times800}$

故に $BC=\frac{44^2\times4{\cdot}708}{32{\cdot}2\times800}=0{\cdot}354^{\text{呎}}$ 又は $4\frac{1}{4}{}^{\text{吋}}$

41. 圓錐振子 第六十圖は重さなき糸OAの一端Oを固定し、他端Aに重量Wの物體を結びOO′を軸として此物體を回轉する時は、AはO′を中心とする圓AMNに沿ふて回轉する。然る時は、糸OAは圓錐體の表面を形作るから、此裝置を**圓錐振子**と呼ぶ。

第六十圖



偖て或る瞬間の物體の釣合ひを考ふるに、重量W、遠心力C及び糸の張力Pなる

三力が此物體に同時に作用して釣合ひの有樣にあるのである。故に今中心O′に對する物體の角速度をω, OAの長さをl, OO′の高さをh, 半徑O′Aをr, 角AOO′をαとすれば

$$C=\frac{W}{g}\omega^2 r$$

ラミの定理により

$$\frac{W}{\sin(90^\circ+\alpha)}=\frac{P}{\sin 90^\circ}=\frac{C}{\sin[360^\circ-(90^\circ+\alpha+90^\circ)]}$$

$$\frac{W}{\cos\alpha}=P=\frac{C}{\sin\alpha}$$

故に $$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{C}{W}=\frac{W}{g}\omega^2 r.\frac{1}{W}=\frac{\omega^2 r}{g}$$

又は $$\tan\alpha=\frac{\omega^2 r}{g}$$

然るに $$\tan\alpha=\frac{r}{h}$$

故に $$\frac{r}{h}=\frac{\omega^2 r}{g}$$

即ち $$h=l\cos\alpha=\frac{g}{\omega^2}$$

又は $$\omega=\sqrt{\frac{g}{h}} \qquad \cdots\cdots(50)$$

今單位時間にn回轉するとすれば、

$$\omega=2\pi n$$

又は $$n=\frac{\omega}{2\pi}$$

單位時間にn回轉するならば一回轉をなすに要する時間所謂周期は$\frac{1}{n}$である。故に周期をTとす

れば、

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \qquad \cdots\cdots(51)$$

故に圓錐振子の周期Tは

$$T=2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \qquad \cdots\cdots(51a)$$

是等の結果は蒸汽機關の調速機などの計算には甚だ必要なものである。

例、每分80回轉をなす圓錐振子が82回轉となる時振子の昇る高さを求む。

解、每分80回轉の角速度,

$$\omega=\frac{2\pi\times 80}{60}=\frac{8\pi}{3}\text{ レヂアン/秒}$$

其時の振子の高さ,

$$h=\frac{g}{\omega^2}=\frac{32{\cdot}2\times 3^2}{8^2\times\pi^2}=0{\cdot}4585\text{呎}$$

每分82回轉の角速度,

$$\omega'=\frac{2\pi\times 82}{60}=\frac{8{\cdot}2\pi}{3}\text{ レヂアン/秒}$$

其時の振子の高さ,

$$h'=\frac{g}{\omega'^2}=\frac{32{\cdot}2\times 3^2}{8{\cdot}2^2\times\pi^2}=0{\cdot}437\text{呎}$$

故に昇りたる高さ,

$$h-h'=0{\cdot}4585-0{\cdot}437=0.0217\text{呎}$$

又は約$\frac{1}{4}$吋

第七章　問題

1. 長さ5呎の糸の一端に重量4「オンス」の物體を結び他端を中心として水平に回轉する時糸の張力を2「ポンド」ならしめんには何回轉の速度にて回轉すべきか。

2. 軌道間の幅4呎$8\frac{1}{2}$吋なる鐵道線路の外鐵軌は內鐵軌よりも$2\frac{1}{2}$吋高くなれりと云ふ。列車の速度每時45哩とせば線路の半徑を求む。

3. 軌道間の幅4呎$8\frac{1}{2}$吋内外鐵軌の高さの差$1\frac{1}{2}$吋にして半徑1,000呎なる曲線の鐵道線路あり。此線路の上を走らすべき列車の速度を問ふ。

4. 長さ3呎の糸の一端を垂直に立てたる棒に結び付け他端に石を吊りこれを每分40回轉の速さにて棒の周りに廻はす時は棒と糸とは何度の角をなすか。

5. 高さ8吋なる圓錐振子の回轉速度を計算せよ。

6. 每時40哩を走る汽車の屋根に一端に重錘を吊り下げたる糸を結び付けて置く時は此汽車が半徑1,000呎の曲線の線路を通過する時糸の垂直線より傾くこと何度なるか。

第八章　圖法力學

42. 物體の釣合ひを說くに當り今迄は「ヱクトル」算法を基礎として或は力の多角形により或は直交する任意の二軸に平行なる分力により之に數字上の計算を交へて解決したのであるが本章に述べんとするものは數字上の算法を交へず純然たる「ヱクトル」算法を以て單一なる物體其他一般構造物の釣合ひを研究し進んで構造物各部に働く力の大さ及び其性質等を定めんとするのである。

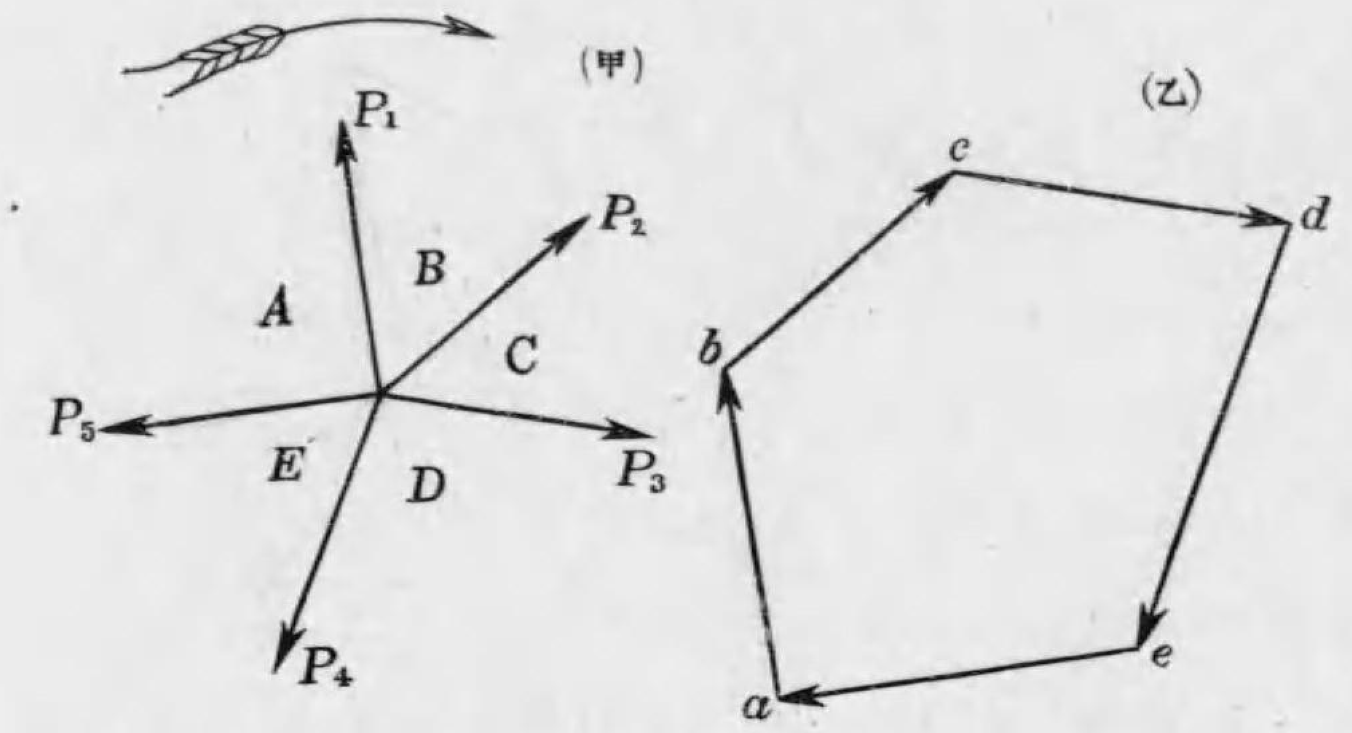
複雜な構造物の釣合ひを講究するに數字上の計算を用ゆる時は通例甚だ混雜して殆ど煩に堪え得ぬものであるが「ヱクトル」算法によれば左程混雜せぬのみならず數字上の計算によるよりも數層倍簡便に解決し得らるゝものである。夫故起重機の如き家屋の如き橋梁の如きは大抵「ヱクトル」算法を以て各部に働く力の大さ其性質等を定むるを最も簡便とす。

「ヱクトル」算法を以て釣合ひに關する諸問題を解く學問を**圖法力學**と呼ぶ。圖法力學では單に圖面上で釣合ひを研究するのであるから構造物は適當

の線尺を用ゐ製圖器械を以て正確に紙面上に書き、尙ほ力の働く位置、方向幷に向きを示力線を以て書き加へねばならぬ。然し此圖面には、示力線の長さを力の長さに等しく取る必要はない。斯樣な圖面は構造物に働く力の位置と方向と向きとを示すものであるから**構造圖**と云ひ、構造圖によりて別に適當の力尺を以て「ヱクトル」算法の圖面を書く。之を**「ヱクトル」圖**と云ふ。既に第27節に注意して置いた如く、構造圖上に書く力は示力線であつて「ヱクトル」ではない。何となれば「ヱクトル」は大さと方向と向きとを具へ位置には無關係な直線であるが、示力線は位置と方向と向きとを具へ大さには無關係な直線である。示力線と「ヱクトル」とは混同し易いから深く注意せねばならぬ。

43. **バウの記號法** 第六十一圖(甲)は一點に五つの力 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 が圖の如き方向と向きと位置とに働けることを示したもので、即ち構造圖である。今此等の力が釣合ひにあるならば同圖(乙)に示す如く、適當の力尺を以て ab を P_1 の「ヱクトル」、bc を P_2 の「ヱクトル」と、斯く順次に總ての力の「ヱクトル」を連結する時は、圖の如き多角形を得ることは前既に述べたのである。斯くして書きたる(乙)圖は即ち構造圖

第六十一圖



に對する「ヱクトル」圖である。

偖て ab は力 P_1 を示し、bc は P_2、cd は P_3、de は P_4、ea は P_5 を示すのであるが甚だ紛はしい。例へば ea は P_1, P_2, P_3 等の力の内何れの「ヱクトル」であるかを卽座に辨別せしめんには甚だ困難である。之を一目して直ちに辨別させんには、適當の記號を以て構造圖と「ヱクトル」圖との連絡を付けるのが最も適法である。此要求に適ふ最も便利な方法は**バウの記號法**によることである。其方法は構造圖の示力線又は構造物を形作る各々の桁によりて界せらるゝ空間にA,B,C等の記號を置くのである。第六十一圖(甲)に於ては P_5 と P_1 との間の空間をAなる空間、P_1 と P_2 との間の空間をBなる空間、P_2 と P_3 との間の空間

をCなる空間,P_3とP_4との間の空間をDなる空間,P_4とP_5との間の空間をEなる空間とする。斯くすれば力の數と空間の數とは常に等數となるは明てある。而して是等の空間に與へた名稱を矢を以て示した如く右廻はりに讀み續け、P_1の力はABの力、P_2の力はBCの力、P_3の力はCDの力、P_4の力はDEの力、P_5の力はEAの力と云ふのてある。斯く呼べば構造圖のP_1即ちABの力は「エクトル」圖のab,P_2即ちBCの力はbc,P_3即ちCDの力はcdとなる樣に、構造圖にある或る力は「エクトル」圖の何れてあるか、又は「エクトル」圖の或る「エクトル」は構造圖の何れの力てあるか、呼聲が同一てあるから即座に見付けることが出來る。例へば「エクトル」圖のeaは構造圖の其れと同し呼聲なるEA即ちP_5の力を示し、又は構造圖のCD即ちP_3の力は「エクトル」圖の其れと同し呼聲なるcdてあることが一目して判かる。

バウの記號法は構造圖と「エクトル」圖とを連絡するに斯く極めて便利てある故に、圖法力學ては重に此記號法を用ゐる。但し通例構造圖と「エクトル」圖とを區別する爲、構造圖の空間を示す記號には大文字を用ゐ、「エクトル」圖には其大文字に對する小文字を用ゐる。尤も之は本人の便宜てあつて、例へば平

假名と其に對する片假名とを以て區別するも敢て差支はない。

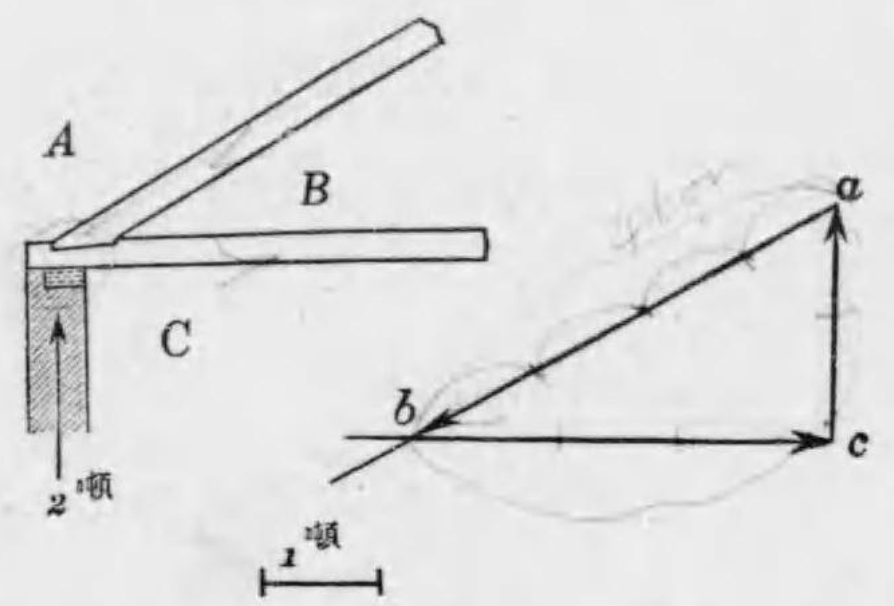
構造圖の力を讀む場合に、常に右廻はりに讀むことを忘れてはならぬ。例へばP_3の力はCDの力と讀み、決してDCの力と讀んではならぬ。何となれば「エクトル」圖に於て $dc=-cd$ [9節參照]てあるからCDと讀みたる力とDCと讀みたる力とは向きが相反するからてある。無論一般に云へば右廻はりと限るべき理由はないのてあるが、左廻はりと右廻はりとを混用しては困るから、茲には右廻はりと限定したのてある。

バウの記號法を應用する時は、釣合ひにある物體の力に關する諸問題を甚だ簡便に解くことが出來る。以下二三の例によつて之を述べやう。

例一、第六十二圖は屋根を壁に取り附けた部分の構造圖てある。壁の反働力を2噸とすれば、各々の桁に夫々何噸の力が働くか。

解、二つの桁と壁とによりて作る三つの空間を先づ圖の如くA,B,Cと記號を附け、右廻はりに讀みて壁の反働力即ちCAの力2噸に等しく適當の力尺を撰びて「エクトル」caを書き、aよりABなる桁に平行に「エクトル」abを

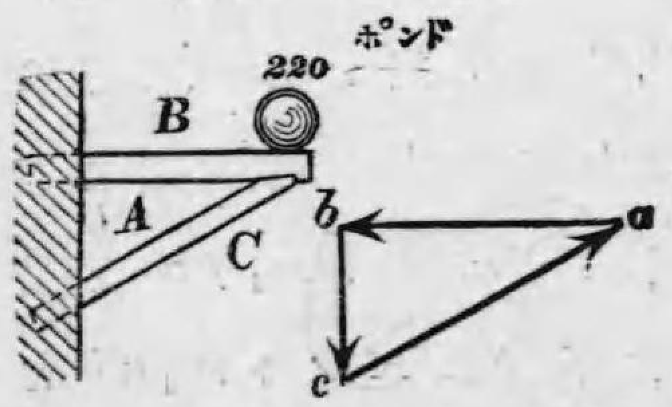
第六十二圖



書き、次にcより、BCなる桁に平行して「ヱクトル」bcを引けばabcなる直角三角形を得。然る時はABなる桁に働く力の向きと大さとはabを以て、又BCなる桁に働く力の向きと大さとはbcを以て表はされる。故に此等を初めに撰んだ力尺を以て測れば、abは約4噸、bcは約$3\frac{1}{2}$噸となるから、AB及びBCなる桁には夫々此等の力の働けることが知られる。

例二、第六十三圖の如き構造物あり。一端に220「ポンド」の重量を置く時之を支ふる二つの桁に及ぼす力の大さを求む。

第六十三圖

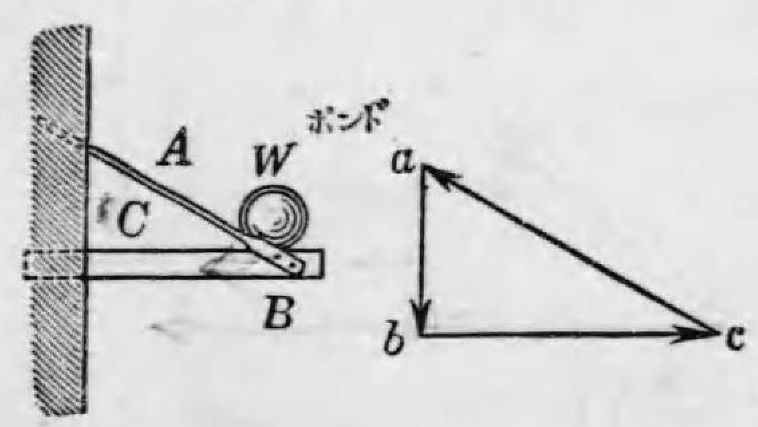


解、空間に圖の如く符號を附くれば220「ポンド」の力はBCの力である。適當の力尺を以て之を「ヱクトル」圖のbcにと

り、cよりCAなる桁に平行にcaを引き、bよりABなる桁に平行にabを引けば、abcなる三角形が出來る。然る時はcaはCAなる桁に及ぼす力、abはABなる桁に及ぼす力の大さを示すから、初めに撰んだ力尺を以て測れば夫々其値を得らる。

例三、第六十四圖の如き構造物の一端にW「ポンド」の重量を置く時、各々の桁に働く力の大さを求む。

第六十四圖



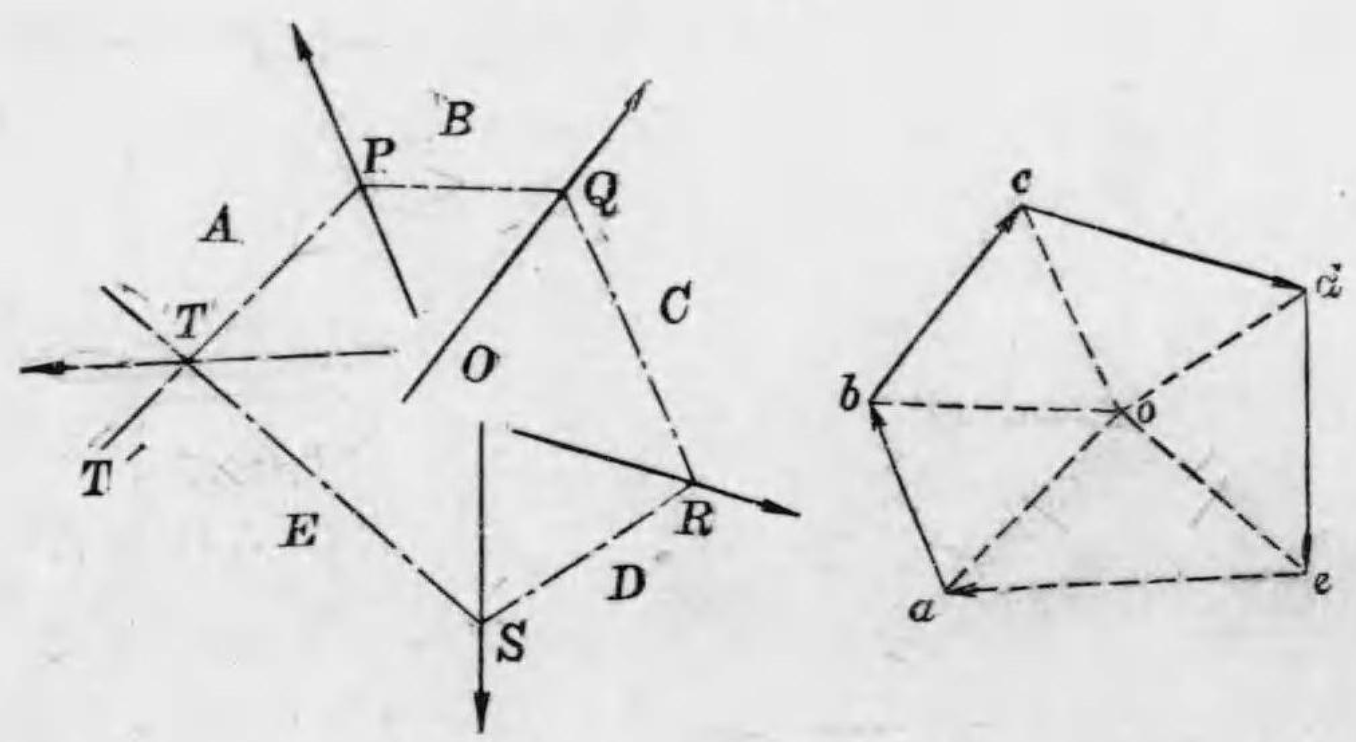
解、空間に圖の如く符號を附くる時はW「ポンド」の力はABの力となる。適當の力尺を以て之を「ヱクトル」圖のabにとり、bよりBCに平行にbcを引き、aよりCAに平行にcaを引けば、bcはBCの「ヱクトル」、caはCAの「ヱクトル」となるから初めに撰んだ力尺を以て夫々測れば、其大さを得らるゝのである。

此等の例によりて知らるゝ如く三つの力が釣合ひにある時其一力と他の二力の方向とを知る時は、力の三角形によりて此等の力は悉く求めらる。一

般に多數の力が存在して釣合ひにある時其内の二力は方向のみ知られ,他は皆方向も大さも向きも知られてあるならば,力の多角形によりて此等の力は悉く知り得らるゝものである。

44.「リンク」多角形、 多數の力が皆一點に働く場

第六十五圖



合には,合成力又は釣合はせ力は其同し點に働くから甚だ簡單であるが,第六十五圖の如く多數の力が種々の異なる點に働く場合には,合成力又は釣合はせ力の大さと方向と向きとを求むると同時に,其働く位置を定めねばならぬ。例へばバウの記號法によりABの力をab, BCの力をbc, CDの力をcd, DEの力をdeに取り,順次に「ヱクトル」を連結し$abcde$なる「ヱクトル」圖を書けば,aeは合成力eaは釣合はせ

力である。依てeaを以て表はされる力EAを働かせれば此等の力は釣合ひの有樣となる[24節參照]。然しEAなる力を如何なる位置に働かせば釣合ふか,其大さ方向及び向きはeaなる「ヱクトル」を以て表はされるが,未だ其れを働かすべき位置を知らぬのである。

釣合はせ力を働かすべき位置は此儘では無論求められぬ。然らば如何にすれば位置を定め得るかと云ふに,「ヱクトル」圖の多角形の內又は外に任意の點oを取りoa, obなる直線を引き,次に構造圖に於て力ABの示力線上に任意の點Pを取り,Pを通りてAの空間にoaに平行なる直線PT'を引き,Bの空間にobに平行なる直線PQを引き,力BCとの交點をQとす。今PT'とPQとは糸であつて,力ABと釣合はせると假定すれば,P點に働く此等の三力の力の三角形はoabなること明である。夫故にPT'なる糸に働く力はoaを以て,又PQなる糸に働く力はboを以て夫々表はされる譯である。次にo,cを結び,Cの空間に於てQを通りocに平行なる直線QRを引き,QRを糸と考ふれば,Q點の釣合ひは力の三角形obcを以て表はされ,coはQRなる糸に働く力の大さを示すことゝなる。次にo,dを結び,Dの空間に於てRを

通りodに平行なる直線RSを引き、RSを亦糸と考ふれば、R點の釣合ひは力の三角形ocdを以て表はされ、doはRSなる糸に働く力の大さを示すことゝなる。最後にo,eを結び、Eの空間に於てSを通りoeに平行なる直線STを引き、PT′との交點をTとす。是に於てSTを亦糸と考へる。然る時はT點の釣合ひは力の三角形oeaを以て表はされるは無論てある。依てSTなる糸に働く力はeoを以て、又PTなる糸に働く力はoaを以て表はされるのであるから、eaを以て表はされる釣合はせ力はT點を通ることは明瞭なる理てある。何となればST及びPTの方向に働くeo及びoaなる二力のみにては、T點は決して釣合ひにあること能はぬものであるからである[24節]。即ち釣合はせ力は斯くの如くして書きたる多角形PQRSTのT點を通り、eaに平行なる方向に働くことを知る。釣合はせ力の向きを反對にすれば合成力となる。

以上の如き方法によりて、吾人は釣合はせ力又は合成力の大さ、方向、向き及び位置を定め得るのてある。斯くして書きたる多角形PQRSTは、構造圖の示力線上に頂點を有する多角形てあつて之を「リンク」多角形と云ひ、「ヹクトル」圖中の任意の所に撰びた

る點oを**極**と云ひ、oとa, b, c, d等とを結ぶ直線oa, ob, oc, od等を**極線**と云ふ。バウの記號法を適用せんとすれば、「リンク」多角形によりて圍まれたる空間を極の符號に對する大文字を以て、Oと命名すれば好い譯てある。何となれば、例へば「リンク」多角形のPQなる邊はバウの記號によればBOなる邊てあつて極線boに平行し、QRなる邊はCOなる邊てあつて極線coに平行するのてあるから、PQ, QRと云ふ代りにBO, COと讀めば、構造圖と「ヹクトル」圖とを同一の呼聲を以て連絡することが出來るからてある。其他の邊についても皆同一てある。

「リンク」多角形を書き初める點Pと極との位置は任意てある。P點の位置を變へれば相似形の「リンク」多角形を得るのみて、釣合はせ力の位置には變はりは起らぬ。又極の位置を變へれば「リンク」多角形の形は變はるけれども、釣合はせ力の位置には變はりは起らぬものてある。學者宜しく研究すべし。

以上を總括するに、物體釣合ひの條件を圖法力學から云へば、次の二つとなる。

第一、力の數と等數の邊を有する力の多角形を書き得べきこと。

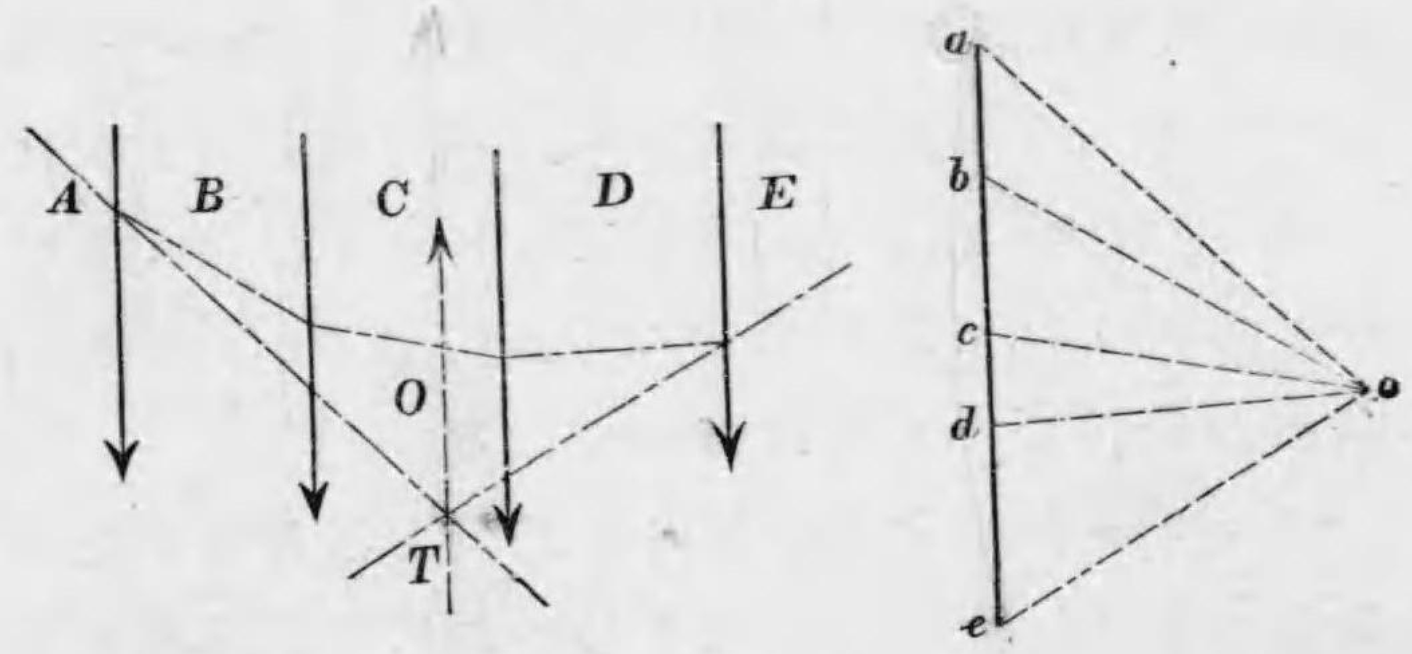
第二、力の數と等數の邊を有する「リンク」多角

形を書き得べきこと。

此等の二條件を滿足する物體は常に釣合ひにあるのであるが、又反對に、釣合ひにある物體ならば此等の二條件は必ず滿足される。

45. 平行力の場合の「リンク」多角形、 第六十六圖

第六十六圖



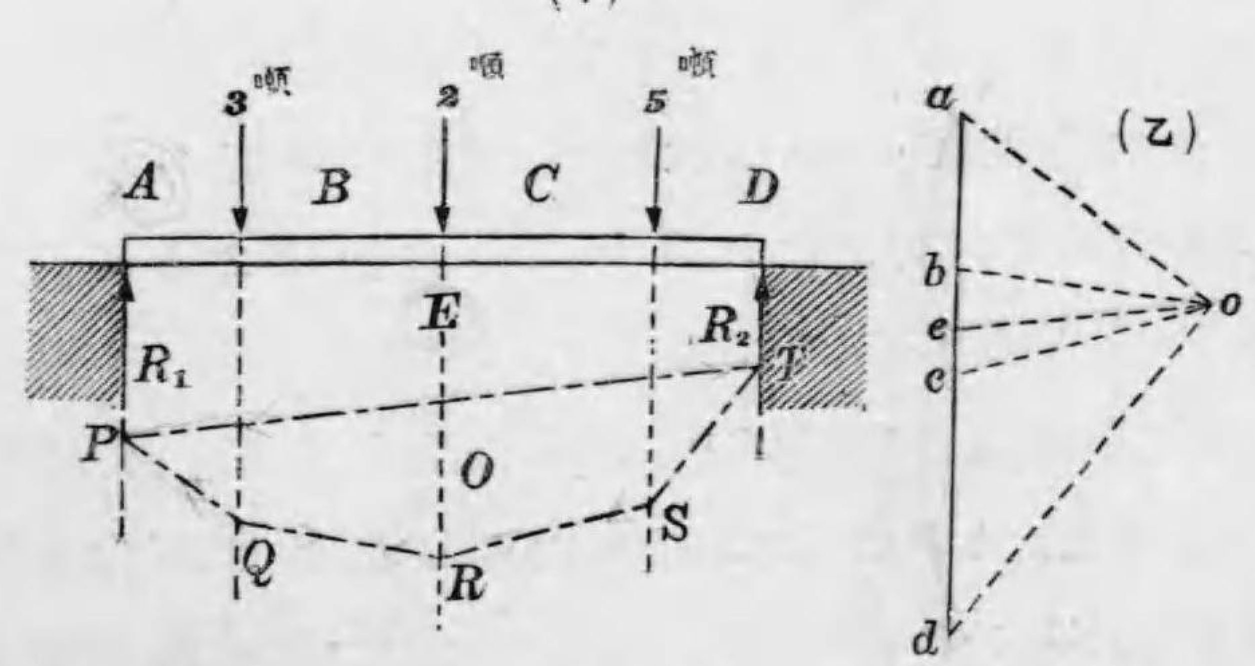
に於て AB, BC, CD, DE なる四力の合成力又は釣合はせ力を求むる場合には、力の多角形 *abcdea* は折り重なつて一直線となる故に、合成力 *ae* 又は釣合はせ力 *ea* は此等の力に平行すること明白である。 偖て任意の點 *o* を極として *oa, ob, oc, od, oe* なる極線を書き、Aの空間に *oa* に平行なる直線 OA, B の空間に *ob* に平行なる直線 OB, C の空間に *oc* に平行なる直線 OC, D の空間に *od* に平行なる直線 OD, E の空間に *oe* に平行なる直線 OE を順次に書けば、前節第二の

條件により OA と OE との交點 T は合成力又は釣合はせ力の通過する點である。 其大さは *ea* の長さを以て測り得べく、其方向は此等の力に平行で、向きは合成力ならば *ae* の向き、釣合はせ力ならば *ea* の向きである。

46. 「リンク」多角形により釣合ひにある平行力の內二つの未知力を求むること、 第六十七圖(甲)は水

第六十七圖

(甲)



平なる梁の上に 3, 2 及び 5 噸の重量を置きたる構造圖である。 此時左右の支點に作用する反働力 R_1 及び R_2 を求めんには、圖の如く空間に符號を附け、同圖(乙)に於て *ab* を 3 噸, *bc* を 2 噸, *cd* を 5 噸に等しく書く時は、反働力 R_1 と R_2 との和は *da* を以て表はさるゝ譯であるから、R_1 と R_2 との和は知られるが其大さを

別々に知るには「リンク」多角形の方法を應用せねばならぬ。偖て任意の點oを極としoa, ob, oc, odなる極線を書き、Aの空間にoaに平行なる直線PQ, Bの空間にobに平行にQR, Cの空間にocに平行にRS, Dの空間にodに平行にSTを引けば、PとTとを結ぶ直線PTは第44節第二條件により、Eの空間に屬する「リンク」多角形の一邊でなければならぬ故に、PTに平行に「ヱクトル」圖にoeなる極線を引けば、deはDE即ち反働力R_2を表はし、eaはEA即ち反働力R_1を表はすこととなる。

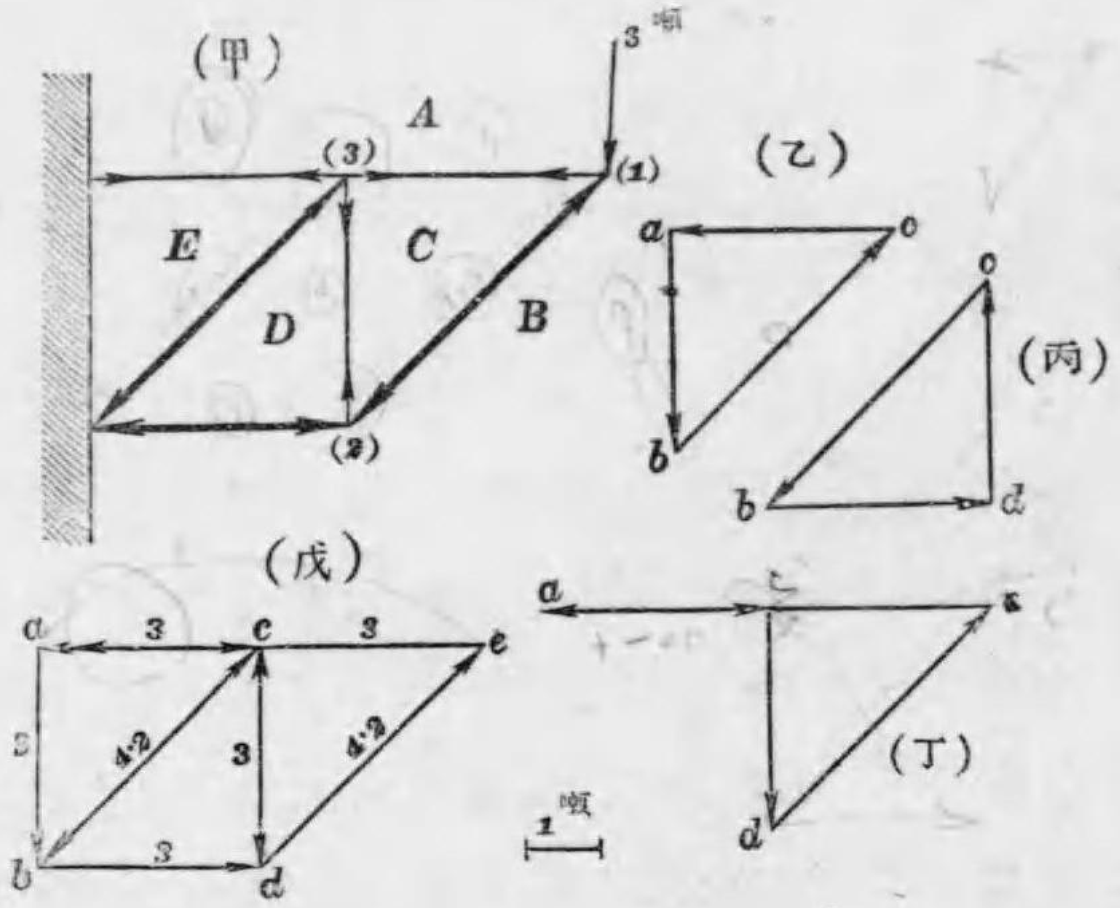
斯樣な方法で、釣合ひにある多數の平行力の內の二つの未知力は、「リンク」多角形の方法によりて容易に求め得らるゝのである。

47. 構造物の釣合ひ 起重機、家屋、橋梁の如き、多數の桁を結び合はせて造りたる構造物は、外力を加へる時は、各々の桁は皆其外力の爲に種々の反働力を生じ、構造物が釣合ひにある時は、各々の結び目は夫々釣合ひの有樣にあるのである。若し釣合はぬ時は其構造物は成立たぬものであるから、各々の結び目は皆釣合ひの條件を滿足する樣に造らねばならぬ。又各々の桁は、己の受ける力に對して充分丈夫にして、折れ潰れ或は引き切れる樣なことがあつ

てはならぬ。然し同じ構造物にも大なる力を受ける桁と小なる力を受ける桁とがあるから、大なる力を受けるものは力に比例して丈夫な桁に造り、小なる力を受けるものは左程丈夫に造る必要はない。斯の如き受ける力に對して桁の大さを適當に定める學問は即ち材料及び構造強弱學であつて本書第二編に詳述することゝし、茲には各々の桁が何程の力を受けるかと云ふ受ける力の大さと桁の種類とを定めんとするのである。

各々の桁が受ける力にも、引張られる力と壓縮される力と二種類あるが、引張られる桁又は棒を**引張り棒**と云ひ、壓縮される桁又は棒を**突張り棒**と云ふ。同じ大さの力を受けるにしても、引張らるゝものと壓縮さるゝものとに於て、桁又は棒の使ひ分けがある。例へば引張られる棒であるならば、棒の代はりに繩又は鎖の如きを代用しても差支はないが、壓縮される棒の代はりに繩又は鎖の如きを用ゐれば、其構造物は釣合ひを失つて潰れて仕舞ふことは見易きことである。夫故に吾人の目的は、構造物を形作る各々の桁又は棒が受ける力の大さを知るは無論必要であるが、其れと同時に其れが引張り棒であるか突張り棒であるかを辨別する必要がある。

第六十八圖



第六十八圖(甲)は一端に3噸の重量を支へる或る構造物の構造圖てある。バウの記號法により圖の如く空間に記號を附ける。偖て(1)なる結び目の釣合ひを考ふるに、3噸即ちABなる力はBC及びCAなる二つの桁によりて支へられる。即ち一點に働く三力の內、一力は既知力て他の二力は方向が知られて居るのてあるから、(乙)圖に於てabを3噸に取り、bcをBCに平行に、caをCAに平行に書きて得たる力の三角形abcによりて、BCなる桁の受ける力はbcによりて、CAなる桁の受ける力はcaによりて表はさるゝのてある。故に(1)の結び目に於てはBC

にはbcを以て表はされる向き即ち↗なる向きの力を生じ、CAにはcaを以て表はされる向き即ち⟵なる向きの力を生ず。

次に(2)なる結び目の釣合ひを考ふるに、CBなる桁の受ける力は既に求めたるcbを以て表はされるのてあるから既知力てある。他の二力BD及びDCなる桁の受ける力は方向が與へられてある故に此等の力は力の三角形を以て總て知り得らる。即ち(丙)圖に於て、三角形cbdは(2)なる結び目の釣合ひに關する力の三角形てあつて、bdはBD、dcはDCなる桁の受ける力を示す。而してCBにはcbを以て示さるゝ即ち↙なる向きの力を生じ、BDにはbdを以て示さるゝ向き即ち⟶なる向きの力を生じ、DCにはdcを以て示さるゝ向き即ち↑なる向きの力を生ずるのてある。

凡て此等の桁の受ける力は外力に釣合はす爲に生ずる反働力てあるから、運動の第三法則によりて一端に受ける力と他端に生ずる力とは等しく且つ反對てあつて、桁は桁自身て釣合ひの有樣にあるのてある。之をバウの記號法にて云へば、(1)なる結び目に起る力がBC即ちbcならば、(2)なる結び目に於て同じ桁に起る力はCB即ちcbてある。夫故に各

々の結び目の釣合ひを考ふる場合に、其結び目を周つて空間の記號を右廻はりに讀めば、其讀み續けの順序によつて原働と反働とが自然に區別されるのである。學者宜しくバウの記號法の妙味を味ふべし。

次に(3)なる結び目を考ふるに、AC及びCDなる二つの桁の受ける力はac及びcdを以て既知力である。又DE及びEAは其方向を知る。即ち一點に働く多數の力の内、二力は方向のみを知り他は既知力である。故に力の多角形を以て、DE及びEAの受くる力の大さを知ることは容易である。(丁)圖は此結び目の釣合ひに關する力の四邊形である。ACにはac, CDにはcd, DEにはde, EAにはeaを以て表はされる反働力を生ずるのである。又此等の力の向きは、ACにはac即ち⟶なる向き、CDにはcd即ち↓なる向き, DEにはde即ち→なる向き、EAにはea即ち←なる向きの反働力が夫々起る。

以上の如く各々の結び目について順次に釣合ひを考へ、之に力の多角形を應用する時は、各々の桁の受ける力の大さと向きとを知ることは容易である。仍て次に此等の桁の何れが突張り棒で何れが引張り棒であるかと云ふに、此構造物は3噸の外力を受けたが爲に、之に釣合はせんとしてBCには ⤢ な

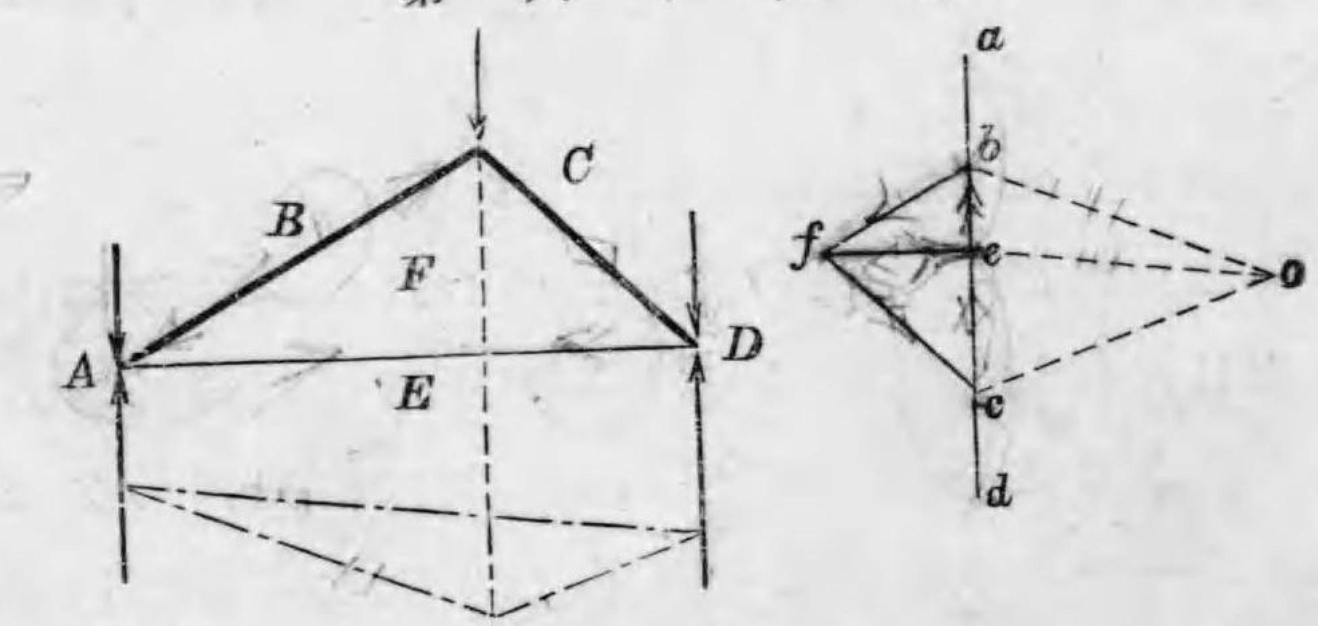
る力を生じ、CAには→—←なる力を生じたのである。而して此等は皆外力の作用によりて物體中に生じた反働力であるから、現に桁が加へられた力は反働力と反對の向きの力であることは見易き理である。即ちBCに加へられた力は ↗↙ なる向きの力で、CAに加へられた力は←→なる向きの力である。然るに他から→—←なる力を加へられるものは兩端から壓し付けられる桁又は棒であるから突張り棒で、←→なる力を加へられるものは兩端から引張られる桁又は棒であるから引張り棒である。依てBCは突張り棒でCAは引張り棒である。

構造圖に示した矢の向きは釣合ひの爲に桁の中に生じた反働力の向きであるから、現に桁の受ける力の向きは之と反對である。夫故に構造圖の矢の向きが←→なる桁は突張り棒で、→—←なる桁は引張り棒であると記憶すれば宜しい。仍て第六十八圖(甲)に於てBCは4·2噸, BDは3噸, DEは4·2噸の力を受ける突張り棒(圖中太き線にて書きたる桁)で、CAは3噸, CDも3噸, EAは6噸の力を受ける引張り棒(圖中細き線にて書きたる桁)であることが、「ヹクトル」圖を力尺を以て測り、尚ほ構造圖の各々の桁の兩端に附した矢の向きを以て知られる。

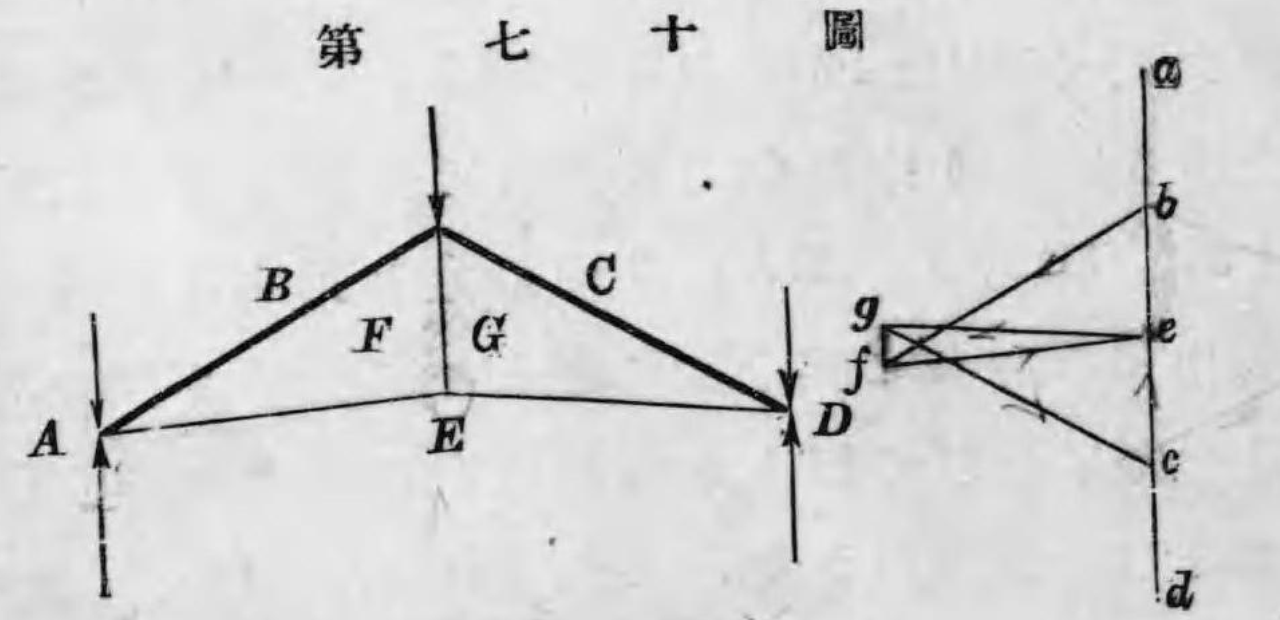
(1)、(2)及び(3)なる結び目の釣合ひを考へる場合に、(乙)(丙)及び(丁)に示した如き力の多角形を別々に書く代はりに、通例此等を組合はせて(戊)圖に示した如き一個の「ヱクトル」圖にする。之を**内力圖**と云ふ。

次に種々の例を示す。但し圖中細き線を以て示した桁は引張り棒で、太き線を以て示した桁は突張り棒である。學者宜しく研究すべし。第六十九圖は反働力が不明なる時は先づ「リンク」多角形の方法

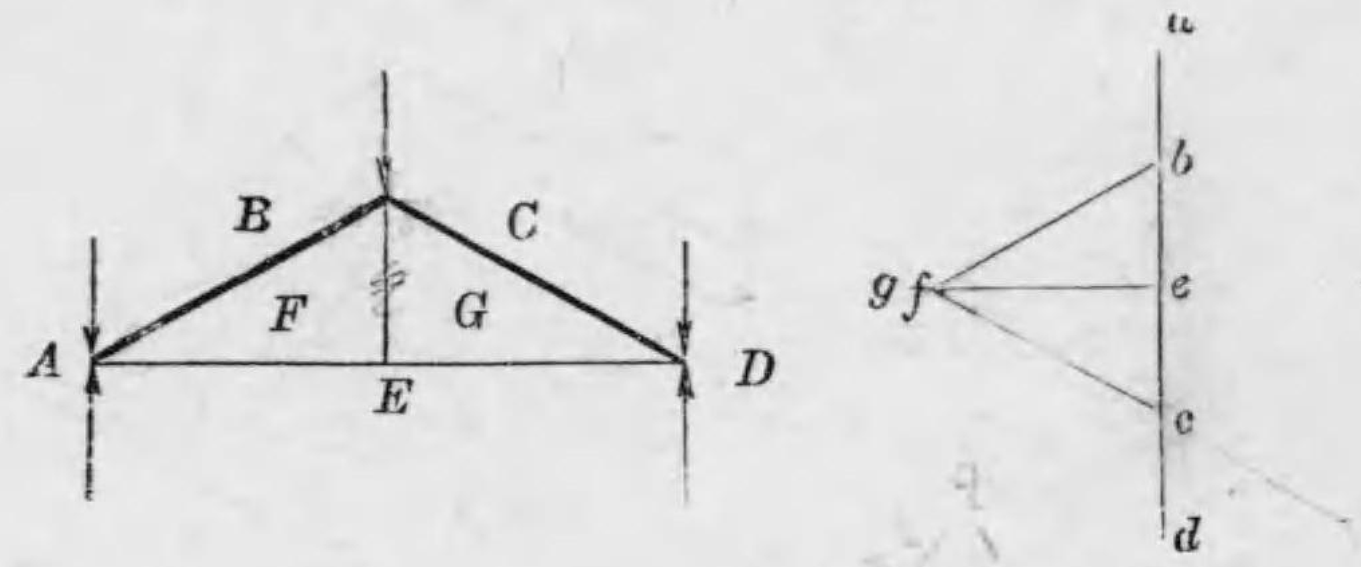
第六十九圖



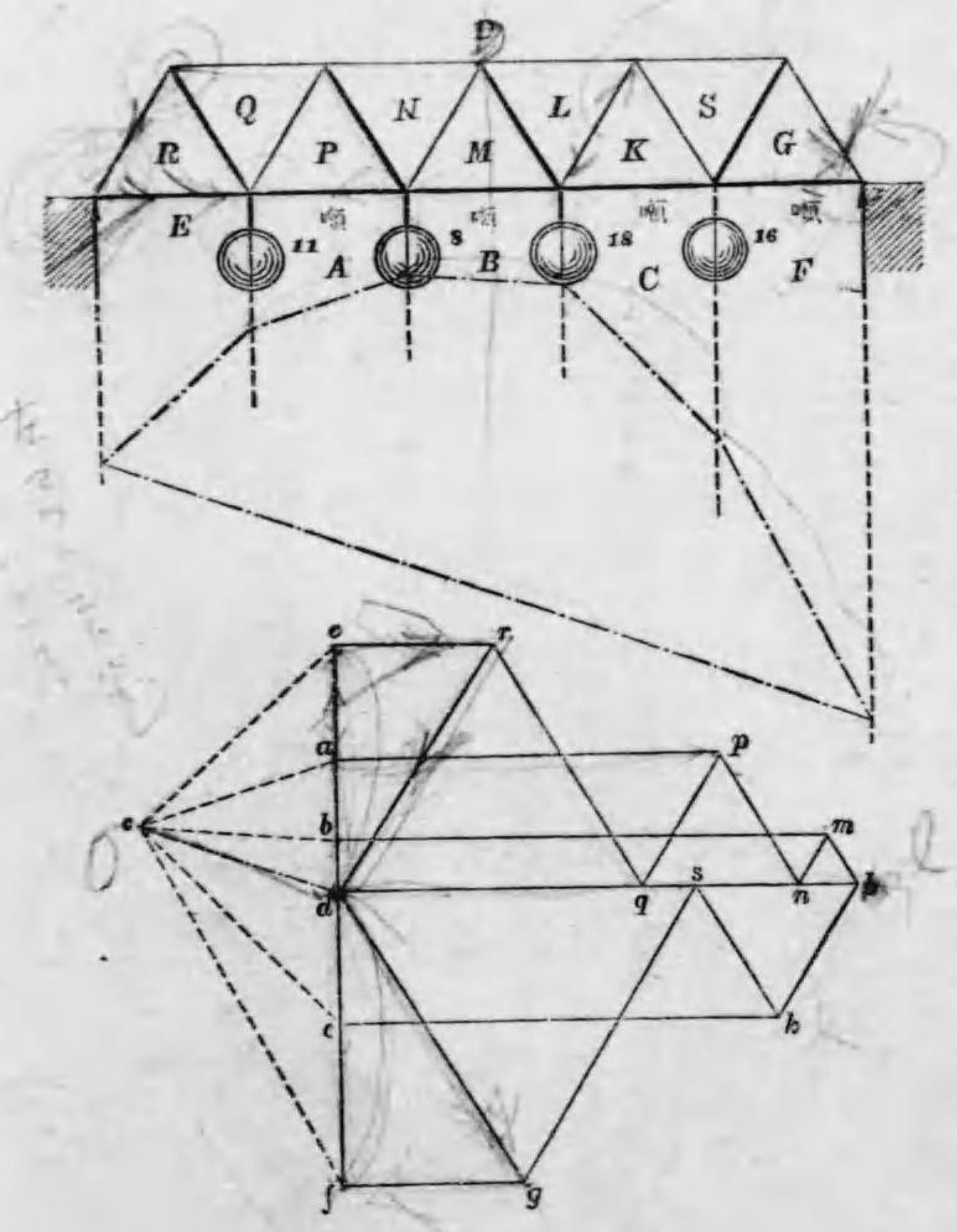
第七十圖



第七十一圖



第七十二圖



によりて、反働力の大さを求めた上で内力圖を書くことの例を示し、第七十圖は内力圖の f と g とが一點に合して fg なる力は零、即ちFGなる桁には外力の影響を及ぼさぬから此桁は不要である。依て之を省い