

相對論

A  
B  
C

上  
冊

中華民國十八年八月出版

相對論 A B C 上 (全一冊)

〔平裝五角 精裝六角〕

(外埠酌加郵費函費)

著者 Bertrand Russell

譯述者 王 剛 森

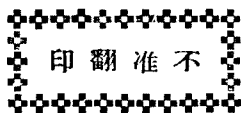
出版者 A B C 叢書社

發行 者 世界書局

上海四馬路

世界書局

發行所



不准翻印

## 序

民國五年譯者赴北平習算學和物理學，課餘很喜歡瀏覽新學說書籍。在北大圖書館內見Silberstein: The Theory of Relativity與Cunningham: Relativity and the Electron Theory兩書，頗以爲奇。這兩部書都是論特殊相對論，因那時距愛因斯坦發表特殊相對論時不過十年，我國尙沒有專門研究之學者，故無從問難責疑，草草卒讀，亦未能深究其全體的概念。民國十年英數理哲學家到北平講學，在「物的分析」講題內用通俗的論調介紹愛因斯坦全部學說的精義。我國學者震於羅素先生之盛名，都從事於研究著述，新學說的出版物，頗極一時之盛。譯者當時與同學潘景讓先生擔任「物的分析」之筆錄，詳稿曾載當

年時事新報學燈欄，迄今忽忽已近十年。

相對論原理極精深艱難，除基本數理智識外須諳習馬克斯衛爾「光之電磁說」，羅倫茲「電子論」，四度非歐克利特幾何學，微分幾何學，變微積分學 (Calculus of Variations)，二次微分不變式 (Invariant of Quadratic Differential Forms) 等，尤其要習一種有向量分析叫作「引量論」 (Theory of Tensor) 作研究的工具。所以學者都視為畏途，不敢嘗試。不過這是對於專門學者而言，要免去高等算學公式，用通俗的論調，使一般人能明瞭相對論的內容，卻也不是不可能的事。羅素先生於一九二五年在倫敦 Kegan Paul 書局出了一本相對論 A B C (The ABC of Relativity)，用了極淺顯的文字，避去極深奧的算學，來闡明相對論學說，並附有哲學上的見解，很足以作一般人士研究

相對論的入門。

吾友徐蔚南先生見而好之，囑即譯出付梓。以現代最著名的哲學家介紹現代最著名的物理學家新學說，堪稱珠聯璧合。但譯者對於相對論也不過粗知大略，又拙於爲文，譯時恐失原意，故重直譯，至於文筆簡潔與否，在所不計。譯時隨時加入註解或推演公式，以便閱者之參攷。本書共約有八萬字左右，茲特分訂爲上下兩冊，在每冊前由譯者各加入愛因斯坦及羅素肖像及小傳，以資紀念焉。

民國十八年三月譯者序

## 愛因斯坦小傳

愛因斯坦 (Professor Albert Einstein) 猶太人，一八七九年生

於德國之烏姆(Vim)城。不久其父母遷居於德國門興(Miinchen)城，稍長就入當地的小學校。後來隨父母到意大利北部米蘭



(Mailand) 城，住了六個月。十五

歲到瑞士入愛勞(Aarau)地方中學，畢業後就攷入楚立許(Zurich)工業大學，習物理學及算學，其時的志願亦不過想做一位中學教員

爲止。初不料後來對於人類思想界會有這般空前的大貢獻，使其名永垂不朽也。成名後其師閔可斯奇(Minkowski)——後來

也是相對論的功臣——對人說，愛氏在校時碌碌無知，初無藉藉名，實不料會有此驚人的發明也。

愛氏在求學時代就喜歡討論相對問題，不過喜獨自研究，不與人共。到瑞士後愛其國之自由，所以就入瑞士籍。一九〇二年在工業大學畢業，因家貧就在瑞京伯恩 (Bern) 專利局謀一工程師職。在此短時間內對於物理學的研究及貢獻很多。以論「白蘭運動」(Brownshe Bewegung) 為最著。一九〇五年發表「動體電力學」(Zur Electrodynamik bewegter Körper) 一文，這就是特殊相對論的第一次發表。同時又研究「勃浪克量子論」(Plancksche Quantentheorie)，發表「光量子定律」(Gesetz der Lichtquantum)，為近代理論物理及化學的重要定律。一九一一年為今捷克國首都白拉葛 (Prag) 大學教授，翌年為母校教授，未

幾又繼凡得何夫 (Vant Hoff) 而爲普魯士科學院院長，一九一四年又任威廉物理學院院長。斯時歐戰已發生，愛氏居柏林仍繼續研究相對論，一九一五年發表「普遍相對論提綱」(Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie) 一文。十年間用心過度，致生大病，好久方愈。一九一九年英天文學家組織觀測隊赴南菲南美兩處觀察日蝕現象，結果證明其學說無誤。今年五月九日在南洋羣島一帶有全日蝕，現在各國天文學家物理家正紛紛預備組織觀察隊，屆時對於愛氏的學說或可更得一強有力之證明，吾人可拭目等候其觀察之結果如何。在前次觀察日蝕前有人問愛氏，如實測的結果與預言不合則如何？愛氏答不能不合，如不合則吾惟有駭怪，可見其學說之真確及其自信力之強。八年前首到美國演講，備受歡迎。後來又



到過日本，路過上海曾逗留一二日，因我國沒有幾人能了解其學說，故亦未有大規模的演講，這對於我國的學術界是何等可惜和可恥的事！愛氏相對論的著作不多，但各國人士研究出版之書籍多至不可勝計，在書末譯者當列舉歐美各國名著數十種，以供讀者的參考。

一九二九年三月譯者作傳

# 目次

## 愛因斯坦小傳

第一章	觸覺和視覺：地球和天體	一
第二章	事物之發生和觀察之結果	一四
第三章	光之速率	二八
第四章	時鐘與量尺	四七
第五章	時空	六六
第六章	特殊相對論	八〇
第七章	時空之間距	一〇七

# 相對論 A B C 上

## 第一章 觸覺和視覺：地球和天體

人們都知道愛因斯坦創造了新奇的學說，但能深悉其內容者卻不多。大家公認他對於吾人認識的物理世界，起了革命，但他所運用的算學，都嫌太專深了。通俗相對論書籍確是不少，但書中偶一涉及要點，便覺含糊不明。這卻也難怪。雖說有多少新觀念總可以不借助於算學公式，但是困難的發生總難免除。這學說主要之點，在於設法改變吾人對於宇宙所想像的舊印象——這種印象都是人類的祖先或更遠的始祖所遺留，而於吾人孩提時已漸熟習的。改變吾人的想像，

真是一樁不容易的事。例如哥白尼 (Copernicus) 首創地球每日自轉一周而諸天體是靜止的是。這在我們現在看來是毫無疑義的，因為在我們的心意習慣還沒有養成以前，已漸加諳習了。愛因斯坦的觀念在吾人的子孫看來，是一樣的容易了解；不過要改造吾人的舊想像，卻非加一番努力不可。

要探求地面上的情形，自不得不用官覺，尤其是觸覺和視覺。在沒有發生科學的時候，人們常用身體某部分來量長度：如『一足尺』，『一指尺』，『一肘尺』之類。註一量遠的距離則用步行時所費的時間而定。後來漸漸能用目光來約略推測距離，不過還要靠觸覺來作精密的確定。並且用了觸覺總可以生出『實在』的感覺。許多事物不能用觸覺感覺的：如虹、鏡中幻像等是。如說鏡中幻像不是『實在』的一

類問題，頗使孩童玄秘的心靈眩惑費解。馬克斐斯的劍是不實在的，註二因為不能像『目睹般底顯著接觸感覺着』。不但幾何學和物理學，就是吾人對於身外一切事物的全認識，也都根據着觸覺的感覺。英文裏固體 (Solid) 一字引伸作確實解，氣體 (Gas) 一字引伸作空談解，因為氣體常人認為不甚『實在』的。

研究天體時，就非用視覺不可。我們不能觸着太陽，或走到太陽裏；不能繞行月球一周，也不能用尺來量昂星。但天文學家卻毫不猶豫地把幾何學和物理學來應用，這兩學科雖狠通用於地面，不過都是根據於觸覺和步量而成立的。用這種學科來研究，就使天文學家的腦海裏發生了困難的問題，等待愛因斯坦來解決了。舉一例以明常人能通用於地面的

事物而爲天文學家所不能通用的。設有一人服了某種藥劑使其知覺暫時喪失，清醒後忘却以前一切的記憶，惟仍能保持其理解力。設當失去知覺時置之於氣球裏，這時氣球正在黑暗中行駛着——在英倫爲十一月五日，在美洲爲七月四日之夜。則可見火光閃爍，從地面、火車、四方飛行的飛機發出，但於黑暗中卻不能看清地面、火車、和飛機。那末這人對於世界的真相有怎樣的見解？他必以爲永久的物體是沒有的；不過是閃爍的火光，瞬息變幻，在大空中迴旋飄蕩着罷了。並以爲一切物體都是只可望而不可及的。當然他的幾何學、物理學和玄學，都和常人迥異了。如果有一常人和他同在這氣球裏，則此常人的言論決不會使他滿意的。要是愛因斯坦同他相處，則他對於愛氏的言論比常人的言論容易了解，因

爲他不像常人一般有先入爲主的成見，致和愛因斯坦的學說格不相入。

相對論學說裏一大部分是要免除世人所習熟的成見，這種成見是乘氣球人服藥劑後所忘記的。地面的人類受了日常環境的支配，根據片面的理由，養成一種不正確的概念，而人們卻視爲思考上必要的結果。就地面的立場點看，則覺地面之物體大都是保持其固有的狀態和位置，這是在地面上一些重要的環境。不是如此，則到某處去的一句話，就沒有確切的意思了。如有人從杭州到上海，首先就覺得杭州還是舊日的杭州，在火車裏也覺得所行駛的路軌仍舊是上次所行駛的，到了上海終點時，也不會以爲北站移到城站。所以總聽見旅客說我們到了上海，沒有人說上海到了我們的面前，雖

然照這般說，也不見得不對。由於自然造化大部分的情狀之偶合，構成這類共同見解的常識。假如南京市屋都飛動如蜂羣；火車行駛時如冰雪的消融；而一切物體又都如雲霧般易成易散；假如地球的熱度極高，這類情形或許會有的。那末在這世界裏到上海去的一句話就沒有意思了。旅客自然就可以問街車夫：『今晨杭州在什麼地方？』到了車站又可以問售票員上海在什麼地方，售票員也可以回問：『先生，你問的是上海的那一個地方？今天大馬路移到蘇州，城站移到崑山，北站沉到吳淞口外海底裏』。註三鐵路沿線各車站都不是靜止，各向四方飛行，其速度也許比火車快。照此情狀，人們就不能預算在什麼時候可以到某地方了。所以有一定「位置」的意義不過成立在地面許多龐大物體，幸而是固定不



動的。「位置」兩字的觀念在實用方面說也不過是逼近的眞確：照邏輯說這種觀念是無需的，而且也沒有正確的意義。

固定的印象也不過成立於吾人的官覺有認識龐大事物的能力，要是人類都小如電子，則固定的印象是不會有的。杭州城垣照我們看起來是固定的物體，在彼渺小的人類裏除了幾位非常的算學家外，覺得太嫌廣袤無垠不可測度。即秋毫之末亦視無數小質點所組成，此小質點各以極大的速度圍舞旋轉永不相觸。在這樣的經驗世界裏，一切似癡似狂，好比上海市內的各街道會向四方移動一般。更就他方極端作喻——如人的軀幹和太陽一般龐大，其生命亦依同比延長，而理解力亦相當遲緩，則亦感着宇宙的混亂無章——恆星行星都穿梭似箭，如朝霧的集散，沒有一樣物體可以認作有相對的

靜止。幸而吾人的軀幹狠適中，所處地球上的溫度也狠合宜，纔能把物體有相對固定的情狀認作平常的情狀。要是不如此，則相對論以前的物理學早就不能適用。事實上這種舊學說也無由發明。人類對於科學定律不是不知不識，便能直接闡明相對論物理學了。吾人還幸而沒有改變常度，纔能領略歐克利特 (Euclid)、噶萊理 (Galileo)、牛頓 (Newton) 和愛因斯坦的學說。同時也幸有這幾位才識卓絕之士，纔能在非科學的觀察深合常人的見解裏，發見合理的物理學。

在天文學裏，日月星辰雖說也是年年繼續存在，要是用另眼來觀察這宇宙，就要覺得和日常生活所感受的情狀完全不同了。前面講過觀測天體只能用視覺；其餘四種官覺都不能施之於天體。天空諸體互相都作相對的運動。地球圍繞太

陽而旋轉，太陽也向「武仙座」(Hercules)進行，其速度比快車大得多，「恆星」也像驚弓之鳥四方飛動。在天空中就沒有兩個天體能像杭州和上海般常能保持其固有位置。在地面旅行時總說火車向前進行而不說車站後退，只因為車站和四周的城市土地永能保持其關係。要是在天空中則隨意可把一天體當作火車，而他天體當作車站：所選擇的標準完全依照便利和習慣而定。

論到這點，很可以把愛因斯坦和哥白尼的見解來比較。在哥白尼前，人們都以為地球是靜止的而天體每日繞地一周。哥白尼說明「實在」是地球每日自轉一周，星辰太陽每日的升降不過是「外觀」的現象。噶萊理和牛頓都信仰他的見解，並且還設法加以種種證明——例如地球兩極略扁，在兩

極的物體重量比較在赤道上要重些。但依近代學說而論，哥白尼和其他反對的兩種論調，亦只有便利與否的區別；一切運動都是相對的，所以下面兩句話並沒有區別：『地球每日自轉一周，』和『天體每日繞地球一周。』這兩句話所表明的只是一樁事，正如說某長度是兩碼或六呎一樣。不過在天文學裏把太陽當作不動，比把地球當作不動時要便利得多，正如用十進位幣制要容易計算些。討論哥白尼的學說先要假定有絕對運動，事實上是不會有的。一切運動都是相對的，不過照習慣上就認某物體是靜止的。各項說法雖有便利與否的區別，卻都合理的。

能不能用觸覺來測度的情況，就是天文學和適用於地面之物理學間的主要區別，這一點是很重要的。『力』的意義

在常人和舊物理學裏一向都沿用之，因為在日常動作裏總能感到力的作用。在步行時就感到肌肉的動作，靜止時則作用亦停止。汽車沒有發明時人們常用馬車代步，觀察馬的努力前進，亦正和人們用『力』一般。在日常經驗裏人們對於物體相拉相推的情形，都是狠熟習的。因了這類狠明瞭的事實，就使『力』在動力學裏成爲自然的基本。但是在牛頓萬有引力定律裏卻發生了困難點了。兩個彈球衝擊之力卻狠容易看出，因為就像把他人擊一下一般；但是說到相隔九千三百萬哩的太陽和地球有吸力，似乎有些玄秘了。

牛頓不承認物理現象有「隔距作用」（見第六章註一），以爲太陽和行星的中間一定有一種未知的機能，使太陽所發生的影響傳到行星。但是這機能永沒有發見，以致萬有引

力問題一向成爲懸案。實在由於「力」的概念完全是錯誤的。照愛因斯坦引力定律說，太陽並沒有吸引行星；行星所以要繞太陽只不過在太陽附近區域裏沿了最方便的路線運動而已。這點到以後再講；現在只要先知道「力」是從觸覺方面得到的一種誤解，其意義必需拋卻廢棄的。

物理學進步後，就漸漸知道討論物質的基本意義，用視覺要比觸覺減小許多誤解。兩個彈球衝擊時似乎情形很簡單而實在很麻煩的。實在這兩彈球並沒有接觸着；究竟的情形很複雜，並不見得比彗星穿過太陽系再飛去的情形要簡單些，像一般人常識所想像的那般簡單。

上面所說的幾點意見，在愛因斯坦發明相對論以前的物理學家也都承認的。知道「力」也不過算學裏的一種假擬，

也公認一切運動都是相對的現象——就是說，兩個物體有變更其相對的位置時，我們不能說那一個是運動那一個是靜止的，因為彼此不過把他們相互的關係改變而已。但是一部物理學所實在運用的方法要和這種新意見契合，卻也狠不容易。牛頓深信力和絕對空間與時間的觀念；他所運用的方法就把他的信仰包在裏面，他的方法後世的物理學家都奉為規範。到愛因斯坦出來纔另闢新徑發明新法，脫離牛頓所假說的羈絆以外。他的方法之要點，就在把一向認為無疑問之時間空間的舊觀念，根本加以改變。研究他的學說所發生之困難和興味，就在這點上。在討論新學說以前先要介紹幾樁基本的事情。這都在下兩章裏說明。

註一 英尺就是呎(英尺)，約如人足之長；肘尺爲自肘至中指之梢的長；指尺爲大指尖至

小指尖之長，合九吋長。

註二 馬克裴斯爲英著名文學家莎士比亞(William Shakespeare 1564-1616)所著四大悲劇之

一。馬克裴斯是本劇的主人翁。他是有功於皇室，但久懷篡逆之心。某日皇宿於其家，到

晚間，克裴斯持劍到皇的寢帳前欲實行篡殺，忽見空中有一懸劍正對着他，因而胆怯而退

。這懸劍是他自己的幻覺，並不是實在有的。

註三 原文所用的是英國的地名，繙譯時用我國地名來代，爲的是便於想像而不至於混淆。

## 第二章 事物之發生和觀察之結果

有幾位聰穎之士總喜歡說「一切事物都是相對的。」這句話自然是沒有意義的，因爲「一切事物」都是相對，那就沒有一件事物可作相對的標準了。但如不陷於玄學的辯解裏，也可以說物理世界中一切事物都和觀察者相對。這個見解



，對與不對，到「不是」。「相對論學說」裏所要採用的。或者這個名詞題得不狠妥；常使玄學家和沒有學識的人混淆不明。他們以為這新學說一方面證明在物理世界裏「一切事物」都是相對，他方面又完全不問什麼是相對，這樣構成的物理定律就不會和觀察者的環境生關係了。觀察而得的結果確是和觀察者的環境至有影響，其影響或更較他們所預料的為甚，不過愛因斯坦同時證明怎樣就可以完全不管這種影響。這就是他的學說驚人之處。

兩人觀察同一事件，比較各人的認識，有些是相同的，也有些是不同的。不同之點對於常人也沒有多少利害關係，所以就晦而不顯。但是在心理學和物理學裏，因其地位不同，對於同一事件各人的認識就有很顯著的區別。有因觀察者

的心意不同，有因感官的不同，有因所處物理地位的不同，所得的結果就迥異：以上的三種不同情狀可歸入心理的、生理的、物理的三類。一句警語聽得懂的人就覺得明白聽見，聽不懂的就全不注意的過去。兩人同登哀爾勃斯山，一流連於風景之幽美，他人則正注意於瀑布之衝擊而思利用之法。這類區別是屬於心理的。近視眼和遠視眼的不同，聾子和常人的不同，都是屬於生理的。現在要講的不是這二種，不過先說明之以免混淆。所要講的就是完全屬於物理的一種。兩觀察者所得之物理的區別，可以收入影片上或蓄音機裏，在電影院裏或發音機上重行表現出來。如兩人聽到第三人的談話，因為距離有遠近，近者所聽見的聲音要比遠者要高些和略先些。又如有一樹倒落時兩人在不同地位觀察，則其傾

斜的角度各人所觀察的結果不同。各人的結果各用器具測量都能證明無誤：這並非是因觀察的偏私而生歧異，也不過是各人所經歷得一種物理性質應有的平常結果而已。

物理學家對於物理世界所發生之現象的認識，也和常人一般，相信是客觀的事實，並不是個人的經驗。物理學家認為物理世界是「實在」的，更比常人的意見進一層。例如日蝕現象在相當地點可以看到的，同時也可以用照片照出。物理學家認為這時確實發生了一種現象，這現象卻超出於實地觀察或看見照片者的經驗之上。此處對於這點見解特別申明，似嫌煩瑣，實在因為有些人疑心愛因斯坦的見解有歧異處。要知他的見解亦正相同。

如果物理學家確信某種現象對於衆觀察者是「同一」的

現象時，他的意思是狠明顯的指他們所得相同的特性而言，因為各人另外所得不同的特性，一定不會屬於這現象的本身。物理學家至少也要承認『一樣細心』的觀察者所得共同的特性是此現象的特性。用顯微鏡或望遠鏡來觀察比肉眼要精密，因為可以多看見些。精微的照片更能多『看見』些。但是物體的形態因觀察者的位置不同，而生透視形和大小之異，這種區別是狠明顯的不關於此物體的本身；完全由於觀察者的觀點而生的歧異。常人判別物體時，也知道把這種歧異免去不論，物理方法也不過精密些，其原則是一樣的。

因觀察的誤謬而生的區別，當然不在討論的範圍。一樁事情依各人的觀點觀察，其所得的正確之記錄，而有物理上的區別時，就應當注意了。在遠處有人放鎗，則吾人必先見

火光而後聽到鎗聲。這並不因為吾人的感官不健全，實在因為聲音的傳播比光慢得多。光的傳播極速，照地面的現象而論，直可當作同時就能傳到的。地面所發生的事情其發生的時間和吾人看見的時間實在可認為同時。光一秒鐘走三十萬(約十八萬六千哩)。太陽光傳到地面大約須八分鐘，恆星光傳到地面近者須三年遠者須三千年。當然不能在太陽上放一時鐘，於格林尼治標準時註一正十二點時發一光號，而於下午十二點八分傳到格林尼治。計算光速多少要用間接的方法。直接方法只有像用回聲來求音速的方法一種。我們只要發一光號傳到鏡面，再反射到原處所需之時間，這就是光行兩倍鏡距的時間。但是在地面光行之時間太覺短促，所以要用這個方法不得不應用理論物理裏所研究得的結果——

比應用天文學的張本更為重要。

觀察者根據各人的觀點不同，其所得之結果是應該注意討論的；在天文學裏從哥白尼以後已經看到了。這種意見是狠對的。但是許多原理在其結果完全證實以前已久經學者的公認。不過有種原理在理論方面雖經物理學家的公認，而一部傳統的物理學裏卻和這原理是衝突的。

許多法則照哲學眼光看似狠有問題，但物理學家卻都承認，因為對於事實是狠通用的。洛克 (Locke) 註二認爲物體的『第二種』性質——色、音、味、香、等——是屬於主觀的，而『第一種』性質——形狀、位置、大小——是物體的純粹物理特性。物理學家所得之法則都合於這個學說的。色和音都認爲主觀的，卻都是一種波動依一定的速率前進——

光波和音波性質不同速率亦迥異——傳到人們的眼膜和耳鼓裏所生的感覺。物體的透視形因觀察者之位置而變，不過透視學的定律也狠簡單，狠容易從各方所觀察得透視形而求得其「實在」的形狀；又在吾人近旁物體的「實在」形狀又可用觸覺感得。物理現象發生的客觀時間可用波動的速率來計算——依情狀而採用光速、音速，或神經傳播感覺的速率而定。這個見解對於日常雖不適用，而物理學家實際上就採用之。

以前的種種見解狠適用於速率不大的運動，但是對於速率極大的運動物體，物理學家就覺得這種見解不能適用了。特別快車一分鐘約走一哩；行星一秒鐘走好幾哩。彗星走近太陽附近，其速率更大，因此就生出些奇狀了；不過這種奇

狀產生的原因不一。在動力學所討論的範圍裏，行星的速率實際上可算最快的一種。論到放射體則所觀察的現象又生一新境界。觀測鐳所放射的電子，其速率幾和光速相等。這種極速的物體其情形就不能用舊學說來規範了。物體質量的隨其運動而增加，這是物體性質的一種。電子運動急速時比遲緩時所呈之力要大。後來發見這個理由是因物體運動時其形狀大小亦生變化的原故——例如一立方體當運動急速時，在旁觀者看起來，其形狀向運動方面縮短，但和此立方體同運動的人，則看不出有變化。最奇怪的是時間的過度其久暫也和運動有關；就是說，有兩個完全正確的時鐘，其一對於其他有相對的急速運動，如運動後仍回原處，則此兩時鐘所表之時刻就不能符合了。現在發見在自然科學裏所常用的時鐘和



尺矩，都和觀察者所處的環境有關，就是和觀察者對於所計量的物體之相對運動有關的。

照這樣說觀察者所得的結果和所觀察之事物本身現象不能一致符合了。戴藍色眼鏡的人所見之物體都是藍的，人們都知道是由於眼鏡的藍色所致。但如有人觀察兩處閃光而詳測其發光時間的間隔；如能知發光的地點，並各算入從這兩處的光線傳來所需之時間——如所用之時計正確無誤，則當然可以尋出兩處發光時間之間隔，他便以為這並不依觀察者個人的情狀而變。並以爲無論何人詳細測算的結果，亦莫不相同。要知這許多觀察者都是在地球上，都隨地球一起運動的。就使兩人各乘一飛機相背而行，其相對速率至多也不過一點鐘四百哩，和每秒十八萬七千哩的速率（即光速）比較

太穀不上了。如果鐳所放射的電子，每秒有十七萬哩的速率，能穀觀察這兩光發生時間的間隔，也算入光之速率，則其所得之結果就完全不同了。讀者容或發問：這是怎樣能知道的？人非電子，安能作此極速的運動，沒有科學家能實地觀察來證明這學說。不過看到後節所講，就覺狠有充分信服之餘地——第一步，就是充分的實驗——尤可心折的——就是用充分的理解隨時都可闡明這學說，不過在解釋新學說以前，先從用實驗方法證明舊理解是錯的入手。

相對論裏有一條最重要的原則，但人們卻常忽視的。例如一人所有之錢財為他人之兩倍，則不論用金鎊、佛郎，或用其他單位計算，其倍數總不變的。銀錢的單位雖不同，其數目亦相異，但一數總為他數之兩倍。在物理學裏也有同樣

的情形，不過關係複雜些罷了。因一切運動都是相對的，所以可以隨意用一物體作標準，其他的運動都可視為與之相對。如在進行火車的餐車內走動時，則可視火車為靜止，而求其相對運動。如念及行程，則可視地球為靜止，而吾人以每點鐘六十哩之速度隨火車而前進。天文學家研究太陽系時，則視太陽為靜止，而吾人則隨地球而旋轉；此時火車之速度與地球旋轉之速度相較，便覺太緩而可忽去不計。天文學家如更進而研究宇宙全體，則太陽亦不能視為靜止，而向諸恆星公共重心方向運動了。用以上各種情形來計算物體的運動，不能說那種方法比較要正確些；只要把標準物體探定後，任何方法都是對的。所以要比較一物體對於其他各物體的運動關係，用任何物體作標準其結果都是相同的，正如此比較兩

人錢財的多少，可用任何單位計算其關係都相同的。物理學所研究的完全是事物之相互關係，所以在物理裏可以任何物體作一切運動的標準，而得全部物理的定律。

就他方面討論。物理學的內容是記載物理世界裏實在所發生的現象，並不是每一觀察者個別的意象。在物理學裏所要討論的就是各個觀察者所得的公共物理特性，這種特性纔算是屬於物理事件的本身。所以要敘述一現象的定律，一定要和任何觀察者所得的結論符合。這個單純的原則，也是全部相對論的主要意見。

照現在的學說知道以前所謂物理事件的空間時間性質，大部分要靠觀察者的主觀見解；只有剩餘的一小部分是屬於客觀事物的本身，而且只有剩餘一小部分是可以物理定律

的公式來概括的，這種公式都從演繹推理得到，愛因斯坦運用一種純粹算學作工具，叫作引量論 (Theory of Tensor)，來表明這客觀剩餘部分的定律，其定律和舊有的定律很近似。愛因斯坦的定律和舊定律相異之點，大部分是從觀察的結果證明的。

如果物理世界中沒有真實的事情存在，只是像各人夢境一般的虛幻，則吾人也沒法可以尋出何種定律來表示各人夢境的相互關係了。幸而一件事物發生時一人的意象同時（照普通的意思）和他人的意象有密切的關係。這樣就足使人深信各人的意象雖各不同，但有一共同的外因。物理學所記載的不過是吾人所認為「同一」事件在各觀察者所得之相同和相異的意象而已。而物理學家首要探求的還是各人所得的相

同點。這相同點卻非舊物理學裏所講的，因為單是空間或單是時間實在不能認為絕對的客觀。只有「時空」的混合，纔可以算作純粹的客觀。要解釋這觀念卻不狠容易，不過總要設法說明；這在下章起開始研究。

註一 格林尼治 (Greenwich) 在倫敦市郊外，是最名之天文臺，一六七五年英王查理二世所設立，為世界子午線之起點。天文臺所用之時以此為標準。

註二 洛克 (Locke 1632-1704) 英國哲學家，是經驗派 (Empiricism) 的健將。他主張沒有一種觀念得諸先天，都是從經驗得來的。

### 第三章 光之速率

相對論裏最新奇的事情是論到光之速率。讀者能於此重要學理上的意見之改變，稍加研究，則自能明瞭於舊學說所

以不能成立的原故。

光之傳播有一定的速率，此事實由天文的觀察而得。木星之月有時爲木星所掩而呈月蝕現象，蝕時的時間亦至易計算。但是木星最近地球時，月蝕時觀察之時間常比測出之時間較早數分鐘；木星最遠地球時，則較遲數分鐘。這遲早的原因，實由於光行時也有一定的速率。木星上現象發生時比我們看見這現象要早些——木星遠地球時比近地球時又稍早。研究太陽系和其他行星之情狀，也都可以證明光行時有同樣的速率。所以光在真空中前進已公認爲有一定之速率，每秒約爲三十萬呎。（一呎約等於八分之五哩。）光係一種波動現象，所以這個速率是光波在以太中傳播的速率——光波一向認爲藉以太而傳播的，但在新學說裏光波之意義雖仍存

在，而以太的觀念卻有些模糊了。無線電所應用之電波（和光波相類，但波長較長）和 X 線（和光波相類，但波長較短）其速率也和光波相同。現代的意見以為引力的傳播也要同樣的速率，惟愛亭登（Eddington）頗懷疑之。（以前一向以為引力的影響，是不需時間的，但是這個見解，現在已經沒有人承認。）

照普通的情形說卻沒有問題。但如精密測量，則困難紛集了。波動說是假定波在以太中傳播的，所以傳播的速率應以以太為標準。而以太（如果是有的）對於天體運動不呈阻力作用，所以對於天體運動不生影響。當地球進行時如需排開前面的以太，像汽船排開流水一般，則此一部份之以太對於地球之運動應呈阻力作用。所以一般的意見認為以太可以通



過物體暢行無阻，很像空氣通過粗篩一般。如此見解是對的，則地球在軌道上運動之速率，可視為對於以太的相對速率了。地球沿軌道而旋轉，則在軌道上總有一點其方向和以太的運動一致，則其運動速率必較在其他各點為速。正如在有風天氣之曠場中繞行一周，則不論風之方向如何，必有一點正逆風而行；其原則固與前理相同。所以在相隔六月之期間，地球之運動至少必有一日正和以太風相逆而行。如真有以太風存在，則對於地面之觀察者說，光號向以太風方向進行時必較橫渡以太風時為速，而橫渡時又較逆向前進時為速。這就是麻可爾生 (Michelson) 和摩萊 (Morley) 的著名實驗所由而生。註一在兩人的實驗裏放出一光號使向成直角方向兩面進行；各使射至鏡面而回到原處。照常人的見解，用試驗或淺近

的數學，也足以證明在河流中順流逆流往返原處之時間，必較橫渡往返原處之同一距離所費之時間爲長。如果有以太風的存在，則此兩方向進行之光號既同爲以太中之波動，必有一光號自鏡面射回原處之速率，較經同一距離之他光號的平均速率稍小。麻可爾生和摩萊曾作此實驗多次，並於各地覆試。其所用儀器之精密程度，狠足以尋出所預期之速率的微小差，但結果總尋不出這兩光號速率有絲毫差異的。實驗結果發表後卻使這二人和一般人驚奇不止，而屢次的覆驗又使人不容疑有謬誤。這個實驗起始於一八八一年，而於一八八七年又鄭重地重做過。但是等了多少年後，纔有簡略的說明。

要說以太是隨地球一同運動的，這又有許多理由來否認。這問題卻成了邏輯的死結，物理學家因此都想用任意的假

說來解釋。其中最重要的爲費茲噶拉特 (Fitzgerald) 的假說而經羅倫茲 (Lorentz) 之詳解者，即費氏收縮說是也。

依收縮說，物體運動時常向運動方向依速度之大小而生相當的收縮。其收縮的程度適足使麻可爾生摩萊之實驗得負結果。光號順流逆流時所實經之路程，確比橫渡時所實經之路程稍縮短，其縮短之程度，恰好使兩光號的光波同時回到原處。收縮的多少，是不能用尺量出的，因爲所用的量尺，亦依同比例而收縮。一枝量尺依地球運動方向放置，常比直角方向放置時要縮短些。到後來愛因斯坦於一九〇五年所發表的特殊相對論裏說，這種假說也有一部分的理由。不過所設定物體的收縮並不是物理的事實，卻是量度時的一種特性，不容吾人否認的。但是現在暫時不把愛因斯坦所解釋這懸

謎的理由說明。先把這懸謎的性質詳細說說。

在討論時姑且除去這種假說不論，看了麻可爾生的實驗（和同樣的種種實驗）結果，就可以知道光和地球的相對速率，不管地球運動的方向如何，都是一樣的，就是在一年中地球圍繞太陽旋轉時，其方向雖然時時變換，而光對於地球的速率總是相同的。這也不止在地球面上有此特性，即在他天體上亦莫不皆然。如某物體發一光號，則當光波四面傳播時，不論物體向何方作如何的運動，此物體常居光波之中央——至少可以說和此物體一同運動的觀察者其見解是這樣的。這就是二氏實驗的單簡和自然的意義，而愛因斯坦所發明的相對論卻能解釋承認的。但是在以前吾人總以為這種單簡和自然的意義是不合邏輯而無法可以承認的。

現在舉幾個例子來說明光的奇蹟。砲彈射出時之速率較音爲速：在遠處對方之人必首見火光，繼見砲彈飛過，最後始聞砲聲。假若有一科學家坐在砲彈上來觀察，固然當他聽到砲聲以前已被砲彈炸死，這種情形姑置而不論。假使聲音的性質也和光一般，則此觀察者聽到他處傳來一切的聲音，其情狀正如在靜止時是一樣。假使在砲彈前面約一百碼地方能置一回聲幕，附着砲彈而運動，則此觀察者聽到他處傳來的聲音之回聲，其所需之時間，正和砲彈及觀察者在不動時是一樣。這個實驗當然是不能做的，現在再用一個可以做的實驗來說明，就能知道所觀察的事情和光的情狀卻完全不同。在火車軌道某處——如在火車隧道口——可使他處傳來的聲音反射而成回聲。當火車沿軌道前進時，在軌道旁放一鎗

聲。如火車向隧道口進行，則車中乘客必比放鎗者先聽到回聲；如火車向反對方向進行，則乘客必晚聽到回聲。但此例和麻可爾生摩萊的實驗，其情形似嫌不同。因實驗中之反光鏡應與回聲幕相當，而反光鏡隨地球而運動，故回聲幕亦應隨火車而運動。今設於車末車守處放一鎗聲，而於車首機關車上置一回聲幕，使鎗聲反射。設火車之長適等於聲音一秒時所經之距離（約五分之一哩），而火車速率為音速十二分之一（約每小時六十哩）。今設於車中作回聲之試驗。於火車靜止時車守應於放鎗後隔兩秒鐘就可聽到回聲。如車向前進，則須隔兩秒又一百四十三分之二時間纔可聽到回聲。註二因有此相差，只要預知聲音傳播之速率，雖在大霧中不見外物時，藉此實驗，就可算出火車的速率。如果聲音和光的

性質一樣，則不論火車的速率怎樣加增，車守聽到回聲時總為兩秒，而無絲毫的相差。

再舉幾個例子來表明光之速率還具有一種奇異的性質。——照舊學說和通俗眼光來看——在上升的升降機裏同時再向上走，則比立定的人要先到屋頂。假使升降機上升的速率和光一般，則兩人必同時達到屋頂。又如行人在路上以每小時四哩的速率向前行走，同時有一汽車以每小時四十哩的速率向同方向駛行，則隔一小時後行人與汽車之距離應為三十六哩。如汽車向反對方向駛行，則隔一小時後其距離應為四十四哩。假使汽車的速率和光一般，則不論是同方向或反對方向進行，都沒有絲毫的區別：隔一秒鐘時行人和汽車的距離都是十八萬六千哩。就使這汽車對於另一速率較慢的汽車

，不論其方向如何，隔一秒鐘後，也是離開十八萬六千哩。這種情形好像是不可能的：在不同各地點怎麼就會和同一汽車的距離是一般底呢？

現在再舉一個例子來講。設有一蠅觸到停滯的池面，則池水受擾動而生圓波向外擴播。圓波的中心無論在何時總在蠅和水面接觸之一點。如此蠅飛到他處，則此蠅已離開圓波的中心點。假使圓波就是光波，而蠅為精深的物理學家，則不論飛到何處，覺得總在圓波的中心點。同時在池旁另有一精深的物理學家來觀測，則照常看出此時蠅已飛出圓波的中心點，其中心仍舊是蠅觸到水面之一點。假使另有一蠅在同一時同點也和水面相觸，不過向另一方向飛去，則彼亦自以為常在圓波的中心點。這個假說的例子全和麻可爾生的摩萊的實



驗結果相同。池水和以太相當；蠅和地球相當；蠅觸到水面之一點和實驗中所發之光號相當；水面圓波和以太裏光波相當。

這樣的事實初看總以為不可能的。所以麻可爾生摩萊的實驗起始於一八八一年，一直等到一九〇五年纔有正確的解釋，這也無足怪了。現在再討論前節所舉行人和汽車的一例，究竟表明些什麼。設有許多行人及汽車適在某地相遇；各人各車的速率各不相同，其進行方向亦各相異。就在相遇的地方和時候發出閃光，則在各人的時計上過一秒鐘時，各人各車所在的地位雖非同處，但此時閃光和各人的距離都是十八萬六千哩。對於此人之時計過一秒鐘時相隔十八萬六千哩，對於反對方向進行者之時計過一秒鐘時也是相隔十八萬六

千哩——兩人的時計假使都一樣地正確。這種情形怎麼會有呢？

解釋這種事實底唯一方法，只有說鐘錶因運動而生變化。所說變化並不是說可以精細修理改正的；這種變化是運動時應生的根本性質。就是說若有兩樁事情先後發生，照某人的完全正確之時計和量尺來測算相隔一小時，另有一人以相對極快之速率運動時，也用同樣正確的方法來測算，則相隔之時間決不適等於一小時。這兩種不同之結果，都是對的，不能說那一個是錯的，正如不能說表格林尼治時的時鐘是對的而表紐約時的時鐘是錯的一般。這並存的理由在下章說明。

光之速率還有一樁奇事，即無論何種物體任受何等大力

，至任何長久之時間，決不能使之發生與光速相等之速率。再舉一例來說明。在展覽會裏常可見到一種轉臺，可使之旋轉運動。設有此種轉臺多座依公共圓心旋轉。最外一座旋轉之速率設每小時四哩，第二座之速率較外座之速率每小時更多四哩；依此遞進。如立於最外座之人依次向內座進行時，則覺轉臺之速率遞加，至於極大之速率。彼必以為最外座之速率每小時四哩，第二座與最外座之相對速率又為每小時四哩，則第二座對於地面之速率必為每小時八哩。但這見解確是錯誤的；實在速率卻稍比八哩小些，不過這極微之差數，就用最精密的度量也無法可以尋出的。現在再設法使讀者十分了解此意義。假使在某日清晨轉臺正在旋動時，三人都帶了極正確的時計並列着。一人站在地面，一人站在第一座轉

臺上，一人站在第二座轉臺上。第一座轉臺對於地面以每小時四哩之速率旋轉。每小時四哩即等於每分鐘三百五十二呎。在地面之人當其時計過一分鐘後，在地面測量從自己立點到第一座轉臺之人的前面地面上一點，則量得之距離為三百五十二呎，立在第一座轉臺之人當其時計過一分鐘後，在第一座轉臺測量從自己立點到第二座轉臺之人的前面第一座轉臺上一點，則量得之距離亦為三百五十二呎。問題：在地面之人觀察在第二座轉臺之人，每分鐘應當轉過幾呎？就是問在地面之人當其時計過一分鐘後，在地面測量從自己立點到第二座轉臺之人的前面地面上一點，所量得的距離應當幾尺？普通的答案是三百五十二呎的兩倍，或七百〇四呎。但是實際不到這個數目，不過相差的數目太小而不可量出。這微

細的差異是因為兩人所用的時計，因運動後而生變化，不能報同一時刻的原故，雖然就各人的立場說，自己的時計都是正確的。又假使有一組轉臺其座數極多，每座之速率比前一座每小時多四哩，則此轉臺雖有百萬座，其最內一座旋轉之速率，亦總不會達到光之速率那般快。物體運動速率很小的時候，所生的差異也很微，但速率增加則其差異亦漸顯，光之速率為任何物體所不能達到的極限。詳情在下一章裏再討論。

原註 麻可爾生摩萊實驗的負結果最近經密勒教授 (Professor Dayton C. Miller) 的研究

，用了他自稱為改善的方法所得觀察之結果，認為有問題的。他的意見經錫爾般斯坦教授 (Professor Silberstein) 代為發表，見一九二五年五月二十三出版的自然界 (Nature)，而

愛亨登於同年六月六日出版的原雜誌裏辯駁之。這個問題至今仍為懸案而未能解決。

註一 麻可爾生和摩萊的實驗，在近代實驗物理學裏很負盛名，在相對論學說上供獻很大，

其實驗方法和計算公式詳述於下：

在下面圖中以A代表光源。光由A射到O處，在C處放一半透明半反射的鏡子和光之

進路成四十五度角。C和D處各置一

全反射鏡。OC和OD的距離相等。

實驗人在B點觀察。光線自A至O時

分爲兩路：一路透過O鏡而至C，由

C鏡反射至O，再由O鏡反射而至B

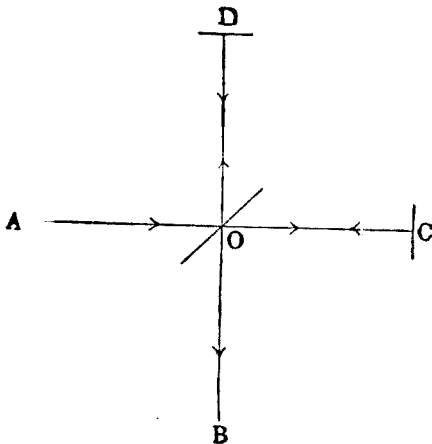
；他路光線由O鏡反射至D，由D鏡

反射至O，再透過O鏡而至B。但在

B點觀察不出光的干涉現象，所以兩

路的光線同時到B，就是光所經的路雖異而其速率是相等的。

第 一 圖



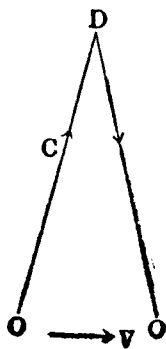
現在假定以太存在，照舊學說則二路光線到B時應差多少時間。如以V代表地球在以太內運動的速度，C代表光在以太內進行的速度。設OC與地球運動的方向相同，則光自O至C對儀器的速度為(C-V)，光自C回至O對於儀器之速度為(C+V)。假定OC之長為L，則光線由O至C，再由C回至O所需之時間應等於

$$\frac{L}{C-V} + \frac{L}{C+V} = \frac{2CL}{C^2 - V^2}$$

再計算光線自O至D，再自D反射到O所

需之時間應當多少。光線從O鏡反射時，D鏡已隨地球前進少許；再自D點反射到O時，O鏡亦隨地球前進少許。所以光線實在所經的路

第 二 圖



程應如圖所示。而此來同光線和儀器相對之速度應為 $\sqrt{C^2 - V^2}$ 。OD之長亦等於L，故光線自O至D，再由D至O所需之時間應為

$$\frac{L}{\sqrt{C^2 - V^2}} + \frac{L}{\sqrt{C^2 - V^2}} = \frac{2L}{\sqrt{C^2 - V^2}}$$

從上面兩個公式就可以求得兩路光線所需時間之比，今列式於下：

$$\begin{aligned} \frac{2L_0}{C^2 - V^2} + \frac{2L}{\sqrt{C^2 - V^2}} &= \frac{1}{\sqrt{C^2 - V^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\frac{C^2}{C^2 - V^2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \end{aligned}$$

設以  $\beta$  代  $\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}$ ，則照舊學說說，光線沿 O C 進行所需的時間比沿 O D 進行所需之時間多  $\beta$  倍。

註二 聲音傳播之速率每秒鐘  $\frac{1}{5}$  哩，火車前進之速率每秒鐘  $\frac{1}{60}$  哩，故鐘聲對於前進火車之相對速率應為  $\frac{1}{5} - \frac{1}{60} = \frac{11}{60}$  秒哩，而同聲對於前進火車之相對速率應為  $\frac{1}{5} + \frac{1}{60} = \frac{13}{60}$  秒哩。共需之時間應為

$$\frac{1}{\frac{13}{60}} + \frac{1}{\frac{11}{60}} = \frac{12}{13} + \frac{12}{11}$$



$$= \frac{2.00}{1.43}$$

$$= 2 \frac{2}{143} \text{ 秒。}$$

## 第四章 時鐘與量尺

在相對論發表以前，說到有兩樁事情在兩處地方同時發生，覺得是一句狠明瞭的話而沒有模糊的。不過有時因為兩地相離太遠，吾人很難判別這兩樁事情是否同時發生，但是同時底意義都以爲很切實的。這個意見實在是錯誤的。兩處地方所發生的事情，對於某觀察者用了極精密的方法測出是同時（特別把光行速率算入），另一觀察者用同樣精密的方法測出就許此先彼後，而第三觀察者測出就許此後彼先。如果這三位觀察者各有極速之相對運動時，就會有這三種不同

的結果。不能說誰是對的其他兩人是錯的：三人都一樣是對的。因此事情發生時先後次序是要靠觀察者之情狀而定；完全不是屬於事情本身的關係。愛因斯坦不但從實在發生的現象來說明這理由，並且就根據舊張本用精密審慎的理解來證明這種情形是一定的結果。但是像這類相對論學說裏的合於邏輯之根基，事實上總要等到實驗所得之奇異結果而為常人的理解所不相容時，纔能令人注意。

人們通俗的見解，對於兩處地方的事情在同時發生底意義，是怎樣的？當然照下面這般回答：在兩處之中點，如有人能同時看見這兩處的事情同時發生，則這兩樁事情是同時的。（如果兩樁事情在「同」處發生，譬如一物體在發光時也發出聲音，那就更無問題了。）如在格林尼治天文臺和奇

天文臺 (Know Observatory) 各放出一閃光，設聖保羅 (St. Paul) 天文臺適處二臺之中點，在此臺之圓頂如有人能看見兩處閃光同時傳到，則此二閃光可認為同時發生。不過在奇天文臺之人必先見本臺所發之閃光，在格林尼治之人也是一樣先見本臺所發之光，因為他臺的閃光傳到本臺時總需要一些時間。但是在三臺之觀察者都一樣精密正確，則必能算入閃光傳播時應需之時間，而都承認這兩閃光是同時發生的。（此處所謂精密正確的程度，是超出人類能力以上的。）要是只論到在地面之人觀察地面上所發生的事情，用這種同時的定義，也就覺得很適用的。各人所觀察的結果，都能符合不錯，所以在地面上一切物理的問題都可解決，地球的運動亦可略去不計。

如有兩組的觀察者具有極速之相對運動時，上面的定義就不適用了。如用聲音來代閃光，在兩發聲地方之中點如同時聽到兩處傳來的聲音就算作兩處聲音是同時發生的，看有什麼不妥的地方。用聲音代光，在定義的原則上說並沒有改變，而聲音傳播之速率比光要慢得多，舉例子來說明要簡明些。設在霧夜有二盜在火車外分擊司機者和車守，車守居列車之末。二盜各與司機者和車守之距離相等。一高年乘客適居列車之中央，適於同時聽見兩盜所發之鎗聲。他當然以為這兩處鎗聲是同時放出的。但此時在軌道旁某站長適立於兩盜所在處之中點，則先聽見擊斃車守之鎗聲。司機者和車守之叔為澳洲之富翁（二人為堂兄弟）。擬傳其全部財產於其姪，如司機者先死則傳於車守，車守先死則傳於司機者。此

事經上議院判斷，而兩造的律師，又都是牛津大學出身，則各人共同意見必以為高年乘客與站長二人中，必有~人的報告是錯的。實在兩人都是對的。火車恆向前進，故與擊車守之鎗彈相背而行，而與擊司機者之彈相向而行；所以當兩處鎗聲傳到高年乘客處，擊車守之鎗聲必較擊司機者之鎗聲所經之路程稍遠。故高年乘客如同時聽到兩處鎗聲是正確的，則站長先聽到擊車守之鎗聲也是正確的。

吾人居於地面，當然覺得在地面兩處同時發生兩樁事情的意義，靜止者的見解比前進列車中乘客的見解要對些。但是在理論物理學裏像這種偏見是不容存在的。如彗星中亦有一物理學家，則亦正如地面之物理學家一般，各有其同時的見解，但二人所得之結果必有歧異，正如上面列車和鎗彈的

例子裏所得不同之結果一樣。列車的運動不一定比地球要『真』些，『真』在運動是沒有意義的一句話。正如兔與河馬辯論人類究竟是否『真』是龐大的動物一般，兔與河馬各以爲自己的見解天然是對的，對方的見解是強辯無稽的。說到地球或列車那個『真』在運動是一樣不值得討論的。所以要下兩處同時發生之事情的意義，決沒有理由在兩處的中點選擇某一種物體作觀察同時的標準。無論那一種物體都一樣有被選擇的權利。不過用了這一種物體作標準所得的定義，覺得兩樁事情是同時發生的，在其他物體上來觀察就非同時而有先後之別了。照這樣說在兩處有兩樁事情同時發生的一句話，就有了疑問。同時的意義只限於某一觀察者的結果是對的。所以只能認爲屬於物理現象的觀察者主觀部分，並不屬於

物理定律的本身客觀部分。

各處地方的時間問題可算是相對論裏最難意想的一種。吾人一向以爲一切事情所發生的時間，總可以正確記載出的。歷史學家記載紀元前七百七十六年八月廿九日在中國可見日蝕。註一天文學家並可算出在中國北部某處看見初蝕時應爲幾點幾分鐘。在某時刻要算出諸行星的方位也是很容易的。用牛頓公式就可以算出在格林尼治時某時刻地球和木星（或其他行星）的距離有多少；再可以算出光從木星傳到地球上需多少時間——譬如說要半小時；因此就可以推測我們現在所看見木星的位置，還是半小時已前的位置。以上種種說法都狠明顯的。實在說因爲行星相對之速比光速小得多，所以在實用方面應用確狠正確的。假說吾人觀測得木星上所發

生之事情適與地面所發生之事情同時——如在格林尼治標準鐘適指晚十二點，木星的某一衛星有蝕——另一人對於地球有極速之相對運動時，則其所觀測之時間決不是十二點，雙方所得之結果都把光速計算在內。因為同時的意義不能符合，當然周時的意義也不能符合了。如吾人觀測木星上兩樁事情相隔有二十四小時的周時，另有人和地球及木星作極速之相對運動時，則所觀測得之周時就不止二十四小時了。

照這樣說普遍所用之天文時，一向認為量時間的標準的，也不能當作一定了。每一物體對於其鄰近之事情各有一定的時序；或者可稱為此物體的「專有」時。吾人所得之經驗是屬於吾人本體的「專有」時。不過我們同處於地球上，也都沒有較速的相對運動，故各人的專有時很相符合，而成地



面時。但是這也不過就在地面的「大」物體而言。在實驗室裏所得  $\beta$  (Beta) 線之放射質點上，其所有之專有時就完全不同了；但吾人計算時仍沿用自己的專有時，所以就覺得這質點因速率極大而質量驟增。而此質點就自己本身立場來觀察，則覺其質量並無變動，只覺吾人之體幹變瘦或變胖而已。

$\beta$  質點觀察物理學家之過程，正如葛利佛游記 (Gulliver's travels) 所記述的人物一般。註一

現在發生一問題：時鐘所指示的究竟是什麼？在相對論裏所說的時鐘，不是人工製造而為日常所應用的：是某種作有規則周期運動的事物。地球是一個時鐘，因為每二十三小時五十六分鐘自轉一周。原子也是一個時鐘，因為原子內電子每秒圍繞電核也有一定的次數；其次數可由其光帶之情狀

，藉光波周波數之多少而測定之。宇宙間具有周期運動之事物至多。這類基本的機動，像原子等，不論在宇宙何處，都具有一樣的性質；人們通常所用的時鐘，不過應用時特別便利而已。如天文時的意義亦需廢棄不用，則上所述廣意的時鐘所指示之時間究竟是什麼呢？

每一時鐘都正確指示其自己的「專有」時，這卻是一種重要的物理特性。但用此時鐘來指示有極速相對運動之物體所發生的事情，就不正確了。要發見這種事情的物理特性，則時鐘的效用也不過只能當作一個張本，另外從測量空間距離時再得到一個張本纔行。空間距離正和時間周期一般，大致也不是屬於客觀的物理事實，一部分要靠觀察者之情形而定。現在就要說明這個理由。

第一步我們不要說兩物體的距離，要說兩椿事情的距離。然後就可討論距離和時間有怎樣的關係。如有兩物體互作相對的運動時——這是物體常有的情形——則兩物體的距離就繼續變更，所以吾人只能說在某一時間這兩物體的距離是多少。如有人在駛向愛丁堡之火車裏，則吾人只能說在某時間他和愛丁堡的距離是多少。但照前面的見解，各觀察者對於火車上和愛丁堡「同」時發生事情的意義各不一致。所以距離也隨時間而成相對。吾人普通總以為兩椿事情有空間間隔和時間間隔，這兩種完全獨立而不相關的：如說離了倫敦到愛丁堡，還要經四百哩和十小時。照上面說另一觀察者以為所需之時間不是十小時，當然以為所經之距離，也不是四百哩了。在太陽裏的觀察者來看，則火車的運動太慢而不足

計較，火車內乘客的運動不過在地球公轉和自轉的軌道上而已。在他方面說，如火車內有一蚤虱，則彼必覺乘客全未運動，不過供他飽吮了幾小時的期間，這期間是用他自己的「專有」時來計算，不是用格林尼治天文臺時。吾人和太陽人及蚤虱的三種觀察結果，沒有一種是錯的：每種都同樣的公正，不過要把各人主觀的測量當作客觀的普遍性，那就錯了。所以兩樁事情的空間距離，其本身也不是一個物理的事實。但要知道把時間的距離和空間的距離聯合起來纔可算為一種物理的事實。這個就稱為在「時空」裏的「間距」(Interval)。

在宇宙間發生的兩樁事情，其相互關係有兩種可能性。有時某物體可以親臨兩地目覩其事情之發生，有時則不能。這是因為沒有物體能有光一樣大的速率的原故。例如於地面

上發一閃光射至月球而反射時約需二秒半鐘。沒有一種物體能於發光時或於二秒半鐘以內是在地面，而於閃光傳到月面時也飛到月球，因為要是可以，則此物體之速率要比光速為大了。只有用理想上纔能假定某物體不論在二秒半鐘前後是在地面，而於閃光到月面時也飛到月面。照物理性說如果物體不是從此處飛到他處而親臨目覩兩椿事情正在發生，這兩椿事情の間距稱為『空間性』(Space-like)，如果某物體可以親臨目覩兩椿事情正在發生，則這兩椿事情の間距稱為『時間性』(Time-like)。如間距是『空間性』，則可使某物體作相當的運動，使物體上之觀察者適覺此兩椿事情之發生為同時。照這個情形而論，觀察者就可用兩椿事情發生地點的距離來表『間距』。如間距是時間性，則此物體可以親臨目覩兩椿

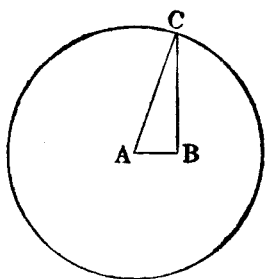
事情正在發生；照這個情形而論，觀察者就可用兩樁事情發生先後之時間來表「間距」，就是用觀察者自己的「專有」時所測出這時兩樁事情的相隔時間。這兩種情形中有一極限，就是兩樁事情相隔適為光行之距離——就是一樁事情的光傳來時他樁事情正在發生。這時兩樁事情的間距為零。註二

事情的間距可分為三種。(1)兩樁事情發生時適同在一條光線上；一樁事情發生時恰好看見他處所發生事情的光傳到。這種情形兩樁事情之間距為零。(2)如兩樁事情相隔的距離過遠，而物體又不能有光速一般大的速率，則物體不能從此處走到彼處而親睹兩樁事情正在發生。不過事實上此物體可以作相當的運動，使此物體上觀察者適覺兩樁事情是同時發生的，這時就可用兩樁事情相隔之距離來表其間距。這種間

距是屬於「空間性」。③如兩椿事情相隔的距離不遠，則事實上物體可自此處走到彼處而親睹兩椿事情正在發生；這兩椿事情的間距就是在物體上觀察者所得的時間的間隔。這種間距是屬於「時間性」。

兩椿事情之間距爲此事情之物理事實，並不靠觀察者之特種環境而生變動的。

相對論分爲特殊和普遍兩種。前面一種對於普通情形說，只可算作逼近的正確，要在離開發生引力的物質很遠的地方，纔可以算作真確。在特殊相對論適用的地方，如能知道兩椿事情的空間距離和時間間隔，則其間距就可算出。如空間之距離比光於此相隔時間所能經之距離爲遠，則其間距爲空間性。下圖表示兩椿事情的間距：A B 之長代表光在相隔時



第 三 圖

間內所經之距離；以 A 爲圓心作一圓，其半徑等於兩樁事情的空間距離；自 B 點作一直線垂直於 AB，與圓交於 C 點。則 BC 之長即代表這兩樁事情的間距。

如間距爲時間性，亦可用上圖來

表示，只要用 AC 代表光在相隔時間內所經之距離，用 AB 代表兩樁事情的空間距離。其間距即爲光經 BC 所需之時間。

AB 與 AC 之長度雖依觀察者而有變更，但 BC 之長對於任何觀察者總是不變的，不過在普遍相對論裏還要稍稍改正。在舊物理學裏所用之時間和空間兩種間距現在只要用一



時空」間距來代替。雖然在此處間距的意義還有些玄秘而沒有解釋清楚，不過以後就可以漸漸明瞭，並且是事物之本性的理由，亦可暴露無遺。

原註

同時中國的詩經裏也有記載，下面有一首詩：

「彼月而食，則維其常。」

此日而食，于何不臧！」

見小雅十月之交

註一 葛利佛游記是英國文學家斯衛夫脫 (Jonathan Swift 1667-1772) 的名著，是一部諷

世小說。內容敘述葛利佛先漂流到小人國 (Lilliput)，覺得此處人類太渺小了；後來又漂流到大人國 (Brobdingnag) 便覺得人類太龐大了。

註一 「時間性」的間距是兩樁事情的時間相差得很多，而空間相差得很少，這兩樁事情彷彿

是在同一個地方發生似的。「空間性」的間距是兩樁事情的空間相差得很多，而時間相差得

很少，這兩椿事情彷彿在同一個時間發生的。

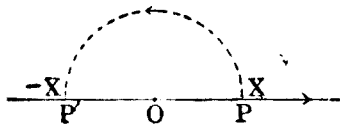
註三 間距的意義用了算學的見解來解釋，便覺得容易明瞭。在舊物理學裏認為空間和時間是互相獨立而無關的，所以空間一點的位置可用三直線互相垂直於一點作標軸而定其坐標  $(X, Y, Z)$ ，其與原點之距離  $S$  可用下式表之：

$$S^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \quad (\text{見第七章})$$

在相對論裏時間和空間認為相對而有關係的。德人閔可斯奇 (Minkowski) 把「時空」認為四度的宇宙，叫作「世界」(Welt)。世界裏的一點叫「世界點」(Weltpunkt)。世界點的坐標需用  $(X, Y, Z, t)$  四值來定。 $t$  軸也和  $X, Y, Z$ ，三軸互相垂直，不過在三度空間裏要作這樣的第四軸是不可能的。現在要討論在算學裏應當用什麼方法表示。

今自原點  $O$  在直線上左右各取  $X$  距離之二點  $P$  及  $P'$ ，則  $OP = X$ 。

第 四 圖



$OP = 1 \cdot X$ 。故  $OP$  旋轉一百八十度時則  $X$  以  $-1$  乘之即得。設  $OP$  只旋轉九十度，依理又需以  $\sqrt{2}$  乘之，因旋轉九十度時成  $X$  與  $\sqrt{2}X$ ，再旋轉九十度則成  $\sqrt{2}X$  與  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}X = 2X$ ，與  $O$  轉一百八十度的結果相合，如上圖。

設  $C$  代表光之速率，則  $c$  代表光行之距離。今設

於  $t$  軸表示光行之距離， $X, Y, Z$  三軸既各與  $t$  軸

成九十度則對於  $t$  之關係必為  $\sqrt{2}X, \sqrt{2}Y, \sqrt{2}Z$ 。故

世界點與原點之距離需用下式表示：

$$S^2 = (ct)^2 + (\sqrt{2}X)^2 + (\sqrt{2}Y)^2 + (\sqrt{2}Z)^2,$$

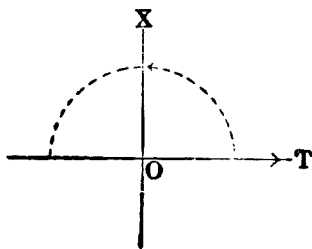
即  $S^2 = c^2t^2 - X^2 - Y^2 - Z^2。$

本章所討論的「時空」間距是表明時間與空間在

一方向的關係，這樣公式就可以簡單些。故間距如為「時間性」，則其公式應為

(參攷  
本章原圖)

第 五 圖



(參攷

$$S^2 = c^2t^2 - X^2 - \sqrt{AC^2 - AB^2} = BC^2。$$

如間距爲「空間性」，則其公式應爲

$$S^2 = X^2 - c^2t^2 = \sqrt{AC^2 - AB^2} = BC^2，$$

此公式內以 AB 代表光行之距離，而 AC 代表兩樁事情相隔之距離。如間距爲零，則

其公式應爲  $S^2 = c^2t^2 - X^2 = 0。$

## 第五章 時空

聽到過相對論的人們，都知道「時空」的意義，還知道爲什麼用「時空」兩字來代替以前所謂「時間和空間」的一句成語。但非算學家而能清晰明瞭這句成語改變的意義者，卻很少。在詳解特殊相對論前，要先使讀者設法了解這新成語「時空」是講些什麼，因爲照哲學和理想方面之見解，

或者以爲愛因斯坦所介紹的學說裏，要算這句話是最新奇的一種了。

要說明某樁事情在什麼地點和什麼時間發生——如說某飛艇之炸裂——需用四量，如用緯度、經度，距地面之高度，和時間是。照以前舊見解，前面三量是定空間之位置的，而第四量則用來定時間之位置。定空間之位置的三量可以用許多方法來表示。譬如用赤道平面，格林尼治子午線平面，和距九十度之子午綫平面來作標準，飛艇在空間之位置，就可以用和此三平面之距離而定；這三個距離稱爲「笛氏坐標」(Cartesian Coordinates)，是笛卡兒(Descartes)發明的。註一任意用三個互成直角之平面來作標準也可以，這也是笛氏坐標。或者用從倫敦到飛艇垂直到地面上一點之距離，距離之方向

（如東北向，西南偏西向，等是），和此飛艇離地面的高度。照這樣定空間之位置的方法有無窮法子，也都合理的；不過普通應用總選最方便一個方法而已。

人們常說空間是三度的，意思說：要定空間一點之位置需用三量，不過三量之採用，完全可以任意的。

論到時間，則其情形完全不同了。所能任意採用的，不過量時間的單位和計算時時間的起點。量的時候可用格林尼治時、巴黎時、或紐約時；這不過是在起點時的差異。量的時候可用秒、分、小時、日、和年；這不過是單位的差異。這兩種是極淺顯易解的。全不像定空間之位置的方法，可以任意選擇。尤其是定空間之位置和定時間的位置兩種方法，總以為是完全獨立無關的。因此人們一向認作時間和空間為

完全不同的兩種。

相對論學說把這種觀念改變了。定時間之位置也有種種不同的方法，正和定單位和起點時一樣的任意。照前面講過的，用一種計算，某椿事情和他椿是同時的，用另一種計算則比他椿事情爲先，更用一種計算則比他椿事情爲後。如是則空間和時間的計算，並非無相互的關係了。如把計算空間之位置的方法改變，則兩椿事情的時間間距也要改變。如把計算時間的方法改變，則兩椿事情的空間距離也要改變。時間與空間也正和空間之三度一般，不再視作獨立無關。定事情的位置需要四量，不過不像以前那般把一量分出，當作和其他三量完全沒有關係。

時間和空間也不能說完全沒有區別。就像以前說過間距

也有時間性和空間性兩種。不過這區別卻不是以前所以爲的區別。沒有一種普遍時可以適用於宇宙各處而不發生歧異；在宇宙間每一物體各有其「專有一時」。兩物體相對沒有速運動時，其專有時頗能逼近符合，不過兩物體如非相對靜止時，則決不能完全符合的。

世界裏事物的變移，有下列的情形：設有一事情E在我處發生，同時有一閃光自我處傳到四方。在他物體上如另有一事情發生於閃光傳到之後，則不論用何種時系計算，必較事情E爲後。在他處發生一樁事情，俟我看見後，我處的事情E方纔發生，則不論用何種時系計算，必較事情E爲先。但是在這兩期間所發生的事情，就不一定能決其較事情E爲先或後了。舉一實例來說：如我能見天狼星裏的人，而彼亦



能看見我。如在我處事情 E 發生以前，我已看見彼在做一樁事情，則此事情必在 E 之先；他如看見我處事情 E 發生後始做這樁事情，則事情必在 E 之後。但如他在沒有看見 E 事情以前，做了一樁事情，而我看見這樁事情卻在 E 發生以後，則這樁事情就不能一定說較 E 爲先或後了。光從天狼星射到地球要經許多年，這時期的兩倍可稱爲和 E 爲「同代」(Contemporary)，因爲在這年份裏，是不能決定較 E 爲先或後的。

羅卜博士 (Dr. A. A. Robb) 在他所著的時間和空間之學說 (Theory of Time and Space) 一書內，說起一個見解，有些像哲學的原理又有些不像，不過無論如何總足以幫助吾人明瞭上面所述的情形。他說一樁事情能使他樁事情受某種影響者，則這樁事情一定在他樁事情之先。各種影響從中點向四方傳佈，

其速率各有不同。倫敦出版的報紙，其影響傳佈之速率約爲每小時二十哩——傳到遠地之速率還不止此。人家看過報紙後所做的事當然在報紙出版之後。聲音的傳佈較速：可以在大街上排列許多發音宏亮之人，使新聞消息用口頭報告遞次傳佈。但電報的傳佈更快，而無線電報傳佈之速率和光速相等，再找不出更快的事物了。如某人接到無線電之消息而辦一樁事，則此事是在接到無線電消息以後；此處的意義自和量時方法的改變是毫無關係的。但是某人在消息還在途中時已在辦一樁事，則此事必不會受消息傳來的影響，又所辦的事情如在發報之後，則亦不會使發報者受影響。就是說，兩樁事情相隔很遠時，在相當某時期內，互相不會發生影響的；在這相當時期以內，此處發生的事情決不能使遠處物體受

影響。譬如在太陽裏有一樁狠可注意的事情發生：則在地球上在十六分鐘時期內沒有一樁事情可受其影響，亦沒有一樁事情可使其受影響。這樣強實的見地足以承認在此十六分鐘時期內，地球上發生之事情比太陽上所發生者，不能一定說是在先或在後。

在特殊相對論學說裏許多似非實是的論調，常使人們費索解，因吾人之見解對此學說頗難習熟容納，而習慣上所承認的事物實際上是不合理的；特別在量長度時，這種情形是狠確切的。在日常生活中，吾人只要用一尺矩或用他種量度。在用尺矩量一物體時，尺矩與所量之物體，總在相對靜止之狀態下。所以量出之長度只能當作「專有」長，就是說，這長度不過由於和此物體一起運動時所得之結果。在平常生

活中，吾人決不研究量某運動物體之長度是怎樣。就是有人照這般做，因地面上可見之物體其運動速率比地球要小得多，照相對論學說所應得之參差，亦過小而不顯。論到天體或原子組織，則種種問題就不能用普通方法來解決了。人非魯陽，不能揮戈反日，使太陽靜止不動而量之；所以要量太陽的大小，則太陽的運動自不可免。同樣要計算原子的大小，則原子沒有一刻停止不動，其極速之運動亦不可忽去不論。這類問題就要用相對論來討論了。某物體如果可以用尺矩來量的，則其量出之長度爲此物體之「專有」長，結果總是一致的。但是某物體對於觀察者有極速之運動時，則上面的方法，就不能適用，並有很奇怪的事發生了。用像上章末節所用的一圖，狠足以幫助吾人來解決這個問題的。

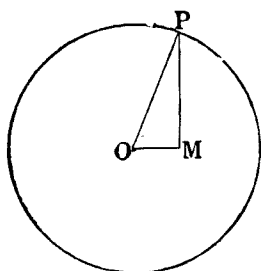


圖 六 第

設吾人欲量與吾人有相對運動之物體之長度，一秒鐘時此物體所經之距離為  $OM$ 。以  $O$  為圓心作一圓，其半徑之長為光每秒所經之距離。從  $M$  作  $OM$  之垂直線，與圓交於  $P$  點。 $OP$  即為光每秒所經之距離。 $OP$  與  $OM$  之比即光之速率與物體之速率之比。而  $OP$  與  $MP$  之比就是物體原長與運動後所變更之長之比。就是說，如某觀察者所量得某運動物體上兩點之距離，以  $MP$  代表之，則與此物體同時運動之人量之為  $OP$  所代表之長。 $($ 二人所代表長度的比例尺相同。 $)$  和運動成直角方向之長度，則不因運動而變化。這種變化完全是對等的；就是說，和此運動物體作同一運動之觀察

者欲量上面所說觀察者的物體，則也受同樣比例之變更。兩個物體互相有相對的運動時，他人所代量的長度，總比自己所量的要短些。這就是費慈噶拉特首先發明的收縮說，(Fitz-gerald Contraction) 用來解釋麻可爾生摩萊的實驗之結果的。但是現在卻很自然的發見其原因，由於兩觀察者不能同樣決定同時的原故。

現在要說把同時的意義加入量長時是怎樣：如說物體上兩點之長為一尺，應當把一枝尺矩的兩端「同時」合在物體的兩點上纔行。如二人對於同時的情狀不一致，而物體又在運動，則二人量出來的結果，當然也有差異了。所以在時間上起了爭執，影響到空間上亦起爭執了。

OP 與 MP 之比是種種情形的主要結果。物體和觀察者

有相對之運動時，時間空間和質量都依此比例而改變。但如  $OM$  比  $OP$  小得多，就是說，物體之運動比光要慢得多，則  $MP$  與  $OP$  幾乎相等，因運動而有改變之數亦甚小而可不計。但如  $OM$  幾和  $OP$  等大，就是說，物體之運動幾乎和光速一樣快，則  $MP$  比  $OP$  要小得多，其影響也就可觀了。放射質之質量似隨速率加增，這是觀察的結果，正確的公式也尋出來，這都是在愛因斯坦還沒有發明相對論學說的時候。羅倫茲所得之公式，叫作『羅倫茲換標公式』的，實在就包括特殊相對論裏重要算學的全部。不過只有愛因斯坦能證明這種種事實是應得的結果，不像他們要說明麻摩二氏實驗所得奇異之結果，用了各種說法，巧為曲解。但是不要忘記這實驗之結果，卻是全部相對論之起源點，而使愛因斯坦的相對

論有驚人而合於邏輯的改造之機會。

我再撮要把爲什麼必需要用『時空』來代替時間與空間的理由說一說。舊時以爲在兩地有兩樁事情同時發生這句話是無異議的，根據這個信仰便以爲時間和空間是分離的；要定在某定時宇宙事物之方位，只要用純粹空間之名詞就設。但是現在知道「同時」只能對某一觀察說，上面的意義就不能成立。對於某觀察者在某定時同時敘述許多事情，對於某他觀察者說這許多事情都是不同時，其關係不止屬於空間，並且屬於時間，因此我們不說「物體」，要說「事情」。在舊學說裏，可以說在同一時間有許多物體，這許多物體之時間都相同，故時間可略而不論。現在我們要求物理現象的客觀計量，就不能這樣算了。定物體地位須載明時期，這樣就



成『事情』，就是在某時所發生的事是。我們如能知某事情用一觀察者之系內所計算之時間和地位，就可以算出在他觀察者之系內之時間和地位。所以我們要知道地位一樣也要知道時間，因為從今而後不能再問某人所觀察之地位『同』時在他人觀察之其地位為何。兩觀察者如非相對靜止，就沒有『同』時這回事。我們必須用四量來定位置，用這四量纔足以定事情在『時空』裏的位置。這就是用『時空』來代替時間與空間的主要理由。

註一 笛卡兒 (René Descartes, 1596-1650) 法國之哲學家 and 算學家。解析幾何裏的直線坐

標是他首先發明的。他用兩條相交之直線，叫作坐標軸，(Coordinate axes) 來定平面上的點；用三條相交於一點之直線，來定空間裏之點。綜合代數幾何爲一爐，對於近世算學的發達，狠有功績。

## 第六章 特殊相對論

特殊相對論之發生是從解決電磁現象之問題起的。很有些新奇的歷史。在十八世紀和十九世紀初期，電學理論完全受牛頓公式之支配。正負兩種異號電荷互相吸引，兩種同號電荷則互相拒斥；其吸力和拒力之大小和其距離之平方成反比例，和萬有引力的情形一般。這種力量以前認為有隔距作用，註一到後來法拉特 (Faraday) 註二做了許多著名的實驗，纔知道這種力量，是和中間媒體有關係的。法拉特不是一位算學家；克拉克馬克斯衛爾 (Clerk Maxwell) 註三把法拉特實驗所得之結果，首先用算學式子寫出來。馬克斯衛爾很有見地，把光認作是電磁現象，是一種電磁波。傳播電磁波之媒體是以

太，就是一向認為光傳播時之媒體。馬克斯衛爾的光之學說，經海爾茲(Hertz)註四尋得電磁波後始確實成立；海氏的實驗是近代無線電報之基礎。在這一段可紀念的進步裏，理論和實驗始終都要假定以太之存在。到海爾茲的實驗後，以太的地位更能確立，正和在科學裏別種不能直接明證的假說一般，也有強固之地位。但是以後又發生許多的新事實，纔把這種觀念漸漸地改變。

在海爾茲發見電磁波後，一般的意見都以爲任何事物都是連續的。以太是連續的，波在以太中也是連續的，並且以爲物質在以太中或者也是一種連續的組織。後來發見負電的最小單位，叫作電子(Electron)，正電的最小單位，叫作陽電核(Proton)。註五電就是這種電子或陽電核所組成的；所有電

子的負電量都是一樣，所有陽電核的正電量都是一樣。電流現象以前一向認有連續的，不過是因為電子向一方流動，正電離子(Positive ions)向他方流動罷了；就像許多人在升降機裏走上走下，並不是連續的。後來又發見量子(Quantum)，用了極精確的量算，證明這類自然界現象，根本是不連續的。物理學裏有了這許多新事實，便要解決這類新問題了。

電子和量子所發生之問題，照現在的情形說，不是相對論裏所解決之問題；因為現在相對論還沒有談到大自然的不連續。相對論裏所解決之問題，麻可爾生摩萊的實驗是一個例子。假如馬克斯衛爾的電磁說是正確的，則在以太中運動時總有可以尋出的效果發現；但實際上沒有發現。後來觀察之結果，知道物體在急激運動時，其質量顯有增加；增加之

數，就是上章圖裏的OP和MP之比例數。這類事實漸漸添加，所以不得不另創新學說來解釋這許多的問題。

馬克斯衛爾的學說演成幾個方程式，叫作『馬克斯衛爾方程式』。『在近五十年來，物理界發了多少革命，而此方程式則始終沒有推翻；反使這個方程式更形確切重要——因為馬克斯衛爾之理論雖不甚強固，而其結果之正確直可視為由直覺而得。其方程式之來源，是從地面實驗室裏所做的實驗而得，不過假定地球在以太裏的運動，默認為不必計算的。所以在某種狀況下，像麻可爾生摩萊的實驗一般，實驗時應有可量出之錯誤發生；但是結果總是正確無誤。固此物理學家都覺馬克斯衛爾的方程式，超過其應有正確之程度，而欲解決此費解奇怪之問題。在近世物理發生之初期，人們對於

噶萊理之解釋墜體，也一樣視爲費解之現象。許多人都以爲物體下墜時，一定沿垂直綫下落。但如於航行之船內作墜物之實驗，則物體下墜時和船艙之關係，正和船於靜止時一般；譬如在船頂中央墜下一物體時，此物體必落於船板之中央。就是說，在岸上的人觀察之，則此物體不沿垂直綫落下，在落下時同時亦隨船前進。只要船的運動速率不改變，在船內所發生事物之情形，正和船靜止時是一樣的。噶萊理說明這事實後，卻遭亞理士多德 (Aristotle) 之信徒的攻擊。照噶萊理所推出的純正物理學說，在等速率直綫之運動時，不會有特別的情形發見。在那時這種相對論的論調使人驚奇，亦正和愛因斯坦相對論的論調使吾人驚奇一般。在特殊相對論裏，說明電磁現象在以太裏作等速運動時，爲什麼沒有特別的

情形發見——如果有以太的話。這是一個更艱難的問題，只用噶萊理的原理是不能解決的。

解決這問題的困難點，就在時間有變化的關係。所以要用已講過的『專有』時之意義，廢棄普遍時的舊信仰，纔能解決。馬克斯衛爾的方程式所表示的是電磁現象之數量定律，這方程式對於任何觀察者都能適用，不論他們的運動是怎樣。註1要研究各觀察者所用空間時間的量度，其變化所生之差異幾何，而所得之方程式，又可適用於各觀察者所得之結果，不論他們的相對運動是怎樣，這完全是屬於算學的問題。用羅倫茲公式中的『羅倫茲換標公式』，便能解決這個問題，不過經了愛因斯坦的解釋，便覺圓滿合理了。

如能知一觀察者所計量之距離和時間之量度，而欲求出

另一有相對運動之觀察者之距離和時間之量度，則用羅倫茲換標公式不難求得之。設有一火車向東前進，車中乘客從某站出發時照站上之鐘計算，則已經過了 $t$ 時。在這一霎時在軌道某處發生一樁事情——如為閃電所擊——其發生地點離出發點照車外人所量得的為 $x$ ，火車前進之速率為 $V$ 。問題是：照乘客計算事情發生的地點離他有多少遠，用車內公認為正確的時計來算，此事情離出發時有多少時間？

在這問題的答案裏要適合幾條條件，答案內要表明光對於任何運動者說其速率總是一樣的。而所說明之物理的現象——特別是電磁現象——不管各觀察者因運動而改變其距離和時間之量度，都能適合此同一之定律。而有相對運動之兩觀察者互相量得其量度之改變是對等的。就是說，在車中乘



客因有運動，覺車外距離之量度有改變，而車外之人覺車中距離之量度，亦生同一之改變。這幾個條件，就足以算出這問題的解答，不過要得解答的方法，不得不用算學來推求，現在暫不詳述。

在正式解答以前，先舉一個例子。某乘客在列車中沿極長之軌道直線以光速五分之三之速率行進。如乘客自量其列車之長為一百碼。如車外有人於列車經過的一瞬時，能用技巧的科學方法，來測算這列車之長。如測算都極正確，則車長應為八十碼。車內各物自車外人觀之，其向前進方向之長度，常較乘客所量得者為短。乘客所用之圓盤，車外人觀之則成橢圓；在向前進方向之長度，只有其闊之五分之三。這種情形是對等的。如乘客見窗外有人持一釣竿，其長度在車

外人視之爲十五呎。如此竿垂直豎立，則其長度乘客視之，並無相異；如與軌道成直角方向橫置，則其長度亦無變動。如沿軌道方向橫置，則乘客觀之只有十二呎。沿車前進方向之長度都縮短百分之二十，不論車外人看車內的物件，或乘客看車外的物件，總是照這比例縮短的。

說到時間的變化，則更奇了。愛亭登 (Eddington) 所著的空間，時間，和萬有引力 (Space, Time, and Gravitation) 一書裏解釋得很透澈。他假設有一飛機和地球的相對速率每秒爲十六萬一千哩，在他的書裏說：『我們如細心觀察乘機者之行動，必可推算知道他的各種動作非常遲慢；在機內所發生的事情也一樣的變慢——好像時間忘卻了逝去一般。他吸一枝雪茄所需之時間，爲吾人之兩倍。此地鄭重用「推算」兩字；因爲

就直接觀察之，機內時間的過渡更要慢得多；這卻很容易說明的，因飛機前進時與吾人之距離愈經愈遠，光之印象傳到吾人處亦因而愈經愈久。除去光傳播時所需之時間外，就可算得機內時間應遲慢之數。這種情形也是對等的，因為自乘機者觀之，則覺吾人以每秒十六萬一千哩向反對方向進行；他要照樣推算，也可以發見我們的動作是遲鈍的。我們吸一枝雪茄所需之時間，為他的兩倍。」

使人怎樣的忌妬啊！各人都以為他人的雪茄，要比自己的經吸兩倍時間。但是想到他人牙痛時所受之痛苦，也要比自己多一倍，又自慶幸了。

兩椿事情對於某人是同時的，對於他人則有先後，這種變化使研究時間問題更覺紛繁。要想說明時間是怎樣受改變的

，還是用向東以光速五分之三運動之火車來說。爲說明方便起見，假定地球不是很小的球形，而爲平坦的大地。

要問在地面某處發生的事情，對於乘客觀之，應在火車出發後多少時間，愛亭登所說時間覺得變爲遲慢的答案是對的，好比車外靜止的人過了一點鐘，在乘客觀察之則爲一點一刻鐘。照對方說，車內乘客過了一點鐘，在車外之人觀察之亦爲一點一刻鐘。各人觀察之結果，都以爲他人所過度之時期，要比自己所過度者伸長一刻鐘。這個比例對於時間的變化和空間的變化，都是相同的。

如有兩樁事情不在同地發生，而相隔極遠，則其結果更覺新奇。設沿鐵軌有許多事情，對於在地面靜止不動之人來說，是在某一霎時間同時發生，如說在車中乘客適過此人面

前之一霎時。在這許多事情之中，在火車進行方向的前面所發生者，對於乘客說則已成過去，而在其後面所發生者，則仍屬將來。所謂在前面所發生之事情已成過去這一句話，嚴格說是不很確切的，因為在這一霎時，乘客卻還沒有看見這樁事情，不過要是能將傳來的光之速度算入，則必可斷定在這一霎時這樁事情已經發生過了。

一樁事情在火車前面軌道上某點發生，如光經此距離需一秒鐘，則靜止之觀察者如認為在現在時候發生，（就是他等到看見這事情的光傳到時，推算出應為現在發生。）照乘客的觀察以為是已經在四分之三秒鐘前發生過了。如果發生之地點到兩觀察者的距離，照地面居民之判斷謂光須行一年纔可達到，而車中乘客判斷之，（等到光傳到他的眼裏）則

覺得從兩觀察者相遇的一霎時算起，光行之時間要比一年早九個月。一切事情如在火車前面發生的對於車中人說總要比地面居民早四分之三時間，這就是光從車中乘客所處地點到居民處所須之時間，如果車中乘客以為這事情是在現在發生的話——就是等到他看見事情的光傳到時推算出應當在現在發生的。在火車後面發生的事情對於車中乘客所應遲慢的數目，也完全一樣。

所以要從地面之觀察者所定之時間，改到車中觀察者之時間，需要兩重的更變。第一是車中之時間為地面的五分之四倍，第二還要減去光從乘客到地面居民所須之時間，就是從事情到居民所須時間的四分之三。

如果正在乘客與居民相遇之一霎時，兩人同時都可以看

見在宇宙極遠處發生一樁事情。如果居民能知道事情的距離多少遠，就可以算出這事情已經發生了多少時間，因為光行速率是曉得的。照向這事情方向進行的乘客說，他所推算的時間要比居民所想的多一倍。但是向反對方向進行的乘客說，就要比居民所想的少一半了。如若車行速率有變更，則此相差之比例亦就不同。

如天空中有二新星忽發光耀，（實際上是有的）而乘客與居民在相遇之一霎時同時看見。一顆星是在火車進行方向發現，另一顆星是在反對方向發見。如居民用某種方向計算出這兩顆星的距離，而推算在火車進行方向之星，其光線傳來時經五十年，而另一星則須經一百年。於是居民可斷定在火車前面之新星出現時已經有五十年，而在火車後面之新星

出現時已經有一百年。然而乘客所推算的數目卻正相反：他推算在前面出現的新星已經一百年，而在後面的新星，不過只有五十年。兩人的證明和所用物理的張本，也都是正確的。實在說，兩人的結果都是對的，不過自己覺得別人的好像錯了似的。兩人所計算光之速率是一樣的，這事應當注意的，而兩人所計算的新星之距離卻和其計算發現時的時間，依同一比例而生變化。對於任何觀察者光速總是不變的這條原則，實在是相對論裏一條主要的原則。

這個從實驗得到的事實，是和舊學說衝突的，所以不得不用奇異的解釋來說明。相對論卻狠能說明這事實而並不十分奇異。實在說，能設研究多少時後，便覺得沒有什麼可奇異之處了。



在相對論學說裏還有一個很重要的性質，前面也講過的，就是雖然距離和時間都依觀察者之情形而變，但是從空間和時間的關係裏尋出一個量來，叫作『間距』，是對於任何觀察者都是一樣的。在特殊相對論裏求『間距』之方法如下：算出兩樁事情相隔距離之平方，和在兩樁事情相隔時間裏光所經之距離之平方；用大數減去小數，所得之數，就是代表這兩樁事情的間距之平方。這間距對於任何觀察者所得之結果，都是相同的，所以可以狠巧慧的代表兩樁事情的物理上之關係，而為時間和空間所不能表示的。在第四章末節已經用圖解來表示間距；這個圖就是能合於這定則的。

如果兩樁事情相隔之時間比光從一樁事情的地點到別樁事情的地點所須之時間還長，則間距為『時間性』；情形相

反的爲「空間性」。如果兩椿事情相隔之時間適等於光從此處到他處所須之時間，則其「間距」爲零；若有光線經過時，這兩椿事情同在這一條光綫上。

論到普遍相對論時，還要把間距的意義推廣。我們愈想深究宇宙的組織，則間距的概念愈形重要；並且就覺得時間和空間兩種分開說實在是狠混淆的表示。相對論改變吾人對於宇宙的組織之舊觀念；這就是相對論的困難和重要的根源。

這一章裏下面一節，如讀者不能熟習最初步的幾何和代數，則可略去不看。但爲習過者之便宜計，加入幾條普遍公式和說明，前面所假設的都是這種公式的特殊例子。所謂普遍公式就是「羅倫茲換標公式」，有一物體對於他物體作相

對之運動時，用這公式，就可從適合於他物體的時間和空間之量度，推算出適合於此物體的時間和空間之量度。在寫出代數式前，先作一幾何圖來表示。照以前一般，仍設兩觀察者，以  $O$  與  $O'$  表示之，一在地面靜止，一則在車中以等速運動沿直線之軌道前進。於兩人相遇之點，當作計算時間之起點，在現刻車已前進某距離。在車中觀察者到  $O'$  點時， $O$  觀察者斷定在這一霎時軌道上  $X$  點適為閃電所擊。問題是： $O'$  以為這閃電和他的距離有多少，而發生的時間在火車開始出發後（就是在  $O$  點時）有多少？這裏假定  $O$  所計量的數目是知道的，要求  $O'$  的計量有多少。照  $O$  方向說，從火車出發時到閃電發生時的時間，為光沿軌道從  $O$  到  $C$  所須之時間。以  $O$  為圓心， $OC$  為半徑作一圓，從  $O'$  作一直線與軌道垂直，與



，則所隔之時間爲光徑  $SZ$ （照  $O$  所量得的長度）距離所須之時間。 $O$  所計算的間距，可從  $OC$  之平方減去  $OX$  之平方求得； $O'$  所計算的間距，可從  $SZ$  之平方減去  $RQ$  之平方求得。用了很簡單的幾何學定理，就可以證明這兩間距是相等的。註六

上面幾何圖形，可用代數式表出如下：從  $O$  方面着想，假一事情在軌道前  $X$  點，在火車出發時（即  $O'$  在  $O$  點）後  $t$  時發生。從  $O'$  方面着想，假此事情在軌道前  $X'$  點，在火車出發時後  $t'$  時發生。以  $C$  代表光行速率， $V$  代表  $O'$  對於  $O$  之速率。

$$C \quad \beta = \frac{C}{\sqrt{C^2 - V^2}}$$

則  $x' = \beta(x - vt)$

$$t' = \beta \left( t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

這兩公式就是羅倫茲換標公式，這一章裏所講的都可以從這公式化出來。註七

原註 運動時只要沒有顯著的加速度。有了加速度而生的影響，在普遍相對論裏再講。

註一 事物能受遠處事物的影響而不須中間的媒體傳介的，稱為隔距作用 (Action at distance)。物理學家不承認物理現象有隔距作用。如光電磁熱的傳播，假定以太是一種媒體。心鎖感應或者可以當作一種隔距作用。

註二 法拉特 (Michael Faraday 1791-1867) 為英國最有名的物理學家及化學家。一八三一年發見電磁感應，為近世發電機之起源；一八三三年發見電解定律，所謂法拉特定律是。

二極長於實驗，而拙於算學，所有理論定律都從實驗得來。

註三 馬克斯衛爾 (James Clerk Maxwell 1831-1894) 爲英國之數理物理學家。對於氣體

運動說及熱之機械說之發展，極有貢獻。創立最重要的光的電磁說，全部電磁現象，都用高等微分方程式表出，此學說爲近世一切電學光學理論之基礎。

註四 海爾茲 (Heinrich Hertz 1857-1894) 爲德國之著名物理學家，發見馬克斯衛爾所預言的電磁波，爲實驗的發見作一新紀元，無線電報之成功，即發軔於是。電波又名海爾茲波，所以記念他的功績的。

註五 電子論爲英國物理學家湯姆森 (J.J. Thomson 1856——) 所發見。宇宙間各種原質的原子，都是電子組成的。原子是由於一個陽粒子 (Positive Nucleus) —— 又稱陽電子 (Proton) —— 和一個或數個電子所組成。陽粒子帶陽電，其電量和電子總數的陰電量相等。電子的數目不同，所組成的原質亦相異。電子圍繞陽電核旋轉，正如太陽系的一個小模型。

註六 O 與 O' 之間距相等，可用下法證明：

$$\triangle ROD \equiv \triangle ZCO, \quad \therefore \overline{OR} = \overline{OZ},$$

$$\triangle SOY \equiv \triangle QXO, \quad \therefore \overline{OS} = \overline{OQ}.$$

O' 之距離之平方爲  $\overline{SZ}^2 - \overline{QR}^2$

O 之距離之平方爲  $\overline{OC}^2 - \overline{OX}^2$

$$\overline{SZ}^2 - \overline{QR}^2 = (\overline{OZ} - \overline{OS})^2 - (\overline{OQ} - \overline{OR})^2$$

$$= \overline{OZ}^2 - 2\overline{OZ} \cdot \overline{OS} + \overline{OS}^2 - \overline{OQ}^2 + 2\overline{OQ} \cdot \overline{OR} - \overline{OR}^2$$

$$= \overline{OZ}^2 - \overline{OZ}^2 - (\overline{OQ}^2 - \overline{OX}^2) - 2(\overline{ZO} \cdot \overline{OX} - \overline{OQ} \cdot \overline{OZ}),$$

$$\text{但 } \overline{OZ}^2 - \overline{OZ}^2 = \overline{OC}^2, \quad \overline{OQ}^2 - \overline{OX}^2 = \overline{OX}^2,$$

$$\text{而 } \frac{\overline{OZ}}{\overline{OQ}} = \frac{\overline{OZ}}{\overline{OX}} = \frac{\overline{OR}}{\overline{OS}} \quad \therefore \overline{OZ} \cdot \overline{OX} = \overline{OQ} \cdot \overline{OZ}$$

$$\therefore \overline{SZ}^2 - \overline{QR}^2 = \overline{OC}^2 - \overline{OX}^2.$$

註七 羅倫茲換算公式，可用代數法求得之。在愛因斯坦所著的特殊和普遍相對論（Ubar

die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie）一書有一簡略的方法，現在把（也詳

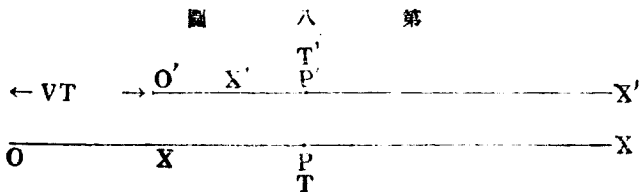


細講：

設  $O'X'$  代軌道，火車以每秒  $v$  之速度向  $X'$  進行。當火車上之  $O'$  與軌道上之  $O$  適相對時，把  $O'$  與  $O$  的時鐘對準。設在軌道上所量得  $O'P$  之距離為  $X$ ，火車上的  $P'$  點正和軌道上  $P$  點相對。設光自  $O$  至  $P$  所需時間在軌道上量出為  $t$ 。今火車向前運動，故在火車上量出之時間不是  $t$  了，設以  $t'$  表之。 $O'P$  之距離為  $X$ ， $O'P'$  之距也不是  $X$  了，設以  $X'$  表之。現假定已經知  $X$  與  $t$ ，要算出  $X'$  與  $t'$  和  $X$  與  $t$  有何種關係。

當火車經過  $O$  點時，在  $O$  點放一閃光，則在軌道上光自  $O$  至  $P$  所經之時間為  $t$ ；在火車上光自  $O'$  至  $P'$  所經之時間為  $t'$ 。以  $C$  代表光速，則

$$\begin{aligned} X &= ct, & X' &= ct', \\ X - ct &= 0, & X' - ct' &= 0 \end{aligned}$$



$$x' - ct' = \lambda(x - ct) \dots (1), \lambda \text{ 爲兩式之比例常數。}$$

如光向反對方向進行則

$$x' + ct' = \mu(x + ct) \dots (2) \mu \text{ 爲此兩式之比例常數。}$$

$$\text{假設 } a = \frac{\lambda + \mu}{2} \quad b = \frac{\lambda - \mu}{2}$$

則 (1)(2) 兩式變爲

$$x' = ax - bct \dots (3)$$

$$ct' = act - bx \dots (4)$$

今設火車適在 O 出發，則其距離爲零，即  $x = 0$ 。

代入 (3) 得

$$0 = ax - bct,$$

$$\therefore ax = bct,$$

$$\frac{x}{t} = \frac{bc}{a} \quad \text{但 } \frac{x}{t} = v$$

$$\therefore v = \frac{1-a}{a} \dots\dots(5)$$

設在火車上所量得單位之長爲一，即 $(x, 1)$ ，則於出發時（即 $t=0$ ）在軌道上所量單位之長，從(3)式求之應爲：

$$1 = ax \quad X = \frac{1}{a} \dots\dots(6)$$

就是在火車單位之長，在軌道上量之就成 $\frac{1}{a}$ 了。

又在軌道上單位長當作一，（即 $x=1$ ），則在火車出發時（即 $t=0$ ）(3)(4)兩式變爲

$$X' = a - bct,$$

$$0 = act - b$$

$$\therefore X' = a \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \dots\dots(7)$$

【因  $X' = a - bct$ ，而  $act = b$ ， $ct = \frac{b}{a}$  代入上式

$$X' = a - \frac{b^2}{a} = a \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \text{ 從(5)得 } \frac{b}{a} = \frac{v}{c}$$

代入上式得  $x' = a(1 - \frac{v^2}{c^2} x)$  ]

即在軌道上單位的長，在火車上看起來就變成  $a(1 - \frac{v^2}{c^2})$  了。

照相對論說這兩長度應該相等的。

$$a(1 - \frac{v^2}{c^2}) = \frac{1}{a}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{設以 } \beta \text{ 代此式則 } \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

代入(5)式，得

$$b = \frac{av}{c} = \frac{v}{c}$$

以  $a, d$  之值代入(3)(4)兩式，得

$$\left. \begin{aligned} x' &= \beta(x - vt) \\ t' &= \beta(t - \frac{vx}{c^2}) \end{aligned} \right\}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

這兩個方程式就是羅倫茲換標公式。

## 第七章 時空之間距

在上章裏已經說過，用了特殊相對論的原理，就可以完全解決某種問題：就是可以說明爲什麼在兩個有相對等速運動之物體上面，其動力學和電磁作用之物理定律，實驗的結果不能尋出有何歧異。『等速』運動的意義，是物體沿一直線作等速度的運動的意思。雖然這類問題，可以用特殊相對論原理來解釋，而其他不能解的問題也由此而生了：如果兩個物體的運動是不等速的，結果是怎樣呢？就像一個是地球，一個是墜石。墜石下落時是有加速度的：下落的時候愈落愈快。在特殊相對論裏，沒有說過在石上的觀察者和地面的觀察者所得之物理現象之定律，也應當是一樣的。從廣義說

，地球本身實在也是一個墜體：時時刻刻向太陽有加速度，註一所以就圍繞太陽而不作直線運動了。吾人物理的知識是從實驗得來，所以對於適用於假設沒有加速度運動之觀察者的學說，吾人當然不會自足的。普遍相對論就可以免除這種限制，不管觀察者之運動是怎樣，直線或曲線，等速或有加速。在設法免除這種限制的時候，愛因斯坦求到萬有引力的新定律，這事現在就要講到。這部工作十分艱難，他費了十年光陰。特殊相對論在一九〇五年發表，普遍相對論在一九一五年發表。

從經驗上講，大家都知道討論加速度運動時比等速運動要難得多。乘火車時，如火車的運動狠平穩而不變時，乘客只要不向窗外看，則總覺得自己是不動的；但在火車驟止時

，則覺身體驟傾前方，就是不看車外，也覺得發生變動了。同樣在升降機裏，如其運動極平穩時，也不覺得什麼，但在初上升時和停止時，胃裏就覺得狠不舒服。（所謂「加速度」運動，是指愈變愈快；也可以指愈變愈慢，這時加速度是負數。）在船艙裏有一重物下落時也是一樣的情形。只要船的運動是等速，則重物下落時的情形，對於船艙說，和船靜止時是一樣的：如果在艙頂中央落下，則仍落於艙板中央。但如船有加速度，則一切情形都改變了。如船之速度驟然增大時，在艙裏的人就覺得這重物下落時作曲線形而彎向船艙；如其速度驟然減小時，則此曲線彎向船首。

這種事實是狠平凡易曉的，因此噶萊理和牛頓都以爲加速度運動，其本性根本和等速運動有些不同。而這個不同性

質，只有認為運動是絕對的，不是相對的，纔可以解釋得通。如果說所有運動都是相對的，則升降機對於地球的相對運動，也可以當作地球對於升降機的相對運動。然而升降機上升時地面之人的胃裏，卻不見得不舒服。這類情形表明吾人討論這問題時所生的困難。雖說近世物理學家沒有多少人還相信運動是絕對的，但是在數理物理學裏所用的公式，還是包括牛頓的信仰，所以要設法改革這種方法，另外要得到不含有這類假定的公式。在愛因斯坦的普遍相對論裏，便有改革的方法。

這裏就可隨意把愛因斯坦的新觀念，先後介紹出來，不過最好還要把『間距』的概念來說。間距的概念，在特殊相對論裏，已經可以概括時間和空間的二種舊意思；但是還要



把這概念的普遍概括性擴大。現在先要把舊歷史說一說，所以就遠溯到披他各拉司 (Pythagoras)。

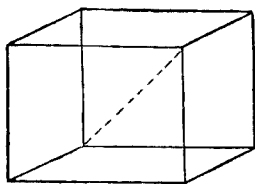
披他各拉司的身世不詳，或者像古代幾位重要人物一樣，是沒有這個人的：他是一位半神祕的人物，狠不寸當的研究算學又提創一種教義。著者假定認為有這人，而他的定理確是他發見的。他大約和孔子及釋迦牟尼同時；他組織一種宗教，認為吃豆是犯罪行為，又組織一個習算學的學校，特別注意於直角三角形之研究。披他各拉司定理（歐克利特裏命題第四十七）說，一直角三角形之兩短邊平方之和，等於直角對邊之平方。全部算學裏的命題，沒有一條能更有著名的歷史的。我們在幼年已經知道怎樣去「證明」。但是在「證明」一步裏，實在並沒有證明出什麼，只有用實驗的方法

，纔可以來證明。這個命題事實上不見得「十分」正確——不過是偏近的正確罷了。但是全部幾何學，和隨後產生的物理學，都是從這命題疊次概括而演繹出來的。最近所得的概括，就是普遍相對論。

披他各拉司定理的本身，也就是埃及人一個法則的概括。在埃及早年，人們已經知道直角三角形勾三股四弦五的關係；埃及人用了這個智識來實際量地。三角形三邊之長爲三、四、五吋，則每邊之平方各爲九、十六、二十五平方吋；九加十六適等於二十五。今以「 $3^2$ 」代三乘三；「 $4^2$ 」代四乘四；「 $5^2$ 」代五乘五。則可得下式

32 十九 = 32

披他各拉司大約從埃及人處學到三角形三邊各爲三、四



第 九 圖

、五時是直角三角形以後，纔注意到這個問題。他覺得可以推廣概括之，所以就尋出他的著名定理：在直角三角形裏，直角對邊之平方，等於其他二邊平方之和。

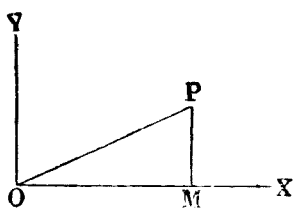
在三度的立體裏，也有同樣的情形：如有一正長方體，其對角線（圖中之虛線）之平方，等於三邊平方之和。

這種關係古人已經求到。

第二步重要方法，是笛卡兒發明的，他應用披他各拉司定理作解析幾何學的方法。

如有人想把平原上各地點有系統的定出——假定是一塊很小的平原，如是則地球為球形的事實可略而不計。設此八居於平原之中央，則定某地點的最簡單方法為：

從此人之住宅出發向東走多少路，再向北走多少路（或者向西走多少路，向南走多少路）。這樣就可確定這地點的位置。在美國成長方的城市裏，就可採用這自然的方法：在紐約城裏問詢時，人家總是回答說向東走過幾家（或向西）再向北走過幾家（或向南）。向東走的距離叫作  $X$ ，向北走的距離叫作  $Y$ 。（如向西走



第 十 圖  
 ，則  $X$  爲負；如向南走，則  $Y$  爲負。）設  
 $O$  爲出發點（『原點』）； $OM$  爲向東所  
 經之距離， $MP$  爲向北所經之距離。則從  
 出發點一直到  $P$  的距離是多少？用披他各  
拉司定理就可算出。 $OP$  之平方應當等於

$OM$  和  $MP$  之平方之和。如  $OM$  爲四哩而  $MP$  爲三哩，則  $O$

P 爲五哩。如 O M 爲十二哩，而 M P 爲五哩，則 O P 爲十三哩，因  $12^2 + 5^2 = 13^2$ 。所以要採用笛卡兒的方法來定位，則求兩地的距離，必須用彼他各拉司定理的。在三度空間裏，其情形亦正相同。設欲定一固定的汽球之位置，則不但要定平原上的位置，還要定汽球在這點上面的距離，所以還要用第三量，就是汽球的高度。設以 Z 代高度，以 R 代從 O 到汽球之直接距離，則得

$$R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 .$$

從這公式只要曉得 X, Y, Z, 是多少，就可以算出 R 了。如果曉得這汽球在東面十二哩，北面四哩，而高度爲三哩，則到汽球的直線距離爲十三哩，因  $12 \times 12 = 144$ ,  $4 \times 4 = 16$ ,  $3 \times 3 = 9$ ,  $144 + 16 + 9 = 169 = 13 \times 13$ 。

如果要作一張世界地圖，那就不能像在地面的一小部分，還當作平面看待了。在一頁紙面要作一極精確的世界地圖，是不可能的。在球面上可以把地球上各地方全用比例尺畫出，在平面圖上就不可能了。這處並不是要說明事實上的困難點，不過來表明在理論方面確是不可能的。例如格林尼治的子午線北段，西經九十度處的子午線，和兩子午線所包的赤道一段，所做成的三角形，其三邊都相等，而三角又都是直角。在平面裏，像這種三角形是不會有的。同樣，在平面上要作一正方形是可以的，但在球面上就做不到了。如有人願在地面親自試驗：向西走一百哩，再向北走一百哩，再向東走一百哩，再向南走一百哩。人們總以為走了一個大正方形，但是實際上並不如此，因為走到末了，決不會回到原出

發點的。如有工夫去實地試驗，自然就能證明。不然就從理論方面說，也很容易看出是應該如此的。在兩極附近沿緯線走一百哩所經的經度，要比在赤道附近所經的經度多，所以照上面的試驗，當向東走一百哩後（如在北半球），已經過了出發點的方向再偏東了。再向南走一百哩時，則偏東的方向仍不改變，結果所達到的地方，不是原出發點，要在原出發點的東面。再舉一例來說：設於赤道上離格林尼治的子午線東面四千哩地方前進；走到這子午線時，就沿子午線向北經過格林尼治共走四千哩而達喜特蘭羣島（Shetland Islands）附近；然後向東走四千哩，再向南走四千哩。這樣回到的地點雖然還在赤道，不過要在原出發點東面約有四千哩。但照上面所說的例子，卻不十分完善，因為除了在赤道外向東所走的路

，並不是兩地間最短的路程。假如從紐約航行到葡京里斯本，方向差不多是正東，不過航行時要略偏北向。這航線是地球上的『大圓』，就是以地心為圓心的圓。這是地面兩地間最短的一條線。經度子午線都是大圓，赤道也是一個大圓，不過其餘的平行緯線就都不是了。所以在前例中，走到喜特蘭羣島時，再向東走四千哩時，不應當向正東走，要向東沿過這羣島的大圓弧走。但是這般走法，更足以證明我們的理論：因為最後達到的地方，要比前面說的還要偏東。

球面幾何和平面幾何的不同點，究竟在什麼地方呢？如在地球上作一個三角形，每邊皆為大圓弧，則此三角形的三角之和，必不等於兩直角：要比兩直角多些。所多的度數，和三角形之大小成正比例。在草地上用繩圍著一小三角形



，甚至在海面上能互相望見之三舟，連成一大三角形，則其三角之和，比兩直角多的數目，小到不能測出。但用赤道，格林尼治的子午線，和離九十度的子午線所成的三角形，其三角之和就等於「三」直角了。而於球面上所作之三角形，三角之和最大可等於六直角。實際在地球上測量的結果，就可以發見這個情形，並不要計算空間其他的情況是如何。

算球面的距離，被他各拉斯定理也不能通用了。從地面旅行者的立場點說，兩地的距離是兩點間的大圓距，就是說，在地球表面兩地的最短路程。設在球面用三段大圓弧作成一個三角形，這三角形中有二邊是成直角的——設一為赤道，一為格林尼治子午線的北段。若有人沿赤道走三千哩，再向北走四千哩；則用大圓距來計算，此人離原出發點有多少

哩？如果在平面上，照前面所說，是應當五千哩。實際上這大圓距的距離，遠沒有這麼長。在球面直角三角形裏，直角對邊的平方，比其他二邊平方之和要小些。

球面幾何和平面幾何的區別，是一種絕對的本質；就是說，吾人根據這種區別，就可以發見吾人所處的地面，究竟是平面還是球面。這種意念是相對論裏的第二步要點，是高斯 (Gauss) 註一在一百年前所研究發揚的。他研究各種曲面的原理，知道吾人只要靠在這面上的本身量度，不必管外界的情形是怎樣，就可以曉得是那種的面。定空間一點的位置，要用三個量度；但是定面上一點的位置，只要用二個量度——例如用地面某處的緯度和經度，就可以定地面的位置了。

經高斯的研究，知道不論採用何種量法，和不論何種曲

面，總有一種方法來算出在這面上相距不甚遠的兩點距離，只要曉得定這兩點的幾個數量就穀了。他的公式可以包括他各拉斯的公式；註一在公式裏兩點距離之平方，用定這兩點的坐標之差的平方和其差的互乘積來表出。如能明瞭這公式，則曲面的幾何本質就可發見，就是說，這種本質是和曲面外各點沒有關係的。譬如可以發見這面上的三角形三角之和是否等於兩直角，或比兩直角大多少，或比兩直角小多少。

所以說到『三角形』，一定要說明那一種三角形，除了平面外，大多數的曲面上不能作直線的。在球面上，用大圓弧來代直線，因其性質極和直線相近。在一般的曲面上，兩點間總可以作一條最短的路線，用來代直線。這最短線，叫

作『自然線』(Geodesics)。在地球面，自然線就是大圓弧。一般說，兩點間之自然線，就是沿這曲面而不能離開的一條最短的路程。牠在曲面上的幾何本質，和平面上的直線所處之地位相等。我們問到某三角形三角之和是否等於兩直角，意思就是問三條自然線所做成的三角形三角之和是多少。我們說到兩點之距離，就是說兩點間的自然線有多少長。

第二步的推廣幾何意義的方法，更要艱深：就是要推論非歐克利特幾何學。吾人所處的世界是三度的空間，而吾人對於空間認識的經驗知識，是根據於短距離之長度和角度之計量。(所謂短距離的意思，是對於天文學裏的計量而說；在地球面上的距離，就是認為短距離的。)以前的觀念，總以為空間的性質是屬於歐克利特而不必證明的——例如三角

形三角之和一定等於兩直角。但是後來漸漸覺得這是不能用理解來證明的；就算以前的觀念是對的，也不過合於計量的結果。在愛因斯坦以前，以為計量的結果幾可以當作完全合於歐克利特的；但是現在的意見卻完全改變了。對於很小的區域說，吾人勉強「視為」合於歐克利特的，自然也不見得不能適用；但是在解釋萬有引力時，據愛因斯坦的見解，知道在物質附近的大區域裏，其空間就屬於非歐克利特了。這理由在下章再述。現在所要討論的是怎樣用高斯的公式來推廣研究非歐克利特的方法。

我們沒有理由可以說為什麼吾人所處的三度空間，不會和二度的球面有同樣的情形。三角形三角之和，也許就比兩直角大，其多餘的度數，也和三角形的大小成正比例。兩點

的距離，也許就可以用同球面距離相似的公式來表示，只要三個數量來替代兩個數量。究竟會不會有這類情形，只能用實際的測量來考察。空間的性質屬於何種幾何，可有無窮的可能性。註二

里曼 (Riemann) 討論這個論點，他在所著『論幾何學裏基本的假說』(“On the hypotheses which underlie Geometry” (1854)) 一篇論文裏，把高斯的曲面公式推廣應用到各種三度空間裏。他證明每種空間所具有的主要特性，都可以從兩點間之短距離的公式推算出來。並認為在三方向移動後兩點的短距離，是可以計算的。譬如從一點移到他點時，首先向東移動少許，再向北移動少許，最後向上移動少許，則從這點到他點的距離，就可以計算出來。計算的法則，也是披他各拉司定理的推

廣式，即距離的平方，可用三方向的分距離的平方，再加上各分距離的相互乘積的六項來計算。註三從這公式裏的某種特性，就可以看出所討論的空間是屬於那一種。這種特性卻不依所採擇決定一點位置的特殊方法而有變更的。

要詳細討論相對論全部，我們還把以前說過的「間距」意義推廣：我們用兩事情的「間距」，來代兩點的距離。這樣就能討論「時空」了。兩椿事情之間距的平方，等於這兩事情所相隔之時間裏光應經之距離的平方，減去其距離的平方，這在特殊相對論裏已經講過。在普遍相對論裏，除非離開物質狠遠的地方，這間距的特殊公式，是不適用的。此後要討論一個普遍公式，就像里曼對於兩點的距離，得到一個普遍公式一般。愛因斯坦的公式，也像里曼的公式，假定是

只能應用於「附近」的各事情的，就是說，適用於兩樁事情  
的間距是很小的。如果所討論的超出所假定範圍以外，則須  
視此物體運動時的實在情況而定，這在下章再講。

現在把本章所論的各點，簡略歸納之覆述一遍。在三度  
空間裏，任意一點對於一定點（『原點』）的位置，可以用  
任意三個數量（『坐標』）來決定。例如汽球對於某人住宅  
的位置，可以用向東多少距離，再向北多少距離，再向上多  
少距離來決定。像這個例子，三個坐標就是互成直角的三個  
距離的數目，依這三方向依次進行，就可以從原點走到這一  
點，而從原點到這點的直向距離的平方，就可以把這三坐標  
的平方相加而得。不論在歐克利特空間和非歐克利特空間裏  
，距離的平方，總是可以從這坐標的平方，和任意兩坐標的



相乘積依某種定則相加而得。定一點的位置所用的坐標，不論用那一種都可以的，只要在隣近的各點，其坐標的數量，也是隣近的，變化就可以了。在普遍相對論裏，又加入定時間的第四個坐標，公式裏所表示的不是空間的距離，是時空的『間距』；並且還要假定這公式只通用於很短的距離。另外再假定離開物質愈遠，則普遍相對論的間距公式和特殊相對論裏的間距公式愈相近似。

下面就要從事於愛因斯坦萬有引力說的解釋了。

原註 地球圍繞太陽的運動是有加速度的。此處所謂加速度，並不是指速度繼續增加，是指運動的方向時時改變的意思。『沒有加速』運動只可當作『在直綫上』作等速運動的意義。

註一 高斯 (Karl Friedrich Gauss 1777—1855) 爲德國之著名算學家，對於各種算學都有深切的研究。他研究曲面的性質，在曲面上任意作  $u$ ， $v$  兩組曲綫。 $u$  綫與  $v$  綫各不相交

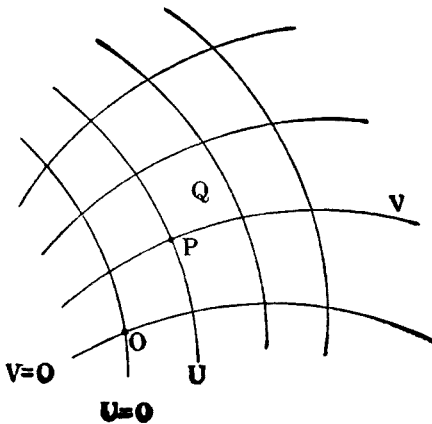
， $v$  綫與  $v$  綫各不相交。在曲面上任意一點總有一條  $u$  綫和一條  $v$  綫通過，如圖。這種坐標叫作高斯坐標 (Gaussian Co-ordinates)。設  $P$  點之坐標點為  $(u, v)$ ，而其隣近另點之坐標點為  $(u+du, v+dv)$ ，則此隣近兩點之距離  $ds$  可用下式表之：

$$ds^2 = g_{11}du^2 + 2g_{12}dudv + g_{22}dv^2。$$

$g_{11}$ ， $g_{12}$ ， $g_{22}$  三係數的數值，依曲面的性質和兩組曲綫的形狀而定。如此面為平面而兩組曲綫為互相垂的直綫，則坐標成為笛氏坐標，而其公式為披他各拉司公式。

$$ds^2 = du^2 + dv^2, \quad g_{11} = g_{22} = 1, \quad g_{12} = 0。$$

第 十 一 圖



註二 歐克利特幾何學裏的定理一大部分都

從平行綫原理證明演繹出來，但平行綫的原理是沒法可以證明的。一八四〇年俄國人洛拔

基夫斯奇 (Cl. F. Jaehewski 1793 - 1866) 發表他的著作平行線研究 (Geometrisch untersuchungen zur Theorie der Parallelinien)。假定通過線外一點可作無數直線和另此直線平行，照這樣演繹出的幾何學，完全和克利特不同。如三角形三角之和必小於兩直角。這一類的非歐克利特幾何學又稱雙曲線幾何學。德國人里曼 (Riemann 1826 - 1866) 另發明一種非歐克利特幾何學。假定通過線外一點不能作一直線和此直線平行，照這樣演繹出的幾何學，三角形三角之和必大於兩直角。像這類幾何學又稱橢圓幾何。相對論所說空間的性質是屬於此類的。

註三 這公式就是把高斯公式推廣到三度空間裏，其相隣近兩點之距離  $ds$ ，以下式表之：

$$ds^2 = g_{11} dx^2 + g_{22} dy^2 + g_{33} dz^2 + 2g_{12} dx dy + 2g_{13} dx dz + 2g_{23} dy dz。$$

# ABC叢書目錄

## 文藝部

### 國學組

文字學ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

暨南大學文科教授胡慎安著

修辭學ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

復旦大學中國文學系主任陳望道著

詩歌學ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

暨南大學文科主任胡懷琛著

詩經學ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

南開大學教授金公亮著

元劇研究ABC 平裝五角  
精裝六角

元曲專家吳瞿安著

文法解剖ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

郭步陶著

文體論ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

顧燮丞著

中國文學ABC一冊 平裝五角  
精裝六角

劉麟生著

文學組

文藝論ABC一册 平裝五角  
精裝六角

前暨南大學文科主任夏丏尊著

文藝批評ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學教授傅東華著

文化評價ABC一册 平裝五角  
裝裝六角

巴黎大學碩士葉法無著

詩歌原理ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學教授傅東華著

小說研究ABC一册 平裝五角  
精裝六角

文學批評家玄珠著

農民文學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學教授謝六逸著

兒童文學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

小說月報編輯徐調孚著

西洋文學組

希羅文學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

南歐文學專家曾孟樸著

英國文學ABC 上冊 平裝五角  
精裝六角

真美善雜誌編輯曾虛白著

美國文學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

真美善雜誌編輯曾虛白著

德國文學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

大學院祕書李金髮著

法國文學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

南歐文學專家曾孟樸著

俄國文學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

文學士泉漳中學教授汪倜然著

近代文學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

文學家吳雲著

騎士文學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

文學批評家玄珠著

神話組

神話學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學教授謝六逸著

童話學ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

趙景深著

中國神話研究ABC 上下册 平裝五角  
精裝六角

文學批評家玄珠著

希臘神話ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

文學士泉漳中學教授汪倜然著

藝術組

藝術論ABC 一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學中國文學系主任陳望道著

戲劇學ABC一册

平裝五角  
精裝六角

留美戲曲家洪深著

獨幕劇ABC一册

平裝五角  
精裝六角

文學十蔡慕暉著

歌劇ABC一册

平裝五角  
精裝六角

音樂家張若谷著

音樂ABC一册

平裝五角  
精裝六角

音樂家張若谷著

國畫ABC一册

平裝五角  
精裝六角

名畫家朱應鵬著

洋畫ABC一册

平裝五角  
精裝六角

名洋畫家陳抱一著

圖案畫ABC一册

平裝五角  
精裝六角

中華藝術大學教授陳之佛著

構圖法ABC一册

平裝五角  
精裝六角

上海美術專門學校教授豐子愷著

新聞學組

報學ABC一册

平裝五角  
精裝六角

時事新報總編輯潘公弼著

政治經濟部

政法組

法律學ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

朱采真著

政治學ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

朱采真著

中山政治ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

朱采真著

國際政治ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

巴黎大學吳頌舉著

國際法ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

朱采真著

外交ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

浙江反省院教授常書林著

黨義ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

世界書局編輯朱翊新著

### 市政組

都市論ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

工學士楊哲明著

市政計劃ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

工學士楊哲明著

市政管理ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

工學士楊哲明著

市政工程ABC一册  
平裝五角  
精裝六角

工學士楊哲明著



經濟組

經濟學

ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

經濟學博士李權時著

財政學

ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

經濟學博士李權時著

貨幣學

ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

德國柏林大學沈藻堉著

統計學

ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

社會學學士蔡毓聰著

審計學

ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

鄭行巽著

分配論

ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

法政大學教授殷憲光著

農業合作ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

法政大學教授王世顯著

信用合作ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

侯厚培著

生活進化史ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

勞働大學教授劉叔琴著

商業組

商業經營ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

明治大學商學士沈長明著

工商管理ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學商學士張家泰著

廣告學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學商學士蒯世勳著

售貨術ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學商學士張家泰著

銀行學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

復旦大學商學士蒯世勳著

保險學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

張伯箴著

社會組

社會學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

社會學博士孫本文著

社會思想史ABC一册 平裝五角  
精裝六角

法政大學教授徐逸槐著

人口論ABC一册 平裝五角  
精裝六角

社會學博士孫本文著

人類學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

巴黎大學學士馬宗融著

優生學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

日本帝國大學學士華汝成著

犯罪學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

留美社會學碩士應成一著

婦女運動ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

湯彬華女士著

家族制度ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

高希聖著

## 哲 學 部

### 哲 學 組

哲 學ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

前時事新報主筆張東蓀著

西洋哲學ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

廣學會編輯謝頌羔著

宗 教 學ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

廣學會編輯謝頌羔著

精神分析學ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

前時事新報主筆張東蓀著

人 生 觀ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

前時事新報主筆張東蓀著

相 對 論ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

王剛森著

論 理 學ABC 一册

平裝六角  
精裝六角

前紹興女師校長朱兆萃著

倫理問題ABC 一册

平裝五角  
精裝六角

巴黎大學碩士葉法無著

中國倫理思想ABC一册 平裝五角  
精裝六角

嶺南大學哲學教授謝扶雅著

戀愛論ABC一册 平裝五角  
精裝六角

郭真著

## 教育史地部

### 教育組

教育學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

米西根大學碩士黃梁就明著

教育史ABC一册 平裝五角  
精裝六角

李浩香著

藝術教育ABC一册 平裝五角  
精裝六角

美術專門學校教授豐子愷著

職業教育ABC一册 平裝五角  
精裝六角

中華職業教育社潘文安著

小學行政ABC一册 平裝五角  
精裝六角

世界書局編輯魏冰心著

各科教學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

世界書局編輯所長范雲六著

教育測驗ABC一册 平裝五角  
精裝六角

世界書局編輯朱翊新著

教育心理學ABC一册 平裝五角  
精裝六角

前紹興女師校長朱兆萃著

圖書館學ABC一册

平裝五角  
精裝六角

復旦大學圖書館主任沈學植著

體育組

田徑賽ABC一册

平裝五角  
精裝六角

時事新報編輯蔣湘青著

演說學組

演說學ABC一册

平裝五角  
精裝六角

復旦大學文科主任余楠秋著

辯論術ABC一册

平裝五角  
精裝六角

世界書局編輯陸東平著

史地組

進化論ABC一册

平裝五角  
精裝六角

張慰宗著

東洋史ABC一册

平裝五角  
精裝六角

文學家傅彥長著

西洋史ABC一册

平裝五角  
精裝六角

文學家傅彥長著

日本史ABC一册

平裝五角  
精裝六角

北平女高師教授李宗武著

人文地理ABC一册

平裝五角  
精裝六角

北平女高師教授李宗武著

自然地理 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

淮安中學校長王益厓著

海洋學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

淮安中學校長王益厓著

## 科學部

### 自然科學組

心理學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

復旦心理學院實驗中學主任郭任遠著

變態心理學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

心理學學士黃維榮著

### 衛生學組

衛生學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

沈霽春著劉清風博士校訂

性學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

南洋大學學監樂福沅著

### 應用科學組

科學論 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

北大理學士王剛森著

電學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

北大理學士王剛森著

攝影學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

化學教師吳靜山著

測量術 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

東南大學理學士姚國珣著

### 工程學組

道路學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

工學士楊哲明著

鐵路學 A B C 一册 平裝五角  
精裝六角

工學士楊尚時著

### 附告

本叢書的書目是沒有限制的  
隨時加編隨時發表

127