

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS) Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin/dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin/vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin/vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

- 1) Kometen sind kleine Himmelskörper, die sich auf ihren Bahnen immer wieder der Sonne annähern. In Sonnennähe verlieren sie einen Teil ihrer Masse in Form von Gas und Staub.

Der *Halley'sche Komet* hat während seiner letzten Annäherung an die Sonne pro Sekunde rund 50 Tonnen seiner Masse verloren.

Die Masse des Kometen während seiner letzten Annäherung soll in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine Funktion m beschrieben werden.

t ... Zeit in Sekunden

$m(t)$... Masse zur Zeit t in Tonnen

- Erstellen Sie eine Gleichung dieser Funktion. Wählen Sie m_0 für die Masse zum Zeitpunkt $t = 0$. (A)

Während seiner letzten Annäherung an die Sonne hat der *Halley'sche Komet* insgesamt eine Masse von $5 \cdot 10^{11}$ kg verloren. Das waren 0,25 % der Masse m_0 .

- Berechnen Sie die Masse m_0 in Tonnen. (B)

Ein bestimmter Komet verliert bei jeder Annäherung an die Sonne etwa 0,1 % der Masse, die er zu Beginn der jeweiligen Annäherung hatte.

- Interpretieren Sie die Bedeutung des Ergebnisses der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$(1 - 0,001)^3 = 0,997... \quad (\text{R})$$

Eine Untersuchung über Kometen ergab, dass jeder neu entdeckte Komet mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % eine sogenannte *hyperbolische Bahn* hat.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den letzten 5 neu entdeckten Kometen genau 1 Komet eine hyperbolische Bahn hat. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $m(t) = m_0 - 50 \cdot t$

(B): $5 \cdot 10^{11} = m_0 \cdot 0,0025$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{14} \text{ kg} = 2 \cdot 10^{11} \text{ t}$$

(R): Nach 3 Annäherungen an die Sonne hat der Komet noch rund 99,7 % der Masse, die er vor der ersten Annäherung hatte.

(B): X ... Anzahl der neu entdeckten Kometen mit hyperbolischer Bahn
Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 0,15$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X = 1) = 0,3915\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 39,2 %.

- 2) Am 1.1.2017 hatte Österreich eine Einwohnerzahl von insgesamt 8 772 838. Die nachstehende Tabelle zeigt die Aufteilung auf die einzelnen Bundesländer.

Bundesland	Einwohnerzahl am 1.1.2017
Burgenland	291 942
Kärnten	561 077
Niederösterreich	1 665 753
Oberösterreich	1 465 045
Salzburg	549 236
Steiermark	1 237 298
Tirol	746 153
Vorarlberg	388 752
Wien	1 867 582
gesamt	8 772 838

Datenquelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/bevoelkerungsstruktur/bevoelkerung_nach_alter_geschlecht/index.html [11.08.2017].

- Geben Sie dasjenige Bundesland an, dessen Einwohnerzahl der Median der Einwohnerzahl aller 9 Bundesländer Österreichs ist. (R)
- Berechnen Sie, wie viel Prozent aller Einwohner/innen Österreichs am 1.1.2017 in den 3 Bundesländern mit den höchsten Einwohnerzahlen lebten. (B)

Unter allen weiblichen und männlichen Einwohnern Österreichs am 1.1.2017 wird zufällig eine Person ausgewählt.

Es soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass es sich dabei um einen weiblichen Einwohner Tirols handelt, wenn Tirol an diesem Tag m männliche Einwohner hatte.

- Erstellen Sie mithilfe von m eine Formel zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit.

$$P(\text{„weiblicher Einwohner Tirols“}) = \underline{\hspace{15em}} \quad (\text{A})$$

Am 1.1.2029 soll Wien laut einem linearen Modell eine Einwohnerzahl von 2 Millionen erreichen.

- Berechnen Sie, um wie viele Einwohner/innen Wien vom 1.1.2017 bis zum 1.1.2029 gemäß diesem Modell durchschnittlich pro Jahr wächst. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(R): Tirol

$$(B): \frac{1\,867\,582 + 1\,665\,753 + 1\,465\,045}{8\,772\,838} = 0,569\dots$$

In den 3 Bundesländern mit den höchsten Einwohnerzahlen lebten rund 57 % aller Einwohner/innen Österreichs.

$$(A): P(\text{„weiblicher Einwohner Tirols“}) = \frac{746\,153 - m}{8\,772\,838}$$

oder:

$$P(\text{„weiblicher Einwohner Tirols“}) = \frac{746\,153}{8\,772\,838} \cdot \frac{746\,153 - m}{746\,153}$$

$$(B): \frac{2\,000\,000 - 1\,867\,582}{2029 - 2017} = 11\,034,8\dots$$

Wien wächst in diesem Zeitraum durchschnittlich um rund 11 000 Einwohner/innen pro Jahr.

- 3) Bei einer Raumtemperatur von 22 °C erwärmt sich Mineralwasser nach der Entnahme aus dem Kühlschrank.

Die Temperatur des Mineralwassers nach der Entnahme aus dem Kühlschrank lässt sich näherungsweise durch die Funktion T beschreiben.

$$T(t) = 22 - 14 \cdot 0,92^t$$

t ... Zeit nach der Entnahme des Mineralwassers aus dem Kühlschrank in min

$T(t)$... Temperatur des Mineralwassers zur Zeit t in °C

- Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Temperatur des Mineralwassers 1 °C unter der Raumtemperatur liegt. (B)
- Begründen Sie mathematisch, warum sich die Funktionswerte von T mit wachsendem t dem Wert 22 °C annähern. (R)
- Erstellen Sie mithilfe der Funktion T einen Ausdruck zur Berechnung der mittleren Änderungsrate der Temperatur im Zeitintervall $[0; t_1]$. (A)
- Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die entsprechende Einheit an.

$$T'(0) \approx 1,17 \quad (R)$$

Möglicher Lösungsweg:

$$(B): T(t) = 21$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 31,65\dots$$

Etwa 31,7 min nach der Entnahme aus dem Kühlschrank beträgt die Temperatur des Mineralwassers 21 °C.

- (R): Da für großes t der Wert $0,92^t$ gegen null geht, nähern sich die Funktionswerte immer weiter dem Wert 22 an.

$$(A): \frac{T(t_1) - T(0)}{t_1}$$

- (R): Die momentane Änderungsrate der Temperatur des Mineralwassers zur Zeit $t = 0$ beträgt rund 1,17 °C/min.