

# 十二等律的發明者朱載堉

劉復

國立中央研究院歷史語言研究所集刊外編

蔡元培先生六十五歲慶祝論文集

抽印本

中華民國二十一年

北平

# 十二等律的發明者朱載堉。

劉復。

大家都知道火器，造紙，印書是中國人的三大發明。但這是古時的事，到了近代，西洋人用所有的力量，所有的科學方法完全放上去，使這三種東西每一種都有飛速的進步，極度的改良，而我們却須回過頭去跟他們學習，甚而至於學習不好。這在有心人，恐怕不能再以發明家的子孫自居而認為光榮，却須因慚愧而發生悲哀了罷。

惟有明朝末年朱載堉先生所發明的十二等律，却是個一蹴就做到登峯造極的地步的大發明。他把一協分為十二個相等的半度，是個唯一無二的方法，直到現在誰也不能推翻它，搖動它；他所用的算法，直到現在還是照樣的做；他算出來的數目字，直到現在還是直抄了用，不必我們自己費心。

你說這是個小發明麼？不差，和造紙，印書，造砲相比，誠然是渺乎小矣。但全世界文明各國的樂器，有十分之八九都要依着他的方法造；即就北平而論，至少總有一二千架鋼琴，却沒有一架不用他的方法定律。這種發明，恐怕至少也可以比得上倍爾的電話和愛迪生的留聲機罷。

今年已是他誕生以後的三百九十六年了。他的發明，在他生前沒有人注意；他死以後，本國人是糊糊塗塗，不大理會；外國人雖然採用他的方法，却好像這方法是從天上掉下來的，從沒有人考據一下發明者是誰。所以朱載堉的名字，正跟着

他的發明的日見推廣日見採用而日見遺忘日見湮沒了！

我們古人在學術上的貢獻而加以表彰，可以鼓勵我們自己

京藏書圖印

-279-

283605

和我們的極聰的治學的勇氣。要是這一句話沒有人否認，就讓  
我來做這一篇關於朱載堉的論文，用以紀念導引我們研究學問  
的蔡子民先生的六十五歲壽辰。

全文分為三篇：上篇，朱載堉及其十二等律之發明；中篇，  
朱載堉之他種研究；下篇，朱載堉之家世及生平。

## 上 篇

### 朱載堉及其十二等律之發明。

“等律”，英文叫做“equal temperament”；“equal”的意思是相等，“temperament”的意思是調和；所以譯得詳細些，應當是“相等的調和律”。

何以要有這等律或相等的調和律呢？因為不按等律方法所定的律，音與音間相隔的程途，即所謂“音程”，是大小不等的。例如按照“三分損益”法所算出來的七音，宮與商，商與角，角與變徵，徵與羽，羽與變宮之間，按歐里士（A. J. Ellis）的百分數說，都相隔 203.910 分；變徵與徵，變宮與宮之間，都相隔 90.224 分；我們稱前者為全度，後者為半度，但全度並不是半度的一倍( $2 \times 90.224 = 180.448 \neq 203.910$ )。又如西洋音階中，C 與 D, F 與 G, A 與 B 之間，都相隔 203.910 分，喚作大度；D 與 E, G 與 A 之間，都相隔 182.404 分，喚作小度；E 與 F, B 與 C 之間，都相隔 111.731 分，喚作半度；大度既與小度不同，半度又並不是大度或小度之半。（參觀我的“從五音六律說到三百六十律”，頁 20—21）

這種情形不適宜於“變調”，是一望而知的。人的嗓子和胡琴，三絃，提琴等樂器，音律可由唱奏的人自由活用，並不定死，自然不會因此而遇到困難。但世界上的樂器，最大部分都必須把聲音定死，如風琴或鋼琴上的鍵板是死的，琵琶或月琴上的“品”是死的，簫笛上的孔是死的，琴上的徽是死的，絃雖然是活的，却必須定死了才能彈。這樣，在變調時就發生了絕大的困難了；而變調又是音樂中一件大事，決不能因為這方面有困難，就把變調犧牲了。

十二等律就是排除這種困難的一個大發明。法以一“協”(octave)分為十二個相等的半度，每一個半度相當於歐里士的 100 分。這樣，若要用半度，就用現成的半度；若要用全度，就把兩個半度加起來，相當於 200 分。

以等律中的度和中國原來的度相比，是一個半度（100 分）大於原來的一個半度（90.224 分）；兩個半度（200 分）小於原來的一個全度（203.910 分）；和西洋音樂中的度相比，是一個半度小於原來的一個半度（111.731 分），兩個半度大於原來的一個小度（182.404 分），小於原來的一個大度（203.910 分）。

這裏面的錯誤是顯而易見的。但雖然錯誤，還錯得不多，耳朵裏還聽不大出，變調的困難，却從此打破了；所以稱之為調和律，調和云者，調和於理論與事實之間也。

這種等律因為有相當的錯誤，所以時常招到不滿的批評。巴登(E. H. "arton)說：“這種習用的調和律，因為採用了自由的調節方法，而使律數減到了最少，只有十二個，在和聲上，却受了最大的犧牲了。凡半度的音，無論是全音階的(diatonic)或半音階的(chromatic)，都看做了全度的一半，所以通共只須有十二步。結果是大三度與大六度都是太大了，小三度與小六度都是太小了。（大三度是 386 分，變為 400 分；大六度是 884 分，變為 900 分；小三度是 316 分，變為 300 分；小六度是 814 分，變為 800 分。）所以這種共同的和絃(common chords)，對於兩種音階分割式(mode)，都和理論遠離了。”(Dictionary of Applied Physics, Vol. IV, p. 682b)

不滿的批評儘可以有，實際上却不得不用它，而且它總還優越一切。赫穆霍次(H. Helmholtz)是近代在樂音學上集大成的人，他說：“無論任何久遠，只要事實上應把一協中的律數限於十二的必要還有一天存在着，則分全協為十二個半度的等律法之優越於其他一切，是不成問題的；而這種方法之成為唯一的認可的調律法，也是自然的結果。”(On the Sensations of Tone, Ellis 譯註本, p. 321) 他又說：“現代的樂人，除去極少數的例外，就從來沒有聽見過不用等律的音樂，所以他們把這種調和律中的錯誤看輕了。”(全上, p. 320) 歐里士也說：“調和律的目的，是要設法把一協中無數種的音程能用有限的律數表示出來，雖然聲音的和諧上不甚完全，也還不十分刺耳。自從發明風琴上用鍵板的最初一日以至現在，普通經驗上覺得一協中有十二

個律已經夠了。這個數目曾偶然有幾次增加到十四，十六，十九，甚而至於到三十一，五十三，但這些樂器從來沒有通用過。”(同上，p. 431) 萊雷夫 (Lord Rayleigh) 也說：“種種不同的調和律都用過；最簡單而現在應用得最廣的，至少也是有意要想採用的，是相等的調和律。………這裏面的錯誤（指五度的錯誤）是感覺不到的；就是三度的錯誤，在鋼琴等器所奏快板音樂中，也不見得怎麼樣。只是在箏琴或風琴上，把一個個的音單獨彈奏，在和絃上就不能調協了”。(The Theory of Sound, p. 10-11) 就是巴登自己，也說這種等律的律數少，轉調容易，能適合於實際的需要。(A textbook on Sound, p. 490)

至於十二等律該用什麼方法計算出來呢？歐里士用很簡單的語言說：“每兩律中所隔的音程，是一個‘等半度’(equal semitone)，其比例為： $\sqrt[12]{2} = 1:1.0594631$ ，極近於 $84:89$ 。”(Sen. of Ton. p. 341) 白克 P. C. Buck 所著 Acoustics for Musicians 的第八章對於這個算法有淺近詳細的解釋，可以參閱，並不贅。

朱載堉的算法是“本諸周禮‘稟氏爲量，內方尺而圓其外’。內方尺而圓其外，則圓徑與方斜同。知方之斜，則知圓之徑矣。度本起於黃鐘之長，則黃鐘之長即度法一尺。命平方一尺爲黃鐘之率；東西十寸爲句，自乘得百寸爲句鑿；南北十寸爲股，自乘得百寸爲股鑿；相併，共得二百寸爲弦鑿。乃置弦鑿爲實，開平方法除之，得弦一尺四寸一分四釐二毫(朱氏原書中用數字二十五位，此僅取五位，下同)，爲方之斜，即圓之徑，亦即蕤賓倍律之率；以句十寸乘之，得平方積一百四十一寸四十二分，爲實，開平方法除之，得一尺一寸八分九釐二毫，即南呂倍律之率；仍以句十寸乘之，又以股十寸乘之，得立方積一千一百八十九寸二百分，爲實，開立方法除之，得一尺〇五分九釐四毫，即應鐘倍律之率。”(律呂精義內篇卷一頁九)

他這種算法，用現在的算式表示出來，只是

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} = 1.4142;$$

$$\sqrt{1 \times \sqrt{2}} = \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{1.4142} = 1.1892;$$

$$\sqrt[3]{1 \times 1 \times \sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{2} = \sqrt[12]{1.1892} = 1.0594.$$

他得到了 1.0594 這個數目，就能把其餘各律的數目（即所謂率）一起推算出來。他說：“十二律黃鐘為始，應鐘為終；終而復始，循環無端。……是故各律皆以黃鐘正數十寸乘之，為實，以應鐘倍數十寸○五分九釐四毫為法，除之，即得其次律也。”他算出來的各律的數目是：

	2.0000	黃鐘倍律	高黃鐘 即 C <sub>2</sub>
	1.8877	大呂倍律	正應鐘 即 B
音由低而高	1.7818	太簇倍律	正無射 即 A <sup>#</sup> 或 B <sup>b</sup>
	1.6818	夾鐘倍律	正南呂 即 A
	1.5874	姑洗倍律	正夷則 即 G <sup>#</sup> 或 A <sup>b</sup>
	1.4983	仲呂倍律	正林鐘 即 G
	1.4142	蕤賓倍律	正蕤賓 即 F <sup>#</sup> 或 G <sup>b</sup>
	1.3339	林鐘倍律	正仲呂 即 F
	1.2599	夷則倍律	正姑洗 即 E
	1.1892	南呂倍律	正夾鐘 即 D <sup>#</sup> 或 E <sup>b</sup>
	1.1225	無射倍律	正太簇 即 D
	1.0594	應鐘倍律	正大呂 即 C <sup>#</sup> 或 D <sup>b</sup>
	1.0000	黃鐘正律	正黃鐘 即 C <sub>1</sub>

(同上頁十)

這裏面有幾點應當加以說明：

第一，照朱氏說，黃鐘倍律是2，以 $\sqrt[12]{2}$ 疊除之，得大呂以下各律，至黃鐘正律則為1，是聲音愈高，率數愈小。（看表中Ⅱ線左邊的一部分）照現代音樂中的方法說，應當定正黃鐘為1，以 $\sqrt[12]{2}$ 疊乘之，得大呂以上各律，至高黃鐘則為2，是聲音愈高，率數愈大。（看表中Ⅱ線右邊的一部分）所以，1.0594 照朱氏說是應鐘之率，照現在說是大呂之率；1.1225 照朱氏說是無射之率，照現在說是太簇之率；……這不是完全相反麼？其實並不相反，只是標準不同。朱氏以管長為標準，所以音愈高則管愈短；現代音樂中以顫動數的多少為標準，所以音愈高則顫動數愈大。管長與顫

動數恰成反比例，所以表中左右兩部分，形式上雖然相反，實際却完全相同。

第二，我們現在要把某數開某次方，只須直捷開去就是；即如要開2的十二次方，作一次開也可以，分作2，2，3三次開也可以，不必在2數上用什麼工夫。朱氏那時，還沒有這種抽象的觀念：要開平方，必須先造起一個平方積；要開立方，也必須先造起一個立方積：所以第一步要開2的平方，他必須先把它做成兩個十寸的平方積二百寸；既然得了數，要再開平方，必須先再用十寸乘之，使成為平方積；第二次得數之後，要再開立方，必須先再用十寸乘兩次，使成為立方積。這是因為拘泥了當時的方積始能開方的觀念，才打了這麼些大圈子，在我們看來，未免大笨了。又就各律求次律，我們現在只須直接用 1.0594 一除就得，朱氏却必須先以十寸乘之，再以十寸○五分九釐四毫除之；這是因為當時沒有小數點，既要用十寸○五分九釐四毫除，若不先用十寸乘，得數必定要小一位，所以不得不拐一個濶。

第三，朱氏雖然發明了等律，他自己却沒有說出等律這名詞來：他只稱之為“新法”，為“密率”。他所以要求新求密，因為原來的三分損益法，自十二律推至六十律，更推至三百六十律，仍不能使黃鐘還原，所謂三分損益，往而不返。（參見我的「從五音六律說到三百六十律」）而照理論上說，黃鐘是應當還原的。黃鐘既有還原的必要，而三分損益法又絕對做不到，所以他歸之於三分損益法的不精密；他說：“律家三分損其一，三分益其一，曆家四分度之一，四分日之一，與夫方則直五斜七，圓則徑一周三等率，皆舉大略而言之耳，非精義也”（同上頁九）；又說：“自漢劉洪以來千有餘載，疑四分度之一者，疑之轉深而轉密，信三分損其一者，信之彌久而彌疏，何律曆二家愚智相較霄壤相懸也？”（同上頁二）於是他在黃鐘的返本還原上用工夫，“潛思有年，用力既久，豁然遂悟不用三分損益之法”（同上同頁），而自造新法，結果做到了“十二律黃鐘為始，應鐘為終，終而復始，循環無端”（同上頁十）。照我們現在的見解說，三分損益法與等律法建造於兩個不同的原則上，並不是法有精麤；不過，若要做到黃鐘還原，周而復始，除用等律法外是沒有別法的。朱氏並沒有明說等律，却因志在做到黃鐘還原而發明了等律了。

第四，朱氏自稱“其法本諸周禮‘虞氏為量，內方尺而圓其外’”是說不過去的。求各律的率數本與方圓無關；即使有關，他的第一步求得弦一尺四寸一分四釐二毫，

爲方之斜，卽圓之徑，還免強可以說合於方斜句股的原理；第二步以句十寸乘之，開平方；第三步仍以句十寸乘之，又以股十寸乘之，開立方，是方斜句股中的什麼東西呢？朱氏在這上面，大約是有意要拉一句古書來蒙人；但蒙人的技術終要拆穿的，四庫提要說他的“十二律相生法，………卽諸乘方用連比例相求之法，………書中未明言其立法之根。又黃鐘正律倍律相乘開方（原書中不是這樣說），有類句股求弦與方求斜二術，自註資求南呂法以下，非句股法所能御，而亦以句股言之，未免過於秘惜以塗人耳目耳”（經部樂類樂律全書條）。又說：“其乘除開平方立方等術，皆連比例相求之理，而特以方圓句股之說隱其立法之根”（同上律呂圖說條）。後來陳澧鄧伯奇也都認為連比例法（看後文）。

朱氏造了新律之後，直到現在將近四百年，國中對他表示敬意的，就只有江永一個人。江氏是終身致力於律呂之學而不肯盲從古人的：他在三十以後就漸漸的懷疑蔡氏的律呂新書；中年以為三分損益，隔八相生，旋宮聲調等法皆不必拘泥；六十以後，就大胆黜毀了候氣凌犯諸舊說而著律呂新義；然而，要是不在晚年看見朱氏的書，他終得不到一個滿意的解決。且看他自己說：“昔聞明神宗時，鄭王世子載堉有樂律書，屢求不可得。乾隆丁丑（一七五七），年已七十有七，與同志舊友講業於歙之靈山，屢訪載堉書，乃得之藏書之家。余讀之，則悚然驚，躍然喜，不意律呂真意真數卽在‘稟氏爲量，內方尺而圓其外’一語，何以余之新義中已繪方圓倍半之圖，已詳推周輔漢斛之數，乃不能覃思及此也？最奇者方尺卽是黃鐘，句股各自乘而開方，卽得蕤賓，再開方卽得南呂，亦可得夾鐘；子午卯酉四律得矣，猶未能推及寅申巳亥與辰戌丑未也，——尤奇者，南呂之律以方尺倍乘爲之方積，求得立方根，卽得應鐘，此其取徑幽曲，鬼神莫測，雖百思不能到者也。得應鐘則諸律皆可求，始終循環，一氣無間。………夫理數之真，隱伏千數百年，至載堉乃思得之，竊恐怕俗造律，后夔典樂，其神解耳聰雖絕人，亦未必能致思及此也。………國朝博洽諸家著書論世，未見有稱道世子此書者，唯秀水朱竹垞有載堉樂律全書跋，第以河間獻王比之，亦未深論此書之突奧（續文忠公集四十三竹垞原文云：“河間獻王之後，音禮樂者莫有過此者也”）。愚一見卽詫爲奇書，蓋愚於律學研思討論者五六十年，疑而釋，釋而未融者已數四，於方圓纂積之理，幾達一問，猶遙載堉一籌，是以一見而屈

### 十二等律的發明者朱載堉

服也。”(律呂闡微序) 江氏這樣五體投地的拜服朱氏，真可以算得朱氏的知已了。江氏在七十七歲上看見了朱氏的書，即在一年之內依據了朱氏的學說做成一部律呂闡微，這種愛好不倦的精神，也是值得我們敬仰的。

除江氏外，國人對於朱氏的態度，可以“落漠”二字駁之。有的是恭維他，然而也不過像朱彝尊一樣說些空話。有的是明知道他的新法好，却仍以為不如用三分損益的舊法。且看陳澧怎樣說。他以為朱氏的方法是“連比例三率有首率末率求中率之法。……此於算法則密矣，而非古人簡易之意。古法三分損益，人人皆解；若連比例算法，則必明算而後能知之。載堉著書，可以精研算法，如欲通行於天下，安能使工人學算而後製其器，俗人學算而後按其聲乎？且黃鐘九寸，三分損益之數，與連比例之數所差者不多，固可以不必計也（自註云：“古無連比例算法，然三分損益即連比例之意，故所差不多也。”）”(樂律彙考卷二真九)……且京房朱載堉推衍算法而不憚煩者，皆以為合於數而後合於音也；而房與載堉所算之數則不同：房之音合，則載堉之音不合矣；載堉之音合，則房之音不合矣；然而房與載堉皆自以其音為密合也。此尤可見數雖微差，而音則不覺有差也：古法誠不必改也。”(同上同卷真十) 閻圭先生是近代一大家，只因認定了古法三分損益是天經地義，就說出這種籠統的話來，真未免有些駭人聽聞！他又說：“欲求竹聲真度，則當用連比例十三率算之，乃可得也。其法以黃鐘少宮三寸九分為一率，黃鐘九寸為十三率，以三寸九分除九寸，得二三〇七六九二三，為實，十一乘方開之（舊以一數自乘一次為一乘方，即 $n^2$ ，自乘二次為二乘方，即 $n^3$ ，與今以 $n$ 為一方， $n^2$ 為二方異；故開十一乘方，即今所謂開十二方也），得一〇七二一七二，為連比例，屢乘法自三寸九分遞乘之，得應鐘至大呂十一律之數。此近者南海鄧特夫所算竹聲真度。若用鄭世子法，則以黃鐘九寸與黃鐘少宮三寸九分相乘，開方得瑟賓，亦可也。”(自註云：“連比例算法非俗工所解，然論真度，則必如此乃通。”) (同上卷三真十三背) 看他對朱說則以為“古法不必改”，對鄧說則婉轉其詞以為“必如此乃可通”，可見阿其所好，雖賢者亦不免！(徐灝作樂律考，依三分損益法推至南呂以次諸律分下，所餘皆收為五聲，仲呂居然復生黃鐘，自謂“思之思之，鬼神通之”，從而言朱載堉連比例十二律“布算可謂精細之至，而終不合者，則略帶不能成聲之故也”(原書卷上，頁八，九)，這真是隔

較搔癢。有戴武者，光緒初著律說一書，謂朱氏“用十三率連比例開十一乘方法，而不用八率連比例開六乘方法，仍爲大誤”（此書未見刻本，友人鄭頤孫得一抄本，錄示此節）。若用開六乘方法，則所得各律，均相當於一協的七分之一，即171.43分，真不知是什麼東西！戴氏但知有七音，而不知七音中還有兩個半音，所以鬧出這笑話。諸如此類，無暇備搜，但舉一二，以節楮墨。）

鄒氏以爲黃鐘正宮與黃鐘少宮（鄒氏原書作清宮）間的比例是2.3076923而不是2，恐怕是全世界的樂音學者都要反對的。（按：黃鐘三寸九分，始於呂氏春秋古樂篇，後人因而有黃鐘九寸，半黃鐘三寸九分之說，江永既於律呂氏新義卷二開首辨明“三”“九”爲字畫之誤，又於卷末附說中據易子太玄“凡七十有八黃鐘之數立焉”一語，疑三寸九分爲七十八之半數，其說均駿然可信，以陳鄒兩氏之博學，何竟未見及此耶？）但他一面是這樣說（鄒徵君遺書乘方捷術頁十五：“黃鐘正宮九寸，黃鐘清宮三寸九分，求十二律連比例率），一面又以爲“黃鐘九寸爲宮，其半律四寸五分爲清宮者，絲弦之數則然；若竹管，則黃鐘八寸七分爲正宮，三寸九分爲清宮，然後相應”（同上鄒徵君存稿頁四），從而推出正宮少宮間的比例是2.23076923（同上頁五）：他自己的學說既然前後不一致，又沒有實驗的或數理的說明，我們要討論也就無從討論了。

朱氏的創造新律，其動機在於要求到黃鐘的返始還原。在這同一動機上創造新律的，還有劉宋的何承天。鄒氏說：“承天更設新律，則從仲呂還得黃鐘，其說甚合旋相爲宮之義。其所立新律分，見宋書律志（應作‘曆志’），余嘗反覆推勘，疑其但以所欠二千三百八十四分三十六分之十二以十二約之，遞加舊律分之數耳，竊以爲仍未密也”（同上頁三）。假使鄒氏所疑的是對的，何氏的新律還不失爲一種“折衷律”（meantone），但我把宋書中所載的數字整整研究了兩天，竟找不出絲毫頭緒來：既不是將 $2384\frac{12}{36}$ 的 $\frac{1}{12}$ 平均或按比例分配於各律，也並不是把舊法的“損” $(\frac{2}{3})$ 與“益” $(\frac{4}{3})$ 加以相當的校正，所謂“新律小分三十六”，更不知道是什麼東西。總而言之，他的推算法是無可考的了。我依據了所謂“新律度”（即管長）推得各律的百分數是：（黃）○，（大）101.0，（太）199.6，（夾）296.6，（姑）398.3，（仲）492.5（蕤）595.6，（林）699.0，（夷）790.7，（南）897.2，（無）984.8，（應）1087.8，（黃）1200.0；各律間的差數是：（黃大）101.0，（大太）98.6，（太夾）97.0，（夾姑）101.7，（姑仲）94.2，

### 十二等律的發明者朱載堉

(仲尼) 103.1, (蕤林) 103.4, (林夷) 91.7, (夷甫) 106.5, (南無) 87.6, (無應) 103.0, (應黃) 112.2, ——這是全無條理的一大堆！他把舊律三分損益的系統破壞了，自己又建造不起一個新系統來，真是全無價值。

所以，中國的樂律書雖然汗牛充棟，歸總說起來，只有兩派是有價值的：一派是唱了兩千年而還沒有唱碎的甘蔗渣，那就是三分損益律；一派是反對三分損益律而能成功，且直到現在還是頗撲不破的，那便是朱載堉的十二等律。

現在我們要看一看朱氏創造新律，是不是受到了明朝末年到中國來的西洋教士的影響，或抄襲了他們的已成的學說？我說絕對不是：這裏面有幾個證據。第一，朱氏書中，完全沒有一點外國氣息：把朱氏的書和李之藻的書相比，我們可以感覺到顯然的不同。第二，到中國最早的西洋教士是沙勿略，可是死在廣東上川島的，沒有能到北京；其次是利瑪竇，他是萬曆九年（1581）到廣東，二十九年（1601）才到北京，而朱氏的律呂精義，可是二十四年（1596）進呈的。朱氏常居懷慶，生平有沒有到過北京還是疑問；而在他一生過程中，我們也還沒有能發現他和外國教士往來的紀載。第三，律呂正義是康熙五十二年（1713）的官費，其續編中完全是“精於音樂”的波爾都哈兒國（即葡萄牙）人徐日昇和“亦精律學”的壹大里呀國（即意大利）人德禮格的話說，可始終沒有談到十二等律這問題。要是西洋教士已在一百年前把這方法傳授給朱載堉，為什麼在一百年後反不把它採入替愛新覺羅玄樞所編的書裏呢？

再看一看西洋是怎樣？前文所引巴登的話，“這種習用的調和律”，原文作“this familiar temperament”，“familiar”一字真用得輕描淡寫得很！要是 $\sqrt[12]{2}$ 也和 $1+1=2$ 一樣的平凡，自然可以用“familiar”一字了之；如其不是，為什麼在 $\pi = 3.1416$ 上可以寫成一部歷史，在 $A_8 = 435$  V. D. 上也可以寫成一部歷史，在這上面却全不理解會呢？

列曼（Hugo Riemann）說：“十二度的‘等律’或‘不變律’，在理論上是自從1500年左右以來就成立了（établi en théorie depuis 1500 env.）（原註：參觀 Riemann, Geschichte der Musiktheorie, p. 329 ss.），可到了1700年之前不久才被費克梅司德（Andr. Werckmeister）採用”（Dictionnaire de musique, Geo. Humbert 法文譯本，p. 1014）。費氏生於

1645年，卒於1706年，所著關於本問題的書，名叫“Musikalische Temperatur，”成於1691年，是講論“不變的調和律的第一部著作”(同上 p. 1106)。列氏所謂“在理論上是自從1500年左右以來就成立了”，不知成立到了怎樣的程度：還是說有人感覺到有分一協為十二等律的必要而未見於實行呢（“理論”與“實際”對待）？還是說有人已把十二等律的理論（=學理）闡發得很詳盡，連 $\sqrt[12]{2}$ 也發明了呢？就文義上看，兩者都是說得通的，可是中間相隔得和南北極一樣遠！他的“Gesch. der Musiktheorie”在北平竟沒法可以看見，託朋友在德國買，或向圖書館裏借抄一節，也還沒有得到回信，所以這一點只能暫且擱着。

列氏以為費氏在1691所著的“Musikalische Temperatur”是講論不變的調和律的第一部書，恐怕也有問題，因為歐里士說梅爾生(Marie Mersenne)在1636年所著的“Harmonie Universelle”一書裏，已列有十二等律的各律間相比的數目字，而且在原書第三卷第十二節裏面說，“等律是最有用最便利的律；所有實際的音樂家，都承認把一協分為十二個半律，在彈奏樂器時最為容易”(Sensations of Tone, p. 549e)。列氏字典中也有梅爾生一條(p. 651)，也說起他那部“Harm. Univ.”是最重要的著作，可沒有提起這一點。赫穆霍次說1752年馬德生Matheson所著的“Critica Musica”裏，認納得哈爾(J. G. Neidhard)和費克梅司德兩人是十二等律的發明者；歐里士註云：“見原書P. 162。納氏是普魯士皇家樂隊長，所著有‘Die beste und leichteste Temperatur des Monochordi,’ 1706年Jena出版，又‘Sectio canonis harmonici,’ 1724年Königsburg出版，——均見Forkel引”(Sen. of Ton. p. 321, e, d)。列氏字典中也有納氏一條(p. 709)，也舉出他這兩部書，可沒有說他是等律的發明者。

如上所說，等律的發明者可以有三個人：一梅氏，書成於1636年；二費氏，書成於1691年；三納氏，書成於1706年。這些書因為我們遠居中國，沒法子向歐洲圖書館借看，內容如何，無從懸想。我們所可知道的，梅氏在歐洲，雖然是成書最早的人，可已比朱載堉整整遲了四十年；梅氏生於1583年，朱氏成書之年，梅氏只還八歲。

此外還有兩件事可以做旁證：

第一，西洋音樂中的“折衷調和律”(meantone temperament)，簡稱為“折衷

十二等律的發明者朱載堉

律”，雖然在 1511 年時已有黑力克 (Arnold Schlick) 開其端，可是直到 1577 年撒里那司 (Francisco Salinas) 做成了 “*De Musica libri septem*” 一部書才算完成的。他在原書第三卷第十五章裏說：“因為要把律度做到相等，所以大度必須減小，小度必須加大”。他以為大小度之所以不等，由於中間有一個‘律差’(comuna)；律差的分配法有好多種，他以為最合宜的是三種：一，分律差為三分，大度減二分，小度加一分；二，分律差為七分，大度減四分，小度加三分；三，分律差為二分，大度減一分，小度加一分。他說這三法之外還沒有人想出別法；他尤其得意的是第一法，說那是他自己的發明，以前沒有人說過。(Sen. of Ton. p. 546—7) 他這三種方法所得到的結果，都不能使律度相等，然而他的目的，是“要把律度做到相等”。要是在他以前已有了等律，他決不會這樣自費。他是個博學的音樂家 (Dict. de Mus. p. 822)，做過 Salamanca 大學的音樂教授，信如列氏所說 “等律在理論上是自從 1500 年左右以來就成立了”，他連他出世以前十幾年間的事都不知道，未免說不過去。

第二，因為十二等律有相當的缺點，所以後來有許多人加以研究，要想把律數增多，使缺點可以彌補，可是都沒有得到好結果；只有美加德 (Nicholas Mercator) 在 1675 年所造的五十三等律法，在理論方面是可以沒有遺憾的了，可是事實上，根據這種律法所造成的樂器，仍舊是太繁重，不能合用。(Dict. de Mus. p. 1015) 這一點，可以證明費納二氏不是十二等律的發明者，因為他們倆的書是 1691 年和 1706 年做成的，而美氏補正十二等律的五十三等律說，可早已在 1675 年成功了。

上方兩個旁證，第一個是說明了列氏所說 “等律在理論上是自從 1500 左右以來就成立了” 那句話未必可靠，至少也該把“在理論上”解作“有人主張過應當造十二等律的理論”，而不能解作“有人已把十二等律的學理推闡明白”；從而我們可以說，世界上創造十二等律的，最早的是中國的朱載堉。第二個是說明了西洋的十二等律發明者——若然“發明者”三個字可以用——應當是梅爾生。

現在所要研究的是：究竟梅氏的十二等律，還是自己發明的，還是受了朱氏的影響，或簡直是抄襲朱氏的。這裏面兩方面的可能性都很大，我們看不到梅氏的原書，自然無從武斷。可是以下各點，也有可以注意的價值：

第一，朱氏成書與梅氏成書之間，相隔四十年 (1696—1633，即萬曆二十四年至崇禎

九年)，這四十年中，到中國來的西洋教士日見其多；他們一方面把西洋的文化搬過來，同時也把中國的文化搬過去。這是直到現在的天主教徒還是如此的，不過我們所看見的，也是近來許多本國史學家所注意的，只是搬來的一部分。他們既將文化搬來搬去，而朱氏那部十九厚本的樂律全書，在當時也是龐然鉅製，就很有做他們的“採集品”的可能。梅氏不但是個學者，又是天主教中的修士；他住在巴黎教堂裏；他的專門學問是哲學和音樂；他平時深居簡出，可常和當時有名的學者多尼(Doni)，余尚(Huygens)，笛卡爾(Descartes)等通信。(Dict. de Mus. p. 651)這樣說，要是朱氏的書在當時流到了歐洲，他很有首先看到，首先研究的可能。

第二，徐日昇德禮格兩人代替康熙帝編輯呂正義續編，是 1713 年的事；那時梅費納三氏的書都已出版，等律這問題，在歐洲音樂界中，已不是個冷僻的東西，徐氏“精於音樂”，德氏“亦精律學”，不應該不知道。但何以書中沒有提到呢？我想，亦許當時的歐洲音樂家，腦子裏還留着等律是中國人發明的一句話的影子；他們兩人著書的責任，在於把歐洲的東西搬進中國，不是要把從中國流到歐洲去的東西再搬回來，所以用不着提。

第三，王若瑟(A. Amiot)說，“中國的等律，早在比打哥拉司(Pythagoras)之前就發明了。”(Sen. of Ton. p. 548 c 引)王氏是耶穌會的神父，1793年(乾隆五十八年)死於北京，是介紹中國音樂到西洋去的最早的一個人，曾譯過李光地的古樂經傳，著有“Mémoires sur la musique des Chinois”(1779, 乾隆四十四)等書。(Dict. de Mus., p. 27)他說中國的等律早在比打哥拉司之前就發明，大概是見於他的“Mémoirs”一書之中。按比氏生於孔子之前三十年(參觀我的“從五音六律…”，頁五十一)，說中國在孔子之前就有了等律，我們未免有些受寵若驚了！然而這還不奇怪，最奇怪的是列氏說“中國在很早的時候就有了宮商角徵羽五律，到耶穌降生以前一千五百年(“1500 Av J.-C.”)時候，戴培倡導了半律的用法，從此五度相生的組織(système de quintes)中的十二度就完成了”。(Dict. de Mus. p. 191)這是朱載堉比戴培早了一百年了！(列氏此說，不知何所依據，疑亦出於王氏的“Mémoires”，因其後文所列參考書，王氏書居首也)赫程霍次說：“在中國人中，據說有一個王子名叫戴培的，他在舊派音樂家的大反對之中，倡導七律的音階。把一協分為十二個半音，以及變調的方法，

### 十二等律的發明者朱載堉

也是這有天才而且技巧的國家發明的。”(Sen. of Ton, p. 258b) 這裏面雖然沒有笑話，可也有相當的錯誤。這些笑話和錯誤之所以造成，由於西洋音樂家對於中國音樂界的情形有些茫昧：他們腦子裏留着個王子載堉發明等律的印象，可不知道這王子是何許人，所以連他的姓也說不出來；又因茫昧的結果，他們把等律中的半律和變徵變宮兩半律混為一談，所以朱載堉不但是等律的發明家，而且是七音的完成者，——照完成七音這一件事說，朱載堉當然是上古史中的人物了！

上方第一點說明朱氏的學說有流傳給梅氏的可能；第二點說明早年的西洋人亦許還懷記着等律是從中國去的，所以不把它搬回到中國來；第三點說明朱氏發明等律，在西洋人腦中嵌了個雖然茫昧而很普遍的印象，——其所以能有這印象，決非出於偶然。雖然我們現在還應當“闕疑”，不敢取武斷的態度而竟說梅氏的學說出於朱氏，這一點蛛絲馬跡，却應當保留着。

但無論梅氏的學說出於朱氏也好，無論朱梅二氏各做工夫而得到了同樣的結果也好，我們一方面表彰朱氏，一方面還該感謝西洋人，因為朱氏的等律要是沒有西洋人代為估定價值，本國人至今還是胡胡塗塗，不大理會，結果只是在汗牛充棟的舊樂書之外，更添加了一大堆的廢話罷了！

## 中 篇

### 朱載堉之他種研究。

中國向來以“律”“曆”二事並舉，所以講音律的往往兼講曆象；又以為度量衡均起於黃鐘，所以講音律的又往往要講到度量衡。(參觀我的“從五音六律……”篇，頁1—2)朱氏雖然是個講音律的革命家，却終不能擺脫了舊說而將“律”“曆”“度”分為三件事，所以他的學問，即以這三件事為範圍，而且時時把這三件事糾纏在一起。至於講律，曆，度，量，衡之必須用算，從而講到算學；講音律本與樂歌舞蹈有關，從而講到樂歌舞蹈，却沒有什麼奇怪。

朱氏講音律，除等律外，最重要的是“不取圓徑皆同”，其言曰：“舊律圓徑皆  
—292—

同，而新律各不同。禮記註疏曰，‘凡律，空圓九分，’月令章句曰，‘圍數無增減，’及隋志安豐王等說，皆不足取也。……琴瑟不獨徽柱之有遠近，而弦亦有巨細焉；笙竽不獨管孔之有高低，而簧亦有厚薄焉；弦之巨細若一，但以徽柱遠近別之，不可也；簧之厚薄若一，但以管孔高低別之，不可也。譬諸律管，雖有修短之不齊，亦有廣狹之不等，先儒以為長短雖異，圍徑皆同，此未達之論也。今若不信，以竹或葷管製黃鐘之律一樣二枚，截其一枚，分為兩段，各令一人吹之，聲必不合矣，此昭然可驗也。又製大呂之律一樣二枚，周徑與黃鐘同，截其一枚，分作兩段，全律半律各令一人吹之，則亦不相合；而大呂半律乃與黃鐘全律相合，略差不遠；是知所謂半律者，皆下全律一律矣。”（律呂精義內篇卷二，頁三十一）這種理論當然是不錯的。他所用計算的方法，是“先置黃鐘倍律通長二尺為實，四十除之，得五分，是為內徑”；“置黃鐘倍律內徑五分為實，以十億乘之，以十億○二千九百三十萬○二千二百三十六除之，得四分八釐五毫七絲六忽五微九纖為大呂”；以下照此乘除三十四次，得“三十六律內徑真數”。（同上頁四十七至五十一）其中可以注意的，是黃鐘倍律的內徑是五分，黃鐘半律的內徑是二分五釐，其比例是2與1；而黃鐘倍律與黃鐘半律間相隔的律數是24；所以他所用的1.029302236這個數目，雖然書中未加說明，却一看就可以看得出是 $\sqrt[12]{2}$ ；而他所以要用這個數目的原理，也很容易推想得出：他只是仍舊把計算十二律通長的方法應用過來，不過那是每隔十二律就有倍半關係，所以要用 $\sqrt[12]{2}$ ；這是每隔二十四律方有倍半關係，所以要用 $\sqrt[24]{2}$ 。

這種計算法看來真有些奇怪，因為和西洋物理學家研究管口較準所得到的種種公式，相差得太遠了。（西洋物理學書中，粗淺一點的都把管徑置之不問，精密一點的却講得很複雜，各家所列公式，直到現在還很有出入，不能一致；我以為最可信的該是法國Cavaillé-Coll的方法，因為他是個有名的風琴製造家，從多年經驗中所得的結果，總比紙上空談可靠些——參觀1830年法國科學院的Comptes Rendus, p. 176, 或Sen. of Ton., p. 89 c）但馬容(V. Mabillon)是個音樂家兼物理學家，他曾按照朱氏的

	(長)	(徑)
(黃鐘倍律)	二尺	五分
(黃鐘正律)	一尺	三分五釐三毫

(黃鐘半律) 五寸 二分五釐

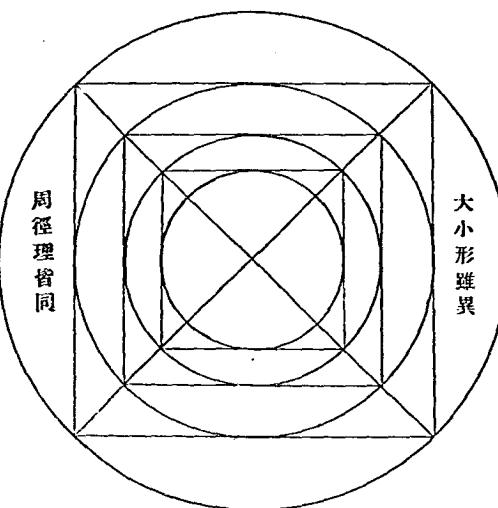
加以實驗，所得結果是

	(黃鐘倍律)	(黃鐘正律)	(黃鐘半律)
(開口管)	E <sup>b</sup> <sub>3</sub>	E <sup>b</sup> <sub>4</sub>	E <sup>b</sup> <sub>5</sub>
(閉口管)	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>

標準較 A<sub>3</sub>=435 略高一點。他以 0.2323 米突為一尺是否確合，可以不問，因為這只能影響於絕對音高，對於各律間相互的比例，是不生關係的。既然馬氏用了朱氏的計算法可以得到倍，正，半三個黃鐘的比例是 E<sup>b</sup><sub>3</sub>: E<sup>b</sup><sub>4</sub>: E<sup>b</sup><sub>5</sub>，或 E<sub>2</sub>: E<sub>3</sub>: E<sub>4</sub>，整齊而沒有參錯，可見這種計算法，並不是沒有價值，儘管和西洋物理學家研究所得種種公式相差得很遠。所以馬氏說：“在這管徑大小一點上，中國的樂律比我們更進步了，我們在這上面，簡直一點都還沒有講到。（西洋物理學家研究管口較準，都還不過就音論音，分別推算，沒有能把所有的音綜合起來，按照律次，作一個總解決，故馬氏云然）王子載堉雖然沒有解釋他的學理，只把數目字給了我們，我們却不容易想得之；而且，我們已照樣製造了律管試驗，所得到的結果可以證明這學理的精確。”（馬氏原文見 *Annuaire du Conservatoire Royal de Musique de Bruxelles*, 1890, p. 188; 此據古郎 (Maurice Conant) 的 *Essai historique sur la musique classique des Chinois*, p. 85—86 所引）要是馬氏的試驗完全沒有錯誤，或者更好一點，要是我們能合同了多數的學者再在這上面作多次的試驗，而所得的結果也同馬氏一樣完滿，那麼，朱氏的管徑計算法，在世界音律史上當然也可以佔到一個很重要的位置了。

朱氏之於律管，不但計算內徑，而且計算外徑；不但計算內外徑，而且計算面積與容積。這些工作實在是多餘的，因為內徑的大小可以影響於律音的高低，外徑的大小，只管得着管壁的厚薄，與律音無關；至於面積與容積，有了口徑與通長就自然有了，儘可以不必算出。

朱氏的主意，是要貫澈他的方圓句股說，他所用的方法是“置黃鐘倍律九而一以為外周，用弦求句股術得其內周；又置倍律四十而一以為內徑，用句股求弦術得其外徑”；所繪“密率周徑圖”如右，圖下注云：“第一層倍律外周也，第二層倍律內周



卽正律外周也，三層四層皆倣此推之”；另一“密率源流圖”畫圓內容正方形，自正方對角作兩斜線相交於圓心，圖中注明圓周四十寸，正方邊，卽句，亦卽股，九寸，斜線一尺二寸七分有奇，圖下有口訣云：“圓周四十容方九，句股求弦數可知；遂以此爲求徑率，求周求積亦如之”。這是他的基本理論，實際上運算的方法是：“周求徑者，置周全數，九因四十除之，所得自乘，倍之爲實，開平方法除之，得徑。徑求周者，置徑全數，自乘半之，爲實，開平方法除之，所得四十乘之，九歸得周。周求積者，置周全數，九因四十除之，所得自乘，倍之爲實；徑求積者，置徑全數，自乘爲實；——二項各又自乘，以一百乘之，一百六十二除之，所得爲實，開平方法除之，得積。積求周徑者，置積全數，自乘，所得以一百六十二乘之，一百除之，爲實，開平方法除之，所得列置之；其一折半爲實，開平方法除之，所得四十乘之，九歸得周；其一不須折半，但以開平方法除之，得徑。所謂積者，面疊平圓積也；以其通常乘之，各得其實積也”。下注云：“舊法平圓周徑積互相求，但係割三徑一術者，皆疎舛不可用；惟周徑相乘四歸得積，及半周半徑相乘得積二者可用”。(律呂精義內篇卷二頁三十至三十三)

這裏面可以注意的是周徑互求和求圓面積的方法，至於求實積的方法，却是和現在相同的。

他按黃鐘倍律內徑 5 分，求得的內周數是 1.5713484 寸。(同上頁五十一) 若將徑數 5 分改作 1 寸，則周數當為 3.1426968，比 3.1415927 多 0.0011041.

他求得黃鐘倍律的面積數是 19.64185503 平方分。(同上頁五十七) 若依現在的半徑平方乘  $\pi$  得圓面積的方法算，應得 19.634954375，多餘的數目是 0.0000690065.

這兩個錯誤數目還不算大，所以他的方法，還不失為有存在的價值，至少總比古法徑一圍三精密得多，但祖沖之的圓周密法，按照“盈虧二限間”的“正數”說，早已是 3.14159265 了。(參觀我的“新嘉量之校量及推算”，頁 27) (朱氏在嘉量算經上卷“目錄”頁八中說他的“方圓密率算術，周徑密積相求”，“乃周公所撰”，而算家失其傳，故表而出之；這是像“文王神數”一樣要影襲他兩千七百年前的老招牌！他又在同書本文上卷十三中說圓周“約率” $\frac{22}{7}$ ，乃後世算家據周公密率大湊，“削去自分以下，惟取自分以上，故名約率”；“約率之作，蓋俗士因陋就簡之弊，不如周公密率遠矣。魏志不載周公密率，指祖沖之所造淺履之率，謂之密率，遂致後學之士，不復知有聖人製作之妙，忘指約率以為冲之所造，何哉？”自註云：“約率近齊，不知誰造，指為祖沖之所造，非也。冲之率，最極臻舛，圓徑一百十三分，圓周三百五十五分，徑有餘而周不足，冲之裁去零數不用，是以謂之淺履”。這是以正辟自居，更讓別人作副牌。我們知道圓周率以 3.14159265 為最精，祖沖之的約率 $\frac{22}{7}=3.142857$ ，密率 $\frac{355}{113}=3.14159292$ ，朱氏自己的“周公密率”是 3.1426968，究竟那一個最對，那一個最不對，是一望而知的。)

他所算出的倍，正，半三個黃鐘的關係是如此：

(黃鐘倍律)	(黃鐘正律)	(黃鐘半律)
(通長) 2.00000 尺	1.00000 尺	0.50000 尺
(內徑) 0.05000 尺	0.03536 尺	0.02500 尺
(外徑) 0.07071 尺	0.05000 尺	0.03536 尺
(面積) 19.6419 平方分	9.8209 平方分	4.9105 平方分

(實積) 3928.37立方分 982.09立方分 245.52立方分

其中通長是每高一協減為一半；內外徑都是每高兩協減為一半；面叢是每高一協減為一半；實積是每高一協減為四分之一；內外徑之差，即管壁的厚薄，也按這一定比例，愈高愈減；黃鐘的倍正半是如此，其餘各律，凡有倍正半關係的，也都是如此。這種計算法，無論內中有無缺點，總不失為一個有系統有結構的東西，決不是信口亂說，可是我們中國人從來沒有好好的研究它，試驗它，只是報之以冷淡！

清朝到了玄樞時候，天下大定，急於要做制禮作樂那一套舊把戲了，於是乎東拉西繫，編成了一部律呂正義！這部書對於管徑一層，究竟主異主同，真叫人難於捉摸。書中說：“律呂之見於史志者，其說不一：有主同徑者，有主不同徑者。夫惟徑之同，乃得其長短之異，而聲字之清濁，賴之以辨。使徑不同而長短又異，則成同形十二律呂，皆如一黃鐘矣。故同徑之說，乃十二律呂之定論也。”(卷一頁三十二)又說：“凡審樂音，必協之十二律呂，而制樂器，則一本於黃鐘；即黃鐘一徑，別其長短，為十二律呂，復助以倍半，而得五聲二變之全，乃律呂之體。即黃鐘本積，加分減分，比例成同形管，而得各等黃鐘之長與徑；又每一等黃鐘本形內各具十二律呂之分，各有五聲二度之音，是為律呂之用。有體以立其本，有用以盡其變，然後器數全而聲音備焉”。(同上頁三十六) 請律呂忽然鬧出“體”“用”兩字來，已是笑話；且以同徑為體，不同徑為用，試問依據了這兩個不同的原則所造成的樂器，如何能和叶？同形管的製法，是“大者加至八倍，則長與徑各加一倍；小者減至八分之一，而長與徑各減一半”。(同上同頁；所謂大小，均指容積，下同) 這一說亦許可以成立；但黃鐘的8倍是黃鐘，7倍是大呂，6倍是太簇，5倍是夾鐘，4倍是姑洗， $3\frac{1}{2}$ 倍是仲呂，3倍是蕤賓， $2\frac{1}{2}$ 倍是林鐘， $2\frac{1}{3}$ 倍是夷則，2倍是南呂， $1\frac{1}{2}$ 倍是無射， $1\frac{1}{3}$ 倍是應鐘， $1\frac{1}{4}$ 倍是半大呂，1倍是半太簇，(同上頁四十二)——不知是根據了甚麼原理定出來的。又“正黃鐘之管”，即黃鐘的一倍，既然說是“半太簇”(同上同頁末一行)，又說是“上應八倍黃鐘之管，下應黃鐘八分之一之管”，(同上頁五十七首行)是顯然的矛盾，不能成話！所以這一說，雖然可以造成696個管子(同上頁四十一；清史稿樂志一頁七作1368管)，可以算成三十整頁的數目字(同上頁四十二至七十一) 實際都是廢物！(故宮博物院中並沒有發見這一套管子，可見

### 十二等律的發明者朱載堉

當時也只是紙上空談，並未實驗）我因為這一說和朱說有些相像，說不定還有人震驚於管子和數目字之繁多而認為比朱說更精，故特指出其根本不妥之點而加以駁斥。

朱氏對於度量衡的研究也很努力，可不能不說他是失敗了。他所以失敗的原因，在於要容納一切舊說，而以一個一貫的方法解決它；這種以一御萬的治學精神是可以佩服的，無如事實上做不到，所以終於失敗了。

累黍造尺，即使古時真有其事，也不過是野蠻時代的粗鄙辦法，決不是天經地義，因為黍有大小之不同，一個一個的累，也決不能做到精密始終一致，橫直的度數絕對正確，不料朱氏在算學上要用二十五位數字的人，在這上面可被古人欺瞞過了。又，古人算律，黃鐘或為十寸，或為九寸，或為八寸一分，只是因為計算的便利，把標準改變些，朱氏却認十寸應即等於九寸，亦應即等於八寸一分，於是創為縱黍，橫黍，斜黍之說，謂縱黍八十一，相當於斜黍九十，橫黍一百。（律呂精義內篇卷四頁一百〇三）這顯然是穿鑿，然而却被律呂正義中採用了（卷一頁十），真所謂“買種還珠”！

朱氏又用方面句股法，據周禮“虞氏為量”一節，研究嘉量，但所得結果，龠之積數是九百八十二分有奇，而並不是八十一分，因而說八十一分是錯的（嘉量算經上卷頁十五）；又周禮原文“其耳三寸”，他也把“三”字改成了“四”字（同上頁五）。這可見食古不化，雖然有時候也勉強可以通得過，到梗在喉嚨口了，就沒有辦法了。

取器物以證尺度，當然是很好的方法，但必須器物與尺度同時，或雖不同時而有確據可以證明其比例；朱氏審度，以尺，步，鈔，泉，黍，粟，律，聲，身，體，器，物十二事為證（律學新義卷二頁一），似乎方法不能算不精密，然而他說：“魯般家相傳之尺，乃舜時同度之尺也，……此尺即唐人所謂大尺”；又說：“夏尺八寸，均作十寸，即周尺也；夏尺一尺二寸五分，均作十寸，即商尺也；商尺者，即今木匠所用曲尺，蓋自魯般傳至於唐，唐人謂之大尺；由唐至今用之，名曰今尺，又名營造尺，古所謂車工尺”（同上頁四，五）。因此，他以夏尺十寸當開元錢十枚，商尺八寸當十枚，周尺十寸當八枚（同上頁十六）；又以為明朝的寶鈔，上下兩黑邊相去營造尺一尺，即從黑邊兩端各去一寸，定為真黃鐘之度，即縱黍八十一，斜黍九十，橫黍一百

之度（同上頁十），——出發點既然錯了，自然是全盤都錯了。

朱氏以研究曆象的結果，寫成兩大本的曆學新說，內包聖壽萬年曆，萬年曆備考，律曆融通三種書，其大要具見於呈聖壽萬年曆的幾篇表文之中（見原書第一冊的開首及末尾），歸結起來，約有二點：第一，古來認律與曆有關，無非因為有律管可以候氣之說。朱氏既不信其說（律呂精義內篇一百三十六），却仍把律與曆與爻象拉在一起，其“律風”一篇（歷學新說二冊頁八十七），尤為神怪，結論則為“若夫驗與不驗，則存乎其人耳”！第二，朱氏的方法，只是和會授時大統兩曆，酌取中數，以為新律；他自己說並沒有看見大統曆經全文，也沒有用洪儀鉅表測驗。不過在歲實有消長一點上，他的學說確比前人更精密；他那時西洋的曆法還沒有到中國，或者是在開始搬來而還沒有許多人知道（他進萬年曆在萬曆二十三年，1595，李之藻上西洋曆法在萬曆四十一年，1613，相差十八年），所以他的工作還的確是有價值的。他進皇曆書所得到的結果，一方面是“相應賜勅獎諭，以示優褒”，一方面是“發欽天監磨算施行”（同上一冊頁一百十九—二十）。其實，敕賜獎諭是敷衍他的面子，發欽天監磨算施行就是拉倒罷休！因此他氣極了，他在跋語中引夢溪筆談術朴造曆一節而作憤慨語曰：“吾輩議曆者，其罪不容誅矣”！（同上同冊頁一百三十四）

國人對於朱氏治曆的評論大多很公允。江永說：“載堉諸曆議，雖能辨正授時百年驟長及日度失行之謬，然終不能越授時之藩牆，是時西儒將來賓，此學將大顯中國，愚之一齋香，又在徐李湯羅及梅宣城諸先哲，不必更求載堉諸書可也”。（律呂風象序）四庫提要說：“今觀其書，雖自行所見，斷簡而爭，不免有主持太過之處，其測驗亦未必過卯守敬等之精，然史載………守敬以至元十八年造曆，越十八年為大德三年八月，已當食不食；六年六月，又食而失准，是時守敬方知院事，亦付之無可如何，………無怪載堉等之攻擊不已也。況其書引據詳明，博通今古，元元本本，實有足資考證者，又不得以後來實測之密，遂一切廢置矣”。（子部天文算法類聖壽萬年曆提要）阮元說：“歲實之有消長，翔於楊德之，而卯若思因之，然加減之差，猶為平率，載堉易為相減相乘之術，令差積有倫，視楊郭兩家尤為詳密矣。律曆融通以律呂爻象為推步之本原，其說固出傅會，而‘術議’諸篇，援引廣博，持論明辨，

于授時立法疎密之故，一一抉發無遺，方之趙綠督革象新書，實有過之無不及也。當事憚於改作，抑而不行，斯其積習固然，又何足深責耶！”（雙人像三十一朱氏傳，論）

關於曆學新說一書，還有過一件有趣的故事。河北靈壽縣有一位隱士，名叫朱仲福，和朱載堉是同時人，著有折中曆法一書。陸稼軒在靈壽時，“念仲福農家子，好學力行，自甘隱約，………思有以表章之，求得是書，錄而藏諸篋槧，將為雕板流通”，而以核訂之事屬之梅文鼎。梅氏一看，却是朱載堉的曆學新說的節本，書中“所言曆法，一字未嘗增易，其所刊落，皆兼言呂中語”。但梅氏很想表彰仲福，他以為決不是仲福要想攘奪載堉的書，却是“其時鄭書初出，而仲福能博涉摘錄以自怡，如中郎之資論衡，其後人不察，遂以為仲福所撰”。這也是可能的；但“原書係進呈之本，故於斷制之處稱‘臣謹按’，而是書並改曰‘余以為’，”又如何說得過去呢？——我們只能歸之於梅氏的存心忠厚了。至於梅氏對於原書，則謂“此書能言授時大統之異同得失，以授時消分太聚，稍為之通；間考春秋以來日食，及史記漢書以後諸曆志所載，以證其說，視邢僉事錄曆考特為精覈；明興三百年，能深言授時法意者，一人而已”；又謂端清書“進呈神廟，下廷臣博議，而禮臣覆疏，漫無可否；惟邢觀察雲路改曆疏中，頗援端清奏牘為徵，曆官且諱然計奏，斥為干紀！乃今觀邢氏律曆考，則所見猶在端清之後，斯亦未可謂能讀其書者，蓋當時知曆之人若是其希也”。（積學堂文鈔卷二“曆學新說鈔序”，又卷五“書陸稼軒先生誄言後”）

此外，朱氏於鐘磬琴瑟笙竽笙箏等樂器，也都有相當的研究或考證（律呂精義內篇卷八卷九），不過價值如何，尚有待於估定。他又能隨時留心古樂器和當時通俗的樂器。例如他在“好事之家”看見一個“黃鐘鑼”，因為“兩端圓徑大小與開元通寶錢同，橫排錢十四枚則與鑼之長同”，從而本“大鑼長尺四寸”，和“徑一寸，圍三寸”之說，斷為“三代之物，希世之寶”。（同上卷八，頁二十四—五）這雖然未必可信，但若認為唐代的仿製品，總就相差不遠了。馬容氏曾接朱氏所說“開鑼孔法”仿造試驗；其法“用紙一條，比鑼兩端取齊，折為四折，以墨界之；又折為六折，亦以墨界之。數其界者共為七道，每道之際各開一孔，中間一大孔向上，左右



六小孔向外”（同上，頁二十六——七），中間一大孔是吹口，左右六小孔，五孔與六孔佔全長三分之一處，三孔與四孔佔四分之一處，一孔與二孔佔八分之一處。吹時，各孔全閉，得 E<sub>4</sub> 音；依一，二，三，四，五，六，或二，一，四，三，六，五之次第逐一開孔，得 F<sub>4</sub>，F<sub>#4</sub>，G<sub>4</sub>，G<sub>#4</sub>，A<sub>4</sub>，A<sub>#4</sub> 各音。（同前文所引馬氏著作，p. 106）馬氏疑心這不是樂器，而是一種定音的器具，雖然是揣測之詞，但古代律音的真度，總可以藉此知道一點了。朱氏對於舞，也感到很濃厚的興趣；他書中所刻的舞圖，有分圖，有合圖，有脚步圖，從精細一點上說，是別種講舞的書都比不上的。他書中所載的樂譜，也比任何舊樂書中的樂譜都詳細；雖然這種音樂已經不合時宜了，而真正的音樂家，亦許還能看了這往古音樂中的樂器配合法和配音的方法多所創造。

（次頁附圖爲朱氏族宮合樂譜之第四頁，所譜爲羽徵首章第一字及第二字之半；“清浪”云云，所以示拍）。

朱氏的重要著作是樂律全書，是以下十三種書的總名：

一，律呂精義內篇十卷，有萬曆（二十四年）丙申（1596）序。

二，律呂精義外篇十卷。

以上兩種，合訂爲六冊，計內篇四冊，外篇二冊，總稱曰律書。

三，律學新說四卷，有萬曆十二年甲申（1584）序，合訂爲兩大冊。

四，靈星小舞譜不分卷，訂爲二大冊。

五，樂學新說不分卷。



六，算學新說不分卷，末有“萬曆三十一年（1603）八月初三刻完”字。

以上兩種合訂爲一大冊。

七，操縵古樂譜不分卷，訂爲一大冊；中有萬曆三十四年丙午（1606）所建“玉音坊”圖，知成書在是年之後。

八，旋宮合樂譜不分卷，訂爲一大冊。

九，鄉飲詩樂譜六卷，訂爲二大冊。

十，六代小舞譜不分卷，訂爲一大冊。

十一，小舞鄉樂譜不分卷。

十二，二佾綴兆圖不分卷。

以上兩種合訂一大冊。

十三，曆學新說十卷，內分聖壽萬年曆二卷，萬年曆備考三卷，律曆融通四卷，音義一卷，有萬曆二十三年（1595）六月奏本，及萬曆二十五年（1597）正月題本；全書訂爲二大冊，又稱曆書。

以上共書十三種，訂爲十九巨冊；其中不分卷者八種；分卷者五種，共四十卷，知明史藝文志作“四十卷”，係專指分卷者言；四庫提要經部樂類作“凡書十一種”，乃將曆書除外，劃歸子部天文算法類也。

朱氏書不入樂律全書者，余所見凡五種：

十四，嘉量算經三卷，前有“目錄”，實即提要；後附問答不分卷。

十五，圓方句股圖解不分卷。

以上兩種板式紙張相同，當係同時印成。

十六，律呂正論四卷，首載爲邢雲路古今律曆考所作序文一篇，題“萬曆庚戌（1610）……林下七十五歲翁忝友末載堉書”；次本書自序，不紀年月，但言邢“以古今律曆考寄余，命余序之，……故余復著此書以答”，知成書當在萬曆庚戌之後，或即其最後一書歟？

十七，律呂質疑辨惑不分卷。

以上兩種板式紙張相同，當係同時印成。

十八，瑟譜十卷，無刻本，近陶蘭泉據汲古閣鈔本印入百川書屋叢書；前有小

序，嘉靖庚申（1560）作，疑此為朱氏最早之書。

朱彝尊“鄭世子樂律全書跋”，謂“律呂精義內外篇各十卷，正論四卷，樂律算學新說各一卷，此外圖譜一十三部，又審定諸家樂書八部，合名之曰樂律全書”，與明史四庫提要所載，及余所見樂律全書均不同，而此書又不似有兩種板本，不知何故。雍正河南通志（卷五十八）稱载堉“所著有天文樂律全書，象學新說，律呂正論，嘉量算經，韻學新說，切韻指南，先天圖正誤等書”，出入尤多，不知何所依據；且未聞载堉研究韻學，或編志者但憑耳食，未見原書乎？

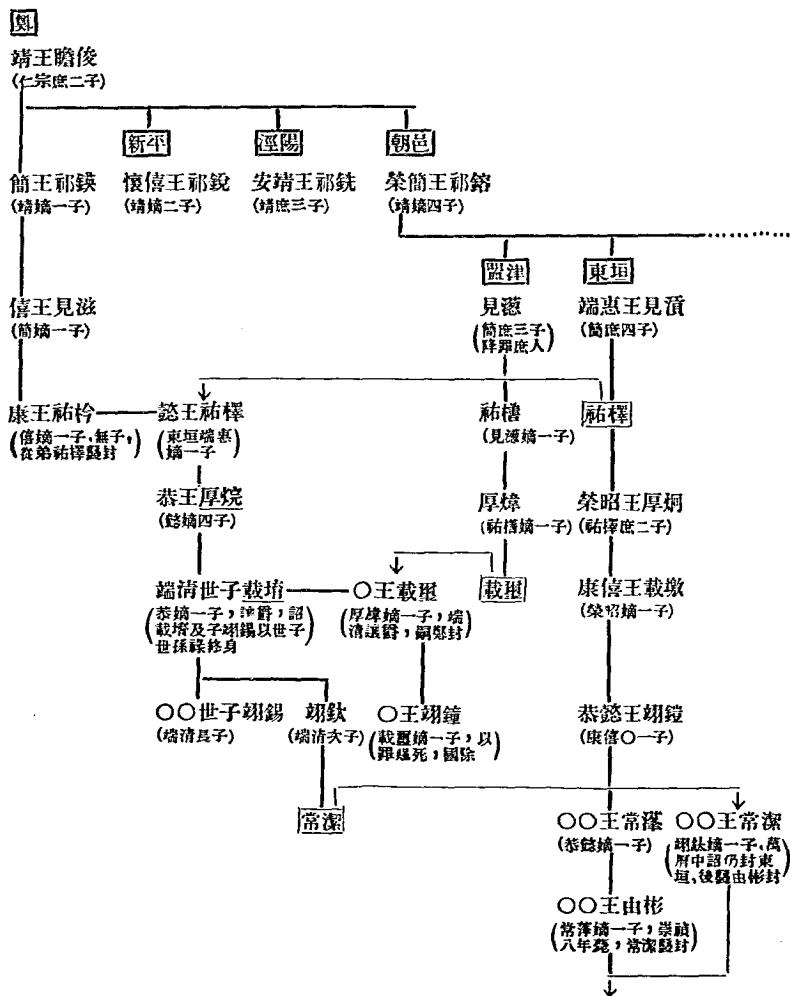
## 下 篇

### 朱載堉之家世及生平。

明鄭世子朱载堉，生於嘉靖十五年丙申，當公元 1536（據萬曆庚戌所作邢雲路古今歷律考序自序七十五歲翁推知），卒年不可考；字伯勤，號句曲山人（集呂質疑輯署“句曲山人伯勤甫著”）；少年時，自號“狂生”（藝譜序），又號山陽酒狂仙客（藝譜署此名）；卒謚端清；其家世具見於明史（卷一百三）諸王表，今刪繁就簡，另作一表如次頁。

朱氏的學問，淵源於他的外舅祖何瑭，和他的父親恭王厚烷。何瑭，字粹夫，武陟人，弘治十五年（1502）成進士，嘉靖後，歷官浙江提學，南京太常少卿，工戶禮三部侍郎，南京右都御史；“王守仁以道學名於時，瑭獨默如；嘗言‘陸九淵楊簡之學，流入禪宗，充塞仁義；後學未得游夏十一，而議論即過顏曾，此吾道大害也’；（致仕後），里居十餘年，教子弟以孝弟忠信，一介必嚴。………後謚文定。所著陰陽律呂儒學管見，柏齋集十二卷，皆行於世”。（明史卷二百八十二）何瑭是载堉外舅江西撫州府通判何誥之祖，载堉的父親厚烷在壯年時嘗師友於瑭；载堉自己並沒有見過他的面，不過是他的私淑弟子罷了。（歷學新說序）

厚烷對於载堉，當然是直接教誨過的。看律呂精義序，可以知道载堉之於律呂，是先受了他父親的啟發，再加之以他自己的多年的窮思潛討才能有所發明。非



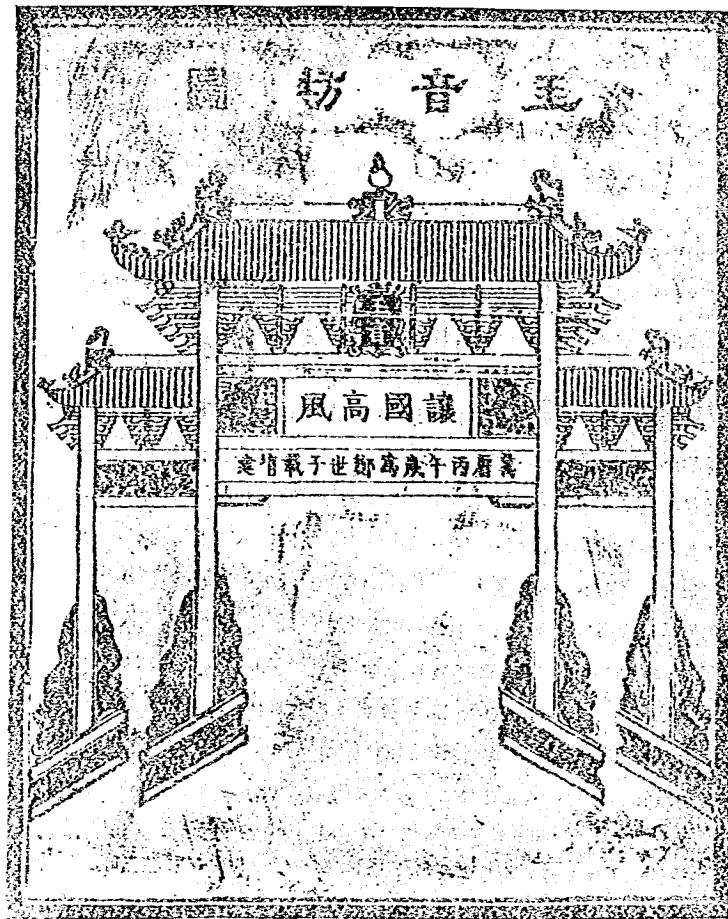
但在學問上，即就載培的爲人而論，他是個“公子哥兒”，後來居然走上了純粹的學者的路，連王位也不要了，只專做他的圓方句股的工作，這也是受了他父親的耿介的性情和嚴正的行爲的影響。所以要講載培的生平，不得不兼講厚烷。

此下以明史（卷二百十九鄭王魏侯傳）所記厚烷載培父子事蹟爲主，別取其他材料補充之：

“正德……十六年（1521），（懿王祐擇）薨，子恭王厚烷嗣。〔據後文，厚烷薨於萬曆十九年（1591），神宗實錄（卷二百三十一）稱厚烷卒年七十三，以此推知其生於正德十三年（1518）。神宗實錄卷四十四又稱厚烷於嘉靖六年（1527）九月冊封；西園聞見錄（卷二，下同）則指爲嘉靖六年嗣位，蓋以冊封爲正式嗣位也。〕世宗幸承天，厚烷迎謁於新鄉，加祿米三百石。疏奏母閻大妃貞孝事蹟，詔付吏館。其後帝修齋醮，諸王爭遣使進香，厚烷獨不遣。〔看明朝忠惠本末卷五十二，可以知道世宗迷信道教，實在鬧得太不像話了。厚烷是受了何瑭的影響，篤信儒家學說的，自然心上很不舒服。〕嘉靖二十七年（1548）七月，上書請帝修德講學，進‘居敬’，‘窮理’，‘克己’，‘存誠’四箴，‘演達珠’十章，以神仙土木爲規諫，語切直。帝怒，下其使者於獄；詔曰：‘前宗室有謗謑者，置不治，茲復效尤！王，今之西伯也！欲爲，爲之！’〔西園聞見錄：‘厚烷……以簡禮，寬政，節非，惡諫，神仙，土木爲規諫，詞語切直。上手詔曰：汝覩知宗室有謗謑者，故茲效尤！汝真今之西伯也！’非其長史。〕後二年（1550）而有祐璫之事，厚烷遂獲罪。初，祁鑄有子十人。世子見滋，次津王見蘊，次東垣王見灝。見蘊母有寵於祁鑄，規奪嫡，不得，竊世子金冊而去。祁鑄索之急，因怨不復朝，所爲益不法。祁鑄言之憲宗，革爲庶人。及康王薨，無子，見蘊子祐璫應及，以前罪廢，乃立東垣王子祐暉。至是，祐璫求復郡王爵，怨厚烷不爲奏，乘帝怒，撻厚烷四十罪，以叛逆告。詔駙馬中官卽訊，還報：反無驗，治宮室名號擬乘輿則有之。帝怒曰：‘厚烷訕朕躬，在國驕傲無禮，大不道’，削爵，錮之鳳陽。〔西園聞見錄：‘祐潛計王敗厄，詛兄，燭惑諸不法事，上大震怒，并責前四疏不臣，奪爵，幽鳳陽’。神宗實錄（卷二百三十一）：‘降鄭王厚烷爲庶人，禁住高墳；調管理盈津王府事庶人祐璫冠帶，閉住’。〕世宗實錄（卷三百六十五）：‘厚烷讀書能文，折節下士，好爲讒故不情之士，欲以釣奇取譽，是以大爲諸宗所忌。’

監津王子祐摺以請復父母不行，尤恨之，……乘間遂許奏厚煥招集亡命私造兵甲，及與妖人宋剛等通謀不軌。厚煥亦許祐摺擅稱長子，潛繫玉帶，及逼殺其民等事，詞連厚煥祐榜，有詔遣官會勘。至是覆言：厚煥謀反無驗，然信惑眾小，多為不法，所創有二仙廟育才等館，皆上僭無狀，而方掉弄章句，規切至尊，法當首論；祐摺縱惡殃民，厚煥等偏黨亂法，宜以差治罪。上命法司再勘，乃降詔數厚煥矯淫，欺慢，不臣，無親等罪，降發高嶺，仍舉其罪惡於各王府；祐摺等各創界有差。】隆慶元年（1567），復王爵，增祿四百石。世宗迷信道士直到死，其遺詔謂“祇嫌多病，過求長生，遂至奸人誣惑。自今逮言得罪諸臣，存者召用，沒者卹錄，見監者卽釋復職”（明朝紀事本末卷五十二），當然是穆宗代做的；所以穆宗即位之後，卽“大赦天下；先朝正令不便者，以遺詔改之；召用逮言得罪諸臣，死者卹錄；方士悉付法司治罪，罷一切齋醮工作，及例外採買。……復鄭王厚煥爵”（明史卷十九穆宗紀）。穆宗實錄：“隆慶元年春正月，復鄭王厚煥爵，仍歲如祿米一百石。……先是，厚煥以逮言時政，觸先帝怒，監津長子祐摺因構之，王遂奪爵。……至是，禮部奉詔書請寬釋優憲，故有是命。”】厚煥自少至老，布衣蔬食。世子載培，篤學有至性，痛父非罪見繫，築土室宮門外，席藁獨處者十九年。西園聞見錄：“世子載培，亦篤學有至性，痛王非罪見繫，不敢安寢，築一室王宮門外，席藁獨處者十九年。穆宗皇帝即位，數免還國，歲如王祿四百石，世子乃復入宮而居”。穆宗實錄：“隆慶元年四月壬子，復鄭世子載培冠帶，以鄭王復爵也”。】萬曆十九年（1591）厚煥薨。神宗實錄（卷二百三十一）：“厚煥……卒年七十三，子載培以計聞，上輟朝三日，與祭葬如例”。明史於厚煥復爵後事無所記，茲補充數則：——穆宗實錄：“隆慶五年（1571）甲寅，賜名鄭王厚煥薨奉御書之樓曰尊訓，從其請也”。神宗實錄：“萬曆二年（1574）八月，鄭王厚煥以病奏請藥物，賜給琥珀，龍腦，犀角等”。七年（1579），鄭王厚煥奏更立王廟。禮部覆查太明會要典：弘治八年定王府制，內閣家廟一所，正房五間，廊房六間，門三間，並無東西夾室及後殿寢廟之文；今據鄭王奏立七間，並後殿寢室，似屬踰制，當悉遵會典改正；是之”。九年（1581），鄭王厚煥有疾，世子載培亦久病，朝祭行禮不便，請以世孫翊錫代行，因乞賜翼善冠服，如魯世孫綱例。禮部謂世子已故，今載培尚存，似難比例；但朝祭大典使世孫以常服

行禮，非惟親疎不便，抑且恭敬未伸，相應給與；允之”。 “十四年(1586)八月，鄭王厚烷奏其長史毛似蘇改其決治，虐害軍民；上命撫按，從公究問”。 同上(卷二百二十)：“鄭王厚烷忠孝兼全，善行表著，禮部請造官旌獎；報可”。】 载堉曰：鄭宗之序，盟津爲長。 前王見憲，旣錫謚復爵矣，爵宜歸盟津。 後累疏懇辭，禮臣言： ‘载堉雖深執讓節，然嗣鄭王已三世，無中更理，宜以载堉子翊錫嗣’。 载堉執奏如初，乃以祐禮之孫載璽嗣，而令载堉及翊錫以世子世孫終其身，子孫仍封東垣王。 【池北偶談：“鄭端清世子該國，自稱道人，造精舍懷慶郭外居之。”二十二年(1594)正月(西園聞見錄作二十一年冬)，载堉上疏請宗室皆得儒服就試，毋論中外職，中式者視才品器使；詔允行。】時崇實錄卷二百六十九：“禮部覆鄭世子载堉奏七事：一，宗室子弟自奉國中尉以下，有不願受封者，許同民俊考送忤學；一，宗生舊制雖有考驗換受之文，但輔國中尉以上誠難更受，諸如近議不應舉者照舊宗學作養，無得雜音矜就試督學；一，宗藩子弟入學者，如生員永冠；一，奉國中尉等卽以賜名應試，若無名錄者，從便起名，不混同玉牒；中試榜錄，皆著國姓，下書宗室封爵；一，領國輔國等級官署事之例，請自上裁；一，除考課，向來宗生開巾式候，臨期奏請；一，宗室入學，自世子郡王以至庶宗，但親各以別齒。上令卽行各藩，大破拘擗，從公用舍，以裕朝廷激勵賢宗之意。】 明年(1595)，又上曆算歲差之法，及所著樂律書，考辨詳確，識者稱之。 【進書各疏及禮部覆議均見律呂精義、廣學新說兩書，茲不錄。】萬曆三十四年(1606)丙午，爲鄭世子载堉建玉音坊，勅曰：“爾能非道不處，惟義是循，固遜主爵，至廉厥疏，敦復舊序，克振綱常，朕心嘉悅。 在特賜勅旌獎，給祿建坊，以示優賢之意；仍令有司辦送綵幣羊酒，以爲諸藩矜……” (天華所藏樂律全書卷之第一葉載玉音坊圖及此勅，次葉缺；他本有并缺此葉者) 是年“五月乙酉，先是，鄭世子载堉讓封載璽祖爵，詔褒嘉，允從復其本爵東垣都王。 至是，東垣其子常蘋(明史諸王表作“常蓀”)意不肯讓，東垣乃上疏，託载堉爲大好，莫行更正。 禮部侍郎李廷機取卷略云：“载堉求仁得仁，……自萬曆十九年上疏，寂無言者，乃經十五年，七疏，奉旨後，忽有此舉，……翊錫非落難父乎，出保結而其子以爲非出父意，……不言於父在之日，而言於父方沒之後，……鄭藩諸王皆以爲然，而常蘋一人獨以爲否，……载堉清修苦修，薄海



## 十二等律的發明者朱載堉

共知，而常罹誣弟爲跖，……疏上，奉旨：裁堵懇辭王爵，讓國高風，千古載見，朕嘉尚不已，榮有旨賜建坊，彰天潢之美，乃常罹挾私逞憤，不長公論如此。念以宗親，姑不究。……”<sup>〔神宗實錄〕</sup> 上二事明史失載，特補入。】卒，謚端清。【雍正河南通志】：“載堉……晚節益務著書；比堯，謚端清世子。……生時以秘籍貽子孫云：‘俟有急難啓視’。甲申(1644)，國寇造僞制將軍劉方亮陷都城，五世孫開鑰觀，有僧問將軍誰姓劉之句，蓋前知云。”<sup>〔崇禎中，載璫子翊鍾以罪賜死，國除〕</sup>

厚燒裁堉父子的事蹟，我們所知道的只有這一點，可也很足以看出他們倅立身處世的大概了。裁堉的讓國，亦許因為鄭宗諸子弟間排擠得太不成話，他羞與爲伍，從而立異鳴高；這雖然有點矯飾，然而“三代之下，唯恐不好名”，他的自拔於污泥而不染，總是事實。邢雲路到了懷慶，兩人“面講古今曆事，夜深忘倦”；他“摘曆中緊要處問難”，即“於燈下步算以答，成蒙（邢公）印可”；又“携手散步中庭，仰窺玄象，……”<sup>〔古今律歷考序〕</sup> 這種學者生活的真實寫照，雖然只有一些碎片，也很夠我們景仰深思，聞風興起了。那時他已七十五歲，因爲邢雲路請他做一篇古今律歷考的序，他就做一部律呂正諭送給他，試問我們到了七十五歲，還能有這種的精神與勇氣不能？他所著的書很多；有時我們不免感覺到太多，因爲有許多是彼此重複的，有許多是推演太煩，儘可節省的；然而過度的賣氣力，總比不肯賣氣力好。他的文章雖然寫得不十分出色，用在純粹的科學紀載上，也還不覺得不夠。他晚年所著的律呂正諭嘉量算經等書，都是句讀分明，圈識不苟（甚至於律呂正諭署“後學裁堉著”，亦將“著”字加圈爲“著”，這在小學家，當然要斥爲後世俗儒所爲，不足爲訓；然就一般人的方便說，“著”與“著”既不同義，當然以加圈爲是），這也是因爲他富於科學的精神，所以感覺到中國文字上有這種的需要。

此文承陳授菴先生代爲搜集朱氏父子事蹟多條，常伯璗先生代爲檢閱題學報設，鄭節孫先生抄示戴武律說，傅孟真先生檢示吳梅村詩，天華弟借用律全書，均於此誠懇致謝。（二十一年一月十五日寫竟）

此文寫竟，未及交天華一閱，即付排編。至今日排校畢事，而天華死且兩月矣。吳梅村讀端清世子集詩云：“遂使淒清間，一洗萬古習”，此固天華之志也，而年壽乃不足以副之耶？鄙筆悽然，猶疑夢寐。

（同年八月七日在校畢附記）

