職業教科書委員會審查通過

材料强弱學概要

薛祉鎬著

商務印書館發行

職業

材料強弱學概要

薛祉鎬編著

商務印書館發行

編印職業教科書緣起

我國中等教育,從前側重於學生之升學。但事實上能升學者,究佔少數;大部分不能不從事職業。故現在中等教育之方針,已有漸重職業教育之趨勢。近年教育部除督促各省市教育行政機關擴充中等職教經費,並撥款補助公私立優良職業學校,以資鼓勵外,對於各類職業學校之教學,亦擬有改進辦法。其最重要者,爲向各省市職業學校徵集各科自編講義,擇尤刊印教本,供各學校之採用。先後徵得講義二百餘種,委託敝館組織職業教科書委員會,以便甄選印行。敝館編印中小學各級教科書,已歷多年,近復編印大學叢書,供大學教科參考之用。關於職業學校教科書,亦曾陸續出版多種,並擬有通盤整理之計畫。自奉教育部委託,即提前積極進行。經於二十五年春,聘請全國職業教育專家及著名職業學校校長組織職業學校教科書委員會。該會成立後,一面參照教育部印行之職業學校課程表及教材大綱,釐訂簡明目錄,以便各學校之查

考；一面分科審查教育部徵集之講義及敝館已出未出之書稿。一年以來，賴各委員之熱忱贊助，初審複審工作，勉告完成。計教育部徵集之講義，經委員會選定最優者約達百種，自廿六年秋季起，陸續整理印製出版。本館已出各書，則按照審查意見澈底修訂，務臻妥善；其尙未出版者亦設法徵求佳稿，以求完備。委員會又建議，職業學校之普通學科，內容及分量，均與普通中學不同，亟應於職業學科外，編輯普通學科教本，以應各校教學上之迫切需要。敝館謹依委員會意見，聘請富有教學及編著經驗之專家，分別擔任撰述。每一學科，並分編教本數種，俾各學校得按設科性質，自由選用。惟我國各省職業環境不同，課程科目亦復繁多，編印之教科書，如何方能適應各地需要，如何方能增進教學效率，非與各省實際從事職業教育者通力合作不爲功。尙祈全國職業教育專家暨職業學校教師，賜以高見，俾敝館有所遵循，隨時改進。無任企幸之至。

中華民國二十六年七月一日　王雲五

目　　錄

材料強弱學概要

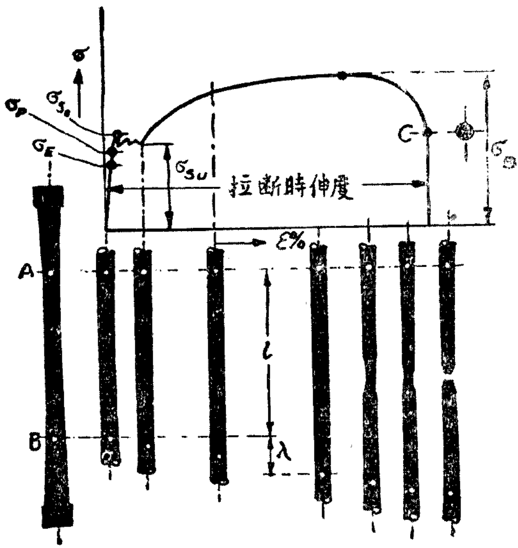
第一章　總論

第一節　引言

吾人設計機件或建築物，應使其於受力時，不得變形太劇或破裂。鐵橋於火車行駛其上時，起重機吊起重量時，均須有充分安全；研究物體受力時之變形，並由此以測物體受力時之安全，爲習材料強弱學之主要目的。

物體受着外力(äussere Kräfte)，其內部分子間卽發生內力(innere Kräfte)，以與外力相持而得平衡，故吾人可視物體分子間之內力爲材料對於外力之抵抗力。物體斷面單位所發生之抵抗力，稱爲應力 (Spannung)。此抵抗應力之大小，隨材料之強度而異，若外力超過物體分子間所能發生之抵抗應力，則物體卽斷裂矣，故在設計時須使加於物體之力，勿得超過某種限度。欲對於各種材料測知此限度之數值，須先知其力與變形(Formänderung)間之關係。

有一鋼條，於其中間取一定長 l，逐漸加力拉之，則 l 逐漸伸長，受拉時，斷面單位所受之力稱爲拉應力，普通以 σ_z 表之，伸長數 λ (Verlängerung) 與原長 l 之比稱爲縱伸度 (Dehnung)，以 ε 表之，故 $\sigma_z=\dfrac{力}{面積}$ 公斤/公分^2，$\varepsilon=\dfrac{\lambda}{l}$ %；若於做拉長試驗時，以伸度 δ 爲橫標 (abscisse)，以應力 σ_z 爲縱標 (ordinate)，畫圖，則得第 1 圖所示之 (σ_z-ε) 圖 茲說明之如下：



第 1 圖

(一) 在 $\sigma_z=0$ 時，$\varepsilon=0$；卽受力尚未開始，l 仍爲原長。

(二) σ_z 由零增加至 σ_E，此時 σ_z 與 ε 間之關係爲一直線。

換言之，卽伸度 ε 與拉應力 σ_z 成正比例，卽變形完全依照霍克定律 (Hookesches Gesetz) 而進行。不但此也，若復去外力，使 σ_z 仍為零，則鋼條仍能回復其原有之長度，卽此時材料完全有彈性，故稱 σ_E 之數値為該鋼條之彈性限界(Elastizitätsgrenze)。

(三)若力再增大，σ_z 增加至 σ_p，此時鋼條仍能依照霍克定律伸長，卽 ε 與 σ_z 仍成正比例；但若 σ_z 復回至零，則鋼條不能隨其回至原長，卽材料已失去一部份彈性，不過其伸數與應力仍成比例耳。故稱 σ_p 為該鋼條之比例限界 (Proportionalitätsgrenze)，

(四)若 σ_z 由 σ_p 增至 σ_{so}，則此時伸度之增加較速於 σ_z 之增加，卽不復依照霍克定律矣。不但此也，當 σ_z 增加至 σ_{so} 時，則鋼條於應力 σ_z 不再繼續增大時，亦能自動伸長，材料分子自行流動，待伸長至應力等於 σ_{su} 時，應力方復漸漸增高，但此後伸長頗速。σ_{so} 稱為上流限 (obere Fliessgrenze)，σ_{su} 稱為下流限(untere Fliessgrenze)。

(五)應力由 σ_{su} 漸漸增高至 σ_B，越此而過乃復下墜，及至 C 點，鋼條乃斷而為二，σ_B 稱為拉強度(Bruchfestigkeit)，卽該材料受拉時之最高強度。

(註)上述之應力 σ_z，均指鋼條之原有斷面面積而言。

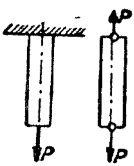
由上所述，可知，欲保機件或建築物之安全，其所受之應力

斷不能超過彈性限界 σ_E。況物體在應用時所受之力常有一部份未克於設計時完全計及，故更應有充分安全度也。不獨對於物體受拉時應如此，對於受壓受彎受剪等時，均須以較小之數作爲物體所能受之應力。

第二節　外力及應力種類，強度種類

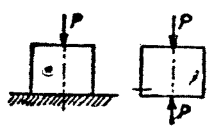
物體受力情形之種類，可分爲下述七種：

（一）受拉　若力作用於物體之重心線方向內而欲使其分子分離，謂之拉（Zug），如第 2 圖所示，斯時，外力稱爲拉力，物體斷面單位上之內力稱爲拉應力（σ_z），若欲物體安全，則拉應力不得超過安全拉應力（k_z），拉斷時之最大拉應力稱爲拉強度（σ_B）。



第 2 圖

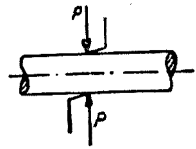
（二）受壓　若力作用於物體之重心線方向內而欲使其分子緊縮，謂之壓（Druck），如第 3 圖所示，斯時，外力稱爲壓力，物體斷面單位上之內力稱爲壓應力（σ），若欲物體安全，則壓應力不得超過安全壓應力（k），壓裂時之最大壓應力稱爲壓強度（σ_{-B}）。



第 3 圖

（三）受剪　第 4 及第 5 圖示物體受剪（Abscherung）之情

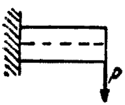
形，外力 P 作用於二個鄰接之斷面內，使其欲在相反方向內離移。斯時外力稱爲剪力，物體斷面單位上之內力稱爲剪應力 (τ_s)，若欲物體安全，則剪應力不得超過安全剪應力 (k_s)，剪斷時之最大剪應力稱爲剪強度 (τ_B)。



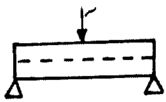
第 4 圖

第 5 圖

(四)受彎　外力作用垂直於重心軸線謂之彎 (Biegung)，如第 6 及第 7 圖所示。斯時，外力稱爲彎力，物體斷面單位上之內力稱爲彎應力 (σ_b)，若欲使物體安全，則彎應力不得超過安全彎應力 (k_b)，彎折時之最大彎應力稱爲彎強度 (σ_B')，物體受彎時，凹面受壓，壓應力垂直於斷面，凸面受拉，拉應力亦垂直於斷面，故彎應力含有拉應力及壓應力二種。



第 6 圖

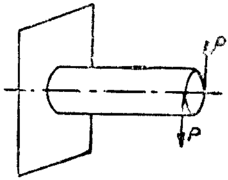


第 7 圖

(五)受壓折　若物體細長且在軸線 (Achse) 方向受壓力，則物體除受壓外，並有向旁彎折之虞，故謂之壓折 (Knickung)，如第 8 圖所示。斯時，外力稱爲壓折力 (P_k)，物體斷面單位上之內力稱爲壓折應力 (σ_k)，物體須視其細長度($\lambda = l:i$ 見第五章) 之大小有相當安全度 (S)。

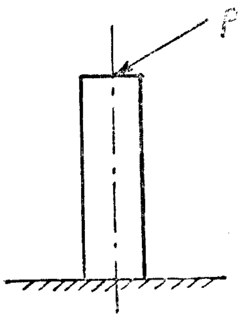
第 8 圖

(六)受扭轉　若偶力平面垂直於軸之中心線，則該軸受扭轉(Verdrehung)；軸之各鄰接斷面，相對的在與偶力平面並行之平面方向內呈扭轉之勢,如第9圖所示,斯時，外力稱爲扭轉力，軸之斷面單位上之內力稱爲扭應力(τ)，若欲物體安全，則扭應力不得超過安全扭應力(k_d)，扭裂時之最大扭應力稱爲扭強度(τ_B')。

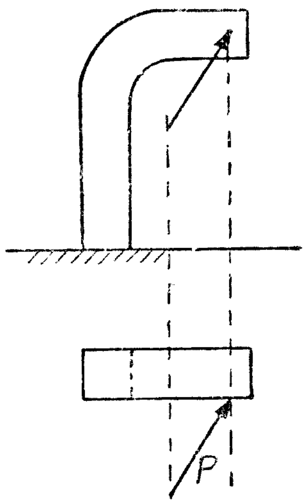


第9圖

(七)受集合力　若物體受力，如第10圖及11圖所示，則其



第10圖



第11圖

分子間同時引起二種以上之內應力，故設計時須由其各項應力計算其複應力(ideelle Spannung)，複應力爲拉、壓、扭等應力之集合數，其值不得超過安全應力。

第三節　安全應力(zulässige Anstrengungen, 或 zulässige Spannungen)

機件或建築物應有安全度，故須用安全應力以計算物體之尺寸，安全應力爲最大應力（強度）之一部，其間之比數，即爲安全度，安全度之大小視荷重情形(Art der Anstrengung)而異，普通所用安全應力之數值，如第一表及第二表所示：

第一表　安全應力表（以公斤/公分^{2}計）

受力種類及荷重情形		軟鎔鋼	鎔鋼	鑄鋼	鑄鐵	軋紫銅
受拉 k_z	I 靜	900–1200	1200–1800	600–1200	300	600
	II 變	540–700	700–1080	360–720	180	360
	III 活	450–600	600–900	300–600	150	
受壓 k	I 靜	900–1200	1200–1800	900–1500	900	
	II 變	540–700	700–1080	540–900	500	
受彎 k_b	I 靜	900–1200	1200–1800	750–1200		
	II 變	540–700	700–1080	450–720		
	III 活	450–600	600–900	375–600		

受	I 靜	720-1000	1000-1440	480-960	300	
剪	II 變	430-560	560-860	290-580	180	
k_s	III 活	360-480	480-720	240-480	180	
受	I 靜	600-1000	1000-1440	480-960		
扭	II 變	360-560	560-860	290-580		
k_d	III 活	300-480	480-720	240-480		

第二表　鑄鐵之安全彎應力及安全扭應力表

		斷面 ○		斷面 □		斷面 工	
		無鑄皮	有鑄皮	無鑄皮	有鑄皮	無鑄皮	有鑄皮
受彎	I 靜	615	510	510	420	435	360
	II 變	370	300	340	250	[illegible]	215
	III 活	300	250	250	210	220	180
受扭	I 靜	360		420		420	
	II 變	180		250		270	
	III 活	150		210		210	

荷重情形分三種,茲述之如下:

I. 力不變其大小 (ruhende Belastung),以後簡稱為第一種,此種力稱為靜力。加靜力於材料而測其適能承受不生斷裂危險之應力,所得之應力數值謂之該材料之靜強度 (Dauerstandfestigkeit),以 σ_D 表之。

II. 力之大小在最大與零之間變動 (schwellende Belastung) 以後簡稱爲第二種，此種力稱爲變力。物體受變力，其適所能受之應力（即力變動極多次數，而物體適能不斷）稱爲原強度（Ursprungsfestigkeit），普通以 σ_u 表之。

III. 力之大小在正負最大間變動 (wechselnde Belastung)以後簡稱爲第三種，此種力稱爲活力。此第三種受力情形最爲危險，但在機械上最爲普遍。物體受活力，其適所能受之應力，稱爲震擺強度 (Schwingungsfestigkeit)，普通以 σ_w 表之。

建築物荷重情形，普通屬於第一種，機械荷重情形多屬於第二及第三種，屬於第三種時最危險，安全度須較大。

第二章　拉及壓

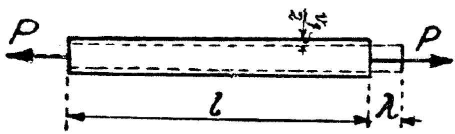
第一節　變形

物體純粹受拉或受壓時，其應力必均佈於斷面上，且必垂直於斷面，故亦稱爲垂直應力(Normalspannung)，設 P 爲拉力或壓力，F 爲斷面面積，則應力之數值爲:

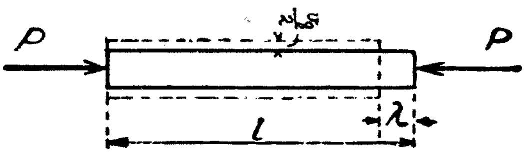
$$\sigma = \pm \frac{P}{F}$$

普通以正號表示拉，負號表示壓。

假定有一柱體，原長 l 公分，直徑 d 公分，用 P 力拉之，如第 12 圖所示，或壓之，如第 13 圖所示，則卽伸長或縮短 λ 公



第 12 圖



第 13 圖

分(± λ)。同時其直徑減小或放大 v_q。用 l 除 λ,則得縱伸度(Dehnung) ε;以公式表之,得:

$$\text{縱伸度}\ \varepsilon=\frac{\lambda}{l}=\text{單位長度之變形(在應力}\ \sigma=\sigma\ \text{時)}$$

用 d 除 v_q,則得橫伸度(Querausdehnung)ε_q; 以公式表示,得:

$$\text{橫伸度}\ \varepsilon_q=\frac{v_q}{d}=\text{單位寬度之變形(在應力}\ \sigma=\sigma\ \text{時)}$$

金屬變形時,其($\varepsilon_q:\varepsilon$)之値約為 0.3。

上述之縱伸度爲加 P 力於該柱體時之數,若斷面之每平方公分內適受一公斤之力(卽 $\sigma=1$),則縱伸度應爲 ε 之 σ 分之一,此數稱爲縱伸係數,普通以 a 表之,以公式表之,則得:

$$a=\frac{\varepsilon}{\sigma}=\frac{\frac{\lambda}{l}}{\sigma}=\frac{\lambda}{l\cdot\sigma}\ \text{公分}^2/\text{公斤}$$

$$\text{或伸長}\quad \lambda=a\cdot\sigma\cdot l\quad \text{公分}$$

因 a 之値甚小,計算不便,且其單位因子(Dimension)公分²/公斤無意義,故普通以其反値 E 代之:

$$E=\frac{1}{a}=\frac{l\cdot\sigma}{\lambda}\ \text{公斤}/\text{公分}^2$$

因 E 之單位因子爲公斤/公分²,故可視爲材料強度之一種,普通稱爲彈性係數(Elastizitätsmodul)。依照公式:

$$\lambda=\frac{l\cdot\sigma}{E}$$

可知伸長或壓縮與應力 σ 成正比例，此公式稱爲霍克定律(Hookesches Gesotz)。但若應力超過材料之比例限界，則此定律不復成立。

第二節　拉應力之計算

物體受拉時，其計算法極簡單，惟一所用之公式爲：

$$\sigma_z=\frac{P}{F}<k_z$$

新設計時，已知 P 及 k_z，求 F 之值。遇有建築物或機件損壞須經覆核時，已知 F 及 P，查驗其拉應力 σ_z 是否超過安全拉應力 k_z，若 $\sigma_z>k_z$，則設計者應負損壞之咎。

第三節　壓應力之計算

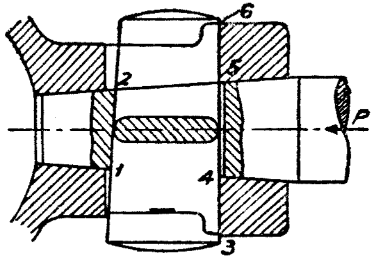
計算受壓之物體，所用公式與計算受拉時相同，甚簡單，如下：

$$\sigma=\frac{P}{F}<k$$

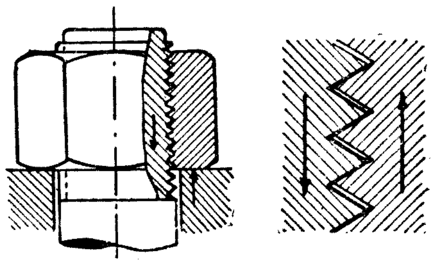
新設計時，由 P 及 k 算出應有之受壓面積 F，覆核時則由 P 及 F 查驗壓應力 σ 是否較大於安全壓應力 k。

在建築物上，受壓之處極多，如桁條擱在牆上，牆之重量壓在牆基上等，不勝枚舉。

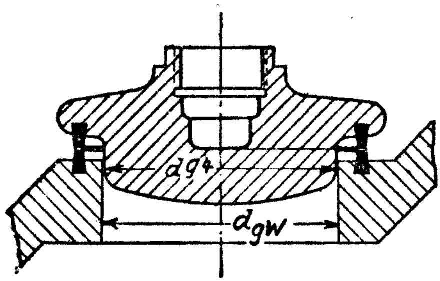
在機件上受壓之處頗多，如橫楔(Querkeil)在孔內（第 14 圖）；螺帽與螺釘之螺紋間，（第 15 圖），帽釘在鐵板洞內；活門(Ventil)之密縫(第16 圖)；軸在軸承內；轉盤之縱軸在其座內，車輪在鐵軌上，及其他。在機械學內所最宜注意者爲活動之受壓面，如軸承及活門之密縫等。



第 14 圖　橫楔 $\overline{12}$，$\overline{34}$，$\overline{56}$ 三面受壓



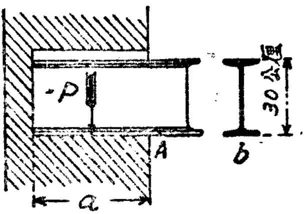
第 15 圖　螺紋之受壓



第 16 圖　活門之密縫

例 1. 有一圓鎔鐵條受拉力二十四鐓，若安全拉應力 $k_z=1000$ 公斤/公分^2，問其直徑應為若干？

例 2. 若上題之鐵條長十六公尺，其彈性係數 $E=2100000$，問其受力時伸長若干？



第 17 圖

例 3. 有一横樑用 30 號工字鐵條做成，兩端擱在磚牆上，如第 17 圖所示，若樑端加於磚牆之壓力為十二鐓，問受力之擱面應大若干？

解：磚牆受壓時，其壓應力可為 $k=7$公斤/公分^2，故受壓面積應為

$$F=\frac{12000}{7}=1714\text{ 公分}^2$$

30 號工字鐵之緣板寬度為 $b=12.5$公分，故

$$a=\frac{1714}{12.5}=137.12\text{ 公分}$$

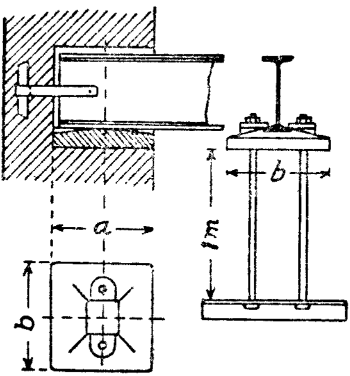
由此可知鐵樑不得直接擱在牆上，須於其下墊鑄鐵板，鑄鐵板與磚牆之間之受壓面，須等於 1714 公分^2，可照牆之厚度做成正方或長方形，樑擱在鐵板上，其間之安全壓應力，可為 $k=1000$ 公斤/公分^2，或較大。若擱長為 a'，則

$$a'=\frac{12000}{1000\cdot b}=\frac{12000}{1000\cdot 12.5}=0.96\text{ 公分}$$

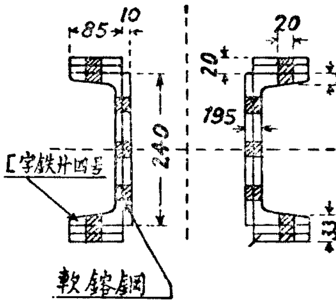
$$=\sim 1\text{公分}$$

樑端與鐵板及磚牆間之聯接可如第 18 圖所示行之。

例 4.　鐵路橋橋身之底部拉條之斷面形狀，如第 19 圖所示,受拉力 128 噸。安全拉應力 $k_z=875$ 公斤/公分^2,問該拉條內之拉應力 σ_z 是否超過此數?



第 18 圖



第 19 圖

例 5.　有鋼皮一條,厚 2.5 公厘,闊 60 公厘,受拉力 750 公斤,若 $E=2000000$, 問每公尺伸長若干?

例 6.　鋼絲直徑 6 公厘,受拉力 320 公斤,問拉應力若干?

例 7.　鑄鐵管外徑 200 公厘,內徑 152 公厘,受壓力 80 噸,問壓應力若干?

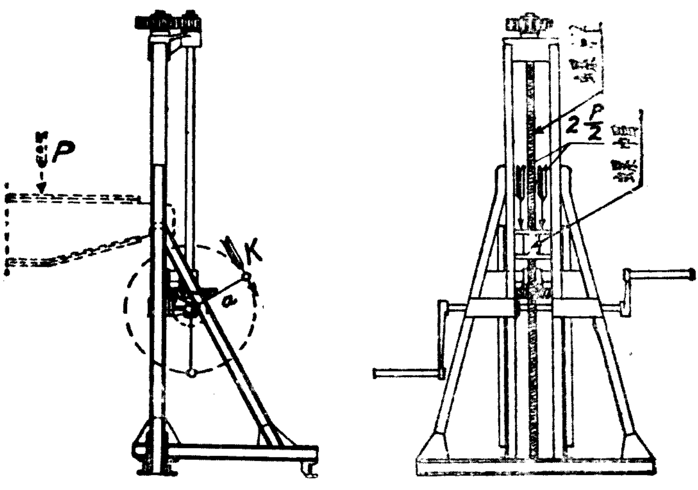
例 8.　鐵練粗(d)16公厘,受拉力 2500 公斤,問拉應力若干?

例 9.　有一拉桿,用二條$\llcorner$ 70·70·9 做成,用一行 20 公厘粗之帽釘釘合,受力 24000 公斤,問拉應力若干?

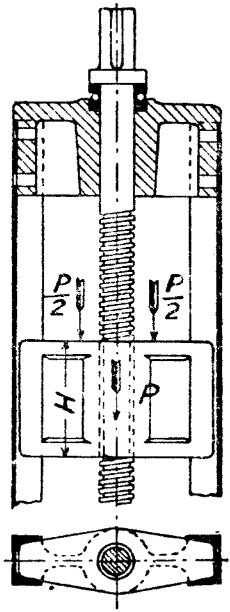
例 10. 有一鐵條長 40 公分,斷面面積 3.14 公分^2,受拉力 4 鐓,伸長 0.0225 公分,求 σ, ε, α 及 E。

例 11. 有一鐵條,直徑 20 公厘,長 16 公尺,受拉力 3.6 鐓,問伸長若干($E=2150000$)?

例 12.　有一機車起重架(Lokomotivwinde)之裝置如第 20 圖及 21 圖所示,$P=6000$ 公斤,螺桿用上等鎔鋼製成;螺帽用鑄鐵做成,安全拉應力 $k_z=600$ 公斤/公分^2; 安全壓應力 $k=100$



第 20 圖



第 21 圖

公斤/公分²，問螺桿應粗若干？螺帽應高若干？

解：$P=6000$ 公斤，$k_z=600$ 公斤/公分²，故螺紋桿應有受拉之斷面面積爲：

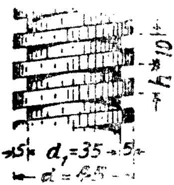
$$F=\frac{P}{k_z}=\frac{6000}{600}=10 \text{ 公分}^2$$

故 $d_1=3.5$ 公分（第 22 圖）

設螺紋深度爲 5 公厘，則螺桿之外直徑應爲：

$d=3.5+2\cdot0.5=4.5$ 公分 $=45$ 公厘，

每一圈螺紋上之受壓面積爲：



第 22 圖

$$F_1=\frac{\pi}{4}(d^2-d_1{}^2)=\frac{\pi}{4}(4.5^2-3.5^2)$$

$$=16-9.65=6.35 \text{ 公分}^2$$

設 n 爲受壓螺紋之圈數，則

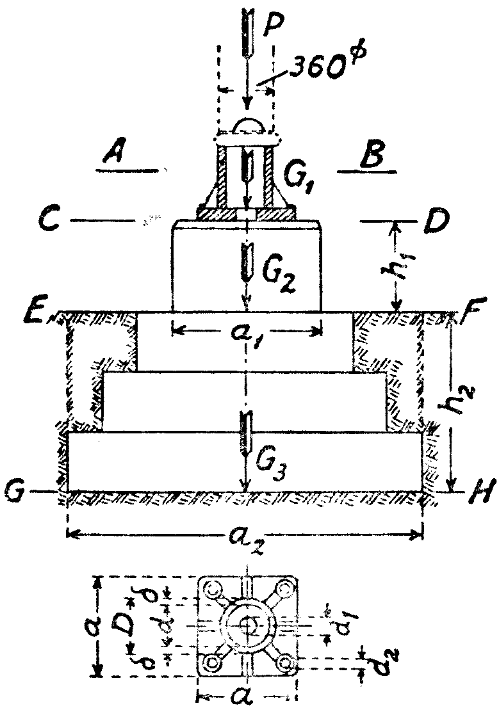
$$n=\frac{P}{F_1\cdot k}=\frac{6000}{6.35.100}=\frac{6000}{635}$$

~ 10 圈

設螺紋昇程(Steigung) $h=10$ 公厘，則螺帽之高度應爲：

$$H=n\cdot h=10\cdot10=100 \text{ 公厘。}$$

例 13. 有一柱脚載重 $P=120$ 噸，用鐵基 (G_1) 傳於基石 (G_2) 上。基石用花崗石做成，$k=45$ 公斤/公分^2，傳其力於磚基 (G_3) 上。磚基之 $k=14$ 公斤/公分^2，傳力於地上，地之安全壓應力 $k=2.5$ 公斤/公分^2；全部裝置如第 23 圖所示，試計算之。



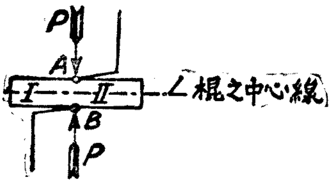
第 23 圖

第三章　剪

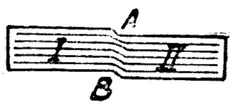
第一節　剪應力之計算

有一物體,例如第 24 圖所示之棍,受着二外力(主力及反抗力)此二外力在同一方向線內作用，則該物體之受力種類為受剪 (Abscherung)，外力能使物體上之鄰接兩面反向移動，如第 25 圖所示;受剪斷面上有剪應力(Scherspannung)，與斷面並行,但在斷面之全部,非均勻分佈,普通可用下式:

$$\text{剪應力}\quad \tau_s=\frac{P}{F}\text{公斤/平方公分}$$



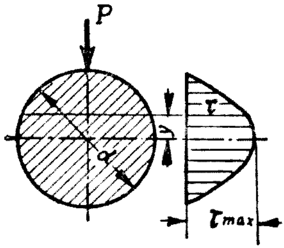
第 24 圖



第 25 圖

計算其平均數值,其準確之數值及分佈情形如第 26,27,28 及 29 圖所示,就實際情形而言,物體受剪必同時受彎,如第 30 圖所示,故於剪軋鐵板時,必須用力 W 壓住鐵板,方可施剪。

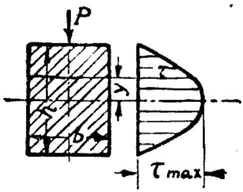
機件之受剪者,如帽釘螺釘及横樑等。



第 26 圖

最大剪應力 τ_{max}

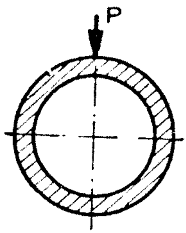
$$\tau_{max}=\frac{4}{3}\frac{P}{F}$$



第 27 圖

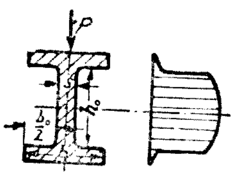
最大剪應力 τ_{max}

$$\tau_{max}=\frac{3}{2}\frac{P}{F}$$



第 28 圖

$$\tau_{max}=2\cdot\frac{P}{F}$$

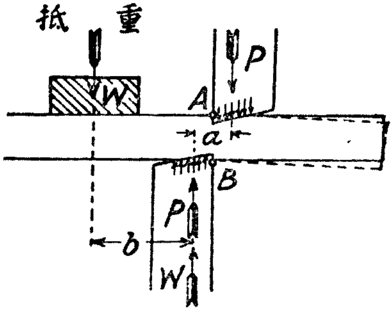


第 29 圖

在中段

$$\tau\approx\frac{P}{s\cdot h_0}$$

第二節　變形



第 30 圖

軋移數(Schiebung),軋移度 (Schubzahl), 軋移係數(Gleitmass)。

設有一棍段長 l 公分,在其左端軋牢之,於其右端加 P 力,如第 31 圖所示。P 力對於棍段之各斷面發生軋移作用(Schubwirkung);對於全棍發生彎作用(Biegewirkung)。今姑不計後者而命棍之右端之移動數爲 λ',則各長度單位之移動數爲

$$\gamma=\frac{\lambda'}{l}$$

普通稱此數爲軋移數(Schiebung) 爲長度單位在斷面單位受 τ 公斤之力時 (應力等於 τ 時) 之移動數。若斷面單位受一公斤力時(卽 $\tau=1$ 時),則得:

$$\beta=\frac{\gamma}{\tau}=\frac{\lambda'}{l\cdot\tau}$$

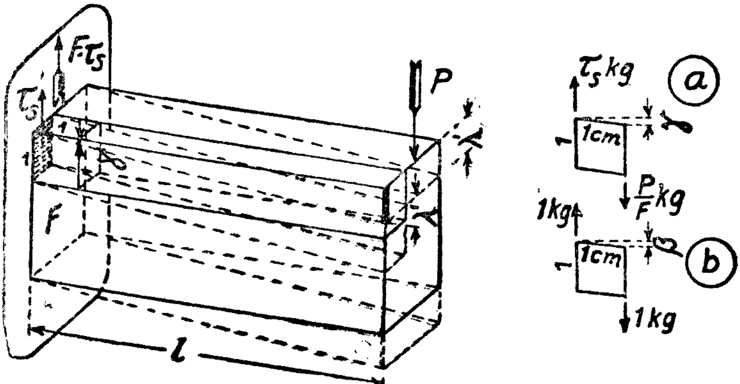
普通稱此數爲軋移度, 爲長度單位在斷面單位受一公斤力時之移動數。β 之數極小,用時甚不便。普通用其反値

$$G=\frac{1}{\beta}=\frac{l\tau}{\lambda'}\ \text{公斤/公分}^2$$

稱之爲軋移係數。

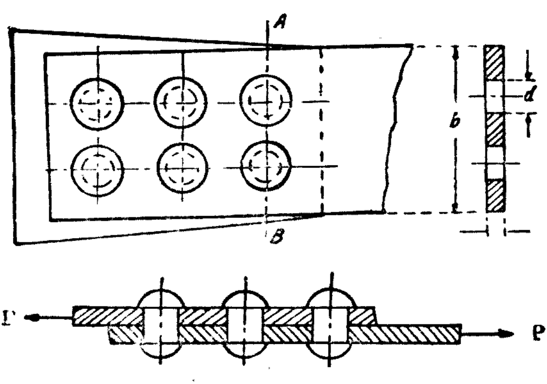
軋移係數 G 相當於彈性係數 E。關於鋼鐵材料之 E 及 G 有下列關係：

$$G=\sim 0.375\,E \text{ 至 } 0.4\,E.$$



第 31 圖

例 14. 第 32 圖及 33 圖示一帽釘結合。受力 $P=17000$ 公



第 32 及 33 圖

斤,用帽釘六枚,若安全剪應力 $k_s=1000$ 公斤/公分²,問帽釘直徑 d 應爲若干?

解:　每個帽釘之受剪面積應爲:

$$F=\frac{P}{6\cdot k_s}=\frac{17000}{6\cdot 1000}=2.84 \text{ 公分}^2$$

故帽釘直徑 $d=19$ 公厘。

若帽釘直徑爲 19 公厘,則帽釘孔應有 20 公厘之直徑,以便帽釘容易插入。迨帽釘經敲實後,則其實際受力之直徑亦爲 20 公厘,故帽釘內之實際剪應力爲:

$$\sigma_s=\frac{17000}{6\cdot\frac{\pi\cdot 2^2}{4}}=\sim 900 \text{ 公斤/公分}^2$$

例 15.　交流電動機轉心,用軟鎔鋼皮做成,形如第 34 圖所示,每片鋼皮厚 0.5 公厘,剪強度 $\tau_B=3500$ 公斤/公分²,其內小洞,在衝床上衝成,問衝時需力若干?

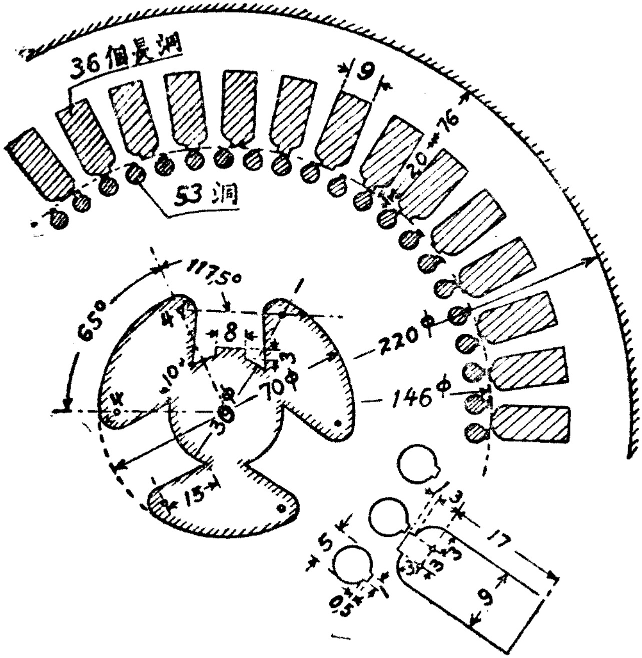
例 16.　有一節點 (Knotenpunkt),其節點鐵板 (Knotenblech) 厚一公分,於其上接匚字鐵,兩旁以兩段乚字鐵聯之如第 35 圖所示。匚字鐵受拉力 24 噸。若:

安全拉應力爲 $k_z=875$ 公斤/公分²;

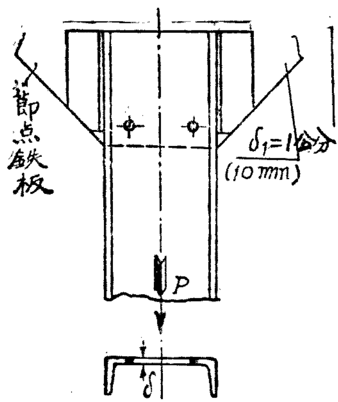
安全剪應力爲 $k_s=785(=0.9\,k_z)$ 公斤/公分²;

帽釘在其孔內之安全側壓應力 $k_l=1570$ 公斤/公分²$(=2\,k_s)$;

帽釘祇在一個斷面上受剪力。


36個長洞
9
76
20
53洞
117.5°
65°
4
8
3
10
70φ
220φ
146φ
30
15
3
17
5
3
3
3
0.5
1
9

第 34 圖


節点鉄板
$\delta_1=1$公分
(10 mm)
P
δ

第 35 圖

試計算此節點之結合，並繪詳圖。

解： ⊏字鐵之計算：

拉力 $P=24000$ 公斤， $k_z=875$ 公斤/公分^2

故⊏字鐵應有受拉之面積 F''：

$$F''=\frac{P}{k_z}=\frac{24000}{875}=27.4 \text{ 公分}^2$$

茲查表取 20 號⊏字鐵（高度等於 20 公分），該鐵有斷面面積 $F''=32.2$ 公分^2，其中段厚度 $\delta=8.5$ 公厘。依照帽釘公式 $d=\frac{8}{\pi}\delta$，故定帽釘直徑爲：

$$d=\frac{8}{\pi}\cdot 8.5=\sim 20 \text{ 公厘}$$

帽釘之計算：

茲預擬帽釘結合如第 36 圖所示，則⊏字鐵之實際受拉面積爲：

$$F=F''-2d\,\delta=32.2-2\cdot 2\cdot 0.85$$

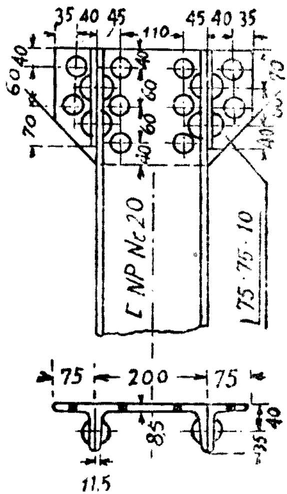
$$=28.8 \text{ 公分}^2$$

每個帽釘能受力：

$$P_1=\frac{\pi d^2}{4}\cdot k_s$$

$$=\frac{\pi\cdot 2^2}{4}\cdot 785=2466 \text{ 公斤}$$

故應用帽釘：

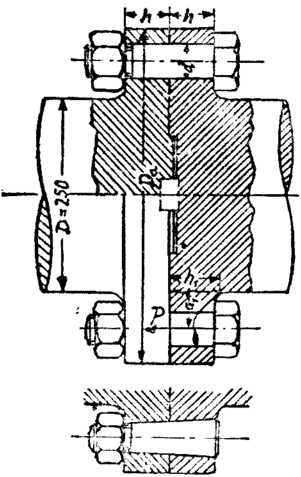


第 36 圖

$$n=\frac{P}{P_1}=\frac{24000}{2466}=\sim 10 \text{ 個。}$$

此 10 個帽釘分配在匚字鐵之中間及其旁緣上分配之數應約如其各部面積之比，故裝於旁緣上者各二枚，裝於中段者共六枚，結合之尺寸如第 36 圖所示，乃依照帽釘之普通公式計算而得者。

復核帽釘在其孔內之側壓應力 σ_l(應小於 k_l) 匚字鐵在中段最薄，而緣較厚，故在中段之六枚帽釘受側壓應力稍大。此六枚帽釘共受 $\frac{6}{10}P$ 之力，故其側壓應力為：



第 37 圖

$$\sigma_l=\frac{\frac{6}{10}P}{6\cdot d\cdot\delta}=\frac{2400}{2\cdot 0.85}=\frac{2400}{1.7}$$

$$=1410(<1570)$$

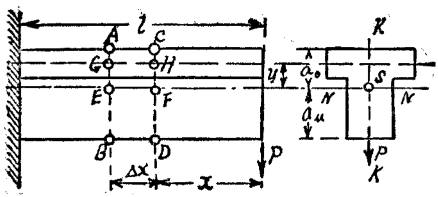
例 17. 有一圓片聯軸器 (Scheibenkupplung) 用 10 枚 1 3/4″ 圓釘結合。在圓釘周圍上之周圍力為 $P=72500$，問圓釘之剪應力若干？(第 37 圖)

〔注意〕 聯軸器上之螺釘，除受剪外，亦受頗大之拉力，因螺釘須經旋緊也。又於傳力時亦受彎。

第四章　彎

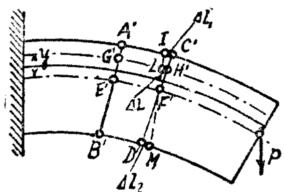
第一節　引言

設有一臂樑，左端裝牢在牆內，右端受力 P，P 垂直於樑之中心軸如第 38 圖所示，則樑受彎。



第 38 圖

吾人可視此樑係由纖維組合而成，纖維方向俱與中心軸並行，一如木料。樑受彎時其變形如第 39 圖所示。樑體上之兩個斷面 AB 及 CD 在未受彎時，相距 ΔX，及受彎時 AC 變爲

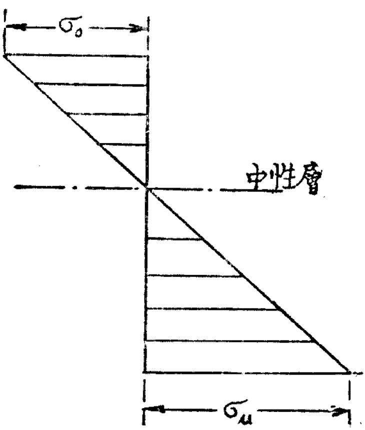


第 39 圖

$A'C'$，伸長 Δl_1，BD 變爲 $B'D'$ 縮短 Δl_2，兩斷面之上端距離變

長，下端距離縮小，中間必有一處其距離等於原長，此處卽爲斷面重心 S 所在地，故 S 線及與其齊高之線稱爲中性線 (neutrale Faser)；此諸線所成之平面稱爲中性層 (neutrale Faserschicht)；中性層與斷面相交於 N-N 線。N-N 線稱爲斷面之中性軸 (Nullinie, neutrale Achse)，中性軸爲斷面重心軸之一，垂直於力之作用方向。

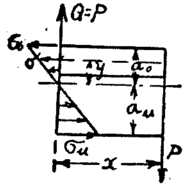
因 AC 伸長 Δl_1，故知樑之上面受拉應力，其下面縮短 Δl_2，故受壓應力。在保持原長之中性層內，不變長度，故無壓應力或拉應力。因 Δl 與距離 y 成正比例，故知凸處最大之拉應力必依直線由 σ_0 遞減至零，凹處之最大壓應力 σ_u 亦必依直線遞減至零，如 40 圖所示。由此可知：



第 40 圖

距離 S 點 y 處之應力 $\sigma=\frac{\sigma_0}{a_0}\cdot y$(第 41 圖)。

由上式祇知應力與距離之關係，至其數値及其對於外力之抵抗作用尙不明瞭，須另用他式求得之。



第 41 圖

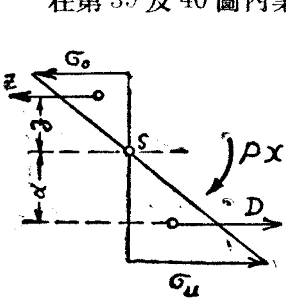
吾人可想像，樑在 AB 或 CD 或他一斷面上受截斷(如第 41 圖所示)，截下之一段長 x 公分，若欲使其仍能維持其原有位置而不下墜，則在此段上必須有平衡條件:

$\Sigma V=0$ 卽縱力互相平衡(相等)；

$\Sigma M=0$ 卽轉動力距互相平衡(相等)。

今作用於此段之外力爲 P，其轉動力距爲 $P\cdot x$，樑在未被截斷時能保持平衡，故在斷面上必有與 $P\cdot x$ 相等之抵抗轉動力距 M_1，此抵抗力距何自而生乎?答案甚簡單，卽生自分子間之應力。

在第 39 及 40 圖內業經說明，樑之凸處有拉應力，凹處有壓應力，此抵抗拉力之總數爲 Z，抵抗壓力之總數爲 D，其作用方向相反，抵抗轉動之方向則同，如第 42 圖所示，故



第 42 圖

抵抗力距 $M_1=Z\cdot z+D\cdot d=P\cdot x$

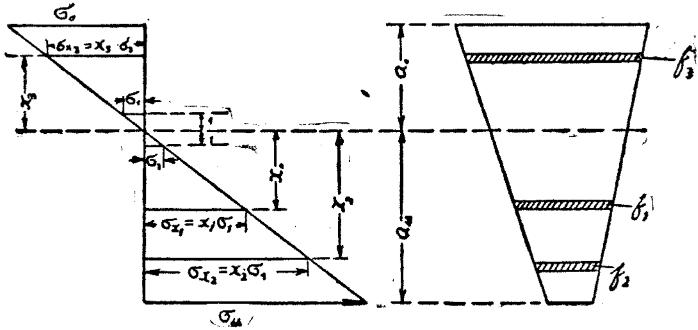
此樑體受彎時藉其抵抗應力以保持

平衡之原理也。

第二節 樑受彎力距時之計算法

設在斷面內離中性軸一公分處之彎應力爲 σ_1，則離中性軸 x 公分處之彎應力 σ_x，應爲：

$$\text{同理：}\left.\begin{array}{l}\sigma_{x1}=x_1\cdot\sigma_1\\ \sigma_{x2}=x_2\cdot\sigma_1\\ \sigma_{xn}=x_n\cdot\sigma_1\end{array}\right\}\text{第 43 圖}$$



第 43 圖

作用於各小斷面 $f_1, f_2\cdots\cdots$ 上之力爲 $f_1\cdot x_1\cdot\sigma_1, f_2\cdot x_2\cdot\sigma_2\cdots\cdots$。此各小力對於中性軸之力距爲 $(f_1\cdot x_1\cdot\sigma_1)x_1$；$(f_2\cdot x_2\cdot\sigma_1)\ x_2$；$(f_3\cdot x_3\cdot\sigma_1)\ x_3\cdots\cdots\ (f_n\cdot x_n\ \sigma_1)\cdot x_n$；此各小力之力距卽爲材料分子間對於外力力距 $(P\cdot x)$ 之抵抗力距，依照平衡條件 $\Sigma M=0$. 可斷定：

外力之彎力距＝各小力對於中性軸之力距之和

若外力之彎力距爲 M_b，則：

$$M_b = f_1\sigma_1 x_1^2 + f_2\sigma_1 x_2^2 + f_3\sigma_1 x_3^2 + \cdots\cdots\cdots = \sigma_1 \Sigma f x^2$$

Σfx^2 爲斷面之分部面積與其距離 x 之平方之乘積之總和，稱爲斷面對於中性軸之軸惰率（äquatoriales Trägheitsmoment)，普通以 T_s 表之，故

$$T_s = \Sigma f \cdot x^2 \cdots\cdots\cdots\cdots \text{公分}^4$$

卽：

$$M_b = \sigma_1 \cdot T_s$$

在此式中，M_b 及 T_s 爲已知數，σ_1 爲未知數。

因各處應力之大小與中性軸之距離成正比例，故樑之上下二面之應力爲最大，因其距中性軸最遠也。設此最大之彎應力爲 σ_0 及 σ_u，其對於中性層之距離爲 a_0 及 a_u，則

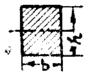
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{a_0} = \frac{\sigma_u}{a_u}$$

以此值代入上式則得

$$\sigma_0 = \frac{M_b}{\frac{T_s}{a_0}} = \frac{M_b}{W_0} \text{ 公斤/公分}^2$$

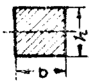
$$\sigma_u = \frac{M_b}{\frac{T_s}{a_u}} = \frac{M_b}{W_u} \text{ 公斤/公分}^2$$

求軸惰率及軸抵抗之公式　第 44 至 66 圖



$$J=\frac{bh^3}{12}\qquad W=\frac{bh^2}{6}$$

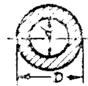
$$J=\frac{bh^3}{36}\qquad W=\frac{bh^2}{24}\qquad \left(e=\tfrac{2}{3}h\right)$$



$$J=\frac{bh^2}{12}$$

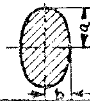
$$W=\frac{h^3}{6}$$

$$W=\frac{\sqrt{2}}{12}h^3=0.11785h^3$$

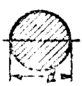


$$J=\frac{\pi}{64}(D^4-d^4),\quad W=\frac{\pi}{32}\cdot\frac{D^4-d^4}{D}$$

厚度 δ 甚小之平均直徑 $D_m=D-\delta$ $\left.\right\}$ $J\approx 0.4D_m^3\delta$，$W\approx 0.8D_m^2\delta$

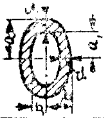


$$J=\frac{\pi a^3 b}{4}\qquad W=\frac{\pi a^2 b}{4}$$



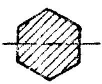
$$J=\frac{\pi d^4}{64}\approx 0.05d^4$$

$$W=\frac{\pi d^3}{32}\approx 0.1d^3$$



$$J=\frac{\pi}{4}(a^3b-a_1^3b_1)\approx\frac{\pi}{4}a^2(a+3b)d$$

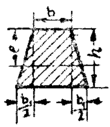
$$W\approx\frac{\pi}{4}a(a+3b)d$$



$$J=\frac{5\sqrt{3}}{16}R^4=0.5413R^4$$

$$W=\frac{5}{8}R^3$$

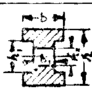
$$W=0.5413R^4$$

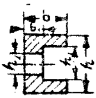


$$J=\frac{6b^2+6bb_1+b_1^2}{36(2b+b_1)}h^3$$

$$W=\frac{6b^2+6bb_1+b_1^2}{12(3b+2b_1)}h^2$$

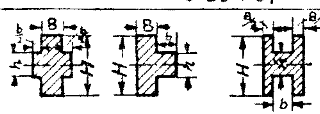
$$e=\frac{1}{3}\,\frac{3b+2b_1}{2b+b_1}h$$



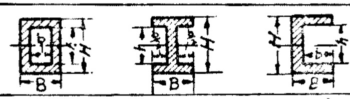


$$J=\frac{b(h^3-h_1^3)+b_1(h_1^3-h_2^3)}{12}$$

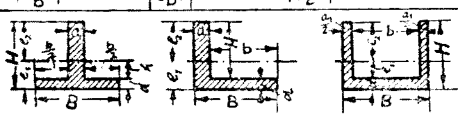
$$W=\frac{b(h^3-h_1^3)+b_1(h_1^3-h_2^3)}{6h}$$



$$J=\frac{BH^3+bh^3}{12}\qquad W=\frac{BH^3+bh^3}{6H}$$



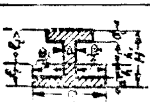
$$J=\frac{BH^3-bh^3}{12}\qquad W=\frac{BH^3-bh^3}{6H}$$



$$J=\frac{1}{3}(Be_1^3-bh^3+ae_2^3)$$

$$e_1=\frac{1}{2}\,\frac{aH^2+bd^2}{aH+bd}$$

$$e_2=H-e_1$$



$$J=\frac{1}{3}(Be_1^3-B_1h^3+be_2^3-b_1h_1^3)$$

$$e_1=\frac{1}{2}\,\frac{aH^2+B_1d^2+b_1d_1\cdot(2H+d_1)}{aH+B_1d+b_1d_1}$$

σ_0 在凸面爲拉應力，σ_0 在凹面爲壓應力，若統以彎應力 σ_b 表之，則得：

$$\sigma_b=\frac{M_b}{\frac{T_s}{a}}$$

$\frac{T_s}{a}$稱爲斷面之軸抵率 (äquat. Widerstandsmoment)。

普通以 W 表之，故上式亦可寫爲：

$$\sigma_b=\frac{M_b}{W}$$

此材料內之彎應力不得超過安全彎應力 k_b，

故：

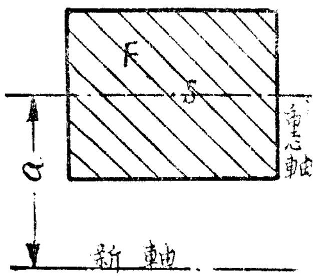
$$\sigma_b=\frac{M_b}{W}<k_b$$

第三節　軸惰率及軸抵率之計算法

普通形狀之斷面之軸惰率及軸抵率，可用第 44 圖至 66 圖之公式計算之。

上述公式，均係對於斷面之主要重心軸而言。若欲求斷面對於他軸之惰率，如第 67 圖所示，則須用下列之公式：

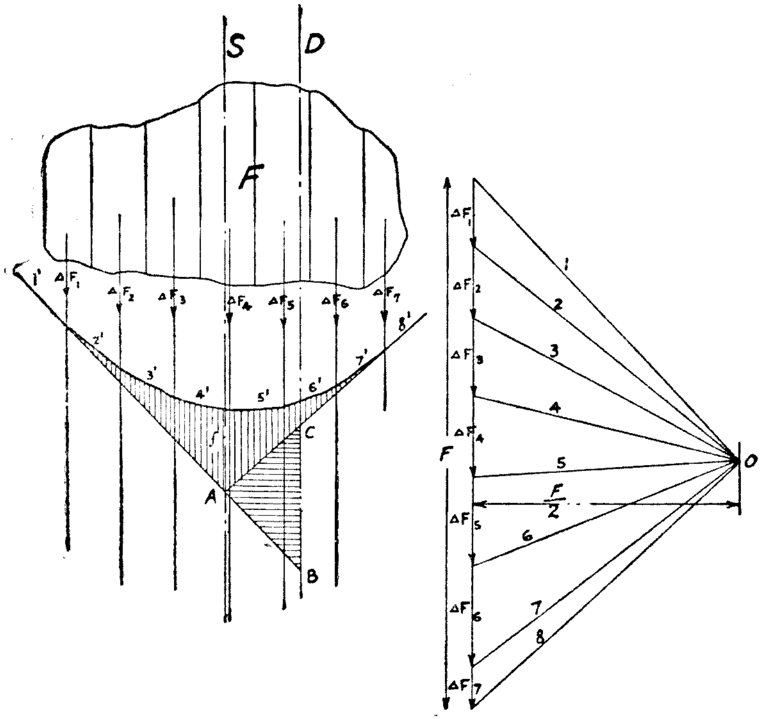
$$T=T_s+F\cdot a^2$$



第 67 圖

式內之 F 爲斷面之面積，a 爲重心與新軸間之距離，T_s 爲對於重心軸之惰率。

若遇形狀複雜之斷面，則計算不易，可用 Mohr 圖解法求得之，玆述之如下(第 68 圖)：



$T_S = f \cdot F \cdot m^4$　　公分^4

$T_D = (f + \Delta ABC) \cdot F \cdot m^4$　　公分^4

若比例尺 $m = 1:1 = 1$，則 $T_S = f \cdot F$　　公分^4

$T_D = (f + \Delta ABC) \cdot F$　　公分^4

第 68 圖

設有斷面形如第 68 圖所示，欲求其重心線 S 之地位及其對於重心線之軸惰率 T_s，則可用下法圖解求得之：

(1) 分全面積爲若干份，例如 $\Delta F_1, \Delta F_2, \Delta F_3, \Delta F_4, \Delta F_5, \Delta F_6, \Delta F_7$ 七份。

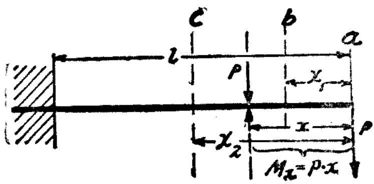
(2) 集 $\Delta F_1 \cdots\cdots \Delta F_7$ 爲 F，以 $\frac{F}{2}$ 爲極距，畫 $1', 2', 3', 4', 5', 6', 7'$ 各線並行於 $1, 2, 3 \cdots\cdots$。引 $1'$ 及 $8'$ 相交於 A 點，則 SA 線即爲重心線。又設 f 爲 $1'2'3'4'5'6'7'8'$ 所成之面積，則得：

對於 SA 之軸惰率：　$T_s = f \cdot F$

對於 DB 之軸惰率：$T_D = (f + \Delta ABC) \cdot F$

第四節　彎力距之計算

設有一臂樑如第 69 圖，左端牢插於牆內，右端受一力 P。該樑之最左端受着最大之力距 $M_{max} = P \cdot l$；漸右則力距漸小，例如 b 處距力點 a　x_1 公分，則 b 處所受之力距爲 $P \cdot x_1$，C 處所受之力距爲 $P \cdot x_2$：



第 69 圖

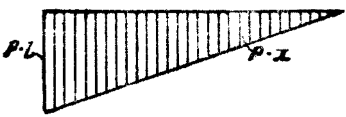
a 處：　$M_a = P \cdot 0 = 0$　　公斤公分

b 處: $M_b = P \cdot x_1$ 公斤公分

c 處: $M_c = P \cdot x_2$ 公斤公分

e 處: $M_e = M_{max} = P \cdot l$ 公斤公分

若在各該處之下,用長度表示力距,而聯其末端,則得第 70 圖。第 70 圖所示之面積,稱爲彎力距面 (Momentenfläche). 在實用上所有之受力情形及彎力距 M 及座彎 f 之公式如第 71 圖至 82 圖之所示。



第 70 圖

茲說明在簡單受力情形時測定最大彎力距之值及座彎之值之法如下:

設有一樑,擱在左右二支點 A 及 B 上,如第 83 圖所示,樑上有三個單力 P_1, P_2, P_3 及一個均佈力 Q, 則在該樑上之彎力距之計算法如下:

(一)支力 A 及 B 等於若干?

$$A = \frac{P_1 \cdot b_1 + P_2 \cdot b_2 + P_3 \cdot b_3 + Q \cdot b}{l} \text{ 公斤}$$

$$B = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + P_3 \cdot a_3 + Q \cdot a}{l} \text{ 公斤}$$

$$= P_1 + P_2 + P_3 + Q - A \qquad \text{公斤}$$

(二)在各力點下之彎力距等於若干？

A 處：　$M_a = A \cdot 0 = 0$

P_1 處：　$M_1 = A \cdot a_1$

P_2 處：　$M_2 = A \cdot a_2 - P_1\ (a_2 - a_1)$

Q 處：　$M_Q = A \cdot a - P_1(a - a_1) - P_2(a - a_2)\ - \frac{Q}{2} \cdot \frac{C}{4}$

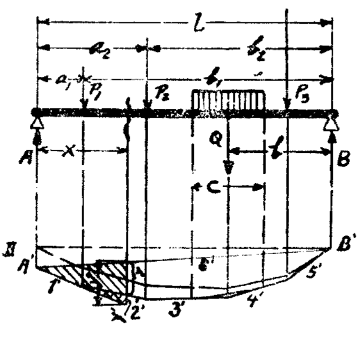
P_3 處：　$M_3 = A \cdot a_3 - P_1(a_3 - a_1) - P_2(a_3 - a_2) - Q(a_3 - a)$

$= B . b_3$

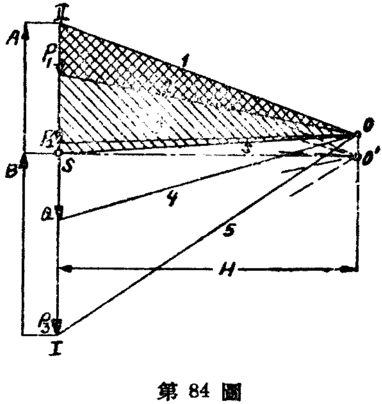
B 處：　$M_b = B \cdot 0 = 0$

若在各該處之下用長度表示所屬之彎力距而聯其末端，則得彎力距面。在 Q 下之 c 段內，因 Q 爲均佈力，故該段內之界限線爲拋物線(Parabel)。

求 AB 及各處彎力距之圖解法。第 84 及 85 圖。



第 83 及 85 圖



第 84 圖

聯畫 P_1, P_2, Q 及 P_3 於一直線上,擇一適宜之極點 O, 極距爲 H, 由極點畫射線 1,2,3,4,5。又於各力線上,與 1,2,3,4,5 各線並行的畫 1',2',3',4',5' 諸線。聯接 A 及 B 線上之交點 A' 及 B', 而得聯接線 s'。乃經過極點 O 畫 s 線,與 s' 平行,在集力線 (P_1 P Q P_3) 上得交點 S_0 則得下列兩種結果:

(一) $IS=B \quad SII=A$

(二) 樑上各處之彎力距數爲

$M_x=y\cdot H$ 公尺公斤

用圖解法時，須隨時注意每一長度單位所表示之公斤數或公分數。

求得各處彎力距之大小後,乃可用公式:

$$M_b=k_b\cdot W$$

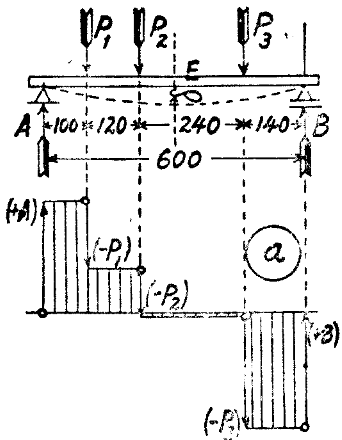
計算樑之斷面形狀。

既求得樑之斷面形狀後，則可用座彎公式以求最大座彎之值。

在第 41 圖內已經說過,樑受力時,其上之縱力應成平衡,即 $\Sigma V=0$, 在 x 之一段內,P 爲縱力,若於斷面加二力 P_1 及 P_2 使 P_1 向上作用, P_2 向下,並使 $P_1=P_2=P$, 則 P_1 與 P 成爲偶力,發生轉動而有彎之作用之力距 $P\cdot x$; P_2 向下對於斷面發生剪的作用 稱爲橫力 (Querkraft)。若樑不可因受彎而斷裂,則材料在

斷面內必須有與 P_2 相等而其作用相反之抵抗力 P; P_1, P_2 爲外力,此抵抗力爲內力。四者之間須成平衡,造成此內力之應力爲剪應力,在機械上計算受彎或受扭等物體時普通不計算其由橫力所生之剪應力。

例 18. 有一樑,擱在二個支點上,用單條闊緣工字鐵 № 18 做成,如第 86 圖所示。



第 86 圖

$P_1 = 1800$ 公斤,

$P_2 = 1200$ 公斤,

$P_3 = 3000$ 公斤,

計算其最大彎應力及其座彎。

解: (一)求支力 A 及 B

$$\text{支力 } A=\Sigma\frac{Pb}{l}$$

$$\frac{1800}{600}\cdot 500=1500 \text{ 公斤}$$

$$\frac{1200}{600}\cdot 380=\ 760 \text{ 公斤}$$

$$\frac{3000}{600}\cdot 1400=\ 700 \text{ 公斤}$$

$$A=2960 \text{ 公斤}$$

$$\text{支力 } B=\Sigma\frac{P\cdot a}{l}$$

$$\frac{1800}{600}\cdot 100=\ 300 \text{ 公斤}$$

$$\frac{1200}{600}\cdot 220=\ 440 \text{ 公斤}$$

$$\frac{3000}{600}\cdot 460=2300 \text{ 公斤}$$

$$B=3040 \text{ 公斤}$$

(二)畫橫力圖（Querkraftdiagramm）及求最大彎力距 $M_{b\ maxo}$

在橫力變其方向或等於零之處，彎力距必爲最大；故若欲測知最大彎力距在何處，可先畫橫力圖。橫力者卽各處垂直於樑之中心軸之外力之和也。橫力對於樑之斷面發生剪 (Schub) 的作用。

茲自樑之左端 A 起畫橫力圖，在 A 點，支力 A 向上，及至 P_1 處橫力爲 $A-P_1$；及至 P_2 處爲 $A-P_1-P_2$；在 P_3 下橫力變其方向，故知此處之彎力距爲最大。此最大之彎力距

$$M_{b\ max}=A\cdot 220-P_1\cdot 120=2960\cdot 220-1800\cdot 120$$

$$=435200\ \text{公斤公分。}$$

茲查工字鐵表得第十八號闊緣工字鐵，其軸抵率爲：

$$W_x=417\quad \text{公分}^3$$

$$T_x=3750\quad \text{公分}^4$$

故 $$\sigma_b=\frac{M_{b\ max}}{W_x}=\frac{435200}{417}=1045\ \text{公斤/公分}^2$$

(三)計算座彎

若力不在樑之中間，則最大座彎普通不在力之下，亦不在樑之中間，而在二者之間，但樑之中間之座彎與此最大座彎相差不多。故普通計算時，卽以樑之中間之座彎爲準，蓋取其簡便也。

依照第 76 圖之座彎公式，得：

座彎 $$y=\frac{aP}{T}\cdot\frac{l^3\cdot b\cdot x}{6\cdot l\cdot l}\left[1-\left(\frac{b}{l}\right)^2-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

$$y=\frac{P\cdot b\cdot x}{6ET}\cdot\left[\frac{l^2-b^2-x^2}{l}\right]$$

因欲計算樑之中間之座彎，故以 $\frac{l}{2}$ 代 x，則得：(對於一個力之最大) 座彎 $f=\frac{1}{48\ ET}P\cdot b(3l^2-4b^2)$。今題中有三個力，則因每個

均發生座彎,故座彎總數 δ:

$$\delta=f_1+f_2+f_3$$

$$=\frac{1}{48\,ET}[P_1b_1(3l^2-4b_1^2)+P_2b_2(3l^2-4b_2^2)+P_3b_3(3l^2-4b_3^2)]$$

$$\delta=\frac{1}{48\,ET}\Sigma Pb\,(3l^2-4b^2)$$

$$=\frac{1}{48\cdot2100000\cdot3750}\begin{cases}1800\cdot100(3\cdot600^2-4\cdot100^2)=187.2\cdot10^9\\1200\cdot220(3\cdot600^2-4\cdot220^2)=234\cdot10^9\\3000\cdot140(3\cdot600^2-4\cdot140^2)=420\cdot10^9\end{cases}$$

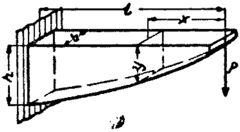
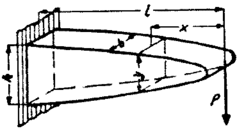
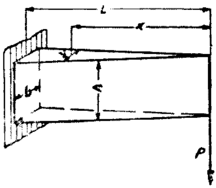
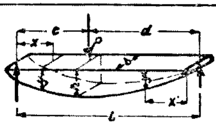
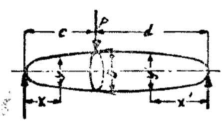
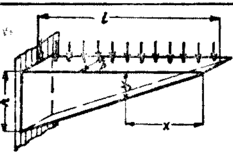
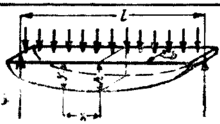
$$=\frac{(187.2+234+420)\cdot10^9}{48\cdot2.1\cdot3.75\cdot10^9}=\frac{841.2\cdot10^9}{379\cdot10^9}=2\cdot22\text{ 公分}$$

〔注意〕 計算 δ 時,對於每一個力,應以其距支點較小之距離,代入上式內之 b。

依照計算彎力距之公式,可知樑上各處所受之彎力距,大小不同,中間一段及在力點之下所受者頗大,兩端所受者頗小,故中間應粗兩端應細,然則,粗細究應相差若干?此答案極簡單:樑之各處之彎應力須各相等,即各處斷面所有之抵率除各該處所受之彎力距之商應各相等:

$$\sigma_b=\frac{M_{b1}}{W_1}=\frac{M_{b2}}{W_2}=\cdots\cdots$$

意即樑之各斷面對於彎力距應有同樣大之抵抗性,第 87 圖至 93 圖表示各部對於受彎時有同樣抵抗性之樑之形狀。

		樑及力種類	斷面形	輪廓線
87 88	 	臂樑,樑端受單力	矩形,寬度b不變	抛物線 $y^2=x\cdot\frac{h^2}{l}$
89		仝上	矩形 高度h不變	直線 $y=x\cdot\frac{b}{l}$
90		擱在二個支點上(擱樑),支點間受單力	矩形 寬度b不變	抛物線 在力之左 $y^2=x\cdot\frac{h^2}{c}$ 在力之右 $y'^2=x'\cdot\frac{h^2}{d}$
91		仝上	圓形	三次抛物線 在力之左 $y^3=\frac{x\cdot D^3}{c}$ 在力之右 $y'^3=\frac{x'\cdot D^3}{d}$
92		臂樑,受均佈力	矩形 寬度b不變	直線 $y=x\cdot\frac{h}{l}$
93		擱樑受均佈力	矩形 寬度b不變	橢圓形 $\frac{y^2}{h^2}+\frac{4x^2}{l^2}=1$

受彎力時最經濟之斷面形狀

依照計算惰率之公式:

$$T=\sum fx^2$$

f 爲斷面之面積，表示斷面之大小，x 爲各小面與重心軸間之距離，今有幾種斷面形狀，假定其總面積各相等，則其中之 x 値較大（卽各小面積離重心軸愈遠）者，必有較大之惰率，能受較大之彎力距。在受同樣大之彎力距時，x 値愈大，面積可愈小。

例 19. 今有一樑，支點距離一公尺，受重一公噸（如第 94 圖）

則 $$M_{b\ max}=\frac{Pl}{4}=\frac{1000\cdot100}{4}=25000 \text{ 公尺公斤}$$

若 k_b 應爲 950 公斤/平方公分

則 $$W=\frac{25000}{950}=26.4 \text{ 公分}^3$$

（一）假定樑之斷面爲長方形，高 6 公分，則:

$$b=\frac{6W}{h^2}=\frac{6\cdot26.4}{6^2}=4.4 \text{ 公分}$$

樑之斷面面積

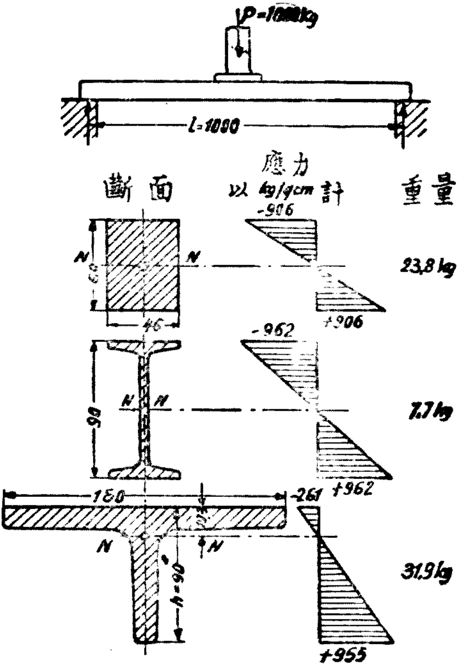
$$f=26.4 \text{ 公分}^2$$

（二）若用第 9 號工字鐵，則亦可勝任:

第 9 號工字鐵之

$$W=26.0\ 公分^3$$

$$f=9\ 公分^2$$



第 94 圖

(三)若用 18/9 號⊥字鐵，則亦可勝任：

第 18/9 號⊥字鐵之

$$W=\frac{189}{7.07}=26.7\ 公分^3$$

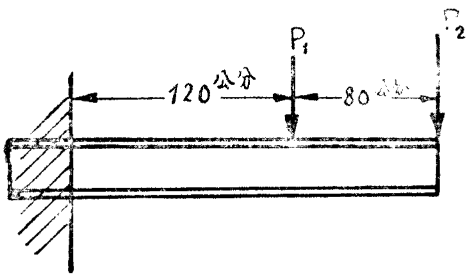
$$f=37\ 公分^2$$

用(一),(二),(三)三種斷面形狀,能受同量之彎力距,但其所用材料,相差極多。

(一):(二):(三)=26·4:8:37

故第二種爲最經濟。

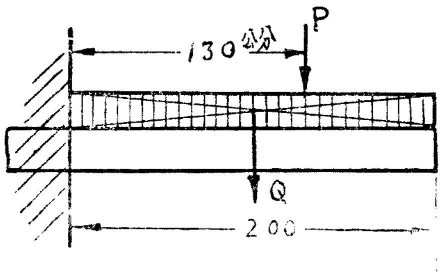
例 20. 有一臂樑如第 95 圖:已知 $P_1=1500$ 公斤,$P_2=3000$ 公斤,$k_b=1000$ 公斤/平方公分,問需用幾號工字鐵作此臂樑,並繪其彎力距面以明之。



第 95 圖

例 21. 有一臂樑如第 96 圖:已知 $P=200$ 公斤,均佈力 $Q=1000$ 公斤,問(a)若用松木作此臂樑,令 $b:h=2:3$,$k_b=70$ 公斤/平方公分,求 b,h 應有之尺寸。

(b)若用工字鐵作此臂樑,設$k_b=1000$ 公斤/平方公分,求需用幾號工字鐵。



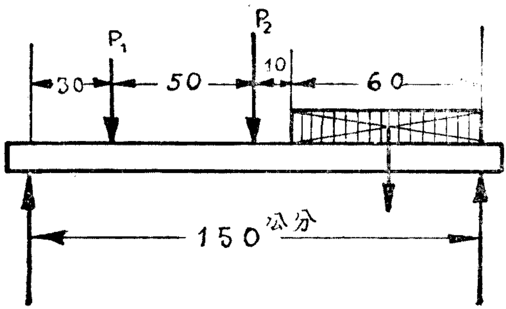
第 96 圖

例 22. 有一樑如第 97 圖：已知$P_1=2000$ 公斤，$P_2=1000$ 公斤，均佈力 $Q=1500$ 公斤；

(a)若用兩條松木作此樑，其 $k_b=70$ 公斤/平方公分。

1. 命 $b:h=2:3$，求 b 及 h。

(b)若用兩條匚形鐵作此樑，其 $k_b=1000$ 公斤/平方公分，問需幾號匚形鐵方能勝任？



第 97 圖

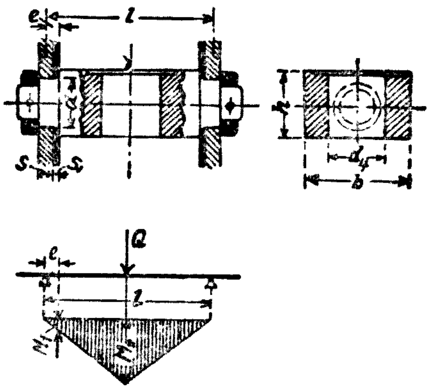
例 23. 有一裝吊鉤之橫檔，如第 98 圖所示。若視 Q 爲單

力，則 $M_b=\dfrac{Q\cdot l}{4}$；又中間危險斷面之軸抵率爲:

$$W=2\cdot\frac{(b-d_4)\cdot h^2}{2\cdot 6}=\frac{(b-d_4)h^2}{6}$$

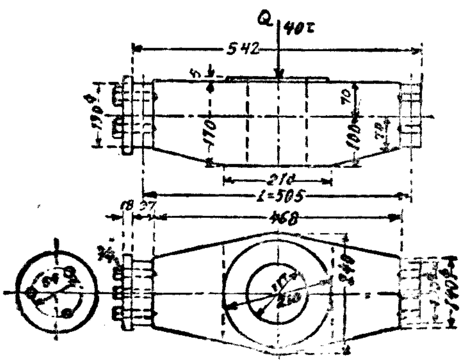
設 $Q=5$ 鐓， $l=13$ 公分， $b=9.6$ 公分， $d_4=5$ 公分，

$k_b=800$ 公斤/公分^2，問 h 應爲若干?



第 98 圖

例 24. 有一裝吊鉤之橫檔，如第 99 圖所示，若視 Q 爲



第 99 圖

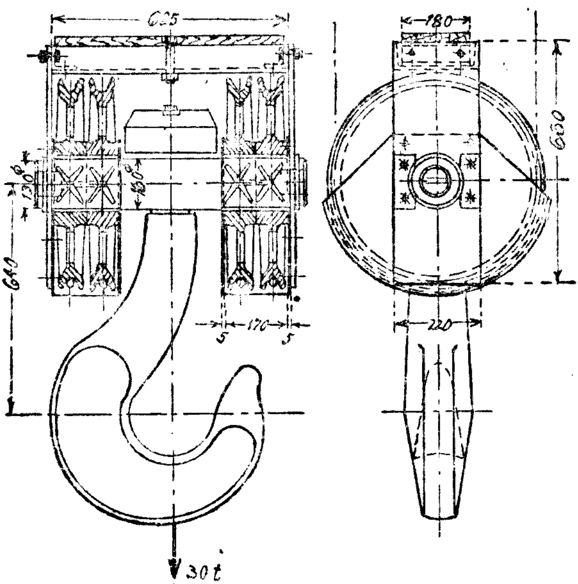
單力，問其中間危險斷面之彎應力 $\sigma_b=?$

例 25. 有一吊鉤橫檔，兩端裝四個索輪，如第 100 圖所示，橫檔本身如第 101 圖所示，受力情形如第 102 圖所示，其最大彎力距 $M_{b\,max}=\dfrac{Q}{2}\left(\dfrac{\lambda}{2}+S_0+S+\dfrac{l_0}{2}-\dfrac{D}{4}\right)$

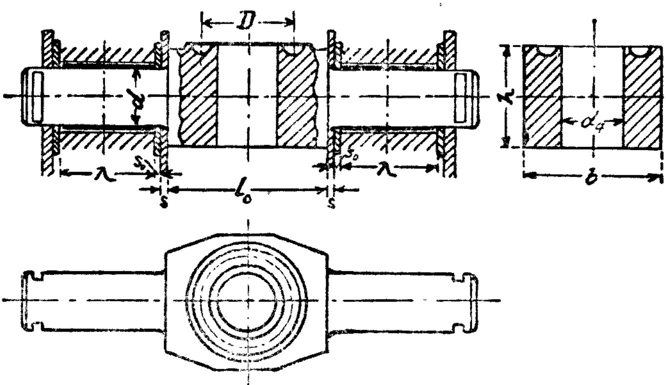
今已知 $Q=30$ 噸， $\lambda=17$ 公分， $S_0+S=1$ 公分，

$D=22$ 公分， $l_0=26.5$ 公分， $d_4=12$ 公分，

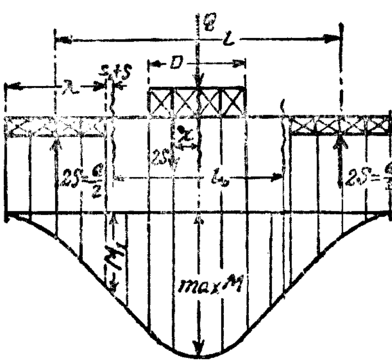
$h=16$ 公分， $k_b=800$ 公斤/公分²， 求 $b=?$



第 100 圖



第 101 圖

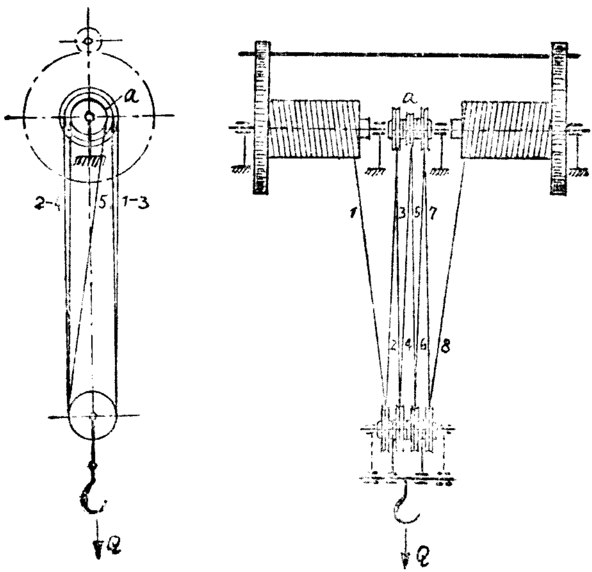


第 102 圖

例 26. 起重機吊鉤之裝置如第 103 圖及 104 圖所示，其受力情形如第 105 圖所示。若吊重 $Q=30$ 噸，索輪軸之長度尺寸如 104 圖所示，設 $k_b=700$ 公斤/公分^2，問其直徑 $d=$？

解： $M=\frac{Q}{4}\cdot L_1=\frac{30000}{4}\times 8=60000$ 公分公斤

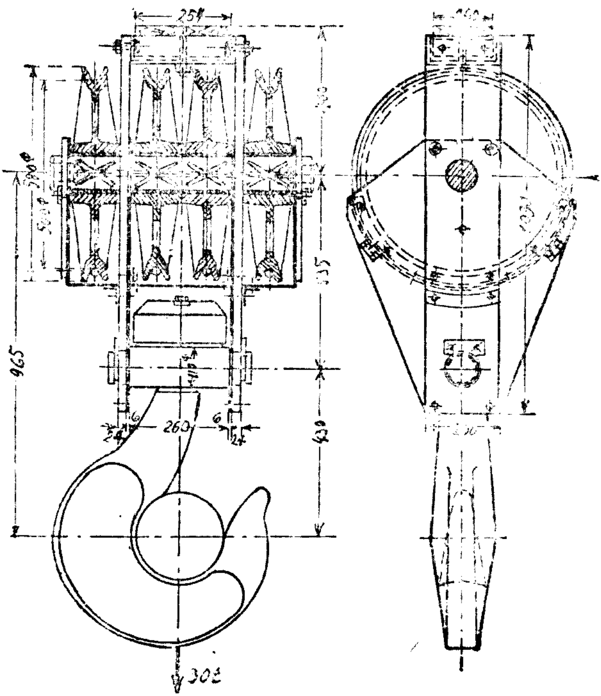
$W=\frac{M}{k_b}=\frac{60000}{700}=85.7$ 公分^3



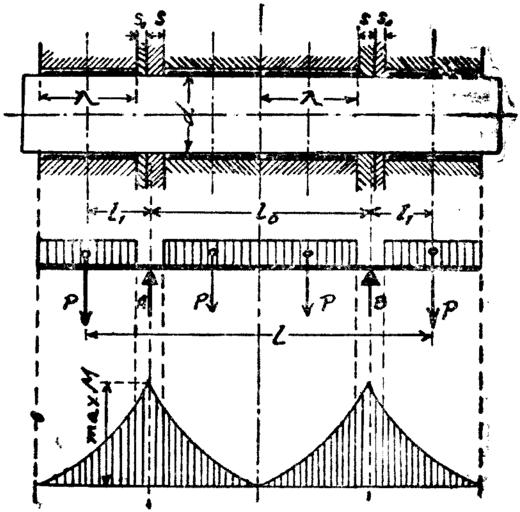
第 103 圖

又因 $$W=\frac{\pi d^3}{32}$$

故 $$d=\sqrt[3]{85.7\cdot\frac{32}{\pi}}=9.557\text{ 公分}=\sim 100\text{ 公厘}$$

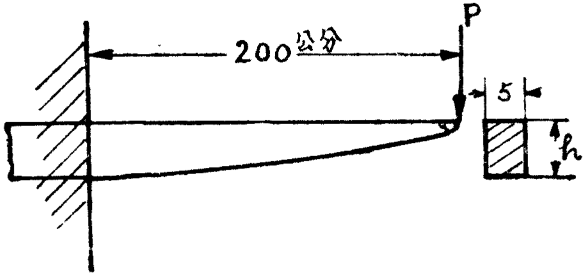


第 104 圖



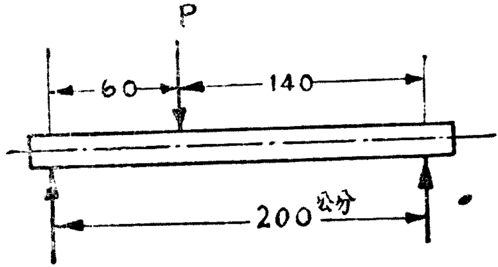
第 105 圖

例 27. 有一臂樑，長 200 公分，受力 $P=1000$ 公斤，如第 106 圖所示，若安全彎應力 $k_b=800$ 公斤/公分^2，又樑之斷面爲長方形，寬 5 公分，求其各處應有之高度 h，並繪圖以明之。



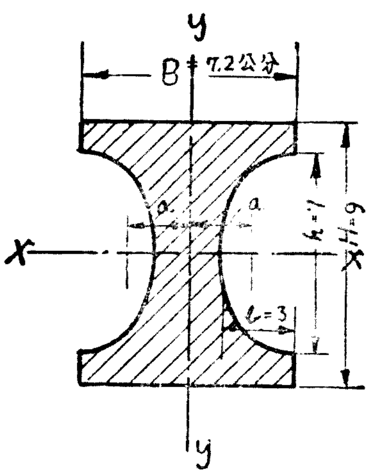
第 106 圖

例 28. 有一祇受彎力之軸，長 200 公分，受單力 $P=1000$ 公斤，如第 107 圖所示。若安全彎應力為 $k_b=600$ 公斤/公分^2，又樑之斷面為圓形，問各處直徑 d 應為若干。計算之，並繪圖以明之。



第 107 圖

例 29. 有一樑，其斷面形狀如 108 圖所示。$B=..2$ 公分，



第 108 圖

$H=9$ 公分，$b=3$ 公分，$h=7$ 公分，兩旁空處爲半個橢圓形，求該斷面對於 x 軸之軸惰率 T_x 及對於 y 軸之軸惰率 T_y。

解：(1) 求 T_x

矩形 $B\times H$ 對於 x 軸之惰率爲：

$$T_{x1}=\frac{B\cdot H^3}{12}=\frac{7.2\cdot 9^3}{12}=437 \text{ 公分}^4$$

橢圓形對於 x 軸之惰率爲：

$$T_{x2}=\frac{\pi\left(\frac{h}{2}\right)^3\cdot b}{4}=\frac{\pi\cdot 3.5^3\cdot 3}{4}=101 \text{ 公分}^4$$

故該斷面對於 x 軸之軸惰率爲：

$$T_x=T_{x1}-T_{x2}=437-101=336 \text{ 公分}^4$$

(2) 求 T_y

矩形 $B\times H$ 對於 y 軸之軸惰率爲：

$$T_{y1}=\frac{H\cdot B^3}{12}=\frac{9\cdot 7.2^3}{12}=280 \text{ 公分}^4$$

半個橢圓形對於各該形之縱軸之惰率爲：

$$T_{y2}=\frac{\pi\cdot b^3\cdot \frac{h}{2}}{8}=\frac{\pi\cdot 3^3\cdot 3.5}{8}=37.2 \text{ 公分}^4$$

半個橢圓形之面積爲：

$$f=\frac{h}{4}\cdot b\cdot\pi=1.75\cdot 3\cdot\pi=16.5 \text{ 公分}^2$$

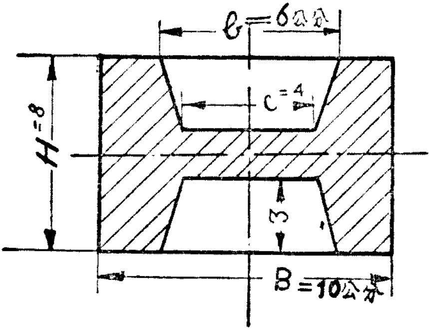
$$a=\frac{B}{2}-\frac{4}{3}\frac{b}{\pi}=\frac{7.2}{2}-\frac{4.3}{3\cdot\pi}=3.6-1.28=2.32 \text{ 公分}$$

故 $T_y=T_{y1}-2T_{y2}-2f\left[a^2-\left(\frac{B}{2}-a\right)^5\right]$

$$=T_{y1}-2T_{y2}-2f\left(B_a-\frac{B^2}{4}\right)$$

$$=280-74.4-33(2.32\cdot 7.2-3.6^2)$$

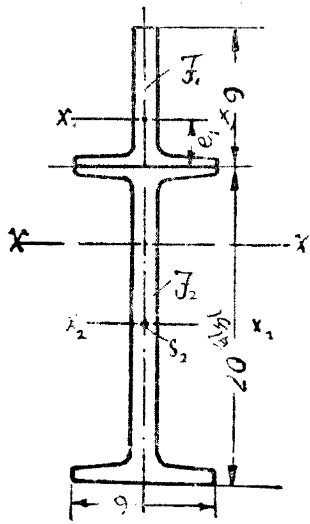
$$=280-74.4-123.4=82.4 \text{ 公分}^4$$



第 109 圖

例 30. 求第 109 圖所示斷面形對於 x 軸及 y 軸之軸惰率 T_x 及 T_y。

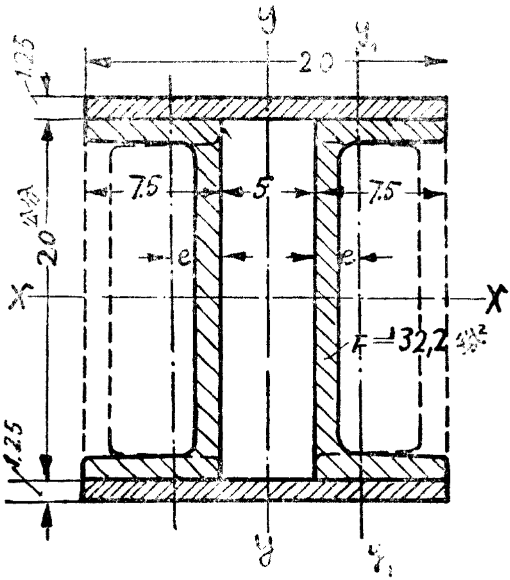
例 31. 有一 9 號T字鐵裝在20號工字鐵上，如第 110 圖所示。已知T字鐵面積 $F_1=17.1$ 公分^2，其重心點 S_1 之距離 e_1 爲 2.48 公分，其對於本身之重心軸 x_1 之軸惰率爲 $T_{x1}=119$ 公分^4，又已知工字鐵之面積爲 $F_2=33.5$公分^2，其對於重心軸 x_2 之軸惰率爲 $T_{x2}=2140$ 公分^2。求二者結合裝置之 $T_x=$? 並求其上下二個軸抵率 W_1 及 W_2。



第 110 圖

例 32. 有一柱或樑，用二條匚

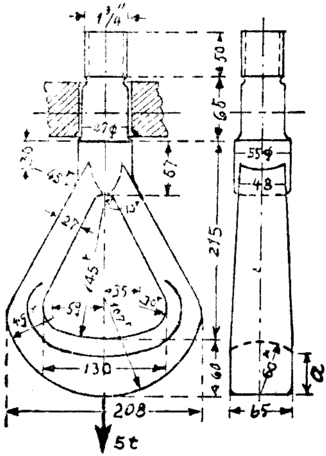
字鐵及二塊鐵板釘合或焊合而成，如第 111 圖所示。[字鐵高 20 公分，其面積各爲 32.2 公分^2，其重心與邊之距離 $e=2.01$ 公分，各條[鐵對於其本身之重心軸 x 之軸惰率爲 $T_{x1}=1910$ 公分^4，對於 y_1 軸爲 $T_{y1}=148$ 公分^4，求結合斷面之 T_x 及 T_y。



第 111 圖

例 33. 若將上題之[字鐵裝成虛線所示之位置，問 $T_x=?$ $T_y=?$

例 34. 有一吊環，如第 112 圖所示，(圖內尺寸爲公厘)吊

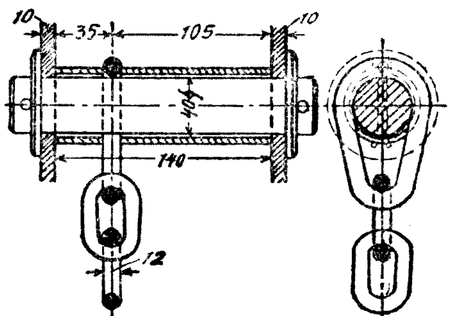


第 112 圖

重 5 鐵，求中間危險斷面之彎應力 σ_b，並求鉤頸內(47 ϕ處 之拉應力。

（註）求斷面之軸惰率時，可以直線代圓弧，分之爲 $(65\times a)$ 之長方形及等腰三角形。

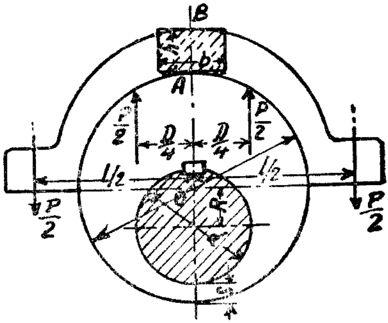
例 35. 鍊上吊重 1300 公斤，如第 113 圖所示，鍊粗 12 公厘，橫檔粗 40 公厘，求鍊內之拉應力 σ_z 及橫檔之彎應力 σ_b，若材料統爲軟鎔鋼，問安全否？



第 113 圖

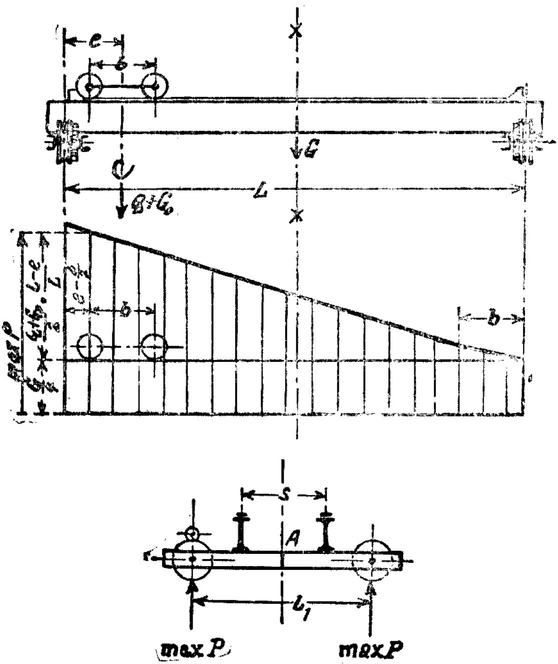
例 36. 有一偏心軛，如 114 圖所示，若 $l=20$ 公分，$D=12$ 公分，$P=1000$ 公斤，$k_b=600$ 公斤/公分²，若危險斷面

$A-B$ 爲長方形,$b:h=4:3$,問 $b=?$ $h=?$



第 114 圖

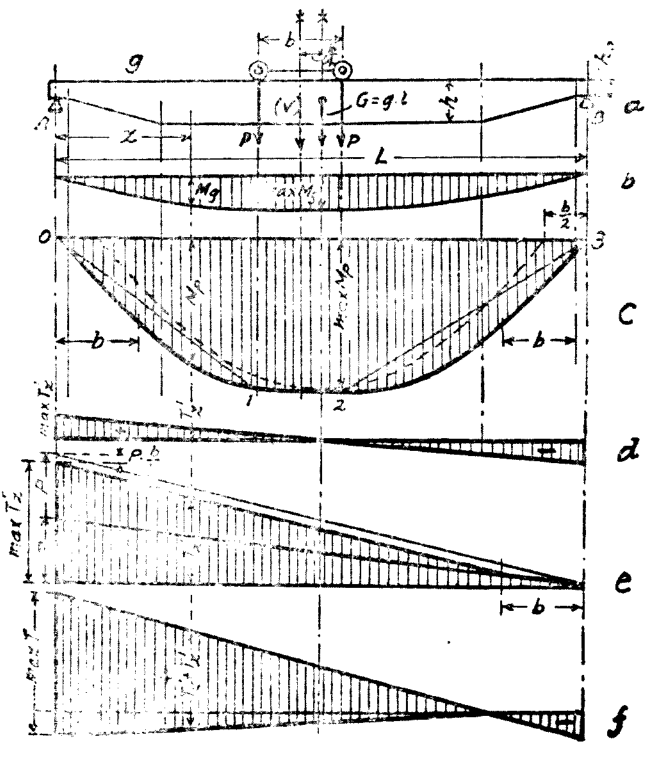
例 37. 有一縱橫行駛吊車,如第 115 圖所示,在吊重車停在最左處時,試用字母計算左端二輪所受之最大壓力 ${}_{max}P$, 並計算斷面 A 所



第 115 圖

受之彎力距。

例 38. 有一縱横行駛吊車，如第 116 圖所示，車架長 $L=14$ 公尺，自重 $G=g\cdot L=2800$ 公斤，其上之載重車有四輪，二輪行於此車架上，軸距爲 $b=1.4$ 公尺，其所載之重及自重共爲 24000 公斤，故每輪受力爲 $P=6000$ 公斤。



第 116 圖

(一)求由車架自重 G 所生之彎力距面(分圖 b)。

(二)於載重車之左輪離左支座 A 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 及 12.6 公尺時,求左輪下之彎力距繪成 c 圖。

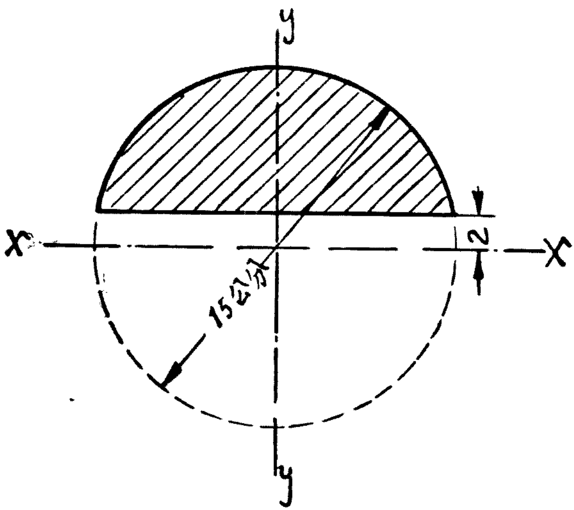
(三)畫由自重 G 而生之橫力圖(分圖 d)。

(四)左輪停在各處時,求其下之橫力(分圖 e)。

(五)由分圖 d 及 e 畫成集合圖 f。

例 39. 用 Mohr 法求長方形 10·6 公分對於其與邊並行之重心軸之軸惰率 T_x 及 T_y。

例 40. 第 117 圖示一圓截面,用 Mohr 法求其 T_x 及 T_y.

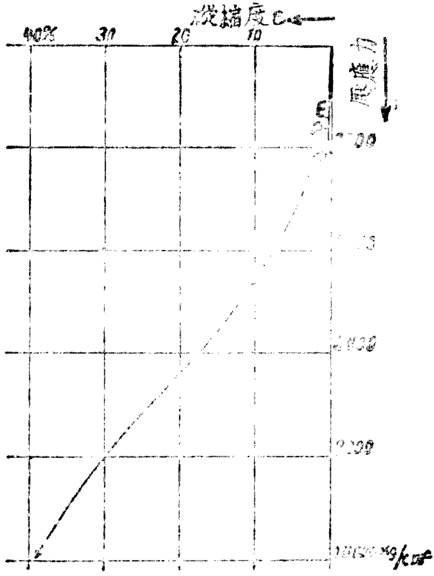


第 117 圖

第五章　壓折

第一節　受力情形

物體受壓力時，若物體頗粗，長度不大，則其變形常在中心線之方向內，其應力與變形間之關係，如第 118 圖所示，若物體細而長，則受壓時常有彎折之虞。壓折強度視物體之材料，長度，寬度及裝置之情形而異。茲詳述之如下：



第 118 圖

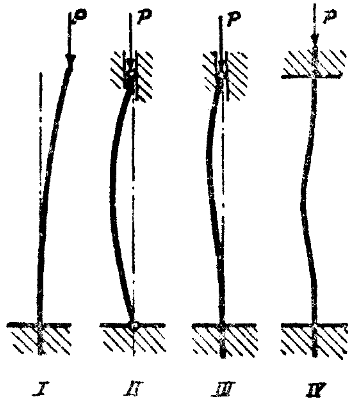
尤拉氏 (Euler) 分裝置情形爲四種(第 119 圖 I, II, III, IV.)。

第 119 圖 I: 物體下端軋牢,上端無靠。

第 119 圖 II: 物體下端有活節,上端有導承。

第 119 圖 III: 物體下端軋牢,上端有導承。

第 119 圖 IV: 物體下端軋牢,上端亦軋牢。



第 119 圖

第二節 壓折之計算

命 P 表示物體安全的能受之外力,以公斤計。

T 表示物體之軸惰率,以公分⁴計。

α 表示縱伸係數。

l 表示物體長度。

s 表示壓折安全度,

則在裝置情形 I 時: $$P_{\text{I}}=\frac{2.5\ T}{s\cdot\alpha\cdot l^2}\text{ 公斤}$$

在裝置情形 II 時: $$P_{\text{II}}=\frac{10\ T}{s\cdot\alpha\cdot l^2}\text{ 公斤}$$

在裝置情形 III 時： $P_{\text{III}}=\frac{20\ T}{s\cdot a\cdot l^2}$ 公斤

在裝置情形 IV 時： $P_{\text{IV}}=\frac{40\ T}{s\cdot \alpha\cdot l^2}$ 公斤

由上四個公式，可知物體兩端軋牢時，能受力最大，一端無靠時，能受力最小。普通計算爲求謹愼起見，不用第三及第四公式，在工業上，裝置情形以第二種爲最普通，第一種情形，究屬罕見，故計算時常用第二公式 $P_{\text{II}}=\frac{10\ T}{s\cdot a\cdot l^2}$.

又命 P_k 表示物體受折斷時所能受之力，

則 $P_k=s\cdot P_{\text{II}}=\frac{10\cdot T}{a\cdot l^2}$；命 $i=$惰率半徑$=\sqrt{\frac{T}{F}}$

則 $$P_k=\frac{10\cdot F\cdot i^2}{al^2}=\frac{10\ F}{a\cdot\left(\frac{l}{i}\right)^2}.$$

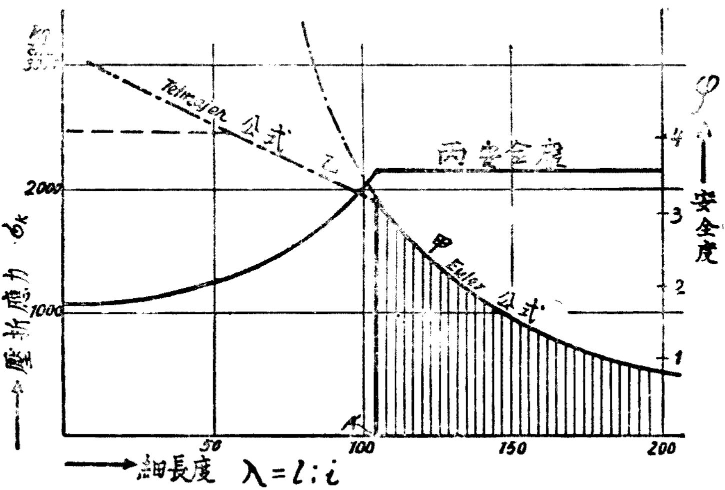
以斷面面積 F 除之，則得：

壓折應力 $$\sigma_k=\frac{P_k}{F}=\frac{10}{a\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

在此公式內，a 之數隨材料而異，l 及 i 隨物體之長度及受力面積之形狀而異。鎔鋼之 $a=\frac{1}{2120000}$，故上式若用於鎔鋼，可寫成：

$$\sigma_k=\frac{21200000}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}\ 公斤/平方公分$$

上式內之 $\left(\frac{l}{i}\right)$ 稱爲細長度 (Schlankheit)，若以 $\left(\frac{l}{i}\right)$ 之值爲橫標，以 σ_k 之值爲縱標，則此公式所示之曲線如第 120 圖甲線。自 $\left(\frac{l}{i}\right)=105$ 以上，由上式算出之 σ_k 甚準確，卽物體斷面之每平方公分受 σ_k 力時，物體卽開始因受壓而彎折，但 σ_k 尙在材料流限之下。若 $\left(\frac{l}{i}\right)<105$，則由上式算出之 σ_k 已與流限相近或且超過之，物體雖不受折，但其材料已不能勝任，故甲線至 A 點止可用，過 A 點不可用。



第 120 圖

故若 $\left(\frac{l}{i}\right)<105$，尤拉公式不復可用，須用泰脫馬氏 (Tetmajer) 公式以代之。

泰脫馬公式：$\sigma_k=\dfrac{P_{II}}{F}=\sigma_{-s}\left[1-C_1\cdot\dfrac{l}{i}+C_2\left(\dfrac{l}{i}\right)^2\right]$公斤/平方公分，$\sigma_{-s}$, C_1, C_2 隨材料而異，如第三表，$\left(\dfrac{l}{i}\right)$隨物體形狀而異：

第三表　σ_{-s}, C_1, C_2 之值

材　　料	σ_{-2}	C_1	C_2	泰脫馬公式之可用範圍
鎔　　鋼	3350	0.00185	0	$0<\frac{l}{i}<110$
軟　鎔　鋼	3100	0.00368	0	$10<\frac{l}{i}<105$
鎳鋼（25% 鎳）	4700	0.00490	0	$0<\frac{l}{i}<86$
鑄　　鐵	7700	0.01546	0.00007	$0<\frac{l}{i}<80$
建築木材	293	0.00662	0	$1.8<\frac{l}{i}<100$

第 120 圖乙線示泰脫馬公式，但若$\left(\quad\right)$之值過小，則完全爲受壓問題，該公式又不適用矣。

求得 σ_k 後，除以安全度 s，即得物體之安全應力。在普通建築鋼料內可照 120 圖丙線選定安全度。在機器上，若某一機件於行動時受壓折力，則安全度須頗大，上述二個公式

$$\sigma_k=\frac{10}{a\left(\frac{l}{i}\right)^2}\quad 及\quad \sigma_k=\sigma_{-s}\left[1-C_1\frac{l}{i}+C_2\left(\frac{l}{i}\right)^2\right]$$

祇可用以覆核物體完能受力幾何（σ_k）。

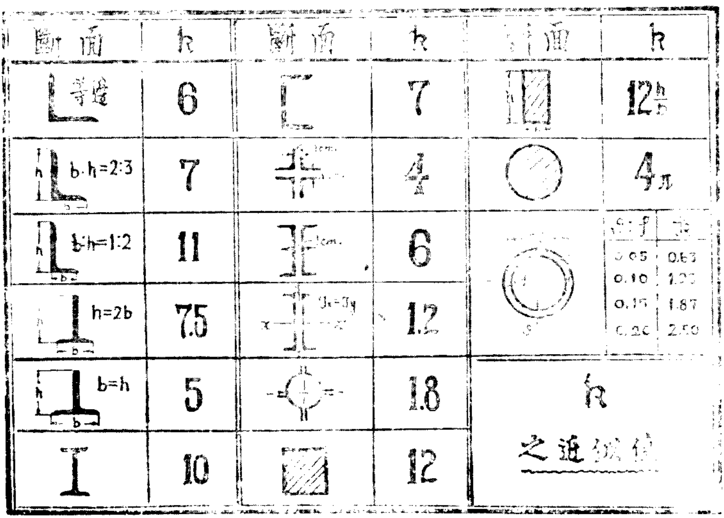
普通計劃建築物時，必先知力之大小，物體之長度，然後由

此二數計算物體斷面之形狀(即 T)。故除上述二式外尚須有他種便於計算 T 及 F 之公式，茲列表載明如下(第四表)：

第四表

公式 $l:i$ ＼ 材料	軟鎔鋼 $\sigma_{-s}=2400$	上等建築鋼料 $\sigma_{-s}=3120$
$0<\frac{l}{i}<100$	$F=\frac{P}{1.4}+0.577\,kl^2$	$F=\frac{P}{1.82}+0.675\,kl^2$
$\frac{l}{i}>100$	$T=1.69P\cdot l^2$	$T=1.69\;P\cdot l^2$
附註	P 以噸計，l 以公尺計，F 以公分^2 計，T 以公分^4 計。	

以上公式內之 k 值，隨物體斷面形狀而異。通常建築上所用柱體之 k 值，如第 121 圖所示。



第 121 圖

計算受壓鑄鐵柱時，可用 $T=6Pl^2$ 公分^4，斷面受壓力，在 $0<\frac{l}{i}\leqq 80$ 時，每平方公分所受之壓應力(σ_d')應爲：

$$\sigma_d'=\left[900-0.1005\left(\frac{l}{i}\right)^2\right]\text{公斤/平方公分}$$

在 $\frac{l}{i}\geqq 80$ 時：

$$\sigma_d'=1645000/\left(\frac{l}{i}\right)^2$$

例 41. 有重力 $P=2000$ 公斤，以長 2 公尺之工字鐵爲柱支承之，問工字鐵應大若干？

解：該柱應有最小之軸惰率 T:

$$T=1.69\ Pl^2=1.69\cdot 2\cdot 2^2=14.3\ \text{公分}^4$$

檢表得 12 號工字鐵， $F=12.4$ 公分^2， $T_y=21.5$ 公分^4

復核：屬於 T_y 之惰率半徑爲 $i_y=\sqrt{\frac{T_y}{F}}=1.23$ 公分

因 $\frac{l}{i}=\frac{200}{1.23}=163$，故應用尤拉公式。

$$\sigma_k=\frac{10}{a\cdot\left(\frac{l}{i}\right)^2}=\frac{10\cdot 2120000}{163^2}=800\ \text{公斤/公分}^2$$

該柱之壓應力爲 $\sigma=\frac{2000}{12.4}=161$

安全度 $s=\frac{\sigma_k}{\sigma}=\frac{800}{161}=4.9$ 倍

例 42. (a) 有重力 $P=78$ 噸，以二條匚字鐵爲柱以承之，柱之斷面形如][，使 $T_x=T_y$，柱長 3.3 公尺，問應用幾號

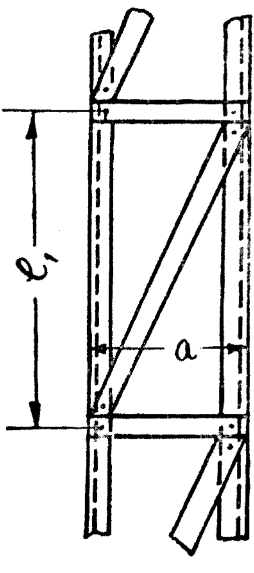
匚字鐵?

(*b*)若用四條L字鐵 (80·80·12) 爲柱，其斷面形如 ⊟⊟，使 $T_x=T_y$，柱長亦爲 3.3 公尺，間柱邊 a 應長若干 (第 122 圖 a)?

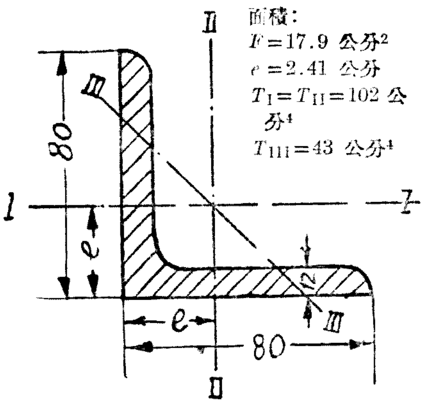
此四條L字鐵，用扁鐵作橫檔聯釘之，如第 122 圖所示，若每條L字鐵所受之力爲:

$$P'=1.15\cdot\frac{P}{4},$$ 則橫檔間之空長 $l_1=$?

(註)L字鐵 80×80×12 之尺寸及惰率如第 123 圖。



第 122 圖

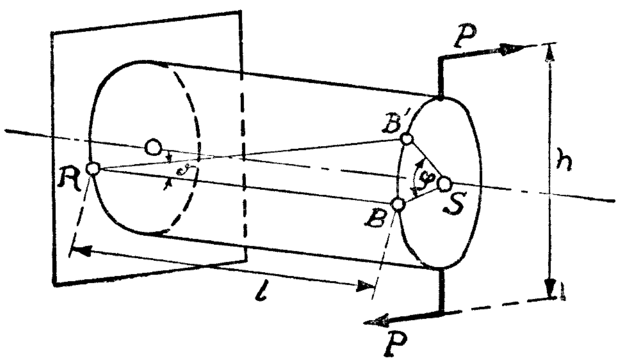


第 123 圖

第六章　扭轉 (Verdrehung)

第一節　扭力距，分子之抵抗

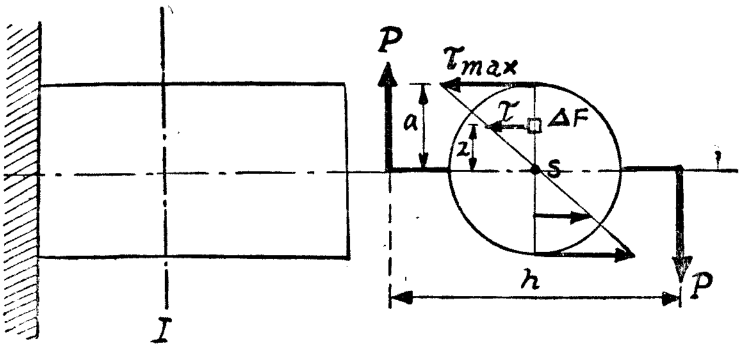
設有偶力作用於一軸上，其平面垂直於軸之中心線，則此偶力之力距，對於軸發生純粹扭轉作用如第 124 圖所示。此圖示一軸段，左端軋牢，不能轉動，右端有一偶力，其力距為 $P \cdot h$，對於軸發生純粹扭轉作用，其所生之扭力距 (Drehmoment) 為 $Md = P \cdot h$ 公斤公分，軸受此外力作用時，AB 線上之 B 點轉至



第 124 圖

B' 處，故垂直於軸中心線之各平面均變其相對的地位，因此，分子間遂發生扭應力（卽分子間受扭時之抵抗力），此各分子間之應力 τ 均以中心 S 為極 (Pol)，因 S 點於軸受扭轉時不動，而離

S 愈遠之分子，移動愈劇也，故 S 點上分子之扭應力 τ 爲 0，圓周上之分子間之扭應力爲最大 (τ_{max})。假定扭應力 τ 由內向外依直線而增加，則如第 125 圖所示，得下式：



第 125 圖

$$\tau=\frac{z}{a}\cdot\tau_{max}=\frac{\tau_{max}}{a}\cdot z$$

又外力之扭力距爲：$M_d=P\cdot h$.

內力之扭力距卽抵抗力距爲：

$$M_d=\tau_1\cdot\Delta F_1\cdot z_1+\tau_2\cdot\Delta F_2\cdot z_2+\tau_3\cdot\Delta F_3\cdot z_3+\cdots\cdots$$

$$=\frac{\tau_{max}}{a}\cdot z_1\cdot\Delta F_1\cdot z_1+\frac{\tau_{max}}{a}\cdot z_2\cdot\Delta F_2\cdot z_2$$

$$+\frac{\tau_{max}}{a}\cdot z_3\cdot\Delta F_3\cdot z_3+\cdots\cdots$$

$$=\frac{\tau_{max}}{a}(\Delta F\cdot z_1^2+\Delta F_2\cdot z_2^2+\Delta F_3\cdot z_3^2+\cdots\cdots)$$

$$=\frac{\tau_{max}}{a}\Sigma\ \Delta F\cdot z^2$$

此 $\Sigma\ \Delta F\cdot z^2$ 名爲極惰率 (Polares Trägheitsmoment)，今

以 T_p 表之，則得：

$$M_d=\frac{\tau_{max}}{a}\cdot T_p=\tau_{max}\cdot\frac{T_p}{a}$$

$\frac{T_p}{a}$ 稱為極抵率 (Polares Widerstandsmoment)，今以 W_p 表之，則得.

$$M_d=\tau_{max}\cdot W_p$$

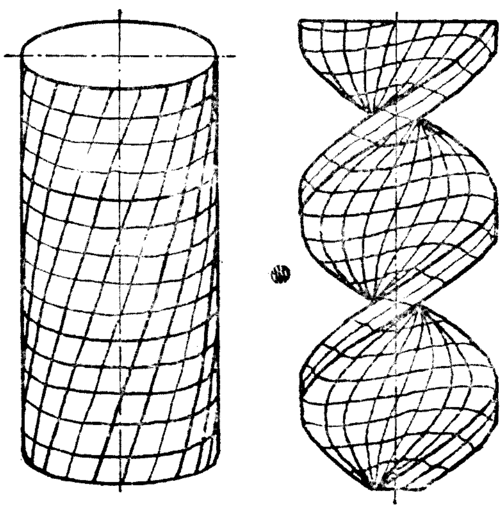
$$\tau_{max}=\frac{M_d}{W_p}\leqq k_d$$

此最大之分子間應力，不得超過安全扭轉應力 (zulässige Drehspannung) k_d 之數。

第二節 扭轉變形

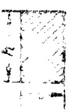
物體受扭轉時，其內之分子均在扭轉方向內移動；若在其表面劃線，則其受扭轉後之形如第 126 圖所示。

軸受扭轉力距時，AB 線變其原位而成 AB'



第 126 圖

對於重要斷面計算扭應力 τ_1 扭力矩 M 及變形角 φ 公式:(第 127 至 133 圖)

斷面形狀	扭應力 τ	扭力矩 M	每公尺之變形角 φ(以弧度計)
 圓形	在表面上有最大扭應力 $\max\tau=\frac{M}{\frac{\pi}{16}d^3}$ 往內依直線形減小至中心為零.	$M=\frac{\pi}{16}d^3k_d$ $\approx 0.2d^3k_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{\frac{\pi}{32}d^4}$ $\approx\beta\frac{M}{0.1d^4}$
 空心圓形	在表面上有最大扭應力 $\max\tau=\frac{M}{\frac{\pi}{16}\frac{D^4-d^4}{D}}$ 往內依直線形減小.	$M=\frac{\pi}{16}\frac{D^4-d^4}{D}k_d$ $\approx 0.2\frac{D^4-d^4}{D}k_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)}$ $\approx\beta\frac{M}{0.1(D^4-d^4)}$
 空心圓形 d甚大 D為平均直徑 $D=d+s$	$\max\tau=\frac{M}{\frac{\pi}{2}D^2s}$	$M\approx\frac{\pi}{2}D^2sk_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{\frac{\pi}{4}sD^3}$
 橢圓形	在b軸兩端之扭應力 $\tau_h=\frac{M}{\frac{\pi}{16}bh^2}=\max\tau$ 在h軸兩端之扭應力 $\tau_b=\frac{M}{\frac{\pi}{16}h^2b}$ 扭應力往內依直線形減小至中心為零	$M=\frac{\pi}{16}b^2hk_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{\frac{\pi}{16}\frac{b^3h^3}{b^2+h^2}}$
 空心橢圓形 $h>b$ 內外兩橢圓相似	$\tau_h=\frac{M}{\frac{\pi}{16}\frac{b^3h-b_0^3h_0}{b}}=\max\tau$ $\tau_b=\frac{M}{\frac{\pi}{16}\frac{h^3b-h_0^3b_0}{h}}$ τ_h及τ_b之地位如上圖, 扭應力往內依直線形減小.	$M=\frac{\pi}{16}\frac{b^3h-b_0^3h_0}{b}k_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{\frac{\pi}{16}bh\frac{b^3h^3-b_0^3h_0^3}{b^2+h^2}}$
 等邊三角形	$\tau_m=13\frac{M}{h^3}=20\frac{M}{b^3}=\max\tau$ 在每邊之中間.	$M=\frac{h^3k_d}{13}$ $=\frac{b^3k_d}{20}$	$\varphi=\beta\frac{46.188M}{b^4}$
六角形 F=面積 r=內切圓之半徑	$\max\tau=\frac{M}{1.51r^3}$ 在每邊之中間.	$M=1.51r^3k_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{1.85r^4}$
八角形 F=面積 r=內切圓之半徑	$\max\tau=\frac{M}{1.48r^3}$ 在每邊之中間	$M=1.48r^3k_d$	$\varphi=\beta\frac{M}{1.72r^4}$
 矩形 近似公式 $h>b$	最大扭應力在較長一邊h之中間. $\tau_h=\frac{M}{\frac{2}{9}b^2h}=\max\tau$ 在短邊b之中間之扭應力為: $\tau_b=\frac{M}{\frac{2}{9}h^2b}$	$M=\frac{2}{9}b^2hk_d$	$\varphi=3.6\beta\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}M$
正方形 $h\times h$ 近似公式	$\max\tau=\frac{M}{\frac{2}{9}h^3}$ 在每邊之中間	$M=\frac{2}{9}h^3k_d$	$\varphi=7.2\beta\frac{M}{h^4}$

線,在平面 B 上轉成 φ 角,如第 124 圖所示,此 φ 角之數可由下式:

$$\varphi=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{l\cdot M_d}{G\cdot T_p}$$ 角度數計算得之。

l 表示二平面間之距離,以公分計。

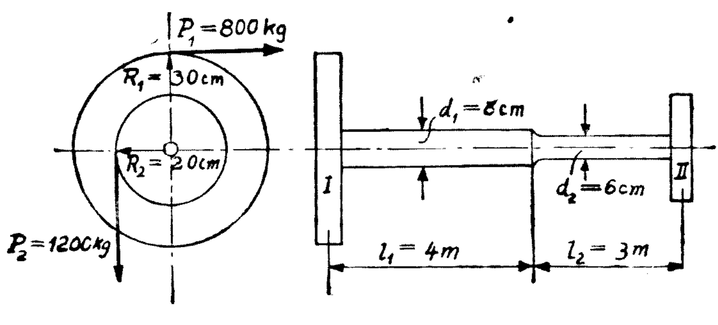
G 為材料之輒移係數 (Gleitmodul) 公斤/公分^2。

T_p 為斷面之極惰率以公分^{4}計。

相距 1 公尺之兩平面(即 $l=1$ 公尺)間之扭轉角度 φ (Verdrehungswinkel)不得超過 $\frac{1}{4}$。若物體受扭轉時,其扭應力 τ 超過材料分子間彈性界限,則物體受扭轉後,不能回復原狀。

對於重要斷面形狀計算扭應力 τ, 扭力距 M 及變形角 φ 之公式如第 127—133 圖所示。

例 43. 有一軸,如第 134 圖所示,由皮帶輪 I 導入扭力距 $M_{d1}=P_1\cdot R_1$, 由皮帶輪 II 導出之。求 l_1 段及 l_2 段之扭應力 τ_1 及 τ_2 及二皮帶輪間之扭轉角度 φ。



第 134 圖

解：
$$\tau_1=\frac{M_{d1}}{W_{p1}}=\frac{1200\cdot 20}{\frac{\pi d_1^3}{16}}=\frac{24000}{\frac{\pi\cdot 8^3}{16}}=235\text{ 公斤/公分}^2$$

$$\tau_2=\frac{M_{d1}}{W_{p1}}=\frac{24000}{\frac{\pi d_2^3}{16}}=555\text{ 公斤/公分}^2$$

$$\varphi^\circ=\varphi_1^\circ+\varphi_2^\circ$$

$$\varphi_1=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{M_d\cdot l_1}{T_{p1}\cdot G}=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{24000\cdot 400}{\frac{\pi d_1^4}{32}\cdot 830000}=16.5^\circ$$

$$\varphi_2=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{M_d\cdot l}{T_{p2}\cdot G}=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{24000\cdot 300}{\frac{\pi d_2^4}{32}\cdot 830000}=39.0^\circ$$

$$\varphi=16.5+39=55.5^\circ$$

例 44. 有一鐵條，其斷面爲長方形 5 公分 ×8 公分。左端插牢在水泥壁內，在其右端加以偶力，其扭力距爲 $P\cdot h=30000$ 公斤公分。求長邊及短邊中間之扭應力 τ_h 及 τ_b.

解：
$$M_d=P\cdot h=30000\text{ 公斤公分}$$

短邊中間之扭應力爲：

$$\tau_b=\frac{M}{\frac{2}{9}bh^2}=\frac{30000}{\frac{2}{9}\cdot 5\cdot 8^2}=\frac{30000}{\frac{2}{9}\cdot 5\cdot 64}=422\text{ 公斤/公分}^2$$

長邊中間之扭應力爲 $\tau_h=\dfrac{M}{\frac{2}{9}\cdot b^2h}=\dfrac{30000}{\frac{2}{9}\cdot 5^2\cdot 8}$

$$=\frac{270000}{400}=675\text{ 公斤/公分}^2$$

例 45. 有一空心軸,外直徑 $D=180$ 公厘,內直徑 $d=150$ 公厘,用鋼鑄成,若安全扭應力為 $k_d=500$ 公斤/公分^2,問能受扭力距 $M_d=?$

第三節 傳動軸之計算

因傳動軸之受力情形,裝置情形,材料強度及工作時之穩定程度隨其用途而各異,故計算公式亦不一而足。簡單言之,凡計算軸之公式統由下列幾個數值湊合而成:

(一)扭力距 M_d,

(二)每分鐘內轉數 n,

(三)軸所受之馬力匹數 N,

(四)安全扭應力 k_d,

(五)變形之角度 φ,

(六)材料強度,以軋移係數 G 代表之。

若軸於受扭外,同時受甚大之彎力距,則須依照第七章"內力之混合作用"之公式計算之。

1. 由 M_d 及 k_d 算軸

此時所用之公式,即為:

$$\frac{M_d}{W_p}\leqq k_d$$

軸之實心圓形者，其 $W_p=\frac{\pi}{16}d^3=\sim 0.2\ d^3$

軸之空心圓形者，其 $W_p=\sim 0.2(D^4-d^4):D$.

II.　由 N, n, k_d 算軸

因　$M_d=\frac{450000}{2\pi}\cdot\frac{N}{n}$，　$W_p=\frac{\pi}{16}d^3$，故得：

$$d=\sqrt[3]{\frac{3600000}{\pi^2}\cdot\frac{1}{k_d}\cdot\frac{N}{n}}\ \text{公分}$$

又因無論何種軸，均受彎力距（例如皮帶輪之重量，皮帶之拖力等）。故計算傳動軸時，普通用 $k_d=120$ 公斤/公分^2。以此值代入上式，則得：

$$d=\sqrt[3]{3000\cdot\frac{N}{n}}=14.5\sqrt[3]{\frac{N}{n}}\ \text{公分。}$$

III.　以"扭轉角 $\varphi\leqq\frac{1}{4}^\circ$ 每公尺"爲計算標準

相距一公尺之兩平面間（$l=1$ 公尺）之扭轉角度不得超過 $\frac{1}{4}^\circ$. 已詳第二節，由此可得下列公式：

$$\varphi=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{1\cdot M_d}{G\cdot T_p}=\frac{180}{\pi}\cdot\frac{M_d}{G\cdot\frac{\pi}{32}d^4}\leqq\frac{1}{4}$$

故：　$$d^4\geqq\frac{4\cdot 180\cdot 32\cdot\frac{450000}{2\pi}\cdot\frac{N}{n}}{G};$$

軸之材料普通爲鎔鋼，鎔鋼之 $G=830000$，

故：　$$d^4\geqq 2000\frac{N}{n}$$

$$d \geqq 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad \text{公分}$$

計算旋轉甚速之電動機軸時,以 17 代上式內之 12,

即:
$$d = 17\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

例 46. 有一傳動總軸須傳導 100 匹馬力,轉數為每分鐘 300 轉。問該軸應粗若干?

解: (一) $d = 14.5\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 14.5\sqrt[3]{\frac{100}{300}} = 14.5\sqrt[3]{0.333}$

$= 14.5 \cdot 0.694 = 10$ 公分。

(二) $d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}} = 12\sqrt[4]{\frac{100}{300}} = 12\sqrt[4]{0.3333}$

$= 12 \cdot 0.760 = 9.15 = 9.5$ 公分。

例 47. 用圖表法,照公式 $d = 14.5\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$,在 $n = 100, 150, 200, 250, 300, 350$ $400, 450$ 及 500 轉時以曲線表示 d 與 N 間之關係。

例 48. 有一傳動軸,傳導 12 匹馬力,每分鐘 600 轉,試計算其直徑 d。

解: (一) $d = 14.5\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 14.5\sqrt[3]{\frac{12}{600}} = 3.92$ 公分

(二) $d = 12\sqrt[4]{\frac{N}{n}} = 12\sqrt[4]{\frac{12}{600}} = 4.5$ 公分

因由第二式得較大之數，故應依照第二式計算。普通習慣，算得直徑後，向上放大，取整數，因上二式內之等號均以 $k_d=120$ 及 $\varphi=\frac{1}{4}°$/公尺爲準，而軸在受力時，其 σ_d 及 φ 均不得超過此數也，故 d 應做成 50 公厘。

第七章　內力之混合作用

上述拉力及壓力，均經假定作用於物體之重心軸上，故祇能在物體內引起與物體中心線並行（即完全垂直於物體斷面）之內應力。扭力亦經假定作用於垂直於物體中心線之平面內，祇能發生純粹的扭力距而在物體內引起以零點（Nullpunkt）爲極之扭應力，且此扭應力完全作用於斷面之平面內。彎力亦經假定作用於中心線之平面內。除橫力之有剪的作用外，祇能發生純粹的彎力距，在物體內引起彎應力（Biegespannung）。

但在實際上，物體受力情形不如是之簡單。着力之點適合上述假定者甚少。故拉力或壓力除引起拉應力或壓應力外，常同時發生彎力距，而引起彎應力。彎力除引起彎應力外，常同時發生剪力而引起剪應力，或且發生扭力距而引起扭應力。茲分述之如下：

第一節　拉或壓及彎

如第135圖所示，P' 作用於物體 A 上，其方向與物體之中心線成 α 角。則此力發生拉力 P 及彎力 H，在物體之最上斷面 $(a-a)$ 上引起拉應力及最大彎應力。

(1) $\sigma_z = +\frac{P}{F}$ 公斤/平方公分(正號表受拉,負號表受壓)。

(2) $\sigma_b = \pm\frac{H \cdot l}{W}$ 公斤/平方公分。

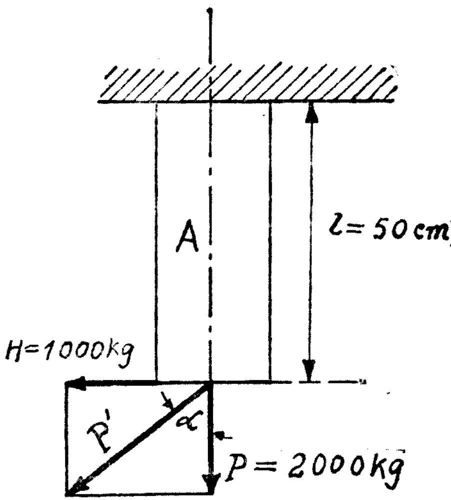
合此 σ_z 及 σ_b 而得合應力 σ_r:

$$\sigma_r = \sigma_z \pm \sigma_b = \frac{P}{F} \pm \frac{H \cdot l}{W} \text{ 公斤/平方公分。}$$

若第 135 圖內之 P' 力變其作用方向,則 P 為壓力,H 仍為彎力,$a-a$ 斷面上之合應力 σ_r 為:

$$\sigma_r = -\frac{P}{F} \pm \frac{H \cdot l}{W}$$

公斤/平方公分。



第 135 圖

由上述二式算出之合應力 σ_r 不得超過安全拉應力 k_z,安全壓應力 k,並不得超過安全彎應力 k_b.

第二節　拉或壓及剪或扭

有一柱形物體受拉或受壓，同時受剪或受扭，茲命 σ_z 爲拉應力，σ 爲壓應力，τ 爲剪應力或扭應力，則於分別算得後，可用下式計算其集合應力 σ_i：

（一）由 σ_z 及 τ 得：$\sigma_i = 0.35\,\sigma_z + 0.65\sqrt{\sigma_z^2 + 4(\alpha_0\tau)^2} < k_z$

式內 $\alpha_0 = \dfrac{k_z}{1.3\,k_s}$ 或 $\dfrac{k_z}{1.3\,k_d}$

（二）由 σ 及 τ 得：$\sigma_i = 0.35\,\sigma + 0.65\sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha_0\tau)^2} < k.$

上式內之 $\alpha_0 = \dfrac{k}{1.3\,k_s}$ 或 $\dfrac{k}{1.3\,k_d}$

在機械上，計算機軸或其他樑形物體時，普通不計及其由橫力（Querkraft）所生之剪應力，因其數值甚小也。

第三節 彎及扭

凡傳動軸除受扭外，必兼受彎，因其上有輪體重量及皮帶拉力也。若彎力不大，則可照第六章第三節計算軸之尺寸；否則應用集合力距 M_i 之公式計算之。

$$M_i = 0.35\,M_b + 0.65\sqrt{M_b^2 + (\alpha_0\,M_d)^2}\ \text{公斤公分。}$$

式內之 M_b 爲彎力距，以公斤公分計。

M_d 爲扭力距，以公斤公分計。

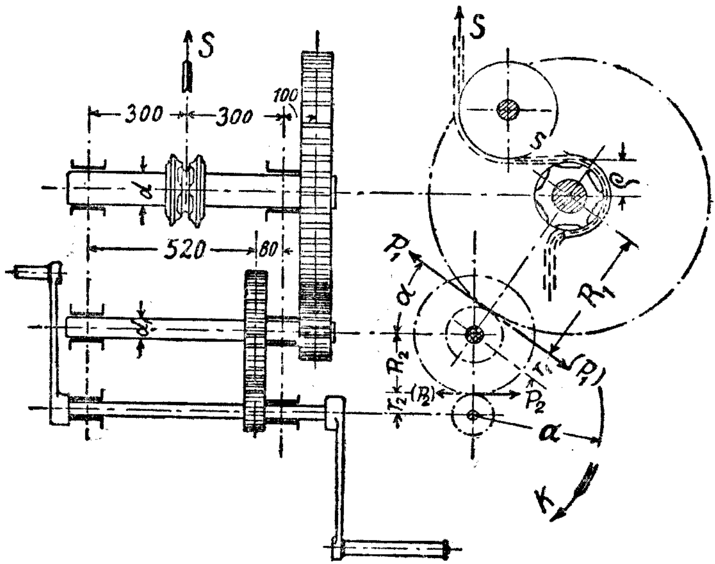
$\alpha_0 = \dfrac{k_z}{1.3\,k_d}$ 爲安全應力之比數。

由集合力距 M_i 可用下式：

$$\sigma_i=\frac{M_i}{W}\ 公斤/公分^2$$

計算複應力 σ_i；式內之 W 爲軸抵率。此 σ_i 不得超過安全彎應力 k_b。

例 49.　有一手搖起重機，其傳動部份如第 136 圖所示。



第 136 圖

在軸 d 上裝一繚輪，繚輪之半徑爲 ρ，主動手柄 K 以齒輪 r_2，R_2，軸 d_1 及齒輪 r_1 及 R_1 轉動 d 軸及繚輪。繚上之力爲 S。若

$S=3000$ 公斤

$d=100$　公厘　　$d_1=70$　公厘

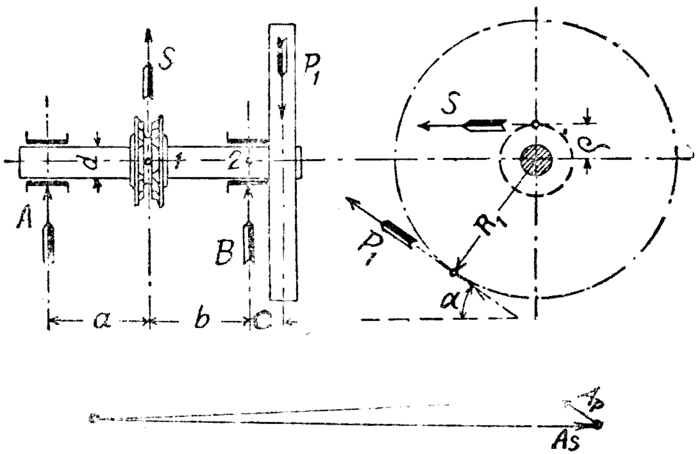
$\rho=107$ 公厘　　$R_1=420$ 公厘

$r_1=84$ 公厘　　$R_2=180$ 公厘

$r_2=60$ 公厘　　$\alpha=36°$

求 d 軸及 d_1 軸內之複應力。

解：(1) 計算 d 軸(第 137 圖)。



第 137 圖

支力 A：由練之拉力 S 所發生者為：

$$A_s=\frac{S\cdot b}{a+b}=\frac{3000\times 30}{30+30}=1500 \text{ 公斤}(\searrow)$$

由齒輪壓力 P_1 所發生者為：

$$A_p=\frac{P_1\cdot c}{a+b}=\frac{764.3\times 10}{30+30}=127.4 \text{ 公斤}(\nwarrow)$$

$\left(\text{因}\ P_1=\frac{S\cdot\rho}{R_1}=\frac{3000\times107}{420}=764.3\ \text{公斤}\right)$

照 137 a 圖所示,可由 A_s 及 A_p 得:

$$A=\sqrt{A_p{}^2+A_s{}^2-2A_pA_s\cos\alpha}$$

$$=\sqrt{127.4^2+1500^2-2\times127.4\times1500\times0.80902}$$

$$=\sqrt{16250+2250000-303000}$$

$$=\sqrt{1963250}=1400\ \text{公斤}(\nearrow)$$

支力 B:　由 S 發生者:

$$B_s=\frac{S\cdot a}{a+b}=\frac{3000\times30}{30+30}=1500\ \text{公斤}(\rightarrow)$$

由齒輪壓力 P_1 發生者:

$$B_1=\frac{P_1\cdot(a+b+c)}{a+b}=\frac{764.3\cdot70}{60}=890\ \text{公斤}(\searrow)$$

$$\therefore\quad B=\sqrt{B_s{}^2+B_p{}^2-2B_s\,B_p\cos(180^\circ-\alpha)}$$

$$=\sqrt{1500^2+890^2-2\times1500\times890(-\cos\alpha)}$$

$$=\sqrt{2250000+791000+2160000}$$

$$=\sqrt{5201000}=2280\ \text{公斤}(\searrow)$$

1 處彎力距:　$M_{b1}=Aa=1400\times30=42000$ 公分公斤。

2 處彎力距:　$M_{b2}=P_1c=764.3\times10=7643$ 公分公斤。

扭力距:　$M_d=S\cdot\rho=3000\times10.7=32100$ 公分公斤。

故:　$M_i=0.35\,M_{b1}+0.65\sqrt{M_{b1}^2+(\alpha_0\,M_d)^2}$

$$=0.35\times 42000+0.65\sqrt{42000^2+32100^2}$$

$$=14700+0.65\sqrt{1762000000+972000000}$$

$$=14700+0.65\sqrt{2734000000}$$

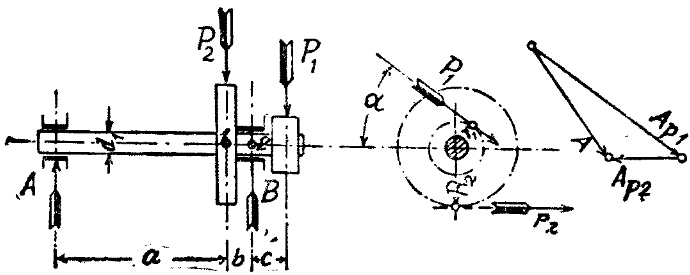
$$=14700+0.65\times 52000$$

$$=14700+33700=48400 \text{ 公分公斤。}$$

［(註)　$\alpha_0=\frac{k_z}{1.3\,k_b}=\frac{k_d}{1.3\,k_d}=\frac{550}{1.3\cdot 456}$(軟鎔鋼)$=\sim 1$］

$$\therefore\qquad \sigma_i=\frac{M_i}{W}=\frac{48400}{\frac{\pi\cdot d^3}{32}}=\frac{32\times 48400}{10^3\cdot\pi}=493 \text{ 公斤/公分}^2$$

(2)　計算 d_1 軸，第 138 圖。



第 138 圖

$$P_2=\frac{P_1 r_1}{R_2}=\frac{764.3\times 84}{180}=356 \text{ 公斤}$$

支力 A：　由 P_1 發生者：

$$A_{p1}=\frac{P_1 c}{a+b}=\frac{764.3\times 10}{52+8}=1274 \text{ 公斤}(\searrow)$$

由 P_2 發生者：

$$A_{p2}=\frac{P_2 b}{a+b}=\frac{356\times 8}{52+8}=47.5 \text{ 公斤}(\leftarrow)$$

$$\therefore\quad A=\sqrt{A_{p1}{}^2+A_{p2}{}^2-2A_{p1}\ A_{p2}\cos\alpha}$$

$$=\sqrt{127\cdot4^2+47\cdot5^2-2\times127.4\times47.5\times0.80902}$$

$$=\sqrt{16240+2260-9750}$$

$$=\sqrt{8750}=93.5 \text{ 公斤}(\searrow)$$

支力 B：　由 P_1 發生者：

$$B_{p1}=\frac{P_1(a+b+c)}{a+b}=\frac{764.3\times70}{60}=892 \text{ 公斤}(\nwarrow)$$

由 P_2 發生者：

$$B_{p2}=\frac{P_2 a}{a+b}=\frac{356\times52}{60}=310 \text{ 公斤}(\leftarrow)$$

故：　$$B=\sqrt{B_{p1}{}^2+B_{p2}{}^2-2B_{p1}\cdot B_{p2}\cos(180^\circ-\alpha)}$$

$$=\sqrt{892^2+310^2-2\times892\times310\times(-0.80902)}$$

$$=\sqrt{798000+96000+445000}$$

$$=\sqrt{1339000}=1140 \text{ 公斤}(\nwarrow)$$

1 處彎力距：$M_{b1}=A_a=93.5\times52=4860$ 公斤公分

2 處彎力距：$M_{b2}=P_1 c=764.3\times10=7643$ 公分公斤

扭力距：　$M_d=P_2\cdot R_2=356\times18=6400$ 公分公斤

$$\therefore\quad M_i=0.35\ M_{b2}+0.65\sqrt{M_{b2}^2+(\alpha_0 M_d)^2}$$

$$=0.35\times7643+0.65\sqrt{7643^2+6400^2}$$

$$=2675+0.65\sqrt{58200000+41000000}$$

$$=2675+0.65\sqrt{99200000}$$

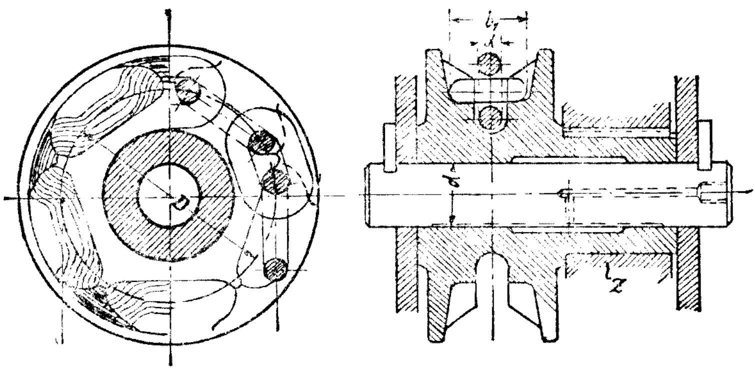
$$=2675+0.65\times9960=2675+6475$$

$=9150$ 公分公斤。

$$\therefore \quad \sigma_i=\frac{M_i}{W}=\frac{9150}{0.1\times7^3}=267 \text{ 公斤/公分}^2$$

故知 d 軸內及 d_1 軸內之應力均在安全彎應力 $k_b=500$ 之下。

例 50. 有一練輪附有齒輪 z, 同裝在軸釘 d 上, 如第 139



第 139 圖

圖所示。練力及齒輪力之作用情形如第 140 圖所示。其計算法若何?

解: s 爲練力, 等於所吊重量 Q 之一半。 $s=\frac{Q}{2}$.

P 爲齒力,……………………………………P

軸上左段受力處,長……………………λ_1

輪内中段空處,長……………………λ_0

軸上右段受力處,長……………………λ_2

支點鐵板,左右各厚……………………s

P 與 s 成……………………α 角

計算之步驟如下:

(一)先計算練力 S 在縱平面内對軸所發生之力及彎力距等:

第 140 圖子

支力 A' 及 B':

$$A'=s\cdot\frac{l_2}{l};\qquad B'=s\cdot\frac{l_1}{l}$$

λ_1處之均佈力 P'_1 及 λ_2 處之均佈力 P'_2:

$$P'_1=s\cdot\frac{a'_2}{a};\qquad P'_2=s\cdot\frac{a'_1}{a}$$

由上四力 A', B', P'_1 及 P'_2 畫彎力距面,如第 140 圖丑所示。並由此四力畫横力圖,可以證明 ${}_{max}M'$ (由 s 所生之最大彎力距)卽在横力等於零處 (m),如第 140 圖寅所示。

(二)次計算齒力 P 在斜平面内對於軸所發生之力及彎力距等:

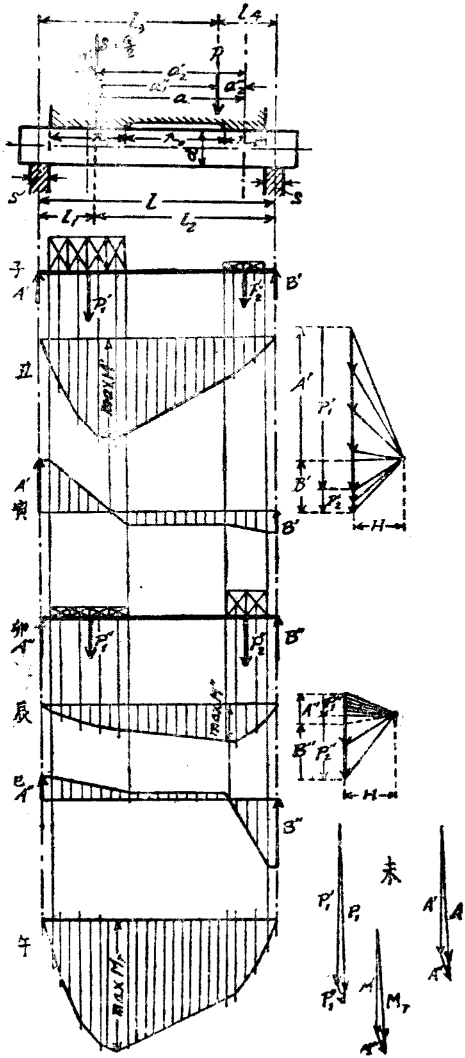
第 140 圖卯

支力 A'' 及 B'':

$$A''=P\cdot\frac{l_4}{l};\qquad B''=P\cdot\frac{l_3}{l}$$

λ_1 處之均佈力 P''_1 及 λ_2 處之均佈力 P''_2:

$$P''_1=\frac{P\cdot a''_2}{a};\qquad P''_2=\frac{P\cdot a''_1}{a}$$



第 140 圖

由此四力A''，B'' P''_1 及 P''_2 畫彎力距面，如第 140 圖辰所示，並由此四力畫橫力圖，可以證明 $_{max}M''$（由 P 所發之最大彎力距）卽在橫力等於零 (n)，如第 140 圖巳所示。

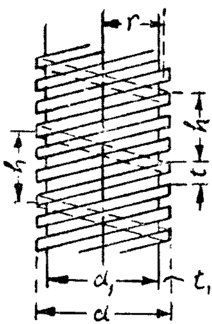
彎力距面(M')丑及彎力距面(M'')辰之間之角度為 $\alpha°$；其集合彎力距面 M_r 如 140 圖午所示。集合法如附圖未所示。

例 51. 上題內之練力 $S=3000$ 公斤，$P=1500$ 公斤，又 $\lambda_1=70$ 公厘，$\lambda_0=80$ 公厘，$\lambda_2=35$

公厘，　$a=30°$，　$s=18$ 公厘，　$l_1=65$ 公厘，　$l_2=55$ 公厘，若安全彎應力 $k_b=700$，問軸釘之直徑 d 應爲若干？

例 52.　有一螺桿壓機，施壓時之最大壓力爲 10 噸，螺紋爲三頭的 (dreigängig)；因螺桿受力係極驟然的，故計算時應以最大壓力之二倍爲準($P=2\cdot P'=20000$ 公斤)；若螺桿係用鎔鋼做成，命安全壓應力 $k=1000$ 公斤/公分²，又螺桿工作時，因在螺帽內轉動，故同時受扭，扭力即螺紋間之摩擦力。若摩擦係數 $\mu=0.1$(摩擦角 $\rho=5°45'$)，安全扭應力爲 $k_d=700$ 公斤/公分²，試計算此螺桿之尺寸。

解：　(1)單用受壓公式預先計算螺桿之尺寸。吾人祇視螺桿單純的受壓，以安全壓應力之三分之二代入公式內，則得螺桿之受壓面積 F 如下：



第 141 圖

$$F=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{P}{\frac{2}{3}\cdot k}=\frac{20000}{\frac{2}{3}\cdot 1000}=30 \text{ 公分}^2$$

$d_1=\sim 6$ 公分

算得螺紋桿之內直徑 d_1 後，乃用 t_1 d_1 及 t 間之常用比數定其尺寸，如第 141 圖所示：

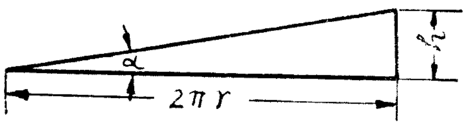
螺紋深度 (Gangtiefe) $t_1=\frac{d_1}{10}=\frac{60}{10}=6$ 公厘。

螺紋鄰距(Teilung)　$t=2t_1=2\cdot6=12$ 公厘。

螺桿升程(Steigung)　$h=3\cdot t$(三頭的)$=36$ 公厘。

螺桿平均直徑爲:　$2r=d_1+t_1=66$ 公厘。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{螺紋斜度} & \tan\alpha=\dfrac{h}{2r\pi}=\dfrac{36}{207.35}=0.174 \\ \text{螺紋斜度角} & \alpha=9°50'\end{array}\right\}\text{第 142 圖}$$



第 142 圖

(2)復核:

此螺桿之實際壓應力爲 σ:

$$\sigma=\frac{P}{\dfrac{\pi\cdot d_1^2}{4}}=\frac{20000}{28.27}=708 \text{ 公斤/公分}^2$$

扭力距爲 M_d:

$$M_d=P\cdot r\cdot\tan(\alpha+\rho)=20000\cdot3.3\cdot0.279=18400 \text{ 公斤公分}$$

故扭應力爲:

$$\tau_d=\frac{M_d}{0.2\,d_1^3}=\frac{18400}{0.2\cdot6^3}=426 \text{ 公斤/公分}^2$$

故集合應力 σ_i 爲:

$$\sigma_i=0.35\,\sigma+0.65\sqrt{\sigma^2+4(\alpha_0\,\tau_d)^2}$$

$$=0.35\cdot708+0.65\sqrt{708^2+4\cdot426^2}$$

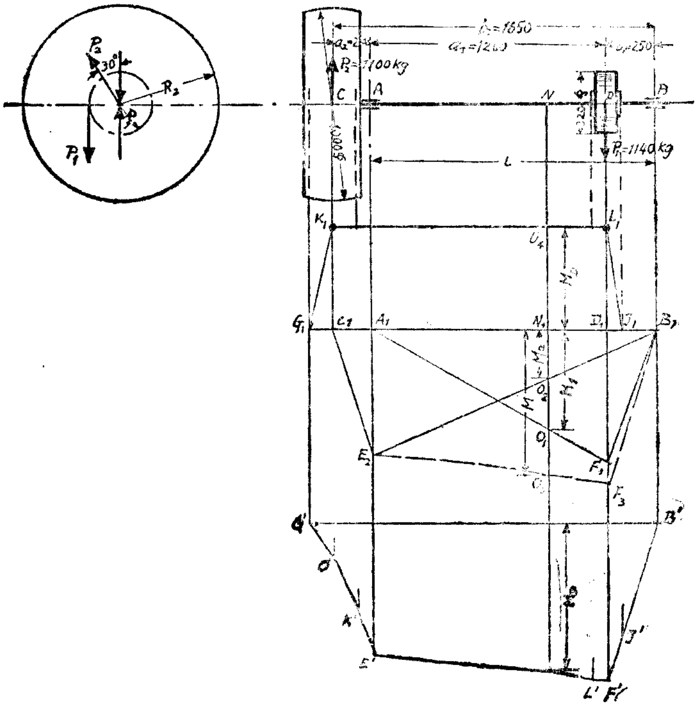
$$=248+0.65\sqrt{500000+4\cdot180000}$$

$$=248+0.65\sqrt{1220000}=248+0.65\cdot1110$$

$$=248+721=969 \text{ 公斤/公分}^2 <1000\,(k)$$

例 53. 依上例之計算法，復核例 13 之受拉螺桿，求其 σ_z, τ_d 及 σ_i。

例 54. 有一機軸，左端 C 處裝一皮帶輪，主動皮帶由總軸



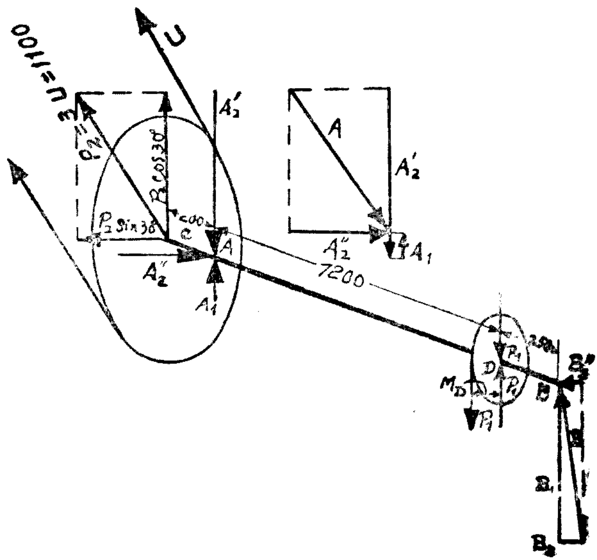
第 143 圖

來,拖動之。皮帶輪間之中心連接線與 C 輪之縱中心軸成 $a=30°$ 角,軸之 D 處有一齒輪,傳其力於他軸。齒上之壓力 $P_1=1140$ 公斤;齒輪半徑 $R_1=16$ 公分,皮帶輪半徑 $R_2=50$公分,如第 143 圖所示,其受力情形如 144 圖所示。

設皮帶之拉力 P_2 等於周圍傳動力 U 之三倍,

又設安全彎應力 $k_b=500$ 公斤/公分^2,安全扭應力 $k_d=600$ 公斤/公分^2。

$a_0=\dfrac{k_b}{1.3\,k_d}=\dfrac{500}{1.3\cdot600}=\dfrac{500}{780}=0.64$。求 D 處及 A 處之直徑 D_D 及 D_A,並計算 B 處之直徑 D_B。



第 144 圖

解: 皮帶周圍傳動力 $U=P_1\cdot\frac{R_1}{R_2}=1140\cdot\frac{16}{50}=365$ 公斤。

皮帶拉力 $P_2=3U=3\cdot365=1100$ 公斤。

其餘計算之步驟如下:

(一) 先分皮帶拉力 $P_2=1100$ 公斤爲縱力及橫力:

縱力: $P_2\cos 30°=1100\cdot0.866=953$ 公斤。

橫力: $P_2\sin 30°=1100\cdot0.50=550$ 公斤。

然後計算支力 A 及支力 B.

(二) 支力 A:

由齒輪壓力 P_1 所生者爲:

$$A_1=1140\cdot\frac{25}{145}=197\ \text{公斤}(\uparrow)$$

由 $P_2\cos 30°$ 所生者爲:

$$A'_2=953\cdot\frac{165}{145}=1085\ \text{公斤}(\downarrow)$$

由 $P_2\sin 30°$ 所生者爲:

$$A''_2=550\cdot\frac{165}{145}=626\ \text{公斤}(\rightarrow)$$

由以上三力得集合之 A 力爲:

$$A=\sqrt{(A'_2-A_1)^2+A''^2_2}=1090\ \text{公斤}(\searrow)$$

支力 B:

由齒輪壓力 P_1 所生者：

$$B_1=1140\cdot\frac{120}{145}=943 \text{ 公斤}(\uparrow)$$

由 $P_2\cos 30°$ 所生者：

$$B'_2=953\cdot\frac{20}{145}=132 \text{ 公斤}(\uparrow)$$

由 $P_2\sin 30°$ 所生者：

$$B''_2=550\cdot\frac{20}{145}=76 \text{ 公斤}(\leftarrow)$$

由以上三力得集合之 B 力爲：

$$B=\sqrt{(B_1+B'_2)^2+B''^2_2}=1080 \text{ 公斤}(\nwarrow)$$

(三) 算得支力後，乃計算 A 處之力距：

彎力距： $M_{bA}=P_2\cdot a_2=1100\cdot 20=22000$ 公斤公分，其彎力距面爲 $C_1\ E_2\ B_1$。

扭力距： 全軸受扭力，自皮帶輪 C 起至齒輪 D 止；假定裝皮帶輪處及裝齒輪處扭力距依直線遞增遞減，則扭力距面如 $G_1\ K_1\ L_1\ T_1$ 所示。自 K_1 至 L_1 扭力距 M_D 爲定數：

$$M_D=P_1\cdot R_1=1140\cdot 16=18240 \text{ 公斤公分。}$$

故 A 處之集合力距 M_{iA} 爲：

$$M_{iA}=0.35\cdot M_{bA}+0.65\sqrt{M_{bA}+(a_0\ M_D)^2}$$

$$=0.35\cdot 22000+0.65\sqrt{22000^2+(0.64\cdot 18240)^2}$$

$$=7700+0.65\sqrt{480000000+153000000}$$

$$=7700+25200=32900 \text{ 公斤公分。}$$

故軸之 A 處應有軸抵率：

$$W_A=\frac{M_{Ai}}{k_b}=\frac{32900}{500}=66 \text{ 公分}^3\text{。}$$

$$\therefore \quad D_A=\sqrt[3]{660}=8.7 \text{ 公分} \sim 90 \text{ 公厘。}$$

(四)計算 D 處之力距：

$$M_{bD}=B\cdot b_1=1080\cdot 25=27000 \text{ 公斤公分（即}D_1F_3\text{）。}$$

由 P_1 發生之彎力距面為 $A_1\ F_1\ B_1$，與由 P_2 發生之彎力距面 $C_1\ E_2\ B_1$ 集合後得彎力距面 $C_1\ E_2\ F_3\ B_1$。

故　$$M_{iD}=0.35\ M_{bD}+0.65\sqrt{M_{bD}{}^2+(\alpha_0\ M_D)^2}$$

$$=0.35\cdot 27000+0.65\sqrt{27000^2+(0.64\cdot 18240)^2}$$

$$=9500+0.65\sqrt{730000000+153000000}$$

$$=9500+0.65\cdot 29800=9500+19400$$

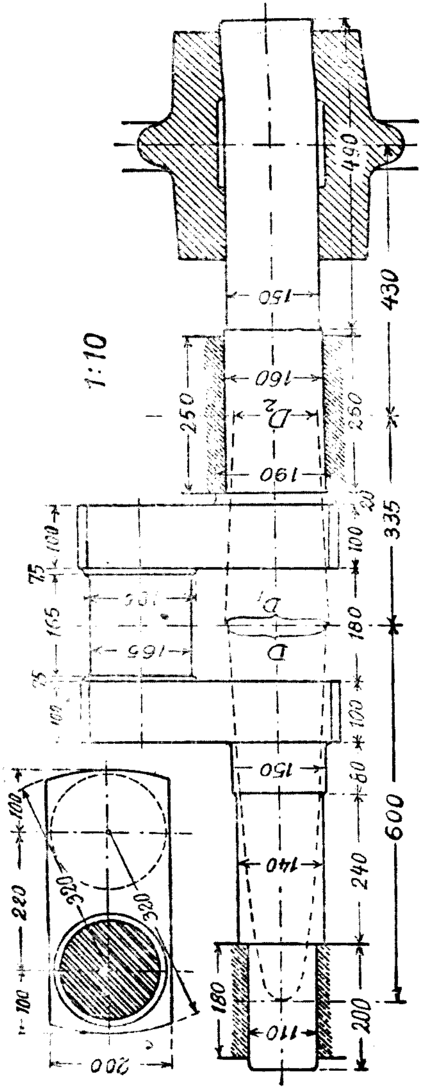
$$=28900 \text{ 公斤公分。}$$

故 D 處應有軸抵率 W_D：

$$W_D=\frac{M_{iD}}{k_b}=\frac{28900}{500}=59.8 \text{ 公分}^3$$

$$\therefore \quad D_D=\sqrt[3]{598}=8.43 \text{ 公分}$$

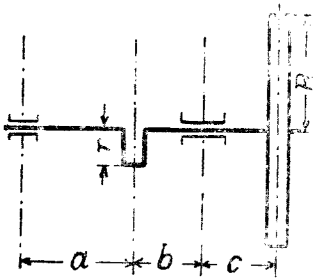
因裝齒輪處有楔槽，故 D_D 做成 100 公厘，扭力距面 $G_1\ K_1\ L_1\ T_1$ 與彎力距面 $C_1\ F_2\ F_3\ B_1$ 集合後，得 M_i 之彎力距面 $G'\ C'$


1:10
150
160
190
250
490
430
335
600
180
165
100
75
140
110
200
220
320

第 145 圖

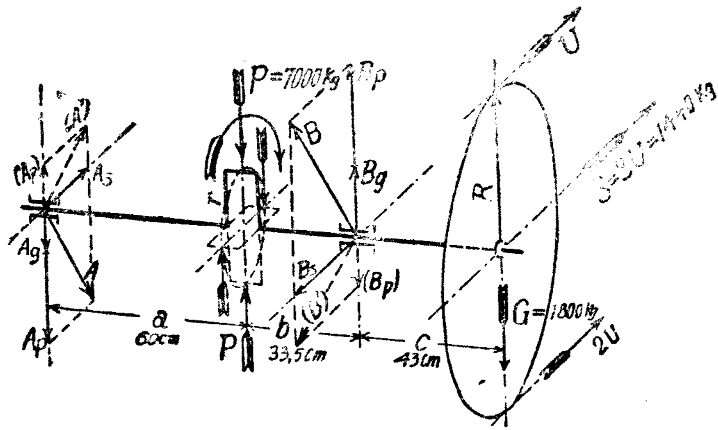
$K' E' L\ F' J\ B'$。

例 55.　有一立式蒸汽機，其彎軸尺寸如第 145 圖所示，裝置情形如第 146 圖所示，受力情形如第 147 圖所示，機上及彎軸上之各數如下：



第 145 圖

鞲鞴(亦稱活塞)直徑		
	$D=400$	公厘
鞲鞴行程	$2r=440$	公厘
轉數	$n=150$	轉/分
進汽壓	$p=6.7$	實氣壓
廢汽壓	$p_0=1.13$	實氣壓



第 147 圖

有用鞲鞴面積 $F_n=1250$ 公分^2

最大實馬力 $N_{max}=120$ 匹

最大進汽數 50%

飛輪直徑 $2R=2400$ 公厘

飛輪重量 $G=1800$ 公斤

軸座距離 $a=600$ 公厘 $b=335$ 公厘

$c=430$ 公厘

飛輪用作皮帶輪，皮帶拉力方向假定爲平的，計算彎軸之尺寸。

解法： (甲)外力有下列三種：

1. 飛輪重量 $G=1800$ 公斤($\downarrow$)

2. 鞲鞴壓力 $P=F_n(p-p_0)=1250(6.7-1.13)$

$=\sim 700$ 公斤($\downarrow$或$\uparrow$)

3. 皮帶拉力 $S=3U=3\cdot\frac{71620}{R}\cdot\frac{N_{max}}{n}=3\cdot\frac{71620}{120}\cdot\frac{120}{150}$

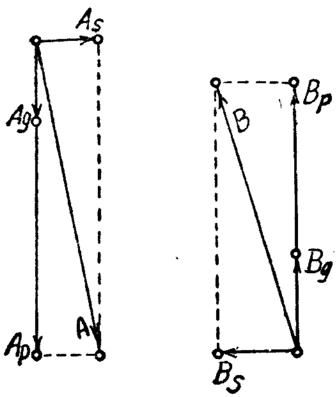
$=1440$ 公斤($\rightarrow$)

(乙)軸座支力(第147圖及148圖)。

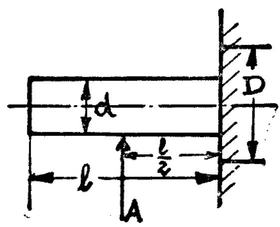
	軸　座　A	軸　座　B
由G發生者	$A_g=G\cdot\frac{c}{a+b}=1800\cdot\frac{43}{93.5}=800\downarrow$ 公斤	$B_g=G\cdot\frac{a+b+c}{a+b}=1800\cdot\frac{136.5}{93.5}=2630\uparrow$ 公斤
由P發生者	$A_p=P\cdot\frac{b}{a+b}=7000\cdot\frac{33.5}{93.5}=2500\downarrow$ 公斤	$B_p=P\cdot\frac{a}{a+b}=7000\cdot\frac{60}{93.5}=4500$ 公斤 $\uparrow$
由P發生者	$A_s=S\cdot\frac{c}{a+b}=1440\cdot\frac{43}{93.5}=660\rightarrow$ 公斤	$B_s=S\cdot\frac{a+b+c}{a+b}=1440\cdot\frac{136.5}{93.5}=2100\leftarrow$ 公斤
	$A=\sqrt{A_s^2+(A_g+A_p)^2}=3400\searrow$ 公斤	$B=\sqrt{B_s^2+(B_g+B_p)^2}=7400$ 公斤$\nwarrow$

計算 A_p 時取向下之 P, 計算 B_p 時取向上之 P, 取其與 A_g 或 B_g 同向,而生最大之 A 及 B 也。

(丙)A 處軸頭之計算(第 149 圖)



第 148 圖



第 149 圖

A 處軸頭受力情形，係第三種（活的），因軸轉動故也。為求安全計，定 $k_b=500$公斤/公分^2，又定軸面壓力 $k=20$ 公斤/公分^2 則

$$\frac{l}{d}=\sqrt{\frac{0.2\,k_b}{k}}=\sqrt{\frac{0.2\cdot500}{20}}=2.24 \text{ 倍}$$

因 $A=d\cdot l\cdot k=d^2\left(\frac{l}{d}\right)k$

$$\therefore\ d=\sqrt{\frac{A}{\left(\frac{l}{d}\right)k}}=\sqrt{\frac{3400}{2.24\cdot20}}=8.7 \text{ 公分 } \phi$$

$l=2.24\,d=2.24\cdot8.7=19.5$ 公分

實際做成：$d=110$ 公厘，$l=180$ 公厘

則 $p=\frac{A}{l\cdot d}=\frac{3400}{18\cdot11}=17.2$ 公斤/公分^2 (<20)

$$\sigma_b=\frac{A\cdot\frac{l}{2}}{0.1d^3}=\frac{3400\cdot18}{2\cdot0.1\cdot11^3}=230 \text{ 公斤/公分}(<500)$$

(丁)軸段 a 之計算

計算軸段 a 時，可視彎軸在中間非為挖空的，並視全軸為有如虛線表示之形狀(第 145 圖)，則軸段 a 受彎力距，彎力即為 $A=3400$ 公斤，其距則為 a；

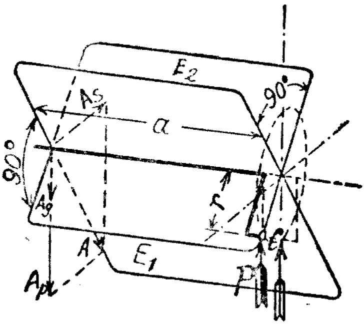
故：　$M_b=A\cdot a=3400\cdot 60=204000$ 公斤公分

因軸受彎時，受力情形爲『活』的，故命安全彎應力 $k_b=500$，

則 a 段最右之直徑應爲：

$$D=\sqrt[3]{\frac{M_b}{0.1\,k_b}}=\sqrt[3]{\frac{204000}{0.1\cdot 500}}=16 \text{ 公分}$$

（戊）臂柄（Kurbelzapfen）



第 150 圖

計算臂柄，假定彎臂中線及軸心所成之平面轉至與 A 力垂直之地位，乃於臂柄之中間（C 處）軋牢之，如第 150 圖所示，則臂柄之 C 斷面所受之彎力距及扭力距爲：

彎力距：$M_b=A\cdot a=3400\cdot 60=204000$ 公斤公分

扭力距：$M_d=A\cdot r=3400\cdot 22=74800$ 公斤公分

因軸轉動，故受力情形可視爲屬於第三種，茲擇

$$\left.\begin{array}{l} k_b=500 \quad \text{公斤/公分}^2 \\ k_d=390 \quad \text{公斤/公分}^2 \end{array}\right\}\alpha_0=\frac{k_b}{1.3\,k_d}=\frac{500}{1.3\cdot 390}=\sim 1$$

$$M_i=0.35\ M_b+0.65\sqrt{M_b^2+(\alpha_0 M_d)^2}=212000 \text{ 公斤公分}$$

$$d=\sqrt[3]{\frac{M_i}{0.1\,k_b}}=\sqrt[3]{\frac{212000}{50}}=16.2 \text{ 公分}$$

做成　$d=165$ 公厘，

若長(l)與 d 相等，則臂柄面所受之壓力

$$p=\frac{7000}{16.5\cdot16.5}=25.7 \text{ 公斤/公分}^2(<k=70\div80)$$

(己)飛輪與彎臂間之軸段之計算，求直徑 D_1 及 D_2。

(一)求 D_1（視彎軸非爲挖空的，並有如虛線表示之形，第145圖）

在 D_1 處之扭力距爲：

扭力距(D_1 處)$=M_d=$臂柄上之最大力乘彎臂半徑

$$M_d=T_{max}\cdot r=1.02\cdot P\cdot r$$

$$=1.02\cdot7000\cdot22=157080 \text{ 公斤公分}$$

此處所受之彎力距亦爲：

$$M_{b1}=A\cdot a=3400\cdot60=204000 \text{ 公斤公分}$$

茲命安全彎應力 $k_b=500$（因活），安全扭應力 $k_d=400$（因變），故

$$\alpha_0=\frac{k_b}{1.3\,k_d}=\sim1, \text{故集合力距爲：}$$

$$M_{i1}=0.35M_{b1}+0.65\sqrt{M_{b1}{}^2+(\alpha_0\,M_d)^2}$$

$$=0.35\cdot204000+0.65\sqrt{204000^2+157080^2}$$

$$=71600+0.65\sqrt{41800000000+24500000000}$$

$=71600+6500\sqrt{663}=71600+6500\cdot 26$

$=71600+168000=239600$ 公斤公分

故　$D_1=\sqrt[3]{\dfrac{M_i}{0.1k_b}}=\sqrt[3]{\dfrac{239600}{0.1\cdot 500}}=\sqrt[3]{4792}$

$D_1=16.8$ 公分 $=168$ 公厘

(二)求 D_2(第 145 圖)

在 D_2 處之扭力距與在 D_1 處同，卽

$M_d=157080$ 公斤公分

在 D_2 處之彎力距爲：

$M_{b2}=$(S 及 G之合力)乘 C(第 146 及 147 圖)

$M_{b2}=\sqrt{S^2+G^2}\cdot C=\sqrt{1440^2+1800^2}\cdot 43=99100$公斤公分

由 M_d 及 M_{b2} 得集合力距 M_{i2}:

$M_{i2}=0.35\,M_{b2}+0.65\sqrt{M_{b2}{}^2+M_d{}^2}$

$=0.35\cdot 99100+0.65\sqrt{99100^2+157080^2}$

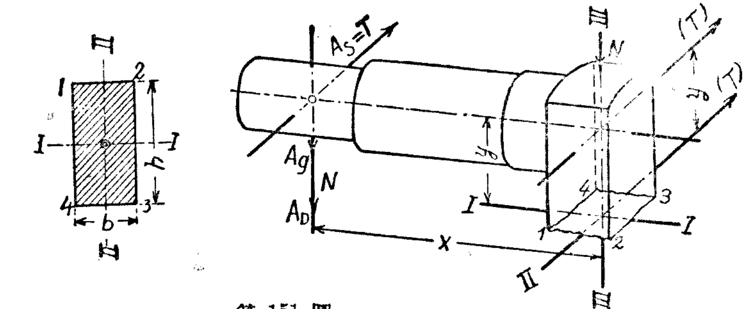
$=34700+0.65\sqrt{9800000000+24500000000}$

$=34700+6500\sqrt{343}=34700+120500$

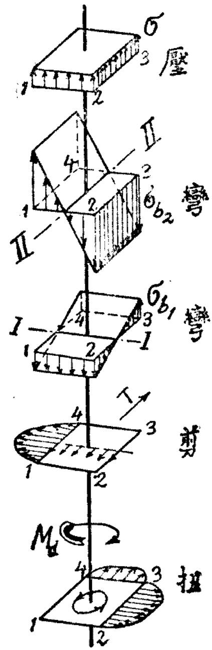
$=155200$ 公斤公分

故　$D_2=\sqrt[3]{\dfrac{M_{is}}{0.1k_b}}=\sqrt[3]{\dfrac{155200}{0.1\cdot 500}}=\sqrt[3]{3104}=14.6$ 公分

實際做成 $D=160$ 公厘(第 145 圖)



第 151 圖



(庚)軸座 B 內軸承長度 l 之計算

軸承支力為 $B=7400$ 公斤，設軸面之安全壓力為 $k=20$ 公斤/公分^2，則軸承長度 l 應為：

$$l=\frac{B}{D_2\cdot k}=\frac{7400}{16\cdot 20}=23 \text{ 公分}$$

實際做成 $l=25$ 公分

(辛)彎臂已經依照算出尺寸畫成，其各部應力須經覆核。覆核之法如下：

(a)左部之彎臂

(1)在下死點時 (untere Totpunktstellung)如第 151 圖，依照圖樣，各部之尺寸如下：

$b=10$ 公分，$h=20$公分，$x=60-14=46$公分，

$y=22\frac{18}{2}=13$公分。

外力：　N(垂直於斷面 1-2-3-4 者)　$=A_g+A_p=3330$ 公斤

T(並行於斷面 1-2-3-4 者)$=A_s=660$ 公斤

由此二力在 1-2-3-4 斷面上所生之分應力如下：

(一)壓應力 $\sigma=-\frac{N}{F}=\frac{-3330}{10\cdot 20}=\sim -17$ 公斤/公分^2 (由 N 發生)

(二)與主軸 II 垂直之彎力距及彎應力(由 N 發生)

$$\sigma_{b2}=\pm\frac{M_2}{W_2}=\pm\frac{N\cdot x}{\frac{h\cdot b^2}{6}}=\pm\frac{3330\cdot 46}{\frac{20\cdot 10^2}{6}}=\pm 460\text{ 公斤/公分}^2$$

(三)與主軸 I 垂直之彎力距及彎應力(由 T 發生)

$$\sigma_{b1}=\pm\frac{M_1}{W_1}=\pm\frac{T\cdot y}{\frac{bh^2}{6}}=\pm\frac{660\cdot 13}{\frac{10\cdot 20^2}{6}}=\pm 13\text{ 公斤/公分}^2$$

(四)與主軸 I 垂直之剪應力(由 T 發生)

$$\tau_{s\ max}=\frac{3}{2}\cdot\frac{T}{bh}=\frac{3}{2}\cdot\frac{660}{10\cdot 20}=\sim 5\text{ 公斤/公分}^2$$

(五)與主軸 III 垂直之扭力距及扭應力(由 T 發生)

在 h 邊之中間：

$$\tau_{d\,max}=\frac{M_d}{\frac{2}{9}b^2 h}=\frac{T\cdot 46}{\frac{2}{9}\cdot 10^2\cdot 20}=\frac{660\cdot 46\cdot 9}{4000}=68\text{ 公斤/公分}^2$$

在 b 邊之中間:

$$\tau_d=\frac{M_d}{\frac{2}{9}\cdot h^2 b}=\frac{T\cdot 46}{\frac{2}{9}\cdot 20^2\cdot 10}=\frac{660\cdot 46\cdot 9}{2\cdot 400\cdot 10}=34\text{ 公斤/公分}^2$$

由以上五種分應力所得之合應力如下:

(一)在"4"角上:

壓應力 $\sigma_{max}=-\sigma-\sigma_{b2}-\sigma_{b1}=\begin{Bmatrix}-17\\-460\\-13\end{Bmatrix}=-490(<500)$

(二)在 1—4 邊之中間:

壓應力 $\sigma=-\sigma-\sigma_{b2}=\begin{Bmatrix}-17\\-460\end{Bmatrix}=-477(<500)$

(三)剪應力 $\tau=\begin{Bmatrix}5\\68\end{Bmatrix}=73$ 公斤/公分^2

$$\sigma_i=0.35\,\sigma\pm 0.65\sqrt{\sigma^2+4\alpha_0^2\,\tau^2}$$

$$=-0.35\cdot 477-0.65\sqrt{477^2+4\cdot 1\cdot 73^2}$$

$$=-167-0.65\sqrt{222000+21200}$$

$$=-167-0.65\cdot 492=-167-320=-490(<500)$$

(2)彎臂離下死點 90° 時,如第 152 圖所示。

此時之外力: N(垂直於斷面 1234 者)$=A_s=660$ 公斤

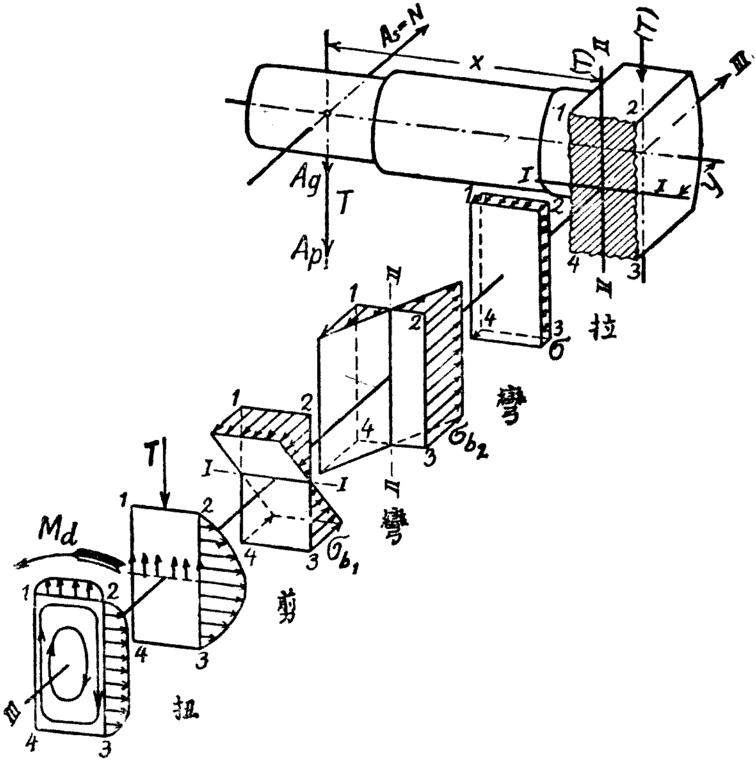
T(並行於斷面 1234 者)$=A_g+A_p=3300$公斤

由此二力在 1234 斷面上所發生之分應力如下：

(一)拉應力：　$\sigma=\frac{N}{F}=\frac{660}{10\cdot 20}=+3$ 公斤/公分² 由 N 發生)

(二)與主軸 II 垂直之彎力距及彎應力：(由 N 發生)

$$\sigma_{b2}=\pm\frac{M_2}{W_2}=\pm\frac{N\cdot x}{\frac{hb^2}{6}}=\pm\frac{660\cdot 46}{\frac{20\cdot 10^2}{6}}=\pm 91 \text{ 公斤/公分}^2$$



第 152 圖

(三)與主軸 I 垂直之彎力距及彎應力：(由 T 發生)

$$\sigma_{b1}=\pm\frac{M_1}{W_1}=\pm\frac{T\cdot y}{\frac{bh^2}{6}}=\pm\frac{3330\cdot 13}{\frac{10\cdot 20^2}{6}}=\pm 65 \text{ 公斤/公分}^2$$

(四)與主軸 I 垂直之剪應力：(由 T 發生)

$$T_{s\ max}=\frac{3}{2}\cdot\frac{T}{b\cdot h}=\frac{3}{2}\cdot\frac{3330}{20\cdot 10}=25 \text{ 公斤/公分}^2$$

(五)與主軸 III 垂直之扭力距及扭應力(由 T 發生)

在 h 邊之中間：

$$\tau_{d\ max}=\frac{M_d}{\frac{2}{9}b^2 h}=\frac{T\cdot x}{\frac{2}{9}\cdot 10^2\cdot 20}=\frac{3330\cdot 46\cdot 9}{4000}=345\text{公斤/公分}^2$$

在 b 邊之中間：

$$\tau=\frac{M_d}{\frac{2}{9}h^2 b}=\frac{T\cdot x}{\frac{2}{9}\cdot 20^2\cdot 10}=\frac{3330\cdot 46\cdot 9}{8000}=173\text{公斤/公分}^2$$

由以上五種分應力所得之合應力如下：

(一)在"1"角上：

$$\text{拉應力}\quad \sigma_{max}=\begin{Bmatrix}+3\\+91\\+65\end{Bmatrix}=+159 \text{ 公斤/公分}^2\ (<500)$$

(二)在 h 邊"1−4"之中間：

$$\text{拉應力}\quad \sigma=\begin{Bmatrix}3\\91\\0\end{Bmatrix}=+94 \text{ 公斤/公分}^2$$

(三)在 h 邊"1−4"之中間：

剪應力　$\tau=\left\{\begin{matrix}25\\345\end{matrix}\right\}=370$ 公斤/公分²

故在長邊(h 邊，1－4) 之中間之合應力爲：

$$\sigma_i=+0.35\cdot\sigma$$
$$+0.65\sqrt{\sigma^2+4\alpha_0{}^2\tau^2}$$
$$=\sim 480\ (<500)$$

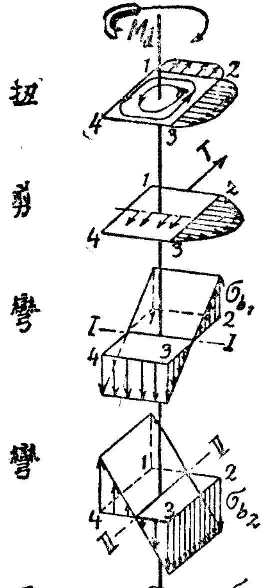
(b)右部之彎臂

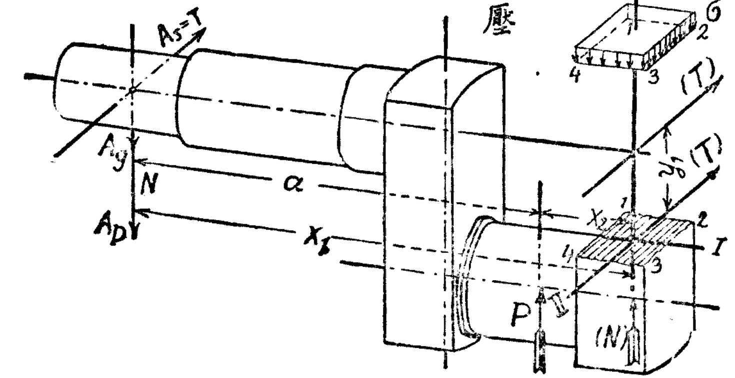
(1)在下死點時：(第 153 圖)

依照圖樣，各部之尺寸如下：

$b=10$ 公分，　$h=20$ 公分，

$x_1=60+14=74$ 公分，





第 153 圖

$x_2=14$ 公分， $y_1=22-\frac{18}{2}=13$ 公分。

此時之外力爲：

N(垂直於斷面1234者)$=P-A_g-A_p=7000-3330=3670$公斤

T(並行於斷面1234者)$=A_s=660$ 公斤

由此二力在1234斷面上所發生之分應力如下：

(一)壓應力 $\sigma=-\frac{N}{6\cdot h}=-\frac{3670}{10\cdot 20}=-18$ 公斤/公分^2(由 N 發生)

(二)與主軸 II 垂直之彎力距及彎應力(由 A_gA_p 及 P 發生)

$$M_2=(A_g+A_p)\cdot x_1-P\cdot x_2=148420 \text{ 公斤公分}(\circlearrowright)$$

$$\sigma_{b2}=\pm\frac{M_2}{W_2}=\pm\frac{148420}{\frac{hb^2}{6}}=\pm 445 \text{ 公斤/公分}^2$$

(三)與主軸 I 垂直之彎力距及彎應力：(由 N 發生)

$$\sigma_{b1}=\pm\frac{M_1'}{W_1}=\pm\frac{T\cdot y_1}{\frac{bh^2}{6}}=\pm\frac{660\cdot 13}{\frac{10\cdot 20^2}{6}}=\sim\pm 13\text{公斤/公分}^2$$

(四)與主軸 I 垂直之剪應力：(由 T 發生)

$$\tau_s=\frac{3}{2}\cdot\frac{T}{b\cdot h}=\frac{3}{2}\cdot\frac{660}{10\cdot 20}=\sim 5 \text{ 公斤/公分}^2$$

(五)與主軸 III 垂直之扭力距及扭應力：(由 T 發生)

在 h 邊之中間：

$$\tau_{max}=\frac{M_d}{\frac{2}{9}\cdot b^2\cdot h}=\frac{T\cdot x_1}{\frac{2}{9}b^2\cdot h}=\frac{660\cdot 74.9}{2\cdot 10^2\cdot 20}=110$$

在 b 邊之中間：

$$\tau=\frac{M_d}{\frac{2}{9}h\cdot b}=\frac{660\cdot 74\cdot 9}{2\cdot 20^2\cdot 10}=55$$

由以上五種分應力所得之合應力如下：

(一)在"3"角上：

壓應力 $\sigma=\begin{Bmatrix}-\ \ 18\\-445\\-\ \ 13\end{Bmatrix}=-476(<500)$ 公斤/公分^2

(二)在 h 邊"2—3"之中間：

$\sigma=-\ \ 18$公斤/公分^2	
$\sigma_{b2}=-445$公斤/公分^2	$\tau_s\ \ =+5$ 公斤/公分$^2(\rightarrow)$
$\sigma_{b1}=0$　公斤/公分^2	$\tau_{d\ max}=-110$公斤/公分$^2(\leftarrow)$
$\sigma=-463$公斤/公分^2	$\tau\ \ =-105$ 公斤/公分^2

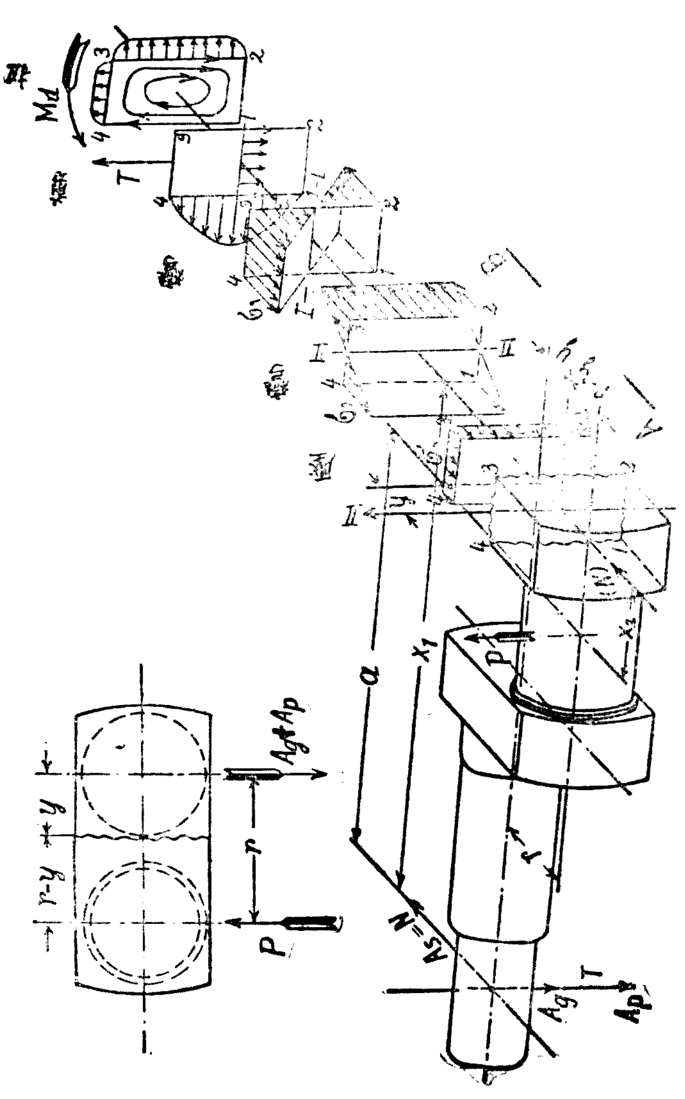
$$\sigma_i=-490(<500)\ 公斤/公分^2$$

(三)在 h 邊"1－4"之中間：

$\sigma=-18$ 公斤/公分^2	
$\sigma_{b2}=+445$公斤/公分^2	$\tau_s\ \ =5$ 公斤/公分$^2(\rightarrow)$
$\sigma_{b1}=0$　公斤/公分^2	$\tau_{d\ max}=110$ 公斤/公分$^2(\rightarrow)$
$\sigma=+427$公斤/公分^2	$\tau=115$　公斤/公分^2

$$\sigma_i=+470(<500)\ 公斤/公分^2$$

(2)彎臂離下死點 90° 時(如第 154 圖所示)。



第151圖

此時之外力： N(垂直於斷面 1234 者)$=A_s=660$ 公斤

T(並行於斷面 1234 者)$=P-A_g-A_p=3670$公斤

由此二力在斷面 1234 上所生之分應力如下：

(一)　$$\sigma=-\frac{N}{b\cdot h}=-\frac{660}{10\cdot 20}=-3 \text{ 公斤/公分}^2$$

(二)與主軸 II 垂直之彎力距及彎應力

$$\sigma_{b2}=\pm\frac{M_2}{W_2}=\pm\frac{N\cdot x_1}{\frac{hb^2}{6}}=\pm\frac{660\cdot 74}{\frac{20\cdot 10^2}{6}}=\pm 148 \text{ 公斤/公分}^2$$

(三)與主軸 I 垂直之彎力距及彎應力

$$M_1=P(r-y)+(A_g+A_p)y$$

$$=7000(22-9.5)+3330\cdot 9.5=119135 \text{ 公斤公分}$$

$$\sigma_{b1}=\pm\frac{M_1}{W_1}=\pm\frac{119135}{\frac{b\,h^2}{6}}=\pm 179 \text{ 公斤/公分}^2$$

(四)與主軸 I 垂直之剪應力

在 23 邊及 14 邊之中間：

$$\tau_{s\ max}=\frac{3}{2}\cdot\frac{T}{b\cdot h}=\frac{3}{2}\cdot\frac{3670}{10\cdot 20}=28 \text{ 公斤/公分}^2$$

(五)與主軸 III 垂直之扭力距及扭應力：

$$M_d=(A_g+A_p)\cdot x_1-P\cdot x_2=3330\cdot 74-7000\cdot 14$$

$$=148420 \text{ 公斤公分}(\curvearrowleft)$$

在 h 邊之中間:

$$\tau_{d\ max}=\frac{M_d}{\frac{2}{9}\cdot b^2h}=\frac{148420}{\frac{2}{9}\cdot 10^2\cdot 20}=338\ 公斤/公分^2$$

在 b 邊之中間:

$$\tau=\frac{M_d}{\frac{2}{9}\cdot h^2b}=\frac{148420}{\frac{2}{9}\cdot 20^2\cdot 10}=169\ 公斤/公分^2$$

由以上五種分應力所得之合應力如下:

(一)在"1"角上:

$$\sigma_{max}=\left\{\begin{matrix}-\ \ \ 3\\-148\\-179\end{matrix}\right\}=-330(<500)\ 公斤/公分^2$$

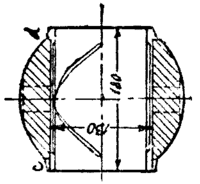
(二)在 h 邊"2－3"之中間:

$$\begin{array}{l|l}
\sigma=-\ \ \ 3公斤/公分^2 & \\
\sigma_{b2}=+148公斤/公分^2 & \tau_{s\ max}=\ 28公斤/公分^2\\
\sigma_{b1}=\ \ \ \ \ \ 0公斤/公分^2 & \tau_{d\ max}=338\ 公斤/公分^2\\
\hline
\sigma=+145公斤/公分^2 & \tau\ \ \ \ \ \ =366\ 公斤/公分^2
\end{array}$$

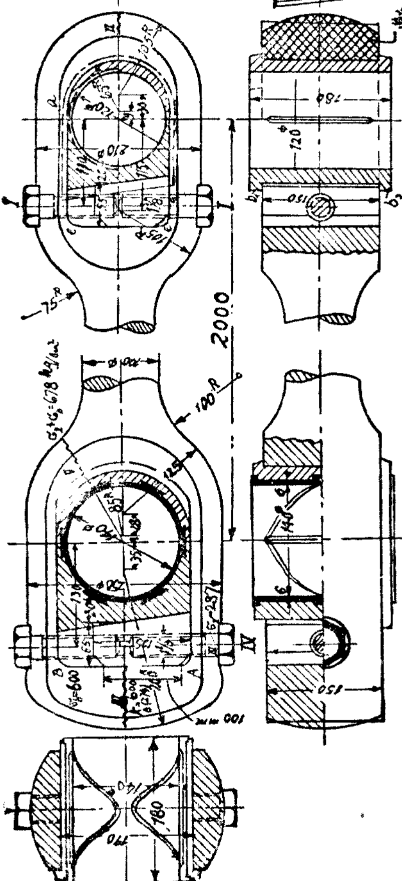
$$\sigma_i=490\ (<500)\ 公斤/公分^2$$

在此彎軸上,無論何處之應力,均少於安全應力 500 公斤/公分^2,而最大者亦不超過此數,故此彎軸可用。

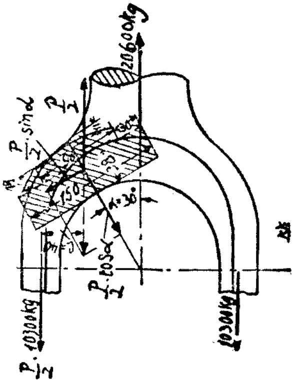
例 56. 有一蒸汽抽水機之推桿 (Schubstange),如第 155 圖所示,用鎔鋼做成。受力 $P_{max}=20600$ 公斤,其 120 ϕ



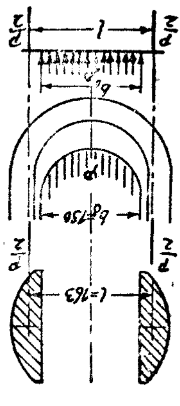
第 156 圖



第 155 圖



第 158 圖



第 157 圖

之一端接於導座 (Kreuzkopf)，其 140 ϕ 之一端接於彎軸 (Kurbelwelle)。

(一)斷面 II (第 156 圖之斷面，除螺釘洞)……受拉。

(二)斷面 II 受彎，受力情形，如第 157 圖所示。

(三)斷面 III 亦受彎。

(四)斷面 IV 亦受拉。

(五)斷面 V 受彎及拉$\left(\sigma=\frac{\frac{P}{2}\sin\alpha}{f}+\frac{\frac{P}{2}\cdot c}{W}\right)$，如第 158 圖。

(六)全桿受壓折。

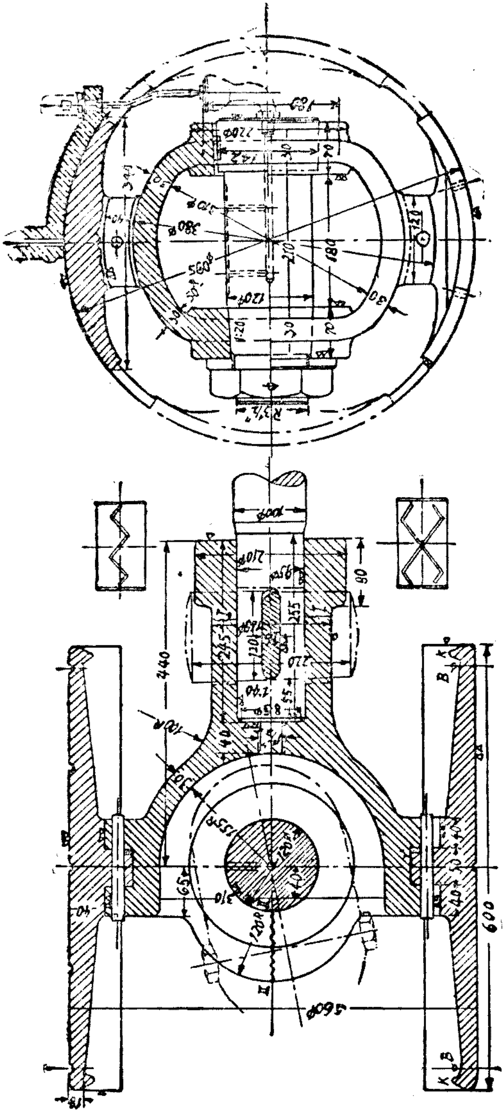
試復核其各處所受之應力及全桿之壓折安全度。

例 57. 有蒸汽抽水機，其導座 Kreuzkofp 如第 159 圖所示。於鞲鞴在死點時在高壓汽筒方面蒸汽壓及水壓力之最大數為 $P_{max}=20600$ 公斤。導座用鑄鋼做成，其上下之活鞋 (Gleitschuhe) 用鑄鐵做成，鞲鞴桿及圓梢子等用鋼做成。鞲鞴桿之直徑 100 公厘，套入導座處 $d_1=95$ 公厘。套洞底與桿頭相抵觸之面積為 $\frac{\pi}{4}(8.5^2-3.8^2)$。

試照圖中尺寸，計算各處所受之應力：

解：(一)套洞底之壓應力 σ：

$$\sigma=\frac{-P_{max}}{\frac{\pi}{4}(8.5^2-3.8^2)}=\frac{-20600}{\frac{\pi}{4}(8.5^2-3.8^2)}=-454\text{公斤/公分}^2$$



第 159 圖

(二)横楔。

横楔與鞲鞴桿間之受壓面 f_1 之計算。

若安全壓應力 $P=850$ 公斤/公分² (壓面靜止,受力情形第二種,鋼壓鋼),則

$$f_1=\frac{20600}{850}=24.2 \text{ 公分}^2$$

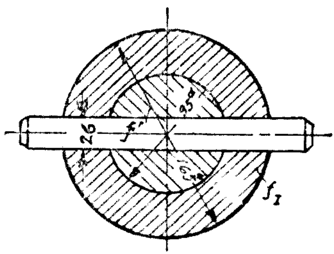
$$f_1=9.5\cdot b;\quad b=\frac{24.2}{9.5}=2.55 \text{ 公分}=26 \text{ 公厘}$$

横楔與套洞之頸間之受壓面 f_2 之計算:

$$f_2=2.6(21-9.5)=2.6\cdot 11.5=30 \text{ 公分}^2$$

故此處之壓應力 $\sigma=-\dfrac{20600}{30}=-687$公斤/公分²(<700)

(三)鞲鞴桿之末端裝横楔處如第 160 圖所示,受力情形屬於第三種,其拉應力 σ_z 為:



第 160 圖

$$\sigma_z=\frac{20600}{f}=\frac{20600}{\frac{\pi}{4}9.5^2-9.5\cdot 2.6}=445 \text{ 公斤/公分}^2$$

(四)橫楔受彎力距,受力情形屬於第二種

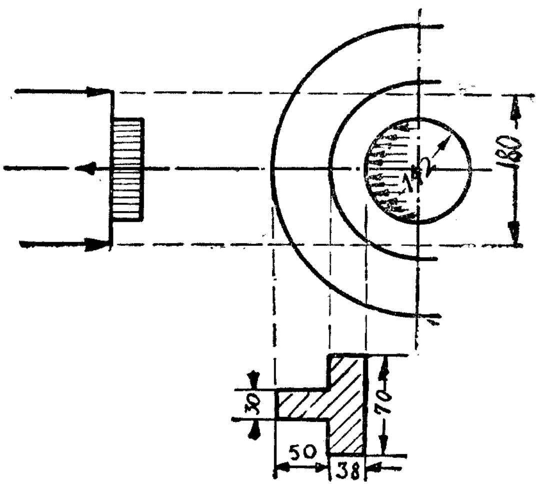
$$\sigma_b=\frac{M_b}{W}=\frac{20600\cdot 21}{8\cdot\frac{b\cdot h^2}{6}}=\frac{20600\cdot 21}{8\cdot\frac{2.6\cdot 12^2}{6}}$$

$$=\frac{433000}{8\cdot 62.5}=865\text{ 公斤/公分}^2$$

(五)套洞頸之拉應力,受力情形第二種:

$$\sigma_z=\frac{20600}{\frac{\pi}{4}(16.5^2-9.5^2)-2.6(16.5-9.5)}=164\text{公斤/公分}^2$$

(六)導座裝橫梢處之右洞,其外邊斷面 II (第 159 圖)受彎力距,受力情形屬於第二種,其中間危險斷面之形狀,如第 161 圖所示,其受力情形如第 162 圖所示。



第 161 圖及第 162 圖

斷面之軸惰率：　$T=249$ 公分^4

斷面之軸抵率：　$W_1=\dfrac{249}{3.5}=71$ 公分^3

$$W_2=\frac{249}{5.3}=47.2 \text{ 公分}^3$$

彎力距 $M_b=\dfrac{P_{max}}{4}\left(\dfrac{18}{2}-\dfrac{14.2}{4}\right)=\dfrac{20600}{4}(9-3.55)=5150\cdot5.45$

$$=28000 \text{ 公斤公分}$$

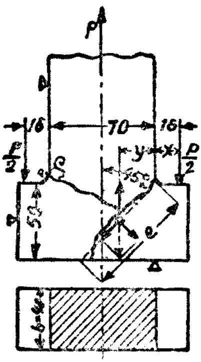
故彎應力　$\sigma_{b1}=\dfrac{M_b}{W_1}=\dfrac{28000}{71}=395$ 公斤/公分^2

$$\sigma_{b2}=\frac{M_b}{W_2}=\frac{28000}{47.2}=592 \text{ 公斤/公分}^2$$

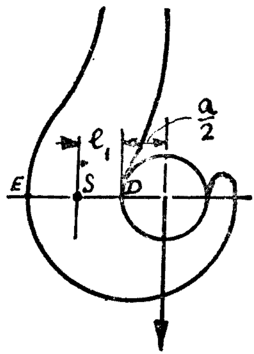
第八章　彎形物體之計算

第一節　近似計算法

彎形物體在其彎端受力時，簡單的可用"拉或壓及彎"之公式計算之，如第 163 及 164 圖所示。第 163 圖：



第 163 圖



第 164 圖

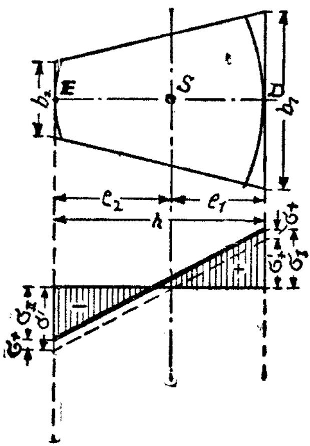
彎力距：　$M_b = \frac{P}{2}(x+y) \qquad W = \frac{be^2}{6}$

彎應力：　$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{\frac{P}{2}(x+y)}{\frac{b\ e^2}{6}} = \frac{3P(x+y)}{b\ e^2}$$

拉應力： $\sigma_z=\dfrac{\dfrac{P}{2}\cos 45°}{e\cdot b}$

故集合應力． $\sigma_r=\sigma_z\pm\sigma_b=\dfrac{P\cdot\cos 45°}{2e\cdot b}\pm\dfrac{3P(x+y)}{b\ e^2}$

第 164 圖及 165 圖：



第 165 圖

彎力距

$$M_b=Qr=Q\left(\frac{a}{2}+e_1\right)$$

彎應力(D 點)

$$\sigma'_{(+)}=\frac{M_b}{W_1}=\frac{Q\left(\dfrac{a}{2}+e_1\right)}{W_1}$$

彎應力(E 點)

$$\sigma'=\frac{M_b}{W_2}=-\frac{Q\left(\dfrac{a}{2}+e_1\right)}{W_2}$$

拉應力 $\sigma_{(+)}=+\dfrac{Q}{F}$

故 $\sigma_D=\sigma'_{(+)}+\sigma_{(+)}=D$ 點之集合應力

$\sigma_E=\sigma'-\sigma_{(+)}\quad =E$ 點之集合應力

第二節 準確計算法(圖解)

彎形物體可分爲鉤類及柱類二種，如彎形物體計算第 166

至 171 圖所示,設 P 爲所荷之重量,則 P 對 DE 斷面發生拉或

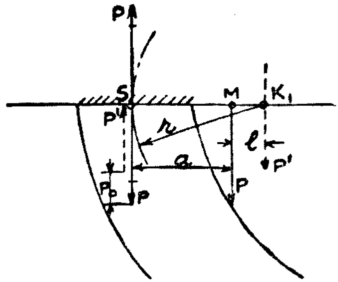
彎形物體之計算(第 166 至 171 圖)

(甲)　鈎類

(1)力點 M 在中心點 K_1 及斷面重心點 S 之間。

$$P_0=P+(-P')_{(+)}$$

$$P'(a+l)=P\cdot a_{(-)}$$

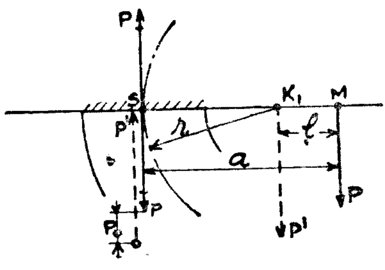


第 166 圖

(2)力點 M 在中心點 K_1 之外。

$$P_0=P+(-P')_{(-)}$$

$$P'(a-l)=P\cdot a_{(-)}$$

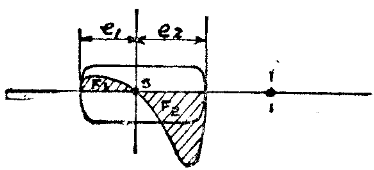


第 167 圖

計算鈎類時，應注意各數正負號如下圖所示。

$e_{2(-)}:e_{1(+)}$

$F'=F_1+F_{2(-)}$



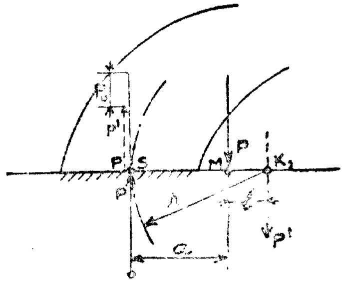
第 168 圖

（乙） 柱類

（1）力點 M 在中心點 K_1 及斷面重心點 S 之間。

$$P_0 = -P + P'_{(-)}$$

$$P'(a+l) = P \cdot a_{(+)}$$

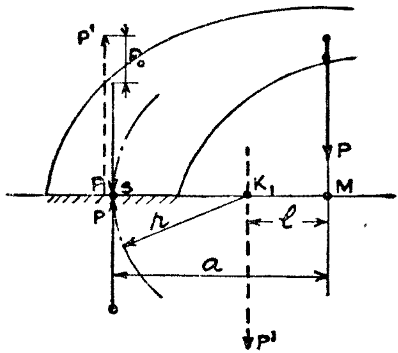


第 169 圖

（2）力點 M 在中心點 K_1 之外。

$$P_0 = -P + P'_{(+)}$$

$$P'(a-l) = P \cdot a_{(+)}$$

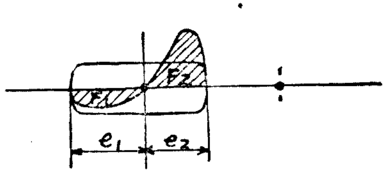


第 170 圖

計算柱類時，應注意各數之正負號如下圖所示。

$e_{2(-)} : e_{1(+)}$

$$F' = F_1 + F_{2(+)}$$



第 171 圖

壓及彎之作用，彎力距爲 $P \cdot a$，使 r 變大時命之爲負，使 r 變小時命之爲正。依照準確計算公式，D 點之集合應力爲：

$$\sigma_D=\sigma+\sigma'_D=\frac{P_0}{F}+\frac{P'}{F'}\cdot\frac{e_2}{r+e_2}\ \text{公斤/公分}^2$$

式內之 P_0 爲 P 之作用於斷面重心 S 之分力。

故 $P_0=$垂直於斷面 DE 之力$=\dfrac{P \cdot l}{\text{重心軌跡之半徑}}$

$P_0=P-P'=P-P\cdot\dfrac{a}{a\pm l}$ 公斤

$F=$危險斷面 DE 之面積 公分^2

$P'=P\cdot\dfrac{a}{r}=\dfrac{P\cdot a}{a\pm l}$

$F'=$用第 172 圖 B 之圖解法求得之面積，以公分^{2}計

$=F_1+F_2$（第 168 及 171 圖）

F' 屬於鉤類者爲負，屬於柱類者爲正。

$e_2=DS$，以負數代入公式內，以公分計，

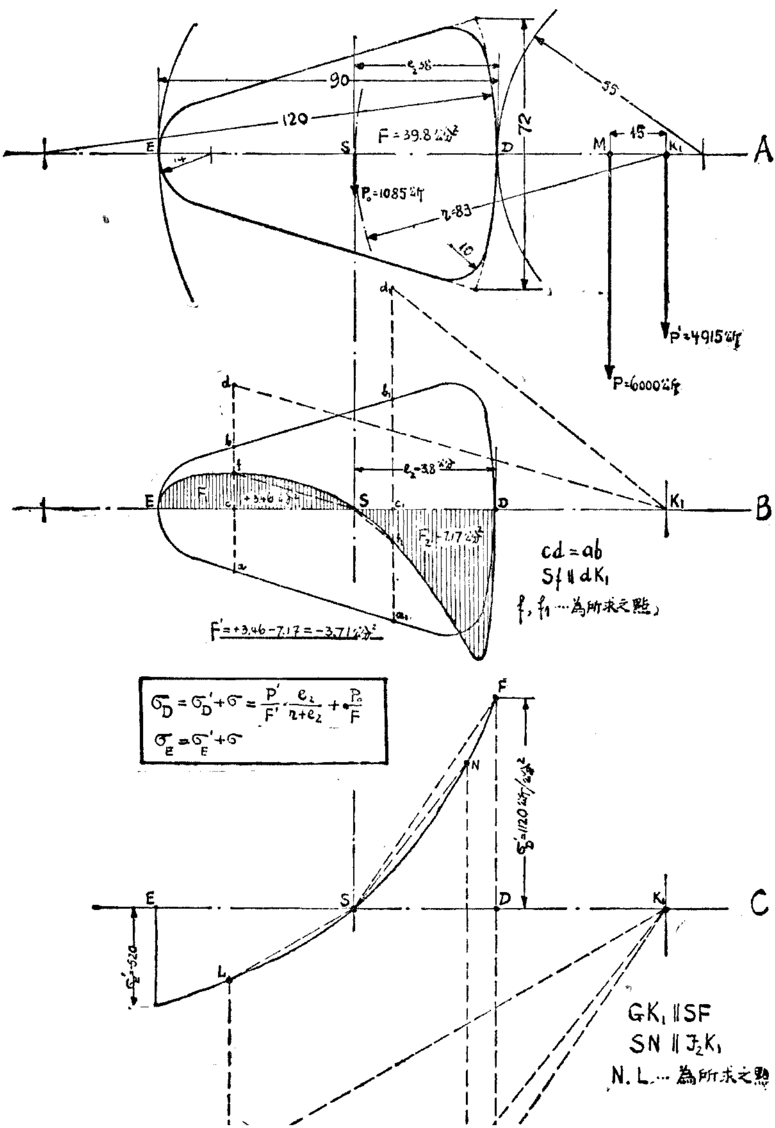
E 點之集合應力 σ_E 爲：

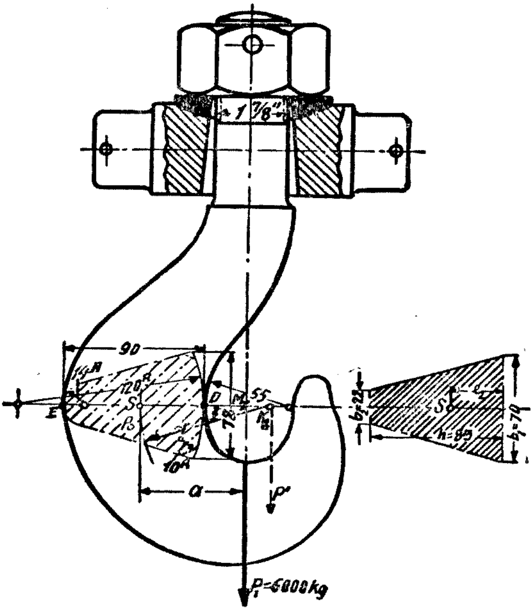
$$\sigma_E=\sigma+\sigma'_E=\frac{P_0}{F}+\sigma'_E$$

σ'_E 可用第 172 圖 C 所示之圖解法由 σ'_D 求得之。茲舉例說明如下：

例 58. 有一吊鉤，吊重 6000 公斤，鉤之尺寸如第 173 圖所示。用圖解法求其危險斷面 DE 之應力。

第 172 圖 彎形物體計算法(例題 58),舉例:吊鈎;比例: 1:1





第 173 圖

解：（1）近似計算

DE 斷面之面積：$F=8.5\cdot\dfrac{7+2.2}{2}=39.1$ 公分²

重心距離：$e_2=\dfrac{h}{3}\cdot\dfrac{b_1+2b_2}{b_1+b_2}=\dfrac{8.5(7+4.4)}{3(7+2.2)}=3.6$ 公分

力與重心之距：$a=6.8$ 公分

斷面之軸惰率 T:

$$T=\frac{h^3}{36}\cdot\frac{b_1{}^2+4b_1b_2+b_2{}^2}{b_1+b_2}$$

$$=\frac{8.5^3}{36}\cdot\frac{7^2+4\cdot 2.2\cdot 7+2.2^2}{7+2.2}=214\ 公分^4$$

集合應力：$\sigma=\sigma_z\pm\sigma_b$

D 點應力：$\sigma_D=\dfrac{Q}{F}+\dfrac{Q\cdot a}{T/e_2}=\dfrac{6000}{39.1}+\dfrac{6000\cdot 6.8}{\dfrac{214}{3.6}}$

$$=153+697=850\ 公斤/公分^2$$

E 點應力：$\sigma_E=153-\dfrac{Q\cdot a}{T/e_1}=153-\dfrac{6000\cdot 6.8}{\dfrac{214}{5.4}}$

$$=153-1030=-877\ 公斤/公分^2$$

(2) 準確計算

D 點應力為：$\sigma_D=\sigma_z+\sigma'_D=\dfrac{P_0}{F}+\dfrac{P'}{F'}\cdot\dfrac{e_2}{r+e_2}$ 公斤/公分^2

$$P_0=P-P\cdot\frac{a}{a+l}=6000-6000\cdot\frac{6.8}{8.3}$$

$$=6000-4915=1085\ 公斤$$

$$P'=P-P_0=6000-1085=4915\ 公斤$$

$$\sigma_z=\frac{P_0}{F}=\frac{1085}{39.8}=+27.3\ 公斤/公分^2$$

由圖解(第 172 圖 B)得 $F_1=+3.46$ 公分^2；

$$F_2=-7.17\ 公分^2$$

故：　$F'=F_1+F_2=3.46-7.17=-3.71$ 公分^2

又　$e_2=-3.8$;　$r=+8.3$

故　$$\sigma'_D=\frac{P'}{F'}\cdot\frac{e_2}{r+e_2}=\frac{49.5}{-3.71}\cdot\frac{-3.8}{8.3-3.8}=+1120$$

故　$\sigma_D=\sigma_z+\sigma'_D=27.3+1120=1147$ 公斤/公分^2

E 點應力爲：$\sigma_E=\sigma_z+\sigma'_E$

$$\sigma_z=\frac{P_0}{F}=\frac{1085}{39.8}=+27.3$$

σ'_E 用圖解法(第 172 圖 C)求得

$$\sigma'_E=EM=-520 \text{ 公斤/公分}^2$$

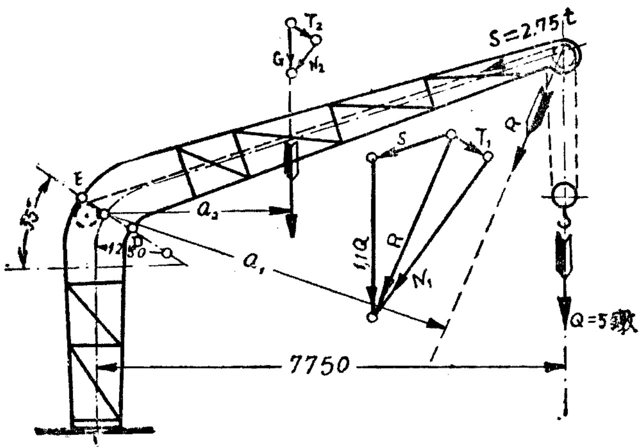
因 $\sigma_D=1120$，故知此鉤之受力已達受彎第二種之安全應力之最大值，若用近似法計算無從測知之。

例 59.　有一轉動起重機，其裝置如第 174 圖所示，其彎處 DE 斷面之形狀如第 175 圖所示。吊重 $Q=5000$ 公斤，索力 $S=2750$ 公斤（因索輪及索之自重及效率故加大十分之一），又機架之自重爲 $G=1750$ 公斤，求斷面 DE 之應力。

〔注意〕：　此題屬於柱類。

解：　先集合 S 及 Q 爲 R，得：

$R=6900$ 公斤，距 S 點，$a_1=5.9$ 公尺$=590$ 公分。



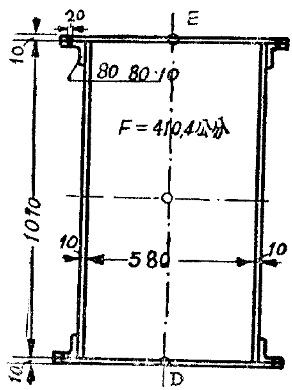
第 174 圖

故 R 對於 DE 斷面發生彎力距 M_R:

$M_R = R \cdot a_1 = 6900 \cdot 590 = 4071000$ 公斤公分。

R 之垂直於斷面 DE 之分力為 $N_1 = 6700$ 公斤。

又 G 對於斷面 DE 發生彎力距 M_G:



第 175 圖

$M_G = G \cdot a_2 = 1750 \cdot 300 = 525000$ 公斤公分。

G 之垂直於斷面 DE 之分力為 $N_2 = 1400$ 公斤。

D 點之集合應力爲：

$$\sigma_D=\sigma+\sigma'_D=\frac{P_0}{F}+\frac{P'}{F''}\cdot\frac{e_2}{r+e_2}$$

$$P_0=\frac{M_R+M_G}{r}-(N_1+N_2)=\frac{4071000+525000}{125}-(6700+1400)$$

$P_0=29400$ 公斤

$F=DE$ 之面積$=410.4$ 公分^2

$$P'=\frac{M_R+M_G}{r}=\frac{4071000+525000}{125}=37500 \text{ 公斤}$$

F'' 可照第 172 圖 B 之法，如 171 圖之形，圖解求得之。

$F''=+67.2$

$e_2=-54.5$ 公分

$r=125$ 公分

故
$$\sigma_D=\sigma+\sigma'_D=\frac{P_0}{F}+\frac{P'}{F''}\cdot\frac{e_2}{r+e_2}$$

$$=\frac{29400}{410.4}+\frac{37700}{67.2}\cdot\frac{-54.5}{125-54.5}$$

$$=71.8-446=-374 \text{ 公斤/公分}^2$$

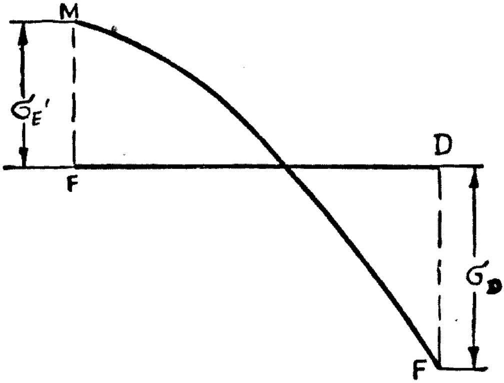
E 點應力爲　$\sigma_E=\sigma+\sigma'_E$

$$\sigma=\frac{29400}{410.4}=+71.8$$

σ'_E 可照第 172 圖 C 之法，如第 176 圖之形，圖解求得之。

$\sigma'_E = +172$ 公斤/公分^2

$\sigma_E = \sigma + \sigma'_E = 71.8 + 172 = 244$ 公斤/公分^2。



第 176 圖

第九章　彈簧

第一節　彈簧之種類

依照受力時所生應力之種類,可分彈簧爲下述二類:

(一)受彎力距之彈簧:　受力時,內部發生彎應力(Biegefedern),如人力車座斗下,汽車車架下及火車車架下之薄鈑彈簧及門後用以自動關門之捲心彈簧等,其所能受之安全力 P 及其安全之變形如第 177 至 182 圖及其附屬之公式所示。

(二)受扭力距之彈簧:　受力時,內部發生扭應力(Drehungsfedern),普通所用之螺旋形彈簧等屬之,如第 183 至 188 圖及其附屬公式之所示。

製彈簧所用之鋼料爲彈簧鋼,或彈簧銅絲。

第二節　彈簧之計算

計算彈簧時所用之安全彎應力 k_b 或安全扭應力 k_d 視彈簧之料及受力情形而異,可由第五表中選擇之。

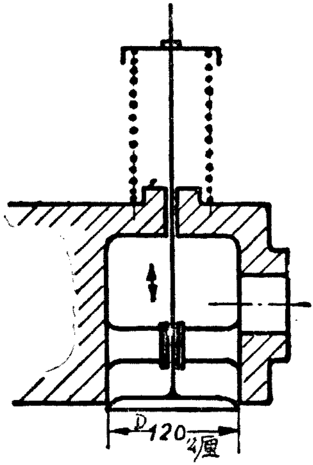
第五表 彈簧之安全彎應力及安全扭應力

用途	料	彈性係數 E 公斤/公分^2	軋移係數 G 公斤/公分^2	受力情形	安全應力 k_b 公斤/公分^2	安全應力 k_d 公斤/公分^2
荷重	彈簧鋼（未焠硬）	2200000	850000	受靜力 P	3000	2400
				受變力 $0 \div P$	2000	1600
	上等彈簧鋼（焠硬）	同上	同上	受靜力 P	7500	6000
				受變力 $0-P$	5000	4000
火車車架下之彈簧	同上	同上	同上	計算時視爲受靜力 P	5500÷6000	—
荷重	青銅 Phosphor bronze		180000	受靜力 P	—	2500
				受變力 $0-P$	—	1670
	Durana-metalldraht ML		380000	受靜力 P	—	2000
				受變力 $0-P$	—	1330
	Neusilber draht EK		510000	受靜力 P	—	2000
				受變力 $0-P$	—	1330

若彈簧在受力時受熱，則計算所取之安全應力宜較上表所示之數稍小。

普通所用之荷重彈簧多爲圓柱形者，如第 185 及 186 圖所示。材料普通爲彈簧鋼。若以 2550 爲安全扭應力，則 P, d, s 間之關係如第六表所示。例如有一圓柱形彈簧，鋼絲粗 3 公厘，圓柱形之直徑 $d=40$ 公厘，則以 2550 爲安全扭應力時，能受力 6.8 公斤，表中伸縮度 f 均爲每十圈所能伸縮之數。

例 60. 有一吸氣塞門，直徑 $D=120$ 公厘，行程 $h=30$ 公厘，用圓柱形螺旋彈簧壓使密閉，如第 189 圖所示。塞門自重 6.6 公斤，氣筒內於有 0.5 at. 低氣壓時，須開始吸氣，試計彈簧之尺寸。



第 189 圖

解： 氣門於氣筒內有 0.5 at. 低氣壓時應開始開放，故彈簧於裝入後應有預壓力 (Vorspannung)：$P_a=\frac{D^2\pi}{4}\cdot 0.5+6.6=63.3$ 公斤。塞門完全開放時，彈簧縮短 30 公厘，其終壓力 P_b 亦變大，普通 $P_b=1.3\div 1.5\ P_a$，今假定 $P_b=83$ 公斤，由第六表選定一彈簧，鋼絲粗 $d=9$ 公厘 ϕ，$2r=85$ 公厘，P_{max} $(\tau=2550)=85.7$ 公斤。

此時每十圈能縮短 80.2 公厘。

今因彈簧裝入時，已應縮短 $f_a=\frac{30\cdot 63.3}{65.7-63.3}=87$ 公厘，則總共應縮短 $f=87+30=117$ 公厘，故應用 15 圈。故彈簧於做好後，未裝入時應長：

$$l=(15+2)s+87+30+15\cdot\frac{s}{3}=\sim 320 \text{ 公厘}$$

第六表 圓柱

鋼絲直徑 d (公厘)	所能受之最大力 P 及最大伸縮度 f	圓柱形之 10	13	16	20	25	30	35	40	45
1.0	P 公斤	1.0	0.77	0.62	0.5	0.4	0.33	0.28		
	f 公厘	10	17	23	40	62	90	122		
1.5	P	3.7	2.9	2.3	1.8	1.5	1.2	1.06		
	f	6.6	11.3	17	26.6	41.6	60	81.6		
2.0	P	8.0	6.2	5.0	4.0	3.2	2.7	2.3	2.0	
	f	5.0	8.5	12.8	20	31	45	61	80	
2.5	P	15.6	12	9.7	7.8	1.2	5.2	45	3.9	3.4
	f	4.0	6.8	10	16	25	36	46	64	81
3.0	P	27	21	17	13.5	11	9.0	7.4	6.8	6.0
	f	3.3	5.2	8.5	13.3	21	30	41	53	67
3.5	P	43	33	27	24	17	14	12	10.7	9.5
	f	2.9	4.8	70	11.4	18	26	35	46	58
4.0	P	64	50	40	32	25	21.3	18.3	16	14.2
	f	2.5	4.2	6.4	10	15.6	22.5	36.2	40	50.6
4.5	P	91.9	70	57	45.5	36.4	30.4	26	22.8	20.2
	f	2.2	3.8	5.7	8.8	13.9	20	27.2	35.6	45
5.0	P	•	94	78	62	50	42	36	31	27.7
	f	•	3.4	5.1	8.0	12.5	18	24.5	32	40.5
6	P	•	•	135	108	86.4	72	61.7	54	48
	f	•	•	4.3	6.7	10.4	15	20.4	26.7	33.7
7	P	•	•	•	171	137	114	98	85.7	76.2
	f	•	•	•	5.7	8.9	12.9	17.5	22.9	28.9
8	P	•	•	•	•	205	171	146	128	114
	f	•	•	•	•	7.8	11.2	15.3	20	25.3
9	P	•	•	•	•	•	24.3	208	182	162
	f	•	•	•	•	•	10	13.6	17.8	22.5
10	P	•	•	•	•	•	•	286	250	222
	f	•	•	•	•	•	•	12.2	16	22.2
11	P	•	•	•	•	•	•	•	333	296
	f	•	•	•	•	•	•	•	14.6	18.4
12	P	•	•	•	•	•	•	•	•	384
	f	•	•	•	•	•	•	•	•	16.9
13	P	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	f	•	•	•	•	•	•	•	•	•
14	P	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	f	•	•	•	•	•	•	•	•	•
15	P	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	f	•	•	•	•	•	•	•	•	•

形鋼絲彈簧

直徑 $2r$（以公厘計）

計算此表時，以 $\tau_d=2550$ 公斤/公分^2 爲準。

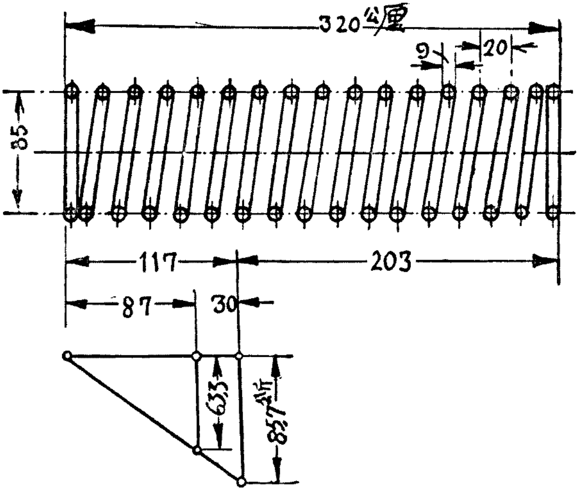
50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	110	120	130	140	150
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.4	4.9	4.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
83	101	120	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8.5	7.8	7.1	6.6	6.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
71	8[illegible]	103	121	140	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12.8	11.6	10.7	9.9	9.1	[illegible].50	8.0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
62.5	75.6	90	105	122	140	160	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18.2	16.5	15.2	14	13	12.1	11.4	[illegible]0.7	10.1	—	—	—	—	—	—	—
55.5	67.2	80	[illegible]3.9	109	127	142	161	180	—	—	—	—	—	—	—
25	22.7	20.8	19.2	17.9	16.6	15.6	14.7	13.9	13.2	12.5	—	—	—	—	—
50	60.5	72	[illegible]4.5	98	112	128	144	162	180	200	—	—	—	—	—
43.2	39.3	36	33.2	30.8	28.8	27	25.4	24	22.7	21.6	19.65	—	—	—	—
41.7	50	60	70.4	81.7	[illegible]3.7	107	120	135	150	167	202	—	—	—	—
68.6	624	57.2	52.8	49	45.7	42.9	40.4	38.1	36.1	34.3	31.2	28.6	—	—	—
35.7	43.2	51.4	60.3	70	80.4	[illegible]1.4	103	116	129	314	173	[illegible]03	—	—	—
102	[illegible]3	85.3	78.8	73.1	68.3	64	60.2	56.9	53.9	51.2	465	42.7	39.4	—	—
31.2	37.8	45	[illegible]2.8	61.2	70.3	3[illegible]	90.3	101	113	12[illegible]	151	18[illegible]	216	—	—
146	131	121	112	104	[illegible]7.2	11.1	85.7	81	76.7	72.9	66.1	60.7	[illegible].0	52.0	—
275	33.6	40	46.9	54.4	62.5	71.1	80.2	90	10[illegible]	111	135	160	188	218	—
200	182	167	154	143	133	125	118	111	105	100	91.0	83.5	77.0	71.5	6[illegible]8
25	30 2	36	422	4[illegible]	56.2	64	722	8[illegible]	[illegible]0.2	10[illegible]	121	144	169	196	22[illegible]
266	242	222	205	190	177	160	1[illegible]7	148	1[illegible]0	133	121	111	102	95.2	[illegible]8.9
22.7	27.5	32.7	38.4	44.5	51.1	58.2	65.7	73.6	8[illegible]	[illegible]0.[illegible]	110	131	1[illegible]3	178	20[illegible]
346	314	288	266	247	230	216	203	192	182	17[illegible]	1[illegible]7	141	1[illegible]3	123	1[illegible]
20.8	25.2	30	35.5	40.8	46.9	53.3	60.2	67.5	75.2	83.3	107	120	141	163	18[illegible]
439	400	366	338	314	293	275	258	244	231	220	200	182	168	1[illegible]6	[illegible]
19.2	23.3	27.7	32.5	37.7	43.3	49.2	55.6	62.3	69.4	77.7	[illegible]3.2	11[illegible]	139	170	[illegible]3
•	498	457	422	392	366	343	323	305	289	277	250	229	212	1[illegible]6	18[illegible]
•	21.6	25.7	30.2	35	40.2	45.7	51.6	57.0	64.5	71.6	86.5	103	120	140	161
•	•	562	519	482	450	422	397	375	355	337	306	281	259	240	22[illegible]
•	•	24	28.2	32.7	37.5	32.7	48.2	54	60.2	66.6	80.7	96	112	129	150

式內之$\frac{8}{3}$爲彈簧經壓下後（卽 $f=117$ 公厘時）二圈間應有之空隙。又括弧內 $(15+2)$ 之 15 爲實有效用之十五圈，2 爲兩頭做平之二圈，對於伸縮不生效用。

第 190 圖示此彈簧做成後之圖。兩頭繞平並磨平，使彈簧力與塞門柄之中心線相並行。

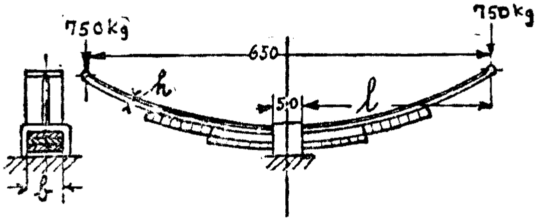
彈簧之縮程與彈力有下述之關係：

$$P_b : P_a = f : f_a$$



第 190 圖

例 61.　有一三角形平板彈簧，兩頭各受力 750 公斤，如第 191 圖所示，受力時，兩端下沉之數爲 3 公分，求鋼板厚度 h，寬度 b 及鋼板之層數 n；$k_b=7500$ 公斤/公分²。



第 191 圖

解：　$f=3$ 公分 $=\dfrac{a\cdot l^2\cdot k_b}{h}$（第 177 圖）

故　$h=\dfrac{a\cdot l^2 k_b}{f}=\dfrac{30^2\cdot 7500}{3\cdot 2200000}=1.02$ 公分

又因　$P=\dfrac{b'\,h^2}{6}\cdot\dfrac{k_b}{l}=750$ 公斤

故　$b'=\dfrac{6\cdot l\cdot 750}{h^2\cdot k_b}=\dfrac{6\cdot 30\cdot 750}{1.02^2\cdot 750}=17.2$ 公分

若彈簧鋼板之闊度 $b=6$ 公分，則須用三片疊成，因 $\dfrac{b'}{b}=\dfrac{17.2}{6}=\sim 3$ 層也。故此彈簧可做成 $h=1$ 公分，$b=6$ 公分。

$$f=a\cdot\frac{l^2}{h}k_b=\frac{30^2\cdot 7500}{2200000\cdot 1}=3.07\ 公分$$

$$P=\frac{3bh^2\cdot k_b}{6\cdot l}=\frac{3\cdot 6\cdot 1\cdot 7500}{6\cdot 30}=750\ 公斤$$

例 62.　有一圓柱形彈簧，受力 1500 公斤，全部伸縮數爲 $f=30$ 公厘，若 $r=60$ 公厘（第 185 圖）$k_d=4500$，問鋼絲應粗 (d) 若干？該彈簧應有幾圈？

第十章　球形及筒形物體之計算

第一節　總論

球形及筒形物體用異料銲 (Löten)，帽釘，氣銲或電銲結合者，計算時以銲縫及帽釘之強度爲準。筒身與筒底相接處須漸漸轉圓，不得有直角轉變處，不得有孔及其他減少強度之處，否則不能受大力。用本章公式算得厚度後，常須加大若干，以抵消製造時及裝置時之缺陷或在應用時之損蝕。

第二節　球形物體

(一)球形物體內，內空，壓力在球內(第 192 圖)。

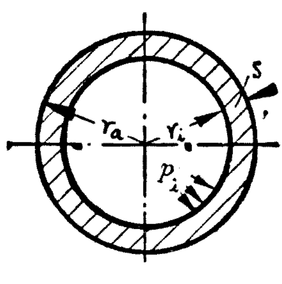
此種球形物體之內面受最大之拉力。若已知 r_i 及 p_i，則可用下列公式求 r_a：

$$r_a = r_i \sqrt[3]{\frac{k_z + 0.4\ p_i}{k_z - 0.65\ p_i}}$$，

k_z 爲所用材料之安全拉應力。

若厚度 s 與 r_i 相比爲甚小 ($s \ll r_i$)，則可用下式計算之：

$$s = \frac{r_i\ p_i}{2\ k_z}$$



第 192 圖

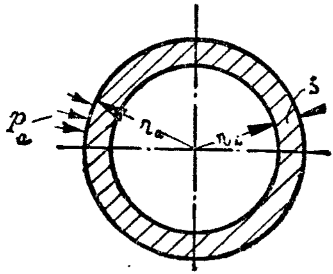
(二)球形物體內空壓力在球外(第 193 圖)。

此種球形物體之內面受最大之壓力。若已知 r_i 及 p_a，則可用下列公式求 r_a:

$$r_a = r_i \sqrt[3]{\frac{k}{k-1.05\,p_a}}$$

若 $s \ll r_i$，則可用下式計算之:

$$s = \frac{r_a\, p_a}{2\,k}$$



第 193 圖

例 63.　變以下四公式:

$$r_a = r_i \sqrt[3]{\frac{k_z + 0.4\,p_i}{k_z - 0.65\,p_i}} \qquad r_a = r_i \sqrt[3]{\frac{k}{k-1.05\,p_a}},$$

$$s = \frac{r_i\, p_i}{2\,k_z} \qquad \text{及} \qquad s = \frac{r_a\, p_a}{2\,k}$$

爲：(一)　$$\frac{\sigma_{z\,max}}{p_i} = \frac{0.65\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3 + 0.4}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3 - 1},$$

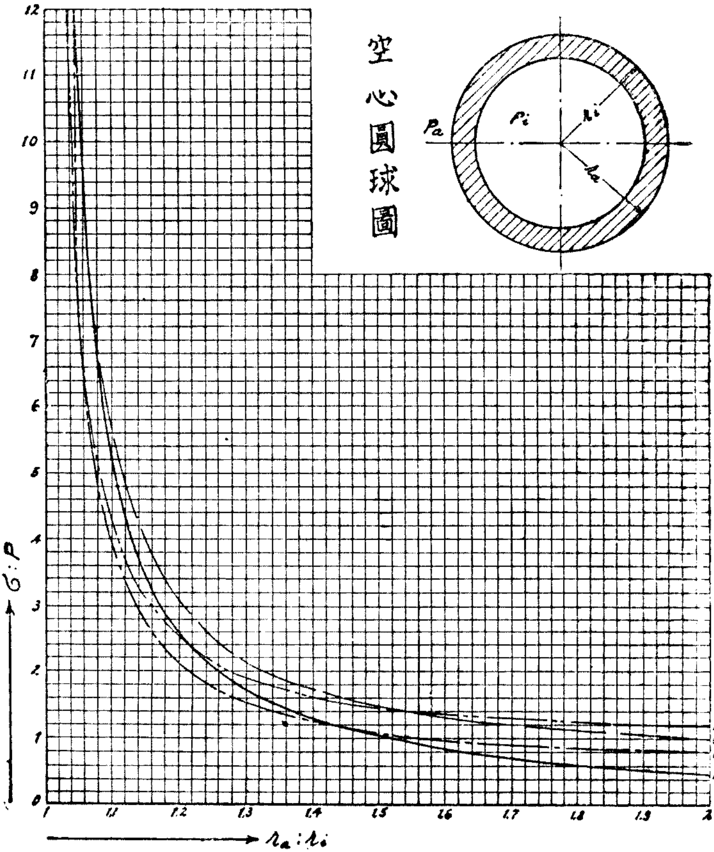
(二)　$$\frac{\sigma_{max}}{p_a} = \frac{1.05\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3 - 1},$$

(三)　$$\frac{\sigma_{z\,max}}{p_i} = \frac{0.5}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right) - 1},$$

及　(四)　$$\frac{\sigma_{max}}{p_a} = \frac{0.5\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right) - 10}$$

以$\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$爲橫標 (Abscisse)，以$\frac{\sigma}{p}$爲縱標 (Ordinate)，畫圖以示二者間之關係。

解：第 194 圖 A 線示 $\frac{\sigma_{z\ max}}{p_i}=\frac{0.5}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)-1}$



第 1 9 4 圖

$$B\ 線示\ \frac{\sigma_{z\,max}}{p_i}=\frac{0.65\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3+0.4}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3-1}$$

$$C\ 線示\ \frac{\sigma_{max}}{p_a}=\frac{0.5\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)-1}$$

$$D\ 線示\ \frac{\sigma_{max}}{p_a}=\frac{1.05\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^3-1}$$

例 64.　有一鐵板做成之球體，$r_i=50$ 公分，$k_z=400$ 公斤/公分^2，$p_i=2$ 超氣壓單位 (atü)，問 $s=?$

解：　$s=\frac{r_i\ p_i}{2\cdot k_g}=\frac{50\cdot 2}{2\cdot 400}=\frac{100}{800}=\frac{1}{8}$公分

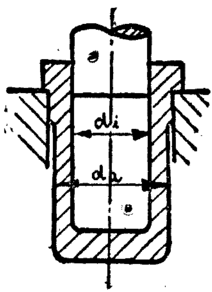
若該球體不受其他外力（如擱置力等），一如氫氣球能浮在空氣中，則 $s=\frac{1}{8}$公分$=1.25$ 公厘應可勝任。但此球體終須受外力（擱置，工人攀登，在一條直徑上裝軸及損蝕等），故應依照各該外力之情形做成：$s=1$ 公分至 2 公分。

例 65.　有一鐵球，受外壓力，$p_a=200$ 超氣壓單位(atü)，$k=700$，$r_i=40$ 公分，問 $s=?$

第三節　直圓筒形物體

(一)直圓筒形物體，受內壓力，其裝置如第195圖所示，筒壁因底部受壓而生拉應力，則可用下列公式計算之。

$$\frac{\sigma_{z\ max}}{p_i}=\frac{0.4+1.3\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2-1}$$



第195圖

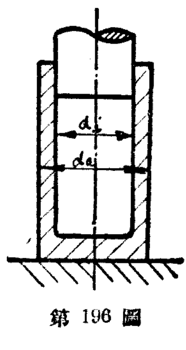
若 $s \ll r_i$，則可用下式以計算壁之厚度 s

$$s=\frac{r_i\,p_i}{k_z}$$

或
$$\frac{\sigma}{p_i}=\frac{1}{\frac{r_a}{r_i}-1}$$

(二)直圓筒形物體，受內壓力，其裝置如第196圖所示，筒底受外力托住，對於筒壁不發生拉應力，則可用下式計算之。

$$\frac{\sigma_{z\ max}}{p_i}=\frac{0.7+1.3\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2-1}$$



第196圖

(三)直圓筒形物體，外受壓力，則其內面有最大之壓應力，可用下式計算之：

$$\frac{\sigma_{max}}{P_a}=\frac{1.7\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2-1}$$

若 $s \ll r_i$，則可用下式計算之：

$$s=\frac{r_a \cdot p_a}{k}$$

或
$$\frac{\sigma}{p}=\frac{r_a}{r_a-r_i}=\frac{\frac{r_a}{r_i}}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)-1}$$

例 66.　取上述諸公式，照第 182 圖之畫法，用曲線表示 $\frac{\sigma}{p}$ 及 $\frac{r_a}{r_i}$ 間之關係。

華德名詞對照表

劃數	中文	德文	記號及單位因子	頁數
2	力	Kräft	$ABPQNSUZ$ 公斤	1
	外力	Äussere Kräft		1
	內力	Innere Kräft		1
4	中性線	Neutrale Faser		28
	中性軸	Neutrale Achse(Nullinie)		28
	中性層	Neutrale Schicht		28
5	比例限界	Proportionalitätsgrenze	σ_p 公斤/公分^2	3
6	安全應力	Zulässige Spannung	k 公斤/公分^2	7
	安全扭應力	Zulässige Drehspannung	k_d 公斤/公分^2	6
	安全拉應力	Zulässige Zugspannung	k_z 公斤/公分^2	4
	安全剪應力	Zulässige Schubspannung	k_s 公斤/公分^2	5
	安全側壓應力	Zulässige Lochleibungsdruck	k_l 公斤/公分^2	23
	安全壓應力	Zulässige Druckspannung	k 公斤/公分^2	4
	安全彎應力	Zulässige Biegespannung	k_b 公斤/公分^2	5
	死點位置	Totpunktstellung		106
7	扭,扭轉	Verdrehung		[illegible]
	扭應力	Drehspannung	τ 公斤/公分^2	6
	扭力距	Drehmoment	M, M_d 公斤公分	70
	扭強度	Verdrehungsfestigkeit	τ'_B 公斤/公分^2	[illegible]
	伸長數	Verlängerung	λ 公分	2
	拋物線	Parabel		37
	材料強弱學	Festigkeitslehre		1
8	拉	Zug		4
	拉應力	Zugspannung	σ_z 公斤/公分^2	4
	拉強度	Zugfestigkeit (Bruchfestigkeit)	σ_B 公斤/公分^2	3
	受彎彈簧	Biegefeder		135
	受扭彈簧	Drehungsfeder		135
	軋移數	Schiebung	γ %	21
	軋移度	Schubzahl	β 公分^2/公斤	21
	軋移係數	Gleitmass	G 公斤/公分^2	21

劃數	中文	德文	記號及單位因子	頁數
8	受力	Belastung		8
9	活力	Wechselnde Belastung		9
	活門	Ventil		13
	活鞋	Gleitschuh		118
	垂直應力	Normalspannung	σ 公斤/公分^2	10
10	原強度	Ursprungsfestigkeit	σ_u 公斤/公分^2	9
	流限	Fliessgrenze	σ_s 公斤/公分^2	3
	上流限	Obere Fliessgrenze	σ_{so} 公斤/公分^2	3
	下流限	Untere Fliessgrenze	σ_{su} 公斤/公分^2	3
	座彎	Durchbiegung	f, δ, 公分	41
	氣壓單位	Atmosphäre	at. 公斤/公分^2	137
11	異料銲	Löten		142
	剪	Abscherung, Schub		4,40
	剪應力	Schubspannung	τ, τ_s 公斤/公分^2	5,19
	剪強度	Schubfestigkeit	τ_B	5
	細長度	Schlankheitsziffer	$\lambda = l : i$	65
	荷重情形	Art der Anstrengung		7
	推桿	Schubstange		116
	側壓應力	Lochleibungsdruck	σ_l 公斤/公分^2	26
12	惰率	Trägheitsmoment		31
	軸惰率	Äquatoriales Trägh	T, T_s 公分^4	31
	軸抵率	Äquatoriales Widerstands-moment	W, W_1, W_2 公分^3	33
	惰率半徑	Trägheitsradius	i 公分	64
	單位因子	Dimension		11
	集合力距	Das Ideelle Momen.	M_i 公斤公分	104
	軸線	Achse		5
	超氣壓	Überdruck	p, p_a, p_i 公斤/公分^2(atü)	145
13	極	Pol		70
	預壓力	Vorspannung	P_a 公斤	137
	節點	Knotenpunkt		23
	節點鐵板	Knotenblech		23
	圓片聯軸器	Schalenkupplung		26
14	複應力	Ideelle Spannung	σ_i 公斤/公分^2	7

劃數	中文	德文	記號及單位因子	頁數
14	鄰距	Teilung	t 公分	92
15	橫力	Querkraft		38
	震擺強度	Schwingungsfestigkeit	σ_w 公斤/公分^2	40
	橫力圖	Querkraftdiagramm		13
	橫楔	Querkeil		11
	橫伸度	Querausdehnung	ε_q %	11
	彈性係數	Elastizitätsmodul	E 公斤/公分^2	118
	導座	Kreuzkopf		135
	彈簧	Feder		3
	彈性限界	Elastizitätsgrenze	σ_E 公斤/公分^2	8
16	靜力	Ruhende Belastung		8
	靜強度	Dauerstandfestigkeit	σ_D 公斤/公分^2	16
	機車起重機	Lokomotivwinde		3
	霍克定律	Hookesches Gesetz		
17	應力	Spannung		1
	壓	Druck		4
	壓應力	Druckspannung	σ 公斤/公分^2	4
	壓強度	Druckfestigkeit	σ_{-B} 公斤/公分^2	5
	壓折	Knickung		5
	壓折應力	Knickspannung	σ_K 公斤/公分^2	11
	縱伸係數	Dehnungszahl	a 公分^2/公斤	2
	縱伸度	Dehnung	ε %	91
	螺紋深度	Gangtiefe	t_1 公厘	17
	螺紋昇程	Steigung	h 公厘/轉	70
22	彎	Biegung		9
	彎力距	Biegemoment	M_b, M 公斤/公分	5
	彎力距面	Momentenfläche		35
	彎應力	Biegespannung	σ_b 公斤/公分^2	36
	彎強度	Biegefestigkeit	σ_B' 公斤/公分^2	5,80
	彎軸	Kurbelwelle		5
23	變形	Formänderung		118
	變力	Schwellende Belastung		1
				8

德華名詞對照表

德文	中文	記號及單位因子	頁數
Abscherung, Schub	剪		4,40
Achse	軸線		5
Art der Anstrengung	荷重情形		7
Atmösphäre	氣壓單位	p, p_a, p_i, 公斤/公分² (at)	137
Belastung	受力,力	P, Q, 公斤 (kg)	8
ruhende Bel.	靜力		8
schwellende Bel.	變力		8
wechselnde Bel.	活力		9
Biegung	彎		5
Dehnung	縱伸度	ε %	2
Dehnungszahl	縱伸係數	a 公分²/公斤 (cm²/kg	11
Dimension	單位因子		11
Drehmoment	轉動力距, 扭力距	M, M_d 公分公斤 (cm kg)	10
Druck	壓		4
Durchbiegung	座彎	f, δ_1, δ_2 公分 (cm)	41
Elastizitätsgrenze	彈性限界	σ_E 公斤/公分² (kg/cm²)	3
Elastizitätsmodul	彈性係數	E 公斤/公分² (kg/cm²)	11
Feder	彈簧		13
Biegefeder	受彎彈簧		13
Drehungsfeder	受扭彈簧		13
Festigkeit	強度		3
Biegefestigkeit	彎強度	σ_B' 公斤/公分² (kg/cm²)	6
Bruchfestigkeit	拉強度	σ_B 公斤/公分² (kg/cm²)	3
Dauerstandfestigkeit	靜強度	σ_D 公斤/公分² (kg/cm²)	8
Druckfestigkeit	壓強度	σ_{-B} 公斤/公分² (kg/cm²)	4
Schubfestigkeit	剪強度	τ_B 公斤/公分² (kg/cm²)	5
Verdrehungsfestigkeit	扭強度	τ_B 公斤/公分² (kg/cm²)	6
Ursprungsfestigkeit	原強度	σ_u 公斤/公分² (kg/cm²)	9
Wechselfestigkeit (Schwingungsfestigkeit)	震擺強度	σ_w 公斤/公分² (kg/cm²)	9

德文	中文	記號及單位因子	頁數
Festigkeitslehre	材料強弱學		1
Fliessgrenze	流限	σ_s 公斤/公分^2 (kg/cm^2)	3
Obere Fliessgrenze	上流限	σ_{so} 公斤/公分^2 (kg/cm^2)	3
Untere Fliessgrenze	下流限	σ_{su} 公斤/公分^2 (kg/cm^2)	3
Formänderung	變形		1
Gangtiefe	螺紋深度	t_1 公厘 (mm)	91
Gleitmass	軋移係數	G 公斤/公分^2 (kg/cm^2)	21
Gleitschuh	活鞋		118
Hookesches Gesetz	霍克定律		3
Knickung	壓折		5
Knotenpunkt	節點		23
Knotenblech	節點鐵板		23
Kräft	力	A, B, N, P, Q, S, U, Z, 公斤(kg)	1
Äussere Kräft	外力		1
Innere Kräft	內力		1
Querkräft	橫力		28
Kreuzkopf	導座		118
Kurbelwelle	彎軸		118
Lokomotivwinde	機車起重機		16
Löten	異料銲		142
Momentenfläche	彎力距面		36
Moment			
Das ideelle Moment	集合力距	M_i 公斤公分(kg cm)	104
Neutrale Achse (Nullinie)	中性軸		28
Neutrale Faser	中性線		28
Neutrale Schicht	中性層		28
Parabel	拋物線		37
Pol	極		70
Proportionalitätsgrenze	比例限界	σ_p 公斤/公分^2 (kg/cm^2)	3
Querausdehnung	橫伸度	ε_q %	11
Querkeil	橫楔		13
Querkraftdiagramm	橫力圖		40

德　　文	中　　文	記號及單位因子	頁數
Schalenkupplung	圓片聯軸器		26
Schiebung	軋移數	γ %	21
Schlankheitsziffer	細長度	$\lambda = l : i$	65
Schubstange	推桿		116
Schubzahl	軋移度	β 公分²/公斤 (cm² kg)	21
Steigung	螺紋昇程	h 公厘/轉 (mm)	17
Spannung	應力		1
Biegespannung	彎應力	σ_b 公斤/公分² (kg/cm²)	80
Drehspannung	扭應力	τ' 公斤/公分² (kg/cm²)	6
Druckspannung	壓應力	σ 公斤/公分² (kg/cm²)	4
Ideelle Spannung	複應力	σ_i 公斤/公分² (kg/cm²)	7
Knickspannung	壓折應力	σ_k 公斤/公分² (kg/cm²)	5
Lochleibungsdruck	側壓應力	σ_l 公斤/公分² (kg/cm²)	26
Normalspannung	垂直應力	σ 公斤/公分² (kg/cm²)	10
Tangentialspannung	切應力	τ 公斤/公分² (kg/cm²)	21
Schubspannung (Scherspannung)	剪應力	τ, τ_s 公斤/公分² (kg/cm²)	19
Zugspannung	拉應力	σ_z 公斤/公分² (kg/cm²)	4
Zulässige Spannung	安全應力	k 公斤/公分² (kg/cm²)	7
Zulässige Biegespannung	安全彎應力	k_b 公斤/公分² (kg/cm²)	5
Zulässige Drehspannung	安全扭應力	k_d 公斤/公分² (kg/cm²)	6
Zulässige Druckspannung	安全壓應力	k 公斤/公分² (kg/cm²)	4
Zulässige Lochleibungsdruck	安全側壓應力	k_l 公斤/公分² (kg/cm²)	23
Zulässige Schubspannung	安全剪應力	k_s 公斤/公分² (kg/cm²)	5
Zulässige Zugspannung	安全拉應力	k_z 公斤/公分² (kg/cm²)	4
Trägheitsmoment	惰率		31
Äquatoriales Trägh	軸惰率	T, T_s 公分⁴ (cm⁴)	31
Polares Trägh	極惰率	T_p 公分⁴ (cm⁴)	71
Trägheitsradius	惰率半徑	i 公分 (cm)	6
Teilung	鄰距	t 公厘 (mm)	92

德文	中文	記號及單位因子	頁數
Überbruck	超氣壓	p, p_a, p_i 公斤/公分^2 (atü)	145
Ventil	活門		13
Verdrehung	扭轉		6
Verlängerung	伸長數	λ 公分	2
Vorspannung	試壓力	P_a 公斤	137
Zug	拉		4
Zugfestigkeit	拉強度	σ_B 公斤/公分^2	3

職業學校材料强弱學概要

實售[redacted]

外加運費匯費

基價4元5角