御製數理精蘊下編卷三十四

體部

御製數理精蘊下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

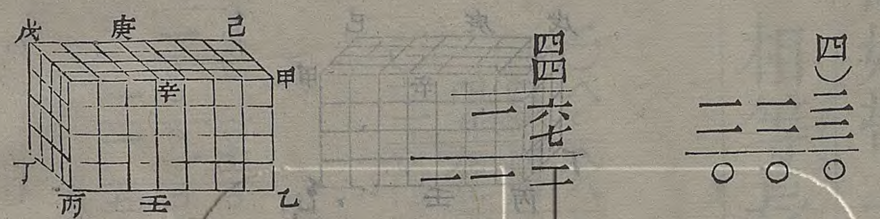
帶縱立方者。兩兩等邊長方體積也。高與闊相等。惟長不同者。爲帶一縱立方。長與闊相等。而皆比高多者。則爲帶兩縱相同之立方。至於長與闊與高皆不等者。則爲帶兩縱不同之立方。開之之法。大槩與立方同。祗有帶縱之異耳。其帶一縱之法。如以高與闊相等惟長不同爲問者。則以初商爲高與闊。以之自乘。又以初商加縱數爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。亦有三方廉三長廉一小隅。但其一方廉附

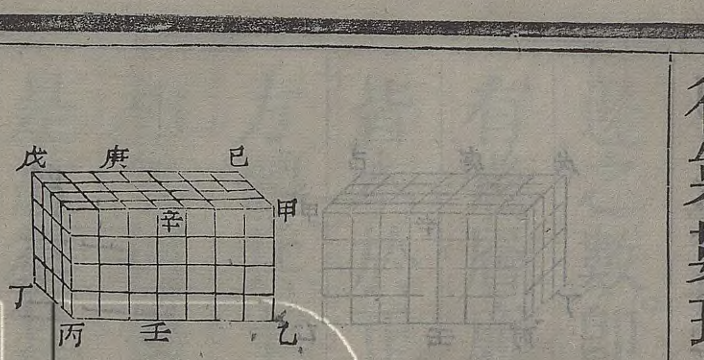
於初商積之方面者。卽初商數。其二方廉附於初商積之長面者。則帶縱也。其三長廉附於初商積之方邊者。卽初商數。其一長廉附於初商積之長邊者。則帶縱也。其帶兩縱相同之法。如以長與闊相等皆比高多爲問者。則以初商加縱數爲長與闊。以之自乘。又以初商爲高。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則各帶一縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。卽初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。其帶兩縱不同之法。如以闊比高多長比闊又多爲問者。則以初商爲高。又以初商加闊縱爲闊與高相乘。又加長縱爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則一帶闊縱。一帶長縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。卽初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。惟小隅則無論帶一縱兩縱。皆各以所商之數自乘再乘。成一小正方。其每

邊之數。即三方廉之厚。亦即三長廉之闊與厚焉。凡有幾層廉隅。皆依次商之例。遞析推之。法雖不一。要皆本於正方而後加帶縱。故凡商出之數。皆爲小邊。方體共十二邊。若帶一縱。或帶兩縱相同者。則八邊相等四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。即得各邊也。

設如帶一縱立方積一百一十二尺。其高與闊相等。長比高闊多三尺。問高闊長各幾何。

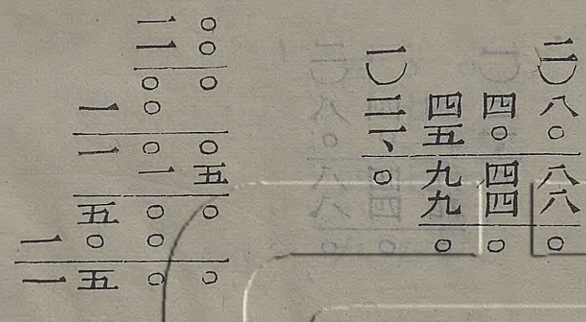
法列積如開立方法商之。其積一百一十二尺。止可商四尺。乃以四尺書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高與闊。因高與闊等故四尺即方之高與闊也。加縱多三尺。得七尺爲長。即以高與闊四尺自乘。得一十六尺。又以長七尺再乘。得一百一十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱四尺。如縱多三尺。得七尺。即立方之長也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺。其甲乙爲





高甲己爲闊己戊爲長甲乙甲己俱四尺己戊爲七尺己戊比己庚多三尺即所帶之縱甲乙壬辛庚己正方形即初商之正方積庚辛壬丙丁戊扁方形即帶縱所多之扁方積也葢因此法高與闊俱止一位其積止一位之積故初商所得即高與闊之邊加入縱多即爲長邊也凡有帶一縱無次商者依此法開之

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長比高闊多五尺問高闊長各幾何



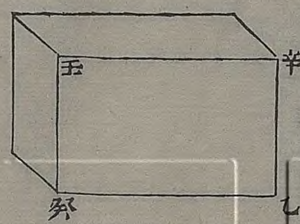
法列積如開立方法商之其二千尺爲初商積可商十尺乃以十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺爲初商之高與闊加縱多五尺得十五尺爲初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺書於原積之下相減餘九

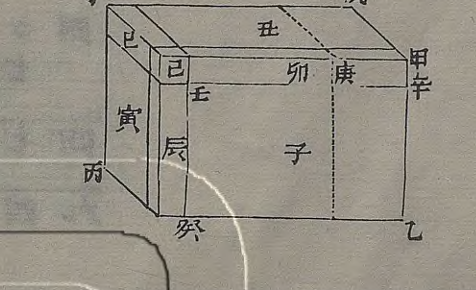
二八〇八八〇
四〇四四〇
四五九九〇
一二三〇

百四十八尺爲次商廉隅之共積乃以
初商之高與闊十尺自乘得一百尺此一方廉初商數也又以初商之高與闊十尺與初
商之長十五尺相乘得一百五十尺倍
之得三百尺加倍爲帶縱兩方廉即初商加縱多也兩數
相併得四百尺爲次商三方廉面積以
除次商廉隅之共積九百四十八尺足
二尺則以二尺書於原積八尺之上而
以初商之高與闊十尺倍之得二十尺

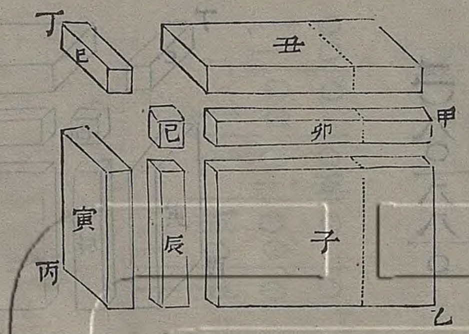
〇〇四四二八
〇七七四
四四九

此兩長廉初商數也與初商之長十五尺相併此帶
縱一長廉也得三十五尺以次商之二尺乘
之得七十尺爲次商三長廉面積又以
次商之二尺自乘得四尺爲次商一小
隅面積合三方廉三長廉一小隅面積
共得四百七十四尺爲廉隅共法以次
商之二尺乘之得九百四十八尺書於
餘積之下相減恰盡是知立方之高與
闊俱一十二尺加縱多五尺得一十七

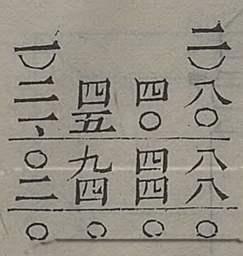


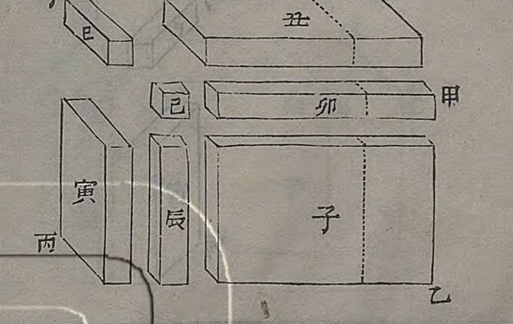


尺。即立方之長也。如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺。其甲乙高甲戊闊皆十二尺。甲己長十七尺。甲己比庚己所多甲庚五尺。即縱多之數。其從一角所分辛乙癸壬長方體形。壬癸與辛乙皆十尺。即初商數。壬辛十五尺。即初商加縱多之數。辛乙癸壬長方積一千五百尺。即初商自乘又以初商加縱多再乘之數。所餘子形丑形寅形



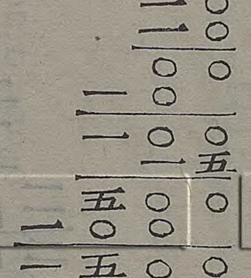
為三方廉。其中寅形為一正方廉。每邊十尺。即初商數。子形丑形為二長方廉。每闊十尺。長十五尺。其長比闊多五尺。即縱多之數。其厚皆二尺。即次商數。卯形辰形巳形為三長廉。其辰形巳形皆長十尺。即初商數。卯形比辰形巳形皆長五尺。即縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦即次商數。其巳形一小正方體為隅。其長闊與高皆二尺。亦即次商數。合子



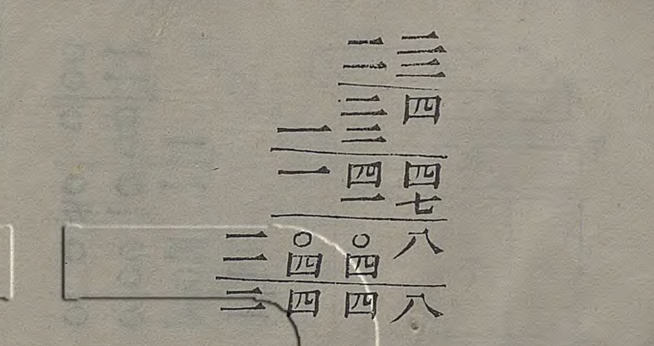


丑寅三方廉。卯辰巳三長廉。己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後。皆倣此遞析開之。

又法以初商積二千尺商十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺為初商之高與闊。加縱多五尺。得十五尺為初商之長。即以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。



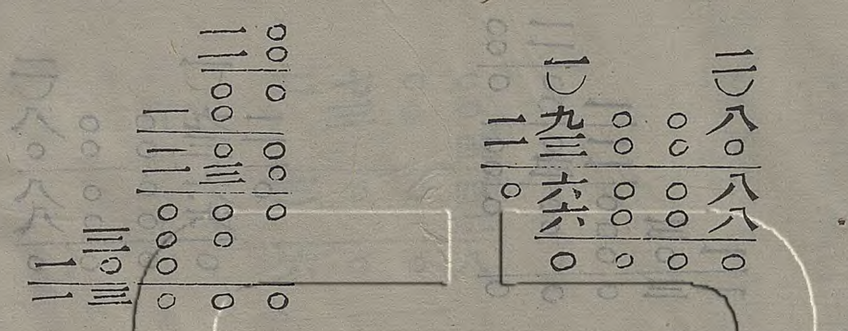
得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九百四十八尺。為次商積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併。得四百尺。為次商三方廉面積。以除次商積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共一十二尺。為初商次商之高與闊。加

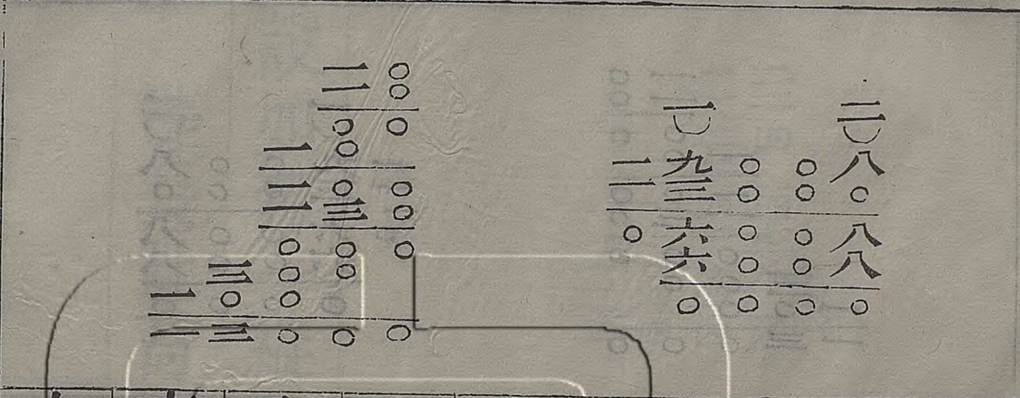


縱多五尺。得十七尺。為初商次商之長。
乃以初商次商之高與闊十二尺自乘。
得一百四十四尺。又以初商次商之長
十七尺再乘。得二千四百四十八尺。與
原積相減恰盡。即知立方之高與闊俱
十二尺。其長為十七尺也。

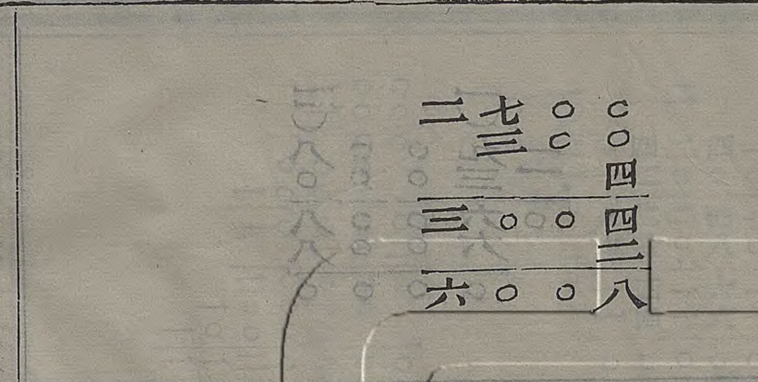
設如帶一縱立方積一萬九千零八寸。其高與闊相
等。長比高闊多一百二十寸。問高闊長各幾何。

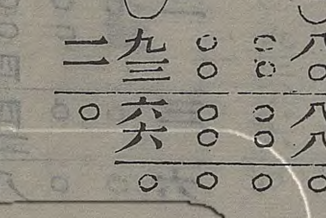
法列積如開立方法商之。其一萬九千
寸為初商積。可商二十寸。則以二十寸
為高與闊。加縱多一百二十寸。得一百
四十寸為長。即以高與闊二十寸自乘
得四百寸。又以長一百四十寸再乘。得
五萬六千寸。大於原積二倍有餘。乃退
商十寸。書於原積九千寸之上。而以所
商十寸為初商之高與闊。加縱多一百
二十寸。得一百三十寸為初商之長。乃
以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。





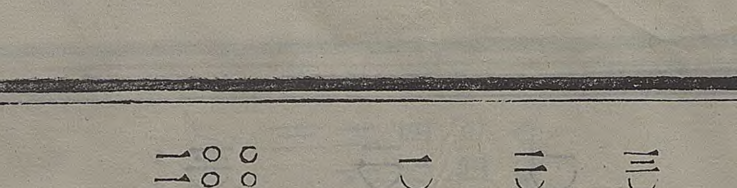
又以初商之長一百三十寸再乘得一萬三千寸。書於原積之下。相減餘六千零八寸。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。又以初商之高與闊十寸。與初商之長一百三十寸相乘。得一千三百寸。倍之得二千六百寸。兩數相併。得二千七百寸。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積六千零八寸。足二寸。則以二寸書於原積八寸之上。而以初商之高與闊十寸。倍之得二十寸。又與初商之長一百三十寸相併得一百五十寸。以次商之二寸乘之。得三百寸。爲次商三長廉面積。又以次商之二寸自乘得四寸。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三千零四寸。爲廉隅共法。以次商之二寸乘之。得六千零八寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與



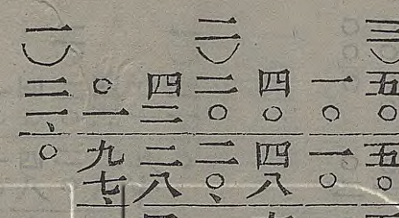


闊俱十二寸。加縱多一百二十寸。得一百三十二寸。卽立方之長也。此法因帶縱甚大。按立方例。所得初商數並加縱多。所得初商積必大於原積幾倍。依次漸取小數開之。又至甚煩。故約略其分退商之。至商出之積比原積微小而後可。是則帶縱立方立法之最難者也。

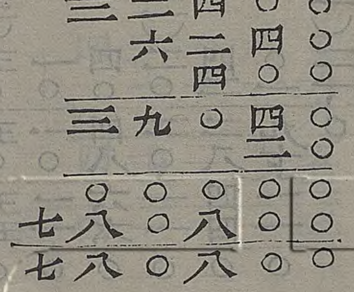
設如帶一縱立方積二丈零四十二尺四百一十五寸。其高與闊相等。長比高闊多一尺二寸。問高闊長各幾何。



法列積如開立方法商之。其二丈爲初商積。可商一丈。乃以一丈書於原積二丈之上。而以所商一丈爲初商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈一尺二寸。爲初商之長。卽以初商之高與闊一丈自乘。仍得一丈。又以初商之長一丈一尺二寸再乘。得一丈一百二十尺。書於原積之下。相減餘九百二十二尺四百



一十五寸。為次商廉隅之共積。乃以初
商之高與闊一丈作一十尺。自乘得一
百尺。又以初商之長一丈一尺二寸。作
一十一尺二寸。與初商之高與闊一十
尺相乘。得一百一十二尺。倍之得二百
二十四尺。兩數相併得三百二十四尺。
為次商三方廉面積。以除次商廉隅之
共積九百一十二尺。足二尺。則以二尺
書於原積二尺之上。而以初商之高與



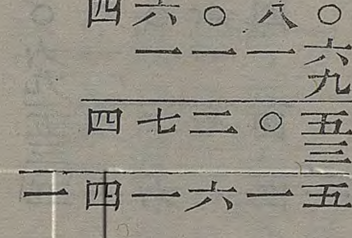
闊一十尺。倍之得二十尺。與初商之長
一十一尺二寸。相併得三十一尺二寸。
以次商二尺乘之。得六十二尺四十
寸。為次商三長廉面積。又以次商之二
尺自乘得四尺。為次商一小隅面積。合
三方廉三長廉一小隅面積。共得三百
九十尺四十寸。為廉隅共法。以次商之
二尺乘之。得七百八十尺八百寸。書於
餘積之下。相減仍餘一百四十一尺六

一　　二　　　三
二〇四二四一五
一一二〇〇〇〇
〇九二二四一五
　七八〇八〇〇
　一四一六一五
　〇〇〇〇〇〇

百一十五寸。卽一十四萬一千六百一十五寸。爲三商廉隅之共積。其初商次商所得之一丈二尺爲高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺二寸爲長。乃以初商次商之高與闊一丈二尺。作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。又以初商次商之長一丈三尺二寸。作一百三十二寸。與初商次商之高與闊一百二十寸相乘。得一萬五千八百四十寸。

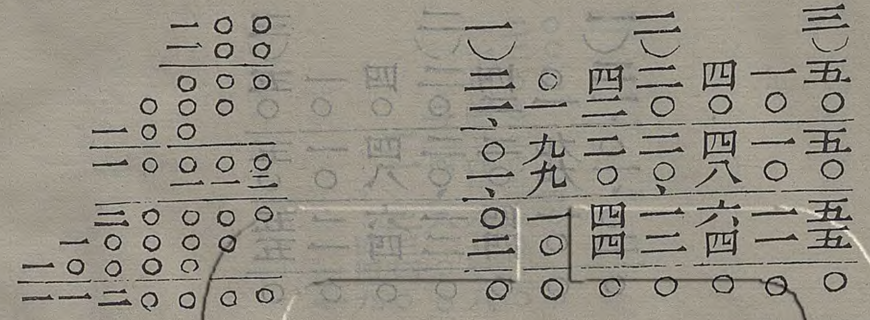
四六〇八〇
　一一一六
　　　　九
四七二〇五
　　　　三
一四一六一五

倍之。得三萬一千六百八十寸。兩數相併。得四萬六千零八十寸。爲三商三方廉面積。以除三商廉隅之共積一十四萬一千六百一十五寸。足三寸。則以三寸書於原積五寸之上。而以初商次商之高與闊一百二十寸。倍之。得二百四十寸。與長一百三十二寸相併。得三百七十二寸。以三商之三寸乘之。得一千一百一十六寸。爲三商三長廉面積。又

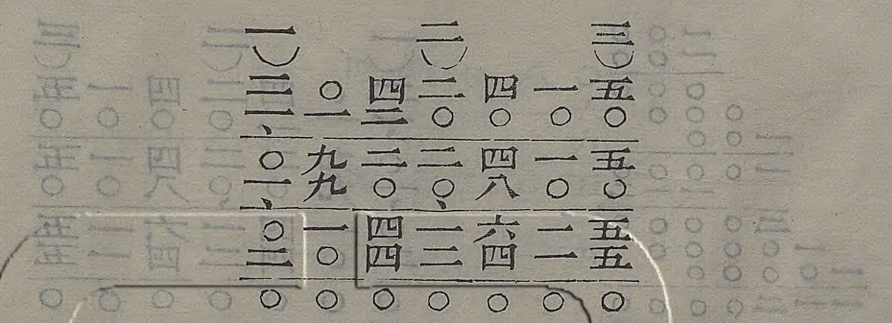


以三商之三寸自乘。得九寸。為三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四萬七千二百零五寸。為廉隅共法。以三商之三寸乘之。得一十四萬一千六百一十五寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱一丈二尺三寸。加縱多一尺二寸。俱一丈三尺五寸。即立方之長也。

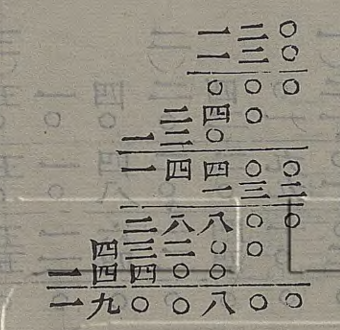
又法以初商積二丈商一丈書於原積



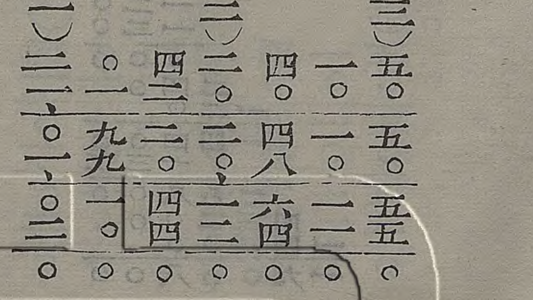
二丈之上。而以所商一丈為初商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈一尺二寸。為初商之長。即以初商之高與闊一丈自乘。仍得一丈。又以初商之長一丈一尺二寸再乘。得一丈一百二十尺。書於原積之下。相減餘九百二十二尺四百一十五寸。為次商積。乃以初商之高與闊一丈作一十尺。自乘得一百尺。又以初商之長一丈一尺二寸作一十一



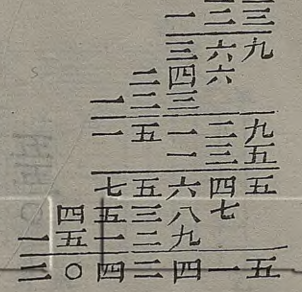
尺二寸。與初商之高與闊一十尺相乘。得一百一十二尺。倍之得二百二十四尺。兩數相併得三百二十四尺。爲次商三方廉面積。以除次商積九百二十二尺四百一十五寸。足二尺。則以二尺書於原積二尺之上。合初商次商共一丈二尺。爲初商次商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺二寸。爲初商次商之長。乃以初商次商之高與闊一丈二



尺自乘。得一丈四十四尺。又以初商次商之長一丈三尺二寸再乘。得一丈九百尺零八百寸。與原積相減。餘一百四十一尺六百一十五寸。即一十四萬一千六百一十五寸。爲三商積。乃以初商次商之高與闊一丈二尺。作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。又以初商次商之長一丈三尺二寸。作一百三十二寸。與初商次商之高與闊一百二十



寸相乘得一萬五千八百四十寸。倍之得三萬一千六百八十寸。兩數相併。得四萬六千零八十寸。為三商三方廉面積。以除三商積一十四萬一千六百一十五寸。足三寸。則以三寸書於原積五寸之上。合初商次商三商共一丈二尺三寸。為初商次商三商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺五寸。為初商次商三商之長。乃以初商次商三商之高與闊一丈二尺三寸自乘。得一丈五十一尺一百二十九寸。又以初商次商三商之長一丈三尺五寸再乘。得二丈零四十二尺四百一十五寸。與原積相減恰盡。即知立方之高與闊。俱一丈二尺三寸。其長為一丈三尺五寸也。

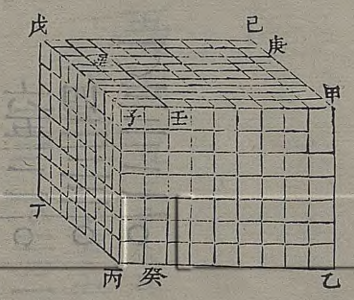


設如帶兩縱相同立方積五百六十七尺。其長與闊俱比高多二尺。問長闊高各幾何。

法列積如開立方法商之。共積五百六

七）七七〇
六六〇
五五〇

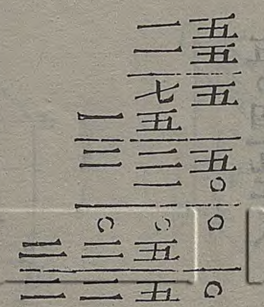
十七尺。可商八尺。因留兩縱積。故取略小之數商七尺。乃以七尺書於原積七尺之上。而以所商七尺爲高。加縱多二尺。得九尺。爲長與闊。即以長與闊九尺自乘得八十一尺。又以高七尺再乘。得五百六十七尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲七尺。加縱多二尺。得九尺。即立方之長與闊也。如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積五百六十七



尺。其甲乙爲高。甲子爲闊。甲己爲長。甲乙七尺。甲子甲己皆比甲乙多二尺。即所帶之縱。其甲乙癸壬辛庚正方形。即初商之積。庚辛壬癸丙丁戊己磬折體形。即所帶之縱積也。此法因長闊俱比高多。故初商所得爲高。於高加縱多即長與闊也。

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺。其長與闊俱比高多五尺。問長闊高各幾何。

法列積如開立方法商之其三千尺爲
初商積可商十尺乃以十尺書於原積
三千尺之上而以初商十尺爲初商之
高加縱多五尺得十五尺爲初商之長
與闊即以初商之長與闊十五尺自乘
得二百二十五尺又以初商之高十尺
再乘得二千二百五十尺書於原積之
下相減餘一千二百一十八尺爲次商
廉隅之共積乃以初商之長與闊十五

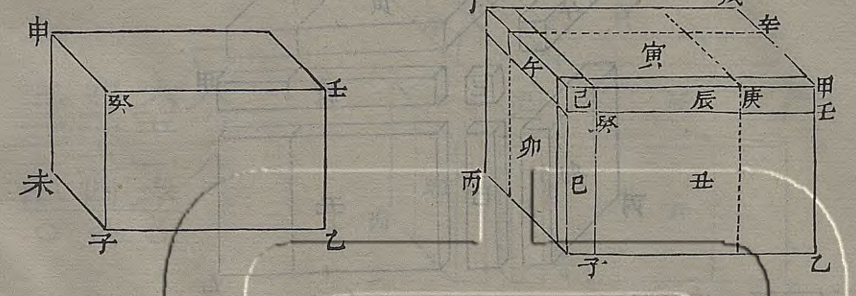


尺自乘得二百二十五尺此一方廉長闊皆帶一縱
也又以初商之高十尺與初商之長與
闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得
三百尺加倍爲帶縱兩方廉即初商加縱多也兩數相併
得五百二十五尺爲次商三方廉面積
以除次商廉隅之共積一千二百一十
八尺足二尺則以二尺書於原積八尺
之上而以初商之長與闊十五尺倍之
得三十尺此兩長廉即長闊各帶一縱也與初商之高

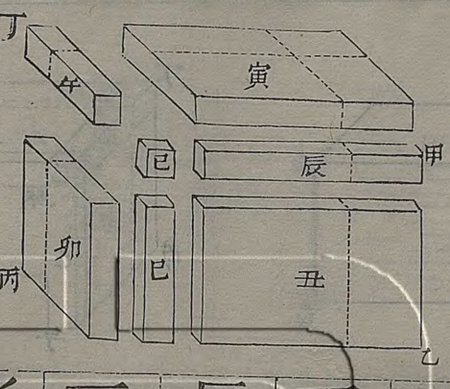
二〇八〇八〇
六五二二〇
四二三三〇
一〇三三二二〇

五〇四九三八
二八〇一
五六二

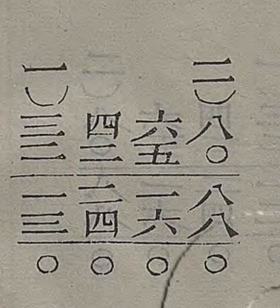
十尺相併。此一長廉初商數也。得四十尺。以次商之二尺乘之。得八十尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六百零九尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得一千二百一十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高爲十二尺。加縱多五尺。得十七尺。爲立方之長與闊也。如圖甲乙丙

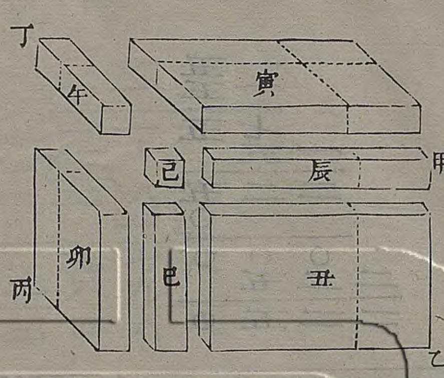


丁扁方體形容積三千四百六十八尺。其甲乙高十二尺。甲戊長甲己闊俱十七尺。甲戊比甲辛所多辛戊。甲己比庚己所多甲庚。俱五尺。即縱多之數。其從一角所分壬乙癸扁方體形。癸子與壬乙皆十尺。即初商數。壬癸與癸申皆十五尺。即初商加縱多之數。壬乙子癸扁方積二千二百五十尺。即初商加縱多自乘。又以初商再乘之數。所餘丑形



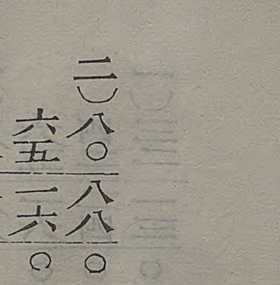
寅形卯形爲三方廉。其中寅形爲一正方廉。每邊十五尺。卽初商加縱多之數。丑形卯形爲二長方廉。每高十尺。長十五尺。其長比高多五尺。卽縱多之數。其厚皆二尺。卽次商數。辰形巳形午形爲三長廉。巳形長十尺。卽初商數。辰形午形比巳形俱長五尺。卽縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦卽次商數。其己形一小正方體爲隅。其長闊高皆二尺。亦卽次

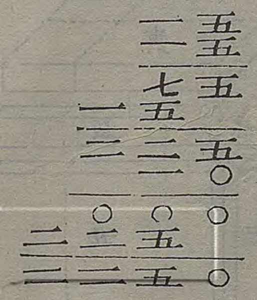




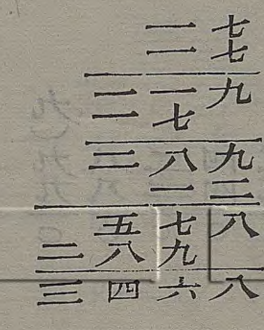
商數合丑寅卯三方廉。辰巳午三長廉。己一小方隅。其成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後皆倣此遞析開之。

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。加縱多五尺得十五尺爲初商之長與闊。卽以初商之長與闊十五尺自





乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘一千二百一十八尺。為次商積。乃以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺。與初商之長與闊十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併得五百二十五尺。為次商三方廉面積。以除次商積一千二百一十八尺。足二尺。則



以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共十二尺。為初商次商之高。加縱多五尺。得十七尺。為初商次商之長與闊。乃以初商次商之長與闊十七尺自乘。得二百八十九尺。又以初商次商之高十二尺再乘。得三千四百六十八尺。與原積相減恰盡。即知立方之高為十二尺。其長與闊得十七尺也。

設如帶兩縱相同立方積一百零三萬四千二百八

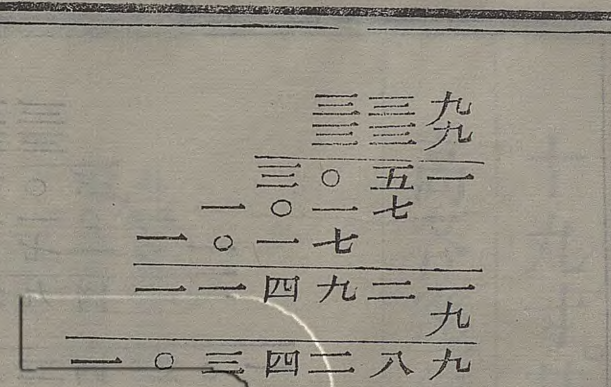
十九寸。其長與闊俱比高多三百三十寸。問長闊高各幾何。

九
一○三四二八九
一○三四二八九
○○○○○○○

法列積如開立方法商之。其一百萬寸為初商積。可商一百寸。為高加縱多三百三十寸。得四百三十寸為長與闊。卽以長與闊四百三十寸自乘得一十八萬四千九百寸。又以高一百寸再乘得一千八百四十九萬寸。大於原積十倍有餘。是初商不可商

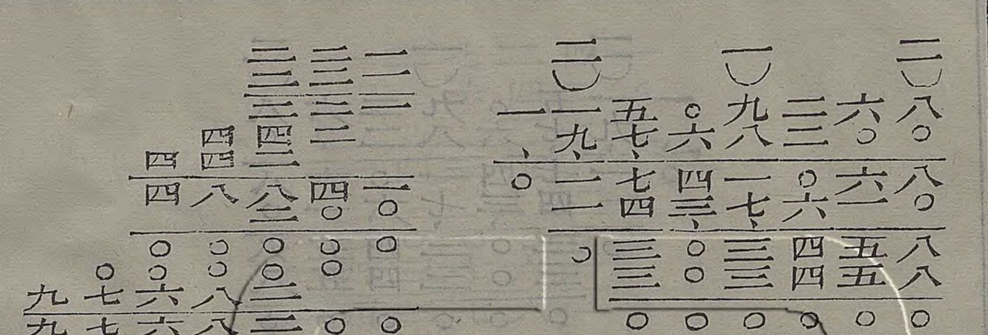
三三九
三三九
三○五一
一○一七
一○一七
一一四九二一
九
一○三四二八九

一百寸也。乃改商十寸為高。既大於原積十倍有餘。故取十分之一商之為十寸。加縱多三百三十寸。得三百四十寸為長與闊。卽以長與闊三百四十寸自乘得一十一萬五千六百寸。又以高十寸再乘得一百一十五萬寸。仍大於原積。是亦不可商一十寸也。乃改商九寸。書於原積九寸之上。而以所商九寸為高。加縱多三百三十寸。得三百三十九寸為長與闊。卽以長

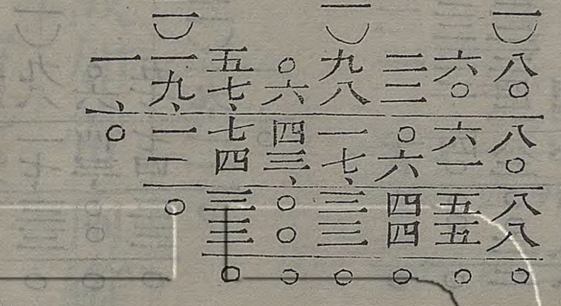


與闊三百三十九寸自乘得一十一萬四千九百二十一寸又以高九寸再乘得一百零三萬四千二百八十九寸書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲九寸加縱多三百三十寸得三百三十九寸爲立方之長與闊也

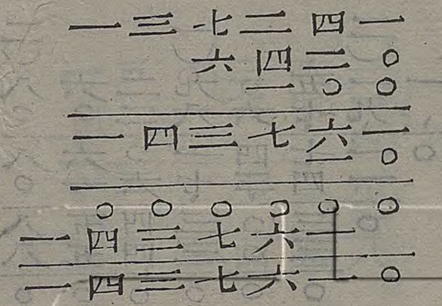
設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百零九尺二百六十八寸其長與闊俱比高多二尺一寸問長闊高各幾何



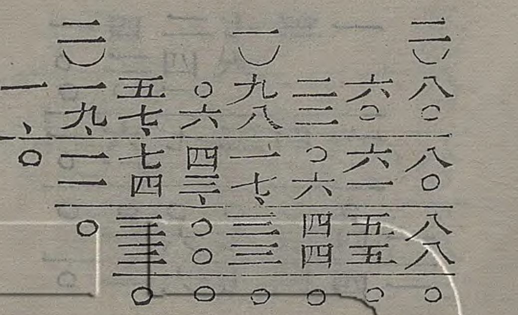
法列積如開立方法商之其一十一丈爲初商積可商二丈乃以二丈書於原積之上而以所商二丈爲初商之高加縱多二尺一寸得二丈二尺一寸爲初商之長與闊乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘得四丈八十八尺四十一寸又以初商之高二丈再乘得九丈七百六十八尺二百寸書於原積之下相減餘一丈七百四十一尺零六



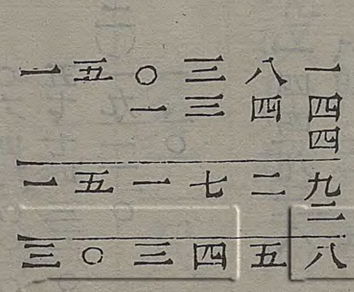
十八寸。即一千七百四十一尺零六十八寸。為次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊二丈二尺一寸。作二十二尺一寸。自乘得四百八十八尺四十一寸。又以初商之高二丈。作二十尺。與初商之長與闊二十二尺一寸相乘。得四百四十二尺。倍之得八百八十四尺。兩數相併。得一千三百七十二尺四十一寸。為次商三方廉面積。以除次商廉隅之共



積一千七百四十一尺零六十八寸。足一尺。則以一尺書於原積九尺之上。而以初商之長與闊二十二尺一寸。倍之得四十四尺二十寸。與初商之高二十尺相併。得六十四尺二十寸。以次商之一尺乘之。得六十四尺二十寸。為次商三長廉面積。又以次商之一尺自乘。仍得一尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千四百三十七



尺六十一寸。爲廉隅共法。以次商之一尺乘之。得一千四百三十七尺六百一十寸。書於餘積之下。相減仍餘三百零三尺四百五十八寸。即三十萬三千四百五十八寸。爲三商廉隅之共積。其初商次商所得之二丈一尺。爲高。加縱多二尺一寸。得二丈三尺一寸。爲長與闊。乃以初商次商之長與闊二丈三尺一寸。作二百三十一寸。自乘得五萬三千



三百六十一寸。又以初商次商之高二丈一尺。作二百一十寸。與初商次商之長與闊二百三十一寸相乘。得四萬八千五百一十寸。倍之得九萬七千零二十寸。兩數相併。得一十五萬零三百八十一寸。爲三商三方廉面積。以除三商廉隅之共積三十萬零三千四百五十八寸。足二寸。則以二寸書於原積八寸之上。而以初商次商之長與闊二百三

二〇八〇　八〇　八八　〇
六〇　六一　五五　〇
三三　〇六　四四　〇
一〇九八　一七　三三　〇
〇六　四三　〇〇　〇
五七　七四四　三三　〇
二〇一九　二二　〇
一、　〇

一四四四　九二　八
八四　二　五
三三　七　四
〇一　一　三
五　五　〇
一　一　三

十一寸。倍之得四百六十二寸。與初商次商之高二百一十寸相加。得六百七十二寸。以三商之二寸乘之。得一千三百四十四寸。爲三商三長廉面積。又以三商之二寸自乘。得四寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一十五萬一千七百二十九寸。爲廉隅共法。以三商之二寸乘之。得三十萬三千四百五十八寸。書於餘積之下。

四〇三三　〇
九九　〇
一一　〇

相減恰盡。是知立方之高得二丈一尺二寸。加縱多二尺一寸。得二丈三尺三寸。即立方之長與闊也。

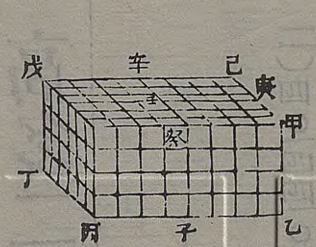
設如帶兩縱不同立方積一百九十二尺。其闊比高多二尺。其長比闊又多二尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積一百九十二尺。可商五尺。乃以所商五尺爲高。加闊比高多二尺。得七尺爲闊。再加長比闊多二尺。得九尺爲長。即以高五尺

四
三九二
〇〇〇

六四
三四八
一九二

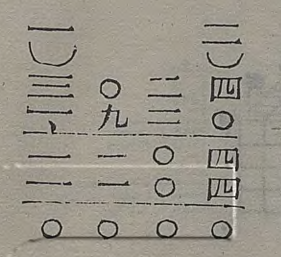
與闊七尺相乘得三十五尺又以長九尺再乘得三百一十五尺大於原積乃改商四尺書於原積二尺之上而以所商四尺爲高加闊比高多二尺得六尺爲闊再加長比闊多二尺得八尺爲長即以高四尺與闊六尺相乘得二十四尺又以長八尺再乘得一百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲四尺其闊爲六尺其長爲八尺也



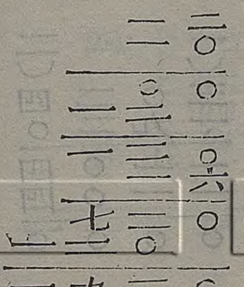
如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百九十二尺其甲乙爲高四尺甲己爲闊六尺己戊爲長八尺甲己比甲庚所多庚己二尺即闊比高所帶之縱己戊比己辛所多辛戊四尺即長比高所帶之縱甲乙子癸壬庚正方形即初商之正方積庚壬癸子丙丁戊辛己磬折體形即長闊兩縱所多之長方積也此法因長比闊多闊又比高多故初商所得

即為高。於高加闊縱為闊。於闊加長縱為長也。

設如帶兩縱不同立方積三千零二十四尺。其闊比高多二尺。其長比闊又多四尺。問高闊長各幾何。



法列積如開立方法商之。其三千尺為初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積三千尺之上。而以所商十尺為初商之高。加闊比高多二尺。得十二尺。為初商之闊。再加長比闊多四尺。得十六尺。為



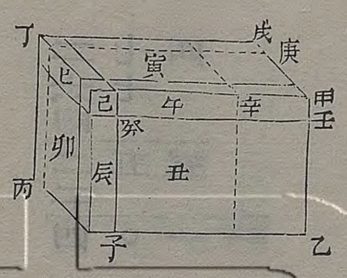
初商之長。乃以初商之高十尺。與初商之闊十二尺相乘。得一百二十尺。又以初商之長十六尺再乘。得一千九百二十尺。書於原積之下。相減餘一千一百零四尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之高十尺。與初商之闊十二尺相乘。得一百二十尺。此帶闊縱十方廉也。又以初商之高十尺。與初商之長十六尺相乘。得一百六十尺。此帶長縱一方廉也。又以初商之闊十二

二〇四〇四〇
三〇〇
〇九三〇
二〇三二二〇

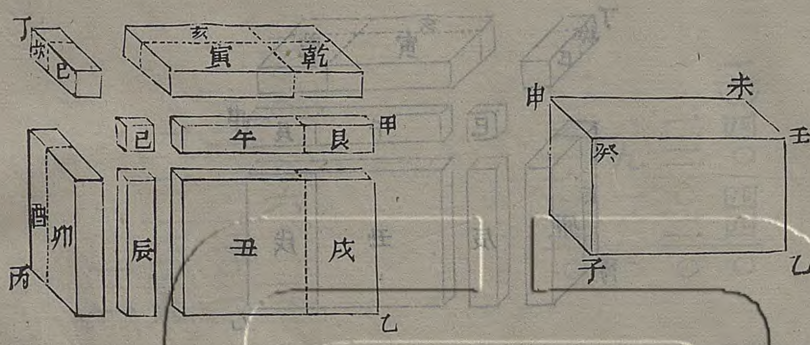
尺。與初商之長十六尺相乘。得一百九十二尺。（此帶長闊兩縱一方廉也。）三數相併。得四百七十二尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一千一百零四尺。足二尺。則以二尺書於原積四尺之上。而以初商之高十尺。（此一長廉初商數也。）與初商之闊十二尺相併。（此帶闊縱一長廉也。）得二十二尺。又與初商之長十六尺相併。（此帶長縱一長廉也。）得三十八尺。以次商之二尺乘之。得七十

二六四三三四
七七五五〇
四五二
二

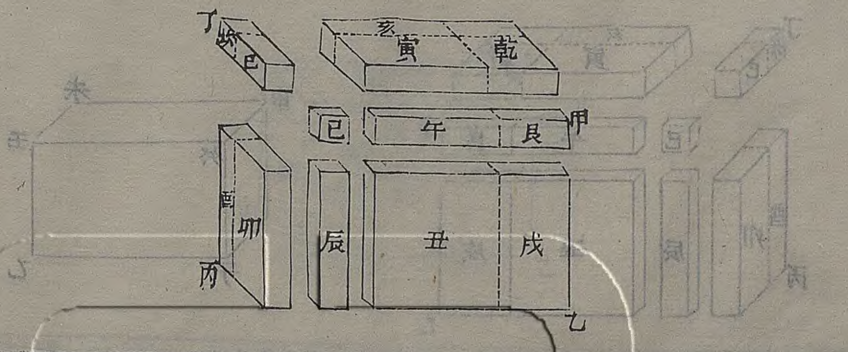
六尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得五百五十二尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得一千一百零四尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高得十二尺。加闊比高多二尺。得十四尺爲闊。又加長比闊多四尺。得十八尺爲長也。如圖甲乙丙丁長方體形容積三千零二



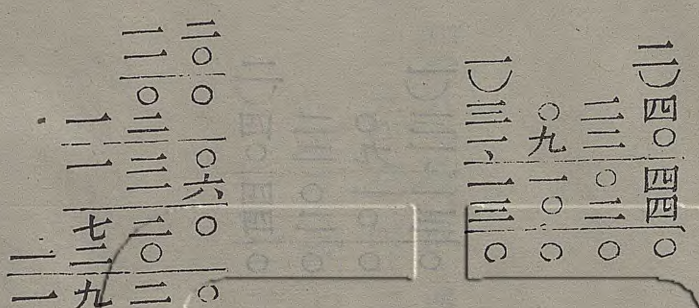
十四尺其甲乙高十二尺甲戊闊十四尺甲己長十八尺甲戊比甲庚所多二尺即闊比高所多之數甲己比辛己所多六尺即長比高所多之數其從一角所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子皆十尺即初商之數壬未與癸申皆十二尺即初商之高加闊多之數壬癸與未申皆十六尺即初商之高加闊多又加長多之數壬乙子癸長方體形所容



一千九百二十尺即初商積所餘丑形寅形卯形為三方廉其卯形之高十尺即初商之數其帶闊縱二尺如酉即闊多之數其丑形之高十尺亦即初商之數其帶長縱六尺如戊即長多之數其寅形之闊十尺又帶闊多二尺如亥即初商之高加闊多之數其帶長縱六尺如乾即初商之高加闊多又加長多之數其厚皆二尺即次商之數辰形巳形



午形爲三長廉。其辰形之長十尺。卽初商之數。巳形比辰形所多二尺。如坎。卽闊多之數。其午形比辰形所多六尺。如艮。卽長多之數。其闊與厚皆二尺。亦卽次商之數。其巳形一小正方體爲隅。其長闊與高俱二尺。亦卽次商之數。合三方廉三長廉一小隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後皆倣此



遞析開之。

又法以初商積三千尺商十尺。書於原積三千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。加闊比高多二尺。得十二尺。爲初商之闊。再加長比闊多四尺。得十六尺。爲初商之長。卽以初商之高十尺與初高之闊十二尺相乘。得一百二十尺。又以初商之長十六尺再乘。得一千九百二十尺。書於原積之下。相減餘一千一

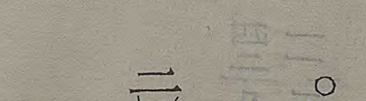
一　　　二
三〇二四
一九二〇
———
一一〇四
三〇二四
———
〇〇〇〇

百零四尺爲次商積乃以初商之闊十二尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺又以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之高十尺與初商之長十六尺相乘得一百六十尺三數相併得四百七十二尺爲次商三方廉面積以除次商積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上合初商次商共十

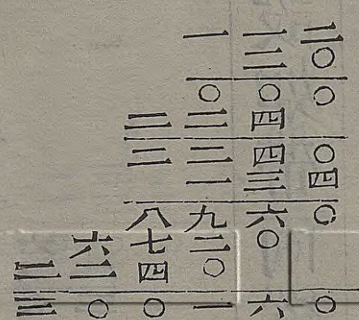
　　一四
　　一二
———
　　二八
　一四
———
　一六八
　　一八
———
一三四四
一六八
———
三〇二四

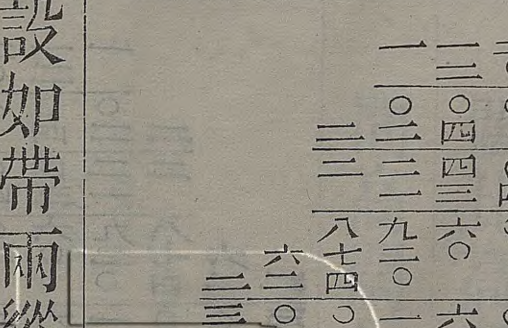
二尺爲初商次商之高加闊比高多二尺得十四尺爲初商次商之闊再加長比闊多四尺得十八尺爲初商次商之長乃以初商次商之高十二尺與初商次商之闊十四尺相乘得一百六十八尺又以初商次商之長十八尺再乘得三千零二十四尺與原積相減恰盡卽知立方之高爲十二尺其闊爲十四尺其長爲十八尺也

設如帶兩縱不同立方積三十萬零一百六十寸。其闊比高多九十二寸。其長比高多一百一十四寸。問高闊長各幾何。



法列積如開立方法商之。其三十萬寸為初商積。可商六十寸。乃以所商六十寸為高。加闊比高多九十二寸得一百五十二寸為闊。再加長比高多一百一十四寸得一百七十四寸為長。即以高六十寸與闊一百五十二寸相乘得九千一百二十寸。又以長一百七十四寸再乘得一百五十八萬六千八百八十寸。大於原積五倍有餘。是初商不可商六十寸也。乃改商二十寸。書於原積空千寸之上。而以所商二十寸為高。加闊比高多九十二寸得一百一十二寸為闊。又以高二十寸加長比高多一百一十四寸得一百三十四寸為長。乃以高二十寸與闊一百一十二寸相乘得二

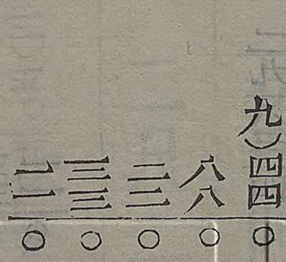




千二百四十寸又以長二百三十四寸再乘得三十萬零一百六十寸書於原積之下相減恰盡是知次商為空位而立方之高為二十寸其闊為一百一十二寸其長為一百三十四寸也

設如帶兩縱不同立方積一萬三千二百八十四寸其闊比高多三寸其長比闊多一百一十一寸問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一萬三千



寸為初商積可商二十寸乃以所商二十寸為高加闊比高多三寸得二十三寸為闊再加長比闊多一百一十一寸得一百三十四寸為長即以高與闊與長按法相乘得六萬一千六百四十寸大於原積四倍有餘是初商不可商二十寸也乃退商十寸而以所商十寸為高加闊比高多三寸得十三寸為闊再加長比闊多一百一十一寸得一百二

九)
一三二八四
一三二八四
〇〇〇〇〇

一二
九
一〇八
一二三
三二四
二一六
一〇八
一三二八四

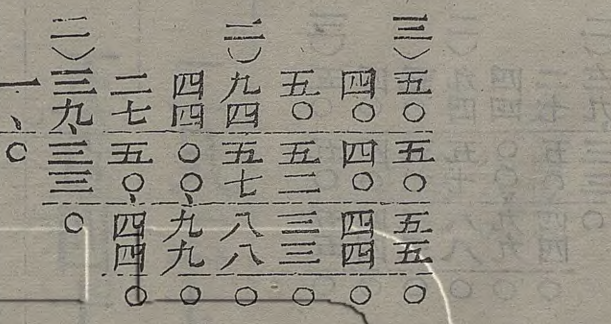
十四寸為長。即以高與闊與長按法相乘。得一萬六千一百二十寸。仍大於原積。乃復退商九寸。書於原積四寸之上。而以所商九寸為高。加闊比高多三寸。得十二寸為闊。再加長比闊多一百一十一寸。共一百二十三寸為長。即以高九寸與闊十二寸相乘。得一百零八寸。又以長一百二十三寸再乘。得一萬三千二百八十四寸。書於原積之下相減。

恰盡。是知立方之高為九寸。其闊為十二寸。其長為一百二十三寸也。

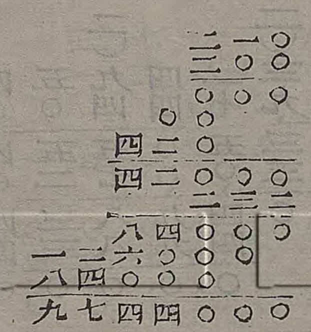
設如帶兩縱不同立方積一十三丈二百四十九尺五百四十五寸。其闊比高多一尺。其長比闊又多二尺二寸。問高闊長各幾何。

三)　二)　二)
一三二四九五四五
九七四四〇〇〇
〇三五〇五五四五
三〇〇七二〇〇
〇四九八三四五
四九八三四五
〇〇〇〇〇〇

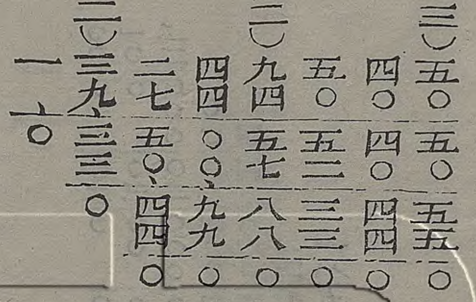
法列積。如開立方法商之。其一十三丈為初商積。可商二丈。乃以二丈書於原積三丈之上。而以所商二丈為初商之高。加闊比高多一尺。得二丈一尺為初



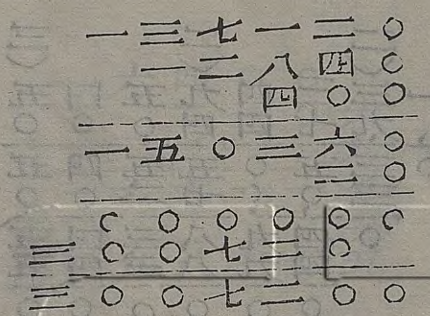
商之闊再加長比闊多二尺二寸得二丈三尺二寸為初商之長即以初商之高二丈與初商之闊二丈一尺相乘得四丈二十尺又以初商之長二丈三尺二寸再乘得九丈七百四十四尺書於原積之下相減餘三丈五百零五尺五百四十五寸即三千五百零五尺五百四十五寸為次商廉隅之共積乃以初商之高二丈作二十尺初商之闊二丈



一尺作二十一尺相乘得四百二十尺又以初商之長二丈三尺二寸作二十三尺二寸與初商之高二十尺相乘得四百六十四尺又以初商之闊二十一尺與初商之長二十三尺二寸相乘得四百八十七尺七十寸三數相併得一千三百七十一尺二十寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千五百零五尺五百四十五寸足二尺則以



二尺書於原積九尺之上。而以初商之高二十尺與初商之闊二十一尺。初商之長二十三尺二寸相併。得六十四尺二寸。以次商之二尺乘之。得一百二十八尺四十寸。為次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千五百零三尺六十寸。為廉隅共法。以次商之二尺乘之。得三千零七



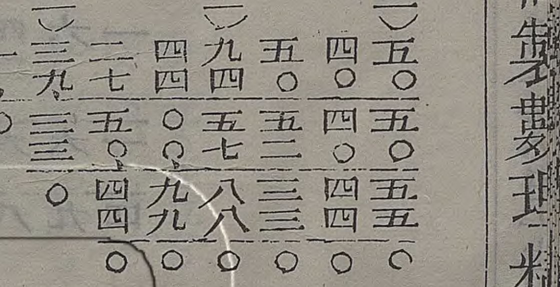
尺二百寸。書於餘積之下。相減仍餘四百九十八尺三百四十五寸。即四十九萬八千三百四十五寸。為三商廉隅之共積。其初商次商所得之二丈二尺為高。加闊比高多一尺。得二丈三尺為闊。又加長比闊多二尺二寸。得二丈五尺二寸為長。乃以初商次商之高二丈二尺作二百二十寸。初商次商之闊二丈三尺作二百三十寸。相乘得五萬零六

	三			三			三
一	三	三	四	九	五	四	五
	九	七	四	四	○	○	○
○	三	五	○	五	五	四	五
	三	○	○	七	二	○	○
	○	四	九	八	三	四	五
		四	九	八	三	四	五
		○	○	○	○	○	○

百寸。又以初商次商之長二丈五尺二寸。作二百五十二寸。與初商次商之高二百二十寸相乘。得五萬五千四百四十寸。又以初商次商之闊二百三十寸。與初商次商之長二百五十二寸相乘。得五萬七千九百六十寸。三數相併。得一十六萬四千寸。爲三商三方廉面積。以除三商廉隅之共積四十九萬八千三百四十五寸。足三寸。則以三寸書於

一	六	四	○	○	○
		二	一	○	六
					九
二	六	六	一	一	五
					三
四	九	八	三	四	五

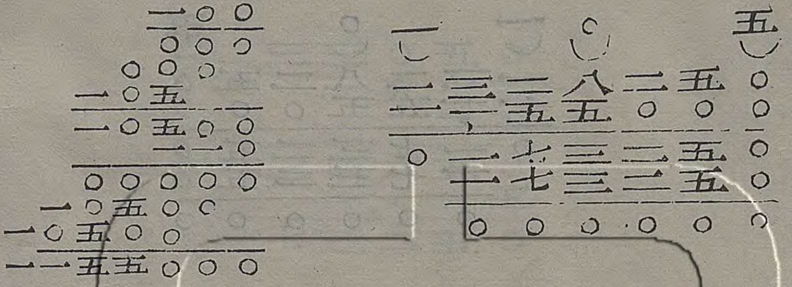
原積五寸之上。而以初商次商之高二百二十寸。與初商次商之闊二百三十寸。初商次商之長二百五十二寸相併。得七百零二寸。以三商之三寸乘之。得二千一百零六寸。爲三商三長廉面積。又以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一十六萬六千一百一十五寸。爲廉隅共法。以三商之三寸乘之。得



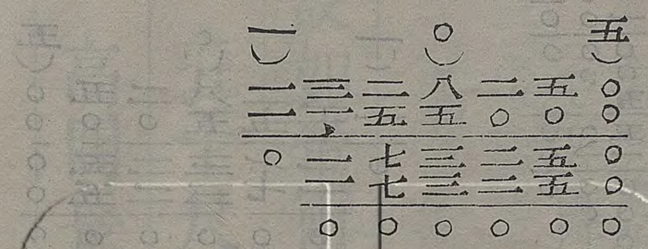
四十九萬八千三百四十五寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高得二丈二尺三寸。加闊比高多一尺。得二丈三尺三寸。為闊。又加長比闊多二尺二寸。得二丈五尺五寸。為長也。

設如帶兩縱不同立方積一百三十二萬八千二百五十尺。其闊比高多五尺。其長比闊又多五尺。問高闊長各幾何。

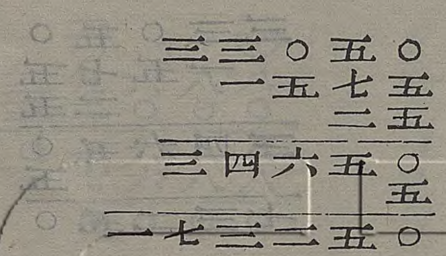
法列積如開立方法。商之。其一百萬尺



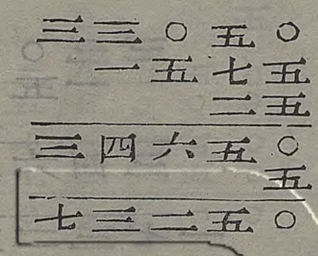
為初商積。可商一百尺。乃以一百尺書於原積一百萬尺之上。而以所商之一百尺為初商之高。加闊比高多五尺。得一百零五尺。為初商之闊。再加長比闊多五尺。得一百一十尺。為初商之長。乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘。得一萬零五百尺。又以初商之長一百一十尺再乘。得一百一十五萬五千尺。書於原積之下。相減餘一



十七萬三千二百五十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高一百尺。與初商之闊一百零五尺相乘。得一萬零五百尺。又以初商之高一百尺。與初商之長一百一十尺相乘。得一萬一千尺。又以初商之闊一百零五尺。與初商之長一百一十尺相乘。得一萬一千五百五十尺。三數相併。得三萬三千零五十尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共

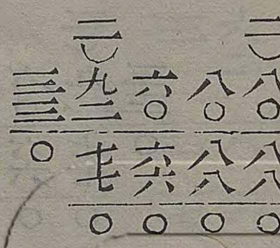


積一十七萬三千二百五十尺。不足一十尺。僅足五尺。是次商爲空位也。乃書一空於原積八千尺之上。以存次商之位。復以所商五尺書於原積空尺之上。而以初商次商之高一百尺。與初商次商之闊一百零五尺。初商次商之長一百一十尺相併。得三百一十五尺。以三商之五尺乘之。得一千五百七十五尺。爲三商三長廉面積。又以三商五尺自

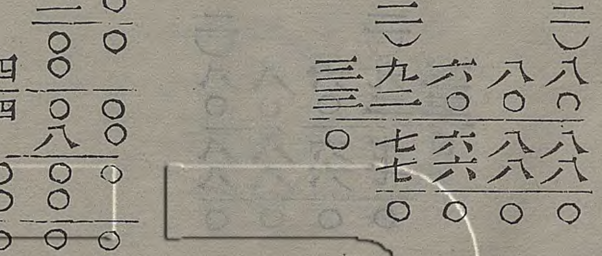


乘得二十五尺。為三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三萬四千六百五十尺。為廉隅共法。以三商之五尺乘之。得一十七萬三千二百五十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高為一百零五尺。加闊比高多五尺。得一百一十尺。為闊。又加長比闊多五尺。得一百一十五尺。為長也。

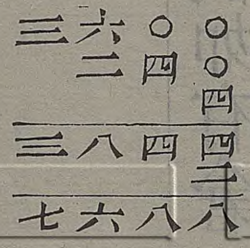
設如一尺土方三萬九千六百八十八尺。築堤一段。其高與闊相等。其長比高闊多六十尺。問高闊長各幾何。



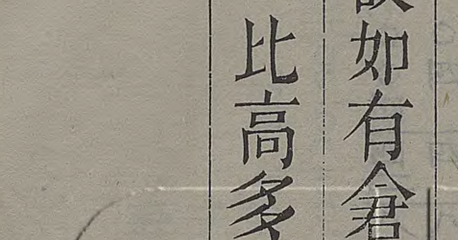
法列積。用帶一縱立方法開之。其三萬九千尺。為初商積。可商三十尺。乃以所商三十尺為高與闊。加縱多六十尺。得九十尺為長。即以高與闊三十尺自乘。得九百尺。又以長九十尺再乘。得八萬一千尺。大於原積。乃改商二十尺。書於原積九千尺之上。而以所商二十尺為



初商之高與闊加縱多六十尺得八十尺為初商之長即以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺再乘得三萬二千尺書於原積之下相減餘七千六百八十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺與初商之高與闊二十尺相乘得一千六百尺倍之得三千三百尺兩數相



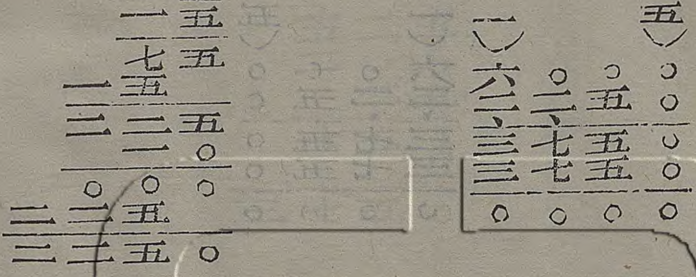
併得三千六百尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積七千六百八十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之高與闊二十尺倍之得四十尺與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商之二尺乘之得二百四十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共



得三千八百四十四尺。為廉隅共法。以次商之二尺乘之。得七千六百八十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知堤之高與闊俱二十二尺。加長比高闊多六十尺。得八十二尺。為堤一段之長也。

設如有倉一座。容米二千四百石。其倉之長與闊俱比高多五尺。問倉之長闊高各幾何。

法將米二千四百石。用每石定法二尺五百寸乘之。得六千尺。乃以六千尺為



帶兩縱相同立方積。用帶兩縱相同法開之。其六千尺為初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積六千尺之上。而以所商十尺為初商之高。加縱多五尺。得十五尺。為初商之長與闊。乃以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘三千七百五十尺。為次商廉隅之共積。乃以初商

一　　五
六〇〇〇
二二五〇
三七五〇
三七五〇
〇〇〇〇

之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千七百五十尺足七尺乃按法算之得廉隅共法八百五十四尺以次商之七尺乘之得五千九百七十八尺大於次商廉隅之共積乃改商六尺按法

五二五
二〇〇
二五
七五〇
五
三七五〇

算之得廉隅共法八百零一尺以次商之六尺乘之仍大於次商廉隅之共積又改商五尺書於原積空尺之上而以初商之長與闊十五尺倍之得三十尺與初商之高十尺相併得四十尺以次商之五尺乘之得二百尺為次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得七百五十尺為

五〇五〇五〇
二〇二五五七七
五二 七 三

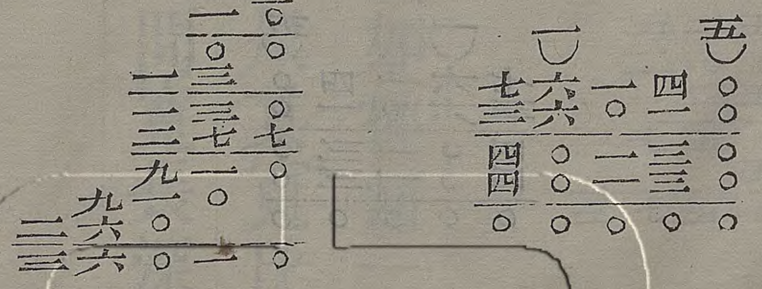
廉隅共法。以次商之五尺乘之。得三千七百五十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知倉之高爲一十五尺。加縱多五尺。得二十尺。爲倉之長與闊也。

設如挑河一段。但知挑出土方七萬六千一百四十尺。其寬比深多三尺。其長比寬多二百六十四尺。問寬長深各幾何。

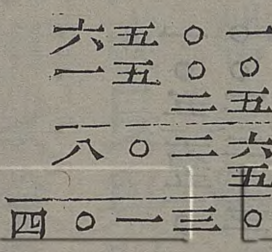
法列積用帶兩縱不同立方法開之。其七萬六千尺爲初商積。可商四十尺。因

五〇〇〇〇
四三三〇
一〇二二〇
〇六六〇〇〇
七十三四〇

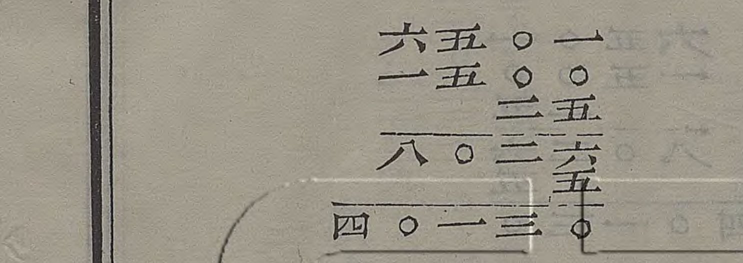
長縱甚多。故取小數。商二十尺爲深。加寬比深多三尺。得二十三尺爲寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百八十七尺爲長。以三數相乘。得十萬三千二百零二十尺。大於原積。乃改商十尺。書於原積六千尺之上。而以所商十尺爲初商之深。加寬比深多三尺。得十三尺。爲初商之寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百七十七尺。爲初商之長。乃



以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之長二百七十七尺再乘得三萬六千零十尺書於原積之下相減餘四萬零一百三十尺爲次商廉隅之共積乃以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之寬十三尺與初商之長二百七十七尺相乘得三千六百零一尺又以初商之深十尺與初商



之長二百七十七尺相乘得二千七百七十尺三數相併得六千五百零一尺爲次商三方廉面積以除次商廉隅之共積四萬零一百三十尺足五尺則以五尺書於原積空尺之上而以初商之深十尺與初商之寬十三尺初商之長二百七十七尺相併得三百尺以次商之五尺乘之得一千五百尺爲次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二



十五尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得八千零二十六尺。為廉隅共法。以次商之五尺乘之。得四萬零一百三十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知挑河之深為十五尺。加寬比深多三尺。得十八尺。為寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百八十二尺。為河一段之長也。

帶縱和數立方

帶縱較數立方。其法已難。而帶縱和數立方。立法尤難。故古無傳。而以理推之。則法有與較數相對待者。其帶一縱立方。高與闊相等。惟長不同。如以長與高和或長與闊和為問者。則以初商為高與闊。而與和數相減。餘為長。乃以高與闊自乘。以長再乘。為初商積。其或和數甚多。而積甚少。按立方法商之。必至大於原積者。則以和數除原積得數。約開平方。可得幾數。取略大數以定初商。初商減積有餘實者。其初商

方積外。有二方廉一長廉。成兩面磬折體形。而初商之高與闊。少一次商。初商之長多一次商。故內少一方廉積。商除之法。則以初商之高與闊。與初商之長相乘。倍之爲二方廉面積。視餘實足方廉面積幾倍。取略大數以定次商。而以初商自乘次商再乘得一方廉積。與餘實相加。始足次商二方廉一長廉之共積。故以次商與初商之長相減。餘爲初商次商之共長。與初商相乘。倍之爲二方廉面積。又以初商次商之共長與次商相乘。爲一長廉面積。合二方廉一長

廉面積。以次商乘之。爲二方廉一長廉之共積。所謂初商方積外成兩面磬折體形是也。其帶兩縱相同立方。長與闊相等。惟高不同。如以高與闊和或高與長和爲闊者。則以初商爲高與和數相減。餘爲長與闊。乃以長與闊自乘。以高再乘。爲初商積。其或和數甚多而積甚少。拔立方法商之。必至大於原積者。則以和數自乘。除原積約足幾倍。取略大數以定初商。初商減積有餘實者。初商方積外。止一方廉。成一扁方體形。而初商之高。少一次商。初商之長與闊。各多

一次商故內少二方廉一長廉積商除之法則以初商之長與闊自乘為一方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取略大數以定次商以次商與初商之長與闊相減餘為初商次商之長與闊而與初商相乘次商再乘倍之為二方廉積又以次商自乘初商再乘為一長廉積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以初商次商之長與闊自乘次商再乘為一方廉積所謂初商方積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同但帶兩縱相同者其次商積為一正方廉帶兩縱不同者其次商積為一長方廉耳要之定商皆以小於半和為準有時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至次商以後因有益積之法故廉法亦不足憑則又須較量而增損之可也

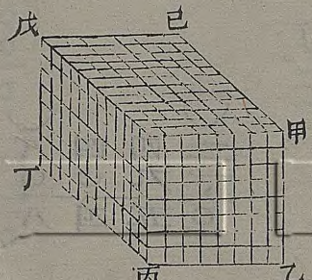
設如帶一縱立方積七百六十八尺其高與闊等長與闊和二十尺問高闊長各幾何

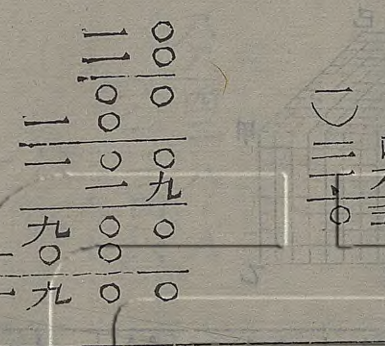
法列積如開立方法商之其積七百六十八尺可商九尺則以九尺為高與闊

八
〇八
七六八
〇〇〇

八
八
六四
一二
一二八
六四
七六八

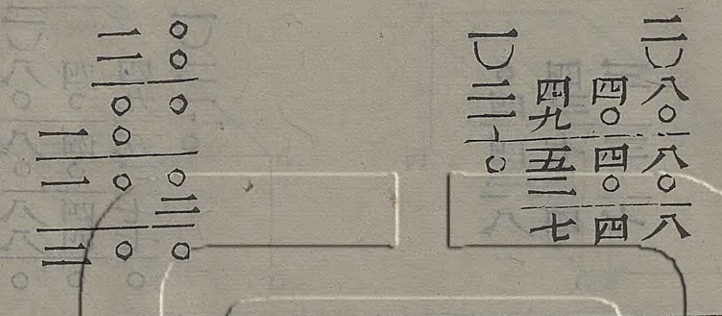
與長闊和二十尺相減餘十一尺爲長卽以高與闊九尺自乘得八十一尺又以長十一尺再乘得八百九十一尺大於原積乃退商八尺書於原積八尺之上而以所商八尺爲高與闊與長闊和二十尺相減餘十二尺爲長卽以高與闊八尺自乘得六十四尺又以長十二尺再乘得七百六十八尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱八尺長十二尺也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積七百六十八尺其甲乙爲高乙丙爲闊丙丁爲長甲乙乙丙俱八尺丙丁爲十二尺乙丙與丙丁共二十尺卽長闊之和初商所得卽高與闊於長闊和內減去初商所餘卽長也此法與較數帶縱立方有加減之異彼以所商之數與較數相加此則以所商之數與和數相減也





設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長與闊和二十九尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其二千尺爲初商積可商十尺乃以十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺爲初商之高與闊與長闊和二十九尺相減餘十九尺爲初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十九尺再乘得一千九百尺書於原積之

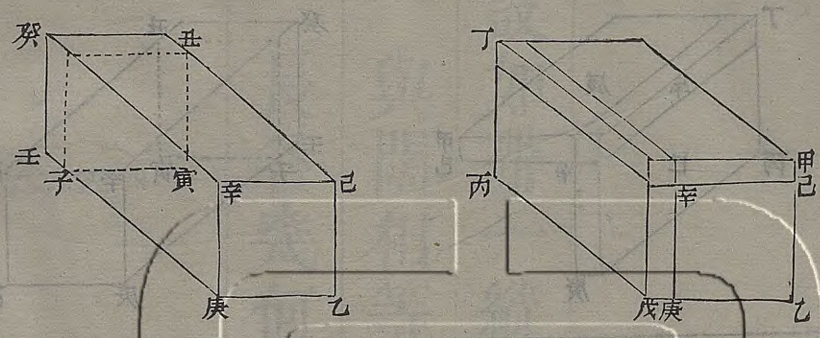


下相減餘五百四十八尺乃以初商之高與闊十尺與初商之長十九尺相乘得一百九十尺倍之得三百八十尺以除餘積五百四十八尺足一尺因仍益積且初商之長尚減去次商數故取大數爲二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商十尺自乘又以次商二尺再乘得二百尺與餘積五百四十八尺相加得七百四十八尺爲次商二方廉

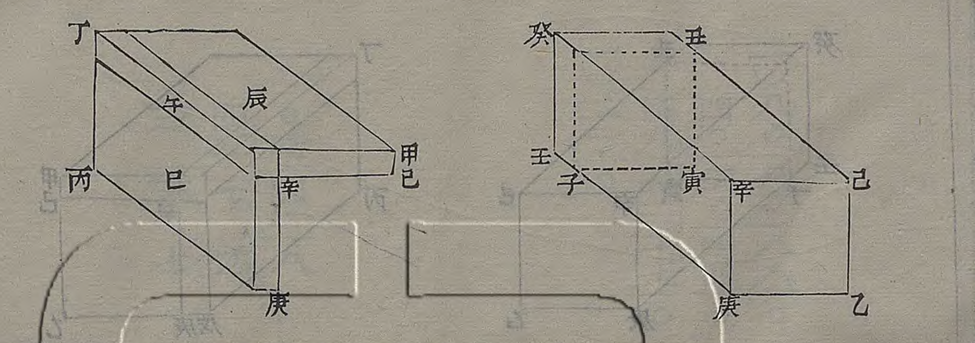
二〇八〇八〇八八〇
四〇四〇四四〇
四九五三七七〇
一〇二三一〇

〇四四二八
四三七四
三三七

一長廉之共積。乃以次商二尺。與初商之長十九尺相減。餘十七尺。爲初商次商之長。與初商之高與闊十尺相乘。得一百七十尺。倍之得三百四十尺。爲二方廉面積。又以次商二尺。與初商次商之長十七尺相乘。得三十四尺。爲一長廉面積。合二方廉一長廉面積共三百七十四尺。以次商二尺乘之。得七百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知



立方之高與闊俱十二尺。長十七尺也。如圖甲乙丙丁長方體形。甲乙高。乙戊闊。皆十二尺。戊丙長十七尺。乙戊與戊丙共二十九尺。卽長闊之和。其從一角所分己乙壬癸長方體形。己乙與乙庚皆十尺。卽初商數。壬庚十九尺。卽長闊和內減初商所餘之數。比戊丙多子壬一段。卽次商數。乙壬癸長方積一千九百尺。卽初商自乘。又以初商與長闊



和相減之餘再乘之數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因初商積內多減去此積故以初商自乘次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘積相加即得甲己辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形巳形為兩方廉其闊十尺即初商數其長十七尺即長闊和內減初商次商之數其厚皆二尺即次商數午形為一長廉其長十七尺與方廉同其闊與厚皆二尺亦即次商數合二方廉一長廉共成一磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體積也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺其高與闊相等長與闊和一千二百四十三尺問高闊長各幾何

九九九五四

法列積如開立方法商之其九萬九千尺為初商積可商四十尺而長闊和為一千二百四十三尺按法相乘過大於

九
九九九五四
九九九五四
○○○○○

　　　八
一二四三
九九九五四

原積。爰以長闊和一千二百四十三尺。除原積九萬九千九百五十四尺。足八十尺有餘。以八十尺開平方。約足九尺。乃以九尺書於原積之上。而以所商九尺爲高與闊。與長闊和一千二百四十三尺相減。餘一千二百三十四尺爲長。即以高與闊九尺自乘。得八十一尺。又以長一千二百三十四尺再乘。得九萬九千九百五十四尺。書於原積之

九
九
八一

一二三四
　　八一
一二三四
九八七二
九九九五四

下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱九尺。長一千二百三十四尺也。此法蓋因帶一縱甚多。高與闊甚少。其長闊和比長所多無幾。故以長闊和除原積。即得高與闊自乘之一面積。而開平方所得。即高與闊與長闊和相減所餘即長也。

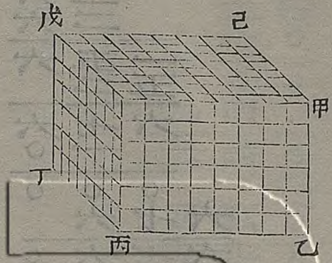
設如帶兩縱相同立方積三百八十四尺。其長與闊相等。高與闊和十四尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積三百八十

六〇
三八四
三八四
〇〇〇

八
八
六四
六
三八四

十四尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積四尺之上而以所商六尺為高與高闊和十四尺相減餘八尺為長與闊即以長與闊八尺自乘得六十四尺又以高六尺再乘得三百八十四尺書於原積之下相減恰盡是即立方之高為六尺長與闊皆八尺也如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積三百八十四尺其甲乙為高乙丙為

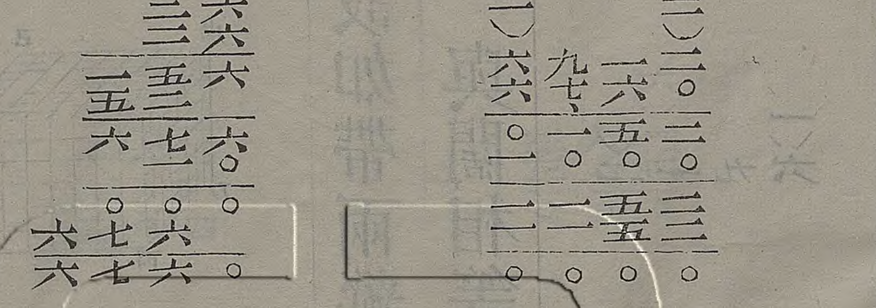


一
六九一二

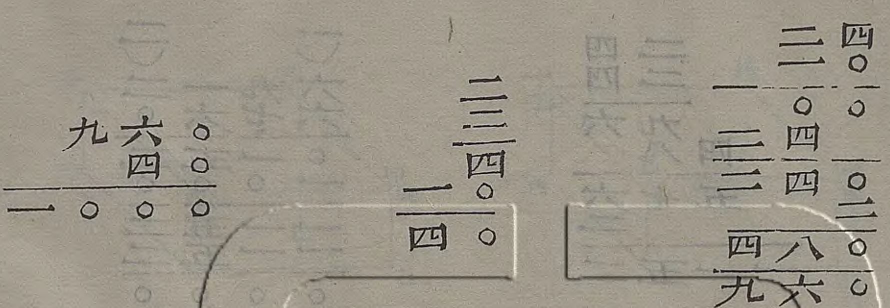
闊丙丁為長甲乙六尺乙丙與丙丁皆八尺甲乙與乙丙共十四尺即高與闊之和初商所得為高於高闊和內減去初商所餘為闊亦即長也

設如帶兩縱相同立方積六千九百一十二尺其長與闊相等高與闊和三十六尺問高闊長各幾何

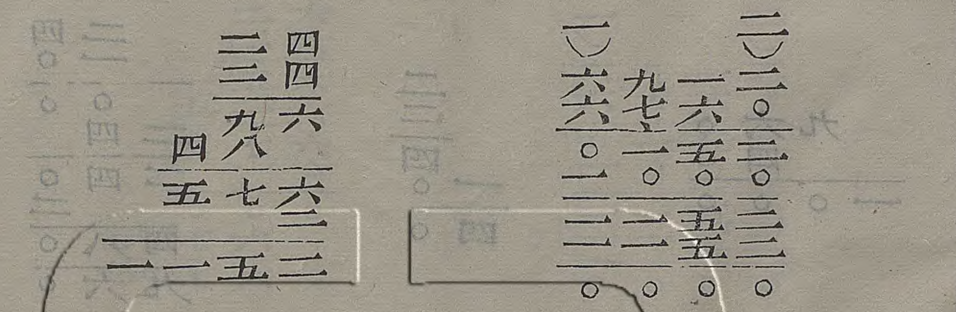
法列積如開立方法商之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之



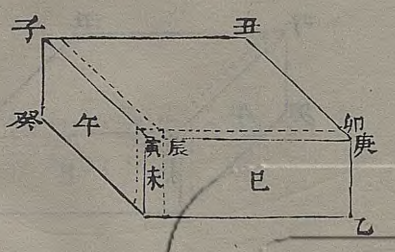
高與高闊和三十六尺相減餘二十六尺爲初商之長與闊即以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺又以初商之高十尺再乘得六千七百六十尺書於原積之下相減餘一百五十二尺乃以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺以除餘積一百五十二尺不足一尺因仍益積且初商之長與闊內尚減去次商數故取大數爲

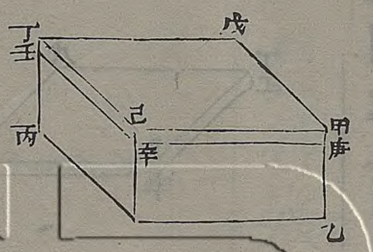


二尺書於原積二尺之上而以次商二尺與初商之長與闊二十六尺相減餘二十四尺爲初商次商之長與闊與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺爲二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺爲一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘積一百五十二尺相加得一千一百五

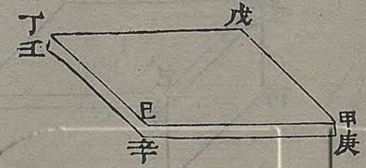


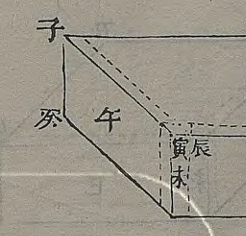
十二尺爲次商一方廉積乃以初商次商之長二十四尺自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高十二尺長與闊皆二十四尺也如圖甲乙丙丁扁方體形容積六千九百一十二尺甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺卽高與闊之和其從一面所分庚





乙癸子扁方體形庚乙十尺卽初商數庚丑與庚寅皆二十六尺卽高闊和內減初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段卽次商數庚乙癸子長方積六千七百六十尺卽初商與高闊和相減之餘數自乘之以初商再乘之數比初商原體積多巳午二方廉積未一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與闊與初





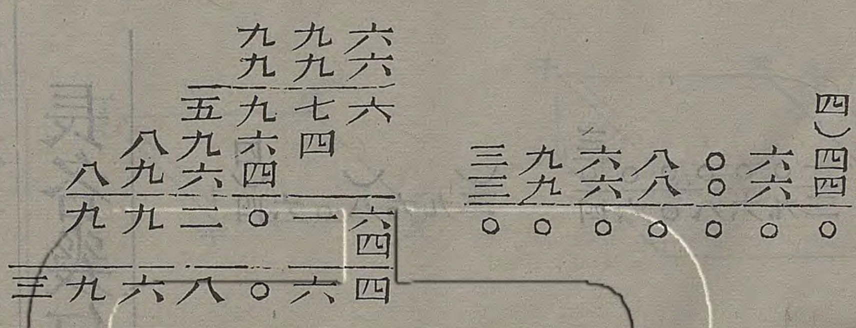
商相乘。以次商再乘。倍之。卽得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商再乘。卽得未一長廉積。與餘積相加。卽得甲庚辛壬丁戊扁方體形。其甲戊長。甲巳闊。皆二十四尺。卽高闊和內減初商次商之數。甲庚厚二尺。卽次商數。附於初商扁方體之一面。而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後。皆倣此遞析推之。

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千零六十四尺。其長與闊相等。高與闊和一千尺。問高闊長各幾何。

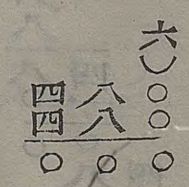
四
三九六八〇六四

三
一〇〇〇〇〇〇
三九六八〇六四

法列積如開立方法商之。其三百萬尺爲初商積。可商一百尺。而高闊和爲一千尺。按法相乘。過大於原積。爰以高闊和一千尺自乘。得一百萬尺。以除原積三百九十六萬八千零六十四尺。足三尺。取略大數爲四尺。乃以四尺書於原積四尺之上。而以所商四尺爲高與高

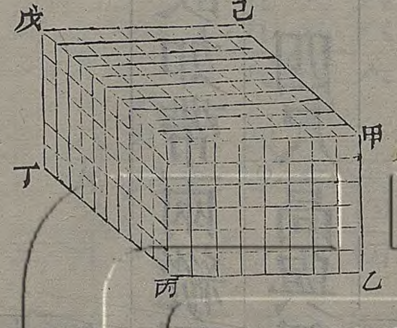


闊和一千尺相減。餘九百九十六尺。爲長與闊。即以長與闊九百九十六尺自乘。得九十九萬二千零一十六尺。又以高四尺再乘。得三百九十六萬八千零六十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲四尺。長與闊俱九百九十六尺也。此法蓋因帶兩縱甚多。而高數甚少。其高闊和比原長原闊。所多無幾。故以高闊和自乘。得一面積。以除原積。即得高與高闊和相減。所餘爲闊。亦即長邊也。



設如帶兩縱不同立方積四百八十尺。高與闊和十四尺。高與長和十六尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積四百八十尺。可商七尺。因欲得小於半和之數。乃退商六尺。書於原積之上。而以所商六尺爲高。與高與闊和十四尺相減。餘八尺爲闊。又以高六尺與高與長



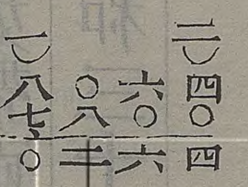
六八八〇
四二〇〇
四八
四八〇

和十六尺相減。餘十尺爲長。卽以高六尺與闊八尺相乘。得四十八尺。又以長十尺再乘。得四百八十尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲六尺。其闊爲八尺。其長爲十尺也。如圖甲乙丙丁戊已長方體形。容積四百八十尺。其甲乙爲高六尺。乙丙爲闊八尺。甲已爲長十尺。甲已與甲乙共十六尺。卽高與長之和。甲乙與乙丙共十四尺。卽高與闊之和。初商所得爲高。與高闊和相減。所餘爲闊。以高與高長和相減。所餘卽長也。

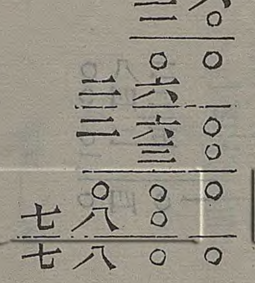
設如帶兩縱不同立方積八千零六十四尺。高與闊和三十六尺。高與長和四十尺。問高闊長各幾何。

八〇六四

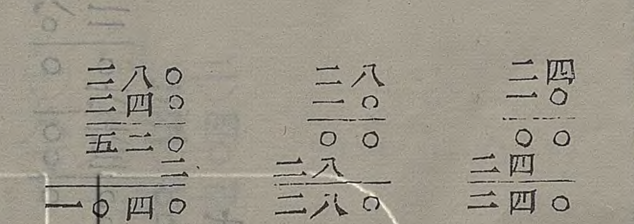
法列積如開立方法商之。其八千尺爲初商積。可商二十尺。因欲得小於半和之數。乃退商十尺。書於原積八千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。與高闊



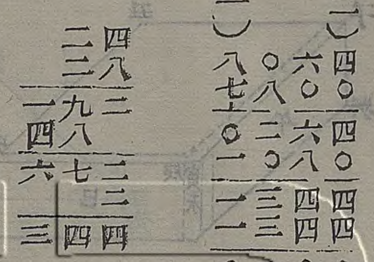
和三十六尺相減餘二十六尺為初商之闊又以初商之高十尺與高長和四十尺相減餘三十尺為初商之長即以初商之高十尺與初商之闊二十六尺相乘得二百六十尺以初商之長三十尺再乘得七千八百尺書於原積之下相減餘二百六十四尺為一長方廉積其厚即次商之數其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數乃以初商之

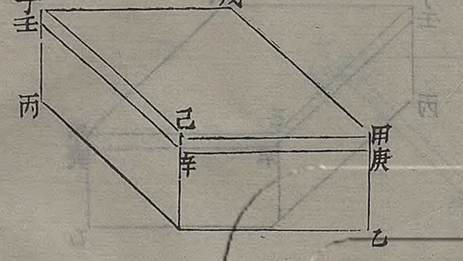


長三十尺與初商之闊二十六尺相乘得七百八十尺以除餘積二百六十四尺不足一尺因仍益積且初商之長闊尚減去次商數故取大數為二尺書於原積四尺之上而以所商二尺與初商之闊二十六尺相減餘二十四尺為初商次商之闊以所商二尺與初商之長三十尺相減餘二十八尺為初商次商之長即以初商次商之闊二十四尺與

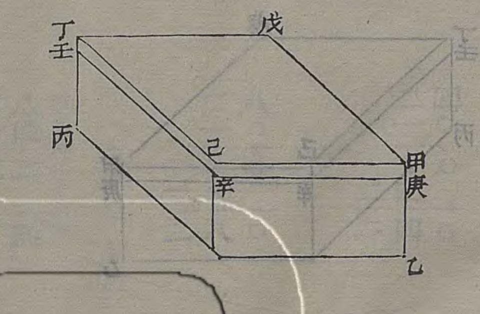


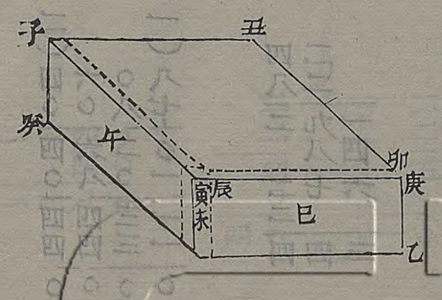
初商之高十尺相乘得二百四十尺。又以初商次商之長二十八尺與初商之高十尺相乘得二百八十尺。兩數相併。得五百二十尺。以次商二尺乘之得一千零四十尺。爲二方廉積。又以次商二尺自乘得四尺。以初商十尺再乘得四十尺。爲一長廉積。合二方廉一長廉積。共一千零八十尺。與餘積二百六十四尺相加。得一千三百四十四尺。爲次商





一方廉積。乃以初商次商之闊二十四尺與長二十八尺相乘得六百七十二尺。以次商二尺再乘得一千三百四十四尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高十二尺。闊二十四尺。長二十八尺也。如圖甲乙丙丁扁長方體形容積八千零六十四尺。甲乙高十二尺。甲戊長二十八尺。甲巳闊二十四尺。甲乙與甲巳共三十六尺。卽高與闊之和。甲乙

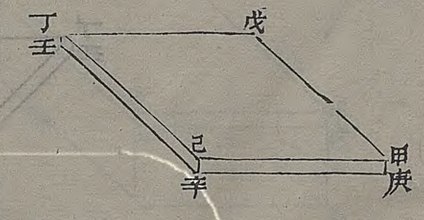




與甲戊共四十尺。即高與長之和。其從一面所分庚乙癸子扁長方體形。庚乙十尺。即初商數。庚丑三十尺。即高與長和內減初商之數。庚寅二十六尺。即高與闊和內減初商之數。庚丑比甲戊多庚卯一段。庚寅比甲巳多辰寅一段。即次商數。庚乙癸子長方積七千八百尺。即初商之長與初商之闊相乘。又以初商之高再乘之數。比原長原闊多巳午

二方廉積。未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與初商之高相乘。以初商次商之闊與初商之高相乘。兩數相併。以次商再乘。即得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商之高再乘。即得未一長廉積。與餘積相加。即得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形。其甲巳闊二十四尺。即高闊和內減初商次商之數。甲戊長二十八尺。即高長和

內減初商次商之數甲庚厚二尺即次商數。附於初商扁長方體之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體積也。三商以後。皆倣此遞析推之。



設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺。高與闊和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一十七萬二千尺為初商積。可商五十尺。而長即

為一百九十尺。闊即為七十九尺。按法相乘。過大於原積。爰以高與闊和一百二十九尺與高與長和二百四十尺相乘。得三萬零八百六十尺。以除原積一十七萬二千六百九十二尺。足五尺。取略大之數為六尺。乃以六尺書於原積二尺之上。而以所商六尺為高與高與闊和一百二十九尺相減。餘一百二十三尺為闊。又以高六尺與高與長和二

二三四
一二三
七〇二
四六八
二三四
二八七八二
六
一七二六九二

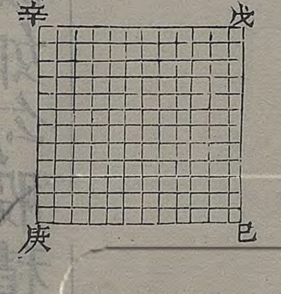
六
二七三六九三
〇〇〇〇〇〇

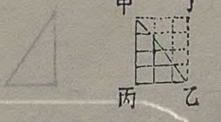
百四十尺相減。餘二百三十四尺爲長。即以闊一百二十三尺。與長二百三十四尺相乘。得二萬八千七百八十二尺。又以高六尺再乘。得一十七萬二千六百九十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲六尺。闊爲一百二十三尺。長爲二百三十四尺也。此法蓋因帶兩縱甚多。而高數甚少。其高與闊和。比原闊所多無幾。高與長和。比原長所多亦無幾。故以高與闊和。與高與長和相乘。得一面積。以除原積。即得高。與高闊和相減。所餘爲闊。與高與長和相減。所餘即長也。

附勾股法四條

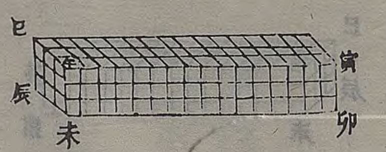
設如勾股積六尺。勾弦較二尺。求勾股弦各幾何。

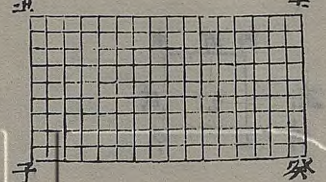
法以勾股積六尺倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以勾弦較二尺除之。得七十二尺。折半得三十六尺。爲長方體積。乃以勾弦較二尺。折半得一尺。爲長方體之長比高闊所多之較。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊三尺爲勾。加勾弦較二尺。得五尺爲弦。以勾



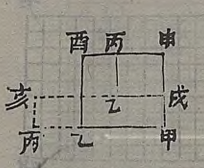


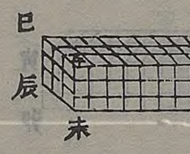
三尺除倍積十二尺。得四尺爲股也。此法有勾股積勾弦較。必得股自乘積。以勾弦較除之。始得勾弦和。而勾弦和爲二勾一勾弦較之共數。將勾弦和半之。爲一勾半勾弦較之共數。今作爲帶縱立方體算者。即如以勾爲帶縱立方之高與闊。勾與半勾弦較之共數。爲帶縱立方之長。半勾弦較爲帶縱之較。用帶縱較數立方法開之。得高與闊。即勾也。



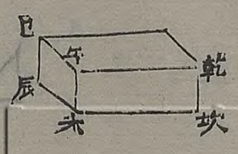


如甲乙丙勾股積。倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊己庚辛正方面積。即如勾自乘。股自乘。兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積。變爲長方體積。其底爲勾自乘之數。其長爲股自乘之數。其勾自乘之底邊即勾。而股自乘之長。又爲勾弦較與勾弦和相乘之數。是暗中已得股自乘之一數矣。其長方體。即如寅卯





辰巳長方體形然。又試作一申甲乙酉弦自乘之正方。內申戌乙丙為勾自乘之正方。則戌甲乙酉丙乙磬折形。與股自乘之正方等。引而長之。成戌甲丙亥之長方。其戌甲闊卽勾弦較。甲乙丙長卽勾弦和。今以股自乘之數。用勾弦較除之。得勾弦和。卽如寅卯辰巳之長方體積。用勾弦較除之。而得乾坎辰巳之長方體積。其午未辰巳之高闊相乘之

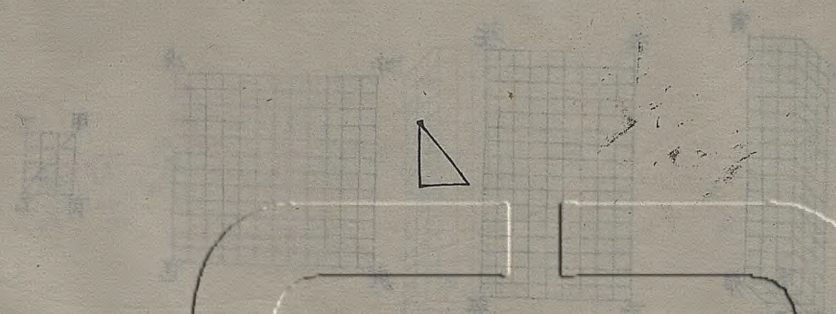


面積未減。而坎未之長。卽為勾弦和矣。勾弦和既為二勾一勾弦較之共數。折半則得一勾半勾弦較之共數。故將所得之乾坎辰巳長方體積。折半為艮震辰巳長方體積。其巳辰高。未辰闊。仍皆為勾。與巽未等。其震未長為勾與半勾弦較之共數。震巽為半勾弦較。卽長比高闊所多之數。故以勾弦較折半。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊為

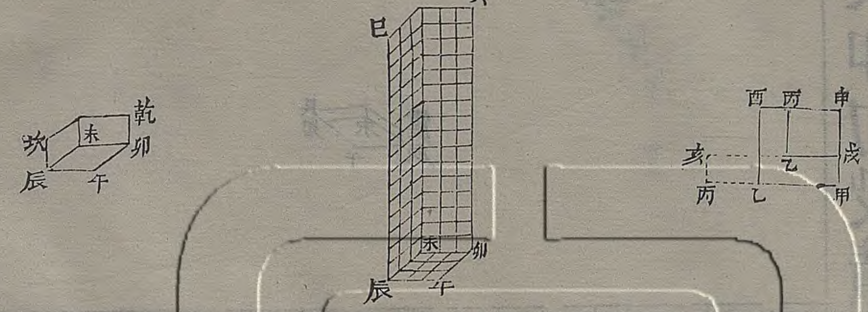
勾也。

設如勾股積六尺勾弦和八尺求勾股弦各幾何。

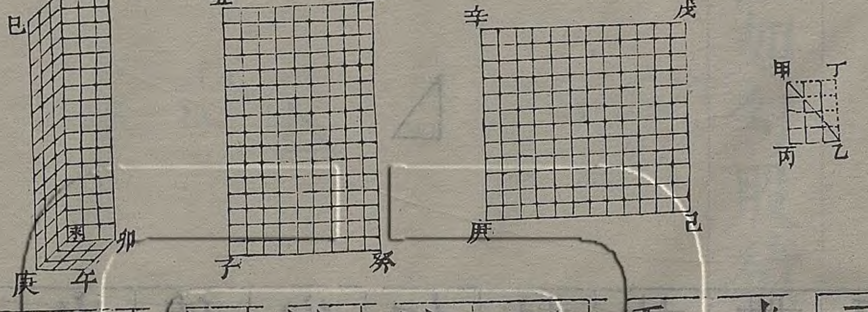
法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以勾弦和八尺除之得十八尺折半得九尺為扁方體積乃以勾弦和八尺折半得四尺為扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊三尺為勾於勾弦和八尺內減勾三尺餘五尺為弦。



以勾三尺除倍積十二尺得四尺為股也。此法有勾股積勾弦和必得股自乘積以勾弦和除之始得勾弦較半之為半勾弦較今作為帶縱立方體算者即如以勾為帶縱立方之長與闊半勾弦較為帶縱立方之高一勾半勾弦較之共數為帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊即勾也如甲乙丙勾股積倍之成甲



申甲乙酉弦自乘之正方。丙申戊乙丙爲勾自乘之正方。則戊甲乙酉丙乙磬折形。與股自乘之正方等。引而長之。成戊甲丙亥之長方。其戊甲闊即勾弦較。甲乙丙長即勾弦和。今以股自乘之數。用勾弦和除之。則得勾弦較。即如寅卯辰巳之長方體積。用勾弦和除之。而得乾卯辰坎扁方體積。其卯午辰未之長闊相乘之面積未減。而乾卯之高即爲

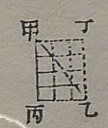


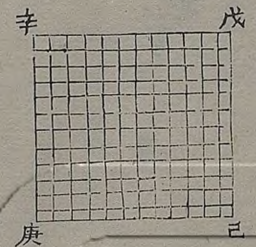
丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊巳庚辛正方面積。即如勾自乘股自乘。兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積。變爲長方體積。其底爲勾自乘之數。其高爲股自乘之數。其勾自乘之底邊即勾。而股自乘之高。又爲勾弦較與勾弦和相乘之數。是暗中已得股自乘之一數矣。其長方體。即如寅卯辰巳長方體形然。又試作一

勾弦較矣。折半則得艮卯辰震扁方體積。其卯午長午辰闊仍皆爲勾。而艮卯之高爲半勾弦較。其艮卯與卯午。卽高與長闊之和爲一勾半勾弦較之共數。而勾弦和乃二勾一勾弦較之共數。故以勾弦和折半得一勾半勾弦較。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊爲勾也。

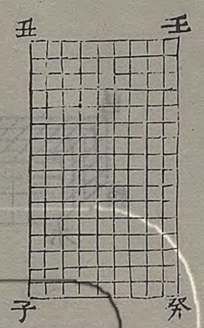
設如勾股積六尺。股弦較一尺。求勾股弦各幾何。

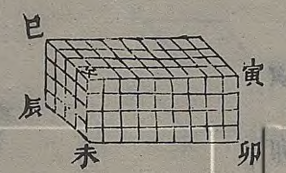
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以股弦較一尺除之。仍得一百四十四尺。折半得七十二尺。爲長方體積。乃以股弦較一尺折半得五寸。爲長方體之長比高闊所多之較。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊四尺爲股。加股弦較一尺得五尺爲弦。以股四尺除倍積十二尺得三尺爲勾也。此法有勾股積有股弦較。必得勾

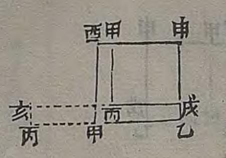




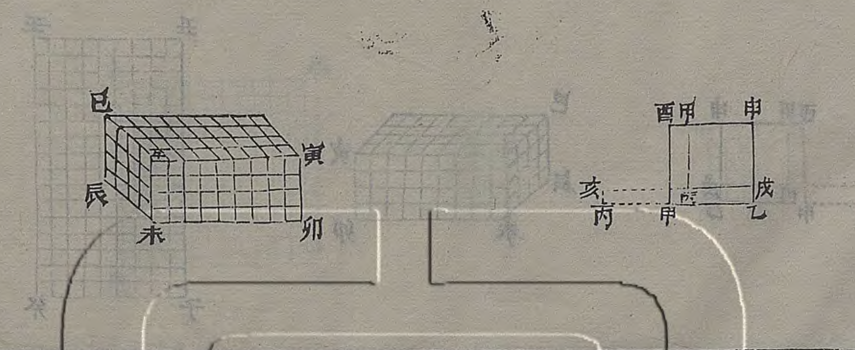
自乘積以股弦較除之始得股弦和而股弦和爲二股一股弦較之共數將股弦和半之爲一股半股弦較之共數今作爲帶縱立方體算者即如以股爲帶縱立方之高與闊股與半股弦較之共數爲帶縱立方之長半股弦較爲帶縱之較用帶縱較數立方法開之得高與闊即股也如甲乙丙勾股積倍之則成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘



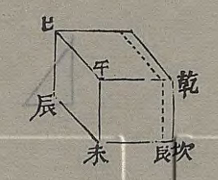




得戊已庚辛正方面積即如股自乘勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變爲長方體積其底爲股自乘之數其長爲勾自乘之數其股自乘之底邊即股而勾自乘之長又爲股弦較與股弦和相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳之長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戌

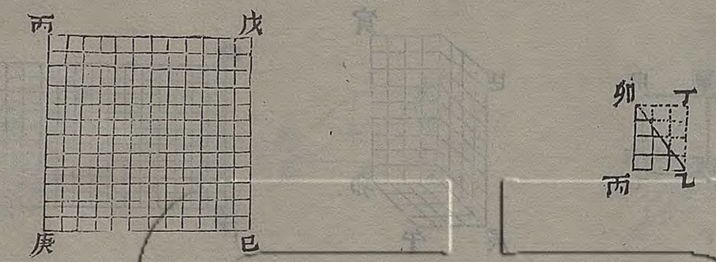


丙甲為股自乘之正方。則戌乙甲酉甲丙磬折形。與勾自乘之正方等。引而長之。成戌乙丙亥之長方。其戌乙闊即股弦較。乙甲丙長即股弦和。今以勾自乘之數。用股弦較除之。得股弦和。即如寅卯辰巳之長方體積。用股弦較除之。仍得寅卯辰巳之長方體積。其午未辰巳高闊相乘之面積。與卯未之長俱未減。而卯未之長。即命為股弦和矣。股弦和既為二股一股弦較之共數。折半則得一股半股弦較之共數。故將所得之寅卯辰巳長方體積。折半為乾坎辰巳長方體積。其未辰闊巳辰高仍皆為股。與艮未等。其坎未長為股與半股弦較之共數。坎艮為半股弦較。即長比高闊所多之數。故以股弦較折半。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊為股也。

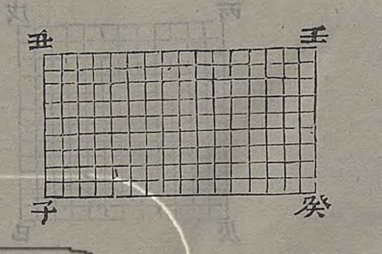


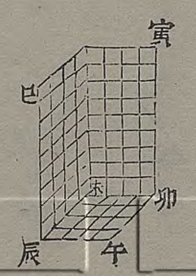
設如勾股積六尺。股弦和九尺。求勾股弦各幾何。

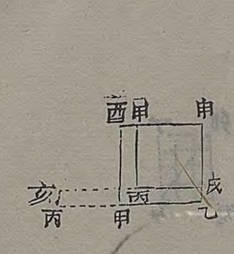
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以股弦和九尺除之。得十六尺。折半得八尺。為扁方體積。乃以股弦和九尺。折半得四尺五寸。為扁方體之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊四尺為股。於股弦和九尺內。減股四尺餘五尺為弦。以股四尺除倍積十二尺。得三尺為勾也。此法有勾股積股弦和。必得勾



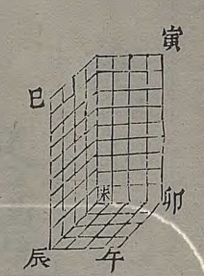
自乘積。以股弦和除之。始得股弦較半之為半股弦較。今作為帶縱立方體算者。即如以股為帶縱立方之長與闊。半股弦較為帶縱立方之高。一股半股弦較之共數。為帶縱立方之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數立方法開之。得長與闊。即股也。如甲乙丙勾股積。倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊己庚辛正方面積。即如股自乘

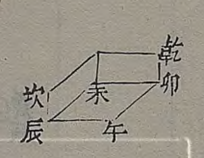


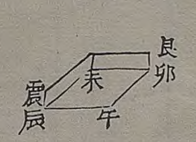


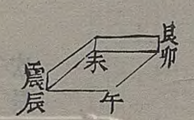


勾自乘。兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積。變為長方體積。其底為股自乘之數。其高為勾自乘之數。其股自乘之底邊即股。而勾自乘之高。又為股弦和與股弦較相乘之數。是暗中已得勾自乘之一數矣。其長方體。即如寅卯辰巳長方體形。然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方。內申戊丙甲為股自乘之正方。則戊乙甲酉甲丙磬折形。與勾自乘之正方等。引而長之成戊乙丙亥之長方。其戊乙闊即股弦較。乙甲丙長即股弦和。今以勾自乘之數。用股弦和除之。則得股弦較。即如寅卯辰巳之長方體積。用股弦和除之。而得乾卯辰坎扁方體積。其卯午辰未長闊相乘之面積未減。而乾卯之高即為股弦較矣。折半則得艮卯辰震扁方體積。其卯午長。午辰闊仍皆為股。而艮









卯之高爲半股弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和爲一股半股弦較之共數而股弦和乃二股一股弦較之共數故以股弦和折半得一股半股弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊爲股也

臣方楷余家蔭恭校

御製數理精蘊下編卷二十五

體部三

各體形總論

體之爲形。成於面。面之相合爲厚角。故凡體形皆自厚角所合而生。面之所合不能成厚角。則體亦不能成形。惟渾圓則無角。然求積之法。亦合衆尖體面成渾圓。是雖無角。而實賴於角也。方體有正方斜方尖方方環陽馬塹堵之異。圓體則有渾圓長圓尖圓之殊。至於各等面體。惟成於三角四角五角之面。而兼盡乎方圓之理。函於圓者。其角切於球之外面。函圓者。球之外面切於各面之中心。而各體又有互相容

之妙。因其各面皆等。故其中心至每邊之線皆同。就其各形而分視之。則成各等邊面形。因其各形而細剖之。則成各同底尖體形。然求積總以勾股為準則。蓋體成於面。面生於線。理固然也。有積求邊。則必以方圓為比例。是以邊線等者。體積不等。如圓球徑與各等面體之一邊。俱設為一〇〇〇。則正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。圓球體積為五二三五九八七七五。四面體積為一一七八五一一二九。八面體積為四七一四〇四五二一。十二面體積為七六六三一一八九〇三。二十面體積為二一八一六九四九六九。此各形之體積。皆以方積比例者也。或以圓球體積設為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓球徑得一二四〇小餘七〇〇九八。如圓球徑與各等面體之一邊。俱設為一二四〇小餘七〇〇九八。則圓球體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體積為一九〇九八五九三一七。四面體積為二二五〇七九〇七七。八面體積為九〇〇三一六三一七。十二面體積為一四六三五四七九〇五二。二十面體積為

四一六六七三〇四六三〇。此各形之體積。皆以球積比例者也。蓋因各形之邊線相等。體積不同。故皆定爲體與體之比例也。體積等者。邊線不等。如圓球體積與各等面體積。俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方體之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑爲一二四〇七〇〇九八。四面體之每邊爲二〇三九六四八九〇。八面體之每邊爲一二八四八九八二九。十二面體之每邊爲五〇七二三二〇七。二十面體之每

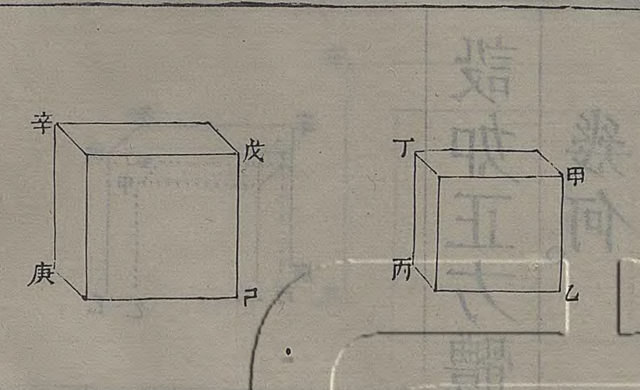
邊爲七七一〇二五三四。此各形之邊線。皆以方邊比例者也。或以圓球徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓球體積爲五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一九一三。如圓球體積與各等面體積。俱設爲五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一九一三。則圓球徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體之每邊爲八〇五九九五九七。四面體之每邊爲一六四三九四八八一。八面體之每邊爲一〇三五六二二八五。十二面體之每邊爲四〇八

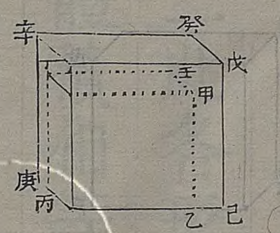
八一八九五二二十面體之每邊爲六二一四四三三二。此各形之邊線皆以球徑比例者也。蓋因各形之體積相等邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。要之邊求積者。亦皆本於勾股而積求邊者。一皆歸之正方。此立方所以爲立法之原。入算之本也。

直線體

設如正方體每邊二尺。今將其積倍之。問得方邊幾何。

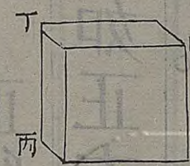
法以每邊二尺自乘再乘得八尺。倍之得一十六尺。開立方得二尺五寸一分有餘。即所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。倍之得一十六尺。即如戊己庚辛正方體積。每邊得二尺五寸一分有餘。試於戊己



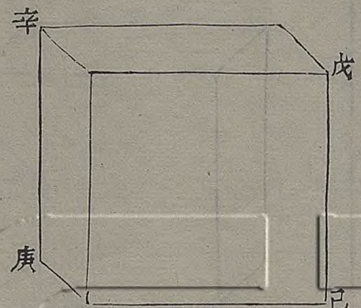


庚辛正方體形丙。作甲乙丙丁正方體形。則其外之戊己乙甲壬丁丙庚辛癸磬折體形。卽與甲乙丙丁正方體積相等也。

設如正方體每邊二尺。今將其積八倍之。問得方邊幾何。

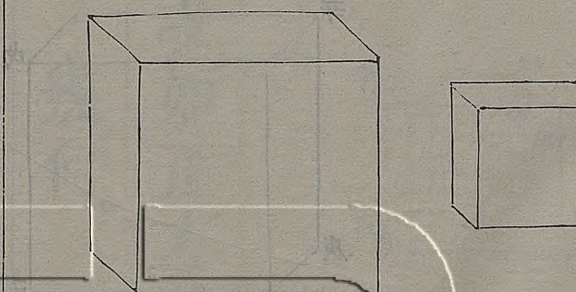


法以每邊二尺倍之得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。八倍之得六十四尺。



卽如戊己庚辛正方體積。其每邊得甲乙丙丁正方形每邊之二倍。是故不用八倍其積開立方。止以每邊二尺倍之而卽得也。此法蓋因兩體積之比例。比之兩界之比例爲連比例隔二位相加之比例。見幾何原本十卷第四節。故戊己庚辛正方體積六十四尺。與甲乙丙丁正方體積之八尺相比爲八分之一。而戊己庚辛正方邊之四尺。與甲乙丙丁正方邊之

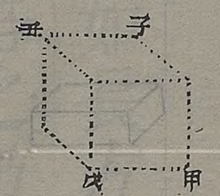
二尺之比為二分之一。夫六十四與三十二。三十二與十六。十六與八。八與四。四與二。皆為二分之一之連比例。而六十四與八之比。其間隔三十二與十六之兩位。故為連比例隔二位相加之比例也。

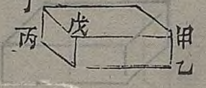


設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積倍之。仍與原形為同式形。問得長闊高各幾何。

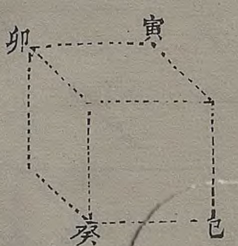
法以長一尺二寸自乘再乘得一尺七

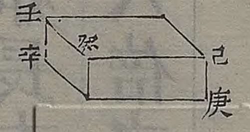
百二十八寸。倍之得三尺四百五十六寸。開立方得一尺五寸一分一釐有餘。即所求之長。既得長。乃以原長一尺二寸為一率。原闊八寸為二率。今所得之長一尺五寸一分一釐有餘為三率。求得四率一尺零七釐有餘。即所求之闊也。又以原長一尺二寸為一率。原高四寸為二率。今所得之長一尺五寸一分一釐有餘為三率。求得四率五寸零三





釐有餘即所求之高也或以闊八寸自乘再乘倍之開立方亦得一尺零七釐有餘為所求之闊以高四寸自乘再乘倍之開立方亦得五寸零三釐有餘為所求之高也如圖甲乙丙丁長方體甲乙高四寸丁戊闊八寸甲戊長一尺二寸將其積倍之即如己庚辛壬長方體此兩長方體積之比例即同於其相當二界各作兩正方體積之比例見幾何原本十卷第五節故依甲乙丙丁長方體之甲戊長界作甲戊丑子正方體將其積倍之即如己庚辛壬長方體之己癸長界所作之己癸卯寅正方體故開立方得己癸為所求之長也既得己癸之長則以甲戊與丁戊之比即同於己癸與壬癸之比得壬癸為所求之闊又甲戊與甲乙之比同於己癸與己庚之比得己庚為所求之高也若以原闊自乘再乘倍之

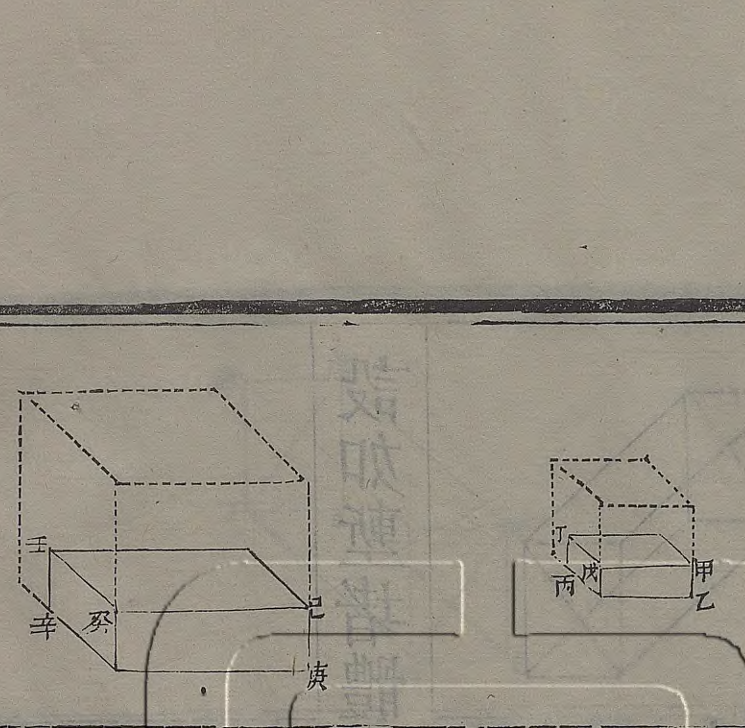




開立方。亦得一尺零七釐有餘。為今所求之闊。原高自乘再乘倍之。開立方。亦得五寸零三釐有餘。為今所求之高。皆如以其相當二界各作正方體互相為比之理也。

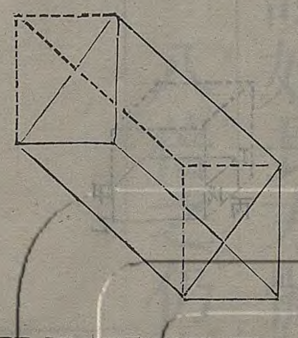
設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積八倍之。仍與原形為同式形。問得長闊高各幾何。

法以長一尺二寸倍之。得二尺四寸。即所求之長。又以原闊八寸倍之。得一尺



六寸。即所求之闊。又以原高四寸倍之。得八寸。即所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體。甲乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二寸。將其積八倍之。即如己庚辛壬長方體。其每邊得甲乙丙丁長方體每邊之二倍。是故不用八倍其積開立方。止以各邊之數倍之。而即得也。此法葢因兩長方體之比例。既同於其相當二界各作正方體之比例。而兩正方

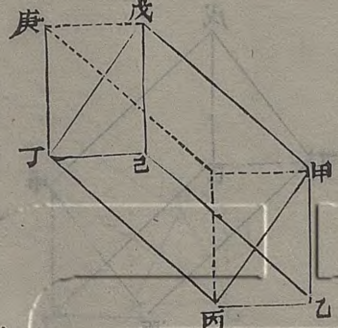
體之比例比之二界之比例為連比例隔二位相加之比例故兩長方體積之比例較之兩體各界之比例亦為連比例隔二位相加之比例也。



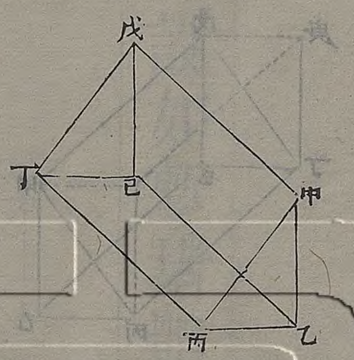
設如塹堵體形。闊五尺。長十二尺。高七尺。問積幾何。

法以闊五尺與長十二尺相乘得六十尺。又以高七尺再乘得四百二十尺。折半得二百一十尺。即塹堵體形之積也。

蓋塹堵體形。即平行二勾股面之三稜長體。如甲乙丙丁戊己塹堵體形。其兩端之二面皆為勾股形。一為甲乙丙。一為丁戊己。俱平行。以乙丙闊與丙丁長相乘。成乙丙丁己長方面形。又以甲乙高再乘。成甲乙丙丁庚戊長方體形。凡平行面之長方體。自其一面之對角線平分為兩三稜體。此兩三稜體之積相等。見幾何原本五卷第十七節夫一長方體所分兩三稜體之積既相等則三稜體積必為



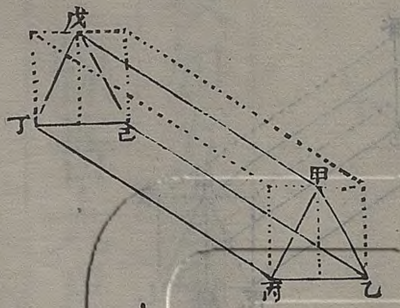
長方體積之一半。故將所得之甲乙丙丁庚戊長方體積折半。即得甲乙丙丁戊己塹堵體形之積也。



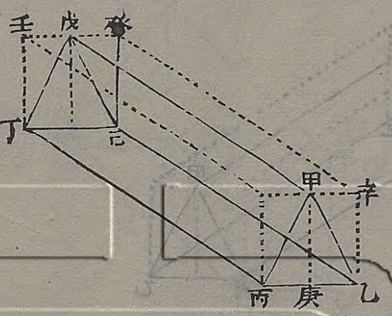
又法以闊五尺與高七尺相乘得三十五尺。折半得一十七尺五寸。與長十二尺相乘得二百一十尺。即塹堵體形之積也。如甲乙丙丁戊己塹堵體形。以甲乙高與乙丙闊相乘折半。得甲乙丙一勾股面積。又與丙丁長相乘。即得甲乙

丙丁戊己塹堵體形之積也。

設如芻甍體形闊四尺。長十二尺。高四尺。問積幾何。

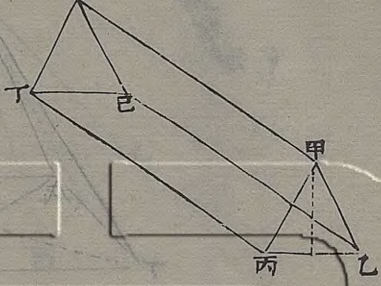


法以闊四尺與長十二尺相乘得四十八尺。又與高四尺相乘得一百九十二尺。折半得九十六尺。即芻甍體形之積也。蓋芻甍體形即平行兩三角面之三稜長體。有直角爲塹堵體。無直角爲芻甍體。如甲乙丙丁戊己芻甍體形。其兩端之二面皆爲三角形。一爲甲乙丙。一爲丁戊己。俱平行。



以乙丙闊與丙丁長相乘。成乙丙丁己長方面形。又以甲庚高再乘。成辛乙丙丁壬癸長方體形。凡平行面之三稜體積。為平行面方體積之一半。見幾何原本五卷第二十節。故將所得之辛乙丙丁壬癸長方體積折半。即得甲乙丙丁戊己芻甍體形之積也。

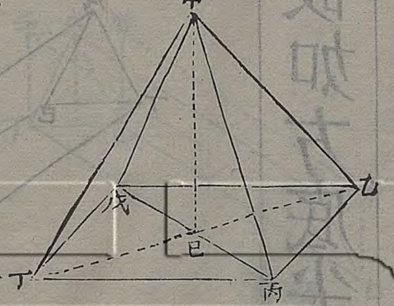
又法以闊四尺與高四尺相乘得一十六尺。折半得八尺。與長十二尺相乘得



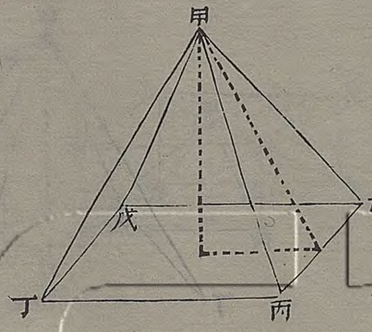
九十六尺。即芻甍體形之積也。如甲乙丙丁戊己芻甍體形。以乙丙闊與甲庚高相乘折半。得甲乙丙三角形面積。又與丙丁長相乘。即得甲乙丙丁戊己芻甍體形之積也。

設如方底尖體形。底方每邊五尺。自尖至四角之斜線皆六尺。問自尖至底中立垂線之高幾何。

法以底方每邊五尺求對角斜線法。求得底方對角斜線七尺零七分一釐零



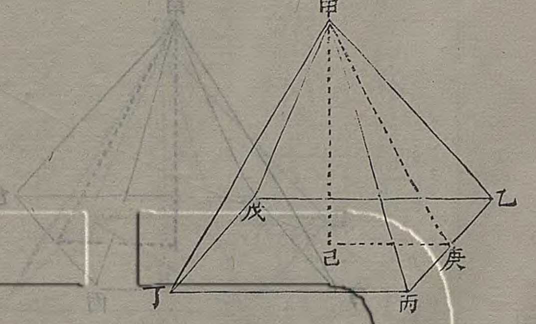
六絲有餘。折半得三尺五寸三分五釐五毫三絲有餘爲勾。以自尖至四角之斜線六尺爲弦。用勾弦求股法。求得股四尺八寸四分七釐六毫八絲有餘。卽自尖至底中立垂線之高數也。如圖甲乙丙丁戊方底尖體形。先求得乙丙丁戊底方面之乙丁對角斜線。折半於己。得乙己爲勾。以自尖至角之甲乙斜線爲弦。求得甲己股。卽自尖至底中立垂



線之高也。

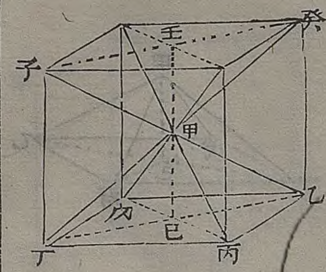
又法以底方每邊五尺爲平面三角形之底。以自尖至四角之斜線六尺爲兩腰。用平面三角形求中垂線法。求得一面中垂線五尺四寸五分四釐三毫五絲爲弦。以底方每邊五尺折半得二尺五寸爲勾。求得股四尺八寸四分七釐六毫七絲有餘。卽自尖至底中立垂線之高數也。如圖甲乙丙丁戊尖方體。其

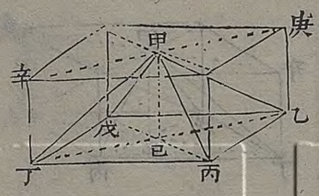
四面皆爲平面三角形。一爲甲乙丙。一爲甲丙丁。一爲甲丁戊。一爲甲戊乙。任以甲乙丙三角形之乙丙爲底。以甲乙甲丙爲兩腰。求得甲庚中垂線。而以此甲庚爲弦。底邊折半得庚己爲勾。求得甲己股。卽自尖至底中立垂線之高也。

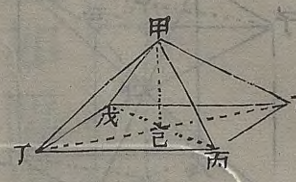


設如方底尖體形。底方每邊六尺。高三尺。問積幾何。

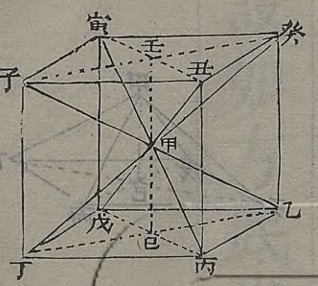
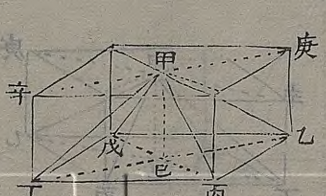
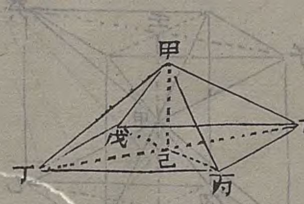
法以下方每邊六尺自乘得三十六尺。又以高三尺再乘得一百零八尺。三歸





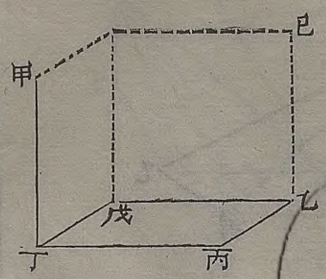
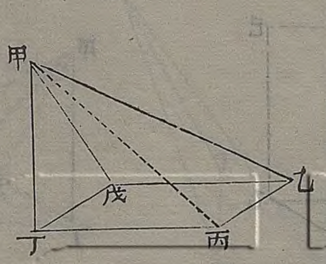


之得三十六尺。卽方底尖體形之積也。如甲乙丙丁戊方底尖體形。以乙丙一邊自乘得乙丙丁戊正方面形。又以甲己高再乘得庚乙丁辛扁方體形。此扁方體與尖方體之底面積等。其高又等。故庚乙丁辛一扁方體之積。與甲乙丙丁戊尖方體三形之積等。見幾何原本五卷第二十三節。試將甲己高倍之得壬己與乙丙丁戊底面積相乘。得癸乙丁子正方體形。

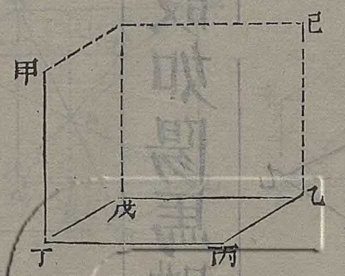
此正方體之乙丙丁戊子寅癸丑。癸乙丙丑。戊丁子寅。乙戊寅癸。丙丁子丑。六方面皆與尖方體之底面積等。又自甲心依各稜至各角剖之。則成甲乙丙丁戊。甲子寅癸丑。甲癸乙丙丑。甲戊丁子寅。甲乙戊寅癸。甲丙丁子丑。六尖方體。此每一尖方體俱為倍高正方體之六分之一。既為倍高正方體之六分之一。則必為同高扁方體之三分之一。故將所得庚乙丁辛之同高方體積三分之。而得甲乙丙丁戊尖方體之積也。

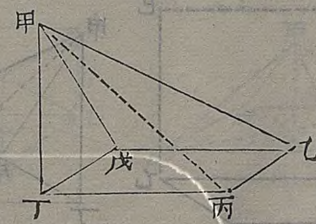
設如陽馬體形。底方每邊六尺。高亦六尺。問積幾何。

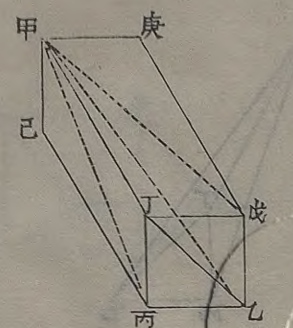
法以底方每邊六尺自乘得三十六尺。又以高六尺再乘得二百一十六尺。三歸之得七十二尺。卽陽馬體形之積也。

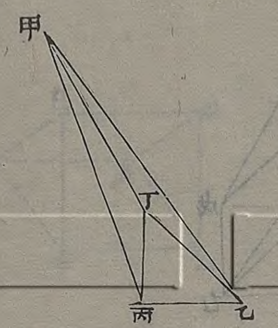
如甲乙丙丁戊陽馬體形。以乙丙一邊自乘得乙丙丁戊正方面形。又以甲丁高再乘得巳乙丁甲正方體形。此巳乙





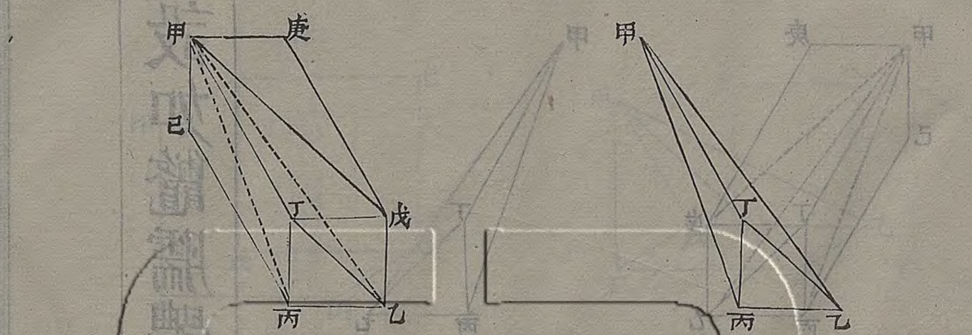
丁甲一正方體之積。與甲乙丙丁戊陽馬體三形之積等。故三分之卽得陽馬體之積也。此陽馬體與尖方體形雖不同而法則一。葢尖方體形尖在正中。陽馬體形尖在一隅。然大凡體形其底面積等。高度又等。則其體積亦必相等。見幾何原本二卷第二十二節。故令陽馬體之乙丙丁戊底面積。卽如尖方體之底。其甲丁高度。卽如尖方體之高度。故形雖不同而積則一也。



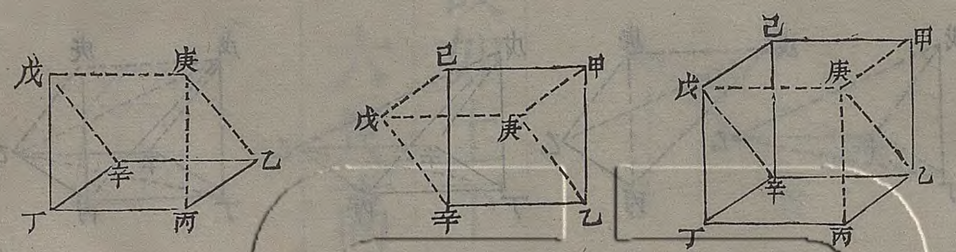


設如鼈臑體形。長與闊俱四尺。高九尺。問積幾何。

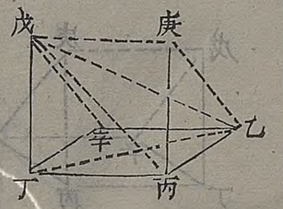
法以長與闊四尺自乘得十六尺。以高九尺再乘得一百四十四尺。六歸之得二十四尺。卽鼈臑體形之積也。葢鼈臑體卽勾股面之尖體。如甲乙丙丁鼈臑體形。以丁丙長與乙丙闊相乘。成乙丙丁戊正方面形。以甲丁高再乘。成甲庚戊乙丙己長方體形。此一長方體之積。

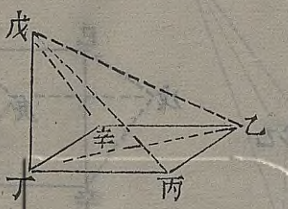


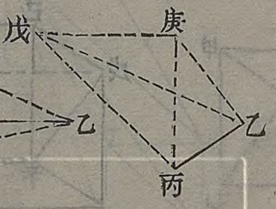
與甲戊乙丙丁陽馬體三形之積等。而甲乙丙丁鼈臑體之積。又為甲戊乙丙丁陽馬體積之一半。葢各類尖體。其底面積等。其高又等。則其體積亦等。見幾何原本二卷第二十二節。今甲乙丙丁鼈臑體之乙丙丁底積。為甲戊乙丙丁陽馬體之乙丙丁戊底面積之一半。則甲乙丙丁鼈臑體積。亦必為甲戊乙丙丁陽馬體積之一半。鼈臑體既為陽馬體之一半。而陽

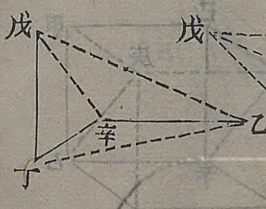


馬體又為長方體之三分之一。則鼈臑體必為長方體之六分之一。故將所得甲庚戊乙丙己長方體積六分之。即得甲乙丙丁鼈臑體之積也。又凡正方體。或長方體。按法剖之。即成塹堵陽馬鼈臑各體。而自得其相比之率也。如圖甲乙丙丁戊己正方體。自其庚乙一面對角線。至對面戊辛對角斜線平分之。即得甲乙辛戊己與庚乙丙丁戊二塹堵



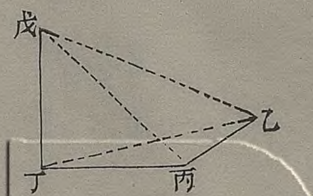


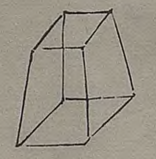




體。又將庚乙丙丁戊塹堵體。自其上稜戊角至乙對角。依乙丙下稜斜剖之。則得戊乙丙丁辛一陽馬體。乙丙戊庚一鼈臑體。又將戊乙丙丁辛陽馬體。自其戊乙相對斜稜平分之。則得戊乙丁辛。與戊乙丙丁。二鼈臑體。夫一正方體剖之。得二塹堵體。是塹堵體為正方體二分之一也。一塹堵體剖之。得一陽馬體。一鼈臑體。而一陽馬體剖之。又得二鼈

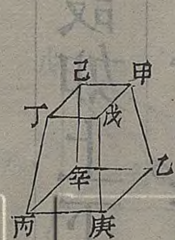
臑體。是陽馬體為塹堵體之三分之二。即為正方體之三分之一。而鼈臑體為塹堵體之三分之一。即為正方體之六分之一也。



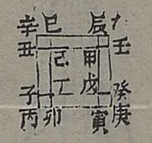


設如上下不等正方體形。上方每邊四尺。下方每邊六尺。高八尺。問積幾何。

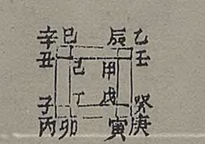
法以上方每邊四尺自乘。得一十六尺。又以下方每邊六尺自乘。得三十六尺。又以上方每邊四尺與下方每邊六尺相乘。

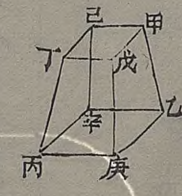


得二十四尺。三數相併。得七十六尺。與高八尺相乘。得六百零八尺。三歸之。得二百零二尺六百六十六寸有餘。即上下不等正方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等正方體形。戊丁上方邊自乘。得甲戊丁己正方面形。庚丙下方邊自乘。得乙庚丙辛正方面形。戊丁上方邊與庚丙下方邊相乘。得壬癸子丑長方面形。將此三方面形相併。與高八尺相



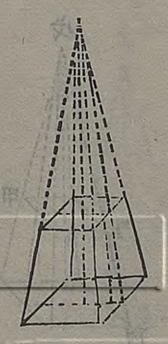
乘。得三長方體形。其一上下方面。俱如甲戊丁己。其一上下方面。俱如乙庚丙辛。其一上下方面。俱如壬癸子丑。蓋乙庚丙辛長方體。比甲戊丁己長方體。多壬癸戊甲。戊寅卯丁。己丁子丑。辰甲己巳。四方廉體。又多乙壬甲辰。癸庚寅戊。丁卯丙子。巳己丑辛。四長廉體。而壬癸子丑長方體。比甲戊丁己長方體。多壬癸戊甲。己丁子丑。二方廉體。若將共多



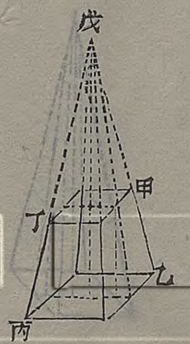


之六方廉體四長廉體俱截去。則此三長方體之上下方面。必皆如甲戊丁己。乃以每一方廉體。變爲二塹堵體。每一長廉體變爲三陽馬體。共得十二塹堵體。十二陽馬體。將甲戊丁己類三長方體。各加四塹堵體。四陽馬體。則皆成上下不等三正方體。故三歸之。而得甲乙丙丁上下不等一正方體形之積也。

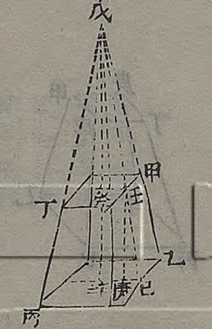
又法以上方邊四尺與下方邊六尺相



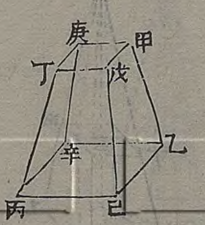
減餘二尺。折半得一尺爲一率。高八尺爲二率。下方邊六尺。折半得三尺爲三率。求得四率二十四尺。爲上下不等正方體形上補成一尖方體之共高。乃以下方邊六尺自乘得三十六尺。與所得共高二十四尺相乘。得八百六十四尺。三歸之。得二百八十八尺爲大尖方體之積。又以高八尺與共高二十四尺相減。餘十六尺。爲上小尖方體之高。以上



方邊四尺自乘得十六尺。與上高十六尺相乘得二百五十六尺。三歸之。得八十五尺三百三十三寸有餘。爲上小尖方體之積。與大尖方體積二百八十八尺相減。餘二百零二尺六百六十六寸有餘。即上下不等正方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等正方體形。加戊甲丁小尖方體形。遂成戊乙丙大尖方體形。先以上方邊與下方邊相減折半如巳庚。下方邊折半如巳辛。依勾股比例。巳庚與壬庚之比。即同於巳辛與戊辛之比。以戊辛與乙丙下方面相乘。三歸之。得戊乙丙大尖方體積。以戊癸與甲丁上方面相乘。三歸之。得戊甲丁小尖方體積。於戊乙丙大尖方體積內減去戊甲丁小尖方體積。所餘必甲乙丙丁上下不等正方體形之積也。

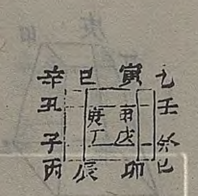


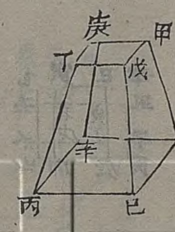
設如上下不等長方體形。上方長四尺。闊三尺。下方



長八尺。闊六尺。高十尺。問積幾何。

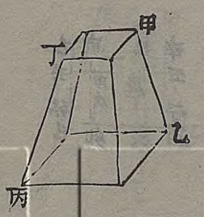
法以上長四尺與上闊三尺相乘。得十二尺。倍之得二十四尺。下長八尺與下闊六尺相乘。得四十八尺。倍之得九十六尺。又以上闊三尺與下長八尺相乘。得二十四尺。以下闊六尺與上長四尺相乘。得二十四尺。四數相併。得一百六十八尺。與高十尺相乘。得一千六百八十尺。六歸之。得二百八十尺。即上下不等長方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等長方體形。戊丁上長與甲戊上闊相乘。得一甲戊丁庚長方面形。倍之得二甲戊丁庚長方面形。己丙下長與乙己下闊相乘。得一乙己丙辛長方面形。倍之得二乙己丙辛長方面形。甲戊上闊與己丙下長相乘。得一壬癸子丑長方面形。乙己下闊與戊丁上長相乘。得一寅卯辰巳長方面形。將此六長方面





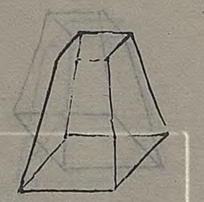
形相併。與高十尺相乘。得六長方體形。其二上下方面。俱如甲戊丁庚。其二上下方面。俱如乙巳丙辛。其一上下方面。俱如壬癸子丑。其一上下方面。俱如寅卯辰巳。蓋二乙巳丙辛長方體。比二甲戊丁庚長方體。爲多二壬癸戊甲。二戊卯辰丁。二庚丁子丑。二寅甲庚巳。八方廉體。又多二乙壬甲寅。二癸巳卯戊。二丁辰丙子。二巳庚丑辛。八長廉體。而一

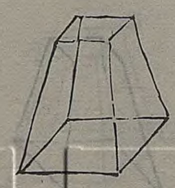
壬癸子丑長方體。比一甲戊丁庚長方體。多一壬癸戊甲。一庚丁子丑。二方廉體。而一寅卯辰巳長方體。比一甲戊丁庚長方體。多一寅甲庚巳。一戊卯辰丁。二方廉體。若將共多之十二方廉體。八長廉體。俱截去。則此六長方體之上下方面。必皆如甲戊丁庚。乃以每一方廉體。變爲二塹堵體。每一長廉體。變爲三陽馬體。共得二十四塹堵體。二十四陽



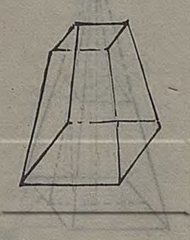
馬體。將六長方體。各加四塹堵體四陽馬體。則皆成上下不等六長方體。故六歸之。而得甲乙丙丁上下不等長方體形之積也。

又法以上長四尺倍之得八尺。加下長八尺共十六尺。與上闊三尺相乘得四十八尺。又以下長八尺倍之得十六尺。加上長四尺得二十尺。與下闊六尺相乘得一百二十尺。兩數相併得一百六十八尺。與高十尺相乘得一千六百八十尺。六歸之得二百八十尺。即上下不等長方體形之積也。此法與前法同。此法之以上長倍之。加下長與上闊相乘之數。即前法之上長上闊相乘倍之。又加上闊與下長相乘之數也。又此法之以下長倍之。加上長與下闊相乘之數。即前法之下長下闊相乘倍之。又加下闊與上長相乘之數也。圖解並同。



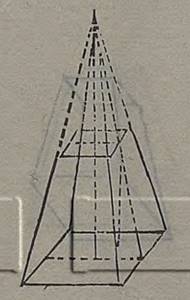


又法以上長四尺與上闊三尺相乘得十二尺下長八尺與下闊六尺相乘得四十八尺又以上長四尺與下闊六尺相乘下長八尺與上闊三尺相乘共得四十八尺折半得二十四尺三數相併得八十四尺與高十尺相乘得八百四十尺三歸之得二百八十尺亦卽上下不等長方體形之積也蓋此法與上下不等正方體求積之法同但正方體上

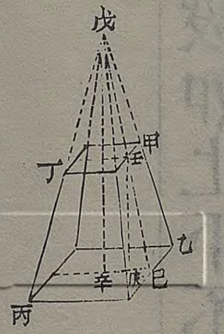


下俱係正方面故止用上下方邊各自乘上方邊與下方邊相乘此則上下方面各有長闊既用上方長闊相乘下方長闊相乘又必以上長乘下闊下長乘上闊相加折半以取中數乃可相併而與高數相乘三歸之而得體積也

又法以上長四尺與下長八尺相減餘四尺折半得二尺為一率高十尺為二率下長八尺折半得四尺為三率求得

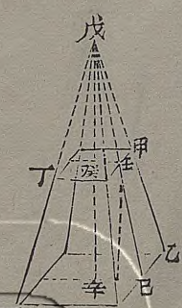


四率二十尺。為上下不等長方體形上補成一尖長方體之共高。乃以下長八尺與下闊六尺相乘。得四十八尺。與所得共高二十尺相乘得九百六十尺。三歸之得三百二十尺。為大尖長方體之積。又以高十尺與共高二十尺相減。餘十尺。為上小尖長方體之高。以上長四尺與上闊三尺相乘。得十二尺。與上高十尺相乘得一百二十尺。三歸之得四



十尺。為上小尖長方體之積。與大尖長方體積三百二十尺相減。餘二百八十尺。即上下不等長方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等長方體形。加戊甲丁小尖長方體形。遂成戊乙丙大尖長方體形。先以上長與下長相減折半如己庚。以下長折半如己辛。依勾股比例。己庚與壬庚之比。即同於己辛與戊辛之比。以戊辛與乙丙下長方面相乘。三歸

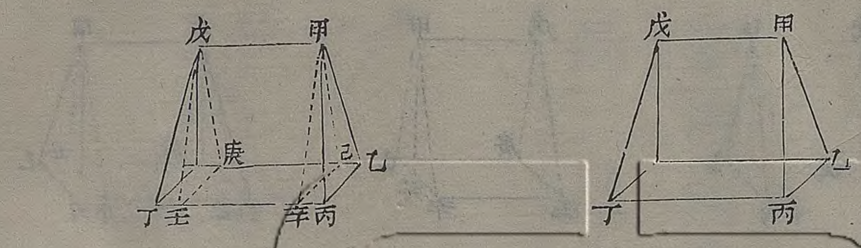
之得戊乙丙大尖長方體積以戊癸與甲丁上長方面相乘三歸之得戊甲丁

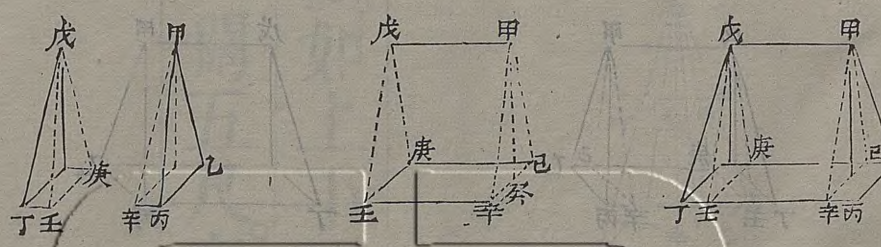


小尖長方體積於戊乙丙大尖體積內減去戊甲丁小尖體積所餘必甲乙丙丁上下不等長方體形之積也

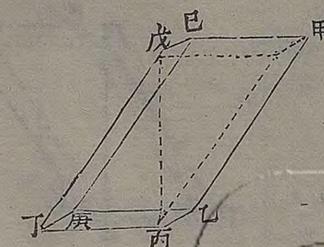
設如上下不等芻甍體形上長十尺下長十四尺下闊五尺高十二尺問積幾何

法以上長十尺與下闊五尺相乘得五十尺以高十二尺再乘得六百尺折半得三百尺為上下相等芻甍體積又以上長十尺與下長十四尺相減餘四尺與下闊五尺相乘得二十尺以高十二尺再乘得二百四十尺三歸之得八十尺與先所得上下相等芻甍體積三百尺相併得三百八十尺即上下不等芻甍體之積也如甲乙丙丁戊上下不等芻甍體形自其上稜之甲戊兩端直剖之則分為甲已辛壬戊一芻甍體甲乙





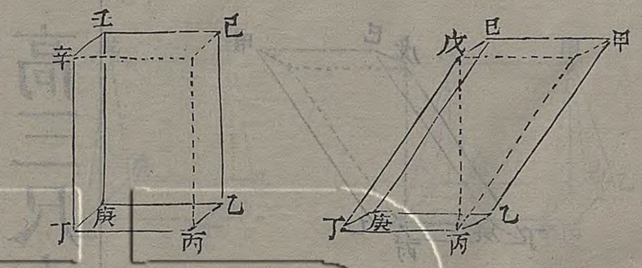
丙辛與戊庚壬丁二尖方體。故以與上長相等之己庚與己辛闊（與乙丙等）相乘。即得己辛壬庚芻甍體之底面積。與甲癸高相乘折半得甲己辛壬戊芻甍體積。又以甲戊上長與丙丁下長相減。所餘丙辛壬丁二段。即二尖方體之共長。與乙丙闊相乘。得乙辛與庚丁二尖方體之底面積。與高相乘。三歸之。即得甲乙丙辛與戊庚壬丁二尖方體積。與甲己辛壬戊一芻甍積相加。即得甲乙丙丁戊一上下不等芻甍體之總積也。



設如兩兩平行邊斜長方體形。長二尺四寸。闊八寸。高三尺七寸。問積幾何。

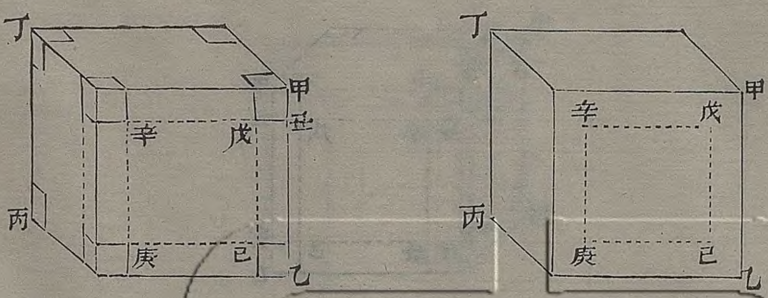
法以長二尺四寸與闊八寸相乘。得一尺九十二寸。又以高三尺七寸再乘。得七尺一百零四寸。即兩兩平行邊斜長方體形之積也。如圖甲乙丙丁戊己斜長方體形。以乙丙闊與丙丁長相乘。得

乙丙丁庚長方面積。以戊丙高再乘。成已乙丙丁辛壬長方體。凡平行平面之間所有立於等積底之各平行體。其積必俱相等。見幾何原本五卷第十九節。故甲乙丙丁戊已斜倚之長方體。必與已乙丙丁辛壬正立之長方體為相等也。

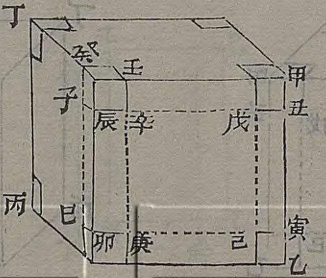


設如空心正方體積一千二百一十六寸。厚二寸。問內外方邊各幾何。

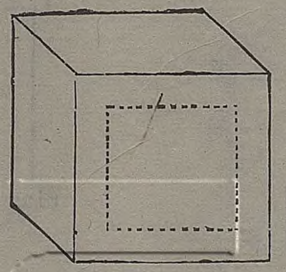
法以厚二寸自乘再乘得八寸。八因之。



得六十四寸。與共積一千二百一十六寸相減。餘一千一百五十二寸。六歸之。得一百九十二寸。用厚二寸除之。得九十六寸。為內方邊與外方邊相乘長方面積。乃以厚二寸倍之。得四寸。為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。即內方邊。得長一尺二寸。即外方邊也。如圖甲乙丙丁戊已庚辛空心正方體。其甲丑即空心正方體之厚。以之

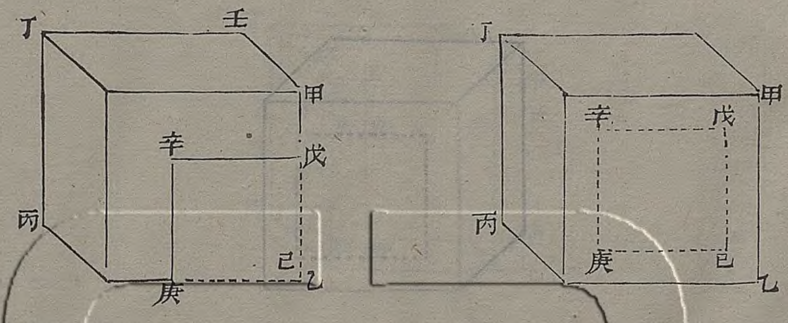


自乘再乘。八因之。得壬辛子癸類八小隅體。與空心正方體相減。則餘空心正方體之六面丑寅巳子類六長方扁體。六歸之。得丑寅巳子一長方扁體。用厚二寸除之。得丑寅卯辰一長方面積。其丑寅闊與戊巳等。卽內方邊。其丑辰長與甲乙等。卽外方邊。其丑戊辛辰皆與甲丑厚度等。丑戊辛辰並之。卽長闊之較。故以厚二寸倍之爲帶縱。求得闊爲

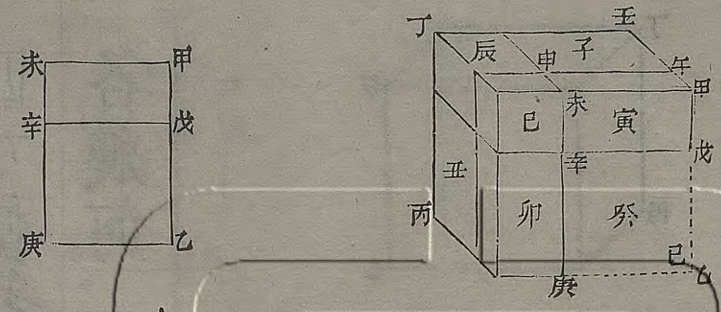


內方邊。長爲外方邊也。

又法以厚二寸倍之得四寸。爲內方邊與外方邊之較。自乘再乘得六十四寸。與空心正方體積一千二百一十六寸相減。餘一千一百五十二寸。三歸之得三百八十四寸。以內外方邊之較四寸除之。得九十六寸。爲長方面積。以內外方邊之較四寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。卽內方邊。

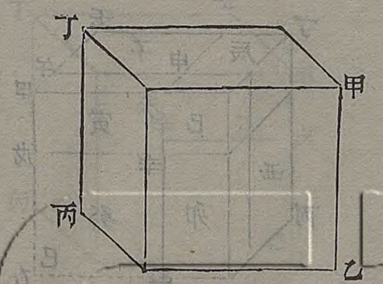


加較四寸。得一尺二寸。卽外方邊也。如圖甲乙丙丁戊已庚辛空心正方體。以戊已庚辛空心小正方形。移置乙角之一隅。則空心正方體。變爲甲戊辛庚丙丁壬磬折體形。其甲戊卽磬折體之厚。爲甲乙外方邊與戊已內方邊之較。依開立方次商法分之。得癸子丑三方廉體。寅卯辰三長廉體。巳一小隅體。以甲戊厚度自乘再乘。得巳一小隅體。與共

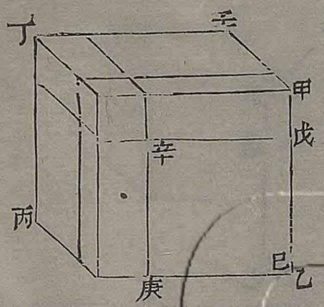


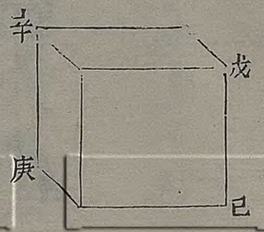
積相減。餘三方廉體。三長廉體。三歸之。則餘癸一方廉體。寅一長廉體。共成午甲乙庚未申一扁方體。其午甲厚與甲戊等。以午甲厚除午甲乙庚未申扁方體。則得甲乙庚未之長方面形。甲戊卽長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得乙庚闊與戊乙等。卽空心方體之內方邊。以甲戊與戊乙相加。得甲乙。卽空心方體之外方邊也。

設如大小兩正方體。大正方體比小正方體每邊多四寸。積多二千三百六十八寸。問大小兩正方邊各幾何。

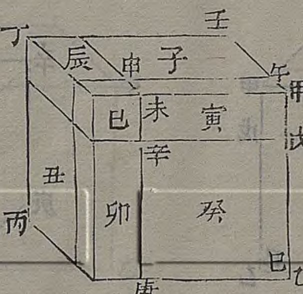


法以大正方邊比小正方邊所多之較四寸自乘再乘得六十四寸。與大正方體比小正方體所多之積二千三百六十八寸相減餘二千三百零四寸。三歸之得七百六十八寸。以邊較四寸除之。得一百九十二寸為長方面積。乃以邊

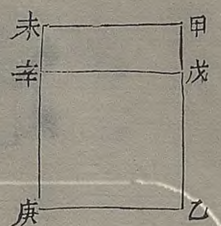




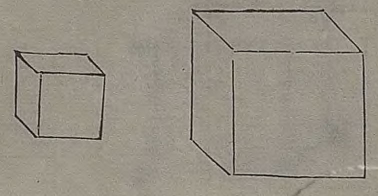
較四尺為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十二尺。即小正方之邊數。加較四尺得十六尺。即大正方之邊數也。如圖甲乙丙丁一大正方體。戊己庚辛一小正方體。試於甲乙丙丁大正方體減去戊己庚辛小正方體。餘壬甲戊辛庚丙丁三面磬折體形。即大正方積比小正方積所多之較。甲戊為磬折體之厚。即大正方邊比小正方邊所多



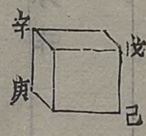
之較。此三面磬折體形。依開立方次商法分之。則得癸子丑三方廉體。寅卯辰三長廉體。巳一小隅體。以甲戊邊較自乘再乘。得巳一小隅體。與磬折體積相減。餘三方廉體。三長廉體。三歸之。則得癸一方廉體。寅一長廉體。共成午甲乙庚未申一扁方體。其午甲厚與甲戊等。以午甲厚除之。則得甲乙庚未之長方面形。甲戊即長闊之較。故用帶縱開平方法算之。得乙庚闊與戊乙等。即小正方之邊數。以甲戊與戊乙相加。得甲乙即大正方之邊數也。

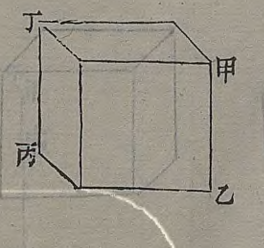


設如大小二正方體。共邊二十四尺。共積四千六百零八尺。問兩體之每邊及體積各幾何。

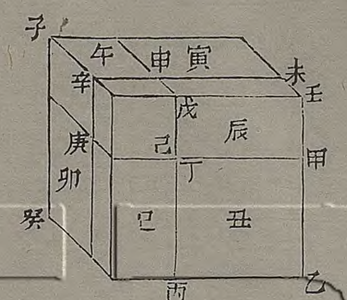


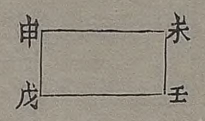
法以共邊二十四尺自乘再乘。得一萬三千八百二十四尺。內減共積四千六百零八尺。餘九千二百一十六尺。三歸之得三千零七十二尺。以共邊二十四





尺除之。得一百二十八尺爲長方面積。乃以共邊二十四尺爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊八尺。卽小正方之邊數。與共邊二十四尺相減。餘十六尺。卽大正方之邊數也。如圖甲乙丙丁一大正方體。戊己庚辛一小正方體。以共邊二十四尺自乘再乘。則成壬乙癸子一總正方體。內減甲乙丙丁。與戊己庚辛。大小兩正方體之共積。餘丑寅





卯三方廉體。辰巳午三長廉體。三歸之則得丑一方廉體。辰一長廉體。共成未壬乙丙戊申一扁方體。用壬乙共邊除之。則得未壬戊申之長方面形。其未壬闊與壬甲等。其壬戊長與甲乙等。故以壬乙共邊爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得未壬闊。卽小正方之邊數。與長闊和相減。餘壬戊長。卽大正方之邊數也。

臣方楷余家蔭恭校