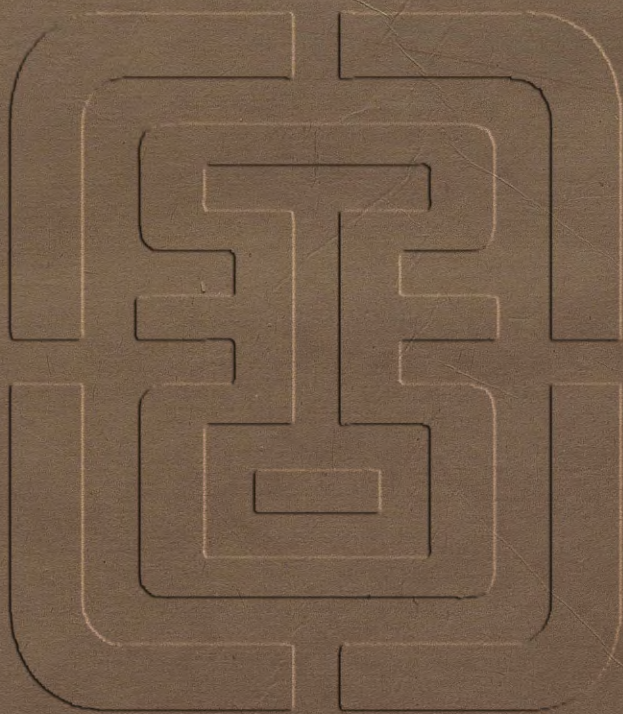
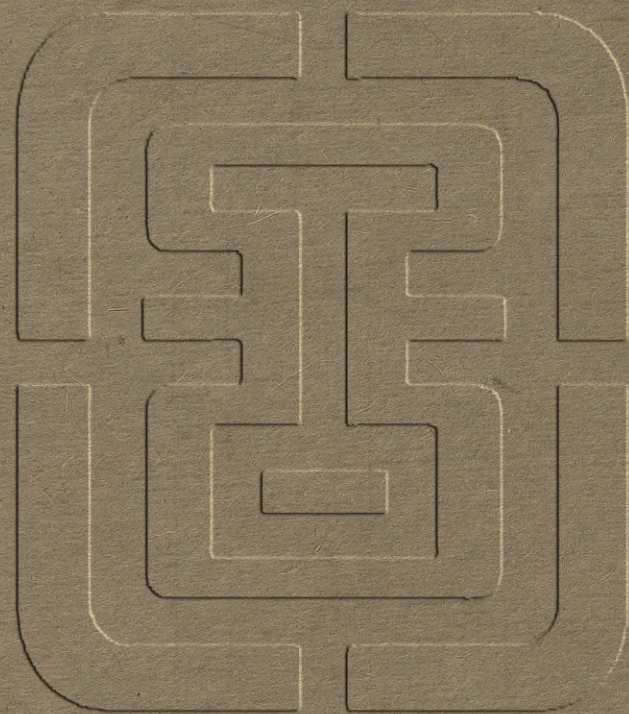
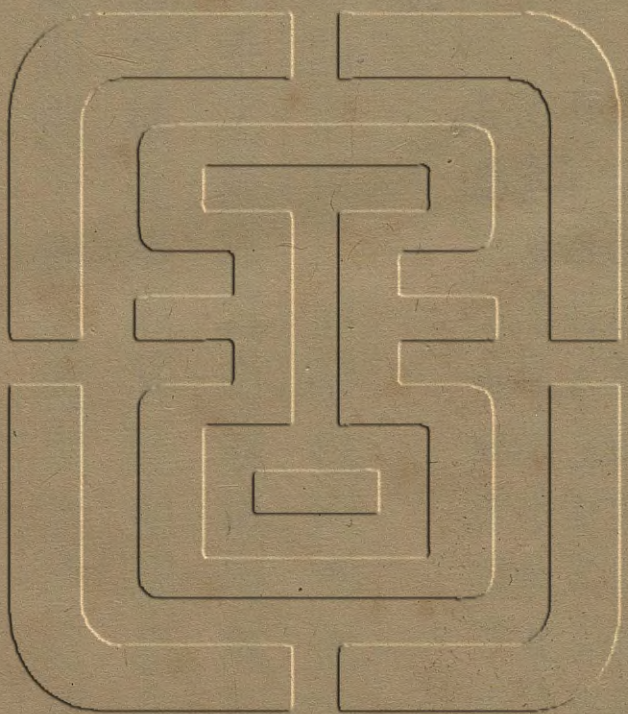


科 110  
845  
= 3

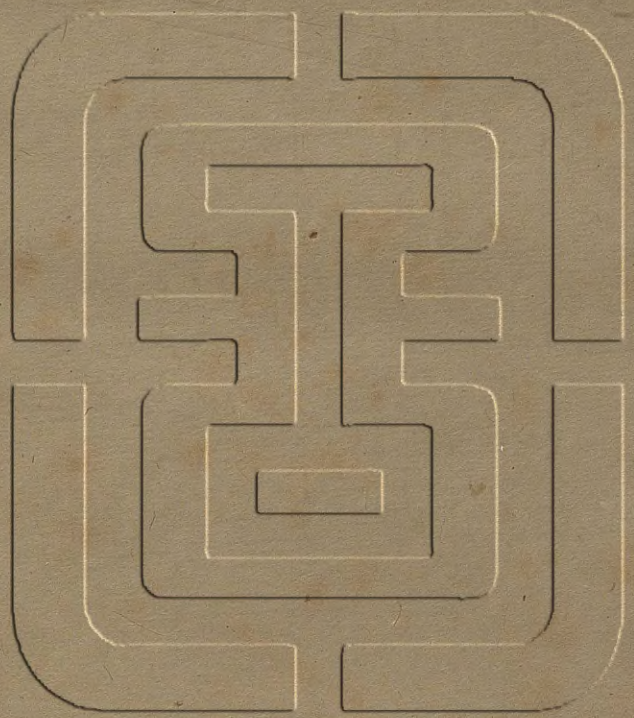


17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44









九數通考卷五

虞山屈曾發省園氏輯



少廣章第四

此章如田截縱之多益廣之少故曰少廣以面積之多寡求邊線之長短則曰開平方而分田截積之法本此矣以體積之多寡求面形之大小則曰開立方而米求倉窖之法本此矣其束法求邊周堆塚求廣縱算法相同故悉隸焉皆如方田章還原之意

平方說

平方者等邊四直角之面積也以形而言則為兩矩所合以積而言則為自乘之數因其有廣無厚故曰平方因其縱橫相等故曰正方蓋方積面也而其邊則線也有線求面則相乘而得積有面求線則開方而得邊開之之法畧與歸除同但歸除有法有實而開方則有實無法故古人立為商除廉隅之制以相求其法先從一角而剖其幕以自一至九自乘之數為方根與



所有之積相審量其足減者而定之。是為初商。初商減盡無餘。則方邊止一位。若有餘實。即初商方積外別成一磬折形。其附初商之兩旁者。謂之廉。兩廉之角所合一小方。謂之隅。廉有二。故倍初商為兩廉之共長。是為廉法。視餘積足廉法幾倍。即定次商。隅即次商之自乘。故次商為隅法。合廉隅而以次商乘之。則得兩廉一隅之共積。所謂初商方積外別成一磬折形者是也。故次商為初商所得方邊之零。如次商數與初商餘積相減。尚有不盡之實。則又成一磬折形。而仍為兩廉一隅。但較前廉愈長而隅愈小耳。凡有幾層廉隅。俱照初商之例。逐層遞析之。實盡而止。實不盡者。必非自乘之正數。遞析之。至於纖塵。終有奇零。若餘實不足廉隅法之數者。則方邊為空位。此開方之定法也。面之一。而容積皆以方積為準。故平方為算諸面之本。

諸面必進以方積而後可施其法也。

### 平方認商訣

一百一十定無疑

謂如積一百步可定方邊十步

一千三十有零餘

謂如積一千步可定方邊三十步有零

九千九百不離十

謂如積九千九百步可定方邊九十步有零

一萬方為一百推

謂如積一萬步可定方邊一百步此言定初商之訣

初商為方倍作廉

次商名隅併廉除

餘數三商隅亦倍

只依此法取空虛

解見前說

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸。開方問每邊幾何。答

曰。二丈三尺四寸。

法置積中間為實。自末位起算。每方積

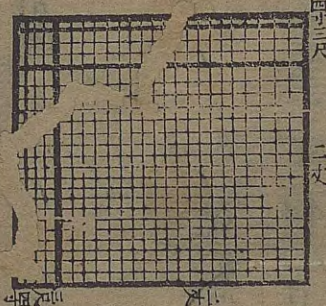
二位。定方邊一位。故隔一位作記。於六寸上定寸位。七尺上

定尺位。五丈上定丈位。其

五丈為初商積。與二丈自乘之數相準。



卽定初商爲二列於實左亦列二於實右爲方法左右相呼  
 除二二除實<sup>四</sup>餘實<sup>一</sup>卽<sup>一</sup>百<sup>一</sup>連次位積共<sup>一</sup>百<sup>四</sup>爲次商  
 廉隅之共積乃以右邊初商之<sup>二</sup>作<sup>二</sup>十<sup>一</sup>倍之得<sup>四</sup>十<sup>一</sup>爲廉  
 法以除<sup>一</sup>百<sup>四</sup>足<sup>三</sup>次商卽定<sup>三</sup>列於左<sup>二</sup>之次亦列<sup>三</sup>於  
 右倍作<sup>四</sup>十<sup>一</sup>之次爲隅法次第與左次商<sup>三</sup>呼除三四除實  
 一<sup>一</sup>百<sup>二</sup>三<sup>三</sup>除實<sup>九</sup>餘<sup>一</sup>十<sup>一</sup>卽<sup>一</sup>百<sup>一</sup>連末位積共<sup>一</sup>千<sup>八</sup>  
 六爲三商廉隅之共積乃以右邊初商次商之<sup>二</sup>丈<sup>一</sup>倍作<sup>四</sup>  
 六<sup>十</sup>又爲廉法以除<sup>一</sup>千<sup>八</sup>足<sup>四</sup>三商卽定<sup>四</sup>列於左<sup>二</sup>  
 寸<sup>三</sup>之次亦列<sup>四</sup>於右倍作<sup>四</sup>百<sup>六</sup>之次又爲隅  
 法次第與左三商<sup>四</sup>呼除<sup>四</sup>四除實<sup>一</sup>千<sup>四</sup>六  
 除實<sup>二</sup>百<sup>四</sup>四除實<sup>六</sup>寸<sup>一</sup>恰盡左位所商<sup>二</sup>丈<sup>三</sup>  
 寸<sup>四</sup>卽正方形每邊數也如圖初商二丈二二除實



四丈方六万積次商三尺倍法四十尺三四除實一百二十  
 是兩廉積三三除實九尺是隅積三商四寸倍法四百六十  
 寸四四除實一千六百四六除實二百四十是兩小廉積四  
 四除實一十六寸是小隅積

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺開方問每邊幾  
 何答曰六百七十八尺此題六位皆以尺命似與前分丈尺  
 卽命爲單位立算仍與丈尺寸同也法置積於中爲實每方積二位定方邊一

位於四尺上定單位六百上定十位五萬上定百位其<sup>四</sup>十<sup>一</sup>  
 尺爲初商積以初商本位計之則<sup>五</sup>萬<sup>一</sup>爲初商積之單位而  
 四十五萬<sup>五</sup>與<sup>六</sup>自乘之數相準卽定初商爲<sup>六</sup>列於左  
 亦列<sup>六</sup>於右爲方法左右相呼除<sup>六</sup>六除實<sup>三</sup>十<sup>一</sup>餘實<sup>九</sup>連  
 次位積共<sup>九</sup>萬<sup>九</sup>千<sup>六</sup>爲次商廉隅之共積以次商本位計之



則尺<sup>六百</sup>為次商積之單位而<sup>九萬九千</sup>為<sup>九百九</sup>右邊初商  
 之<sup>六</sup>即為<sup>六</sup>倍之得<sup>二百</sup>為廉法以除<sup>九百九</sup>足<sup>七</sup>次商即  
 定<sup>七</sup>列於左<sup>六百</sup>之次亦列<sup>七</sup>於右倍作<sup>二百</sup>之次為隅法次  
 第與左次商<sup>七</sup>呼除一<sup>七</sup>除實<sup>七</sup>二<sup>七</sup>除實<sup>四</sup>七<sup>七</sup>除實  
四千餘實七百尺連末位積共一萬八千四百尺為三商廉隅之  
 共積以三商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初  
 商次商之<sup>七百</sup>倍之得<sup>一千三百</sup>又為廉法以除<sup>一萬</sup>七百  
 足<sup>八</sup>三商即定<sup>八</sup>列於左<sup>六百</sup>之次亦列<sup>八</sup>於右倍作<sup>一千</sup>  
四之次又為隅法次第與左三商<sup>八</sup>呼除一<sup>八</sup>除實<sup>八</sup>三<sup>八</sup>  
 除實<sup>二千四百</sup>八<sup>八</sup>除實<sup>二百</sup>八<sup>八</sup>除實<sup>六十</sup>恰盡左位所商<sup>六百</sup>  
七十即正方形每邊數也  
 設如正方可積五百八十五萬六千四百尺開方問每邊幾何

答曰二<sup>二</sup>四百二十尺法置積於中為實應於四百尺之  
 下二位定單位四百尺上定十位五萬上定百位五百上定  
 千位其<sup>五百</sup>為初商積以初商本位計之則<sup>五百</sup>為初商積  
 之單位與<sup>二</sup>自乘之數相準即定初商為<sup>二</sup>列於左亦列<sup>二</sup>  
 於右為方法左右相呼除<sup>二</sup>二除實<sup>四百</sup>餘實<sup>一百</sup>連次位  
 積共<sup>一百八十</sup>為次商廉隅之共積以次商本位計之則<sup>五</sup>  
尺為次商積之單位而<sup>一百八十</sup>為<sup>一百八十</sup>右邊初商之<sup>二</sup>  
 即為<sup>二</sup>倍之得<sup>四十</sup>為廉法以除<sup>一百八十</sup>足<sup>四</sup>次商即定<sup>四</sup>列  
 於左<sup>二</sup>之次亦列<sup>四</sup>於右倍作<sup>四十</sup>之次為隅法次第與左次  
 商<sup>四</sup>呼除<sup>四</sup>四除實<sup>一</sup>百<sup>六</sup>四<sup>四</sup>除實<sup>一</sup>十六<sup>萬</sup>餘實<sup>九</sup>萬<sup>連</sup>  
 末位積共<sup>九萬六千</sup>為三商廉隅之共積以三商本位計之  
 則<sup>四</sup>為三商積之單位而<sup>九萬六千</sup>為<sup>九百六</sup>右邊初次商



之四二百即為四十倍之得八百又為廉法以除九百六足二倍三商即定二列於左四百之次亦列二於右倍作四百之次又為隅法次第與左三商二呼除二四除實八二八除實一萬二二除實四百恰盡左位所商二千四百即正方每邊數也此法方積之末虛二空位故所得方邊之末亦虛一單位凡設數未至單位者皆做此例推之

設如正方面積六千四百一十一萬二千〇四十九尺開方問每邊幾何答曰八千〇〇七尺法置積於中為實九尺上定尺位空百上定十位一萬上定百位四百上定千位其六萬尺為初商積以初商本位計之則四百萬尺為初商積之單位而六千四百尺為四與八自乘之數相合即定初商為八列於左亦列八於右為方法左右相呼除八八除實六千四百無餘

爰以次位積一十一萬尺為次商廉隅之共積以次商本位計之

則一萬尺為次商積之單位而一萬為一右邊初商之八即為八倍之得六十為廉法以除一十其數不足是次商為空位復以三位積二千併之共一十一萬為三商廉隅之共積

以三商本位計之則空百為三商積之單位而一十一萬為一千一右邊初商之八即為八次商之空即為十倍之得千六為廉法以除百其數仍不足是三商亦為空位復以

末位積九併之共四十九尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初商之八為八次商三商之空為空倍之得六萬為廉法以除一十

二千〇四足七倍四商即定七尺列於左八千之次亦列七尺於右一萬〇之次為隅法次第與左四商七呼除一七除實七六



七除實四萬二千七七除實九尺恰盡左位所商八千。即正

每邊數也。凡廉法除餘積而數不足者皆做此例推之。

設如正方面積一萬四千九百二十八尺開方問每邊幾何答

曰一百二十二尺一寸八分有餘。法置積於中為實於八

尺上定單位九百上定十位一萬上定百位其一萬為初商

積以初商本位計之則尺一萬為初商積之單位止與一自乘

之數相合即定初商為一列於左亦列一於右為方法左右

相呼除一一除實萬無餘爰以次位積四千九為次商廉隅

之共積以次商本位計之則尺九百為次商積之單位而九百

為九右邊初商之一即為十倍之得十二為廉法以除九

足二次商即定二列於左一之次亦列二於右倍作十二之次

為隅法次第與左次商二呼除二二除實千二二除實百餘

實五連末位積共五百二十八為三商廉隅之共積以三商本位

計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初次商之一百倍作

二百為廉法以除五百二十八足二三商即定二列於左一百之

次亦列二於右倍作二百之次為隅法次第與左三商二呼

除二二除實百二四除實八二二除實尺餘四十是開得每

邊一百仍餘四十不盡也如欲以餘數再開則以四十作

四千為四商連隅之共積爰以右邊初次三商之一百

作一千二百倍之得二千四百為廉法以除四千足一四

商即定一列於左一百之次亦列一於右倍作二百

之次為隅法次第與左四商一呼除一二除實千一四除實

百一四除實十一一除實寸仍餘實五千九百如欲再開則

以餘實作千九百為五商廉隅之共積爰以初商至四



商右邊之二尺一寸作一百二十分作一萬二千二分之二得二萬四千四分爲

廉法以除一千九百分足八倍五商即定八分列於左一百二十尺一寸

之次亦列八分於右倍作二萬四千之次爲隅法次第與左五

商八分呼除二八除實六萬四八除實三萬四八除實二千二

八除實六十八八除實六十分仍餘四百七不盡左位所商一百

二十二尺八分即正方形每邊數也

設如有三百六十一人用船分載其每船所載人數與其船數

相等問共船幾何答曰船一十九隻每船載一十九人法

置人數爲方積以開平方除之初商十於左亦列十於右

左右相呼除一一除實百餘實二十六就以右十一倍作十二以

除餘實足九倍即定次商九隻列於左初商十之次亦列九隻於右

倍作十二之次與左次商九隻次第呼除二九除實八十九九除

實八十人恰盡左位所商九十隻即共船數而每船亦載九十人也

設如用船運糧六千五百六十一石欲取一船別用將此船米

分載各船每船領去一石其本船尚餘一石問共船幾何答

曰船八十一隻每船原載米八十一石法列米數爲方積

以開平方除之其五百爲初商積與八自乘之數相準爰

定初商八十於左亦列八十於右左右相呼除八八除實六百餘

實百連次位積共十一百六就以右十八倍作一百以除餘實足

倍即定次商一隻列於左初商八十之次亦列一隻於右倍作一百

之次與左次商一隻呼除一一除實百一六除實六十一一除實

石恰盡左位所商八十隻即共船數而每船原載亦得八十也

設如有錢一萬五千六百二十五文買瓜每瓜一箇與脚錢一

文因無現錢將一瓜準作脚錢問瓜數幾何答曰瓜一百二



十五箇每瓜價一百二十五文。法列錢數為方積以開平方。除之其萬為初商積止與一自乘之數相合。即定初商百於左亦列百於右。左右相呼除。一一除實萬餘實百二十六文。就以右百倍作百二以除餘實足二倍。即定次商七。列於左百之次亦列十於右倍作百二之次。與左次商二呼除。二二除實千。二二除實百餘實二千五百。再以右二百倍作四百以除餘實足五百。即定三商五。列於左二百之次亦列五箇於右倍作四百之次。與左三商五次第呼除。二五除實千。四五除實百。五五除實五十。恰盡。左位所商七。百二箇。即共瓜數而每瓜價錢亦得一百二十五文也。

帶縱平方說

帶縱平方者。兩等邊直角長方面積也。有積數因長比濶之較

或長與濶之和而得邊。故曰帶縱。蓋正方之縱橫皆同。故止有積。即可得其邊。若長方則縱橫不等。知其積。又必知其縱橫相差之較。或縱橫相併之和。始能得其邊。故以長濶之較為問者。則用較為帶縱。加所開之數。商除之而得濶。或四因積數加較自乘。平方開之。即長濶之和。和加較。半之而得長。和減較。半之而得濶。或半較自乘。加原積而開平方。即得半和。加半較而得長。減半較而得濶。如以長濶之和為問者。則用和為帶縱。減去所開之數。商除之而得濶。或四因積數減和自乘。平方開之。即長濶之較。較減和。半之而得濶。較加和。半之而得長。或半和自乘。減原積而開平方。即得半較。加半和而得長。減半和而得濶。夫用半較半和之法。與四因積數之法。同出一理。蓋四因積數。加全較自乘。故開方而得全和。半較自乘。加原積。故開方而得



半和四因積數減全和自乘故開方而得全較半和自乘減原積故開方而得半較此即面與線之比例面加四倍則邊加一倍邊得其半而積為四分之一也法雖不一要之皆使歸於正

帶縱平方訣

平方帶縱法為奇

右位先安縱較基

初商得數加縱內

縱較方法併為題

左右相呼除實畢

倍方不倍縱開餘

餘數續商方再倍

何愁此術不能知

長濶相差訣

長濶相差要識情

積數將來以四因

差步自乘加入積

開方得數是和名

和步加差須折半

此為長數更無零

以長減差便為濶

學者留心仔細尋

設如長方面積八尺縱多二尺問長濶各幾何答曰濶二尺長

四尺

法置積於中為實以縱多二尺列於右為縱較用開平

方法除之積八尺止與二

自乘之數相準爰商二尺於左亦列二

於右縱較尺止共得四尺左右相呼除二四除實八恰盡左商

之二即濶加縱多得四尺即長也

又法四因積數得二十尺另以縱多二尺自乘得四尺兩數相加共

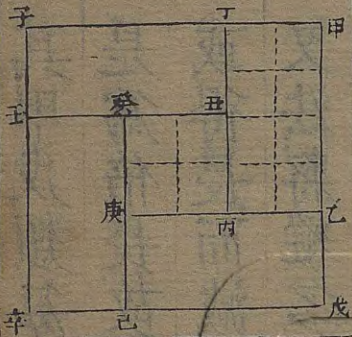
三十尺開方得六尺為長濶相和之數乃以縱多二尺與和數相加

得八尺折半得四尺為長減縱多二尺餘二尺為濶也如圖甲乙丙丁

長方形容積八尺四因之得甲乙丙丁戊己庚

乙辛壬癸己子丁丑壬四長方形迴環相湊成一空心正方式再加入縱多二尺自乘之丑丙

庚癸一小正方形即成一甲戊辛子大正方形





其甲戌類每一邊，卽長濶和，故開方而得和。旣得和，加縱多是爲倍長，故折半而得長，減縱多，則爲倍濶，故折半而得濶，或得長而減縱多，亦得濶也。

又法將縱多<sup>二</sup>折半，得<sup>一</sup>尺，爲半較，自乘仍得<sup>一</sup>尺，與原積<sup>八</sup>相  
 加得<sup>九</sup>尺，開方得<sup>三</sup>尺，爲半和，於半和減半較得<sup>二</sup>尺，爲濶，於半和  
 加半較得<sup>四</sup>尺，爲長也。如圖甲乙丙丁長方形，甲乙爲長，甲丁  
 爲濶，戊乙爲縱多之較，將較折半於庚，而移庚乙丙辛置於  
 丁己癸壬，再加己辛子癸半較自乘之方，則成甲庚子壬一  
 正方形，故開方而得甲庚甲壬之邊，皆爲半和也。於甲壬之  
 半和減丁壬之半較得甲丁之濶，於甲庚之半  
 和加庚乙之半較得甲乙之長也。



設如長方面積一千二百五十四尺，縱多五尺，問長濶各幾何。

答曰濶三十三尺，長三十八尺。法置積於中爲實，以縱多

五尺列於右爲縱較，用開平方法除之，其<sup>一</sup>千<sup>二</sup>百<sup>五</sup>十四<sup>尺</sup>爲初商積，與

三自乘之數相準，卽定初商<sup>三</sup>十<sup>尺</sup>於左，亦列<sup>三</sup>十<sup>尺</sup>於右，縱較

之前位得<sup>三</sup>十<sup>尺</sup>左右相呼除，<sup>三</sup>三<sup>尺</sup>除實<sup>九</sup>百<sup>九</sup>十<sup>尺</sup>，<sup>三</sup>五<sup>尺</sup>除實<sup>一</sup>百<sup>五</sup>十<sup>尺</sup>，

餘實<sup>二</sup>百<sup>四</sup>尺。爲次商廉隅之共積，乃以右列初商<sup>三</sup>十<sup>尺</sup>倍之

得<sup>六</sup>十<sup>尺</sup>，併縱較共<sup>六</sup>十<sup>尺</sup>爲廉法，以除餘實，足<sup>三</sup>倍，卽定次商<sup>三</sup>尺

列於左，初商之次位亦列<sup>三</sup>尺於右，<sup>六</sup>十<sup>尺</sup>之上得<sup>六</sup>十<sup>尺</sup>爲廉隅

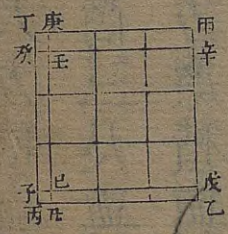
共法，與左次商<sup>三</sup>尺相呼除，<sup>三</sup>六<sup>尺</sup>除實<sup>一</sup>百<sup>七</sup>十<sup>尺</sup>，<sup>三</sup>八<sup>尺</sup>除實<sup>二</sup>十<sup>四</sup>尺，恰

盡。左商之<sup>三</sup>十<sup>尺</sup>爲濶，加縱多得<sup>八</sup>十<sup>尺</sup>爲長也。如圖甲乙丙丁

長方形，容積一千二百五十四尺，其甲乙邊長

三十八尺，甲丁邊濶三十三尺，甲辛卽縱多之

較，初商三十，與三十呼除九百者，是辛戊己壬





一大方積與五尺呼除一百五十者是甲辛壬庚一長方積  
次商三尺與六十呼除一百八十者是戊乙巳丑壬己子癸  
兩方廉積與八尺呼除二十四尺者是庚壬癸丁一縱廉積  
併己丑丙子一隅積也合兩方廉一縱廉一小隅成一磬折  
形環附於初商長方之兩旁成一大長方與平方之理無異  
若次商除實不盡則又為兩方廉一縱廉一小隅復成一磬  
折形得三商四商以至多商皆依此法遞析開之

又法四因積數得五千。一另以縱多尺自乘得二十五。兩數  
相加得五千。四開方得七十。為長濶和加較尺得六十。折  
半得三十。為長減較得三十。為濶也。

又法將縱多折半得二十五。為半較自乘得六百二十五。與原積相  
加得一千二百六十。開方得三十五。為半和於半和減半較

得三十。為濶於半和加半較得八十。為長也。

設如長方面積一萬六千一百二十八尺縱多七十二尺問長

濶各幾何答曰濶九十六尺長一百六十八尺法列積於

中為實以縱多七十二尺列於右為縱較用開平方法除之其

為初商積應商一百一十加縱多共得一百一十七以初商一百一十除之得

二百一十。大於原積是初商不可商也乃改商九十列於

左亦列九十於右縱較上共得一百一十七左右相呼除一九除

實九千六九除實四千九百九除實八百七餘實一千五百為次商

廉隅共積乃以右列初商九十倍之得八百一併入縱較共

二千二百五為廉法以除餘實足六即定次商六列於左初商之

次亦列六於右二百五之內共二百一十五為廉隅共法與左次

商六相呼除二六除實二千五六除實三百六八除實八尺恰



盡左商之九尺為濶加縱多為長也此法原積初商應得一  
 百尺因加縱多除實大於原積故改商九十尺凡如此類不  
 若用四因積數之法或縱較折半之法為直捷設例如後

設如長方面積主萬四千五百六十九尺縱多三千八百三十

二尺問長濶各幾何答曰濶九尺長三千八百四十一尺

法四因積數得二十三萬八千六百八十八尺另以縱多自乘得一千四百

四十二百兩數相加得二十三萬八千六百八十八尺開方得三千八百

為長濶和減縱多餘八尺折半得濶加縱多得長

又法將縱多折半得一千九百為半較自乘得三百六十七

十六尺與原積相加得三十七萬五千開方得二千九百為

半和於半和減半較得九尺為濶於半和加半較得三千八百

為長

設如有銀三百六十兩賞人其人數比每人所得銀數為五分

之二問人數及每人所得銀數各幾何答曰十二人每人得

銀三十兩法先以總銀數五歸二因之得一百四十四兩開方得

十二為人數以人數除總銀數得每人應賞銀數此法以人數

為濶每人所得銀數為長成一長方形人數既居銀數五分

之二是濶為二分長為五分也今將總銀五歸二因為分作

五分而取其二分即人數與分得銀數相等而成正方形矣

故開方而得人數也

設如買果樹不知樹數亦不知樹價但知每株樹價為樹共數

之六倍另每株腳錢六文今樹價腳錢共三千六百文問樹

數及每株樹價各幾何答曰樹二十四株每株樹價一百四

十四文法以其錢六因之得二萬一千為長方積腳錢六



為縱較爰以縱多六折半得三為半較自乘得九與六因所得之錢相加得二萬一千六百開平方得一百四十七文為半和內減半較三得一百四十四文為樹每株之價六歸之得四二十為樹數此法以樹數為濶樹價與脚價為長成長方形因每株之價為樹數之六倍是長為濶之六倍又多六文故六倍其積則長比濶多六文而以帶縱開平方法算之得濶為樹價六歸之得樹數也

減縱平方訣

減縱開方法如何 中間置積右安和 初商左數和中減餘縱對左互除呼 再把初商縱內退 次商左列亦除和餘數次商呼減盡 以求長濶定無訛

長濶相和訣

長濶相和不識情 四因積步莫差爭 和步自乘減去積餘以開方差步名 却將和步加差步 折半當為長數成要知濶步如何見 長步減差濶便明

設如長方面積八尺長濶相和六尺問長濶各幾何答曰濶二尺長四尺 法列積於中為實以長濶和六列於右積八止可商二乃列初商二於左以除右和六餘四與左商二相呼除二四除實八恰盡左商之二即濶以減和六餘四即長也此法比較數為問者在加減之異蓋一則以所商之數與較數相加一則以所商之數與和數相減也

又法四因積數得二另以和數自乘得三十相減餘四開方得二即長濶之較與和數相加折半得四為長減較二餘一為濶此法比較數為問者亦在加減之異蓋一則用較自



乘與四因數相加開方而得和一則用和自乘與四因數相減開方而得較也

又法將和數折半得尺<sup>三</sup>為半和自乘得尺<sup>九</sup>與原積尺<sup>八</sup>相減餘

尺<sup>一</sup>開方仍得尺<sup>一</sup>為半較於半和減半較得尺<sup>二</sup>為濶於半和加

半較得尺<sup>四</sup>為長

設如長方面積八百六十四尺長濶相和六十尺問長濶各幾

何答曰長三十六尺濶二十四尺法列積於中為實以和

尺<sup>六十</sup>列於右為減縱用開平方法除之其尺<sup>八百</sup>為初商積與

二自乘之數相準即定初商<sup>二</sup>列於左就將右縱內減去初

商<sup>二</sup>餘縱<sup>四</sup>與左初商<sup>二</sup>相呼除<sup>二</sup>四除實<sup>八</sup>餘實<sup>六十</sup>為

次商廉隅之共積乃以初商<sup>二</sup>再減餘縱仍餘縱<sup>二</sup>為廉法

以除餘實足<sup>三</sup>倍因廉法內尚要減去次商數為法故取畧大

數<sup>四</sup>列於左初商之次又將右縱內再減去次商<sup>四</sup>餘縱<sup>一</sup>

尺<sup>六</sup>與左次商<sup>四</sup>呼除<sup>一</sup>四除實<sup>四</sup>四六除實<sup>二十</sup>恰盡左商

尺<sup>二十</sup>為濶與和相減餘<sup>六</sup>尺<sup>二十</sup>為長如圖甲乙丙丁長方形甲

乙邊濶二十四尺甲丁邊長三十六尺甲戊為長濶和六十

尺其丁戊與甲乙等假若借廣湊縱作一大長

方長濶相乘應得積一千四百四十尺今初商

二十先減二十則少乘二二如四百即辛己壬

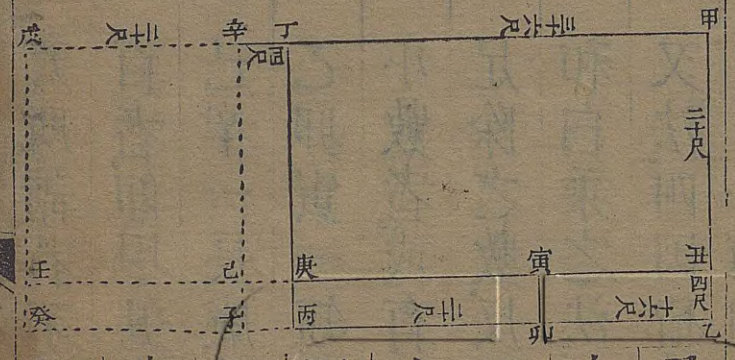
戊一大方虛積次商四尺先減二十又少乘二

四八十尺即己子癸壬一長廉虛積再減餘縱

二十又少乘二四八十尺即丁庚己辛一長廉

虛積又減餘縱四尺又少乘四四十六尺即庚

丙子己一小隅虛積仍止得實積八百六十四





尺所謂若不益積便用減縱也其初商二十與四十呼除八  
百者卽甲丑庚丁一大長方積併與寅卯丙庚相等之丁庚  
己辛一長廉積其次商四尺與十六呼除六十四尺者卽丑  
乙卯寅一短廉積也然設問中有減縱過多初商卽須改商  
小數者或有廉法內尙要減去商數次商三商必須取大於  
足除之數反覆商除始能相符者不若四因積數之法及半  
和自乘之法爲直捷而整齊也

又法四因積數得三千四百另以和自乘得三千六百兩數相

減餘一百四十四尺開方得十一尺爲長濶之較乃以較與和相加折

半得三十四尺爲長長內減去較餘二十四尺爲濶

又法以和折半得三十一尺爲半和自乘得九百尺與原積相減餘

三十四尺開方得六尺爲半較於半和減半較得二十四尺爲濶於半和

加半較得三十六尺爲長

設如有錢四千七百六十文買果樹不知數但知樹之共數與  
每株之價相加得一百七十四問樹數及價各幾何答曰樹  
三十四株每株價一百四十文法以一百七十四折半得八十七  
爲半和自乘得七千五百六十九與總錢相減餘二千八百開方得五十三  
爲半較於半和減半較餘三十四爲樹數於半和加半較得  
一百一十四爲樹價也此法以樹數爲濶樹價爲長成一長方形其  
樹數與樹價相加卽如長濶之和故以半和自乘減積開方  
得半較旣得半較相減爲樹數相加爲樹價也

設如五百八十八人用船均載其船數與每船所載人數相加  
比船數多四分之三問船數與每船所載人數各幾何答曰  
船一十四隻每船載四十二人法先以總人數三歸之得

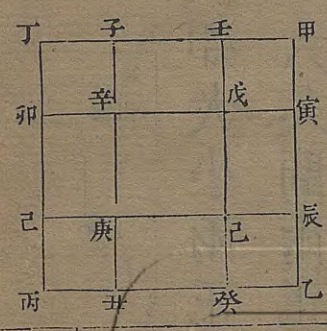


一百九用開平方方法除之得四一十為船數以三因之得四十四  
 十六人用開平方方法除之得四一十為船數以三因之得四十四  
 為每船所載人數也此以船數為濶每船所載人數為長成  
 一長方形船數與人數相加即如長濶之和和數既比船數  
 多四分之三則是和數為四分每船所載人數為三分船數  
 為一分即濶為一分長為三分也故將總人數數三分之而取  
 其一則人數與船數同為一分而成正方形矣故平方開之  
 即得船數每船所載之人數既為船數之三倍故三因之而  
 得所載人數也

各面形求邊周法

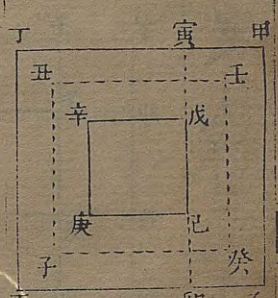
設如梯形面積一千五百尺下濶四十尺中長五十尺問上濶  
 幾何答曰二十尺 法以積倍之得三千以長五十尺除之得  
 六十為上下兩濶之和內減下濶四十尺餘二十即上濶也

設如兩直角斜方形面積九千六百尺長一百二十尺上下兩  
 濶之較四十尺問上下濶各幾何答曰上濶六十尺下濶一  
 百尺 法以積倍之得一萬九千以長一百二十尺除之得一百  
 尺為上下兩濶之和內減較四十尺餘數折半得六十為上濶  
 加較得一百為下濶也以上二形算法俱同凡有設例可以參用  
 設如方環面積四千尺濶二十尺問內外方邊各幾何答曰內  
 邊三十尺外邊七十尺 法以濶二十尺自乘得四百尺如四  
 因之得一百六十與環積相減減去四隅餘二千  
 尺存四正四歸之得六百尺如辛子以濶二十尺除之  
 四長方積四歸之得六百尺如辛子以濶二十尺除之  
 如壬得三十即內邊如壬又以濶二十倍之得  
 六十尺如甲加內邊三十尺得九十尺即外邊



又法置環積四千以濶二十除之得二百尺如壬子得七十尺即外邊  
 內周外周相併折半之





中四歸之得五十尺如壬癸  
 即外邊如寅卯與於五十  
 內減濶如己卯餘三十  
 即內邊如戊

設如大小兩正方面形其積四百一十尺大方邊比小方邊多

六尺問兩正方面積各幾何答曰大方邊一十七尺積

二百八十九尺小方邊一十一尺積一百二十一尺法以

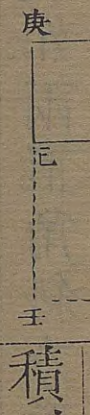
其積倍之得八百二十尺如甲辛壬庚一大方又以多六自

乘得三十六尺即癸與倍共積相減餘七百八十四尺即開

方得二十尺為大小兩方邊之和如甲丁加多六

如戊丙為大小得三十四尺折半得十七尺為大方邊

內減六餘一十尺為小方邊各以邊自乘得各面



積

又法以兩正方面邊之較六尺如自乘得三十六尺如辛

積四百一十相減餘三百七十四尺如甲乙壬辛

長方形移於庚己子丑即折半得十七尺為長

成甲癸子丑一大長方形折半得十七尺為長

方積如丁戊以多六為帶縱用帶縱較數開平

方法算之得濶一十尺即小方邊加較得一十尺為

大方邊

設如大小兩正方形其面積六百一十七尺共邊三十五尺問

大小兩方邊及積各幾何答曰大方邊一十九尺積三百六

十一尺小方邊一十六尺積二百五十六尺法以其積倍

之得一千二百另以其邊自乘得一千二百相減餘九開方

得三為大小兩方邊之較與其邊即和三尺相加得八尺折半

得九尺為大方邊減較三餘六尺為小方邊各以邊自乘得



各面積

又法以其邊自乘得一千二百二十五尺如內減其積六百

七尺如寅癸卯辰一大方餘六百八尺如壬寅辰折半得

形併午辰己丑一小方形餘午辰卯子己二長方形折半得

三百四尺如壬為長方積以其邊三十尺為長

潤和用帶縱和數開平方法算之得濶一十六尺如壬

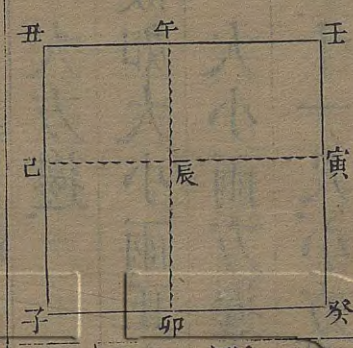
寅卯如為小方邊與其邊相減餘一十九尺為

長即大方邊

設如大小兩正方形大方邊比小正方形邊多七尺大方積

比小正方形積多三百四十三尺問大小方邊各

幾何答曰大方邊二十八尺小方邊二十一尺



法以積較三百四十三尺如壬乙用邊較七尺  
除之得四十九尺如乙丑蓋以磬折形引  
而長之即成壬乙丑寅長方形

為大小兩方邊之和加邊較得五十六尺折半得二十八尺為大

方邊與其邊相減餘二十一尺如丙為小方邊

設如大小兩正方形共邊三十一尺大方積比小正方形積多

一百五十五尺問大小方邊各幾何答曰大方邊一十八尺

小方邊一十三尺法以積較一百五十五尺

形磬折用共邊三十一尺如乙丑蓋以磬折形

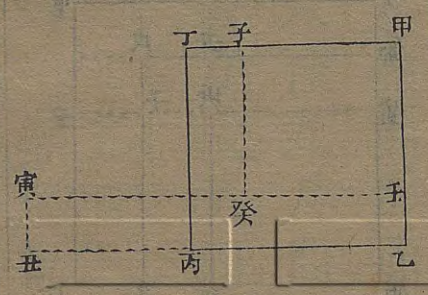
形積除之得五尺如丙為大小兩方邊之較與其邊

三十尺相加得三十三尺折半得一十八尺為大方邊

與其邊相減餘一十三尺如丙為小方邊

設如大中小三正方面形大方邊比中方邊多四尺中方邊比

小方邊多四尺共積八百尺問大中小三方邊及積各幾何  
答曰大方邊二十尺積四百尺中方邊一十六尺積二百五





十六尺小方邊一十二尺積一百四十四尺。法以大方邊

多小方邊八尺自乘得六十尺以中方邊多小方邊四尺自乘得一

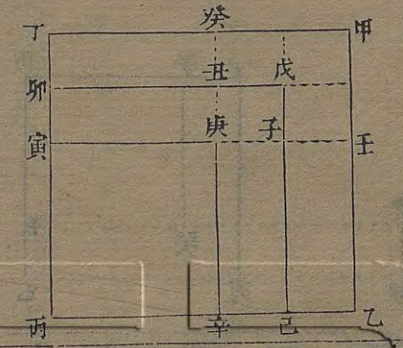
尺相併得八十尺如甲壬庚癸與共積相減餘七百二十尺

庚辛類兩廉卅庚寅卯類兩廉共六箇廉積三歸之得二百四十尺是實如壬乙丙併

兩廉潤共八尺為縱較用帶縱較數開方法算之

得潤二尺為小方邊加四尺即中方邊再加四尺即

大方邊各以邊自乘即得各面積



設如圓面積六尺一十六寸問徑幾何答曰二尺八寸〇〇五

毫六絲有餘。法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率

比例以圓積一〇〇〇為一率方積一二七三二為二率

今所設之圓積六尺一十六寸為三率求得四率七尺八十四寸三

五十六毫六十四絲為與圓徑相等之方邊之面積開方即得圓徑

設如圓面積六尺一十六寸問周幾何答曰八尺七寸九分八

釐二毫二絲有餘。法先用圓積求徑法求得徑二尺八寸

六絲有餘又用圓徑求周法見方田章求得八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘即圓周

設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分。六十四毫

大徑九尺問小徑幾何答曰六尺。法用圓徑方邊相等圓

積方積不同之定率比例以圓積一〇〇〇為一率方積四十二尺四十一寸一

三九五四為二率今所設之圓積四十二尺四十一寸一

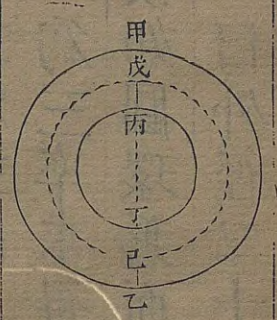
為三率求得四率四尺五寸為長方積以大徑九尺除之得小徑

設如圓環形面積四百六十二尺潤七尺問內外徑各幾何答

曰外徑二十八尺。八釐四毫五絲有餘內徑一十四尺。八釐四毫五絲有餘。法以潤七尺除環積得六尺為內外周



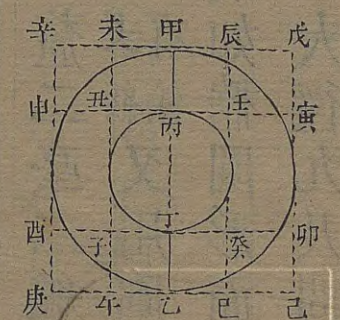
相併折半之中周即戊巳周乃以周求徑法求得徑二十一尺八釐四毫五



絲即戊巳徑為內外徑相併折半之中徑加濶七尺得外徑蓋甲戊與己乙兩段中徑內減濶七尺得內徑蓋戊丙與丁巳兩段其濶與甲丙一段等

又法先用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇為一率

方積一二七三九五四為二率圓環積四一七尺六為三率求得四率



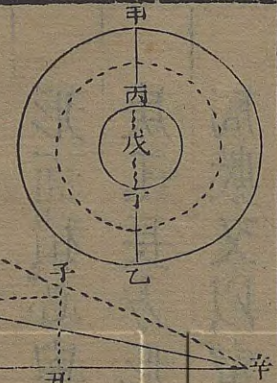
五百八十八尺二十三寸六十分六十七釐有餘為方環積乃以濶七尺自乘得四十九尺如戊以四因之得一百九十四尺正之四長方積四尺如辰除之得內圓徑如丙丁加倍濶七釐有餘即四正之四長方積四尺如辰四歸之得九十八尺五分六釐有

餘如壬辰丑未一長方積七尺如辰以濶七尺如辰除之得內圓徑如丙丁加倍濶七尺如辰得外圓徑如甲乙

設如圓環形面積三百〇八尺濶七尺問內外周各幾何答曰

外周六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘內周二十二尺〇八釐八毫六絲有餘

法以濶七尺如三角除環積得四十四尺如三角形之丑庚為內外周相併折半之中周又用徑求周法



為三率求得四率二十一尺九寸九分一毫四絲有餘為內外周相減折半之半較如三角形乃以半較與中周相加得六十五尺九寸九分一毫四絲有餘如三角形之辛丑

周以半較與中周相減餘二十二尺〇八釐八毫六絲有餘如三角形之卯庚即內周如圖甲乙丙丁圓環形丁乙濶七

尺試依甲乙大圓之戊乙半徑與甲乙圓周度作一己庚辛直角三角形則三角形之面積與



甲乙大圓之面積等又依丙丁小圓之戊丁半徑截三角形  
 之己庚小邊於壬又依丙丁小圓周度作壬癸線與庚辛平  
 行則成己壬癸一小直角三角形其面積與丙丁小圓之面  
 積等如於大三角形內減小三角形所餘癸辛庚壬斜尖方  
 形面積必與環積等矣而癸辛庚壬斜尖方形積又與子丑  
 庚壬長方形積等故以如丁乙濶之壬庚除之得丑庚為中  
 周數又以寅庚全徑與庚辛全周之比同於丁乙圓環濶  
與子等與辛丑半較之比蓋丁乙為內外徑相減折半之較辛丑  
 即內外周相減折半之較為相當比例四率也既得辛丑與  
 丑卯等即辛庚外周大於丑庚中周之較亦即癸壬內周  
與卯等小於丑庚中周之較故於中周加半較得外周減半較得  
 內周也

設如圓環形面積三尺三十六寸內周一尺一寸問外周及濶  
 各幾何答曰外周六尺五寸九分○一毫有餘濶八寸七分

三釐八毫法以內周用周求徑法求得內徑三寸五分一毫有餘

又用周徑求積法求得內圓積九寸六十二分七十釐五十毫有餘與環積

相加得三尺四十五寸六十二分七十釐五十五毫有餘即外周圓面積乃用圓積

方積定率比例以圓積一〇〇〇〇為一率方積一二七三

四為二率今所得之外周圓面積三尺四十五寸六十二分七十釐五十五毫有餘

為三率求得四率四尺四寸一十七毫有餘為外徑自乘之方

積開方得二尺九寸七分即外徑減去內徑三寸五分餘數

折半得八寸七分即環形之濶又用徑求周法求得六尺五寸九分

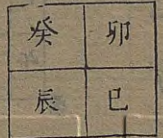
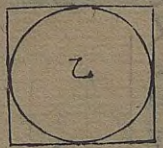
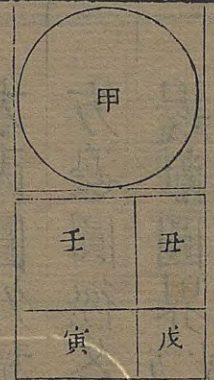
一毫有餘即外周數也

設如圓環形面積三百八十四尺外周八十八尺求內周及濶



各幾何答曰內周五十四尺○二分二釐八毫有餘濶五尺  
 四寸○七釐六毫。法以外周用周求徑法求得外徑八尺二寸  
 一分一釐。又用周徑求積法求得外周圓面積六丈一十  
 二毫有餘。內減去環積餘四丈三十二尺二寸  
 四分有餘。內減去環積餘四丈三十二尺二寸  
 四分有餘。為內圓積乃  
 用圓積方積定率比例以圓積。為一率方積二  
 七三二三。為二率今所得之內圓積二百三十二尺二寸  
 九五四。為二率今所得之內圓積二百三十二尺二寸  
 率求得四率二丈九尺五寸五分  
 積開方得一丈七尺九寸九分  
 減餘數折半得五尺四寸七分。即環形之濶。又用徑求周法求  
 得五十四尺二分。即內周數也。  
 設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三  
 分一十釐甲圓徑比乙圓徑多三尺乙圓徑比丙圓徑多三

尺丙圓徑比丁圓徑多二尺問四圓徑各幾何答曰甲十二  
 尺乙九尺丙六尺丁四尺。法用圓積方積定率比例以圓



積。一。一。一。一。一。為一率方積一二七三二為二  
 率四平圓共積為三率求得四率二百七為四  
 平方共積乃以丙圓徑多丁圓徑二自乘得四  
 又以乙圓徑多丁圓徑五自乘得二十又以甲  
 圓徑多丁圓徑八自乘得六十四三數相併共九十  
 三與四平方共積相減餘一百八為長方積乃  
 以四圓徑之較二尺五併之得五尺為長濶較  
 用帶縱較數開平方法算之得濶八二歸之得  
 四為丁圓徑加二為丙圓徑再加三為乙圓徑  
 再加三為甲圓徑如圖甲乙丙丁四平圓形變







二率今所餘之卯辰巳午方內圓外積為三率則得四率為未亥方積而戊圓虛積即補足在其中然今乃以卯辰巳午四隅積併癸子丑寅四長方積共為三率則戊圓虛積固已補足而癸子丑寅四長方積必多補出之分是知癸子丑寅四長方積其實仍為戊酉而亥酉之長必亦多補出之分矣故又以定率之方內圓外積為一率方積為二率四因方邊離圓界五丈得亥酉之長為七率求得四率即將亥酉之長亦增補出之分乃以此為長濶較求得未申濶即內圓徑也設如有一方形內不切方邊容一圓形但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分問方邊圓徑各幾何答曰方邊四十四丈圓徑十四丈一尺四寸二分 法以方角離圓界數自乘

倍之得九百與方內圓外積相減餘五百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分

乃以定率弧矢積二八五三為一率方積一〇〇〇方內容圓積七八

五三九八一六圓內容方積五〇〇〇為弧矢積圓內容方積

〇〇〇〇為二率今減餘積五百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分為三率求

得四率九百五十一丈十六分為長方積又以二八五三為一

率五〇〇〇為二率以方角離圓界二十一丈二分用斜求方

法求得四隅方邊十五丈四因之得六十丈為三率求得四率一百

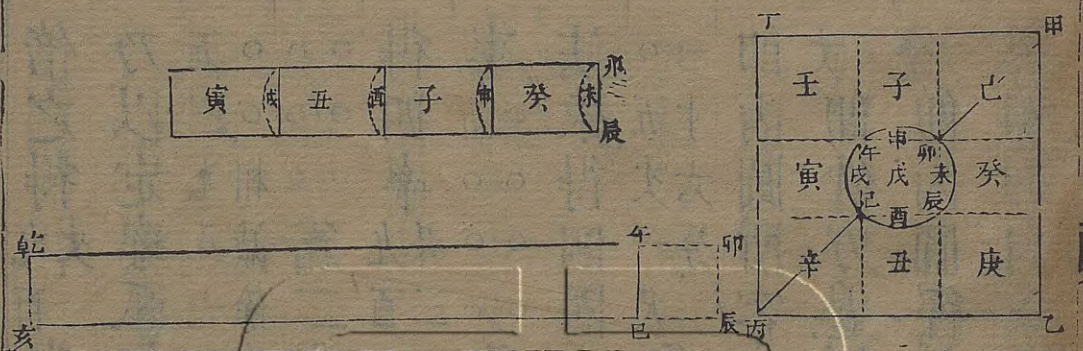
一丈六分為長濶和用帶縱和數開平方方法算之得濶十丈

即內圓所容方邊以四隅方邊十五丈倍之得三十丈相加得四

丈即外方邊以內圓所容方邊十丈求對角斜線得十四丈一

分即內圓徑如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方角離圓界甲卯自乘倍之與積相減則減去已庚辛壬四正方形以





卯自乘折半得已正方形積故甲卯自乘倍之即得四正方形積也餘癸子丑寅四長方形而內虛未申酉戌四弧矢形今欲以所虛之未申酉戌四弧矢形變為卯辰巳午一正方形應以定率弧矢積為一率方積為二率未申酉戌四弧矢虛積為三率則得四率為卯辰巳午虛方積然今無四弧矢虛積而以癸子丑形四長方形內虛四弧矢形之餘積為三率實積既變則虛積亦變故求得四率為卯辰亥乾長方形而內虛卯辰巳午正方形蓋癸子丑寅四長方實積與午巳亥乾長方形積之比同於弧矢積與方積之比則其所虛之四弧矢形與卯辰巳午正方形之比亦同於弧矢積與方積

之比而癸子丑寅之共長與辰亥之比亦必同於弧矢積與方積之比矣故以四長方之共邊比例得辰亥邊為長濶和求得卯辰濶為內圓所容正方形之每一邊也

設如有一圓形內不切圓界容一方形但知圓界離方角五丈圓內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分問圓徑方邊各幾何答曰圓徑二十丈方邊七丈〇七寸一分

法以圓界離方角五丈自乘得二十五丈四因之得一百又

積定率九八五三為一率方積一〇〇〇〇為二率今圓內方外積為三率求得四率三百三十六丈三十三尺八寸三分

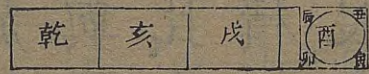
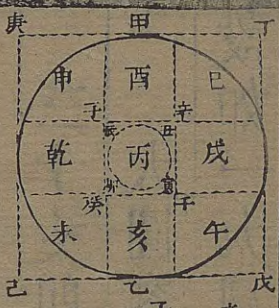
乃以定率弧矢積九八五三為一率方積一〇〇〇〇為二率今減餘積為三率求得四率六百五十五丈三寸八尺七十四寸







設如有一圓形內不切圓界容一方形但知圓界離方邊十五  
 丈圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十  
 分問圓徑方邊各幾何答曰圓徑四十丈方邊一十丈法  
 以圓界離方邊十五丈自乘得二百二十五丈四因之得九百  
 積定率九八八五三為一率方積定率一〇〇〇〇為二率今  
 圓內方外積為三率求得四率一千四百七十二丈六十分內  
 減所得九百餘五百七十二丈六十分乃以定率方內圓外  
 積二一四六用圓積變方積法通之得二七三二為一率方  
 積一〇〇〇〇為二率今減餘積為三率求得四率九十五  
 丈八十八尺六十分為長方積又以二七三二為一率〇〇〇  
 三十九五五為一率〇〇〇為二率以圓界離方邊十五丈四因之得六十為三率求  
 得四率二百一十九丈為長濶和用帶縱和數開平方法算



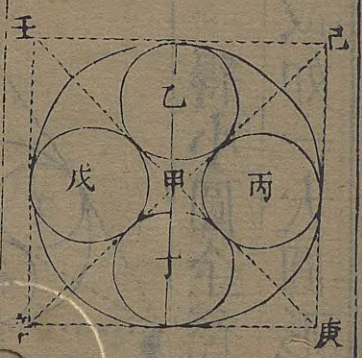
之得濶丈即內方邊加圓界離方邊共三十得  
 丈四十即外圓徑如圖甲乙圓形內容丙方形以  
 圓積方積定率比例則變為丁戊己庚辛壬癸  
 子方環形而少丑寅卯辰四隅所變之積蓋圓  
 環變為方環今圓內方外積比圓環積少丑寅  
 卯辰四隅故所變之方環亦少四隅所變之積  
 也以圓界離方邊十五丈自乘四因與積相減  
 則減去己午未申四正方形餘酉戌亥乾四長  
 方形而內少丑寅卯辰四隅所變之積今欲以  
 所虛四隅所變之積作為辛壬癸子正方形應  
 以定率四隅形已變之積為一率方積為二率  
 今所少之四隅形已變之虛積為三率則得四



率為辛壬癸子虛方積然今無四隅形已變之虛積而以酉  
 戌亥乾四長方內虛四隅形之餘積為三率實積既變則虛  
 積亦變故求得四率為辛壬坎艮長方形而內虛辛壬癸子  
 正方形蓋酉戌亥乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比  
 同於已變之四隅積與方積之比則其所虛之四隅已變之  
 積與辛壬癸子正方形之比亦同於已變之四隅積與方積  
 之比而酉戌亥乾之共長與壬坎之比亦必同於已變之四  
 隅積與方積之比矣故以四長方之共邊比例而得壬坎邊  
 為長濶和求得辛壬濶為內方邊也再加圓界離方邊之共  
 三十丈即得外圓徑矣

大圓容小圓求徑法

設如一大圓形內容四小圓形但知大圓徑一尺二寸求小圓



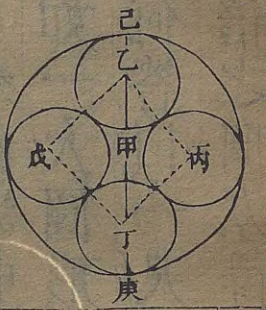
徑幾何答曰四寸九分七釐。五絲有餘。法  
 以大圓徑一尺二寸自乘倍之開方得一尺六寸九  
 分七釐。五絲有餘。內減大圓徑一尺二寸餘即小圓徑如圖甲大  
 圓形內容乙丙丁戊四小圓形試切大圓界作

一正方形其方邊即大圓全徑用方求斜法得壬庚己辛兩  
 斜弦即成己甲壬己甲庚庚甲辛壬甲辛四句股形內各容  
 一小圓形而四方邊遂為四句股形之各弦兩斜弦各折半  
 遂為四句股形之各句股任取一句股和減弦即得容圓全  
 徑解見句股容圓法中

設如一大圓形內容四小圓形但知小圓徑五寸求大圓徑幾

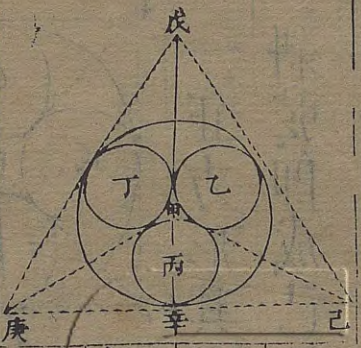
何答曰一尺二寸。七釐一毫有餘。法以小圓徑五寸自乘  
 倍之開方得一尺二寸。七釐一毫有餘。加小圓徑五寸即得如圖甲大圓形





內容乙丙丁戊四小圓形試連四小圓形中心  
作一乙丙丁戊正方形用方求斜法求得乙丁  
斜弦加己乙與丁庚兩半徑為一小圓形全徑  
即得己庚大圓全徑也

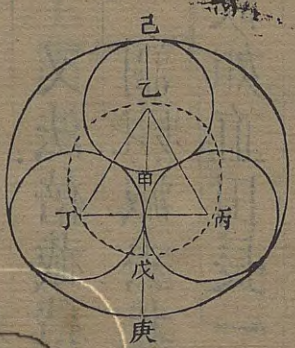
設如一大圓形內容三小圓形但知大圓徑一尺二寸求小圓  
徑幾何答曰五寸五分六釐九毫二絲有餘 法以大圓徑



一尺求得外切三角形之每邊為二尺七分  
二寸求有餘乃以大圓徑二尺七分  
如己庚為兩腰庚為三角形  
之分角線皆與半徑六寸為中垂線  
大圓全徑等 半徑六寸為中垂線  
形求容圓法求得半徑四寸七分八釐  
四毫六絲有餘 倍之即

得小圓全徑也

設如一大圓形內容三小圓形但知小圓徑五寸求大圓徑幾



何答曰一尺〇七分七釐三毫五絲有餘 法  
以小圓徑五寸為等邊三角形之每一邊  
三等邊形求外切圓形全徑法求得外切圓徑  
五寸七分七釐三毫 加小圓全徑五寸如己  
五絲有餘如乙戊 加小圓全徑五寸如己  
得 乙併戊庚即

分田截積法

直田截積訣

直田截積法為奇 截長積步濶除之 截濶用長除甚易

得其步數不須疑 謂若依原濶截長則以原濶除之  
若依原長截濶則以原長除之也

設如直田長四十八步濶四十步今依原濶截積七百二十步

問截長幾何答曰長一十八步 法以截積為

實以原濶四十步 除之得截長一十八步





設如直田長四十八步濶四十步今依原長截積七百二十步

問截濶幾何答曰濶一十五步 法以截積為

實以原長四十八步除之得截濶一十五步

設如直田長一十五步六分濶一十二步從東邊截斜田一段

積五十四步六分北廣四步問截南廣幾何答

曰三步 法以截積為實以原長一十五步六分除之

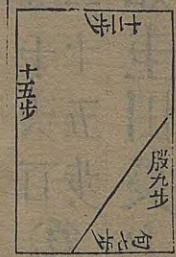
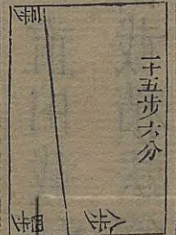
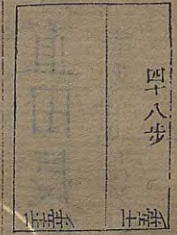
得濶三分五分為兩廣相併折半之中數倍之得七步減去北廣四步

餘得南廣三分 又法倍截積得一百〇九步二分為實以原長一十五步六分除之得共截

濶七步減去北廣四步餘得南廣三分

設如直田長一十五步濶一十二步從西北角截甸股田一段

積三十一步五分股長九步問甸濶幾何答曰七步 法倍



截積得六十三步以股長九步除之得甸七步

圭田截積訣 甸股田截積同

圭田截積小頭知 倍積原長以乘之 原濶歸除為實積

開方便見截長宜 仍以截長乘原濶 原長為法以除之

除來便見截濶數 法明簡易不須疑

設如圭田長七十五步濶三十步今從上段截三角形積四百

〇五步問截長濶各幾何答曰長四十五步濶一十八步

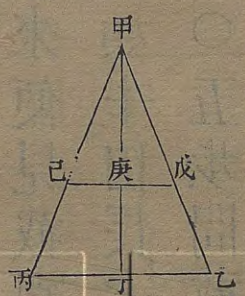
法倍截積得八百一十步以原長七十五步乘之得六萬〇七百以原濶

三十步除之得二千〇二為實開方得四十五步為所截之長就以

原濶三十步乘之得一千三百以原長七十五步除之得一十八步為所

截之濶如圖甲乙丙三角形即圭田形甲丁中長七十五步





已為所截之濶也。丁與乙丙之比同於甲庚與戊己之比而得戊

乙丙底濶三十步甲戊己小三角形為截積四百〇五步是故乙丙與甲丁之比應同於戊己與甲庚之比然而無戊己之數故將截積倍之為戊己與甲庚相乘之長方則乙丙與甲丁之比必同於戊己與甲庚相乘之長方與甲庚自乘之正方形之比故開方而得甲庚為所截之長又甲

又法以中長乘底濶折半得三角形積一千一百二十五步為一率今所截之小三角形積四百〇五步為二率以底濶自乘得九百為三率求得四率三百二十四步開方得截濶八步若以中長自乘得五千六百為三率求得四率二千〇二步開方得截長四十五步設如圭田長七十五步濶三十步今從下段截梯形積七百二

十步問截長濶各幾何答曰長三十步濶一十八步法倍

截積得一千四百以原濶三十乘之得四萬三千以原長七十

步除之得五百七另以原濶三十自乘得九百內減前所得

五百七餘三百二十四開方得一十八為截濶步併原濶三十折半

得二十以除截積七百二得三十五為截長步如圖甲乙丙三

角形甲丁中長七十五步乙丙底濶三十步戊乙丙己梯形

為截積七百二十步戊己為所截之濶庚丁為所截之長乙

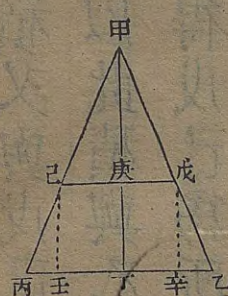
辛壬丙兩段為截濶與底濶之較是故甲丁與乙丙之比應

同於庚丁與乙辛壬丙兩段之比但今無庚丁

之數故將截積倍之遂成庚丁所截之長與戊

己乙丙上下兩濶之和相乘之長方形將此長

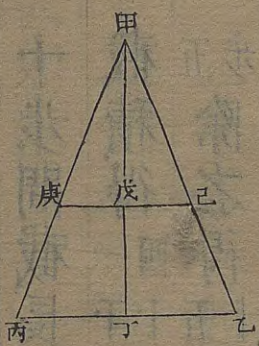
方形與底濶相乘以中長除之所得之數即乙辛壬丙上下





兩濶之較與戊己乙丙上下兩濶之和相乘之長方形也。此積又與戊己乙丙上下兩濶之數各自乘相減之餘積等。故以此積與乙丙自乘方積相減，即餘戊己自乘方積，開方而得戊己為所截之濶。既得截濶，則併原濶折半，以除截積，即得所截之長矣。

又法，以底濶與中長相乘，折半得三角形全積二千一百。內減截積七百二十餘四百。即為從上段所截之三角形積，依前條第二法求之，亦得。



設如三角形中長三十步，底濶一十五步。今從尖截長一十二步，問截濶幾何？答曰：六步。法以底濶乘截長，得一百八十。以原長除之，得截濶六步。如圖甲乙丙三角形，甲丁中長三十步，乙丙底濶一十五步。

甲戊為截長一十二步，而甲丁與乙丙之比，即同於甲戊與己庚之比也。如以截濶求截長，則以底濶為一率，中長為二率，截濶為三率，所得四率即截長也。

又法，以中長除底濶，得濶差五分。以乘截長二十步，亦得截濶六步。

梯田截積訣 斜田截積同

梯田截積細端詳 倍積濶差乘最良 却用原長為法則

歸除乘數實之行 若截大頭田積步 大濶自乘減實當

若截小頭田積步 小濶自乘併實傍 俱用開方為截濶

兩廣併來折半強 折半數來為法則 以除截積便知長

設如梯田長九十步，南廣二十步，北廣三十八步。今從小頭截

積八百二十二步五分，問截長濶各幾何？答曰：截長三十五

步，截濶二十七步。法倍積得一千六百四十五步，另以二廣相減得



濶差八步乘之得二萬九千六百一十步以原長九十步除之得三百二十九步

為實另以南廣二十步自乘得四百步併入實內開方得截濶十二步

七步就以截濶併小濶即南廣折半得二十三步五分以除截積得截長

三十步如圖甲乙丙丁梯形甲戊長九十步甲丁南廣二十步

俱相等戊己庚辛乙丙北廣三十八步乙戊與己丙為南北兩廣之



較一十八步甲壬癸丁小梯形為截積八百二十步五分是故甲戊共長與乙戊己丙南北

兩廣之較之比應同於甲庚截長與壬庚辛癸南中兩廣之

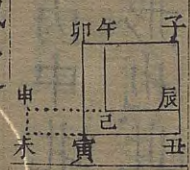
較之比然無甲庚之數故將截積倍之為甲庚截長與甲丁

壬癸南中兩廣之和相乘之長方形將此長方形積與南北

兩廣之較相乘以原長除之所得之數即壬庚辛癸南中兩

廣之較與甲丁壬癸南中兩廣之和相乘之長方形也此積

又與甲丁壬癸南中兩廣之數各自乘相減之餘積等即丑寅卯



午巳辰磬折形積引長則為辰丑未申長方形積蓋辰丑即兩廣之較丑未即兩廣之和故為較與和相乘之長方形又子辰與子午即南廣

乘相減之餘積也故以此所得之數與甲丁自乘之數即子辰巳相

加即得壬癸自乘方積即子丑寅開方而得壬癸為所截之

濶也既得濶數則併南廣折半又成一南中等廣之長方形

故以除截積而得所截之長也

設如梯田長九十步南廣二十步北廣三十八步今從大頭截

積一千七百八十七步五分問截長濶各幾何答曰截長五

十五步截濶二十七步法倍積得三千五百七十五步以濶差八十

乘之得六萬四千三百五十五步以原長九十步除之得七百一十五步為實另以

大濶八十步自乘得六千四百步減去實七百一十五步餘七百二十九步開方



得截濶七十步就以截濶併大濶即北折半得三十二步五分以除截

積得截長五十步如圖甲乙丙丁梯形甲戌長九十步甲丁南

廣二十步與戊己等乙丙北廣三十八步乙戌與己丙兩段為南

北兩廣之較一十八步庚乙丙辛小梯形為截積一千七百

八十七步五分是故甲戌其長與乙戌己丙南北兩廣之較

之比應同於庚壬截長與乙壬癸丙中北兩廣

之較之比然無庚壬之數故將截積倍之為庚

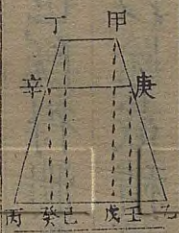
壬截長與庚辛乙丙中北兩廣之和相乘之長方形將此長

方形積與南北兩廣之較相乘以原長除之所得之積即乙

壬癸丙中北兩廣之較與庚辛乙丙中北兩廣之和相乘之

長方形也此積又與庚辛乙丙中北兩廣之數各自乘相減

之餘積等故以此數與乙丙自乘之數相減餘即庚辛自乘



方積開方而得庚辛為所截之濶也既得濶數照前法求之  
即得所截之長矣

設如梯形長一百二十尺上濶二十尺下濶八十尺今從一邊

截旬股積四百五十尺問截長濶各幾何答曰截長六十尺

截濶一十五尺法以長一百二十尺為一率上下濶相減餘數

折半得三十尺為二率倍截積得九百為三率求得四率二百

尺開方得十五尺為截濶既得濶數又以半較三十尺為一率長

一百二十尺為二率截濶五尺為三率求得四率六十尺為截長此

法一率與二率為線與線之比例三率與四率

為面與面之比例如圖甲乙丙丁梯形甲丁上

濶二十尺與戊己等乙丙下濶八十尺甲戌長一百

二十尺乙戌為上下濶相減所餘折半之較三十尺庚乙辛



為所截句股積四百五十尺甲乙戊句股形與庚乙辛句股形為同式形故立法與三角形從上段截積之法相同也

設如梯形長一百二十尺上濶四十尺下濶八十尺今從一邊

截斜方形積四千二百尺問截上下濶各幾何答曰上濶二

十五尺下濶四十五尺法以上濶四十尺與下濶八十尺

相減餘四十尺如乙折半得二十尺為所截斜方形上下兩

濶之較又以截積四千二百尺倍之得八千四百尺如壬

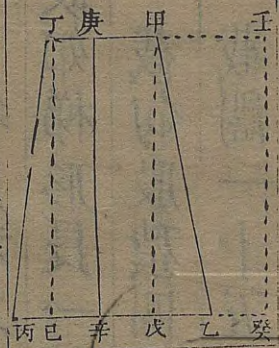
以長一百二十尺除之得七十尺為所截斜方形上下兩濶

之和如癸內減上下兩濶之較二十尺餘五十尺如

乙戊折半得二十五尺如戊為所截之上濶

加較二十尺得四十五尺為所截之下濶

設如斜田形長九十尺上濶二十尺下濶三十八尺今截中濶



二十七尺問截上下長各幾何答曰上長三十五尺下長五

十五尺法以上下濶相減餘一十八尺為一率原長九十

尺為二率以上中濶相減餘七尺如戊丙為三率求得四率

三十尺如丁即所截上長乃以此與原長相減餘五尺

即所截下長蓋戊丙與丁戊之比即同於辛庚

與丁辛之比也如欲先得所截下長則以中下

兩濶相減餘一十一尺為三率求得四率五十五尺即所截

下長蓋戊丙與丁戊之比又同於壬丙與庚壬之比也

設如斜方形長九十尺上濶二十尺下濶三十八尺今截上長

三十五尺問截濶幾何答曰二十七尺法以原長九十尺為

一率上下濶相減所餘一十八尺為二率今所截之長三十尺為三

率求得四率七尺與上濶二十尺相加即得如有截下長數則以



截下長五尺為三率求得四率一尺與下濶八尺相減亦得

圓形截弧矢法

設如圓徑一尺二寸今截弧矢形一段矢濶二寸四分問弦長

幾何答曰九寸六分法以矢濶四分為首率圓徑減矢餘

九寸為末率首率末率相乘得二十三寸開方得四分為中

率倍之即得弦長如圖甲乙徑一尺二寸截甲丙丁弧矢形

甲戊為矢濶二寸四分試自甲至丙作甲丙線自丙至乙作

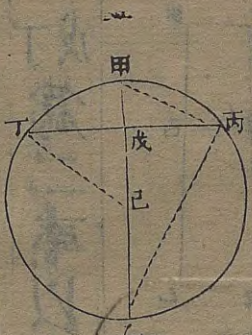
丙乙線遂成甲丙乙直角三角形而丙戊半弦

即為中垂線故以甲戊為首率戊乙為末率求

得丙戊為中率倍之得丙丁即弧弦長數也

又法以圓徑折半得六寸為弦矢濶與半徑相減餘三寸為句

求得股四寸倍之亦得如圖丁己半徑為弦戊己為句求得



丁戊股倍之即得丙丁弧弦也

設如圓徑一尺七寸今截弧矢形一段弦長一尺五寸問矢濶

幾何答曰四寸五分法以弦長折半得七寸自乘得五寸

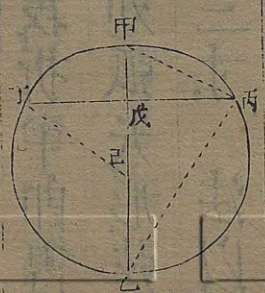
五分為長方積以圓徑七寸為長濶和用帶縱和數開平方

法算之得濶四寸即矢濶也如圖甲戊為首率戊乙為末率

丙戊為中率中率自乘之正方形與首率末率相

乘之長方等故丙戊自乘之數即如長方積而

以甲乙為長濶和求得甲戊濶即矢也



又法以圓徑折半得八寸為弦如丁以弧弦折半得七寸為

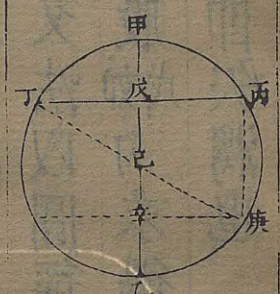
股如丁求得句四寸如與半徑八寸五分相減餘四寸五分

即矢濶也

又法以圓徑一尺七寸為弦弧弦一尺五寸為股求得句八寸與圓徑尺

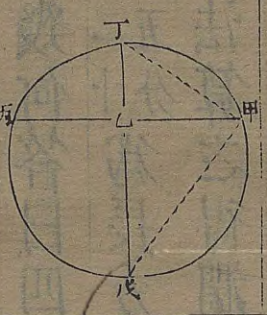


七相減餘寸九折半得四寸五分即矢濶如圖甲乙圓徑一尺七寸



與丁庚等如自丙至庚作丙庚線則成丁丙庚句股形故以丁庚為弦丙丁為股求得丙庚句與戊辛等與甲乙全徑相減餘甲戊與辛乙兩段折半即得甲戊為矢濶也

設如弧矢形弦長一尺二寸矢濶四寸求圓徑幾何答曰一尺



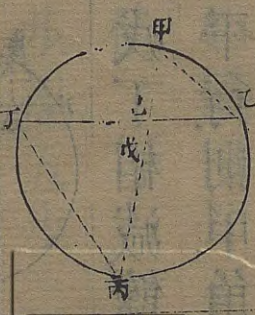
三寸法以矢濶四寸為首率如丁乙乃以中率六寸自乘得三十六寸以首率四寸除之得九寸為末率如乙為圓之截徑與矢濶四寸相加即得圓全徑如丁

設如圓形截弧矢一段任自弧界一處對圓心至弦作一斜線長一尺二寸將全弦分為兩段大段長一尺八寸小段長一

尺六寸問圓徑幾何答曰三尺六寸法以所作斜線二尺

為一率如甲小段一尺為二率如乙大段一尺八寸為三率如己

求得四率四寸為截徑斜線如己將此線與甲己線相加得



三尺即圓徑如圖試將甲己斜線引長作甲丙線又自甲至乙作甲乙線自丁至丙作丁丙線遂成甲己乙丁己丙兩同式三角形故甲己與

乙己之比同於己丁與己丙之比既得己丙與甲己相加即得甲丙為圓徑也

設如圓形截弧矢一段任自弧界一處至弦作一垂線長一尺

二寸將全弦分為兩段大段長三尺小段長一尺問圓徑幾

何答曰四尺二寸法以垂線二尺為一率如甲小段一尺為

二率如乙大段三尺為三率如丁求得四率二尺五寸為自弧弦至



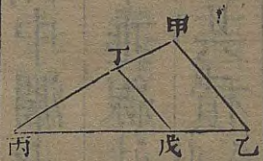




三  
步

各面形平分面積法

設如三角形小腰邊二十丈大腰邊三十四丈底邊四十二丈面積三百三十六丈今欲平分面積一半與原三角形為同式形問所截三邊各幾何答曰截底邊二十九丈六尺九寸八分四釐小毫有餘截大腰邊二十四丈〇四寸一分六釐二毫有餘截小腰邊一十四丈一尺四寸二分一釐三毫有餘法以原面積為一率折半得一百六十八丈為二率底邊自乘得一千七百六十四丈為三率推得四率八百八十二丈開方即得所截底邊乃以全底邊為一率大腰邊為二率所截底邊為三率推得四率即所截大腰邊又以全底邊為一率小腰邊為二率所截底邊為三率推得四率即所截小腰邊如圖甲乙丙三角

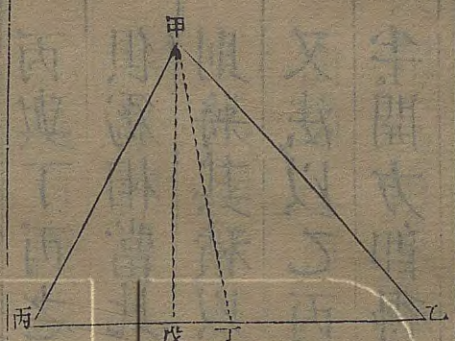


形平分面積一半成丁戊丙三角形此兩三角形既為同式形則甲乙丙三角形之面積與丁戊丙三角形之面積之比同於各邊各自乘之正方面積與所截各邊各自乘之正方面積之比故所得四率開方而得戊丙也既得戊丙則乙丙與甲丙之比同於戊丙與丁丙之比又乙丙與甲乙之比同於戊丙與丁戊之比俱為相當比例四率也若取原積三分之一或幾分之幾者則將其積以其分數歸之比例並同又法以乙丙邊自乘折半開方即得戊丙邊甲丙邊自乘折半開方即得丁丙邊甲乙邊自乘折半開方即得丁戊邊此即面與面比線與線比之理也

設如甲乙丙三角形面積三百八十四尺乙丙底邊三十二尺



今自甲角將原積平分爲二。問每分底邊幾何。答曰各一十六尺。法以乙丙底邊折半得六尺。即每分底邊之數也。蓋



自甲至乙丙線上作甲戊垂線。則甲丁乙甲丁丙兩三角形同以甲戊爲高。即爲二平行線內同底兩三角形。其面積必等。故各得甲乙丙三角形積之半。而底邊亦各得一半也。如分三分或四分者。倣此類推。

設如三角田。三面各十四步。今平分作三段。俱要四角。問中

長中濶及積各幾何。答曰每段中長八步。○八釐二毫八絲

有餘。中濶七步。積二十八步二分九釐有餘。法用三角形

求中垂線法。求得中徑十二步一分二釐。以每面之半七步乘

之得共積八十四步八分七釐有餘。以三段歸之。得每段積二十八步二分九釐有餘。乃

以每面之半七步爲股。取中垂線三分之一。四步。○四釐一毫。爲

句。求得弦八步。○八釐二毫。即每段中長數。乃用鈍角三角形

求中垂線法。以中長爲底。爲一率。以每邊之半與中垂線三

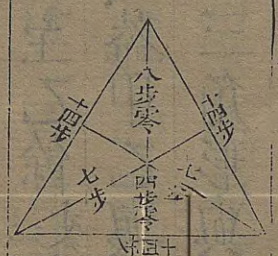
分之一。爲兩腰。相加得十一步。○四釐。爲二率。相減餘二步。九

八毫。爲三率。求得四率四步。○四釐。爲底邊之較。與底八步

六絲。爲二毫。相減餘四步。○三絲。折半得二步。○二

八絲。爲句。以小腰四步。○四釐。爲弦。求得股五步。○五

倍之得七步。爲每段中濶數。



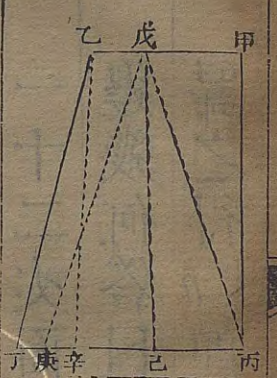
設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形。甲乙邊八丈。丙丁邊

一十二丈。面積一百六十丈。今將原積分爲四分。問每分截

邊幾何。答曰五丈。法以甲乙丙丁兩邊數相加得丈二十四

歸之得五丈。即每分所截之邊。乃自甲量至戊得丈五。自戊至丙

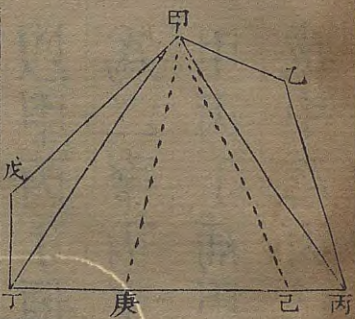




作戊丙線成甲戊丙三角形為第一分又從丙  
 量至己得五丈自戊至己作戊己線成丙戊己三  
 角形為第二分又從己量至庚得五丈自戊至庚  
 作戊庚線成己戊庚三角形為第三分又自庚至丁餘二丈自  
 戊至乙餘二丈併之亦得五丈成戊庚丁乙斜方形即為第四分  
 也蓋甲乙與丙丁二線既為平行自乙至辛作乙辛垂線則  
 三三角形與一斜方形同以乙辛為高其邊線既等則各形  
 所得之面積亦必相等而各為四邊形面積四分之一也  
 設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形面積一十九丈九十  
 八尺甲乙邊二丈五尺乙丙邊三丈九尺丙丁邊六丈丁戊  
 邊一丈五尺甲戊邊四丈一尺自甲角至丙角斜線五丈六  
 尺自甲角至丁角斜線五丈二尺今從甲角將面積平分為

三分問截各邊幾何答曰一得丙丁邊一丈○九寸八分有  
 餘一得丙丁邊二丈九尺七寸三分有餘一得丙丁邊一丈  
 九尺二寸八分有餘法以面積三歸之得六丈六尺為每分  
 應分積數乃以甲丙甲丁兩斜線分為三三角形算之用三  
 角形求面積法求得甲乙丙三角形面積四丈二尺甲丁戊三  
 角形面積十一丈四尺俱不足一分應得之數甲丙丁三角形面  
 積一十三丈四尺又過於一分應得之數乃以一分應得之數與  
 甲乙丙面積相減不足二丈四尺應取足於甲丙丁面積內爰  
 以甲丙丁原面積四十四尺為一率應取足補截積二丈四尺  
 為二率丙丁原邊六丈為三率推得四率一丈○九寸八分為  
 甲丙丁補甲乙丙分數之邊如丙己乃自甲至己作甲己線  
 成甲乙丙己不等邊四邊形為第一分又以甲丙丁原面積





一十三丈為一率每分應得十六丈六為二率丙  
 四十四尺為三率推得四率二丈九尺七寸三  
 丁原邊丈六為三率推得四率分二釐一毫四絲  
 為甲丙丁應得之邊如己庚乃自甲至庚作  
 甲庚線成甲己庚三角形為第二分餘甲庚丁

戊不等邊四邊形即第三分此三分之面積俱相等也蓋兩  
 形同高者其面積之比例同於其底邊之比例故此法一率  
 二率皆面與面之比三率四率皆線與線之比也若以甲丁  
 戊面積與每分應分面積相減不足四丈三即所截甲庚丁  
 面積試以甲丙丁原積與甲庚丁截積之比必同於丙丁原  
 邊與庚丁截邊之比而得庚丁為一丈九尺二寸八分也  
 六釐四毫五絲。

立方說

立方者等邊六面之體積也以形而言雖為六面十二邊之所

合以積而言則為自乘再乘之數因其縱橫與高俱相等故十  
 二邊皆如一線得其一邊而十二邊莫不相同其積之也自線  
 而面自面而體次第相乘而後得其全積其開之也必次第析  
 之而後得其一邊是故古人立為方廉長廉之制每積三位而  
 得邊之一位所謂一千商十定無疑三萬纔為三十餘九十九  
 萬不離十百萬方為一百推是也其法先從一角而剖其體以  
 自一至九自乘再乘之數為方根與實相審量其足減者而定  
 之是為初商初商減盡無餘則方根止一位若有餘實即初商  
 方積外別成一缺角三面磬折體其附初商之三面者謂之方  
 廉其附初商之主邊者謂之長廉其附初商之角者謂之隅廉  
 各有三故以三為廉法隅惟一而隅之三面即符於三長廉之  
 端合三方廉三長廉一隅始合次商之數故商除之法以初商



自乘三因為三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍即定為次商乃以次商乘三倍初商為三長廉面積又以次商自乘為小隅面積共合三方廉三長廉一小隅面積以次商數乘之為次商廉隅之共積所謂初商方積外別成一缺角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍為三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折形但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立方為準故立方為算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

立方訣

立方開法是如何 學者須先熟玩歌 初商自乘再乘數

減實餘來次第破 三因初商自乘積 三箇方廉面可識

初商三倍次商乘 是曰長廉三面形 次商自乘為隅面

三面併乘次商遍 共成磬折三邊形 與實相減次商成

若然還有餘存實 三四多商依此的

設如正方體積一百三十五尺開立方問每邊幾何答曰五尺

法列積於中為實自末位起算每方積三位定方邊一位

今積止有三位則於五尺上定單位以自一至九自乘再乘

之方根數與之相審知與尺五自乘再乘之數恰合乃以尺五列

於左為法而以尺五自乘得二十五再乘得一百二十五除實恰盡即

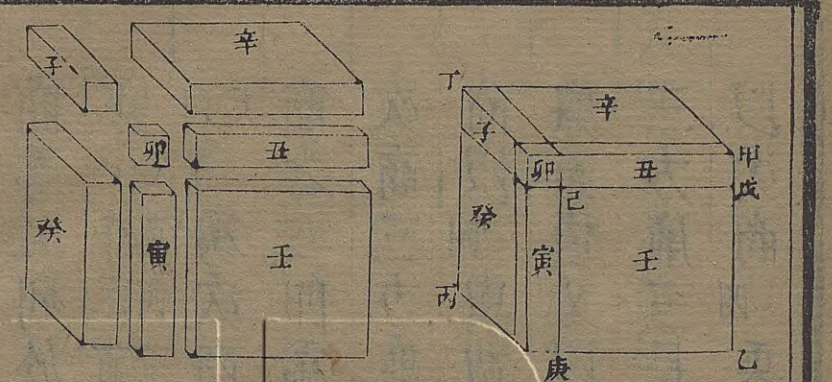
得開立方數為尺五也此法別無廉隅故不用次商如有餘實

則自成廉隅而用次商矣

設如正方體積一丈七百二十八尺開立方問每邊幾何答曰



一丈二尺 法列積於中為實自末位起算每方積三位定  
 方邊一位故隔二位作記於八尺上定尺位一丈上定丈位  
 其一為初商積與一自乘再乘之數相合即定初商為一列  
 於左而以一自乘再乘仍得一為初商方積除實餘七十八尺  
 為次商廉隅之共積乃以初商之丈一尺一十自乘得一百三  
 因之得三百為次商三方廉面積以除餘實足二即定次商  
 為二列於左初商一之下而以二與初商尺一十相乘得二十  
 三因之得六十為次商三長廉面積又以次商尺二自乘得四  
 為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百  
 尺為次商廉隅共法再以次商尺二乘之得七百二十除實恰盡  
 左位所商二尺即每邊數也如圖甲乙丙丁正方形體形每邊  
 皆一丈二尺其中函積一千七百二十八尺其先從一角所



分戊乙庚己方體每邊一丈即初商數中函積  
 一千尺即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形  
 癸形三方廉體其每邊一丈即初商數其厚二  
 尺即次商數子形丑形寅形三長廉體其長一  
 丈即初商數其濶其厚皆二尺亦即次商數卯  
 形一小隅體其長與濶與厚皆二尺亦即次商  
 數合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一小隅  
 而成一磬折體形附於初商方體之三面而成  
 一甲乙丙丁之總正方形體此立方廉隅之法所

由生也三商以後皆倣此遞折開之

設如正方體積三千九百三十〇萬四千尺開立方問每邊幾

何答曰三百四十尺 法列積於中為實自末位數起再下



三位於空尺上定單位四千尺上定十位九百萬尺上定百位其三千九百萬尺為初商積以初商本位計之則九百萬尺為初商積之單位而九百為三十止與三自乘再乘之數相準即定初商為三列於左而以三自乘再乘得七十為初商方積除實餘一千二百三十為次商廉隅之共積以次商本位計之則四千為次商積之單位而一千二百三十為一萬二千而初商之三即為三乃以初商之十自乘得九三因之得七百為次商三方廉面積以除餘實足四倍即定次商為四列於左而以四與初商三相乘得一百三因之得六十為次商三長廉面積又以次商之四自乘得六十為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三千七十六為次商廉隅共法再以次商四乘之得一萬二千除實恰盡左商之三百四即每

邊數也凡設數未至單位者皆依此例補足位分然後開之設如正方體積八十億六千〇一十五萬〇一十五尺開立方問每邊幾何答曰二千〇五尺法列積於中為實自末位起算於五尺上定單位空千尺上定十位空百萬尺上定百位八十億尺上定千位其八十億尺為初商積以初商本位計之則八十億尺為初商積之單位而八十億尺為八與二自乘再乘之數相合即定初商為二列於左而以二自乘再乘得八為初商方積除實八十億餘六千〇一十五萬為續商共積以次商本位計之則空百萬尺為次商積之單位而六千為六而初商之二即為二乃以初商之十自乘得百三因之得二千為次商三方廉面積以除其數不足是次商為空位再以三商本位計之則空千尺為三商積之單位而六千〇一十五萬尺為



六萬。一而初商之。二即為二次商之空。即為空。故以初商  
 百五十。空作百。自乘得萬。三因之得二十萬。為三商三方廉面  
 積。以除六萬。一其數仍不足。是三商亦為空位。再以四商  
 本位計之。則積與邊皆仍為本位。而初商之。二即為千。乃以  
 初商之。二千自乘得萬。三因之得百。為四商三方廉  
 面積。以除餘實。足倍。即定四商為尺。列於左。而以尺與初商  
 二千相乘得尺。一萬。三因之得尺。主萬。為四商三長廉面積。又以  
 四商尺。五自乘得尺。二十。為四商一小隅面積。合三方廉三長廉  
 一小隅面積共。一千二百。三萬。為四商廉隅共法。再以四  
 商尺。五乘之得。六千。一十五萬。除實恰盡。左商之。二千。即  
 每邊數也。此法商出之方邊有二空位。凡廉法除餘積而數  
 不足者。皆依此例推之。

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十

二尺。開立方問每邊幾何。答曰一千四百八十八尺。法列

積於中為實。白末位起算。於二尺上定單位六千尺。上定十

位四百萬尺。上定百位。三十億尺。上定千位。其三十為初商

積。以初商本位計之。則億尺為初商積之單位。而三十為三

止與一自乘再乘之數相準。即定初商為一。列於左。而以一

自乘再乘仍得一。為初商方積。除實餘六十二億九千四百

七十尺。為續商積。以次商本位計之。則萬尺為次商積之單位。

而二十四億九千二百。而初商之一。即為七。乃以初商

之十一自乘得百。三因之得百。為次商三方廉面積。以除二千

九十。足七倍。因定次商為七。而以初商之十一與七相乘得七

三。因之得二十。為次商三長廉面積。又以次商七自乘得四



九為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共五百  
 五十為次商廉隅共法以次商七乘之得三千九百大於次  
 商廉隅之共積是次商不可商七也乃改商六而以初商之  
 一與次商六相乘得六十三因之得八百為次商三長廉面積  
 又以次商六自乘得三十六為次商一小隅面積合三方廉三  
 長廉一小隅面積共五百一十六為次商廉隅共法以次商六乘  
 之得三千九十六仍大於次商廉隅之共積是次商不可商六也  
 又改商五而以初商之一與次商五相乘得五十三因之得百  
 五十為次商三長廉面積又以次商五自乘得二十五為次商一  
 小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共四百七十五為次商  
 廉隅共法以次商五乘之得二千三百七十五仍大於次商廉隅之  
 共積是次商又不可商五也乃改商四而以初商之一與次

商四相乘得七十三因之得二百七十三為次商三長廉面積又以次  
 商四自乘得十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一  
 小隅面積共四百三十四為次商廉隅共法以次商四乘之得千  
 七百四十四是於次商廉隅之共積可減也乃以次商之四列  
 於左而以次商所得與實相減餘積五億五千六百七十四萬  
 為續商積以三商本位計之則六千為三商積之單位而五  
 五千六百七十作為五百五萬而初次商之四即為一百  
 四萬六千尺乃以初次商之四自乘得一十六萬九千八百為三  
 商三方廉面積以除餘積足九倍因定三商為九而以初次  
 商之一百與三商九相乘得一千二百八十三因之得三千七百為三  
 商三長廉面積又以三商九自乘得八十為三商一小隅面  
 積合三方廉三長廉一小隅面積共六萬二千六十一為三商廉



隅共法以三商九乘之得五十六萬三千九百四十九大於三商廉隅之

共積是三商不可商九也乃改商八而以初次商之一百四十與

三商八相乘得一千一百二十三因之得三千三百六十為三商三長廉面

積又以三商八自乘得六十為三商一小隅面積合三方廉

三長廉一小隅面積共六萬二千二百二十四為三商廉隅共法以三

商八乘之得四百九十九萬七千七百九十二是小於三商廉隅之共積可減

也乃以三商之八列於左而以三商所得與實相減餘實五千

二百八十五萬四千二百七十二尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則

積與邊皆仍為本位乃以初次三商之一千四百八十尺自乘得二百

一十九萬三因之得六百五十七萬一千二百為四商三方廉面積以除

餘實足八倍即定四商為八列於左而以初次三商之一千

八與四商八相乘得一萬一千三百三因之得三萬五千五百為四商

三長廉面積又以四商八自乘得六十為四商一小隅面積

合三方廉三長廉一小隅面積共六萬六千七百八十四為四商廉

隅共法以四商八乘之得五千二百八十五萬除實恰盡左

商之一千四百八十八尺即每邊數也此法因廉隅共法與商出之數

相乘得數大於廉隅共積幾一倍故改商三次所乘之數始

與次商廉隅共積相準而後次商之數可定凡開立方遇此

類者皆依此例推之

設如方亭幾座用方輒鋪地共用一千七百二十八塊其所鋪

之座數與每座每行之輒數相等問亭之座數幾何答曰一

十二座法列輒數於中為立方積用開立方方法開之於八

塊上定單位一千塊上定十位其一千為初商積以初商本位

計之則千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定



初商爲一列於左而以一自乘再乘得一與實相減餘七百  
 塊爲次商廉隅共積乃以初商之一自乘得百三因之得百  
 爲次商三方廉面積以除餘實足二倍卽定次商爲二列於  
 左而以初商之一與次商二相乘得十二三因之得六爲次商  
 三長廉面積又以次商二自乘得四爲次商一小隅面積合  
 三方廉三長廉一小隅面積共三十四爲次商廉隅共法以  
 次商二乘之得二十八除實恰盡左商之二卽亭之座數  
 也此法因所鋪亭數與每座軌行數每行軌塊數俱相等是  
 每座軌一十二行每行軌一十二塊其亭亦一十二座雖非  
 立方形而法則立方法也故用立方開之

設如方石一塊重二萬六千六百二十兩問每邊尺寸幾何答  
 曰二十二寸法以石率寸方重二兩五錢除共重數得一萬六千四百

十八爲立方積列於中用開立方方法開之其一萬爲初商積

以初商本位計之則空千尺爲單位而一萬爲一與二自乘

再乘之數相準卽定初商爲二列於左而以二自乘再乘得

八除實餘二千六百四十八寸爲次商廉隅共積而以初商之二作二

自乘得四百三因之得二千爲次商三方廉面積以除餘實足

二倍卽定次商爲三列於左而以初商之二與二相乘得四

三因之得二十七爲次商三長廉面積又以二自乘得四爲次

商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千三百二十四

爲次商廉隅共法以次商二乘之得二千六百四十八寸除實恰盡左

商之二十二卽石每邊數也此法因石是兩數所問乃石之寸

數故先將石之兩數變爲寸而開立方卽得每邊之寸數也

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣



盛之問匣高幾何答曰一十一寸 法以水銀率寸方重十一

二兩二錢八分除共重數得一千三百一十一寸為立方積列於中用開立方

法開之其十為初商積以初商本位計之則千為初商積

之單位與一自乘再乘之數相合即定初商為一列於左而

以一自乘再乘得十除實餘三百三十一寸為次商廉隅共積而

以初商之十作十自乘得百三因之得百三為次商三方廉面

積以除餘實足一倍即定次商為一列於左而以初商十乘

之得十三因之得十三為次商三長廉面積又以次商一自乘

仍得一為一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共百三

三十為次商廉隅共法以次商一乘之如故除實恰盡左商

之一十為方匣之高也

帶縱較數立方說

帶縱立方者兩兩等邊長方體積也高與濶相等惟長不同者

為帶一縱立方長與濶相等而皆比高多者則為帶兩縱相同

之立方至於長與濶與高皆不等者則為帶兩縱不同之立方

開之之法大槩與立方同祇有帶縱之異耳其帶一縱之法如

以高與濶相等惟長不同為問者則以初商為高與濶以之自

乘又以初商加縱數為長以之再乘得初商積至次商以後亦

有三方廉三長廉一小隅但其一方廉附於初商積之方面者

即初商數其二方廉附於初商積之長面者則帶縱也其二長

廉附於初商積之方邊者即初商數其一長廉附於初商積之

長邊者則帶縱也其帶兩縱相同之法如以長與濶相等皆比

高多為問者則以初商加縱數為長與濶以之自乘又以初商

為高以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積



之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則各帶一縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長濶兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之方如以濶比高多長比濶又多為問者則以初商為高加濶縱為濶與高相乘又加長縱為長以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則一帶濶縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長濶兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每邊之數即三方廉之厚亦即三長廉之濶與厚焉凡有幾層廉隅皆依次商之例遞析推之法雖不一要皆本於正方而後加帶縱故凡商出之數皆為小邊

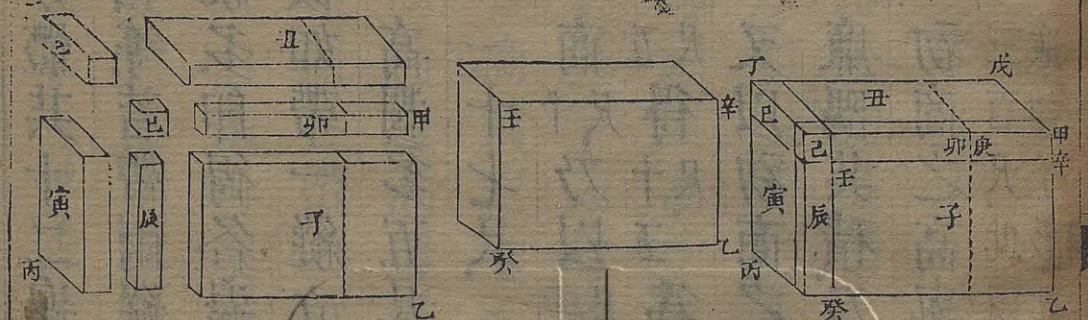
方體共十二邊若帶一縱或帶兩縱相同者則八邊相等四邊相等若帶兩縱不同者則每四邊各相等是故得其一邊加入縱多即得各邊也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與濶相等長比高濶多五尺問高濶長各幾何答曰高與濶俱一十二尺長一十七尺法列積如開立方法商之其二千為初商積可

商尺十乃以尺十列於左而以所商尺十為初商之高與濶加縱多尺五得尺十五為初商之長即以初商之高與濶尺十自乘得尺一百又以初商之長尺十五再乘得尺一千五百除實餘九百四尺為次商

廉隅共積乃以初商之高與濶尺十自乘得方一百尺此形又以初商之高與濶尺十與初商之長尺十五相乘得方一百五十倍之得三百尺此兩方廉如子形丑形兩數相併得尺四百為次商三方廉面積以除





餘實足二尺。即定次商為二。列於左。而以初商之  
 高與濶十。倍之。得二十尺。此兩長。又與初商之  
 長十五相併。此一長廉。得三十尺。以次商二乘之。  
 得七十尺。為次商三長廉面積。又以次商二自乘。  
 得四。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一  
 小隅面積共四百七十四尺。為廉隅共法。以次商二乘  
 之。得九百四十八尺。除實恰盡。左商之十二。即高與濶。  
 加縱多五尺。即長也。如圖。甲乙高甲戊濶俱十二  
 尺。甲己長十七尺。甲己比庚己多甲庚五尺。即  
 縱多數。其從一角所分辛乙癸壬長方體形。壬  
 癸與辛乙皆十尺。即初商數。壬辛十五尺。即初  
 商加縱多數。其體積一千五百尺。即初商自乘

又以初商加縱多再乘之數。所餘三方廉。內寅形一。正  
 方廉。每邊十尺。即初商數。子形丑形二。長方廉。每濶十尺。長十五  
 尺。其長比濶多五尺。即縱多數。其厚皆二尺。即次商數。又餘  
 三長廉。內辰形巳形皆長十尺。即初商數。卯形較長五尺。即  
 縱多數。其濶與厚皆二尺。即次商數。再餘一小隅己形。其長  
 濶與高皆二尺。亦即次商數。合子丑寅三方廉卯辰巳三長  
 廉己一小隅共成一磬折體形。附於初商長方體之三面而  
 成甲乙丙丁之總長方體也。三商以後。皆做此遞折開之。  
 設如帶一縱立方。積一萬九千〇〇八寸。其高與濶相等。長比  
 高濶多一百二十寸。問高濶長各幾何。答曰。高與濶俱十二  
 寸。長一百三十二寸。法列積如開立方。法商之。其

為初商積。可商二十。則以二十為高與濶。加縱多得一百四  
 十。為高與濶。加縱多得一百四



為長即由高與濶二十自乘得四百又以長一百四再乘得

五萬六大於原積二倍有餘乃退商十列於左而以所商十

為初商之高與濶加縱多得一百三為初商之長乃以初商

之高與濶十自乘得一百又以初商之長一百三再乘得一

三千除實餘六千為次商廉隅共積乃以初商之高與濶

十自乘得十又以初商之高與濶十與初商之長一百三

相乘得一百三倍之得一千六兩數相併得二千七為次商

三方廉面積以除餘實足十即定次商十列於左而以初商

之高與濶十倍之得二十又與初商之長一百三相併得一

五十以次商十乘之得三百為次商三長廉面積又以次商

十自乘得十為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅

面積共三千為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

餘四十為廉隅共法以次商十乘之得六千除實

者也

設如一尺土方三萬九千六百八十八尺築堤一段高與濶相

等長比高濶多六十尺問高濶長各幾何答曰高與濶俱二

十二尺長八十二尺法列積如開立方方法商之其三萬九

為初商積可商尺但加入縱多所得初商積大於原積二

倍有餘乃退商尺列於左而以所商尺為初商之高與

濶加縱多得尺為初商之長即以前商之高與濶尺自

乘得尺又以初商之長尺再乘得尺除實餘尺



八十尺為次商廉隅共積乃以初商之高與濶二十尺自乘得四百  
 尺又以初商之高與濶二十尺乘初商之長八十尺得一千六百  
 之得三千二百兩數相併得三千六百為次商三方廉面積以除  
 餘實足二百尺則以二十尺列於左而以初商之高與濶二十尺倍之得  
 四十與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商二十尺乘之得二百  
 四十為次商三長廉面積又以次商二十尺自乘得四百尺為次商一  
 小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積得三千八百為廉  
 隅共法以次商二十尺乘之得七千六百除實恰盡左商之二千  
 為堤之高與濶加入縱多即堤之長也

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺長與濶俱比高  
 多五尺問長濶高各幾何答曰長與濶俱十七尺高十二尺  
 法列積如開立方方法商之其三千為初商積可商十乃以

尺列於左而以初商十尺為初商之高加縱多得十五為初商

之長與濶即以初商之長與濶十五尺自乘得二百二十五又以初

商之高十尺再乘得二千二百除實餘一千二百為次商廉隅

共積乃以初商之長與濶十五尺自乘得二百二十五此又

以初商之高十尺與初商之長與濶十五尺相乘得一百五十倍之

得三百尺此兩方兩數相併得五百二十為次商三方廉面積

以除餘實足二百尺則以二十尺列於左而以初商之長與濶十五倍

之得三十尺此兩長與初商之高十尺相併此長廉得四十

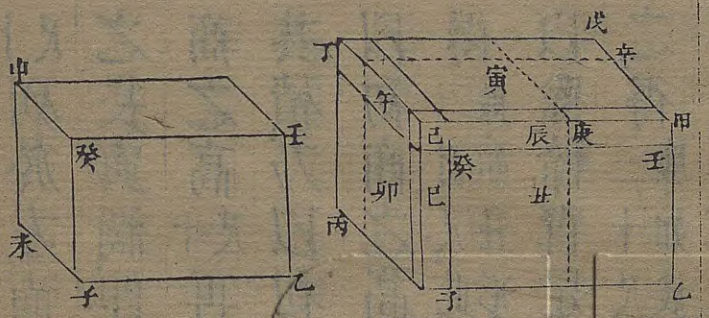
以次商二十尺乘之得八十為次商三長廉面積又以次商二十自

乘得四百尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積

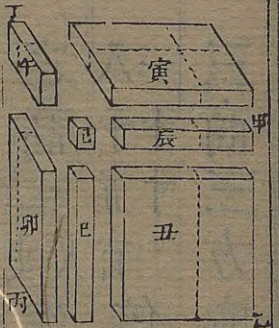
得六百為廉隅共法以次商二十尺乘之得一千二百除實恰

盡左商之十二尺為高加入縱多為長與濶也如圖甲乙高十





二尺甲戌長甲己濶俱十七尺甲戌比甲辛多辛戌甲己比  
 庚己多甲庚俱五尺即縱多數其從一角所分壬乙子癸扁  
 方體形癸子與壬乙皆十尺即初商數壬癸與癸申皆十五  
 尺即初商加縱多之數其體積二千二百五十尺即初商加  
 縱多自乘又以初商再乘之數所餘三方廉丙  
 寅形一正方廉每邊十五尺即初商加縱多之  
 數丑形卯形二長方廉每高十尺長十五尺其  
 長比高多五尺即縱多數其厚皆二尺即次商  
 數又餘三長廉丙巳形長十尺即初商數辰形  
 午形較長五尺即縱多數其濶與厚皆二尺即  
 次商數再餘一小隅己形其長濶與高皆二尺  
 亦即次商數合丑寅卯三方廉辰巳午三長廉



已一小隅共成一磬折體形附於初商扁方體  
 三面而成甲乙丙丁之總扁方體也三商以後  
 皆依此遞析開之

設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百〇九尺二百六十八  
 寸長與濶俱比高多二尺一寸問長濶高各幾何答曰長與  
 濶俱二丈三尺三寸高二丈一尺二寸法列積如開立方  
 法商之其丈十一為初商積可商丈二乃以丈二列於左而以所商  
 二為初商之高加縱多得尺二丈二為初商之長與濶乃以初  
 商之長與濶尺二丈二自乘得尺四丈八十八寸又以初商之高二  
 再乘得尺九丈七百六十八寸除實餘尺一丈七百四十一寸即一千七  
 一尺八寸六為次商廉隅其積乃以初商之長與濶作尺二十二  
 自乘得尺四百八十八寸又以初商之高作尺二十與初商之長與



濶尺二十二寸相乘得四百四十二尺倍之得八百八十四尺兩數相併得一千三百一十二尺

四十一寸為次商三方廉面積以除餘實足一尺即定次商為

一尺列於左而以初商之長與濶尺二十二寸倍之得尺二十四寸與初

商之高尺二十寸相併得尺六十四寸以次商尺一乘之得尺六十四寸為

次商三長廉面積又以次商尺一自乘仍得尺一為次商一小隅

面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千四百三十七尺為廉

隅共法以次商尺一乘之得尺六十四寸除實餘三百尺

百五十寸即百五十八寸為三商廉隅共積乃以初次商之

長與濶尺二寸三寸作尺二百三寸自乘得尺五萬三千三寸又以初次商

之高尺二寸作尺二百一十寸與初次商之長與濶尺二寸三寸相乘得尺四

八千五百倍之得九萬七千兩數相併得一十五萬三為

三商三方廉面積以除餘實足二寸即定三商為二寸列於左而

以初次商之長與濶尺二寸三寸倍之得尺四百六十二寸與初次商之高

二寸相加得尺六百七十二寸以三商二寸乘之得尺一千三百四十四寸為三商

三長廉面積又以三商二寸自乘得尺四寸為三商一小隅面積合

三方廉三長廉一小隅面積共七萬一千九百二十九寸為廉隅共法

以三商二寸乘之得尺百五十八寸除實恰盡左商之尺二寸

即立方之高加縱多尺三寸即立方之長與濶也

設如帶兩縱不同立方積三千〇二十四尺濶比高多二尺長

比濶又多四尺問高濶長各幾何答曰高十二尺濶十四尺

長十八尺法列積如開立方方法商之其三千為初商積可

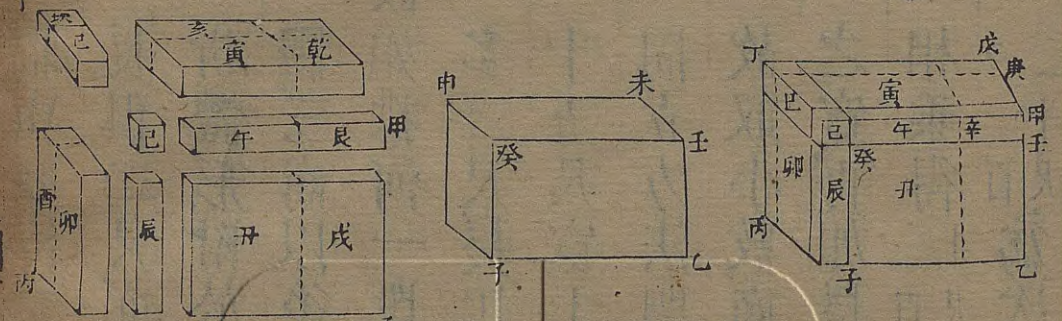
商尺十乃以尺十列於左為初商之高加尺二得尺十二為初商之濶

再加尺四得尺十六為初商之長乃以初商之高與濶相乘得一百

二十又以初商之長再乘得一千九百除實餘一千一百為



次商廉隅共積乃以初商之高與濶相乘得一百二十尺此方廉如卯形又以前商之高與長相乘得一百六十尺此方廉如丑形又以初商之濶與長相乘得一百九十二尺此方廉如寅形三數相併得四百七十二尺為次商三方廉面積以除餘積足二尺乃以二尺列於左而以初商之高此一長廉與初商之濶此十長廉相併得二十尺又與初商之長此一長廉相併得三十尺以次商二尺乘之得七十尺為次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共五百五十二尺為廉隅共法以次商二尺乘之得一千一百四十四尺除實恰盡左商之十二尺為高加濶比高多二尺得十四尺為濶再加長比濶多四尺得十八尺為長也如圖甲乙高十二尺甲戊濶十四尺甲己長十八尺甲戊比甲庚多二尺即濶比高多之數甲己比辛己多六尺即長比高多之數



其從一角所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子皆十尺即初商數壬未與癸申皆十二尺即初商加濶多數壬癸與子乙皆十六尺即初商加濶多又加長多數其積一千九百二十尺即初商積所餘三方廉內卯形高十尺即初商數其帶濶縱二尺如酉即濶多數丑形高十尺亦即初商數其帶長縱六尺如戌即濶多併長多數寅形濶十尺又帶濶多二尺如亥即初商加濶多數其帶長縱六尺如乾即初商加濶多又加長多數其厚皆二尺即次商數又餘三長廉內辰形長十尺即初商數巳形多二尺如坎即濶多數午形多六尺如艮即濶多併長多數其



濶與厚皆二尺亦卽次商數又餘已形一小隅其高與濶與長俱二尺亦卽次商數合三方廉三長廉一小隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體三商以後皆倣此遞析開之

設如挑河一段但知挑出土方七萬六千一百四十尺寬比深多三尺長比寬多二百六十四尺問寬長深各幾何答曰深十五尺寬十八尺長二百八十二尺法列積用帶兩縱不同立方法開之其<sup>七萬六千</sup>為初商積可商<sup>四十</sup>因長縱甚多故取小數商<sup>十</sup>列於左為初商之深加寬多得<sup>十三</sup>為初商之寬再加長多得<sup>二十七</sup>為初商之長乃以初商之深與濶相乘得<sup>一百三</sup>又以初商之長再乘得<sup>三萬六千</sup>除實餘<sup>四</sup>為次商廉隅共積乃以初商之深與寬相乘得<sup>一百三十</sup>

尺又以初商之寬與長相乘得<sup>三千六百</sup>又以初商之深與長相乘得<sup>二千七百</sup>三數相併得<sup>六千五百</sup>為次商三方廉面積以除餘積足<sup>五</sup>卽以<sup>五</sup>列於左而以初商之深初商之寬初商之長三數相併得<sup>三百</sup>以次商<sup>五</sup>乘之得<sup>一千五</sup>為次商三長廉面積又以次商<sup>五</sup>自乘得<sup>二十五</sup>為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共<sup>八千</sup>為廉隅共法以次商<sup>五</sup>乘之得<sup>四萬</sup>除實恰盡左商之<sup>十五</sup>卽挑河之深加多<sup>三</sup>得<sup>十八</sup>為寬再加多<sup>二十四</sup>得<sup>二百八</sup>為長也

設如白玉一方重九十三兩六錢但知濶比高多一寸長比濶多三寸問高濶長各幾何答曰高二寸濶三寸長六寸法以玉寸方重<sup>二兩六錢</sup>為一率寸為二率今所設玉重<sup>九十三兩六錢</sup>為



三率推得四率三寸為長方體積乃以濶比高多一寸長比濶多三寸為帶兩縱之較用帶兩縱不同較數開立方方法算之得高二寸加濶多得三寸為濶再加長多得六寸為長也

帶縱和數立方說

帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方其法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與濶相等惟長不同如以長與高和或長與濶和為問者則以初商為高與濶而與和數相減餘為長乃以高與濶自乘以長再乘為初商積其或和數甚多而積甚少案立方方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取畧大數以定初商初商減積有餘實者其初商方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與濶少一次商初商之長

多一次商故內少一方廉積商除之法則以初商之高與濶與初商之長相乘倍之為二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘為初商次商之共長與初商相乘倍之為二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘為一長廉面積合二方廉一長廉面積以次商乘之為二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與濶相等惟高不同如以高與濶和或高與長和為問者則以初商為高與和數相減餘為長與濶乃以長與濶自乘以高再乘為初商積其或和數甚多而積甚少案立方方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取畧大數以定初商



初商減積有餘實者初商方積外止一方廉成一扁方體形而  
 初商之高少一次商初商之長與濶各多一次商故內少二方  
 廉一長廉積商除之法則以初商之長與濶自乘為一方廉面  
 積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商以次商與初  
 商之長與濶相減餘為初商次商之長與濶而與初商相乘次  
 商再乘倍之為二方廉積又以次商自乘初商再乘為一長廉  
 積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以  
 初商次商之長與濶自乘次商再乘為一方廉積所謂初商方  
 積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同  
 立方同但帶兩縱相同者其次商積為一正方廉帶兩縱不同  
 者其次商積為一長方廉耳要之定商皆以小於半和為準有  
 時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至  
 次商以後因有益積之法故廉法亦不足憑則又須較量而增  
 損之可也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺高與濶相等長與濶

和二十九尺問高濶長各幾何答曰高與濶俱十二尺長十

七尺法列積如開立方法商之其尺一千為初商積可商尺十

乃以尺列於左為初商之高與濶與和數相減餘尺十九為初

商之長即以前商之高與濶自乘得尺一百以初商之長再乘

得尺一千九除實餘尺五百四乃以初商之高與初商之長相乘

得尺一百九倍之得尺三百八以除餘實足尺一因須益積且初商

之長尚須減去次商數故取畧大數尺二為次商列於左而以

初商尺十自乘次商尺二再乘得尺二百與餘實相加得尺七百四為

次商二方廉一長廉共積乃以次商尺二與初商之長相減餘



十七尺為初商次商之長與初商之高與濶<sup>十</sup>尺相乘得<sup>一百七</sup>倍之得<sup>三百四</sup>為二方廉面積又以次商<sup>二</sup>尺與初商次商之

長相乘得<sup>四十</sup>為一長廉面積合二方廉一長廉面積共<sup>三百</sup>

<sup>七十</sup>四尺以次商<sup>二</sup>尺乘之得<sup>七百四</sup>除實恰盡左商之<sup>十二</sup>尺為高

與濶與和相減餘<sup>十七</sup>尺為長也如圖甲乙高乙

戊濶皆十二尺戊丙長十七尺乙戊與丙戊共

二十九尺即長濶之和其從一角所分己乙壬

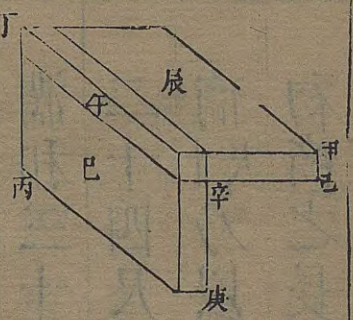
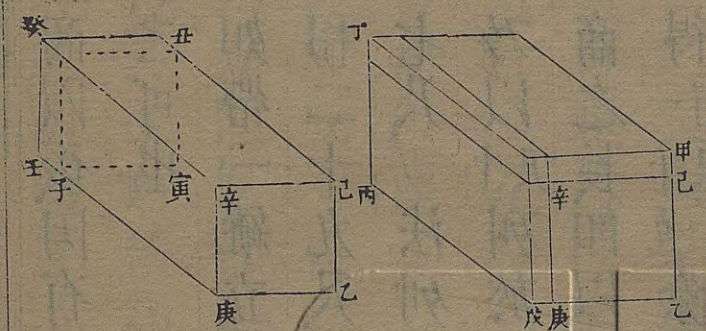
癸長方體形己乙與乙庚皆十尺即初商數壬

庚十九尺即和內減初商所餘之數比戊丙多

子壬一段即次商數己乙壬癸長方積一千九

百尺即初商自乘又與初商與和減餘再乘之

數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因



初商積內多減去此積故以初商自乘次商再

乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘實相加即得

甲己辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形巳形為

兩方廉濶皆十尺即初商數長皆十七尺即和

內減初商次商所餘之數厚皆二尺即次商數午形為一長

廉長十七尺與方廉同濶與厚皆二尺亦即次商數合二方

廉一長廉成兩面磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙

丙丁之總長方體也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺高與濶相等長

與濶和一千二百四十三尺問高濶長各幾何答曰高與濶

俱九尺長一千二百三十四尺法列積如開立方方法商之

其<sup>九萬九</sup>千尺為初商積可商<sup>四十</sup>尺而和數甚多案法相乘過大

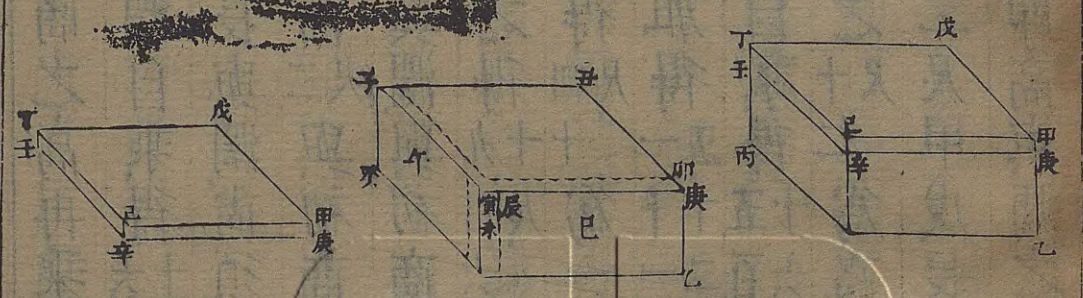


於原積爰以和數為法除原積足八十尺以八十開平方約足九尺乃以九尺列於左為高與濶與和相減餘一千二百尺為長即以小與濶自乘得八十尺以長再乘得九萬九千九百五十四尺除實恰盡左商之九尺為高與濶與和相減餘數為長也此法因帶一縱甚多高與濶甚少其長濶和比長所多無幾故以長濶和除原積即得高與濶自乘之一面積而開平方所得即高與濶與和相減所餘即長也

設如帶兩縱相同立方積六千九百十二尺長與濶相等高與濶和三十六尺問高濶長各幾何答曰高十二尺長與濶俱二十四尺法列積如開立方方法商之其六千為初商積可商十尺乃以十尺列於左為初商之高與高濶和相減餘二十六尺為初商之長與濶即以小商之長與濶自乘得六百七十六尺又以初

商之高再乘得六千七百六十尺除實餘一百五十二尺乃以初商之長與濶自乘得六百七十六尺以除餘實不足一尺因須益積且初商之長與濶尚須減去次商故取大數二尺為次商列於左而以次商二尺與初商之長與濶六尺相減餘四尺為初商次商之長與濶與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十分之得九百六十分為二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千與餘實相加得五千一百五十二尺為次商一方廉積乃以初商次商之長與濶自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺除實恰盡左商之十二尺為高與和相減餘四尺為長與濶也如圖甲乙高十二尺甲戊長甲己濶俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺即高與濶之和其從一面所分庚乙癸子扁方體形庚乙十





尺即初商數庚丑與庚寅皆二十六尺即和內  
 減去初商之數庚丑比甲戌多庚卯一段庚寅  
 比甲己多辰寅一段即次商數庚乙癸子長方  
 積六千七百六十尺即初商與和相減餘數自  
 乘初商再乘之數比初商原體積多巳午二方  
 廉積未一長廉積因初商積內多減去此積故  
 以初商次商之長與濶與初商相乘以次商再  
 乘倍之即得巳午二方廉積又以次商自乘以  
 初商再乘即得未一長廉積與餘實相加即得  
 甲庚辛壬丁戊扁方體形其甲戌長甲己濶皆  
 二十四尺即和內減去初商次商之數甲庚厚  
 二尺即次商數附於初商扁方體之一面而成

甲乙丙丁之總扁方體也三商以後皆做此遞析推之

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千〇六十四尺長

與濶相等高與濶和一千尺問高濶長各幾何答曰高四尺

長與濶俱九百九十六尺法列積如開立方方法商之其百

萬為初商積可商尺一百而高濶和為尺一千按法相乘過大於

原積爰以和數自乘得萬一尺以除原積足尺三取畧大數尺四列

於左為高與和數相減餘九百九十六尺為長與濶即以長與濶自

乘得九十九萬二千又<sub>一十六尺</sub>以高四尺再乘得三百九十六萬八千除

實恰盡左商之四為高與和相減所餘九百九十六尺為長與濶也

此法因帶兩縱甚多而高數甚少其高濶和比原長原濶所

多無幾故以高濶和自乘得一面積以除原積即得高與高

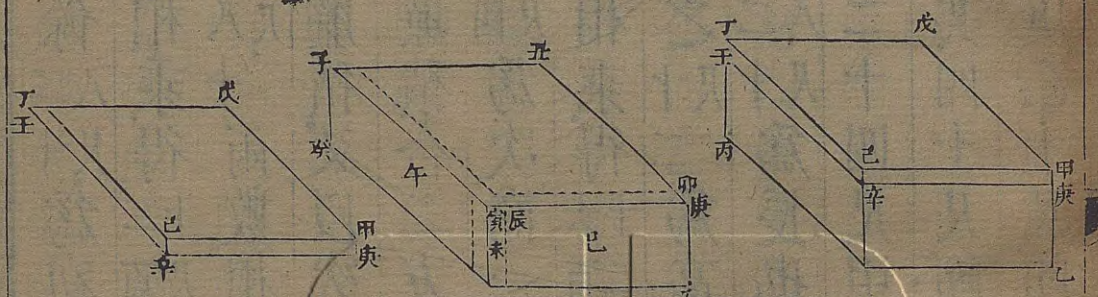
濶和相減所餘為濶亦即長邊也



設如帶兩縱不同立方積八千〇六十四尺高與濶和三十六尺高與長和四十尺問高濶長各幾何答曰高十二尺濶二十四尺長二十八尺法列積如開立方方法商之其八千為初商積可商二十因欲得小於半和之數乃退商十於左為初商之高與高濶和相減餘二十六為初商之濶又以高十與高長和相減餘三十為初商之長即以初商之高與初商之濶相乘得二百六十以初商之長再乘得七千八百除實餘二百四十為一長方廉積其厚即次商之數其長與濶比初商之長與濶各少一次商之數乃以初商之長與初商之濶相乘得七百八十以除餘實不足一因須益積且初商之長濶尚須減去次商之數故取大數二列於左而以次商二與初商之濶相減餘二十四為初商次商之濶以次商二與初商之長相減

餘二十八為初商次商之長即以初商次商之濶與初商之高相乘得二百四十又以初商次商之長與初商之高相乘得二百八十兩數相併得五百二十以次商二乘之得一千為二方廉積又以次商二自乘得四以初商十再乘得四十為一長廉積合二方廉一長廉積共一千三十八與餘實相加得一千三百四為次商一方廉積乃以初商次商之濶與初商次商之長相乘得六百七十二以次商二再乘得一千三百四除實恰盡左商之十二為高與高濶和相減餘二十四為濶與高長和相減餘二十八為長也如圖甲乙高十二尺甲戌長二十八尺甲己濶二十四尺甲乙與甲己共三十六尺即高濶和甲乙與甲戌共四十尺即高長和其從一面所分庚乙癸子扁長方體形庚乙十尺即初商數庚丑三十尺即高長和內減去初商之





數庚寅二十六尺。即高濶和內減去初商之數。庚丑比甲戌多庚卯一段。庚寅比甲己多辰寅一段。即次商數庚乙癸子長方積七千八百尺。即初商之長濶相乘。又以高再乘之數。比原長原濶多巳午二方廉積。未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與初商之高相乘。以初商次商之濶與初商之高相乘。兩數相併。以次商再乘。即得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商之高再乘。即得未一長廉積。與餘積相加。即得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形。其甲己濶二十四尺。即高濶和內減去初商次商之數。甲戌長二十八尺。即高長和內減去

初商次商之數。甲庚厚二尺。即次商數附於初商扁長方體之一面。而成甲乙丙丁之總扁長方體也。三商以後皆倣此遞析推之。

設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺。高與濶和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問高濶長各幾何。答曰。高六尺。濶一百二十三尺。長二百三十四尺。法列

積如開立方。法商之。其二十七萬二千六百九十二尺。為初商積。可商五十五尺。而長即為一百九十九尺。濶即為七十九尺。按法相乘。過大於原積。爰以高濶和

與高長和相乘。得三萬六千八百尺。以除原積。足五尺。取畧大之數。六尺。列於左。為高。與高濶和相減。餘一百一十三尺。為濶。又以高六尺。與高

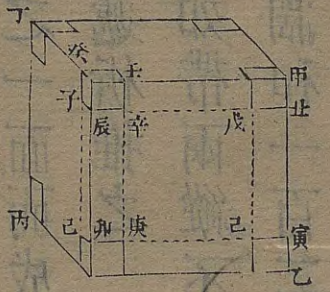
長和相減。餘二百三十四尺。為長。即以濶與長相乘。得二萬八千七百九十二尺。除實恰盡。左商六尺。為高。而濶



為一百二十三尺長為二百三十四尺也此法因帶兩縱其多而高數甚少其高濶和比原濶所多無幾高長和比原長所多亦無幾故以高濶和與高長和相乘得一面積以除原積而得高也既得高各於和數內減之而長濶亦得矣

各體形求邊周法

設如空心正方體積一千二百一十六寸厚二寸問內外方邊



各幾何答曰內方邊八寸外方邊一尺二寸法以厚二自乘再乘得八八因之得六十四寸癸類八小與其積相減餘一千一百六歸之得一百九十二寸如丑寅己用厚二除之得九十六寸類縱橫六長方扁體積為內方邊如丑寅與外方邊如丑寅與相乘長方面積乃以厚二倍之得四寸如丑為長濶

之較用帶縱較數開平方法算之得濶八寸即內方邊得長一

二即外方邊

一法以厚二倍之得四寸為內方邊與外方邊之較自乘再乘

得六十四寸如巳與某積相減餘一千一百五十二寸為三

歸之得體積如午甲乙庚未申扁長方形以內

外方邊之較即厚除之得六寸為長方面積以

內外方邊之較四寸為長濶之較用帶縱較數開

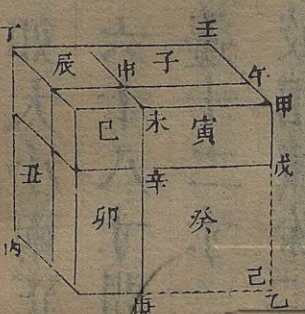
平方法算之得濶八寸即內方邊加較四得長一

二即外方邊也此法如圖以戊己庚辛空心小

正方形移置乙角之一隅則空心正方體變為

甲戌辛庚丙丁壬三面磬折體形故依開立方

次商法分之而得癸子丑三方廉寅卯辰三長廉己一小隅





體次第歸除得一長方面積而用帶縱平方法算之也

設如大小兩正方體大體比小體每邊多四寸積多二千三百

六十八寸問大小兩體邊各幾何答曰大體邊十六寸小體

邊十二寸法以邊較四寸自乘再乘得六十四寸如已與積

較相減餘二千三百四寸為三歸之得七百六十八寸為長

積如午甲乙庚以邊較四寸除之得一百九為長

方面積乃以邊較四寸為長潤之較用帶縱較數

開平方法算之得潤十二寸即小方邊加較四寸得

長十六寸即大方邊如圖試於甲乙丙丁大方體

減去戊己庚辛小方體餘壬甲戊辛庚丙丁三

面磬折體形即大正方比小正方所多之積甲

戊為磬折體之厚即大正方比小正方所多之

邊此三面磬折體形依開立方次商法分之則得癸子丑三

方廉寅卯辰三長廉巳一小隅體故次第歸除得一長方面

積用帶縱較數開平方法算之而得大小二體之邊也

設如正方青石一塊紅石一塊紅石比青石每邊多二寸體積

多五十六寸問二石之邊及重各幾何答曰青石邊二寸重

二十三兩○四分紅石邊四寸重一百六十三兩八錢四分

法用大小二立方有邊較積較求邊法算之以邊較二寸自

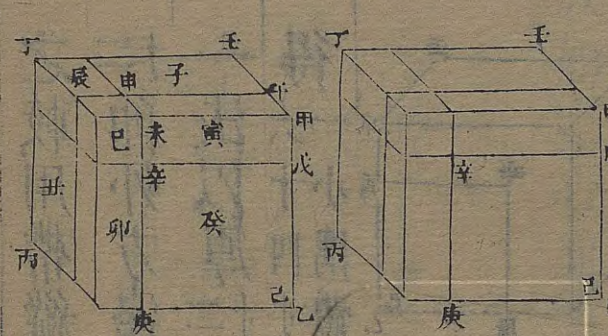
乘再乘得八寸與積較相減餘八寸三歸之得十六寸以邊較二寸

除之得八寸為長方面積以邊較二寸為縱較用帶縱較數開平

方法算之得潤二寸即青石邊加較得長四寸即紅石邊乃以一

為一率紅石寸方重二兩五錢六分為二率紅石邊四寸自乘再乘得

六十寸為三率推得四率為紅石重數又以一寸為一率青石寸





方重二兩八錢八分為二率。青石邊二寸自乘再乘得寸八為三率。推得四率即青石重數。此法因二石皆為正方體。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二石之邊。自乘再乘。即得二石之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二石之重數也。

設如有正方大中小水桶三箇。小桶每邊一尺。大桶比中桶每邊多二寸。其體積與中小兩桶之共積等。問三桶盛水重數各幾何。答曰。小桶九百三十兩。中桶一千五百七十兩。九錢九分三釐有餘。大桶二千四百九十二兩二錢三分八釐有餘。法以寸一為一率。水寸方重九錢三分為二率。小桶邊尺一自乘再乘得寸十為三率。推得四率即小桶盛水重數。又以大桶比中桶每邊多二寸為邊較。以小桶體積寸十為大桶比中桶所多之積較。用大小二立方有邊較積較求邊法算之。以邊

較二寸自乘再乘得寸八與積較相減。餘九百九十二兩二錢三分八釐有餘三歸之。得三百二十六兩六錢六分六釐以邊較除之。得一尺六寸五分三釐有餘為

長方面積。以邊較二寸為長濶較。用帶縱較數開平方方法算之。得濶一尺一寸八分九釐有餘為中桶邊數。加較二寸得一尺三寸八分九釐有餘為大桶邊數。乃以寸一為一率。水寸方重九錢三分為二率。中桶邊自乘再乘得一尺六寸八分九釐有餘為三率。推得四率即中桶盛水重數。又以大桶邊自乘再乘得二尺六寸七分九釐有餘為三率。推得四率即大桶盛水重數。此法因大桶體積與中小二桶之共積等。則小桶體積即大桶比中桶所多之積較。而大桶比中桶每邊多二寸。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二桶之邊。自乘再乘。即得二桶之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二桶水之重數也。

較二寸自乘再乘得寸八與積較相減。餘九百九十二兩二錢三分八釐有餘三歸之。得三百二十六兩六錢六分六釐以邊較除之。得一尺六寸五分三釐有餘為

長方面積。以邊較二寸為長濶較。用帶縱較數開平方方法算之。得濶一尺一寸八分九釐有餘為中桶邊數。加較二寸得一尺三寸八分九釐有餘為大桶邊數。乃以寸一為一率。水寸方重九錢三分為二率。中桶邊自乘再乘得一尺六寸八分九釐有餘為三率。推得四率即中桶盛水重數。又以大桶邊自乘再乘得二尺六寸七分九釐有餘為三率。推得四率即大桶盛水重數。此法因大桶體積與中小二桶之共積等。則小桶體積即大桶比中桶所多之積較。而大桶比中桶每邊多二寸。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二桶之邊。自乘再乘。即得二桶之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二桶水之重數也。

較二寸自乘再乘得寸八與積較相減。餘九百九十二兩二錢三分八釐有餘三歸之。得三百二十六兩六錢六分六釐以邊較除之。得一尺六寸五分三釐有餘為

長方面積。以邊較二寸為長濶較。用帶縱較數開平方方法算之。得濶一尺一寸八分九釐有餘為中桶邊數。加較二寸得一尺三寸八分九釐有餘為大桶邊數。乃以寸一為一率。水寸方重九錢三分為二率。中桶邊自乘再乘得一尺六寸八分九釐有餘為三率。推得四率即中桶盛水重數。又以大桶邊自乘再乘得二尺六寸七分九釐有餘為三率。推得四率即大桶盛水重數。此法因大桶體積與中小二桶之共積等。則小桶體積即大桶比中桶所多之積較。而大桶比中桶每邊多二寸。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二桶之邊。自乘再乘。即得二桶之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二桶水之重數也。

較二寸自乘再乘得寸八與積較相減。餘九百九十二兩二錢三分八釐有餘三歸之。得三百二十六兩六錢六分六釐以邊較除之。得一尺六寸五分三釐有餘為

長方面積。以邊較二寸為長濶較。用帶縱較數開平方方法算之。得濶一尺一寸八分九釐有餘為中桶邊數。加較二寸得一尺三寸八分九釐有餘為大桶邊數。乃以寸一為一率。水寸方重九錢三分為二率。中桶邊自乘再乘得一尺六寸八分九釐有餘為三率。推得四率即中桶盛水重數。又以大桶邊自乘再乘得二尺六寸七分九釐有餘為三率。推得四率即大桶盛水重數。此法因大桶體積與中小二桶之共積等。則小桶體積即大桶比中桶所多之積較。而大桶比中桶每邊多二寸。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二桶之邊。自乘再乘。即得二桶之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二桶水之重數也。

較二寸自乘再乘得寸八與積較相減。餘九百九十二兩二錢三分八釐有餘三歸之。得三百二十六兩六錢六分六釐以邊較除之。得一尺六寸五分三釐有餘為



設如圓球積六尺問徑幾何答曰二尺二寸五分四釐五毫○

二忽有餘法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比

例以球積○○○○為一率方積九九九九為二率今

所設之圓球積尺六為三率推得四率十一尺四百五十九寸

有餘為與圓球徑相等之正方邊之正方體積開立方即得

圓球徑

設如橢圓體積五十寸大徑比小徑多二寸問大小徑各幾何

答曰小徑三寸九分九釐二毫有餘大徑五寸九分九釐二

毫有餘法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例

以球積○○○○為一率方積九九九九為二率今所

設之橢圓體積寸五十為三率推得四率九十五寸四百九十

八百五十毫有餘為長方體積乃以大徑多小徑寸二為高與長濶之

較用帶一縱開立方算之得濶即小徑得高即大徑

設如空心圓球積二千寸厚三寸問內外徑各幾何答曰內徑

一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽有餘外徑一尺七寸四

分六釐三毫九絲七忽有餘法用球徑方邊相等球積方

積不同之定率比例以球積○○○○為一率方積九九九九

八五九為二率今所設之空心球積二千為三率推得四率

三十八分六百三十四釐有餘為空心正方體積乃用算空心

正方體法以厚寸自乘再乘得二十八因之得六寸與所

得空心正方體積相減餘三寸六分三釐有餘六歸

之得六百七十一釐有餘以厚寸除之得六十五釐九分

毫有餘為內徑與外徑相乘長方面積乃以厚寸倍之得六寸為

長濶之較用帶縱較數開平方方法算之得濶即內徑得長即



外徑 一法求得空心正方體積用前第二法算之亦得

設如有一大球體內容四小球體大球徑一尺二寸求小球徑

幾何答曰五寸三分九釐三毫 法以大球徑一尺二寸自乘得

一百四十四寸倍之得二百八十八寸為長方積以大球徑二尺四寸因之得

四十寸為長潤之較用帶縱較數開平方方法算之得潤五寸三分九釐

三毫即內容四小球之徑如圖甲乙大球體內容丙丁戊己四

寅卯小球體試自四小球中心各作線聯之成一四

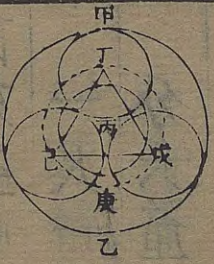
等面體又以大球心為心四小球心為界作一

虛圓成四等面體外切圓球體其四面體一邊

即小球徑以四面體外切丁庚虛球徑加一小

球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙辛壬

正方形內甲癸丁子為小球徑自乘方即四面體每邊



自乘方 丁庚辛丑為四面體外切圓球徑自乘方

癸乙庚丁子丁丑壬為四面體每邊與外切圓

球徑相乘二長方凡四面體邊自乘方為外切

圓球徑自乘方三分之一故甲癸丁子正方形為丁庚辛丑

正方形三分之一將甲乙辛壬正方形倍之則得甲癸丁子

二正方形丁庚辛丑二正方形癸乙庚丁四長方而丁庚辛丑二

正方形與甲癸丁子三正方形等是其得甲癸丁子五正方形癸乙

庚丁四長方其成寅卯辰巳一大長方其巳午長潤之較為

大球徑之四倍故四因大球徑為縱較求得潤即小球徑也

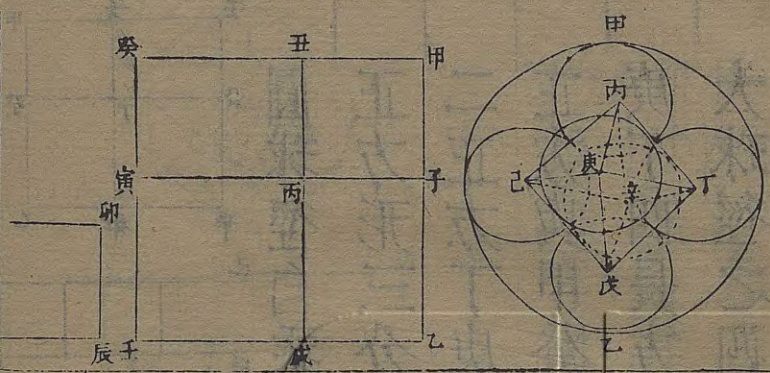
如有小球徑求大球徑則以小球徑為四面體之一邊自

乘二歸三因開平方得外切圓球徑加一小球徑即大球徑

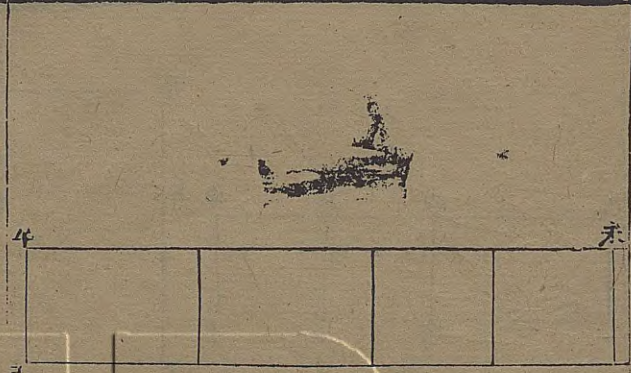
設如有一大球體內容六小球體大球徑一尺二寸求小球徑



幾何答曰四寸九分七釐 法以大球徑二尺自乘得一百  
四寸為長方積以大球徑倍之得四寸為長濶之較用帶縱較  
數開平方方法算之得濶四寸九分七釐即內容六小球之徑如圖甲



乙大球體內容丙丁戊己庚辛六小球體試自  
六小球之中心俱各作線聯之則成一八等面  
體其八面體之一邊即小球徑以八面體之對  
角線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘  
得甲乙壬癸正方形內甲子丙丑為小球徑自  
乘方即八面體邊自乘方丙戌壬寅為八面體對角線自  
乘方子乙戊丙丑寅寅癸為八面體邊與對角  
線相乘二長方凡八面體邊自乘方為對角線  
自乘方之一半故丙戌壬寅一正方與甲子丙



丑二正方等是甲乙壬癸一正方共為甲子丙  
丑三正方子乙戊丙二長方與卯辰己午長方  
積等其午未長濶之較為甲乙球徑之倍數故  
倍大球徑為縱較求得濶即小球徑也  
如有小球徑求大球徑則以小球徑為八面體  
之一邊自乘加倍開方得對角線加一小球徑  
即大球徑也

設如有一大球體內容八小球體大球徑一尺二寸求小球徑

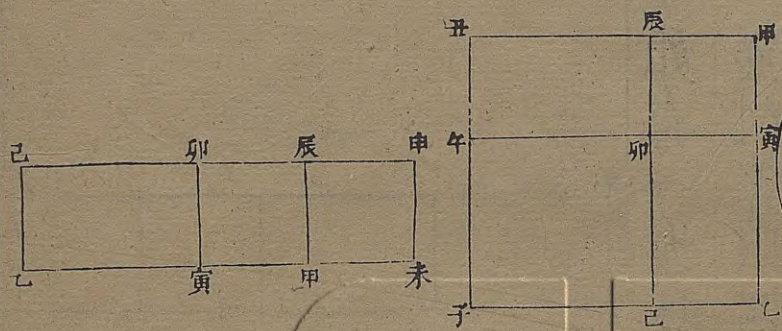
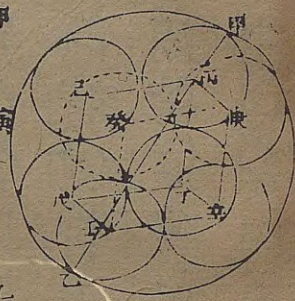
幾何答曰四寸三分九釐二毫 法以大球徑二尺自乘得

一百四十四寸折半得七十二寸為長方積以大球徑二尺為長濶之較

用帶縱較數開平方方法算之得濶四寸三分九釐二毫即內容八小球

之徑如圖甲乙大球體內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體





試自八小球之中心俱各作線聯之則成一正  
 方體其正方體之一邊即小球徑以正方體之  
 丙壬對角斜線加一小球徑即大球徑故以大  
 球徑自乘得甲乙子丑正方形內甲寅卯辰為  
 正方體邊自乘方卯巳子午為正方體對角斜  
 線自乘方寅乙巳卯辰卯午丑為正方體之每  
 邊與對角斜線相乘二長方凡正方體對角斜  
 線自乘方為邊自乘方之三倍故卯巳子午正  
 方形為甲寅卯辰正方形之三倍折半即得未  
 甲辰申甲寅卯辰二正方寅乙巳卯一長方其  
 成未乙巳申一長方甲乙球徑即長濶之較故  
 用帶縱較數開平方法算之得濶即小球徑也

如有小球徑求大球徑則以小球徑為正方體之一邊自乘  
 三因開平方得正方體對角斜線再加一小球徑即大球徑  
 設如四面體積二百〇三寸六分四厘十六分七百五十釐問每  
 邊幾何答曰一尺二寸 法用邊線相等體積不同之定率  
 比例以四面體積一一二七八五為一率正方體積一〇〇〇〇  
 為二率今所設之四面體積二十六分七百五十釐為三率  
 推得四率一尺七寸五分八釐開立方即得四面體之邊此法因四面  
 體之邊與正方體之邊相等則四面體之積與正方體之積  
 不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方  
 得線也

設如八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐問每邊幾  
 何答曰一尺二寸 法用邊線相等體積不同之定率比例



以八面體積四七一一四。為一率。正方體積一〇〇〇〇。為二率。今所設之八面體積八百十四寸五分。為三率。推得四率一尺七寸。開立方。即得八面體之邊。

設如十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。問每邊幾何。答曰一尺二寸。法用邊線相等體積不同之定率比例。以十二面體積七六六三一。為一率。正方體積一〇〇〇〇。為二率。今所設之十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。為三率。推得四率一尺七寸。開立方。即得十二面體之邊。

設如二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐。問每邊幾何。答曰一尺二寸。法用邊線相等體積不同之定率比例。以二十面體積二一八一九。為一率。正方體積一〇〇〇〇。為二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐。為三率。推得四率一尺七寸。開立方。即得二十面體之邊。

積一〇〇〇〇。為二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐。為三率。推得四率一尺七寸。開立方。即得二十面體之邊。

米求倉窖法  
設如方倉一座。其盛米八百七十八石八斗。問倉高幾何。答曰十三尺。法以石法二尺五寸乘盛米數得二千一百九十七尺。為立方積。用開立方方法商之。其二千為初商。積以初商本位計之。則二千為初商。積之單位止。與一自乘再乘之數相準。即定初商。為一。列於左。而以一自乘再乘之一千。與實相減。餘一千。為次商。廉隅其積。而以初商之一自乘得百。三因之得三百。為次商。三方廉面積。以除餘積。足三。即定次商。為三。列於左。而以初商之一相乘得三。三因之得九。為次商。三長廉

積一〇〇〇〇。為二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐。為三率。推得四率一尺七寸。開立方。即得二十面體之邊。



面積又以次商尺三自乘得尺九為次商一小隅面積合三方廉

三長廉一小隅面積共尺三百九為次商廉隅其法以次商尺三

乘之得尺一千一百除實恰盡左商之尺十三即方倉之高也此

法因米是石法所問乃倉之尺數故先將石變為尺也

設如圓倉一座盛米一百六十石高十尺問周徑各幾何答曰

徑七尺一寸三分六釐四毫九絲有餘周二十二尺四寸一

分九釐九毫四絲有餘法以石法尺二千五乘盛米數得尺四

尺為圓倉積以高尺十除之得尺四十為圓倉面積乃用圓積方

積之定率比例以圓積一〇〇〇〇為一率方積一二七三

為二率今所得之圓倉面積尺四十為三率推得四率尺五十九

十二寸九十五分八開平方得徑數再用徑求周法得周數

設如有米十石欲用蓆圍盛之先以一蓆作圍較之盛米二石

五斗問該用蓆幾何答曰二領法置米石以較圍米二石

除之得領四以平方開之得用蓆領二凡面加一倍者積必加四

倍如面二尺則積得四尺若面加一倍為四尺則積必加四

倍而為十六此以蓆作圍為面所盛米數為積故也

束法求邊周訣

方圓三稜求周數各減總一分明布十六乘方帶縱八

十二乘圓加縱六十八三稜添縱九俱用帶縱開方術

倍方不倍縱開除何愁外周不知數

設如方束積一百問外周幾何答曰三十六法以方束積百一

開平方得十四因之得十內減四隅兩邊同用之四餘即外

周數

一法以積減一餘九以十乘之得一千五百為長方積以



八為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶<sub>三十</sub>亦即  
外周按後法乃歌訣  
法下二題同

設如三稜束積六十六問外周幾何答曰三十 法以三稜束  
積<sub>六十</sub>倍之得<sub>一百二十</sub>為長方積以一為長濶之較用帶縱  
較數開平方法算之得濶<sub>十</sub>為三稜束之每邊三因之得<sub>三十</sub>  
三內減三角兩邊同用之<sub>三</sub>餘即外周數

一法以積減一餘<sub>六十</sub>以<sub>八十</sub>乘之得<sub>一千一百七十</sub>為長方積以<sub>九</sub>

為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶<sub>十三</sub>亦即外周

設如圓束積九十一問外周幾何答曰三十 法以圓束積減

去中心一餘<sub>九十</sub>六歸之得<sub>十五</sub>倍之得<sub>十三</sub>為長方積以一為長

濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶<sub>五</sub>六因之即外周

數

一法以積減一餘<sub>九十</sub>以<sub>二十</sub>乘之得<sub>一千八百</sub>為長方積以<sub>六</sub>為

長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶<sub>十三</sub>亦即外周

一面堆求邊法

設如一面直角尖堆積二十八問底幾何答曰七箇 法倍積

得<sub>五十</sub>為長方積以一為長濶之較用帶縱較數開平方法

算之得濶<sub>七</sub>即底數此法倍積為長方者如另將一直角尖

堆顛倒湊合於原形之側則成一長方形其長比濶多一蓋

原形之底與另形之尖並列一行故多一也以一為縱較開

方而得底濶矣 一面三角尖堆同

設如一面梯形堆積三十五下九問上幾何 法以下九用一

面尖堆求積法求得共積<sub>四十</sub>內減梯形積<sub>三十</sub>餘<sub>十</sub>為上

所虛小尖堆積用一面尖堆有積求邊法求得小堆底<sub>四</sub>加



一得五。即梯形堆上濶數。如有上濶求下濶。則以上濶內減一為上所虛之底。用一面尖堆求積法。求得上虛小堆積。與梯形積相加。為三角尖堆之共積。乃用有積求邊法算之。即得下濶。一面直角半堆同。

設如一面梯形堆積三十五。上濶比下濶少四。問上下濶各幾何。答曰。上濶五。下濶九。法倍積得十七。又以上下濶之較四加一得五。為層數。以除倍積得十七。為上下濶之和。加較共十八。折半得九。為下濶。內減較四。餘五。為上濶。如有積與上下濶之和求上下濶。則倍積以和數除之。得層數。內減一。即較。或有積與層數求上下濶。則於層數內減一。即得較。以層數除倍積。即得和。既有較有和。即可得上下濶矣。

堆塚求廣縱法

設如三角尖堆積一百二十。問每邊幾何。答曰。八箇。法以積六因之。得七十。為長方體積。以一為長。與濶之較以二為高。與濶之較。用帶兩縱不同較數開立方方法算之。得濶八。即每邊數。此即三角尖堆有邊求積之法。而轉用之。蓋有邊求積。則以每邊加一。與每邊相乘。又以每邊加二。再乘。得長方體積。為三角尖堆之六倍。是長比濶多一。高比濶多二。今以三角尖堆積六因之。得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方方法算之。得濶為每邊之數也。

設如四角尖堆積二百〇四。問每邊幾何。答曰。八箇。法以積三因之。得六百。為長方體積。以半為長。與濶之較以二為高。與濶之較。用帶兩縱不同較數開立方方法算之。得濶八。即每邊數。此亦即四角尖堆有邊求積之法。而轉用之。



設如長方堆積二百七十六長比濶多二問每邊幾何答曰濶八箇長十箇法以積三因之得<sup>八百二</sup>為長方體積以長濶較<sup>二</sup>折半仍添<sup>半</sup>得<sup>一箇</sup>與原較<sup>二</sup>相加得<sup>三箇</sup>為長濶較以<sup>一</sup>為高濶較用帶兩縱不同較數開立方方法算之得底濶<sup>八</sup>加較<sup>二</sup>得<sup>十</sup>為底長此即長方堆有邊求積之法而轉用之蓋長方堆有邊求積則以原長濶之較折半又加半與原長相加乃與濶相乘又以濶加一再乘得長方體積為長方堆之三倍是長比濶原較之外又多半較仍多半高比濶多<sup>一</sup>今以長方堆積三因之得長方體積故用帶兩縱不同較數開立方方法算之得濶加較得長也

設如三角半堆積一百上邊五問底邊幾何答曰八箇法以上邊<sup>五</sup>減<sup>一</sup>餘<sup>四</sup>為上所虛小尖堆之底用三角尖堆有邊

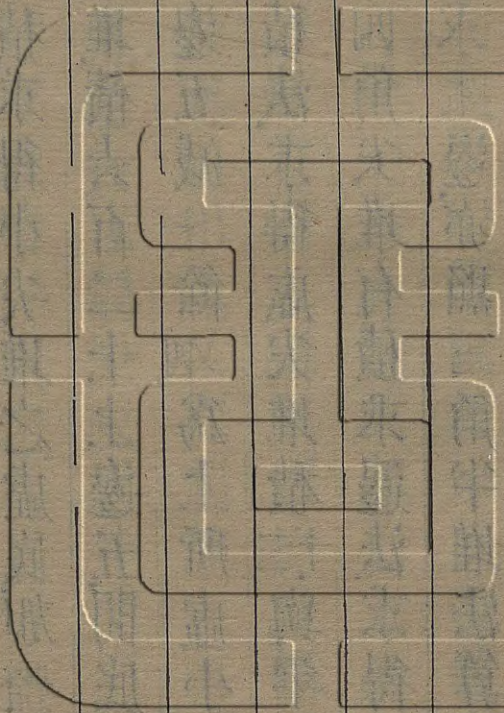
求積法求得虛尖堆積<sup>二</sup>與半堆積相加共<sup>一</sup>為全堆積用三角尖堆有積求邊法求得每邊<sup>八</sup>即底邊數如有底邊求上邊則以底邊求得全堆積與半堆積相減餘為上所虛小尖堆積求得小尖堆之虛底加<sup>一</sup>即上邊也

設如四角半堆積六百二十上邊五問底邊幾何答曰十二箇法以上邊<sup>五</sup>減<sup>一</sup>餘<sup>四</sup>為上所虛小尖堆之底用四角尖堆有邊求積法求得虛尖堆積<sup>三</sup>與半堆積相加共<sup>六</sup>為全堆積用四角尖堆有積求邊法求得每邊<sup>十二</sup>即底邊數如有底邊求上邊亦照三角半堆法算之

設如長方半堆積四百十上長八濶六問底長濶各幾何答曰長十二濶十法以上長濶各減<sup>一</sup>得長<sup>七</sup>濶<sup>五</sup>為上所虛小長尖堆之底用長方堆有邊求積法求得虛長尖堆積<sup>八</sup>



五與半堆積相加得四百九十五為全堆積用長方尖堆有積求邊法求得濶十長二十即底邊數如有底邊長濶求上邊長濶亦照三角半堆法算之



九數通考卷五終

九數通考卷六

虞山屈曾發省園氏輯

商功章第五

商度也商量用力之法也此章以堅壤之率求穿地之實以廣濶高深求城堤河渠之積以用力之難易求人工之多寡以奔走之遲速求程途之遠近

穿地求堅壤訣

堅實土也壤鬆土也

穿地四尺為壤五

為堅三尺四歸明

壤求穿四求堅三

因之皆用五歸成

堅四因穿五因壤

三歸其積數皆真

每穿地四尺為壤五尺為堅三尺故穿地求壤用

五求堅用

三皆歸之壤地求穿用

四求堅用

四皆歸之

五皆歸之

四皆歸之

設如穿地一萬尺問為壤土堅土各幾何答曰壤土一萬二千

五百尺堅土七千五百尺

法置穿地積

一萬尺以五因四歸



之得壤土積另以三因四歸之得堅土積

挑土計方訣每方長闊各一丈高一尺

東西併折半 南北亦如斯 互乘為實位 深數再乘之

設如田內開土挑泥填基東六丈五尺西七丈五尺南八丈北九丈深二尺問取泥該方數幾何答曰一百一十九方 法

併東西十四丈折半得七丈另併南北十七丈折半得八丈五尺相乘得五十九丈又以深二尺乘之即得方數

商功訣

城池開築問工程 兩廣併來折半平 高深乘之長又續

每日工程為法行

設如開河長七千五百五十尺上廣五十四尺下廣四十尺深一十二尺每日用人夫一十二名開積六百尺問該用夫幾

何答曰八萬五千一百六十四工 法併上下廣折半得四十七尺以深十二尺乘之得五百六十四尺又以長乘之得四千二百二十五萬

為實置日開積六百尺以夫十二名除之得每工開積五十二尺為法除實得該用夫數

設如前河每人日開五十尺今用人夫八百名問需日幾何答

曰一百〇六日不盡一萬八千二百尺 法置河積四萬二千二百尺法置河積四百二十五萬為實另置人夫八百名以日開五十尺乘之得四萬為法

除實得六日不盡餘積不敷一日之工也

設如河口上寬十尺下寬六尺深五尺問每日流水幾何答曰五千七百六十四萬尺 法以小木板一塊置水面用驗時儀

墜子候之看六十杪內木板流遠幾丈如流遠十丈即以十丈化為一百尺乃以河上寬十尺與下寬六尺相加折半得八尺與河



深<sup>五尺</sup>相乘得<sup>四十尺</sup>又與木板流遠<sup>一百尺</sup>相乘得<sup>四千</sup>即六十  
杪內所流之數又以六十杪收作<sup>一分</sup>為一率水流<sup>四千尺</sup>為二  
率以每日十二時化為<sup>一千四百</sup>為三率每時八刻每刻十  
四分推得四率即一日內所流水數此法先用木板以驗  
水流緩急水急則木隨水流亦急水緩則木隨水流亦緩看  
木之緩急即知水流之多少故先求得河口面積再以遠乘  
之即得水流積數也

築堤訣

築堤之法最蹊蹺 東高倍之加西高 上下廣併乘折半  
西高另倍加東高 上下廣併仍乘折 兩數將來併相交  
却用原長乘為實 五歸其實積無饒

設如築堤一所東頭上廣八尺下廣一十四尺高九尺西頭上  
廣二十尺下廣二十二尺高二十一尺東至西長九十六尺  
問積幾何答曰二萬八千八百尺 法倍東高得<sup>十八尺</sup>加西  
高共<sup>三十九尺</sup>却併東上下廣<sup>二十尺</sup>乘之折半得<sup>四百九十二尺</sup>又倍西  
高得<sup>四十二尺</sup>加東高共<sup>五十一尺</sup>却併西上下廣<sup>四十二尺</sup>乘之折半得  
<sup>一千零七十一尺</sup>二數相併共<sup>一千五百尺</sup>再以長<sup>九十六尺</sup>乘之得<sup>十四萬  
一千零七十一尺</sup>以五歸之即得

築臺訣

築臺丈尺要推詳 上長倍之加下長 上廣乘之別列位  
另倍下長加上長 仍以下廣乘見數 二數共併積相當  
原高乘併積為實 六歸其實積如常

設如築長臺一所上廣八尺長二丈下廣一丈八尺長三丈高  
一丈八尺問積幾何答曰六千尺 法倍上長加下長共<sup>七</sup>



尺以上廣乘之得五百六十尺另倍下長加上長共八十尺以下廣乘之得四千四百尺兩數相併共二千尺再以高十八尺乘之得三萬六千尺以六歸之即得

若方臺求積圓臺求積用方田章方窖圓窖盤糧粟米法

設如立錐高三十二尺下方二十四尺問積幾何答曰六千一

百四十四尺法以下方自乘得五百七十六尺再以高乘之得一萬八千四百三十二尺以三歸之即得

若圓錐求積用方田章平地尖堆算米法

築牆截高問今上廣九尺下廣三尺高一十二尺今已築高九尺積減下廣上廣存

若方錐改方臺圓錐改圓臺法並同

上下原廣數相減餘用今高數相乘原高為法除為積

積減下廣上廣存

設如原築牆上廣一尺下廣三尺高一十二尺今已築高九尺

問上廣幾何答曰一尺五寸法以原上下廣相減餘二尺以

今築高九尺乘之得十八尺以原高十二尺除之得一尺五寸却於下廣

內減去此數餘得今上廣數一法以原上下廣相減餘二尺

以原高今高相減餘三尺相乘得六尺以原高十二尺除之得五寸加

原上廣一尺共一尺五寸亦得

設如原築牆上廣一尺下廣三尺高一十二尺今欲築高一丈

五尺問上廣幾何答曰五寸法以原上下廣相減餘二尺以

原高今高相減餘三尺相乘得六尺以原高十二尺除之得五寸以減

原上廣一尺餘五寸為今上廣

築牆截下廣問今高訣

原今下廣數相減餘以原高乘為實原下廣減原上廣

餘為法除高數是



設如原築牆上廣一尺下廣四尺高一十二尺今只築下廣二尺一寸問今高幾何答曰七尺六寸 法以原下廣今下廣

相減餘九寸以原高十二尺乘之得二十二尺八寸以原上下廣相減

餘三除之即得

設如原築牆上廣二尺下廣六尺高二丈今已築上廣三尺六

寸問今高幾何答曰一丈二尺 法以原下廣今上廣相減

餘二尺以原高二十尺乘之得四十八尺以原上下廣相減餘四除

之即得

築方錐改方臺問截高訣 圓錐改方臺同

今上方與原高乘 便為實積數分明 原下方數宜為法

法除實兮截高成

設如原築方錐下方二十四尺高三十二尺今改築方臺只用

上方六尺問截去高幾何答曰八尺 法以今上方乘原高

得一百九十二尺為實以原下方二十四尺為法除之即得

築方臺改方錐問接高訣 圓臺改方錐同

上方與高乘為實 下方內減上方積 餘積為法以除之

便見接高今丈尺

設如原方臺上方六尺下方二十四尺高二十四尺今改作方

錐問接高幾何答曰八尺 法以上方乘原高得一百四十四尺為

實以上下方相減餘十八尺為法除之即得

行道遲速

設如兩人行路快者日行九十五里慢者日行七十五里今令

慢者先行八日問快者幾日趕至行路程幾何答曰三十日

趕至計程二千八百五十里 法以八日乘慢行者日行七十五里



得六百以慢行快行相減每日餘二十除之得三十又以日  
 行九十乘之得路程數此法因慢者先行八日以日行七十  
 五里計之則已多行六百里今快者日行九十五里則比徐  
 行者每日多行二十里多二十里為一日追行之數則多六  
 百里為三十日追行之數可知矣既知日數而里數亦可乘  
 而得矣

設如快行者日行八十里慢行者日行四十八里今令慢者先  
 行二百四十里快者纔發步隨之間幾里可及答曰六百里  
 法以快者日行八十乘先行二百四十得一萬九千為實以  
 快行慢行相減餘三十二為法除之即得一法置先行  
 里以快行慢行相減餘三十二除之得七再以快者日行八十  
 乘之亦得此即前題算法首條是先乘後除次條是先除後乘

設如二人自鄉上城一人步行一人騎行使步行者先行二十  
 七里騎行者追至一百五十四里尚不及二十三里問追及  
 之里數再有幾何答曰二百五十三里法置不及二十以  
 追至一百五十四乘之得三千五百為實以先行七不及三十  
 相減餘十四為法除之即得此法因步行者已先行三十七  
 里今騎馬者追之止不及二十三里是已追過十四里也追  
 過十四里必須一百五十四里今尚不及二十三里又必須  
 二百五十三里方能追及也此用異乘同除法

設如一人行路步行則三十日到騎行則二十日到今行  
 二十六日到問步行騎行日數各幾何答曰步行十八日騎  
 行八日法以今行六十與騎行二十相減餘四十以乘步行  
 日三十得一百八十以二十日相減餘十除之即步行日數如以



今行<sup>二十</sup>與步行<sup>三十</sup>相減餘<sup>四</sup>以乘騎行<sup>二十</sup>得<sup>八十</sup>以

三十日相減餘<sup>十</sup>除之即騎行日數此法因步行比騎行遲

十日騎行比步行早十日夫步行比騎行遲十日而步行為

三十日今步行比騎行遲六日則步行為十八日可知矣騎

行比步行早十日而騎行為二十日今騎行比步行早四日

則騎行為八日可知矣

商功分合比例

設如三人治田一人日芸七畝一人日耕三畝一人日種五畝

今令一人自耕自種自芸問一日治田幾何答曰一畝四分

七釐有餘法以<sup>七畝五</sup>連乘得<sup>一百</sup>為治田總差數以

每日芸<sup>七畝</sup>除之得<sup>十五</sup>為芸田差數以每日耕<sup>三畝</sup>除之得<sup>十</sup>

五為耕田差數以每日種<sup>五畝</sup>除之得<sup>二十</sup>為種田差數三數

相併得<sup>七十</sup>為一率<sup>一百</sup>為二率<sup>一百</sup>為三率推得四率<sup>一</sup>

<sup>四分七</sup>釐有餘即每日自耕自種自芸之數也此法因一日芸七畝

則一百○五畝須芸十五日一日耕三畝則一百○五畝須

耕三十五日一日種五畝則一百○五畝須種二十一日併

之得七十一日是一人自耕自種自芸治田一百○五畝即

知一日治田一畝四分七釐有餘也

設如三女各納錦一方長女五日畢次女七日畢小女九日畢

今令三女共納一方問幾日畢答曰二日<sup>一百四</sup>日之<sup>二十</sup>

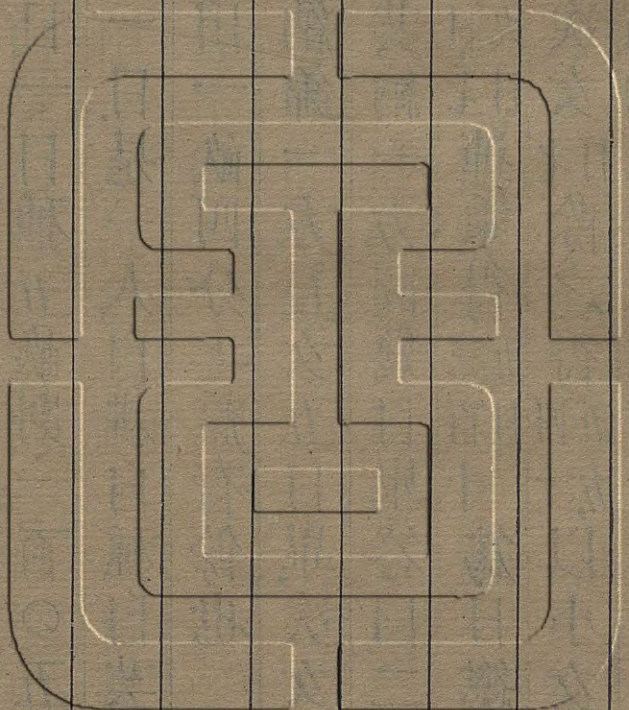
法以<sup>五日七</sup>連乘得<sup>三百十</sup>為日總差數以長女<sup>五日</sup>除之

得<sup>六十</sup>以次女<sup>七日</sup>除之得<sup>四十</sup>以小女<sup>九日</sup>除之得<sup>三十</sup>三數

相併得<sup>一百四</sup>為一率<sup>三百十</sup>為二率<sup>方</sup>為三率推得四率

二日不盡以法命之即三女共納一方之日數也





九數通考卷六終

九數通考卷七

虞山屈曾發省園氏輯

均輸章第六

均平也輸送也此章以田地之多寡人戶之上  
下求賦稅以道里之遠近負載之輕重求脚費  
以物價之參差求均停  
以人物之隱互求顯現

均輸訣

均輸只要一般般

不許虧民及損官

勞費程途知遠近

分毫依法要詳端

行道駕船皆一體

負挑車載重輕看

設如官派糧八百四十石令四縣照田地多寡納之甲縣田五

十六頃乙縣田四十四頃丙縣田三十二頃丁縣田二十八

頃問各該納幾何答田甲二百九十四石乙二百三十一石

丙一百六十八石丁一百四十七石法以總糧為實併四

縣田數為法除之得每頃該納五石二斗五升即以此為法以乘各



縣田數即得各縣該納數

設如有糧三千六百石每石分三則例令三處倉依則交納東倉二斗三升四合西倉三斗四升五合南倉四斗二升一合問各該納米幾何答曰東倉八百四十二石四斗西倉一千二百四十二石南倉一千五百一十五石六斗法以總糧

為實以各倉則例數為法乘之得各倉該納數設如五縣輸粟二萬石照人戶多寡道里遠近價值上下而均輸之每車載二十五石行道一里給僦里鈔一錢甲縣二萬○五百二十戶粟石價二兩乙縣一萬二千三百一十二戶粟石價一兩遠輸所二百里丙縣七千一百八十二戶粟石價一兩二錢遠輸所一百五十里丁縣一萬三千三百三十戶粟石價一兩七錢遠輸所二百五十里戊縣五千一百

三十戶粟石價一兩三錢遠輸所一百五十里問各該輸幾

何答曰甲七千一百四十二石三斗五升九合九勺乙四千

七百六十一石五斗七升三合三勺丙二千七百七十七石

五斗八升四合四勺丁三千四百三十八石九斗一升四合

戊一千八百七十九石五斗六升八合四勺法以甲縣戶

數為實以粟價二兩除之得一千○二乙縣行道二里以每車

載<sup>二十</sup>石除之得每石僦里鈔<sup>八</sup>錢併粟價<sup>一</sup>兩得<sup>一</sup>兩除乙縣戶

數得<sup>六百八</sup>丙縣行道<sup>一</sup>里以<sup>二</sup>除之得<sup>六</sup>錢併粟價共<sup>一</sup>兩

八錢除丙縣戶數得<sup>三百九</sup>丁縣行道<sup>二</sup>里以<sup>二</sup>除之得<sup>一</sup>兩

併粟價共<sup>七</sup>錢除丁縣戶數得<sup>四百九</sup>戊縣行道<sup>一</sup>里以

二除之得<sup>六</sup>錢併粟價共<sup>一</sup>兩除戊縣戶數得<sup>二百七</sup>併五縣

差共<sup>二千八百</sup>為法另以賦粟<sup>二</sup>萬乘五縣各差為實以法



除之即得此法因人戶以定粟數故粟可均然粟之價既有貴賤而道里又有遠近故取粟價以除人戶正所以均其貴賤而取僦里鈔併入粟價以除人戶又所以均其遠近也

設如有銀三十七兩八錢糴米麥豆三色各要均平每石米價八錢麥價六錢豆價四錢問各該幾何答曰各二十一石

法以總銀為實併三色價共一兩八錢為法除之即得不拘四五色俱做此

設如有綾每疋價四兩一錢絹每疋價二兩一錢今欲將綾換絹問多少價值可均答曰綾二疋一絹四疋一

法以綾絹價相乘得八兩六錢一分為實以絹疋價除之得絹數以綾疋價除之得綾數其疋下有零者照疋長幾何加之是也

設如有麻每石價九錢米每石價八錢豆每石價七錢今三主

只以價均扣算問三色各該幾何答曰麻五斗六升米六斗

三升豆七斗二升各合價五錢○四釐法以麻豆價相乘得米六斗三升以米豆價相乘得麻五斗六升以麻米價相乘得豆七斗二升各以價乘之俱得五錢四釐凡得數多者為賤物得數少者為貴物可辨之

設如甲乙二人往縣應役甲該十二日一往乙該十五日一往

問二人幾日同會答曰六十一日會法以十二日相乘得一百一十二日為實却以十五日相減餘三為法除之即得

設如甲乙丙三人值班甲三日一次乙四日一次丙五日一次

問三人何日同班答曰六十一日法以三日四日五日連乘即得此法因六十為三四五皆可度盡之數故即為三人同班之日

設如原雇車一輛議行道一千里載重一千二百斤給銀七兩



五錢今重一千五百斤行道一千三百里問該銀幾何答曰

十二兩一錢八分七釐五毫法以今重一千五百斤乘今行一千

三百得一百九十五萬以原給銀七兩五錢乘之得一千四百六十為實

以原重一千二百斤乘原行一千得一百一十萬為法除之即得

設如有貨重一千六百斤先付車戶銀六兩照前議行道一千

里載重一千二百斤價七兩五錢問今該行道幾何答曰六

百里法以今付銀六兩乘原行道一千得六千又以原重一千

二百乘之得七百二十萬為實以今重一千六百斤乘原價七兩得一

千為法除之即得

設如有道一千七百里車戶已支過銀七兩六錢五分照前議

行道一千載重一千二百斤價七兩五錢問今該載重幾

何答曰七百二十斤法以今支銀七兩六錢五分乘原行道一千

得七千六百又以原重一千二百斤乘之得九百八十為實以今道

一千七乘原價七兩得一萬二千七為法除之即得

設如空車一日行三十里重車一日行二十里今載米至倉往

返足一日問距倉路遠幾何答曰十二里法以三十里相

乘得六百為實以重車行二十互乘空車一日得二十以空車

行三十互乘重車一日得三十併之得五十為法除之即得此

法因空車一日行三十里則二十日行六百里重車一日行

二十里則三十日行六百里一往一返共五十日是知五十

日往返六百里則今日往返十二里也

設如重車一日行五十里空車一日行七十五里今載米至倉

五日往返三次問距倉路遠幾何答曰五十里法以五十

里十五相乘得三千七百以五乘之得一萬八千七為實又以

均輸



空車行五十里乘重車日得七十以重車行五十乘空車日得

五十併之得一百五十為法除之得十里再以往返三次除

之即得此法與前法同前法一日往返一次故所得即距倉

里數此法五日往返三次故用五日乘之所得數為往返三

次之里數故以三次除之而得距倉里數也

設如有人負米一石一斗二升行三十步日五十返今負米一

石二斗行四十步問日幾返答曰三十五返法以原負米

乘三十得三百三十又以五十乘之得一萬六千八百為實另以今負

米乘四十得四百為法除之即得

設如十八人騎馬七匹行道二千七百里言定十里輪騎問人

步行騎行各幾何答曰步行一千六百五十里騎行一千〇

五十里法以十八除行道二千七得一百五以馬七乘之

得騎行數以減共里數餘即步行數

設如有錢一文日增一倍至三十日問該幾何答曰十億〇七

千三百七十四萬一千八百二十四文法置錢一十度八

因即得一度八因乃三日倍數或以五度六十乘亦得一度六十

四乘乃六日倍數五度或以三度三十乘得數自乘亦得三

六十四乘乃三日倍數或以三度三十乘得數自乘亦得三

設如齋僧不知人數初日每五人用米八升次日每九人用米

七升凡二日共用米三十二石一斗問僧併兩日各用米幾

何答曰一千三百五十人初日米二十一石六斗次日米一

十石五斗法以九人相乘得四人以乘共米得一千四百

五為實以九互乘八得七十二以五互乘七得三十五併之得一百

七為法除之得僧數却以僧數八因五歸得初日米數七因



九歸得次日米數

設如池內有三足團魚六眼烏龜共得一百〇二眼九十三足

問二物各幾何答曰團魚十五箇烏龜十二箇法以三互

乘<sup>六</sup>得<sup>十</sup>以<sup>二</sup>互乘<sup>四</sup>得<sup>八</sup>相減餘<sup>十</sup>為法又以<sup>六</sup>互乘<sup>九</sup>

三<sup>得</sup>五<sup>百</sup>五<sup>以</sup>四<sup>互乘</sup>二<sup>得</sup>四<sup>百</sup>相減餘<sup>一</sup>百<sup>為</sup>實以

法除之得團魚<sup>十</sup>以<sup>三</sup>因之得<sup>四</sup>十<sup>以</sup>減共足餘<sup>四</sup>十<sup>以</sup>龜

四<sup>除</sup>之得龜<sup>二</sup>十

九數通考卷七終

九數通考卷八

虞山屈曾發省園氏輯

盈朒章第七

盈朒說

盈有餘也朒不足也借有餘不足以求隱雜之數也蓋隱雜者

不見之數有盈朒則有可見矣故即此而求之亦為因較而得

正數之法此固比例法也但比例以實數求實數而盈朒則以

虛數求實數然虛數皆與實數相較而生盈朒之差則虛數亦

實數也其間有一盈一朒者則以兩數相加為相較之率有兩

盈或兩朒者則以兩數相減為相較之率有一盈一適足或一

朒一適足者則無可加減而或盈或朒之數即其較也法不一

致惟在相較以得其差理本一原惟在互比以得其實錯綜變



幻其用不窮所謂以實御虛和較互見者庶幾盡於此矣

一盈一朒訣

算家欲知盈不足 兩家互乘併為物 併盈不足為人實

分率相減餘為法 法除物實為物價 法除人實人數目

一法併盈朒為人實以分率相減餘為法除實得人數却以分

率乘人數得若干若買物則減盈增朒即得物價若分物則增

盈減朒即得物數也

設如有人分銀不知人數亦不知銀數只云每人分七兩則盈

四兩每人分九兩則朒十二兩問人數銀數各幾何答曰八

人銀六十兩 法以七兩互乘朒十二兩得八十四兩以九兩互乘

六兩併之得一百一十二兩為銀實併盈朒得十六兩為人實以分率

七兩相減餘二兩為法以除銀實得銀數以除人實得人數此

法以九兩互乘盈四兩者將盈數加九倍而為盈三十六兩

也既以盈數加九倍則總銀與所分七兩亦皆當加九倍而

所分為六十三兩是則九倍之總銀每人分六十三兩而盈

三十六兩也以七兩互乘朒十二兩者將朒數加七倍而為

朒八十四兩也既以朒數加七倍則總銀與所分九兩亦皆

當加七倍而所分為六十三兩是則七倍之總銀每人分六

十三兩而朒八十四兩也夫兩分數皆六十三兩則每人之

分數既同其加倍之總銀數亦必相同然九倍銀數則盈七

倍銀數則朒因九倍比七倍多二倍是盈朒相加之一百二

十兩即此二倍之銀數也知二倍為一百二十兩即知一倍

為六十兩矣故以二除之即得銀數也既得銀數則於六十

兩內減盈四兩餘五十六兩即為分七兩者之共數而以七



兩除之得八人或於六十兩加膈十二兩得七十二兩即為分九兩者之共數而以九兩除之亦得八人此先求銀數之法也此用歌訣前法

一法併盈膈得十六兩為人實以分率相減餘二為法除之得

八既得人數以七兩乘之得五十六兩加盈四兩得六十兩或以九兩乘之

得七十二兩減膈十二兩亦得六十兩此法併盈膈為人實以二除之

得人數者以前分七兩後分九兩是每人多分二兩也夫一

人多分二兩而盈膈共差十六兩則二兩為一人之所多而十

六兩為八人之所多可知矣既得人數以每人七兩計之該

銀五十六兩因尚餘四兩故加盈得六十兩為銀數也若以

每人九兩計之該銀七十二兩因內少十二兩故減膈亦得

六十兩也此先求人數之法也此用後法

設如衆人出銀買物不知人數亦不知物價只云每人出銀四

兩膈四兩每人出銀六兩盈六兩問人數物價各幾何答曰

五人物價二十四兩法以六兩互乘膈四兩為加六倍得膈十二

兩以四兩互乘盈六兩為加四倍得盈二十四兩併之得四十八兩為物價

實併盈膈得十兩為人實以出率四兩相減餘二兩為法以除物

價實得物價二十兩以除人實得五人一法併盈膈十兩為人實

以出率相減餘二兩為法除之得五人既得人數以四兩乘之得二十

兩加膈四兩得物價二十四兩或以六兩乘之得三十兩減盈六兩亦得二十

兩

設如衆人乘船渡河每船載十三人則餘十二人每船載十八

人則餘一船問共人數船數各幾何答曰船六人九十法

以餘十二人為盈數餘一船為膈十八人乃以每船載十三人相



減餘五為法以盈十二人相加得三十為船實以法五除之

得六為船數既得船數則以每船載十三乘之得七十加盈

十二得九十為共人數或以每船載十八乘之得一百減胸

十八亦得九十蓋每一船多載五人而盈胸相差為三十人

故五人與一船之比同於三十人與六船之比也既得船數

其人數即可乘之加減而得矣 又先得人數法亦可照前

算之茲不再設

兩盈兩胸訣

兩盈出率互相乘 多減少剩是物情 兩盈相減餘人實

出率相減餘法名 法除物情為物價 法除人實人數稱

若問算中兩不足 與盈法例一般行

設如有人分果不知人數亦不知果數只云每人十二枚盈十

二枚每人十三枚盈六枚問人數果數各幾何答曰六人果

八十四枚入法以十二互乘盈六為加十二倍得盈七十以

十三互乘盈十二為加十三倍得盈一百五兩數相減餘八十

四枚為果實以兩盈十二枚相減餘六枚為人實以分率十二枚

相減餘一為法除果實仍得果八枚除人實仍得六人一法

以兩盈相減餘六枚為人實以分率相減餘一為法除之仍得

六既得人數以十二乘之得七十枚加盈十二枚得果八十枚若以十三

乘之得八十枚加盈六枚亦得八十四枚

設如有緞一疋欲作新帳一架先摺作六幅每幅比舊帳長一

尺二寸後摺作七幅每幅比舊帳長二寸問緞長與舊帳之

長各幾何答曰舊帳長五尺八寸緞長四十二尺 法以六

因一尺為盈七尺以七因二為盈四尺相減餘五尺為舊帳



實以出率六幅相減餘一為法除之仍得舊帳長五尺既得  
 舊帳之長加盈二尺共得七尺以六幅因之得緞長四十二尺或將舊  
 帳之長加盈二尺共得六尺以七幅因之亦得四十二尺此法七幅比六  
 幅多一幅而兩盈相差五尺八寸且兩盈之數皆比舊帳為  
 盈則五尺八寸即舊帳之長可知矣既得舊帳之數以求緞  
 數則先加盈而總乘之與各乘其數而後加之一也此亦用  
 後法

一盈一適足一胸七適足訣

盈與適足數相乘 乘數將來為物情 盈數自稱為人實  
 二位各列要分明 出率相減餘為法 法除物實物價真  
 法除人實為人數 不足適足一般行

設如眾人買物不知人數亦不知物價只云每人出銀二兩五

錢盈六兩每人出銀二兩三錢適足問人數及物價各幾何

答曰三十人物價六十九兩 法以盈六兩乘適足二兩得十三

錢兩八為物價實另以盈六兩為人實又以出率二兩相減

餘二錢為法除物價實得物價九兩除人實得三十一法以

盈六兩為人實以出率相減餘二錢為法除之得三十却以適足

三十兩乘之得物價此法因出率相減每人只多銀二錢夫二

錢為一人之所多則盈與適足共多六兩必為三十人之所

多矣既得人數則以適足之數乘之即得物價矣

設如米換布不知米數亦不知布價只云換布七疋多四斗換

布九疋適足問米數布價各幾何答曰米一石八斗布疋價

米二斗 法以盈四斗為米實以換七疋相減餘二為法除之

得每疋價米二斗却以適足數九乘之得共米一石八斗此用  
 後法



通分一盈一臆訣

取錢買物求盈臆 分子互將分母乘 乘訖將來通物價

分列如同盈臆情 左右互乘得數併 乘子除之錢實名

盈臆併之為物價 減餘出率法除明

設如有銀不知數欲買田取銀三分之二買之盈三兩取銀五

分之三買之臆一兩問總銀田價各幾何答曰總銀六十兩

田價三十七兩 法以分子 互乘分母 得 以通臆

得臆 以分子 互乘分母 得 以通盈 得盈

如盈臆法列位 先以 互乘盈 得

次以 互乘臆 得 併之得 以分

子 相乘得 除之得 為銀實又併盈 臆 共

七兩 為價實却以出率 相減餘 為法除之各如故

通分兩盈兩臆訣

取錢買物兩皆盈 分子互乘分母訖 物價通之左右排

對減盈錢為物實 左右互乘少減多 乘子除餘為錢實

出率減餘為法行 法實相除盡可識

設如有銀不知數欲買鹿取銀六分之四買之盈二兩取銀四

分之三買之盈三兩五錢問總銀鹿價各幾何答曰銀一十

八兩鹿價一十兩 法以分子 互乘分母 得 以通

盈 錢得盈 以分子 互乘分母 得 以通盈

得盈 列位 盈 先以 互乘 得

六次以 互乘 得 相減餘 乃以分子

相乘得 除之得 為銀實另以兩盈 相減餘

為鹿價實又以出率 相減餘 為法除銀實得銀數除



價實得鹿價

設如官派銀不知數依例令上等八戶下等五戶納之膈五兩  
 又令上等六戶下等八戶納之膈三兩只云下戶例如上戶  
 例十分之八問派銀數及各戶則例幾何答曰共派銀六十  
 五兩上戶例五兩下戶例四兩法以十因上等八戶得八以  
 八因下等五戶得四併之得十二以十因上等八戶得八以  
 因下等五戶得四併之得十二列位一百二十四戶膈  
 五兩先以十戶百二十五乘膈得十二兩六次以一百二十四戶  
 五兩得六兩二相減餘二兩六為銀實另以兩膈相減餘二兩為  
 則例實又以戶數相減餘四戶為法除銀實得派銀數除則例  
 實得錢五以十因之得上戶例以八因之得下戶例  
 通分盈適足膈適足訣

取錢買物盈適足

子互乘母自相通

却以盈錢為物實

減率留餘作法宗

取錢適足乘盈數

乘子除為錢實官

前法除之錢可見

膈與適足術相同

設如錢不知數欲買木一根取錢二分之一買之盈四文取錢  
 七分之三買之適足問共錢木價各幾何答曰共錢五十六  
 文木價二十四文法以分子一互乘分母七得七以分子  
 三互乘分母二得六以通盈四得四列位七六盈二十四  
 先以盈四文為木價實次以適足七乘盈錢四得十八  
 却以分子三相乘得三除之得六文為錢實又以出率相減  
 餘一為法除各實俱如故

設如芝蔴不知數只云取蔴八分之三易銀十兩膈二石取蔴  
 三分之一易銀八兩適足問蔴數及每兩該蔴幾何答曰共



麻四十八石每銀一兩該麻二石 法以分子三互乘分母

三得九以通八兩得七十以分子一互乘分母八得八以通十

得八十再以八通石得十六列位八十兩胸十六石先以

七十互乘石得一千一百却以分子三相乘得三除之得

三百八為麻實另以胸十六為銀該麻之實又以出率相減

餘八為法除麻實得麻數除銀該麻實得每兩該麻數

雙套一盈一胸法

盈胸之法皆以每人幾何而盈幾何每人幾何而胸幾何為問

其首數皆為一故以一人之較與共較為比例而得人數即欲

先求共數不過用一互乘以齊其分而已故為單法若雙套則

以幾人幾何而盈幾何幾人幾何而胸幾何為問其首數已不

同故必先用一互乘以齊之而後可以為比若欲先求共數則

用兩互乘是以謂之雙套至於比例相求之理則仍與單法同

也

設如眾人共出銀買物不知人數亦不知物價只云每八人出

銀七兩盈四兩五錢每九人出銀六兩胸三兩問人數及物

價各幾何答曰三十六人物價二十七兩 法以八互乘六

得四十八以九互乘七得六十三相減餘十五為法以八人相乘

得七十併盈胸共七乘之得五百為人實以法十五除之得

三十人既得人數乃以原出銀七乘之八歸之得三十一減盈

四兩得物價七或以原出銀六乘之九歸之得二十增胸

三亦得二十此法用互乘以齊其數一則變為七十二人出

銀六十三兩雖為加九倍其比例仍同於八人出七兩也一

則變為七十二人出銀四十八兩雖為加八倍其比例仍同



於九人出六兩也其相差十五兩即同於單法之出率相減  
餘數為法之理夫十五兩為七十二人之所差則盈朒相併  
之七兩五錢即知為三十六人之所差矣既知人數之後仍  
用原出銀數原人數乘除之減盈增朒而得銀數者蓋單法  
出銀之數為一人之所出故以共人數與所出之數相乘減  
盈增朒即得總銀今則所出銀數為八人或九人之所出故  
以共人數與所出數相乘必再以原幾人除之減盈增朒始  
得物價蓋每幾人與所出幾何之比即同於總人與總銀之  
比也

一法以八互乘六兩得四十又八兩互乘盈四兩為加四十  
八倍得盈二百十以九互乘七兩得六十三又以六兩互乘朒三  
為加六十三倍得朒一百八十九兩相加得四百五兩另以四十八倍  
十九兩相加得四百五兩

相減餘五為法除之得七十為物價既得銀數乃於七十上

加盈四兩共三十一以原八兩乘之以原出銀七兩除之得三十

為人數或於七十內減朒三兩餘四兩以原九兩乘之以原出銀

六兩除之亦得三十此法用互乘以齊人數銀數而成比例故

八人與九人互乘皆為七十二人所以齊其人數也六十三

兩與四十八兩互乘皆為出三千〇七十四兩所以齊其所

出銀數也夫人數與所出銀數俱同方可設為比例今則盈

朒相差為四百〇五兩其四十八倍與六十三倍相差為十

五倍夫十五倍之差為四百〇五兩則一倍為二十七兩明

矣既得銀數則以原出銀數與原人數之比即同於加盈減

朒之總銀數與總人數之比也

雙套兩盈兩朒法

雙套一盈一朒 雙套兩盈兩朒



設如衆人輪班值日。不知人數。亦不知日數。只云每四人值五日。盈二十日。每八人值九日。盈八日。問人數日數各幾何。答曰。九十六人。一百日。法以四互乘。日九得三十。以八互乘。日五得四十。相減。餘日為法。以八人相乘。得二十人。以兩盈數相減。餘日十二。乘之得三百八。為八人實。以法四除之。得六人。既得人數。則以原值五乘之。原八除之。得一十二。減盈日二十。得一。或以原值九乘之。原八除之。得一十二。減盈日亦餘一。此法用互乘以齊其分。一則變為三十二人。值四十日。一則變為三十二人。值三十六日。其相差為四日。知四日為三十二人之所差。則兩盈相減之十二日。即知為九十六人之所差矣。既得人數。則以每幾人與值幾日之比。即同總人與總日之比。而於得數內。各減所盈。即為日數也。又先得日數法。

亦可照前算之。茲不再設。

雙套盈適足臆適足法

設如衆人支糧。每三人支九石。盈五十四石。每四人支十四石。適足。問人數糧數各幾何。答曰。一百〇八人。糧三百七十八石。法以三互乘。石十四得四十二。以四互乘。石九得三十六。相減。餘石為法。以三人相乘。得八。以盈五十四乘之。得六百四。以法六除之。得一百〇八。為人數。既得人數。則以適足之原支十四乘之。以原八除之。得糧三百七十八石。又先得糧數法。亦可照前算之。茲不再設。

設如有房一所。不知間數。亦不知房價。只云每房六間。每年租

銀三十四兩。五年後。適得本銀。每房八間。每年租銀三十五兩。八年後。得本銀外。又得利銀二千一百六十兩。問房數。房



價各幾何答曰房數一百四十四間房價二千八百八十兩

法以五年乘四兩得一百二十以八年乘五兩得二百八十是為每

房間租十兩適足每房間租十兩盈六十兩乃以六

互乘二百八得一千六百以八互乘一百二得九百六相減

餘七百二為法以八間相乘得四十以盈六十兩乘之以

法除之得十四為房數既得房數則以適足之原租一百

兩乘之以原數六除之得房價二千八百此法因五年八年

之數不同故以五年八年與每年銀數相乘作總得租銀算

也又先得房價法亦可照前算之茲不再設

雙套盈朒帶分

設如有銀買米不知米數亦不知米價只云買米四分之一用

銀二十兩則米少一石若買三分之一用銀二十四兩則米

多二石問米數米價各幾何答曰米九十六石每石價八錢

法以前分母四互乘後分子一得四以通銀二十得八十

通朒米石一得朒石四以後分母三互乘前分子一得三以通銀

二十得七十通盈米石得盈石六乃以朒四石相加得一十為

法另以八十二兩相減餘八兩為米價實以法除之得每石價

八錢既得米價乃以八除二十得五石減朒石一餘四石為米四

分之一四因之得六石為米數或以八除四兩得五石加盈

二得三石為米三分之一三因之亦得六石此法以分母互

乘前則為十二分之三後則為十二分之四兩分母互

分子互乘前則為米十二分用銀八十兩朒四石後則為米

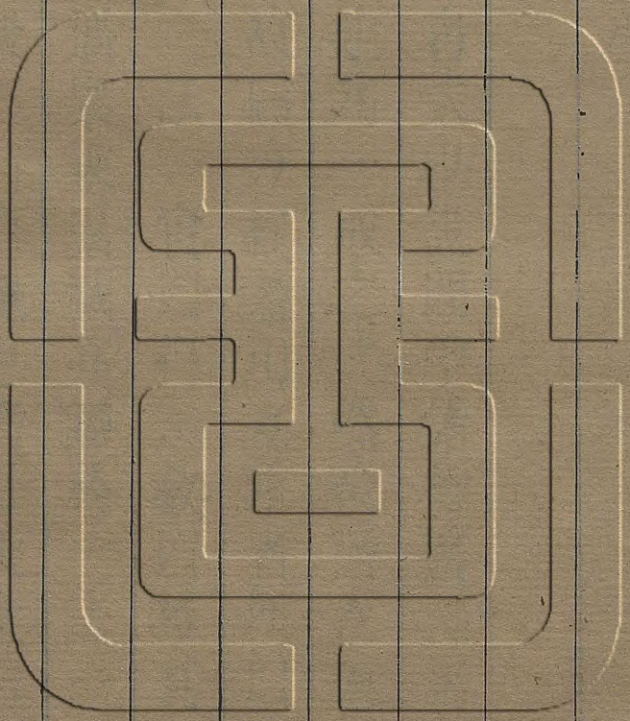
十二分用銀七十二兩盈六石夫米之分數既同而銀差八

兩則盈朒差十石故知十石價八兩即知一石價八錢也此

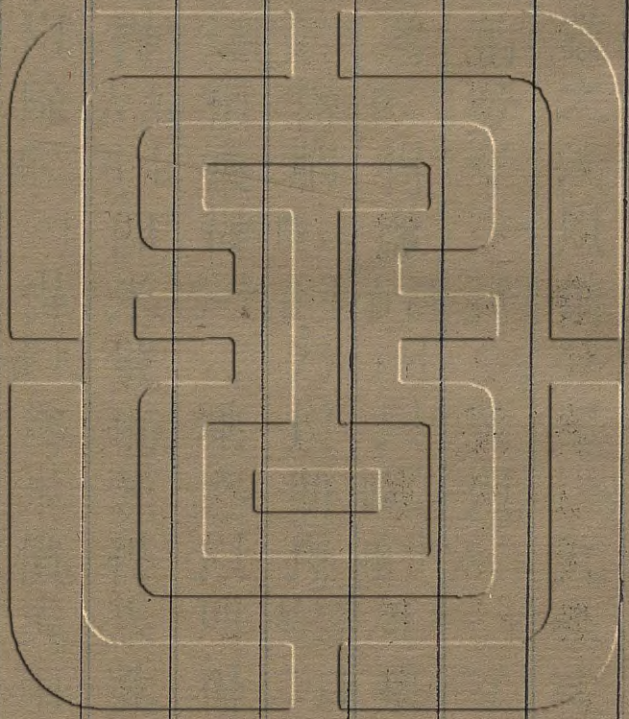


雙套盈朒法。但有米之分數。又有石數。故立法微不同。若止  
 帶零分。則惟用通分法。餘俱與雙套盈朒同。  
 又先得米數之法。以前分母<sup>四</sup>互乘後分子<sup>一</sup>得<sup>四</sup>。以後分  
 母<sup>三</sup>互乘前分子<sup>一</sup>得<sup>三</sup>。又以<sup>二</sup>互乘後所得分子<sup>四</sup>得<sup>八</sup>。  
<sup>八</sup>十互乘盈石<sup>二</sup>得盈石<sup>四</sup>。以<sup>四</sup>互乘前所得分子<sup>三</sup>得<sup>七</sup>。  
<sup>二</sup>互乘朒石<sup>十</sup>得朒石<sup>四</sup>。乃以所得<sup>盈</sup>四<sup>十</sup>石<sup>朒</sup>二<sup>十</sup>石<sup>四</sup>相加得<sup>六</sup>十<sup>石</sup>。  
 以兩分母<sup>三</sup><sup>四</sup>相乘得<sup>分</sup>十二<sup>分</sup>。以所得<sup>七</sup>八<sup>分</sup>相減。餘<sup>分</sup>八<sup>分</sup>。  
 為法除之。得<sup>六</sup>石<sup>十</sup>。即米數也。既得米數。四歸之。得<sup>二</sup>石<sup>十</sup>。加朒  
 石<sup>一</sup>得<sup>二</sup>石<sup>十</sup>。以除<sup>兩</sup>得<sup>錢</sup>八<sup>錢</sup>。為米價。或用三歸之。得<sup>三</sup>石<sup>十</sup>。減盈  
 石<sup>二</sup>餘<sup>石</sup>三十<sup>石</sup>。以除<sup>四</sup>兩<sup>亦</sup>得<sup>錢</sup>八<sup>錢</sup>。蓋用互乘前則為<sup>四</sup>百<sup>八</sup>。  
<sup>分</sup>十二<sup>分</sup>之<sup>七</sup>十<sup>分</sup>。朒<sup>四</sup>石<sup>十</sup>。後則為<sup>四</sup>百<sup>八</sup>。買米<sup>分</sup>十二<sup>分</sup>之<sup>八</sup>十<sup>分</sup>。  
 夫銀數既同。而米差八分。則盈朒相差六十四石。故知八分

為六十四石。即知十二分為九十六石也。







九數通考卷八終

九數通考卷九

虞山屈曾發省園氏輯

方程章第八

方程說

方者比也程者式也設問中諸物繁冗諸價錯雜無可置算必  
 須布置行列定為一成之式然後遞互遍乘同異加減求其有  
 等作為比例故曰方程蓋用互乘者所以齊其分使其首數皆  
 同減盡而餘一法一實以得一數以推其餘也雖有三色四色  
 以至多色不過累乘累減亦歸於一法一實而已其二色者設  
 二行三色者設三行有幾色者必設幾行若三色設二行即不  
 可算二色設三行則一行又無所用故解方程者又謂設數必  
 成方而後可算也然其要總在於分和較和數相比者則互乘



而相減較數相比者。古人定爲正負之名。以辨異同。加減之號。正負異號則相加。正負同號則相減。其理與盈朒同。蓋正者爲主之數。負者虛比之數。其始也。任以首色爲正。互乘衆色。與首色同類者皆正也。與首色異類者皆負也。其繼也。以互乘所得之數。視正負之同異。而加減之。然加減之餘。又有正變爲負。負變爲正者。則因首色必同名。而後可減盡。以下加減。方不淆也。任以一行爲主。凡異號相加者。悉依本行。其號皆不變也。若同號相減者。本行多。其號亦不變。本行少。反減者。則正變爲負。負變爲正。蓋此多則彼少。彼少則此多也。至於首色減盡。則第二色卽爲首色。故加減之後。首色爲負者。亦悉變。以便互乘加減。始不淆也。今定爲例。和數者。不用正負之號。較數者。則用正負之號。和較兼用者。和仍不用正負之號。而較則用之。和較交變。

者則隨其法而辨別之。以定其號焉。或有非方程之本法。而可以方程算者。亦附於後。古人所謂以御錯糅。正負者。庶乎盡於此矣。

### 又說

方程列位。皆以下位爲之端。如下位爲上中兩位之總價。則和也。下位爲上中兩位相差之價。則較也。較故分正負。和故不分正負。雖不立正負。然必以兩和互乘對減。而得其差。然後其數可得而知。故三色以往。先無正負者。有時而正負立焉。蓋較者易知。和者難知。和之中有較。較之中又有較。故方程之法。以和求較而已矣。

### 方程設例

一省算。凡行有空位。則省算也。三色無空位者。必須乘減得數。



變爲二色以求之。此常法也。若內有一行空位。則以所空之位列於首。而以兩行不空者。如法乘減。得數卽重列之。與此原有空位者相對。如二色求之。則省一算。四色五色以至多色。無空位者。亦必如法乘減。五色變四色。四色變三色。三色變二色。漸次求之。此常法也。若一行有空位。或幾行有空位。總將所空之位。列爲首次。先以無空之行。如法互乘。減去此所空之位。則減餘之行。恰與有空之行相對。另列求之。可省幾算。如四色中。有一行空兩位。則將此兩位列爲首次。而以無空之三行。如法乘減。變爲三色者兩行。又以此兩行。如法乘減。變爲二色者一行。恰與空兩位之行相對。作二色求之是也。又如五色中。有兩行空首位。一行空首次。三之三位。則將無空之兩行。如法乘減。變爲四色者一行。恰與空首位之兩行相對。三行並列。如法乘減。

變爲三色者兩行。又相乘減。變爲二色者一行。又恰與空三位之行相對。作二色求之是也。諸例不能悉具。要在學者以一反三耳。

一省乘。凡首位數有偶同。則省乘也。假如和數方程。首位同。則徑減矣。若較數。又須論其正負之名。同數而又同名。亦徑減矣。若同數而不同名。則更其一行之正負。以相從。而後減併焉。否則首位雖減去。而其下之同異淆。則加減皆誤也。若和較兼用者。首位之數同。亦必以較數首位之名。名其和數之一行。而後減併之。所謂變從首位乘法之號也。然其爲省乘則一也。又有首位數雖不同。而可以分數相命者。則以其分數。改其一行之數。以從一行。則首位齊同。而可以對減。亦省其互乘矣。如兩首位爲五與十。是倍數也。則以十半之爲五。而其下諸數。皆半之。



以相減併則五之行可無乘而數亦簡明。又如兩首位為二十與二是十之一也。則以退位之法乘之。而其下諸數皆取十之一以相減併。則二之行可無乘而數亦易曉。若此類者不可枚舉。得其意者酌而用之可耳。尤要在首位之必同名。

一上下之位可以互更。方程立法務須首位齊同。以便減去。蓋減一色則少一色。遞乘遞減。但留一法一實。方能得一數以推其餘。若行中有空位。則不待乘減。而其一色已先減去。故列位時。覆視橫列中有空位多者。取作首位。則能省算。若橫列中有兩數偶同。或數皆為一者。取作首位。亦可省乘。

一前後之行可以互更。凡首位多空而其不空者隔遠。則更而聯之。以便乘減。若各行首位數偶相同。而為他行所隔。亦可更置。使之聯並。若多色方程各行俱有空位。而又不等者。一時不

必並列。先取首位俱實之行乘減。但以與減餘相對者。次第添入。並列而乘減之。總之上下可以互求。前後亦可易位。惟變所適。而不失其常。斯方程之法也。

和數類

二色方程訣

|         |         |         |
|---------|---------|---------|
| 世人欲要識方程 | 物價俱將左右乘 | 右上法乘左中下 |
| 次將左上右行乘 | 中層相減餘為法 | 下位相減餘實情 |
| 法除實為右中價 | 得價須將右中乘 | 右下價內減此數 |
| 餘復為實甚分明 | 右上為法除下實 | 便為上價細推尋 |

設如馬三匹。牛二頭。共價銀一百十四兩。又馬四匹。牛五頭。共價銀一百六十二兩五錢。問馬牛價各幾何。答曰。馬每匹價三十五兩。牛每頭價四兩五錢。法列所問如左。



右馬<sup>三</sup>為法<sup>先乘</sup>中牛<sup>二</sup>得<sup>八</sup>頭<sup>下</sup>價<sup>一</sup>百<sup>一</sup>十四<sup>兩</sup>得<sup>四</sup>百<sup>五</sup>十六<sup>兩</sup>

左馬<sup>四</sup>為法<sup>次乘</sup>中牛<sup>五</sup>得<sup>十五</sup>頭<sup>下</sup>價<sup>二</sup>百<sup>六</sup>十<sup>兩</sup>得<sup>四</sup>百<sup>八</sup>十<sup>兩</sup>

先以右行上位馬<sup>三</sup>為法遍乘左行中位牛<sup>五</sup>得<sup>十五</sup>頭<sup>乘</sup>左

行下位價<sup>二</sup>百<sup>六</sup>十<sup>兩</sup>得<sup>四</sup>百<sup>八</sup>十<sup>兩</sup>却以左行上位馬<sup>四</sup>為法

遍乘右行中位牛<sup>二</sup>得<sup>八</sup>頭<sup>乘</sup>右行下位價<sup>一</sup>百<sup>十</sup>兩<sup>得</sup>四<sup>百</sup>五<sup>十</sup>兩

乃以互乘所得之兩價相減餘<sup>三</sup>十<sup>兩</sup>為實以互乘所得之

兩牛數相減餘<sup>七</sup>頭為法除之得牛每頭價<sup>四</sup>兩<sup>五</sup>錢<sup>却</sup>以右行中

位牛<sup>二</sup>乘之得其牛價<sup>九</sup>兩<sup>與</sup>右行下位價<sup>四</sup>兩<sup>相</sup>減餘<sup>一</sup>百<sup>一</sup>十<sup>兩</sup>

○五為其馬價以右行上位馬<sup>三</sup>除之得馬匹價<sup>三</sup>十<sup>兩</sup>此法

以首色二數遍乘各數使其分數齊等即互乘齊分之理故

馬三匹遍乘牛五頭價一百六十二兩五錢則為各增三倍

以馬四匹遍乘牛二頭價一百十四兩則為各增四倍兩下

既皆各增倍分則其比例皆同故牛兩下相減餘七頭價兩

下相減餘三十一兩五錢而餘價三十一兩五錢即為牛七

頭之價故以七除之得每頭價既得牛一頭之價則馬一匹

之價亦可次第推得矣凡方程之法各色俱可以更互相求

者皆如此類也凡上一色互乘數必相同而減盡故首色馬可省互乘

三色方程訣

三色方程法更奇 物價三行次第垂 右乘中兮中乘右  
得數相減餘另推 中左互乘得數減 減來餘數亦另施  
二色互乘相減訖 物餘為法價餘實 法實相除下價得  
以乘餘物共價知 餘價內除此價數 存來中價共無疑  
中餘物除每價得 次第除原上價知  
設如硯三箇墨五匣筆九枝共價八錢一分又硯四箇墨六匣



筆七枝共價八錢九分又硯五箇墨七匣筆八枝共價一兩  
 ○六分問三色價各幾何答曰硯每箇價八分墨每匣價六  
 分筆每枝價三分 法列所問如左

右硯 三 爲法 中乘 墨 五 得 十 筆 九 得 三十 價 八錢 得 三兩二

中硯 四 爲法 乘右 墨 六 得 十八 筆 七 得 二十一 價 八錢 得 三兩六錢七分

左硯 五 爲法 中乘 墨 七 得 二十 筆 八 得 二十八 價 二兩 得 四兩二

先以右行硯 三 爲法遍乘中行得數以中行硯 四 爲法遍乘

右行得數兩下相減硯各得 十一 對減無餘墨餘 二 筆餘 十

價餘 五分 另列後右位又以左行硯 五 爲法遍乘中行得數

以中行硯 四 爲法遍乘左行得數兩下相減硯各得 十二 對減

無餘墨餘 三 筆餘 三 價餘 一分 另列後左位作二色方程算

之

右中墨 二 爲法 左乘 墨得 四 下筆 五 得 十三 價 五錢 得 一兩一分

左中墨 二 爲法 右乘 墨得 四 下筆 三 得 六 價 二錢 得 四分

先以右行墨 二 爲法遍乘左行得數次以左行墨 二 爲法遍

乘右行得數左右對減墨恰盡筆餘 四 價餘 七錢 以筆除

價得每枝 三分 於右價 五分 內減筆 五 價 四分 餘 一分 以右墨

二除之得每匣 六分 於前右行原價 八錢 內減原筆 九 價 二錢

原墨 五 價 三錢 餘 四分 以原硯 三 除之得每箇價 八分

四色方程法

設如將銀賞四等人各不知數只云一等一人二等二人三等

三人四等四人共賞銀三十兩又一等二人二等三人三等

四人四等五人共賞銀四十四兩又一等四人二等五人三

等七人四等八人共賞銀七十七兩又一等六人二等五人



三等四人四等二人共賞銀六十六兩問每等人各賞銀幾  
 何答曰一等五兩二等四兩三等三兩四等二兩法列所  
 問如左

|   |     |   |     |   |     |   |     |         |
|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---------|
| 一 | 等一人 | 二 | 等二人 | 三 | 等三人 | 四 | 等四人 | 共賞銀三十兩  |
| 二 | 等二人 | 二 | 等三人 | 三 | 等四人 | 四 | 等五人 | 共賞銀四十四兩 |
| 三 | 等四人 | 二 | 等五人 | 三 | 等七人 | 四 | 等八人 | 共賞銀七十七兩 |
| 四 | 等六人 | 二 | 等五人 | 三 | 等四人 | 四 | 等二人 | 共賞銀六十六兩 |

法以首行之一等七人遍乘次行人數銀數以次行之一等三人  
 遍乘首行人數銀數兩下相減則一等各得二人對減無餘二  
 等餘一人三等餘二人四等餘三人賞銀餘十六兩又以次行之一等  
二人遍乘三行人數銀數以三行之一等四人遍乘次行人數銀  
 數兩下相減則一等各得八人對減無餘二等餘二人三等餘二人

四等餘四人賞銀餘二十兩又以三行之一等四人遍乘四行人數  
 銀數以四行之一等六人遍乘三行人數銀數兩下相減則一  
 等各得四人對減無餘二等餘十三人三等餘二十人四等餘四十人  
 賞銀餘一百九十八兩於是將三次所得之餘另列位如左作三色  
 方程算之

|   |      |      |      |          |
|---|------|------|------|----------|
| 右 | 二等一人 | 三等二人 | 四等三人 | 賞銀一十六兩   |
| 中 | 二等二人 | 三等二人 | 四等四人 | 賞銀二十二兩   |
| 左 | 二等十人 | 三等六人 | 四等四人 | 賞銀一百九十八兩 |

先以右行之二等一人遍乘中行人數銀數以中行之二等二人  
 遍乘右行人數銀數兩下相減則二等各得二人對減無餘三  
 等餘二人四等餘二人賞銀餘十兩次以中行之二等二人遍乘左行  
 人數銀數以左行之二等十人遍乘中行人數銀數兩下相減



則二等各得<sup>二十</sup>對減無餘三等餘<sup>二十四</sup>四等餘<sup>四十</sup>賞銀<sup>一百七十六兩</sup>於是又將兩次所得之餘另列位如左作二色方程算之

右三等二人 四等二人 賞銀一十兩  
左三等三十二人 四等四十人 賞銀一百七十六兩

先以右行之三等<sup>二</sup>遍乘左行人數銀數以左行之三等<sup>三</sup>遍乘右行人數銀數兩下相減則三等各得<sup>六十</sup>對減無餘四等餘<sup>十六</sup>賞銀餘<sup>三十</sup>此<sup>三十</sup>即四等<sup>十六</sup>之共銀數以<sup>十六</sup>除之得四等每人賞銀<sup>二</sup>於右行賞銀<sup>兩</sup>內減四等<sup>兩</sup>再於前右行賞銀<sup>兩</sup>內減四等<sup>三</sup>銀<sup>兩</sup>三等人銀<sup>兩</sup>餘<sup>兩</sup>即二等<sup>一</sup>賞銀數再於前首行賞銀<sup>兩</sup>內減四等<sup>四</sup>餘<sup>兩</sup>即二等<sup>一</sup>賞銀數再於前首行賞銀<sup>兩</sup>內減四等<sup>四</sup>

銀<sup>八</sup>三等<sup>三</sup>人銀<sup>兩</sup>九二等<sup>二</sup>人銀<sup>兩</sup>八餘銀<sup>兩</sup>五即一等<sup>一</sup>人賞銀數也

較數類 任以某色為正以相當之色為負正物之價多為正價負物之價多為負價

設如硯七方比筆三枝價多四百八十文又硯三方比筆九枝價少一百八十文問硯筆價各幾何答曰硯每方價九十文筆每枝價五十文法列所問如左

右硯七方<sup>正</sup> 筆三枝<sup>負</sup> 價多四百八十文<sup>正</sup>

左硯三方<sup>正</sup> 筆九枝<sup>負</sup> 價少一百八十文<sup>負</sup>

先以右行硯<sup>七</sup>遍乘左行得硯<sup>二十一</sup>為正筆<sup>六十</sup>為負價少

一千二百六十文為負又以左行硯<sup>三</sup>遍乘右行得硯<sup>三十</sup>對減無

餘得筆<sup>九</sup>兩行皆負則相減餘<sup>五十四</sup>得價<sup>一千四百</sup>兩行一

正一負則相加得<sup>二千七百</sup>此<sup>二千七百</sup>即筆<sup>五十四</sup>之共價以<sup>五</sup>

四除之得每枝價<sup>五十</sup>以右行筆<sup>三</sup>因之得<sup>一百五十</sup>加價多



四百八得六百三為硯方七之其價以七除之得每方價九十

此法互乘之後硯皆二十一方則其共價必相等然比筆九枝之價則多比筆六十三枝之價則少是多與少相加之二千七百文即筆九枝與六十三枝相差之五十四枝之價也夫五十四枝價為二千七百文則一枝價為五十文而三枝價為一百五十文矣硯七方比筆三枝價既多四百八十文則以此多數與筆三枝價相加其六百三十文即硯七方之共價而一方之價為九十文矣

設如有銀買銅錫鉛鐵各不知價只云銅三斤比錫二斤鉛二斤鐵四斤價多一錢又銅二斤鉛一斤比錫二斤鐵二斤價多二錢又銅一斤錫二斤與鉛三斤鐵八斤價相等又銅五斤鐵三十斤比錫四斤鉛二十四斤價少二錢問四色斤價

各幾何答曰銅三錢錫二錢鉛一錢鐵五分法列所問如左

一銅三斤正錫二斤負鉛二斤負鐵四斤負價多一錢正

二銅二斤正錫二斤負鉛一斤正鐵二斤負價多二錢正

三銅一斤正錫二斤正鉛三斤負鐵八斤負價適足

四銅五斤正錫四斤負鉛四斤負鐵三斤正價少二錢負

先以首行為主之銅斤三遍乘次行以次行銅斤二遍乘首行得銅各六斤對減無餘錫兩行皆負則相減餘斤二主行少乃變負

為正鉛一正一負則相加得斤七仍依主行為負鐵兩行皆負則相減餘斤二主行多仍為負價兩行皆正則相減餘錢四主行

少乃變正為負即錫二斤比鉛七斤鐵二斤價少四錢也次以二行為主之銅斤二遍乘三行以三行銅斤一遍乘二行得銅



各斤<sup>二</sup>對減無餘錫一正一負則相加得斤<sup>六</sup>仍依主行為負鉛  
 一正一負亦相加得斤<sup>七</sup>仍依主行為正鐵兩行皆負則相減  
 餘斤<sup>十四</sup>主行少乃變負為正價<sup>錢二</sup>與適足無可加減仍得<sup>錢二</sup>  
 為正即鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢也因首色銅  
 數減盡則錫即轉而為首應為正今錫六斤為負則另列三  
 色之際不能一體須悉變其號然後為順故將錫六斤變負  
 為正而以鉛七斤鐵十四斤價多二錢俱變正為負蓋原鉛  
 七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢今變為錫六斤比鉛七  
 斤鐵十四斤價少二錢也再以三行為主之銅斤<sup>一</sup>遍乘四行  
 以四行銅斤<sup>五</sup>遍乘三行得銅各斤<sup>五</sup>對減無餘錫一正一負則  
 相加得斤<sup>十四</sup>仍依主行為正鉛兩行皆負則相減餘斤<sup>九</sup>主行  
 少乃變負為正鐵一正一負則相加得斤<sup>七十</sup>仍依主行為負

價少<sup>錢二</sup>與適足無可加減仍得<sup>錢二</sup>為主行無數乃變負為正  
 即錫十四斤鉛九斤比鐵七十斤價多二錢也爰將三次所  
 得之餘另列位如左作三色方程算之

右錫二斤<sup>正</sup> 鉛七斤<sup>負</sup> 鐵二斤<sup>負</sup> 價少四錢<sup>負</sup>

中錫六斤<sup>正</sup> 鉛七斤<sup>負</sup> 鐵十四斤<sup>負</sup> 價少二錢<sup>負</sup>

左錫十四斤<sup>正</sup> 鉛九斤<sup>正</sup> 鐵七十斤<sup>負</sup> 價多二錢<sup>正</sup>

先以右行為主之錫斤<sup>二</sup>遍乘中行以中行錫斤<sup>六</sup>遍乘右行得  
 錫各斤<sup>十二</sup>對減無餘鉛兩行皆負則相減餘斤<sup>八</sup>主行多仍  
 為負鐵兩行皆負亦相減餘斤<sup>十六</sup>主行少乃變負為正價兩  
 行皆負亦相減餘斤<sup>二</sup>主行多仍為負即鐵十六斤比鉛二十

八斤價少二兩也又以中行為主之錫斤<sup>六</sup>遍乘左行以左行  
 錫斤<sup>十四</sup>遍乘中行得錫各斤<sup>八十</sup>對減無餘鉛一正一負則相



加得一百五十二斤仍依主行為負鐵兩行皆負則相減餘二百二十四斤  
主行少乃變負為正價一正一負則相加得四兩仍依主行為負即鐵二百二十四斤比鉛一百五十二斤價少四兩也爰

將兩次所得之餘另列位如左作二色方程算之

右鐵十六斤正 鉛二十八斤負 價少二兩負

左鐵二百二十四斤正 鉛一百五十二斤負 價少四兩負

先以右行鐵十六斤遍乘左行以左行鐵二百二十四斤遍乘右行得

鐵各三千五百八十四斤對減無餘鉛兩行皆負則相減餘三千八百

價兩行皆負亦相減餘三百八十四兩此三百八十四兩即鉛三千八百之

共價以鉛斤數除之得鉛斤價一錢以右行鉛二十八斤乘之得二

錢八右行鐵十六斤既比鉛二十八斤價少二兩則於鉛二十八斤價內減二

餘八錢即鐵十六斤之共價以十六斤除之得鐵斤價五分以前中行

錫斤比鉛斤鐵斤價少錢計之則鉛斤價七錢鐵斤價七錢

內減少錢餘二兩即錫斤之共價以斤除之得錫斤價二錢再

以前一行銅斤比錫斤鉛斤鐵斤價多錢計之則錫斤價二錢

鉛二斤價二錢鐵四斤價二錢再加多錢共九錢即銅斤之共價以斤除

之得銅斤價三錢也

和較兼用類互乘得數後較行仍其正負之

設如有銀買綾羅絹三色各不知價只云綾一疋羅二疋絹四

疋共價七兩四錢此和又綾二疋絹八疋比羅四疋價多六

兩八錢又綾三疋比羅六疋絹七疋價少一兩二錢此兩問

三色疋價各幾何答曰綾三兩羅一兩絹六錢法列所問

如左

右綾一疋 羅二疋 絹四疋 共價七兩四錢



中綾二疋 正 羅四疋 負 絹八疋 正 價多六兩八錢 正

左綾三疋 正 羅六疋 負 絹七疋 負 價少一兩二錢 負

先以右行為主之綾 疋一 遍乘中行以中行綾 疋二 遍乘右行得

綾各 疋二 對減無餘羅一正一負則相加得 疋八 仍依主行為正

絹兩行皆正則相減恰盡價兩行皆正亦相減餘 兩八 即羅 疋八

之共價以 疋一 除之得羅疋價 兩一 次以中行為主之綾 疋二 遍乘

左行以左行綾 疋三 遍乘中行得綾各 疋六 對減無餘羅兩行皆

負則相減亦恰盡無餘絹一正一負則相加得 疋三十 價一正

一負亦相加得 兩八錢 即絹 疋三十 之共價以 疋三十 除之得絹

疋價 錢六 以右行綾 疋一 羅 疋二 絹 疋四 共價 七兩 計之則羅 疋二 價 疋二

絹 疋四 價 錢四 於右行價內除之餘 兩三 即綾 疋一 之價也此法互

乘之後即得一法一實故省重列二色若物與價俱各減盡

者則此行必為彼行之幾倍不可以方程算之方程立法正

以諸物雜糅多寡錯居同異參伍而得其端倪也

和較交變類

設如有琴瑟箏三種樂器各不知價但知琴一張瑟三張箏三

張共價九十兩又琴一張瑟二張箏五張共價八十八兩又

琴三張瑟八張箏五張共價二百二十兩問三色各張價幾

何答曰琴十二兩瑟十八兩箏八兩 法列所問如左

右琴一 瑟三 箏三 共價九十兩 因和數皆為正故不用號

中琴一 瑟二 箏五 共價八十八兩

左琴三 瑟八 箏五 共價二百二十兩

右中兩行首色琴皆為一故省互乘即以右行為主兩下相

較琴各得一對減無餘瑟相減餘一主行多仍為正箏相減



餘二主行少乃變正為負價相減餘二主行多仍為正即瑟

一比箏二價多二兩也蓋兩行琴各一其價必相等但右行多瑟一中行多箏二則右行多銀二

二所多之價也次以中行為主之琴一遍乘左行以左行琴

三遍乘中行琴各得三對減無餘瑟相減餘二主行少乃變

正為負箏相減餘十主行多仍為正價相減餘四四十兩主行多

仍為正即箏十比瑟二價多四十四兩也因首色減盡則瑟

即轉而為首應為正今瑟二為負則另列二色之際不能一

體須悉變其號然後為順故將原箏十比瑟二價多四十四

兩今變為瑟二比箏十價少四十四兩也爰將兩次所得之

餘另列位如左作較數二色方程算之

右瑟一正

箏二負

價多二兩正

左瑟二正

箏十負

價少四十四兩負

先以右行瑟一遍乘左行以左行瑟二遍乘右行得瑟各二

對減無餘箏兩行皆負則相減餘六價一正一負則相加得

四十此八兩即箏六之共價以六除之得箏每張價八以右

行箏二因之得兩加多兩共兩即瑟一張之價以前右

行琴一瑟三箏三共價九十計之則瑟三價五十箏三價二十

兩餘銀兩即琴一張之價也此和數變用較數算者因減

餘數分屬兩行故變較數算之若減餘止在一行仍用和法

設如古量斛庚釜三種盛米各數不同只云三斛二釜比二庚

多一石○八升又二斛比三庚五釜少六石又一斛一庚比

二釜多一石三斗二升問三色各盛米幾何答曰斛十斗庚

十六斗釜六斗四升法列所問如左

右解三正

庚二負

釜二正

多米一石○八升正



中斛二正

庚三負

釜五負

少米六石負

左斛一正

庚一正

釜二負

多米一石三斗二升正

先以右行為主之斛三遍乘中行以中行斛二遍乘右行斛

各得六對減無餘庚兩行皆負則相減餘五主行少乃變負

為正釜一正一負則相加得九仍依主行為正米一正一負

亦相加得二十石一仍為正即五庚十九釜共米二十石一

斗六升也次以中行為主之斛二遍乘左行以左行斛一遍

乘中行斛各得二對減無餘庚一正一負則相加得五仍依

主行為負釜兩行皆負則相減餘一主行多仍為負米一正

一負則相加得八石六仍依主行為負即五庚一釜共米八

石六斗四升也爰以兩次所得之餘另列位作和數二色方

程算之

右庚五

釜十九

共米二十石一斗六升

左庚五

釜一

共米八石六斗四升

首數皆為五則省互乘兩下相較庚各五對減恰盡釜相減

餘八米相減餘十一石五即釜八之共數以八除之得一釜

盛六斗於左行米八石六內除之餘八即庚五之共數以五

除之得一庚盛十六以前右行斛三釜二比庚二多米一石

升計之則二庚該米三石八升加入多米八升共四石二減去

二釜米一石八升餘三石即斛三之共數以三除之得一斛盛十

此較數變用和數算者因互乘之後一行皆正或皆負故用

和數若正負分屬兩行則兩行異號即一行同號亦用和法

設如用船車駝運糧各不知數只云三船比七車一駝少三十

三石六斗二車比一船十二駝少二十一石六斗八駝比一



船三車少二十一石六斗。問船車駝各載幾何。答曰。每船十  
二石。每車九石六斗。每駝二石四斗。法列所問如左。

右船三正改車七負改駝一負改少米三十三石六斗負改

中船一負車二正駝十二負少米二十一石六斗負

左船一負車三負駝八正少米二十一石六斗負

首色正負之號不同。必變其一。以相從。然後同減異加。畫一

不淆。故右行悉變其號。先以右行為主之船。遍乘中行。以

中行船一。遍乘右行。船各得三。對減無餘。車兩行皆正。則相

減餘一。主行多。仍為正。駝一正一負。則相加得七。仍為正。

米一正一負。亦相加得九十八。仍為正。即車一駝七。共米

九十八石四斗也。次以中行為主。與左行首色。船皆為一。可省互乘

兩下相較。船各得一。對減無餘。車一正一負。則相加得五。仍

為正。駝一正一負。亦相加得二。仍為負。米兩行皆負。則相減

無餘。為適足。即車五。比駝二。所載相等也。爰以兩次所得之

餘。另列位作和較兼用二色方程算之。

右車一 駝三十七 共載米九十八石四斗

左車五 駝二十 所載米適等

先以右行車一。遍乘左行。次以左行車五。遍乘右行。車各得

五。對減無餘。駝一正一負。則相加得二百。為法。米得四百九

無。可加減為實。以法除實。得每駝載四石。以左行駝十二乘之。

得四十石。以相等之車五。除之。得六斗。為每車所載數。再以前

右行船三。比車七。駝一。少米三十三石六斗。計之。則車七。該載六十

石。駝一。該載四石六斗。其六十九石六斗。內減少米三十三石六斗。餘六石。以船

三。除之。得十二石。即每船所載數。此較數變為和較兼用者。因



互乘之後。一為和數。一為較數。故變為兼用法也。

設如有錢買瓜桃榴梨四色。只云瓜二桃四。共價一百五十六文。瓜一梨八。共價一百二十六文。桃二榴七。共價一百六十六文。榴四梨七。共價一百四十八文。問四色價各幾何。答曰。瓜三十文。桃二十四文。榴十六文。梨十二文。法先以所問前二條列位如左。

|     |    |    |    |         |
|-----|----|----|----|---------|
| 右瓜二 | 桃四 | 榴○ | 梨○ | 共價一百五十六 |
| 左瓜一 | 桃○ | 榴○ | 梨八 | 共價一百二十六 |

先以右行為主之瓜。二遍乘左行。以左行瓜。一遍乘右行瓜。各得二。對減無餘。桃四。無可減。仍為四。仍為正。榴仍為空位。梨得六。無可減。仍為六。主行無數。乃變正為負。價相減。餘九。主行少。乃變正為負。即桃四。比梨六。少錢九。也。至是瓜

已減盡。但餘三色。爰以所得之餘數。同所問第三條。作和較。兼用方程法算之。而以桃為首列位如左。

|     |    |    |         |   |        |   |
|-----|----|----|---------|---|--------|---|
| 右桃四 | 正  | 榴○ | 梨十六     | 負 | 價少九十六文 | 負 |
| 左桃二 | 榴七 | 梨○ | 共價一百六十文 |   |        |   |

先以右行為主之桃。四遍乘左行。以左行桃。二遍乘右行桃。各得八。對減無餘。榴得八。無可減。仍為八。主行無數。乃變正為負。梨得三。無可加。仍為三。仍為負。價相加得八。三。即榴八。梨三。共價八十三文也。至是桃又減盡。但餘二色。爰以所得之餘。同所問第四條。作和數。二色方程算之。而以榴為首列位如左。

|       |      |          |
|-------|------|----------|
| 右榴二十八 | 梨三十二 | 共價八百三十二文 |
| 右榴四   | 梨七   | 共價一百四十八文 |



先以右行為主之榴八遍乘左行以左行榴四遍乘右行

榴各得十一對減無餘梨相減餘六十價相減餘八十即梨

六十之共價以六十除之得梨一價十二以右行梨三十乘

之得十四於右共價內減之餘四十八為榴八之共價

以二十除之得榴一價十六再以前左行桃二榴七共價一百

六十計之則榴七應除去錢一百一十餘四十八為桃二之共價

以二除之得桃一價二十再以最前右行瓜二桃四共價一百

五十計之則桃四應除去錢九十餘六十為瓜三之共價以

二除之得瓜一價三十此和數變為和較兼用又變為和數

算者因所問雖有四色而數却有空位故不用四色方程列

位只以首色俱實之兩行互乘加減得餘即以餘數與設問

三條互乘又以所得餘數與設問四條互乘推得一色逐漸

推之各色皆得也

帶分方程法

設如有銀一千六百四十兩兄弟二人分之各不知數只云兄

之四分之一弟之六分之一共三百五十兩問兄弟各分銀

幾何答曰兄九兩二十兩弟七兩二十兩法以一千六百

為兄四分弟六分之共銀數以三百五為兄一分弟一分之共銀數如

和數方程法算之列位如左

右兄四分 弟六分 共銀一千六百四十兩

左兄一分 弟一分 共銀三百五十兩

先以右行兄四分遍乘左行以左行兄一分遍乘右行兄各得四

對減無餘弟相減餘二分銀相減餘二十即弟二分之共銀數

以二分除之得一百一為弟一分之銀數以六因之得弟共分銀

帶分方程法



七百二 於共銀內減之餘 九百二 卽兄共分銀數

設如甲字庫貯金丁字庫貯銀各不知數但云取甲四分之三

加丁五分之二得一百一十萬取甲全數加丁倍數得四百

四十萬問金銀各幾何答曰甲庫金四十萬丁庫銀二百萬

法以分子甲之 三 丁之 二 列右以甲分母 四 通全數得 四

以丁分母 五 通倍數得 十 列左作和數算之

右甲三分 丁三分 共一百一十萬

左甲四分 丁十分 共四百四十萬

先以右行甲 三 遍乘左行次以左行甲 四 遍乘右行甲各得

十二 對減無餘丁相減餘 二十 爲法物相減餘 八百八 爲實

以法除實得 四十 爲丁之一分以丁分母 五 乘之得 二百 爲

丁庫銀數倍之得 四百 以減 四百四十 餘 四十 爲甲庫金數此

整爲零法也原列零分故得亦零分之數

又法以丁分母 五 互乘甲分子 三 得 十五 以甲分母 四 互乘丁

分子 二 得 八 列右又以兩分母 五 相乘得 二十 爲共母以乘甲

全數得 十二 以乘丁倍數得 四 列左乃以共母乘 一百一 得 二千

二百 列右乘 四百 得 八百 列左 分母相乘爲母母互乘

爲整用此用法之妙 共母乘和數而零數皆

右甲十五 丁八 共二千二百萬

左甲二十 丁四十 共八百萬

先以右行 十五 遍乘左行次以左行 十二 遍乘右行甲各得 三百 對

減無餘丁相減餘 四百 爲法物相減餘 八億八 爲實以法除

實得 二百 爲丁庫銀數以丁 八 乘之得 一千六 以減 二千二

餘 六百 以甲 十五 除之得 四十 爲甲庫金數 此變零爲整法也



即為  
整數

設如甲乙丙三人有銀各不知數只云甲得乙二分之一乙得丙三分之一丙得甲四分之一則各得七百兩問三人原銀各幾何答曰甲四百兩乙八百兩丙九百兩

法先以甲三分乙一分共七百兩列於右甲原銀四分丙得去一分餘三分又得乙一分故為甲三分乙一分

又以甲一分丙二分共七百兩列於左丙原銀三分乙得去一分餘二分又得甲一分故為丙二分甲一分

遍乘左行以左行甲一分遍乘右行兩下相較甲各得三分減盡無餘乙一分無可減仍為一分依本行為正丙六分無可減仍為六分主行無數則為負銀相減餘一千四百兩亦為負即乙一分比丙六分少一千四百兩也爰以乙一分為正丙六分為負少一千四百兩為負列於右又以乙一分

丙一分共七百兩列於左乙原銀二分甲得去一分餘一分又得丙一分故為乙一分丙一分

共七百兩因為和數故不用號作和較兼用法算之

右乙一分正 丙六分負 少一千四百兩負

左乙一分 丙一分 共七百兩

首色皆為一可省互乘兩下相較乙減盡無餘丙一正一負則相加得七銀一正一負亦相加得七銀一即丙七分之數以

七除之得三百即丙分之數以丙原銀三分乘之得丙銀九百以乙分丙分共七百計之則丙分除去三百餘四百即乙

之數以乙原銀二分乘之得乙銀八百以甲分乙分共七百計之則乙分除去四百餘三百以三歸之得一百即甲之數

以甲原銀四分乘之得甲銀四百也此法用疊借互徵算之亦可

設如甲乙二人分果不知其數只云甲予乙九枚則乙與甲等

九數通考 卷九 帶分方程法 七



乙子甲九枚則一甲與二乙等問二人分果原各幾何答曰  
甲六十三枚乙四十五枚 法將甲子乙九枚以二因之得八

枚為一甲比一乙所多之數 蓋甲子乙九枚則甲與乙等若

多十八枚也 又將乙與甲九枚以三因之得二十七枚為一甲比二

乙所少之數 蓋乙與甲九枚則一甲與二乙等若乙不子甲

甲比二乙少二十七枚也 因作較數方程算之列位如左

右甲一正 乙一負 多十八枚正

左甲一正 乙二負 少二十七枚負

首色皆為 可省互乘兩下相較甲減盡無餘乙兩行皆負

則相減餘一果一正一負則相加得四十枚即為乙之果數加

甲多十八枚得六十枚即為甲之果數若甲與乙九枚則各得五十

是甲與乙等若乙與甲九枚則甲得七十枚乙存三十枚是一甲與

二乙等也 此法用益借互 數算之亦可

設如有甲乙二數不知總但云取乙五分之三又取乙四分之

一以益甲則甲之數倍取甲三分之二又取甲七分之二以

與乙較則乙數多二百四十問甲乙本數各幾何答曰甲一

千〇七十一乙一千二百六十一 法以乙兩分母五相乘得

二為乙之全數爰以分母五互乘分子一得五以分母四互

乘分子三得十併之得十五為益甲之分是為乙十二分之七以

益甲也又以甲兩分母七相乘得二十為甲之全數爰以分

母三互乘分子二得六以分母七互乘分子二得十四併之得

二十為較乙之分是為甲二十分之十二以與乙較也分正負列之

右甲二十一正 乙之十七負 適足 以乙之分益甲而甲倍 是其分與甲相當也

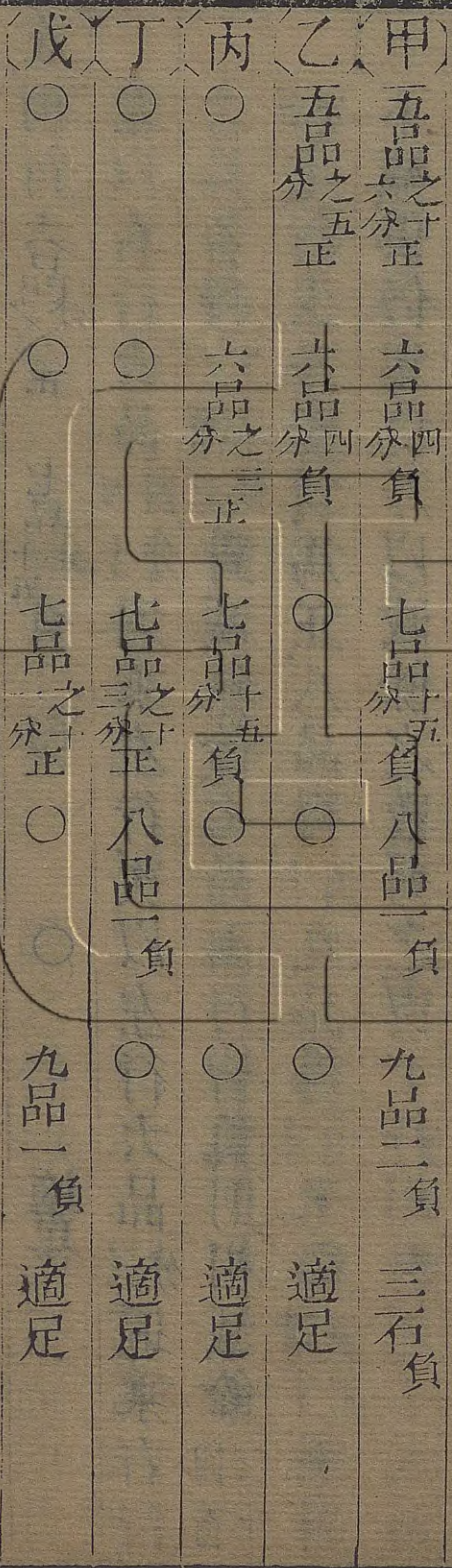
左甲之二十正 乙之二十負 少二百四十負

帶分方程法



先以右行一十遍乘左行次以左行二遍乘右行甲各得百  
 二對減無餘乙兩行皆負則相減餘十為法下位無減就以  
 所得五十七為實以法除實得三十一為乙之一分以乙十七  
 乘之得一千一即甲之全數以乙二十乘之得一千二百即乙  
 之全數內減負四百餘二千即甲二十分之數以二十除  
 之得五十一為甲之一分也此亦化整為零法  
 設如品官月俸六品為五品八分之五七品為六品四分之三  
 八品為七品十五分之十三九品為七品十五分之十一若  
 倍九品加八品七品六品各一則如五品之倍數而多三石  
 問各品月俸幾何答曰五品十六石六品十石七品七石五  
 斗八品六石五斗九品五石五斗 法以分母各通其原數  
 五品通為八六品通為四七品通為十五八品九品原無分

母只以原數為一而九品倍之則為二若五品倍之則為六  
分此零整雜列之法也內用分者所得數亦為一分之數必  
 以分母乘之乃合原數若不用分者得即原數更不須乘能  
 知此理則用分無誤矣



先以甲行為主之五品分十六遍乘乙行次以乙行五品分五遍  
 乘甲行五品各得分八十對減無餘六品兩行皆負則相減餘  
 四分主行少乃變負為正七品得分七十八品得分五九品得分十







得石十為六品月俸。又以相當之五品之分五除之得石二為五品八之一。而以其原分八乘之得石十六為五品月俸。

設如有數九百六十。以四人差等分之。乙與甲如二與八。丙與乙如三與七。丁與丙如四與六。問四人各得幾何。答曰。甲六百七十二。乙一百六十八。丙七十二。丁四十八。法以其數

命為和。相當數命為較。作和較兼用算之。乙二而甲八。是八乙相當二甲也。丙三而乙七。是七丙相當三乙也。丁四而丙六。是六丁相當四丙也。

和一甲一 乙一 丙一 丁一 共九百六十

較二甲二 正 乙八 負 適足

較三 丙七 負 適足

較四 丙四 正 丁六 負 適足

先以一行甲 遍乘二行次以二行甲 遍乘一行甲各得

一 對減無餘 乙一正一負則相加得十 仍為正 丙得二 丁得二 數得百二十九 無對不減俱仍為正 乃以減餘列之 與三行相對

和減餘 乙十 丙二 丁二 共一千九百二十

較三行 乙三 正 丙七 負 適足

先以和行乙 遍乘較行次以較行乙 遍乘和行乙各得

三 對減無餘 丙一正一負則相加得六 仍為正 丁得六 數得百六十七 無對不減俱仍為正 乃以減餘列之 與四行相對

和減餘 丙七十六 丁六 共五千七百六十

較四行 丙四 正 丁六 負 適足

先以和行丙 遍乘較行次以較行丙 遍乘和行丙各得三百四 對減無餘 丁一正一負則相加得八十 為法 數得萬



三千。無對不減即為實以法除實得四十為丁數。六因丁數以相當之丙。四除之得七十為丙數。七因丙數以相當之

乙。三除之得一百六為乙數。八因乙數以相當之甲。二除之得六百七為甲數。推此知二八三七四六

差分俱可以方程御之  
瓔珞方程法 亦名叠脚或法一而實有多位或實一而法有多位皆是

設如修船隻有舊船二新船一共用油二百六十斤麻一百三十斤釘十七斤灰二百十斤匠七十五工又舊船二新船三共用油二百八十斤麻一百四十斤釘十六斤灰二百三十斤匠七十五工問新舊船各用幾何答曰新船每隻用油六十斤麻三十斤釘三斤灰五十斤匠十五工舊船每隻用油一百斤麻五十斤釘七斤灰八十斤匠三十工 法列所問如左

|      |    |        |        |      |        |       |
|------|----|--------|--------|------|--------|-------|
| 右舊船二 | 新一 | 油二百六十斤 | 麻一百三十斤 | 釘十七斤 | 灰二百一十斤 | 匠七十五工 |
| 左舊船一 | 新二 | 油二百八十斤 | 麻一百四十斤 | 釘十六斤 | 灰二百三十斤 | 匠七十五工 |

先以右行舊船二遍乘左行次以左行舊船一遍乘右行舊

船各得二對減無餘新船相減餘五為法以下俱為實油相

減餘斤三百麻相減餘十斤五釘相減餘斤十五灰相減餘斤一百

斤匠相減餘五工以法除實得新船每隻所用數却以左行

所列各實數除去三新船所用數餘為舊船每隻所用數

設如甲乙二車運糧甲車先行兩日乙車後行五日追及甲車

比乙車運價少五錢又甲車先行二日乙車後行七日追過

甲車八十里甲車比乙車運價少一兩一錢問甲乙二車日

行里數及運價各幾何答曰甲車日行一百里運價五錢乙

車日行一百四十里運價八錢 法列所問如左



右乙車五日正甲車七日負行里數相等 價多五錢正

左乙車七日正甲車九日負行過八十里正價多一兩一錢正

先以右行為主之乙車五遍乘左行以左行乙車七遍乘右

行乙車各得五對減無餘甲兩行皆負則相減餘四仍為

負里數無可加減仍得四主行無數應為負價兩行皆正

則相減餘二主行少乃變正為負即甲車少四少行里四價

少二也以四除四得一即甲車日行里數以四除二得

五錢即甲車每日運價以乙車七比甲車九多行里八價多一

錢計之則甲車九行里九加多八共九為乙車七所

行里數以七除之得十即乙車日行里數甲車九運價

四兩加多一錢共五為乙車七之運價以七除之得八即

乙車每日運價也此法因有里數運價二種亦名疊脚若里

數為較運價為和難以分列正負則分兩法算之如重審法

重審方程法 凡算方程皆以有總數而無各數故遞減以

設如品官祿米不知數但云甲支三品俸四箇月又帶支四品

俸五箇月乙支三品俸六箇月又帶支四品俸五箇月亦不

知兩家支過米石數但云以甲十三分之一益乙則三百五

十石若以乙十一分之三益甲亦三百五十石問兩品祿米

各幾何答曰三品月俸三十五石四品月俸二十四石法

當先求甲乙支過米石數再求兩品月俸謂之重審先以帶

分法列位  
右甲十三分 乙之三分 共三百五十石

左甲之一分 乙十一分 共三百五十石

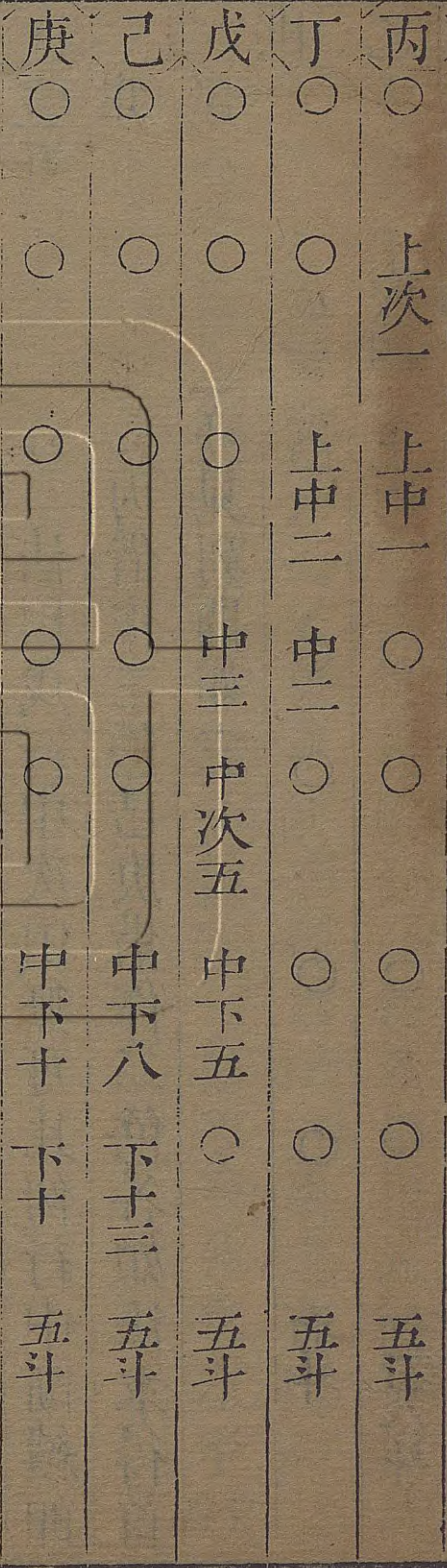
先以右行甲十三遍乘左行次以左行甲一遍乘右行甲各

重審方程法









先以甲行上田之行上田皆為一可省互乘兩下相較上各  
 減盡上次餘三上中仍一糧餘一石即與丙行乘減上次減  
 盡上中餘二為法糧餘四為實以法除實得二為上中田則  
 以除丙糧斗餘二為上次田則以除甲糧斗餘四為上田則  
 又以上中田則二乘丁行上中田畝得斗四以減丁糧斗餘一  
 以中田畝除之得五升為中田則又以戊行中田畝乘之得斗  
 五以減戊糧斗餘五升為戊田中次中下各五畝之共數因

此處斷而不屬故又先求末二行以已行中下畝八遍乘庚行  
 以庚行中下畝十遍乘已行中下各得畝八對減無餘下相減  
 餘五為法糧相減餘斗一為實以法除實得二為下田則以八  
 行而退位以庚行下田畝十乘之得斗二以減庚糧斗餘三以庚  
 省乘法也以庚行下田畝十乘之得斗二以減庚糧斗餘三以庚  
 行中下田畝十除之得三升為中下田則乃以戊行中下田畝五乘  
 之得一斗以減前減餘糧三斗餘斗二以戊行中次田畝五除之  
 得四升為中次田則

附法

設如有石二塊大小不等不知重數只有銅條一根重十二兩  
 均分十二分以繩繫於第五分之上頭五分一頭七分將  
 大石掛於銅條一頭離提繫五分而以小石作砵稱之離提  
 繫六分得平又將小石掛於銅條一頭離提繫五分而以大



石作砵稱之。離提繫四分得平。問大小二石各重幾何。答曰。大石重一百三十二兩。小石重一百〇八兩。法先以五分

相減。餘二分折半得一分與五分相加得六分乃以五分為一率。六分為二

率。餘二分作兩為三率。推得四率。四分此是先將銅條五分之

處取均平之法。蓋提繫在五分上。必於五分之端加二兩四

錢。乃與七分相平也。其以二分作二兩者。因銅條重十二

將四錢以大石離提繫五分因之得十二為五大石比六小石

多重之數。大石離提繫五分。小石離提繫六分而平。是大石

三十分。其重始等。然五分之端應加二兩四錢。是大石重六

比六小石多又將二兩以小石離提繫五分因之亦得十二為

四大石比五小石所少之數。小石離提繫五分。大石離提繫

重五分也。若五小石四大石。則各得二十分。其重始等。然五

分之端應加二兩四錢。是小石重四分。尚多二兩四錢也。若

五小石則多十二兩矣。因以大石為首色。因作較數方程法。故變為四大石比五小石少十二兩也。算之列位如左。

右大石五正 小石六負 重多十二兩正

左大石四正 小石五負 重少十二兩負

先以右行大石五遍乘左行。以左行大石四遍乘右行。大石

各得二十對減無餘。小石兩行皆負。則相減餘一重一正一負

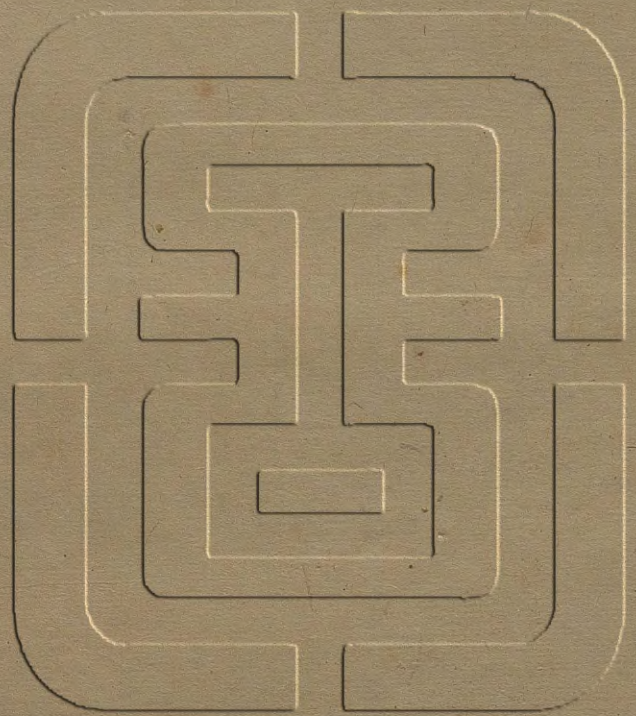
則相加得八。即一小石之重數。以六因之得六。為

六小石共重數。加五大石所多十二得十六。為

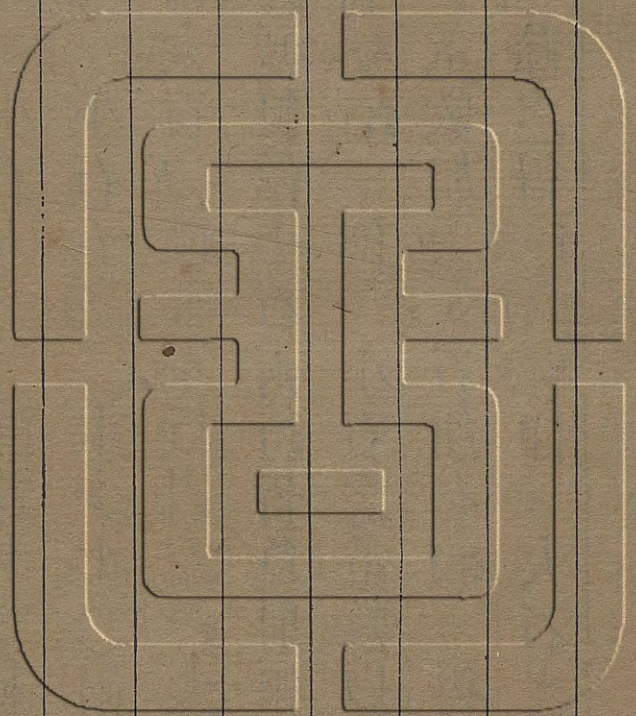
重數。以五除之。得十二。即一大石之重數也。







九數通考卷九終



九數通考

卷九

三



