

光學之研究

A. A. MICHELSON 著

國立中央大學教授
張 鈺 哲

國立編譯館編譯
呂 大 元
合 譯

立編譯館

中華民國二十三年一月初版

(二〇八一六)

光學之研究 一冊

Studies in Optics

每冊定價大洋壹元肆角

外埠酌加運費匯費

原著者

A. A. MICHELSON

譯述者

國立中央大學教授 張鈺哲

校閱者

國立編譯館編譯 呂大元

出版者

國立中央大學教授 徐仁銑

發行人

國立編譯館 王雲五

印刷所

上海河南路 商務印書館

發行所

上海及各埠 商務印書館



(本書校對者楊靜齋)

序

予擬於是書中，將個人所作之研究，錄舉其綱要。本書體例，大致與『光波及其用途』(Light Waves and Their Uses)一書同，諸多圖畫，仍係採自前書，惟於理論方面，特加注意；間有數篇，其研究之進行，則在於前書出版之後。本書內容，數理頗夥，讀者須嫻熟微積之術，始克了解，然數學之準備不充，而對此問題，趣味濃厚者，研讀一過，得於實驗方法與結果，有所參悟，則作者之渴望也。

問題之討論，欲求一貫，標準光學論著中，常見之材料，似有重行引說之必要。依予個人觀點，作此類研究之陳述，或不致味等嚼蠟，彼科學創造者之大意微言，感余最深者，輒鄭重闡明，用達余之印象。

『繞射』章之材料，多有採自銳聶爵士(Lord Rayleigh)科學論文集者。

蓋耳(H. G. Gale)博士及克茹(Henry Crew)博士均曾助予校對。

孟開(G. S. Monk)博士既任勘誤之勞，復多圖表之賜，至深銘感，特誌謝忱！

邁克爾遜(A. A. Michelson)

目 錄

第一章	光波干涉之理論與應用	1
第二章	光波之干涉	9
第三章	干涉儀.....	19
第四章	光波分析.....	32
第五章	標準柵之光波量度.....	44
第六章	繞射.....	51
第七章	光學面之考核.....	70
第八章	繞射光柵.....	82
第九章	繞射柵之刻線.....	95
第十章	階形柵.....	99
第十一章	干涉現象在天文學上之應用	107
第十二章	光之速度	115
第十三章	媒質運動對於光行速度之影響	130
第十四章	相對論	145
第十五章	蟲鳥之金屬色彩	154

光 學 之 研 究

第 一 章

光波干涉之理論與應用

解釋光之現象，粵有兩說，早經創議。一曰微粒說，一曰波動說。前說之假設，謂光成於微粒陣，微粒陣產自光源；粒之運行，速度均一，爲量極大；直接入目，或經反射，再進眼簾，一觸網膜，遂生視覺。波動之說，主張懸殊，其說謂宇宙之間，充滿媒質，號曰以太(ether)，媒質之波，鼓盪播進，斯成光焉。波行速度既大，又恆相等，所以然者，媒質之特性也。據此兩說，光之普通現象如進行，反射，折射等，俱可獲圓滿之解答；惟涉及其他現象，波動說仍可單獨解決，毋待其他假說之輔翼，而微粒說則不能獨任斯艱。

波動之說，雖屬假設，第以習見波動之跡象，與之類比，將立覺斯說之優越。茲先就水波言之：靜塘一方，投以小石，圓波四揚，從茲波形，波源之種種情況，不難考得。例如自波面上任何二點，繪二

法線，則法線之交點，即波源之所在，波源之方向與距離，得由是而決；苟此擾動，具有周期，則周期之特性，必呈於波動之中，由此又可推知波源之頻率及其他性質。乃至波源處擾動之強弱，亦可從波身之高度，得其端倪。

空氣中之音波，所傳遞至於吾人耳鼓中者，即關於波源之週期強弱等消息也。波之貫穿地殼起因於地震者，仍復如是，吾人視官所可接收而輒能領悟者，亦無非波源之方向距離強度性質等消息而已，是以他項證明，縱付缺如，即從類似現象之研究，亦將以波動說為歸。但有一點，波動說與微粒說之推論，竟完全相反。此點為何？蓋光速是。根據前說，光波在水之行動，較在空氣為緩，根據後說，則光粒穿水之速度實較在空中為快，二者之結論何來？詳述於次：

按照微粒說，光粒行向，如圖 1 箭端所示。當與水面 SS 相遇時，受水粒之吸引，直向速度 Sa ，將有變更，橫向者(oS)因對稱故，絕無損益。於是光粒途徑，定不循原向 oa 進行，而必以 ob 為歸。如圖上線段之長短，確與速度成比例，則由圖可知

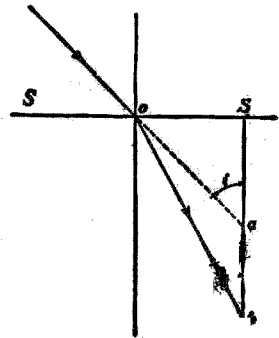


圖 1.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{os}{oa} \div \frac{os}{ob} = \frac{ob}{oa} = \frac{V_2}{V_1} = n,$$

n 係折射指數。因 n 大於一，故 V_2 大於 V_1 ，即在第二媒質內光行之

速度，應較在第一媒質內者為大。

利用波動說，探此問題之究竟，非可率爾而得，海芹斯 (Huyghens) 之重要假設，理應先行了解。海氏之言曰：設於某一定時，有波面與焉，波面各點，可視為後此擾動之源。以各點為心，以所歷時間內光波應行之距離為半徑，作小球體，則諸小球體之包面，即所歷時間後之新波面。譬有平面之波 ab (圖 2)，循箭向進行，遇水面於 ac 。 b 處之光，以 V_1 之速度，行於空際， a 處之光，以 V_2 之速度行諸水中； b 行至 c ，則 a 行至 d ；依海氏之說， d 處波面，當係以 a 為心， ad 為半徑之球面。過

c 點，作此球之切面，即得 ab 入水後之新波面，自 a 點作 d 處之法線，即得其行動之新方向。令 i 為入射角， r 為折射角，則

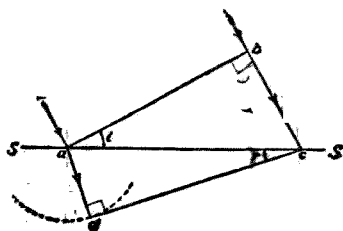


圖 2.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{bc}{ac} \div \frac{ad}{ac} = \frac{bc}{ad} = \frac{V_1}{V_2} = n。$$

n 與前之命意同，因其大於一，故 V_1 大於 V_2 ，於是在第一媒質內光行之速，應較在第二媒質內者為大矣。

理論之是非，恆藉實驗以明；費佐 (Fizeau) 與富柯 (Foucault) 之著名實驗，見諸後章者，兩說之命運系之；結果，波動說竟歌凱旋，微粒說慘遭敗北。微粒說受此致命之傷，毋須其他指責，已無立足之望，苟非近代物理學家，將其改頭換面，踵事增華，使漸有死灰

復燃之勢者，誰願多費唇舌，舊話重提哉。

溯自相對論出，一理想之困難，乃加諸光學，而紛擾觀念之捲土重來，亦坐因於是。蓋倡相對論者，不獨信媒質之存在，事非必須；且信與其基本假設，時多鑿柄。雖然，此種困難，縱可接收，而推翻有光榮結果之波動說，是否即能據此以爲牢不可破之理由，頗屬疑問。因相對論引起之困難，非屬一種事實，而係事實之推論與解釋，則困難云者，終將變爲顯著矛盾現象之如何解說耳。

光波行動，作何特狀？是與吾人所欲解釋之干涉現象，無關緊要，即光波振動方向，亦不值重視。惟研究鳥蟲羽甲金屬光澤之成因時，對於振動方向，不能不加過問，而光之電磁說之結論，信光爲橫波振動，因有極化現象者，勢必採納。利用電磁說，解釋光現象，法固至善，惟就化生奇之現象爲平凡之事實方面論之，電磁學說，誠未盡解釋之能事；若依此點而言，彈性固體說，殊屬優越。因電磁擾動，必藉一種媒質以傳播，而媒質之特性，舍用力學的觀念，爲之譬說，別無他策。

用此媒質模型，解說媒質特性，猶未獲完全成功，然常人對此，較諸徒恃空言，了無寄託者，已覺易於接收矣。模型之不易創製，非足爲怪，因苟一思及此媒質之特性如行星在軌道上之奔馳，不爲之阻；每秒行十八萬六千哩之橫振動，往來無礙，則知其構造之奇，必非吾人通常觀念中所可思議。上述之力學的比擬，雖屬粗簡，然頗近實，故人恆樂道之。相對理論，曾向媒質，與師責難，提出種種困難；今後創議之媒質，其特性與構造，當以能削此類困難爲前提，然

則相對論已爲吾人闢一尋思之徑矣，其果有如是之望乎？

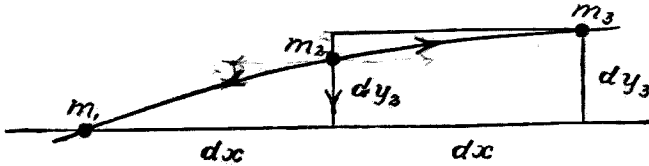


圖 3.

傳播速度與媒質特性，相依爲命；爲說明兩者關連分析式之推繹法，試就一伸展之線條着想之。設此線之質量，集中於 $m_1, m_2, m_3 \dots$ 等點(圖 3)，任兩點之距爲 ds 。 m_2 所受之力^①，必係張力 T_1 在 y 向之分力，其值如下：

$$f = T_1 \frac{dy_2}{dx} - T_1 \frac{dy_3}{dx} \quad \text{或} \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = T_1 \frac{d^2y}{dx^2} dx,$$

因 $m = \rho_1 dx$ ($\rho_1 =$ 直線的密度) 故 $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{T_1}{\rho_1} \frac{d^2y}{dx^2}。$

廣義言之，常數 $\frac{T_1}{\rho_1}$ 可視爲復原力與媒質慣性之比，茲以 a^2 代之。將上述結果，推演於三度空間；設 s 相當於位變之向量，並令媒質在各方向之特性，均屬一致，則波動傳播之最普遍公式，爲狀如下：

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2} \right)。$$

式中 s 表位變量， t 表瞬間， (x, y, z) 示媒質間任一點之坐標；惟

① 所有移動，爲量極小，其平方均可棄而不計。

此媒質須具有均勻 (homogeneous) 性及無向 (isotropic) 性兩特點，而在媒質間，除彈性力作用外，應無其他擾動。具有同一振動位相之各點，所成之軌跡，專名波面 (wave front)。如該面係一垂直 z 軸之平面，則上式又可簡為下形：

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a^2 \frac{d^2s}{dz^2}。$$

此微分方程式之解，應為 $s = f_1(z - at) + f_2(z + at)$ 。是乃顯而易見者，蓋將此值代入原方程式，適能吻合無間也。 f_1 與 f_2 係任意兩函數而孕有物理上存在之意義者。

於 f_1 中，與 t 以增量 dt ， z 以增量 dz ，

$$s_1 = f_1[(z + dz) - a(t + dt)]。$$

如兩增量成一定比如

$$\frac{dz}{dt} = a，則 \quad s_1 = s。$$

是即謂 f_1 所代表之波形以恆速 a 沿 z 軸推進。同法，可以考知 f_2 以同速循反對方面推進。

命函數 f 取簡單周期式

$$s = A \sin m(z - at)，$$

或

$$s = A \sin(nt - mz)，$$

或

$$s = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + \psi \right)，$$

其中 S 表位變量， A 表振幅， T 表周期， λ 為波長， ψ 為位相常數。

式所代表者，係一均勻簡諧波陣 (homogeneous simple harmonic wave-train)。

從 $dz = a dt$ 之條件，並因 T 時間內波陣所行之距離為 λ ，故得 $\lambda = aT$ 。

如數個波陣，同時經過媒質，則結果之行動，應為諸分動之向量之和。令 s 表某一分動在一特向之移變， S 示在該方向行動之總和，於是

$$S = \Sigma s = \Sigma a \sin(nt - mx + \psi)。$$

按諸普通情狀，結果之運動，未必仍具周期性。但如各波陣不同之點，僅在振幅與位相，此時可命 $nt - mx = \theta$ ， θ 在各波陣中，值量不變，

$$\left. \begin{aligned} S &= \Sigma a \sin(\theta + \psi) \\ \text{或} \quad S &= \sin \theta \Sigma a \cos \psi + \cos \theta \Sigma a \sin \psi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

惟因各分動之周期相等，故結果之周期，亦當與分動者相同；如令 A 為終結之振幅， α 為終結之位相常數，則

$$S = A \sin(\theta + \alpha) \quad (2)$$

$$\text{而} \quad A^2 = \Sigma^2 a \cos \psi + \Sigma^2 a \sin \psi，$$

$$\tan \alpha = \frac{\Sigma a \sin \psi}{\Sigma a \cos \psi}。$$

如波陣之數為二，

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\psi_1 - \psi_2)，$$

$$\tan a = \frac{a_1 \sin \psi_1 + a_2 \sin \psi_2}{a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2} \circ$$

如 $\psi_1 - \psi_2 = 0$,

$$A_0 = a_1 + a_2;$$

如 $\psi_1 - \psi_2 = \pi$,

$$A_\pi = a_1 - a_2;$$

並如

$$a_1 = a_2,$$

則

$$A_0 = 2a,$$

$$A_\pi = 0 \bullet$$

第二章

光波之干涉

當類似兩波陣，進向幾同，而互相疊合時，結果之運動，與任一原波陣相比，將依兩波相之差，而有較大或較小之別。如兩波陣，係相等之簡諧運動，並以同相相值，則結果之振幅，當倍於原波陣，強度且四倍焉。若遇時位相適反，結果之振幅或強度，勢必為零。此種情狀下之兩波陣，名曰互相干涉 (interfere)，所生之現象，名曰干涉現象 (interference)。此字殊不當，因任一波陣，仍係獨自為政，與他波無關，何得有相干相涉之稱，惟沿用已久，真義所在，吾人已能默悟，毋須自作聰明，易以他字，而徒滋紛擾也。干涉之佳例固夥，下者尤稱滿意。

將兩完全相同之音叉，置於共鳴器上，使之同時發音，結果之音，與鳴一叉，無多參差，所異者，強度而已。如兩叉之一，稍塗以蠟，減其振率，則兩叉不復同調；設叉鳴之始，兩者同相，音之強度必大。須臾相差漸增，音強漸微，迨夫反相，乃有一瞬息之停息。是以相差之影響，將使共成之音，發生有規律之盛滅相間之現象，通常稱之為『拍』 (beats)。斯時音之強度，恰為時間之周期函數。

如兩叉無毫髮差，用電連法，使其振相，始終如一。P點(圖4)與 F_1 及 F_2 等距，該處之音，強度最大。Q距 F_2 較距 F_1 近半波長，此

點適爲反相之處，當不聞音。R 點之程差，恰爲一 λ 波長，兩波至此，復又同相，最強之音，重聞是地。由此可見沿任何線之與 F_1 F_2 平行者，音之強度，恆爲距離之周期函數。

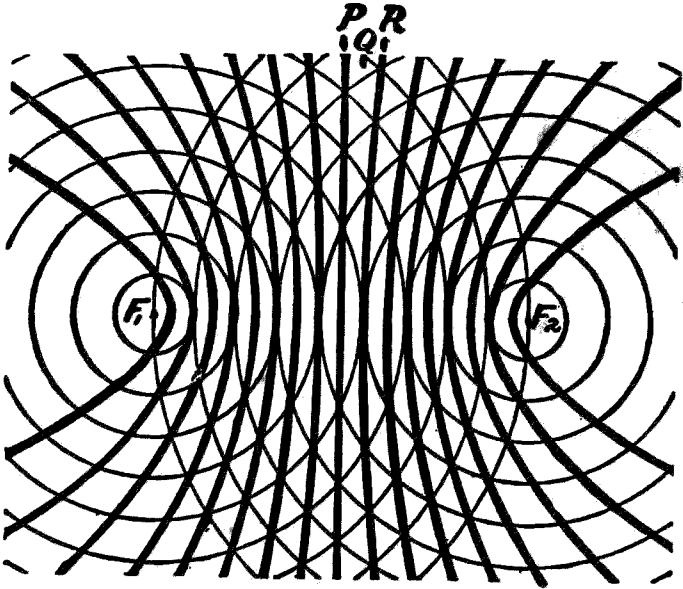


圖 4.

如光亦係波動，其強度應與振幅之平方成比例，則在適當情況下，兩光相加，得生黑暗。牛頓 (Newton) 係第一人研究此種現象者，馳名已久之「牛頓環」實驗，即其研究時所用之方法。胰皂之泡，面陳美色，產生之因，與牛頓環，同出一軌。惟此現象，入人眼簾，雖歷年所，而窮詰原由，頗乏其人，必待牛頓之智慧，始得破是隱謎，而與此現象以正確量度之方式也。

牛氏解釋「薄膜色彩」之學說，誠不復爲人所接受（牛氏堅持微

粒說，反對波動說，但依前說，釋此現象，必求援他種假設，始克奏效），然今人所謂之波長，牛頓早經測定，而光譜各色之特性，唯在波長，亦係牛氏首先指出，先哲之卓識宏猷，殊足景仰！

茲將詳述『薄膜色彩』之學說。兩光束之疊合，薄膜色彩所自生焉。光之一束，係來自薄膜（在皂泡，係水；在牛頓環實驗中，係兩玻璃面間之空氣）之第一面，他束則產自第二面。如用純粹單色光，此兩光束之干涉，即生明暗相間之光帶(band)。牛頓實驗內，光源如係紅色，將見環帶之徑，較用藍光為大，倘用白色（牛頓曾謂白光包含光譜上所有之色），則結果成一美豔之色系。現象之顯著，有如是者。

解釋此種現象，有一顯著之困難，頗堪注意；按光波說，兩面接觸之處，程差係零，光之強度應為最大；然考諸實驗，結論殊異，接觸處之光強，反為最弱。矛盾若是，果何故歟？庸詎知發生干涉之兩個光束，非直接來自光源，要皆經過反射，始入吾人眼簾；而兩者反射之情形，絕不相類，一在稀薄媒質之空氣中舉行，一則產生於玻璃之表面，經玻璃面反射之光束，位相有變，而變易之值，適為波長之半。故於量得之程差外，尚須加入此值，則所謂矛盾現象無可解說者，當然冰釋無疑矣。

干涉之現象，波動學說，似能與以完滿之解答，但決疑之考驗，仍屬無從着手，因所謂互相干涉之兩光線束，實無分離之可能。然自楊氏(Thomas Young)之實驗，宣告成功，上述困難，頓形消失。實驗之裝置，略如圖 6。S 係一小孔，透鏡聚會之日光，由孔射入，

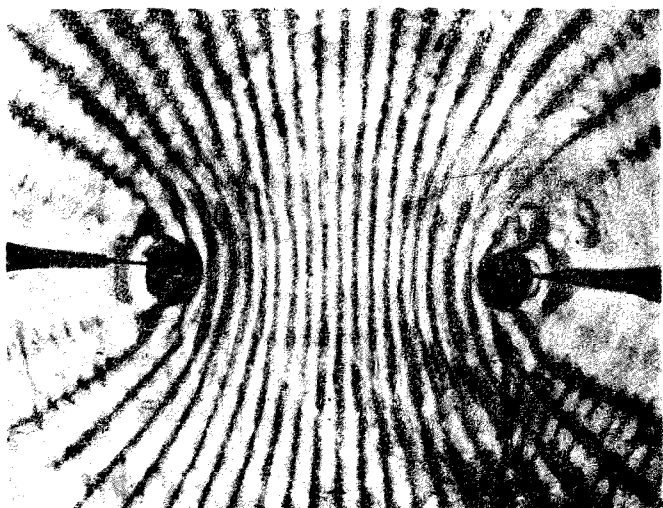


圖 5.——照像所示，為小水波干涉之現象。水波之生，係以兩針接觸水面，而於針之上端，通以交變電流。

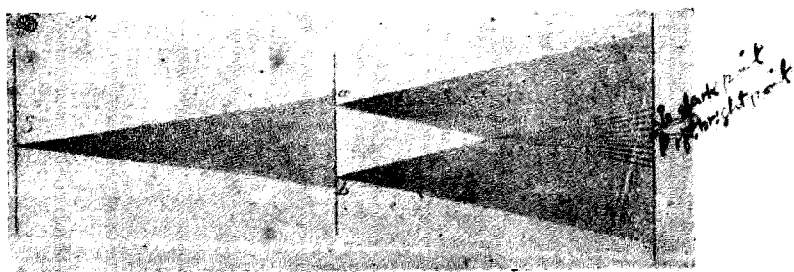


圖 6.——第二屏之左面，表明兩光波在空間之干涉。
惟此蔭影，僅係一種圖示，並非事實上之照像。

用為光源；光源之前，置一屏蔽，屏上穿兩小孔 a, b ，距約一耗。光過小孔，射於他屏，該屏又距前屏約一耗。 ap 與 bp 光程相等， p 點之亮度遂為最大； q 點之程差 $(aq - bq)$ 為波長之半，位相適反，兩光線

束，互相抵消，光乃極黯；距 p 點倍於 pq 者，位相又同，第二次最大亮度，立即產生。如是明暗相間，斯成干涉之象。前述音波之干涉，與此酷相類似，事極顯明，而同一解釋，兩種情況，皆能適用，亦屬事實。

音光主要之差別，即在波長；波長不等，發生干涉之兩波源之距離，亦當有異。如令 b 為干涉帶 (interference bands) 之闊 (即兩最強光帶間之距離)， D 為兩屏間 bp 之距， d 為兩小孔之距， λ 為所用光之波長，則

$$b = \frac{D}{d} \lambda。$$

如用白光，干涉帶即麗以彩色，色之順序，與牛頓環，大體相似。

楊氏所得各色之波長，與牛頓所計者，完全相同。楊氏實驗中，兩干涉光線束，判而不混，故將任一光束，加以變易，其他一束，不受影響。又若任一光束，擯而不用，則干涉現象，立時泯滅。且從暗帶 (dark band) 言之，已證兩光疊合，可生黑暗，是更與波動說符合不悖，而為其他任何學說費解之點。

雖然，此兩束光線，曾經小孔，難保不生曲折或繞射，焉知所謂干涉現象者，非因光經小孔，受屏帷緣邊之影響，有以致之耶？欲泯斯議，佛銳列 (Fresnel) 曾將楊氏實驗加以改造，茲為說明如下：

佛銳列之鏡

表示干涉現象之實驗，佛氏方法，並非上乘，自近代精美之實驗

產生後，彼已早受淘汰，惟從歷史與教育兩觀點論之，此一實驗，仍具興趣，頗值一談。

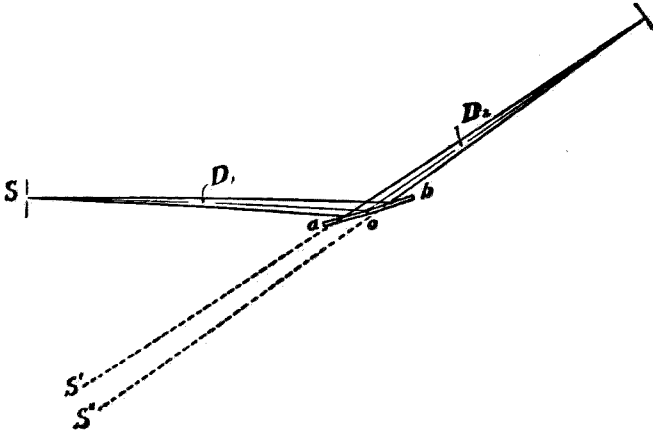


圖 7.

oa 與 ob 兩玻璃片(圖7)，互相傾斜，成角極微(僅有幾分弧度)； S 係一光源，既亮且狹，光經兩鏡之反射，會於一屏，干涉帶得於屏處直接窺見，或以目鏡觀之，亦無不可(在此情狀下，屏帷並非必須)。結果之現象，直與除去原有之光源與兩鏡，而代以光源之兩虛像 S_1 及 S_2 者，完全相同。

命 α_1 為兩鏡所成之角， D_1 為兩鏡交線與光源之距離， D_2 為交線與屏之距，並設 b 為波長 λ 之光所成干涉帶之闊，則有

$$b = \lambda \frac{D_1 + D_2}{2D_1\alpha_1} \circ$$

如兩距離 D_1 ， D_2 相等，

$$b = \frac{\lambda}{\alpha_1} \circ$$

此處所應注意者，兩鏡之交線，須與隣邊極近，否則，光程之差，將增以 $\frac{2h \sin \theta}{\lambda}$ 之值， h 為兩鏡交連處之「支距」(offset)， θ 為擦過角 (grazing angle, 極小入射角之專名)。此一數量，關係至偉，調置儀器時，僅須發生 0.1 耗之訛誤，結果將有四十個光波之差。欲杜斯弊，非 θ 之值甚微不為功，故作此實驗之必要條件，即擦過角務宜至小。


如光源係一狹縫 (狹縫所生之亮度，恆較圓孔為強)，則兩鏡之交線，與此狹縫，應居同一平面，此點亦極重要，勿得忽視。雖然，佛氏鏡所生之反射光，因有傾斜^①，局部之光，難免繞射，楊氏實驗中，聚訟之點，仍未蠲除，誠屬憾事。

佛氏實驗之另一方式，係將兩面平鏡，易以雙底稜鏡 (bi-prism)，其角^②稍小於 180° 。此稜鏡在屏上所生之現象，亦彷彿本無光源 S ，而僅有兩虛像 S_1 及 S_2 者然，是以兩干涉帶間之距離，顯為

$$b = \frac{\lambda}{2(\mu - 1)\alpha_1} \cdot \frac{D_1 + D_2}{D_1},$$

式中 α_1 為稜鏡之銳角， μ 為折射指數。但 μ 隨 λ 以變，故所得干涉現象，將因色散而趨繁複。

① 用高度放大，將兩鏡之交線，加以注意之調置，使反射線之斜度，可小至吾人所欲，則縱有局部繞射之光，亦無傷大體。

② 此角係指圖  中之 α

他種干涉儀器，未行討論之前，各器共守之原則，頗值討探。

(1) 第一最要之條件，即兩干涉之光線束，應有一不變之位相關係（至少此位相關係之變遷，亦須遲緩而連續）。欲實現光之振動，與此條件，符合不悖，則兩光線束，非同出一源不可。高燒兩燭，絕無干涉現象之可觀，是因兩燭之電子振動，各皆任意，所生之光波，位相振幅與排列之方向，每秒鐘內，不知有幾千萬次之變遷，亮度之成於此種光波者，求兩者之間，有一相當之關係，勢不可能，干涉現象之不克有成，理所應然。兩光同源，為產生干涉現象之必備條件，下述者不過就觀察方面之便利着想，不可與此條同日而語。

(2) 光源如非均勻，換言之，即光源成於雜色（例如白光），內含各種不同之波長，則結果之干涉帶，將因不同之波長，具有不同之闊度與位置，非當兩干涉光束歷程相等，則永無密合之望，惟程差在一耗之千分之一左右時，雖不密合，亦近之矣。是以吾人應盡力之所及，謀此兩光束之行程，趨於等值^①，苟不然者，非以分光鏡觀察之，不能得其究竟。利用分光鏡，干涉現象，旋得證實，蓋光譜『溝化』(channeling)，是其明證；『溝化』云者，光譜上顯有黑暗條帶之謂也。暗帶數目，隨程差之消長而有增減。

(3) 兩光線束進行之方向，應約相同，此為第三條件。倘有差異，干涉條紋，必細至不可分辨。因如令 α 為兩光線束間所成之角（即兩波面間之角）， λ 為波長（指兩同相連續波面間之距離）， b

① 惟佛氏鏡之支距，如在一耗之百分一之上時，此種條件，即難作到。

爲兩干涉帶之距離，乃有

$$b = \frac{\lambda}{a} o$$

(在任何情狀下，上式俱能適用，茲以陳例證明之。如在佛氏鏡一實驗中，

$$b = \frac{D_1 + D_2}{2D_1 a_1} \lambda$$

a_1 爲兩鏡所成之角，但

$$2a_1 = \frac{D_1 + D_2}{D_1} \alpha$$

$$\therefore b = \frac{\lambda}{a}$$

仍得前式。)

如方向之差，爲十分弧度，茲按上式，干涉條紋之闊，僅有 340 個波長，其量尚不及一耗之十分之二。

類於楊氏佛氏兩實驗內所用之儀器，尙有一條件，必須加入，即光源務宜極小（如針眼或狹縫方可）。不然，各系條紋，不復會聚一處，而干涉現象之明證，爲之蒙蔽矣。但此條件，在另種儀器內，實非必須，如雅敏(Jamin)之干涉折光儀(interferential refractometer)，是其一例。此儀之主要部分，係兩平行平面之玻璃片，兩片之厚度應無毫釐之差，而相對位置，亦須平行。S(圖 8)光源射出之光，經第一片之反射與折射，成兩條光線束，一循 *oabcd* 前進，一循 *vefed* 前

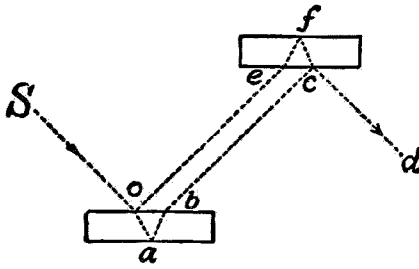


圖 8.

進。兩途程大約相等，此兩束光乃以最小角度沿 cd 之方向，而相會遇，用肉眼或用遠鏡，干涉條紋，均可一覽無餘。

第三章

干涉儀

前述產生干涉現象之各法，向未使干涉光束，有較寬之分離，並於巨大之程差變遷，亦未計及。抑知探討溫度壓力電場磁場及媒質自身運動等，與光之進行，有若何影響時，巨大之程差變遷，實係重要之條件。

為謀前述末項問題①之解決，爰有下述佈置之籌劃。光源 S (圖 9)，可以廣闊之發光面為之(蠟燭，電燈，或焦點處置有弧光燈之透鏡均可用)。 a 係一平行平面之玻璃片，光射於 a 面②，分成兩相關之光束③ (Coherent pencils)，一係透過 a ，直射至 c ，經反射，回至 a 點，再循 ae 以行者；一係在 a 面反射，至 b ，又反射，回至 a ，終沿 ae 以進者；故在 ae 方向，置一屏，干涉條紋遂顯，舍屏而以肉眼或觀測遠鏡視之，亦無不可。

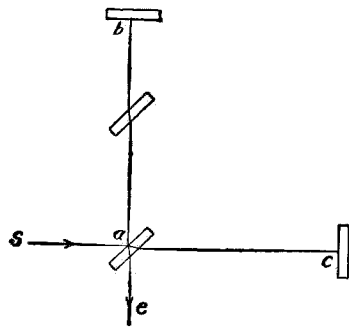


圖 9.

干涉儀之名，初即用以號稱此

- ① 按指媒質自身運動與光行之影響。
- ② 此面塗以銀或鉍，厚度以能使反射與透過之光強度相等為宜。
- ③ 所謂相關之光束者，即兩束光之位相必完全相等，或有一固定之差。

種簡單裝置者，1880年予作實驗時，即用此儀之略加修改者，後與莫列 (Morley) 教授合作實驗，復沿用之，詳細情形，俟論媒質運動與光速之影響時，再加敘述。茲僅論本儀器之數種改造，曾為各項研究之實驗上所利用者；並將本儀器與其他光學儀器類似之點，予以說明。

光學上量度之儀器，通常所用者，不外透鏡(或鏡面)與稜鏡(或光柵)兩種；干涉儀時亦加入工作，而以第三種工具目之。但因任何光現象，咸以干涉之廣義的概念為依據，故干涉儀與前二者並無重大區分，茲將其類似之點表明於圖 10。試觀圖 10 A，光源之像(光源係一狹縫 a ，或為一細線，用鑽石在平滑玻璃或金屬面上，刻畫而成)，成於 d 處(此為射在透鏡 bc 上所有光線會合之結果)，利用

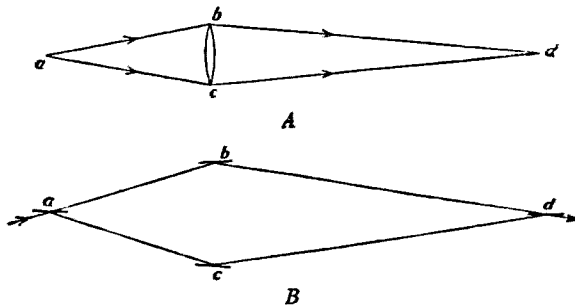


圖 10.

望遠鏡或顯微鏡上之目鏡，可窺得之。圖 10 B 中，光源處代以 a 面；透過與反射之兩光線束在 b 及 c 處，受稜鏡(或鏡面)之曲折，共會於 d 面，復行前進，即入眼簾或觀測之遠鏡。圖 11 表示類似之

意義，與前圖相同，惟將透鏡易以鏡面耳。

是以透鏡（或鏡面）與干涉儀重要之區分，即前者將光源射來所有之光線，聚合造像，映諸焦平面上，而後者僅具兩束互相干涉之光線而已。至在應用，此種區分，亦不重要。並知欲作精確之量度，干涉儀實具顯著之功效。上舉之說明圖中，顯微鏡，望遠鏡，及干涉儀之類似形，俱可特為量距與測角之用。

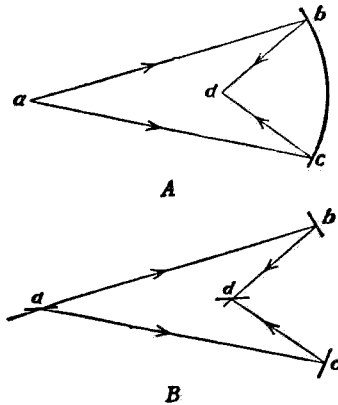


圖 11.

稜鏡及光柵，驟視之，為用之目的，與包含之原理，與干涉儀，似有不同；混然一光，析為若干成分，乃前兩者之職責，但細加考察，類似情形，仍然存在，茲以圖 12A 與 12B 表明之。圖 12A 中， a 表狹縫之光源， bc 表光柵，光線經柵，受其繞射，復返至 a （平行平面之 p 片，將一部分之光，拋射一邊，以便觀測或攝影），是與圖 12B 及 12C 所示之干涉儀，顯具同樣光程，唯僅指干涉儀之

兩條有限制之光線束而言耳。

在此種裝置中，如有一鏡（如 C ），可以活動；射入之光，又係單色，波長為 λ ；而光度最大（或最小）之條紋數相當於程差 d 者，值為 n ，則波長 $\lambda = d/n$ 。後章將說明利用此法量得之值，較用稜鏡或光柵，更為正確。

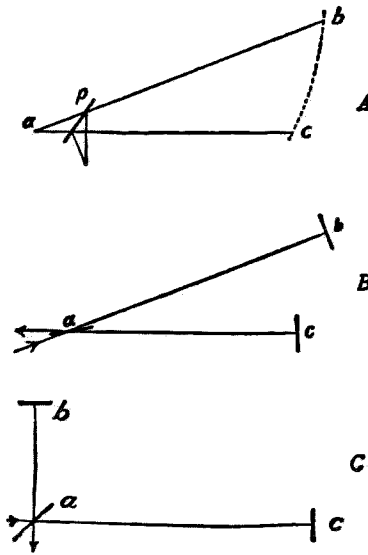


圖 12.

12C, 13C, 14B, 15C 與 16B 諸圖，為干涉儀之各種主要式樣。在特種用途中，各式之類似圖形，亦均附入。

干涉儀之形式認為最通用者，當推圖 13C, 17, 18 兩圖示其詳情，圖 19 則為該儀之照相。平行平面之 A 片（圖 17），面塗薄銀，光源射出之光，行經 A 後，分道揚鑣，一部反射至塗銀之平面鏡 C ，

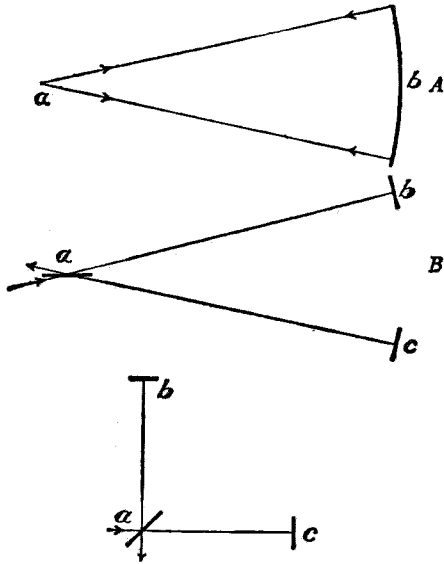


圖 13.

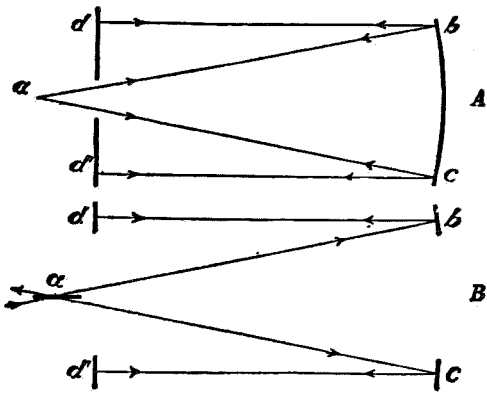


圖 14.

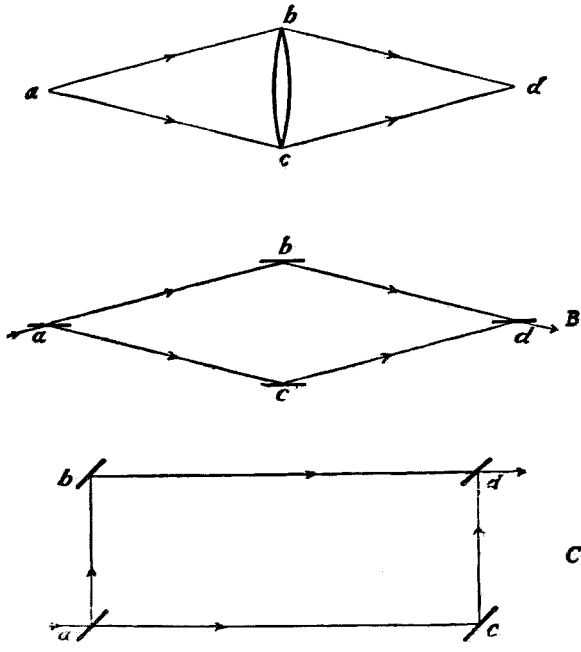


圖 15.

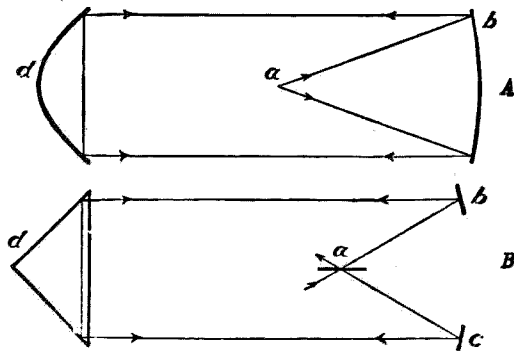


圖 16.

經 C 反射，回馳至 A ，穿之而入觀測遠鏡；他部透 A 至 D 鏡，回射至 A ，復經反射，亦入觀測遠鏡，鏡中兩光相遇，遂生干涉之象。如用白光，光程之差，務須極小，干涉之帶，始獲現示。但有一束光，已經

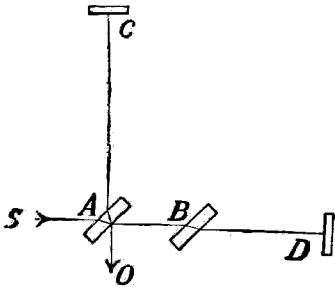


圖 17.

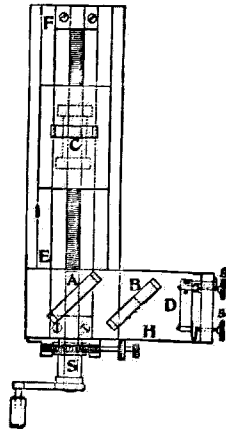


圖 18.

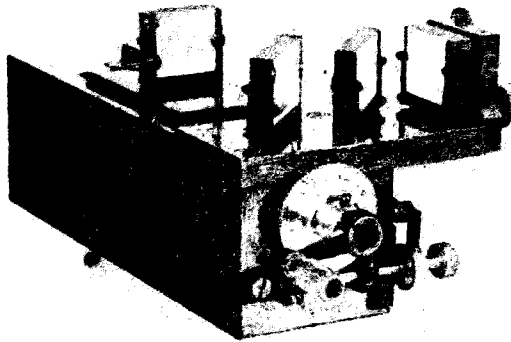


圖 19.

A 片兩次，故於他一束光之進程中，應置一 B 片，以補救之。 B 之厚度，恰與 A 同，安放之角度，亦須與 A 無別。

各光學器械，均以重座承之。運轉動鏡 (C) 之機，行動必須穩確。此種行動，係由螺旋傳達，螺旋設有齒輪，附有刻度圓盤，故行動之徐疾，可以精確量得。定鏡 D 亦附有螺旋，鏡繞縱橫兩軸之動作，賴以調節。補償片 B ，下有鋼質直桿荷之，桿之扭轉，得令光程發生任何小量之變遷。所有光學平面，務宜坦平，其差度不得超過光波長度二十分之一。

干涉儀調置之方法，與應行注意之點如下： C, D 兩鏡與半塗銀之 A 片之距離，須近相等（縱有差誤，亦須在一耗之內）； A 片前面所用之光，應屬均勻（鈉燄或古伯黑味蒂 Cooper-Hewitt 之汞光弧）。調變 D 鏡之螺旋，使一針尖之兩像，可合為一，則干涉條紋，即能產生^①。所得條紋，常甚狹曲，而不清楚，緩緩調變 D 鏡，條紋闊度，可趨一適當之值，且轉動螺旋 S ，以減程差，條紋亦可較為明顯。當程差近零時，眼之位置縱變，條紋之傾斜度，絕不因之改易，此點作到時，白光內應有之條紋（有色），當然現出，如仍不現，稍轉螺旋齒輪，使螺旋 S 有相當之行動，條紋自必產生。

干涉儀之理論

圖 20 之裝置，係干涉儀最簡形之略圖。對 E 處觀察者言，諸鏡面連合所生之現象，一若僅有 A, B' 兩平面之存在，而其他各件均無

① 觀測時眼之前方應置一極小徑口，則條紋之清明度可以驟增。

與焉。所謂 B' 者，即 B 在 M 鏡面內所生之像。令圖 21 M_1M_2 兩平面作此干涉儀之代表，試思光自 S' 來後，經反射至 P 之影響。命 t 爲入射點處兩鏡面距離， ω 爲入射角，對於兩鏡，角值可謂相等；假設兩鏡間之角 ϕ ，值量極微（僅約一秒弧度之譜），於是兩干涉光線束之程差，應爲

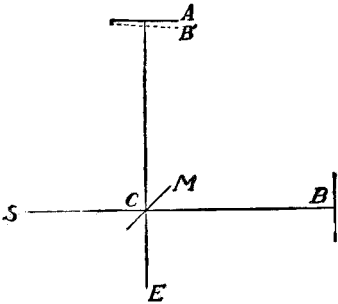


圖 20.

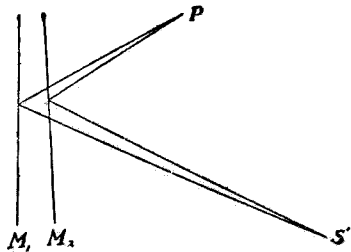


圖 21.

$$\Delta = 2t \cos \omega \circ$$

如兩鏡之交線係直立，命入射線之水平投影與法線之交角爲 i ，入射線在含法線之縱面上投影與法線之交角爲 θ ，並設 P 爲觀測干涉條紋處與鏡面之距離， t_0 爲兩鏡在垂線脚處之距離，則

$$t = t_0 + P \tan i \tan \phi \circ$$

因 ϕ 與 ω 值量均小，故

$$\Delta = 2(t_0 + P i \phi) \cos \omega \circ$$

如觀測處之徑口，廣漠無限，則相當位相差 $2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ 之數值，界域必大，致令干涉現象，消失無存。反之，光線之錐，倘有限制（如爲眼之瞳孔或觀測鏡前之光闌所限），則界內含數甚夥，干涉現象，遂

得顯著。

茲將求 P 爲何值時，該處之條紋，最爲清朗。當 ω 有一定量變易時， Δ 之改動，值量最小，則清朗之條紋，必可產生。

使 $\frac{d\Delta}{d\omega} = 0$ ，並因 ω, i, ϕ 等值均微，

$$P = \frac{it_0}{\phi}。$$

是以當光束不加限制時，干涉像型 (interference pattern) 之各部，不克同時在焦點；除非屬下兩情狀：(1) $t_0 = 0$ 當 $P = 0$ (條紋即在 $M_1 M_2$ 鏡面之上)；或(2) $\phi = 0$ 當 $P = \infty$ (條紋在無窮遠)。

若令 $\omega = 0$ 時位相之差爲 Δ_0 ，並設 $\Delta_0 - \Delta = n\lambda$ ，則

$$2t_0(1 - \cos \omega) - 2Pi\phi \cos \omega = n\lambda，$$

如 ω 甚小，

$$t_0 \omega^2 - 2Pi\phi = n\lambda，$$

命 $\rho^2 = \frac{n\lambda}{t_0}$ ，並命 $h = \frac{P\phi}{t_0}$ ，

$$i^2 + \theta^2 = \rho^2 + 2hi。 \quad (1)$$

此式表示一圓，其角度半徑爲

$$\sqrt{\frac{n\lambda}{t_0} + \frac{P^2\phi^2}{t_0^2}}$$

而其中心應有角度 $h \left(= \frac{P\phi}{t_0} \right)$ 之移轉。

如 t_0 甚小，(1)式簡爲

$$n\lambda = -2\phi Pi = 2\phi\chi$$

不計符號，則

$$\chi = \frac{n\lambda}{2\phi} \circ$$

此種直形條紋，皆與兩鏡之交線平行。兩條紋間之距離，顯為

$$b = \frac{\lambda}{2\phi} \circ$$

條紋之明顯度

明顯度之定義設為

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2},$$

式中 I_1 與 I_2 分表強度之最大與最小值。

$$I = \int_{i_1}^{i_2} \cos^2 \frac{1}{2} k\Delta di \circ \quad (k = 2\pi/\lambda)$$

[因 θ 產生之位相差，係第二級(second order)，值小可以不計]。

ω 值恆微小，則 $\cos \omega \doteq 1$ ，故 $\Delta \doteq 2(t_0 + Pi\phi)$ ，而

$$I = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) + \frac{1}{2} \int_{i_1}^{i_2} \cos 2k(t_0 + Pi\phi) di$$

$$I = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) + \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1) \cos k\Delta}{2 k P \phi}$$

$$I_1 = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) + \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{2 k P \phi}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) - \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{2 k P \phi}$$

$$I_1 - I_2 = \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{k P \phi}, \quad I_1 + I_2 = i_2 - i_1$$

$$\therefore V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{k P \phi (i_2 - i_1)} \quad (k = 2\pi/\lambda),$$

由此式可知在 $t_0 = 0$ 時 (則 $P = 0$)， $V = 1$ ●，是即表明如徑口確有節制，則明顯度並不與徑口之大小結有關聯。如 $\phi = 0$ ，情形亦同。角徑口之可能的數值，得由下之粗淺考索，獲其梗概。

如中央光線與邊緣光線之位相差為 λ ，則情形之不一致，深值考慮。若 t 量甚小， β 為物鏡之角徑口，則

$$\Delta = 2t(1 - \cos \beta/2) = \lambda,$$

而

$$\beta^2 = \frac{\lambda}{t},$$

當 $t = 25\lambda$ 時， $\beta = 1/5$ ，是知透鏡之角徑口必須小於 $1/5$ 。

又如 ϕ 值甚小， A 為物鏡之直徑，則因 $\lambda = 2\phi A$ ，故 A 必須小於 $\lambda/2\phi$ 。

矩形干涉儀之干涉條紋

此儀係由兩平行平面片與兩平面鏡所構成。四物分置矩形之四角，互相平行，並皆與矩形光程之邊成 45° 之角，實驗所用之光源，應甚廣濶，且須單色（用古伯黑味蒂燈），所成條紋，可以遠鏡窺之。此種裝置，與一空氣片相當，片之厚度為 t ，片上有光射入，其入

● $P = 0$ ， $V = \frac{0}{0}$ ，但 $\lim_{P \rightarrow 0} V = 1$

射角為 45° 。

令 ϕ 為空氣片表面之傾斜度； ψ 為表面交線與水平線間之角度；當 $i=0, \theta=0$ 空氣片之厚度為 t ； $(45+i)$ 與 θ 分表入射角之橫縱投影； P 係當 $t=0$ 該表面與條紋發現地之距離； (x_1y_1) 係焦平面上之座標（與該表面平行者）。於是，如令 $p=\sqrt{2}P\phi \sin \psi - t$ ； $q=P\phi \cos \psi$ ； $r=x_1 \sin \psi + y_1 \cos \psi$ ； Δ =程差；則干涉條紋之位置，可以下式表之：

$$pi + q \theta = \sqrt{2} \Delta - r. \quad (\text{第二級之微量已刪})$$

等色線均為直線，並皆有 $(\tan^{-1} p/q)$ 度之傾斜。如命射入遠鏡光錐之橫的角徑口為 α ，直者為 β ，則條紋明顯度可表以下式：

$$V = \frac{\sin \omega}{\omega} \cdot \frac{\sin \chi}{\chi} ; \quad \omega = \frac{2\pi}{\lambda} p\alpha, \quad \chi = \frac{2\pi}{\lambda} q\beta.$$

僅當 $p\alpha$ 與 $q\beta$ 兩值均小，明顯度始臻佳境。欲該兩值甚微，在徑口不變時，非

$$P\phi \cos \psi \doteq 0, \text{ 與 } \sqrt{2} P\phi \sin \psi \doteq t$$

不可。故 $\psi=90^\circ$ 與 $P=\frac{t}{\sqrt{2}\phi}$ 為條紋清明之唯一條件。如 ψ 不為 90° ，

只須徑口甚狹，條紋仍屬可睹。斯時傾斜度亦與前同，即 $\tan r = p/q$ ，而闊度 β 可自下式得之，

$$4 \frac{\lambda^2}{\beta^2} = (\sqrt{2} P\phi \sin \psi - t)^2 + (P\psi \cos \psi)^2.$$

第 四 章

光波分析

前論各式干涉儀，可就其用途加以分類。如圖13之 *C*，兩光束歷程，約略相等，其中一鏡，僅須有十萬分之一吋之行動，條紋即受其影響，而有一條之遷移。故此裝置，可代替顯微鏡，作微動之量度。同理，狀如圖14*B* 之干涉儀，亦可充望遠鏡之用，而量微角。在論『光學量度之準確』一章中，將說明干涉儀量度之精確，遠出望遠鏡與顯微鏡之上者，約有二十倍至五十倍之巨。

就分光方面而言，類似情形，雖不顯著，但類似程度，未嘗稍遜。所用光源，設屬均勻，令干涉儀之一鏡，移經一相當距離，當鏡行動時，計數條紋遷移之數目，鏡所移過距離之兩倍，除以條紋遷移之數目，乃得波長。嗣後余將說明，利用此法，求得之波長，較用分光法所獲之結果，尤為精確。

如光源非屬均勻者，則條紋之清明度或明顯度，必因兩干涉光束程差之增加，漸次低減，其嬗變情形，恆隨光源之性質，而有差異。例如：光源來自鈉汽，條紋之清明，初因程差增加，漸漸消失，俟程差積有 λ_1 之 n 個波長與 λ_2 之 $(n + \frac{1}{2})$ 個波長後，亮度漸行恢復，迨程差增至兩倍前長時，亮度最大，與程差為零時，約略相等。明顯度消長情況，示如圖22①，圖名明顯度之曲線。

① 圖22與自圖24至圖29中，虛曲線為理論公式之圖形，實者為觀測之結果。

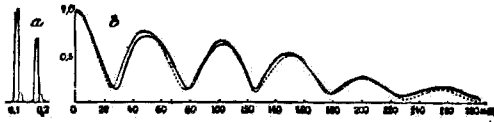


圖 22.

反之，若觀測所得之明顯度曲線，狀與上同，則可斷定光源必係偶性 (doublet)。光源上光能之分配，為波長之函數者，與其相當之明顯度曲線，關係密切；此中勾結，可以一分析式代表之，分析式求得之方法如下：

同波長 λ 之兩干涉光束合產之強度，應為

$$i = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi \frac{D}{\lambda},$$

式中 a_1 與 a_2 表兩波陣之振幅， D 為程差。如兩振幅相等，

$$i = 2a^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} \right).$$

如光非單色，全強度將為

$$I = \int i d\lambda$$

或使 $1/\lambda = n + x$ ①，

$$I = \int \phi(x) [1 + \cos 2\pi D(n+x)] dx.$$

命

$$\theta = 2\pi Dn$$

① 通常所用之光，幾近單色，故 x 之值極小。

$$P = \int \phi(x) dx$$

$$C = \int \phi(x) \cos 2\pi D x dx$$

$$S = \int \phi(x) \sin 2\pi D x dx$$

$$\therefore I = P + C \cos \theta - S \sin \theta$$

為謀干涉像型之明顯度 V ，與光源強度（為頻率之函數） $\phi(x)$ 之間，具有數量之關連，表 V 之式，應付以定形，茲令①

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2},$$

式中 I_1 指亮紋中部之強度， I_2 指隣近暗紋中部之強度。欲求 I_1 與 I_2 ，先令 $\frac{dI}{d\theta} = 0$ ，乃得 $\tan \theta = -S/C$ ②，代入 I 式，即有

$$I = P \pm \sqrt{S^2 + C^2},$$

而

$$V^2 = \frac{C^2 + S^2}{P^2}.$$

與 $\phi(x)$ 以數種特值，試分求其相當之明顯度曲線。

第一種—— x 自 $-\frac{1}{2}a$ 變至 $\frac{1}{2}a$ ， $\phi(x) = \text{常數}$ 。此係一種偶對稱

函數，積分 S 當然為零，故

① 如令 $V = \frac{dI/d\theta}{I_1 + I_2}$ ， $dI/d\theta$ 係指強度曲線中最險峻部分而言，則可得同一結果。

② 因 x 值恆為極小，故 S 與 C 可視為常數。

$$V = \frac{C}{P} = \frac{\sin \pi D a}{\pi D a}$$

V

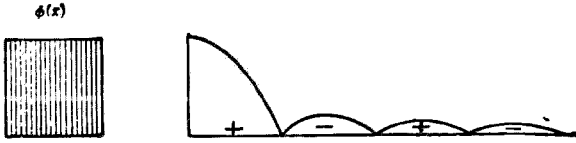


圖 23.

V 之圖形見圖 23，在等距離 $D_0 = 1/a, 2/a \dots\dots$ 各處，均無條紋存在，式內 a 值，由下式決定，

$$a = \partial x = \frac{\partial \lambda}{\lambda^2} \circ$$

V 在相連之兩週線中，記號不同，是即表明兩者明暗條紋之次第，適互相反。

第二種—— $\phi(x) = e^{-\frac{x^2}{a^2}}$ 。此時 S 仍為零。

$$V = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/a^2} \cos 2\pi D x dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/a^2} dx}$$

於是

$$V = e^{-(\pi D a)^2}$$

形如圖 24，圖 24 之 b 與 $\phi(x)$ 同狀，惟其闊度，適與 $\phi(x)$ 者，成反

比例①。

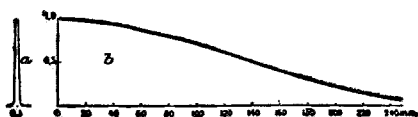


圖 24。

第三種 複光源——如光譜內含有多個同形對稱之線組，強度與 P_n 成正比，明顯度曲線為 V ，則明顯度 \bar{V} ，可從下式得之。

$$(\Sigma P)^2 \bar{V}^2 = V^2 (\Sigma^2 P_n \cos kx_n + \Sigma^2 P_n \sin kx_n)$$

$$(k = 2\pi D)$$

若係偶源，

$$(\Sigma P)^2 \bar{V}^2 = V^2 (P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2 \cos 2\pi Da)。$$

$$\text{令 } \frac{P_1}{P_2} = r \text{ 及 } L = \frac{1}{a}，$$

$$\bar{V}^2 = V^2 \frac{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2 \cos 2\pi Da}{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2} = V^2 \frac{1 + r^2 + 2r \cos 2\pi D/L}{1 + r^2 + 2r}$$

$$\left[L(\text{周期}) = \frac{1}{x_1 - x_2} = \frac{\lambda^2}{\partial \lambda} \right]$$

① 為便利起見，「半闊度」之定義作下解：凡自變數之值，代入函數後，函數值減至原有值之半時，該自變數之值，名曰「半闊度」。令 $x_{\frac{1}{2}}$ 為光譜線之「半闊度」，則距離 $D_{\frac{1}{2}}$

$$\text{將為 } \frac{\log 2}{\pi x_{\frac{1}{2}}} \text{ 或即 } D_{\frac{1}{2}} = \frac{0.22}{x_{\frac{1}{2}}}。$$

圖22代表此種明顯度曲線之形狀，其光源係含有兩種不同波長之鈉。

逆問題

光譜上光強分佈之推釋，殊非易事，譜線如不對稱，尤感棘手。如其分佈為 $I = \phi(x)$ ，依符伐(Fourier)定理

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos kx dk \int_{-\infty}^{\infty} \phi(u) \cos ku du \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sin kx dk \int_{-\infty}^{\infty} \phi(u) \sin ku du,\end{aligned}$$

或

$$\phi(x) = \int [C \cos kx dk + S \sin kx dk],$$

因 $C = PV \cos \theta$ 又 $S = PV \sin \theta$

$$\therefore \phi(x) = \int V \cos(kx + \theta) dk. \quad (k = 2\pi D)$$

$$V = f_1(k)$$

$$\theta = f_2(k)$$

如 ϕ 為對稱，則 $\theta = 0$ ， $\phi(x) = \int V \cos kx dk$ 。在此種情況下，如 V 得以 k 之分析函數表之，用積分法^①，可求 $\phi(x)$ 之值。

若非對稱，明顯度曲線 V 與 θ 均須知悉，始可得 $\phi(x)$ ； θ 可稱為「位相曲線」，如與一波長幾等而性質近於均勻對稱之光源，互相

① 此種積分通常可用調和解析器求之(參閱原著者之 *Light Waves and Their Uses* 一書之68頁)。

比較， θ 之值或不難求得。

茲以下兩情形說明之。

$$\left. \begin{array}{l} \phi(x) = 1 \text{ 當 } x=0 \\ \phi(x) = r \text{ 當 } x=a \end{array} \right\} P_1 V_1 = \sqrt{1 + 2r \cos ka + r^2} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi(x) = 1 \text{ 當 } x=0 \\ \phi(x) = r/2 \text{ 當 } x=\pm a \end{array} \right\} PV = 1 + r \cos ka \quad (2)$$

當 $r = .4$ 時 $P_1 V_1$ 與 PV 幾不可辨。但在第一種情形

$$\tan \theta = \frac{r \sin ka}{1 + r \cos ka} ,$$

而在第二，

$$\tan \theta = 0 ,$$

最大差分，約有 0.12π 。此則相當於條紋位置，生一移變，移變之值約為兩紋間距離之 $.12$ 倍。

明顯度正確之考核，有時實非必須。例如作偶線之研究，其兩成分距離，可用下式

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{P}$$

求得， P 係兩連續極小之距離。

而兩成分之比，又可自

$$r = \frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2}$$

算出。 V_1 係兩極大之均數， V_2 為在兩極大間之極小值。斯時對於 V_1 與 V_2 ，應有精確之了解。

按通常情況，條紋之用為校核根據者，常感必須；條紋之明顯度，定義如下：

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$$

V 之值量，須可精確決定者，為能達是目的計，在兩交叉位置之尼柯爾稜鏡(Crossed Nicols) 間，應置一凹形石英晶體，使生干涉圓紋；圓紋強度為

$$I = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi\vartheta$$

故

$$V = \frac{1 - \cos^2 2\alpha}{1 + \cos^2 2\alpha},$$

α 係石英晶體所應轉之角度，俾圓紋之明顯度，與干涉儀上所現者，完全相同（吾人肉眼，應有相當訓練，使棄去校核條紋時，仍可略知明顯度之概值）。

下舉數例，乃實際上所獲之結果。

(1) 氫 ($\lambda = 6563$)——明顯度曲線，可表以下式

$$V = 2 - \frac{D^2}{\Delta^2} \sqrt{\frac{1 + r^2 + r \cos 2\pi D/P}{1 + r^2 + 2r}}$$

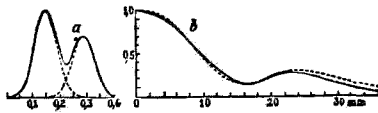


圖 25.

譜線顯係偶線(圖 25)，成分之『半闊度』(half width) 為 $\vartheta_1 = \frac{.22}{\Delta} \lambda^2$ ，

成分間之距離為 $\vartheta_2 = \frac{\lambda^2}{P}$ ，其比為 r 。當氫在一汞耗壓力下，經感應圈之放電而於真空管內發光時，下記諸值，可以直接求得。

$$\vartheta_1 = 0.14 \text{ 盎斯通 (A. U.)}$$

$$\vartheta_2 = 0.05 \text{ 盎斯通 (A. U.)}$$

$$r = 0.70$$

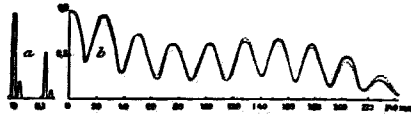


圖 26.

(2) 鉍(thallium) ($\lambda = 5350$)——譜線偶成，相距十分之一盎斯通，比為 0.50，明顯度曲線如圖 26。由圖可知，每一成分，又係雙線合成，其距僅約 0.01 盎斯通(是可為一種倒轉之表示，未必能作偶線之確證)。

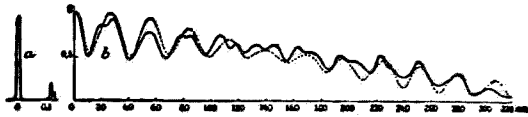


圖 27.

(3) 汞——圖 27 代表 $\lambda 5790$ 之明顯度曲線， $\lambda 5770$ 與 $\lambda 5461$ 者，分示如圖 28 及圖 29。各明顯度曲線之左旁，附有小圖，表明光譜上各光源之相當光能的分佈。此種結果，繼經稽核，已有改易(因於位相曲線，不甚明瞭)，惟所示各線之強度與成分之距離，仍極正確。

(參閱蓋耳 Gale 與李蒙 Lemon 論文，見 *Astrophysics*, 31, 78, 1910)

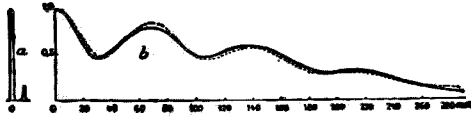


圖 28.

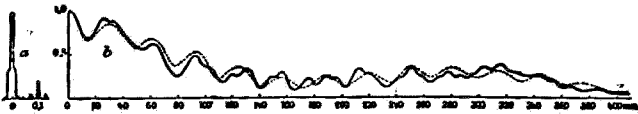


圖 29.

下舉數例，係說明溫度氣壓與譜線闊度之影響。

在低氣壓或常氣壓時，譜線變闊之主因，不外兩種。一受振動電子在視線方向運動之影響；一受碰撞而限制自由行程之影響。如密度稀薄，後者可以不計（如在氫之實驗中，壓力減至一耗或二耗時，後之影響，即可不計）。

已故之銳聶博士，曾推得下式，用表明顯之度。

$$\text{明顯度}(V) = e^{-\left[-\pi \left(\frac{\pi D v}{\lambda c} \right)^2 \right]}$$

式中 D 為程差， λ 為平均波長， v 為平均平方速度之平方根， c 為光速，如以 Δ 表示在明顯度為半值時程差之值，則

$$\Delta/\lambda \doteq 0.15 \frac{c}{v}$$

取 $v = 2000$ 呎/秒，(如氫) $\Delta/\lambda = 22500$ 。

表 1

物 名	原子重	λ	Δ	$N = \Delta/\lambda$	N (計算值)
H _r	1	6563	19.0	30,000	22,500
H _b	1	4861	8.5	18,000	22,500
O	16	6160	34.0	55,000	80,000
Na _r	23	6161	66.0	107,000	108,000
Na _y	23	5893	80.0	133,000	108,000
Na _{gy}	23	5676	62.0	109,000	108,000
Na' _g	23	5153	44.0	85,000	108,000
Na'' _g	23	4979	55.0	110,000	108,000
Zn _r	65.7	6362	66.0	104,000	182,000
Zn _b	65.7	4810	47.0	98,000	182,000
Cd _r	112.4	6438	138.0	215,000	238,000
Cd _y	112.4	5085	120.0	236,000	238,000
Cd _b	112.4	4800	64.0	134,000	238,000
Hg' _y	200.6	5790	230.0	400,000	317,000
Hg'' _y	200.6	5770	154.0	270,000	317,000
Hg _g	200.6	5461	230.0	420,000	317,000
Hg _b	200.6	4358	100.0	230,000	317,000
Tl	204	5350	220.0	400,000	322,000

復次，考核各物時，如溫度之差（此點頗多疑問，實難確定。）置之不理，則速度 v 必與原子重之平方根成反比；故程差之相當於 $V = \frac{1}{2}$ 者，內含波數，應為 $22500\sqrt{m}$ 。此一問題，困難既多，活

動性又大，計算與觀察之結果，得如表 1 所示之符合不悖，詢屬難得。

變易壓力自 0 耗至 100 耗，考以同法，推得下式（各種物體之密度與蒸發度，懸殊雖甚，但應用此式，均可得精確之結果）。

$$\vartheta = c \sqrt{\frac{\theta}{m}} (a + bp)$$

式中 ϑ 為譜線之闊度， θ 為絕對溫度， m 為原子重， p 為壓力， a ， b ， c ，均係常數。

用明顯度曲線為根據，作光譜線之分析，事屬間接，法非精當，但變象之生，倘屬隱微，分光之儀，難窺全豹者，則上法雖陋，猶稱獨步，故光譜細微構造之分解，溫度壓力之影響，與夫磁場之效應，莫不依仰該法，以求解決，惟當是法試行之初，所用儀器，析力頗弱，應付諸艱，殊感棘手耳。

嗣因種種關係，光波分析法，已不見用，他項新法，（內有數種，後章述之）取而代之。惟上述問題之探討，舊法雖不適宜，但舊法之用途，仍屬廣大，且終不失為一種精良之方法，而堪資採用者也。

第五章

標準狀之光波量度

若光源幾近均勻，當干涉儀鏡面移變時，計數干涉條紋遷徙之數目，光波波長，即可量得，此種方法，已見前章，至其量度之可能的準確，則視所用光源之均勻程度而定。波長之值，得表以干涉條紋仍屬清明時之程差，前章亦述及之，所得程差之長，約有 500000 光波之譜。是種計量，精確之度，可望到達數百萬分之一。

光源之輻射，應係『簡純』(simple)，至少亦須能分成簡單譜線，此乃首要之條件，不容忽視者；然歷考光源，性多龐雜，能符斯旨者，實屬罕見，數百種輻射中，僅鎊汽之紅輻射，差強人意，勉能應選，其明顯度曲線，表以下式，尙屬精當，

$$V = e^{-D^2/\Delta^2},$$

式內 D 表程差， Δ 表明顯度為 $1/e$ 時之程差。線形如圖 24。常數 Δ 之值，隨鎊汽之溫度與壓力而變。如兩者值量均小，則 Δ 值最大。從圖知 $\Delta = 160$ 耗，並知當 $D = 220$ 耗時，干涉條紋，仍未朦昏，尙可量度。但此距離，已含有 350000 光波或 700000 條紋之多矣。量度上光學的錯誤，多依條紋之明顯度為轉移；條紋闊度十分之一，常能加以考核，而鮮訛誤，是即表明計量之精密度，可達千萬分之一。

數十萬條紋，一一記數之，不僅煩笨，結果且難盡信。自動記數法，頗多建議，各種嘗試，亦曾進行；第因一二條紋，遺漏未記，勢所難免，而此微量，影響全局，至深且鉅；於是比較間接而手續繁雜但結果精確之方法，遂出而代之。

將所擬量度之距離（100 耗），分為若干小部，每部含有條紋，數量極少。就100 耗而言，先作50 耗之標準長，次作25 耗者，依是類推，直俟 $100 \div 2^8 = 0.390625$ 耗者作就，則造成此標準長之兩平行平面相隔之距離內，僅含有600 紅光波，或1200 條紋。此區區之數，欲謀計算精確，易如反掌。是種標準長（見圖30a 與30b），係由兩平行平面玻璃片 A, A 作成（圖30b）。 A, A 前面塗銀，後與 abc 三銅針相觸（圖30a），三針加以銼磨，直至兩面之平行，達到所須要之程度而後已^①。裝置如圖31 之干涉儀，可用以考核此種平行之是否正

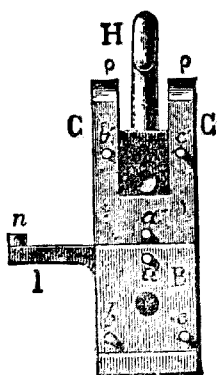


圖 30.a

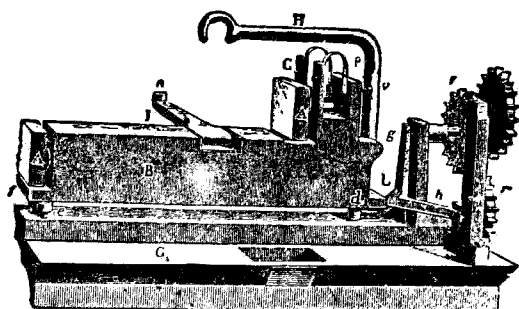


圖 30.b

① 完全平行之條件，可以做到，但有十分之一微米(micron)之誤，並無妨礙。

確，如 m, m' 爲此標準長之前鏡與後鏡， d 姑名爲「參較平面」(reference plane)；用單色光，調變 d ，使生圓形干涉紋。若 m 與 m' 上圓紋直徑，不因觀測者之眼在垂直視線方向之移動，而有變易，則兩平面可稱平行。

在最小標準長度(以 I 記之)內，記數條紋之方法，述之於次：命此標準長爲 mm' (圖31)， n 爲一輔助鏡，調變之，使在紅鐳光中，發生圓紋。令前平面 m 與參較平面 d 之影像密合，並與之成一小水平角，於是在白光中，立顯干涉直帶，中部之帶，係無色差，甚易辨識。移動參較平面，同時計數在 n 上之圓紋。俟 d 像與後平面 m' 相合，此種移動，即行停止，是時在白光內，直形條紋，現於 m' ；調變中部無色差之條紋，使其所居位置，與前在 m 上者，完全相同。

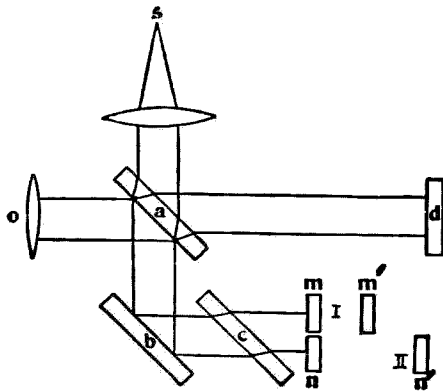


圖 31.

當 d 移動時，所計圖紋之數，應係整數。若有多餘分數，必須加以精密之決定。法先調變 d ，命在鐳光內，圓紋現於 m 與 m' 。如 m 與

m' 面上圓紋，同一位相，多餘分數，應即為零；若不為零，令平行平面之補償玻璃片 c ，轉一極小而可量度之角，俾兩面圓紋，位相無差，根據已知之校準，此多餘分數之相當相差，得以決定。在紅綠藍^①三種鐳輻射內，計數之結果如下：

表 2.

紅	1212.37
綠	1534.79
藍	1626.18

I 內所含之波數與多餘分數，既經確定，第二步工作，即將 I 與 II 作一比較，法如下：

標準長 mm' 與 nn' 並列，兩前平面，應在一平面內，調變兩標準長之位置，使互平行，則稍具傾斜之 d ，經適當調變後，得顯直紋於兩者之上，中部條紋，在每面上，咸居相等地位（譬如中央）。移動 d ，使與 m' 合， m' 面上即有直紋之產生。變 I ，俟 m 面復現條紋時遂止（結果， m' 與 n' 幾在一平面上）。再動 d ，俾 m' 與 n' 面上之條紋，同時現示。其條數差，當不及一，可以分數計之。如此分數為 ϵ ，則 $II = 2I + \epsilon$ 。在本例， $2 \times 1212.37 = 2424.74$ 。所得分數並不正確，須用鐳光，作同前之觀測，以校正之。其正確之值，為 0.93。用同法作 II 與 III ， III 與 IV 等之比較，直達標準長度 IX ^② 為止。兩標準長度

① 綠藍兩輻射，不如紅者之簡純，但可用為結果之考較。

② 第一分數與其校正值之差，常不越一條紋之十分之一，但有時差誤，大至 0.2，其倍值，幾等於 $\frac{1}{2}$ ，是可斷定所量得之整數之倍數，已係正確之值，分數之添補，實屬多事，同時作綠藍兩輻射之計量，於校正上，幫助極大，如整數非係正確，則自數種結果比較之下，立見各值之不一致。

比較時，各個溫度若何，毋須測計，目為相同，並無影響。但在計量標準長度 IX 時，則不能如是粗率，即一度之百分之一，亦須以溫度計精確計量之，而溫度計本身之差誤若干，亦應探索，俾資校正。

表 3.

次 數	紅	綠	藍
<i>I</i>	310678.48	393307.92	416735.86
<i>II</i>	310678.65	393308.10	416736.07
<i>III</i>	310678.68	393308.09	416736.02

表 3 所示之結果，係用三種獨立方法，計核兩倍標準 IX 長度內所含之光波數目。三次量度，時地人均不相同，而所得結果，頗能吻合，其差不過波長數百分之幾，法之精良，於茲可見。

標準 IX 與標準尺之比較，係最後手續。法先製一輔助尺(X)，上有兩金剛石刻痕，兩痕距離，極近一尺。 IX 上附一指臂，垂直於 IX 之本體；臂有記痕，與 X 上者極類似，令該記痕，同尺上之任一痕相合，愈密愈妙。然後利用干涉儀條紋，分十個相等步驟，將 IX 向前推動，結果之差誤，應以十乘（代替在比較小標準時之乘數 2）。疊次分別決定之詛誤，累積之，已有半光波之譜（所有量度之均差，當較小於是）；他如考核尺桿兩端是否與 IX 疊合時之測微器量度之差，及輔助尺與標準尺^① 相較之詛誤，均應加入。

① 此係標準尺之仿製者，真正之標準尺，非可手觸，每十年，始得一觀。

最終結果，示如表 4。

表 4.

在標準光^①內，三種主要鐳輻射光波之數目如下：

紅	1553163.5
綠	1966249.7
藍	2083372.1

上得結果，業經考核，準確之度，殆為二百萬分之一^②。

利用鈉之黃色光波，作基本之標準長度，昔年已有建議。法需量度兩鈉輻射之一之繞射角度，此種角度，係由光柵所生者。光柵內之間隔 σ ，可由光柵尾線與標準光波之比較，得其值量。關係式為

$$\lambda = (\sigma/m) \sin \theta$$

θ 係繞射角， m 係光譜級數， λ 為波長。

此種量度，欲求充分準確，頗多困難，困難之犖犖大者，條述如下：第一，鈉線較寬而多變。第二，測角較量距為艱，而前者之結果亦不能如後者之可靠。第三，上公式所依賴之假定，為 σ 等於常數，但此非恆能確證無誤。第四，光柵尾線間之距離與標準光波之比較，不克十分精確（雖多方求其精確，願結果之差，已知約為十萬分之三）。

① 光在空氣中，該時溫度為 $15^{\circ}C$ ，氣壓為 760 mm 。

② （三種輻射之相關準確度更大，差誤僅約二千萬分之一）范勃銳 (Fabry) 與配羅 (Pérot) 利用彼等著名之「距離片」(distance piece) 作同一之研究，所得結果，與上之答數，完全相等。

遠在此種建議產生以前，絕對長度標準，頗感需要；兩種計劃，曾經提出，冀克慰此渴望。其一，以在巴黎擺動一次，取時一秒之擺長為標準。製一開透 (Kater) 氏之擺，擺上具兩刀口，中含重質；調變重質及刀口之位置，使支點在任何一刀口，擺動之時距同為一秒，則相當單擺之長，與兩刀口間之距離，完全相等者，即為吾人所求之長。但後經發現，此種量度訛誤，較吾人所企望者，為量固大矣。

第二種企圖，係以地球圓周四千萬分之一之長為標準尺。此本係標準尺法定長度。第就數種子午線上弧度計量之結果而言（兩點間緯度已知，則由量得之弧度，可求圓周），此種量度，太失精確，難資應用，故今日真正法定標準長度，實以鉑鈹合金棒上（此種合金，具有極大硬度與持久性），任意兩刻線間之距離為準據者。

雖然，縱使用盡匠心，保此任意之標準，安全無恙，但歷時遠久，尚謂百萬分之一之差誤，亦未嘗有，孰能信之！惟如情形適合，鎢氣輻射光波之長，確係常數，並可隨時重行實驗，而所有差誤，亦恆在二百萬分之一之下也①。

① 若確用光波（鎢氣之光波或他種輻射之光波而更為均勻者），為法定標準長度，則準確度仍可增進，即至千萬分之一亦未為不能。

但如目的在以光波量度今日已有之標準，其長度乃由粗曠而無規則之兩線間距離所定者，則精確度，雖臻此最高之境，且亦無此種企圖之價值。

此處尚須聲述者，即現所應用之「粉」標準，已由標準度量局 (Bureau of Standard) 確定其應含之光波數目矣。

第六章

繞射

不透明之屏帷，上穿小孔；一束光貫斯孔而前行時，其進向，不僅限於小孔邊緣投影之內，且侵入幾何影蔭之域，此種現象，名曰『繞射』(diffraction)。斯乃干涉現象之特種情況，其要點可藉海芹斯學說與干涉理論而解釋之。是以光程中任何點波面之效應，即諸基本小波 (wavelets) 效應之總和，而此小波中心，係連續分佈於波面之上者。此效應通常必藉積分求之。但此積分，恆不克解，僅能用漸近法 (process of approximation)，尋其概值耳。

實用上最重要之問題，如尋求透鏡或鏡面焦點處繞射之像形，則反覺簡單。未論像形之前，應推釋一式，用表基本小波之效應。就最簡方式，求該公式，法如下述^①：假設在焦點處振幅之效應，與單位波面 ds 之面積成正比，距離 ρ 成反比，而與傾斜無關。並令原始波面處之擾動為

$$V = \cos kat$$

式內 $k = 2\pi/\lambda$ ，則在一定點(距 ds 為 ρ)之擾動，將為

$$dW = \frac{ds}{\rho} \cos k(at - \rho),$$

全波面之總效應為

① 見銳森爵士 *Scientific Papers, Vol. III*。

$$\iint \frac{ds}{\rho} \cos k(at - \rho),$$

此積分包括小孔之全部。

爲對此結果，加以考核計，先設想一無限擴張之平面波，令 $ds = 2\pi r dr = 2\pi \rho d\rho$ ，於是

$$W = 2\pi \int_{\rho=f}^{\rho=\infty} \cos k(at - \rho) d\rho,$$

或即以

$$W = \lambda \sin k(at - f)$$

代替

$$W = \cos k(at - f)。$$

欲得正確結果，基本小波所播之擾動應書爲

$$dW = \frac{-ds}{\lambda\rho} \sin k(at - \rho) \quad (1)$$

如以 x, y, z 爲 ds 之座標， ξ, η, ζ 爲繞射像型上點之座標，則於焦平面上，將二級微量舍去後，或在以 f 爲球徑之焦球面上，將四級微量棄去後，遂有

$$\rho = f - \frac{x\xi + y\eta}{f} \quad (2)$$

以 $\frac{dx dy}{f}$ 代 ds/ρ ，令 $k\xi/f = u$ ， $k\eta/f = v$ ，並以波到焦點爲計時之

始，乃有

$$dW = \frac{-1}{\lambda f} \sin(kat + ux + vy) dx dy,$$

如 $ka = n$

$$W = \frac{1}{\lambda f} \iint \cos(ux + vy) \cdot \sin nt \, dx \, dy \\ + \frac{1}{\lambda f} \iint \sin(ux + vy) \cdot \cos nt \, dx \, dy \quad (3)$$

惟入射波之全波面上，振幅與位相，應屬常數，上述公式，始能適用。設令振幅為 Φ ，位相為 ψ ，而兩者咸係 x, y 之函數，則起始振動，得以下式表之，

$$V = \Phi \cos(nt + \psi)。$$

焦點處之相當振動顯為

$$W = -\frac{1}{\lambda f} \iint \Phi \sin(nt + ux + vy + \psi) \, dx \, dy。 \quad (4)$$

茲令

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{1}{\lambda f} \iint \Phi \cos(ux + vy + \psi) \, dy \, dx \\ S &= \frac{1}{\lambda f} \iint \Phi \sin(ux + vy + \psi) \, dx \, dy \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

則在焦平面上之振動應為^①

$$W = S \cos nt - C \sin nt, \quad (6)$$

而繞射像型之強度係

$$I = C^2 + S^2。$$

為說明計，命 $x = \pm a$ 時， $V = \cos nt$ ； x 為他值時， V 為零，

$$D_x(V) = 2 \cos nt \cos ua$$

① 如製一球面鏡，與焦球面適合，則在原來波面處，得波源之像。此像亦可認為係焦球面處擾動之結果。故如以 $D(V)$ 表 W 自 V 產生之演算，則 $W = D(V)$ ，但就此影像而論， V 又等於 $D(W)$ 於是 $V = D[D(V)]$ ，此與符恆 (Fouries) 之公式完全相當，惟此處係指兩度空間而言 (參閱 *Philosophical Magazine*, April, 1905)。

$$D_u D_x(V) = \int 2 \cos nt \cos ua \cos ux \, du$$

$$= \left[\frac{\sin(a+x)u}{a+x} + \frac{\sin(a-x)u}{a-x} \right] \cos nt.$$

如積分之限爲自 $-\infty$ 至 ∞ ，括弧內之值，除 $x = \pm a$ 外，餘均爲零，當 $x = \pm a$ 時，

$$DD(V) = \cos nt = V.$$

茲擬求一繞射屏帷，其所生之繞射像，與一定形同。令屏帷處之振動，居 $\pm a$ 兩值間爲

$$W = \sin nt,$$

在其他各值均爲零，則屏帷處振動之形狀，應爲

$$V = \int_{-a}^{+a} [\cos ux \, dx] \cos nt \cdot dx,$$

因 $V_0 = 1$

$$\therefore V = \frac{\sin ua}{ua} \cos nt.$$

由式得知，振幅之值，有正有負；此種情況，並非僅賴屏帷之不透明性，所克實現。

如圖32所示，不透明屏蔽前，置一如圖 32B 所表之玻璃片，用作引起相差之具。片內連續矩形，咸蝕以氫氟酸，俾引生半光波之位相差。

圖 33 A 係表發生繞射像之屏帷，繞射像之形，繪如圖 32 A 其真容如圖 33 B。32A 與 32B 組合後所生之現象，相當於圖 33 C 之

照相；用此組合，為繞射屏帷，則得圖33D之繞射像。

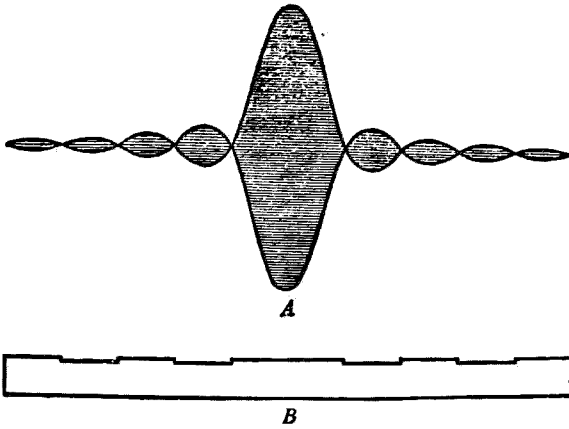


圖 32.

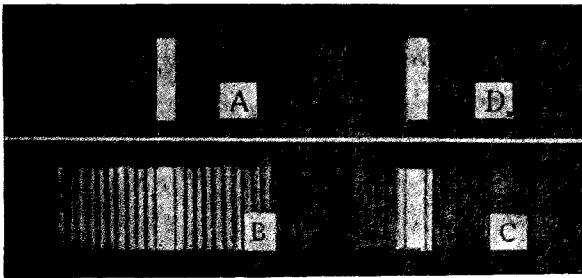


圖 33.—A 為產生繞射像 B 之矩形孔。圖 32A 與圖 32B 循縱向運動時得 C。將圖 32A 與 32B 之組合，用為繞射屏帷，在焦點處得 D，是與本圖 A 同。

繞射形像與繞射屏帷之關係式，與以明顯度表示非均勻光源之光譜上光能分配之公式，同一形狀。

苟光柵之返光，其振幅以 x 為函數，函數之形式又與明顯度曲線之以 D 表示者相類，則此光柵在均勻光內所產之光譜，與非均勻光源

所生之真正光譜，初無二狀。

故如明顯度為 $\frac{\sin ka}{ka}$ ，則真正光譜之強度 I_1 ，在干 a 之間為常數，在其他值量時為零。如光柵所生之光振幅 $\phi(x)$ 亦為 $\frac{\sin ka}{ka}$ （如圖32所示，用一適當之位相板片 phase plate，此層可以做到），則 I 在士 θ 之間亦為常數，而於他值亦為零。完全類似，殊感缺乏，蓋真實光譜上各元素 (element) 間，實無位相之關連也。

設 Φ 及 ψ 為常數 ($\Phi=1, \psi=0$)，

$$\lambda f C = \iint \cos(ux + vy) dx dy$$

並
$$\lambda f S = \iint \sin(ux + vy) dx dy \circ$$

倘徑口係偶對稱 (even symmetrical)，

則
$$\lambda f C = \iint \cos ux \cos vy dx dy \} \quad (7)$$

並
$$\lambda f S = 0$$

矩形徑口

令 $x_1 = a, y_1 = b$ ，得

$$I = \frac{C^2}{\lambda^2 f^2} = \left[\frac{ab}{\lambda f} \times \frac{\sin \frac{1}{2} au}{\frac{1}{2} au} \times \frac{\sin \frac{1}{2} bv}{\frac{1}{2} bv} \right]^2 \circ$$

恢復 u 與 v 之原值，並以弧代正弦 (因係小角)，命 $\alpha_0 = \lambda/a, \beta_0 = \lambda/b$ ，

$$I = \left(\frac{ab}{\lambda f} \times \frac{\sin \pi \frac{a}{\alpha_0}}{\pi \frac{a}{\alpha_0}} \times \frac{\sin \pi \frac{\beta}{\beta_0}}{\pi \frac{\beta}{\beta_0}} \right)^2 \quad (8)$$

當 $a = ma_0 = m\lambda/a$ 與 $\beta = n\beta_0 = n\lambda/b$ 時，強度 I 爲零。 $\pi \frac{a}{a_0}$

$= \tan \pi \frac{a}{a_0}$ 及 $\pi \frac{\beta}{\beta_0} = \tan \pi \frac{\beta}{\beta_0}$ 時， I 值最大，故有

$$a_1 = 1.43\lambda/a, I_1 = 1$$

$$a_2 = 2.46\lambda/a, I_2 = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2$$

等等 等等

m 值甚大時，

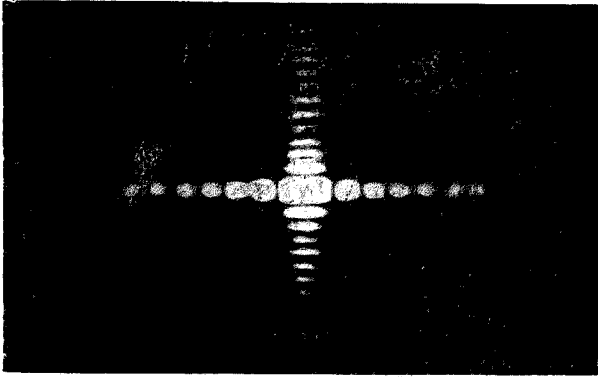


圖 34.——矩形徑口所生繞射像型之照相



圖 38.——圓形徑口所生繞射像型之照相

$$a_m = (m + \frac{1}{2})\pi\lambda/a \quad I_m = \left[\frac{2}{(2m+1)\pi} \right]^2 \circ$$

不用 a_m ，而令 β_n 爲相當各值時，結果亦同。

分率解

一單獨光點，射出波面，與透鏡相值，乃成繞射像型。像型中心，即點形光源之幾何的影像。苟點形光源，係如天上雙星，爲數有二，而兩者繞射像型之分距角，與 $a_0 = \lambda/a$ 相較，仍不失爲巨值，則光源之爲偶而非獨，甚易探悉。銳聶爵士曾贈此值以專名，曰『分解之極限』^① (limit of resolution)。

欲求顯微鏡之分解極限，法先令對物鏡之角度徑口，在物體處爲 $2a$ ，在影像處爲 2β 。再令 op (圖 35) 爲可分解之兩點或兩線間距離，

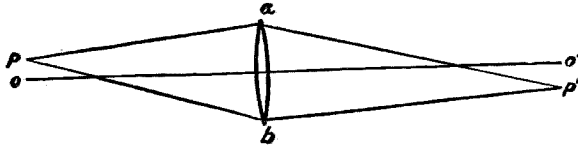


圖 35.

依銳聶規律，影像

$$o'p' = \frac{\lambda}{2 \sin \beta} \circ$$

但

$$\frac{p'o'}{po} = \frac{\sin a}{\sin \beta}$$

① 如常用之望遠鏡，徑口係圓形，則此極限，值爲 $1.22 \lambda/a$ 。

故
$$op = \epsilon = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

此係對物鏡之置於空氣中者，如為油漬對物鏡，而油之折射指數為

μ ，則
$$\epsilon = \frac{\lambda}{2 \mu \sin \alpha}$$

圓形徑口

因此情形，完全對稱，故取任何半徑，平行於 u ，俱無關係。茲

令 $v=0$ ，在極限士 $\sqrt{R^2-x^2}$ 內積 y ，

$$C = 2 R^2 \int_{-1}^1 \sqrt{1-w^2} \cos nw dw,$$

式中 $n = \frac{2\pi R\alpha}{\lambda} = \pi \frac{a}{a_0}$ 。 $I = \frac{C^2}{\lambda^2 f^2}$ 積分 C 之值，可自哀銳(Airy)

表察得。 I 之最大及最小值，示如表 5。

表 5

	I	a/a_0		a/a	I
第一最大值	1.000	0	第一最小值	1.22	0
第二最大值	0.01745	1.73			
第三最大值	0.004	2.67	第二最小值	2.23	0

圖36為 I 之圖形，圖38為繞射像型之攝形。圖37為用長方形徑口所得之 I 。第一次最小(圖36)，在 $1.22 \lambda/a$ 處發現，故圓徑口分解極限較同闊之矩形徑口者為大。

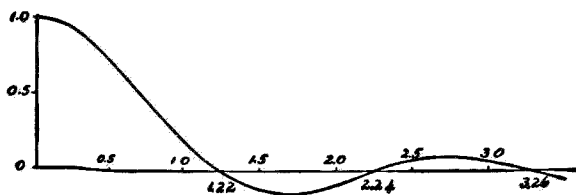


圖 36.

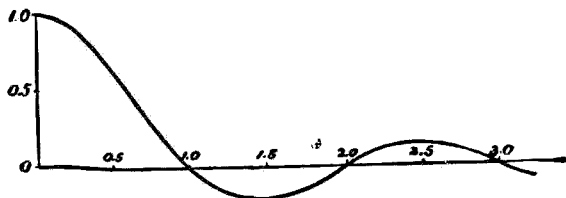


圖 37.

兩同矩形徑口

利用舊有結果，兩矩形徑口積分之勞，可以蠲免。蓋兩徑口，形狀酷似，其相當點集合之強度顯為

$$I = 4A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} d \cdot \sin \alpha$$

式內 d 表兩徑口中點距離。與 A 以(8)式所示之值，可得總強度。

當相同而等距之徑口，數目為任何值 n 時， $C = \Sigma \cos ux$ ， $S = \Sigma \sin ux$ ，式內 $x = n\sigma + B$ ， σ 乃徑口間公共之距離。變為指數式，取乘積 $(c + is)(c - is)$ ，乘以 A^2 ，則單徑口所生繞射像型之強度為

$$I = A^2 \frac{\sin^2 nw}{\sin^2 w}$$

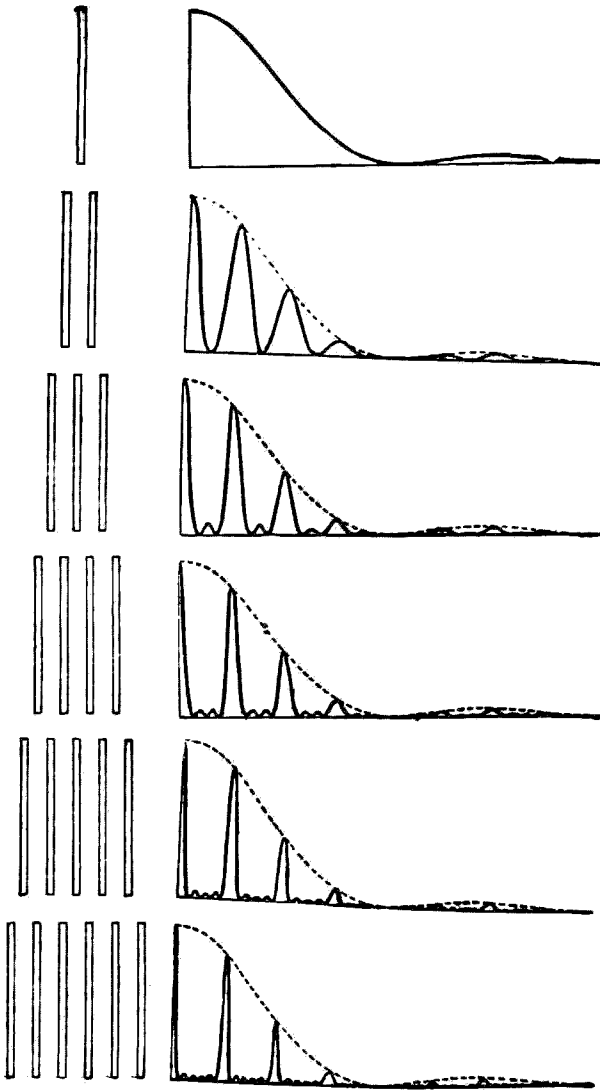


圖 39.

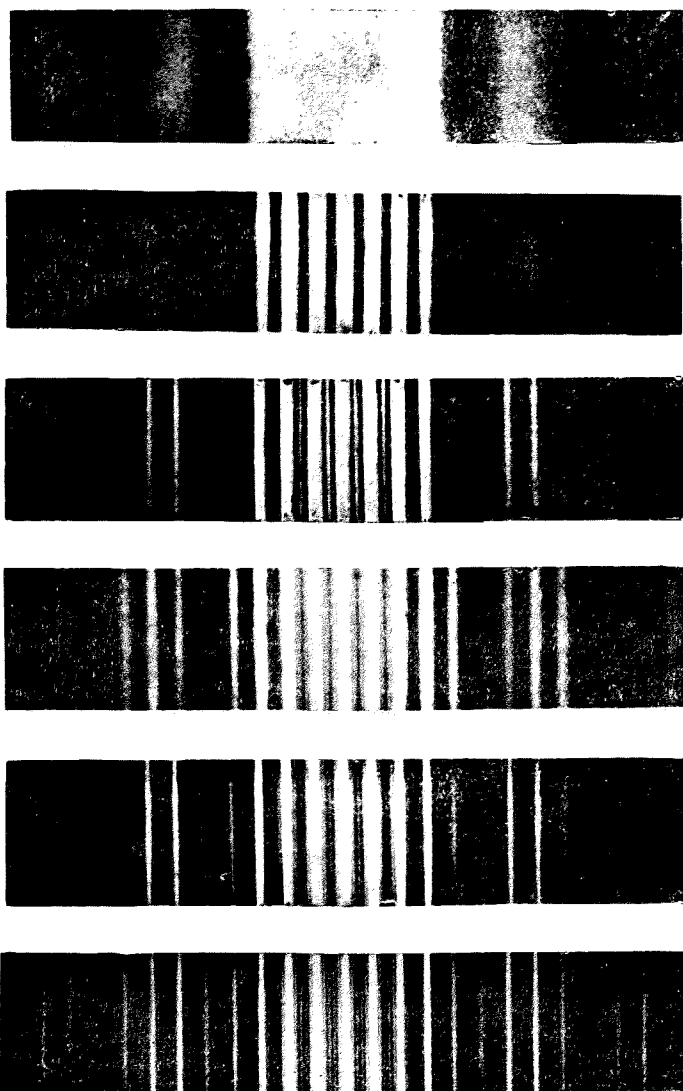


圖 40.

式中 $w = \frac{\pi}{\lambda} \sigma \sin \theta$ 。 n 等於 1, 2, 3, 4, 5, 6 各值時，繞射像型之圖形，繪如圖39，圖40為個別之照相。

可加討論之類似情形，為數無涯，其大部分，曾經佛潤荷費 (Fraunhofer)，捨味得 (Schwerd)，哀銳 (Airy)，諸氏闡以理論，證以實驗；此種結果，昔之物理學家頗喜研討，視為波動說之明證，但時至今日，吾人見解，業多變易，前賢言之諄諄者，茲已失人重視矣。惟有數種實驗，證明確切，深饒興趣，多舉數例，尚不為贅。

一組點狀徑口，隨意分佈，其普通式應為

$$\lambda^2 f^2 I = R^2 = C^2 + S^2$$

式內 $C = \sum r \cos(ux + vy + w)$ ， $S = \sum r \sin(ux + vy + w)$ ， r 與 w 為 x, y 之函數。如位相與強度，俱係常數，

$$C = \sum \cos(ux + vy)$$

$$S = \sum \sin(ux + vy)$$

若諸徑口，形狀相同，排列有條，結果之 I ，應以 A^2 乘之， A^2 者單徑口繞射像型之強度也。

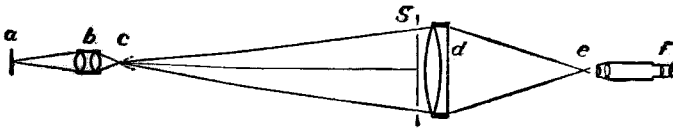


圖 41.

實際觀測時，儀器之簡單裝置，述之如次，光自鎢絲燈或弧光燈發出，集中於針眼 a (圖41)，經顯微鏡之接物鏡 b ，造 a 像於 c ，復

行前進，度焦距十六吋之望遠鏡之接物鏡 d ，成 c 像於 e ，用一低率顯微鏡，在 f 處可窺 c 像。繞射屏帷，即置於 d 前 s 處。

附屬圖形①，為用各種不同屏帷 s 所生之繞射像 D ，各圖下方均載有強度之解析式。

如有同樣徑口 n 個，分佈無則，而為數甚夥，則所得像型，與用單徑口者無異，惟亮度已增加 n 倍矣。

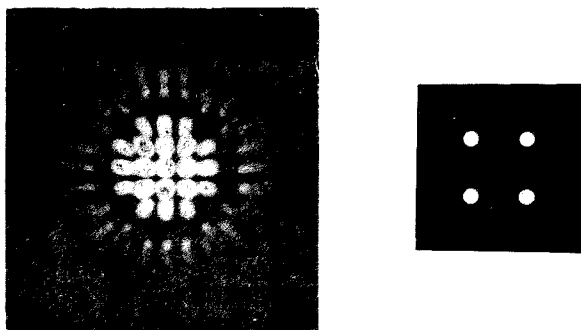


圖 42. $I = (\cos ua \cos vb)^2 A_1^2$

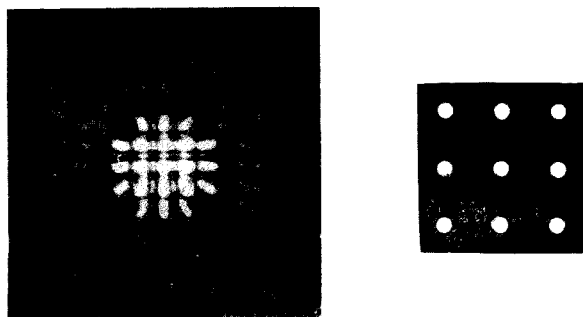


圖 43. $I = (1 + 2 \cos ua)^2 (1 + 2 \cos vb)^2 A_1^2$

① 指圖42，圖43，圖44，圖45，等而言。

貝比勒梯理論 (Babinet's Theorem)

令 I_1 爲任一繞射像型強度， I_2 爲另一繞射像型強度，產生 I_1 與產生 I_2 之屏帷，面上透明與不透明部分之位置，適互相反。

$$I_1 = C_1^2 + S_1^2$$

$$I_2 = C_2^2 + S_2^2。$$

如將屏帷撤去，繞射像型之強度，在近中心處，幾爲零。是以

$$I_0 = (C_1 + C_2)^2 + (S_1 + S_2)^2 = 0$$

$$\therefore C_1 = -C_2, S_1 = -S_2$$

$$I_1 = I_2$$

兩種屏帷所生之繞射像型，除極近中心一部份外，各點之強度，完全相同。茲於玻璃片上，布以石松之粉，粉粒球狀，半徑幾等，用作屏帷，所得繞射像型，與用不透明之版，面鑿與粉粒同位同徑之孔者，幾無差異，僅在中部，微有不同。如圓粒之半徑爲 d ，則第一暗環之角度半徑必爲 $\alpha = 1.22 \lambda / d$ ，因 α 可量，單色光之波長 λ 又屬已知，故 d 可求得。

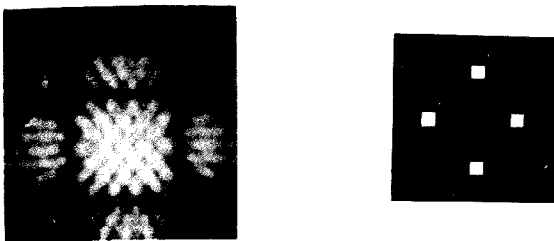


圖 44. $I = (\cos ua + \cos vc)^2 A^2$

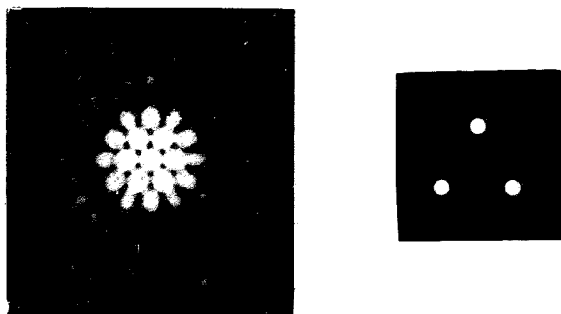


圖 45. $I = (1 + 4 \cos^2 ua + 4 \cos ua \cos \sqrt{3} va) A_1^2$

(當浮雲蔽日之際，日冕 (corona) 常現於太空，斯種異象，亦不難以水點之繞射作用解釋之。惟其產生，多因冰粒，非由水滴，而事實上顏色之順序，亦與繞射所生者，完全相逆)。

光學儀器劣點之影響

應用公式(5)時，曾假設球形波表面之強度與位相，皆係均勻，但按之實際，強度非係常數，時有 $\varphi(x) = e^{-cx}$ 者，普通所用之稜鏡分光器，蓋是類焉。此時 $C = \int e^{-cx} \cos ux \, dx$, $S = \int e^{-cx} \sin ux \, dx$ 。積分之限，如自 0 迄 ∞ ，則

$$\lambda^2 f^2 I = C^2 + S^2 = \frac{c^2}{c^2 + u^2},$$

此一結果，堪資說明之用。設如穿過三稜鏡底光線之強度，為經其頂端者 0.018 倍， $ca = 4$ ，

則

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta\right)^2}.$$

當 $\sin \theta = \lambda/a$ (分解極限), $I/I_0 = 2/7$ (並不為零), 是以分解率業經減少。

波形恆非球狀, 顯係最堪注意之劣點, 其與位相有變, 影響相當, 而此位相之變值, 須以 x, y 函數 ψ 表之。繞射像型, 通常以(5)式求之, 該式雖將振幅因數略而不記, 但除上述情形外, 尚無不合。

波表面上振動, 設以下式表之,

$$V = \cos(nt - \psi)$$

其繞射像型強度將為

$$\lambda^2 f^2 I = C^2 + S^2.$$

$$\text{式內} \quad C = \iint \cos(ux + vy - \psi) dx dy,$$

$$S = \iint \sin(ux + vy - \psi) dx dy.$$

如令 ϵ 表波狀與球形之差, 則 $\psi = f(x, y) = 2\pi\epsilon/\lambda$ 。

下述簡例兩則, 無須探尋積分之值, 已可覘各種消息。(1)如 $\epsilon = ax$, 結果與將波面方向改以 a 之值量者相當, 故波面除有 a 之移動外, 繞射像型, 終必屹然不變。(2)命 $\epsilon = \beta x^2$, 取波面之近似狀為 $y = 2x/2R$, 則 $\delta y = \epsilon = \frac{x^2}{2} \delta \frac{1}{R}$, 並 $\delta \frac{1}{R} = 2\beta$ 。故焦點即有 $\delta R (= 2\beta R^2)$ 之變動, 繞射像型亦無所改易。

銳彘之極限

光學表面, 就其製造方法而言, 大都係旋轉表面。是以表 y 之

式，僅有 x 之偶次方；設如指數高於四者，省略不計，則

$$y = ax^2 + bx^4$$

球形波表面，由圓旋轉而生，圓之相當方程式應為

$$y_0 = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

高於四次方者，省略不計，

$$y = \frac{x^2}{2R} - \frac{x^4}{8R^3}。$$

現如 $a = 1/2R$ ，則差數

$$y - y_0 = \epsilon = \left(b + \frac{1}{8R^3}\right)x^4，$$

其相當之位相差為 $\psi = hx^4$ 。

與 h 以各值，繞射像型中心之相當 I 值如表 6：

表 6

h	I
0	1.00
$\pi/4$.95
$\pi/2$.80
π	.39

當 $h = \pi/2$ 時，所失光度，僅百分之二十，依銳聶說法，在普通情狀下，此區區者，尚可容許。但如 $h = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}$ ，則應有之差誤，已達 $\epsilon = \lambda/4$ 。

此種差誤，苟乏規律，更無所謂周期特性，則在透鏡鏡面與稜鏡

等之應用上，仍克容許，不過確已臻於極境矣（是類表面，如用於干涉儀，所容許之差誤極限，實嫌太大）。

$\lambda/4$ 之極限，適用於波面。如波面生於反射，則當垂直射入時，反射面之相當極限，應為 $\lambda/8$ ，折射面之相當極限，應為 $\frac{\lambda}{4(\mu-1)}$ 。故如僅就此點而言，折射鏡實較反射鏡為優（如就折射鏡之色差及其重價方向設想，則優劣之評定，非如是矣）。

令入射角為 i ，可證

$$\epsilon = \frac{-\lambda}{4(\cos i - \mu \cos r)}$$

如係一折射面（如上述者），而入射角為零，則 $\epsilon = \frac{\lambda}{4(\mu-1)}$ ，如為一反射面，僅須令 $\mu = -1$ ，即得

$$\epsilon = \frac{\lambda}{8 \cos i} \circ$$

第七章

光學面之考核

平 面

擬加考究之表面上，置一校核平面 (test plane)，校核平面之坦平程度，至少應達到吾人所需要之準確。茲以古伯黑味蒂燈光照射之，入射方向，幾近垂直，干涉條紋，遂行暴露。如自校核平面與考究表面兩者間之任何相對方位觀測之，條紋形狀，均成直線，則兩者之坦平程度相等。相當於每一條紋百分二訛誤之差，利用此法，可以試出，是精確程度，已臻一光波之百分之幾（如情形適當，精確之度，尚可增進十數倍。精確度愈高，對於實用，裨益愈大。不過是種考核，費時頗久，一二小時，勢所必須，蓋實驗時應待溫度之完全劃一也）。

校核平面之製造，同時工作者，表面之數有三。試驗之方法如下： A 與 B 兩表面互相砥礪，務達吻合之度，易言之，兩者所生干涉條紋，自任何方位窺測，宜成直線。斯時兩面之曲率，必適相等而正相反。復次，令 A 與 C 合，及 C 與 B 合。輪替之法，廣續進行，直至三者互相吻合之情形，完全一律，則三表面均堪稱為平面矣。圖46即昭示利用上法，使窗用玻璃，漸趨坦平之情況。



圖 46.

平面平行片

若表面確係平行平面，則以古伯黑味蒂燈光照之，或以他種光源之均勻輻射照之，圓形干涉帶，立即產生；吾人肉眼，得以窺見，用低率望遠鏡觀測，更覺清晰。

倘因表面有平行於自身之移動，圓帶半徑乃生改易，則表面之平行，定係未臻完善，故應作區部之磨琢，使此圓徑之顯著變化，完全泯滅。

角度考核

最近改良之光速量度法中，須備一八角旋轉鏡，八角之角度，應極準確，含有差誤，不得超越百萬分之一。利用考核角，如光速一章內所敘述者，即克達是目的。

球面

光自針孔 S (圖47) 射出，照於所擬試驗之表面，針孔影像，成於 e 處，該地有刃口屏蔽，影像遂為掩阻。眼居於 e ，將見表面全部，盡成黑暗。苟表面之任何部，非屬球狀，則該部即生亮度，以顯其差。

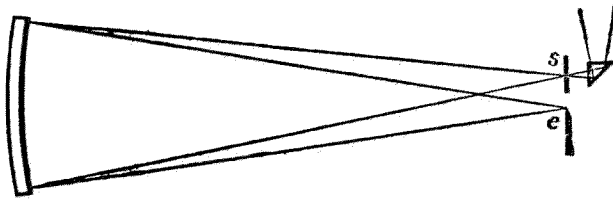


圖 47.

試驗望遠鏡之接物鏡時，接物鏡後方，應置一平面鏡，如圖48所示。此種裝置，又可供探求光媒未盡均勻之處所（如 *striae* 等），惟此媒介質必先製成一平行平面之片狀物，置於圖 48 之 P 處，然後可按前法試之。

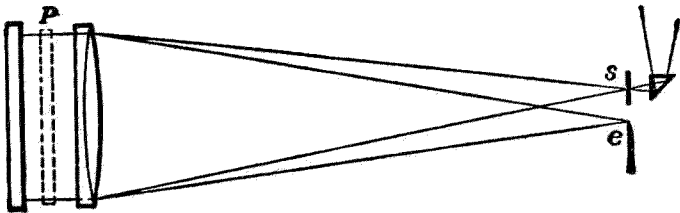


圖 48

天文返光鏡，鏡面應成拋物線面，考核之方，係將前法，加以改變，如圖 49 所示。光出自針孔 S ，照於拋物線面 P ；反射至平面鏡 R 後，乃循原路返 P ，而造像於刃口 e 。但用此裝置，光常不能復聚一點，補救之法，係將 R (圖49) 作成一平行平面片，前面薄塗以銀，

安放之地位；如圖50所示，於是前述缺點，可以消除。

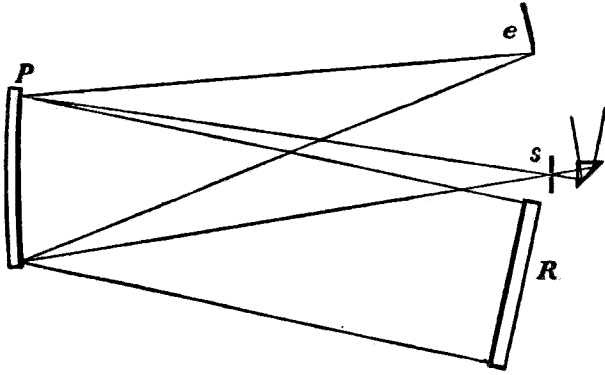


圖 49.

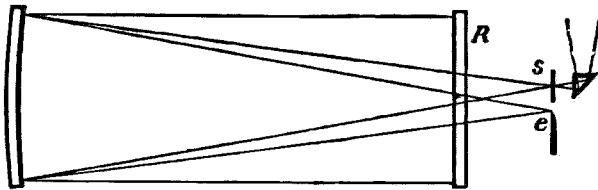


圖 50.

干涉現象考核法

光自漏因斯蒂發光具 (Nernst glower) 射出，經顯微鏡之對物鏡 O ，聚斂於狹縫 S (圖51)，又經全反射稜鏡，遂射至所擬考核之球面。狹縫影像，成於稜鏡之前，用6耗物鏡之顯微鏡可窺見之。球面之前，置一組屏蔽，上具 P, Q 兩孔， P 對球面中心， Q 與球面中

① 此顯微鏡之對物鏡，應經細密考察，必須毫無缺點，始可應用。

心之距離，得能任意。

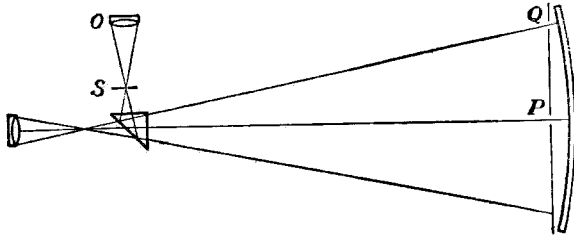


圖 51.

斯時干涉之帶，可於顯微鏡中窺測之。如 Q 部球面毫無缺點，則正中干涉帶與狹縫中心，完全相當。倘有缺點，兩者之間，定有距離，長約一帶闊度之幾分之幾；惟 Q 處實差，僅及其半。

同法可施於透鏡之考核，所異者，透鏡後方須置一平面鏡耳。茲法加以改變，亦可用以試驗稜鏡與光柵，惟應注意者，此時光源，必近單色。圖 52 所示之干涉儀法，或更簡單如圖 53 所表者，俱可應用。兩者所得結果，皆見同心之干涉圓紋，苟光柵確屬完善，觀測者之眼，於表面上，任向何方移動，圓之直徑，總無變易。

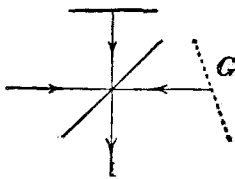


圖 52.

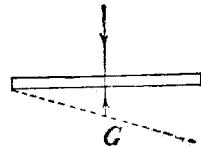


圖 53.

光學量度準確之極限

細小光源之影像，如由針孔狹縫玻璃片或金屬版上之刻線（明線顯於黑暗背景，或其相反者）等所造成者，其所據之位置，恆藉調變測微器內髮絲，使與像合，乃得正確之量度。以髮絲平分影像，係謀疊合之最簡法，反之，以影像均分兩平行髮絲間距離，亦屬法之常用者。在任一法中，令 β 為影像所張之角度（在第二法內， β 係表兩髮絲距離所張之角）， $\partial\beta$ 為安置髮絲之均差，則由實驗得知

$$\partial\beta = b + c\beta, \quad (1)$$

b, c 為常數，值隨人變，縱使人同，亦因境異（依著者本身言， $b \approx 5''$ 有時亦得小至 $2''$ ，而 c 則等於 0.0025 ）。

由是以觀，觀測結果，殊非精確，數值愈小，愈難置信；而歷次安放髮絲時，繞射形像之特相，應保持不變，尤屬難能。通常影像，恆不對稱，則結果之非真，更屬難免。猶有進者，吾人精力有限，廣續工作，歷久不休，定感疲乏，故安放髮絲時之審慎與注意，時有變易，此種複雜原因所生之差，較諸平均訛誤，又不知幾倍蓰矣。

公式(1)可用於望遠鏡，亦可用於顯微鏡，在任一情形內，令 F 表影像與物鏡之距， f 及 f_1 表物鏡及目鏡之焦距，於是可作下方之討論。

望遠鏡

命在對物鏡處窺得影像之視直徑為 a ，安置髮絲之均差為 ∂a ，

則

$$\left. \begin{aligned} \partial a &= \frac{f_1}{F} (b + c\beta), \\ \text{或} \quad \partial a &= \frac{f_1}{F} b + ca \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(如光源係點狀，則 $a = 2a_0 = 2.44 \lambda / a$ ， a 為對物鏡之直徑)。

由上式得知，欲精確之度，趨至高之量，放大率 $\left(M = \frac{F}{f_1}\right)$ 應具大於 $\frac{b}{2ca_0}$ 之值 (如 $M = \frac{3b}{2ca_0}$)。茲就威爾遜山天文臺之百吋遠鏡言， $a_0 = 0''.05$ ，則 $M = 60,000$ ①。放大之率，高至如此，殊不合用，何以言之？蓋苟如是，影像明度，將趨黯淡，而遠鏡視界，亦復有限，故遠鏡之指向，難尋一正當之依歸。放大率如 30,000 者，尚屬尋常，令 M 等於是值，並設天象清晰度②甚佳 (perfect seeing)，則

$$\partial a = 0''.002。$$

(可能之差誤，約此值四分之一，即 $0''.0005$)

量度之差誤，雖不克免，但有兩種致差之因，務宜蠲除。第一，對光不確，引起視差；普通實驗，此差至微，但冀量度之精確，得臻至高之境，即斯微量，亦難忽視。第二，大氣擾動，影像不寧；此固屬大氣擾動所生之一種騷亂現象，然不得認為天象之朦昏。第一種情形之影響，將使清晰影像，有相對之微動；第二種者，經時間或空間或兩者兼有之累積，終生擾變。惟物體本身之振動或實際之遷移，亦

① 此係根據 $b = 5''$ ， $c = 0.0025$ 算得之結果。

② 為使繞射環得以顯著，對物鏡之直徑應縮減為 d ，故上用之 a ，須以此值代之。利用此種光闌量度「天象清晰度」(Seeing) 詳情見 Carnegie 學院 1922 年年報 (245 頁)。

係發生此種影響之原由。

下述之例，對物透鏡，係由焦距百吋口徑六吋之雙物鏡構成，鏡乃黑味蒂 (G. W. Hewitt) 所製造而董甫生 (Elihu Thompson) 所薦進者。鎢燈之光，照於狹縫，用為光源；深綠膠片，置光程中，使光過濾。光源距偶對物鏡，英寸一百，光源影像，成於物鏡後方，與鏡相距，亦係百吋。用放大率五十，一百，二百，三百各不同值之目鏡，作數度之窺測，所得安放髮絲之各均差之結果，與下式所示之值

$$\partial a = \frac{10''}{M} + .005a_0$$

符合程度，約 $0''.01$ 之譜。式中 M 為放大率， $a_0 = 1.22\lambda/a$ 。

顯微鏡

如於公式(2)內，代 a 以 ϵ/f ($\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2$, $\epsilon_0 =$ 分解極限之兩倍，或即 $\epsilon_0 = \frac{\lambda}{\sin \phi/2}$; $\epsilon_2 =$ 物體之直徑; $f =$ 對物鏡邊緣與物體之距離)，則

$$\partial \epsilon = \frac{ff_1}{F} b + c\epsilon \quad (3)$$

或 $\partial \epsilon = \frac{f_1}{m} b + c\epsilon$, 此中 $m = \frac{\mu \sin \phi/2}{\sin \psi/2}$,

ϕ 為從物體處所見之角徑口， ψ 為自影像處所見者。

此種安置髮絲之均差式，亦可用以決定諸常數之值量。用不同目鏡與物鏡，作顯微鏡種種量度，乃知 $b = 6''$, $c = .003$ 。此與利用望遠鏡所獲之結果，幾能不謀而合。茲擇各量度中之一例言之， $a = 8$

耗， $f=6.5$ 耗， $f_1=16$ 耗， $F=200$ 耗，於是 $\epsilon=(\epsilon_0)=\frac{\lambda}{\sin\phi/2}=1.0$ ，
算得之 $\partial\epsilon=0^{\mu}.019$

而觀測所得者為 $\partial\epsilon=0^{\mu}.020$ 。

視管

無須透鏡複雜之裝置，上述常數，得借視管測獲之。管長一呎，

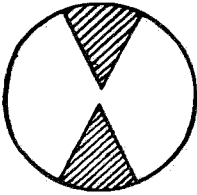


圖 54。

近眼之端，附以圓形光闌，直徑一耗，他端具有
瞭視標識一對，形如圖54所示。管置縱軸上，遠
處明亮圓形徑口，令為標識所均分，視管之轉
角，可用鏡面與望遠鏡求之。經數度計量，得
 $b=2'' .8$ 。利用肉眼，作此觀測，或有之差，約
近弧度之一秒。

干涉儀

通常使用之干涉儀，所得干涉帶之闊度為 $w=\lambda/\phi$ ， ϕ 係兩干涉
光線之互相傾斜度。兩組量度（一為平分暗紋者，一為平分亮紋者），
結果如下：

暗紋者：

亮紋者：

$$C = \frac{\partial w}{w} = .011$$

$$C = .0057$$

在強光中，生理之影響（過度露光之攝影，亦生此影響），恆使視闊
度縮減（測暗紋時，暗紋之闊度減小，測亮紋時，亮紋之闊度亦減

小)，於是量得之 C 值，殊與前異，

$$C = .0035。$$

如利用類似范勃銳配羅 (Fabry Perot) 儀器中之兩組半塗銀粉片，令經重複之反射，則結果之準確度，猶可增進。用此裝置，共試三次：第一次，試以化學銀沉澱，透過之光，僅百分之一。第二次，試以灰散之金粉，透光之度，仍與上同。第三次，用灰散之銀粉，透過之光，約百分之十。三次實驗，所獲 C 之均值爲

$$C = .0025。$$

中部條紋，角度位置之均差爲

$$\partial\beta = b + c\beta，$$

式內 $\beta = r w / f_1$ (一次反射， $r = 1$ ；但在強光中觀測，或攝影時，過度露光， r 之值，恆小於一；倘係多次反射，如在上述儀器中者， r 之值，概約 .05 之譜)。條紋闊度 w 爲 λ / ϕ ， ϕ 係兩干涉光線之傾斜度，故

$$\beta = \frac{r\lambda}{\phi f_1}。$$

如距離之均差爲 $\delta\epsilon$ ，則

$$\delta\epsilon = \phi f_1 \cdot \partial\beta = \phi f_1 b + cr\lambda。$$

但 ϕ 可小至吾人所欲，是以

$$\delta\epsilon = .0025r\lambda。$$

苟反射僅一次，而 $\lambda = 0^\mu.6$ ，則

$$\partial\epsilon = 0^\mu.0015，$$

多次反射時($r = .05$)， $\partial\epsilon = 0^{\mu}.000075$ 。

如所用儀器，確可多次反射（反射之次數，設為二十），則實際量度所獲之 C 值，約有 .015 之十分之幾，設 c 值為 .015 之十分之五，則相當之均差為 $\frac{0.015}{40}\lambda$ ，

或 $\partial\epsilon = 0^{\mu}.0002$ 。

倘面極光澤， C 之值，可小至 .003，其相當之均差

$$\partial\epsilon = 0^{\mu}.00004$$

此則僅有一耗之二十五百萬分之一矣。

多次反射，尚可用為兩干涉光束程差之放大，故最小移變，乃可量度。此種原則之應用，示如圖55。該圖表明彈簧重力計中之一組鏡面。圖內重線，係指鏡面之塗銀部分，如塗銀面之佈置恰當，俾光於

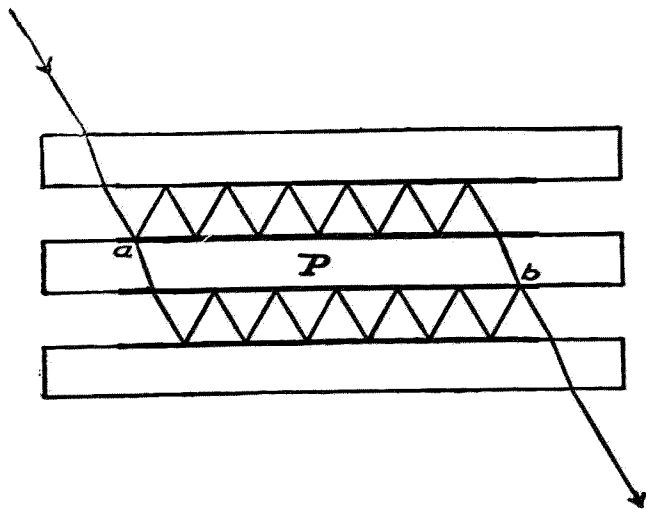


圖 55.

a 點適可分馳，則兩部光線，在上下層空間，各經多次之反射，至 b 又行復合。 P 片係駕於石英彈簧槓桿之上者， P 稍下移，上層光程增加，而下層者減短，結果，干涉條紋，必有移變。反射之次數，尙可增加 20 倍，則量度之精確，亦隨以進。

第八章

繞射光柵

等距同形之徑口 n 個，其繞射像之強度式爲

$$I = A \frac{\sin^2 n\omega}{\sin^2 \omega},$$

式內 $\omega = \pi n \sigma / \lambda \sin \theta$ ， σ 爲兩徑口間之距離， A 爲單徑口所生繞射像之強度。如 n 具值甚大，除

$$\sin \theta = m\lambda / \sigma$$

外，強度恆近於零。如徑口均成矩形，長而且狹，則屏帷有專名，曰『繞射光柵』(diffraction grating)。

入射光之繞射方向 θ ，唯波長是依。光經繞射，內含原色，分道揚鑣，各居一位，形如光譜。入射波面，設與繞射屏或光柵之平面互相契合。令平面波面之入射角爲 i ，公式遂成下形

$$\sin \theta + \sin i = m\lambda / \sigma \quad (1)$$

入射之波，應導源於一點；但如光源爲極細狹縫且與徑口長度平行，則結果相同，僅強度有別。實際之情形，狹縫係居進光遠鏡 (collimating telescope) 之焦點，光自該鏡出，成平行光束，經繞射，仍屬平行，過觀測或攝影之物鏡，光始斂於焦點，如光源係單色，狹縫之像，成於是焉。結果之光譜，乃此狹縫影像排列而成者。

角度 θ 之變遷，相當於波長已知之變遷者，名曰色散。色散之值，以 $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$ 表之。設 i 為常數，求 (1) 式之微分，得

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{\sigma \cos \theta}$$

如令 l 為光柵之長， a 為投入遠鏡光束之闊度，並將光柵空隔 σ ，代以每徑內徑口數目 n_1 之例數，則

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = (mn_1)l/a \quad (2)$$

比率 $\delta\lambda/\lambda$ 之例數，可為分解率之定義，或即

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (3)$$

比率中之 $\delta\lambda$ 乃可分解之最小波長差。觀測遠鏡(係直線徑口，長度為 a 者)之分解極限為 $\epsilon\theta = \lambda/a$ ，由 (2) 式可知

$$R = (mn_1)l, \quad (3a)$$

又如徑口總數為 $n (= n_1 l)$ ，則

$$R = mn, \quad (3b)$$

從 (2) 式與 (3a) 式得 $R = (mn_1)l = a \frac{d\theta}{d\lambda} = aD$ ，

$$(3c)$$

復自 (1) 式求出 m 之值，代入 (3b)，遂有

$$R = \frac{l}{\lambda} (\sin i + \sin \theta) \quad (3d)$$

若入射與繞射均近水平 (grazing)，分解之率，可獲最大之值，但苟如是，強度又必微弱，所謂二美不可兼得也。按之實況，最大分解率，可取下值：

$$\bar{R} = 1.75 l / \lambda, \quad (3e)$$

此與光柵空隔，絕無關聯。當光柵長度 $l = 200$ 耗，波長 $\lambda = .0005$ 耗時，

$$\bar{R} = 700,000。$$

以此光柵，分解光譜上之偶線，雖兩線之距，僅及鈉偶線者七百分之一，亦克奏效。

色散與稜鏡之分解率

波面始終為平面者，其極端部分之光程差，可表以下式^①

$$\int \partial \mu ds - \int \partial \mu ds_1 = a \partial \theta$$

如折射指數 μ ，在兩程途中，均為常數，例如光之經過三稜鏡者，則

$$\partial \theta = \partial \mu (s - s_1) / a,$$

若以 l 表稜鏡之底長，

$$\frac{\partial \theta}{\partial \mu} = \frac{l}{a} = \frac{d\theta}{n\lambda} \frac{d\lambda}{d\mu}$$

故色散之值

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{l}{a} \frac{d\mu}{d\lambda}。 \quad (4)$$

^① 見銳森：Scientific Papers。

分解達到極限之條件為 $\partial\theta = \lambda/a$ ，用上關係，即有

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} = l \frac{d\mu}{d\lambda} \circ \quad (5)$$

分光之稜鏡，設由濃密火石玻璃做成。茲擬求所需稜鏡之數目，俾使用後，結果之分解率，與用長度等於單個稜鏡底之光柵所得者，完全相同。令(3e)式中之 R 與(5)式內者相等，並將(5)式中之 l 代以 $N \cdot L$ ，則有 $N\lambda \frac{d\mu}{d\lambda} = 1.75$ ，因濃密火石玻璃之 $\lambda \frac{d\mu}{d\lambda} = 0.11$ ，故 $N = 16$ 。

光柵光譜之亮度

因彼光柵，僅受不透明性之支配，故強度之式，當係

$$I = \frac{\sin^2(\pi \sin \theta a/\lambda)}{(\pi \sin \theta a/\lambda)^2},$$

但知 $\sin \theta = m\lambda/\sigma$ ，於是

$$I = \frac{\sin^2 \pi m a/\sigma}{(\pi m a/\sigma)^2}$$

如光柵內不透明部分與反射部分，闊度相等，則 $a = \sigma/2$ ，而

$$I = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} m\pi}{(\frac{1}{2} m\pi)^2} \circ$$

中部影像之強度，若取值為一，其餘各級之強度，將為 0.4, 0.0, 0.044, 0.0, 0.016 等值，可見級次愈高，強度之低減愈速。

光柵與稜鏡，各具功績，若欲加以比較，上述情況，務宜注意。

實驗之觀測，行於低級者，光柵之結果至良。茲令級次爲一($m=1$)，則分解率 R 之值爲 n ， n 者刻線之總數，值爲 $(n=)\frac{1.75l}{\lambda}$ ，故光柵之空隔 σ 應爲 $\frac{\lambda}{1.75}$ 。光柵刻線，如是細密，製造殊艱^①！

但光柵之受『不透明性』支配者，亦得受『位相落後』之作用，且在數種情況內，後者尙屬主要。惟用後種光柵時，求獲之結果，與上所得者，可澈底不同。

位相光柵

普通情形——如在繞射屏帷處之振動爲 $V = \phi \sin nt + \psi \cos nt$ ，則在焦點處之結果擾動將爲

$$W = \int \phi \sin(nt - ux) dx + \int \psi \cos(nt - ux) dx$$

或

$$W = \sin nt \left[\int \phi \cos ux dx + \int \psi \sin ux dx \right] - \cos nt \left[\int \phi \sin ux dx - \int \psi \cos ux dx \right]。$$

故繞射像型之強度爲

$$I = \left[\int \phi \cos ux dx + \int \psi \sin ux dx \right]^2 + \left[\int \phi \sin ux dx - \int \psi \cos ux dx \right]^2$$

如繞射屏帷係一光柵，周期 $\sigma = 2\pi/k$ ，則 ϕ 與 ψ 可以符恢(Fourier)

① 最良之 25 耗長之光柵，其一耗內能畫2000根線。

級數，表之如下：

$$\phi = \Sigma a_m \sin mkx$$

$$\psi = \Sigma b_m \cos mkx \circ$$

m 級光譜之強度，值見下式：

$$\begin{aligned} \sqrt{I_m} = & a_m \int \cos(mk+u)x dx + a_m \int \cos(mk-u)x dx \\ & + b_m \int \cos(mk+u)x dx + b_m \int \cos(mk-u)x dx \circ \end{aligned}$$

各積分常爲零，除非

$$u = mk, \quad \text{則 } I_m = (a_m - b_m)^2$$

$$\text{或 } u = -mk \quad \text{則 } I_m = (a_m + b_m)^2$$

$$\text{在前者，} \quad \sin \theta = m\lambda/\sigma;$$

$$\text{在後者，} \quad \sin \theta = -m\lambda/\sigma \circ$$

苟捨 m 級外，所有光譜強度，通同爲零，則

$$\tan \omega = \tan mkx$$

$$\omega = mkx + 2n\pi = \frac{2\pi}{\lambda} 2y \cos^2 \theta/2,$$

式內之 y ，係表面受刻線器械之壓縮所生之低落。但因 $\sin \theta = m\lambda/\sigma$ ，

上式可變爲

$$\sin \theta \left(x + \frac{n}{m} \sigma \right) = 2y \cos^2 \theta/2, \quad (\because \sigma = \frac{2\pi}{k})$$

$$\text{或 } \frac{1}{2} \frac{2 \sin \theta/2 \cos \theta/2}{\cos^2 \theta/2} \left(x + \frac{n\sigma}{m} \right) = y$$

$$y = \left(x + \frac{n}{m} \sigma \right) \tan \theta/2,$$

其圖形示如圖56 (欲使垂直射入之光，反射角度為 θ ，則反射面，與

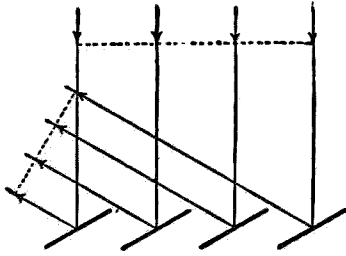


圖 56.

光柵平面應有 $\theta/2$ 角度之傾斜，故上之結果，乃可預知者)。

具有此種特性之光柵，雖屢加嘗試，希能實現，但終屬事倍功半，結果不佳。彼生有特種形狀及適當傾斜之金剛石片，亦曾被搜舉，以應此需。雖其刻線所生之光

譜，恆有一級，異常明亮。但因切邊之磨滅，乃使體之較巨者，時不多觀。『階形繞射柵』(echelon)，確能掃除諸弊，而應吾人之求，後章將詳述其究竟。

繞射光柵差誤之影響

刻線之可能差誤，得自銳晶極限尋求之。如表以 ϵ ，

$$\text{則} \quad \epsilon = \frac{\lambda}{4(\sin i + \sin \theta)} = \frac{\sigma}{4m}。$$

差誤有三，區分類別，頗為便易。刻線時三種可能差誤之約略計核，表之如次：

無規則者(irregular)	1.00 λ
有系統者(systematic)	.20 λ
屬周期者(periodic)	.05 λ

此種計核，當以有系統差誤之特性為憑藉，惟於結果光譜之特性，苟

加深究，則計核之值，必可較確。

在繞射表面處，光振幅之最普通式係

$$\Phi = f(x) \cos(kx - \beta),$$

$k = \frac{2\pi}{\sigma}$ ， $f(x)$ 與 β 均屬 x 之函數。以此式代入繞射像型之普通公式，則

$$C = \int f(x) \cos(kx - \beta) \cos(ux - \psi) dx,$$

或
$$C = \int f(x) \cos[(k-u)x - (\beta - \psi)] dx,$$

並知
$$S = \int f(x) \sin[(k-u)x - (\beta - \psi)] dx,$$

(光譜之相當於 $(k+u)$ 者，業經刪除)。

如令

$$f(x) \text{ 代 } \Phi$$

$$(\beta - \psi) \text{ 代 } \psi$$

$$(u - k) \text{ 代 } u$$

$$v = 0$$

則上之公式，與繞射章之公式(5)同。

但
$$u - k = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta - \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta \partial \theta,$$

此式所與之 $(u - k)$ 值，應可代替下式之 u ，

$$C = \int f(x) \cos ux \, dx$$

$$S = \int f(x) \sin ux \, dx \circ$$

茲舉上式應用之實例：設光柵之 $\phi = e^{-cx} \cos kx \circ$

$$C = \int_0^l e^{-cx} \cos ux \, dx ,$$

$$S = \int_0^l e^{-cx} \sin ux \, dx ,$$

由是得知，繞射影像強度之近似值為

$$\frac{c^2}{(c^2 + u^2)^2}$$

其中

$$ul = \frac{2\pi}{\lambda} l \cos \theta \, \partial \theta ;$$

因 $l \cos \theta = a =$ 射入觀測遠鏡光束之闊度，使 $a_0 = \lambda/a \circ$ 並令 α 等於 $\delta \theta$

等於與 $\theta \left(= \frac{m\lambda}{\sigma} \right)$ 之角度距離，則

$$ul = 2\pi \alpha / a_0 \circ$$

圖57係 $c = \frac{4}{l}$ (點線) 與 $c = 0$ (實線) 時 I 之圖形，可見前者之分解率約為後者之四分之三。

刻線機上，推進部份之集壓力，與其突然之離脫，恆使光柵之空隔無差而位相驟變，茲述此種訛誤，作第二例。是種變動，雖令結果光柵，空隔等距，但與長度為各種不變空隔之均長的光柵相較，猶多遜色。

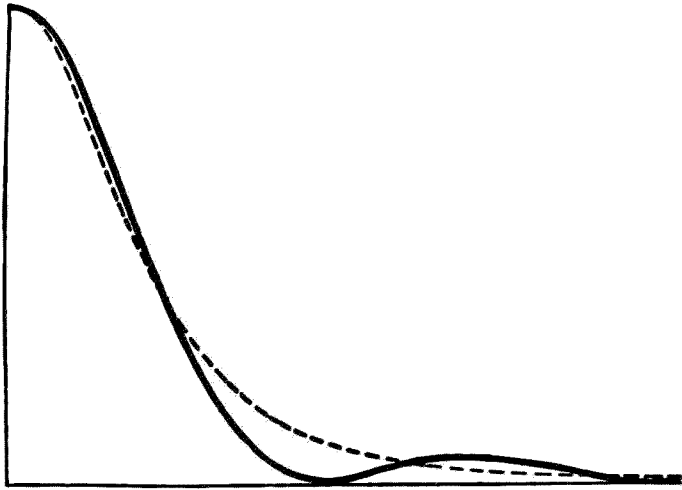


圖 57.

設想有一光柵，其中部的相差為 2β ，換言之，即前半之 $\Phi = \cos(kx - \beta)$ ，後半之 $\Phi = \cos(kx + \beta)$ 。於是 $uC = \sin \beta - \sin(\beta - ul)$
 $uS = 0$ 。此與平面表面所生之 I 值相等，同為 $I = C^2$ 。惟此平面之一半必較他半，微有低落，值為 $\epsilon = \frac{\lambda}{2\pi} \beta$ 。繞射像之強度示如圖58，內有 $\beta = 0, \pi/4, \pi/2, \pi$ 等類。

第三例：設想光柵空隔，按照下式，均勻增大，

$$\sigma = \sigma_0 + cx$$

則 β 之近似值係

$$\beta = 2\pi c x^2 / \sigma^2$$

其結果，與平面之波而具有位相之差誤者相當，如以焦距，表此差誤

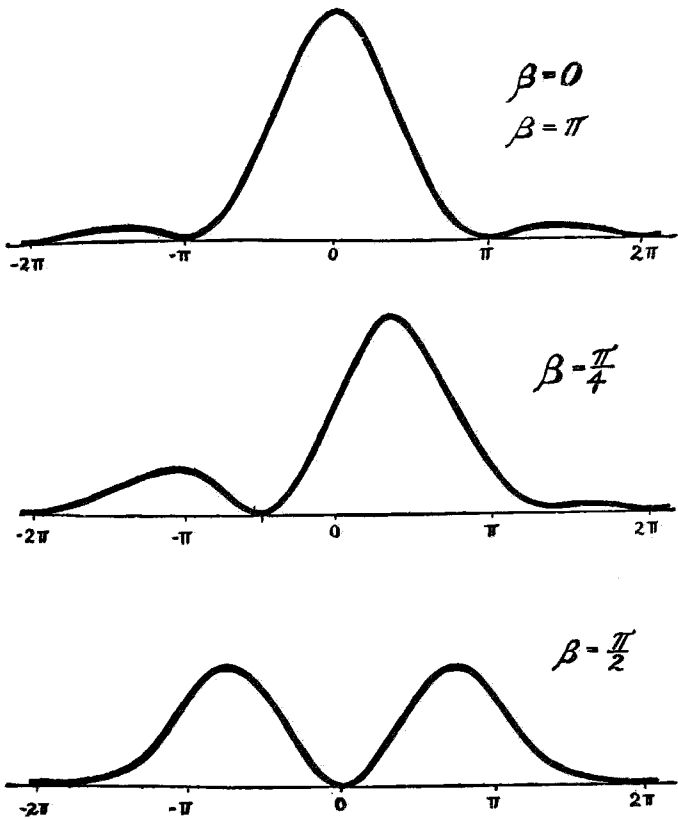


圖 58.

之值，則得 $\delta f = 2c\lambda f^2 / \sigma^2$ 。

繞射光柵之任何刻線差誤，恆可利用適當之位相變遷，以匡正之。平行平面片，蝕以氫氟之酸者，置諸光程中，遂能勝任。

幻像(Ghost)

刻線方法之結果(用螺旋者)，常生周期差誤^①，此之周期，即係螺旋步節之周期。

$$\text{令 } \phi(x) = \cos mkx \sum a_n \cos nqx + \sin mkx \sum b_n \sin nqx$$

$$\text{式內 } k = \frac{2\pi}{\sigma}$$

$$q = \frac{2\pi}{s}$$

總和內第 n 項為

$$\phi_n(x) = \cos mkx + a_n \cos nqx \cos mkx + b_n \sin nqx \sin mkx,$$

此值代入下式

$$C = \int_{-1/2}^{1/2} \Phi(x) \cos ux \, dx \quad (S=0),$$

則第 n 級幻像之強度，有下列各種不同之值：

$$\text{在 } \pm u = mk \quad \text{或 } \sin \theta = m\lambda/\sigma \text{ 時, } I = 1;$$

$$\text{在 } \pm u = mk + nq \quad \text{或 } \sin \theta = m\lambda/\sigma + n\lambda/s \text{ 時, } I = (a_n + b_n)^2;$$

$$\text{在 } \pm u = mk - nq \quad \text{或 } \sin \theta = m\lambda/\sigma - n\lambda/s \text{ 時, } I = (a_n - b_n)^2.$$

兩幻像間之距離 $\delta\theta$ ，值為 $\frac{\lambda}{S \cos \theta}$

茲求第 n 級幻像之強度與光柵主線強度之關係，而此光柵之第 n 個元素(element)係 $\phi(x) = \cos 2\pi \left(\frac{mx}{\sigma} - \frac{m\epsilon_n}{\sigma} \sin nqx \right)$ 者。式內 $\frac{\epsilon_n}{\sigma}$ 為量甚微，是以

① 齒輪及連絡輪軸之皮帶等，所生之傳遞周期變化，亦能引起同樣影響。

$$a_0 = 1 \qquad b_0 = 0$$

$$a_n = 0 \qquad b_n = 2\pi m \frac{\epsilon_n}{\sigma}$$

因此

$$\frac{I_n}{I_0} = \left(2\pi m \frac{\epsilon_n}{\sigma}\right)^2 \circ$$

第九章

繞射柵之刻線

光柵最大之分解率，前章求得爲

$$\bar{R} = 2l/\lambda,$$

是卽刻線表面長度內，所含光波數目之兩倍。從茲可見此理論上之極限，既不關於刻線之疎密，更非係乎線數之多寡^①，僅須各線間距離之一律，克臻非常精確境界，理論之值，卽能達到。刻線方法，屢經籌劃，疊加嘗試，始信準度甚高而奏效最著者，莫若螺旋。惟是螺旋，齒距務宜均等，周差尤須微細，求之於短小者——例如適足刻劃兩吋長之光柵者，——問題尙易解決，責之於稍長者，困難斯乃紛至。羅蘭(Rowland)氏耗時兩載，始獲解決，事之繁複，於茲可見。惟此種光柵所與之分解率^②，猶嫌不高，問題之待決於較大分解率者，爲數頗夥。

請言其要者：(1)偶線或線羣之解析——此種線組，排列紛密，苟不藉第四章所述諸法，加以分析，殊難得其梗概；(2)光譜線內強度之分配；(3)溫度與壓力所生之闊變與移變；(4)電場與磁場之影

① 惟刻線苟少，所用光譜之相當級次必高（因不然者， mn 之值不能大也）結果，強度低減，觀測不易，故事實上，寧不避煩難，而使刻線細密，例如每耗內刻線之數，可自 500 至 1000。

② 羅蘭氏之原始光柵，約有刻線 100,000 條，其分解率爲 150,000。現以羅氏刻線器刻畫 6 吋之光柵，可得較高之分解率，約 400,000。

響；(5)光源行動所生之線移；(6)異位日氣內，局部擾動之分判，如黑耳(Hale)用分光太陽攝影儀所作之工作；(7)除上述者外，譜線分佈之精確量度，與夫各種解釋分佈的創說之考核，亦屬待決問題之一。

欲求繞射柵分解率之增進，俾上述問題之討探，得有憑依，於是刻線機之具有20餘吋長之螺旋，並能完成14吋長之光柵者，乃從事創製。此項螺旋之鏤刻，應委諸特精之鏤床，使初步差誤，為量不大，嗣後再經細剛玉之長期磨琢，務令其未盡消除之差誤，在刻線時，能自消失。

量差校誤，法用干涉，所循途徑，敢稱新奇。法之內容，果何如者，述之如次：干涉儀之一鏡A(圖59)，固置於光柵之載具，相距定長處，有標準BC，BC成於兩鏡，附於輔佐載具之內。當B面調變適宜，干涉條紋乃現。茲將光柵之載具，依標準之長移動(如係考核周差，則標準之長約十分之一耗即足；如係考定行動之差，長度須達10耗以上，始克奏效)，干涉條紋，遂又現於C面，此種手續，廣續進

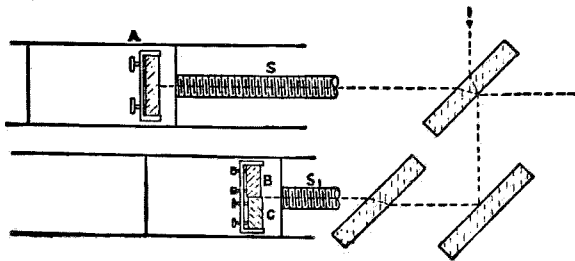


圖 59.

行，而每次中心條紋（無色差）與一定標識疊合之差，均須量計^①。相當校正，亦應加於螺旋齒輪，法用自動之簡單機件，以刪齒輪之舛誤，此一機件，可用於刻線之螺旋（為周差計）亦可施於推動光柵載具之陰螺旋。如是進行，餘差盡蠲，而光柵理想之效能，乃得實現。

下述各點，雖云小節，而事之成功，彼實與有力焉。（一）光柵載具進行之引導與控制刻線鑽石行動之方法，務宜十分真確無誤^②。（二）光柵載具如浮於汞面，則行動時之磨擦，得以低減，其低減之值，約重量（指光柵與載具合重而言）所生摩擦力之十分之一。（三）螺旋之橫向行動，應加制止，制止之方法，係將螺旋之球狀頂端，抵觸於金鋼石作成之光學平面上，並調變此平面，使與螺旋軸垂直，橫動遂爾消滅。

光柵是否完善，可以倪蒂羅（Littrow）氏之裝置（如圖60）考核之。八吋消色透鏡 L 之焦點處，置狹縫 S ，光自源出（光源恆係古伯黑味蒂燈），經 S 過 L ，平行至光柵 G 。經柵繞射，稍有縱移，再循舊道，造 S 之像於狹縫之下，像可攝取，亦可用目鏡 E 觀測之。

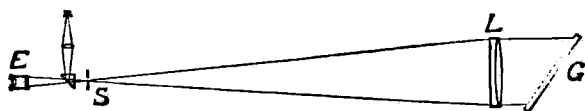


圖 60.

① 此種差數，甚易求得，值約小於條紋闊度二十分之一或即一吋之百萬分之一。

② 此種訛誤，可令自動平行機負責修正，餘差之相當於與直線之偏差者，不得超過一秒弧度。

圖61(見103頁)所示，係綠汞線($\lambda = 5461$)之光譜，產自10吋之光柵而居第六級者。按此複印照片，清晰線條之闊，約一分度又三分之一(一分度等於0.01盎斯通)，故分解率為400,000，原始負片，應有之值為600,000，而理論之值係660,000。

利用均勻光源，刻畫完善光柵，事屬可能，且係最初嘗試方法之一種。現時所需之巨大光柵，用此方法製造，縱多困難，而法屬可行，仍無疑義。製造之手續，可變為自動的進行，而無依藉於器械。

均勻光源射出之光波，尙有較為簡單且更直接之應用。此在理論，尤為可能，而在試驗，亦稱實用。設點形光源，係產自均勻輻射，光源位置，係居於平行透鏡之焦點；並設結果之平面光波，垂直投於真平面上，則經此平面之反射後，酷似林甫冕(Lippman)片板所生之駐波，乃可告成。照相底片，置於傾斜地位，令駐波射入，平行之帶，遂爾顯著。此則構成一種光柵，其分解率僅以光源之均勻程度為依賴矣。

第十章

階形柵

刻一光柵，能將全部或大部之繞射光，納於單個光譜之內，此種企圖，僅有部分之成功，並屬僥倖而奏效。且夫刻線之金剛石，僅鏤一柵，鋒芒已失，再以刻劃，所得光柵，自與前殊矣^①，

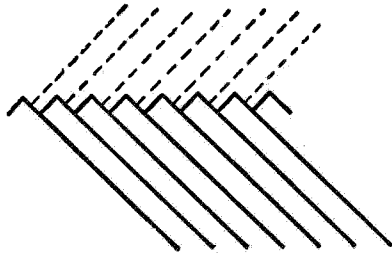


圖 62.

吾人所欲獲之結果，或可得之於下法：以厚度相等而確為平行平面之玻璃片，層層相疊，配置如圖62。光循玻璃片平面之垂直方向射入，如圖之虛線所示。苟此列各光束間之程差，適合某種光波波長之整數，則具此波長之光，當即依法線方向反射（並繞射）而出。結果光譜，在特種角度下，其落後為 $m\lambda = 2t$ 者，得見前述波長光線之存在。

① 粗陋之光柵，如 R. W. Wood 之 “echelette”，其柵之空隔，約有數百分之一耗，則重複之結果，尙屬滿意。

反射階形柵之實現，確有困難，蓋各片間之空隙，難望相等^①。但穿過之光，並不受此影響，在此種情況下，落後之值為 $m\lambda = (\mu - 1)t$ 。（ m 為一整數， μ 為折射指數， t 為片之厚度）。

圖63代表階形柵中之兩片，厚度 bc 為 t ，支出部分 ab 為 s ，循 θ 方向落後之值，將為 $m\lambda = \mu bc - ad$ 。

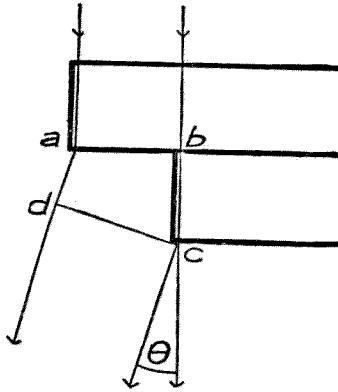


圖 36.

$$m\lambda = \mu t - t \cos \theta + s \sin \theta,$$

苟角度甚小，

$$m\lambda = (\mu - 1)t + s\theta. \quad (1)$$

求以 λ 為自變數之微分，（ $m =$ 常數），則色散

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{s} \left(m - t \frac{d\mu}{d\lambda} \right),$$

^① 用光學接觸法(optical contact)可得充分之準確。

因 $m = (\mu - 1)t / \lambda$ ，並令 $b = (\mu - 1) - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda}$ ，

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{bt}{s\lambda}。 \quad (2)$$

如 λ 爲常數， $\frac{\Delta\theta}{\Delta m} = \frac{\lambda}{s}$ ，

又如 $\Delta m = 1$ ，則光譜上連續各級間之角度爲

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{s}。 \quad (3)$$

倘令 $n =$ 片數，分解之極限顯爲

$$\partial\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{ns} \quad (4)$$

代入(2)式，乃有

$$\frac{\partial\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{bnt}。 \quad (4a)$$

比較(3)，(4)兩式，可知分解之極限，爲兩連續級間相距角度之 n 分之一。

如令 $\Delta\lambda$ 表兩連續級波長之差；譜線波長與已知線波長之差，係吾人所欲求者，命爲 $d\lambda$ ，則

$$d\lambda = -\frac{\Delta\lambda}{\Delta\theta} d\theta。$$

計數已知之日光譜線或鐵線之級次，係數 $\frac{\Delta\lambda}{\Delta\theta}$ 之值，可用實驗方法求得之。

強度之式爲

$$I = \frac{\sin^2 \pi s \theta / \lambda}{(\pi s \theta / \lambda)^2},$$

圖64示其形像。 $I=0$ ，得 $\theta_0 = \lambda/s$ ，是亦爲譜線間角度之距離。

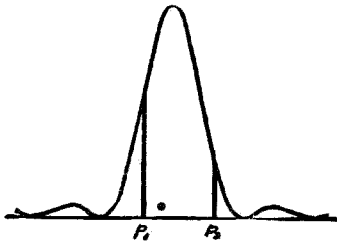


圖 64.

光譜之上，譜數有二， p_1 與 p_2 是。惟在 $\theta=0$ 而 p_1 消失時，則僅見其一^①。

譜線闊度之相當值，小於 $\Delta\theta = \lambda/s$ 者，階形分光儀，始可應用。不然，各連續譜線，咸有疊觸之弊。苟係攝取繁複光譜，如汞之線譜，或氮之帶譜，此種儀器，尤感不便。惟於階形柵之前，蔽以光柵，或再置一階形柵，則前弊斯泯。此種裝置，見圖65，用此裝置，攝取日光與鐵弧光之光譜，圖形分見66與67兩圖。圖68係綠色汞線之光譜。

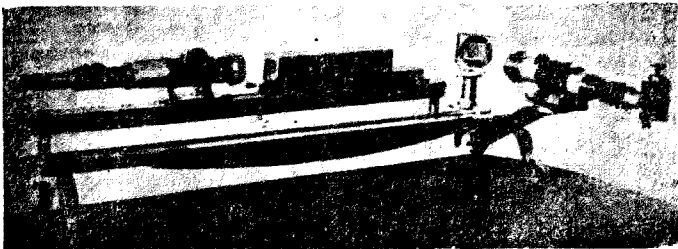


圖 65.

① 在 $\theta = \lambda/s$ 以外之暗淡譜線，當不計及。

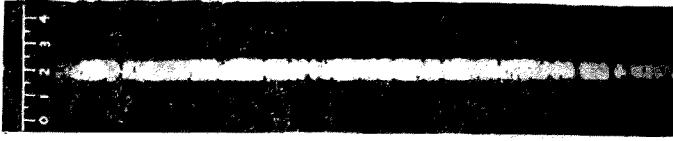


圖 66,

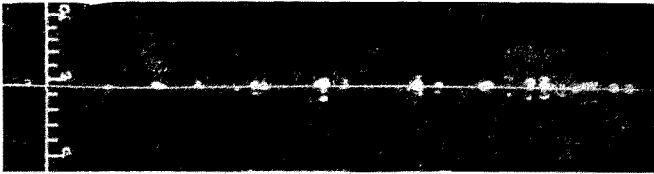


圖 67.



圖 68.

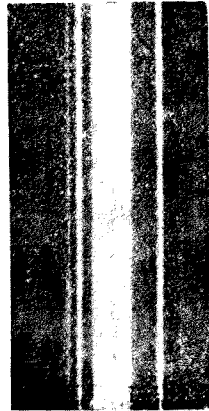


圖 61.

應用階形柵之原理，他兩儀器，業經構成，一名范勃銳與配羅儀器，一名劉梅基耳克（Lummer-Gehreke）版片。前者內含兩塗銀玻璃片，塗銀之面，互為平行，且係面面相覷。銀粉薄層，性半透明，單色光線，透過之者或自其反射者，均現同心之圓。劉梅基耳克版

片，係用兩精確之平行平面片，使生重疊之反射。

上述三種儀器，皆具位相落後常數 δ 。如反射（或透過）因數為
，則結果振動為

$$R = \cos nt + r \cos nt \cos \delta + r^2 \cos nt \cos 2\delta + \dots$$

$$+ r \sin nt \sin \delta + r^2 \sin nt \sin 2\delta + \dots$$

令 C 為 $\cos nt$ 之係數， S 為 $\sin nt$ 者，

$$C + iS = \frac{r^n e^{in\delta} - 1}{re^{i\delta} - 1}$$

$$C - iS = \frac{r^n e^{-in\delta} - 1}{re^{-i\delta} - 1}$$

如當 $\delta = 0$ ， $I_0 = 1$ ，結果之強度應為

$$I = \frac{1 + \frac{4r^n \sin^2 n\delta/2}{(1-r^n)^2}}{1 + \frac{4r \sin^2 \delta/2}{(1-r)^2}} \circ$$

相當於任何 I 值之角度 θ ，均可以 θ 表 δ ，代入上式，而求 θ 之值。

如言階形柵，

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi d}{2} = m\pi + \frac{\pi s\theta}{\lambda},$$

式內 m 為一整數，

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\pi s\theta}{\lambda}$$

令 θ_1 為光譜上兩連續級次之角距，則 $\theta_1 = \frac{\lambda}{s}$ ，而

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\pi \theta}{\theta_1}$$

階形柵之強度公式，遂成下形：

$$I_e = \frac{1 + \frac{4r^n}{(1+r^n)^2} \sin^2 n\pi \frac{\theta}{\theta_1}}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \pi \frac{\theta}{\theta_1}}$$

式中 r 為振幅透過之因數。

在范勃銳配羅儀器內，落後 $d = 2t \cos \theta = 2t - t\theta^2$ ，故

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi t}{\lambda} (2 - \theta^2),$$

如 $\frac{2t}{\lambda} = m$ (整數)，

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\pi t}{\lambda} \theta^2,$$

並設 θ_1 為相當於程差 λ 之角度， $\theta_1^2 = \frac{\lambda}{t}$ ，於是

$$I_1 = \frac{1 + \frac{4r^{2n}}{(1-r^{2n})^2} \sin^2 2n\pi \frac{\theta^2}{\theta_1^2}}{1 + \frac{4r^2}{(1-r^2)^2} \sin^2 2\pi \frac{\theta^2}{\theta_1^2}}$$

式中 r 為振幅反射之因數。

階形柵含有十四階級者， $r = .99$ ，所得分解極限 $\frac{\delta\theta}{\theta_1} = \frac{1}{15}$ ，此

與計算之結果①，若合符節。

至於配羅與范勃銳儀器， $r^2 = .9$ ，則得

$$\frac{\delta}{\theta_1} = \frac{1}{10}。$$

① 透光階形柵之各面，均係光學的接觸，將各面塗以薄銀，則一反射階形柵，遂告成功。此種槽形柵， $r=1$ ，故分解極限式，減為 $\frac{\delta g}{\theta_1} = \frac{1}{n}$ 。

極限以 λ 表示者，係 $\frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{2l}$ ，此與用同長光柵，而以近水平之投射，所得極端之值量，完全相等。

第十一章

干涉現象在天文學上之應用

前述繞射公式，僅得用於單點光源。如係多點之體^①，焦點處之總效應，必為個別強度之總和，

$$I = \Sigma_n (C^2 + S^2),$$

如 u_n, v_n 為第 n 點坐標，則上式內之

$$C = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iint \Phi \cos[(u - u_n)x + (v - v_n)y + \psi] dx dy$$

$$S = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iint \Phi \sin[(u - u_n)x + (v - v_n)y + \psi] dx dy \circ$$

點之極近 $v=0$ 者， Φ 與 ψ 俱係常數，捨棄常數因子，

$$C = \int \cos(u - u_n)x dx$$

$$S = \int \sin(u - u_n)x dx \circ$$

在特種情況，徑口係兩相等矩形者，

$$I = \Sigma A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} s(a - a_n)$$

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{\lambda} a(a - a_n)}{\frac{\pi}{\lambda} a(a - a_n)}$$

① 光源之各點：當係亮點，且相互間，亦乏固定之位相關係。

式內之 a ，係兩徑口之闊， S 爲其中心距離。如 a 與 S 相較，值量甚小，則 A 近於一。

苟言連續之羣，前之總和，遂成積分。代 a_n 以 a ， α 以 β ，並令條狀之體，闊度爲 da 者，強度爲 $\phi(a)da$ ，

$$\text{則} \quad I = \int \phi(a) \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} s(\beta - a) da,$$

$$\text{又如} \quad 2 \frac{\pi}{\lambda} s\beta = \theta, \quad C = \int \phi(a) \cos ka da$$

$$S = \int \phi(a) \sin ka da, \quad P = \int \phi(a) da, \quad k = 2\pi s/\lambda,$$

$$\text{於是} \quad I = P + C \cos \theta + S \sin \theta,$$

此式與第四章之(A)式相同，故干涉條紋之明顯度 V 可由下式得之

$$P^2 V^2 = C^2 + S^2.$$

雙星

因在雙星，伴星與主星亮度之比爲 $1:r$ ，

$$\therefore V^2 = \frac{1+r^2+2r \cos ka}{1+r^2+2r},$$

$$\text{當} \quad ka = n\pi \quad (n=1, 3, 5, \dots)$$

$$\text{或即} \quad a = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi\lambda}{2\pi s} = \frac{n\lambda}{2s} \text{時, } V^2 \text{ 之值最小。}$$

式內角度 α ，即令小於觀測遠鏡全徑口分解極限之半，其值若干，終可精密確定。

再者，從最大與最小明顯度之比較，兩星亮度之比率 r ，可從下式求得

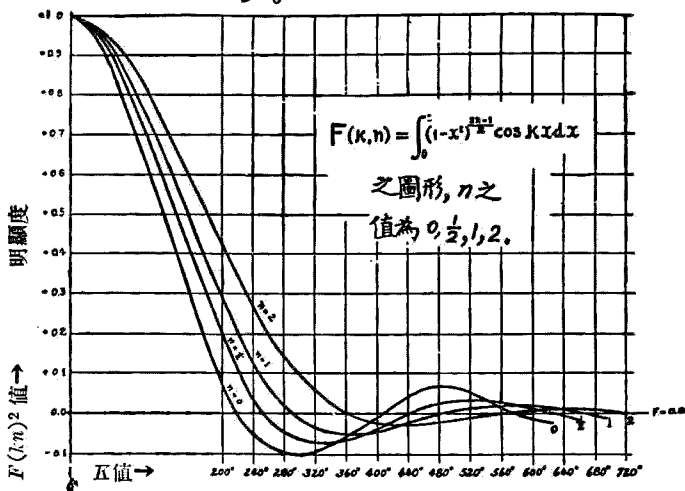
$$r = \frac{V_{\text{最大}} - V_{\text{最小}}}{V_{\text{最大}} + V_{\text{最小}}}$$

星面

亮度均勻之面①，

① 如照度可以自中心之距離之函數表示如 $I(R^2 - r^2)^n$ ，則條紋之明顯度為

$$\frac{\int_0^R (R^2 - x^2)^{\frac{2n+1}{2}} \cos kx \, dx}{\int_0^R (R^2 - x^2)^{\frac{2n+1}{2}} dx}$$



鏡面間相對之分離
圖 69。

$n=0, \frac{1}{2}, 1, 2$ 諸值時，圖形曾經摩爾登 F. R. Moulton) 教授算出，繪製如圖 69。荷將條紋第一次與第二次消滅處之距離 b_1, b_2 加以觀測，得其精確之長度則恆星光變曲線上 n 之近似值，可以求得，即

$$n = \frac{5.5b_1 - 3b_2}{b_2 - b_1}$$

$$V = \int_0^1 \sqrt{1 - \omega^2} \cos^a \omega d\omega$$

內中

$$n = \pi a \frac{s}{\lambda}$$

a 係角度直徑。此種物體，當 $a = 1.22 \lambda/s$ 時，條紋即行消失。

利用干涉方法，量度發光星面，事屬可行，業經證實。蓋黑密爾登山 (Mount Hamilton) 十二吋望遠鏡，曾依此法，考度木衛直徑，其結果之精確，竟為常法所不及。直徑之值，大如木衛者（有一秒之譜），固無論已，最近且最大之恆星，角直徑僅及一秒之百分之幾者，得毋受大氣與機械之擾動，致阻干涉現象之實現，頗屬疑問。

規模宏大之遠鏡，可否造就，俾物鏡前兩徑口所生干涉條紋之消失，得能觀測，誠屬難知；此種遠鏡，在實際上，製造固難，但干涉儀器（利用兩平面鏡，代替兩徑口），確可應用，以達此目的。蓋該儀器，除受大氣與機械之擾動外，對於有效基線，毫無限制。

大氣擾動，影響何如？約克 (Yerk) 四十吋折光鏡與威爾遜山 (Mount Wilson) 之六十吋及百吋反光鏡，皆曾從事試驗，期明究竟；據云，縱令天象不清，結果亦佳，則在此種距離，或更遠者，大氣擾動，殊不足畏，彰然明矣①。

① 如此望外之結果，可解釋如下：天象不清時，影像之昏亂，係射入光波各波元累積之效應。因溫度有差，大氣各部，情況不同，射來各波元，互無不變之位相關連，於是影像發生『沸擾』（“boiling” of the image），是與隔熾熱之面而觀物體，同一現象。

但以物鏡直徑兩端之二波元而論，因其位相差同，故僅生（直形）干涉條紋之移動（此非一種混亂），如移動不過速，為人目力所能追隨（通常情形確如是），於是條紋之明顯度，與大氣情況極佳時所得者，同一美好。

較小光闌，上具兩口，置近遠鏡之焦點者，能將射入之光，限為兩束，此較使用蔽覆物鏡之屏帷，收效宏速。以六十吋與百吋遠鏡作觀測時，此小光闌，曾經利用；量度雙星，上述裝置，復經採用，惟須另加附器，使條紋消滅時，可變之徑口距離，得以計量。

威爾遜山天文臺臺員安得笙(Anderson)博士，力贊旋轉光闌固定徑口距離之方法。根據斯法，Capella 雙星之兩伴星角度距離，業經量得。分光鏡中，該星譜線，因杜氏之移位(Doppler displacement)，於是 Capella 之為雙星之消息，始行流露人間，雖推算結果，謂伴星距離，約等 $0''.05$ ，當天朗氣清時，定可窺見，而遠鏡之直接觀測，則從未着手。Capella 伴星軌道，用干涉方法決定者，其精確之異常，直令計算與觀測所得之位置，即萬分之一秒之微量，亦克吻合。

經過60吋與100吋遠鏡之嘗試，深知在上述距離內，大氣擾動，不足為患，干涉儀之具有動鏡(圖70)而底長20呎以便試驗者，乃決定製造。干涉儀之鐵樑(圖71與圖72)，係以建築用之鋼條造成，條之剛性，愈大愈妙，重量應趨可能

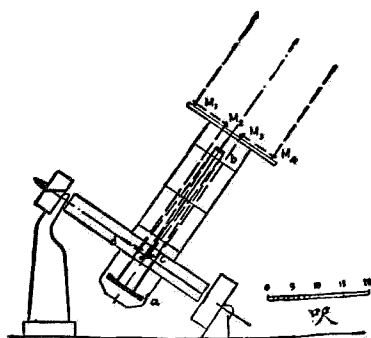


圖 70.

之最小值(通常不能低於800磅。附加重量，達800磅之巨，除笨重之100吋遠鏡外，任何儀器，皆難勝此重任；因此，100吋遠鏡遂用

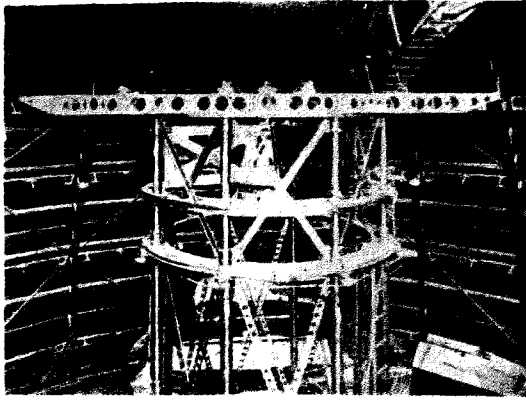


圖 71.

爲支此干涉儀器之具，光學能力之強大，尙非其致用之主因，是爲吾人所應注意者)。如圖70所示，星光射至活動外鏡 $M_1 M_4$ 後，經其反射，至固定內鏡 $M_2 M_3$ ，前行達凹反射鏡 a ，遇凸鏡 b ，回抵傾斜平面鏡 c ，離 c ，光合於 d ，置低率目鏡於此，干涉條紋即得窺見。轉動插入之平行平面玻璃片，則兩干涉光束之謀疊合，至易奏效；藉雙玻璃劈之助，調變兩程途，使達相等地位，亦不感棘手。用此結構，即令距離達極端之值爲20呎時，干涉條紋，猶保清晰。是即表明，縱有如此鉅大之分離，大氣之變化或振動與形變之干擾，對於觀測，咸無妨礙。

第一人致力於實際觀測，而獲有星體直徑之結果者，係威爾遜山天文臺臺員匹斯 (F. G. Pease) 先生。天空星體，首蒙斯器之顧盼者，乃獵戶座內大紅星參宿四 (Betelgeuse)。當干涉儀之外鏡，距至10呎，干涉條紋，即行滅跡；惟窺他星——大將座 β (β Persei) 與獵

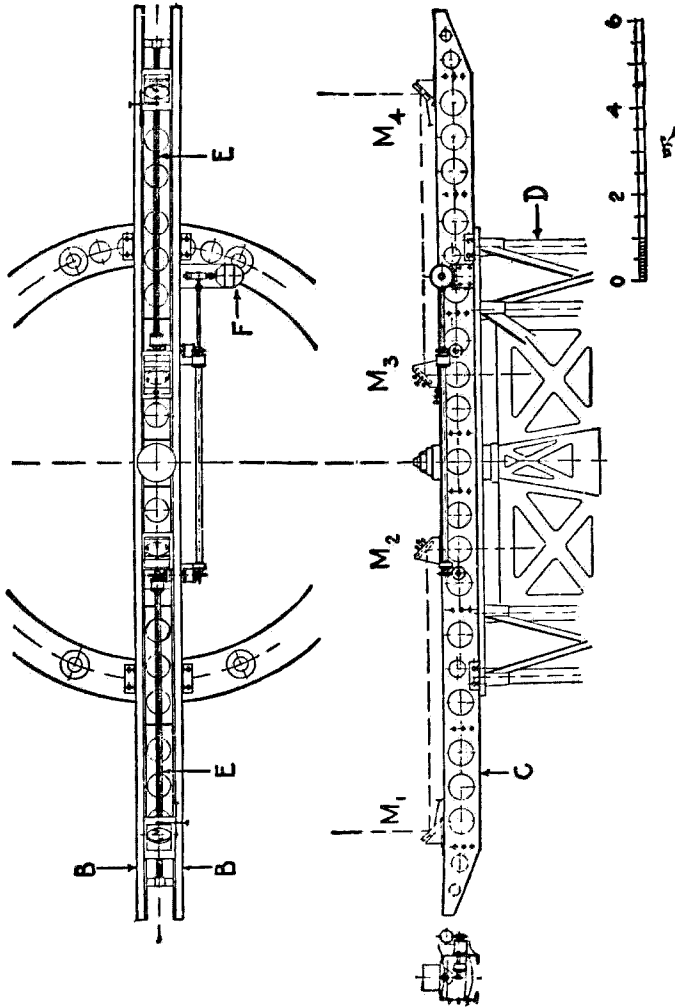


圖 72.

戶座 γ (γ Orionis)，——鏡達上述距離，條紋仍現，足資觀測。

設光出自參宿四者，有效波長為 5.75×10^{-6} 哩， $S = 121$ 吋 (306.5 哩)，星之角度直徑 $\alpha = 1.22 \lambda / s$ 即 $0''.047$ 。用視差 $0''.018$ ，得直線直徑之長為 240×10^6 哩 (約火星軌道之直徑)。

星面照度均勻之假設，乃上種計算之根據，惟是假設，不近事實，人盡知之，類似太陽之愈趨邊緣愈陳黑暗者，直徑估計之結果，應增百分之十七。他種星體，間有較大者——Arcturus，海怪座 O (Mira)，天蠍座 α (Antares)——亦繼參宿之後，經同法之考探，而得其直徑之值矣。

較大之干涉儀，底長50呎者，現正建設，50呎之長底，可使儀器能力之增高，約達二又二分之一倍。

第十二章

光之速度

光行速度，係自然界基本常數之最要者。富柯與費佐兩氏量度之結果，謂光在空氣內速度，較在水中者為大；因此，波動學說，遂受擁戴，而微粒假設，斯遭擯棄。再者，靜電單位與電磁單位之比率，按諸實驗，顯近光速，此一結果，又予光之電磁擾動說，一有力之佐證。不僅如是，相對論者，對於光行速度，尤為重視，蓋光之速度，在任何情況下，總屬常數，乃相對論基本假設之一。

光速量度之首次嘗試者係伽利雷 (Galileo)。彼令兩觀測者，各居一地，距約數杆，人手一燈，燈具動帷；帷之啟閉，燈之明暗係之。甲揭帷放光，乙覩之，立啟帷，報以燈光。如甲揭帷與見乙復訊之間，確歷時晷（視覺與執行間之遲延，乃不可免者，應行計入），則以時間除距離，即得光之傳播速度。

以如是簡陋方法，自不足以測度此種非常微渺之時間，然斯法之原理，毫無瑕疵，確值重視；略加改良之後，遂成世人共仰之費佐氏方法。第一點之改革，係將乙觀測者易以鏡面。光之蔽露，不以一簡單屏帷司之，而以迅捷轉輪上距離相等之一組洞孔代替，此係第二點之改善。

汝梅 (Römer) 觀察第一木衛屢次之蝕，推得光行速度，時在

1675年；光速之實行決定，此屬創舉。兩蝕相間之期，本可計算，惟汝梅氏察覺：計算之值與觀測所得者，恆有年差。地木相距最遠較最近時，蝕期之遲延，達十六分二十六秒之巨^①。汝梅論此遲延原因，謂係光穿地球軌道，應取時間之故。設徑長 300,000,000 杆，則需時一千秒，故光之速度，為每秒 300,000 杆。

決定光速之又一法，創自布拉得來(Bradley)。1728年布氏嘗有如下之宣示：恆星在天之向，與其平均位置，必有周年視偏傾。此種現象，氏曾給以專名，曰『光行差』(aberration)。恆星位向，垂直於地球之軌道運動者，其方位，將循地動方向，發生偏斜，角度為 $20''.445$ 。謂此移變，乃由有限光速造成，亦係布氏之推論。

將望遠鏡，正指恆星，當星光經過物鏡，到達焦點時，因地球之軌道運動，遠鏡已有移變；遠鏡既移，星像遂不復居叉絲之上，而退立其後。欲星像再與叉絲疊合，遠鏡勢必向前傾斜，成角 α ，其正切，為地球行動速度與光速之比，即

$$\tan \alpha = \frac{v}{V}$$

因 $v = \pi D/T$ (D 係地球軌道之直徑， T 為一年內之秒數)，故

$$\tan \alpha = \frac{\pi D}{VT}$$

根據此式，光之速度，當可求得；但此法與汝梅法同，其精確度，視量得之日地距離 ($\frac{1}{2}D$) 而定，概約百分之一^②。

① 汝梅之原數為20分，此值顯覺太大。

② 利用行將敘述之方法，求得之光速，其精確度，達十萬分之一，故此法已被淘汰。惟此公式，尚可用以求日地之距離。

1849年費佐發表用實驗方法量得光速之結果，此殆前無古人者。兩天文遠鏡之物鏡 L_1 與 L_2 (圖73)，分置二處，兩面遙遙相對。光源經平行平面片 N 之反射，於第一透鏡之焦點處，成光強體小之像 a ， a 像之光，經第一透鏡，平行射出，度 L_2 ，斂於焦點，因遇平面鏡面 M ，光乃循原道射回，造像與原像 a 相疊合，是可以目鏡 E 窺之。齒距精確之齒輪 W ，依均速旋轉， a 處之光，遂受其干阻。如光回至 a ，適為齒蔽， a 像乃掩；苟調節 W 之速度，使光再返至 a 時，正值齒輪之空隙，則光可復現，如是繼續試驗，得見 a 像之忽明忽晦。

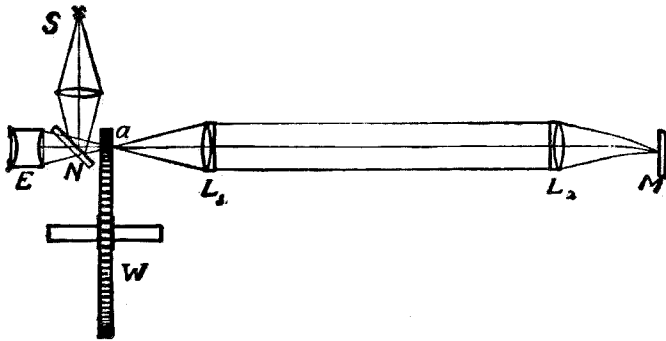


圖 73.

令 n 為齒數， N 為每秒輪轉之次數， K 為光行兩倍距離 D 時輪齒轉過之數目，

$$V = \frac{2NnD}{K}。$$

因記識最小強度較最大者為易，故如 p 係光之掩蔽級次，

則
$$K = \frac{2p-1}{2}。$$

令 δK 爲記核 K 時所含之差(實即考核強度曲線之上升枝與下降枝上強度相等之差誤)，乃有

$$\frac{\partial V}{V} = \frac{\partial K}{K}。$$

可見 K 之值，應使大於吾人所能辦到之地步，以減低差誤。費佐實驗中， K 值爲 5 至 7，結果之正確度，理應達到三百分之一，但其答數，較公認者，實已增大百分之五。

1872年柯留 (Cornu) 之實驗，較爲準確，所用 K 值，自 3 變至 21，柯氏 結果，爲 300,400，內含或差，約百分一之十分之一；李斯丁 (Listine) 對此實驗，有所討論，並曾說明，如將速度變大，上值可以減削，渠所認爲正確值之極限，係 299,950，但白羅丁 (Perrotin) 以同樣儀器，得值 299,900。

費佐實驗，尙未宣告結束，哀饒哥 (Arago) 已另有建議。彼謂惠斯頓 (Wheatstone) 量度電流傳播速度之旋轉鏡，此處實可利用。哀饒哥對光速問題，感有重大興味者，因苟量度光速之法精善，光在空氣與水中之相關速度，即可決定，而波動微粒兩說之是非，亦得以明。氏並指出，彼所倡法，實有計量絕對速度之可能。

氏之計劃，乃比較兩種光之偏傾；一係電花射出之光，直接經旋轉鏡面之反射者，一爲行經一段空氣(或水)後，再受反射者。兩反射像現示之方向(在 360° 內任何一方)，至無一定，此係本實驗最感困難之點。惟1862年富柯氏精巧之實驗出，上述困難，立獲解決。蓋鏡面無論如何旋轉，返回之光，射向不變，是富氏實驗中巧妙之點，亦即

解決上述困難之方也（但因遲延所生之偏移，係吾人所欲量度者，當不在內）。

儀器佈置之實況，述之如下：

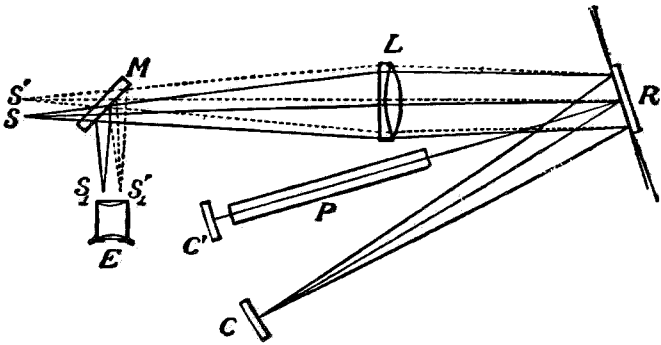


圖 74.

光自光源 S 射出(圖74)，落於物鏡 L ，前進抵轉鏡 R ，反射至凹鏡 C （其中心在 R ），光源之實像，遂成於斯；旋又依循舊道，回歸原處，造成真像，與光源合；轉鏡縱有小動，此情永無更易。但部分之光，業經平行平面鏡 M 之反射，造像於 α ，測微鏡之目鏡 E ，倘設於斯，光源之像，即可窺見。

茲設轉鏡迴旋甚速，則反回之像，將不復居原位，而向轉鏡所轉之方向，發生偏移；偏移之值，為光線兩度過鏡期間，鏡轉之角之兩倍。如令此角為 α ，鏡間距離為 D ，轉鏡每秒轉動之次數為 N ，則

$$\alpha = 2\pi N \frac{2D}{V}$$

或

$$V = \frac{4\pi ND}{\alpha}。$$

在原理上，兩法無別。此處之 α 相當於齒輪法之齒數 K ，即 $\alpha = 2\pi K/n$ ，故前得之公式 $V = \frac{2NnD}{K}$ ，與轉鏡法所得之 $V = \frac{4\pi ND}{\alpha}$ ，實無訛異。惟後法確優於前法，長處所在，與直接讀電流計之針指數不如用返光法者，絕相類似。

但從他方面着想，齒輪法之另一重要優點，絕難掩沒。蓋用該法，反回像之強度，約及不用齒輪者之半，而在轉鏡，此一分數，減為 $\frac{n\beta}{rD}$ （如鏡有 n 小面），式內 β 為凹鏡之徑口， f 為鏡之焦距， r 係轉鏡與狹縫之距離， D 乃兩地之距離。

富柯實驗， D 之最大值，僅為二十呎（由凹鏡五次反射得來），如鏡轉之速度，係每秒五轉，則 α 之倍值，為吾人所尋求者，不過 $160''$ 。此法精確之極限約為一秒，是富柯實驗，在此情況下，精確之度，難望到達一百六十分之一。富柯之結果為 $298,000$ ，得值過小，其所差者，殆已達一百六十分之一矣^①。

欲使 2α 之值甚巨，俾量度可精，則所用距離，應令增大。下之計劃，能符斯望，蓋疊次試驗（1878年）， D 之距離，皆達七百呎之巨，而七百呎者，尚非其限，再事增加，仍屬可能。

新裝置中，成像之透鏡，係居兩鏡面之間，並為謀回像強度最大

① D 之距離，斷斷以20呎為限者，除去徒謀便利之原因外（因實驗室之範圍故），自轉鏡直接反射而生之光條與回像相比時之相關的強度，實亦限制 D 值而不令其過大也。在富柯實驗中，光條係疊加回像之上，回像之強度，與距離之立方成反比，而光條者則始終不變。

計，透鏡與轉鏡距離，應適等於透鏡之焦距，是以長焦距之透鏡，勢所必須。又因量得之半徑 r ，係由 $r = \frac{f^2}{D}$ 而得（藉 $\delta = r \tan \alpha$ 之關係，可由 r 推知 α ， δ 者乃量得之影像移變），故 r 與 f^2 成比例， f 係透鏡之焦距。在實驗時，焦距 25 呎直徑 20 釐且無色差之透鏡，乃常用者。用此透鏡後，縱令轉鏡遠離主要之焦點，回光強度，當仍十足充足。

有如是巨大之移變，富柯裝置內之傾斜平行平面片，可以撤消，而直接實像，得以目觀。旋轉速度，苟係每秒 250 至 300，則得 100 至 150 耗之移變，此種距離之量度，差誤當小於萬分之一。

量計 D 長，並無困難。用鋼帶尺度之，即獲結果。惟尺之伸長與膨脹係數，必經精確決定，而尺之長，亦必與標準尺副樣，在標準狀態下，作一比較。考核之或差，約 1:200,000 之譜。

量計旋轉速度，法頗有趣。觀測電動音叉與轉鏡之光學的『拍』(beat)，同時使偏移之像與目鏡叉絲，始終疊合；司是職者，爲手制之射氣機，機可動轉輪，輪則附於轉鏡。音叉振動數加每秒『拍』數，乃得每秒旋轉數，惟此數值，係以音叉率表之者，倘歷時非至促，此數不可依信。故在量度之前後，所用之音叉，須與標準音叉，其溫度係數已確定者，互相比較，而標準音叉，復須與自由鐘擺作直接之比較，法如下：

鐘擺與電池及感應機之原線圈串連一系，原線圈電路中置有鉑製刃口間阻，刃口附於鐘擺，鐘擺經過一粒汞珠。感應機副圈送出之閃光，行經真空之管，透燭音叉之緣且照窺微鏡之叉絲。如擺動一次，

又振數目，適爲整數 (256)，則又緣視若靜止；振數微增，又緣卽生移變，移變係有循環性者，設率數每秒爲 n ，於是音叉之率，每秒遂爲 $N \pm n$ ，此所謂秒，係自由鐘擺所示者，自由鐘擺復應與天文鐘相較^①，手續始稱完竣，結果之準確度爲 1:200,000。

根據上法，決定光速，情況相同而時地互異之兩番實驗，曾經舉行，兩次結果之均值爲 299,895。

1882年劉控貝 (Newcomb) 改易富柯裝置，用測光速。最大改良，卽旋轉鑷質稜鏡之見用。稜鏡橫截面係正方形，鏡長爲闊之倍，平面鏡上各部之光，經其收發，直接反射之影響遂絕。不僅如是，此方法中，尙有計量偏斜之妙策，而鏡轉速度，亦克詳載記時圖上，以資考核。該圖係附於一組齒輪，齒輪又與輪鏡連屬。劉控貝之結果爲 299,860。

富柯裝置之初旨，本在解決光行水內與馳騁空中相互速度之問題。因此，裝水之管，兩端配有平行平面玻璃片者，勢必加入。倘光在兩質中，速度相等，行見雙雙回像，疊合無間，布置適當之光闌，兩像又形分判，如速度有別，則兩像循旋轉之方向，生相對之移變。按之實驗，光經水者，移變較大，是知光行水中，速度較遜。此一結果，殆爲波動說所承許而爲微粒說所否認。

富柯實驗，除於性情方面，得有結果外，他無所及，設能作進一步之探討，不獨推得光速在水較在空氣爲慢，且證兩種速度之比，確爲液體之折射指數，則尤快人心。用水實驗後，所得結果，與折射指

① 此種天文鐘，個別之「秒」，雖或有小變動，而其平均拍節，可絕對不更。

數，相差極微。但易水爲二硫化炭，得比爲 1.75，並非折射指數 1.64，差訛太甚，不得推諉於實驗應有之誤。

銳聶爵士對此差誤，持有解說，述之如次：在齒輪法中，干擾之傳播，形成獨立波羣。銳聶宣稱，波羣速度，與單獨之波異，時忽同者，特所經媒質，無色散之性耳。波羣之最簡形，可從兩簡單諧振波組着想，此兩波組，頻率稍差，波長微異。茲令

$$y = \cos(nt - mx) + \cos(n_1t - m_1x),$$

內中 $n = \frac{2\pi}{T}$ ，並 $m = 2\pi/\lambda$ ， T 係周期， λ 爲波長。再命

$n - n_1 = \partial n$ ，及 $m - m_1 = \partial m$ ，於是

$$y = 2 \cos \frac{1}{2}(\partial nt - \partial mx) \cos(nt - mx)。$$

此則代表一組波羣，狀如圖 75 所示。



圖 75.

諸波速度，係一比率 ($V = n/m$)，但羣之速度 (例如：最大或最小點傳播之速度) 將爲

$$V' = \partial n / \partial m,$$

又因 $n = mV$ ，

$$V' = \frac{\partial(mV)}{\partial m} = V + m \frac{\partial V}{\partial m} = V \left(1 + \frac{m}{V} \frac{\partial V}{\partial m} \right),$$

更因 $m = 2\pi/\lambda$ ，

$$V' = V \left(1 - \frac{\lambda}{V} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right)。$$

此種推論，不獨在上述之特殊波羣形狀時，始為真實，即據符恢氏定理，應用於任何波羣，亦屬正確。

上述公式，謂可直接用於轉鏡法之量度，殊非十分明瞭。銳聶曾謂光因感受杜氏效應，光束自轉鏡反射者，一邊之波長變短，他邊增長；又因在色散媒質內，傳播速度，唯波長是賴，故單獨波面，發生旋轉。

如 ω 為鏡面旋轉之角速度， ω_1 為色散的旋轉之角速度，

$$\text{則} \quad \omega_1 = \frac{dV}{dy} = \frac{dV}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dy}，$$

y 係對旋轉軸之距離。但

$$\frac{d\lambda}{dy} = 2\omega \frac{\lambda}{V} \quad \therefore \quad \omega_1 = 2\omega \frac{\lambda}{V} \frac{dV}{d\lambda}。$$

實際觀測所得之偏移，為

$$T(2\omega + \omega_1)，$$

T 係光行 $2D$ 一段長所需之時間；將 ω_1 代入，並將 T 變為 $\frac{2D}{V}$ ，則

$$\text{上式成爲} \quad \frac{4D}{V} \omega \left(1 + \frac{\lambda}{V} \frac{dV}{d\lambda} \right)，$$

故量得之速度係

$$V'' = V \div \left(1 + \frac{\lambda}{V} \frac{dV}{d\lambda} \right),$$

茲僅計及小量之第二級，

$$V'' = V' = \text{羣速} \textcircled{1}。$$

採用能見光譜上平均之波長，二硫化炭之 $\left(1 + \frac{\lambda}{\mu} \frac{d\mu}{d\lambda} \right)$ ，值等於

$$0.93。 \quad \text{則} \quad \frac{V_0}{V'} = \frac{V_0}{V} \frac{1}{0.93} = \frac{1.64}{0.93} = 1.76$$

此與實驗所得者，完全相符。

光速之最新計量法

光行速度，以轉鏡法測定者， V 之式內 ($V=4\pi ND/2$)，應量之值有三：曰 N ，鏡轉之速也；曰 D ，兩站之距離也；曰 α ，鏡之角度移變也。前已曉示， N ， D 兩值，準確之度，約達十萬分之一。但量度 α 之方術，難期臻此佳境。斯乃量度中困難之點。惟將旋轉鏡形，改成三稜狀，且令兩站距離，異常遐遠，俾返回光線，在三稜鏡次下面之反射，角度相同，則此種困難，即可泯滅。是蓋劉控貝氏建議之方策^②也。

下文所述，為一種嘗試之節要，以期實現前之計劃者。兩站地點，係採威爾遜山，與省恩托利阿山 (Mount San Antonio)，山址

① 吉貝司(J. W. Gibbs)曾稱量得之速度，謂為確係波羣者，非僅為一種近似已也 (見 *Nature*, 1886.)。

② 見航海通書局出版之「光速之計量」。

近帕塞登拉 (Pasadena)；兩山相距，約三十五杆。因此，鏡轉速度，應達每秒1060轉，而光之跋涉程途往返兩次時，鏡之角度移變，應及 90° ；如速度減半， 45° 之角已足，故旋轉之鏡，可作八角形^①。各角應等，精確程度，至少須達到我所希望者。

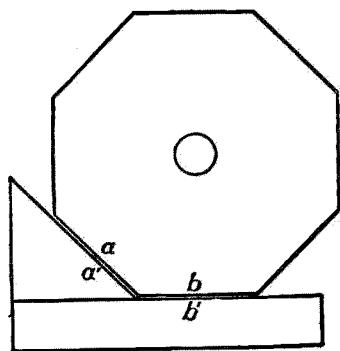


圖 76.

謀角精確，方法如下：面極光滑角近準確之八角體，置於考核角 $a' b'$ 之上(圖76)。 $a' b'$ 係由 45° 此之三稜鏡與真平面黏結而成。在單色光中觀測干涉條紋，以謀 bb' 兩面之平行。 aa' 兩面，常非平行，其間角度，可以干涉帶之距離與傾斜量度之。同法施於八角，琢之磨之，務俟八角所生

干涉帶之距離與傾斜，皆完全相同，始告竣事；斯時八角，幾相等矣。遵依此法，製成之八角體，含有均差，約百萬分之一，是僅有二十分之一秒之十分之一耳^②。

從旋轉鏡面發生之直接反射光與散射光，對於實驗，咸有妨礙。轉鏡稍偏，反光斯混，前已述及；致希散射光之消除，反回光應與射出者，不同一面，乃最要之端。

再者，欲求射入光與遠立鏡，互相垂直，巨久不變，實非易事；

① 利用八面鏡，結果之強度，較用旋轉平行平面鏡盤所得者，當加強四倍。

② 鏡急轉時，當生畸變，如造鏡之物（在現例為玻璃），質極均勻，此種畸變，僅產極小曲度，使鏡之焦點，稍有變易。

爲省卻此種麻煩計，反於原站之光，固仍可依費佐實驗中之佈置，毋加改易，但最宜注意者，厥爲聚斂光束，必須準射於小平面（最好爲凹形）鏡之上，而此小鏡係置於較遠之進光鏡之焦點處者，

猶有進者，射光與收光之進光鏡，全用塗銀鏡面，較用透鏡，掙節殊多。

圖77所示儀器之佈置，確能適合上項各種之需求。

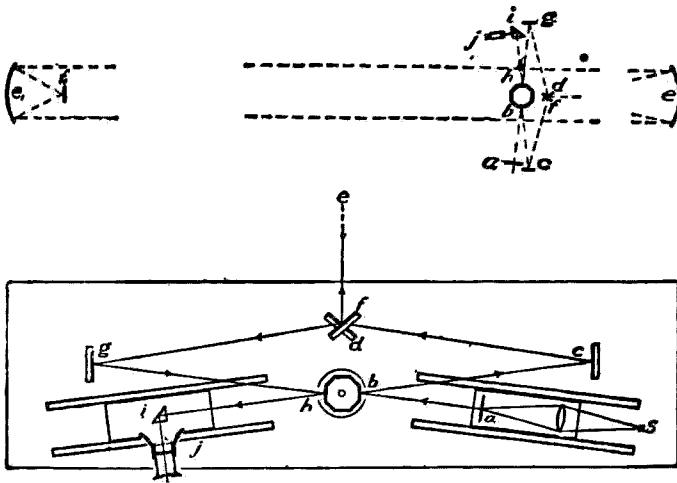


圖 77.

(光路爲 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j,)

以威爾遜山爲起站，相距 22 哩之省恩托利阿山爲終站，實驗三次。電動音叉之振率爲 132.25，如轉鏡速度爲每秒 529 轉，則轉鏡之駐像有四。每次觀測時，音叉應與自由鐘擺比核，擺率之正值，又係與海陸測量局內業經校正之「因乏」(invar)擺較考而得者。

1924年八次之量度，得

$$V_a = 299,735。$$

他一組觀測，係以電動音叉直接與因乏擺比較者^①，此實驗舉行於 1925 年夏季，得

$$V_a = 299,690。$$

易電動音叉以自由音叉，振率 528，用『三極管電路』，保其振動，是可令叉之振率較屬穩定，所得結果為

$$V_a = 299,704。$$

以 1, 2, 4 三值，分乘上三結果而平均之，得光在空氣中之速度為

$$V_a = 299,704。$$

加以 67 籽之校正，將光速變為在真空中者，得 $V = 299,771。$

上之結果，仍非定值， D 之估定，實可左右之。此兩站距離之量計，亦係由海陸測量局所舉辦，深望前項工作，重復舉行，以求更進一步之精確。

又如轉鏡增大，則像可較定，光可較強，而轉速亦得更穩；是結果之進一步的準確，尚非無望，惟姑待異日之努力耳。

最後量度

佈置仍舊而轉鏡不同之實驗，1926 年曾經舉行。

首用之鏡，仍屬小八角形，質料係玻璃，與前者無別，是年所

① 所謂直接比較之法，係令光經狹縫，射於附在擺上之鏡面。狹縫之像，係由最好之消色透鏡造成，像居音叉一側之平面內，用尋常目鏡，可窺探之。

獲之 V 值為 299,813。此值乘二，上次結果乘一，平均之，得值 299,799。

他種轉鏡為吾人所採用者，係八角鋼質鏡，十二角玻璃鏡，十二邊鋼質鏡與十六邊玻璃鏡等。

所得結果，統記之如 表 7

每秒旋轉次數	鏡 類	觀測數次	真空內之光速
528	玻璃 八 面鏡	576	299,797
528	鋼質 八 面鏡	195	299,795
352	玻璃 十二 面鏡	270	299,796
352	鋼質 十二 面鏡	218	299,796
264	玻璃 十六 面鏡	504	299,796
均值			299,796±1

量度 V 值，各種可信之結果，記如表 8，表內並載有兩站之距離，採用之方法，及各個應乘之平均數量。

表 8

作 者	兩站距離	方 法	均 乘 量	光 速
<u>柯 留</u>	23 杆	齒 輪	1	299,990
<u>白羅丁</u>	12	齒 輪	1	299,900
M_1 與 M_2	0.6	轉 鏡	1	299,880
<u>劉德貝</u> ①	0.5	轉 鏡	3	299,810
M_3	35	轉 鏡	5	299,800

① 劉德貝氏所得之值，苟廢去諸多不妥協之觀測，應為 298,860。

第十三章

媒質運動對於光行速度之影響

一級影響

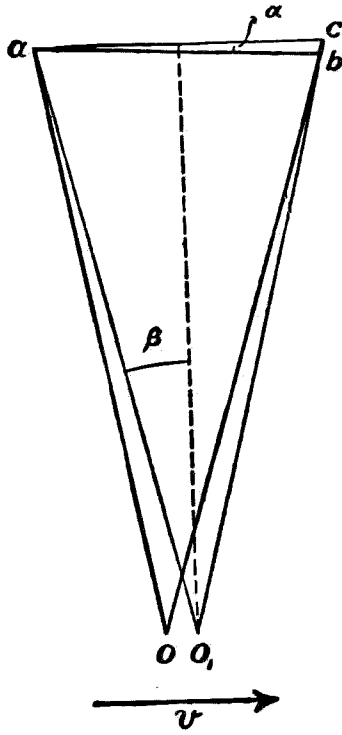
媒質運動與光速之影響，得邀物理學家之注意者，哀銳氏之一實驗，實啓其端。氏之實驗目的，本在考核波動說對於光行差問題之一種純理的結論。根據波動說。光行差之正切，應等於地球繞日之速度與光行速度之比。設媒質之折射指數爲 μ ，則有關係式

$$\tan \alpha = \mu \frac{v}{V},$$

苟觀測遠鏡，內實以水，光行差之值，顯爲在空氣中者 $\frac{4}{3}$ 倍。此種實驗，哀銳曾實行之，惟所得光行差，值仍如舊。

佛銳列所倡議解辯此種困難之法，乃根據於一種假設。其說謂發光媒質因媒質之運動，攜以俱行。然其行運之值，祇達媒質運動之一部分，其分數爲 $\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2}$ 。是稱爲佛銳列係數。倘以上述無結果之實驗作基礎，則 ρ 之值，可按下列法導出：

命 ac (圖78) 爲平面波，射自星體，而達於觀測遠鏡之物鏡，因地球有循 v 向之運動，遂成傾斜之角 α 。光線自物鏡兩側 a 與 c 射出者，行抵 o_1 時，位相相同（與在他種情況時無別），故歷時相等，於是



■ 78.

$$\frac{ao_1}{V_1} = \frac{cb}{V} + \frac{bo_1}{V_2}$$

內中

$$V_1 = V/\mu + \rho v \sin \beta$$

$$V_2 = V/\mu - \rho v \sin \beta$$

β 係遠鏡之半徑口，代 ao 以 $(ao, +\infty, \sin \beta)$ 及 bo 以 $(ao - \infty, \sin \beta)$ ，

並知

$$\frac{oo_1}{ao} = \mu \frac{v}{V} = \mu \alpha$$

則得

$$2\mu \alpha \sin \beta (1 - \rho) = \frac{bc}{\mu \cdot ao} \circ$$

但 $2ao_1 \sin \beta$ 等於物鏡之直徑 ac ，是以

$$\mu \alpha (1 - \rho) = \frac{bc}{\mu \cdot ac} = \frac{a}{\mu} \circ$$

即

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} \circ$$

根據駐定以太之假說，地球運動之考察，可無待從事天體之觀測而自明。多種實驗，均經嘗試，下所引述者，蓋其一焉。

干涉儀之佈置如圖 79。干涉光束之路程中，置一長度為 D 之玻璃三稜鏡。設全部儀器，循 D 長運行，兩光束繞行一匝之時間，可以計求如下：當夫光經玻璃時，儀器業有移動，其前進之距離為 $\delta = \frac{\mu v}{V(D + \delta)}$ ，取適當之近似值，則

$$\delta = \mu \frac{v}{V} D \circ$$

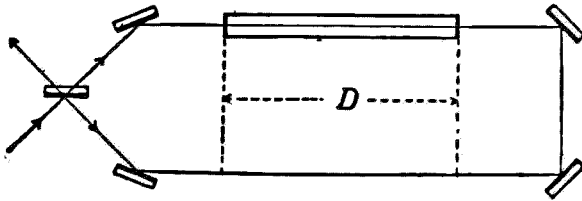


圖 79.

如在相當之空氣途中，儀器之移動必爲

$$\delta_0 = \frac{v}{V} D \circ$$

是則

$$t_1 = \frac{D + \delta}{\frac{V}{\mu} + \rho v} + \frac{D - \delta_0}{V};$$

同理，光行一週，而方向相反者，

$$t_2 = \frac{D - \delta}{\frac{V}{\mu} - \rho v} + \frac{D + \delta_0}{V} \circ$$

惟令全部儀器旋繞 180° ，干涉條紋，未見移變，乃知 $t_1 = t_2$ ，

$$\text{即} \quad \frac{1 + \mu \frac{v}{V}}{1 + \mu \rho \frac{v}{V}} - \frac{1 + \mu \frac{v}{V}}{1 - \mu \rho \frac{v}{V}} = \frac{2 \frac{v}{V}}{\mu}$$

如僅計及微量之第二級，

$$1 - \rho = 1/\mu^2$$

或

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} \circ$$

是知考核地球對於明亮以太相對運動之企圖，縱無結果，而佛銳列係數，實可從茲導出。根據純粹理論，推釋此種比率，需要迫切，故特伸述如下：

愛生洛耳 (Eisenlohr) 係第一人研究最力者，其法如次：設一玻

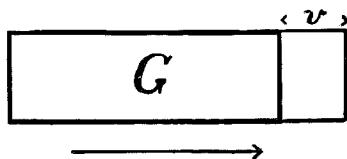


圖 80.

璃三稜鏡 G (圖 80)，斷截面為一，
 折射指數為 μ ，以速度 v 循箭向進
 行。命稜鏡外以太之密度為一，內
 者為 $1+\Delta$ 。歷單位時間，空間 v
 內，引進之以太，質為 $m=v\Delta$ 。

但據挾帶之假設 (entrainment hypothesis)。以太之增引質量，可表
 以 $m=v\rho(1+\Delta)$ ，故

$$\Delta = (1+\Delta)\rho。$$

因 μ^2 等於稜鏡內外以太密度之比率 (設彈性不變)，

故
$$\mu^2 = \frac{1+\Delta}{1}，$$

則
$$\Delta = \mu^2 - 1$$

代入上式，遂有
$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2}。$$

物質分子作用球外之以太，不受上項運動之影響，言屬假設，而
 下之推論，乃依此假設立說者。設循運動方向，分子攜帶之以太空
 氣，直徑為 a ，並令 b 為兩分子間之 (平均) 距離。當光行距離 $a+b$
 時，此系統跋涉之長已為 $a+\beta$ 。如 ν 為分子內之折射指數，

$$\alpha = \nu \frac{v}{V} a$$

$$\beta = \frac{v}{V-v} b，$$

於是光在物質內平均速度爲

$$V = \frac{a+b+a+\beta}{\frac{a+\beta}{v}} = v \left(\frac{a+b}{a+\beta} + 1 \right)。$$

若 μ 爲靜媒質之折射指數，因媒質內光學途程爲 $\nu a + b$ ，

$$\mu = \frac{\nu a + b}{a + b}$$

故 $\nu a = \mu(a+b) - b$ ，代入前式，卽有

$$V = \frac{V}{\mu} + \left(1 - \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{b}{a+b} \right) v。$$

括弧內之值量，相當於挾帶之係數 (coefficient of entrainment)， a/b 比率愈微，該值愈近佛銳列係數^①。

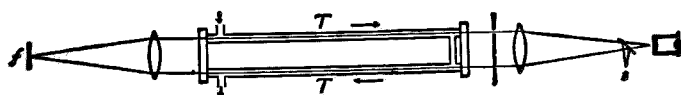


圖 81.

佛銳列係數，雖可自無結果之實驗與純理之考究，推釋而得，第欲欣然接受其結論，仍覺困難。惟自費佐精奇之實驗出，上述結論，旋經證實。費佐實驗中，有兩束光，穿過相反流動之液柱，如圖81所示；因此，干涉條紋，發生移變，移變之量，與理論上所希冀者，大致相符。

① 反之，如 $b=0$ (分子相觸)，則 $\mu=\nu$ ，而 $\rho'=1$ ，但佛銳列之 $\rho=1-\frac{1}{\mu^2}$ 。

TT 管內水流反向之變壓，必生畸變，畸變對於干涉條紋之影響，較水流為巨，是以干涉條紋，如在 f 處觀測，後者所產之移變，將為前者所掩。欲杜斯弊，費佐曾在 f 處懸一平面鏡，令光返至光源，再行觀測，惟返光之一部，已在 S 處，經平行平面玻璃片之阻，旁射而出。

費佐求得移變之量，竟與佛銳列係數相當；於是光波行動，受水行速度部分的而非全體的影響，速度變大，從茲證實矣。

鑒夫此問題之基本的重要，及地球以太相對運動可否考探之急待解決，費佐實驗，理應重行舉辦，期免其工作中之困難與失確，困難與失確之顯著者，臚舉如次：干涉儀之徑口，宜極細狹，故光之強度，異常微弱，觀測維艱，此困難者一；兩干涉光束，應極近似，換言之，水柱寬度，須加限制，不然，干涉光束以大角相值，干涉條紋，即細不可辨，非加特殊之放大，勢難觀測，而特殊放大，又令光之強度，更行低減，此困難者二；利用面積之較小部，俾速度之近於常數，手續煩難此其三；以觀測所得之平均速度，表最大速度之值，結果失真，此其四。有此四難，方法之待改造，迫不容緩。

苟干涉儀器，依圖 82 裝置，之四困難，消失無遺。圖 83 表明水道，此與干涉儀器（駕於磚柱之上），不相連屬，活門之佈置，用以轉變水流方向者，亦詳於圖。接水之箱。貯以已知容積之水，需時若干，精細計求之，再以箱管兩斷面之比率乘之，乃得平均水流速度。欲獲速度之最大值，可以小皮陀第（Pitot）管，量水流壓力，事先尚須作一校準表，俾得一致記錄，從茲可見壓力與速度之平方根成正

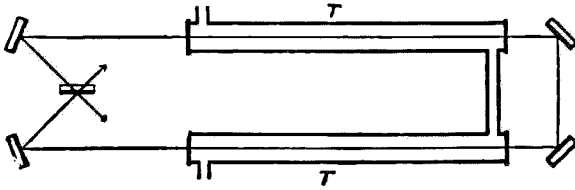


圖 82.

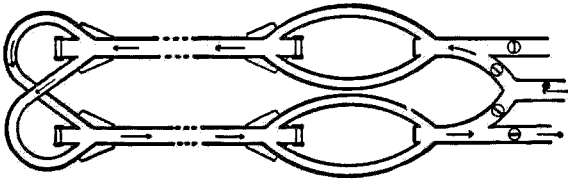


圖 83.

比例。惟沿水管半徑之速度，非復如是，其關係式為 $v = v_m(1 - x^2)^n$ ， v 係在半徑上 x 點之速度， v_m 為速度之最大值， n 之值係 0.165。是以平均速度，可求得如下：

$$\bar{v} = \int_0^1 2\pi v x \, dx$$

而 $v_m = 1.165 \bar{v}$

L 之長設為 3 呎，速度設為每秒 8 呎，則干涉條紋之移變，約條紋闊度之半。再以 6 呎之 L ，7 呎之速度，作第二組實驗，移變之值約條紋闊度之 0.9 倍

兩方向時間之差為

$$\partial T = \frac{L}{V/\mu - \rho v} - \frac{L}{V/\mu + \rho v},$$

捨微量之第二級，

$$\partial T = \frac{2L\mu^2\rho v}{V^2}。$$

水流反向，上值倍焉，故干涉條紋之移變係

$$\Delta = \frac{V\partial T}{\lambda}$$

或

$$\Delta = \frac{4L\mu^2\rho v}{\lambda V}$$

亦即

$$\rho = \frac{\Delta\lambda V}{4L\mu^2v},$$

最後之結果，

$$\rho = 0.434 \pm .02$$

而

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} = 0.437。$$

嗣後羅倫慈(Lorentz) 又依理論據實驗，對此問題加以深究，羅氏結果為

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} - \frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{d\lambda} = 0.451$$

此與前者相差，仍在實驗允可訛誤之中。羅氏實驗結果，當屬正確之值。

由此可見，上述明顯之結果，在實驗與理論兩方面，俱得充分之

證實，且觀夫前敘兩種情況，深知地球與以太相對運動之考核，為不可能。羅倫茲對此結論，尙有較為普遍而更完滿之證明，其所顧計者，至少包含一級諸項。

二級影響

麥克司威爾 (Maxwell) 首先指出：一級影響，雖非實驗所克表彰，而影響之有賴於二級者，測驗之事，則非絕不可能。但此微量，是否可考，渠尙表示疑慮，蓋此值量，約近光行差平方之譜，是即千萬分之一也。

光波長度，眇小異常，以萬萬波相聯，其長僅50呎；但如干涉儀之佈置，係用適當平面之鏡，取重復反射之法，則儀器之佔地毋多，而移變之生於二級影響者，恆能產生，且易量度。

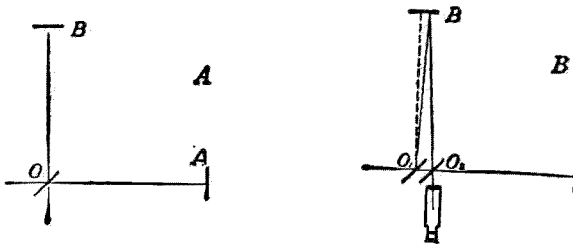


圖 84.

OA 與 OB (圖84 A)為干涉儀之兩臂， A 及 B 處，各置平面鏡一，光經 O 處之平行平面且塗薄銀之玻璃片後，一部反射，一部透過，遇 A ， B 各復返回；如 OA 居地球運行之方向，則光自 A 回至 O ，較

自 B 回者，取時爲長。光線回至半塗銀片，行經之路程，實爲

$$D + \partial_1 + D - \partial_2,$$

當光未達 A 時， A 行之距離爲

$$\partial_1 = \frac{v}{V-v} D,$$

光未返 O 時， O 行之距離爲

$$\partial_2 = -\frac{v}{V+v} D.$$

捨棄四級之微量，全距離應爲

$$2D_1 = 2D \left(1 + \frac{v^2}{V^2} \right).$$

除上述者外，其他路程，當亦受此運動之影響；故謀返回之光適與平面相值，光行之實徑，將爲 O_1BO_2 (圖 84 B)，而

$$O_1O_2 = 2Dv/V,$$

於是

$$O_1BO_2 = 2D \sqrt{1 + \frac{v^2}{V^2}},$$

取同前之近似值，

$$2D_2 = 2D \left(1 + \frac{v^2}{2V^2} \right)$$

兩路相較，乃有程差，表以波長，即得

$$\Delta = \frac{D}{\lambda} \frac{v^2}{V^2}.$$

旋轉 90° ，使兩方向互換，則干涉條紋之移變，爲吾人所希冀者，將

$$\frac{2D}{\lambda} \frac{v^2}{V^2}$$

欲謀坐因外力（主要者如旋轉發生之畸變）所產之移變，值量減削，干涉儀器應裝於石磚之上，磚面 1.5 平方呎，厚 .25 呎，磚止於圓形木環，環負全器，浮於汞面（如圖 85）。石磚四角，各具四鏡，*ddee*（圖 86）。石磚中央，立有平行平面而塗薄銀之玻璃片 *b*。各件排列有序，使光發於阿桿得（Argand）燃燒燈 *a*，度透鏡，達 *b* 片，一部透過，他部反射；進行路線，如圖所示。結果之干涉條紋，得以望鏡 *f* 窺視之。*f* 與 *a* 咸隨石磚而俱轉。

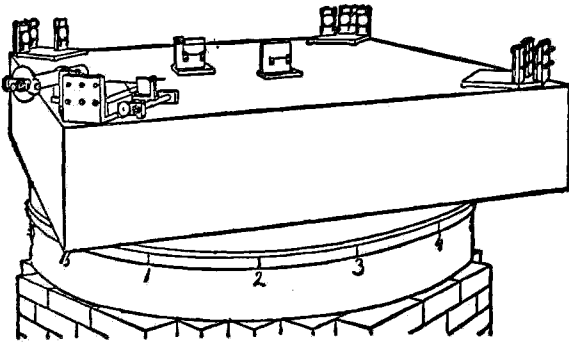


圖 85.

保持均勻與連續之旋轉，每隔一轉之十六分之一之時間，觀測中部條紋之位置一次，所得記錄，幸甚一致，其平均值，示如圖 87，圖中虛曲線，係表理論移變值之八分之一者。

吾人茲敢斷言：根據實驗，移變之值，從未超越 0.01 倍條紋之闊者，僅就地球在軌道上運動而言，其當相之移變，已達 $2D/\lambda v^2/V$

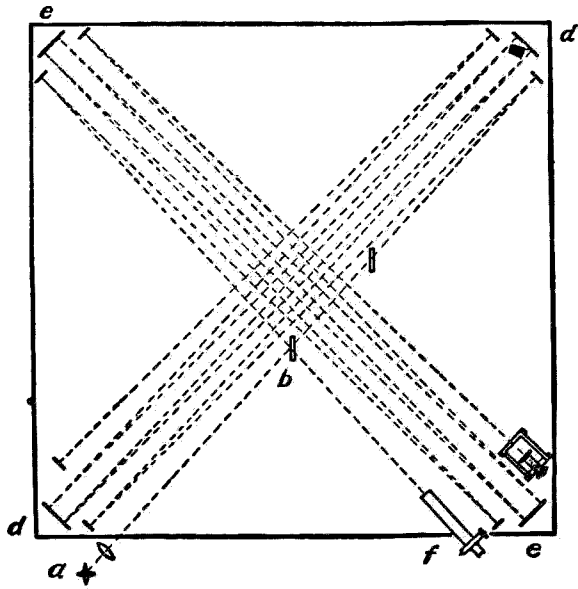


圖 86.

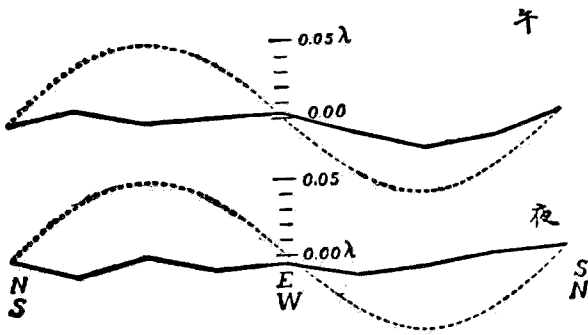


圖 87.

之數。距離 D 約 11 呎或即黃光波長之 2×10^7 倍，取 $\frac{v}{V}$ 之值爲 $\frac{1}{10,000}$ ，則移變之值已 0.4 倍於條紋之闊，而實際量得者，尙不逮此值之 20 分之一，甚或小於 40 分之一焉。

上之推論，僅從地球軌道之行動着想，設此行動，與全部儀器之運行，有互相抵消之機，則移變之不克顯著也宜矣，惟莫列與密勒 (Miller) 兩氏亦曾以較大儀器，作兩度觀測，而所得結果，仍係無結果之證實。

由是以觀，身居地面，從事觀測，地球與以太任何相對之運動，必無所見，理實彰然。但一旦身離地面，踞山之巔，重事佈置，再行實驗，則所得者，或異往昔①。誠如是也，則謂高出地面 10 哩或 10,000 哩之空間，所稱挾帶之說者，即全形消失，似屬合理。且於平行地球運動之縱面上，裝設干涉儀器，此相對運動之稍稍減削，亦足瞻干涉條紋之相當移變矣。

茲設 $v = \bar{V}_e \cdot 0.001h$ ，此與高出地面 1,000 呎處而相對運動低減約地球速度之 $1/10$ 倍者相當。如高度 h 爲 10 呎，低減之度僅 2×10^{-6} ，顧如長度係 100 呎，相當之移變，亦達條紋闊度之半。不過按之實驗，所謂移變者，未之見也。

往據諸多純粹假設之實驗如上所述者，初不必過加重視而篤信其結果，然費佐與羅垢 (Lodge) 兩氏實驗之論斷，頗值伸述。伊等將干涉儀造成之光路，位於速轉之鋼盤，嗣再觀測條紋，竟亦未觀移變，

① 密勒 (Dayton C. Miller) 最近之實驗，似已得有結果，彼謂銀河系統之速度，約理論值三十分之一，即每秒 300 呎。此一結果，與相對論適相反對，大規模之實驗，正待舉行，俾資考核。

是與前說，幸能不謀而合；但此結果，猶可謂未足爲據；蓋運動之盤，質量太微，奚足與龐然大物之地球，相提並論哉？

地球挾帶以太而行之假設，上述實驗，俱不能認爲充分之證明。然則累次實驗，均無結果，又將何以爲之說哉？

第十四章

相對論

邁克爾遜莫列之實驗，未獲結果，羅倫茲與費茲格銳得（Fitzgerald）兩氏力窮其究而勉爲之說。兩氏之倡議，謂干涉儀之支持器，一經行動，輒有收縮，收縮之量與理論程差，適相抵消，故加觀測，不觀移變。是種假設，似太牽強，且須承認此類收縮，與物質彈性，毫無關連^①，何其詭哉！

羅倫茲收縮之假說，引生一組重要方程式，名『羅倫茲變易式』（Lorentz transformation）；根據物理現象與觀測者運動無關之一方程式，此變易式，可以推得。

今擇電磁擾動傳播之現象而論之。循 x 向進行之波，其方程式^②

$$\text{爲} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2},$$

c 係光行之速。取用新坐標 x_1, t_1 ，上式仍屬不變， x_1, t_1 係就他種坐標之對舊坐標有均速移動者而言。於是

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t_1^2}$$

① 此種結果，業經莫列與密勒之考核。彼將石支持器，易以木質，所得結果，與前無殊。

② 見勞氏（Laue）之相對論（Das Relativitätsprinzip）。

x_1, t_1 與 x, t 間存有最簡單之關係如

$$x_1 = k(x - vt)$$

$$t_1 = at - \beta x$$

式中之 k, β, a 俱係待定之常數。代入前式，求得

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = a, \quad \beta = \frac{va}{c^2}。$$

據此，又獲羅倫茲方程式

$$x_1 = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}。$$

$$t_1 = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}。$$

上之結果，固可根據羅氏之駐定以太內物質運行必生收縮之主張，推繹而得，實乃愛因斯坦(Einstein) 約束相對論直接之結果耳。愛氏論中假說有二：(1) 僅有相對之運動，可以計量(與主張有靜止之媒質，得為各種運動之標的者，完全抵牾)；(2) 觀測者縱有均動，光之速度，始終不變。

置枳棒平行於其移動之向，羅倫茲收縮可以棒端坐標之距離表明之。

$$\Delta x = x' - x'' = \frac{x_1' - x_1''}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

或 $\Delta x = k \Delta x_1$

或 $\Delta x_1 = \frac{1}{k} \Delta x ;$

故行動枳棒較靜止者，短縮之比例為 $\sqrt{1 - v^2/c^2} : 1$ 。依據同理，可知行動之球，狀成橢圓之體，而時間之關係，亦必為

$$\Delta t_1 = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2} \circ$$

將此結果，應用於邁克爾遜莫列實驗，乃見光循 v 向進行者，回返之需時為

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{2Dc}{c^2 - v^2} \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ &= \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \end{aligned}$$

而循垂直方向者為

$$t_2 = \frac{2D}{c} \sqrt{1 + v^2/c^2},$$

捨棄第四級微量

$$t_2 = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}} = t_1,$$

故據此說，兩種時間，毫無差異，換言之，即干涉條紋，應無移變。

一級影響之終付缺如，得自速度相加之公式而推得之。如 v_1 係

在 $(x_1 t_1)$ 系統內之速度， v 為在 $(x t)$ 中者，遂有

$$x_1 = v_1 t_1, \quad x = \frac{x_1 + v t_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{(v + v_1)t_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

或
$$x = \frac{v + v_1}{1 + vv_1/c^2} \cdot t$$

故
$$\bar{v} = \frac{v + v_1}{1 + vv_1/c^2} \circ$$

但是結果，頗有是非莫辨之艱，因實際環境，堪資適用者，殊難實現耳。設如 v 等於光速 c ，則 \bar{v} 亦等於 c ，此一結果，不啻聲言宇宙之間，一切速度無出光右者；是種結論，就所有含根號 $(\sqrt{1 - v^2/c^2})$ 之式而言，確屬真實，因苟不如此，則該式毫無意義^①。

設在艾佐實驗內，增加之速度係 v_1 ，結果之

$$\bar{v} = \frac{c/\mu + v_1}{1 + \frac{v_1}{\mu c}},$$

如將二級微量捨去，

$$\bar{v} = \frac{c}{\mu} + \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} v_1,$$

此即佛銳列之公式。

考察相對運動之企圖中，所有無結果之結果，根據上說，俱獲一

① 根據以太為一切電磁動作之場所及鑒夫所有物質之電構觀，磁力之場，必隨一切運動而產生，而磁場強度亦必與速度成正比，惟磁場之力，乃與前之運動相反，當速度之值，達於光者，阻力之巨，亦堪驚人。

致之解釋。不僅如是，相對論者又謂物體行動，質量有增，以式表之，為狀如下：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(m_0 相當於物體靜止時之質量)，高速電子之實驗，竟已證實此說。

廣義相對論，尤具更可驚人之結果。此不獨於均速方面，有所論究，即加速運動，亦加研討，質引力之加速度與他種之加速度，無分判可能，乃此說特依之根據。是說之結果有三，前兩者業經證實，第三者尚無定論。(1)每歷一世紀，水星之近日點，有弧度43秒之剩餘行動；此種異象，向無解釋，僅有相對論，克燭其隱而詳為之說，(2)星光行經引力碩大之體(如太陽者)，路程必生彎曲。相對論所預料之量為 $1''.7$ ，但據牛頓之微粒說，值僅及半。1921年日蝕攝影量度之結果，與愛因斯坦所預計者，值極相近，且知此值與日心距離，成反比例，是又與相對論作進一步之吻合。(3)日光譜線之移變，亦係相對論之預言，而是預言，似已證實。

然則相對理論非僅令已知現象，得充分之解說，且有預推及發明新現象之可能，此足為一種學說之價值，最有力之保證。是以非常相對高速，雖難期實現，致使理論之結果，有是非難辨之困難，然正因其價值之偉，斯說仍得普遍之接收。

以太之存在，與相對論說，顯形矛盾；因苟有駐定之以太，則絕對運動之量度，必屬可能。但如乏媒質，光波之傳播，又將何所依附？根據電磁論，電磁擾動傳達之速度，為媒質特性之比磁率與比電

容乘積方根之倒數，故值不變。光之傳播速度永久不易，固亦係相對論基本之假設（至少亦為限制相對論之假設），惟如否認媒質之存在，則速度不變之故安在，勢將無辭以答。

消除此類困難，數種企圖，曾經嘗試，已死之微粒說，亦曾復生，並稱粒之進播，係循力線以行者；凡此種種，不獨所解釋者；未若其所引起之困難之衆，且傳播速度固定不變之理，亦未闡明。

深希相對論與媒質存立說，兩勿仇視，而終有調解之望。調解之責，或負諸相對論之本身，而酌改其內容；或增加以太應具之性質，以完成調解之使命。假設以太本性（譬如比電容）因引力場之存在，允有遷變，其一例也。

附 錄

地球對以太之運動，一級影響之獲得，為不可能；此係駐定以太說之結論（見前），亦屬相對論之斷言。下述實驗，如可舉辦，亦將見徒勞無益而終獲『無結果』三字之結論耳

設 A 與 B 為費佐之兩齒輪，轉速相等，光束穿 A 之齒隙者，亦必經 B ，如全儀循 AB 向，隨地球而運動（根據駐定以太說），光束依反向回轉時，在某種轉速下，必為齒阻，自他方窺之，光立掩蔽。用茲實驗，相對運動，良堪量度。惟據相對論說，是種量度，實不可能，此不啻聲稱兩輪之轉速，絕難等值耳。轉輪之權，如操諸電磁之手，是說之確，應毋庸議，蓋電磁與光波所受之影響，初無幾希之殊，

如兩輪之連結，係以實物，譬用輪軸而具相當之硬度者，則轉速

之密合，容可實現。雖然猶有障礙存焉。輪軸由分子構成，分子間之『互有力』，既定物質之彈性，乃決傳播之速度；而此所謂『力』，或指電言，於是影響所加，復類前況矣^①。

觀測木衛之蝕，光循一向進行之速度，亦可量得。地木方向最近日局運行之方向時，求得結果，與逆向者相較，愛因斯坦學說推論之是非，克觀究竟。按愛氏學說，方向雖異，值應無別；而據駐定以太說，兩值必殊，所差者約十分之二秒，此殆光穿地球軌道，在兩種不同方向時，應取之時間之差也。

當光路圈圍之面積爲一平方呎時，干涉條紋之移變，根據駐定以太說與依循廣義相對論，雖獲同一結果，謂移變之值，約一紋之闊，然此種實驗，可爲以太挾帶說之考核。

干涉儀造成之光路，圈佔面積，值如上述，稍行減小，亦無不可。實驗之內容，即係觀測條紋之位置，及與較小副光路產生之條紋，作位置之比較。若兩光路造成光源（一小徑口或狹縫）之影像，確相疊合，而希冀之影響又爲零，則兩組干涉條紋，勢必吻合毋間。苟所期之移變，即前兩學說所預計者，位置之差，自.5至1.0的條紋之闊，則加以觀測，定可獲確切之結果。

用三角形之光路，長 1500 呎者，作初步嘗試，干涉條紋，已克目觀，渴望之移變亦可觀測，此於相對論之證明，微有襄助（顧於駐

^① 最初試驗，係用音之振動。巨大音叉之振動，可經伸張之鋼琴弦（長約一哩），傳播而出，同音高之第二音叉，受其影響，亦生振動，惟其振幅，僅及前叉者之半。以此方法，作此類問題之討探，雖有興趣，但上述之障礙，仍未消除。

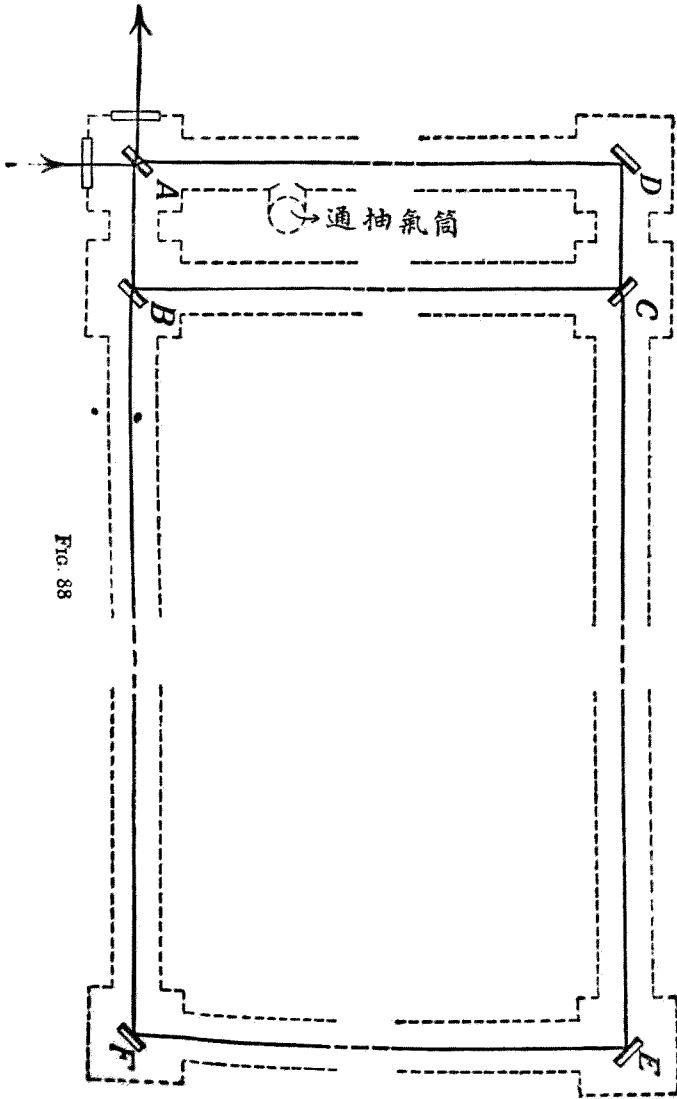


Fig. 88

圖 88.

定以太說，亦未嘗歧視耳）。但苟移變之值，儼然爲零，或即非若是之甚，而值實小於計算之量，則任何假設，除聲言空間以太，依附地球而旋轉者外，與此結果，總難兩立。

威爾遜最初舉行之試驗，干涉光束之路程中，大氣侵擾至巨，精確量計，難告成功。嗣遂裝置長約一哩之導管，抽成部分真空，使光通過，圖88所示者，佈置之略況也。惟此實驗，已非於舊地舉行，而係在芝加哥（Chicago）西南十哩克利耳林（Clearing）處籌備，光路表以點線 $ADEFA$ ，副路 $ADCB$ ，產生之干涉條紋，專作比較之用，副路所佔面積，小於 $ADEFA$ ，示如圖 88。

根據駐定以太說與廣義相對論，條紋移變之計算值^①，同爲

$$\Delta = \frac{4A \omega \sin \phi}{\lambda V},$$

式內 Δ 爲所希冀之移變而以條紋闊度表之者； A 爲光路所圍佔之面積； ϕ 爲緯度； ω 爲地球旋轉之角速度； λ 爲光之有效波長； V 爲光速。

該地之緯度係 $41^\circ 40'$ ，管圍之面積約 2000×1100 方呎，有效波長爲 $0^\mu.57$ ，理想移變，應爲 0.236 個條紋。觀測所得者爲 0.230，則在量度精確之極限內，兩值相較，堪稱密合。

有此結果，相對論之證明，又增一個，然對駐定以太說，彼亦一視同仁，而儼爲其有力明證之一也。

① 見 L. Sibterstein 論文，載在 *Journal of the Optical Society* 5, 291, 1921.

第十五章

蟲鳥之金屬色彩

前數章所載研究之結果，可視為光學上之貢獻，殆無疑義。茲篇之金屬色彩，尚在研討中，本篇所述，不過關於高反射率的薄面學說之各種明證耳。

蜂雀之麗羽，鴻鵠之美翼，孔雀之彩屏，與夫蝶翅之澤，蟲甲之輝^①，賞之者固衆，而對此天然豔色，謀所以然之解釋者，爲數亦夥。此現象之主要特性，蓋有六端：(1)反射之光，強度極高，在某種色之垂直射入情況下，爲狀尤甚。(2)入射角不同，呈色亦異，傾向所之，恆趨於紫（但亦非常常如此）。此兩效應，肉眼克觀，苟佐以器，下四特性，立可察覺。(3)反光光譜上光能之分佈，與認爲出自干涉現象者，大相逕庭。如疊層之空間，較半光波之長爲大，則由干涉所生之光譜，必呈溝形，或現細明之帶。惟反光光譜之實況，乃係廣闊之帶，蓋覆於可見光譜之半壁（或過之），是與上兩譜狀，無一相當矣。(4)最強光之波長，與入射角變化之定律，大異於由干涉現象所得之結果。(5)反射光波，恆係橢圓的極化，是與金屬及吸收力最大之物體（如阿尼林染料）之特性，竟無二致。(6)有效單層之厚度，不逮光波之長，業有直接之明證。

① 植物界呈金屬之光澤者殊罕。

兩種學說，曾經倡議，用釋上述之特性。第一學說之創議者爲銳聶爵士。彼稱全部效應，統可認爲重復反射之結果；幾近等距之層，而光學性質，間屬相類，如氯酸鉀之結晶體者，重復反射之所自生也。第二學說之見解，謂現象之發生，單層薄面，具有高度之吸收力，如阿凡林染料所顯示者，應負其責。且此高度吸收而厚度極薄之片層，與真正金屬性質，亦多密合。

甲蟲鞘翅之品，反光之率，適如錫箔，面呈之色，無異黃銅。

根據干涉假說，解釋高度反射率，反射之層，爲數必巨；但觀夫彩圖 *A*，磨去鞘翅一部後，所得之標本，並無多層之明證。

同樣效應，示如 *B*, *C* 兩圖，輝綠甲蟲鞘翅之一部，業經移去。觀茲圖樣，非綠色部，雖具層迹，然謂此層層相積，頓生綠色，則毫無根據，蓋層迹雖具，而顏色濃淡之層變，未獲見也。

此三情況，色膜分界，斷如刀割，邊緣闊度，尙在顯微鏡分解極限之下。

設此值爲一微米(micron)之半，薄膜厚度之上限，可以計求。如 a 係鞘翅上橢圓孔之闊， R 爲曲度之短徑，則薄層之厚度必爲

$$t = h \frac{a}{2R}$$

h 乃分解之極限。按之現況， $h = 0^{\mu}.5$ ， $a = 0.7$ 耗， $R = 8$ 耗，故 $t = 0^{\mu}.022$ ；或即薄膜之厚，未達二十分之一光波之長。

銀斑蠹魚之反射率，約百分之 30 至 50 之譜。蠹魚甲面，成於等距之縱突起(約千分之一耗)，兩突起間之中部，具有極細之橫紋。反

射之發生，在每一突起上單獨舉行，是則利用序列層片，作高度反射率之解釋，似已完全無效矣。

按照序列等距層片之說，求出入射角與色變之定律，與根據觀測所得之最大波長值而算得者，其間差異，示如圖84。

點曲線係代表強度最大之波長 λ ，值由下式求得，

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\mu^2}}$$

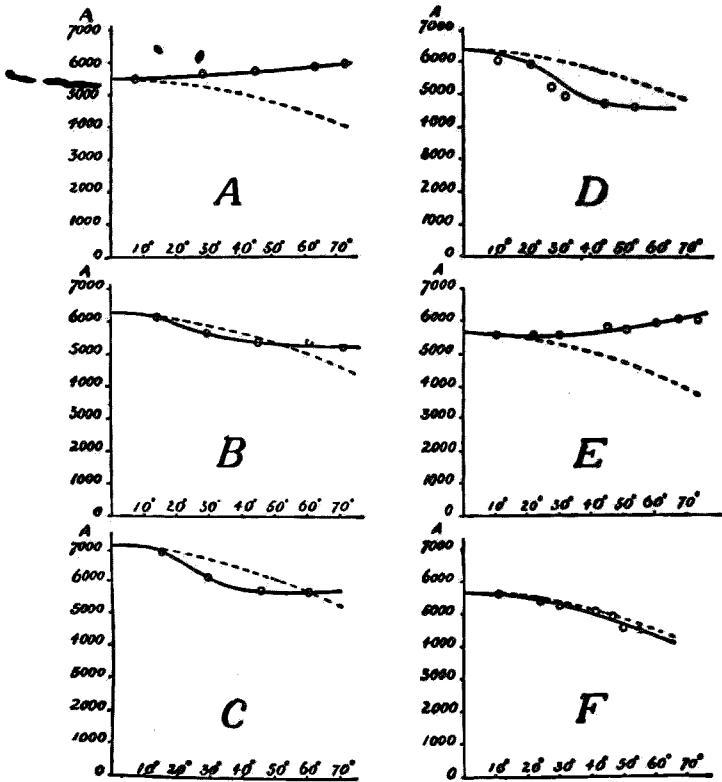


圖 89.

式內 i 爲入射角， μ 係折射指數（設爲1.5）。實曲線表示觀測之結果。

除去 F ，可見計算值與觀測值，迥然不同。前述之黃銅色甲蟲，如圖89 A 所示者，最爲顯著。入射角小者，色之變遷，趨於光譜之紅端。

圖 89 B 爲布銳司林（Brazilian）蜂雀喉部亮橘色羽毛之紀載。

圖 89 C 係甲蟲銅色鱗之代表曲線。

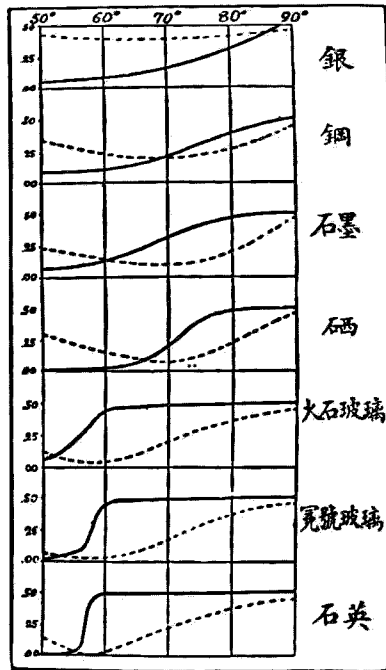


圖 90.

圖 89 D，表明鑽石甲蟲色彩變遷之狀況。圖 89 E，虛實線背馳

最甚，乃屬綠羽之蝶蛺。

圖 89 F，殊於同儕，蓋理論與觀測值，完全相應，圖之所指，為貓眼石之光。

入射面內極化之成分，與其垂直成分間，應生位相差 Δ ，乃金屬反射最重要特性之一。 Δ 係入射角之函數，摹繪如圖 90 ①。

近極化角之曲線部分，異常陡峻，是透明物質獨有之特性；具高度吸收性之物質如金屬者，其曲線之峻險度，大為減低。

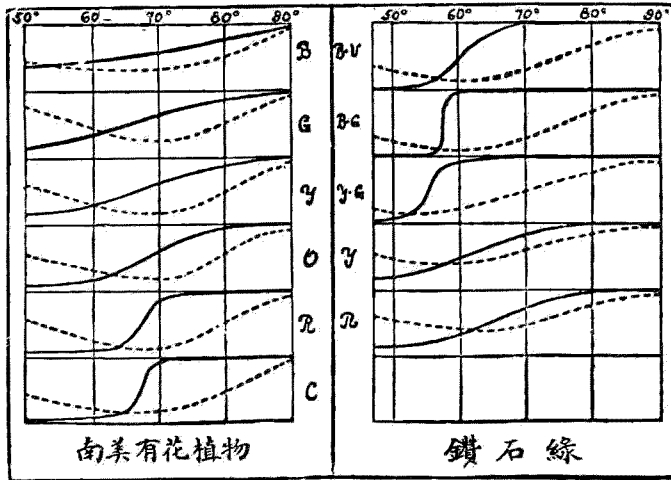


圖 91.

是種結論，甚符理論之根據，蓋按理論，必有

$$\frac{d\Delta}{di} = \frac{\sin I (2 + \tan^2 I)}{K}$$

① 指實線而言。虛線代表反射後兩成分之比。

之結果，式內 I 為相當 $\Delta = \frac{\pi}{2}$ 時入射之角， K 為吸收係數。曲線上此點之峻險度可量物質之透明度；或反言之，吸收當與 $\frac{d\Delta}{di}$ 成反比。物質之如阿尼林染料者，對於數種色素，吸收最強，而於他色，幾屬完全透明。因此，吾人深希有一組曲線，表示 $\frac{d\Delta}{di}$ 之相當變遷。此種預想，已由南美之有花植物(fuchsine)與鑽石綠之圖(圖91)證實之。前者常呈金屬之反射，惟遇紅光，則明若玻璃，以言鑽石綠，除藍綠光外，咸現濃暗之象。

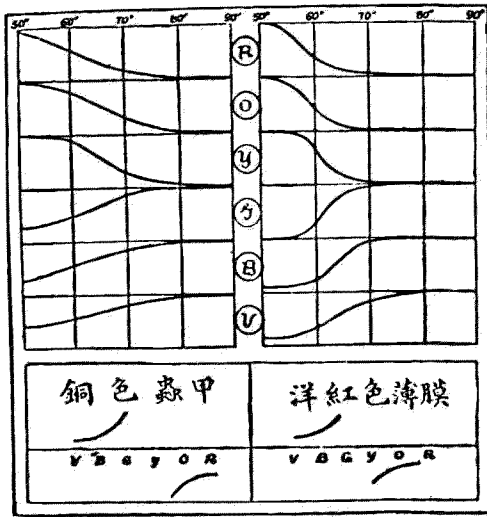


圖 92.

倘反射之膜極薄(約 $\frac{1}{10}$ 波長之譜)，曲線之特性，恆系乎反曲點，圖 92 右部表洋紅色者，已明示之。

左部曲線，係觀測銅色蟲甲而得，左右兩圖之類似，異常密合，故兩者金屬色產生之主因，謂係具有大 K 值之薄層，了無疑義。惟遇

極易透越之黃綠色光，則情形迥異矣。

總考羽毛蝶翅蟲甲之金屬色澤，其曲線特性，莫不如斯。