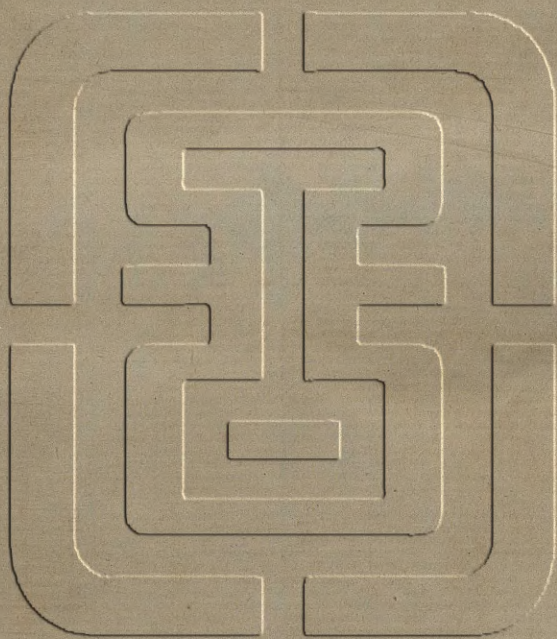
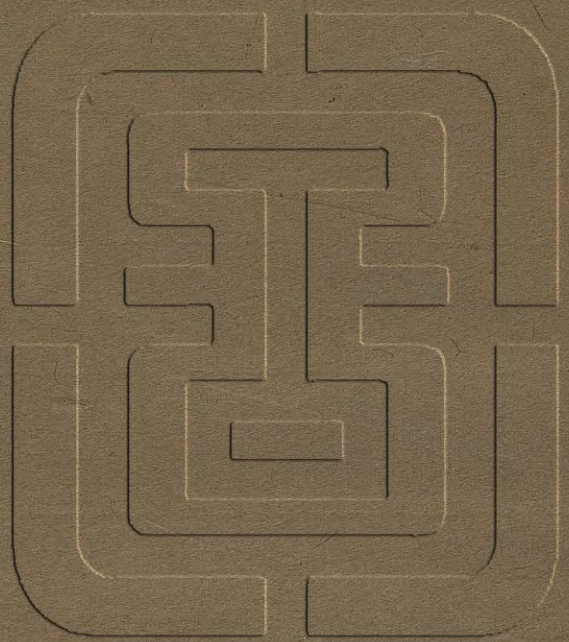
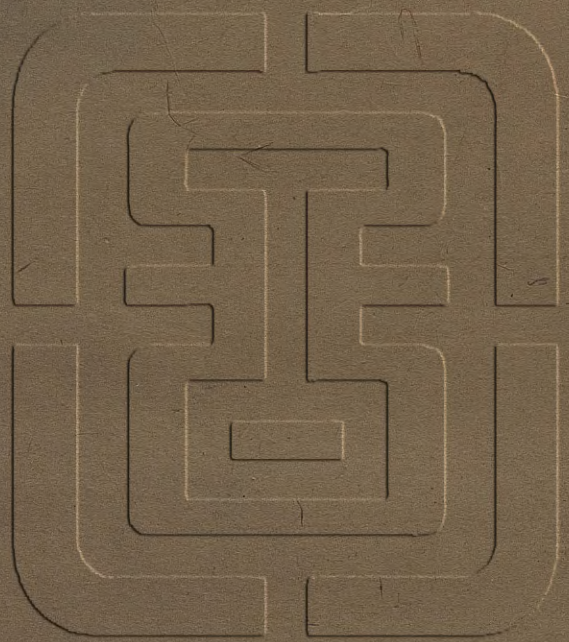


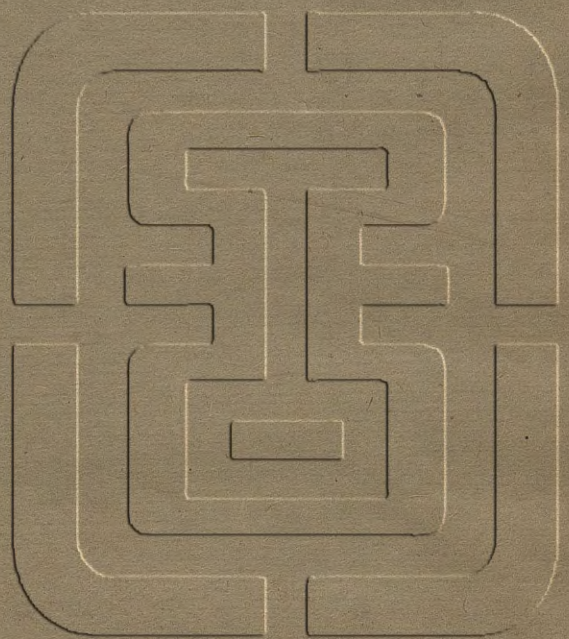
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43











數度術十二卷目次

開平方 少廣之七

珠算開平方法

筆算開平方法

籌算開平方法

平方積較和開法

平方積較求開

一帶縱開平方法

二減積開平方法



平方積較求長

一負縱益積開平方法

二帶減縱開平方法

平方積和求濶

一帶縱益隅開平方法

一帶縱負隅減縱開平方法

平方積和求長

帶縱負隅減縱翻法開平方法

平方帶縱諸變

一帶縱減積開平方法

二減積帶縱負隅并縱開平方法

三隅算開平方法

四帶縱隅益積開平方法

五帶縱負隅減縱開平方法

六減積帶縱隅益積開平方法

七帶縱負隅減縱益積開平方法

八帶縱廉開平方法

九帶縱廉負隅開平方法



十帶縱方廉開平方

十一帶縱廉負隅乘縱減實開平方

開平圓 少廣之八

積求外周法

積求內徑法

數度衍卷之十二

桐城方中通衍

開平方 少廣之七

珠算開平方

通曰。四算中。惟尺算不便於開方。而珠筆籌法亦不同。故分衍之。

式橫參百貳十肆。問平方一面幾何。曰。十八。術列實於卯辰巳下。約初商一十。置子位。亦置未位為方法。左右相呼曰。一一如一。除實一百。卯位參變二。餘實二百二十四。以方法一十倍為



申 八隅  
未 方曰 二廉

午

巳 六

辰 六

卯 三

寅 三

子 一

置申位為隅法。先左右二八相呼。曰二八一十六。

除實一百六十。卯位實盡。辰位貳變六。餘實六十。

四次左右八八相呼。曰八八六十四。除實六十四。

初商辰巳二位實盡。則所商之一十八。即方面也。

通曰。次商與初商不同。須視實內除廉外。尚有隅之自乘否。如

次商八。除二八一。百六十之外。餘實尚有六十四。可除隅八之

自乘。故用八。若止餘六十三。則不用八。而用七矣。

歸除開平方式。積五萬四千七百五十六。開平方。一面幾何。曰

二百三十四。術置實盤中。初商二百。置實首左位。另置二百於

右。左右相呼。曰二二如四。除實四萬。餘實一萬四千七百五十

六。以右二百倍作四百。為法歸除之。呼曰四一二。餘二。逢四進

一十。得三十。為次商。置右四百之下。呼曰三三如九。除實九百

餘實一千八百五十六。又以右三十倍作六十。共四百六十

為法歸除之。呼曰四一二。餘二。逢八進二十。得四。為三商。置右

六十之下。呼曰四六二十四。除實二百四十。呼曰四四一十六。

除實十六。實盡。變為二百三十四。即方面也。

筆算開平方法



式積貳千壹百壹十柒萬捌千肆百〇肆。問平方一面幾何。曰。四十六百〇二。術列實八位。從末位肆下作點。隔位一點。共四

格右  
六〇二  
商數

千	百	十	萬	千	百	十	零
				肆	〇	肆	〇
				捌	肆	〇	肆
				壹	柒	〇	肆
				參	壹	〇	肆
				伍	壹	〇	肆
				貳	壹	〇	肆

段實至次點止。曰伍壹柒。先立廉法。倍初商四為八。註實壹下。

點。知有四回商數也。實首點在次位。以貳壹相連。作二十一者然也。應用自乘有幾十幾數者為商。今初商用四。註初點下。亦紀格右。相呼四四一十六。於實貳千壹百內。除一千六百。抹去貳壹。變伍。完首段矣。餘實伍百壹十柒萬捌千肆百〇肆。第三

空次點一位以待隅法。乃商伍十壹內作五十一有六回八。即用六

為次商。紀初商四右。亦註六於次點下。為隅法。如八十六者然

也。乃與次商相呼。先呼六八。除實四百八十。抹去伍壹。變參。又

呼六六。除實三十六萬。抹去參柒。變壹。完第二段矣。餘實壹萬

捌千肆百〇肆。第三段實至三點止。曰壹捌肆。其格右四六。倍

作九十二為廉法。註九於實壹下。二於實捌下。空三點一位。以

待隅法。壹內不可除九。遇此則知商有〇位。竟作〇於商數四

六之右。以作第三商。完第三段矣。餘實如故。第四段實至四點

止。曰壹捌肆。肆。其格右四六〇。作四百六十。倍作九百二十



為廉法。註九於實捌下。二於實肆下。○於實○下。空四點一位。以待隅法。乃商壹十捌內作一十八。有二回九。即用二為四商。紀商數四六○之右。亦註二於四點下為隅法。如九千二百○二者。然也。乃與四商相呼。先呼二九。除實一萬八千。抹去壹捌。又呼二二。除實四百抹去肆。又呼二二。除實四數。抹去肆。實盡。完四段矣。則格右之四六○。二。即方面四千六百○二也。

通曰。初商點在實首者。三以前用一。八以前用二。九則當用三。點在實首次位者。十五以前用三。二十四以前用四。二十五以前用五。四十八以前用六。六十三以前用七。八十以前用八。九

十九以前用九。滿百則點又在實首矣。

用命分式術倍前商數加一為母。餘實為子。依法命之。如設積六十。開方。初商七。除實四十九。餘實十一。今倍前商七作十四。加一得十五為母。以餘實十一為子。命曰七又一十五之一。十

一。而縮。試并初商自分數自之。用奇零整帶零與整帶零乘法。詳筆得二二五之一。三四五六。以一三四五六為實。以二二五

為法。除去四十九。回二二五。餘二四三一。得四十九。又二二五之二四三一也。其二四三一之內。尚有十回二二五。如亦歸整。并四十九為五十九。又二二五之一八一。則不及原積六十矣。



故曰縮。若倍初商不加一為母。命為十四之十一。試自之。得六十又一九六之一四一。則又過原積而盈矣。舉成數可也。又術如開方不盡實。又欲得其小分。則通為小數。須於餘積之右。加兩〇。化一為百也。如法開之。得根數。當命為一十分之幾分也。或加四〇。化一為萬。開得根數。命為一千分之幾分也。如設積六十。已商七。不盡實十一。欲得其細分。於右加六〇。是十一化為一千一百萬也。如法開之。又得商七四。當命為一千分之七十四也。

奇零開平方術凡開方不盡實。用命分第一術。又不盡者用。

盈不足對稽可也。如實二十者。初商四。除實十六。餘實四。依命分法。立子母。化初商。用整帶零與整帶零乘法。得八十一之一千六百。以小除大。當以八十一除一千六百也。除得一十九零八十一之六十一。一千六百內有十九又不盡者八十一之二

十。必須另立一法。滿八十一則歸整一數用盈不足對稽。如前用四自乘盈四。用五自乘。又不足五也。以不足五對前四。又九

九之四。前四者初商也。九之四者倍初商。而以少減多。原數以

原數五減。減九四餘九五。四又九之用奇零整內減整及零法。餘九之五乃以前四零九之四倍之。為八零九之八。并入



同九五歸九四并九四減餘九之五。除去整入在外以九之五  
 母九八整壹得玖與九之八相并用奇零同母加法歸整。

得一零九之四乃以在外之整八并入一為九得九零九之四

原數八二除也。又以此九零九之四為除數以前餘未盡八

除九四得六八八一十一之二十也。餘置為原數用奇零整帶零除零

法除得六千八百八十五之十百八十也。又以此除得數與前

異	五	八	六	八	九
母	四	一	八	六	九
得	五	六	九	一	六
歸	五	六	九	一	六
肆	二	九	一	六	九

九之四十相并。九之四十者倍初商四  
 加一共九為母餘實四  
 為子曰九之四又用化法以初商四乘  
 母九得三十六并子四得四十是以  
 為九之四化用奇零異母加法子母

互乘并母并子得六萬一千九百六十五之二十七萬七千○

二十也歸整以少除多母數少為法除二十七萬七千○二十

得四尚餘二萬九千一百六十是為四零六一九六五之二九

一六○也約之得十七分之八乃知實二十者開方得四零十

七分之一八也

通曰以開方得四化之每一數作十七共化為六十八又并入

八得七十六為平方一面之數也自乘得

五千七百七十六為方積實二十亦化之

每一數作十七之自乘共化為五千七百

①八共七十六

②子至丑化為六

八得七十六為平方一面之數也自乘得

③至乙化

五千七百七十六為方積實二十亦化之

④為七十

每一數作十七之自乘共化為五千七百

⑤六十八

⑥六

每一數作十七之自乘共化為五千七百



八十較之方積則多四也。即以初商四後之餘實四。化爲一千一百五十六。以二廉及隅較之。先并八與十七相乘之數八。得一千〇八十八。又并八自乘。共得一千一百五十二。又少四也。則餘實有終不能盡者矣。

又術以四開二十不盡。合用四零二之一以求之。倍初商四。得八爲母。以不盡實四爲子。曰四零八之四。約之。得四零二之一。化之得二十九。以四乘母二得八加子一共九故化爲二之九。母子各自乘。得四之八十一。歸整。以母四除子八十一。得二十零四之一。則實不足矣。另置四之一爲實。將前四零二之一。倍數得九爲法除之。以九

原四	二	四	二
除九	倒立	九	二
	乘	六	一
	四	一	相乘

母乘母。子乘子。得三十六。立一爲母。曰一之九。倒位曰九之一。與

二九并。得七二。之二。又將三十六之一。與前二之九相并。兩母相乘。得共母七十二。母子互乘得各子。一曰七十二

之。二。曰七十二之三百二十四。又相減於三百二十四內減之。餘三百二十二。是七十二之三百二十二也。再以七十二爲法。除三百二十二。歸整得四零

七十二之三十四約爲四零三十六之一十七。

籌算開平方法 見前籌算



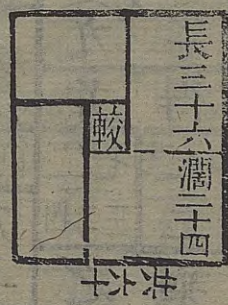
平方積較和開法

平方長濶不等者。以長濶相乘為實積。以長濶相減為較。以長濶相并為和。

積和求較式。積八百六十四。長濶和六十。問長多濶幾何。曰。十

長濶和共六十二

長三十六濶二十四



中較縱橫皆十二

二術以和六十自乘得三千六百。四因積得三千四百五十六。相減餘一百四十四。平方開之得十二。為長多於濶之較。

通曰。積者勾股相乘之直積也。此乃積與勾股

和求勾股較之法

積較求和式。積八百六十四。濶不及長十二。問長濶和共幾何。

曰。六十。術。四因積得三千四百五十六。不及十二自乘得一百

四十四。相并得三千六百。平方開之得六十。為長濶和。

通曰。此乃積與勾股較求勾股和之法。衍此二式以起後法。

平方積較求濶

積與較求濶者。其長之積多於濶。若非加法以帶除其長。當於

實積內。抽減其長之積。故其法有二。一以較為縱方。并縱八方。

曰。帶縱開平方。一以較為減積。以方乘減。曰。減積開平方。

一帶縱開平方

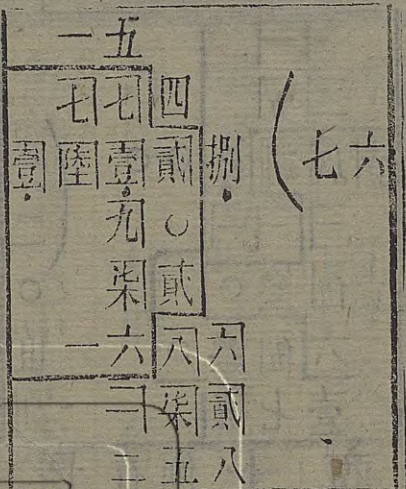






隅四并縱貳為六抹四貳而註六乃以次商四呼首一曰一四除實四抹四又呼次一曰一四除實四六變二又呼四六除實二十四二肆皆抹去實盡尙有末點未開當於格右紀○以作三商則知直方濶二百四十長九百六十也  
通曰以濶并縱得長也

又式術若實數首位寡而帶縱數多不能開者雖點段在首位亦退一位列商縱而減一商也如實壹萬陸千壹百貳十捌帶縱柒十貳數多即減一商三點止兩商也退列縱於次點下起初商九紀格右亦註次點下并縱柒為十六抹九柒而註六左位註一



相呼一九除實九抹首壹陸變七又呼六九除實五十四七變一壹變七又呼貳九除實一十八七變五貳變四完首段倍九得一十八為廉法列之退列縱次商六紀格右亦註末點下為隅法以廉八并縱柒為十五抹八柒而註五左位進一并廉一為二以隅六并縱貳為八如法呼除實盡得濶九十六長一百六十八

又式術其實首數多帶縱數少可以開除者仍照所點段位開之如實參萬捌千肆百帶縱貳百首位參自為一段初商一紀





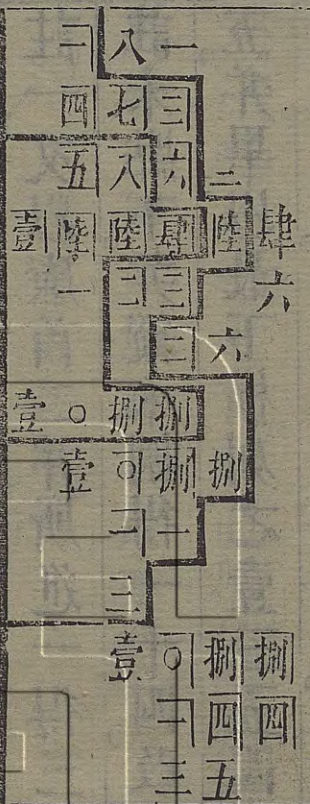


廉註次位縱亦次列并二肆為六次商二紀右註次點下先呼  
 二六除十二首位餘實二抹去次位餘四變二然後以商二為  
 隅者并縱八為一十進位註一本位註○乃呼一二除二實盡  
 又加一○得潤一百二十長六百。

通曰既列次商帶縱先以廉二并縱肆為六又以隅二并縱捌  
 為一十進一於所并六下以一六并為七然後以次商二與七  
 相呼二七除一十四抹首位餘實一次位餘實四亦便。

又式術若實數縱數商數俱多者襍糅易淆務須先將帶并之  
 數逐一歸并各註本位之下乃以呼除始不紊亂如實壹十陸

一三六 直列



萬陸千肆百陸十肆縱壹千

○捌十捌初商一紀右註初

點下三點知初商係百位以

縱百位○隨列初商下列縱

壹千於進位初商一與縱○無并仍是一先以右一與縱壹呼

一壹除一又以右一與商一呼一一除一又以右一與縱捌呼

一八除八又以右一與縱尾捌呼一捌除八完首段餘實四萬

七千陸百陸十肆倍初商得二為廉註三位實下退列縱數以

相并廉二與縱○無并仍是一二次商三紀右註次點下并縱捌



爲一十一改三捌爲一進位。下註一。又改二。一爲三并畢。須以最下橫列之壹三一捌爲主。皆與右三相呼除實也。除畢完次段餘實八千一百二十肆。倍前商一三作二十六爲廉空。末點位以待隅註。而以六註第六位實下。二註第四位實下。退列縱數以相并。先以廉六并縱捌。得一十四。註四於捌下。進位註一。又以廉首二并所進一得三。改二。一爲三。三商六。紀右註末點下。并縱末捌得一十四。改六。捌爲四。進位四加一。改作五。并畢。以最下橫列之壹三五四爲主。皆與右六相呼除實也。除畢實盡。得濶一百三十六。長一千二十四。

通曰。凡圖最上爲餘實。最下爲并縱。并縱者。并廉隅縱爲開方之法數也。右七式。用前積較求和之法。得和。減縱半之。卽濶。然其變不可不知耳。求長亦然。

二減積開平方法

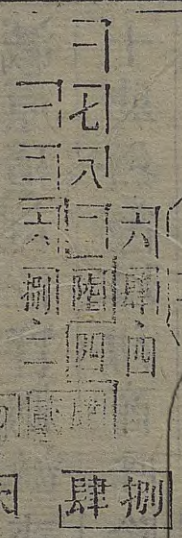
減積者。於實內減股之積。以就其方也。股卽長也

式直積捌百陸十肆。濶不及長壹十貳。問濶幾何。曰二十四。術

列實點位。另將不及壹十貳爲減積。以

商數乘之。而列乘數。初商二。紀右。註首

點下。乘減積得貳十肆。隨位列之。相對



次



減原積首位實捌。減貳餘六。次位實陸。減肆餘二。餘實六百二十肆。然後以初商呼除。二二除四。首位餘實六。變二。完首段。餘實二百二十四。倍初商二。得四為廉。註次位實下。次商四。紀右。註末點下為隅。以隅乘減積得肆十捌。亦隨位列之。相對減餘實首次兩位餘實二十二。減肆首位二。變一。次位二。變八。次三兩位餘實八十肆。減捌。次位八。變七。三位肆。變六。共餘實一百七十六。然後以次商與廉隅呼除。四四除一十六。抹首位餘實一次位七。變一。又呼四四除一十六。抹次位一。三位六。實盡得濶二十四。

通曰。凡定商數。須減積後。餘實視有商數之自乘否。勿以原實定商也。初商列初點下。初乘首數。亦隨初點下列之。二段廉退初商一位。則次乘亦退一位也。

平方積較求長

積與較求長者。其濶之積少於長。若非益積以補濶。則當損其法之長也。求法有二。法較為負縱。乘上商以添積。曰負縱益積。開平方。以較為減縱。而以負縱減方法。曰帶減縱開平方。

一負縱益積開平方

式直積捌百陸十肆。濶不及長壹十貳。問長幾何。曰三十六。



列實點位。另列不及壹十貳為負縱。而初商則約所增負縱之

負縱。初乘陸次乘陸乘商之。如首位捌開法宜用二。因有負

負隅一縱之乘。乃商三紀右。註首位下為方法。

而以乘負縱。得叁十陸。註叁於首位。陸

於次位。以并原積捌陸。作八得一二二。

作一百次位陸變二。首位捌變二。進位置一。實首益積得一千

二百二十肆。乃以方法呼除。三三除九。完首段。餘實三百二十

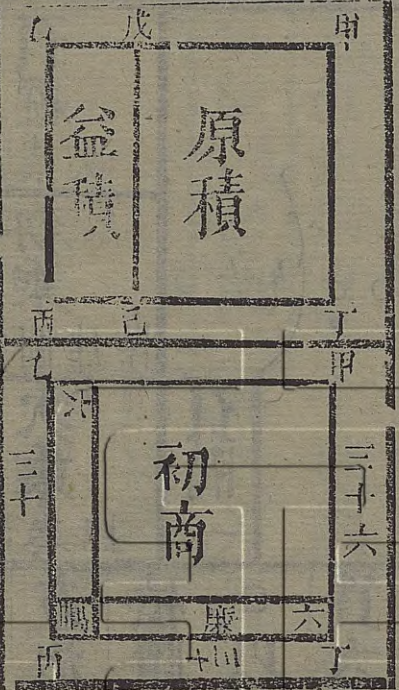
肆倍。三作六為廉。註次位。次商六紀右。以乘負縱。得柒十貳。退

位列之。退初以并餘積三二肆。作三百得三百九十六。末位肆

變六。次位二變九。另置一算為負隅。以次商六乘之。仍得六為

隅法。乃以次商呼除。六六除三十六。又呼六六除三十六。實盡

得長三十六。



通曰。甲戊己丁形。原積八百六十

四也。戊乙丙己形。益積四百三十

二也。甲戊滿二十四。甲乙長三十

六。戊乙乃長滿之較十二。合成甲

乙丙丁形。乃股器也。股即長也。初商三十。自乘得九百。二廉滿

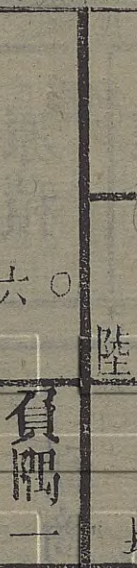
六。長三十。又各相乘得一百八十。隅六。自乘得三十六。



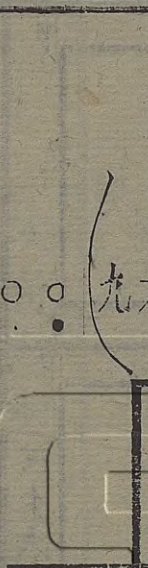
又式術直積貳十叁萬〇肆百長潤較柒百貳十列實點位列



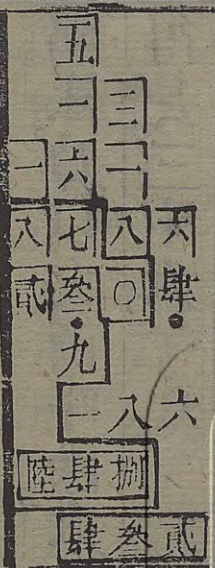
較爲負縱初商九九紀右註首點下爲方法以乘負縱得陸肆捌六萬四千八百以益



積隨首列之共加得實爲八七八肆〇



〇以方法呼九九除八十一完首段餘實六八肆〇〇倍九得一十八爲廉註



入於次點之進位註一於首點下次商六六亦乘負縱得肆叁貳四千三百二十以益

餘積退位列之共加得餘實爲一一一六〇〇又以次商六乘

負隅一仍得六註本段點下爲隅法乃呼一六除六六八除四

十八六六除三十六實盡尙餘一點作〇得長九百六十

二帶減縱開平方法

式直積捌百陸十肆潤不及長壹十貳問長幾何曰三十六術

負縱壹貳初商三列實另列不及壹十貳爲負縱初商三紀右

以負縱減之餘一十八換註首點下爲方法先

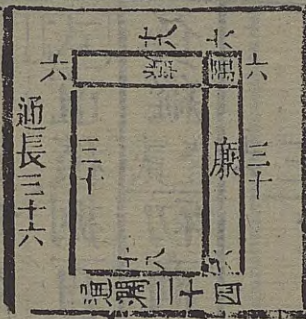
呼三八除二十四入上陸變二進位捌變六後

呼一三除三一上六變三先呼一餘實三百二

十肆乃於另列初商三右加〇作三以并方法得四十八爲廉



註次位。次商六紀右。註末點下為隅。而并入廉內。得五十四六。八并改四進位。四改五。乃呼次商五六除三十。四六除三十四。實盡得長二十六。若商數減後。首位多於實。首亦照例退位。



通曰。初商三十。減縱得十八。相乘。除積五百四十。次商六并。方法為廉四十八。二廉共長四十八也。相乘。除積二百八十八。隅六自乘。除積三十六。

又式有兩方共積若干。第云以小方之一面乘大方之一面。共若干。問兩方面各幾何者。如大小二方共積六千五百二十九。以小方大方各一邊相乘。得叁千壹百貳十。先倍兩方乘積得

負縱柒初商六。六千二百四十。以減共積。餘二百八十九。平方

開之。得較壹十柒。乃列二方乘數為實。以較為

負縱。初商六。六紀右。以負縱減之。餘四十三。註

初點下為方法。呼初商四六除二十四。三六除

一十八。餘實五百四十。又於初商六右加〇。以并方法得

一百〇三為廉。註下。以末三齊。次商五。紀右註尾點為隅。并入

廉內。共一百〇八。乃呼次商一五除五。五八除四十。實盡得大

方面六十五。以較一十七。減之。得小方面四十八。

通曰。甲乙丙丁。大方形也。丁壬戌癸。小方形也。以丙丁邊乘丁



辛	丙
子	丑
戊	己
癸	甲
庚	丁
甲	庚
丁	庚
庚	丁
丁	庚
庚	丁

癸邊得丙丁癸己形倍之得庚辛己癸形以減  
共積乙壬戊癸甲罄折形則以丙壬戊己形補

甲子丑庚形而後減之餘乙子丑辛形為較羃

也甲乙六十五減甲子四十八餘乙子一十七

平方積和求濶

積與和求濶者以和為縱方十為負隅和并一長一濶積得一  
長而少一濶故用一為負隅其法有二或益隅於積乘負隅為  
方法又乘方法以益積曰帶縱益隅開平方或減隅於積乘負  
隅以減縱命餘縱以除實曰帶縱負隅減縱開平方

一帶縱益隅開平方

式首積別百陸十肆長濶和陸十問濶幾何曰二十四術列實

帶縱初商乘一以和為帶縱初商二紀右註首點下自乘

得四百為負隅以益積共加得實一千二百

陸十肆乃以初商呼帶縱曰二陸除實一千

二百餘實陸十肆倍方得四為廉註次位次

商四紀右註尾點為隅以次商乘廉四十得一百六十又以次

商乘隅四得一十六皆并入餘實共加得餘實二百四十乃以

次商呼帶縱曰四陸除實二百四十實盡得濶二十四



甲 丁 戊 通曰甲乙丙丁形原積也丁丙己戊形

乙 丙 丁 戊 益隅方積也丁方初商二十自乘得四

各得八十共為一百六十卯隅四自乘得十六共益積五百七

十六也戊庚二十庚己四戊至己共二十四為潤乙丙三十六

為長乙至己共六十為和

又式術又如直積萬壹千陸百肆十捌長潤和貳百玖十陸

列實點位置和為帶縱初商一列右為初方法註首點下自

乘得一萬以益積首位貳變三乃以初方法呼帶縱除實一貳

二方法

帶縱

除二首位三變一一玖除九次位壹

初

貳

變二進抹一陸除六三位陸變〇

五三二九〇陸三三二 九六肆六 九五 餘實二千〇肆十捌倍方得二為廉

點下為隅廉隅共二百三十以乘次方法三十得六千九百益

入餘積三上〇變九二上二變八共加得餘實八千九百肆十

捌乃以次方法呼帶縱貳二除六二上八變二二九除二十七

三上九變二進抹二三陸除一十八四位肆變六進抹二餘實

六十捌又倍次方法得六為次廉註退位第四位也并入前廉二百



得二百六十。三商二。紀右為三方法。註尾點下為隅。次廉隅共二百六十二。以乘三方法。得五百二十四。益入餘積。尾捌變二進位六變九。又進位加五。共加得餘實五百九十二。乃以三方法呼帶縱。二貳除四。二上五變一。二九除一。十入六上九變一。進抹一。二陸除一。十一實盡得潤一百三十二。

二帶縱負隅減縱開平方法

式直積捌百陸十肆。長潤和陸十間潤幾何曰。二十四。術列實點位置和為縱方。初商二。紀右。註首點下。以乘負隅一。仍得二為方法。以減縱陸。餘四。隨首位註之。呼初商二。四除八。抹

四 原縱 陸 負 一

二 肆 四 〇 六

三 陸 四 〇 三 一

一。捌餘實陸十肆。倍方二得四為廉。註進位。亦乘負隅一。仍得四。以減縱陸。餘二。註

餘縱二十。餘一十六。附註。乃與次商相呼。一四除四。四六除二

十四實盡得潤二十四。或初商除實訖。即以初商再減餘縱

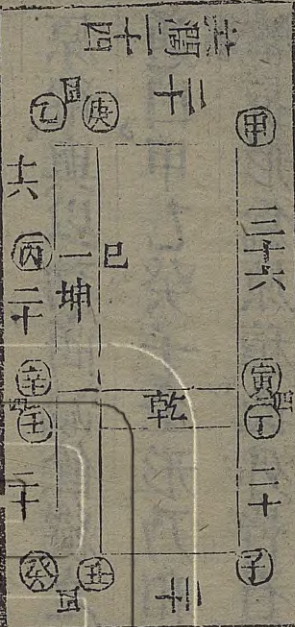
以所餘為縱方。以次商再減為下法。亦可。蓋倍初商為廉。以減

原縱。與以初商減餘縱之餘數相同。即可不立廉矣。

通曰。甲乙癸子全形。乃和與潤相乘之形也。丙甲乙丙已戊丁

馨折形為原積。此外皆負積也。初段減壬癸縱二十。次段減丙





形而成甲乙辛寅形得潤二十四長三十六

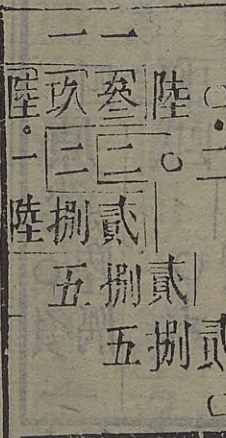
又式術列實陸萬玖千叁百陸十長潤和柒百捌十貳為縱初

二負一 原縱 商一 乘負隅一 仍得一 以減縱柒餘六隨

首列餘縱六捌貳與初商相呼一六除六一

捌除八一貳除二餘實一千一百陸十倍方

得二為廉二註退位以減縱餘五捌貳退位



附列而縱餘五多於實餘一遇此紀○於右作次商倍方一○

得二為廉二註次點下以減縱餘五捌貳退位附列三商二註

尾點為隅以餘縱與次商相呼二五除一十二捌除一十陸實

盡得潤一百二十

通曰縱尾貳須先以隅二減之縱餘止五捌○也

又式術若以積與虛長潤共若干而欲求其潤及長者如直積

帶二捌以三乘直積得貳千伍百玖十貳為實三長原

縱二貳以三乘直積得貳千伍百玖十貳為實有三積

負五以五為負隅暗添五以共貳百貳十捌為帶

志古堂







以四較益濶為四長。共得八長而餘一濶。求濶者以八長乘直積得陸千玖百壹十貳為實。以一濶為負隅。以其數為帶縱。初商二以乘負隅一。仍得二也。以減縱餘縱二百九十貳。列實下以呼初商二。二除四。二九除一十八。二貳除四餘實一〇七。貳又以初商二乘負隅一得二十。以減餘縱止餘二百七十貳。次商四。又乘負隅一得四。以減餘縱止餘二百六十八。列餘實下。與次商相呼除實盡。得濶二十四。求長者以一濶乘直積為實。以八長為負隅也。當用翻法詳後。

又式術又有以虛長虛濶約其子母共若干。與積若干。求長濶

帶者如直積二千三百五十二只云長取  
三十七 二  
二八 四  
二八 縱  
二八 豐

母互乘三八得二十四以乘并得之六  
十三 得壹千伍百壹十貳為帶縱而以

長母入乘濶子二得十六為濶率以濶母三乘長子五得十五  
 為長率則知此帶縱數內具有長十五濶十六也。求濶者以長  
 一十五乘直積得參萬伍千貳百捌十為實。以濶一十六為負

隅初商四也。十乘負隅得六百四十以減縱餘縱八百七十貳。註  
 實下與初商相呼四八除三十二四七除二十八貳四除八餘



實四百。又以初商所乘隅算之。六百四十減餘縱。止餘二百三十。貳次商二乘負隅得三十二。亦減餘縱。止餘二百。列餘實下。與次商相呼。二二除四。實盡。得濶四十一。以除直積二千三百五十二。得長五十六。

通曰。以長十五乘積為實。有三點。而直積之二三五二。止兩點。仍以直積定商位。故知初商為十也。餘縱列位。嘗隨實首。今縱入多於實首。三故照例退位。

平方積和求長

積與和求長者。原積有長濶相乘。而無長自乘。宜損濶以益長。

故以和為縱方。而置一算為負隅。稍贏其商。以減其縱。用減餘者。以除積。而積常不足。則翻以積減縱。而餘為負積。或再商命隅。以減縱。而縱反不足。亦翻以縱減商。而餘縱。三者俱負。乃以負縱約餘。負積商命負隅。開之。是為帶縱負隅減縱翻法。開平方也。

帶縱負隅減縱翻法開平方法

式直積捌百陸十肆。長濶和陸十。問長幾何。曰三十六。術列實。以和為縱方。一為負隅。初商三乘負隅。仍得三十。以減縱。餘三十。列實下。與初商相呼。三三應除九百。三十也。而實數不足。遇











帶縱壹壹陸柒七及北廣三十六步。又不及正長六十七步。

八問三廣各幾何。長幾何。曰。中廣十八步。南

八廣二十六步。北廣五十四步。正長八十五

步。術列積為實。并不及二廣共四十四。以

四除之。得壹十壹為帶縱。以不及長陸十柒為減積。初商一也。

并帶縱得三十壹。隨首點列之為方法。以乘減積。得一千四百

○七。依千百位列實下。先以此呼初商。一一除一。一四除四。一

七除七。餘實一。○五八次。以方法二一呼初商。一二除二。一壹

除一。完首段。餘實八四八。倍初商。一作二為廉。并帶縱壹十壹。

及減積陸十柒。共九十八為方法。註退位。次商八。註末點。并方

法得一百○六。列下呼次商。一八除八。六八除四十八。實盡。得

中廣一十八。各加不及合問。

通曰。初段。以乘減積數。依列位并方法。為一六一七。呼除亦便。

二減積帶縱負隅并縱開平方法

式大小二方。共積七千五百九十二。大方面較小方面多二十

六帶縱陸八。問大小方面各幾何。曰。大方面七十

四小方面四十六。術較自乘得七百八

六○六二二

三六捌三二

一二陸一

負貳八

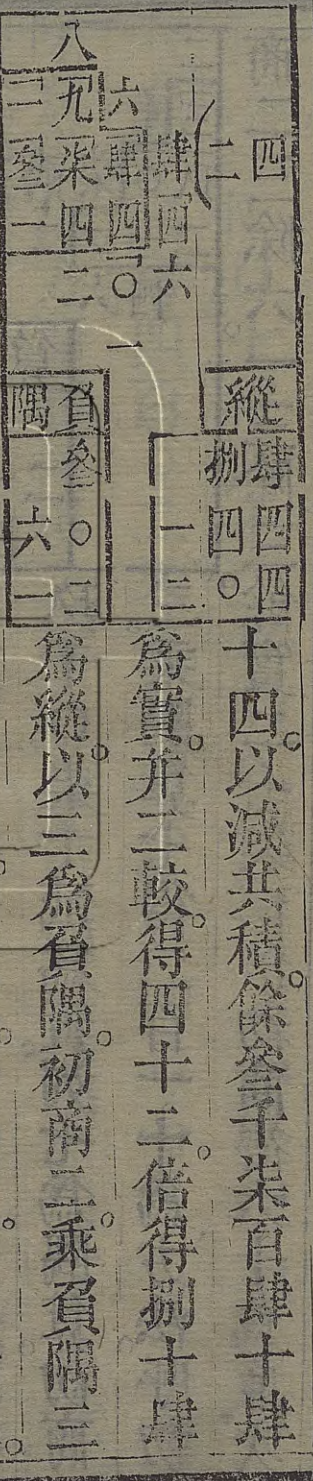
四十四。以減積餘陸千捌百○捌為實。倍

術



較得伍十陸為帶縱。二為負隅。初商四。乘負隅二得八十。并縱共一百三十六為方法。註積下。呼初商。一四除四。三四除一。二四六除二十四。餘實一三六。捌。倍初商作八十。并初方一三六共二百一十六為廉。註退位。次商六。亦乘負隅二得一十二為隅。并入廉內。共二百二十八。呼次商除之。實盡得小方面四十六。加較得大方面七十四。

又式術如大小三方共積四千七百八十八。大方面多小方面三十。中方面多小方面十二。大方面多中方面十八也求各面者。以較三十自乘得九百。以較十二自乘得一百四十四。相并得一千〇四



得六十。并縱共一百四十四為方法。列實下。呼初商。一二除二。二四除八。又二四除八。餘實八百六十。肆。倍初乘隅六十得一百二十為廉。并縱得二百〇四。註退位為方法。次商四。乘負隅三得一十二為隅。并方法共二百一十六。呼次商除實盡得小方面二十四。加較十二得中方面三十六。又加較十八得大方面五十四。



通曰負隅用二者。二方故也。用三者。三方故也。

三隅算開平方法

凡圓者之四。可當方者之三。并方圓之率為七。用七為隅算以求之。

式方圓共積二千二百六十八。方面圓徑相等。問面徑俱幾何。

六 隅算 二 四 方面圓徑俱三十六。術四乘原積得

七 〇 一 四 二 〇 一 四 二

商二三除六一三除三餘實二七柒貳倍初商得六十為廉次

商六乘隅算七得四十二為隅。又以次商六乘廉六十得三百

六十并隅得四百。二又并入廉六十共四百六十二。呼次商

除實盡得方面圓徑俱三十六。術以四乘原積得九千〇七

十二并方四圓三得七為法除之得一千二百九十六為實平

方開之得三十六更捷。

四帶縱隅益積開平方法

式方不知積但以長乘一長二濶三和四較之共數得肆萬肆

千玖百貳十捌長濶較貳拾肆問長幾何曰七十二。術列所乘

共數為實置較為益縱約三和得三長三濶以并一長二濶得



六

益肆八四

四長五濶又并四較取四濶  
為長總得入長一濶共九段

六	捌	八
五	貳	八
五	玖	四
六	六	六
三	六	三
二	肆	一
二	肆	一

縱	六
負	玖
隅	六

以九為負隅初商七乘負隅  
九得六百三十為隅法又以

初商七乘益縱二十四得一千六百八十註實下以益積共加  
得實肆萬六千六百○捌却以隅法六百三十註實退位與初  
商相呼六七除四十二三七除二十一餘實二五○捌乃倍隅  
法六百三十得一千二百六十為方法註實退位次商二又乘  
負隅九得一十八為隅法另以次商二乘益縱二十四得四十

入并入餘實共加得餘實二五五六却以方隅并得一千二百  
七十八與次商相呼除實盡得長七十二

五帶縱負隅減縱開平方法  
同右法或損長以就之則用此也

式一長二濶三和四較以長乘之得肆萬柒千貳百壹十貳長

四 負 玖 〇 二 六 濶 較 二 十 八 問 長 幾 何 曰 七 十 四 術 列

實較為縱如右式推得九為負隅初商

七乘負隅九得六百三十為方法內減

帶縱二十八餘六百○二退位註呼初

收長行



商六七除四十二二七除一十四餘實五〇七貳倍方法六百

三十得一千二百六十內減帶縱二十八餘一千二百三十二

為廉列餘實下次商四乘負隅九得三十六為隅法并廉共一

二六八呼次商除實盡得長七十四

六減積帶縱隅益積開平方法

又有同前不知積知較而以濶乘其一長二濶三和四較之共

數得若干求長者用此

式設有一長二濶三和四較之共數以濶乘之得二萬九千九

百五十二其較二十四問長幾何曰七十二術以較自乘得五

二  
七  
算隅陸〇〇二  
二四一

四陸

二四一

百七十六以減原乘積餘貳萬玖千

〇五乘〇五益肆〇八  
七天〇零二八縱貳入四

算初商七乘隅算六得四百二十為

一三二玖四  
三貳

隅法註實下又以初商七十乘益縱

二十四得一千六百八十以益原實得三萬一千〇五十陸乃

以隅法呼初商四七除二萬八千二七除一千四百餘實一千

六百五十陸倍隅法四百二十得八百四十為廉次商二乘隅

算六得一十二為隅法另以次商二乘益縱得四十八以益餘

實得一千七百〇四乃并廉隅二法共八百五十二註餘實下

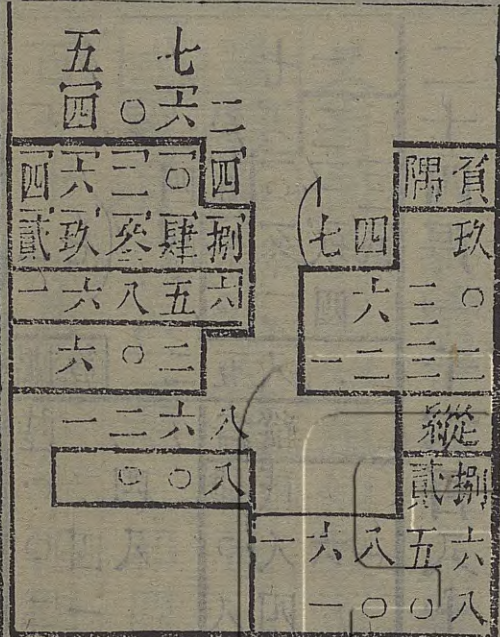


呼次商除實盡得長七十二

七帶縱負隅減縱益積開平方法

通曰右式亦可以此法求之

式設有一長二濶三和四較之共數以濶乘得貳萬玖千叁百



肆拾捌長濶較二十八問長幾何曰  
 七十四術列實較為縱九為負隅如前  
 初商七乘負隅得六百三十為方  
 法內減縱二十八餘六百〇二註實  
 下又以乘縱得一萬六千八百五十

六以益原實得四萬六千二百〇四為實乃以初商與餘方法

六百〇二相呼六七除四萬二千二七除一百四十餘實四千

〇六十四倍方法六百三十得一千二百六十減縱餘一千二

百三十二為廉次商四乘負隅得三十六為隅法以乘縱得一

千〇八以益餘實得五千〇七十二為餘實并廉隅二法共一

千二百六十八與次商相呼除實盡得長七十四

八帶縱廉開平方法

式一長二濶三和四較以濶乘得貳萬玖千玖百五十一長濶

較二十四問濶幾何曰四十八術列實減較之半得一十二為



八 縱廉 而以初商乘之初商四十為方法以乘縱廉  
 四 廉壹 得四百八十又并初商得五百二十退位註實下  
 二 玖二 呼初商五四除貳萬一四除八百餘實玖千一百  
 一 玖五 伍十貳倍所乘縱廉四百八十為九百六十倍方  
 貳 五 法四十為八十相并得一千○四十為方法次商八為隅以乘

縱廉十二得九十六再并入方隅共一千一百四十四註實下  
 呼次商除實盡得濶四十八

九帶縱廉負隅開平方法

通曰右式亦可以此法求之

式一長二濶三和四較以濶乘得貳萬玖千參百肆十捌長濶

六 負 玖 〇 〇 四 較 二 十 八 問 濶 幾 何 曰 四 十 六 術 列 實  
 四 隅 六 二 五 三 七

推得共入較九濶用九為負隅以入乘

較得二百三十四為縱廉初商四乘負

廉貳五九隅九得三百六十為方法并縱廉共五

百八十四註實下呼初商五四除貳萬四八除三千二百四四

除一十六餘實五千九百八十捌倍方法三百六十為七百二

十為廉并縱廉共九百四十四次商六乘負隅九得五十四為

隅再并入廉并縱廉之九百四十四得九百九十八註實下呼



次商除實盡得濶四十六

十帶縱方廉開平方法

式一長二濶三和四較以長乘得肆萬肆千玖百貳十捌長濶

入肆六四四較二十四問濶幾何曰四十八術列

方貳玖捌四較二十四問濶幾何曰四十八術列

六貳四九縱捌〇〇〇段倍九為一十八作縱廉初商四十

五七玖七六廉壹二六二為方法乘縱廉十八得七百二十并

入方法四十共七百六十又并入縱方二十四共七百八十四

註實下呼初商四七除二萬八千四入除三千二百四四除一

百六十餘實一萬三千五百六十捌倍縱廉乘并之七百六十

為一千五百二十并入縱方二十四共一千五百四十四為廉

次商八乘縱廉十八得一百四十四乃將次商八廉一千

五百四十四隅一百四十四共并得一千六百九十六註實下

呼次商除實盡得濶四十八

十一帶縱廉負隅乘縱減實開平方法

式一長二濶三和四較以長乘得肆萬柒千貳百壹十貳長濶

較二十八問濶幾何曰四十六術列實推得入長九段用入乘

較得二百二十四為縱廉用九為負隅又以較二十八為減縱



六縱肆負玖〇四方初商四十乘負隅九得三百六

入〇貳

貳隅

三

十為方法并入縱廉共五百八十

入〇六壹四九

縱貳五

一

四為下法以乘減縱二十八得一

九五

三五

得

五七〇柒五

六一

萬六千三百五十二以減實餘三

二三肆

一

萬

萬〇入百六十為實乃以下法五百入十四列下呼初商五四  
除二萬四入除三千二百四四除一百六十餘實七千五百倍  
方法三百六十得七百二十并縱廉二百二十四共九百四十  
四為廉次商六乘負隅九得五十四為隅又以乘減縱二十八  
得一千五百一十二以減餘實餘五千九百八十八為餘實乃

將廉九百四十四隅五十四共并得九百九十八列下呼次商  
除實盡得濶四十六

通曰正積可以點定位乘積不可以點定位故列乘積三點而  
商止二位耳蓋乘積虛增而非實有也

開平圓 少廣之八

積求外周法

式圓積二千三百五十二問外周幾何曰一百六十八術置積  
以十二乘之得二萬八千二百二十四為實平方開之得一百  
六十八為外周也



積求內徑法

式圓積二千三百五十二問內徑幾何。曰五十六。術置積以四乘之得九千四百〇八以三除之得三千一百三十六為實。平方開之得五十六為內徑也。

數度衍十三卷目次

開立方 少廣之九

珠算開立方

筆算開立方

籌算開立方

見籌算

立方不等開法

一長濶相等高不等法

二長濶高三不等法

立方帶縱諸變



一帶縱負隅開立方方法

二帶縱廉開立方方法

三帶縱減益廉開立方方法

四縱廉減縱方翻法開立方方法

五廉減縱開立方方法

六帶縱以廉益積開立方方法

七負隅減縱以廉益縱開立方方法

八帶縱負隅以廉減縱開立方方法

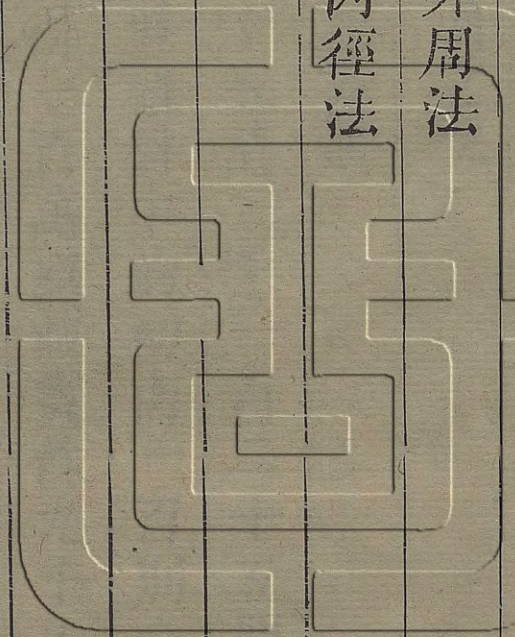
九帶縱負隅以廉減縱翻法開立方方法

十帶縱方廉開立方方法

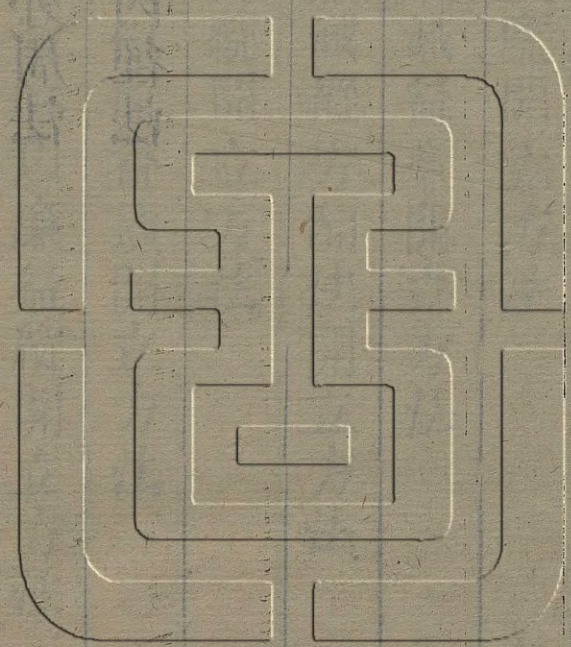
開立圓 少廣之十

積求外周法

積求內徑法







數度衍卷之十三

桐城方中通行

開立方 少廣之九

珠算開立方

式積一百九十五萬三千一百二十五問立方一面幾何曰一百二十五術置積盤中約初商一百別立下法亦置一百以初商自乘再乘得一百萬以減實餘九十五萬三千一百二十五以三乘法一百得三百為方法列右次商二十置下法一百之次共一百二十又以次商乘之得二千四百為廉法再以方







用六也。乃呼六入除實四百八十萬。餘實九百七十萬。○三千二百三十二。另以次商六十乘初商四百。得二萬四千。以三乘之。得七萬二千。為廉法。次商自乘得三千六百。為隅法。廉隅并得七萬五千六百。却以次商呼除之。六七除實四百二十萬。五六除實三十萬。六六除實主萬六千。餘實五百一十六萬七千二百三十二。以方法四十八萬并入。兩回廉法十四萬四千。三回隅法一萬。○八百。共得六十三萬四千八百。為方法。歸除之。曰六五八餘二。則三商為八也。乃呼三八除實二十四萬。四八除實三萬二千。八八除實六千四百。餘實八萬八千八百三十

二。再置初次兩商共四百六十。以三商入乘之。得三千六百八十。以三乘之。得一萬一千。○四十。并入三商自乘得六十四。共一萬一千一百。○四。却以三商呼除之。一八除實八萬。一八除實八千。一八除實八百。四八除實三十二。實盡。得面四百六十

筆算開立方方法

式。捌十叁億陸千伍百肆十貳萬柒千。問立方一面幾何。曰。二千。○三十。術。自末位。○下作點。隔二位。一點共四點。分為四段。知商有四位也。尋原初商得二。乃以二自乘再乘得八。減首位



三〇

二〇

六〇

〇〇

〇〇

〇〇

〇〇

〇〇

〇〇

〇〇

實捌完首段次段實參陸伍除點上之伍未用且作

參十陸開之乃三倍初商二為六作廉法另置右上

以初商二加〇作二十以乘六得一百二十當以此

數商除二段之實而參十陸反小一百二十反大遇

此則商有〇矣竟於格右紀〇當作次商完二段三

段實參陸伍肆貳柒除點上之柒未用且作參萬陸

千伍百肆十貳開之亦三倍初次兩商之二十為六

十置右上亦以二〇加〇作二百以乘六十得一萬二千用此

數於實內商之二商當是三實內有三回一萬二千也以廉六十乘三得一

一	參三	陸六	肆四	伍伍	貳二	柒七
捌八						
			廉			

百八十并一萬二千共一萬二千一百八十又以三乘之得三

萬六千五百四十為廉另以三商三自乘再乘得二十七為隅

將廉隅減實實盡隅必註點下故七在柒下二在貳下也完三

段尚餘四段未開於右加〇作四商得面二千〇三十

用命分式術通曰實未盡者欲再開之須尾加三圈則開一商

加六圈增二商他命分術無用矣

籌算開立方見籌算

立方不等開法

通曰立方有三面三面俱等者用前法開之三面內有一面不



等及三面俱不等者用縱方廉開之。三面者高濶長也。

一長濶相等高不等法

式積一千二百九十六。長濶數等。惟高不及三。問高與長濶各

九  
縱玖  
方九

幾何。曰高九。長濶皆十二。術列實以尙不及三。

陸一  
三玖四

自乘得九。爲縱方。又以不及三倍作六。爲縱廉。

三貳四  
陸一  
廉

縱陸四  
五

有二點。應約初商一十。因有縱方。只商九。自乘

得八十一。并縱方九。得九十。又以所商九乘縱廉。六得五十四。

九十者方法也。五十四者廉法也。相并得一百四十四。列實下。

呼所商九除實。一九除九百四十九。除三百六十四。九除三十六。

實盡得高九。加不及三。得十二。爲長濶數。

減積式積一千七百八十七萬五千。高濶相等。惟長多三十六。

問長高濶各幾何。曰長二百八十六。高濶皆二百五十。術列實。

初商二百。自乘再乘得八百萬。次商五十。兩商共二百五十。自

乘再乘得一千五百六十二萬五千。以減積。餘二百二十五萬。

爲實。另以所商二百五十乘長多三十六。得九千。又乘二百五

十。得二百二十五萬。以減積。實盡。所商之二百五十。乃高濶數。

也。加長多三十六。得二百八十六。乃長也。

二長濶高三不等法



式積一百二十濶多於高二長又多於濶三問長濶高各幾何

縱方

曰高三濶五長八術通曰濶多於高二高濶較

也長多於濶三長濶較也列實兩較各自乘二

自之得四三自之得九相并得十三為縱方兩較相乘得六為

縱廉約商當是四因此有縱方只商三以三自乘得九并縱方

十三得二十二為方法又以商三乘縱廉六得一十八為廉法

二法相并得四十列實下呼商三四除一百二十實盡得高三

加二得濶五又加三得長八

立方帶縱諸變

一帶縱負隅開立方方法

式實一千三百八十二萬四千縱方八萬六千四百二為隅法

縱方

問方幾何曰一百二十術列實初商一百自

之得一萬以隅二乘之得二萬并縱得十萬

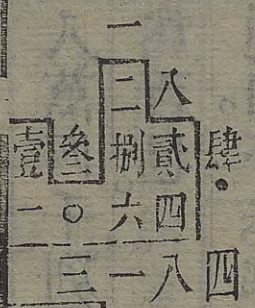
六千四百為下法與初商一百相乘得一

千六十四萬列實下減實餘實三百一十

八萬四千以三乘隅法二萬得六萬為方法

以三乘初商得三百又以隅二乘之得六百為廉次商二十乘

廉得一萬二千為廉法以次商自之得四百以隅二乘得八百





為隅法。乃并六萬法方一萬二千法廉八百法隅八萬六千四百法縱共

得一十五萬九千二百為下法。與次商二十相乘得三百一十

八萬四千。列實下減實盡得方一百二十。末點未開。故知初商

為百也。

通曰。下法乘商即呼商也。竟列下法則呼商除實。若列下法乘

商之數則減實也。

二帶縱廉開立方

式實二千一百六十萬。縱廉一百三十五。問方幾何。曰。二百四

十術列實。初商二百。乘縱廉得二萬七千。初商自之得四萬為



隅法相并得六萬七千為下法。乘初商二百得一

千三百四十萬。列下減實餘實八百二十萬。倍縱

廉乘數得五萬四千。三乘隅法得十二萬。相併得

一十七萬四千為方法。三乘初商得六百。又并縱

廉得七百三十五為廉。次商四十。乘廉得二萬九

千四百為廉法。又以次商自之得一千六百為隅法。乃并十七

萬四千法方二萬九千四百法廉一千六百法隅共得二十萬〇五千

為下法。乘次商四十得八百二十萬。列下減實盡。末點未開得

方二百四十。



三帶縱減益廉開立方方法

式實五百三十七萬六千。縱方一萬七千六百。益廉六百四十。

問方幾何。曰：一百二十。術列實初商一百乘

益廉得六萬四千。初商自乘得一萬為隅法。

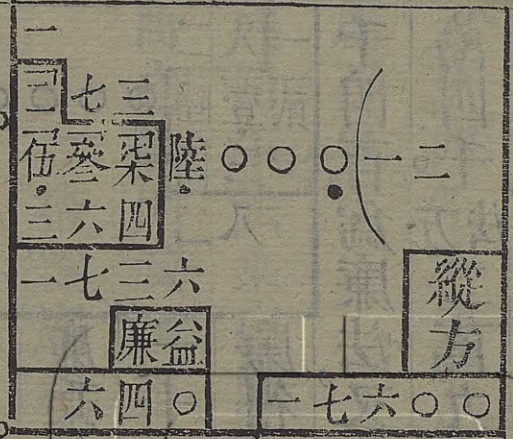
以隅法并縱方得二萬七千六百。以減益廉

乘數餘三萬六千四百為下法。乘初商得三

百六十四萬。列下減實餘實一百七十三萬

六千。倍益廉乘數得十二萬八千。三乘隅法得三萬并縱方得

四萬七千六百為方法。三乘初商得三百為廉法。次商二十乘



益廉得一萬二千八百。加入倍廉十二萬八千。得十四萬〇八

百。又以次商乘廉法三百得六千。又以初商自乘得四百為隅

法。乃并四萬七千六百。法方六千乘廉四百法共得五萬四千。以減

十四萬〇八百。餘八萬六千八百為下法。乘次商得一百七十

三萬六千。列下減實盡得方一百二十。

四縱廉減縱方翻法開立方方法

式實一千〇八萬。縱方二十一萬三千六百。縱廉一千二百。問

方幾何。曰：一百二十。術列實初商一百乘縱廉得十二萬以減

縱方餘九萬三千六百為方法。初商自乘得一萬為隅法。以并











百七十八萬四千列下減實餘實二百二十二萬○八百倍縱  
 廉乘數得十九萬二千三乘隅法得六萬為方法三乘初商得  
 六百以隅算半乘之得三百為廉法次商四十乘縱廉四百八  
 十得一萬九千二百并入倍廉十九萬二千得二十一萬一千  
 二百以乘次商得八百四十四萬八千為益實加入餘實共實  
 一千○六十六萬八千八百以次商乘廉法三百得一萬二千  
 又以次商自乘得一千六百以隅算半乘之得八百為隅法乃  
 并六萬法方一萬二千廉乘八百隅法及縱方十九萬三千九百二十  
 共得二十六萬六千七百二十為下法乘次商得一千○六十

六萬八千八百減實盡得方二百四十

七負隅減縱以廉益縱開立方

式實一億○五百八十四萬縱方五十三萬六千四百縱廉三

千六百隅算六問方幾何曰一百二十術列實

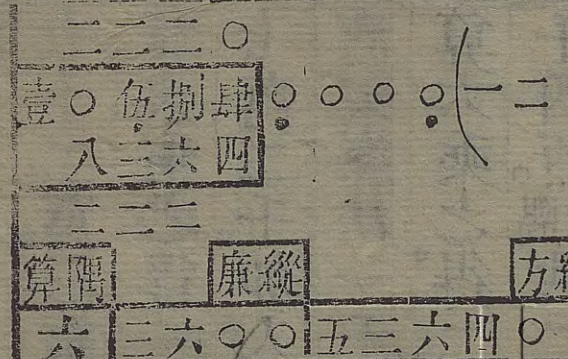
初商一百乘縱廉得三十六萬初商自乘得一

萬以隅算六乘之得六萬為隅法以減縱方餘

四十七萬六千四百并縱廉乘數得八十三萬

六千四百為下法乘初商得八千三百六十四

六萬減實餘實二千二百二十萬倍縱廉乘數得













百乘隅算四得一千六百為隅法乃并十二萬法方二萬四千乘廉

一千六百法隅共十四萬五千六百以減負縱餘十三萬四千〇

八十為下法乘次商得二百六十八萬一千六百減實盡得方

一百二十。

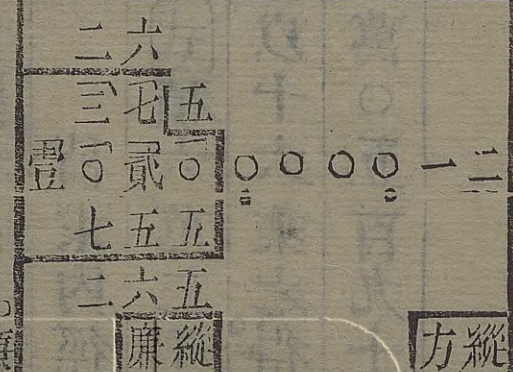
十帶縱方廉開立方方法

式實一千〇二十萬縱方四萬縱廉二百五十五問方幾何曰

一百二十術列實初商一百乘縱廉得二萬五千五百初商自

乘得一萬為隅法并縱廉乘數得三萬五千五百又并縱方得

七萬五千五百為下法乘初商得七百五十五萬減實餘實二



百六十五萬倍縱廉乘數得五萬一千三乘

隅法得三萬相并得八萬一千為方法三乘

初商得三百共縱廉得五百五十五為廉法

次商二十乘廉法得一萬一千一百又以次

商自乘得四百為隅法乃并八萬一千法方一

萬一千一百乘廉四百法隅及縱方共十三萬二千五百為下法乘

次商得二百六十五萬減實盡得方一百二十

通曰諸式皆三點因末點皆〇未開故初商皆為百也

開立圓 少廣之十



積求外周法

式積六萬二千二百〇八問立圓外周幾何曰一百四十四術  
 置積以四十八乘之得二百九十八萬五千九百八十四用立  
 方開之得方面一百四十四卽立圓周也

積求內徑法

式積六萬二千二百〇八問立圓內徑幾何曰四十八術置積  
 以十六乘之得九十九萬五千三百二十八以九除之得十一  
 萬〇五百九十二用立方開之得方面四十八卽立圓徑也

