

# Quasi-Phase Matching

Ulices Fernandez Apolinario, *Member, IFGW*

**Abstract**—Este artículo describe la técnica conocida como **Quasi-phase matching**, apropiado cuando la condición de **phase matching** perfecta no puede ser alcanzada, en la cual la fase relativa es corregida mediante el uso de un material periódicamente polarizado. Además mostramos una teoría sencilla para la generación de suma de frecuencias, y los beneficios y problemas relacionados con el método de **Quasi-phase matching**.

**Index Terms**— **Missmatch wavevector, nonlinear coupling coefficient  $d_{\text{eff}}$ , periodically poled material, quasi-phase matching.**

## I. INTRODUCCIÓN

Algunas técnicas para mantener la fase entre las ondas interactuantes deben ser empleados para obtener conversión eficiente en procesos ópticos no-lineales, como por ejemplo en la generación de segundo armónico y en la generación de suma de frecuencias. Una de estas técnicas usa la birrefringencia de un material óptico para lograr la condición de **phase matching**, sin embargo, hay circunstancias bajo las cuales esta técnica no es apropiada. Por ejemplo, un material particular puede no tener birrefringencia (un ejemplo es Arsenio de Galio) o puede tener birrefringencia insuficiente para compensar la dispersión debido al índice de refracción lineal, sobre el rango de longitudes de onda de interés. El problema de birrefringencia insuficiente es mucho mayor para pequeñas longitudes de onda, debido a que el índice de refracción de un material dado tiende a aumentar rápidamente a altas frecuencias (fenómeno conocido como dispersión normal)<sup>1</sup>, mientras que la birrefringencia tiende a ser casi constante. Otra técnica utilizada cuando la condición de **phase**

**matching** no puede ser implementado, es conocida como **Quasi-phase matching (QPM)**, que fue propuesto independientemente por Bloembergen et al. [1] y Franken y Ward [2]. Esta técnica usa un material polarizado periódicamente (Periodically poled material) (Fig. 1 (a)) en lugar de un cristal simple (Fig.1 (b)). Un material polarizado periódicamente es una estructura que ha sido fabricado de tal manera que la orientación de uno de sus ejes cristalinos, a menudo el eje  $c$  de un material ferroeléctrico, es invertido periódicamente como función de la posición con el material. Una inversión en la dirección del eje  $c$  tiene la consecuencia de invertir el signo del coeficiente de acoplamiento no lineal (nonlinear coupling coefficient)  $d_{\text{eff}}$ . Esta alteración periódica del signo de  $d_{\text{eff}}$  puede compensar y dar un vector de onda mismatch (wavevector mismatch)  $\Delta k$  diferente de cero. La ventaja de este método en relación a las usadas para obtener **phase matching** es que puede ser usado en materiales isotrópicos [3].

La naturaleza de este efecto es ilustrado en la Fig. 2. La curva (a) de esta figura muestra que, en una interacción con **phase matched** perfecto, en un cristal óptico no lineal simple, la magnitud del campo de la onda generada crece linealmente con la distancia de propagación. En la presencia de un vector de onda mismatch (curva c), la amplitud de la onda generada oscila con la distancia de propagación. La naturaleza de QPM es ilustrada por la curva (b). Aquí asumimos que el periodo de alteración del eje cristalino es igual a dos veces  $L_{\text{coh}}$  (coherent builup length of the nonlinear interaction). Entonces, cada vez que la amplitud del campo de la onda generada comience a disminuir como consecuencia del vector de onda mismatch, ocurre una reversión del signo de  $d_{\text{eff}}$ , lo cual permite que la amplitud del campo continúe creciendo monotónicamente.

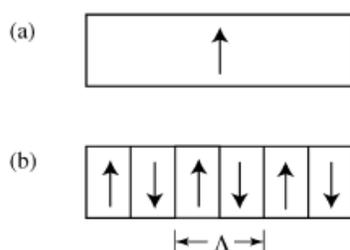


Fig. 1. Representación esquemática de un material óptico no lineal de segundo orden en la forma de (a) un cristal simple homogéneo y (b) un material periódicamente polarizado en la que la dirección del eje  $c$  es invertido en orientación con el periodo  $\Lambda$ .

## II. POLARIZACIÓN PERIÓDICA

Polarización periódica de un material cristalino no lineal es una técnica para obtener QPM de interacciones no lineales. Este envuelve un proceso la cual genera una reversión periódica de la orientación del dominio (domain inversion) en un cristal no lineal, de tal forma que el signo del coeficiente no lineal cambie.

### A. Ingeniería de dominios Ferroeléctricos (FDE)

La técnica más común de polarización periódica es conocida como Ingeniería de dominios Ferroeléctricos (Ferroelectric Domain Engineering) [4].

<sup>1</sup> Ver R. Boyd, *Nonlinear Optics*.3ra. Ed., pág. 79.

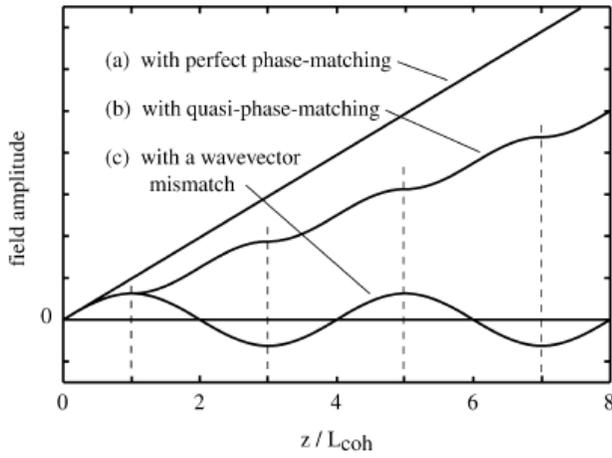


Fig. Comparación de la variación espacial de la amplitud del campo de la onda generada en una interacción no lineal de tres diferentes condiciones de phase matching.

Este envuelve la aplicación de un campo eléctrico fuerte a un cristal ferroeléctrico vía un patrón de electrodos sobre la superficie del cristal, la cual típicamente tiene un periodo entre unos pocos micrones y algunas decenas de micras, y generalmente se produce con un proceso fotolitográfico. El periodo de polarización (i.e. el periodo del patrón de electrodos) determina las longitudes de onda para la cual ciertos procesos no lineales pueden dar QPM. Inversión de dominios ocurre para una magnitud de campo alrededor del así llamado magnitud de campo coercitivo, la cual es, por ejemplo para Niobato de Litio ( $\text{LiNbO}_3$ )  $\sim 21\text{kV/mm}$ .

### III. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Una descripción de QPM puede ser formulada como sigue. Denotamos  $d(z)$  como la dependencia espacial del coeficiente de acoplamiento no lineal. Para la muestra de la figura 1(b),  $d(z)$  es simplemente la función tipo onda cuadrada, la cual puede ser representada como

$$d(z) = d_{eff} \text{sign} \left[ \cos \left( \frac{2\pi z}{\Lambda} \right) \right] \quad (1)$$

variaciones espaciales más complicadas pueden ser posible. En esta ecuación,  $d_{eff}$  denota el coeficiente no lineal del material homogéneo (fig. 1(a)). La variación del coeficiente no lineal conduce a la modificación de las ecuaciones de amplitud acopladas [4], la cantidad constante  $d_{eff}$  que aparece en dichas ecuaciones debe ser remplazada por la cantidad que varía espacialmente  $d(z)$ . Es útil describir la variación espacial de  $d(z)$  en términos de series de Fourier como

$$d(z) = d_{eff} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_m \exp(ik_m z) \quad (2)$$

donde  $k_m = 2\pi m/\Lambda$  es la magnitud del vector de red asociado con la  $n$ -ésima componente de Fourier de  $d(z)$ . Para la forma de

modulación dada en el ejemplo de la ecuación (1), los coeficientes  $G_m$  son dados por

$$G_m = (2/m\pi) \text{sen}(m\pi/2) \quad (3)$$

de lo cual seguimos que la amplitud fundamental  $G_1$  es dado por  $G_1 = 2/\pi$ .

En este artículo, analizaremos la generación de suma de frecuencias, y asumiremos una eficiencia de conversión baja, de tal forma que las amplitudes de las ondas incidentes ( $E_1$  y  $E_2$ ) se mantengan constantes, que las ondas son continuas y no hay pérdida alguna. Además en la realización de esta derivación, asumimos que una componente particular de Fourier de  $d(z)$  proporciona el acoplamiento dominante entre las ondas inter actuantes.

Bajo estas condiciones, y utilizando la aproximación de variación de amplitud lenta (slowly varying amplitude approximation), el resultado para la onda generada en la suma de frecuencias es

$$\frac{dE_3}{dz} = \frac{2i\omega_3 d_Q}{n_3 c} E_1 E_2 \exp(i\Delta k_Q z) \quad (4)$$

donde  $d_Q$  es el coeficiente de acoplamiento la cual depende del orden  $m$  de las componentes de Fourier de acuerdo a

$$d_Q = d_{eff} G_m \quad (5)$$

y el vector de onda mismatch para el orden  $m$  es dado por

$$\Delta k_Q = k_1 + k_2 - k_3 + k_m \quad (6)$$

Notemos que la ecuación (4) es formalmente idéntica a la derivada para un medio homogéneo con  $d_{eff}$  constante [5], pero ella envuelve un valor modificado del coeficiente de acoplamiento no lineal  $d_{eff}$  y el vector de onda mismatch  $\Delta k$ . Debido a que  $d_Q$  disminuye con el incremento del valor de  $m$ , es más fácil lograr QPM mediante el uso de la interacción de primer orden ( $m=1$ ) para lo cual

$$\Delta k_Q = k_1 + k_2 - k_3 - \frac{2\pi}{\Lambda}, \quad d_Q = (2/\pi) d_{eff} \quad (7)$$

de la primera de estas relaciones, vemos que el periodo óptimo para QPM es dado por

$$\Lambda = 2L_{coh} = 2/\pi(k_1 + k_2 - k_3) \quad (8)$$

Como un ejemplo, uno encuentra que  $L_{coh}$  es igual a  $3.04\mu\text{m}$  para generación de segundo armónico para una longitud de  $1.06\mu\text{m}$  utilizando Niobato de Litio.

## IV. BENEFICIOS Y PROBLEMAS

A. *Beneficios*

Los principales beneficios de QPM, son:

- Se puede trabajar con un amplio rango de interacciones no lineales, aún para materiales sin birrefringencia o con pequeña birrefringencia.
- Como el método de polarización periódica puede ser aplicado exactamente para un cristal con una particular alta no linealidad, y QPM es también aplicable para un coeficiente no lineal grande, muchos procesos de conversión no lineal pueden ser realizados muy eficientemente.

B. *Problemas*

- La fabricación de materiales polarizados periódicamente con una alta calidad y confiabilidad es difícil, y es posible solo con cierto tipo de cristales. Los detalles y las tasas de éxito de los procedimientos depende en gran medida de los detalles del material - no sólo del tipo material, sino también de los defectos en la densidad, estequiometría, tratamientos superficiales y similares.
- Polarización periódica sólo puede aplicarse a cristales con espesor bastante limitada, la cual excluye una gran cantidad de dispositivos con niveles de potencia muy altos.
- Procesos parásitos de alto orden pueden generar luz a longitudes de onda adicionales, la cual es un problema de varias formas.

## V. CONCLUSIONES

Este artículo ha examinado una teoría sencilla para la generación eficiente de suma de frecuencias, utilizando el método de QPM, y mostramos sus principales beneficios y limitaciones, además encontramos la condición para una eficiencia óptima al utilizar esta técnica, la cual es dada por  $\Lambda=2L_{\text{coh}}$ .

## AGRADECIMIENTOS

Un especial agradecimiento al IEEE por el libre acceso al temple, lo cual facilitó la redacción de este artículo.

## REFERENCIAS

- [1] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, "Interacción between light waves in a nonlinear dielectric," *Phys. Rev.*, vol. 127, pp. 1918-1939, 1962.
- [2] P. A. Franken and J. F. Ward, "Optical harmonics and nonlinear phenomena," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 35, pp.23-39, 1963.
- [3] F. Zernike and J. E. Midwinter, *Applied Nonlinear Optics*. New York: Wiley, 1973, p.59.
- [4] R. Paschotta, *Encyclopedia of Laser Physics and Technology*, 2008. Available: [http://www.rp-photonics.com/periodic\\_poling.html](http://www.rp-photonics.com/periodic_poling.html).
- [5] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*. 3th ed. New York: Academic Press, 2008, pp. 84-88.