胡　毅編著

教育統計學初步

[illegible]

0015347

教育統計學初步

胡毅編著

江恆源校閱

1932

上海大東書局印行

序言

初習教育統計者，每以爲其中所需之數學至繁，而有畏懼之心。實則此種誤解，殊鮮根據。初步統計所需之數學，超過初中程度者甚少；應用最多者仍係四則及開方而已。解釋公式時，亦可無需純恃算式，能將意義原故說明，卽已足用。本書卽取後法，就關係及道理上申述。算法亦均採取最簡便者，而釋其價值。間有不易淺釋者，則只示算法備用。務求學者不致因數學上之原故，而不能了解統計，不能應用統計。

統計科學原係外來，但漢譯名詞已漸通行，初學者實無熟悉西文名詞之必要。本書文中，一切未註西文。公式中之希臘羅馬字母，在理論及深奧算法中，或爲必需。但對於專求應用之學生，則非徒無益，且增加讀音，記憶等等題外之困難。故本書中公式一律試用漢字代寫，因同爲

記號·漢字或倘較易識易記也。作者以爲純用華文，未嘗不可講統計。此書之目的，卽在使不識外國字母者，亦有利用初步統計之機會。書末另附漢英對照表，防誤備查。

計算在統計中，常被認爲主體。實則解釋之重要，或且過之。計算卽令詳覈，若意義不明，解釋失當，終難有充分之利用。本書中對各量數之意義，結果之如何解釋，均視爲與計算並重。每章末之練習七至練習十皆解釋方面之問題。目的在使學者知此類方法及其重要，而不致視統計爲數學之一種。

統計方法貴多練習。本書除第一章緒論外每章末附練習題十二。首六七題注重計算。第七八至第十注重意義。第十一，十二兩題注重引起問題。教者可斟酌加以選擇。書末附有乘方表及對數表，可爲計算之助。授完第二章時，可將附錄中關於各表之用法，令學生閱看。

本書凡七章。照每期十八週計算可分配如下：第一章約佔一週。第二，第五章各佔二週。第三，第六，第七章各佔三週。第四章佔四週。書中因力求淺明，故多有避免術語之通俗解釋，及異於通常之簡捷說法（如講常態曲線而不列其公式等）。是否因之有「略而不當」及「欲淺反難」等弊，則有待方家指正。

本書編時，曾以何青格之敎育統計學（Holzinger: Statistical Methods For Students in Education）及塞斯頓之統計學綱要（Thurstone: Fundamentals of Statistics）（朱君毅氏譯本）爲參考。稿成後蒙陳子明先生校閱。對此諸人，作者謹致謝意。

中華民國二十年五月胡毅序於廣州。

教育統計學初步目錄

教育統計學初步

第一章　緒論

教育統計學的需要　用科學方法去研究教育時，有兩件緊要的事。一件是要根據事實，不要空談。第二件是要有客觀態度，不要先存偏見。在教育行政，學校管理，成績考核各方面　都已有許多由這種態度而產生的研究方法。這些研究方法之中，又有大部分是與統計有關係。比方教育經費的分配，學校效率的查考，學業智力的測驗，教學方法的試行，等等問題，都是要統計襄助，或用統計作基本的。因爲統計是一種收集，整理，分析，綜合，及解釋事實的學問，所以凡是需要正確材料，數量整理及計算，和精密解釋的問題，差不多可說運用統計方法是研究

時不能少的條件。

教育研究愈發達，研究的結果也必愈多。研究結果的貢獻有多少，是與其能供利用的程度成正比，同時也與研究方法中的科學色彩成正比。換句話說，卽是教育研究的結果，要從嚴格方法得來才有價值；要能有多數人去利用才有功效。所以一面要有人作研究，一面還要有人能懂得結果能去利用，教育才得進步。既是許多問題在研究時要用統計方法，那就我們去看結果的時候，也必須明白這方法是什麼，才能懂得，才能利用。

所以在教育界做事的人和研究教育的人，都應該多少曉得一些統計學上的知識，以便有機會時從事研究問題，無機會時也可參考人家的研究，知道去批評去應用。教育統計學的任務就在這裏。可供教育研究用的統計方法很多，本書中講的只是那些最常用而且比較容易用的一部分。

運用統計方法時應具的要素　在引用某種統計方法之前，必須要明瞭所研究的問題。雖然有些時候那問題中的細微末節，可以在材料收集以後或是計算進行之中，有更改或發現的機會，就大體來講，卻是以先認定題目描出範圍爲妥。有人以爲統計是收材料算公式，只要材料可靠，計算詳確，就是成功。在教育統計之中，這種看法，不甚適宜。我們用統計，是去研究問題。問題沒認清楚，範圍不劃明白，卽使收了堆積如山的材料，用了冗長的公式，得了精微的結果，還是徒勞無功，白費氣力。認定問題和劃出範圍時，應注意兩層。第一是要看問題的價值，（是否值得研究）。第二就要使範圍適當，不要太大，以致無法作澈底的研究，也不要太小，以致結果應用的區域太窄，（是否能研究，與結果是否有用）。第一層的判斷是要看本人在那一方面的學識見解。第二層的判斷是可由統計學的知識和訓練去增加能力的。

運用統計方法的第二個條件，是適宜的材料。大家都知道事實是科學研究的根基。沒有事實，何從研究。但是這裏要說的，不是材料的需要，乃是適宜的材料的需要。只是有材料，不見得就是好根基。要材料全是適宜，才能說根基是穩固。材料的適宜，可以從質與量兩方面來講。在質的方面，適宜的材料是本身可靠，且與問題有關的。靠不住的材料，收來再多，也不中用。無關係的材料，不是白佔地方，就要引起淆混。在量的方面，適宜的材料是要超過某種數量限制。過少的材料，很難得到有價値的結果。過多的材料，也有收集困難，計算麻煩的弊病。究竟是要多到甚麼程度，才是最好，頗不容易有一個爽快的答案，可以隨時隨地應用。從「機率」與「機誤」的計算可以得到一點指示。問題的性質及材料的情形，也都有關係。

許多作統計工作的，常常因忽略此層，遂致許多繁重的計算工作，都

等於付之東流。因爲材料若不可靠，若是無關題旨，若是過少，即是用了繁複的算法，仍然不能使結果可靠或有關。老實的人，應該極力去求材料適當。在實在無能爲力的時候，就應當把材料的缺憾或限制據實申明，下結論時也照留分寸。庶幾一面不欺人，一面不騙自己。

還有一點，就是計算要精密，要誠實。精密就是說小心不要算錯。誠實就是說要就事論事，不要先蓄成見再去選事實來自圓其說。前面一層，大致無多人違反，因爲誰也不願意去存心算錯。後面一層，違反的人常見，以致引起了『世間假話，統計爲尤』或『無論何事，皆能有統計爲證』等等笑話，爲統計的羞辱。若是用統計方法研究問題的人都能謹愼老實，重事實，輕私見，那這種笑話就會不攻自破了。

用統計方法的人，當然要知道那些算法，并明白各個法子的短長及用途。這一方面的訓練，佔普通統計學功課中的一大部分。本書中除開起

始兩章以外，也都是着重這一類的工作，使讀者明白一些在教育上有用的統計算法，有練習的機會，並知道怎樣審查方法及結果。

運用統計方法的普通程序　用統計方法去研究教育問題的時候，雖然不是千篇一律都有一樣步驟，但是也可大致看出有些必需的層次，而這些層次也有一個較爲節時省力的秩序。現在依次略述如下。有許多步驟，在下面各章中會再有詳細的解釋及引申。

1. 事前計畫　認定題目及劃清疆界以後，就要作一個初步計畫。估量材料的性質及來源，列出進行的步驟，時間的分配，等等問題，都在這計畫中要想到。有人說「一個圓滿的計畫等於成功之半」未嘗不含有眞理。

2. 收集材料　有計畫後，卽可進行去收集題中有關的可靠材料。關於收集事實的方法一類的問題，第二章中將有較詳的申述。

3.材料之審查　材料到手後，第一步就要看看是否對題，是否可靠，是否充足。若是看出三項中某一項有欠缺，就應立刻按情節之輕重，加以修改或重新收集。這樣一來，可免除白費計算工夫的弊病。

4.材料之初步登記及分類　材料認爲可用以後，卽應將其登記以便計算。常用的登記，是一種對照表的格式。有許多時候，用卡片的登記是較爲有益。（詳情見第二章）從這步登記材料就可列出次數表，次數圖次第排列，及各種的分配來作計算的根據。（見第二章）

5.計算方法之選擇及計畫　統計量數很多，求得某一量數有時也可用幾個法子。究竟應該求那些量數和如何求法，非等材料收集及整理後不好決定。這時的選擇並無其他法門，只要認清問題的主旨，看出材料分配的大概，并明白各量數各算法之根據，卽可達到目的。選得方法之後，卽可預計各法所需的分配圖表，看其中是否有可公用的地方，或是彼

此對照的地方。然後斟酌情形，擬出計畫，何者先算，何者後算，何者可以雙方備用等等，庶幾計算時可按步就班依次進行，用最經濟的時力得最可靠的結果。

6. 各種量數之計算　計算時的要點前節業已提出。有計算表（如乘方表，對數表，等）及機器（如算盤，計算機，等）時，大可用作襄助，來節省時力減少錯誤。計算的正確與否，非校對無從知曉。有時可用公式去校對。但是最方便的是二人各作，再拿結果來對照。（參看附錄中計算表之解釋）

7. 結果之解釋　求出結果以後，就要看這結果的意義。頂要緊的，是審查結果是否能對原來問題供給答案。許多時候，這問題不很容易用「是」或「否」來解決。即是說結果也不供給圓滿答案，但也不是完全無答案，乃是在某種範圍之中可有答案。所以通常解釋結果的困難，不在

決定結果是否對原來問題有答案，而在描寫該答案的某種範圍。這種範圍之如何描寫及意義之如何限制，在第七章中另有申述。

8. 結果之發表　結果既已求得，解釋也已決定，那就可把報告寫出公之於世了。通常的報告是包括下列各項；題目或問題，問題的價值，研究的方法，材料的來源，所得結果及其意義，再加以結論。報告結果的地方，不妨製作圖表，以醒眉目。他人關於此問題的結果，也可引入比較。寫報告時最要留意事實；要寫得簡單，明晰，準確；要令人容易了解而不容易誤解。

照這樣列出來，大致可以看出統計方法的整個範圍，而不致忽略其中的某部分。但是要求每步的結果圓滿，也不是某一種訓練可以作到。有些是需要教育上的學識，有些是需要忠實精細的態度，有的是需要統計學的知識，有的是需要算法的瞭解與熟悉。本書的目的，是在應付最後

兩種需要上，作點初步工夫。其他的雖是在統計範圍，但非本人努力是無法求得的。

運用統計方法時應有之態度　本章曾提到許多統計學之用途或好處。在結末一段要講明的，卽是用統計的人應明白統計，但不要迷信統計是一個萬能無誤的金科玉律。善用統計的人，知道一切的長短優劣，老實承認其中的缺憾，錯誤。不懂統計的人才怕見錯誤或缺憾，而去遮掩。統計學所得之結果，很少有完全可靠的。但是可靠到怎樣程度，卻可有法子曉得。因爲這樣，所以統計學的好處，不在能擔保得最可靠結果，而在所得結果都能算出是可靠到甚麼程度（見第七章）。根據這一點，故統計仍然是可有許多發揮，許多應用。統計方法是幫助我們得客觀批評態度的工具。對於統計方法本身，我們也應用嚴格的批評眼光，察出其限度及短長所在。有了這個基礎，就可在運用統計方法或審查人家所

用統計方法時，知道一些分寸，能就其眞實價值爲準繩，而不致於有得法不善用的危險。

第二章　事實之收集及整理

事實之性質及種類　教育統計的原料是各種教育事實。比方學生的分數，班次的人數，成績的高下，等等，都是事實。統計上所用的事實多半是數量的，但也不全是那樣。例如我們說張三國文好李四算術差，或是說張三國文是全班第一李四算術是最壞，或是說張三國文得九十八分李四算術得十九分，都是事實。其中有的是說好壞，有的是講高低，有的是說若干分數。或者，有的是量的，有的是質的。普通說起來，屬於質的事實易講難算，屬於量的事實難講易算，但是兩者都可講可算。照上述的例，我們要講張三國文好是比去查他的分數或在全班中位置爲容

易，但是用『國文好』去作統計算的根據卻不及用『國文第一』或『九十八分』來算爲方便，爲準確。計算質的事實的統計方法不是太簡就是太繁。太簡的意義含混，太繁的計算麻煩。所以通常統計事實，是以量的一類爲主。不過我們同時應明白質的事實的存在及意義。以前有某人說：「世間所有事實，皆有數量，皆可量度，」且曾經多人引用。但嚴格說來，這話若不加詳註，實係似是而非，引人誤解。

無論是質的或量的事實，都有直接間接兩種。直接的就是原來材料拿來應用，例如檔案，單據，帳簿，試卷，實驗記錄等件，從未經人轉過手的東西。間接的就是經過一道或多道手腳，已列表或歸類的，例如成績表，決算報告，引用他人的報告等等東西。間接材料用時雖較方便，但是多不及直接或原來材料的可靠，因爲多經一人的手就多有一個錯誤機會的原故。所以收用材料時，總以愈近原來的事實愈好。用時雖或許

較多費整理工夫，但至少沒有「不可靠」的危險。

收集事實之方法　用間接材料時，收集較爲容易，多半只須抄錄或綜合而已。收集直接材料時，可用計數，估量，量度，觀察，記錄等法。至於甚麼時候用那種方法，卻是要以問題性質及事實的來路爲轉移。收集時所用的單位究竟是要怎樣的大小，也是沒有定規。普通辦法，是收集時的單位要比計算時的單位小一等。因爲材料是計算的根基，而材料上所欠缺的準確程度是不能由計算精良去挽救，所以收集材料的人必須有經驗，有一定的方法及忠實的態度，才能得可供日後應用的事實。

取樣　我們買三斤橘子時，總要先嘗兩個看是否可口。考書記時，總要他寫兩張字看是否清晰。這種辦法，平常說是看樣子，照統計學講就是在全體中抽一部分來作全體的代表。先嘗的一個橘子是代表所有那筐橘子。若是這個甜，我們就說那些都好，於是買了三斤。書記寫的兩張

字是代表他所寫及未寫的字。若是這兩張筆畫不整，我們就說他字太不行，而他就考不及格。但是這種辦法，有時結果不佳。我們買的三斤橘子，或竟吃出來有五六個酸的。那不及格的書記或本來寫得好，只是考時心急或墨盒太乾所以寫不好。在這種情形之下，我們就說所取樣子是靠不住的，或是所看的一部未能代表全體。

這種辦法，就是所謂取樣，結果不好的時候我們就說取樣不良。取樣不良的原故，一是樣子太少，一是取來不得法。買橘子時，多嘗幾個是比較靠得住；大的小的，紅的黃的，筐面上的筐底下的都嘗嘗，就比專嘗大的或紅的要可靠些。所以在全體中若是任意取出多數樣子，根據那些樣子所得之結果，就可與根據全體所得的結果相仿佛。這個就是所謂的「大數之統計規則性」。因爲有這種情形，所以我們可以不必看過全體的每一部分，卽可對全體下結論。結論之是否得當是由取樣之是否得

法及是否充足而定。比方從一個六歲兒童的高度，我們也可推測所有六歲兒童的平均高度。但是若有三十個六歲兒童，由他們的平均高度去推測一班六歲兒童的高度必較可靠。若能量度兩三千散處各地且家庭貧富不同的六歲的兒童，由那樣得來的結果，必同根據所有六歲兒童的高度得來差不多。差不多的意義是差別（不是完全一樣），但差得不大，離得不遠。究竟是差到怎樣程度，也有方法算出，以後要提到的。

普通所收集的材料，都不免是一種取樣的手續。有時是排出一部分的人，有時是排一部分的工作，有時是用一部分的事實。不在取樣方面有相當的了解及注意，就難免有取材不謹嚴不周密的弊病，且難明白結果的價值。

初步登記 事實收集後，便要登記下來，預備日後應用。這種登記，有時可用對照表的形式。若是要登記某班學生身長體重的事實，就可用

下列格式：

人名	身長	體重
趙一	62寸	95磅
錢二	58	83
孫三	69	104
李四	53	76

這種對照表，到了人數過多，或項目過多時，就非常不方便。用來列計算根據或分類時，太嫌麻煩且多錯誤。較好的方法，是每人用紙一張或卡片一張，只載關於一人的事。例如要將上列事實載入卡片時，我們可先決定每卡片上位置分配是這樣：

姓名	身長	體重

這四個人的卡片，就有下列的樣子：

趙一 62 95

錢二 53 83

孫三 69 104

李四 53 76

卡片的好處，在每份事實，自成單位。組合分類的時候，卡片可以隨意排列搬動，不像在表中的一行那樣無法動搖。

有些統計算法，是根據這種只經初步登記的事實。計算上多較麻煩，但因事實原來面目絲毫未損，頗有準確方面的價值。其他算法之是否可靠可用，也多以其與此種算法所得結果之是否相近爲準則。

簡單次數表　在分析或類別事實的各種圖表之中，以次數表的用途爲最廣，作法爲最簡單。次數表也是一種對照表，不過是把類名與該類的次數對照而已。例如某校學生家長的職業可以列成次數表如下：

家長職業	學生人數
學界	285
商界	172
政界	123
軍界	54
未詳	38
學生總數	672

用數量事實列次數表的時候，類名一邊就依次第，由大至小，分成若干組　每組的大小相等。因爲這種次數表用途較廣，作時步驟較多，故將層次詳列如下：

1。查出所有量數之中最多少的兩個，並求其間的距離　比方是要把學生的身長列出一個次數分配，第一步就要從對照表或是卡片中去查最高最低二人的寸尺，再查兩人之間是差若干。

2.決定類數或組數，並定出組限　已得第一步結果後，卽應決定分配中要分若干組或若干格。組數之多少也須以問題性質及材料情形而定，但過多過少均有弊病。過多時雖然事實與原來面目相近，但計算上的繁難與用未曾集合或歸類的原來事實時相等。過少時雖計算容易，卻又太失原來面目，眞相難明。所以應當折衷辦理，一面保持原來面目之大部分，一面又使計算可得稍簡省。普通的慣例大致是由十組到十五六組，但是並非定律，可以情形斟酌。

定妥要用若干組時，就可拿組數去除第一步所得的距離。比方我們查出某班學生中最高是70吋，最矮的是41吋。中間的距離是29吋。假設我們決定用十組，就可用10除29吋，得2.9吋，或是3吋爲每組的距離或寬度（組距）。由這種辦法就可把全班兒童分成十類，或十組，每組之中身長之差是不出3吋的。

規定組距以後，就要標出組限。比方我們用3吋作組距的時候，還並不知道從那一吋起到那一吋止的三吋爲一組。所以必須標明。這個每組的起訖就叫作組限。組限有時是這樣標出：40—43, 43—46, 46—49, 49—52, 等等。每組中間是三吋。但是遇到一個43吋的或49吋的學生，就發生困難，不好把他配入那一組，因爲有兩邊都有43或49。比較好一點的方法是把組限推下半個單位。比方這個例中單位是吋，我們就寫39.5—42.5,42.5—45.5,45.5—48.5等等。照這樣寫仍然是每組三吋，而43,49等都有一個確定位置了。每組組限中間數量大的一個叫作頂限，數量小的一個叫作底限。

3.用組限列表，按組分配　有了組限以後，就可列成一表來起始分配。表的形式如下，組限都依次列成一行，數量大的在上。然後再拿初步登記的對照表來看。比方見了對照表的第一行，或是趙一那張卡片，就

知他的身長是62吋。再到表上去尋，看62是介乎那一組的兩個組限之間，他就應配入那一組。我們在組限中看見 60.5—63.5是一個比62大，一

組別	分配	次數
66.5—69.5	///	2
63.5—66.5	// 卌	5
60.5—63.5	/ 卌	7
57.5— 0.5	卌 卌	7
54.5—57.5	/// 卌 卌	9
51.5—54.5	//// 卌	13
43.5—51.5	// 卌	10
45.5—48.5	// 卌	6
42.5—45.5	卌	7
39.5—42.5	//	3
總數		69

個比62小，就知道62應入該組，所以在那行後面作一記號。再看第二行或是錢二的卡片，就知他的身長是58吋。一看表上只有57.5—60.5一組

是一個組限比58大，一個比58小，所以將其放入該組，在後面也照樣劃個記號。孫三的69吋，錢四的53吋，也是如法辦理，一個配入 66.5—69.5一組，一個配入 51.5—54.5一組裏面。其他的學生也是如法泡製，各進一類。劃的記號頂好是到了五個成一段落。劃四直加一橫卌亦可，一筆筆去寫正字亦可。例如某班學生的高度，分配完畢時就有表中中間一行的情形。

4. 按組點數列出次數　分配妥貼後，卽可每組去點數，把劃的記號一五一十加起來看每組得多少，再用數目字寫在次數一行的下邊。例如42.5—45.5 一組共有七個記號，就在那行後面寫個7字。意思就是說，配入該組的共有七次。每組都列出次數以後，可把各組次數加起來，成爲總次數或總數。

次數表的利益；在能把散漫的事實集合成爲若干組。一面卽可表現幾

種情形，一面可作各種計算的起點。比方從上節的次數表，我們卽可看出某班中比 52 吋高的有若干人，或 58 吋至 64 吋之間有若干人，等等。因爲次數表是把原來事實集合成組，也就發生了一個缺憾，卽是多少失去原來的特性，對結果之準確上，不免有影響。

累積次數表　從上節的簡單次數表，還可列出一個累積次數表。其所表示的不是每組的次數，乃是該組次數及以前各組次數之和。累積次數可以從多的一頭算到少的一頭（上↓下），也可由少的一頭算到多的一頭（下↓上）。兩種排法，對於算中數，二十五分差，百分値等量數時，都有幫助。

現在用上節的次數表作出累積次數來示例。下表第一行列的是組別，第二行是次數，第三行是由少至多（向上）的累積次數，第四行是由多至少（向下）的累積次數。

組　別	次數	向上累積次數	向下累積次數
66.5—69.5	2	69	2
63.5—66.5	5	67	7
60.5—63.5	7	62	14
57.5—60.5	7	55	21
54.5—57.5	9	48	30
51.5—54.5	13	39	43
48.5—51.5	10	26	53
45.5—48.5	6	16	59
42.5—45.5	7	10	66
39.5—42.5	3	3	69
總　數	69		

現在取一組來看。例如51·5至54·5一組，其次數是13，表示有十三人的高度是在這三吋之間。第三行的累積次數39，是表示51·5至54·5一組以及數量較小各組（以下各組）一共包含三十九人，或是3+7+6+10+13=39，或是高度在54·5（頂限）以下者共有三十九人。這行的數目

，就是把該組次數及數量較小各組次數相加而得。（數量大小是在組別上看出，與次數之多少無關）。第四行的累積次數43是表該組及數量較大各組一共包含四十三人，或是2+5+7+7+9+13=43，或是高度在51.5（底限）以上者共有四十三人。這行數目得來，是把每組次數加起數量較大各組（以上各組）次數之和。

從兩個方向的累積次數，就可看出每組次數及其以上或以下各組次數之和，或是在其底限以上或頂限以下的總次數。

等級排列　整理事實時，有時也不一定要分類或列次數表。例如把一班的分數，身長，或他項事實，依次序排列，也可表明許多情形，計算許多量數。等級排列的意義，就是說把事實按數量排個高低。比方叫最高或最重的爲第一，次一點的爲第二，再而第三，第四，以至最末，又或是把成績最好的取第一，次一點取第二，再而第三，第四，一直到最

壞，都是等級排列。

若是初步材料是用卡片登記，這功作就比較簡單，只須把卡片依次排好，再抄下每張上的數目卽可。若是事實在對照表上，就較困難，因爲需要詳細查閱每格的數目又要隨時記住已排到的等級。表較長時，簡直非常費時，且易遺漏及看錯。在這種情形之下，若用分析圖，就較易作難錯，且作好此圖，卽可用來作計算根據。

分析圖的形式如下：頂上一行是固定的，左邊的直行是看材料情形而定。圖中所用係本章末練習一的事實，其中最小的數目是56，最大的是139，所以左邊一行，是從5至13。5的一行十個橫格是代表50,51,52,……58,59,13的一行十個橫格是代表130,131,132……138,139。比方我們看見練習中第一個分數是129，第一步就要看出12的一行再橫數數到9的一格，畫一記號。第二個分數是60，就先看着6的一行，找着0

下的一格，作一記號。全班二十八個分數都是這樣作去。都放完了，每橫行加出一個總數，再直的加起來，看是否有遺漏。這些分數，都排好

單 十	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	總
13								2/		1/	2
12				5/		4/				3/	3
11	7/						6/				2
10	12/				11/		10/	9/		8/	5
9	16/	15/	14/		13/						4
8					18.5//			17/			3
7					24/	23/		22/		20.5//	5
6	27/		26/							25/	3
5							28/				1
總數											28

後，只須添上小字，就一目而知那個是第幾了。寫小字是從上至下一行一行寫，因在上的行數目比下面的大。每行之中，是從9字這頭往0字

那頭寫。所以頂上一行，右邊一個是第一，左邊一個是第二。第二橫行(12的一行)中三個是第三，第四，第五。但是這樣寫寫到8的一橫行應格外注意，就是84一格有兩個記號。那兩個記號，是表示得84分的有兩人。他們上面得87分的那人等級是第十七，如是他們便把十八十九兩個等級拿來平分，每人都得第十八半。還有兩個都得第二十半，也是這一樣的來歷。若是一格中有三個記號，就拿三個等級來三人平均，四個就四人分。照這樣排來，最低一人的等級是與總數相符。例如這班二十八人，分數最低的一人就是第二十八。若是兩個不符，必是排列中有錯。

根據等級排列，可以計算中數四分差，等級相關，等等量數。但是次數過多時，排等級的辦法過於費事，還不如分組列次數表爲利便。

次數分配之圖示　次數表中所表示的分配情形，專仗數字代表，有時不甚明顯。若目的不在計算而在使此種情形能明白顯出，就可用圖示法

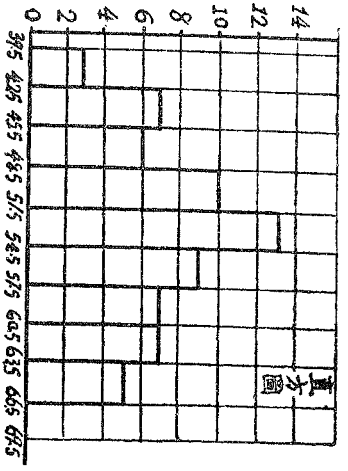
本節所述的兩個法子，都是比較準確，比較易作，且較常引用的。其他圖示方法，另見專書。

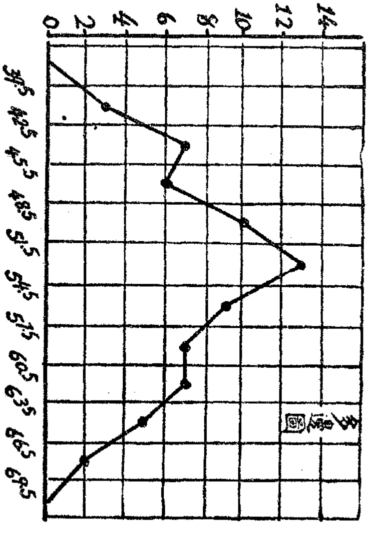
現在要講的直方圖和多邊圖，都是用面積代表次數的法子。直方圖的作法是在橫坐標（橫軸，或底線）上列出組限，在縱坐標（直軸，邊線）上列次數。然後看某兩組限之間次數是多少，就在那個高度畫一橫線，再由兩組限的地畫兩條垂直線上昇與橫線相交，卽畫出該組的直方圖，其中面積代表該組次數。各組都如此畫完，卽得全體的直方圖，面積代表總次數。

次數多邊圖的作法，與直方圖大同小異。作直方圖畫橫線的時候，作多邊圖就只在該組兩限之正中，與次數適宜之高度之處作一點。把各組之點連起卽成多邊圖。現將前例的次數表，畫成直方圖及多邊圖如下：

兩種圖示都是用面積代表次數。就每組的面積言，則直方圖較多邊圖

爲準確，全體面積上兩者無大差別。多邊圖的線與曲線相近，亦有便利之處。





圖示是統計方法中的一部分，在表示某種情形時頗有貢獻。但是並非統計中最要的原素，更非統計方法的全部。因爲這種方法多是由統計中介紹，如是就引起了一種以爲統計只是圖表的誤解。這種誤解是學統計

的人應當避免及破除的。

練　習

1. 某小學某班學生二十八人，經過智力測驗後，所得分數如下：129,60,84,91,107,116,84,79,92,56,90,137,74,106,62,123,109,77,104,69,94,100,79,125,87,110,139,75.求超過一百分者有若干人？得分在80與100之間者有若干人？從本章中所列之分析圖中求這兩題答案是否較易？

2. 某中學一年級學生五十人，其該法測驗分數如下：171,169,128,141,106,146,87,114,187,133,151,131,150,118,142,166,158,101,159,126,136,137,152,137,132,133,151,145,152,157,144,140,111,150,152,137,146,128,145,153,149,114,135,131,161,95,134,124,125,167，試作分析圖將其排出等第，並查看其中是否有分數相同者。

3. 若把此五十人分數列成次數表，分成十組組距應是若干，分成二十

組組距應是若干？

4. 用五十人分數列成次數表，用 169.5—179.5,159 5—169.5 等作組限。

5. 用練習四表中次數，畫一直方圖及一多邊圖。

6. 用練習四表中次數，作由多至少及由少至多之兩個累積次數表。

7. 此五十人中得 157 分者是否列在前十名之內？得106分者到得126分者之間有若干人？得126分者至136分者之間又有若干人？

8. 五十人中分數在109.5至119.5之間者有若干人？在99.5至129.5之間有若干人？在139.5至159.5之間者佔百分之幾？

9. 五十人中分數在129.5以下者有若干人？在159.5以上者有若干人？在119.5以下者有若干人，以上者又若干人？

10. 有大學生1056人，在某種智力測驗上分數之分配如下：

組別	次數	組別	次數	組別	次數
14.5—19.5	4	79.5—84.5	41	144.5—149.5	33
19.5—24.5	1	84.5—89.5	55	149.5—154.5	29
24.5—29.5	2	89.5—94.5	47	154.5—159.5	22
29.5—34.5	3	94.5—99.5	58	159.5—164.5	25
34.5—39.5	17	99.5-104.5	44	164.5—169.5	16
39.5—44.5	11	104.5-109.5	52	169.5—174.5	9
44.5—49.5	23	109.5-114.5	65	174.5—179.5	9
49.5—54.5	16	114.5-119.5	44	179.5—184.5	2
54.5—59.5	38	119.5-124.5	48	184.5—189.5	4
59.5—64.5	41	124.5-129.5	62	189.5—194.5	1
64.5—69.5	29	129.5-134.5	42	194.5—199.5	2
69.5—74.5	45	134.5-139.5	51		
74.5—79.5	39	139.5-144.5	26		

試將此表中次數畫一直方圖。

11. 試將練習10中事實分配之組距改成10分，用9.5—19.5,19.5—29.5等之組限另作一次數表，並畫一直方圖。

12. 試將組限再改成 9.5—29.5,29.5—49.5,等，再作一次數表及一直方圖。比較練習 10,11,12,中三次數表及三直方圖之異同，並加解釋。

第三章　集中趨勢之量數

集中趨勢　若是我們量了五十名學生的身長，或測驗了兩百學生的智力，要想用一個數去表示大概情形，那就非集中趨勢的量數莫屬•集中趨勢是表現全體中一種普通朝中間集合的情形，或是集中時應有的情形。這些量數有的是看全體中各人平等時的現象，有的是看在全體站在最當中的是怎樣，有的是看那種樣的人多些，等等。但是公共的目標，是在用一個數去代表全體的大概。

平均數　集中趨勢量數中最常用而可靠的是平常我們知道的平均數。平均數所表示的，是所有分數（或其他數值）都相等時應有的分數（或數值）。辦法是把所有的分數或（數值）一齊加起來，再按人數平分。計算的方法有三種。

1. 根據初步登記的算法　比方我們用第二章末練習一的材料，要看若是大家分數相同時，這二十八人，每人應得多少。辦法就是把二十八人分數加起來，再平分成二十八份。如是就列出129＋60＋84＋91….＋139＋75＝2658，再列出 2658÷28＝94.93，這個辦法，若是列出一個公式，就有下列的樣子：

$$平=\frac{各項之和}{總}$$　（公式1）

平＝平均數。各項之和＝每項相加的得數＝2658。總＝總共所有的項數＝28。依公式代入：

$$平=\frac{2658}{28}=94.93.$$

這是計算平均數的基本公式，但是若事實過多，照這按項直加，卻是繁難易錯。因之，常用的方法還是根據次數表的幾種。

2. 根據次數表用組值的算法　將這二十八人的分數，作成次數分配，

其組限及次數就有如下表的第一第二行。

組　　別	次數	組值	組值×次數
129.5-139.5	2	134.5	269
119.5-129.5	3	124.5	373.5
109.5-119.5	2	114.5	229
99.5-109.5	5	104.5	522.5
89.5—99.5	4	94.5	378
79.5—89.5	3	84.5	253.5
69.5—79.5	5	74.5	372.5
59.5—69.5	3	64.5	193.5
49.5—59.5	1	54.5	54.5
總　　數	28		2646

第三直行是列下每組之中點，叫作組值。求法是將每組頂限加底限以二除之卽得。例如第一橫行的組值卽是(129•5 + 139•5) ÷ 2 = 269 ÷ 2 = 134•5第四直行把每組的組值乘次數，卽是用第二第三兩行依橫行相乘，例2 × 134 = 269，3 × 124.5 = 373•5等。將第四直行一共加起，卽得組值乘

次數之總和。以總數除此和，即得平均數。列成公式就有下列的形狀：

$$平=\frac{(組值\times次)之和}{總} \qquad (公式2)$$

「平」仍是等於平均數。組值＝每組的中點。次＝每組的次數。「之和」＝把所有括弧中的那樣東西加起來。總＝總數。本例中總數＝28。（組值×次）之和＝2646。代入公式：

$$平=\frac{2646}{28}=94.5$$

這個平均數94.5與由公式（1）求得的94.93不一樣。不一樣的原故，是因爲用公式（1）的時候每項的原有價值絲毫無損，而用公式（2）的時候是假定每組中的次數都集中在組值或是均勻的分配在其上下。比方講119.5到129.5一組，次數是3，這假定就說這三人的分數若不是都等於124.5，三人的平均就是等於124.5。但是一查第二章中這起事實的分析圖就知道這組中的三個分數是123，125，129，既不都等於124

•5，平均也不是124•5。用公式（1）時，這三個是都照原有分量，用公式（2）時，是假定三個都是（或平均等於）124•5。其他各組，都是一樣情形。因爲是根據這種假定來計算，故除非每組都完全與假定相符，或各組之間能把所發生的差異完全互抵，則公式（1）與公式（2）的結果是不會相等的。要每組中的事實都是照這假定的形式分配，是不常有的事實。同時，去希望每組當中因事實不符假定而生的差異在總計時恰巧互抵，也是難於見到。所以根據次數表的計算。與根據原來事實的計算是很難完全符合的。但是因爲這種差異，各組間多半可以抵消許多，差異就照例不大，而同時計算上是較爲省事，故雖小有不符也無關大旨。這是所有用次數表的計算法的根本假定，以及其雖不全符事實而能有用的理由。

3.根據次數表用假定原始點及等值的算法　用公式（2）的算法，雖

比公式（1）簡便，但是表中第四直行中的數目仍然很大，加來仍是麻煩易錯。如是另有一法，避免組值一行的大數目，用一些小數目來替代計算。辦法是另設一直行，在較估中間的一橫行以〇爲記，假定作原始點。由〇向上，每組依次排出1,2,3,4，由〇向下，依次排出－1，－2，－3，……，如下表的第三直行。

組別	組值	次數	等值	等值×次數
129.5-139.5	134.5	2	5	10
119.5-129.5	124.5	3	4	12
109.5-119.5	114.5	2	3	6
99.5-109.5	104.5	5	2	10
89.5—99.5	94.5	4	1	4
79.5—89.5	84.5	3	0	0
69.5—79.5	74.5	5	－1	-5
59.5—69.5	64.5	3	－2	-6
49.5—59.5	54.5	1	－3	-3
		28		28

然後以第二直行之次數乘第三直行之等值，卽得第四直行之各數。用此表計算時之公式如下：

$$\text{平}=\text{假}+\left[\frac{(\text{等}\times\text{次})\text{之和}}{\text{總}}\right]\times\text{距}\qquad(\text{公式}3)$$

假＝假定原始點＝等值是零那一組的組值。本例中是84.5。（等×次）之和＝把各組等值乘次數的得數都加起來。本例中是等於28。總＝28。距＝組距＝每組頂限底限間之距離。本例中是10。代入公式，卽得：

$$\text{平均數}=84.5+\left[\left(\frac{28}{28}\right)\times10\right]=84.5+\left[1\times10\right]=84.5+10=94.5$$

結果94.5與用公式（2）之結果相等，因此公式原係由公式（2）演出。（用等值＝$\frac{\text{組值}-\text{假定原始點}}{\text{組距}}$卽可）兩個之不同，第一點在認定較中間一橫格作原始，上下分列正負，使有抵消機會，數目可較小。第二點將各組中點之差改成以組爲單位，節省計算麻煩。因爲第一點，所以公式前面用假定原始點作起點，因爲第二點，所以公式後面用組距去乘，才

能符合事實，而使結果與公式（2）相等。

中數　另有一個集中趨勢的量數，是去求在全體最佔中央的一項，比方求一個高度適中的人，或是分數適中的人，來代表全體。所求得這個適在當中的價值，便是中數。計算的方法可分述如下：

1.根據等級排列的算法　這個量數，不能由初步登記的材料直接算出，必須要有排列才行。所以第一步，就需把事實按數量大小排出等第。排好後再以2除總數，看得多少。然後就從任何一端數起，數到總數的一半，看是在那一項，那一項就是中數。例如有七個人，國文分數是84,73,92,64,88,63,84。將其依次排來，有下列的情形：

92,88,84,80,73,64,63

以2除7,得35。從任何一頭數起，第三個半是在80,故中數等於80。在此即可看出，中數的上下各有相等的項數，不然怎好說是當中的一項呢。但

是這是七個人，（總數是奇數）所以較爲容易。若是成了八人（總數是偶數）又當怎樣？假設方才七人中加了一人，分數是76，那八個人的等級排列就有如下列：

92,88,84,80,76,73,64,63

以2除8得4。從上數4得80，從下數4得76，那一個是中數呢？照定義講起來，80與76之間，任何一數都行，因那數總是在當中，每邊四項。但是普通辦法是求80與76之平均來作中數。所以在這例中，中數是等於（80＋76）÷2＝78 。若是在中點兩旁之數有相同的，如：

90,80,78,78,74,72,71,70

中點是在78與74之間，但78有兩個，故通常不說中數是等於（78＋74）÷2＝76，而是將兩個78都算入，列成（78＋78＋74）÷3＝76.7。

用等級排列算時，若是總數是奇數，就數至正中一項卽得。若總數爲

偶數時，就將中點兩邊的兩項平均。若兩項有同樣，則將其包入，按數平均。

2.根據分析圖的算法　若是用分析圖排等級的話，計算中數時，就數都可不必數。總數是奇數時，就只須看得正中等級的是那個數（比方七人中看第四，十一人中看第六）。總數若是偶數就拿在正中的兩個等級的來平均。若是剛巧在這兩個中有等級相同的，也就一齊加入，大衆平均。例如我們要去求第二章練習一中事實的中數。那些事實已在第二章中列好一個分析圖，可用那圖去算。我們一見總數是28，就知要用第十四與第十五兩個來算。看圖上第十四是92，第十五是91，兩者都無等級相同的。所以中數就等於（92＋91）÷2＝91.5。

3.根據累積次數表的算法　若用已歸入次數表的事實去計算中數時，第一步就要先列累積次數表。現仍用上節原例列表如下：

（表中次數一行係從公式（2）的計算表中抄來）

組　　別	次數(f)	累積次數(向上)(fup)	累積次數(向下)(fdo)
129.5-139.5	2	28	2
119.5-129.5	3	26	5
109.5-119.5	2	23	7
99.5-109.5	5	21	12
89.5—99.5	4	16	16
79.5—89.5	3	12	19
69.5—79.5	5	9	24
59.5—69.5	3	4	27
49.5—59.5	1	1	28
總　　數	28		

有了累積次數表以後，可照下列步驟進行：

甲.將總數以2除之。28÷2＝14

乙.在表上認出中數所在之格。辦法是在第三直行中由下向上看，看那

一組的累積次數是第一個超總數一半的就是。表中16是第一個超過14的累積次數，所以知道中數是在89.5—99.5一組之中，就叫那組作中組。

丙查該組底限下之累積次數。（12）在總數一半中減去此數，14—12=2。

丁將前一步得數以該組次數除之，再以組距乘之。$\frac{2}{4}\times 10=5$

戊將前一步的得數加在該組底限之上卽得中數。89.5+5=94.5

將這些步驟列成一個公式，就得下列：

$$中=中底+\left(\frac{\frac{總}{2}-下累次}{中次}\right)\times 距 \qquad （公式4甲）$$

中=中數。中底=中組之底限。本例中爲89.5。下累次=中組以下之向上累積次數。本例中爲12。中次=中組次數。本例中爲4。總=28。距

=10。故：

$$中=89.5+\left(\frac{14-12}{4}\right)\times10=89.5+\frac{2}{4}\times10=89.5+5=94.5$$

這算法的根據是如下：求中數是要看中點在什麼地方，所以先在累積次數表上去尋出總數之半所在的一組。得了這組，就要看該組底下已經有了多少（底限下之累積次數），以及在該組中應補的多少（總數一半減向上累積次數）。比方在這個例中就知底下已去了12，該組中應補2。再一步就要看要補的數在該組次數中佔何成分，（以該組次數除之）比方例中要補2而該組次數是4，要在4個中間取2，就等於一半或是.5。既然知道要取多少成分（.5）再以該組距離乘之，就可知該成分應得的距離（.5×10=5）。把這距離加在該組底限上，便得了中點或是中數了。

用這公式的結果（中數=94.5）與前一節用分析圖所得（中數=91.5

）不同。原因是一用原來事實，一用次數表。詳細解釋見公式（2）的說明。

上述的算法及公式，是由數量小的一頭數起，或是用向上的累積次數。計算中數時，若是由數量大的一頭數起，或是用向下的累積次數，也是一樣。用原來這例，我們可在表上再加一行，列出向下的累積次數再用下列公式計算。

$$\text{中}=\text{中頂}-\left(\frac{\frac{\text{總}}{2}-\text{上累次}}{\text{中次}}\right)\times\text{距} \qquad (\text{公式}4\text{乙})$$

中頂＝中組的頂限。本例中爲99.5。上累次＝中組以上的向下累積次數。本例中爲12。其他俱與公式（4甲）相同。將各數代入，則中數$=99.5-\left(\frac{14-12}{4}\right)\times10=99.5-\frac{2}{4}\times10=99.5-5=94.5$。結果與公式（4甲）所得的一樣。本來從上數下的一半與從下數上的一半當然應是在一個地方。公式（4甲）與（4乙）的差別，只是在方向不同而已。

衆數　除開上述兩種，還有一個集中趨勢的量數，就是用發現最多的數值作代表，名叫衆數。在只經初步登記的材料當中，次數最多的地方卽是衆數。例如十人之中有四人是在當地住了五年，三人住了一年，二人住了二年，一人住了七年，衆數是在五年，因爲人數最多。比方第二章練習一中二十八人的分數，衆數就在84同79，因爲得那兩個分數的人一樣都是最多。有兩個衆數的情形叫做雙峯狀態。

若是事實已列成次數表的時候，就只好求一個大概衆數，因爲眞實衆數算來太麻煩。照俞祿說，已經整理的事實的衆數，是那個從事實分配求得之修勻次數曲線之最高點之數值。計算程序中，曲線修勻是第一步，而那方法卻是遠超本書範圍之外。大概衆數，可說是次數最多組的組值。只須在次數表中求出次數最多的一組或幾組，再查其組值卽得。比方本章中公式（2）示例的次數表，就有兩組次數最多（5），一組是

99.5—109.5，一組是69.5—79.5。那兩組的組值，是104.5及74.5。所以那椿會經分配的事實的大概衆數是104.5及74.5。我們若留意時，當可看出這種大概衆數，會因組距或組限之更動而發生變異。其用途也因之不廣。

其他的集中趨勢量數　上文所解釋的幾個量數，並非集中趨勢量數的全體。此外還有兩種。因爲應用較少，所以不詳述算法以及示例。但是也不妨認識其意義。

一個是叫幾何平均數。算法不是像求平均數那樣把所有各項加起用總來除，乃是把各項相乘而將乘積開總數那樣多次數的方（或是求總數那樣多次數的方根）。若是事實中間看出有幾何級數的傾向，就應用這法。因爲有了這個幾何平均數，就有人在我們上述的平均數頭上加「算術」二字，以示區別。

另一個是叫調和平均數。算法是求每項的倒數，加起來平均（或用總數除），再求商數的倒數卽得。這種反來反去的算法，是在比較兩種相反單位的結果時，有以應用。例如計算寫字速度，有人用每分鐘若干字作單位，有人用每百字若干時間爲單位，兩人所求得的平均數頗不易比較。但是若一人求出調和平均數，便可與另一人的平均數直接相比了。

三量數之比較及用途　前文詳釋之三種集中趨勢量數，以平均數之用途爲最廣。平均數的計算是根據實在數值，故可用代數法處理。幾個平均數，可按公式合併計算。比方有一級三班，人數不同，已知各班的某科成績平均，卽可求得全級的平均。辦法是將每班平均乘每班人數再一總加起以全級人數除之。所得結果，與根據每個人成績去求來的一樣。中數及衆數都不能照這樣合併。

平均數因爲是根據實在數值，故愈在兩端的影響愈大。有時這極端的

項目似乎不應有過大的影響，所以有時就不便用平均數。中數是根據次序或等級，每個數值都無直接影響。衆數的用途較前二種爲少。因爲次數太少時衆數無價值，較多時又列成次數分配，只能求大概衆數，大概衆數又是一個不準確的量數。故不如用其他量數爲佳。

集中趨勢量數之圖示　在直方圖及多邊圖上都可用記號將各量數標明。平均數，通常是用一（×）表明底線上的一點。中數因爲是平分次數就是平分面積的一線，所以通常是畫一直線穿過面積。衆數是次數最多的地方，不是最高的一點就是最高的橫線的中點，通常是在由那點的垂直線與底線交叉地方另作一（×）爲記。（示例見第四章末）

練　習

1. 根據第二章練習二之材料，不列次數表，計算其平均數。

2. 根據第二章練習四之次數表，用公式（2）及（3）計算其平均數

。比較兩公式所得之結果。再把假定原始點另置一格計算，看結果如何。爲何是這樣？

3.比較前兩練習結果之異同，并解釋其原故。

4.求下列三家庭中之年齡中數：張家夫婦均是33歲，老母年64，男孩年8歲；趙家大姐10歲，妹妹5歲，兩個弟弟一個7歲，一個才2歲，他們的母親年28，父親年32；王家兄弟姊妹九人，年齡如下，25,14,32,24,28,19,23,17,34。

5.用第二章練習二的分析圖計算中數，及衆數。

6.根據第二章練習六的累積次數表，用兩法求中數，並將結果比較。

7.根據第二章練習四之次數表，求大概衆數。

8.若第二章練習二中之學生五十人所得分數均相等，應是若干？

9.該五十人中有二十五人是超過那一個分數？五十人中在140.6分以

下者佔百分之幾？

10. 在第二章練習五之直方圖中，將其所代表事實之三個集中趨勢量數標出。

11. 根據第二章練習 10,11,12, 之三次數表，計算大概衆數，比較并解釋。

12. 根據前練習中之三個次數表，計算平均數及中數。比較三個衆數之差與三個平均數或三個中數之差，並解釋原故。

第四章　離中趨勢之量數

離中趨勢　單有集中趨勢的量數，並不足以表現事實的情形，因爲有時同是一個平均數，而有的可靠有的不可靠，或是平均雖相等而事實大有不同。請看下列三班的歷史分數：

（甲）　81,82,83,84,85,86,87.88,89,

（乙）　99,99,98,95 75,72,71,71,

（丙）　87,86,86,85,85,85,84,84,83,

三班的平均數雖都是一樣（85），但是三班情形卻有許多不同，而三個85也不是同等可靠。這三班的差別，就是在分散情形或是離中趨勢一方面。

離中趨勢是說一些事實由中點分散的程度。比方上舉的三班，就是乙班分散得最遠，丙班分散得最近。若是專提兩班的平均數來講，並看不出這項分別。用一個離中趨勢的量數，便可把這分別表現。

除了表現分散程度的本身價值以外，離中趨勢的量數還可作計算可靠程度之根據。比方85這個平均數，拿來代表丙班成績，就比代表甲班好些，比代表乙班也好許多。因爲丙班人人都隔85分不遠，而乙班卻無一

人挨得近的原故。普通講起來，是各項離平均近者較爲可靠。其準確比例，另有方法計算，見下第七章。離中趨勢的量數有以下幾種：

全距離　全距離的意義卽是全體上下相差的距離，或是最多與最少的差別，爲離中趨勢量數中最易求之一個。在未經整理的事實中，只須尋到數值最多與最少的兩項，再求兩者之差卽得。已排出等級分配的材料，就可用兩端的兩項相減。例如第二章練習一的事實當中，看出最多的是139，最少的是56，那班學生分數的全距離，就等於 139－56＝83。

根據次數表計算全距離時，因爲每組中各次數究竟有那個數值無法知曉，故只能從最高最低兩組的組限上得個大概。辦法是用最高組的項限及最低組的底限，來求差別，作爲全距離。組距小時還不會有大錯，組距愈用得大就與事實相去愈遠。同時又因爲全距離只是根據最極端的兩項，不足代表全體的分散情形，所以此量數的應用不及下列幾種之廣。

平均差　平均差的意義，是各項事實與平均或中數之差之平均。比方用本章起始時所舉的例，乙班各項與平均（85）之差是 14,14,13,10,10,13,14,14，這些差數的平均是 12.75 。平均差就是 12.75 。計算時每項與平均或中數的差是不論正負，將其加起，因爲照正負互抵時總數會等於零。換句話說，卽是只求其差，不管方向。現將各種算法分述如下：

1.根據初步登記的計算法　用原來事實的時候，第一步就是求出每項與平均數或是中數的差。只看差多少，不管是正是負。將所有的差數加起，以總數除之，卽得平均差。用公式列出，是：

$$\text{平均差}=\frac{\text{（差）之和}}{\text{總}}\qquad\text{（公式5）}$$

差＝各項與平均之差，（不計正負）（差）之和＝把這些差數一齊加起來。用這公式來算時，前例便有下列形式：

分數	差數	
99	14	(99—85)
99	14	
98	13	(98—85)
95	10	(95—85)
75	10	(85—75)
72	13	(85—72)
71	14	(85—71)
71	14	
	10 =差數之和	

總　數＝8

平均數＝85

$$平均差=\frac{(差數)之和}{總數}$$

$$=\frac{102}{8}$$

$$=\underline{12.75}$$

照這法計算，若是項目太多，或是差數算出幾位小數時，就未免麻煩。於是另有一個較簡的方法。

2.根據初步登記的簡單計算法　這個簡法是根據兩個事實：第一就是正差與負差相等，只須求得任何一半，便可乘2而得總和。第二點就是先去求每項與平均之差然後加起，與先把各項加起再去求其與項數那麼多的平均的差，是得一樣的結果。（下面例中有解釋）。簡法的步驟如

下：（甲）將各項依大小排列，（乙）數出比平均小之項數，以平均乘之，（丙）由此數中減去比平均小各項之和，（丁）將前步之得數乘 2，以總數除之，即得平均差。列成公式如下：

$$\text{平均差}=\frac{[(\text{較小項數}\times\text{平})-(\text{較小項})\text{之和}]\times 2}{\text{總}}\qquad\text{（公式 6 甲）}$$

較小項數＝較平均小的項數。平＝平均數。（較小項）之和＝較平均小各項相加之數。用此法算公式（5）的示例，如下：

分數

99　　總數＝8　　平＝85
99
98
95
——平均數　　較小項數＝4
75
72 } 4 項相加得289　　（較小項）之和＝289
71
71

$$\text{平均差}=\frac{[(\text{較小項}\times\text{平})-(\text{較小項})\text{之和}]\times 2}{\text{總}}$$

$$=\frac{[(4\times85)-289]\times2}{8}=\frac{(340-289)\times2}{8}$$

$$=\frac{51\times2}{8}=\frac{102}{8}=\underline{12.75}$$

我們一看，卽可見結果是與公式（5）所得一樣。算法上是怎樣變來卻不易看出。兩公式的分母都是『總數』，是一樣的。公式(6甲)分子後面的2，卽是因前面所求只是所有差數之一半，（只求得75,72,71,71,四項的差）。現在只需證明括弧中的是75,72 71,71,四項與平均數85之差，兩公式的相等便明白了。兩公式所用算差數的方法，不出下表：

85	—	75	=	10	（平均與各項之差）
85	—	72	=	13	
85	—	71	=	14	
85	—	71	=	14	
340	—	289	=	51	
（平均乘較小項數）		（較小各項之和）			

用公式（5）的時候，是一行一行橫算，先算出平均與每項之差，再加起卽得51。用公式（6甲）的時候，只是變更方向，先一行一行直算，得了四個平均之和及四項之和，再求兩者之差而得51。公式（6甲）括弧當中的，便是本表最底下的一行，將其乘2就與公式（5）的分子是一樣的。

上面說的，是用較平均數小的各項來計算。若是用較平均數大的一半來算，也可得一樣的結果。只是手續上更改一點點，或公式上稍換卽行。算時仍是將各項依大小排列，然後數出比平均大之項數以平均數乘之，再由較平均大各項之和中減去此數，再以2乘，以總數除，卽得平均差。公式是這樣：

$$平均差=\frac{[(較大項)之和-(較大項數\times平)]\times 2}{總}\qquad（公式6乙）$$

（較大項）之和＝比平均大各項相加。較大項數＝比平均大的項數。用

此公式算前項事實，卽得：

$$\text{平均差}=\frac{[(99+99+98+95)-(4\times85)]\times2}{8}=\frac{[391-340]\times2}{8}$$

$$=\frac{51\times2}{8}=\frac{102}{8}=\underline{12.75}$$

兩公式既得同樣結果，就可任便用一個。遇了一個人計算時，可用其他一個來校對結果。凡本書中用（甲）（乙）字樣標出的公式都是這樣情形，都有這樣效用。

方才所用的例，或許太規則，看來彷彿是格外合式。其實是任何情形之下都是一樣。現在另用一例來證明上述的三個算法相等。比方有九個人的分數如下：88,85,82,79,64,35,17,15,12 。平均數等於53。用公式（5）時

分數	差數
88	35
85	32
82	29
79	26
64	11
35	18
17	36
15	38
12	41
	266—差數之和

$$平均差=\frac{（差數）之和}{總}$$

$$=\frac{266}{9}=\underline{29.8}$$

用公式（6甲）時，就成了：

$$平均差=\frac{[(4\times 53)-(35+17+15+12)]\times 2}{9}$$

$$=\frac{(212-79)\times 2}{9}=\frac{(133)2}{9}$$

$$=\frac{266}{9}=\underline{29.8}$$

用公式（6乙）時，就是：

$$平均差=\frac{[(88+85+82+79+64)—(5\times53)]\times2}{9}$$

$$=\frac{(398—265)\times2}{9}=\frac{(133)\times2}{9}$$

$$=\frac{266}{9}=\underline{29.8}$$

三個算法的結果，完全都是一樣。所以無論項數是奇數或偶數，差的多少，平均數上下的差數之和必是相等，而這兩個簡法公式總是能應用。

3. **根據次數表的計算法**　事實列成次數表以後，就可根據每組皆等於（或平均等於）組值的假定，求每組組值與平均之差，再以該組次數乘之，卽得該組各項的差數的總和。將各組的差數相加，以總數除之卽得平均差。列成公式如下：

$$平均差=\frac{[次\times(組值差)]之和}{總}\qquad（公式7）$$

次＝每組次數，（組值差）＝該組組值與平均之差（不計正負）。計算時，有如下表。

組　　別	組値	次數	組値差	次×組値差
129.5-139.5	134.5	2	53.6	107.2
119.5-129.5	124.5	2	43.6	87.2
109.5-119.5	114.5	4	33.6	34.4
99.5-104.5	104.5	5	23.6	118
89.5—99.5	94.5	5	13.6	68
79.5—89.5	84.5	4	3.6	14.4
69.5—79.5	74.5	8	6.4	51.2
59.5—69.5	64.5	9	16.4	147.6
49.5—59.5	54.5	7	26.4	184.8
39.5—49.5	44.5	4	36.4	145.6
		50		1058.4

本例的平均數等於80•9。總數＝50。（次×組值差）之和＝1058•4。代入公式：

$$平均差=\frac{1058.4}{50}=21.17$$

因爲這方法是與公式（5）的法子同類，所以也有同樣短處。差數若太繁，或組數次數過多時，計算未免煩難易錯。故此也另有求簡法的必

要。

4。**根據次數表的簡單算法**　因爲要避免計算大數目的困難，所以這簡法也是利用等值及假定原始點。第一步是列出各組及次數的分配，如下表中的第一第二第三行：

組別	組值	次數	等值	次數×等值
129.5-139.5	134.5	上半總 2	5	10
119.5-129.5	124.5	2	4	8
109.5-119.5	114.5	4	3	12
99.5-109.5	104.5	5	2	10
89.5—99.5	94.5	5	1	5
79.5—89.5	84.5	4	0	0
69.5—79.5	74.5	下半總 8	1	8
59.5— 9.5	64.5	9	2	18
49.5—59.5	54.5	7	3	21
39.5—49.5	44.5	4	4	16
		50		108

第四行的等值是用平均數的所在組作零，不能用其他一組。本例中平均數是80.9，是在79.5—89.5一組，故在那組後面寫個零，再向上下各依次排出1,2,3,4。因爲差數不計正負，故等值也無須分正負。第五行是等值乘次數，一共加起等於108。用這表計算時的公式如下：

$$\text{平均差}=\frac{[(\text{等}\times\text{次})\text{之和}]\times\text{距}+[(\text{假}-\text{平})\times(\text{上半總}-\text{下半總})]}{\text{總數}}\qquad(\text{公式}8)$$

（等×次）之和＝等值乘次數之總和＝108

距＝組距＝10

假＝假定原始點＝零處之組值＝84.5

平＝平均數＝80.9

上半總＝組值在平均以上各組次數之和＝22

下半總＝組值在平均以下各組次數之和＝28

總數＝50

代入公式，得

$$\text{平均差}=\frac{(108\times10)+(84.5-80.9)\times(22-28)}{50}=\frac{1080+3.6\times(-6)}{50}$$

$$=\frac{1080-21.6}{50}=\frac{1058.4}{50}=\underline{21.17}$$

這個公式雖較長，然而計算上大可節省時力，結果便是與公式（7）相等。

這幾個方法，所求的都是平均差，就是各項與平均的差數的平均。因爲差數有正有負，所以相加時就不管正負號。這一點在計算時最要留心，因爲在別處是切記不要弄錯正負號，在這裏卻切記不要分別。

均方差　還有一個離中趨勢的量數，也是根據每項與平均的差數的，就是均方差，或標準差。這個算法中避免正負互抵的辦法，不在不管正負號，而在把每個差數乘方了再算，因爲無論正負差數，一經乘方，都變成正數了。均方差的定義是每個差數平方之總和之平均之方根。列出

公式如下：

$$均=\sqrt{\frac{（差^2）之和}{總}}$$（公式９）

均＝均方差。（差²）＝每項平均之差乘方。現分述各算法如下：

1.根據初步登記的算法。先在各項中減去平均數　列出差數。再將各差乘方相加，以總數除之，并開平方，卽得均方差。例如用公式（５）的例中事實，來算均方差，卽可列成下表：

分　數	差	差²
99	14	196
99	14	196
98	13	169
95	10	100
75	—10	100
72	—13	169
71	—14	196
71	—14	196
		1322

總＝8　　　　平均數＝85

（差^2）之和＝1322

$$均=\sqrt{\frac{（差^2）之和}{總}}=\sqrt{\frac{1322}{8}}=\sqrt{165.25}=\underline{12.9}$$

表中的二行的差是照實在正負列出，到第三行乘方以後，卻都成爲正數了。

但這個算法，也同公式（5）一樣，遇了差數的小數多或項數多時，計算費事易誤。而且這公式每差都要乘方，更是格外笨重，所以應用時也要求簡法。

2.根據初步登記的計算簡法　前面算法是先求差再乘方，再拿總數除。簡法是將其倒轉，先作乘方及以總數除，然後再來求差。公式是如下：

$$均=\sqrt{\frac{（各項^2）之和}{總}-平^2}\qquad（公式10）$$

辦法是把原來各項本身乘方，加起，以總數除。再由得數中減去平均數的乘方，再開平方，即得均方差。這公式與公式（９）完全相等，用（差＝各項－平）一式即可證出。現在我們在事實上，將前例用此法再算，看結果如何。

分　　數	（各項^2）
99	9801
99	9801
98	9604
95	9025
75	5625
72	5184
71	5041
71	5041
	59122

總 ＝8

平 ＝85

$平^2=7225$

（各項^2）之和＝59122

$$均=\sqrt{\frac{（各項^2）之和}{總}-平^2}$$

$$=\sqrt{\frac{59122}{8}-(85)^2}$$

$$=\sqrt{73\ 0.25-7225}$$

$$=\sqrt{165.25}=\underline{12.9}$$

表中的第一行列分數，第二行列出各項乘方的得數。其他計算均見表中。此中（各項）^{2}一行有時不免數目很大，但是比起公式（９）那樣每項求差，再去乘方，實是較爲省事。兩者結果之相等在表中可見。

3.根據次數表的算法　用次數表的時候，就假定每組中各項與平均之差是等於（或平均等於）該組組值與平均數之差。所以公式（９）在用次數表計算時，就成了下列的形式：

$$均=\sqrt{\frac{[次\times(組值差)^2]之和}{總}} \qquad (公式11)$$

即是求得每組組值與平均的差數以後，先將其乘方再乘該組次數。然後再加起以總數除，求平方根，即得均方差。茲將算法舉例如下：（公式（７）示例之事實）

組　值	次數	組值差	（組值差）^{2}	（組值差）^{2}×次
134.5	2	53.6	2872.96	5745.92
124.5	2	43.6	1900.96	3801.92
114.5	4	33.6	1128.96	4515.84
104.5	5	23.6	556.96	2784.80
94.5	5	13.6	184.96	924.80
84.5	4	3.6	12.96	51.84
74.5	8	—6.4	40.96	327.68
64.5	9	-16.4	268.96	2420.64
54.5	7	-26.4	696.96	4878.72
44.5	4	-36.4	1324.96	5299.84
總	50			30752.00

總＝50　　平＝80.9　　（組值差^2×次）之和＝30752.00

$$均=\sqrt{\frac{（次\times組值差^2）之和}{總}}=\sqrt{\frac{30752.00}{50}}=\sqrt{615.04}=\underline{24.8}$$

這公式寫來雖不長，然而計算當中卻非常繁重。表中第四第五兩行的數字，都有些令人望而生畏，難算易錯。故這法幾乎沒有人用，連統計教科書中都少見。普通用的，是下節述的簡法。

4. 根據次數表的簡法　這個方法，是從公式（10）的法子得來，只是

改了用組作計算單位，添了假定原始點及等值，來免除上述的計算麻煩。公式列出來是這樣：

$$\text{均}=\left\{\sqrt{\frac{(\text{等}^2\times\text{次})\text{之和}}{\text{總}}-\left[\frac{(\text{等}\times\text{次})\text{之和}}{\text{總}}\right]^2}\right\}\times\text{距} \qquad (\text{公式}12)$$

這樣，已經就可看出所需要的只是（等值×次數）及（等值乘方×次數）。在組數不過多時，這些數目都不會過大的。將前例再用這法來算，卽可看出其經濟到何等程度。計算時所需之表如下：

組　值	次數	等值	等 × 次	等² × 次
134.5	2	5	10	50
124.5	2	4	8	32
114.5	4	3	12	36
104.5	5	2	10	20
94.5	5	1	5	5
84.5	4	0	0	0
74.5	8	-1	—8	8
64.5	9	-2	-18	36
54.5	7	-3	-21	63
44.5	4	-4	-16	64
總	50		-18	314

$$距=10$$

$$均=\left\{\sqrt{\frac{(等^2\times次)之和}{總}-\left[(等\times次)之和\right]^2}\right\}\times距$$

$$=\left\{\sqrt{\frac{314}{50}-\left(\frac{-18}{50}\right)^2}\right\}\times10=\left(\sqrt{6.28-(-.36)^2}\right)\times10$$

$$=\left(\sqrt{6.28-.1296}\right)\times10=\sqrt{6.1504}\times10$$

$$=2.48\times10=\underline{24.8}$$

公式（11）中間那兩行五六位的數，此表中都不見，而結果卻與之毫無區別。在實際計算中此公式的用途，較其他三個都廣。

二十五分差　除開上述兩種之外，還有一個離中趨勢的量數，也是我們應該知道的。這一個卻不是根據各項與平均的差數，另有其他背景。這量數是二十五分差，或四分差。其所表示的，是將各項依等級排列時，佔中間那百分之五十的兩端距離的一半。因爲要求那佔中間的百分之五十，所以非把全體先分做四個百分之二十五不可。前面一章中，已說

過求中數時，是把全體分成兩半，或是兩個百分之五十。現在要進一步，把每個百分之五十再分成一半，全體分成四個百分之二十五。分成四個部分以後，我們得了三點。一個是把全體分成兩個百分之五十的中數，叫他50分點，因爲在他以下有全體百分之五十。一個是把上面（較中數高）的百分之五十再分成兩半的，叫作75分點（或稱上二十五分點），因爲在他以下有全體百分之七十五。一個是把下面（較中數低）的百分之五十，再分成兩半的，叫作25分點（或稱下二十五分點），因爲在他以下有百分之二十五。全體的中間百分之五十，就是在25分點與75分點之間。由75分點減去25分點，卽得兩者間的距離，以2除之卽得二十五分差。列成公式如下：

$$25\text{差}=\frac{75\text{點}—25\text{點}}{2} \qquad \text{（公式13）}$$

這公式很簡單，且無甚變化。通常計算時，大部分工作是費在作預備工

夫，去求75分點及25分點。到了應用這公式時，已是快完的時候了。現述各種計算方法如下：

1.根據等級排列計算法　算75點及25點，也同算中數一樣，專由初步登記的材料不行，必須排成等第。有了等級排列之後，就用4除總數看每個百分之二十五應得若干次數。然後用這個4除總數的得數，到等級排列上去數。由多數到少的時候（上↓下），數了一個那樣多便得75點，兩個那樣多便是50點（中數），三個那樣多便得25點。由少數到多的時候（下↓上）就反過來，數一個是25點，兩個是50點，三個是75點。用任何一個數法，得到25點及75點以後，卽可用公式（13）去求得25差。

比方用第二章練習一的事實去求25差，就要先將那二十八個分數依大小排出等級，139,137,…60,57。然後用4除28得7。由多的往少的數

數到一個7，是在110與109之間，於是就照前一章數中點的辦法，取兩個的平均，得109.5爲75點。數了兩個7，是在92與91之間，平均得91.5爲50點，卽是上次求得的中數。數了三個7，是在79與77之間，但是一看79有兩個，所以就列出[(79×2)+77]÷3=78.3，求得78.3爲25點。若是從少往多數，或是由兩頭各向中數一個7，所得之75點及25點，都是一樣。得了75點=109.5，25點=78.3之後，就可代入公式如下：

$$25差=\frac{75點—25點}{2}=\frac{109.5—78.3}{2}=\frac{31.2}{2}=\underline{15.6}$$

意思就是說在二十八中佔中間的一半是得分在109.5分與78.3分之間，其中距離之一半是15.6分。

用分析圖排列的等級計算時，由多至少，就是由上向下由右向左的數，由少至多，就是由下向上由左向右的數。（數法示例詳前章中數計算示例）其他與上段所述一樣。

2。根據累積次數表的計算法　材料既經整理列表之後，要求25點及75點，也是同求中數的方法相彷彿。第一是需先列累積次數表。再將總數以4除之，看每個百分之二十五所需的次數。然後從累積次數表上，由上數下一個那樣多卽得75點所在之組　叫他75組；由下數上一個那樣多就得25點所在的一組，叫他25組。再用下列兩公式去算75點及25點的數值。

$$25點 = 25組底 + \left(\frac{\frac{總}{4} - 下累次}{25組次}\right) \times 距$$　（公式14甲）

$$75點 = 75組頂 - \left(\frac{\frac{總}{4} - 上累次}{75組次}\right) \times 距$$　（公式15甲）

這兩個公式，與第三章中算中數的公式（4甲），（4乙）是一類的。只是總數之半變了總數的四分之一，中組變成了25組或75組而已。得了25點與75點，就只須代入公式（13）卽可得二十五分差。

例如用公式（7）示例中的次數表，來求二十五分差，就在表上須先補列兩行累積次數。例中總數＝50。以4除之得12.5。從上至下的累積次數中，去看那一組是最初超過12.5。看出是99.5—109.5一組，那就是75點所在之組，於是寫個(75)來指明。在那組頂限以上的累積次數叫作上累次，是等於8，本組的次數是5。有了這些，就可放入公式計算。

組別	次數	累次(上→下)	累次(下→上)
129.5-139.5	2	2	50
119.5-129.5	2	4	48
109.5-119.5	4	8*	46
99.5-109.5	(75)5	13	42
89.5—99.5	5	18	37
79.5—89.5	4	22	32
69.5—79.5	8	30	28
59.5—69.5	(25)9	39	20
49.5—59.5	7	46	11*
39.5—49.5	4	50	4
	50		

$$\text{總}=50 \qquad \frac{\text{總}}{4}=12.5 \qquad \text{距}=10$$

$$75\text{組}=99.5—109.5 \quad 75\text{組次}=5 \quad \text{上累次}=8$$

$$75\text{點}=109.5-\left(\frac{12.5-8}{5}\right)\times 10=109.5—\left(\frac{4.5}{5}\right)\times 10$$

$$=109.5—9=\underline{100.5}$$

$$25\text{組}=59.5—69.5 \qquad 25\text{組次}=9 \quad \text{下累次}=11$$

$$25\text{點}=59.5+\left(\frac{12.5-11}{9}\right)\times 10=59.5+\left(\frac{1.5}{9}\right)\times 10$$

$$=59.5+1.66=\underline{61.2}$$

$$25\text{差}=\frac{100.5—61.2}{2}=\frac{39.3}{2}=\underline{19.65}$$

再就從下至上的累積次數中，看那一個是最先超過12.5，就看出25點是在59.5—69.5一組之間。其他所需各項，也就可類推而求得，套入公式去算25點。得了25點及75點再用公式(13)去求25差。俱見前表：

公式中由頂限中減去下面括弧及由底限上加上那個括弧的詳細原故，俱詳前章公式（４甲）（４乙）解釋之中，不再細說。

因爲從上數下四分之一等於由下數上四分之三，由下數上四分之一等於從上數下四分之三，所以25點和75點都可從兩頭算得。前述的公式（14甲）與（15甲）只講到每端數百分之二十五的辦法，現在把另外兩個公式補列於下：

$$25\text{點}=25\text{組頂}-\left(\frac{\frac{3\times\text{總}}{4}-\text{上累次}}{25\text{組次}}\right)\times\text{距}\qquad(\text{公式}14\text{乙})$$

$$75\text{點}=75\text{組底}+\left(\frac{\frac{3\times\text{總}}{4}-\text{下累次}}{75\text{組次}}\right)\times\text{距}\qquad(\text{公式}15\text{乙})$$

若把這兩公式去算前項事實，結果如下：

$$25\text{點}=69.5-\left(\frac{37.5-30}{9}\right)\times10=69.5-\left(\frac{7.5}{9}\right)\times10=69.5-8.3=\underline{61.2}$$

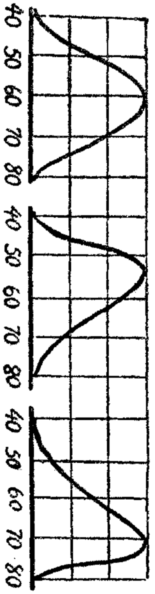
$$75\text{點}=99.5+\left(\frac{37.5-37}{5}\right)\times10=99.5+\left(\frac{.5}{5}\right)\times10=99.5+1=\underline{100.5}$$

答數與用（14甲）（15甲）兩公式的是完全一樣。用兩個（甲）號公式時數目可較小。只有上至下的累積次數時，可用（15甲）及（14乙）。

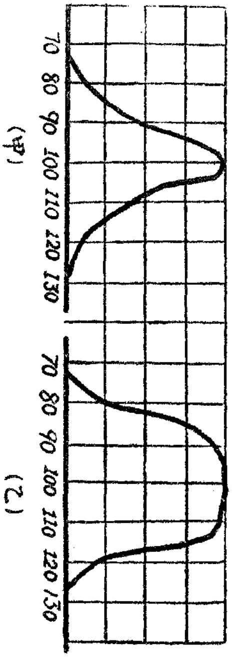
只有下至上的累積次數時，可用（14甲）及（15乙）。

其他的離中趨勢量數　在比較上述三種量數以前，可提到另外兩種性質不同的量數。前面三種，都是度量各項事實分散之多少或遠近，未提到那分散的形式或狀態。分散的多少相同時，仍然可有分散形態上的不同。形態上的不同，有兩個量數。

一個是看分配是否有偏態。比方下列三個次數多邊圖代表的事實，在這一點上就不一樣。（甲）的衆數兩邊是對稱的，（乙）（丙）卻不然。（乙）是數小這頭次數多，數大那頭次數少。（丙）是反過來，數大那頭次數多，數小這頭少。（乙）（丙）兩種情形都叫偏態，偏的多少可有公式計算。向數小的一頭偏的（乙）叫正偏態，或向下端的偏態，公式計算的結果是正數。向數大的一頭偏的（丙）叫負偏態，或向上端的偏態，計算結果是負數。至於怎樣計算，卻不在本書範圍之中，只好從略。



還有一個就是看分配曲線的彎法。下列兩個曲線表示較極端的兩種。（甲）是屬尖頂一類，（乙）是屬平頂一類。普通的是介乎二者之間。某曲線是尖到何等程度及平到何等程度，也有公式可以計算出數值來。



各量數之比較及用途

前面詳述了計算法的三個量數，若是在同一事

實上計算出來時，就可看出二十五分差之數値最小，平均差居中，均方差最大。

平均差與均方差都是根據每項與平均之差。計算上是平均差較易。但是均方差因爲有能用代數算法合併組合的好處，用途在三者中爲最廣。有時原來單位無法比較時，多有均方差作單位的。測驗當中卽有許多這類的例。將來要講準確程度的計算，其算法也是以均方差爲根據。

二十五分差的來歷不同。在需要等級排列中的離中趨勢量數，要看正中百分之五十的距離時，只有用他。但是那種需要，平常不及上述均方差那一類之多。關於全距離的用途，前文業已講過。

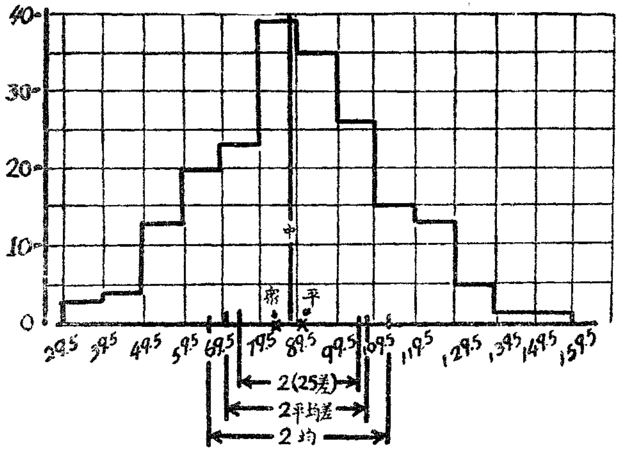
離中趨勢量數之圖示　在直方圖或多邊圖上，離中趨勢均可用一距離表出。辦法是先求出下列各數：

平＋平均差＝（1）　平－平均差＝（2）

平＋均＝（３）　　平—均＝（４）

平＋25差＝（５）　　平—25差＝（６）

然後再在圖上底線上（１）（２）之處畫二直線，線間距離等於兩個平均差。在（３）（４）處畫線，其間距離是＝２均。在（５）（６）處畫線其間距離是＝２（25差）。例如下：



總＝200

平＝89.6　25差＝15.3　平均差＝18.5　均＝23.2

中＝89.0　平＋25差＝104.9　平＋平均差＝108.1　平＋均＝112.8

衆＝84.5　平－25差＝74.3　平－平均差＝71.1　平－均＝66.4

練習

1. 根據第二章練習二之材料，及第三章練習一所得之平均數，不列次數表用三個方法計算其平均差，比較結果並加解釋。

2. 根據第二章練習四之次數表，及第三章練習二所得之平均數，用兩法計算平均差，比較結果並解釋。比較本題與前題結果，並解釋。

3. 根據本章第一題之事實及平均數，用兩法計算均方差，比較結果並解釋。

4. 根據本章第二題之事實及平均，計算均方差，將結果與前題比較並

解釋。

5.根據第二章練習二的分析圖，計算二十五分差。

6.根據第二章練習六的累積次數表，求二十五分差。（用兩法求25點及75點）。

7.若第二章練習二中之五十學生，每人離平均都是一樣遠近，那遠近是若干？他們應得若干分？

8.五十人中分數最低的四分之一是在何分數之下？分數最高之四分之一是在何分數以上？

9.五十人中最接近中數的二十五人是在那兩個分數之間？五十人中分數最高最低的兩人相差若干？

10.將三個離中趨勢量數在第二章練習五中之多邊圖上標出。

11.根據第二章練習 10,11,12,之三次數表，計算均方差及二十五分差

。比較三者之異同並解釋。

12. 根據第二章練習 10,11,12, 之直方圖，查看是否有偏態及尖頂的形狀。

第五章　百分值及百分等級

百分量數　將事實列入次數表以後、我們就可知道某分數以下有若干人。排好等級以後，我們也可知道某人所得分數是第幾，或是比他好的有若干人。但是若以六十分爲及格時，甲班六十人有十人在60分以下，乙班二十人有八人在60分以下，我們不便就說乙班成績較好，因爲不及格的人數少些。若是張三在甲班，排起來列第七，李四在乙班，排起來列第四，我們也不便說李四因爲列得高，定是要比張三好。因爲六十人中有十人不及格的，甲班實比二十人中八個不及格的乙班要高明些。我

們說甲班不及格人數多但比例是較小，或是說有那樣多的人，十個不及格也不算丟面子。照同樣的講法，張三在甲班考第七確比李四在乙班考第四要値得誇獎，因爲在六十人中搶第七是比在二十人中拿第四較爲困難。我們說張三雖得第七但是在六十人中也不算低。

從此我們明白，專用事實結果，不計及總數之不同，來作比較，是非常不便。妥當點的辦法，是求全體中的成分作標準，將總數不同的事實，放在一個相同尺度上去看。計算成分，一個法子是用比例。例如前述事實，我們就說甲班不及格的有六十分之十或六分之一，乙班不及格的有二十分之八或十分之四，或五分之二。用$\frac{1}{6}$與$\frac{2}{5}$來比，就不像用十八比八人那樣不準。但是這樣分母不統一，比時還要從頭通分，仍不簡便，於是就有人用百分作比例的單位以歸一律。比方甲乙兩班我們就求其不及格人數各佔百分之幾（甲16.6，乙40），張三李四兩人就求其各人

在百分中的地位。（張11·6李20）

這種用百分來表示事實情形的方法，材料過少時，除舉例外，頗不適用，因爲事實中不規則的狀態，使結果的意義難明。故此下文述兩種百分量數時，均只根據較多的，及已列成次數分配的材料來說。

百分值　百分值所在之數，就表示其下佔百分之若干。例如10分點之下有百分之十，36點以下有百分之三十六，85點以下有百分之八十五，等等。求百分值時，就是指定百分之若干，去計算那點應有那個數值，或在那個地方。

前面所說過的中數，及25點或75點，即都是百分值，因爲所表示的是下面有全數之百分之五十，二十五，或七十五。第三章中已講過25點及75點的算法是與中數計算相同。百分值的算法也是一樣道理，只是公式寫得較爲普通，在任何點上均可應用而已。公式如下：

$$若干點=所在組底+\left[\frac{\left(\frac{總}{100}\times若干\right)-下累次}{所在組次}\right]\times距$$ （公式16甲）（由下向上數）

$$若干點=所在組頂-\left[\frac{\left(\frac{100-若干}{100}\right)\times總-上累次}{所在組次}\right]\times距$$ （公式16乙）（由上向下數）

若干點＝要求的百分値，例如25點，75點，40點，80點等等。括弧中的（若干）也是照塡這個數，求25點時就塡25，求80點時，就塡80。所在組＝該百分値所在之組，是從累積次數表上推出。下累次，上累次，總，距，等等都與以前公式中意義一樣。這兩公式一是用由上至下的累積次數(乙)，一是用由下至上的累積次數（甲），結果是兩個一樣。

用這公式第一步，是要求出$\left(\frac{總}{100}\times若干\right)$或$\left(\frac{100-若干}{100}\times總\right)$的數値，再用之在累積次數表上尋出所求百分値是在那一組。這兩個小括弧當中的東西，就是求中數時的$\left(\frac{總}{2}\right)$與求25分點時的$\left(\frac{總}{4}\right)$。只把50或25代入（若

干），卽可看出兩者之相等。

若就前章公式（15）示例中的累積次數表，計算該項事實的 90 分點，（或求全體百分之九十是在那一點之下），就要先求出（$\frac{總}{100}\times 90$）或（$\frac{100-90}{100}\times 總$）是多少。照下表中所示一是45，一是5。故用由下至上的累積次數時，卽看那組的累積次數是最先超過45，表中109.5—119.5的

組　　別	次數	累次(上→下)	累次(下→上)
129.5-1 9.5		2	50
119.5-129.5	2	4*	48
109.5-119.5	4	8	46
99.5-109.5	5	13	42*
89.5—99.5	5	18	37
79.5—89.5	4	22	32
69.5—79.5	8	30	28
59.5—69.5	9	39	20
49.5—59.5	7	43	11
39.5—49.5	4	50	4
	50		

總＝50　　距＝10

$$\left(\frac{\text{總}}{100}\times\text{若干}\right)=\frac{50}{100}\times 90=45$$

90組＝109.5—119.5　　90組次＝4　　下累次＝42

$$90\text{點}=109.8+\left(\frac{45-42}{4}\right)\times 10=109.5+\frac{3}{4}\times 10=109.5+7.5$$

$$=\underline{117}$$

$$\left(\frac{100-\text{若干}}{100}\times\text{總}\right)=\frac{100-90}{100}\times 50=\frac{10}{100}\times 50=5$$

90組＝109.5—119.5　　90組次＝4　　上累次＝4

$$90\text{點}=119.5-\left(\frac{5-4}{4}\right)\times 10=119.5-\frac{1}{4}\times 10=119.5-2.5$$

$$=\underline{117}$$

累積次數是46，故90點必在此組。於是取該組次數，及其底限，及底限下的累積次數．代入公式，卽得90點 = 117。再用由上至下的累積次數中是那一組最先超過5，也得 109•5 — 119•5 一組，將次數，頂限及頂

限上累積次數，放入公式，所得也是 117。

通常只用一個公式時，在50以下之點，用由下向上累積次數（公式16甲）較便，50以上各點，用由上向下的累積次數（公式16乙）較便。如無人同作校對時，不妨兩邊各算一次，自己校對。

除上述算法之外，還有用累積次數曲線或百分曲線去求百分值的方法。但用曲線計算時材料需要較多，求出數值也不易準確，若是只需要少數百分值時，也很可不必去費那套手脚，故本書中將此從略。

百分等級　求百分值時，是指定一個百分比，去算在什麼數值之下，是包含全體中之那個成分。例如去求某校學生有百分之六十是在那個高度之下，或是考試時分數最低的百分之十是不夠若干分數等等。求百分等級時，是與這個相反，是根據某一事實去求其在全體中之百分地位；例如計算48吋高的張三是高過其全班之百分之幾，或是得了75分的李四

底下還有全班的百分之幾十，等等。所以百分値是去看百分之若干界限在那裏，百分等級是看某件事實是在百分之若干的地方。

1.求組限之百分等級法　知道某組底限的百分等級，就知道那組以下佔全體百分之幾。知道某組頂限的百分等級，便曉得該組及以下各組共佔全體百分之幾。根據由下向上的累積次數表，將每組的累積乘$\left(\frac{100}{總}\right)$卽得每組頂限的百分等級。例如公式（16）示例的累積次數表中69.5—79.5一組的由下向上累積次數是28，全體總數是50。$28\times\frac{100}{50}=56$。56就是該組頂限79.5的百分等級。我們就說79.5以下有全體之百分之五十六，或是該組及其以下各組共佔有全體次數中百分之五十六。

每組的由下向上累積次數是表示該組頂限之下共有幾多次數，如例中之28。但是這次數是總數中的一部分，如例中之28，是50人中之28。50中之28，在100中是多少，可照比例推出。

$$50:28=100:x$$

$$x=\frac{28\times100}{50}=28\times\frac{100}{50}$$

這算式與前段中列的相同。所以$\left(\frac{100}{\text{總數}}\right)$所代表的是總數與一百之比，得出之數可叫作百分率。

因爲每一組的頂限，卽是其上一組的底限，所以每組底限的百分等級便是其下一組頂限之百分等級。算的時候只是取下一組的由下向上累積次數照乘卽可。到了最低的一組，設有下一組可用時，那組底限的百分等級就是零。例如用前例去求89.5—99.5一組底限的百分等級，便可至表中查其下一組的向上累積次數再以之乘百分率。結果是$32\times\left(\frac{100}{50}\right)=64$。64便是89.5的百分等級，表示在那組以下，（或是89.5以下）有全體之百分之六十四。

但是這法只能算出組限的等級，在一組當中的數値的百分等級仍不能

求得。下一節講求任何數値的百分等級的方法。

2.求任何數値之百分等級法　若是一個數値，不是剛好在組限上，求其百分等級時就可先求出其所在之組，再根據該組頂限底限的百分等級去推。推算時用下列公式：

$$\text{級}=\text{該組底級}+\frac{\text{頂級}-\text{底級}}{\text{距}}\times(\text{某數}-\text{底限})\qquad(\text{公式}17)$$

級＝某數的百分等級。該組底級＝所在組底限的百分等級。頂級－底級＝該組頂限百分等級與底限百分等級之差。將此數以組距除之，便得該組中百分等級與距離之比例。某數本身減去底限，即得某數與組底間之距離。二者相乘，所得即是某數在底限以上應有之百分等級數目，再加在底限的百分等級上，便成了某數在全體中之百分等級了。

比方要去計算前例事實中的85分的百分等級。先看出85是在79.5—89.5那組之中，於是要先求這頂限與底限的百分等級。

$$\text{頂級}=\text{該組由下向上累積次數}\times\frac{100}{\text{總}}=32\times\frac{100}{50}=64$$

$$\text{底級}=\text{下一組由下向上累積次數}\times\frac{100}{\text{總}}=28\times\frac{100}{50}=56$$

$$\text{距}=10\quad\text{底限}=79.5$$

代入公式，即得

$$\text{級}=56+\frac{64-56}{10}\times(85-79.5)=56+\frac{3}{10}\times5.5=56+4.4$$
$$=\underline{60.4}$$

85的百分等級便是60.4全體中有百分之六十點四是在八十五分以下。85是在79.5—89.5組中，79.5的百分等級已是56，故85的百分等級一定要比較高些。但是要高若干才是？於是一面看85比79.5高幾多，距離算出是5.5。一面又看比79.5高一個組距(10)的89.5，在等級上高幾何。算出是高8。然後兩個一比，距離高10的等級高8，距離高5.5的等級應高若干？或是$10:8=55:\times\quad\times=\frac{8\times55}{10}$所得結果（4.4）就是85比79.5

在等級上應高的分量。把來加在79.5的等級56上面就得了85的百分等級。

這個算法，須先求所在組項限底限的等級。若是那幾項是現成，就算時較易，不然就未免麻煩。所以另有一個算法把兩步併在一塊，列成一個公式如下。計算時，就無需先求組中項限底限的百分等級。

$$\text{級}=\frac{100\times〔\text{所在組次}\times(\text{某數}—\text{下限})+(\text{下累次}\times\text{距})〕}{\text{總}\times\text{距}}\qquad（\text{公式}18）$$

由公式（16）示例中，可看出：

$\text{所在組}=79.5\quad\text{該組次數}=4\quad\text{下累次}=28\quad\text{距}=10\quad\text{總}=50$

$$\therefore\text{級}=\frac{100\times〔4\times\ 85—79.5\ +(28\times10)〕}{50\times10}=\frac{100\times〔4\times5.5+280〕}{500}$$

$$=\frac{100\times(23+280)}{500}=\frac{100\times302}{500}=\frac{302}{5}=\underline{60.4}$$

結果上兩個是一樣的。公式上只須把（該組底級）列成$\left(\frac{\text{下累次}\times100}{\text{總}}\right)$（項值—底值）列成$\left(\frac{\text{所在組次}\times100}{\text{總}}\right)$。代入公式（17），把兩項通分便得了

公式（18）。

百分等級之中，是數多的較高，例83就比65高。最高的是100最低的是零，因爲100是表示其下有百分之一百而零是表示其下有百分之零。這個是與普通排等級的辦法，（第一最高，第二次之，數愈多愈低）恰恰相反，用百分等級時必需留意。只須牢記着百分等級是表示以下有百分之幾，就不至錯誤了。

百分值及百分等級之用途　本章首段已講過用這類以百分爲單位的量數有何利益。有時可從這種量數，比較一些原來不好比的事實。但是效用也是盡在此點。若是所需不僅是比較，還要計算時，那就以用前述各種量數爲妥。例如國文得80分與算術95分可以求個平均等於87.5分，但是國文的百分等級92與算術的百分等級99卻不好拿來平均，因爲得的95.5不好說是什麼。

練習

1.根據第二章練習六的累積次數表計算該項事實之80點，用兩個方向的累積次數計算比較結果。

2.計算該事實之20點，40點，60點。

3.根據本章練習一之材料，求每組各組限之百分等級。

4.根據前題結果，計算105，58，二數值之百分等級。

5.根據第二章練習四之次數表計算105，58，二數值之百分等級。

6.在第二章練習二之五十學生中有百分之二十是在何分數以下？有百分之六十是在何分數以下？有百分之四十是在何分數以上？有百分之二十是在何分數以上？

7.五十人中有百分之七十五是在何分數以下？有百分之五十在何分數以上？有百分之七十五在何分數以上？

8. 在 129.5 以下者佔五十八中百分之幾？在 69.5 以下者佔百分之幾？

9. 五十八中百分之一百在何數之上？在 189.5 以下者佔全體百分之幾？

10. 五十八中在 105 分以下共佔百分之幾？五十八人中分數不足58分者有若干人？

11. 根據第二章練習十二之次數表求20點及40點。

12. 根據前題事實求下列各數之百分等級：85,175,129.5,49.5。用兩法計算，解釋結果上異同之原故。

第六章 相關之量數

相關 相關的意思，就是互相有關係。通常我們知道，至少必須有兩

件事情才能有關係。因此相關的計算，至少要有兩種事實或變量，才能做到。前幾章所述的各種量數，都是只有一個變量，或是只在一方面分出多少。本章述相關，就要講兩個或兩個以上變量的關係。

比方我們量出某班兒童的高度，只是看出他們在那一層上的不同。假設量了每人高度以後再量每人的體重，那就可看出他們在兩方面的情形，也可以看兩個情形的關係。看關係時，可分出以下幾層。

1.相關之有無　若是兩變量之間有相隨之變動，就有關係。若是在上例中，看出較高兒童是較重，最高兒童是最重，較矮兒童是較輕，即是有相隨的變動。或是每班發一百件點心，人多的那班每人少吃，人少的那班每人多吃，人愈少每人吃愈多，這個人數與每人吃的數目也是有相隨的變動。這兩種情形都是有相關。若講到父親年齡老少與子女學業兩件事，就不見得有什麼相隨的變動。因爲父親年紀老的學生，學業有好

有壞，最好的學生父親未見是最老或最少。這種情形，就是無相關。成語中的『風馬牛不相及』就是這個意思。世間的事，任取兩件，都逃不出這兩類情形（有關或無關）。

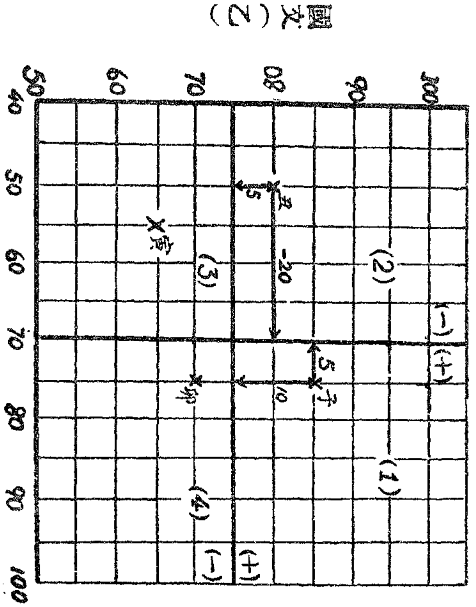
2.相關之正負　但是兩件事情的相隨變動，可有兩個方向，因之就有兩個名稱。例如身長增加時體重也增加，就是向同一方向的變動，叫作正相關。若是像人加多時所吃減少，那就是相反方向的變動，叫負相關。所有有關係的事情，都逃不出這兩類。

3.相關之多少　同是一類的相關之中，也有區別。比方前舉的人多吃少一例是負相關，溫度增加時衣服減少也是負相關。但是兩者在程度上卻不同。前者是可按比例算，後者是不及那樣嚴密。在程度上，關係可由最密切的完美關係到剛剛可看出的些微關係。正的負的，都是一樣。

相關量數的計算，就是用數量方法求出某兩個（或兩個以上）變量中

是否有關係？是正是負？是何等程度？相關的情形有多種，相關的量數也有多種。本書中只講用數量事實計算相關的兩個法子，及所得的量數。切勿誤會，以爲計算相關，天下只得這兩個法子。

皮爾生相關係數　假設現有某班國文與算術的分數單在此，我們就可畫出一個圖來表示二者的關係。先指定圖的直軸代表國文分數，橫軸代表算術分數。從每軸上的平均數畫一垂直線，就把圖分成四格。由直軸（國文）方面看，凡是在75以上的都比平均高，在75下的都較低。計算（分數－平）的時候，在線以上的都是正數，以下的是負數。橫軸（算術）方面，是在70右面的比平均高，（差是正數）左面的較低。兩方面套起來看，就是第一格在國文算術兩個平均之上，第二格在國文平均之上算術平均之下，第三格在國文平均及算術平均之下，第四格在國文平均之下算術平均之上。若以正號代平均以上，負號代平均以下，就第一



算術平均＝70　國文平均＝75

格是（＋＋）第二格是（＋－）第三格是（－－）第四格是（－＋）。

假設班中張三的分數是國文85，算術75。就可在直軸85與橫軸75相交

地方作一（×）表示張三的位置，如圖上之（子）。一見他在第一格中，就知他是兩樣都較平均好。若將趙二的國文80算術50照樣畫出，便得了圖上之（丑），在第二格，兩樣一好一壞。王四國文65，算術55，便得圖上之（寅），在第三格，兩樣都不夠平均程度。李大國文70算術75，在圖上是（卯），在第四格，兩樣一好一壞。這四人情形，可分兩種。張三是兩樣同時好，王四兩樣同是差，都是有同方向相隨的變動。若是像他們的人多（或第一第三兩格中多）就表示正相關。趙二是國文好過平均算術不及，李大是算術比平均好國文不及，都是有方向相反的相隨變動。若是這類人多（或是第二第四兩格中多）就表示負相關。將全班都按這法畫好，便可看出傾向是朝那一方面。

從圖上可看出每個（×）離兩條平均線都有一距離。這距離的正負和數量均可由（分數－平）一式求出。如下：

	國文（乙）	算術（甲）
張三	85−75＝10	75−70＝5
趙二	80−75＝5	50−70＝−20
王四	65−75＝−10	55−70＝−15
李大	70−75＝−5	75−70＝5

所得諸數卽是每人分數與平均之差。若把各人兩方面的差數列出，求兩差數之乘積，再以總數除之卽可表示相關。例如：

	乙差	甲差	甲差×乙差
張三	10	5	50
趙二	5	−20	−100
王四	−10	−15	150
李大	−5	5	−25

張三和王四因爲兩差同號，故乘積得正數，這一類的人多全體就有正相關。趙二與李大因爲兩差異號，故乘積爲負數，這一類的情形多，全體就有負相關。加出總和時，自然就可看出是這樣情形。但是用原來分數算得的差數，兩方面不見全能相比，故須好各以其均方差除之。列成公式如下：

$$\text{係}=\frac{(\text{甲差})\times(\text{乙差})\text{之和}}{\text{總}\times(\text{甲均})\times(\text{乙均})}\qquad(\text{公式}19)$$

用這公式時，只須把每項兩方面差算出，每項乘積，乘積加起，以總數乘兩個變量均方差除之卽得。計算時，只要知道(甲)(乙)兩個平均，兩個均方差，及總數卽足用。但是因爲甲均＝$\sqrt{\frac{(\text{甲差})^2}{\text{總}}}$，乙均＝$\sqrt{\frac{(\text{乙差})^2}{\text{總}}}$，故公式也可列成：

$$\text{係}=\frac{(\text{甲差})\times(\text{乙差})\text{之和}}{\sqrt{(\text{甲差})\text{之和}\times(\text{乙差}^2)\text{之和}}}\qquad(\text{公式}20)$$

用這公式，就無須先求均方差，只要有兩個平均卽可計算。所得的相關

係數可說是以均方差爲單位的雙方差數之和之平均數。數值最多能得十一或−一，最少可得零。得零時表示無相關，十一是最完美的正相關，−一是最完美的負相關。通常所得是介乎兩者之間，多是小數以下零以上的正數或負數，表示不完美的正負相關。

這種計算法，材料多時頗爲費事。例如本章末的練習二總數只得50，已是麻煩。算相關係數時人數過少又無價值。所以就有用相關表的算法。相關表，也可說是兩個方向的次數表。比方把練習一的材料列入相關表，卽有下列的情形。表中直軸列出國文分數的組限，橫軸列出算術分數的組限。每一對分數都依雙方組限歸入一格。例如第一個人分數是算術43國文44，就到橫軸算術上找到39.5—49.5的一行再找直軸上39.5—49.5的一格，在格中劃一記號，（圖中之〔甲〕）。第二人是算術38，國文41，就先找橫的29.5—39.5一行再找直的39.5—49.5一格，在中間作

一記號，（圖中之(乙)）這兩人是算術分數不同一組，而國文分數卻是在一組的。將練習一中五十人分數都照這樣畫入，就成表中情形。然後

算術分數

國文分數	9.5	19.5	29.5	39.5	49.5	59.5	69.5	79.5	89.5	99.5	國文次數
99.5							/		///		4
89.5							///	卌//	//		12
79.5					/	卌/	//	///			12
69.5					///	////	/				8
59.5				/	////	/					6
49.5			/乙	//甲							3
39.5		//	/	/							4
29.5	/										1
19.5											
算術次數	1	2	2	4	8	11	7	10	5		總 = 50

可按橫直兩軸的組限，由兩個方向加出總數，右邊一行卽是國文分數的次數表，底下一行卽是算術分數的次數表。

有了這表，便可把其中記號改成數字，去計算二者的相關。下表中甲是代表算術，乙是代表國文。所以右邊一行的次數是寫（乙次）底下一行是寫（甲次）。在這兩行之後各列一行等值來減輕計算工作，（等甲）及（等乙）。然後橫直兩方面都求（等×次）及（等^2×次），再加起成四個和（子，丑，寅，卯，）此截算法都與算均方差是一樣，只是橫直兩邊各算一份而已。然後取每格數字其本橫行之（等乙）相乘，將乘積用小字寫在本格角上。例如右邊頂上角一格的3與那橫行的（等乙）3相乘，得9，就寫個小9字。其下一格的2與那橫行的（等乙）2相乘得4，就寫個小4字。每格都算出寫好後，就把這些小數字按每直行加起寫到（甲次×等甲^2）那一個橫行的底下一行。比方第一直行只有一個-4，就寫個-4。第四直行有三個，就加起得-8寫下。第五直行是有正有負，抵消尚餘-3就寫個-3。因爲格中次數是兩面都算，故叫作（

甲乙次），這一行所得叫（甲乙次×等乙）之和，這一橫行加起，應等

9.5	19.5	29.5	39.5	49.5	59.5	69.5	79.5	89.5	99.5 乙次	等乙	乙次×等乙	(乙次)×(等乙)²
99.5							1_{3}		3_{9}	4	3	12	36
89.5							3_{6}	7_{14}	2_{4}	12	2	24	48
79.5					1_{1}	6_{6}	2_{2}	3_{3}		12	1	12	12
69.5					3_{0}	4_{0}	1_{0}			8	0	0	0
59.5				1_{-1}	4_{-4}	1_{-1}				6	-1	-6	6
49.5			1_{-2}	2_{-4}						3	-2	-6	12
39.5		2_{-6}	1_{-3}	1_{-3}						4	-3	-12	36
29.5 19.5	1_{-4}									1	-4	-4	16
(甲次)	1	2	2	4	8	11	7	10	5	50	總	20	166
(等甲)	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4			(子)	(丑)
(甲次)×(等甲)	-4	-6	-4	-4	0	11	14	30	20	57	(寅)		
(甲次)×(等甲)²	16	18	8	4	0	11	28	90	80	255	(卯)		
(甲乙次×等乙)之和	-4	-6	-5	-8	-3	5	11	17	13	20			
(甲乙次×等甲×等乙)	16	18	10	8	0	5	22	51	52	182	(辰)		

於（乙次×等乙）之和（子）。最低的一行，就是把剛才得的這橫行，

每格與（等甲）相乘即得。將這橫行加起，便得（甲乙次×等甲×等乙）之和（辰）。有了子，丑，寅，卯，辰，五個數，便可代入公式計算了。

公式是如下：

$$\text{係}=\frac{(\text{甲乙次}\times\text{等甲}\times\text{等乙})\text{之和}-\dfrac{(\text{甲次}\times\text{等甲})\text{之和}\times(\text{乙次}\times\text{等乙})\text{之和}}{\text{總}}}{\sqrt{\left[(\text{甲次}\times\text{等甲}^2)\text{之和}-\dfrac{(\text{甲次}\times\text{等甲})\text{之和}^2}{\text{總}}\right]\times\left[(\text{乙次}\times\text{等乙}^2)\text{之和}-\dfrac{(\text{乙次}\times\text{等乙})\text{之和}^2}{\text{總}}\right]}}=\frac{\text{辰}-\dfrac{\text{子}\times\text{寅}}{\text{總}}}{\sqrt{\left(\text{卯}-\dfrac{\text{寅}^2}{\text{總}}\right)\times\left(\text{丑}-\dfrac{\text{子}^2}{\text{總}}\right)}}$$

（公式21）

若將表中各項代入，即得

$$\text{係}=\frac{182-\dfrac{20\times57}{50}}{\sqrt{\left(255-\dfrac{57^2}{50}\right)\times\left(166-\dfrac{20^2}{50}\right)}}=\frac{182-\dfrac{1140}{50}}{\sqrt{\left(255-\dfrac{3249}{50}\right)\times\left(166-\dfrac{400}{50}\right)}}$$

$$=\frac{182-22.8}{\sqrt{(255-64.98)\times(166-8)}}=\frac{159.2}{\sqrt{190.02\times158}}=\frac{159.2}{\sqrt{30023.16}}$$

$$=\frac{159.2}{137}=\underline{+.92}$$

此公式中之（辰）卽是公式（20）中（甲差）乘（乙差）之和，不過因所用是（等甲）（等乙），故必須要$\left(\frac{子\times 寅}{總}\right)$來校正而已。（卯）（丑）兩個也卽是（甲差）^{2}之和與（乙差）^{2}之和，所減的兩個也都是校正數。公式（21）是因爲用次數及等值故加了許多記號，實與公式（20）相同。若嫌其繁瑣，不妨就用子丑寅卯那個簡寫的，只要表上地位不錯，就無其他問題。

等級相關　若是事實不多時，從每項的等級上，也可計算相關。計算時，先將各變量中排出等級（最高是一，次是二等等），再求每項中兩個等級之差，將差乘方加起，卽可代入公式求得等級相關係數。公式如下：

$$等係=1-\frac{6\times（等級差）^2之和}{總\times（總^2-1）}\qquad（公式22）$$

比方用下列十人的分數來計算等級相關，卽可列成下表：

甲分	乙分數	甲等級	乙等級	等級差	（等級差）^{2}
85	80	2	6	4	16
82	95	3	1.5	1.5	2.25
68	87	7	4	3	9
76	79	5	7	2	4
60	60	9	10	1	1
80	85	4	5	1	1
55	70	10	9	1	1
67	74	8	8	0	0
90	95	1	1.5	.5	.25
72	92	6	3	3	9

（等級差）^{2}之和＝43.5

$$等係=1-\frac{6\times 43.5}{10\times(100-1)}=1-\frac{261}{10\times 99}=1-\frac{261}{990}=1-.264\underline{=+.746}$$

用這法的結果，與用相關表那樣去算來的不同。若事實多時，則排等級，求差，乘方等等都未免繁重。若是等級中相等的（或平分一個等級的）過多，就易引起錯誤。所以這法只是在材料較少而同等級事實不多時

好用。但前面已講過人數過少的相關是不可靠而少有價値。較多的時候，又以用相關表爲較合宜。

其他相關量數　除上述兩種相關量數以外，還有幾種是比較常見於文字的。茲分別略敘如下：

1.相關比例　是計算非直線相關的方法。相關係數是求與直線相近的程度。相關比例是求與任何形狀的曲線相近的程度。

2.分析相關　是根據多數的相關比例，去設法將其他成分的影響除開，去求某二者之關係。

3.多項相關　是求一事與多件事合併影響之關係。通常是用在由許多事上、預測某事的情形。

（1）與本章中詳述的兩個量數都是只用兩個變量。（2）同（3）是用多個變量。但仍然全是量的事實。純用質來表示的事實也可計算相

關。那些量數，用者很少，故從略。

相關量數之解釋　早年有人以爲相關是表示二者之間有因果關係。比方國文與算術有相關，就說國文是算術之因或算術是國文之因。這說因爲太褊狹，故後來少人講。又有人說是二事關係之百分比，但是也並不見得。較可靠的是把來看成二者共同成分與二者各有成分之比。或是只說是二者變更相應的程度。

相關係數究竟怎樣是高怎樣是低，難有定論。有些書中說的標準，如70以上爲重要，30以下爲關係極少，或是過.5才是相關有價值等等，都是道理少，武斷多。除開由機誤上能知的可靠程度以外，一切相關的何者爲高何者爲低，都以事實及目的爲轉移。都是可靠的相關，有時80還算是太低，有時65已算是夠高，卻並不是矛盾，而是事實目的各有不同不能相提并論。單從數量上，是無法看出相關之是否重要，所以不能指

出一個普遍應用的標準。

相關量數之用途　許多教育上的問題，是要去看幾件事情的關係。例如缺課是否影響學業，前後成績是否相符，年齡較大是否較易學習等等。這一類的事情，都可由相關量數中看出實在情形。測驗的編製或檢定，幾乎非用相關計算不可。有些較偏理論的智力，遺傳與環境等問題，也需用相關法才能得到較深刻的研究。

練　習

1.在下列各條之中，指出其中二事是否有關？關係是正是負？（甲）身長與年齡，（乙）氣體溫度與面積，（丙）文章之優劣與字數之多寡，（丁）物品價值之高下購買的人數之多少。

2.某班學生五十八人，其算術及國文分數單如下。用公式（20）計算相關係數。（算術之平均＝66.3，國文之平均＝68.2）。

算術	國文	算術	國文	算術	國文
43	44	81	84	29	35
38	41	86	79	43	53
83	87	57	71	54	56
57	65	92	82	85	87
63	70	30	35	19	26
92	89	80	79	81	80
68	63	68	72	86	83
94	91	83	75	74	77
79	84	57	59	68	75
45	45	82	87	69	62
79	81	53	61	58	54
65	70	64	68	85	85
20	33	64	62	40	36
93	91	73	66	79	90
67	72	74	76	75	80
69	61	54	58	63	55
98	99	68	77		

3. 根據本章中示例之相關表，將（等甲）（等乙）之原始點各移下一組，計算相關係數。

4. 根據前題相關表中甲乙兩方面事實，各求平均數及均方差。將所得

平均數與第二題中者相比。（第二題中者係根據公式1）

5. 計算下列二十五人兩種測驗分數之等級相關係數。

甲	乙	甲	乙
54	61	76	43
58	56	81	40
61	52	90	36
65	48	95	30
73	45	98	24
91	96	59	63
64	72	68	54
89	76	70	65
93	82	79	59
86	48	82	46
63	92	87	82
73	58	98	74
56	60		

6. 用相關表計算前題二十五人分數之相關係數並比較。

7. 就本章示例中之相關表上，查該五十人中算術分數（甲）在69.5以

上者有若干人，國文分數在69.5以上者若干人，兩樣都在69.5以上者有若干人。

8.國文分數在59.5—79.5之間者有全體中百分之幾？這些人中，算術分數在59.5—69.5之間者有幾人？

9.算術分數在59.5以下，而國文分數在69.5以上者有若干人？國文分數在59.5以下，而算術分數在69.5以上者有若干人？

10.從相關表中卽未計算前是否可看出有相關？是否可看出相關是正是負？何故？

11.將本章練習二事實另列相關表計算相關係數。以 4.5—14.5，14.5—24.5等爲組限。

12.從下列相關表計算相關係數，并（甲）（乙）兩分配之平均數及均方差：

	9.5	19.5	29.5	39.5	49.5	59.5	69.5	79.5	89.5	99.5
99.5					2			2	2	
89.5						3	2	3	4	
79.5			1	2	6	7	4	8	4	
69.5				4	8	8	8	4		
59.5		2	4	4	6	4	5			
49.5	1	5	8	2	4	2		2		
39.5	4	8	2							
29.5	2	3								
19.5										

第七章　機率及常態曲線

機率　本書中前面已提到過一班統計的結果，都有法查出其準確程度，也說過這一種的計算是從機率中得出。本章卽要略述些關於這點的事

實和理論。但是照嚴格的來說，提到數理，卻不合本書之性質。故以下所說是一種最淺顯的解釋，稍空虛繁複的地方，一概略去。

機率可說是機會的比率。就是某事在所有事中發現機會之多少。或是某事發現的可能數目與總可能數目之比例。

比方一布袋中盛碁子百枚，白黑各五十。令人每次伸手入袋取一枚。問他取白碁子之機會有多少，卽可列出下式：

$$\frac{\text{可取白碁子之次數}}{\text{可取碁子之次數}}=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$$

卽是有一半的機會，或是拿白的或黑的機會是一樣。假設一百碁子中白的七十五個黑的二十五個那就情形不同。取白的機會是百中有七十五，或四中有三。取黑的是百中只有二十五或四中有一。照此類推，我們就可知爲何在三百人中去考一個招一百人的學校想被取錄，較之買條四千九百多號的彩票想中頭獎獨得壹萬元，把握要多些。

複事之機率　上述的都是關於一件單純的事，一個白碁子，一人考取，一張頭彩等。但是也可有複雜的事情發現。比方從那袋白黑碁子各五十的袋中，每次同取出兩個碁子，那就拿一白一黑的機會比拿兩個黑，或兩個白的機會要多一倍。就是四次之中可有一次兩白，一次兩黑，兩次一黑一白。因爲用兩手拿兩碁子只有四種現象發生，如下：

左黑右黑　左黑右白　左白右黑　左白右白

（兩黑）　（一白一黑）　（兩白）

因爲四法之中有兩個是一白一黑，而只一個兩黑，一個兩白，故白黑各半的機會是多一倍。這種情形與代數中二次展開式適合，茲列出於下：

$$(X+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

（黑＋白）^{2}＝黑黑＋2（白黑）＋白白。

設取銅元兩枚，向上拋擲再計兩個之正反，若拋四十次則將有十次是兩

個都正，二十次是一反一正，十次是兩個都反。因爲一個銅元是正反各有一面，兩個銅元，就成複事，也可照上列等式，寫：

$$(正+反)^2 = 正正 + 2(正反) + 反反$$

若用六個銅元時，則三正三反的機會，較之六正或六反的機會要多二十倍。因爲：

$$(X+y)^6 = x^6 + 6 \times {}^5y + 15 \times {}^4y^2 + 20 \times {}^3y^3 + 15 \times {}^2y^4 + 6 \times y^5 + y6$$

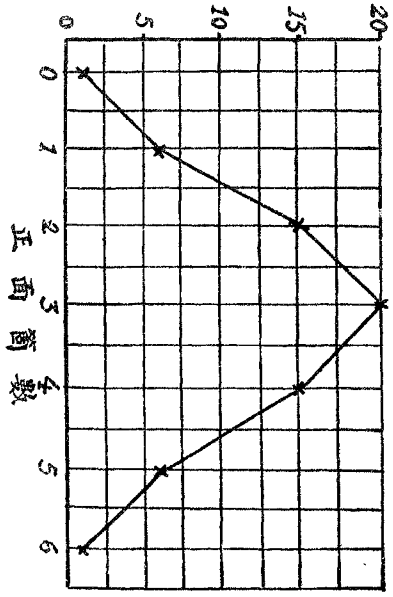
所以在六十四次之中，

六正只有一次
五正一反有六次
四正二反有十五次
三正三反有二十次
二正四反有十五次

一正五反有六次

六反只有一次

所擲總次數不同時，這比例仍是一樣。我們實際用六個銅元去拋64次時，不見就能得這個比例，但是所差不遠。若是拋得愈多幾次 就愈會差得近。做得次數非常多時，卽可得到相符合的情形。公式中所表現的比例是應有的或理論的機率。



常態曲線　若是將上述六個銅元正反的機率畫出一曲線或多邊圖，卽有上圖形式。這形狀的曲線，於是就叫做理論機率曲線。其次數最多的是在正中，向上向下都是一樣的漸少，兩端是對稱的。若是把這多邊圖修勻成曲線，那曲線就像一個鐘的形狀。

有些人類特性的分配也有這種情形。若是去量了四五千人的高度，按分配來畫個圖也可看出中間的人最多，較高較矮的都少些，愈高或愈矮就愈少。若是令五六百人同時賽跑，那一羣人在最前面的人數不多，在最末後的人也少，許多都在當中。原故是在許多普通人中高的矮的都不多，不高不矮的最多。跑快跑慢的都不多，不快不慢的最多。講句老話，就可說上智下愚少，中庸者多。因爲有許多事情有近這樣形式的分配，（但並非任何事情皆如此）所以這曲線又叫作常態曲線。

雖然常態曲線不能代表一切事實的分配情形，但是在所有分配曲線之

中還是較爲符合較多的事實，（尤其教育方面的測驗，成績，體格量度等等）所以仍然可供採用。

求事實分配之理論情形　某件事實的實際分配有時是近似一常態情形，就可在其上加畫一常態曲線，表示那分配符合理論時應有之情形。畫

組　別	次　數
149.5-159.5	9
139.5-149.5	25
129.5-139.5	163
119.5-129.5	366
109.5-119.5	868
99.5-109.5	1059
89.5—99.5	1074
79.5—89.5	799
69.5—79.5	318
59.5—69.5	103
49.5—59.5	36
39.5—49.5	12
29.5— 9.5	2
總	4834

上去的曲線，面積，均方差，及平均數都要與原分配曲線符合，方能合用。例如有4834人測驗分數分配如前。其總數＝4834，平均數＝99.72，均方差＝16.61。我們要在這分配圖上畫一常態曲線，就是要求4834人平均＝99.72，均方差＝16.61時的常態分配是何形狀，或是合乎理論的形狀是怎樣。第一步就是根據總數，均方差，組距，及一個常數去計算平均數地方（或是曲線中點）應有之高度，或平均數應有之理論次數。所用的公式如下：

$$中點高=\frac{總}{\frac{均}{距}\times 2.5066} \qquad （公式23）$$

2.5066是常數，其他三項均照事實代入。本例的中點高如下：

$$中點高=\frac{4834}{\frac{16.61}{10}\times 2.50\ 6}=\frac{4834}{1.66\times 2.5066}=\frac{4834}{4.16}=1162$$

1162卽是平均數（99.72）在同次數同均方差之常態曲線中應有之次數

，也就是要畫的曲線上中點的高度。

常態曲線在中點的高度和他在兩頭每隔若干均方差地方的高度，都有一定比例。假令中點（或均＝0地方）高度是一，其上下各一均方差地方曲線的高度便是.6065。這比例均經人算出列成一表（附表三）。所以第二步的計算，便是用求得的中點高去乘這比例，便可得在底線上相當均方差距離地方曲線應有何高度。計算時可列成下表。「均」字一行是指離中點有幾個均方差。「比例」一行是照「均」的多少在附表三中查得。「高」一行是用（比例×中點高）卽得。

均	比例	高
0	1.0000	1162（1162×1）
.5	.8825	1025（1162×.8825）
1.0	.6065	705（1162×.6065）

1.5	.3247	377（1162×.3247）
2.0	.1353	157（1162×.1353）
2.5	.0439	52（1162×.0439）
3.0	.0111	12（1162×.0111）
3.5	.0022	3（1162×.0022）

得了末一行的這些高度，便可在底線畫出平均數（或中點）上下各均方差值的地位，按表把高度標出，再將標出高度連成曲線。畫均方差值時可列成下表：

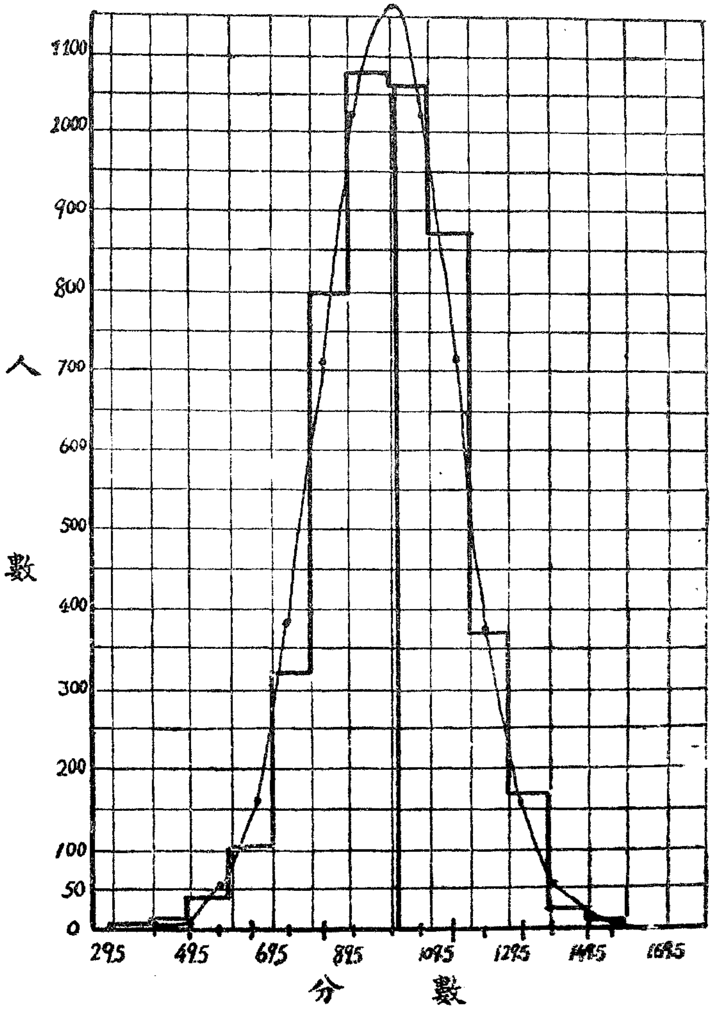
99.72+ .5均=108.0	— .5均=91.4
99.72+1 均=116.3	—1 均=83.1
99.72+1.5均=124.6	—1.5均=74.8
99.72+2 均=132.9	—2 均=66.5
99.72+2.5均=141.1	—2.5均=58.2

99.72+3均=149.5　—3均=49.9

99.72+3.5均=157.8　—3.5均=41.6

先在99.72地方，直軸1161上畫一點。然後在108及91.4地方直軸1025上各畫一點。116.3及83.1地方直軸705上各畫一點。其他各點，也是這樣根據兩表去畫。畫完之後將各點連起，便成一個合於事實總數，平均數，及均方差的常態曲線。下圖是將實際分配畫成直方圖，再照才述的方法加畫了一個常態曲線的形式。

直方圖所示是實在面積及次數。曲線表示的是理論的面積與次數。在事實分配上去加畫常態曲線時應注意兩點。1.事實要多，至少要過幾千，不然相差太遠，毫無價值。2.事實分配要有常態傾向。太偏態或不像的時候，也會相差太多。畫上去的曲線是否合宜或妥當，另有方法審查，此外從略。


1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
50
0
人數
29.5
49.5
69.5
89.5
109.5
129.5
149.5
169.5
分數

求任何數值之理論次數　比方在前例中，我們要知道照理論分配時得120分者應有若干人時，卽可至圖中看橫軸在120時曲線高度是若干卽可推出。（在500人左右）但是圖上有時不準，且有時亦不必因求一兩個高度而畫圖，故另有計算的方法。計算第一步是先求該數與平均數之差，不計正負，如 $120-99.72=21.28$ 。再以均方差除得數，如 $\frac{1.28}{16.61}=1.28$ 。然後至高度比例表（附表二）中查（1.28均）之比例，得.44078，以此比例乘中點高卽得所求之高度，$.44078\times1162=513.2$ 卽言若是該分配爲常態時，得120分者照推應有513人。此計算只需求一個中點高卽可做到，較之加畫曲線所省實多。所以目的不在求全體形狀，而只需少數高度時，可不畫曲線而用此法。

求任何二數值間之理論次數　假設我們問若是上例中分配是常態時，兩分數之間應有若干次數，那就所算的不是一個高度而是一個面積。算

法如下：

1. 求每數隔平均數之間有幾個均方差，並其位置之上下。算法是將每數中減去平均數，再以均方差除之。

2. 求平均數與每距離間（均方差爲單位）之面積比例。查附表三。

3. 兩距離同號時，求兩面積比例之差。兩距離異號時，求兩面積比例之和。（同號相減，異號相加）。

4. 將所得比例乘總次數，即得應有面積或次數。

比方求上例中 110 分與 140 分之間，應有若干理論次數，算法如下：

$$\frac{110-99.72}{16.61}=\frac{10.28}{16.61}=.62$$（110分在平均上.62均）

$$\frac{140-99.72}{16.61}=\frac{40.28}{16.61}=2.4$$（140在平均上2.4均）

由附表四中查得。

.62之面積比例＝.2324（平均至.62均之間佔全面積百分之23.24）

2.4之面積比例＝.4918（平均至2.4均之間佔全面積百分之49.18）

因二者之差都是正數，故將兩比例相減。

.4918－.2324＝.2594（.62均至2.4均間佔全面積之成分）

總＝4834

.2594×4834＝1254　（100與140間應有人數）

有時，題中不用分數，而用均方差作單位。例於求該分配中平均上（1.2均）至（2.4均）之間，應有若干次數。算法如前，只將第一步省去，無須減平均數及以均方差除。直接由表中求此距離之比例，照算卽可。

常態曲線之用途　在測驗及計算中，用常態曲線作根本假定者甚多。有時亦不免失當，例如人數失之過少或情形失之不合。尋常學校中材料能適用這種算法者並不多，故用時必須審愼。

前幾段曾講過理論的情形或是適合常態時應有的情形。切勿以爲任何

分配都應有常態的情形，而以不合常態的分配爲不應有。不合常態的分配不一定是變態，也是照樣合理，只是那種曲線難歸成一類，難計算面積高度而已。

機誤　在第二章中，我們曾說所有統計中收集的事實多少免不掉是種取樣的手續。現在要說的是根據取樣事實計算而得的結果與根據原本事實全體所得結果之差，或根據取樣事實而得之結果去推測全體眞實情形的可靠程度。

比方有某大學，學生共五千人。現隨意取一百人，量其身長，得平均＝58吋。現在問題是看58吋與五千人的眞正平均身長若干，以及如何可根據這一百人的分配及58吋去推測全五千人之平均身長。這兩層的答案都不能用絕對的話來講，只能用機率來講。未講之前，先要求該量數之機誤。

各統計量數皆可求機誤，但是公式各不同。現將平均數，均方差及相關係數之機誤公式列下：

$$\text{平均數機誤} = \frac{.6745 \times \text{均}}{\sqrt{\text{總}}} \qquad \text{（公式24）}$$

$$\text{均方差機誤} = \frac{.6745 \times \text{均}}{\sqrt{2 \times \text{總}}} \qquad \text{（公式25）}$$

$$\text{相關係數機誤} = \frac{.6745 \times (1-\text{係}^2)}{\sqrt{\text{總}}} \qquad \text{（公式26）}$$

.6745 是個常數，使結果恰到易於解釋之大小。其他記號都在前面講過。從公式中可看出機誤要小時就需要均方差小或是相關係數大以及總次數多。機誤的寫法，通常是在量數後面作一個加或減的記號（±）再將機誤寫上。例如：

平均數 85 的機誤是1.2 就寫：平均數＝85±1.2

均方差23.3的機誤是2.5　就寫：均方差＝23.3±2.5

相關係數+.86的機誤是.17　就寫：相關係數＝+.86±.17

有時也可寫（機誤1.2）（機誤2.5）等放在量數後面。二者意義是一樣。都是表示百中有五十個機會量數眞值是在上下各一機誤之範圍之內，或是百中有五十機會量數眞值與所得之數值相差不超過一機誤之距離。比方先述的五千人中一百人的平均高度是58吋。現求出機誤等於2.5吋。58+2.5＝60.5 58—2.5＝55.5意思就是說百分中有五十機會，那五千人的眞正平均數是介乎55.5與60.5之間；或是有一半機會，那五千人的眞正平均與58之差是不出2.5吋。其他量數的機誤，都是同樣解釋。眞正全體，也不一定只是五千人，全國人，全種人或較大的團體都可。

前說的只是上下一個機誤的範圍。其機會是一百中五十，或是1:1。若上下各包兩個機誤則機會成了4.5:1，上下各三個，便成了21:1，上

下各四個，便成了 142:1 。若將前說的身長平均＝58±2.5 的上下各算機誤四個，範圍便成48—68吋。那時眞正平均在範圍裏的機會，卻 143 個有 142 個。卽此可見機誤的範圍愈寬，就包括眞正數值之機會愈多。像上述的 143 中有 142 個的機會，我們差不多可說是一定了。

根據上述各點可由一個取樣中得的結果，推測全體眞正結果應在那個範圍之內。普通是用上下四個機誤作安全範圍，因爲超過那限度的機會 143 中只有一個。機誤範圍的廣狹與量數之是否可靠有關係。機誤範圍寬的量數較爲不可靠，機誤範圍窄的量數較爲可靠。若是某量數機誤等於零那量數就最可靠，因爲眞值必與之相等。若是量數機誤與量數本身數值相等（如平均＝24±24）那就很不可靠，因爲有四分之一的機會那眞值會等於零。機誤小的原故是在次數多而均方差小，爲何從多數人中得一個分散不大的事實是較爲可靠，想大家都易明白。

機誤之另一效用在審核兩團體間差別之價值，看其是爲眞差或是湊巧現出的。辦法是根據要比較的各量數之機誤求得差異之機誤。若差異之數值比機誤之數值大四倍以上，那就差異等於零的機會很少，差異多半是可靠。若是不然，則差等於零機會較多，（無差的機會多）故不甚可靠。例如甲班國文平均85分，乙班國文平均80分，兩班之間差五分。但這差是否可靠，尙須研究。故求甲班平均及乙班平均的機誤，再去算差別的機誤。差別機誤公式如下：

$$（\text{甲乙之差}）\text{之機誤}=\sqrt{（\text{甲之機誤}）^2+（\text{乙之機誤}）^2}\qquad（\text{公式}27）$$

今甲班平均 $=85\pm6$　　乙班平均 $=80\pm4$

$$\text{甲乙之差}=85-80=\underline{5}$$

$$（\text{甲乙之差}）\text{之機誤}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}=\underline{7.2}$$

差異本身（5）尙不及機誤（7.2）之大，故此差別非常不可靠。兩班

之差（５），非眞正程度上之區別，只是取樣上湊巧現出不同而已。有此辦法，就比較兩班成績，兩種教法，或兩校兒童高矮等事時，不致專依求得差別立言，引人笑話。因爲多有人看見一個差別，便冒昧的說這個法子好，或那班智力高，自己以爲得意。到後來一算機誤方知差數並不可靠，等於沒有分別，才後悔不迭自恨未早留意。明白這層，就不會蹈這覆轍了。

練習

1. 某校游藝會，憑券抽彩。頭獎一張得金表，二獎五張得墨盒，三獎十張得鉛筆，四獎五十張得紀念信紙。共售出券三百五十張。問得獎之機率爲若干？得金表之機率爲若干？得鉛筆或墨盒之機率爲若干？

2. 試取銅元六枚，向上拋64次，每次計其正反各幾枚。（先認定一面正）作一次數表及多邊圖，並與本章中理論次數相比。將全班各人結果

綜計，再作一多邊圖，與理論次數相比。

3.根據第二章練習十二之直方圖，加繪一常態曲線，使其面積，平均數及均方差都與原來相同。（該分配之平均及均方差在第三章練習十二及第四章練習十一中均已算出）。

4.今有一常態分配，總數爲3600人，平均體重爲97.4磅，均方差爲8.5。求體重120磅，140磅，75磅者各應有若干人。

5.前項事實中，120磅至140磅之間應有若干人？80磅至100磅之間應有若干人？由+1.2均方差至+2.8均方差之中應佔全體百分之幾？

6.某班75人，外國語考試結果如下：平均數=78.3均方差=4.8。求平均數及均方差之機誤並解釋。

7.第三小學學生共348人，施行算術標準測驗後，求得平均數=86.5，均方差=13.6。第九小學學生共429人，用同樣標準測驗，平均數得

93.8，均方差＝10.7。第九小學學生便說他們算術程度是較第三小學好些。其言是否有據？試審查事實，再評判之。

8. 設平均數＝78，其機誤＝1.5， 問眞正平均數在79.5以上發現之機會有多少？在81以上發現之機會有多少？在72以下發現之機會有多少？

9. 設有一常態分配其平均數爲75。問75至80之間與70至75之間何者次數應較多？75至85之間與85至90之間何者次數應較多？

10. 設均方差等於零，則機誤等於若干？該分配的曲線成何形狀，是否近似常態？

11. 常態分配中，平均數及衆數何者較大，平均數及中數何者較小？平均與75點之距離較平均與25點之距離何者較長？

12. 用第二章練習十及練習十一之直方圖，加繪常態曲線。將曲線與直方圖之適合情形與本章練習三中者相比。解釋其間不同之原故。

附錄　計算表用法

第二章中已說過計算中可利用他人作好之表，節省時間。本章中特此附表幾個，並將用法略述。

（1）乘方表　乘方是一個麻煩手續，位數多時且易錯誤。用此表時則某數的乘方，可一查卽得，無需計算。若是兩位的數，就只要看左邊第一行中那數是在那一格，橫看過去第一行的數卽是（不過最後兩位是小數）。例如求37的乘方，37那格橫看過去的第一行是136900，把最後兩位小數點開，卽得1369爲37之乘方。

求三位數的乘方時，先用百位十位兩數看是在那一橫行，再用單位的數看是在那一直行，格中的數便是。例如求455的乘方，就先找到45那橫行，再看其中與直行標（5）的相交是那一格，格中之數207025便是

455 的乘方。

若是兩位數或三位數中帶有小數時，仍是照上法辦。只是得了答數以後，每位小數，在答數上標兩位小數就是。比方求45·5的乘方，仍是照樣求得207025，只是將25標在小數點右邊，成 2070·25 。若是求4·55的乘方，就是 20·7025 。

這個表還可反囘去求方根，省掉開方的手續。辦法是在表中間尋到與要開方之數最近的一數，再看他是在那一個橫行，與頂上是那個數字（是何數的乘方）即得。有小數時，原數中每兩位，方根上得一位。要留意的，就是原數要從小數點向上向下，每二位分成一組，表上的數也要從後向前兩位算成一組，彼此按組相對，才不至錯。比方 635 的方根看出是25·2，但是 63·5 的方根卻不是2·52（因為 2·52 乘方得6·3504）而是7·97。

（2）常態曲線下高度比例表　此表用途詳第七章中。看法也是和前表差不多。只有整數及一位小數時，就只看左邊那兩行。有第二位小數，時再照橫行推到相當之一格。其中所得之數，是指離開平均數若干均方差的地方，常態曲線高度得中點高度之幾成。

（3）常態曲線下面積比例表　此表用途亦詳第七章中。看法同第二表。其中數目，指平均數與相隔若干均方差的地方之間佔全曲線下面積之幾成。

附表一　乘方表

No	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11	12100	12321	12544	12769	12996	13225	13456	13689	13924	14161
12	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13	16900	17161	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201

15	22500	22801	23104	23409	23716	240 5	24336	24649	24964	25281
16	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	28561
17	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35344	35721
19	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24	57600	58081	58564	59049	59526	60025	60516	61009	61504	62001
25	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106279	106929	107584	108241
33	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	151321
39	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201

40	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46	211600	212521	213444	214369	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001
50	250000	251001	252004	253009	254016	255025	256036	257049	258064	259081
51	260100	261121	262144	263169	264196	265225	266256	267289	268324	269361
52	270400	271441	272484	273529	274576	275625	276676	277729	278784	279841
53	280900	281961	283024	284089	295156	286225	287296	288369	289444	290521
54	291600	292681	293764	294849	295936	297025	298116	299209	300304	301401
55	302500	303601	304704	305809	306916	308025	309136	310249	311364	312481
56	313600	314721	315844	316969	318096	319225	320356	321489	322624	323761
57	324900	326041	327184	328329	329476	330625	331776	332929	334084	335241
58	336400	337561	338724	339889	341056	342225	343396	344569	345744	346921
59	348100	349281	350464	351649	352836	354025	355216	356409	357604	358801
60	360000	361201	362404	363609	364816	366025	367236	368449	369664	370881
61	372100	373321	374544	375769	376996	378225	379456	380689	381924	383161
62	384400	385641	386884	388129	389376	390625	391876	393129	394384	395641
63	396900	398161	399424	400689	401956	403225	404496	405769	407044	408321
64	409600	410881	412164	413449	414736	416025	417316	418609	419904	421201

65	422500	423801	425104	426409	427716	429025	430336	431649	432964	434281
66	435600	436921	438244	439569	440896	442225	443556	444889	446224	447561
67	448900	450241	451584	452929	454276	455625	456976	458329	459684	461041
68	462400	463761	465124	466489	467856	469225	470596	471969	473344	474721
69	476100	477481	478864	480249	481636	483025	484416	485809	487204	488601
70	490000	491401	492804	494209	495616	467025	498436	499849	501264	502681
71	504100	505521	506944	508369	509796	511225	512656	514089	515524	516961
72	518400	519841	521284	522729	524176	525625	527076	528529	529984	531441
73	532900	534361	535824	537289	538756	540225	541696	543169	544644	546121
74	547600	549081	550564	552049	553536	555025	556516	558009	559504	561001
75	562500	564001	565504	567009	568516	570025	571536	573049	574564	576081
76	577600	579121	580644	582169	583696	585225	586756	588289	589824	591361
77	592900	594441	595984	597529	599076	600625	602176	603729	605284	606841
78	608400	609961	611524	613089	614656	616225	617796	619369	620944	622521
79	624100	625681	627264	628849	630436	632025	633616	635209	636804	638401
80	640000	641601	643204	644809	646416	648025	649636	651249	652864	654481
81	656100	657721	659344	660969	662596	664225	665856	667489	669124	670761
82	672400	674041	675684	677329	678976	680625	682276	683929	685584	687241
83	688900	690561	692224	693889	695556	697225	698896	700569	702244	703921
84	705600	707281	708964	710649	712336	714025	715716	717409	719104	720801
85	722500	724201	725904	727609	729316	731025	732736	734449	736164	737881
86	739600	741321	743044	744769	746496	748225	749956	751689	753424	755161
87	756900	758641	760384	762129	763876	765625	767376	769129	770884	772641
88	774400	776161	777924	789689	781456	783225	784996	786769	788544	790321
89	792100	793881	795664	797449	799236	801025	802816	804609	806404	808201

90	810000	811801	813604	815409	817216	819025	820836	822649	824464	826281
91	828100	829921	831744	833569	835396	837225	839056	840889	842724	844561
92	846400	848241	850084	851929	853776	855625	857476	859329	861184	863041
93	864900	866761	868624	870489	872356	874225	876096	877969	879844	881721
94	883600	885481	887364	889249	891136	893025	894916	806809	868704	900601
95	902500	904401	906304	908209	910116	912025	913936	915849	917764	919681
96	921600	923521	925444	927369	929296	931225	933156	935089	937024	938961
97	940900	942841	944784	946729	948676	950625	952576	954529	956484	958441
98	960400	962361	964324	966289	968256	970225	972196	974169	976144	978121
99	980100	982081	984064	986049	988036	990025	692016	994009	996004	998001

附表二　常態曲線下高度比例表

（中點高＝1.0000 表中各數之前皆有小數點）

均	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	100000	99995	99980	99955	99920	99875	99820	99755	99685	99596
0.1	99501	99396	99283	99158	99025	98881	98728	98565	98393	98211
0.2	98020	97819	97609	97390	97161	96923	96676	96420	96156	95882
0.3	95600	95309	95010	94702	94387	94055	93723	93382	93024	92677
0.4	92312	91399	91558	91169	90774	90371	89961	89543	89119	88688

0.5	88250	87805	87353	86896	86432	85962	85488	85006	84519	84060
0.6	83527	93023	82514	8 010	81481	80957	80429	79896	79359	78817
0.7	78270	77721	77167	76610	76048	75484	74916	74342	73769	73193
0.8	72615	72033	81448	7 861	70272	69681	69087	68493	67896	67298
0.9	66689	66097	65494	64891	64287	63683	63077	62472	61865	61259
1.0	60653	60047	59440	58834	58228	57623	57017	56414	55810	55209
1.1	54607	54007	53409	52812	52214	51620	51027	50437	49848	49 60
1.2	48675	48092	47511	46933	46357	45783	45212	44644	44078	43516
1.3	42956	42399	41845	41294	40747	40202	39661	39123	38569	38058
1.4	37531	37007	36487	35971	35459	34950	34445	33944	33447	32954
1.5	32465	31980	31500	31023	30550	30082	29618	29158	28702	28251
1.6	27804	27361	26923	26489	26059	25634	25213	24797	24385	23978
1.7	23575	23176	22782	22392	22008	21627	21251	20879	20511	20148
1.8	19790	19436	19086	18741	18400	18064	17732	17404	17081	16762
1.9	16448	16137	15837	15530	15232	14939	14650	14364	14083	13806
2.0	13534	13265	13000	12740	12483	12230	11981	11737	11496	11259
2.1	11025	10795	10570	10347	10129	09914	09702	09495	09290	09090
2.2	08892	08698	98507	08320	08136	07956	07778	07604	07433	07265
2.3	07100	06939	06780	06624	06471	06321	06174	06029	05888	05750
2.4	05614	05481	05350	05222	05096	04973	04852	04734	04618	04505
2.5	04394	04285	04179	04074	03972	03873	03775	03680	03586	03494
2.6	03405	03317	03232	03148	03066	02968	02908	02831	02757	02684
2.7	02612	02542	02474	02408	02343	02280	02218	02157	02098	02040
2.8	01984	01929	01876	01823	01772	01723	01674	01627	01581	01536
2.9	01492	01449	01408	01367	01328	01288	01252	01215	01179	01145

3.0	0111									
3.1	0082									
3.2	0060									
3.3	0043									
3.4	0031									
3.5	0022									
3.6	0015									
3.7	0012									
3.8	0007									
3.9	0005									
4.0	0003									
5.0	00004									

附表三　常態曲線下面積比例表

（總面積＝1.0000表中各數之前皆有小數點）

X/	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0.1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0.2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0.3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0.4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879

0.5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0.6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0.7	2580	2612	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0.8	2881	2910	2939	2967	2995	2023	3051	3078	3106	3133
0.9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1.0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	2577	3599	3621
1.1	3643	3665	3686	3718	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1.2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1.3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1.4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1.5	4332	4345	1357	4370	4382	4394	4406	4418	4430	4441
1.6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1.7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1.8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1.9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4762	4767
2.0	4773	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2.1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2.2	4861	4865	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2.3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2.4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2.5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2.6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2.7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2.8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4980	4980	4981
2.9	4981	4982	4983	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986

3.0	4987									
3.1	4990									
3.2	4993									
3.3	4995									
3.4	4997									
3.5	4998									
3.6	49984									
3.7	49989									
3.8	49993									
3.9	49995									
4.0	49997									
5.0	49999									

附表四　名詞對照表

次數表	Frequency Table	簡單次數表	Simple Frequency Table
直接材料	Primary Data	組	Class
間接材料	Secondary Date	組距	Class Interval
取樣	Sampling	組限	Class Limit

組值	Class Value
頂限	Upper Limit
底限	Lower Limit
分配	Distribution
次數	Frequency
累積次數	Cumulative Frequency
分析圖	classifer
直軸	Vertical or Y-Axis
橫軸	Horizontal or X-Axis
直方圖	Histogram
次數多邊圖	Frequency Polygon
集中趨勢	Central Tendency
平均數	Mean or Average
假定原始點	Assumed Origin
等值	Equivalent Scale Values
中數	Median
衆數	Mode
大概衆數	Crude Mode
雙峯狀態	Bi-modality
兪祿	G. U. Yule
幾何平均數	Geometric Mean
調和平均數	Harmonic Mean
離中趨勢	Variability, Dispersion
全距離	Range
平均差	Mean Deviation
差數	Deviation from Mean

均方差，標準差	Standard Deviation
二十五分差	Quartile Deviation
75點，上二十五分點	Upper or 3rd Quartile
25點，下二十五分點	Lower or 1st Quartile
偏態	Skewness
百分值	Percentile
百分曲線	Percentile Curve
百分等級	Percentile Rank
相關	Correlation
變量	Variable
皮爾生	K. P arson
相關係數	Coefficient of Correlation
相關表	Correlation Table
等級相關	Rank-difference Correlation
相關比例	Correlation Ratio
分析相關	Partial Correlation
多項相關	Multiple Correlation
機率	Probablity
複事	Compound events
二次展開式	Binomial Expansion
常態曲線	Normal Curve.
機率曲線	Probablity Curve
理論次數	Theoretical Frequency
曲線高度	Height of Ordinate
機誤	Probable Error

附表五　公式對照表（符號解釋見第六表）

用　途		號數	公	式
由初步登記	求平均數	1.	$平=\frac{(各項)之和}{總}$	$M=\frac{\Sigma X}{N}$
由次數表	求平均數	2.	$平=\frac{(組值\times次)之和}{總}$	$M=\frac{\Sigma fv}{N}$
仝	上	3.	$平=假+\left[\frac{(等\times次)之和}{總}\right]\times距$	$M=A+\left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)I$
由累積次數表	求中數	4甲	$中=中底+\left(\frac{\frac{總}{2}-下累次}{中次}\right)\times距$	$Md=LL_M+\left(\frac{\frac{N}{2}-f_{up}}{f_M}\right)I$
仝	上	4乙	$中=中頂-\left(\frac{\frac{總}{2}-上累次}{中次}\right)\times距$	$Md=UL_M-\left(\frac{\frac{N}{2}-f_{do}}{f_M}\right)I$
由初步登記	求平均差	5.	$平均差=\frac{(差)之和}{總}$	$M.D.=\frac{\Sigma X}{N}$
仝	上	6甲	$平均差=\frac{[(較小項數\times平)-(較小項數)之和]\times 2}{總}$	
				$M.D.=\frac{(C.M-\Sigma X_s)2}{N}$

仝　上　6乙　$\text{平均差}=\frac{〔(\text{較大項})\text{之和}-(\text{較大項數}\times\text{平})〕\times 2}{\text{總}}$

$$M.D.=\frac{(\Sigma X_a-C.M)\,2}{N}$$

由次數表　求平均差　7.　$\text{平均差}=\frac{〔\text{次}\times(\text{組値差})〕\text{之和}}{\text{總}}$　$M.D.=\frac{\Sigma f(V-M)}{N}$

仝　上　8.　$\text{平均差}=\frac{〔(\text{等}\times\text{次})\text{之和}〕\times\text{距}+〔(\text{假}-\text{平})\times(\text{上半總}-\text{下半總})〕}{\text{總}}$

$$M.D.=\frac{(\Sigma fd)\,I+(A-M)(N-N_b)}{N}$$

由初步登記　求均方差　9.　$\text{均}=\sqrt{\frac{(\text{差}^2)\text{之和}}{\text{總}}}$　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma X^2}{N}}$

仝　上　10　$\text{均}=\sqrt{\frac{(\text{各項}^2)\text{之和}}{\text{總}}-\text{平}^2}$　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma X^2}{N}-M^2}$

由次數表　求均方差　11　$\text{均}=\sqrt{\frac{〔\text{次}\times(\text{組値差}^2)〕\text{之和}}{\text{總}}}$　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma f(V-M)^2}{N}}$

仝　上　12　$\text{均}=\left(\sqrt{\frac{(\text{等}^2\times\text{次})\text{之和}}{\text{總}}-\left[\frac{(\text{等}\times\text{次})\text{之和}}{\text{總}}\right]^2}\right)\times\text{距}$

$$S.D.=\left(\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}-\left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}\right)I$$

求二十五分差　13　$25差=\frac{75點—25點}{2}$　$Q=\frac{Q_3—Q_1}{2}$

由累積次數表　求25點　14甲　$25點=25組底+\left(\frac{\frac{總}{4}—下累次}{25組次}\right)\times 距$

$$Q_1=LL_l+\left(\frac{\frac{N}{4}—f_{up}}{f_l}\right)I$$

仝　上　14乙　$25點=25組頂—\left(\frac{\frac{3\times 總}{4}—上累次}{25組次}\right)\times 距$

$$Q_1=U.L_l—\left(\frac{\frac{3N}{4}—f_{do}}{f_l}\right)I$$

由累積次數表　求75點　15甲　$75點=75組頂—\left(\frac{\frac{總}{4}—上累次}{75組次}\right)\times 距$

$$Q_3=U\,L\,—\left(\frac{\frac{N}{4}—f_{do}}{f_3}\right)I$$

仝　上　15乙　$75點=75組底+\left(\frac{\frac{3\times 總}{4}—下累次}{75組次}\right)\times 距$

			$Q_3= LL_3+\left(\frac{\frac{3N}{4}-f_{up}}{f_3}\right)I$
由累積次數表	求百分值	16甲	若干點＝所在組底＋$\left(\frac{\frac{總\times若干}{100}-下累次}{所在組次}\right)\times$距 $P_P= LL_P+\left(\frac{\frac{PN}{100}-f_{up}}{f_P}\right)I$
仝	上	16乙	若干點＝所在組頂$-\left(\frac{\left(\frac{100-若干}{100}\right)\times總-上累次}{所在組次}\right)\times$距 $P_P= UL_P-\left(\frac{\frac{100-P}{100}N-f_{do}}{f_P}\right)I$
求百分等級		17	級＝底級＋$\frac{頂級-底級}{距}\times$（某數－底限） $R_x=R_L+\frac{R_U-R_L}{I}\left(X-LL\right)$
仝	上	18	級＝$\frac{100\times〔所在組次\times（某數-底限）+（下累次\times距）〕}{總\times距}$ $R_x=\frac{100〔f_x(X-LL)+(f_{up})I〕}{NI}$

由初步登記　求相關係數　19

$$係=\frac{(甲差\times乙差)之和}{總\times甲均\times乙均}\qquad r=\frac{\Sigma Xy}{N\sigma_x\sigma_y}$$

仝　上　20

$$係=\frac{(甲差\times乙差)之和}{\sqrt{(甲差^2)之和\times(乙差^2)之和}}\qquad r=\frac{\Sigma Xy}{\sqrt{\Sigma x^2\Sigma y^2}}$$

由相關表　求相關係數　21

$$係=\frac{(甲乙次\times等甲\times等乙)之和-\frac{(甲次\times等甲)之和\times(乙次\times等乙)之和}{總}}{\sqrt{\left[(甲次\times等甲^2)\ 之和-\frac{(甲次\times等甲)之和^2}{總}\right]\times\left[(乙次\times等乙^2)之和-\frac{(乙次\times等乙)之和^2}{總}\right]}}$$

$$r=\frac{\Sigma f_x d_x d_y-\frac{(\Sigma f_x d_x)(\Sigma f_y d_y)}{N}}{\sqrt{\left[\Sigma f_x d_x^2-\frac{(\Sigma f_x d_x)^2}{N}\right]\left[\Sigma f_y d_y^2-\frac{(\Sigma f_y d_y)^2}{N}\right]}}$$

求等級相關係數　22

$$等係=1-\frac{6\times(等級差)^2之和}{總\times(總^2-1)}\qquad P=1-\frac{\sigma(K_x-K_y)}{N(N^2-1)}$$

求常態曲線中點高度

$$中點高=\frac{總}{\frac{均}{距}\times(2.5066)}\qquad Y_o=\frac{N}{\frac{\sigma}{I}(2.5066)}$$

求平均數機誤	24	$平均數機誤=\frac{.6745\times 均}{\sqrt{總}}$	$P.E._{M}=\frac{.6745\sigma}{\sqrt{N}}$
求均方差機誤	25	$均方差機誤=\frac{.6745\times 均}{\sqrt{2\times 總}}$	$P.E.\sigma=\frac{.6745\sigma}{\sqrt{2N}}$
求相關係數機誤	26	$相關係數機誤=\frac{.6745\times(1-係^2)}{\sqrt{總}}$	$P.E._{r}=\frac{.6745(1-r^2)}{\sqrt{N}}$
求差數之機誤	27	$(甲-乙)之機誤=\sqrt{(甲之機誤)^2+(乙之機誤)^2}$ $P.E(x-y)=\sqrt{P.E^2{}_x+P.E.^2{}_y}$	

附表六　符號對照表（以公式表上先後爲次序）

漢字符號	意義	西文符號	西文意義
平	平均數	M	Mean
各項	每項之數值	X	Value of each item
之和	加起之值	Σ	Summ tion of Values
總	總數	N	Total number of items

組值	組值	V	Class Value
次	次數	f	Frequency
假	假定原始點	A	Assumed Origin
等	等值	d	Deviation from A in class units
距	組距	I	Class Interval
中	中數	Md	Median
中底	中組之底限	l_{lm}	Lower limit of median class
下累次	該組以下之向上累積次數	f_{up}	Cumulative frequency up to specified class
中次	中組之次數	f_m	Frequency of median class
中頂	中組之頂限	u'_m	Upper limit of md class
上累次	該組以上之向下累積次數	f_{do}	Cumulative frequency down to specified class
平均差	平均差	M.D.	Mean Deviation

差	每數與平均數之差	x	Deviation of each item from Mean
較小之項數	較平均小之項數	C_b	Number of items below Mean
較小項	較平均小之各項	X_b	Value of items below Mean
較大之項數	較平均大之項數	C_a	Number of items above Mean
較大項	較平均大之各項	X_a	Value of items above Mean
組值差	組值與平均之差	$v-M$	Class value less Mean
上半總	組值較平均大各組次數之和	N_a	Sum of frequencies in classes whose values are above Mean
下半總	組值較平均小各組次數之和	N_b	Sum of frequencies in classes whose values are below Mean
均	均方差	S.D.	Standard Deviation
25差	二十五分差	Q	Quartile Deviation
75點	七十五分點	Q_3	Third (upper) Quartile
25點	二十五分點	Q_1	First (lower) Quartile

25組　底	二十五分點所在組之底限	ll_1	Lower limit of class in which the 1st Quartile lies
25組　次	二十五分點所在組之次數	f_1	Frequency of that class
25組　頂	二十五分點所在組之頂限	u'_1	Upper limit of that class
75組　頂	七十五分點所在組之頂限	ul_3	Upper limit of class in which the 3rd Quartile lies
75組　次	七十五分點所在組之次數	f_3	Frequency of that class
75組　底	七十五分點所在組之底限	ll_3	Lower limit of that class
若干點	欲求之百分值	P_p	The Percentile wanted
若干	在該百分值以下之百分數	P	Percent of items below that percentile
所在組底	該百分值所在組之底限	ll_p	Lower limit of class in which that percentile occurs.
所在組次	該百分值所在組之次數	f_p	Frequency of that class
所在組頂	該百分值所在組之頂限	u'_p	Upper limit of that class
級	百分等級	R	Percentile Rank

底級	該組底限之百分等級	F_1	Percentile Rank of lower limit of the class
頂級	該組頂限之百分等級	R_u	Percentile Rank of upper limit of that class
某數	欲求其百分等級之數	X	Value of item for which the percentile rank is wanted
係	相關係數	r	Coefficient of Correlation
甲差，乙差	兩數值各與其平均之差	x,y	Deviation of values from their respective means
甲均，乙均	兩分配之均方差	σ	Standard deviations of 2 Distributions
甲次，乙次	兩分配中之各組次數	f_x,f	Frequencies in class units
等甲，等乙	兩分配中之等差	d_x d	Deviations from assumed origins
等級差	兩變量中等級之差	$k_x—k$	Difference in rank in two distributions
等係	等級相關係數	p	Rank-difference correlation
中點高	常態曲線中點之高度	y_0	Height of Normal Curve at center
機誤	機誤	P.F.	Probable Error.

04033

上海大東書局出版

法律讀物

解釋艱深的法學疑義
貢獻切實的法學常識
法官·律師·學生·民衆·不可不備

完全專家學
問的結晶，
科學整理，
精密校勘，
明快暢達，
切合實
用

刑事訴訟法釋義	一冊	一元四角	七折
刑法釋義	一冊	一元八角	七折
商標法釋義	一冊	四角	七折
違警罰法通詮	一冊	一元五角	九折
破產法原論	一冊	七角	九折
國際勞工立法	一冊	六角	九折
平時國際公法問答	一冊	五角	六折
戰時國際公法問答	一冊	三角	六折
白話解釋違警罰法	一冊	二角	七折
刑法	一冊	三角	六折
刑事訴訟法	一冊	三角	六折

371.2
4707

教育統計學初步
胡毅著

Date due	Signed by

河南
省立圖書館

中華民國二十一年八月初版

教育統計學初步（全一冊）

△（定價大洋七角）
（外埠酌加郵費匯費）

版權所有
翻印必究

編著者　胡　毅
校閱者　江　恆源
發行人　（上海北福建路二號）沈　駿聲
發行者　（上海四馬路九十九號）大東書局
印刷者　（上海北福建路二號）大東書局
發行所　（上海四馬路暨各省）大東書局

大東