

修正課程標準適用

初中算術教本

〔上册〕

劉薰宇 孫 瀚 張志淵 合編

教 育 部
核 定

開 明 書 店 印 行

初中算術教本上册 每册定價一元

民國廿八年七月初版 三十六年三月七版

編者 劉薰宇 孫瀚 張志淵

發行兼印刷 開明書店
代表人 范洗人

有著作權不許翻印

上册目次

第一編 整數 小數

第一章 緒論.....1

1. 數單位量 2. 整數 3. 小數

第二章 四則.....5

第一節 加法.....5

4. 加法和 5. 加法的性質 6. 加法的計算
7. 加法的檢算 8. 加法的捷算 9. 四捨五入
10. 近似加法

第二節 減法.....13

11. 減法差 12. 減法的性質零 13. 減法的
計算 14. 減法的檢算 15. 減法的捷算 16. 計
算的順序 17. 括號 18. 去括號 19. 加括號
20. 近似減法

第三節 乘法.....24

21. 積整數乘法 22. 乘法的性質 23.
小數乘法 24. 乘法的計算 25. 乘法的檢算
26. 乘方指數 27. 乘法的捷算 28. 近似乘法

第四節 除法.....34

29. 除法商 30. 不能整除餘數 31. 除法的

性質 32. 除法的計算 33. 除法的檢算 34. 等
分累減 35. 乘方的除法 36. 除法的捷算 37.
式子的計算順序 38. 近似除法

第五節 四則49

39. 心算 筆算 機械算 40 四則應用問題

第二編 複名數

第一章 緒論 61

41. 複名數 單名數 42. 基本單位 補助單位
低級單位 高級單位 進率

第二章 度量衡.....63

43. 度量衡

第一節 市用制度量衡63

44. 長的單位 45. 面積的單位 地積 46. 面
積計算 47. 體積的單位 容積 48. 體積計算
49. 重量的單位

第二節 標準制度量衡69

50. 標準制度量衡 51. 長的單位 52. 面積的
單位 地積 53. 體積的單位 容積 54. 重量
的單位

第三節 外國度量衡.....75

55. 外國度量衡

第三章 貨幣80

56. 貨幣 57. 我國幣制 58. 外國幣制

第四章 時間83

59. 時間的單位 60. 年 平年 閏年 61. 月 星期

第五章 複名數的變形81

62. 通法 63. 命法 64. 換算 當量

第六章 複名數四則.....93

65. 加法 66. 減法 67. 乘法 68. 除法

第七章 弧度 角度 經緯與時間...100

69. 弧度 70. 角度 71. 經度 緯度 72. 經
差與時間的關係 73. 標準時區

第三編 整數的性質

第一章 緒論.....109

74. 倍數 約數 75. 倍數 76. 特別數的倍數
77. 質數 78. 質數的判定 79. 質因數

第二章 最大公約數120

80. 公約數 最大公約數 81 最大公約數的求
法(一)[分解質因數法] 82. 最大公約數的求法
(二)[輾轉相除法]

第三章 最小公倍數125

83. 公倍數 最小公倍數 84. 最小公倍數的求
法 85. 最小公倍數與最大公約數 86. $G.C.$
 $M.$ 和 $L.C.M.$ 的應用

第四編 分數

第一章 緒論 133

87. 分數 88. 分數與商 89. 分數的種類

第二章 分數的變形.....136

90. 分數的性質 91. 約分 92. 化最簡分數法

93. 通分 94. 通分法 95. 假分數與整數

96. 假分數與帶分數 97. 分數的大小

第三章 分數與小數.....146

98. 分數與小數 99. 小數化分數 100. 分數

化小數 101. 循環小數 102. 循環小數化分數

第四章 分數四則 152

第一節 加法 減法 152

103. 同分母分數加法 104. 同分母分數減法

105. 異分母分數加法 106. 異分母分數減法

第二節 乘法 除法 159

107. 乘以整數 108. 除以整數 109. 乘以分數

110. 除以分數 111. 逆數 112. 繁分數

113. 分數四則應用問題

中英名詞對照表180

修正課程標準適用

初中算術教本

上 冊

第 一 編

整 數 小 數

第 一 章 緒 論

1. 數 單 位 量

【豫備問題】 1. 試就‘橘子13個’、‘布2丈8尺’二語，指出其中的單位及數來。

2. 試述‘法幣’、‘地積’的單位。

3. 試舉例說明‘數’與‘量’的意義。

4. ‘名數’是甚麼？試舉其例。

一切可以數或量的東西，叫做量。要數或量時，必須用一種東西來做標準，這用來做標準的東西，就叫做單位。依了這標準，用來計量的大小的，叫做數。

例如有橘子一堆,我們一個一個的數去,數到十三,恰好數完,這13就是數;而一個橘子,就是單位.又如有一匹布,我們用一根尺去量牠,量得二十八尺,這28就是數,而用去量布的尺,就是單位.

由此可知,表示量的大小,必須用一個數,而且在這個數的後面附上單位的名稱,後面附有單位名稱的數,叫做**名數**;不附單位名稱的數,叫做**不名數**.

例如橘子與布都是量,而13個、2丈8尺都是名數;13,28便是不名數.

2. 整數

【豫備問題】 1. 試用數字(本書所謂數字係指阿拉伯數碼字)記寫下列各數:

三萬五千七百六十五, 八萬萬五百萬四千二百.

2. 從個位起順次說出十,百,千……到千萬萬各位的名稱.又由千萬萬位起逆說至個位止.

3. 試把下列各數,用三位或四位分段法分段後讀出來:

- | | |
|---------------|-----------------|
| a. 803467095, | b. 98268054321, |
| 4583000000, | 829430000, |
| 74680243. | 1042345000. |

1 是數的單位, $1+1=2$, $1+1+1=3$,

$1+1+1+1=4, \dots, 1, 2, 3, 4, \dots$ 這種數, 叫做**整數**. 一切整數都可用 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 及 0 記出來. 從 1 到 9 各數, 總稱為**基數**.

3. 小數

【豫備問題】 1. 試用不同的讀法〔例如 4.5 (i) 讀作四又十分之五, (ii) 讀作四點五〕, 把下列各小數讀出來:

0.2305, 0.0072, 12.3043.

2. 用平日的語法 (例如 3.56 千, 讀作三千五百六十), 把下列各數讀出來:

25.7 萬萬, 0.43 百萬, 13.27 萬, 26.6 百.

表示比單位小的數, 叫做**小數**. 表示小數, 前面加一小數點. 小數與整數集合而成的數, 叫做**帶小數**. 有時也把小數、帶小數, 都叫做小數.

現在把帶小數的命位法, 列記如下:

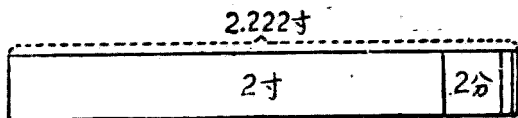
整數*										小數							
萬	千	百	十	萬	千	百	十	萬	千	百	十	個	分	釐	毫	絲	
.....	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬
.....	第 三 位	第 三 位	第 二 位	第 十 位	第 九 位	第 八 位	第 七 位	第 六 位	第 五 位	第 四 位	第 三 位	第 二 位	第 一 位	第 一 位	第 二 位	第 三 位	第 四 位

* 歐美記數法, 每三位給以一個名稱, 故以三位為一段; 中國記大數的方法, 向來每四位給以一個名稱, 故以四位為一段. 依習慣自以四位分段為便; 但因海禁開後, 與歐美交易頗繁, 故在若干場合, 又以三位分段較便; 所以現時兩法併存.

量的大小,由單位而定.同一個量用來表示的單位大,則所用的數小;反過來,若用的單位小,則所用的數大.如一尺布,用尺做單位,則數為1,用丈做單位,則數為0.1,用寸做單位,則數為10.

僅就表示量的數的大小,並不能決定量的大小.例如0.4里和500尺,0.4雖比500小,而0.4里卻比500尺大.

下圖是以寸作單位表示2.222寸的.試將小數點左右移動,加以適當單位名稱,說出圖中的線段所表示的長.



第二章 四則

第一節 加法

4. 加法 和

【豫備問題】 1. 試取任意一數，順次加上3，加上4，加上7。

2. 舉例說明加法與和的意義。

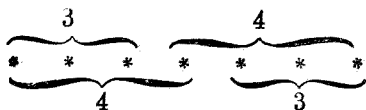
將同單位的甲乙二量併合起來，成爲單位相同的第三量，叫做甲乙二量相加，第三量叫做甲乙二量的和，計算的方法，叫做加法。

加法的計算，祇限於不名數或同種類的名數。

例如5與3，5尺與3尺，可以相加；而5與3尺，5尺與3斤，就不可以相加。

5. 加法的性質

【豫備問題】 試用圖來說明3加上4與4加上3，得到同樣的結果。



甲數加以乙數，和乙數加以甲數，其和相同；即

$$\text{甲數} + \text{乙數} = \text{乙數} + \text{甲數}.$$

若把甲數、乙數用文字 a, b 來表示，那末，上面的式子，更形簡單，就是：

$$a + b = b + a.$$

練習問題

1. 試述 $a + b + c = a + c + b$ 的意義。
2. 依上面加法的性質，用較便利的方法，求下列各式的和：

例如： $93 + 389 + 7 = 93 + 7 + 389 = 100 + 389 = 489.$

a. $37 + 182 + 63.$ b. $856 + 725 + 275.$

6. 加法的計算

〔例 1〕 求下列各數的和：

326, 528, 967, 1204.

(運算)

$$\begin{array}{r} 326 \\ 528 \\ 967 \\ \hline 1204 \\ \hline 3025 \end{array}$$

(說明) 從個位起，每位都自上至下順次相加，滿了十便進上一位，就是：

答：3025.

個位 $6 + 8 + 7 + 4 = 14 + 7 + 4 = 21 + 4 = 25,$ 進 2 寫 5;

十位 $2 + 2 + 2 + 6 + 0 = 4 + 2 + 6 + 0 = 6 + 6 + 0 = 12,$ 進 1 寫 2;

百位 $1 + 3 + 5 + 9 + 2 = 4 + 5 + 9 + 2 = 9 + 9 + 2 = 18 + 2 = 20,$

進 2 寫 0;

千位 $2+1=3$,

寫3.

〔例2〕 求 46.25, 8.03, 0.912, 52.4 四數的和。

(運算)

$$\begin{array}{r} 46.25 \\ 8.03 \\ 0.912 \\ 52.4 \\ \hline 107.592 \end{array}$$

(說明) 小數加法的運算, 仍是將各數的單位直行對齊, 而從最右一位加起, 每滿十便進上一位。

答: 107.592.

〔例3〕 求 7丈5尺, 8尺6寸, 1丈8尺9寸的和。

(運算)

$$\begin{array}{r} \text{尺} \\ 75 \\ 8.6 \\ 18.9 \\ \hline 102.5 \end{array}$$

(明說) 本題以尺為單位, 尺以下便是小數。運算時單位的名稱, 可以祇寫第一個的, 而將其餘的略去。

答: 10丈2尺5寸。

加法運算的時候, 照上例的樣子直寫, 雖然比較便利; 但若遇相加的數較簡單時, 最好直接計算, 不必用直寫的式子, 如下列橫寫的式子, 學者務須多多練習。

〔例4〕 計算下列的加法:

$$305+27+893=1225.$$

答: 1225.

7. 加法的檢算

從個位起, 自下至上再順次相加, 若所得的和與初得之和相等, 則計算無誤。

如上面例一:

$$\text{個位 } 4+7+8+6=11+8+6=19+6=25,$$

進2寫5;

十位 $2+0+6+2+2=8+2+2=10+2=12$, 進1寫2;

百位 $1+2+9+5+3=3+9+5+3=12+5+3=17+3=20$,

進2寫0;

千位 $2+1=3$, 寫3.

答數仍爲3025,故知所得無誤.

練習問題

求下列各數的和:

$$\begin{array}{r} 1. \quad 328 \\ \quad 512 \\ \quad 634 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad 432 \\ \quad 645 \\ \quad 381 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad 672 \\ \quad 138 \\ \quad 361 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \quad 516 \\ \quad 387 \\ \quad 422 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \quad 723 \\ \quad 421 \\ \quad 589 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6. \quad 283 \\ \quad 4467 \\ \quad 328 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7. \quad 836 \\ \quad 707 \\ \quad 5397 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8. \quad 3276 \\ \quad 568 \\ \quad 9476 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9. \quad 3271 \\ \quad 456 \\ \quad 3324 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10. \quad 5672 \\ \quad 348 \\ \quad 1962 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11. \quad 8642 \\ \quad 2273 \\ \quad 4261 \\ \quad 8372 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12. \quad 4836 \\ \quad 5241 \\ \quad 3243 \\ \quad 10908 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13. \quad 5739 \\ \quad 6781 \\ \quad 34212 \\ \quad 8306 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14. \quad 9678 \\ \quad 1583 \\ \quad 10824 \\ \quad 8304 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15. \quad 5864 \\ \quad 1482 \\ \quad 8326 \\ \quad 91630 \\ \hline \end{array}$$

16.	42307	17.	672307	18.	432456
	8234		836405		672378
	85892		298670		82582
	12743		826841		15432
	7645		12324		48642
	<u>13282</u>		<u>43560</u>		<u>41389</u>
	19.	51264		20.	564382
		81324			211814
		32464			321483
		29518			546542
		18324			483246
		<u>87070</u>			<u>819878</u>

不許寫直式，直接求出下列各數的和：

- 21.** $235 + 185 + 712$.
22. $21.5 + 62.3 + 87.7$.
23. $35.2\text{元} + 67.3\text{元} + 84.5\text{元}$.
24. $2.31 + 13.2 + 5.02$.

求下面各數的總和：

- 25.** 五斗二升，七石八斗三升，七斗八升五合。
26. 三元五角，十二元三角四分，八十五元六角。
27. 五十八畝，七十四畝八分，九十六畝二分五釐。

8. 加法的捷算

【豫備問題】 1. 將 3, 5, 9, 7, 8, 2 依各種的順序相加，比較那幾種便利？

2. 先將 5, 3, 4, 7, 6, 2, 9, 8, 1 中，相加得 10 的兩數，合併再相加。

〔例〕 求 3584, 2763, 5139, 8926, 7341 的和。

(運算)

$$\begin{array}{r} 3584 \\ 2763 \\ 5139 \\ 8926 \\ 7341 \\ \hline 27753 \end{array}$$

(說明) 個位 十位 百位 千位

$$\begin{array}{cccc} \begin{array}{l} 4 \\ 3 \\ 9 \\ 6 \\ 1 \\ \hline 23 \end{array} & \begin{array}{l} 2 \\ 8 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ \hline 25 \end{array} & \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \\ 9 \\ 3 \\ \hline 27 \end{array} & \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \\ 7 \\ \hline 27 \end{array} \\ \left. \begin{array}{l} 4 \\ 3 \\ 9 \\ 6 \\ 1 \end{array} \right\} 10 & \left. \begin{array}{l} 2 \\ 8 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \end{array} \right\} 10 & \left. \begin{array}{l} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \\ 9 \\ 3 \end{array} \right\} 10 & \left. \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \\ 7 \end{array} \right\} 10 \end{array}$$

上面的算法,若能熟練,則計算加法比較簡捷,而且比較不易錯誤,學者宜多自練習。

練習問題

求下列各數的和:

1. $\begin{array}{r} 476 \\ 389 \\ 524 \\ 631 \\ \hline \end{array}$

2. $\begin{array}{r} 399 \\ 486 \\ 715 \\ 624 \\ \hline \end{array}$

3. $\begin{array}{r} 6745 \\ 3427 \\ 4385 \\ 7663 \\ \hline \end{array}$

4. $\begin{array}{r} 5143 \\ 6674 \\ 5937 \\ 4466 \\ \hline \end{array}$

5. $\begin{array}{r} 7784 \\ 5893 \\ 1026 \\ 2307 \\ \hline \end{array}$

6. $\begin{array}{r} 6865 \\ 6873 \\ 1276 \\ 3047 \\ 4931 \\ \hline \end{array}$

7. $\begin{array}{r} 1459 \\ 10316 \\ 2757 \\ 9884 \\ 6013 \\ \hline \end{array}$

8. $\begin{array}{r} 4769 \\ 423 \\ 6380 \\ 3387 \\ 5541 \\ \hline \end{array}$

9. $\begin{array}{r} 13163 \\ 4832 \\ 36989 \\ 25246 \\ 22775 \\ \hline \end{array}$

10. $\begin{array}{r} 24737 \\ 59485 \\ 23163 \\ 18270 \\ 41645 \\ \hline \end{array}$

11. $\begin{array}{r} 60769 \\ 3680 \\ 272 \\ 14384 \\ 8131 \\ 3477 \\ \hline \end{array}$

12. $\begin{array}{r} 4745 \\ 52597 \\ 1224 \\ 3862 \\ 36383 \\ 9516 \\ \hline \end{array}$

9. 四捨五入

【豫備問題】把 4.16459 斤化成複名數。

4.16459 斤就是 4 斤 2 兩 6 錢 3 分 3 釐 3 毫 4 絲 4 忽，實際上一種東西的重量，既用斤作單位，那末測到兩已大致準確，而錢、分等已無須測定，至於釐、毫、絲、忽等更無法用同一器械與斤同時測定。所以吾人用數的精確程度，是有相當的限制的，如超過這限度，便不必要。計算問題時，將這不必要的數略去，既無損於應用，而又比較簡捷，這叫做‘近似算’。

已知一數，祇留着需要的若干位，而將以下的省略了去，其省略法普通用的是**四捨五入**。就是省略部分的第一字是 4 或 4 以下的數時，則捨棄；若是 5 或 5 以上的數時，則在其上位加上 1。

如 1.4574 若祇需要小數二位，則可作 1.46，而需要小數三位，則為 1.457。

10. 近似加法

〔例〕求 2.376426, 9.753142, 1.972395, 0.028817, 4.315760, 6.079000, 0.954998 的和至小數第三位止。

(運算)

$$\begin{array}{r}
 2.3764 \\
 9.7531 \\
 1.9723 \\
 0.0288 \\
 4.1157 \\
 6.0790 \\
 0.9549 \\
 \hline
 25.4802
 \end{array}$$

(說明) 相加的數, 在 5 個到 10 個之間的時候, 祇要把各數寫到所需位數的下一位 (本例寫到小數第四位), 再行相加, 而將所得的和的末一位去掉, 在上一位加 1, 即為所求的答。

答: 25.481.

若相加的數在 5 個以內, 則將各數先依四捨五入法截到所需的位數, 再行相加。

像上面的計算, 將相加的數, 依題意適宜省略之, 以免除無用的手續而求和的方法, 叫做近似加法 (亦稱省略加法)。

練習問題

求下列各數的和:

1. 0.257, 0.8365, 12.6428, 0.0807. (分位止)
2. 0.3457, 16.2987, 9.7206, 0.18653. (分位止)
3. 5.2542, 6.8073, 8.3554, 18.3582. (分位止)
4. 12.804 元 + 25.037 元 + 48.915 元 + 32.52 元. (整數止)
5. 63.6482 + 0.34263 + 18.21 + 34.825 + 48.46. (整數止)
6. 32.521 + 41.854 + 8.5643 + 3.524. (分位止)

應用問題一

1. 地球上之海洋面積約為三萬萬六千一百萬方公里, 陸地面積約為一萬萬四千九百萬方公里. 求地

球的總面積。

2. 哥倫布發見美洲在西歷紀元1492年，試計算發見美洲後442年，為西歷紀元幾年？

3. a 比 b 多30， b 比 c 多27，而 c 是50。求 a, b, c 的和。

4. 今年次子9歲，長子比次子大4歲，5年後二子的年齡共多少？

5. 試把下列的資產、負債表，寫成橫式，並計算其總和，填入合計項下。

資產類		負債類	
各種抵押放款	國內發行者價證券	國外發行者價證券	房地
二	一	一	八
三	五	八	六
百	一	八	七
十	四	六	四
萬	二	七	一
千	四	五	六
百	六	一	八
十	八	一	四
元	九	七	一
角	四	八	三
分	六	五	六
合計	二	一	三
各種抵押放款	國內發行者價證券	國外發行者價證券	房地
二	一	一	八
三	五	八	六
百	一	八	七
十	四	六	四
萬	二	七	一
千	四	五	六
百	六	一	八
十	八	一	四
元	九	七	一
角	四	八	三
分	六	五	六
合計	二	一	三
應付未付款項	借入款	同人儲備公益勞金	公積金
一	一	一	一
三	三	一	一
五	一	〇	〇
七	一	八	八
一	九	九	六
四	七	二	四
七	七	四	八
九	七	八	八
五	九	八	八
一	五	八	九
四	七	八	九
九	一	八	九
四	四	八	九
九	五	八	九
三	一	八	九
三	七	八	九
合計	一	一	一
暫記未收款項	應收未收款項	房屋器具及開辦費	現金及銀行往來
一	一	一	一
七	一	一	一
四	七	二	九
五	四	五	〇
一	二	一	一
六	四	五	七
一	五	一	五
三	二	四	九
六	六	一	四
三	一	〇	九
一	三	三	三
合計	一	一	一

第二節 減法

11. 減法差

【豫備問題】 1. 50 比 34 大多少?

2. 求 18 與 45 的差.

3. 8 與什麼數的差是 25?

知甲乙二數的和與甲數而求乙數,是從甲乙二數的和減去甲數;甲乙二數的和,叫做被減數,甲數叫做減數,乙數叫做差.這種計算,叫做減法.

被減數、減數、差的關係,寫成式子,就是:

$$\text{被減數} - \text{減數} = \text{差}.$$

因此

$$\text{減數} + \text{差} = \text{被減數}.$$

由是可知,減法是加法的逆算.

減法的計算,祇限於不名數或同種類的名數.

例如 5 與 3, 5 尺與 3 尺可以相減;而 5 與 3 尺, 5 尺與 3 斤就不可以相減.

練習問題

1. 25 與什麼數的和是 33?

2. 下式的()中,應當填什麼數,等式纔成立?

$$25 + () = 33.$$

3. 試求下列各式中 x 所代表的數:

$$a. \quad 37 + x = 100. \quad b. \quad x + 23.6 = 100.$$

4. 試比較被減數、減數、差的大小。

12. 減法的性質 零

【豫備問題】 由 $25 - 18 = 7$, 研究以下的事項:

- 若 25 遞次加上 1, 則其與 18 的差變化怎樣?
- 若 25 與 18 同時遞次加上 1, 則其差發生怎樣變化?
- 若 18 遞次加上 1, 則其與 25 的差的變化怎樣? 18 可以無限地遞次加上 1 麼?

在減法中:

- 若被減數增減某數, 則其差也增減同數.
- 若被減數與減數同時增減同一數, 則其差不變.
- 若減數增減某數, 則其差反而減增同數; 但減數不得增大到超過被減數. 被減數與減數相等時, 其差爲零. 一個數加零或減零, 仍然得原數.

13. 減法的計算

〔例 1〕 求 532 與 257 的差.

$$\begin{array}{r} 532 \\ 257 \\ \hline 275 \end{array}$$

答: 275.

一位數的減法，是減法的基礎，我們應當純熟到能夠‘正確敏捷’地計算為止。

〔例 2〕 32.4 比 19.78 大多少？

$$\begin{array}{r} 32.4 \\ 19.78 \\ \hline 12.62 \end{array}$$

答：12.62

小數的減法，先將被減數和減數的單位對齊，而從最右一位減起。

〔例 3〕 從 6 元 2 角 3 分減去 2 元 4 角 9 分，得多少？

$$\begin{array}{r} 6.23\text{元} \\ 2.49 \\ \hline 3.74 \end{array}$$

答：3 元 7 角 4 分。

簡單的數相減，不必寫做直式，可直接計算出來。

14. 減法的檢算

求減數與差的和，若和與被減數相等，則計算無誤。如例 1， $257+275=532$ ，故知計算大約無誤。

練習問題

計算下列各減法：

1. $\begin{array}{r} 334 \\ 157 \\ \hline \end{array}$

2. $\begin{array}{r} 482 \\ 297 \\ \hline \end{array}$

3. $\begin{array}{r} 543 \\ 389 \\ \hline \end{array}$

4. $\begin{array}{r} 832 \\ 578 \\ \hline \end{array}$

5. $\begin{array}{r} 755 \\ 487 \\ \hline \end{array}$

6. $\begin{array}{r} 15864 \\ 7689 \\ \hline \end{array}$

7. $\begin{array}{r} 48672 \\ 35797 \\ \hline \end{array}$

8. $\begin{array}{r} 82435 \\ 47593 \\ \hline \end{array}$

9. $\begin{array}{r} 557423 \\ 289574 \\ \hline \end{array}$

10. $\begin{array}{r} 284.52 \\ 277.65 \\ \hline \end{array}$

11. $\begin{array}{r} 485.432\text{元} \\ 276.787 \\ \hline \end{array}$

12. $\begin{array}{r} 6572.43\text{元} \\ 5753.28 \\ \hline \end{array}$

直接計算下列各式：

13. 1兩3錢8分 - 7錢9分.

14. 5畝7分5釐 - 4畝7分5釐7毫.

15. 減法的捷算

【豫備問題】 計算下列各式：

1. $23+77$.

2. $0.431+0.569$.

3. $0.021+0.079$.

4. $100-12.3$.

5. $1-0.325$.

C. $0.1-0.023$.

二基數的和爲10的，是1, 9; 2, 8; 3, 7; 4, 6; 5, 5; 又二基數的和爲9的，是1, 8; 2, 7; 3, 6; 4, 5. 對於這各對數，若能見了一數，就想得起其相對的一個數，則如上的加減，由心算實極容易.

【例1】 計算次式：

$$532 - 457 + 136.$$

(運算)

$$\begin{array}{r} 532 \\ 543 \\ 136 \\ \hline 1211 \end{array}$$

(說明) 457 加上 543 得 1000, 所以從一個數減去 457, 同着加上 543 而減去 1000 一樣. 故先將 532, 543, 136 相加得 1211, 減去 1000 便得所求的數.

答: 211.

【例2】 計算次式：

$$365 - 259 + 384 - 95.$$

(運算)

$$\begin{array}{r} 365 \\ 741 \\ 384 \\ 5 \\ \hline 1495 \end{array}$$

(說明) 減去 259 和加上 741 而減去 1000 相等; 又減去 95 和加上 5 而減去 100 相等. 故先將 365, 741, 384, 5 相加得 1495, 減去 1000, 又減去 100 得 395.

答: 395.

練習問題

計算下列各式，減法須照上例：

1. $583 - 287 + 615 - 375$.
2. $750 - 25 + 375 - 567$.
3. $571 - 125 - 283 + 75$.
4. $892 + 52 - 482 - 305 - 97$.
5. $4024 - 952 - 827 - 560 + 725$.
6. $75.7 - 17.2 + 36.5 - 21.12$.
7. $25 - 0.825 - 7.643 - 7.634 - 3.452$.

16. 計算的順序

計算‘+’與‘-’結合的式子，原則是從左到右順次計算；但也可如次例所示，用比較便利的方法。

〔例〕 計算次式：

$$25 - 7 + 8 - 12 - 3 + 5.$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 25 + 8 + 5 - 7 - 12 - 3 \\ &= 25 + 8 + 5 - (7 + 12 + 3) \\ &= 38 - 22 \\ &= 16. \end{aligned}$$

答：16.

由上例，可知由一數順次減去7, 12, 3幾個數，同着一次減去這幾個數的和是一樣的。故將加減號相連結的若干數括於一個括號內使成一數，而括號前用的是減號，則原來各數前的加減號均須改變。但若括號前用的是加號，則不變。

練習問題

1. 前條的練習問題，試用本條例題所示的方法來計算。

2. 試以語言述 $a-b-c=a-(b+c)$ 的意義。

3. 試述括號的功用。

17. 括號

算術中使用的括號，有下列四種：

- (1) 括線 —— ； (2) 括弧 ()； (3) 括弓 []；
(4) 括帶 { }。

括號的使用，是表明計算的順序，從裏面到外面。

$$\begin{aligned}
 \text{〔例〕 } & 72 + \{39 + [100 - (43 - \overline{76 - 35})]\} \\
 & = 72 + \{39 + [100 - (43 - 41)]\} \\
 & = 72 + \{39 + [100 - 2]\} \\
 & = 72 + \{39 + 98\} \\
 & = 72 + 137 \\
 & = 209.
 \end{aligned}$$

18. 去括號

如上節所示，將括號裏的式子，計算出牠的結果，再把括號去掉，這是基本的方法。但也可以先將括號去掉，再行計算。這樣去括號的方法有二：

(i) 括號前面是加號的，去了括號，各數的加減號不變。

(ii) 括號前面是減號的,去了括號,括號內各數的加號須變成減號,而減號須變成加號.

所以前條的例,又可如次計算:

$$\begin{aligned}
 & 72 + \{39 + [100 - (43 - \overline{76 - 35})]\} \\
 & = 72 + \{39 + [100 - (43 - 76 + 35)]\} \\
 & = 72 + \{39 + [100 - 43 + 76 - 35]\} \\
 & = 72 + \{39 + 100 - 43 + 76 - 35\} \\
 & = 72 + 39 + 100 - 43 + 76 - 35 \\
 & = 209.
 \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned}
 & 72 + \{39 + [100 - (43 - \overline{76 - 35})]\} \\
 & = 72 + 39 + [100 - (43 - \overline{76 - 35})] \\
 & = 72 + 39 + 100 - (43 - \overline{76 - 35}) \\
 & = 72 + 39 + 100 - 43 + \overline{76 - 35} \\
 & = 72 + 39 + 100 - 43 + 76 - 35 \\
 & = 209.
 \end{aligned}$$

19. 加括號

要將一式中應先計算出結果的各數表示出來,則須加括號,加括號的方法和去括號的相同.

(i) 所加的括號,前面是加號,則各數的加減號不變.

(ii) 所加的括號,前面是減號,則括號內

各數的加減號須改變。

$$\begin{aligned}
 \text{〔例〕 } & 100 - 72 + 63 + 41 - 32 \\
 & = 100 - 72 + 63 + (41 - 32) \\
 & = 100 - 72 + [63 + (41 - 32)] \\
 & = 100 - \{72 - [63 + (41 - 32)]\}.
 \end{aligned}$$

練習問題

用兩種去括號的方法，計算下列各式，而比較其結果：

1. $500 - (436 - \overline{167 - 89})$.
2. $89 + [176 - (43 + \overline{52 - 4})]$.
3. $432 - \{231 - [132 - (123 - \overline{140 - 96})]\}$.

將下列各式照 19 條的例，加上括號：

4. $307 + 45 + 767 - 523$.
5. $769 - 459 - 120 + 132 - 79$.
6. $1000 - 426 - 213 - 110 - 77 - 54$.

20. 近似減法

〔例〕 計算 3.65247 與 1.28676 的差到釐位止。

(運算)	$ \begin{array}{r} 3.65 \\ \underline{1.29} \\ 2.36 \end{array} $	(說明) 把被減數、減數依四捨五入法截到所需的位，實行減法就是。
		答：2.36。

(別法)	$ \begin{array}{r} 3.652 \\ \underline{1.286} \\ 2.366 \end{array} $	(說明) 把被減數、減數比所需的位數，多寫一位，實行減法後，而將末一位依四捨五入法處置。
		答：2.37。

本題若照原數計算則差爲 2.36571, 比 2.36 多 0.00571 而比 2.37 少 0.00421, 可知別法的誤差較小. 其原因以第一法的被減數和減數都依四捨五入法只留小數二位. 實際被減數捨去 0.00247, 而減數多收進 0.00342, 在結果上即等於多減去 0.00571, 所以誤差較大, 以採用第二法爲宜, 我國通常計算亦採此法.

練習問題

計算下列各減法:

1. $15.3836 - 7.1542$ (釐位止).
2. $8.57391 - 0.534$ (分位止).
3. $7568.34 - 587.96$ (整數止).
4. $53.462462 - 18.181818$ (毫位止).
5. $235.64 - 27.532$ (整數止).
6. $3.256256 - 1.137737$ (小數第二位止).

應用問題二

1. 計算下列各式:

- a. $1000 - \{500 - (12.5 + 9.8)\}$.
- b. $7.53 - [(17.7 - 2.5) - (23 - 12.2)]$.

2. 求下列各式中 x 所代表的數:

- a. $52 + x = 344$.
- b. $125 = 75 + x$.

3. 測量某人的體溫, 午前六時是 36 度 5 分, 九時昇 2 分, 正午更昇 3 分, 午後三時降 6 分, 六時更降 3 分. 這

時某人的體溫幾度？

4. 取任意三位的整數，例如 634 求牠與其逆排的數 436 的差 (198)。其次求這差 (198) 與其逆排的數 (891) 的和。

用這樣的方法，取種種三位數試之，比較其結果如何？

5. 某人買價值 8 角的書一冊，2 角 7 分的雜誌一冊，付以 5 元法幣一張，應找回錢多少？

6. 沿直行的鐵路，順次有甲乙丙丁四站。兩站間的距離，甲丙為 9.5 里，乙丁為 7.2 里，乙丙為 4.6 里。求甲乙及丙丁間的距離。

7. 欲測量古井之深，用繩縛以鐵錘，尚不能到底，因此更接以線，錘到底而線尚餘 2 尺 5 寸。若繩長 8 尺 5 寸，井深幾尺？

8. 下面正方形中之數，無論何行，何列或斜角，每

23	6	19	2	15
4	12	25	8	16
10	18	1	14	22
11	24	7	10	3
17	5	13	21	9

5 個數的和常是一定，但其中有一數是誤寫的，試加以訂正。

第三節 乘法

21. 積 整數乘法

【豫備問題】 1. ‘三個7相加’一語，可以另外用什麼語言來說述？

2. 作乘法九九表。

3. 試說明下列各式的意義：

$$7元 \times 3, \quad 7 \times 3人, \quad 7元 \times 3人.$$

依乙數所指定的個數，連寫甲數而求其和，叫做甲數**乘以**乙數；甲數叫做**被乘數**，乙數叫做**乘數**，所得的和叫做甲乙二數的**乘積**，這不用加法而直接求積的計算，叫做**乘法**。

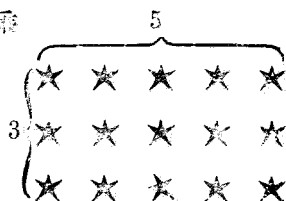
甲數乘以乙數，也叫做甲數的**乙數倍**。
乘數限於不名數。

22. 乘法的性質 因數

【豫備問題】 1. 3乘以5與5乘以3，其積不變。試用圖來說明。

2. 求下列各式的積：

$$0 \times 5, \quad 5 \times 0, \quad 0 \times 0.$$



被乘數與乘數互相調換，其積不變。即

$$a \times b = b \times a.$$

所以對於積看起來，被乘數與乘數沒有分別的必要，都可以叫做那乘積的‘因數’。例如 $3 \times 5 = 15$, $5 \times 3 = 15$ ，故 3 是 15 的因數，5 也是 15 的因數。

因數之一為零時，其積常為零。

練習問題

1. 計算 $27 \times 4 \times 5$ ，又計算 $27 \times (4 \times 5)$ ，比較牠們的積。
2. 長方形 $ABCD$ 的二邊 AB , BC 各為 3 公釐, 5 公釐。

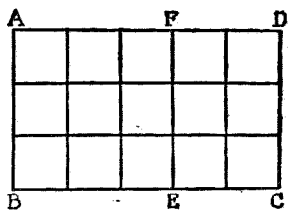
那末，長方形 $ABCD$ ，長方形 $ADEF$ ，長方形 $FECD$ 各是幾平方公釐？

由上面所得的結果，述說次式所表的意義：

$$(3+2) \times 3 = 3 \times 3 + 2 \times 3.$$

3. 試用語言，來說明次式
- 的意義：

$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c.$$



23. 小數乘法

【豫備問題】 1. 試述 5×0.2 的意義。

2. 求下列各式的積：

$35 \times 0.1,$	$35 \times 0.2,$	$528 \times 0.01,$
$528 \times 0.001,$	$0.1 \times 0.01,$	$0.01 \times 0.01,$
$0.7 \times 0.03,$	$7 \times 0.003,$	$35 \times 10,$
$35 \times 20,$	$35 \times 100,$	$35 \times 1000,$
$10 \times 0.1,$	$400 \times 0.1,$	$100 \times 10 \times 0.01.$

某數乘以小數 0.1, 0.01, 就是求這數的十分之一, 百分之一。

因此, 乘以小數 0.1, 0.01, 祇須相應地變換被乘數的小數位。

尋常的小數, 例如 0.3, 可看做 0.1×3 , 因此, 某數乘以尋常的小數, 其意義也可由此推定。

24. 乘法的計算

【例 1】求 3851 與 76 的積。

$$\begin{array}{r}
 3851 \\
 \underline{76} \\
 23106 \dots\dots 3851 \times 6 \\
 26957 \dots\dots 3851 \times 70 \\
 \hline
 292676 \dots\dots 3851 \times 76
 \end{array}$$

答：292676。

【例 2】3507 乘以 120 是多少？

$$\begin{array}{r}
 3507 \\
 \underline{120} \\
 7014 \\
 \underline{3507} \\
 420840
 \end{array}$$

(說明) 乘數末位的 0, 可先留出, 最後再附於乘積後。

答：420840。

乘法中被乘數與乘數的位置，不必一定要對齊寫。

【例 3】計算 568.7×2.53 。

$$\begin{array}{r} 568.7 \\ 2.53 \\ \hline 17061 \\ 28435 \\ 11374 \\ \hline 1438.811 \end{array}$$

(說明) 不論小數點的位置怎樣，

先依整數乘法計算，然後按被乘數

與乘數小數位數的和，以定乘積的

小數位數。若乘積的位數比所需的小

答：1438.811。數位數少，則於前面加零補足。其理由

如下例所示；而所得乘積的小數右端之零，卻應消去。

例如 $0.7 \times 0.03 = 7 \times 0.1 \times 3 \times 0.01$

$$= (7 \times 3) \times (0.1 \times 0.01)$$

$$= 21 \times 0.001$$

$$= 0.021.$$

【例 4】求 0.25×0.004 的積。

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 0.004 \\ \hline 0.00100 \end{array}$$

(說明) 先用 4 乘 25 得 100，因被乘數

和乘數共有小數五位，故須在 100 的前

面補上兩個 0，使乘積能有五位小數。小

答：0.001

數位定好後，再將末二位的 0 消去。

25. 乘法的檢算

交換被乘數與乘數而求其積，若與原積相等，則計

算無誤。

練習問題

求下列各積：

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1. $234 \times 2500.$ | 2. $84 \times 5607.$ |
| 3. $92.8 \times 756.$ | 4. $57.6 \times 93 \times 0.79.$ |
| 5. $280 \times 25.6 \times 0.25.$ | 6. $26 \times 3.1416 \times 50.$ |
| 7. $204 \times 3.24 \times 45.$ | 8. $432 \times 0.35 \times 12.$ |
| 8. $0.42 \times 0.55 \times 65.$ | |

26. 乘方 指數

乘法中,相乘的因數相同,像 5×5 , $5 \times 5 \times 5$, $6 \times 6 \times 6 \times 6$ 等,叫做‘自乘’.通例寫做 5^2 , 5^3 , 6^4 . 5 和 6 右肩上的 2, 3, 4 表示相乘的因數的個數.

一個數自乘所得的積,叫做這個數的**乘方**,或叫做**冪**;表示相乘的因數的個數的右肩上的數,叫做**乘方的指數**,簡稱**方指數**.

5^2 , 5^3 等有不同的讀法.

5^2 讀爲“5 的二乘方”或“5 的平方”.

5^3 讀爲“5 的三乘方”或“5 的立方”.

而指數在 4 以上的乘方,如

5^4 讀爲“5 的四乘方”.

5^5 讀爲“5 的五乘方”.

這裏應當注意的,是切不可把乘方與倍數混同(如 5^2 與 5×2 的意義,絕不相同).

(例 1) 5^2 與 5^3 的積是 5 的幾乘方?

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 5^2 \times 5^3 &= (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) \\ &= 5^5. \end{aligned}$$

答：5⁵。

從這解答，則下列各式的意義，就容易了解。

$$5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5,$$

$$7^2 \times 7^4 = 7^{2+4} = 7^6,$$

$$a^8 \times a^5 = a^{8+5} = a^{13}.$$

其結果以言語述之，就是：

同數兩乘方的積，是這數的乘方；其方指數等於兩個方指數的和。

寫成式子，就是：

$$a^m \times a^n = a^{m+n}.$$

〔例 2〕 計算 1.2^4 的值。

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 1.2^4 &= 1.2^2 \times 1.2^2 \\ &= 1.44 \times 1.44 \\ &= 2.0736. \end{aligned}$$

答：2.0736。

練習問題

計算下列各乘方的值：

1. $2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6.$

2. $3^2, 3^4, 3^5.$

3. $1.3^4.$

4. 計算 12 的立方。

5. 求 15 的平方。

6. 求各基數的平方及立方。
 7. 7^5 與 7^2 的積是 7 的幾乘方?
 8. $3^5 \times 3^6 \times 3^4$ 是 3 的幾乘方?

27. 乘法的捷算

【例 1】求 2577 與 35 的積。

(運算)	$\begin{array}{r} 2577 \\ \quad 5 \\ \hline 12885 \\ \quad 7 \\ \hline 90195 \end{array}$	(說明)	$35 = 5 \times 7.$ $\therefore 2577 \times 35 = 2577 \times 5 \times 7.$ 因此, 乘以 35 等於先乘以 5, 再乘以 7.
------	---	------	--

答: 90195.

記號 ‘ \therefore ’, 讀為‘所以’、‘故’。

【例 2】計算 598×23 .

【解】

$$\begin{aligned} 598 &= 600 - 2. \\ \therefore 598 \times 23 &= (600 - 2) \times 23 \\ &= 600 \times 23 - 2 \times 23 \\ &= 13800 - 46 \\ &= 13754. \end{aligned}$$

答: 13754.

【例 3】計算 483×355 .

(運算)	$\begin{array}{r} 483 \\ 355 \\ \hline 2415 \dots\dots 5 \text{ 倍} \\ 16905 \dots\dots 350 \text{ 倍} \\ \hline 171465 \dots\dots \text{答} \end{array}$	$355 = 350 + 5$ $= 70 \times 5 + 5.$ 先 5 倍, 次把 5 倍所得的積加上牠的 70 倍.
------	--	--

乘法的捷算法, 因乘數而不同, 方法很多, 上兩法是

較根本而且較平易的。計算時能否運用以及當用那一種，須先對於乘數有銳敏的觀察。所以捷算法的能使計算簡捷，全在熟習，學者宜隨時注意，加以練習。此種練習不但可增進計算的能力，且能理會數的許多性質，於學習算術，頗有幫助。

練習問題

下列各題，務須特別觀察之後，再行計算：

1. 2507×42 .
2. 699×17 .
3. 865×24 .
4. 857×427 .
5. 258×997 .
6. 756×0.97 .
7. $1852 \times 25 \times 2$.
8. $25 \times 163 \times 4$.
9. $37 \times 85 + 13 \times 85$.
10. $753 \times 125 - 125 \times 53$.

28. 近似乘法

所謂近似乘法，就是只求所得的積比真實的積，相差在一定限度以內的意思。例如求 0.35623×2.8 的積到小數二位為止。意思就是求得的積，只要比真實的積相差在不到 0.01，無論大一點或小一點都可。

[例 1] 求 0.92141×6.4 的積到小數兩位為止。

[解] 本題若照平常的方法演算，便是：

$$\begin{array}{r}
 0.92141 \\
 \quad 6.4 \\
 \hline
 552846 \\
 \quad 368564 \\
 \hline
 5.897024
 \end{array}$$

積的小數共有五位,但題中只要二位.因此若取 5.89 作答數,只少了 0.007024,相差的不到 0.01,而用 5.90 作答數,只多了 0.002976,相差的也不到 0.01;所以 5.89 和 5.90 都可採用.

既只用 5.89 或 5.90 ($5.89+0.01$),所以乘數中的後四位的 7024,雖計算出來,等於徒勞.爲免去這種徒勞,就產生近似算法.

今將本題的算法,運算如下:

$$\begin{array}{r}
 0.9214 \overline{) 1 \dots\dots} \text{被乘數 (只比所要小數位數多兩位)} \\
 \underline{46 \dots\dots} \text{乘數 (個位對被乘數的末位,小數部分反過} \\
 55284 \text{原來的順序向左寫去)} \\
 \underline{3684} \\
 5.89\overline{68} \dots\dots \text{略去得 } 5.89, \text{進 } 1 \text{ 得 } 5.90
 \end{array}$$

(說明) 1. 被乘數照乘積所要的小數,多取兩位,是因爲若這兩位數相當的大,則被乘以後可以影響到乘積.如本例的 84 和次一位乘得的 84 相加,便須進到小數第二位了.

2. 乘數除個位全乘被乘數外,其餘每次少乘一位(如上例即 4 乘 921),因爲與其餘位數所乘得的積,都不影響到所需的數,所以略去.

3. 進 1 與否,可照四捨五入法,則差誤比較小.

[例 2] 計算 4.635785 與 2.41093 的積到釐位止.

$$\begin{array}{r}
 \text{(運算)} \quad 4.6357 \overline{) 85} \\
 \underline{390142} \\
 92714 \\
 \underline{18540} \\
 463 \\
 \underline{36} \\
 11.1753
 \end{array}$$

(說的) 乘數右端第二位的 9,已只乘被乘數的 4,故牠的右端的 3 可略去.

答: 11.13.

練習問題

1. 求 68.7934601 與 10.34544802 的積至小數第四位止.
2. 求 7.4534748 與 3.5736821 的積至毫位止.
3. 求 26 523847 與 1.30589 的積至釐位止.
4. 求 3.14159265 與 15.9859302 的積至釐位止.

應用問題三

1. 求下列的積:

$$9 \times 7, \quad 99 \times 77, \quad 999 \times 777, \quad 9999 \times 7777.$$

2. $51 \times 47 - (250 - 36)$ 乘以 $85 - 64$.

3. 計算 $[(15 + 21) \times 6 - (76 - 25)] \times 87$.

4. 計算 $0.5^5 \times 4^5 \times 3^2$ 的值.

5. 0.1^{15} 是小數幾位的數?

6. 10^{82} 的值中, 有幾個零?

7. 下列的數, 各別乘以 9, 18, 27, 36, 45 等; 並列記每次所得的積:

$$123456789.$$

8. 鉛筆 15 打, 共有幾枝?

9. 瞥見電光後, 經過 15 秒鐘聞雷鳴. 假定聲波每秒鐘的速度為 359.6 公尺時, 則地面到發電處的距離大約有幾公尺? (光的速度略去不計.)

10. 光實際每秒有 30000000 公里的速度. 那末, 光

8分12秒可行幾公里?

11. 某工廠有工人百名,其中每日工資一元二角的十人,九角五分的十五人,其餘都是八角五分的。廠方每日須付工資多少?

12. 機車車輪周圍為18尺,若每分鐘迴轉147次,則175分鐘可前進幾尺?

第四節 除法

29. 除法商

【豫備問題】 1. 試以4除下列各數。

16, 20, 4044, 500, 28.56, 706, 0.391.

2. 試計算下列除法:

$60 \div 12$, $108 \div 12$, $144 \div 12$, $80 \div 100$, $80 \div 0.1$,
 $3.82 \div 0.01$.

3. 試求下列各式的商:

$0.48 \div 3$, $7 \div 4$, $12 \div 5$, $34 \div 5$, $0.21 \div 7$,
 $6.3 \div 9$, $0.03 \div 4$, $0.561 \div 11$, $0.732 \div 6$,
 $3.48 \div 6$, $4.83 \div 3$, $0 \div 7$.

4. 下列各式中, x 應當是怎樣的數?

$x \times 8 = 56$, $5 \times x = 3.5$, $3 \times x = 0$.

從甲乙二數的積與甲數,求出乙數來,叫做甲乙二數的積除以甲數;甲乙二數的積,叫做被除數,甲數叫做除數,乙數叫做商;這

種計算,叫做除法.

被除數、除數、商的關係,寫成式子,就是:

$$\text{被除數} \div \text{除數} = \text{商},$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{被除數} &= \text{除數} \times \text{商} \\ &= \text{商} \times \text{除數}. \end{aligned}$$

由是可知**除法是乘法的逆算.**

任何數除零,其商爲零.

30. 不能整除 餘數

甲數除乙數,除不盡時,叫做**不能整除**;
所剩的數,叫做**餘數**.

被除數、除數、商和餘數的關係如次:

$$(\text{被除數} - \text{餘數}) \div \text{除數} = \text{商},$$

$$\therefore \text{被除數} = \text{除數} \times \text{商} + \text{餘數}.$$

由是可知整除也可看成不整除的特別情形,就是餘數爲零.

31. 除法的性質

【豫備問題】 1. 就 $12 \div 3 = 4$, 研究下列事項:

- 2 倍 12, 則商的變化怎樣?
- 2 倍 3, 則商的變化怎樣?
- 12 與 3 同時 2 倍, 則商的變化怎樣?

2. 就 $48 \div 6 = 8$, 研究下列事項:

- a. 若先以 2 除 48, 則商的變化怎樣?
 b. 先以 2 除 6, 則商的變化怎樣?
 c. 同時以 2 除 48 和 6, 則商的變化怎樣?

除法中在整除時:

被除數乘以某數, 同着商乘以某數, 結果相同;

除數乘以某數, 同着商被某數除, 結果相同;

被除數與除數, 同時乘以同一之數, 其商不變, 又以某數除被除數, 同着以某數除商, 結果相同;

以某數除除數, 同着以某數乘商, 結果相同;

同時以某數除被除數和除數, 其商不變.

32. 除法的計算

[例 1] 5682 以 7 除之, 得多少?

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 5682} \\ \underline{811 \dots\dots 5} \end{array} \quad \text{答: 商 } 811 \text{ 餘 } 5.$$

這樣的算法, 叫做‘短除法’. 短除法是除數為基數或很簡單的數時應用之. 複雜的除法, 可應用‘長除法’. 長除法的式樣如下:

【例 2】 332745 以 821 除之，得多少？

$$\begin{array}{r}
 405 \\
 821 \overline{) 332745} \\
 \underline{3284} \dots\dots\dots 821 \times 400 \\
 4345 \\
 \underline{4105} \dots\dots 821 \times 5 \\
 240
 \end{array}$$

答：商 405 餘 240。

練習問題

下列各除法中，其商至整數為止，如有餘數，讓牠留在那裏，不必繼續再除：

1. 68432 各別以 3, 5, 7, 11, 12 除之。
2. 63600 各別以 70, 700, 7000 除之。
3. $77112 \div 378$.
4. $65664 \div 712$.
5. $40238 \div 452$.
6. $17664 \div 736$.
7. $30128 \div 538$.
8. $22200 \div 740$.
9. $48276 \div 4001$.
10. $814814 \div 66$.

【例 3】 計算 $0.005632 \div 0.0748$ (毫位以下捨棄)。

(運算)

$$\begin{array}{r}
 0.075 \\
 748 \overline{) 56.32} \\
 \underline{5236} \\
 3960 \\
 \underline{3740} \\
 220
 \end{array}$$

答：0.075 強。

商數毫位以下略去，其所用的商比應得的小，因此在後面附個‘強’字；若將毫位以下算作 1 加入毫位，則所用的商比應得的大，則附個‘弱’字在後面。

(說明) 爲使商的小數點的位置容易認取的緣故,先將除數化成整數(本例即把小數點向右移四位,變爲整數 748),同時將被除數的小數點也向右移同樣的位數(本例移右四位,變爲 56.32),然後照整數除法運算.

練習問題

計算下列的除法,如不能除盡,分位以下捨棄:

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| 1. $102.4 \div 56.8.$ | 2. $75.08 \div 0.347.$ |
| 3. $4.837 \div 0.0756.$ | 4. $15003 \div 83700.$ |
| 5. $9.283 \div 0.0246.$ | 6. $0.3104 \div 0.00256.$ |
| 7. $9801 \div 99.$ | 8. $998001 \div 899.$ |
| 9. $91.008 \div 379.2.$ | |

餘數或是讓牠留着,或是繼續除下去,以及除到什麼時候爲止?再有多餘,多餘的數怎樣處置牠?這全依問題的性質或特別的規定爲標準.

33. 除法的檢算

求商與除數的積,若有餘數再加於積內,其結果倘與被除數相等,則計算無誤.

34. 等分 累減

[例 1] 平分 60 枝鉛筆給予 12 個兒童,每人各得幾枝?

[解]

$$60 \text{ 枝} \div 12 = 5 \text{ 枝.}$$

答: 5 枝.

被除數爲名數,除數爲不名數,則商爲名數,這是‘等分’的一例。

[例 2] 學生 42 人,分成每組 5 人,共有幾組?還剩幾人?

[解] $42 \text{ 人} \div 5 \text{ 人} = 8 \dots\dots 2 \text{ (人)}$.

答: 8 組餘 2 人。

被除數、除數都爲名數,則商爲不名數(或不能除盡時),這都是‘累減’的一例。

除法有上面的二種意義,就是等分或累減,我們對於問題,務須特別注意,分別牠是等分還是累減,再行計算。

練習問題

1. 長 1 丈 2 尺的布,用法幣 1 元 5 角買來,這布 1 尺值幾分?
2. 四斗的桶,滿注清水,欲分倒在八升的桶內,則八升的桶要幾隻?
3. 3 時間讀完 144 頁的書籍,一時間可讀幾頁?
4. 百四十石的豆,裝於 3 斗 5 升的袋,可以有幾袋?
5. 速度每時 12.5 哩的輪船,航行 475 哩,需多少時間?

35. 乘方的除法

【豫備問題】 1. $5^4 \div 5$ 是 5 的幾乘方?

2. $5^4 \div 5^2$ 是 5 的幾乘方?

同數兩乘方的商是這數的乘方,其方指數等於這兩個方指數的差,即

$$a^m \div a^n = a^{m-n}.$$

這裏 m 須比 n 大.

例如 $3^5 \div 3^2 = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \div (3 \times 3)$

$$= 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^{5-2}$$

$$= 3^3.$$

練習問題

1. $5^8 \div 5^4$ 是 5 的幾乘方?
2. $2^5 \div 4$ 是多少?
3. $3^8 \times 5^2$ 除以 3×5^2 是多少?
4. 計算 $4^8 \times 3^5 \div 8 \div 9^2$.
5. 計算 $0.2^5 \times 0.5^4 \div 0.2$.

36. 除法的捷算

[例 1] 計算 $67970 \div 35$.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 67970} \\ 7 \overline{) 13594} \\ \hline 1942 \end{array}$$

答: 1942.

(說明) 因爲以若干數的積去除某數,同着以各數依次去除是一樣的.

例如 $150 \div (2 \times 3 \times 5) = 150 \div 2 \div 3 \div 5 = 5$.

而 $35 = 5 \times 7$ 可用短除法, 順次以 5, 7 除之.

〔例 2〕 785 除以 125, 是多少?

$$\begin{array}{r} 0.785 \\ 8 \\ \hline 6.28\bar{0} \end{array}$$

答: 6.28.

(說明) 被除數和除數同時乘以乘數, 其商不變; 而

$$125 \times 8 = 1000.$$

故 $785 \div 125 = 785 \times 8 \div (125 \times 8) = 785 \times 8 \div 1000$
 $= 785 \div 1000 \times 8$.

故本題計算時, 可先除以 1000, 再乘以 8.

同理, 計算 785×125 時, 也可先乘以 1000, 再除以 8.

〔例 3〕 計算次式 (釐位以下捨棄):

$$578 \div 723 + 656 \div 723.$$

(說明) 以同一數除若干數所得各商的和, 等於以該數 (除數) 除各數的和的商. 例如

$$15 \div 5 + 30 \div 5 + 25 \div 5 = 3 + 6 + 5 = 14,$$

$$(15 + 30 + 25) \div 5 = 70 \div 5 = 14.$$

故 原式 $= (578 + 656) \div 723$
 $= 1234 \div 723.$

$$\begin{array}{r} 1.70 \\ 723 \overline{) 1234} \\ \underline{723} \\ 5110 \\ \underline{5061} \\ 490 \end{array}$$

答: 1.70 強.

練習問題

計算下列各式：

1. $428 \div 125.$

2. $50.8 \div 25.$

3. $25.8 \div 125.$

4. $465 \div 25.$

5. $78.43 \div 1.25.$

6. $4136 \div 0.25.$

7. $9838 \times 0.125.$

8. $5287 \times 2.5.$

9. $54.8 \div 250.$

次之計算中,如有不能整除者,小數部分捨棄:

10. $82431 \div 63.$

11. $5286 \div 56.$

12. $4737 \div 35.$

13. $38 \div 79 + 62 \div 79.$

14. $725 \div 32 - 125 \div 32$

15. $700 \div 25 \div 4.$

37. 式子的計算順序

【豫備問題】 試計算：

1. $5 \times 7 + 8 \times 2 - 8 \div 2.$

2. $6 - 8 \times 2 + 2^2 + 5 \times 17.$

計算含有‘+’、‘-’、‘×’、‘÷’各種符號的式子,須先計算乘除,然後計算加減.

若只有加減或只有乘除的式子,普通是自左至右,順次計算;但爲了計算便利,也可適宜地變更牠們的位置.

有括號的式子,先從裏面計算到外面.

〔例 1〕 計算次式:

$$78 + 14 - 47 + 46 - 53 + 22.$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 原式} &= 78 + 22 + 46 + 14 - 47 - 53 \\
 &= (78 + 22) + (46 + 14) - (47 + 53) \\
 &= 100 + 60 - 100 \\
 &= 60.
 \end{aligned}$$

答：60.

【例 2】 計算次式：

$$328 \div 25 \div 4.$$

(注意) 用 25 去除一數,再用 4 去除所得的商,和用 25 同 4 的積去除一樣.一般地說,便是:

$$c \div a \div b = c \div (a \times b).$$

這裏須留意加了括弧之後, a, b 中間變成乘號這個等式,若從右邊看到左邊,便是去了括弧,括弧前若是除號,則括弧裏的乘號須變除號.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 原式} &= 328 \div (25 \times 4) \\
 &= 3.28.
 \end{aligned}$$

答：3.28.

【例 3】 $83 \times 6 + 83 \times 24$, 是多少?

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 原式} &= 83 \times (6 + 24) \\
 &= 83 \times 30 \\
 &= 2490.
 \end{aligned}$$

答：2490.

【例 4】 $75 \div 5 + 105 \div 5 - 35 \div 5$, 是多少?

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 原式} &= (75 + 105 - 35) \div 5 \\
 &= 145 \div 5 \\
 &= 29.
 \end{aligned}$$

答：29.

【例 5】 $50 - \{16 + [8 - (5 + 2 \times \overline{3 - 2})]\} = ?$

$$\begin{aligned}
 \text{[解]} \quad \text{原式} &= 50 - \{16 + [8 - (5 + 2 \times 1)]\} \\
 &= 50 - \{16 + [8 - 7]\} \\
 &= 50 - 17 \\
 &= 33.
 \end{aligned}$$

答: 33.

練習問題

計算下列各式:

- | | |
|--|---|
| 1. $60 + 4 \times 3.$ | 2. $4 \times 2 + 30.$ |
| 3. $150 - 4 \times 2.$ | 4. $3 \times 4 + 5 \times 2.$ |
| 5. $(37 - 4) \times 2.$ | 6. $2 \times (42 - 12).$ |
| 7. $(7 + 2) \times (8 + 3).$ | 8. $(5 - 3) \times (4 + 5).$ |
| 9. $8 \times 7 - 2 \times 7.$ | 10. $9 \times 4 - 9 \times 2.$ |
| 11. $15 \times 5 + 15 \times 2.$ | 12. $3 \times (4 - 2) + 8 \times (9 - 7).$ |
| 13. $82 \div 5 + 18 \div 5.$ | 14. $41 \div 3 + 51 \div 3.$ |
| 15. $120 \div 3 + 10 \times 3.$ | 16. $54 \times (2 - 1) + 5 \times 4.$ |
| 17. $8 \times (3 + 2) \div 5.$ | 18. $46 \times 5 - 16 \times 5.$ |
| 19. $7 \times (6 + 2) - 5 \times 2 - 4.$ | 20. $(5 - 2) \times (5 + 2).$ |
| 21. $(5 + 4) \times (5 - 4).$ | 22. $20 \times (17 - 12) \times 5.$ |
| 23. $23 + 5 \times (62 - 50) + 4.$ | 24. $3 + (57 + 3) \div 2.$ |
| 25. $12 \times 2 \times (42 \div 7).$ | 26. $72 \div 4 \times (54 \div 6).$ |
| 27. $21 \times 20 \div 2 \times (15 \times 28).$ | 28. $29 \times 42 \div (14 \times 13).$ |
| 29. $36 \times 40 \div (18 \times 15).$ | 30. $55 \times 3.63 \div (1.21 \times 45).$ |
| 31. $40 \times 26 \div 2^8 \times (7 + 6).$ | 32. $28 + [42 - (13 - 7)].$ |
| 33. $156 - [24 \times (8 - 3)].$ | |

面的剩餘,所得的整商即爲所求商的次一位;次又割去這除數的末位,以之除第二次的剩餘,所得的整商即爲所求商的又次一位,如是逐漸演算至得 n 位商數爲止(本例 3955468 被 1526843 除,得整商 2, 剩 901782; 割去除數 1526843 的末位 3, 爲 152684, 以之除上面的剩餘 901782, 得整商 5, 剩 138362; 又割去除數 152684 的末位 4, 爲 15268, 以之除上面的剩餘 138362, 得整商 9, 剩 950; 如是次第演算至得商數五位 25906 爲止, 而得答是 25906).

[例 2] 以 523795 除 35.56924 至釐位止.

(運算)

$$\begin{array}{r}
 35.56924 \mid 5.23795 \\
 \underline{5237 \times 6 \dots\dots 31422} \quad \mid 6.79 \\
 \quad \quad \quad 4147 \\
 \underline{523 \times 7 \dots\dots 3661} \\
 \quad \quad \quad 486 \\
 \underline{32 \times 9 \dots\dots 468} \\
 \quad \quad \quad 18
 \end{array}$$

答: 6.79.

(說明) 1. 本例所求的商至釐位止, 共有三位(即 $n=3$).

2. 取 52 及以後的二位 37 得省略除數 5237.

3. 被除數 35569 比 5237 大比 52370 小.

4. 以 5237 除 35569, 並依次割去除數的末位, 至得商三位 679 爲止.

5. 在 679 上記上要求到釐位的小數點, 即爲所求的答.

[例 3] 計算 2.4494897427 除以 1.414213563 的商, 至小

數第五位止。

(運算)

$$\begin{array}{r}
 2.4494897427 \overline{) 1.4142135} \\
 \underline{14142135} \\
 10352762 \\
 \underline{9899491} \\
 453271 \\
 \underline{424263} \\
 29008 \\
 \underline{28284} \\
 724 \\
 \underline{705} \\
 19
 \end{array}$$

答：1.73205。

練習問題

1. 求以 25.36784 除 76.437648 至釐位止。
2. 求 687307.71 除以 128.3104896 至分位止。
3. 計算 746.46732 除 78467467.83206 的商至千位止。
4. 計算 56.73281 除 16.452037 的商至小數第四位

止。

應用問題四

計算下列各式：

1. $56780 \div 16 \div 625$.
2. $5 \times (76 - 52) - 27 \times 4 \div 6$.

下列各式中， x 應當是怎樣的數 (3-4)：

3. $48.7 \times x = 261.032$.
4. $553 = 15 \times x + 13$.
5. $5^4 \div 25 \times 5^4$ 是 5 的幾乘方？
6. 2500 至多含有 7 的幾乘方？

7. 三個因數的積爲 260, 其中二個因數爲 4 與 13. 求另一個因數.
8. 公共汽車每輛限定 48 人, 今有學生 620 人, 須乘汽車幾輛?
9. 蜜柑有 6820 個, 欲裝入每隻能容 134 個的木箱, 須要幾隻?
10. 一軍的將校士卒合共 27680 人, 今若步兵一聯隊有 2500 人, 則這一軍約有幾聯隊?
11. 某商船得着特別航海獎金二千四百元, 欲將賞金平均分給全艦船員 342 名, 各人可得多少?
12. 把各樣風景畫片一百張, 分給十八個兒童, 但須平均分配, 每人最多應給幾張?
13. 長 1 丈 8 尺的線, 先折爲二段, 次折爲四段, 再次折爲三段, 將每段用剪刀剪斷, 則可得短線幾段? 每段長多少?
14. 人口一萬五千的村鎮中, 年齡 80 歲以上的有六十分之一. 問 80 歲以上的老人有多少?
15. 西曆 1911 年通過蘇伊士運河的船舶總數爲 4966 艘, 所載貨物的總數爲 18324.794 噸, 每艘平均載貨物若干?
16. 日本東京、神戶間的距離 376.4 英里, 神戶、下關間的距離 329.3 英里, 乘每時速度 126 英里的飛行機, 從東京出發, 大約經過幾小時可以到下關?

第五節 四則

39. 心算 筆算 機械算

I. 心算

不靠筆、紙、算盤等幫助，而在自己心裏計算，叫做心算。心算為筆算、珠算等的基礎，所以平日應當練習，練習得很久，可以得着很驚異的成功，大部分的商人們，都熟練心算，就是練習得多的緣故。我們平日賣買交易大半利用心算，因此心算的練習，在日常生活上，更是重要。

II. 筆算

筆算是使用筆、紙的一種計算法，適用於算學全部，便於理論的研究。實際所謂算學的發達，不過是筆算

心算天才的皮達 (George Parker Bidder)。

少年皮達 1806年生於美國一個石匠的家裏。他在學校中，只記得數到100的命數法，而數字和計算符號等，一點也不知道，可是他的心算力，很可驚異他的父親就把皮達領到各處去遊行，想靠他的心算力來收斂些錢。後來到了愛丁堡，愛丁堡大學的教授們，愛惜他的天才，就勸他入了愛丁堡大學，終於成了一個機械工業家。現在把他的逸事，講一二件給諸位聽吧！他9歲的時候，有人問他這樣的問題：月距地球有123256哩，倘使聲音每分鐘傳播4哩，那末地球上的聲音到月要幾日呢？他不到1分鐘，就回答21日9時34分。又在10歲的時候，對於年利5釐，11111鎊，11111日間的利息多少的問題，也不到1分鐘，回答是16911鎊11先令；對於周圍5呎10吋的車輪進行8萬萬英里時週轉多少次的問題，在50秒間，就回答出是724, 114, 285, 704次，餘20吋。又在30秒間，正確地回答119550669121的平方根是345761。

的發達罷了。在日常計算時，筆算雖不如珠算的快，然而適宜地運用心算，利用數的性質而行捷算以及近似算等，也可以很快速的。

III. 機械算

用機械的幫助以減少心算的勞力，這是機械算。我國的珠算，便是很通行的一種器具構造，雖很簡單，可是甚為巧妙，加法、減法、乘法及除法等，都能使用。倘能使用熟練，其速算之妙，實不可以言語形容。

歐、美的計算機(calculating machine)也是計算加、減、乘、除的一種機械。近來大都市的大商店，都漸漸使用，但牠的機械雖精巧，計算雖便捷，而形式稍大，價亦昂貴，終不能普及。

計算機外還有計算尺(slide rule)。這只是計算乘法、除法等近似值用的。

40. 四則應用問題

四則應用問題的計算，是初學算術的人最感困難的。但若依一定的步驟，循序漸進，並且對於各例題細加玩味，熟能生巧，自有豁然貫通的一天。解四則應用問題的步驟，約略如下：

1. 理解題意，就是將題目弄清楚所給的是些什麼條件以及要求的是什麼。

2. 確定法則，就是依題目所給的條件和所要求的兩者的關係，應用算理以決定計算的方法。

3. 立式計算,就所決定的方法,立式逐步計算.

4. 檢驗結果,對於所得的結果,就題檢驗 [但(4)熟練後可省].

今舉數例的解法如下:

[例 1] 某人連續五日間,測得每日正午氣溫的結果如次:

$$60^{\circ}, 62^{\circ}, 64^{\circ}, 64^{\circ}, 63^{\circ}.$$

求正午的平均溫度.

[解] 把這些度數都加起來,除以所加的個數 5, 就是平均數.

$$(60^{\circ} + 62^{\circ} + 64^{\circ} + 64^{\circ} + 63^{\circ}) \div 5 = 313^{\circ} \div 5 = 62.6.$$

答: 62.6° .

在這裏的 60° 是共通有的,所以可以豫先放開,到後來再加.

$$(2 + 4 + 4 + 3) \div 5 = 2.6,$$

$$60 + 2.6 = 62.6.$$

練 習 問 題

學生 15 人中,調查其制服價值,每套 13 元的有 3 人, 12.5 元的有 7 人, 11 元的有 5 人. 求制服一套的平均價值.

[例 2] 工人每日的工資,男工二人與女工三人的相等,而男工四人的為 3 元 4 角 8 分,女工五人的工資多少?

[解] 每日工資,男4人的爲3.48元.

$$\therefore \text{男2人的爲 } 3.48 \text{元} \div 4 \times 2 = 1.74 \text{元.}$$

這相當於女3人的.

$$\therefore \text{女1人的爲 } 1.74 \text{元} \div 3 = 0.58 \text{元.}$$

$$\therefore \text{女5人的爲 } 0.58 \text{元} \times 5 = 2.9 \text{元.}$$

答: 2元9角.

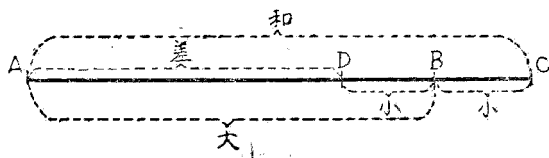
練習問題

1. 雇工一人,3日共付工資2元2角5分.若雇一週須付多少?

2. 泥工15人,每日築成7丈半的牆;若25人築50丈的牆,須要幾日?

(例3) 有大小二數,其和爲30,差爲6.求二數.

[解] 如下圖, AB 代表大數, BC 及 BD 都代表小數.



故 AC 爲二數的和, AD 爲二數的差, 由此可知從二數的和減去牠們的差, 便是兩倍小數.

$$\therefore (30 - 6) \div 2 = 12 \dots\dots \text{小數.}$$

又從二數的和減去小數, 就得大數.

$$\therefore 30 - 12 = 18 \dots\dots \text{大數.}$$

答: 大數18, 小數12.

解應用問題的時候，用圖形幫助研究，很可得到不少的便利。

練習問題

1. 解例3的問題時，平分二數的和與差之和，就可直接求得大數，試畫圖以說明之。

2. 甲乙兩人同時由同地反方向而走，一分鐘相隔750公尺；若同方向而走，則一分鐘甲在乙前40公尺，甲乙兩人之速度，每分鐘各多少？

〔例4〕長80碼的火車，10秒間可以完全追過沿鐵路行走的人，而這人每分鐘可走120碼，這車的速度每分鐘幾碼？

〔解〕火車比路人10秒鐘多走80碼，則1分鐘多走 $80碼 \times 6 = 480碼$ 。而這480碼是火車與路人每分鐘速度的差，故火車的速度每分鐘為

$$480碼 + 120碼 = 600碼。$$

答：600碼。

練習問題

1. 有二汽船，速度每時各為15哩，12哩，今若同時、同地、同方向而走，則幾時後二汽船相隔20哩？

2. 長80碼的火車，用每秒20碼的速度，通過鐵橋。若這橋長200碼，則火車完全通過橋須幾秒？

〔例5〕鉛筆二枝與毛筆一枝的價相等，今購鉛筆

六枝、毛筆二枝，共付洋三角。兩種筆每枝價各若干？

[解] 鉛筆二枝的代價等於毛筆一枝的，故鉛筆 6 枝的代價等於毛筆 3 枝的；而鉛筆 6 枝、毛筆 2 枝的代價等於毛筆 5 枝的。

$$30\text{分} \div (2+3) = 6\text{分} \dots\dots \text{毛筆一枝價,}$$

$$6\text{分} \div 2 = 3\text{分} \dots\dots \text{鉛筆一枝價.}$$

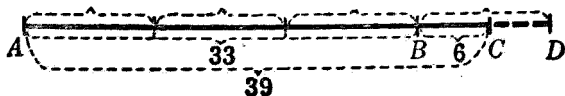
答： $\begin{cases} \text{毛筆 6 分,} \\ \text{鉛筆 3 分.} \end{cases}$

練 習 問 題

法幣百元分給甲乙二人，甲所得比乙的二倍少 12 元。甲乙各得多少元？

[例 6] 現在父年 39 歲，子年 6 歲；幾年後父年為子年的 4 倍？

[解] 以 AC 表父年 39， BC 表子年 6，則 AB 是 $39 - 6 = 33$ ，



因父子的年齡以後是同樣增加，所以這差一定不變。這樣，若設從今後過去 CD 所表的年數，那時父年 AD 適為子年 BD 的 4 倍；而 AB 中恰為子年的 $(4-1)$ 倍。因此，

$$(39 - 6) \div (4 - 1) = 11 \dots\dots \text{過 } CD \text{ 所表的年數時}$$

子的年齡

$$11 - 6 = 5.$$

答：5 年後。

練習問題

1. 現在父年 37 歲,子年 5 歲,幾年後父年爲子年的 5 倍?

2. 現在父年 40 歲,子年 12 歲,幾年前父年爲子年的 5 倍?

[例 7] 桃子若干個分給兒童若干人.若每人 5 個則多 13 個;若每人 7 個,則不足 3 個.求人數及桃數.

[解] 先求人數.各人恰好給 5 個所給桃子的總數與各人恰好給 7 個所給桃子的總數之差爲

$$13+3=16.$$

這相差的 16 個是由給各人之差

$$7-5=2$$

所積合而成的.

故 $16 \div 2 = 8 \dots\dots$ 人數,

因此 $5 \times 8 + 13 = 53 \dots\dots$ 桃數.

答: $\begin{cases} \text{兒童 8 人,} \\ \text{桃子 53 個.} \end{cases}$

[驗] $7 \times 8 - 53 = 3$ 即答數無誤.

練習問題

1. 豫定幾日內讀完一本書.每日讀 16 頁,則餘 10 頁;每日讀 18 頁,則不足 20 頁.求這書的頁數及豫定的日數.

2. 寄宿舍有若干室,豫備住若干人,若每室住 5

人,則多餘6人,若每室住6人,則正好不多不少.求人數及室數各多少?

[例 8] 每袋裝四斗的米與每袋裝三斗五升的米合共 152 袋,共米 56 石 8 斗.求兩種袋數各多少?

[解] 假定 152 袋都裝四斗,那末,石數爲 $4\text{斗} \times 125$, 與實際石數相差

$$4\text{斗} \times 152 - 568\text{斗} = 40\text{斗}.$$

這差是由於把裝三斗五升的袋也看成四斗的袋而生出來的,而三斗五升的袋看成四斗的袋時,每一袋可生出的差爲

$$4\text{斗} - 3\text{斗}5 = 0.5\text{斗}.$$

故 $40\text{斗} \div 0.5\text{斗} = 80.$

就是裝三斗五升的袋數,而裝四斗的袋數是

$$152\text{袋} - 80\text{袋} = 72\text{袋}.$$

答: $\begin{cases} \text{裝三斗五升的 } 80 \text{ 袋,} \\ \text{裝四斗的 } 72 \text{ 袋.} \end{cases}$

[驗] 裝三斗五升的有 80 袋,裝四斗的有 72 袋,則米的總數爲

$$3.5\text{斗} \times 80 + 4\text{斗} \times 72 = 568\text{斗}.$$

可知答數無誤.

練習問題

1. 試就例 8 的問題中,先假定 152 袋都是裝三斗五升的袋,然後解之.

2. 龜鶴合計頭數 100,足數 270.求龜鶴各幾頭?

應用問題五

1. 每升一元二角的酒五升與每升一元一角的酒三升混合,平均每升酒價若干?
2. 甲乙二人分法幣五百元,甲比乙多七十二元.二人各得幾元?
3. 甲乙二人各出法幣1360元,共買得田85畝,其後甲比乙多取15畝,甲應還乙法幣多少?
4. 距離3360丈的兩端,各有一柱.其間等距離的立有15柱,更於每相鄰二柱間,插入等距離的柱6桿,最後柱與柱之間相距幾丈?
5. 沿周圍120丈的池周,每隔3丈,植一柳苗.需柳苗幾株?
6. 某醫院診治的病人,初診有52704人,覆診有1498044人,求病者每人平均診治回數.但覆診的每次算一人,如一病人共診治5回,則算初診1人,覆診4人.
7. 一週間雇工人25名,需工資157元5角;工資945元,三週間可雇工人多少名?
8. 某養雞場的經驗,40匹牝雞15日可產300個卵.照這樣計算,16匹牝雞12日約可產卵多少?
9. 某校短艇比賽,航程為1100公尺,而冠軍只須4分35秒.照這樣速度,一小時大約可航行幾公尺?
10. 四十馬力的汽車行48公里路,耗費汽油一箱.汽油每箱值4元5角,這車行500公里路所耗費的汽油

價若干?

11. 注滿一水漕,若用大小相等的吸管四個,需時50分鐘.用這種吸管五個,幾分鐘可以注滿?

12. 順水行船,每分鐘58尺;逆水而上,每分鐘30尺.求船行速度與水流速度(視為一定不變).

13. 有甲乙兩線,併齊一端,捲在周圍1尺2寸的圓管上,甲已捲完,乙尚可捲8轉.若兩線接連起來,共可捲32轉.兩線各長多少?

14. 上下長9里的河流,各須6小時及2小時.求河流的速度每小時幾里?

15. 速度每小時30公里的快車與每小時24公里的慢車,同時在相隔324公里的兩站,相向出發,到二車相遇時,快車走了多少公里?

16. 因為欲追每小時7里半,午前六時出發的行人,於午前八時乘每時速度12里半的馬車去,什麼時候可以追着?追着的地點,離出發點幾里?

17. 長100公尺的火車,用每秒20公尺的速度,通過500公尺的隧道,需幾秒?

18. 有二火車,其長各為130公尺,110公尺;其速度各為每秒20公尺,10公尺.求二車相向進行時及一方追過他方時完全通過的時間.

19. 有一飛行機追趕一駛行着的火車,自追着到完全追過需20秒鐘,而火車的長為100公尺,速度為每

秒20公尺,飛行機的長爲10公尺,飛行機的速度多少?

20. 現在父年爲40歲,三子的年齡各爲12歲,10歲,8歲.從今幾年後,父年等於三子年齡的和?

21. 有甲乙二個水漕,甲漕有水四斗,乙漕有水1斗6升.今從甲乙取出相等的量,則甲漕的水,爲乙漕的3倍.取出的水各多少?

22. 每袋裝米4斗的袋若干袋,若換用每袋裝3斗8升的袋,則增加2袋,還餘米4升.共有幾石米?

23. 買入雞卵若干個,每個售3分5釐,可得1元5角的利益;每個售3分8釐,可得2元4角的利益.求買入時每個的價.

24. 五角、二角的法幣共有38張,共值10元.求各種的張數.

25. 一角五個的梨買得若干個,一角四個售出.售完時共得利益二元一角七分.求所買梨的個數.

26. 糙米570石,用甲碾米器須18日,用乙碾米器須20日碾完.今欲以最速期限用兩部機器碾完此米,甲乙兩器如何分配?

27. 有工資相等的甲乙二人.甲工作20日得米1石,法幣6元5角;乙工作37日,得米2石,法幣10元9角.米1石合法幣多少?

28. 甲乙二人同時開始讀同一的書,每日甲讀23

頁,乙讀20頁,甲讀完時乙尚餘24頁未讀.求這書的頁數.

29. 某人用法幣22元5角,買得蘋果840個,費去運費4角5分,其後蘋果3個賣法幣1角.這人賣完時是賺錢還是賠本?是多少?

30. 有柳若干株,豫備種在池的周圍.若每隔2尺種1株,尚餘7株;若每隔6尺種4株,尚需要18株.求池的周圍與柳的株數.

第二編

複名數

第一章 緒論

41. 複名數 單名數

【豫備問題】 1. 試化下列各單名數為複名數：

57.67 尺， 15.38 升， 2.75 元， 4.5 斤。

2. 試述複名數的意義。

3. 設立大小各種單位，是根據甚麼理由？

用二個以上的單位來表示的名數，叫做複名數，只用一個單位來表示的名數，叫做單名數。

42. 基本單位 補助單位 低級單位 高級單位 進率

單位有基本單位、補助單位二種。基本單位是單位系列中選出來做標準的單位；其

餘的單位是補助單位.補助單位雖是補助基本單位用的,但實際上兩者之間,並無輕重的差別.

在一單位系列中,較小的單位,叫做**低級單位**,較大的叫做**高級單位**.

單位系列中,一單位所含牠的下一單位的倍數,叫做**進率**.例如尺寸、斗升的進率都是十,這叫做**十進法**;斤兩的進率是十六,這叫做**非十進法**.

第二章 度量衡

43. 度量衡

【豫備問題】 1. 度量衡是甚麼？試說明之。

2. 試述度量衡的種類。

3. 現在民間通用的度量衡是怎樣的？

4. 使用市用制，有何便利？

計算長短叫做**度**，計算容量叫做**量**，計算輕重叫做**衡**。

我國現在的度量衡制度有二種：一是市用制，一是標準制即萬國通制。

我國度量衡的舊制，因為年代悠久，變得極為複雜，一地方的度量衡，往往不能與他地方的完全相同，在實用上極感不便，國民政府乃於民國十八年二月公布市用制和標準制二種度量衡制度，頒行各項施行細則，先從都市着手，逐漸推行於各地，廢除舊制，以期統一。

第一節 市用制度量衡

44. 長的單位

長的基本單位爲尺,補助單位有里、引、丈及寸、分、釐、毫等.

長 度 表							
名稱	里	引	丈	尺	寸	分	釐
等數	15引	10丈	10尺	10寸	10分	10釐	10毫

練 習 問 題

- 1里等於幾丈?等於幾尺?
- 1.5里等於幾引?等於幾丈?

45. 面積的單位 地積

【豫備問題】 1. 一邊長6尺的正方形的面積,是怎樣叫法?

2. 一方里是怎樣的面積?
3. 試述地積諸單位的名稱.

普通以單位長爲一邊的正方形的面積,作面積的單位,其單位的名稱上,冠以平方或方字樣.

例如正方形一邊長一寸的面積,便稱爲1平方寸或1方寸.

面 積 表							
名稱	平方里	平方引	平方丈	平方尺	平方寸	平方分	平方釐
等數	225 平方引	100 平方丈	100 平方尺	100 平方寸	100 平方分	100 平方釐	100 平方毫

地積雖也是面積的計算,但另有單位;其基本單位爲畝,補助單位有頃及分、釐、毫、等。

地 積 表				
名 稱	頃	畝	分	釐
等 數	100 畝	10 分	10 釐	10 毫

1 畝 = 6000 平方尺

46. 面積計算

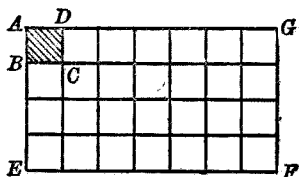
【豫備問題】 1. 長5寸、寬4寸的紙,有多少大小?

2. 長30丈四方的地,有幾畝?

3. 1平方尺有幾平方寸?試畫圖形說明之。

4. 1平方寸有幾平方尺?

把正方形爲單位,一圖形所含牠的個數,叫做牠的面積。如圖,以 $ABCD$ 正方形爲單位,長方形 $A EFG$ 含有 28 個 $ABCD$, 故牠的面積就是 28 個 $A ECD$ 。又這長方形的長邊 EF 爲正方形 $ABCD$ 一邊的 7 倍,而牠的闊 AE 爲正方形 $ABCD$ 一邊的 4 倍, 7×4 正好是 28。



測定長方形的面積時,是將正方形的一邊爲單位,量得這長方形縱橫之數而求其積。

長方形的面積等於二隣邊的積。

任意一正方形,可視爲二隣邊相等的長方形,故二

邊使用同一單位去測定時：

正方形的面積等於其一邊的平方。

三角形的面積等於其底和高相乘積的一半。

練習問題

1. 有每邊長1尺半及2丈4尺4寸的兩個正方形，其面積各是多少平方尺？

2. 3平方尺與3尺平方，相差幾平方尺？

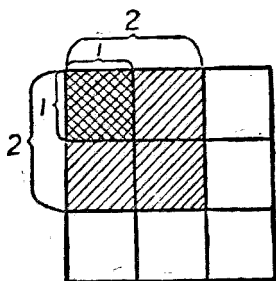
3. 田地1分與長1分的平方，相差幾平方尺？

4. 有田1畝，其長為6丈時，寬有多少？

5. 上題中，面積不變，而長順次增加到2倍，3倍即變為12丈，18丈時，則寬將如何改變？

6. 若正方形一邊的長，增到2倍，則面積為原來的 2^2 倍；增到3倍，則面積為原來的 3^2 倍。

試由圖說明此理。



7. 面積有1畝的長方形地，其長寬各有幾十丈？

8. 試求高3尺、底4尺的三角形的面積。

47. 體積的單位 容積

【豫備問題】 1. 立方體、長方體是怎樣的形狀？

2. 試述6立方尺的意義。

3. 試述容量諸單位的名稱。

普通以單位長爲一邊的立方體的體積，作體積的單位，其單位的名稱上，冠以立方字樣。

例如立方體的一邊長一尺時，其體積便稱爲1立方尺。

體 積 表							
名 稱	立方里	立方引	立方丈	立方尺	立方寸	立方分	立方釐
等 數	3375方引	1000方丈	1000方尺	1000方寸	1000方分	1000方釐	1000方毫

物體所佔空間的大小，叫做牠的‘體積’。物體所能容的體積，叫做‘容積’或‘容量’。體積和容量，本質上並沒有不同，不過計量的着眼點兩樣，所用的單位也兩樣罷了！

容量的基本單位爲升，補助單位有石、斗及合、勺等。

容 量 表				
名 稱	石	斗	升	合
等 數	10斗	10升	10合	10勺

$$1 \text{ 升} = 27 \text{ 立方寸}$$

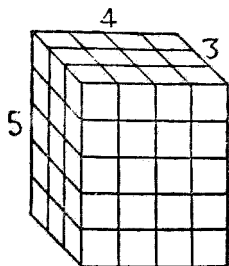
48. 體積計算

【豫備問題】 1. 長4尺、闊3尺、高5尺的長方體，有

多少立方尺?試依右圖說明之。

2. 一邊長 5 寸的立方體的體積,有幾立方寸?

3. 1 立方尺是幾立方寸?又 1 立方寸是幾立方尺?



把立方體為單位表示長方體的體積時,可把立方體的一邊為單位,量得這長方體的長、闊、高而求其積。

長方體的體積等於牠的長、闊、高的積。

任意一立方體可視為長、闊、高相等的長方體。

立方體的體積等於其一邊的立方。

練習問題

1. 有每邊長 2 尺 5 寸及 1 寸 8 分的兩個立方體,其體積各幾立方寸?

2. 有縱 3 丈、橫 2 丈 4 尺、高 9 尺的教室,其容積有幾立方尺?

3. 2 立方尺與 2 尺立方,相差多少?

4. 立方體若 2 倍其邊的長,則 2^3 倍其體積;若 3 倍其邊的長,則 3^3 倍其體積。試繪圖說明之。

5. 長闊都是 3 寸、高 1 尺 3 寸的長方體,其容積有幾升?(1 升 = 27 立方寸)

6. 計算泥沙碎石,以長闊各 1 丈、高 1 尺的體積為

單位,叫做一‘方’.長1丈2尺、闊8尺、高1尺5寸的沙堆有幾方?

49. 重量的單位

【豫備問題】一物是否重1斤,用什麼來測定呢?

重量的基本單位爲斤,補助單位有擔及兩、錢、分、釐、毫等.

重 量 表						
名稱	擔	斤	兩	錢	分	釐
等數	100斤	16兩	10錢	10分	10釐	10毫

測定重量時用秤秤的種類有天平、戥子、桿秤、臺秤及自動秤等.

練 習 問 題

- 1兩有幾斤? 2兩、3兩呢?
- 2.3125斤有幾兩?
- 1升水約重半斤, 4升5合水重幾兩?
- 長闊各3尺6寸、深2寸5分的箱子,注滿海水,海水有多少重?(每單位體積的海水重量,等於同體積的純水在攝氏4度時的1.02倍,這1.02叫做海水的‘比重’.)

第二節 標準制度量衡

50. 標準制度量衡

【豫備問題】1. 試述標準制度量衡的進率.

2. 試述標準制度量衡的優點。

標準制度量衡普通稱米突法，起源於法國，這制度很便利，各國遂締結米突法公約，組織萬國度量衡同盟。我國於民國四年採為第二種國定度量衡制，近國民政府且已明令以此為標準制。


這制度的長處：(1) 一切都是十進制，便於計算；(2) 度量衡之基礎為長，而面積、容積、重量等單位，都與長的單位有關係，在學術上甚為便利；(3) 補助單位的名稱，都是在基本單位的名稱上，加以一定的接頭語，便於稱呼(指原文而言)；(4) 名稱(原文)用希臘、拉丁等古代語，各國皆無反感，樂於採用；(5) 有精確的標準存在，正確劃一。

51. 長的單位

【豫備問題】 1. 1公尺有幾尺？

2. 1公里有幾里？

3. 試述長的單位各名稱及進率。

‘長的基本單位為公尺’，萬國公會所製定的公尺，長102公分，離兩端一公分處，各有一線，線與線之間為1公尺，切斷面成字形，是防止曲撓，加熱時易於均一的緣故。其原料為鉑鈦(鉑90%、鈦10%)的合金，1885年製有30個，頒布於加盟各國，其第六個在攝氏0度時，兩線間恰巧為1公尺，保存在巴黎郊外地下室中。

起初定這制度時，先測定地球經線的長，而取其四

千萬分之一,叫做一Méter (由希臘語 Metron 轉成,有測量的意思),不過這測定稍有錯誤,實際地球經線之長的四千萬分之一是1.00009公尺餘。

長 度 表

稱 名	原 名	略 號	等 數
公 里	仟 米	Kilometre	Km.
公 引	佰 米	Hectometre	Hm.
公 丈	什 米	Decametre	Dm.
公 尺	米	Metre	M.
公 寸	分 米	Decimetre	dm.
公 分	釐 米	Centimetre	cm.
公 釐	毫 米	Millimetre	mm.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ 公尺} = 3 \text{ 尺} \\ 1 \text{ 尺} = \frac{1}{3} \text{ 公尺} \end{array} \right\}$$

練 習 問 題

1. 公分的百倍、千倍,叫做什麼?
2. 1公里有幾公尺?合幾尺?
3. 1公里有幾里?1里是幾公里?

52. 面積的單位 地積

- 【豫備問題】
1. 2.5公尺的平方,有幾平方公尺?
 2. 1平方公里有幾平方公尺?

地積的基本單位為公畝,1公畝有1方

公尺即100方公尺的大小。

面積表

名稱	原名	略號	別名(計算地積時用)			等數
方公里	Kilometre carre	Km ² .				各 位 · 皆 以 百 進
方公引	Hectometre carre	Hm ² .				
方公尺	Decametre carre	Dm ² .	公頃	Hectare	Ha.	
方公尺	Metre carre	m ² .	公畝	Are	a.	
方公寸	Decimetre carre	dm ² .	公釐	Centiare	ca.	
方公分	Centimetre carre	cm ² .				
方公釐	Millimetre carr	mm ² .				

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 公畝} = 0.15 \text{ 畝} \\ 1 \text{ 畝} = 6.667 \text{ 公畝} \end{array} \right.$$

練習問題

1. 1方公里有幾萬公畝?
2. 1公畝有多少大小?合我國幾畝?

53. 體積的單位 容積

【豫備問題】 1. 1立方公寸有多少立方公分?

2. 一邊長1.5公尺的立方體和一邊長0.4公尺的立方體的體積,相差幾立方公分?

容積的基本單位爲公升, 1 公升爲 1 立方公寸的容積.

體 積 表

名 稱	原 名	略 號	別 名			等數
立方公里	Kilometre cube	Km ³ .				各 位 皆 以 千 進
立方公引	Hectometre cube	Hm ³ .				
立方公丈	Decametre cube	Dm ³ .	公 乘	Kilolitre	Kl.	
立方公尺	Metre cube	m ³ .	公升	Litre	l.	
立方公寸	Decimetre cube.	dm ³ .	公 撮	Millilitre	ml.	
立方公分	Centimetre cube	cm ³ .				
立方公釐	Millimetre cube	mm ³ .				

$$\begin{cases} 1 \text{ 立方公尺} = 27 \text{ 立方尺} \\ 1 \text{ 立方尺} = \frac{1}{27} \text{ 立方公尺} \end{cases}$$

容 量 表

名 稱	原 名	略 號	等 數
公 乘	Kilolitre	Kl.	各 位 皆 以 十 進
公 石	Hectolitre	Hl.	
公 斗	Decalitre	Dl.	
公 升	Litre	l.	
公 合	Decilitre	dl.	
公 勺	Centilitre	cl.	
公 撮	Millilitre	ml.	

$$1 \text{ 公升} = 1 \text{ 升}$$

練習問題

- 1公石等於我國幾石?
- 長3.5公分、闊28公分、深20公分的箱子,其容積有幾升?
- 每邊3尺的立方體與每邊2公尺的立方體,其體積相差多少立方公尺?

54. 重量的單位

【豫備問題】 1. 重1公分有幾兩?

2. 攝氏4度的蒸餾水1立方公分的重為1公分, 1公升的水重多少?

重量的基本單位為公斤,相當於攝氏4度的蒸餾水1公升的重量。

重量表

名	稱	原	名	略號	等數
公噸		Tonne, Millier			各位都以十進
公擔		Quintal			
公衡		Myriagramme		Mg.	
公斤	仟克	Kilogramme		Kg.	
公兩	佰克	Hectogramme		H.	
公錢	什克	Decagramme		Dg.	
公分	克	Gramme		g.	
公釐	分克	Decigramme		dg.	
公毫	釐克	Centigramme		cg.	
公絲	毫克	Milligramme		mg.	

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 公斤} = 2 \text{ 斤} \\ 1 \text{ 斤} = 0.5 \text{ 公斤} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 公分} = 0.032 \text{ 兩} \\ 1 \text{ 兩} = 31.25 \text{ 公分} \end{array} \right.$$

練習問題

1. 1公斤有幾公分? 1公分有幾公斤?
2. 每邊長3公寸的立方體,其中盛滿海水(海水之比重爲1.02),共重多少公兩?

第三節 外國度量衡

55. 外國度量衡

外國的度量衡制之較通行於我國者,爲英、美及日本的,茲分別列表如下:

英美度量衡制

長度表

原 名	略 號	譯 名	等 數			
Mile	mi.	哩	1			
Rod	rd.	桿	320	1		
Yard	yd.	碼	1760	5.5	1	
Foot	f.	呎			3	1
Inch	in.	吋				12

$$1 \text{ 呎} = 0.305 \text{ 公尺} = 0.915 \text{ 尺}$$

$$1 \text{ 哩} = 1.609 \text{ 公里} = 3.218 \text{ 里}$$

$$\text{水深用: } 1 \text{ 尋 (Fathom)} = 6 \text{ 呎}$$

$$\text{海程用: } 1 \text{ 漚 (Knot)} = \begin{cases} 6080 \text{ 呎 (英)} \\ 6086 \text{ 呎 (美)} \end{cases}$$

體積表

名稱	等				數
方哩	1				
噉	640	1			
方桿		160	1		
方碼		4840	30.25	1	
方呎				9	1
方吋		$\frac{6272}{640}$			144

1 方呎 = 0.093 方公尺 = 0.837 方尺

1 噉 = 0.045 方公引 = 6 075 畝

1 方哩 = 2.590 方公里 = 10 360 方里

體積表

名稱	等		數
立碼	1		
立呎	27	1	
立吋		1728	

1 立呎 = 0.028 立方公尺 = 0.766 立方尺

容量表(乾量)

原名	略號	譯名	等			數
Bushe	bu.	噉	1			
Peck	pk.	吋	4	1		
Gallon	gal.	噉		2	1	
Quart	qt.	吋			4	1
Pint	pt.	哈				2

(英) 1 噉 = 1.2837 立方呎 = 36.35 公升

(美) 1 噉 = 1.2445 立方呎 = 35.24 公升

容 量 表 (液 量)

原 名	略 號	譯 名	等			數
Barrel	bb.	桶	1			
Gallon	gal.	甬	31.5	1		
Quart	qt.	呷	126	4	1	
Pint	pt.	哈			2	1
Gill	gi.	呷				4

(英) 1 甬 = 277.274 立方吋 = 4.544 公升

(美) 1 甬 = 231.0 立方吋 = 3.785 公升

常 衡 表

原 名	略 號	譯 名	等			數
Long Ton	T.	重噸(英)	1			
Short Ton	T.	輕噸(美)		1		
Pound	lb.	磅	2240	2000	1	
Ounce	oz.	兩	35840	32000	16	

1 噸 = 28.35 公分 = 0.907 兩

1 磅 = 0.45 公斤 = 0.90 斤

金 衡 表

原 名	略 號	譯 名	等		數
Pound	lb.	磅	1		
Ounce	oz.	兩	12	1	
Penny weight	dwt.	英 錢		24	1
Grain	gr.	喱			24

1 磅 = 0.37 公斤

藥 衡 表

原 名	略 號	譯 名	等 數			
Pound	lb.	磅	1			
Ounce	oz.	嘑	12	1		
Dram	dr.	德 蘭		8	1	
Scruple	sc.	司克路步			3	1
Grain	gr.	喱				20

1 磅 = 0.37 公斤.

練 習 問 題

- 1 噸等於幾公畝?
- 1 里約合幾哩? 幾呎?
- 常衡的 10 磅有幾斤? 10 斤有幾磅?
- 1 磅或等於 16 嘑, 或等於 12 嘑, 試說明權衡什麼東西的輕重時, 始有此種區別?
- 試於面積表之等數空格處, 填入應等之數字.

日 本 度 量 衡 制

長 度 表

名稱	等 數		
里	1		
町	36	1	
間		60	1
尺			6

1 尺 = $\frac{1}{30}$ 公尺

1 里 = 3.929 公里

[注意] 尺以下的名稱, 進率, 都與我國相同.

地積表

名稱	等	數			
町	1				
段	10	1			
畝		10 1			
步			30 1		
合				10 1	
勺					10

坪(步)=1間平方=36平方日尺

1坪=0.033公畝

1公畝=30.25坪

重量表

名稱	等	數			
貫	1				
斤		1			
匁	1000	160 1			
分			10 1		
釐				10 1	
毫					10

1貫=2.75公斤

1公斤=267匁

1公分=0.267匁

容積表

名稱	石	斗	升	合	勺
等數	各位皆以十進				

1升=1.8公升

1公升=5.5435合

練習問題

1. 日本1里與我國1里是那一種長?約長多少?
2. 我國的1.8升約合日本多少升?
3. 日本地積1町等於幾日方尺,長短1町等於幾日尺?
4. 我國的一畝約合日本幾畝?

第三章 貨幣

56. 貨幣

【豫備問題】 試述貨幣的效用。

用作交易的媒介的東西，以計算貨物的價格，叫做‘貨幣’。貨幣可分二種：一是金屬製的叫做金屬幣，一是紙做的叫做紙幣。

做貨幣單位的叫做‘主幣’。如我國的圓，英國的鎊，日本的金圓等；幫助主幣謀支付的便利用的較小貨幣，叫做‘輔幣’，如我國的角票、銅元，英國的先令、辨士等。

57. 我國幣制

我國過去幣制，以銀為本位。用兩作單位，自與歐、美各國通商以來，兼用銀圓，於是兩、圓並存，頗多不便。銀兩又分庫平銀、海關銀、規銀等，其成色、輕重都各不同，例如庫銀1兩 = 關銀0.983兩 = 規銀1.095兩。

銀圓也有墨銀、港銀、本銀等種種，因此我國貨幣制度，極為紊亂。現政府已通令不用銀元（及兩），而用法幣（法幣即紙幣），以一元為單位，依十進制而以角、分為輔幣，我國幣制，賴以統一。

今把標準單位及輔助單位，列表如下：

名稱	圓	角	分
等數	10角	10分	10釐

58. 外國幣制

外國幣制，大都以金爲本位。因金銀之價，隨時漲落，故我國與外國貨幣的換算，也不能一定。

今略舉各國的幣制如下：

英國： 1 鎊 (£) (Sovereign 或 Pound)
= 20 先令 (s.) (shilling)

1 先令 = 12 辨士 (d.) (pence)

美國： 1 圓 (\$) (Dollar)
= 100 仙 (ct 或 ¢) (cent)

法國： 1 法郎 (fr.) (france)
= 100 生丁 (c.) (centimes)

德國： 1 馬克 (M.) (mark)
= 100 分尼 (pf.) (pfennigs)

俄國： 1 盧布 (R.) (Ruble)
= 100 戈比 (kopecks)

日本： 1 圓 (¥) (Yen)
= 100 錢 (sen)

練習問題

下表是我國貨幣兌換各國貨幣的數目，試依這標準計算：

1. 我國法幣一百五十元，可換各國貨幣多少？

2. 各國貨幣一個主幣,可換我國貨幣多少?
3. 各國貨幣一個主幣,可換其他國貨幣多少?

中央銀行掛牌

英匯法幣一元	一先令兩辨士半
美匯法幣百元	三十元
港匯法幣百元	九十五元
法匯法幣百元	一千零八十法郎
德匯法幣百元	七十五馬克

摘錄民國二十八年五月十三日申報商業新聞

第四章 時間

59. 時間的單位

【豫備問題】 1. 人的年齡是以什麼做單位的？

2. 計算時間的單位，年以下還有什麼？

太陽從通過某一子午線，到下一次通過同一子午線時間，叫做一**太陽日**，太陽日因季節的關係，微有差異，故把一年中的太陽日的長短，平均起來的一日，叫做**平均太陽日**，這就是時間的單位，補助單位有**時、分、秒**等。

名稱	日	時	分
等數	24 時	60 分	60 秒

時曆的一日，起於夜半，終於夜半，普通分做午前(上午)，午後(下午)二部分。

觀測太陽通過子午線(即正午)用‘子午儀’，測量正確的時數用‘經緯儀’。

60. 年 平年 閏年

【豫備問題】 1. 一年由什麼而定的？

2. 爲什麼要有閏年？

地球繞着太陽公轉一周的時間,叫做一年.精確地說起來,一年有365日5時48分46秒.時曆是把零頭數5時48分46秒棄去,以365日爲一年,這叫做**平年**.經過四年,零頭數積起來已有一日弱,故每四年中有一次以366日爲一年,這叫做**閏年**.

每四年置一閏年,四百年間共多了三日,因此四百年間必須少置三個閏年,故四百年間的閏年,實際只有九十七個.

閏年的計算方法如下:

公曆紀元的年數能被除盡的一年,便是閏年;但這年數能被100除盡時,須先以100除之,再以4除其商,若能除盡,纔是閏年,否則仍是平年.

民國元年即公曆1912年,所以民國紀元年數或紀元以前年數,何年爲閏年,可由公曆推得.

普通沒有寫明紀元幾年時,一年都可365日計算.

練習問題

1. 民國二十五年爲公曆 1937 年, 民國紀元前 11 年是公曆幾年? 這年是平年, 還是閏年?
2. 分別下列各年爲平年或閏年:
1900 年, 1913 年 1916 年, 1932 年;
民國元年, 8 年, 9 年, 32 年;
民國紀元前 4 年, 16 年, 118 年, 120 年.
3. 今年是平年還是閏年? 如是平年, 須再過幾年即在民國幾年又是閏年?

61. 月 星期

【豫備問題】 1. 二月有幾日?

2. 一年有幾星期幾日?

一年分爲十二個月, 一月、三月、五月、七月、八月、十月、十二月叫做**大月**, 各有三十一日; 二月、四月、六月、九月、十一月叫做**小月**, 二月有二十八日, 其餘各有三十日. 但閏年時二月是二十九日.

普通沒有寫明幾月時, 一個月作 30 日計算.

七日叫做‘一星期’(或稱週, 俗稱禮拜), 每一星期是星期日開始到星期六爲止.

練習問題

1. 一個月中,星期日最多有幾日?最少有幾日?
2. 某年的一月一日是星期日,次年的一月一日是星期幾?(平年、閏年分別計算.)
3. 一月十四日到三月九日,共有幾日?

第五章 複名數的變形

62. 通法

〔例 1〕 化 3 石 4 斗 6 升 5 合 爲 升 數。

$$3\text{石}4\text{斗}6\text{升}5\text{合} = 300\text{升} + 40\text{升} + 6\text{升} + 0.5\text{升}$$

$$= 346.5\text{升}.$$

答：346.5升。

〔例 2〕 化 5 里 12 丈 3 尺 爲 尺 數。

$$\begin{array}{r} \text{(里)} \\ 5 \\ \times) 150 \\ \hline 750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(丈)} \\ 12 \\ +) 750 \\ \hline 762 \\ \times) 10 \\ \hline 7620 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{尺} \\ 3 \\ +) 7620 \\ \hline 7623 \end{array}$$

答：7623 尺。

練習問題

把下列各複名數化爲()內的單位(1—4)：

1. 2 里 15 丈 2 尺 (尺).

2. 4 斤 5 兩 (錢).

3. 5 碼 2 呎 8 吋 (吋).

4. 5 時 12 分 (秒).

5. £ 6. 7/2 (即英幣 6 鎊 7 先令 2 辨士) 是多少辨士?

〔例 3〕 3 日 15 時 44 分 是 幾 日? (小 數 第 四 位 止)

60) 4.4(分) 44分除以60,求到小數第四
 0.7333(時) 位,就已足數了.

15時44分 = 15.7333時.

 0.6555(日)
 24) 15.7333(時)
 144
 ——
 133
 120
 ——
 133

∴ 3日15時44分 = 3.6555日.

化複名數爲單名數的方法,叫做**通法**.

十進法複名數的通法,甚爲簡易,故本章着重於非十進法的複名數.

練習問題

把下列各複名數化爲()內的單位(釐位爲止):

1. 5日12時52分(日).
2. £4.5/7(鎊)
3. 18斤1兩5錢6分(兩).
4. 5里72丈4尺(丈).

63. 命法

[例1] 化48215尺爲複名數.

10) 48215
 10) 4821.....5尺
 15) 482.....1丈
 32.....2引

答: 32里2引1丈5尺.

練習問題

把下列各單名數化爲複名數:

1. 54381 尺.

2. 5438 呎.

3. 48325 秒.

4. 2362 辨士.

【例 2】 4.854 日 = ? 日 ? 時 ? 分 ? 秒.

$$\begin{array}{r}
 4.854 \text{ (日)} \\
 \underline{\quad 24} \\
 3416 \\
 \underline{1708} \\
 20.496 \text{ (時)} \\
 \underline{\quad 60} \\
 29.760 \text{ (分)} \\
 \underline{\quad 60} \\
 45.60 \text{ (秒)}
 \end{array}$$

答：4 日 20 時 29 分 46 秒弱。

化單名數爲複名數的方法,叫做命法.
命法和通法是互逆的算法.

練習問題

把下列各單名數化爲複名數(1—3):

1. 184.257 日.

2. 30.425 時.

3. 8.25 碼.

4. 1530.65 畝 = ? 方里 ? 畝 ? 方丈 (1 方里 = 375 畝).

64. 換算 當量

【豫備問題】 1. 1 公尺 = ? 尺, 1 尺 = ? 公尺.

2. 1 尺 = ? 呎, 1 碼 = ? 尺.

將用某種度量衡制的單位所表的量,化成另用一種度量衡制的單位表示的量,叫做換算.

換算時應當知道的,就是兩種制度的某單位間的關係;例如:

$$1 \text{ 公尺} = 3 \text{ 尺},$$

$$1 \text{ 公斤} = 2 \text{ 斤},$$

$$1 \text{ 公升} = 1 \text{ 升}.$$

這 3 尺, 2 斤, 1 升是尺, 斤, 升對於公尺, 公斤, 公升的‘當量’, 上面各表下的註, 都是當量.

〔例 1〕 7 公丈 5 公尺 4 公寸是多少尺?

$$7 \text{ 公丈} 5 \text{ 公尺} 4 \text{ 公寸} = 75.4 \text{ 公尺},$$

$$1 \text{ 公尺} = 3 \text{ 尺}.$$

$$3 \text{ 尺} \times 75.4 = 226.2 \text{ 尺}. \quad \text{答: } 226.2 \text{ 尺}.$$

〔例 2〕 把 2 哩 75 碼化爲市用制.

$$2 \text{ 哩} 75 \text{ 碼} = 10785 \text{ 呎},$$

$$1 \text{ 呎} = 0.915 \text{ 尺}.$$

$$0.915 \text{ 尺} \times 10785 = 9868.275 \text{ 尺}$$

$$= 6 \text{ 里} 8 \text{ 引} 6 \text{ 丈} 8.275 \text{ 尺}.$$

$$\text{答: } 6 \text{ 里} 8 \text{ 引} 6 \text{ 丈} 8 \text{ 尺} \text{ 強}.$$

〔例 3〕 1 磅的重量合日本制多少?

$$1 \text{ 磅} = 0.45 \text{ 公斤},$$

$$1 \text{ 公斤} = 267 \text{ 匁}.$$

$$267 \text{ 匁} \times 0.45 = 120.15 \text{ 匁}. \quad \text{答: } 120.15 \text{ 匁}.$$

練習問題

1. 化 4.567 里爲標準制.

2. 28哩182碼2呎合市用制多少長?
3. 日本的3町4段5畝6步合我國多少畝?
4. 英國重1噸,我國重多少斤?

應用問題六

1. 把下列各複名數,化爲()內的單名數:
 - a. 3石5斗6升(升).
 - b. 7方公里4方公丈5方公寸(方公尺).
 - c. 36畝8分(畝).
 - d. 2公擔5公斤8公兩(公兩).
 - e. 4元零8分(分).
2. 把下列各單名數,化爲複名數:
 - a. 3.56兩.
 - b. 43826公寸.
 - c. 5.07畝.
 - d. 548030立方公尺.
 - e. 4768合.
3. 2斤5兩,3月8日,1里3丈各是幾斤,幾月,幾里?
4. 上題各是幾兩,幾日,幾丈?
5. 一年實爲365日5時48分46秒,試化爲年的單名數(小數四位以下,四捨五入).
6. 喜馬拉亞峯高8840公尺,試化爲市用制複名數.
7. 從月望至下一次月望,平均爲29.5309日,試化爲複名數.
8. 直徑1里的圓池,其周圍有幾里幾丈幾尺長?

圓周率爲 3.1416 (圓周 = 直徑 \times 圓周率).

9. 太平洋的面積爲 175,641,850 平方公里,合多少方里?

10. 有一箱,長 1 碼 1 呎,寬 2 呎,高 1 呎 8 吋,充滿海水,海水的重約有多少斤? (海水的比重爲 1.02.)

第六章 複名數四則

65. 加法

〔例 1〕 求 12 里 32 丈 4 尺, 3 里 28 丈 3 尺, 5 里 123 丈的和。

里	丈	尺
12	32	4
3	28	3
5	123	0
20	150	183
	1	150
21	33	7

丈的總數 183 比 1 里 (=150 丈) 大, 故以 150 除牠, 而將所得的商加入里內。

答: 21 里 33 丈 7 尺。

〔例 2〕 求 3 里 16 町 42 間 5 尺, 4 里 17 町 28 間 4 尺, 7 里 20 町 3 間的和。

里	町	間	尺
3	16	42	5
4	17	28	4
7	20	3	0
14	36	54	6
	1	36	6
15	18	14	3

答: 15 里 18 町 14 間 3 尺。

複名數相加, 從低級單位加起, 依次用命法整理, 加到高級單位。

練習問題

求下列各題的和：

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \text{日 時 分 秒} \\
 5 \ 17 \ 18 \ 25 \\
 \quad 20 \ 40 \ 35 \\
 \quad \underline{16 \ 30 \ 16}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \text{畝 方丈 方尺} \\
 5 \ 25 \ 6 \\
 1 \ 47 \ 8 \\
 \quad \underline{53 \ 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad \text{年 月 日 時} \\
 1 \ 4 \ 18 \ 27 \\
 \quad 8 \ 25 \ 21 \\
 \quad \underline{9 \ 13 \ 6}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4. \quad \text{鎊 先令 辨士} \\
 22 \ 15 \ 8 \\
 14 \ 19 \ 5 \\
 \quad \underline{5 \ 8 \ 6}
 \end{array}$$

66. 減法

〔例〕 求 6 日 15 時 27 分 20 秒 和 3 日 17 時 18 分 25 秒 的差。

$$\begin{array}{r}
 \text{日} \quad \text{時} \quad \text{分} \quad \text{秒} \\
 6 \quad 15 \quad 27 \quad 20 \\
 3 \quad 17 \quad 18 \quad 25 \\
 \hline
 2 \quad 22 \quad 8 \quad 55
 \end{array}$$

答：2 日 22 時 8 分 55 秒。

複名數相減，從低級單位減起。某一單位不能相減時，從被減數高一級單位退 1 下來相減，而在高一級單位相減時，多減去 1。

練習問題

求下列各題的差：

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \text{年 月 日} \\
 14 \ 3 \ 25 \\
 \quad 8 \ 5 \ 28 \\
 \quad \underline{\quad \quad \quad}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \text{里 引 丈 尺} \\
 25 \ 8 \ 6 \ 3 \\
 \quad 7 \ 12 \ 2 \ 4 \\
 \quad \underline{\quad \quad \quad}
 \end{array}$$

3. 哩 碼 呎

3 563 1

1 827 2

4. 擔 斤 兩

23 56 7

10 84 10

應用問題七

1. 13.4 斤, 5 斤 4 兩 6 錢, 8 斤 9.6 兩的和是多少?(複名數)

2. 30 日與 29.5306 日相差多少時、多少分、多少秒?

3. 上午八點三十分鐘, 上海 北站開的特別快車, 到 南京 時爲下午二點半; 又上午九點五十分 北站 開的三四等車, 到 南京 時爲下午十點三十五分, 特別快車比三四等車快多少時、多少分?

4. 某日日出在四點四十三分, 日沒在六點三十二分. 這日的晝長和夜長各多少?

5. 某人買布十三丈二尺五寸, 又買了四碼二呎, 共有多少尺?

67. 乘法

[例 1] 求 2 日 5 時 13 分 21 秒的 7 倍是多少?

日	時	分	秒
2	5	13	21
			7
14	35	91	60 147
1	1	2	2 120
15	24 36	60 93	27
	1 24	1 60	
	12	33	

答: 15 日 12 時 33 分 27 秒.

〔例 2〕 7 斤 13 兩 乘以 3.7 是多少？

$$7 \text{ 斤} \times 3.7 = 25.9 \text{ 斤} = 25 \text{ 斤} 14.4 \text{ 兩}$$

$$13 \text{ 兩} \times 3.7 = 48.1 \text{ 兩} = \begin{array}{r} 3 \quad 0.1 \\ \hline 28 \quad 14.5 \end{array}$$

答：28 斤 14 兩 5 錢。

以不名數乘複名數，先分乘各個單位，次應用命法整理。

練 習 問 題

求下列各題的積：

1. 5 里 86 丈 4 尺 \times 5.
2. 12 斤 7 兩 5 錢 \times 34.
3. 7 時 24 分 \times 3.7.
4. £.6. 15/6 \times 4.5.

68. 除法

〔例 1〕 28 里 123 丈 8 尺 除以 13 是多少？

$$\begin{array}{r} 2 \qquad \qquad 32 \qquad \qquad 6 \\ \hline 13 \overline{) 28 \text{ 里} \quad 123 \text{ 丈} \quad 8 \text{ 尺}} \\ \underline{26} \qquad \quad + \underline{) 300} \qquad \quad + \underline{) 70} \\ 2 \qquad \qquad \quad 423 \qquad \qquad \quad 78 \\ \qquad \qquad \quad \underline{39} \qquad \qquad \quad \underline{78} \\ \qquad \qquad \quad 33 \qquad \qquad \quad \underline{\quad} \\ \qquad \qquad \quad \underline{26} \\ \qquad \qquad \quad 7 \end{array}$$

答：2 里 32 丈 6 尺。

13 除 28 里得 2，餘 2 里，這 2 里化爲低級單位 300 丈，加入 123 丈，再以 13 除。

〔例 2〕 5 時 29 分 16 秒 除以 3.8 是多少？

除法中被除數、除數的同數倍，其商不變，故除數 3.8

要化爲整數,至少須10倍,那末,被除數的各單位也至少要10倍起來,然後再行相除.

$$\begin{array}{r}
 1 \qquad 26 \qquad 38.9 \\
 38 \overline{)50\text{時}} \quad 290\text{分} \quad 160\text{秒} \\
 \underline{38} \qquad + \overline{)720} \qquad + \overline{)1320} \\
 12 \qquad \underline{1010} \qquad \underline{1480} \\
 \qquad \underline{76} \qquad \underline{114} \\
 \qquad \underline{250} \qquad \underline{340} \\
 \qquad \underline{228} \qquad \underline{304} \\
 \qquad \underline{22} \qquad \underline{360} \\
 \qquad \qquad \underline{342} \\
 \qquad \qquad \underline{18}
 \end{array}$$

答: 1時26分39秒弱.

以不名數除複名數,從高級單位除起,若有剩餘,須化爲次級的單位,併在一起,再除下去.

練習問題

求下列各題的商:

1. 18擔52斤6兩 \div 8.
2. 4時32分45秒 \div 3.
3. 27里40丈8尺 \div 2.4.
4. £5. $\frac{4}{3}$ \div 4.5.

[例3] 2擔35斤2兩除以42斤12兩是多少?

$$2\text{擔}35\text{斤}2\text{兩} = 3762\text{兩},$$

$$42\text{斤}12\text{兩} = 684\text{兩}.$$

$$3762\text{兩} \div 684\text{兩} = 5.5.$$

答: 5.5.

以複名數除複名數,須先化爲同單位的單名數,然後相除.

練習問題

求下列各題的商：

1. $38 \text{ 里} \div 5 \text{ 里} 26 \text{ 丈}$.
2. $1 \text{ 日} \div 5 \text{ 時} 48 \text{ 分} 46 \text{ 秒}$.
3. $15 \text{ 碼} 2 \text{ 呎} 3 \text{ 吋} \div 3 \text{ 碼}$.
4. $12 \text{ 擔} 73 \text{ 斤} 9 \text{ 兩} \div 4 \text{ 斤} 5 \text{ 兩}$.

應用問題八

1. 有田 3 頃 65 畝 7 分，分給三子，每人可得多少？
2. 24 里 120 丈的路，跑了一時二十分鐘，平均一里須跑幾分鐘？
3. 一年為 365 日 5 時 48 分 46 秒，陰曆一個月為 29 日 12 時 44 分 4 秒，一年有陰曆幾個月？(小數一位以下，四捨五入.)
4. 縮尺五萬分之一的地圖，甲乙二地相距 4 寸 7 分，實際距離約多少里、多少丈？
5. 一立方公分的鐵重 7.788 公分，重 10 斤的鐵，其體積有幾立方寸？(毫位以下捨棄.)
6. 見電光後，經過 6 秒聽到雷鳴，離發電處約有幾里？(音每秒之速度，假設為 340 公尺.)
7. 3 畝的地，每 3 尺平方，種一株桑樹，共種桑樹幾株？
8. 所謂“二百十日”是節分後第 210 日，某年的節分

是2月3日,則這年的二百十日是何月何日?

9. 車輪的周圍9尺5寸,行1里路約轉幾次?

10. 某輪在星期二正午由甲地開行,次日午前八時至乙地;同日午後四時開行,星期六午前六時至丙地.若甲地至丙地的航程爲1185哩,某輪的速度每時幾哩?

11. 淨水1升,要作成五十倍的硼酸水,須用硼酸若干?所謂五十倍硼酸水,就是重量方面硼酸爲1,則加水50倍,水中加入硼酸,水的體積不變.

12. 某日市情,法幣1元可換英幣1先令3.5辨士,法幣百元可換美金33.25元.美金1000元可換英幣多少?

第七章 弧度 角度 經緯與時間

69. 弧度

圓周的一部分叫做弧；把全圓周分做360等分，每一等分叫做弧的一度，全圓的四分之一即九十度，叫做一象限。

弧度各單位的名稱如下：

名稱	圓周	象限	度	分	秒
等數	4象限	90度	60分	60秒	

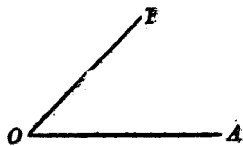
度、分、秒的符號，各為‘°’、‘′’、‘″’，記在數字的右肩。例如23度15分34秒記為 $23^{\circ} 15' 34''$ 。

70. 角度

如圖， OP 線從 OA 的位置起繞着 O 點旋轉，便生出‘角’來。

OP 轉回到 OA ，叫做一周角，把一周角分做360等分，每一等分叫做一度。

周角的四分之一即九十度，叫做一直角。



角度各單位的名稱如下：

名稱	周角	直角	度	分	秒
等數	1 直角	90 度	60 分	60	

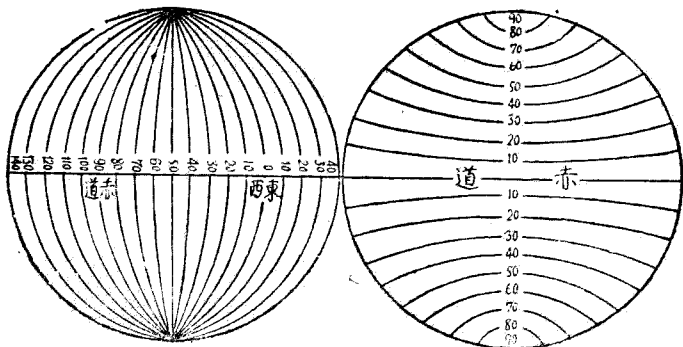
度、分、秒的符號，和弧度的相同。

練習問題

1. 月繞地球每天行 $13^{\circ}11'35''$ ，幾天行一周？
2. 時鐘的長針，一小時轉幾度的角？半小時呢？一刻鐘呢？十分鐘呢？一分鐘呢？

71. 經度 緯度

在地面上，以直橫兩種圓圈，作決定位置的標準；直的通過南北極，叫做經線，橫的與赤道平行，叫做緯線。



經度起算的地方，以英國的格林維基為標準，經過牠的那條經線，算是 0 度，從此分向東西，叫‘東經幾度’、‘西經幾度’，各到 180 度為止。

緯度以赤道為 0 度，赤道北的叫做‘北緯’，赤道南的叫做‘南緯’；南北緯到南北極各 90 度。

兩地經緯的距離，叫做‘經緯差’，計算經緯差如方向同則相減，方向異則相加，但經差只算小於 180 度的。

[例 1] 甲乙二地，甲地為東經 $156^{\circ}32'$ ，北緯 $42^{\circ}15'$ ；乙地為東經 $78^{\circ}28'16''$ ，北緯 $36^{\circ}13'$ 。求二地的經緯差。

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 156^{\circ}32' - 78^{\circ}28'16'' &= 78^{\circ}3'44'', \\ 42^{\circ}15' - 36^{\circ}13' &= 6^{\circ}2'. \end{aligned}$$

答：經差 $78^{\circ}3'44''$ ，緯差 $6^{\circ}2'$ 。

[例 2] 求首都(東經 $118^{\circ}53'$ ，北緯 $32^{\circ}3'$)與紐約(西經 74° ，北緯 $41^{\circ}6'$)的經緯差。

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad 118^{\circ}53' + 74^{\circ} &= 192^{\circ}53', \\ 360^{\circ} - 192^{\circ}53' &= 167^{\circ}7', \\ 41^{\circ}6' - 32^{\circ}3' &= 9^{\circ}3'. \end{aligned}$$

答： $\begin{cases} \text{經差 } 167^{\circ}7', \\ \text{緯差 } 9^{\circ}3'. \end{cases}$

現在把我國及外國幾個大都會的經緯度數，列表如下：

地名	經度	緯度
首都	118° 53' 東	32° 3' 北
北平	116° 29' 東	39° 53' 北
上海	121° 27' 東	31° 13' 北
漢口	114° 18' 東	30° 35' 北
天津	117° 16' 東	39° 8' 北
廣州	113° 17' 東	23° 12' 北
瀋陽	123° 58' 東	41° 54' 北
成都	104° 6' 東	30° 42' 北
陽曲	112° 29' 東	37° 53' 北
倫敦	0° 5' 西	51° 32' 北
柏林	13° 23' 東	52° 31' 北
巴黎	2° 20' 東	48° 50' 北
東京	139° 40' 東	25° 43' 北
紐約	74° 0' 西	41° 6' 北

練習問題

1. 求首都與巴黎的經緯差。
2. 求上海與紐約的經緯差。

72. 經差與時間的關係

地球自西向東，每日自轉一周，即 24 時轉 360 度，故某地的正午時，其東的地方已為午後，其西的地方尚為午前。

二地時間的差,叫做**時差**。

地球轉 360 度須 24 小時,故地面經差和時差,有下表的關係:

經 差	時 差
1°	4 分
1'	4 秒
1''	$\frac{1}{6}$ 秒

反過來,地球 24 小時可轉 360 度,故時差和地面經差有下表的關係:

時 差	經 差
1 時	15°
1 分	15'
1 秒	15''

【例 1】上海午前十一時,成都是什麼時候?

【解】上海與成都的經差是:

$$121^{\circ}27' - 104^{\circ}6' = 17^{\circ}21'.$$

故其時差爲:

$$\begin{aligned} 4\text{分} \times 17 + 4\text{秒} \times 21 &= 68\text{分} + 84\text{秒} \\ &= 1\text{時}9\text{分}24\text{秒}. \end{aligned}$$

但成都在上海之西,故成都的時刻比上海的遲,即

$$11\text{時} - 1\text{時}9\text{分}24\text{秒} = 9\text{時}50\text{分}36\text{秒}.$$

故上海午前十一時的時候,成都是午前九時五十分

三十六秒(答).

[例 2] 有甲乙二地,甲地午後一點鐘時,乙地午後三點二十八分四十八秒.已知甲地的經度爲東經 $119^{\circ}20'$,求乙地的經度.

[解] 二地的時差爲:

$$3\text{時}28\text{分}48\text{秒} - 1\text{時} = 2\text{時}28\text{分}48\text{秒}.$$

故二地的經差爲:

$$\begin{aligned} 15^{\circ} \times 2 + 15' \times 28 + 15'' \times 48 &= 30^{\circ} + 420' + 720'' \\ &= 37^{\circ}12'. \end{aligned}$$

因乙地的時刻比甲地早,故乙地在甲地之東,即

$$119^{\circ}20' + 37^{\circ}12' = 156^{\circ}32'.$$

故乙地爲東經 $156^{\circ}32'$ (答).

練習問題

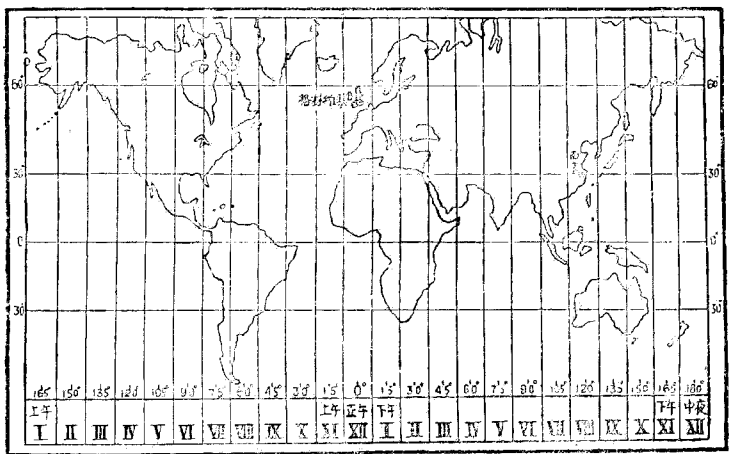
1. 在東經 $86^{\circ}15'$ 的地方是上午十點鐘時,西經 $23^{\circ}52'$ 的地方是幾點鐘?
2. 首都午後四時,什麼地方是在正午?
3. 土耳其都城君士坦丁的時刻比巴黎的時刻遲一時四十六分,求君士坦丁的經度.
4. 一地的晝夜與上海全反,則這地的經度若何?
5. 某人在東經 $135^{\circ}31'$ 地方,較準一錶的時刻,攜至某地,當這地正午時,視其錶恰指午前11時39分4秒;已知此錶初未有遲速之誤,求某地的經度.

73. 標準時區

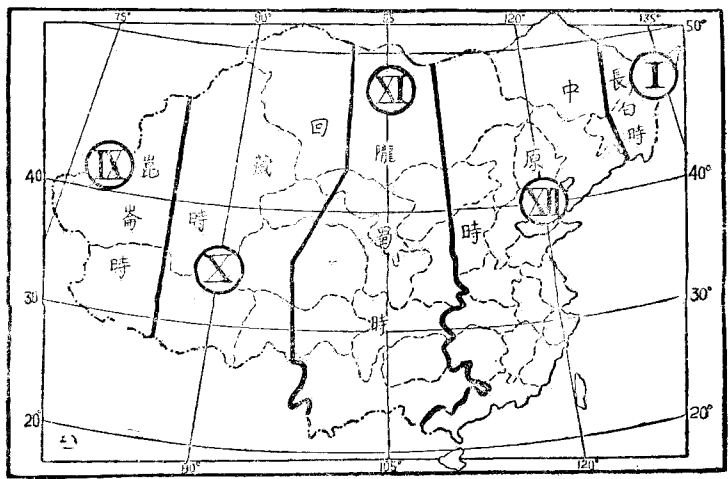
照前面所說的,兩地的經度不同,則時間的早遲亦異,這在實際生活上很是不便,因交通發達的緣故,若沒有一定辦法,更是不便;因此把全地球各地方分成二十四個‘標準時區’.在同一區內的兩地,無論經度相差多少,時間都算一樣,而反過來,在相鄰二區,就是兩地的經度相差很小,時間也算成差一小時.

我國幅員很廣,全國分成五個標準時區.

圖區時準標界世



圖區時準標國中



第三編

整數的性質*

第一章 緒論

74. 倍數 約數

【豫備問題】 1. 試由下列各數中,選出6所能整除的數:

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

2. 試區別下列各數,何者能被2整除,何者不能:

19, 21, 22, 25, 30, 36.

3. 試把可以整除12的數都寫出來.

4. 試從1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10諸數中,選出可以整除30的數.

一數 a 能被他數 b 整除時, a 叫做 b 的**倍數**, b 叫做 a 的**約數**.所謂整除就是除得的商是整數,而無餘數.

*本編所論的數,都是整數.

2的倍數叫做**偶數**,不是2的倍數叫做**奇數**.

練習問題

1. 二位數中,5的倍數最大的是什麼數?
2. 舉出三位數中最大的偶數與最小的奇數.
3. 自1到100,偶數、奇數各有幾個?
4. n 為任意的一個整數時, $n \times 2$ 這個數是奇數,還是偶數? 又 $n \times 2 + 1$ 怎樣?

75. 倍數

【豫備問題】 1. 3的兩個倍數27和51,其和 $27+51$ 也能被3整除,理由如何?

2. 5的兩個倍數85和20,其差 $85-20$ 也是5的倍數,理由如何?

a 的 m 倍與 a 的 n 倍的和,是

$$a \times m + a \times n = a \times (m + n).$$

以言語述之,爲:

若干個 a 的倍數的和,仍是 a 的倍數.
同樣,

兩個 a 個倍數的差,仍是 a 的倍數.
又如3的4倍爲12,而12的5倍60,也是3的倍數;故
 a 的倍數的倍數,也是 a 的倍數.

一數的約數的個數雖有限，而其倍數的個數却無限制。

76. 特別數的倍數

一數是否為某數的倍數，一般的，只有用除法來決定；但有幾個數目的倍數，卻可不用除法，就能決定。今列舉於下：

I. 2的倍數

【豫備問題】 1. 個位是零的數，必能被2整除，理由如何？

2. 試述2的倍數的性質。

決定488是否為2的倍數，因為

$$488 = 480 + 8,$$

而480是10的倍數，所以也是2的倍數，而8也是2的倍數，因此488是2的倍數的和，所以是2的倍數。

一數的末位是0或是2的倍數時，這數是2的倍數。

II. 5的倍數

【豫備問題】 1. 任意作5的倍數，觀察個位的變化而述其結果。

2. 試述5的倍數的性質。

一數的末位是0或是5時，這數是5的倍數。

III. 4,25 的倍數

【豫備問題】 1. 試說明末二位都是零的數, 例如 100, 5300, 必能被 4 或 25 整除.

2. 由 $5364 = 5300 + 64$, 試說明 5364 能被 4 整除.

3. 由 $5375 = 5300 + 75$, 試說明 5375 能被 25 整除.

一數的末二位都是零, 則這數是 4 與 25 的倍數.

何則, 因 $100 = 4 \times 25$.

一數的末二位所成的數, 若是 4 的倍數, 這數也是 4 的倍數; 若是 25 的倍數, 這數也是 25 的倍數.

IV. 8,125 的倍數

【豫備問題】 1. 試說明 $n \times 1000$ 是 8 與 125 的倍數 (但 n 為任意整數).

2. 某數的末一位是 2 的倍數時, 牠就是 2 的倍數; 某數的末二位是 4 (即 2^2) 的倍數時, 牠就是 4 的倍數. 由此類推, 怎樣可以視察 8 (即 2^3) 的倍數呢?

3. 由前題所得的結論, 試述 8 與 125 的倍數的性質.

一數的末三位都是零, 則這數是 8 與 125 的倍數.

何則, 因 $1000 = 8 \times 125$.

一數的末三位所成的數，若是8的倍數，這數也是8的倍數；若是125的倍數，這數也是125的倍數。

V. 9的倍數

【豫備問題】 1. 以9除下列各數，試求其餘：

1, 10, 100, 1000;

2, 20, 200, 2000;

3, 30, 300, 3000;

5, 50, 500, 5000.

2. 以9除下列各數，試求其餘：

1110, 2222, 3333, 3335, 3353.

3. 試述以9除一數，求其餘數之法。

4. 以9除下列各數，由視察法及短除法而求其餘數，比較兩種的結果。

a. 325, 4823. b. 3753, 3816.

5. 試述9的倍數的性質。

設想任意一數，例如5781，可得

$$\begin{aligned} 5781 &= 5000 + 700 + 80 + 1 \\ &= (9 \text{ 的倍數} + 5) + (9 \text{ 的倍數} + 7) \\ &\quad + (9 \text{ 的倍數} + 8) + 1 \\ &= 9 \text{ 的倍數} + (5 + 7 + 8 + 1). \end{aligned}$$

因此，以9除一數而求其餘數時，祇須以9除這數的

數字和而求其餘數。這數的數字和被9數整除，就是這數能被9整除，因得下面的性質。

一數的數字和若是9的倍數，這數也是9的倍數。

VI. 3的倍數

【豫備問題】 試說明被9整除的數，必能被3整除。
設想任意一數，例如8217，可得

$$\begin{aligned} 8217 &= 9 \text{ 的倍數} + (8+2+1+7) \\ &= 3 \text{ 的倍數} + (8+2+1+7). \end{aligned}$$

因此，8217 是否是3的倍數，可由 $8+2+1+7$ 即18 是否為3的倍數而決定。這裏18為3的倍數，故8217是3的倍數。

一數的數字和若是3的倍數，這數也是3的倍數。

VII. 11的倍數

【豫備問題】 1. 試以11除下列各數，而求其餘數：

10,	20,	50,
100,	200,	600,
1000,	2000,	7000,
10000,	20000,	80000.

2. 試以11除下列各數而求其餘數；再比較奇位

數字和與偶位數字和的差。

$$a. 594, 64392. \quad b. 748, 75889.$$

設想任意一數，例如 36579，可得

$$\begin{aligned} 36579 &= 3 \times 10000 + 6 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 9 \\ &= 3 \times (9999 + 1) + 6 \times (1001 - 1) + 5 \times (99 + 1) \\ &\quad + 7 \times (11 - 1) + 9 \\ &= (3 \times 9999 + 6 \times 1001 + 7 \times 11) + 3 - 6 + 5 - 7 + 9 \\ &= 11 \text{ 的倍數} + 9 + 5 + 3 - 7 - 6 \\ &= 11 \text{ 的倍數} + (9 + 5 + 3) - (7 + 6). \end{aligned}$$

因此，36579 是否為 11 的倍數，可由 $9 + 5 + 3 - (7 + 6)$ 是否為 11 的倍數而決定；但 $9 + 5 + 3 - (7 + 6)$ 是 4，不是 11 的倍數，故 36579 不是 11 的倍數。

一數的奇位（即個位、百位、萬位、百萬位，……）數字和與偶位（即十位、千位、十萬位、千萬位，……）數字和的差，若是 0 或 11 的倍數，這數就是 11 的倍數。

練習問題

1. 用視察從下列諸數中，順次抽出 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11 的倍數來：

$$204, 711, 513, 1110, 5352, 5632, 9204, 624371.$$

2. 6, 12 的倍數, 應當怎樣視察?
3. 欲使 3642 變為 9 的倍數, 至少須加多少?
4. 欲使 5687 變為 11 的倍數, 至少須減多少?
5. 用視察求 20471 被 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 25, 125 除的餘數.

77. 質數

【豫備問題】 試求 23 的約數.

一切數能被 1 整除, 又能被本數整除. 若一數除了 1 與本數, 不能被另外的數整除時, 這數叫做質數.

例如 1, 2, 3, 5, 7 等都是質數, 而 4, 6, 8 等都不是質數.

練習問題

1. 由下列諸數中, 選出質數來:

24, 33, 17, 25, 29, 16, 32.

2. 從 1 起到 100 止, 寫成一個表, 依次將 2 以後的 2 的倍數劃去, 3 以後的 3 的倍數劃去, 5 以後的 5 的倍數劃去. 照這樣求出 100 以內的質數, 與下表比較.

質 數 表 (1—997)

1	2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37	41
43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103
107	109	113	127	131	137	139
149	151	157	163	167	173	179
181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293
307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383
389	397	401	409	419	421	431
433	439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499	503	509
521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607
613	617	619	631	641	643	647
653	659	661	673	677	683	691
701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839
853	857	859	863	877	881	883
887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991
997						

78. 質數的判定

【豫備問題】 1. 試依次用 2, 3, 5, 7, 11, 13 除 199, 看牠們是不是牠的約數.

2. 再用比 13 大的數除 199, 能除盡麼? 爲什麼?

從 2 起依次將各質數去除某數, 若到所得的商比除數小的時候, 還除不盡, 則這個數便是質數.

練習問題

判定下列各數中, 那幾個是質數(不許看前面的表):

109, 209, 163, 561, 223,

273, 359, 433, 643, 804.

79. 質因數

【豫備問題】 因數是什麼? 試舉例說明之.

因數之中爲質數的, 叫做質因數.

所謂因數和所謂約數, 其實是一樣的東西, 不過觀察的方面不同罷了!

〔例 1〕 分解 84 爲其質因數之連乘積.

〔解〕

$$\begin{array}{r} 2) 84 \\ \underline{2) 42} \\ 3) 21 \\ \underline{3) 7} \end{array}$$

$$\therefore 84 = 2^2 \times 3 \times 7.$$

分解一數爲牠的質因數連乘積的方法, 是從最小的質因數起依次用作除數,

去除這數,到商數爲質數止.

質因數1通例沒有特別記寫出來的必要.

[例 2] 分解149爲其質因數的連乘積.

[解] 149 不能被質數 2, 3, 5, 7, 11, 13 等除盡; 而 $13^2 = 169$, 故被除數爲 149 而除數爲 13 以上時, 商必是 13 以下的數, 所以以後不必再取 13 以上的質數來試除, 由是可知 149 是質數, 不能分解成質因數的積.

練 習 問 題

分解下列各數爲其質因數的積:

1. 66, 125, 200, 221, 253, 261.
2. 542, 273, 440, 484, 317 399.
3. 780, 675, 648, 647, 661, 343.
4. 999, 408, 291, 405, 646, 857, 913.

第二章 最大公約數

80. 公約數 最大公約數

【豫備問題】 1. 試先求30與42的約數,再指出兩數公用的約數來,其中那一個最大?

2. 試求下列各數中最大的一個公共約數:

(30, 18), (9, 54), (6, 15, 21), (11, 17).

現在試察18與60的約數.

18的約數爲1, 2, 3, 6, 9, 18;

60的約數爲1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

這許多約數之中1, 2, 3, 6四個爲18與60的公共的約數,而6在四個數中最大,且6是等於兩數的一切公共質因數的最低乘方的積,即

$$6 = 1 \times 2 \times 3.$$

兩個以上的數所公有的約數,叫做這些數的**公約數**;公約數中最大的一個,叫做這些數的**最大公約數**.

最大公約數等於各數的一切共通質因數最低乘方的積.

最大公約數簡記爲 $G. C. M.$ 是 Greatest Common Measure 的略寫。

81. 最大公約數的求法 (一)

[分解質因數法]

【豫備問題】 1. 試求二數 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 與 $2^2 \times 3 \times 7$ 的最大公約數。

2. 試求 48 與 42 的 $G. C. M.$

[例] 求 144 與 198 與 360 的最大公約數。

$$\begin{array}{r}
 \text{(運算)} \qquad \qquad \qquad 2) 144 \quad 198 \quad 360 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \quad 3) 72 \quad 99 \quad 180 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \quad 3) 24 \quad 33 \quad 60 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \quad \quad 8 \quad 11 \quad 20
 \end{array}$$

(說明) 由這計算

$$144 = 2 \times 3^2 \times 8,$$

$$198 = 2 \times 3^2 \times 11,$$

$$360 = 2 \times 3^2 \times 20.$$

因此共通質因數的積是 2×3^2 。

$$\therefore G. C. M. = 2 \times 3^2 = 18.$$

設三數 A, B, C 可分解爲如下的因數：

$$A = a^2 \times b^3 \times c,$$

$$B = a \times b^2 \times d,$$

$$C = a^3 \times b^2 \times e.$$

而 c, d, e 之間已沒有公約數(牠們叫做‘互質數’), 則 A, B, C 的最大公約數 G 爲

$$G = a \times b^2.$$

求兩個以上的數的最大公約數，先求這些數的共通質因數，而取各共通質因數相乘。

但若有一質因數各數所含牠的乘方不相同，則只取乘方最小的。

因此，實際演算時，可以注目於已知諸數中最小一數，而觀察其質因數是否為其他各數的因數。

練習問題

求下列各組數的最大公約數：

- | | |
|---------------------|-------------------|
| 1. 144, 180. | 2. 103, 412. |
| 3. 163, 274. | 4. 136, 153, 264. |
| 5. 111, 74, 185. | 6. 140, 210, 315. |
| 7. 45, 108, 279. | 8. 350, 600, 550. |
| 9. 660, 1617, 4235. | |

82. 最大公約數的求法(二)

[輾轉相除法]

【豫備問題】 1. 先將 429 分成質因數的積而求 429 和 1848 的最大公約數。

2. 將 429 除 1848，又將所餘的數除 429，再將所餘的數除第一次的餘數。

〔例 1〕 求 437 和 1691 的最大公約數。

$$\begin{array}{r|l}
 1 \quad 437 \quad | \quad 1691 \quad | \quad 3 \\
 \quad \quad \quad | \quad 380 \quad | \quad 1311 \\
 1 \quad \quad \quad | \quad 57 \quad \quad | \quad 380 \quad | \quad 6 \\
 \quad \quad \quad | \quad 38 \quad \quad | \quad 342 \\
 \quad \quad \quad | \quad 19 \quad \quad | \quad 38 \quad \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad | \quad \underline{\quad} \quad \quad | \quad 38 \\
 \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \quad | \quad \underline{0}
 \end{array}$$

答：19.

求兩數的最大公約數，將小數除大數，若有餘數，則將這餘數除小數，再有餘數，又將牠除前一次的餘數；這樣輾轉相除，到沒有餘數為止；最後的除數，便是所求的最大公約數。

若最後的除數為 1，則兩數為互質數。

〔例 2〕 求 5688, 4977, 6636 的 *G.C.M.*

先求 5688 和 4977 的 *G.C.M.* 再求 711 和 6636 的 *G.C.M.*

$$\begin{array}{r|l}
 7 \quad | \quad 4977 \quad | \quad 5688 \quad | \quad 1 \\
 \quad \quad | \quad 4977 \quad | \quad 4977 \\
 \quad \quad | \quad \underline{0} \quad \quad | \quad 711 \\
 \quad \quad | \quad \quad \quad \quad | \quad \underline{\quad}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 3 \quad | \quad 711 \quad | \quad 6636 \quad | \quad 9 \\
 \quad \quad | \quad 711 \quad | \quad 6399 \\
 \quad \quad | \quad \underline{0} \quad \quad | \quad 237 \\
 \quad \quad | \quad \quad \quad \quad | \quad \underline{\quad}
 \end{array}$$

答：237.

求三個數的最大公約數，可先求任意兩數的最大公約數，再求這最大公約數和第三數的最大公約數。

求四個數以上的最大公約數的方法，依此類推

練習問題

求下列各組數的最大公約數：

1. 506, 713.

2. 2101, 5157.

3. 5127, 78614. 4. 9991, 6001.
5. 77, 975, 1722. 6. 706, 1302, 1116.
7. 30989, 132810, 4427.
8. 156, 1092, 78, 568.
9. 2226, 3339, 8904, 11130.

第三章 最小公倍數

83. 公倍數 最小公倍數

【豫備問題】 1. 試由下列各數中取出3與5的公共的倍數來,併指去那一個最小:

9, 15, 20, 30, 40.

2. 試作3與5的公共倍數五個(由最小的起).

3. 試求下列各組數的最小的公共倍數:

(4, 9), (6, 10), (2, 3, 6), (1, 5).

現在試察4與6的倍數列.

4的倍數爲4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ……;

6的倍數爲6, 12, 18, 24, …….

兩個數列中, 12, 24, ……爲4與6的共通的倍數, 即牠們的公倍數, 而12最小; 且12是等於4與6的共通因數2與不共通的互質因數2與3的積, 即

$$2 \times 2 \times 3 = 12.$$

兩個以上的數的共通的倍數, 叫做這些數的公倍數, 其中最小的, 叫做牠們的最小公倍數.

最小公倍數等於二數及二數以上的共通的因數與不共通的互質因數的積。

最小公倍數簡記爲 $L.C.M.$ 是 Least Common Multiple 的略寫。

84. 最小公倍數的求法

【豫備問題】 1. 試求 $2 \times 3 \times 5$ 與 $2^3 \times 3 \times 7$ 的最小公倍數。

2. 試說明求 18 與 30 的最小公倍數的方法。

〔例 1〕 求 120 與 84 的最小公倍數。

(運算)
$$\begin{array}{r} 2) 120 \quad 84 \\ \underline{2) 60 \quad 42} \\ 3) 30 \quad 21 \\ \underline{\quad 10 \quad 7} \end{array}$$
 (說明) 由左之計算, 二數共通因數的積爲 $2 \times 2 \times 3$, 不共通的互質因數的積爲 10×7 。

$$\therefore L.C.M. = 2 \times 2 \times 3 \times 10 \times 7 = 840.$$

求三個以上的最小公倍數的方法, 由此類推。

〔例 2〕 求 30, 42, 110 的最小公倍數。

(運算)
$$\begin{array}{r} 2) 30 \quad 45 \quad 110 \\ \underline{3) 15 \quad 21 \quad 55} \\ \quad 5 \quad 7 \quad 55 \end{array}$$

$$\therefore L.C.M. = 2 \times 3 \times 7 \times 55 = 2310.$$

(說明) 先用各數的共通的因數 2 去除, 得 15, 21, 55; 牠們已沒有共通的因數。再用 15 和 21 的共通的因數 3 去除, 次更用 5 和 55 的共通的因數 5 去除, 但因 55 是 5 的倍數, 故只須將 5 消去, 不必用 5 去除兩數。至此, 任何兩數都沒有共通的因數了。

求三個以上的數的最小公倍數，依次用兩個以上的數的共通質因數去除，到任何兩數都沒有共通的因數為止。

練習問題

求下列各組數的最小公倍數：

1. 5, 45, 30.

2. 24, 48, 60.

3. 49, 84, 63.

4. $2^2 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2 \times 3 \times 5 \times 11$.

5. 80, 108, 720.

6. 60, 56, 84.

7. 135, 90, 225.

8. 500, 507, 798.

85. 最小公倍數與最大公約數

有二數 A, B ；設其不共通的質因數為 a, b ，最大公約數為 G ，最小公倍數為 L ，則

$$A = G \times a,$$

$$B = G \times b.$$

而

$$L = G \times a \times b \dots \dots \dots (1)$$

故最小公倍數除以最大公約數，由(1)得

$$L \div G = a \times b \dots \dots \dots (2)$$

即最小公倍數除以最大公約數所得的商，是不共通互質因數的積。

由(1)式可知 L 的 G 倍與 $G \times a \times b$ 的 G 倍相等，即

$$L \times G = G \times a \times b \times G.$$

$$\therefore L \times G = A \times B \dots \dots \dots (3)$$

即二數的最小公倍數與最大公約數的積，等於二數的積。

由(3)式可得

$$L = \frac{A \times B}{G} = \frac{A}{G} \times B = A \times \frac{B}{G}.$$

即兩數的最小公倍數，等於其中一數與他一數被最大公約數除得的商的積。

〔例〕 求170和2822的最小公倍數。

170和2822的 $G.C.M.$ = 34.

$$\begin{aligned} \therefore L.C.M. &= \frac{170}{34} \times 2822 = 5 \times 2822 \\ &= 14110. \end{aligned}$$

練習問題

求下列各組數的最大公約數和最小公倍數(1—4):

1. 272, 450.

2. 973, 556.

3. 525, 975.

4. 1233, 19180.

5. 由(3)式說明 $L = (A \times B) \div G$ ，且述這式的意味。

6. 與前題同理，說明 $G = (A \times B) \div L$ ，且述其意味。

7. 試述次式的意義，以及此式作成的方法。

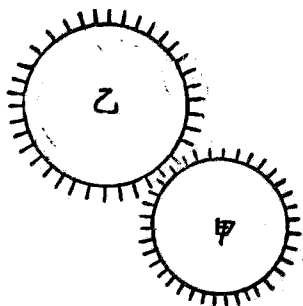
$$A \times B = G^2 \times a \times b.$$

8. 有二數，其積為7350，其最大公約數為35，求其

最小公倍數。

86. *G.C.M.* 和 *L.C.M.* 的應用

[例 1] 甲乙兩個齒輪,互相銜接旋轉,齒數各為 35, 40. 那末,甲的某齒與乙的某齒相接觸後,再到這二齒相接觸,至少各轉幾次?



[解] 齒輪的齒,互相銜接的,故兩輪的旋轉,經過同一時間,則相遇的齒數,兩輪相等. 因而甲乙的某齒接觸後再行接觸,甲乙必須恰好各各旋轉整數次. 故相接觸過的齒數,必須是甲乙齒數 35 與 40 的公倍數.

$$\begin{array}{r} 5) 35 \quad 40 \\ \underline{\quad 7} \quad \underline{\quad 8} \end{array}$$

$$5 \times 7 \times 8 = 280.$$

即兩輪的某齒,接觸兩次,共有 280 個齒相遇. 因此甲乙的旋轉次數是

$$280 \div 35 = 8,$$

$$280 \div 40 = 7.$$

答: $\begin{cases} \text{甲轉 8 次.} \\ \text{乙轉 7 次.} \end{cases}$

練習問題

例 1 中,若甲乙齒數為 35, 50, 求其旋轉次數.

[例 2] 將縱 1 尺 3 寸 5 分、橫 1 尺 5 分的紙,裁成同樣大的正方形,且不許有剩餘。這正方形最大可用多少長的邊?

[解] 欲裁這紙使得沒有剩餘,則正方形的一邊必須是 135 的約數,又必須是 105 的約數;又正方形是最大的,所以正方形的一邊必須這二數的最大公約數。

$$\begin{array}{r} 5)135 \quad 105 \\ \hline 3)27 \quad 21 \\ \hline 9 \quad 7 \end{array}$$

$$G. C. M. = 5 \times 3 = 15.$$

所以正方形的一邊是 1 寸 5 分。

練 習 問 題

裁縱 1 尺 1 寸 1 分、橫 8 寸 1 分的紙,欲得同樣大小的正方形,可以有幾種裁法?最大的正方形有幾塊?

應 用 問 題 九

1. 有比 1 大,比 100 小的三數,其積為 2838. 求三數.
2. 以 28 除,以 16 除,餘數都是 5 的諸數中,最小的是什麼?
3. 某數除以 45 餘 20, 那末,這數除以 9 餘多少?
4. 有二數,其最大公約數為 12, 最小公倍數為 72, 求二數. 但二數都比 12 大.
5. 長三尺六寸、闊一尺四寸八分、厚九寸六分的木材,今欲分成最大而且相等的立方體,一邊長多少?

有幾個?

6. 有二數,其積爲5766,最大公約數爲31,求二數.

7. 某童攜不滿一元的法幣去購物,他可以買每張4分的紙若干張,或每冊1角7分的練習簿若干冊.他有多少法幣?

8. 某事務所規定事務員20人,工役6人中各輪流一人值夜;若某事務員與某工役同時值夜後,須過幾日他們再同時值夜?

9. 某學級共四十八人,輪流值日掃除教室(星期日除外),某生於星期一值日後,須經過幾週再在星期一值日?

10. 有二數,其和爲144,最大公約數爲24,求二數.

11. 時鐘的時針與分針在某位置相遇後,第二次再在此原位置相遇,須經過多少時間?如第二次之相遇,位置不限定在原位置,則須經過多少時間?

第四編

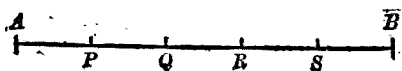
分數

第一章 緒論

87. 分數

【豫備問題】 1. $\frac{5}{7}$ 讀做什麼？說明牠的意義。

2. 分數是怎樣發生的？
3. 試把一尺寫成公尺數。
4. 如次圖中， AB 是被 P, Q, R, S 分爲五等分。

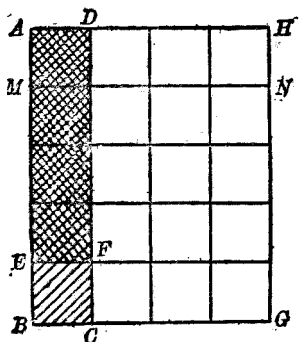


假設 AB 爲 1 單位，則 AP, AQ, AS 各是多少？又假設 AS 是 1 單位，則 AP, AR 各是多少？

等分一單位爲 a 份，則表示一量等於其 b 份的數，叫做分數，寫做 $\frac{b}{a}$ 或 b/a ， a 叫做分母， b 叫做分子。

分數的大小和分母、分子都有關係。

88. 分數與商



左圖中，設長方形 $ABCD$ 為 1，則長方形 $AEDF$ 為 $\frac{4}{5}$ ，而長方形 $ABGH$ 為 4，把 $ABGH$ 分為 5 等分，取其一等分，便得長方形 $AMNH$ ，故長方形 $AMNH$ 為 $4 \div 5$ ，觀圖，長方形 $AEDF$ 有四個小方格，與長方形 $AMNH$ 的四個小方格相等，所以，長方形 $AEDF$ ，等於長方形 $AMNH$ ，即

$$\frac{4}{5} = 4 \div 5.$$

即 $\frac{4}{5}$ 表示 1 單位的 5 等分的 4 倍，同時也表示 4 被 5 除的商。

89. 分數的種類

【豫備問題】 1. 分數有幾種？

2. 下列各分數各屬於那一種：

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{5}{3}, \quad \frac{6}{5}, \quad 2\frac{1}{5}, \quad 3\frac{3}{8};$$

又 $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{7} \div \frac{5}{8}$ 呢？

分子等於分母或比分母大的分數,叫做假分數;分子比分母小的分數,叫做真分數.

倘以記號簡單述之,即:

分數 $\frac{b}{a}$, 若 $b \geq a$ 時,叫做假分數; $b < a$ 時,叫做真分數.

整數與分數合成的數,叫做帶分數.

凡分數的分子或分母中含有一個分數的或分子和分母都含有分數的,都叫做繁分數.

第二章 分數的變形

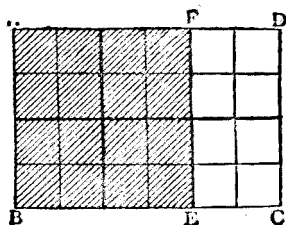
90. 分數的性質

【豫備問題】 設長方形 $ABCD$ 是由 24 個相等正方形合成的。若長方形 $ABCD$ 爲

1, 則長方形 $ABEF$ 可以 $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}$

$\frac{8}{12}, \frac{16}{24}$ 等表示之。因此

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24}$$



試說明上面的理由。

由分數的意義,則依第 31 條除法的性質,可推得以下的性質。

$$\frac{b}{a} = \frac{b \times c}{a \times c}$$

又
$$\frac{b \times c}{a \times c} = \frac{b}{a}$$

即分數的分母、分子同乘以一數,其值不變。同樣,分數的分母、分子同除以一個零以外的數其值也不變。

所以分數可由上面的性質而變形。

91. 約分

【豫備問題】 試述約分的意義。

分數的分母、分子，若有公約數而把這公約數去除分母和分子，使分數化得更簡單，這方法叫做約分；分母、分子沒有公約數的分數，叫做最簡分數。

92. 化最簡分數法

【豫備問題】 1. 化下列各分數為最簡分數：

$$a. \quad \frac{6}{10}, \quad \frac{12}{18}, \quad \frac{15}{20}, \quad \frac{14}{21}, \quad \frac{16}{24}$$

$$b. \quad \frac{39}{26}, \quad \frac{18}{27}, \quad \frac{12}{27}, \quad \frac{35}{28}, \quad \frac{51}{14}$$

2. 簡單下列各分數：

$$\frac{14}{16}, \quad \frac{27}{63}, \quad \frac{63}{81}, \quad \frac{28}{49}, \quad \frac{35}{42}$$

〔例〕 化 $\frac{72}{180}$ 為最簡分數。

$$\frac{\begin{array}{r} 2 \\ \cancel{18} \\ 72 \\ \cancel{180} \\ 45 \\ 5 \end{array}}{5} = \frac{2}{5}$$

答： $\frac{2}{5}$

(說明) 先以4約,後以9約,得 $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$ 中分母5與分子2已沒有公約數,所以就是所求的最簡分數.

化分數爲最簡分數,是順次將分母、分子的公約數去除牠們,一直到沒有公約數(除1外)爲止.

換句話說,就是以最大公約數去除分母、分子.

練習問題

化下列各分數爲最簡分數:

1. $\frac{120}{300}, \frac{89}{195}$.

2. $\frac{475}{532}, \frac{315}{420}$.

3. $\frac{288}{504}, \frac{224}{352}$.

4. $\frac{242}{1111}, \frac{126}{294}$.

5. $\frac{465}{705}, \frac{429}{462}$.

6. $\frac{336}{728}, \frac{729}{945}$.

試由下列各式,求 x 所代表的數:

7. $\frac{1}{3} = \frac{2}{x}$.

8. $\frac{x}{8} = \frac{1}{4}$.

9. $\frac{5}{7} = \frac{x}{35}$.

10. $\frac{35}{x} = \frac{7}{8}$.

11. $\frac{x}{3} = \frac{8}{12}$.

93. 通分

【豫備問題】 試述通分的意義.

因爲用同一個數同時乘分數的分母和分子，分數的形式雖異而其值不變，故可將分母相異的二個以上的分數，變爲分母相同而值並不變的分數，這種方法，叫做**通分**。

通分後的分數的共通的分母，叫做**公分母**；公分母中最小的，叫做**最小公分母**。

普通通分，都是用最小公分母作公分母。

94. 通分法

【豫備問題】 將下列各組分數，化爲用指定的數作公分母的分數：

1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ (4).

2. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (12).

3. $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}$ (12).

4. $\frac{1}{6}, \frac{3}{10}, \frac{1}{12}$ (60).

〔例〕 將 $\frac{13}{24}, \frac{5}{28}, \frac{7}{30}$ 通分。

〔解〕 先求各分母的最小公倍數。

$$\begin{array}{r} 2) 24 \quad 28 \quad 30 \\ \hline 2) 12 \quad 14 \quad 15 \\ \hline 3) 6 \quad 7 \quad 15 \\ \hline 2 \quad 7 \quad 5 \end{array}$$

∴ 分母的 $L.C.M. = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 840$.

$$840 \div 24 = 35, \quad \frac{13}{24} = \frac{13 \times 35}{840} = \frac{455}{840};$$

$$840 \div 28 = 30, \quad \frac{5}{28} = \frac{5 \times 30}{840} = \frac{150}{840};$$

$$840 \div 30 = 28, \quad \frac{7}{30} = \frac{7 \times 28}{840} = \frac{196}{840}.$$

$$\text{答: } \frac{455}{840}, \frac{150}{840}, \frac{196}{840}$$

通分的法則：以各分母的最小公倍數爲公分母，而以各分數的分母除公分母所得的商與各分子的積爲分子。

各分數中，若有不是最簡分數的，以先約成最簡分數爲便。

練習問題

將下列各分數通分：

$$1. \quad \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{5}{6}.$$

$$2. \quad \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}.$$

$$3. \quad \frac{7}{18}, \frac{5}{12}, \frac{2}{3}.$$

$$4. \quad \frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{4}.$$

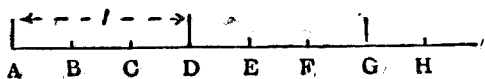
$$5. \quad \frac{23}{25}, \frac{93}{120}.$$

$$6. \quad \frac{25}{33}, \frac{45}{99}.$$

95. 假分數與整數

【豫備問題】 1. 試說明 $\frac{3}{3} = 1$.

2. 試把整數5變成以3為分母的分數。



如圖, $AB = BC = CD = DE = \dots\dots$

設 AD 為 1, 則 $AB = \frac{1}{3}$, AC 為 $\frac{2}{3}$, 而 AD 一方面可看做 $\frac{3}{3}$,

一方面可看做 1, 所以

$$\frac{3}{3} = 1.$$

其次, 因 $AG = AD + DG$, 得

$$\frac{6}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3}.$$

即 $\frac{6}{3} = 2.$

由上面的說明, 可以知道 $\frac{3}{3} = 1$, $\frac{6}{3} = 2$, 那末, 同樣也

可以知道 $\frac{9}{3} = 3$, $\frac{12}{3} = 4$, $\dots\dots$

這種事實, 由約分便可證明; 例如 $\frac{9}{3}$ 化爲最簡分數,

就是 $\frac{3}{1}$; 而 $\frac{3}{1}$ 可以看做 3 倍 AD , 即 1 的 3 倍。

$$\therefore \frac{9}{3} = \frac{3}{1} = 3.$$

因此, 分母爲 1 的分數, 等於分子所表的整數。

反過來,
$$3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \times 3}{1 \times 3} = \frac{9}{3}.$$

所以整數可以使牠變成以任意數做分母的假分數.

變整數爲以某數做分母的假分數, 即以某數爲分母, 以整數與某數的積爲分子.

練習問題

1. 試把 18 變成以 15 爲分母的分數.
2. 試把 m 變成以 n 爲分母的分數.

96. 假分數與帶分數

【豫備問題】 1. 化下列各假分數爲帶分數:

$$\frac{3}{2}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{8}{3}, \quad \frac{13}{3}, \quad \frac{17}{4}.$$

2. 化下列各帶分數爲假分數:

$$1\frac{1}{4}, \quad 2\frac{3}{4}, \quad 5\frac{1}{4}, \quad 4\frac{5}{8}, \quad 8\frac{4}{9}.$$

前條圖中, AE 可看做 $\frac{4}{3}$, 而

$$AE = AD + DE.$$

故
$$\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3}.$$

即
$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

同理, AH 可看做 $\frac{7}{3}$, 而

$$AH = AD + DG + GH.$$

故得
$$\frac{7}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3}.$$

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

$$\frac{7}{3} = \frac{6+1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

反過來, 從 $2\frac{1}{3}$ 也可以得出 $\frac{7}{3}$ 來, 即

$$2\frac{1}{3} = \frac{2 \times 3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}.$$

總括以上的結果, 就是:

化假分數爲帶分數, 是以分母除分子, 若能整除時, 假分數等於其商; 若不能整除時, 等於其商爲整數部分, 餘數爲分子, 原分母爲分母的帶分數。

化帶分數爲假分數, 是以整數部分及分母的積加上分子的和爲分子, 以原分母爲分母, 即

$$\frac{\text{整} \times \text{母} + \text{子}}{\text{母}}$$

練習問題

化下列各分數爲帶分數：

1. $\frac{509}{100}, \frac{7063}{1000}$

2. $\frac{960}{41}, \frac{238}{17}$

3. $\frac{634}{43}, \frac{725}{59}$

4. $\frac{1443}{113}, \frac{2554}{83}$

5. $\frac{4780}{120}, \frac{1764}{99}$

6. $\frac{7414}{97}, \frac{578}{163}$

7. $\frac{3250}{155}, \frac{9760}{210}$

8. $\frac{2481}{227}, \frac{5745}{419}$

9. $\frac{8462}{369}, \frac{2850}{317}$

化下列各分數爲假分數：

10. $12\frac{4}{13}, 14\frac{6}{17}$

11. $15\frac{8}{15}, 21\frac{5}{11}$

12. $18\frac{21}{35}, 26\frac{26}{52}$

13. $27\frac{27}{81}, 31\frac{42}{63}$

14. $12\frac{25}{61}, 21\frac{27}{83}$

15. $38\frac{26}{43}, 13\frac{43}{51}$

97. 分數的大小

【豫備問題】 試把下列各組分數,依大小順序排列之:

1. $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$

2. $\frac{5}{8}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}$

3. $\frac{5}{7}, \frac{2}{3}, \frac{10}{13}$

分數的大小，分母相等時，由分子的大小而定；即

$$\text{若 } a > b, \text{ 則 } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

而分母相異，分子相等時，分母大者反小，小者反大；即

$$\text{若 } a > b, \text{ 則 } \frac{c}{a} < \frac{c}{b}.$$

比較分數的大小，雖有種種方法，一般是通分後比較其分子。

練習問題

比較下列各組分數的大小：

1. $\frac{4}{5}, \frac{5}{9}$.

2. $\frac{8}{11}, \frac{3}{5}$.

3. $\frac{5}{8}, \frac{29}{47}$.

4. $\frac{7}{24}, \frac{7}{16}$.

5. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$.

6. $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$.

7. $\frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9}$.

8. $\frac{2}{5}, \frac{2}{9}, \frac{2}{7}$.

9. $\frac{8}{13}, \frac{15}{22}, \frac{39}{65}$.

10. $\frac{17}{24}, \frac{25}{34}, \frac{31}{42}$.

11. $\frac{15}{23}, \frac{51}{80}, \frac{44}{69}$.

12. $\frac{41}{50}, \frac{52}{60}, \frac{63}{70}$.

13. $\frac{220}{211}, \frac{52}{101}, \frac{23}{70}$.

14. $\frac{43}{119}, \frac{43}{356}, \frac{43}{272}$.

第三章 分數與小數

98. 分數與小數

【豫備問題】 試說明小數 0.3 的意義。

小數 0.2 既是兩個 10 等分之 1, 就是 $\frac{2}{10}$; 那末, 小數 0.05, 0.008 等各是 $\frac{5}{100}$, $\frac{8}{1000}$ 等。

一般, 小數不過是以 10 的乘方 (10, 100, 1000, ……等) 爲分母的分數。

99. 小數化分數

【豫備問題】 化下列各小數爲分數:

1. 0.3, 0.4.

2. 0.43, 0.55.

3. 0.073, 0.005.

4. 1.25, 2.03.

〔例 1〕 $0.7 = \frac{7}{10}$.

〔例 2〕 $0.15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$.

〔例 3〕 $4.06 = 4\frac{6}{100} = 4\frac{3}{50}$.

小數化分數, 以取去小數點而得的整

數爲分子,以照小數的位數添幾個 0 於 1 的右旁而得的數爲分母。

100. 分數化小數

【豫備問題】 試化下列各分數爲小數：

$$1. \frac{9}{10}, \frac{3}{4}$$

$$2. \frac{17}{25}, \frac{48}{125}$$

$$3. \frac{1}{3}, \frac{5}{6}$$

$$4. \frac{11}{15}, \frac{7}{12}$$

5. 由上列各分數中,選出可以變成 10, 100, 1000 等爲分母的分數。

因分數可看做以分母除分子的商,故化分數爲小數,即以分母除分子。

$$\text{〔例 1〕 } \frac{2}{5} = 0.4.$$

$$\text{〔例 2〕 } \frac{5}{16} = 0.3125.$$

$$\text{〔例 3〕 } \frac{4}{9} = 0.444\cdots\cdots.$$

$$\text{〔例 4〕 } \frac{51}{74} = 0.6891891\cdots\cdots.$$

101. 循環小數

分數化小數,用分母除分子,有的除到小數若干位,就沒有剩餘,有的卻無論除到什麼時候,都有剩餘。如前條的例 3,無論除到什麼時候,總是得 4 剩 4; 例 4 總

是依次得 8, 9, 1 而剩 68, 14, 66.

這樣,在小數某位以下,祇是一定的數字列,連續循環繼續不斷下去的數,叫做循環小數;這數字列叫做循環節.

表示循環小數,是在循環節的首尾二數字上各加一小點這小點叫做‘循環點’,但若循環節只有一位數,則只須記一循環點.例如

$$0.444\dots\dots = 0.\dot{4},$$

$$0.6891891\dots\dots = 0.6\dot{8}9\dot{1}.$$

普通的小數化成分數,分母只是 10, 100, 1000……等,而 10, 100, 1000……等只含質因數 2 與 5, 所以

化最簡分數為小數時,是否為循環小數,可由其分母有無 2 與 5 以外的質因數而定.

如 $\frac{11}{40}$, 分母 40 為 2^3 與 5 的積, 只有質因數 2 和 5, 化成小數為 0.275, 而 $\frac{5}{6}, \frac{18}{35}$ 分母 6, 35 除含質因數 2, 5 外, 還含質因數 3, 7, 化成小數便是循環小數 $0.8\dot{3}, 0.5\dot{1}4285\dot{7}$.

練習問題

化下列各分數為小數:

1. $\frac{17}{22}$

2. $\frac{5}{37}$

3. $\frac{17}{12}$

4. $\frac{53}{44}$

5. $\frac{85}{111}$

6. $\frac{42}{121}$

化下列各分數爲小數時，試用視察法區別何者爲循環小數：

7. $\frac{11}{50}$

8. $\frac{21}{60}$

9. $\frac{19}{64}$

10. $\frac{6}{24}$

11. $\frac{63}{70}$

12. $\frac{20}{291}$

13. $\frac{39}{273}$

14. $\frac{24}{25}$

15. $\frac{341}{65}$

16. 試把下列各組數，依大小順序排列之：

$$\left(\frac{1}{4}, 0.24\right), \quad \left(3.1416, \frac{22}{7}, \frac{355}{113}\right).$$

求下列各數至小數第四位止（以下四捨五入）：

17. $\frac{25}{37}$

18. $\frac{12}{19}$

19. $0.\dot{3}\dot{4}$

20. $10\dot{5}\dot{6}$

21. $15\dot{2}\dot{1}\dot{5}$

102. 循環小數化分數

【豫備問題】 試把下列各分數，化爲循環小數：

1. $\frac{4}{9}, \frac{7}{9}$

2. $\frac{31}{99}, \frac{48}{99}$

3. $\frac{32-3}{90}, \frac{408-4}{990}$

〔例 1〕 化 $0.\dot{5}$ 爲分數。

因

$$0.\dot{5} \times 10 = 5.\dot{5}$$

$$\therefore 0.\dot{5} \times (10 - 1) = 5.\dot{5} - 0.\dot{5} = 5.$$

$$\therefore 0.\dot{5} = \frac{5}{9}.$$

[例 2] 化 $3.0\dot{6}$ 爲分數.

因 $0.\dot{06} \times 100 = 6.\dot{06}.$

$$\therefore 0.\dot{06} \times (100 - 1) = 6.\dot{06} - 0.\dot{06} = 6.$$

$$\therefore 3.0\dot{6} = 3\frac{6}{99} = 3\frac{2}{33}.$$

[例 3] 化 $0.5\dot{8}$ 爲分數.

因 $0.5\dot{8} \times 100 = 58.\dot{8},$

$$0.5\dot{8} \times 10 = 5.\dot{8}.$$

$$\therefore 0.5\dot{8} \times (100 - 10) = 58.\dot{8} - 5.\dot{8} = 58 - 5,$$

$$\therefore 0.5\dot{8} = \frac{58 - 5}{90} = \frac{53}{90}.$$

[例 4] 化 $0.46\dot{3}\dot{4}$ 爲分數.

因 $0.46\dot{3}\dot{4} \times 10000 = 4634.\dot{3}\dot{4},$

$$0.46\dot{3}\dot{4} \times 100 = 46.\dot{3}\dot{4}.$$

$$\begin{aligned} \therefore 0.46\dot{3}\dot{4} \times (10000 - 100) &= 4634.\dot{3}\dot{4} - 46.\dot{3}\dot{4} \\ &= 4634 - 46. \end{aligned}$$

$$\therefore 0.46\dot{3}\dot{4} = \frac{4634 - 46}{9900} = \frac{4588}{9900} = \frac{1147}{2475}.$$

小數全部都是循環的，叫做**純循環小數**。化純循環小數爲分數，以一循環節作整數爲分子；照循環節的位數連寫幾個9

字爲分母。

小數有一位或幾位不循環的，叫做**混循環小數**。化混循環小數爲分數，以不循環的小數部分及一循環節作整數，減去不循環的所作的整數之差爲分子；以照循環節的位數連寫幾個9字，後面再照不循環的位數連寫幾個0字所成的數爲分母。

如小數前尚有整數，則先將小數部分化分數而附於整數之後，便可成一帶分數。

練習問題

化下列各數爲分數：

1. $0.\dot{6}\dot{3}$, $0.\dot{7}\dot{2}$.

2. $2.\dot{1}2\dot{3}$, $4.\dot{3}2\dot{4}$.

3. $0.\dot{0}6\dot{3}$, $0.\dot{0}04\dot{1}$.

4. $0.5\dot{7}$, $0.2\dot{8}$.

5. $2.\dot{2}2\dot{5}$, $2.45\dot{6}$.

6. $0.3510\dot{5}$, $4.800\dot{1}$.

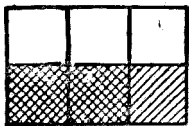
第四章 分數四則

第一節 加法 減法

103. 同分母分數加法

【豫備問題】 計算下列各題：

1. 試就下圖，說明 $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$ 。



2. $\frac{7}{12} + \frac{4}{12}$

3. $\frac{3}{14} + \frac{8}{14}$

4. $\frac{5}{24} + \frac{3}{24}$

5. $\frac{4}{26} + \frac{3}{26} + \frac{5}{26}$

6. $\frac{17}{21} + \frac{2}{21} + \frac{5}{21}$

7. $\frac{7}{30} + \frac{25}{30} + \frac{8}{30}$

8. $2\frac{7}{8} + 1\frac{5}{8} + 4\frac{3}{8}$

9. $\frac{8}{15} + 2\frac{10}{15} + \frac{7}{15}$

【例 1】 $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4+2}{7} = \frac{6}{7}$

同分母分數相加，以分子的和為分子，

原分母爲分母. 卽

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}.$$

計算的結果, 務必化爲最簡分數, 倘是假分數須改爲帶分數.

[例 2] $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$

[例 3] $\frac{7}{15} + \frac{13}{15} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$

[例 4] 試計算 $4\frac{7}{10} + 3\frac{3}{10} + 5\frac{9}{10}.$

$$4\frac{7}{10} + 3\frac{3}{10} + 5\frac{9}{10} = 4 + 3 + 5 + \frac{7+3+9}{10}$$

$$= 12 + 1\frac{9}{10}$$

$$= 13\frac{9}{10} \quad \text{答: } 13\frac{9}{10}.$$

帶分數相加, 可分別求整數部分的和與分數部分的和, 再求牠們的和.

練習問題

求下列各和:

1. $\frac{1}{25} + \frac{5}{25} + \frac{7}{25} + \frac{6}{25}.$

2. $\frac{2}{30} + \frac{12}{30} + \frac{5}{30} + \frac{4}{30}.$

3. $\frac{3}{73} + \frac{13}{73} + \frac{19}{73} + \frac{23}{73}.$

4. $\frac{4}{100} + \frac{11}{100} + \frac{31}{100} + \frac{23}{100}.$

5. $\frac{17}{61} + \frac{23}{61} + \frac{15}{61} + \frac{25}{61}$.

6. $\frac{3}{42} + \frac{7}{42} + \frac{15}{42} + \frac{20}{42}$.

7. $\frac{21}{36} + \frac{18}{36} + \frac{9}{36} + \frac{12}{36}$.

8. $\frac{48}{102} + \frac{19}{102} + \frac{28}{102} + \frac{42}{102}$.

9. $4\frac{1}{5} + 3\frac{4}{5} + 8\frac{3}{5}$.

10. $12\frac{1}{22} + 18\frac{13}{22} + 7\frac{19}{22}$.

11. $3\frac{7}{32} + 5\frac{15}{32} + 9\frac{19}{32}$.

104. 同分母分數減法

【豫備問題】 計算下列各題：

1. $\frac{5}{9} - \frac{1}{9}$.

2. $5 - \frac{5}{6}$.

3. $5\frac{7}{8} - 4\frac{2}{8}$.

【例 1】 $\frac{13}{18} - \frac{8}{18} = \frac{13-8}{18} = \frac{5}{18}$.

同分母分數的差，以分子的差爲分子，原分母爲分母。

【例 2】 計算 $8\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$.

$$8\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5} = (8-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right)$$

$$= 6 + \frac{1}{5}$$

$$= 6\frac{1}{5}$$

答： $6\frac{1}{5}$.

帶分數的差，可分別求整數部分的差

與分數部分的差,再求牠們的和。

$$〔例 3〕 \quad 4 - \frac{1}{3} = 3\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}.$$

$$〔例 4〕 \quad 5\frac{2}{7} - 2\frac{4}{7} = 4\frac{7+2}{7} - 2\frac{4}{7} = 2\frac{5}{7}.$$

分數部分的差不能求得時,可由被減數的整數部分取出1,變為分數,加入分數部分而求其差。

練 習 問 題

計算下列各題:

$$1. \quad \frac{7}{18} - \frac{5}{18}$$

$$2. \quad \frac{17}{20} - \frac{11}{20}$$

$$3. \quad \frac{19}{24} - \frac{13}{24}$$

$$4. \quad \frac{23}{30} - \frac{13}{30}$$

$$5. \quad 8 - \frac{3}{5}$$

$$6. \quad 4\frac{7}{16} - 1\frac{8}{16}$$

$$7. \quad 6\frac{15}{83} - 3\frac{40}{83}$$

$$8. \quad 7\frac{25}{38} - 5\frac{35}{38}$$

105. 異分母分數加法

【豫備問題】 將下列各題的分數通分,再求牠們的和:

$$1. \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

$$2. \quad 2\frac{1}{10} + 5\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$$

3. $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{7}{12}$.

4. $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$.

5. 異分母分數不通分,可以相加麼?

[例] $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{9+10}{24} = \frac{19}{24}$.

求異分母分數的和,先把牠們通分,後照同分母的加法計算。

練習問題

1. 試述次式的意義:

$$\frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{b \times c + a \times d}{a \times c}$$

求下列各和:

2. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$.

3. $\frac{3}{8} + \frac{9}{10} + \frac{11}{12} + \frac{15}{16}$.

4. $\frac{5}{12} + \frac{9}{14} + \frac{17}{20} + \frac{11}{50}$.

5. $\frac{15}{22} + \frac{7}{13} + \frac{9}{26} + \frac{4}{11} + \frac{1}{2}$.

6. $\frac{1}{3} + \frac{5}{18} + \frac{7}{36} + \frac{11}{108} + \frac{201}{216}$.

7. $2\frac{5}{8} + 5\frac{7}{12} + 13\frac{2}{15} + 10\frac{15}{16}$.

8. $3\frac{5}{11} + 7\frac{5}{12} + 10\frac{7}{24} + 2\frac{15}{22}$.

9. $7\frac{3}{13} + 6\frac{2}{5} + \frac{7}{10} + 7\frac{16}{39}$.

106. 異分母分數減法

【豫備問題】 試將下列各題的分數通分,再求牠們的差:

1. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$.

2. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.

3. $1\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$.

4. $2\frac{2}{7} - \frac{8}{9}$.

5. $1\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$.

【例】 $8\frac{5}{6} - 5\frac{8}{9} = 8\frac{15}{18} - 5\frac{16}{18} = 2\frac{17}{18}$.

求異分母分數的差,先把牠們通分,後照同分母的減法計算.

練習問題

計算下列各題:

1. $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$.

2. $\frac{7}{10} - \frac{1}{6}$.

3. $\frac{17}{20} - \frac{5}{9}$.

4. $\frac{41}{50} - \frac{3}{13}$.

5. $\frac{7}{12} - \frac{41}{100}$.

6. $5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{9}$.

7. $14\frac{1}{8} - 10\frac{7}{12}$.

8. $21\frac{3}{16} - 15\frac{23}{24}$.

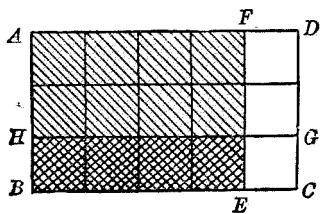
9. $42\frac{3}{20} - 11\frac{7}{30}$.

10. $5\frac{17}{36} - 3\frac{29}{50}$.

11. 試以式表示異分母分數的減法.

12. 設長方形 $ABCD$ 的大小為 1, 而長方形 $ABEF$

爲 $\frac{4}{5}$, $BCGH$ 爲 $\frac{1}{3}$; 試說明 $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$.



應用問題十

計算下列各題：

1. $\frac{11}{41} + \frac{5}{7} - \frac{7}{12} - \frac{1}{8}$ 2. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

3. $1\frac{1}{12} + 3\frac{3}{4} - 1\frac{3}{10} + 5\frac{1}{6} - 3\frac{4}{5}$

4. $(\frac{13}{16} - \frac{5}{12}) + (\frac{10}{13} - \frac{1}{3})$

5. $(\frac{5}{6} - \frac{1}{12}) - (\frac{9}{10} - \frac{3}{20}) + (\frac{11}{16} - \frac{3}{8})$

6. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5}$

7. $(\frac{8}{9} - \frac{1}{6} - \frac{7}{18}) + (\frac{5}{16} - \frac{1}{4} - \frac{1}{32})$

8. $(\frac{25}{26} - \frac{1}{7}) - (\frac{14}{15} - \frac{3}{5}) + \frac{11}{13} - \frac{21}{26}$

9. 求下列各分數,依大小順序排列之:

$$\frac{8+3}{15+3}, \frac{8+1}{15+1}, \frac{8}{15}, \frac{8+2}{15+2}, \frac{8+4}{15+4}$$

10. $5\frac{13}{16}$ 和 $3\frac{5}{7}$ 的差與 $\frac{7}{8}$ 和 $1\frac{1}{5}$ 的和,那一個大?

11. 有甲乙二工人,作成某工程,甲須5小時,乙須7小時;二人一小時可成某工程的幾分之幾?若二人協力合作,一小時可成某工程的幾分之幾?

第二節 乘法 除法

107. 乘以整數

【豫備問題】 計算下列各題:

$$1. \frac{1}{5} \times 3. \quad 2. \frac{3}{7} \times 2. \quad 3. \frac{5}{16} \times 3 \times 4.$$

$$4. 3\frac{1}{4} \times 3. \quad 5. 5\frac{3}{4} \times 2.$$

$$6. \text{試說明 } \frac{2}{7} \times 3 \text{ 是 } \frac{6}{7}.$$

〔例 1〕 以 4 乘 $\frac{2}{9}$ 是多少?

$$\frac{2}{9} \times 4 = \frac{2 \times 4}{9} = \frac{8}{9}. \quad \text{答: } \frac{8}{9}.$$

$$\begin{aligned} \text{(說明)} \quad \frac{2}{9} \times 4 &= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{2+2+2+2}{9} = \frac{2 \times 4}{9} \end{aligned}$$

〔例 2〕 $\frac{1}{12}$ 的 16 倍是多?

$$\frac{1}{12} \times 16 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \quad \text{答: } 1\frac{1}{3}$$

以整數乘分數,只須將整數乘牠的分
子。即

$$\frac{b}{a} \times c = \frac{b \times c}{a}$$

分母 a 與整數 c 之間有約數時,先將約數去除 a 和 c .

〔例 3〕 3 倍 $2\frac{2}{5}$ 是多少?

〔解〕

$$2 \times 3 = 6,$$

$$\frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$

$$\therefore 6 + 1\frac{1}{5} = 7\frac{1}{5} \quad \text{答: } 7\frac{1}{5}.$$

(說明) 因 $2\frac{2}{5}$ 等於 $2 + \frac{2}{5}$, 所以牠 3 倍, 可各別乘以 3 而求其積的和.

(別法)

$$\begin{aligned} 2\frac{2}{5} \times 3 &= \frac{12}{5} \times 3 \\ &= \frac{36}{5} \\ &= 7\frac{1}{5}. \end{aligned}$$

(說明) 化 $2\frac{2}{5}$ 爲假分數得 $\frac{12}{5}$, 因而求 $\frac{12}{5}$ 的 3 倍.

以整數乘帶分數, 只須將整數分別乘整數部分與分數部分而求其積的和; 或把帶分數化爲假分數, 再行相乘.

練習問題

計算下列各題:

1. $\frac{2}{3} \times 4, \frac{5}{8} \times 3.$

2. $\frac{3}{8} \times 4, \frac{5}{8} \times 6 \times 4.$

$$3. \frac{5}{6} \times 4 \times 3, \frac{3}{14} \times 2 \times 4. \quad 4. 6\frac{5}{12} \times 4, 2\frac{11}{16} \times 16.$$

$$5. 9\frac{7}{20} \times 40, 6\frac{13}{20} \times 4. \quad 6. 5\frac{5}{6} \times 10, 10\frac{1}{15} \times 10.$$

108. 除以整數

【豫備問題】 計算下列各題：

$$1. \frac{6}{7} \div 3. \quad 2. \frac{3}{5} \div 6. \quad 3. \frac{4}{9} \div 6.$$

$$4. 4\frac{1}{2} \div 2. \quad 5. 5\frac{1}{3} \div 4.$$

【例 1】 以 4 除 $\frac{8}{11}$ 是多少？

$$\frac{8}{11} \div 4 = \frac{8 \div 4}{11}$$

$$= \frac{2}{11}$$

$$\text{答：} \frac{2}{11}$$

(說明) 因 $\frac{8}{11}$ 是由 4 個 $\frac{2}{11}$ 集合而成，故以 4 除之便

成 $\frac{2}{11}$ ，即 $\frac{8}{11} \div 4 = \frac{8 \div 4}{11} = \frac{2}{11}$ 。

【例 2】 以 3 除 $\frac{8}{11}$ 是多少？

$$\frac{8}{11} \div 3 = \frac{8}{11 \times 3}$$

$$= \frac{8}{33}$$

$$\text{答：} \frac{8}{33}$$

(說明) $\frac{8}{11}$ 可以看做 $\frac{8 \times 3}{11 \times 3}$ 。因而

$$\begin{aligned}\frac{8}{11} \div 3 &= \frac{8 \times 3}{11 \times 3} \div 3 \\ &= \frac{8 \times 3 \div 3}{11 \times 3} = \frac{8}{11 \times 3}\end{aligned}$$

分子能被整數除盡時，即可如例 1 計算。但分子不能被整數除盡時，就非如例 2 計算不可。今試用例 2 的解法來解例 1，得

$$\frac{8}{11} \div 4 = \frac{8^2}{11 \times 4} = \frac{2}{11}$$

所以通例分數除以整數，只須將整數乘牠的分母。

〔例 3〕 5 等分 $10\frac{1}{3}$ ，每等分是多少？

$$10\frac{1}{3} \div 5 = 2\frac{1}{15} \quad \text{答：} 2\frac{1}{15}$$

〔說明〕 因 $10\frac{1}{3}$ 等於 $10 + \frac{1}{3}$ ，故可各別除以 5，而求其商的和，即

$$\begin{aligned}10\frac{1}{3} \div 5 &= \left(10 + \frac{1}{3}\right) \div 5 \\ &= 10 \div 5 + \frac{1}{3} \div 5 \\ &= 2 + \frac{1}{15}\end{aligned}$$

〔例 4〕 求以 5 除 $11\frac{1}{3}$ 的商。

$$11\frac{1}{3} \div 5 = 11 \div 5 + \frac{1}{3} \div 5$$

$$= 2\frac{1}{5} + \frac{1}{15}$$

$$= 2\frac{4}{15}$$

$$\text{答: } 2\frac{4}{15}$$

$$\text{(別法)} \quad 11\frac{1}{3} \div 5 = \frac{34}{3} \div 5$$

$$= \frac{34}{15}$$

$$= 2\frac{4}{15}$$

以整數除帶分數，將整數分別除整數部分與分數部分而求其商的和；或化帶分數為假分數後，再行除法。但整數部分能被整數除盡時，用前法較便利。

練習問題

計算下列各題：

$$1. \quad \frac{9}{14} \div 3, \quad \frac{12}{17} \div 4.$$

$$2. \quad \frac{8}{13} \div 6, \quad \frac{24}{25} \div 18.$$

$$3. \quad 9\frac{21}{31} \div 3, \quad 45\frac{20}{42} \div 15.$$

$$4. \quad 8\frac{9}{14} \div 5, \quad 7\frac{5}{8} \div 9.$$

$$5. \quad 8\frac{18}{25} \div 4 \div 2.$$

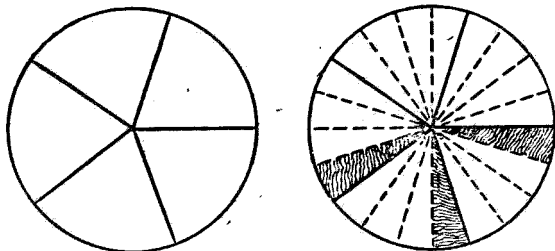
$$6. \quad 21\frac{4}{7} \div 4 \div 5.$$

7. 試述下式所表示的意義：

$$\frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a \times c}$$

8. 設下面所畫圓的面積為1, 試說明次之計算:

$$\frac{3}{5} \div 4 = \frac{3}{20}$$



109. 乘以分數

【豫備問題】 1. 5 乘以 $\frac{2}{3}$ 有怎樣的意義?

計算下列各題:

2. $6 \times \frac{1}{3}$, $2 \times \frac{1}{3}$.

3. $\frac{5}{9} \times \frac{2}{3}$, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$.

4. $\frac{17}{15} \times \frac{10}{21}$, $\frac{21}{100} \times \frac{10}{2}$.

5. $2 \times 1\frac{1}{4}$, $3 \times 2\frac{1}{2}$.

6. $2\frac{2}{5} \times 1\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5}$.

一數乘以分數 $\frac{b}{a}$ 就是求這數的 a 分之 b , 即 a 等分這數之後, 再行 b 倍。

〔例 1〕 7 乘以 $\frac{3}{5}$ 是多少?

$$7 \times \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{5}$$

$$= \frac{21}{5}$$

$$= 4\frac{1}{5}$$

答: $4\frac{1}{5}$

整數乘以分數, 以整數與分子的積爲分子, 原分母爲分母.

〔例 2〕 7 的 $2\frac{3}{5}$ 倍是多少?

$$7 \times 2 = 14,$$

$$7 \times \frac{3}{5} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5},$$

$$14 + 4\frac{1}{5} = 18\frac{1}{5}.$$

答: $18\frac{1}{5}$

(說明) $2\frac{3}{5}$ 等於 $2 + \frac{3}{5}$, 故

$$7 \times \left(2 + \frac{3}{5}\right) = 7 \times 2 + 7 \times \frac{3}{5}$$

$$= 14 + 4\frac{1}{5}$$

(別法)

$$7 \times 2\frac{3}{5} = 7 \times \frac{13}{5}$$

$$= \frac{91}{5}$$

$$= 18\frac{1}{5}$$

整數乘以帶分數，將帶分數的整數部分與分數部分各別乘整數而求其積的和；或化帶分數爲假分數後，再行乘法。

〔例 3〕 $\frac{3}{7}$ 乘以 $\frac{2}{5}$ 是多少？

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} &= \frac{3 \times 2}{7 \times 5} \\ &= \frac{6}{35}\end{aligned}$$

答： $\frac{6}{35}$

〔說明〕 因 $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{7} \div 5 \times 2$

$$\begin{aligned}&= \frac{3}{7 \times 5} \times 2 \\ &= \frac{3 \times 2}{7 \times 5}\end{aligned}$$

〔例 4〕 求 $2\frac{1}{3}$ 與 $4\frac{1}{5}$ 的積。

$$\begin{aligned}2\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{5} &= \frac{7}{3} \times \frac{21}{5} \\ &= \frac{49}{5} = 9\frac{4}{5}\end{aligned}$$

答： $9\frac{4}{5}$

分數乘以分數，以分子的積爲分子，分母的積爲分母，若有帶分數，通例先將牠化爲假分數，再行乘法。

練習問題

計算下列各題：

1. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{4}$.

2. $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$.

3. $\frac{4}{5} \times \frac{11}{7} \times \frac{2}{7}$.

4. $\frac{1}{6} \times \frac{5}{9} \times \frac{1}{3}$.

5. $\frac{6}{13} \times \frac{4}{21} \times \frac{28}{24}$.

6. $\frac{7}{69} \times \frac{5}{21} \times \frac{23}{30}$.

7. $\frac{25}{26} \times \frac{17}{90} \times \frac{78}{85}$.

8. $\frac{58}{30} \times \frac{67}{123} \times \frac{41}{93}$.

9. $2\frac{1}{5} \times 4\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2}$.

10. $5\frac{3}{15} \times 3\frac{1}{8} \times 3\frac{3}{4}$.

11. $6\frac{7}{12} \times 2\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$.

12. $(5\frac{5}{6} - 2\frac{7}{8}) \times 2\frac{2}{3}$.

13. 求下列各乘方的值：

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4, \quad \left(\frac{1}{10}\right)^4, \quad \left(2\frac{1}{3}\right)^2.$$

14. 約 $\frac{a}{y} \times \frac{b}{a} \times \frac{x}{b}$ 為簡式.

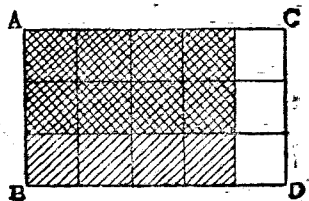
15. 試述下式所表示的意義：

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$$

16. 設長方形 $ABCD$ 為 1, 試

說明：

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$



110. 除以分數

【豫備問題】 計算下列各題：

1. $5 \div \frac{2}{3}$.

2. $\frac{2}{3}$ 尺 $\div \frac{4}{5}$.

3. $\frac{5}{6}$ 尺 $\div \frac{4}{15}$.

4. $3\frac{1}{5} \div \frac{1}{3}$.

5. $\frac{1}{5} \div 1\frac{3}{10}$.

6. $2\frac{1}{3} \div 3\frac{3}{4}$.

7. 某數的3倍是2, 試求某數.

8. 多少重的 $2\frac{2}{3}$ 倍是1斤?9. 以分數 $\frac{2}{3}$ 除, 有怎樣的意義?

除法既是乘法的逆算, 因此, 某數除以分數, 就是求什麼數與這分數的積等於某數.

【例 1】 以 $\frac{2}{3}$ 除 $\frac{3}{5}$ 是多少?

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

答: $\frac{9}{10}$.(說明) 因 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$, 故

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \right) \\ &= \left(\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \right) \times \frac{3}{2} \end{aligned}$$

但除以 $\frac{2}{3}$,再乘以 $\frac{2}{3}$,結果和原來的一樣,故

$$\text{上式} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$$

由上面的說明,可得下面一般的算法.

某數除以分數,等於以除數的分母爲分子,除數的分子爲分母所得的分數去相乘.

[例 2] $\frac{3}{4}$ 除以 $1\frac{1}{3}$ 是多少?

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 1\frac{1}{3} &= \frac{3}{4} \div \frac{4}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{16} \end{aligned}$$

答: $\frac{9}{16}$.

以帶分數除時,先將帶分數化爲假分數,再行除法.

練習問題

計算下列各題:

1. $\frac{7}{24} \div \frac{3}{8}$

2. $\frac{8}{21} \div \frac{4}{7}$

3. $\frac{18}{25} \div \frac{3}{5}$

4. $\frac{30}{29} \div \frac{3}{13}$

5. $\frac{5}{8} \div \frac{23}{32}$

6. $2\frac{9}{40} \div 1\frac{3}{5}$

7. $4\frac{1}{2} \div 2\frac{3}{4}$.

8. $1\frac{3}{7} \div 3\frac{3}{4}$.

9. $6\frac{2}{9} \div 1\frac{3}{4}$.

10. 試述下式所表示的意義：

$$p \div \frac{b}{a} = p \times \frac{a}{b}.$$

11. 下列各式中的 x , 應是什麼數？

$$\frac{2}{9} = x \times \frac{14}{17}, \quad \frac{16}{27} = \frac{71}{90} \times x.$$

12. 計算 $(5\frac{1}{2})^6 \div (6\frac{1}{2})^8$.13. 今設想計算 $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$ 時, 因 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. 故

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} &= \frac{3}{6} \div \frac{4}{6} \\ &= \left(\frac{1}{6} \times 3\right) \div \left(\frac{1}{6} \times 4\right). \end{aligned}$$

試說明上面的結果, 也是 $\frac{3}{4}$.

111. 逆數

【豫備問題】 計算下列各題：

1. $\frac{1}{2} \times 2, \quad 5 \times \frac{1}{5}, \quad a \times \frac{1}{a}$.

2. $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}, \quad \frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$.

3. 3 乘以什麼數是 1 呢？

二數的積是1時，一數叫做他數的‘逆數’。即若

$$x \times y = 1.$$

x 是 y 的逆數， y 是 x 的逆數。而

$$x \times \frac{1}{x} = 1.$$

故 x 的逆數就是 $\frac{1}{x}$ 。而

$$y = \frac{1}{x}.$$

即求 x 的逆數 y ，只須以 x 除 1。

〔例〕 $2\frac{1}{3}$ 的逆數是什麼？

$$\begin{aligned} 1 \div 2\frac{1}{3} &= 1 \div \frac{7}{3} \\ &= \frac{3}{7}. \end{aligned}$$

答： $\frac{3}{7}$ 。

由逆數的意義，可知

一數除以某數，就是乘以某數的逆數。

練習問題

求下列各數的逆數：

1. $8, \frac{1}{5}, \frac{3}{2}, \frac{q}{p}$ 2. $2\frac{3}{8}, 0.75.$

3. 試用‘逆數’一語，簡單說明除以分數的算法。

112. 繁分數

【豫備問題】 試述 $\frac{2}{3}$ 的意義。

分數是可看做分子除以分母所得的商,所以分母分子的界線,實含有除號‘ \div ’的意味,因此 $\frac{2}{3} \div 2\frac{1}{5}$ 可

以寫做 $\frac{\frac{2}{3}}{2\frac{1}{5}}$ 或 $\frac{2}{3} / 2\frac{1}{5}$, 這樣的形式,是一種較複雜的

分數,叫做‘繁分數’(參照 p. 134 第 89 條)。

今略舉繁分數計算法的一二例如下:

〔例 1〕 化簡 $\frac{2}{3} / 2\frac{1}{5}$ 。

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} / 2\frac{1}{5} &= \frac{2}{3} / \frac{11}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{11} \\ &= \frac{10}{33} \end{aligned}$$

答: $\frac{10}{33}$

〔例 2〕 化簡 $\frac{\frac{3}{5} + \frac{2}{7}}{\frac{14}{9} - \frac{1}{6} \times \frac{24}{35}}$ 。

$$\text{分子} = \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{21+10}{35} = \frac{31}{35}$$

$$\text{分母} = \frac{14}{9} - \frac{4}{35} = \frac{14 \times 35 - 4 \times 9}{9 \times 35}$$

$$= \frac{454}{9 \times 35}$$

$$\therefore \text{原分數} = \frac{\frac{31}{35}}{\frac{454}{9 \times 35}} = \frac{31 \times 9}{454} = \frac{279}{454} \quad \text{答: } \frac{279}{454}$$

$$\text{【例 3】 化簡 } 1 + \frac{3}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\frac{3}{1 + \frac{1}{2}} = 3 \div \frac{3}{2} = 2,$$

$$1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}} = 1 + 2 = 3,$$

$$\frac{3}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{3}{3} = 1.$$

$$\therefore 1 + \frac{3}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}} = 1 + 1 = 2.$$

答：2.

練習問題

化簡下列各式：

$$1. \quad \frac{1}{1\frac{1}{2}} + \frac{1}{1\frac{1}{3}} + \frac{1}{1\frac{1}{4}}$$

$$2. \quad \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}}$$

$$3. \quad \frac{5}{16 - \frac{11}{2 - \frac{1}{6}}} - \frac{1}{7 - \frac{9}{3 - \frac{3}{4}}}$$

$$4. \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$$

$$5. \quad \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{3}{4}}}$$

$$6. \quad \frac{2}{3 - \frac{2}{3 + \frac{2}{3}}}$$

$$7. \quad \frac{1}{4 - \frac{1}{1 - \frac{1}{4}}}$$

$$8. \quad \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{5}}{\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{5} + \frac{1}{4}}$$

$$9. \quad \frac{\left(5\frac{1}{3} - 2\frac{5}{8}\right) \times \left(3\frac{1}{2} - \frac{8}{13}\right)}{\left(2\frac{1}{4} + 3\frac{5}{16}\right) - \left(\frac{11}{12} - \frac{2}{3}\right)}$$

$$10. \quad \frac{7}{15} \left/ \frac{\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{3}}{\frac{5}{6} \times 7\frac{1}{2}} \right.$$

$$11. \quad \frac{3}{14} \times \frac{4\frac{5}{9}}{6\frac{1}{6}} \left/ \frac{11\frac{5}{9}}{9\frac{8}{11}} \right.$$

應用問題十一

1. 化簡 $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{7}\right) \div \left(\frac{7}{8} - \frac{7}{9}\right)$.

2. 計算 $1 + \frac{1+2}{1 \times 2} + \frac{1+2+3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1+2+3+4}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$ 的值到小數第四位.

3. 計算 $\frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{1}{7^4}$ 的值到小數第四位.

4. 某數的 $\frac{1}{3}$ 是 $1\frac{1}{4}$, 求某數.

5. 求下列各式中 x 所代表的數:

a. $x \times \frac{1}{3} = 2.$

b. $\frac{x}{7} = 1\frac{2}{5}.$

c. $\frac{3}{4} = \frac{x}{2}$

d. $\frac{14}{x} = \frac{7}{8}$

6. 某人費去所有錢的 $\frac{4}{7}$, 還餘 24 元, 這有原有錢多少元?

7. 往來一里的 $\frac{2}{3}$ 的距離有幾丈?

8. 一箱裝有 120 個橘子, 其中腐敗的佔 $\frac{4}{15}$, 不腐敗的有幾個?

9. 碾糙米 38 石 2 斗 4 升, 耗去全量的 $\frac{1}{16}$, 可得白米幾石?

10. 火車的重為 400 噸, 而車頭的重是牠的 $\frac{2}{9}$, 車頭重幾噸?

11. 有茶葉 $12\frac{1}{2}$ 斤. 若每袋裝 $1\frac{1}{4}$ 斤, 可裝幾袋?

12. 35 日間作成某工程的 $\frac{5}{8}$, 尚須幾日, 可完成全工?

13. 1909 年 3 月 美國 的快車, 15 時 43 分鐘由 紐約 至 芝加哥, 共行 965 哩. 這快車的速度每時有幾哩?

14. 長 3 公尺的鉛絲, 切成每段長 $2\frac{1}{3}$ 公釐的, 可以有幾段?

113. 分數四則應用問題

[例 1] 一事甲獨作須 15 日完成, 乙獨作須 18 日完

成若二人協力合作, 5 日間可作成這事的幾分之幾?

[解] 甲乙二人每日各成這事的 $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{18}$, 因此二人合作一日可成這事的

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{18} = \frac{11}{90};$$

五日間可成這事的

$$\frac{11}{90} \times 5 = \frac{11}{18}. \quad \text{答: } \frac{11}{18}.$$

練習問題

一事甲獨作須 15 日完成, 甲乙合作須 9 日完成. 乙獨作一日可成這事的幾分之幾?

[例 2] 分數 $\frac{3}{5}$ 的分母加分母的 m 倍, 同時分子也加分子的 m 倍, 作成一個新分數, 其值仍為 $\frac{3}{5}$. 試說明之.

[解] 分母 5 加分母的 m 倍而成的 $5+5 \times m$, 就是分母 5 的 $1+m$ 倍; 同理, 分子亦是原分子 3 的 $1+m$ 倍, 故所作的新分數, 是

$$\frac{3+3 \times m}{5+5 \times m} = \frac{3 \times (1+m)}{5 \times (1+m)} = \frac{3}{5}.$$

即分母、分子各約以 $1+m$, 仍得原值 $\frac{3}{5}$.

練習問題

1. 欲使分數 $\frac{3}{5}$ 的分母加 10, 而其值不變時, 分子應加什麼數?
2. 甲乙二人合資營業. 乙出資額為甲出資額的 $\frac{2}{3}$. 其後營業擴張, 甲更加入資本 1200 元, 乙亦加入若干元. 但出資總額乙仍為甲的 $\frac{2}{3}$; 乙加入多少元?

應用問題 十二

1. 有大小二數, 小數為 $\frac{2}{35}$, 其差為 $\frac{5}{42}$. 求大數.
2. 某人費去所有錢的 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{1}{4}$ 與 $\frac{1}{5}$, 尚餘 65 元. 求這人原有錢多少?
3. 有二數. 其差為 $2\frac{1}{14}$, 而一數為他數的 $\frac{1}{3}$. 求二數.
4. 某人將法幣分給三子; 長子得 $\frac{2}{5}$, 次子得其餘的 $\frac{5}{7}$, 三子得長次二子分餘的 $\frac{2}{3}$, 最後尚餘 100 元. 這人原有法幣多少?
5. 甲獨做 6 日完成某工程的 $\frac{1}{3}$, 其餘的工程乙 24 日完成, 若甲乙二人開始即行合作, 則這工程幾日

可完成?

6. 甲乙共有法幣100元,今甲乙各用去5元,則甲爲乙的 $1\frac{1}{4}$ 倍,甲乙最初各有法幣幾元?

7. 用甲乙兩輸水管,5分鐘可以充滿水槽;若只用甲管須7分鐘,那末,只用乙管須幾分鐘?

8. 某人以1200元開始營業,第一年損失資本的 $\frac{1}{4}$,第二年賺當時資本的 $\frac{1}{5}$,第三年賺當時資本的 $\frac{3}{8}$.三年之間平均損益幾元?

9. 一數乘以 $\frac{7}{12}$,由其積減去 $\frac{1}{8}$,其差以4除之得13.求這數.

10. 甲乙二數,甲數的 $\frac{2}{5}$ 等於乙數,甲數的 $\frac{1}{15}$ 比乙數少9.求二數.

11. 今年兄爲21歲,弟爲13歲,幾年後兄年的 $\frac{5}{7}$ 等於弟年?

12. 水槽中的水,汲出 $\frac{7}{8}$,再加入5升,則比原來的水一半多2升,原來水有多少?

13. 某工程,甲乙二人合作須12日,丙一人獨作須60日完成,今甲乙丙三人合作,這工程幾日可完成?

14. 資本20000元,分爲批發部與門售部開始營業.一年之後,批發部得本部資本的 $\frac{2}{9}$ 的利益,而門售部

損失本部中的1000元；這時兩部的資本相等。求兩部最初資本各有多少？

15. 晝長為夜長的 $\frac{23}{25}$ 時，晝長幾時幾分？

16. 五時與六時之間，時鐘的時針與分針相疊在何時？

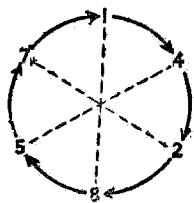
17. 一數能被5, 7除盡，而其兩商之間相差12。求這數。

18. 地球表面的 $\frac{1}{4}$ 為陸，陸的 $\frac{3}{4}$ 為北半球，那末，北半球的海是陸的幾倍？又南半球呢？

19. 求以8為分母的分數中，其值最近於0.38的簡單分數。

20. 長 $2\frac{3}{5}$ 尺、闊 $1\frac{1}{25}$ 尺、高 $1\frac{3}{10}$ 尺的長方體，欲分成幾個同大的立方體，使得沒有浪費，這種立方體的一邊最大可有多少長？

21. 化 $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, ……等，以7為分母的分數為小數，



這時，這些循環小數每一個循環節，都是由各個同樣的數字配合而成，若把這六個數字順次配成圓形，則相對數字的和都是9。試驗之。

22. 化11, 13等為分母的分數為小數。試驗有以上性質否？

中英名詞對照表

第一編

數 (number)
單位 (unit)
量 (quantity)
整數 (integers)
小數 (decimals)
名數 (concrete number)
不名數 (abstract number)
基數 (simple number)
帶小數 (mixed decimal)
加法 (addition)
和 (sum)
近似算 (approximate calculation)
減法 (subtraction)
差 (difference)
被減數 (minuend)
減數 (subtrahend)
零 (zero)
括弧 (parenthesis)
乘法 (multiplication)
被乘數 (multiplicand)
乘數 (multiplier)
乘積 (product)
因數 (factor)
除法 (division)

被除數 (dividend)
除數 (divisor)
商 (quotient)
餘數 (remainder)

第二編

複名數 (compound denominate number)
單名數 (simple denominate number)
進率 (scale)
十進法 (decimal system)
度 (measure)
量 (capacity)
衡 (weight)
長 (length)
面積 (area)
地積 (land area)
體積 (volume)
容積 (容量) (capacity)
貨幣 (money)
時間 (time)
太陽日 (solar day)
平均太陽日 (mean solar day)
時 (hour)
分 (minute)

秒(second)
 年(year)
 平年(common year)
 閏年(leap year)
 月(month)
 星期(week)
 通法(reduction descending)
 命法(reduction ascending)
 弧(arc)
 度(degree)
 象限(quadrant)
 周角(perigon)
 直角(right angle)
 經線(longitude)
 緯線(latitude)
 子午線(meridian)
 本初子午線(prime meridian)
 南極(south pole)
 北極(north pole)
 赤道(equator)

第三編

倍數(multiple number)
 約數(exact number)

整除(exactly divisible)
 偶數(even number)
 奇數(odd number)
 質數(prime)
 互質數(mutually prime numbers)
 質因數(prime factor)
 公約數(common measure)
 公倍數(common multiple)

第四編

分數(fraction)
 分母(denominator)
 分子(numerator)
 假分數(improper fraction)
 真分數(proper fraction)
 帶分數(mixed fraction)
 繁分數(complex fraction)
 約分(reduce a fraction to the lowest terms)
 公分母(common denominator)
 循環小數(recurring decimal)
 循環節(recurring period)
 循環點(recurring point)
 逆數(reciprocal)

