



財政部國定稅則委員會

經濟統計叢刊

第七種

二十一年二三月之插補指數

孫超烜述

民國二十二年七月

國定稅則委員會印行

定價國幣貳角

7.5
5

二十一年二三月之插補指數

本會所編躉售及輸出入之上海物價指數，以二十一年一月二十八日中日之役，本市百業停頓者數月，市價無從調查，二月及三月之指數，亦遂未能編製。此項積久連貫之數字，一有間斷，於研究物價之長期趨勢時，不免有所阻梗，自當設法插補，俾得復成爲完整之數列。統計學中插補方法之最普通者，厥爲比例法，其次爲中數環比法，此外則有各種數學插補公式之計算方法。茲據各種方式，試爲插補二十一年二月及三月之躉售物價指數。

(一) 比例法

比例法中，可分爲二種計算方法，其一以原有指數求之，卽算術差數法，其二以指數之對數求之，卽幾何差數法。以原有指數而言，二十一年一月份指數爲119.3，四月份指數爲116.7，在三個月內，指數跌落2.6，則每月相差爲0.8666。如以方程式表示之，一月份之數字爲 y_1 ，按月相差數爲 x ，則二月份之指數爲 $y_2 = y_1 - x$ ($119.3 - 0.8666 = 118.4$)，三月份之指數爲 $y_3 = y_1 - 2x$ ($119.3 - 2 \times 0.8666 = 117.6$)。又以此項指數之對數而言，先求二十一年一月份指數之對數，次求四月份指數之對數，然後由一月份之對數，減去四月份之對數，再以三除之，其商數卽爲每月對數之相差數。設亦以方程式表示之， $\text{Log } y_1$ 爲一月份指數之對數， $\text{Log } y_4$ 爲四月份指數之對數，二月份插補指數之對數，卽爲 $\text{Log } y_2 = \text{Log } y_1 - \left(\frac{\text{Log } y_1 - \text{Log } y_4}{3} \right)$ ，三月份插補指數之對數，卽爲 $\text{Log } y_3 = \text{Log } y_1 - 2 \left(\frac{\text{Log } y_1 - \text{Log } y_4}{3} \right)$ 。

以上二種計算方法結果相同,茲分列於下:

		算術差數法	幾何差數法
二十一年	一月	119.3	119.3
	二月	118.4	118.4
	三月	117.6	117.6
	四月	116.7	116.7

(二) 中數環比法

前項比例插補法,未嘗顧及指數之季節變動。所謂中數環比法者,即用中數環比,以求季節指數,然後求插補指數也。其法先以歷年各月之物價指數,分別除以前一個月之物價指數,再以一百乘之,而求得各該月份之環比。次由各月份之各個環比,以求其中數,而得各該月之中數環比,復次由此十二個月份之中數環比以求季節指數,復次乃由季節指數,以求插補之物價指數。上海躉售物價指數之季節指數,一月為99.2,二月為100.5,三月為100.9,四月為100.8(參看附表I)。今以一月份指數之119.3為標準,則二月份之插補指數,當為120.9($119.3:x=99.2:100.5$),三月份之插補指數,當為121.3($119.3:x=99.2:100.9$)。惟此項方法仍有未妥之處,蓋所謂插補者,應兼顧其鄰接兩端之實際情形,故亦當以四月份之指數為標準,而計算二月及三月之指數按四月份指數為116.7,如作為標準時,則二月份之插補指數為116.4($116.7:x=100.8:100.5$)三月份為116.8($116.7:x=100.8:100.9$)。其結果較諸以一月份為標

準時，甚相懸殊。爲調和計，取其平均，則二月之插補指數爲118.7，三月之插補指數爲119.1，與比例法求得之插補指數相比較，則二月份之數字差百分之0.3，三月份差百分之1.3。

(三) 數學插補法

凡數字之變動，不依數理上一定之法則，應用插補公式時，僅能得概約之結果。其正確程度，尙視原有數字變動之急劇與和緩而有差異。如其高級差數 (High Difference) 依次逐漸減小，則所得之結果愈爲精確。反是，差數愈大，則插補之數字亦愈不可靠。試以下列四種公式計算插補指數，一爲牛頓氏之公式 (Newton's Formula) (註一)，一爲斯端林氏之公式 (Sterling's Formula)，一爲牛頓高斯氏之公式 (Newton-Gauss Formula)，其中又可分爲二種，(甲)爲向前計算公式 (Forward)，(乙)爲向後計算公式 (Backward)。在表之首端數字有缺少時，則用牛頓氏公式，在表之中間數字有缺少時，則用斯端林氏或牛頓高斯氏向前計算之公式，又在表之下端數字有缺少時，則用牛頓高斯氏向後計算之公式 (註二)，以上海舊售物價指數而言，試將上述四項公式以原有指數及其對數計算之插補數字，分列於下(參看附表 II 至附表 V)：

插補公式	二十一年二月		二十一年三月	
	依據原有指數	依據指數對數	依據原有指數	依據指數對數
(1) 牛頓公式	118.9	118.9	117.9	117.9
(2) 斯端林公式	119.1	119.1	117.3	117.3
(3) 牛頓高斯公式(向前計算)	119.1	119.1	117.3	117.3

(4) 牛頓高斯公式(向後計算)	<u>118.5</u>	<u>118.4</u>	<u>117.3</u>	<u>117.2</u>
平均	118.90	118.88	117.45	117.42

以上結果除第四項公式稍有相差外,餘盡相同。二月份之平均為118.9,與比例法求得之118.4相比較,相差為百分之0.5,三月份為117.5,與比例法求得之117.6,相差僅百分之0.1。

(四) 各種方式插補指數之比較

根據上述各種公式所得之結果,以比例法為最簡便,且易於瞭解。中數環比之優點,在能顧及長期間物價之季節變動,惟觀察此項季節指數(參看附表 I),二月及三月物價之高度,按諸尋常情形,雖相符合,而就近二三年來物價步跌之趨勢,及猝然發生戰事之影響觀之,則二十一年二月及三月之物價,無甯視為例外。且以一月為標準而插補二月及三月之指數,失之過高,以四月為標準,而插補二月及三月之指數,又失之太低。兩者平均與比例法所得之結果,雖大略相等,而終不免有計算手續太煩之病。若四項數學公式之插補方法,其結果有不盡相同之處,且二十一年三月份之上海躉售物價插補指數,根據三級差數者為117.7,根據四級差數者則為117.9。可見因採取級數多少之關係,而插補指數遂不免受其影響矣。以上各種方法,彼此比較,計算上既以比例法為最簡便,且所得結果,揆諸二十一年各月物價逐步跌落之趨勢,亦尚適合,故擬即採用此項方法,以插補二十一年二月及三月之上海躉售物價指數,其輸出入物價指數,亦依式插補,分別列表於下(參看附表 VI):

二十一年二月及三月之插補指數

(1) 躉售

月 別	各 類 指 數								總指數
	糧 食	其他食物	紡織品 及其原料	金 屬	燃 料	建築材料	化學品	雜 類	
二 月	87.4	131.1	103.8	131.0	144.5	129.8	153.7	114.8	118.4
三 月	88.2	129.0	107.5	129.9	143.2	129.6	152.6	114.2	117.6

(2) 輸 出

月 別	各 類 指 數						生 產 品	消 費 品	總指數
	原 料 品								
	農 產	動物產	林 產	礦 產	平 均				
二 月	98.1	93.3	102.0	125.1	101.2	83.3	113.7	98.1	
三 月	97.5	92.0	101.9	123.4	100.4	80.9	111.2	96.4	

(3) 輸 入

月 別	各 類 指 數						生 產 品	消 費 品	總指數
	原 料 品								
	農 產	林 產	礦 產	平 均					
二 月	134.7	129.5	129.9	133.3	157.6	136.2	139.2		
三 月	137.3	128.4	127.9	134.7	156.4	138.5	140.6		

(註一) 見 E. T. Whittaker & G. Robinson: The Calculus of Observations, p. 13

(註二) 見 L. R. Connor: Statistics in Theory and Practice, pp. 184-185.

附 表 I

(1) 上 海 躉 售 物 價 總 指 數

	十 年	十一年	十二年	十三年	十四年	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年	廿一年	廿二年
一 月	102.9	100.9	100.9	101.6	98.2	97.9	103.2	101.0	101.7	108.3	119.7	119.3	108.6
二 月	105.5	101.6	103.3	100.8	97.9	99.0	103.1	102.2	103.2	111.3	127.4	—	107.6
三 月	106.2	101.8	104.1	99.1	97.6	99.2	104.7	102.4	104.1	111.3	126.1	—	106.7
四 月	105.9	100.6	103.2	98.6	97.9	99.4	105.2	102.9	103.1	111.2	126.2	116.7	104.5
五 月	105.2	99.2	102.0	97.2	99.9	98.1	104.1	103.0	102.6	111.0	127.5	115.7	104.2
六 月	105.4	97.2	100.8	96.9	99.6	97.9	103.9	101.7	103.0	117.5	129.2	113.6	104.5
七 月	105.0	97.6	100.8	96.4	103.2	98.0	104.5	100.8	103.4	120.4	127.4	111.8	……
八 月	105.8	96.1	99.9	96.7	101.7	97.9	104.8	99.8	104.8	119.6	130.3	111.3	……
九 月	105.5	95.0	102.1	96.4	100.5	99.2	106.2	98.9	106.6	118.4	129.2	109.8	……
十 月	102.6	96.2	101.7	96.5	99.4	103.0	104.9	101.2	107.4	115.4	126.9	108.7	……
十一 月	102.5	97.5	102.8	97.2	98.3	105.3	103.1	101.4	106.1	114.1	124.8	106.9	……
十二 月	102.1	99.5	102.6	96.9	97.6	105.5	101.7	101.6	105.5	113.6	121.8	107.5	……

(2) 環 比

	十 年	十一年	十二年	十三年	十四年	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年	廿一年	廿二年	中數 平均
一 月	—	98.8	101.4	99.0	101.3	100.3	97.8	99.3	100.1	102.7	105.4	97.9	101.0	100.2
二 月	102.5	100.7	102.4	99.2	99.7	101.1	99.9	101.2	101.5	102.8	106.4	—	99.1	101.2
三 月	100.7	100.2	100.8	98.3	99.7	100.2	101.6	100.2	100.9	100.0	99.0	—	99.2	100.2
四 月	99.7	98.8	99.1	99.5	100.3	100.2	100.5	100.5	99.0	99.9	100.1	—	97.9	99.8
五 月	99.3	98.6	98.8	98.6	102.0	98.7	99.0	100.1	99.5	99.8	101.0	99.1	99.7	99.3
六 月	100.2	98.0	98.8	99.7	99.7	99.8	99.8	98.7	100.4	105.9	101.3	98.2	100.3	99.8
七 月	99.6	100.4	100.0	99.5	103.6	100.1	100.6	99.1	100.4	102.5	98.6	98.4	……	100.1
八 月	100.8	98.5	99.1	100.3	98.5	99.9	100.3	99.0	101.4	99.3	102.3	99.6	……	99.8
九 月	99.7	98.9	102.2	99.7	98.8	101.3	101.3	99.1	101.7	99.0	99.2	98.7	……	99.5
十 月	97.3	101.3	99.6	100.1	98.9	103.8	98.8	102.3	100.8	97.5	98.2	99.0	……	99.3
十一 月	99.9	101.4	101.1	100.7	98.9	102.2	98.3	100.2	98.8	98.9	98.3	98.3	……	99.4
十二 月	99.6	102.1	99.8	99.7	99.3	100.2	98.6	100.2	99.4	99.6	97.6	100.6	……	99.7

(3) 季 節 指 數

(上海躉售物價總指數)

月 別	環 比		以 一 月 為 基 期				季節指數	
	中 數	對 數	對 數 改正數	對 數 鎖 比	改 正 鎖 比	改 正 鎖 比 指 數		
一月			.00000	.00000	.00000	100.0	99.2	
二月	二月/一月	101.2	2.00518	.00062	.00580	.00580	101.3	100.5
三月	三月/二月	100.2	2.00087	.00062	.00149	.00729	101.7	100.9
四月	四月/三月	99.8	1.99913	.00062	.99975	.00704	101.6	100.8
五月	五月/四月	99.3	1.99695	.00062	.99757	.00461	101.1	100.3
六月	六月/五月	99.8	1.99913	.00062	.99975	.00436	101.0	100.2
七月	七月/六月	100.1	2.00043	.00062	.00105	.00541	101.3	100.5
八月	八月/七月	99.8	1.99913	.00062	.99975	.00516	101.2	100.4
九月	九月/八月	99.5	1.99782	.00062	.99844	.00360	100.8	100.0
十月	十月/九月	99.3	1.99695	.00062	.99757	.00117	100.3	99.5
十一月	十一月/十月	99.4	1.99739	.00062	.99801	.99918	99.8	99.0
十二月	十二月/十一月	99.7	1.99870	.00062	.99932	.99850	99.7	98.9
	一月/十二月	100.2	2.00087	.00063	.00150	.00000		

24.00000

.00745

121209.8

23.99255

100.8...改正除數

12.00745...應加數

.00062...按月應加數

附 表 II

(1) 牛 頓 氏 公 式

Newton's Formula

年 月	指 數	Δ	Δ ²	Δ ³	Δ ⁴
二十年 十二月	121.8				
廿一年 二月	—	-5.1			
四月	116.7	-3.1	+2.0		
六月	113.6	-2.3	+0.8	-1.2	
八月	111.3	-2.6	-0.3	-1.1	+0.1
十月	108.7				

$$y_x = y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta^3 y_0$$

$$+ \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta^4 y_0$$

$$y_x = 121.8 + \frac{1}{2}(-5.1) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2} (20)$$

$$+ \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{6} (-1.2) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)(\frac{1}{2}-3)}{24} (0.1)$$

$$= 121.8 - 2.55 - 0.25 - 0.075 - 0.00390625$$

$$= 118.92109375 = 118.9$$

(2) 斯 端 林 氏 公 式

Sterling's Formula

年 月	指 數	Δ	Δ ²	Δ ³	Δ ⁴
二十年 八月	130.3	-3.4			
十月	126.9	-5.1	-1.7		
廿一年 十二月	121.8	-5.1	0	+1.7	
二月	—	-5.1	+2.0	+2.0	+0.3
四月	116.7	-3.1	+0.8	-1.2	-3.2
六月	113.6	-2.3	-0.3	-1.1	+0.1
八月	111.3	-2.6			
十月	108.7				

$$y_x = y_0 + x \frac{\Delta y_{-1} + \Delta y_0}{2} + \frac{x^2}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{x(x^2-1^2)}{6} \frac{\Delta^3 y_{-2} + \Delta^3 y_{-1}}{2}$$

$$+ \frac{x^2}{24} (x^2-1^2) \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 121.8 + \frac{1}{2} \left(\frac{-5.1 + (-5.1)}{2} \right) + \frac{(\frac{1}{2})^2}{2} + \frac{\frac{1}{2}((\frac{1}{2})^2-1^2)}{6} \frac{1.7+2.0}{2}$$

$$+ \frac{(\frac{1}{2})^2}{24} [(\frac{1}{2})^2-1^2] (0.3)$$

$$= 121.8 - 2.55 - 0.115625 - 0.00234375$$

$$= 119.13203125 = 119.1$$

(3) 牛頓高斯氏公式

Newton-Gauss Formula

年	月	指數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年	八月	130.3	-3.4			
	十月	126.9	-5.1	-1.7		
	十二月	121.8	-5.1	0	+1.7	+0.3
廿一年	二月	—	-5.1	+2.0	+2.0	-3.2
	四月	116.7	-3.1	+0.8	-1.2	+0.1
	六月	113.6	-2.3	-0.3	-1.1	
	八月	111.3	-2.0			
	十月	108.7				

$$y_x = y_o + x \Delta y_o + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{(x+1)x(x-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta^3 y_{-1}$$

$$+ \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 121.8 + \frac{1}{2}(-5.1) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2} + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(2.0)$$

$$+ \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(+0.3)$$

$$= 121.8 - 2.55 - 0.125 + 0.00703125$$

$$= 119.13203125 = 119.1$$

(4) 牛頓高斯氏(向後計算)公式

Newton-Gauss Formula (Backward)

年	月	指數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年	二月	127.4				
	四月	126.2	-1.2	+4.2		
	六月	129.2	+3.0	-1.9	-6.1	+3.5
	八月	130.3	+1.1	-4.5	-2.6	+5.4
	十月	126.9	-3.4	-1.7	+2.8	-1.1
	十二月	121.8	-5.1	0	+1.7	
廿一年	二月	—	-5.1			
	四月	116.7				

$$y_x = y_o - x \Delta y_{-1} + \frac{(x+1)x}{2} \Delta^2 y_{-1} - \frac{(x+1)x(x-1)}{6} \Delta^3 y_{-2}$$

$$+ \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{24} \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 116.7 - \frac{1}{2}(-5.1) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}}{2}(-1.7) - \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(-2.6)$$

$$+ \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(3.5)$$

$$= 116.7 + 2.55 - 0.6375 - 0.1625 + 0.08203125$$

$$= 118.53203125 = 118.5$$

附 表 III

(1) 牛 頓 氏 公 式

Newton's Formula

年 月	指 數	對 數	Δ	Δ ²	Δ ³	Δ ⁴
二十年十二月	121.8	2.08565				
廿一年二月	116.7	2.06707	-.01858	+.00689		
四月	113.6	2.05538	-.01169	+.00281	-.00408	
六月	111.3	2.04650	-.00888	-.00139	-.00420	
八月	108.7	2.03623	-.01027			
十月						-.00012

$$y_x = y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} \Delta^3 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{24} \Delta^4 y_0$$

$$y_x = 2.08565 + \frac{1}{2}(-.01858) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}(+.00689) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{6}(-.00408) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)(\frac{1}{2}-3)}{24}(-.00012)$$

$$= 2.08565 - 0.00929 - 0.00086125 - 0.000255 + 0.0000048875$$

$$= 2.0752484375 = 2.07525 \quad 2.07525\text{之真數} = 118.9$$

(2) 斯 端 林 氏 公 式

Sterling's Formula

年 月	指 數	對 數	Δ	Δ ²	Δ ³	Δ ⁴
二十年 八月	130.3	2.11494				
十月	126.9	2.10346	-.01148	-.00633		
廿一年 十二月	121.8	2.08565	-.01781	-.00077	+.00556	
二月			-.01858	+.00689	+.00766	+.00210
四月	116.7	2.06707	-.01169	+.00281	-.00408	-.01174
六月	113.6	2.05538	-.00888	-.00139	-.00420	+.00012
八月	111.3	2.04650	-.01027			
十月	108.7	2.03623				

$$y_x = y_0 + x \frac{\Delta y_{-1} + \Delta y_0}{2} + \frac{x^2}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{x(x^2-1^2)}{6} \frac{\Delta^3 y_{-2} + \Delta^3 y_{-1}}{2} + \frac{x^2}{24} (x^2-1^2) \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 2.08565 + \frac{1}{2} \left(\frac{-0.01781 + (-0.01858)}{2} \right) + \frac{(\frac{1}{2})^2}{2} (-0.00077) + \frac{\frac{1}{2} [(\frac{1}{2})^2 - 1^2]}{6} \frac{.00556 + .00766}{2} + \frac{(\frac{1}{2})^2}{24} [(\frac{1}{2})^2 - 1^2] (+.00210)$$

$$= 2.08565 - 0.0090975 - 0.00009675 - 0.000413125 - 0.00001640625$$

$$= 2.07602421265 = 2.07602 \quad 2.07602\text{之真數} = 119.1$$

(3) 牛頓高斯氏公式

Newton-Gauss Formula

年 月	指 數	對 數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年 八月	130.3	2.11494				
十月	126.9	2.10346	-.01148			
十二月	121.8	2.08565	-.01781	-.00633		
廿一年 二月	—	—	-.01858	-.00077	+.00556	+.00210
四月	116.7	2.06707	-.01169	+.00689	+.00766	-.01174
六月	113.6	2.05538	-.00888	+.00281	-.00408	+.00012
八月	111.3	2.04650	-.01027	-.00139		
十月	108.7	2.03623				

$$y_x = y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{(x+1)x(x-1)}{6} \Delta^3 y_{-1} \\ + \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{24} \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 2.08565 + \frac{1}{2}(-.01858) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}(-.00077) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(+.00766) \\ + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(+.00210)$$

$$= 2.08565 - 0.00929 + 0.00009625 - 0.00047875 + 0.00004921875$$

$$= 2.07602671875 = 2.07603 \quad 2.07603\text{之真數} = 119.1$$

(4) 牛頓高斯 (向後計算) 公式

Newton-Gauss Formula (Backward)

年 月	指 數	對 數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年 八月	127.4	2.10517				
十月	126.2	2.10106	-.00411			
十二月	129.2	2.11126	+.01020	+.01431		
廿一年 二月	130.3	2.11494	+.00368	-.00652	-.02083	+.01219
四月	126.9	2.10346	-.01148	-.01516	-.00864	+.01747
六月	121.8	2.08565	-.01781	-.00633	+.00883	-.00327
八月	—	—	-.01858	-.00077	+.00556	
十月	116.7	2.06707				

$$y_x = y_0 - x \Delta y_{-1} + \frac{(x+1)x}{2} \Delta^2 y_{-1} - \frac{(x-1)x(x-1)}{6} \Delta^3 y_{-2} \\ + \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{24} \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 2.06707 - \frac{1}{2}(-.01781) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}}{2}(-.00633) - \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(-.00864) \\ + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(+.01219)$$

$$= 2.06707 + 0.008905 - 0.00237375 - 0.00054 + 0.000285703125$$

$$= 2.07334695 = 2.073345 \quad 2.07335\text{之真數} = 118.4$$

附 表 IV.

(1) 牛 頓 氏 公 式

Newton's Formula

年 月	指 數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
廿一年 一月	119.3				
三月	—	-3.6			
五月	115.7		-0.3		
七月	111.8		+1.9	+2.2	
九月	109.8		-0.9	-2.8	
十一月	106.9				-5.0

$$y_x = y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta^3 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta^4 y_0$$

$$y_x = 119.3 + \frac{1}{2}(-3.6) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}(-0.3) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{6}(2.2) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)(\frac{1}{2}-3)}{24}(-5.0)$$

$$= 119.3 - 1.8 + 0.0375 + 0.1375 + 0.1953125$$

$$= 117.8703125 = 117.9$$

(2) 斯 端 林 氏 公 式

Sterling's Formula

年 月	指 數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年 九月	129.2				
十一月	124.8	-4.4			
廿一年 一月	119.3	-5.5	-1.1	+3.0	
三月	—	-3.6	+1.9	-2.2	-5.2
五月	115.7	-3.9	-0.3	+2.2	+4.4
七月	111.8	-2.0	+1.9	-2.8	-5.0
九月	109.8	-2.9	-0.9		
十一月	106.9				

$$y_x = y_0 + x \frac{\Delta y_{-1} + \Delta y_0}{2} + \frac{x^2}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{x(x^2-1^2)}{6} \frac{\Delta^3 y_{-2} + \Delta^3 y_{-1}}{2} + \frac{x^2}{24} (x^2-1^2) \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 119.3 + \frac{1}{2} \left(\frac{-5.5 + (-3.6)}{2} \right) + \frac{(\frac{1}{2})^2}{2} (1.9) + \frac{\frac{1}{2} [(\frac{1}{2})^2 - 1^2]}{6} \frac{30 + (-2.2)}{2} + \frac{(\frac{1}{2})^2}{24} [(\frac{1}{2})^2 - 1^2] (-5.2)$$

$$= 119.3 - 2.275 + 0.2375 - 0.025 + 0.040625$$

$$= 117.278125 = 117.3$$

(3) 牛頓高斯氏公式
Newton-Gauss Formula

年	月	指數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年	九月	129.2	-4.4			
	十一月	124.8	-5.5	-1.1		
廿一年	一月	119.3		+1.9	+3.0	-5.2
	三月	—	-3.6	-0.3	-2.2	+4.4
	五月	115.7		+1.9	+2.2	-5.0
	七月	111.8	-3.9		-2.8	
	九月	109.8	-2.0	-0.9		
	十一月	106.9	-2.9			

$$y_x = y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{(x+1)x(x-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta^3 y_{-1}$$

$$+ \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 119.3 + \frac{1}{2}(-3.6) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}(1.9) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(-2.2)$$

$$+ \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(-5.2)$$

$$= 119.3 - 1.8 - 0.2375 + 0.1375 - 0.121875$$

$$= 117.278125 = 117.3$$

(4) 牛頓高斯氏公式
Newton-Gauss Formula (Backward)

年	月	指數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年	三月	126.1	+1.4			
	五月	127.5	-0.1	-1.5		
	七月	127.4	+1.8	+1.9	+3.4	-11.5
	九月	129.2	-4.4	-6.2	-8.1	+13.2
	十一月	124.8	-5.5	-1.1	+5.1	-2.1
廿一年	一月	119.3		+1.9	+3.0	
	三月	—	-3.6			
	五月	115.7				

$$y_x = y_0 - x \Delta y_{-1} + \frac{(x+1)x}{2} \Delta^2 y_{-1} - \frac{(x+1)x(x-1)}{6} \Delta^3 y_{-2}$$

$$+ \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{24} \Delta^4 y_{-2}$$

$$y_x = 115.7 - \frac{1}{2}(-5.5) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}}{2}(-1.1) - \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(-8.1)$$

$$+ \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(-11.5)$$

$$= 115.7 + 2.75 - 0.4125 - 0.50625 - 0.26953125$$

$$= 117.26171875 = 117.3$$

附 表 V.

(1) 牛 頓 氏 公 式

Newton's Formula

	指 數	對 數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
廿一年 一月	119.3	2.07664				
三月	—	—	-.01331			
五月	115.7	2.06333	-.01489	-.00158		
七月	111.8	2.04844	-.00784	+.00705	+.00863	
九月	109.8	2.40600	-.01162	-.00378	-.01083	
十一月	106.9	2.02898				-.01946

$$y_x = y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} \Delta^3 y_0 + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{24} \Delta^4 y_0$$

$$y_x = 2.07664 + \frac{1}{2}(-.01331) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) (-.00158) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - 2 \right) (+.00863) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - 2 \right) \left(\frac{1}{2} - 3 \right) (-.01946)$$

$$= 2.07664 - 0.006655 + 0.0001975 + 0.000539375 + 0.00076015625$$

$$= 2.07148203125 = 2.07148 \quad 2.07148\text{之真數} = 117.9$$

(2) 斯 端 林 氏 公 式

Sterling's Formula

	指 數	對 數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年 九月	129.2	2.11126				
十一月	124.8	2.09521	-.01505			
廿一年 一月	119.3	2.07664	-.01957	-.00452		
三月	—	—	-.01331	+.00626	+.01078	
五月	115.7	2.06333	-.01489	-.00158	-.00784	-.01862
七月	111.8	2.04844	-.00784	+.00705	+.00863	+.01647
九月	109.8	2.04060	-.00784	-.00378	-.01083	-.01946
十一月	106.9	2.02898	-.01162			

$$y_x = y_0 + x \frac{\Delta y_{-1} + \Delta y_0}{2} + \frac{x^2}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{x(x^2-1^2)}{6} \frac{\Delta^3 y_{-2} + \Delta^3 y_{-1}}{2} + \frac{x^2}{24} (x^2-1^2) \Delta^4 y_{-2}$$

$$= 2.07664 + \frac{1}{2} \left(\frac{-.01957 + (-.01331)}{2} \right) + \frac{(\frac{1}{2})^2}{2} (+.00626) + \frac{1}{2} \left[\frac{(\frac{1}{2})^2 - 1^2}{6} \right] .01078 + \frac{(-.00784)}{2} + \frac{(\frac{1}{2})^2}{24} [(\frac{1}{2})^2 - 1^2] (-.01862)$$

$$= 2.07664 - 0.00822 + 0.0007825 - 0.000091875 + 0.00014546875$$

$$= 2.06925609375 = 2.06926 \quad 2.06926\text{之真數} = 117.3$$

(3) 牛頓高斯氏公式

Newton-Gauss Formula

	指數	對數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年 九月	129.2	2.11126				
十一月	124.8	2.09621	-.01505	-.00452		
廿一年 一月	119.3	2.07664	-.01957	+.00626	+.01078	-.01862
三月	—	—	-.01331	-.00158	-.00784	+.01647
五月	115.7	2.06333	-.01489	+.00705	+.00863	-.01946
七月	111.8	2.04844	-.00784	-.00378	-.01083	
九月	109.8	2.04060	-.01162			
十一月	106.9	2.02898				

$$\begin{aligned}
 y_x &= y_0 + x \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{(x+1)x(x-1)}{6} \Delta^3 y_{-1} \\
 &\quad + \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{24} \Delta^4 y_{-2} \\
 &= 2.07664 + \frac{1}{2}(-.01331) + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}(+.00626) \\
 &\quad + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(-.00784) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(-.01862) \\
 &= 2.07664 - 0.006655 - 0.0007825 + 0.00049 - 0.00043640625 \\
 &= 2.06925609375 = 2.06926 \quad 2.06926\text{之真數} = 117.3
 \end{aligned}$$

(4) 牛頓高斯氏(向後計算)公式

Newton-Gauss Formula (Backward)

	指數	對數	Δ	Δ^2	Δ^3	Δ^4
二十年 三月	126.1	2.10072				
五月	127.5	2.10551	+.00479	-.00513		
七月	127.4	2.10517	-.00034	+.00643	+.01156	-.03913
九月	129.2	2.11126	+.00609	-.02114	-.02757	+.04419
十一月	124.8	2.09621	-.01505	-.00452	+.01662	-.00584
廿一年 一月	119.3	2.07664	-.01957	+.00626	+.01078	
三月	—	—	-.01331			
五月	115.7	2.06333				

$$\begin{aligned}
 y_x &= y_0 - x \Delta y_{-1} + \frac{(x+1)x}{2} \Delta^2 y_{-1} - \frac{(x+1)x(x-1)}{6} \Delta^3 y_{-2} \\
 &\quad + \frac{(x+1)x(x-1)(x-2)}{24} \Delta^4 y_{-2} \\
 &= 2.06333 - \frac{1}{2}(-.01957) + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}}{2}(-.00452) - \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{6}(-.02757) \\
 &\quad + \frac{(\frac{1}{2}+1)\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{24}(-.03913) \\
 &= 2.06333 + 0.009785 - 0.001695 - 0.001723125 - 0.000917109375 \\
 &= 2.068779765625 = 2.06879 \quad 2.06879\text{之真數} = 117.2
 \end{aligned}$$

附 表 VI

二十二年二月及三月之插補指數

(1) 躉售物價指數

	糧 食		其他食物		紡織品 及其原料		金 屬		燃 料		建築材料		化 學 品		雜 類		總 指 數	
	指數	對數	指數	對數	指數	對數	指數	對數	指數	對數	指數	對數	指數	對數	指數	對數	指數	對數
原 有 指 數	86.6	.93752	133.3	.12483	110.1	.04179	132.1	.12090	145.9	.16406	130.0	.11394	154.7	.18949	115.3	.06183	119.3	.07664
一 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
二 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
三 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
四 月	89.0	.94939	126.9	.10346	106.2	.02612	128.8	.10992	141.5	.15168	129.4	.11193	151.6	.18070	113.7	.05576	116.7	.06707
一月至四月差數	—	.01187	—	.02137	—	.01567	—	.01098	—	.01238	—	.00201	—	.00879	—	.00607	—	.00957
每 月 差 數	—	.00396	—	.00712	—	.00522	—	.00366	—	.00413	—	.00067	—	.00293	—	.00202	—	.00319
插 補 指 數	87.4	.94148	131.1	.11771	108.8	.03657	131.0	.11724	144.5	.15993	129.8	.11327	153.7	.18656	114.8	.05981	118.4	.07345
二 月	88.2	.94544	129.0	.11059	107.5	.03135	129.9	.11358	143.2	.15580	129.6	.11260	152.6	.18363	114.2	.05779	117.6	.07026
三 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(2) 輸 出 物 價 指 數

	原 料 品 品												生 產 品		消 費 品		總 指 數	
	農 產	畜 產	動 物 產	林 產	礦 產	平 均	生 產 品	消 費 品	農 產	畜 產	動 物 產	林 產	礦 產	平 均	生 產 品	消 費 品	農 產	畜 產
原 有 指 數	98.8	.99476	94.6	.97589	102.1	.00903	126.8	.10312	102.1	.00903	85.8	.93349	116.3	.06558	99.8	.99913	—	—
一 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
二 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
三 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
四 月	96.8	.98588	90.7	.95761	101.8	.00775	121.8	.08565	99.5	.99782	78.5	.89487	108.8	.03663	94.8	.97681	—	—
一月至四月差數	—	.00888	—	.01828	—	.00128	—	.01747	—	.01121	—	.03862	—	.02895	—	.02232	—	—
每 月 差 數	—	.00296	—	.00609	—	.00043	—	.00582	—	.00374	—	.01287	—	.00965	—	.00744	—	—
插 補 指 數	98.1	.99180	93.3	.96980	102.0	.00360	125.1	.09730	101.2	.00529	83.3	.92062	113.7	.05593	98.1	.99169	—	—
二 月	97.5	.98884	92.0	.96371	101.9	.00817	123.4	.09148	100.4	.00155	80.9	.90775	111.2	.04628	96.4	.98425	—	—
三 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(3) 輸入物價指數

	原 料 品 均												總指數			
	農 產			林 產			礦 產			平 均				生 產 品 指 數	消 費 品 指 數	總 指 數
	指 數	對 數	指 數	對 數	指 數	對 數	指 數	對 數	指 數	對 數	指 數	對 數				
一 月	132.2	.12123	130.5	.11561	132.0	.12057	132.0	.12057	158.9	.20112	134.0	.12710	137.8	.13925		
二 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
三 月	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
四 月	139.9	.14582	127.4	.10517	125.9	.10003	136.0	.13354	155.1	.19061	140.8	.14860	142.0	.15229		
一月至四月差數	—	.02459	—	.01044	—	.02054	—	.01297	—	.01051	—	.02150	—	.01304		
每 月 差 數	—	.00820	—	.00348	—	.00658	—	.00432	—	.00350	—	.00717	—	.00435		
插補 二 月	134.7	.12943	129.5	.11213	129.9	.11372	133.3	.12489	157.6	.19762	136.2	.13427	139.2	.14360		
插補 三 月	137.3	.13763	128.4	.10865	127.9	.10687	134.7	.12921	156.4	.19412	138.5	.14144	140.6	.14795		

註：附表VI內各類指數之對數，僅列入尾數。

