

算楊務
輝民
義算
法齋
札學
略記

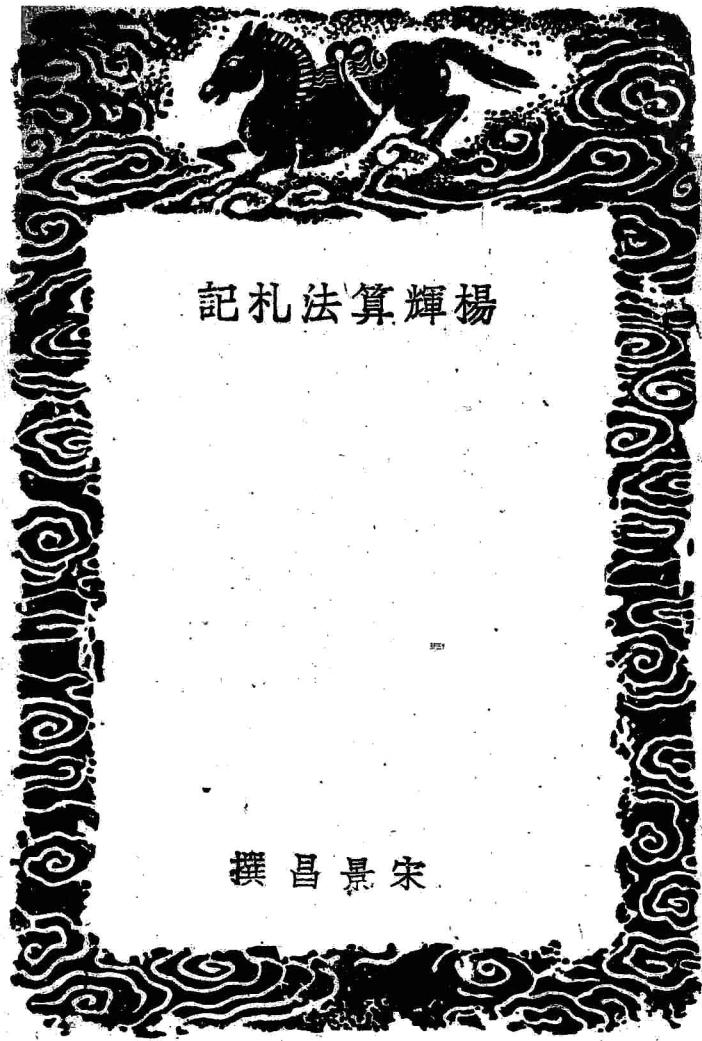






算 略

馮 經 撰



楊輝算法札記

宋景昌撰

叢書集成初編

(補印本)

算略及其其他二種

一九三七年五月初版
一九五九年十月補印

商務印書館出版

上海大眾文化印刷廠印刷

楊輝算法札記

本館據宜稼堂叢
書本排印初編各
叢書僅有此本

楊輝算法目錄

田畝比類乘除捷法卷上

田畝比類乘除捷法卷下

算法通變本末卷上

乘除通變算寶卷中

法算取用本末卷下

續古摘奇算法

札記附

求帶食見食最深兩州郡里差

中卷

求朔時見食幾分州郡里差并求其食甚分數

求朔前後幾刻見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

求某時刻見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

求極高若干度見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

下卷

求某州郡某時刻見食分數

求某州郡食甚時刻分數并求其初虧復圓時刻

求某州郡帶食時刻分數

求某時刻帶食幾分兩州郡里差并求其食甚時刻分數

求帶食最先見初虧最後見復圓兩州郡里差

算略

算學總論

南海 馮 經 世則撰

算學有線而體三部。有方田至句股九章。算之者有筆籌珠盤三用。而要不外併減乘除四事。併如散線幾條。續長若干。減如截去長線幾尺。尙存若干。乘謂由線求面。由面求體。如用版寫字。界分橫容十行。每行直容十字。計得面積百字。是爲平方。疊起十版。計得體積千字。是爲立方。橫線短少。直線加多。是爲長方。除謂攤開。如有字四百。要分二十五行。則以二五爲法除之。俗名二歸五除。攤得每行十六字。若要橫直均齊。則以平方開之。攤得橫二十行。每行直容二十字。自乘二二如四也。若有字八千。要分每頁每行與字均齊。則以立方開之。攤得二十頁。每頁每行字數同前。再乘二四如八也。若有字十六萬。要分每卷每頁每行與字均齊。則以三乘方開之。攤得二十卷。每卷每頁每行字數同前。若有字三百二十萬。要分每套每卷每頁每行與字均齊。則以四乘方開之。攤得二十套。每套每卷每頁每行字數同前。餘可類推矣。他如由少問多。由多問少。則乘除互用。以明似異實同。謂之比例四率。音律皆由已知實數。以求未知虛數。

順成河圖

算略

圖中生數一二直對三四橫對至五居中一外加五成六若復加五則成十一復加則成十六加至極多仍一六耳二七三八四九五亦然故各有合內一對二成三外六對七亦十三內三對四成七外八對九亦十七內三連一成四外八連六亦十四內二連四成六外七連九亦十六內二連三成五外七連八亦十五內四連一成五外九連六亦十五內三二連四成九外七八連九亦二十四內四一連三成八外九六連八亦二十三內一四連二成七外六九連七亦二十二內二三連一成六外七八連六亦二十一

自乘共五

自乘一一仍一二二而四固共五矣三三而九四四一十六亦共二十五加以五五二十五共五十五如圖全數又六六三十六七七四十九共八十五又八八六十四九九八十一共百四十五加以十十爲百共三百八十五是皆五也虛其一亦全經交數

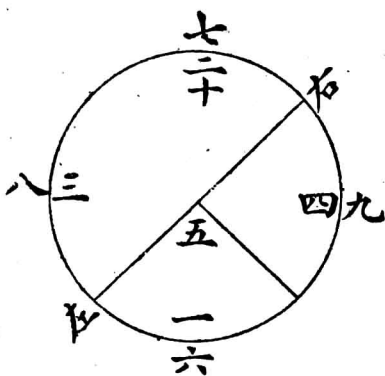
相乘所合

圖位一六二七三八四九既各有合一乘固不須乘六乘亦即各仍其位如六一仍六六六三十六六二一十二六七亦四十二六三一十八六八亦四十八六四二十四六九亦五十四是也二七亦然二乘一六皆二七乘一六亦七與二也二乘二七皆四七乘二七亦四與九也二乘三八皆六七乘三八亦一與六也二乘四九皆八七乘四九亦八與三也三八亦然八乘一六皆八三乘一六亦三與八也八乘二七皆六三乘二七亦六與一也八乘三八皆四三乘三八亦九與四也八乘四九皆二三乘四九亦二與七

也。四九亦然。四乘一、六、皆四。九乘一、六、亦九與四也。四乘二、七、皆八。九乘二、七、亦八與三也。四乘三、八、皆二。九乘三、八、亦七與二也。四乘四、九、皆六。九乘四、九、亦六與一也。五十亦然。五乘天數。皆五。若乘地數。皆十也。

方圖算率

地中有萬物。方圓中有萬數。凡圓輪。自圍邊至心。爲幅。兩幅續長。爲徑。大率徑一、四、三。按圖中五爲幅。

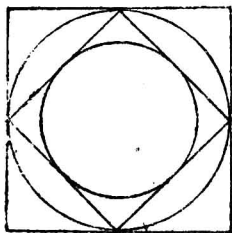


則十爲徑。而六七八九。外共三十。如圍也。凡圓內容方。三分之。二。方內容圓。四分之三。譬如薄物平圓。重三十銖。復翦爲方。得二十銖。復翦爲圓。得十五銖。復翦爲方。則得十銖。按圖外。合六七八九。共爲三十。內減一二三四。可存二十。而中十五。亦可減五。存十也。

方圓徑圍

歲法三百六十。以氣則盈。以朔則虛。舉中數耳。猶圓舉中數。徑一圍三。線面。則圍稍盈。束物。則徑反盈。如以六圍一。連心計之。則徑三。復加十二圍之。則徑五。復加十八圍之。則徑七。復加二十四圍之。則徑九。復加三十圍之。則徑十一。若不計心。則皆徑

一圍三。雖增至大多。而一心不增也。方內容圓。四分之三。亦不計心。如方束九九八十一。其圍三十二。置心不動。四分減一。則爲圓束。連心六十一。其圍二十四矣。方束七七四十九。其圍二十四。置心不動。四分減一。則爲圓束三十七。其圍十八矣。是凡方圓徑同者。圓積圓圍。皆得方束四分之三也。圓內容方。三分之二。亦不計心。卽如圓束三十七。置心不動。三分減一。則爲方束連心二十五。此其大略也。線面圓徑十丈。則圍三十一丈四尺一寸五分零。舊說周百尺。徑三十二。固屬疎率。卽徑七圍二十二。與徑五十周百五十七。未免有過不及之差。莫若九倍徑七。併徑五十。作一百一十三。亦九倍圍二十二。併周百五十七。共周三百五十五。尤爲加密。凡方內容圓。圓內復容方者。內方得外方之半。則圓得外方四分之三。而內方得二。可知矣。

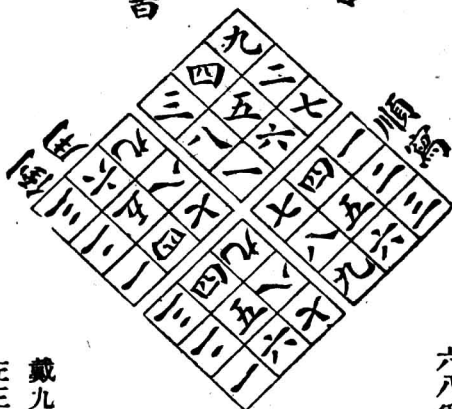


順成洛書

二四爲肩

六八爲足

洛書



換對八二

順寫自一至九排列平方或以一向上陽動對換陰靜不移或以九向上陰動對換陽靜勿移皆成洛書或下寫一二三自右而左順加四五六自左而右復加七八九自右而左祇將二八對換亦然皆中五不易外具變易交易之理。

洛書對連

自下右旋一六成七而連七七二成九而連九九四成十三而連三三八成十一而連一四三成七而對七八一成

戴九履一

左三右七

而對七八一成

九而對九六七成十三而對三二九成十一而對一九四三成十六而對六三八一成十二而對二一六七成十四而對四七二九成十八而對八純陽左旋一三成四而連四三九成十二而連二九七成

四	九	二
三	五	七
八	一	六

十六而連六七一成八而連八純陰右轉六二成八而對八二四成六而對六四八成十二而對二八六成十四而對四

洛書乘合

正對自乘一一仍一九九亦八十一三三而九七七亦四十九隅對二二而四八八亦六十四四四一十六六六亦三十六也其相乘者一乘六乘皆本位二乘七乘皆右轉三乘八乘皆左旋也四乘九乘亦對位試觀九乘者乘一不須乘矣九二一十八而對八合一八亦九也九三二十七而對七合二七亦九也九四三十六而對六合三六亦九也九五四十五而居中此洛書全數合四五亦九也九六五十四而對四合五四亦九也九七六十三而對三合六三亦九也九八七十二而對二合七二亦九也九九八十一而對一合八一亦九也河圖始於天一終於地十故天數五地數五合而爲十天數二十有五地數三十合二五三亦十凡天地之數五十有五合五五亦十合六十四卦亦然凡十減九則存一凡合爲十者亦然故五十五減去六九五十四亦祇存一或六十四減去七九六十三亦祇存一此所以戴九也八卦共三十六畫自一至八亦三十六合三六亦九大衍四營成易十有八變而成卦十八卽一八亦九凡七十二營七二亦九乾策二百一十六合二一六亦九坤策一百四十四合一四四亦九凡三百六十合三六亦九二篇之策一萬一千五百二十合一一五二亦九也

三八與二七對減。三分損一也。三減爲二。而十二減爲八。十八復減爲十二。二十七亦減爲十八。又四九與一六相對。亦然。九減爲六。六減爲四。二十四復減爲十六。二十一亦減爲十四也。若三分益一。則相連三益爲四。十八亦益爲二十四。九益爲十二。二十四亦益爲三十二。二十七益爲三十六。十二亦益爲十六。二十一益爲二十八。六亦益爲八也。知九六八。則知音律相生矣。九九八十一爲宮。減作六九五十四爲徵。復益作八九七十二爲商。又減作八六四十八爲羽。又益作八八六十四爲角。是也。

圓方句股

由圓三分益一。卽外方。由圓三分損一。卽內方。凡方徑一。圍四。徑二。爲八。徑四。圍十六。亦在對隅。方邊二者。由肩右轉。自二而四。爲平方面積。自四而八。爲立方體積。方邊三者。由左上轉。自三而九。爲平方面積。自九而二十七。爲立方體積。惟方邊六者。自乘三十六。再乘二百一十六。與方邊一十。自乘一百。再乘一千。皆不出位也。以五爲弦。而句股起焉。左三肩四。卽句三。股四。弦五。戴九肩二。卽句九。股十二。弦十五。右七足六。卽句二十七。股三十六。弦四十五。履一足八。卽句八十一。股百零八。弦百三十五也。見下。

古今異量

古以八尺爲尋。卽今五尺。倍尋爲常。卽今一丈。然則古一尺。卽今六寸二分五釐。其二尺。卽今一尺二寸五分。其三。卽今一尺七寸五分。其四。卽今二尺二寸五分。其五。卽三尺二寸五分。其六。卽三尺七寸五分。其七。卽四尺三寸七分。其八。卽五尺。其九。卽五尺六寸五分。其丈。卽六尺二寸五分。其十一。六尺七寸五分。其十二。七尺五寸。其十三。八尺二寸五分。其十四。八尺七寸。

五其十五九五六二五也。欲攷古量當今幾何。知釜庾則上而釜十為鍾。庾十為乘。不須乘矣。下而升斗豆區。可坐而定矣。釜周禮作鬲。廣尺深尺。其尺當今六寸二分五釐。相乘得今三十九寸零六分二十五釐。為面之廣。蓋平方以百釐為分。百分為寸也。再以六二五乘之。得今二百四十四寸一百四十分零六分。二百二十五釐。為體之深。蓋立方以千釐為分。千分為寸也。千寸為尺。則今四斗二百五十寸。則今一斗今二百四十四寸有奇。不足一斗。以四折之。得今九升七合六勺五六二五耳。十倍之。得九斗七升六合五勺六二五為鍾。四分得二斗四升四合一勺四零六二五為庾。十分之。降斗為升。則區也。四分得六合一勺零三五一五。六二五為豆。又四分得一合五勺二五八七八九零六二五為古之升也。

句	日	乘	弦	句	川
三			五		股
			乘		四
			二		句
			十		三
			五		
股					
四					
句	川		日	乘	三

				二	十	共
亦	合	乘	股	川	股	四
二	句	得	張	股	四	四
十	張	十	四	川	乘	句
五	九	六	四	三	得	張
三	日	乘	句	如	三	自
句		乘	三	九		
	日	乘				

橫七直七乘四十九。除各句股共二十四。故存二十五。按圖方邊七者。面積四十九。照畫句股。卽句三、股四、弦五。若每目各加井字。三其方邊。爲二十一。卽九其面積。爲四百四十一。照畫句股。卽句九、股十二、弦十五。又每小目各加小井字。三其方邊。爲六十三。卽九其面積。爲三千九百六十九。照畫句股。則句二十七、股三十六、弦四十五。又每極小目各加極小井字。三其方邊。爲一百八十九。卽九其面積。爲三萬五千七百二十一。照畫句股。則句八十一、股一百零八、弦一百三十五矣。句股卽矩。周髀經曰。偃矩以望高。覆矩以測深。臥矩以知遠。今以方圓代之。理同而法更捷。並附用法於後。

句股說略

橫曰句。直曰股。斜爲弦。句股相減。曰句股較。句股相併。曰句股和。股弦之差。曰股弦較。句股之差。曰句股較。弦與句股併相減。曰弦和較。弦與句股差相減。曰弦較較。股弦相併。曰股弦和。句弦相併。曰句弦和。句股之差併弦。曰弦較和。句股弦併。曰弦和和。句股各自乘。相併。爲弦實。平方開之。得弦。股弦各自乘。相減。餘爲句實。平方開之。得句。句弦各自乘。相減。餘爲股實。平方開之。得股。倍弦實。減句股和。自乘。開其餘。得句股較。倍弦實。減句股較。自乘。開其餘。得句股和。併句弦。除股實。得句弦較。卽句弦差。以除股實。得句弦和。併股弦。除句實。得股弦較。卽股弦差。以除句實。得股弦和。自乘。減弦實。以弦較較除之。得弦較和。弦較和除之。得弦較較。句股差自乘。減弦實。弦和和除之。得弦和較。弦和較除之。得弦和和。以句乘股。爲實。併句股爲法。法如實而一。句股之容方也。以句乘股。倍之。爲實。句股弦併之。爲法。實如法而一。句股

容圓之徑也。容圓徑，卽弦和較也。若錯綜爲用，句加股弦較，卽弦較較，減股弦較，卽弦和較，加弦較和，卽股弦和，加句弦較，卽弦較和，減句弦較，卽弦和較，加弦較較，卽句弦和，句股較，加股弦較，卽句弦較，減股弦和，卽句弦和，句股和，加股弦較，卽句弦和，減股弦和，卽句弦較，句股較，加句股和，半之，爲股，句股和，減句股較，半之，爲句，股弦較，加股弦和，半之，爲弦，股弦和，減股弦較，半之，爲股，句弦較，加句弦和，半之，爲弦，句弦和，減句弦較，半之，爲句，弦和較，加弦和和，半之，爲和，弦和和，減弦和較，半之，爲弦，弦較和，加弦較和，半之，爲弦，弦較和，減弦較較，半之，爲較，句股相乘，以弦除之，卽正角之中垂線也。

楊輝算法凡六卷。田畝比類乘除捷法。分上下二卷。算法通變本末乘除通變算寶法。算取用本末合爲上中下三卷。續古摘奇算法。別爲一卷。舊無總名。儀徵阮相國元和李茂才俱目爲楊輝算法。今亦仍之。輝於算術。雖未可謂精深。而市肆間超徑等接之術。幾于採摭略盡。且其中開方演段之法。又足與秦道古書相發明。故續刊于其所著詳解九章之後。特寫本多殘闕脫譌。屬江陰宋君勉之爲之校覈。可補者補之。譌者改之。并作札記。雖非有所匡正。以誌校訂之不苟云爾。聞朝鮮國尙有傳本。見重刊算學啓蒙年朝鮮通奉大夫守全南道觀察使兼兵馬水軍節度使巡察使全州府尹金始振讓海內君子。儻能訪求校正。使闕者復完。則余且不憚重爲鳩工也。

道光二十二年壬寅孟夏既望上海郁松年識

乘第三數倍之。又乘第一數爲二差。第二數乘第四數倍之。第三數自乘相併。又乘第一數爲三差。第二數乘第五數倍之。第三數乘第四數倍之相併。又乘第一數爲四差。至單位下而止。

第八術

弦矢求弧田積

倍矢乘通弦三除之爲第一數正。矢自乘乘第一數。正弦竊除之五除之爲第二數正。矢自乘乘第二數。正弦竊除之一乘之七除之爲第三數負。矢自乘乘第三數。正弦竊除之三乘之九除之爲第四數正。矢自乘乘第四數。正弦竊除之五乘之十一除之爲第五數負。矢自乘乘第五數。正弦竊除之七乘之十三除之爲第六數正。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數。得所求弧田積。

第九術

通弦求弧田積

正弦自乘乘通弦半徑除之。三除之爲第一數。正弦自乘乘第一數。半徑竊除之一乘之。二除之。三乘之。五除之。爲第二數。正弦自乘乘第二數。半徑竊除之三乘之。四除之。五乘之。七除之。爲第三數。正弦自乘乘第三數。半徑竊除之五乘之。六除之。七乘之。九除之。爲第四數。正弦自乘乘第四數。半徑竊

一乘之十三除之爲第六數。順是以下皆如是遞求。至單位下。乃相併爲弧田積。

第十術

通弧求弧田積

通弧自乘。乘半弧。半徑除之。二除之。三除之。爲第一數。正。通弧自乘。乘第一數。半徑羈除之。四除之。五除之。爲第二數。負。通弧自乘。乘第二數。半徑羈除之。六除之。七除之。爲第三數。正。通弧自乘。乘第三數。半徑羈除之。八除之。九除之。爲第四數。負。順是以下皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得弧田積。

第十一術

截球弦矢求截球積

弦折半。即正自乘。三之。加矢羈。又以矢乘之。二而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。四分第四數之一。四十九乘之。八除之。九除之。爲第五數。順是以下皆如是遞求。至單位下。乃相併得截球積。

第十二術

截球矢求截球積

矢減圓半徑。又加圓徑。以矢自乘。乘之。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲截球積。

第十三術

截球弦求截球積

弦折半。即正自乘。復自乘。半徑除之。三之。四而一。爲第一數。正弦自乘。乘第一數。半徑竊除之。一乘之。二除之。四乘之。六除之。爲第二數。正弦自乘。乘第二數。半徑竊除之。三乘之。四除之。六乘之。八除之。爲第三數。正弦自乘。乘第三數。半徑竊除之。五乘之。六除之。八乘之。十除之。爲第四數。正弦自乘。乘第四數。半徑竊除之。七乘之。八除之。十乘之。十二除之。爲第五數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲第一數。四分又第一數之一。二除之。三除之。爲又第二數。四分又第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲又第三數。四分又第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲又第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併得截球積。

第十四術

截球腰鼓求積

腰徑自乘。三之。截高自乘。減之。又以截高乘之。四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲

第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得鼓形積。

第十五術

截球鼓形面徑截高求積

面徑自乘。三之。截高自乘。倍之。相併。乘截高。四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得鼓形積。

第十六術

圓內各形之一邊。求圓外各形之一邊。

圓內邊爲第一數。邊自乘。乘第一數。圓徑羈除之。一乘之。二除之。爲第二數。邊自乘。乘第二數。圓徑羈除之。三乘之。四除之。爲第三數。邊自乘。乘第三數。圓徑羈除之。五乘之。六除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。爲圓外邊。

第十七術

圓外各形之一邊。求圓內各形之一邊。

圓外邊爲第一數。正。邊自乘。乘第一數。圓徑羈除之。一乘之。二除之。爲第二數。負。邊自乘。乘第二數。

圓徑羈除之。三乘之。四除之。爲第三數。正。邊自乘。乘第三數。圓徑羈除之。五乘之。六除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求圓內邊。

第十八術

圓內幾等邊形積。求圓外同式形積。

圓內積爲第一數。倍積自乘。乘第一數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。一乘之。四除之。爲第二數。倍積自乘。乘第二數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。三乘之。六除之。爲第三數。倍積自乘。乘第三數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。五乘之。八除之。爲第四數。倍積自乘。乘第四數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。七乘之。十除之。爲第五數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得圓外同式形積。

第十九術

圓外幾等邊形積。求圓內同式形積。

圓外積爲第一數。正。積自乘。乘第一數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。爲第二數。負。積自乘。乘第二數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。爲第三數。正。積自乘。乘第三數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。爲第四數。負。積自乘。乘第四數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。爲第五數。正。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求圓內同式形積。

第二十術

圓內幾等邊形面積求圓面積。

圓內積爲第一數。倍積自乘。乘第一數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。二除之。三除之。爲第二數。倍積自乘。乘第二數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。倍積自乘。乘第三數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求圓面積。

第二十一術

圓外幾等邊形面積求圓面積

圓外積爲第一數。正。積自乘。乘第一數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。一乘之。三除之。爲第二數。負。積自乘。乘第二數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。三乘之。五除之。爲第三數。正。積自乘。乘第三數。半徑羈除之。邊數羈除之。半徑羈又除之。五乘之。七除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求圓面積。

測圓密率卷第三

第一術

有大弧矢求幾分弧之一小弧矢。

分母自乘以除矢爲第一數。分母自乘減一乘第一數又倍第一數乘之半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。分母自乘四之減一乘第二數又倍第一數乘之半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。分母自乘九之減一乘第三數又倍第一數乘之半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。順是以下皆如是遞求。至單位下乃相併得所求小弧矢。

第二術

有幾分弧之一小弧矢求大弧矢。

分母自乘乘矢爲第一數。正。分母自乘減一乘第一數倍矢乘之半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。負。分母自乘減四乘第二數倍矢乘之半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。正。分母自乘減九乘第三數倍矢乘之半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。負。順是以下皆如是遞求。至單位下乃併諸正數減諸負數得所求大弧矢。

此術以一二三四各數自乘與分母自乘相減減盡卽止無次數。

第三術

有大弧正弦。求幾分弧之一小弧正弦。

分母除正弦爲第一數。分母自乘減一乘第一數。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。二除之。三除之。爲第二數。分母自乘九之減一乘第二數。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。四除之。五除之。爲第三數。分母自乘二十五之減一乘第三數。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併得所求小弧正弦。

第四術

有幾分弧之一小弧正弦。求大弧正弦。

分母乘正弦爲第一數。正。分母自乘減一乘第一數。正。弦自乘乘之。半徑羈除之。二除之。三除之。爲第二數。負。分母自乘減九乘第二數。正。弦自乘乘之。半徑羈除之。四除之。五除之。爲第三數。正。分母自乘減二十五乘第三數。正。弦自乘乘之。半徑羈除之。六除之。七除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數。得所求大弧正弦。

此術以一三五七九各奇數自乘。與分母自乘相減。分母奇者減盡卽止。無次數。分母偶者不足減。卽反減。正負不復相問。

以上四術。本董方立氏。

第五術

有大弧正弦求幾分弧之一小弧矢。

分母除正弦得數。又自乘。半徑除之。二除之。爲第一數。分母自乘。四之。減一。乘第一數。又倍第一數。乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。分母自乘。十六之。減一。乘第二數。又倍第一數。乘之。半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。分母自乘。三十六之。減一。乘第三數。又倍第一數。乘之。半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求小弧矢。

第六術

有幾分弧之一小弧正弦求大弧矢。

正弦自乘。半徑除之。分母自乘。乘之。二除之。爲第一數。正。分母自乘。減四。乘第一數。正。弦自乘。乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。負。分母自乘。減十六。乘第二數。正。弦自乘。乘之。半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。正。分母自乘。減三十六。乘第三數。正。弦自乘。乘之。半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求大弧矢。

此術以二四六八十各偶數自乘。與分母自乘相減。分母偶者。減盡卽止。無次數。分母奇者。不足減。卽反減。爾後正負。皆相從。不相間。

第七術

有大弧矢求幾分弧之一小弧正弦。

分母自乘以除倍矢爲第一數。分母自乘減四乘第一數又以第一數乘之半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。分母自乘四之減四乘第二數又以第一數乘之半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。分母自乘九之減四乘第三數又以第一數乘之半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。順是以下皆如是。遞求至單位下乃相併乘半徑開平方得所求小弧正弦。

第八術

有幾分弧之一小弧矢求大弧正弦。

分母自乘乘倍矢爲第一數正。分母自乘四之減一乘第一數倍矢乘之半徑除之。三除之。四除之。爲第二數負。分母自乘四之減四乘第二數倍矢乘之半徑除之。五除之。六除之。爲第三數正。分母自乘四之減九乘第三數倍矢乘之半徑除之。七除之。八除之。爲第四數負。順是以下皆如是。遞求至單位下乃併諸正數減諸負數以半徑乘之開平方得所求大弧正弦。

此術以一二三四五各數自乘與分母自乘四之相減減盡即止無次數。

第九術

有大弧正切求幾分弧之一小弧正弦。

分母除正切爲第一數正。分母自乘倍之加一乘第一數又以第一數自乘乘之半徑幕除之。二除之。

三除之爲第二數負。分母自乘十八之加一乘第二數。又以第一數自乘乘之。半徑幕除之。減一差。見下。四除之。五除之。爲第三數正。分母自乘五十之加一乘第三數。又以第一數自乘乘之。半徑幕除之。減二差。見下。六除之。七除之。爲第四數負。分母自乘九十八之加一乘第四數。又以第一數自乘乘之。半徑幕除之。減三差。見下。八除之。九除之。爲第五數正。分母自乘一百六十二之加一乘第五數。又以第一數自乘乘之。半徑幕除之。減四差。見下。十除之。十一除之。爲第六數負。順是以下。皆是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數。得所求小弧正弦。

各減差求法

正切自乘得數復自乘。半徑幕除之。爲乘法。乘法乘第一數。半徑幕除之。一乘之。二乘之。爲一差。乘法乘第二數。半徑幕除之。三乘之。四乘之。爲二差。乘法乘第三數。半徑幕除之。五乘之。六乘之。爲三差。乘法乘第四數。半徑幕除之。七乘之。八乘之。爲四差。如是遞求至單位下而止。

第十術

有幾分弧之一小弧正切。求大弧正弦。

分母乘正切。爲第一數正。分母自乘加二乘第一數。正切自乘乘之。半徑幕除之。二除之。三除之。爲第二數負。分母自乘加十八乘第二數。減一差。見下。正切自乘乘之。半徑幕除之。四除之。五除之。爲第三數正。分母自乘加五十乘第三數。減二差。見下。正切自乘乘之。半徑幕除之。六除之。七除之。爲第四數。

負。分母自乘。加九十八。乘第四數。減三差。見下。正切自乘。乘之。半徑幕除之。八除之。九除之。爲第五數。
正。分母自乘。加一百六十二。乘第五數。減四差。見下。正切自乘。乘之。半徑幕除之。十除之。十一除之。爲第六數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求大弧正弦。

各減差求法

正切自乘。乘第一數。半徑幕除之。一乘之。二乘之。爲一差。正切自乘。乘第二數。半徑幕除之。三乘之。四乘之。爲二差。正切自乘。乘第三數。半徑幕除之。五乘之。六乘之。爲三差。正切自乘。乘第四數。半徑幕除之。七乘之。八乘之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十一術

有大弧正切。求幾分弧之一小弧矢。

正切自乘。半徑除之。分母幕除之。二除之。爲第一數。正。分母自乘。八之。加一。乘第一數。又倍第一數。乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。負。分母自乘。三十二之。加一。乘第二數。又倍第一數。乘之。半徑除之。減一差。見下。五除之。六除之。爲第三數。正。分母自乘。七十二之。加一。乘第三數。又倍第一數。乘之。半徑除之。減二差。見下。七除之。八除之。爲第四數。負。分母自乘。百二十八之。加一。乘第四數。又倍第一數。乘之。半徑除之。減三差。見下。九除之。十除之。爲第五數。正。分母自乘。二百之。加一。乘第五數。又倍第一數。乘之。半徑除之。減四差。見下。十一除之。十二除之。爲第六數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。

乃併諸正數減諸負數得所求小弧矢。

各減差求法

正切自乘得數。又自乘。半徑羈除之。爲乘法。乘法乘第一數。半徑羈除之。二乘之。三乘之。爲一差。
乘法乘第二數。半徑羈除之。四乘之。五乘之。爲二差。乘法乘第三數。半徑羈除之。六乘之。七乘之。爲三差。乘法乘第四數。半徑羈除之。八乘之。九乘之。爲四差。如是遞求至單位下而止。

第十二術

有幾分弧之一小弧正切求大弧矢。

分母乘正切得數。又自乘。半徑除之。二除之。爲第一數。正。分母自乘。加八乘第一數。正切自乘。乘之。半徑羈除之。三除之。四除之。爲第二數。負。分母自乘。加三十二乘第二數。減一差。見下。正切自乘。乘之。半徑羈除之。五除之。六除之。爲第三數。正。分母自乘。加七十二乘第三數。減二差。見下。正切自乘。乘之。半徑羈除之。七除之。八除之。爲第四數。負。分母自乘。加百二十八乘第四數。減三差。見下。正切自乘。乘之。半徑羈除之。九除之。十除之。爲第五數。正。分母自乘。加二百乘第五數。減四差。見下。正切自乘。乘之。半徑羈除之。十一除之。十二除之。爲第六數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求大弧矢。

各減差求法

正切自乘乘第一數半徑羈除之。二乘之。三乘之。爲一差。正切自乘乘第二數半徑羈除之。四乘之。五乘之。爲二差。正切自乘乘第三數半徑羈除之。六乘之。七乘之。爲三差。正切自乘乘第四數半徑羈除之。八乘之。九乘之。爲四差。如是遞求至單位下而止。

第十三術

有大弧正弦求幾分弧之一小弧正切。

分母除正弦爲第一數。分母自乘加二乘第一數。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。二除之。三除之。爲第二數。分母自乘九之加二乘第二數加一差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。四除之。五除之。爲第三數。分母自乘二十五之加二乘第三數加二差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。六除之。七除之。爲第四數。分母自乘四十九之加二乘第四數加三差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。八除之。九除之。爲第五數。分母自乘八十一之加二乘第五數加四差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑羈除之。十除之。十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求至單位下。乃相併得所求小弧正切。

各加差求法

第一數自乘再乘半徑羈除之。倍之。爲一差。第一數自乘乘第二數。三之。半徑羈除之。倍之。爲二差。第一數自乘乘第三數。第二數自乘乘第一數。相併。三之。半徑羈除之。倍之。爲三差。第一數

自乘乘第四數三之第一數乘第二數又乘第三數六之第二數自乘再乘相併半徑羈除之倍之爲四差。如是遞求至單位下而止。

第十四術

有幾分弧之一小弧正弦求大弧正切。

分母乘正弦爲第一數。分母自乘倍之加一乘第一數。正弦自乘乘之半徑羈除之。二除之。三除之。爲第二數。分母自乘倍之加九乘第二數加一差。見下。正弦自乘乘之半徑羈除之。四除之。五除之。爲第三數。分母自乘倍之加二十五乘第三數加二差。見下。正弦自乘乘之半徑羈除之。六除之。七除之。爲第四數。分母自乘倍之加四十九乘第四數加三差。見下。正弦自乘乘之半徑羈除之。八除之。九除之。爲第五數。分母自乘倍之加八十一乘第五數加四差。見下。正弦自乘乘之半徑羈除之。十除之。十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求至單位下。乃相併得所求大弧正切。

各加差求法

第一數自乘再乘半徑羈除之。倍之。分母自乘乘之爲一差。第一數自乘乘第二數三之半徑羈除之。倍之。分母自乘乘之爲二差。第一數自乘乘第三數第二數自乘乘第一數相併三之半徑羈除之。倍之。分母自乘乘之爲三差。第一數自乘乘第四數三之第一數乘第二數又乘第三數六之。第二數自乘再乘相併半徑羈除之。倍之。分母自乘乘之爲四差。如是遞求至單位下而止。

第十五術

有大弧矢求幾分弧之一小弧正切。

分母自乘。以除倍矢。爲第一數。分母自乘。加八。乘第一數。又以第一數乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。分母自乘。四之。加八。乘第二數。加一差。見下。第一數乘之。半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。分母自乘。九之。加八。乘第三數。加二差。見下。第一數乘之。半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。分母自乘。十六之。加八。乘第四數。加三差。見下。第一數乘之。半徑除之。九除之。十除之。爲第五數。分母自乘。二十五之。加八。乘第五數。加四差。見下。第一數乘之。半徑除之。十一除之。十二除之。爲第六數。分母自乘。以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。乘半徑。爲小弧正切之自乘。平方開之。得所求小弧正切。

各加差求法

第一數自乘。半徑除之。六之。爲一差。第一數乘第二數。倍之。半徑除之。六之。爲二差。第一數乘第三數。倍之。第二數自乘。相併。半徑除之。六之。爲三差。第一數乘第四數。第二數乘第二數。相併。倍之。半徑除之。六之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十六術

有幾分弧之一小弧矢。求大弧正切。

分母自乘。乘倍矢。爲第一數。分母自乘。八之。加一。乘第一數。倍矢乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第

二數。分母自乘。八之。加四。乘第二數。加一差。見下。倍矢乘之。半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。分母自乘。八之。加九。乘第三數。加二差。見下。倍矢乘之。半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。分母自乘。八之。加十六。乘第四數。加三差。見下。倍矢乘之。半徑除之。九除之。十除之。爲第五數。分母自乘。八之。加二十五。乘第五數。加四差。見下。倍矢乘之。半徑除之。十一除之。十二除之。爲第六數。順是以下。皆如是。遞求至單位下。乃相併。乘半徑。爲大弧正切之自乘。平方開之。得所求大弧正切。

各加差求法

第一數自乘。半徑除之。分母自乘。乘之。六之。爲一差。第一數乘第二數。倍之。半徑除之。分母自乘。乘之。六之。爲二差。第一數乘第三數。倍之。第二數自乘。相併。半徑除之。分母自乘。乘之。六之。爲三差。第一數乘第四數。第二數乘第三數。相併。倍之。半徑除之。分母自乘。乘之。六之。爲四差。如是。遞求至單位下而止。

第十七術

有大弧正切。求幾分弧之一小弧正切。

分母除正切。爲第一數。正。分母自乘。減一。乘第一數。又以第一數自乘。乘之。半徑除之。三除之。爲第二數。負。分母自乘。三之。減二。乘第二數。又以第一數自乘。乘之。半徑除之。五除之。爲第三數。正。分母自乘。五之。減二。乘第三數。又以第一數自乘。乘之。減一差。見下。半徑除之。七除之。爲第四數。負。分

母自乘七之減二乘第四數又以第一數自乘乘之減二差見下半徑羈除之九除之爲第五數正分母自乘九之減二乘第五數又以第一數自乘乘之減三差見下半徑羈除之十一除之爲第六數負順是以下皆如是遞求至單位下乃併諸正數減諸負數得所求小弧正切

各減差求法

第二數自乘乘第一數爲一差 第二數乘第三數倍之又乘第一數爲二差 第二數乘第四數倍之第三數自乘相併又乘第一數爲三差 第二數乘第五數第三數乘第四數相併倍之又乘第一數爲四差 如是遞求單位下而止

第十八術

有幾分弧之一小弧正切求大弧正切

分母乘正切爲第一數 分母自乘減一乘第一數正切自乘乘之半徑羈除之三除之爲第二數 分母自乘倍之減三乘第二數正切自乘乘之半徑羈除之五除之爲第三數 分母自乘倍之減五乘第三數正切自乘乘之加一差見下半徑羈除之七除之爲第四數 分母自乘倍之減七乘第四數正切自乘乘之加二差見下半徑羈除之九除之爲第五數 分母自乘倍之減九乘第五數正切自乘乘之加三差見下半徑羈除之十一除之爲第六數 順是以下皆如是遞求至單位下乃相併得所求大弧正切

各加差求法

第二數自乘，乘第一數，爲一差。第二數乘第三數，倍之，又乘第一數，爲二差。第二數乘第四數，倍之。第三數自乘，相併，又乘第一數，爲三差。第二數乘第五數，第三數乘第四數，相併，倍之，又乘第一數，爲四差。如是遞求，至單位下而止。

橢圓正術

新法盈縮遲疾。皆以橢圓立算。而取徑紆回。布算繁重。且皆係借算。非正術也。茲編法歸簡易。得數較密。于用對數爲尤便。

第一術

以角求積

設有實引角若干度。求橢圓面積。爲平引。

求借角

所有率 半徑加兩心差。 半徑減兩心差。

所求率 半徑減兩心差。 半徑加兩心差。

今有數 盈曆半實引正切。 縮曆半實引正切。

求得數 半借角正切。 半借角正切。

半借角度。與半實引角度相減。得半較角。

求借積

所有率 兩心差。

所求率 小半徑。

今有數 半較角正切。

求得數 借積度正弦。盈初縮末內弧。縮初盈末外弧。

求積差

所有率 半徑。

所求率 借積度正弦。

今有數 盈縮大差度。兩心差乘半周天度以圍周率除之得盈縮大差度。

求得數 積差度。

積差度加減借積度。盈減縮加得橢圓面積度。

第二術

以積求角

設有平引面積若干度求實引角度。

求借角

所有率 半徑減兩心差。 半徑加兩心差。

所求率 半徑加兩心差。 半徑減兩心差。

今有數 盈曆半平引正切。 縮曆半平引正切。

求得數 半借角正切。 半借角正切。

半借角度。與半平引度相減。得半較角。倍之為較角。

求借積

所有率 兩心差。

所求率 小半徑。

今有數 半較角正切。

求得數 借積度正弦。盈初縮末內弧。縮初盈末外弧。

求積較

所有率 半徑。

所求率 借積度正弦。

今有數 盈縮大差度。

求得數 借積差度。

借積度。加減借積差度。盈減。縮加。與平引相減。得積較。平引大則正。小則負。

求借邊

所有率 較角正弦。

所求率 平引正弦。

今有數 倍兩心差。

求得數 借邊。

求實引角

所有率 借邊自乘。

所求率 大半徑乘小半徑。

今有數 積較。

求得數 角較度。

角較度。加減借角度。積較正則減得實引角。

遲疾曆補法

求月孛差

所有率 最大兩心差。

所求率 最小兩心差。

今有數 月孛距日正切。

求得數 半較角正切。

月孛距日。減半較角。得月孛差。

月孛差。加減月引。得平引。

求兩心差

所有率 月孛差正弦。

所求率 月孛距日倍度正弦。

今有數 大兩心差半較。

求得數 兩心差。

以兩心差為餘弦。求其正弦。為小半徑。乃依前法求之。

日躔用對數法

以兩心差為餘弦。檢表得度。取其正弦對數。即小半徑對數與餘弦對數。即兩心差對數相減。為第一對數較。

又半其度。取正切餘切兩對數相減。為第二對數較。

半徑對數。減兩心差對數。又減真數四之對數。為第三對數較。

圓周率對數。減半象限。十六萬二千秒對數。加第三對數較。為第四對數較。

第一對數較。加第三對數較。為第五對數較。

以角求積

半實引度正切對數。加減第二對數較。益減檢正切對數表。得度。與半實引度相減。得半較角。

半較角正切對數。加第一對數較。檢正弦對數表。得借積度。益初縮末內弧

借積度正弦對數。減第四對數較。檢對數表。得積差。加減借積度。益減得平引積度。

以積求角

半平引度正切對數。加減第二對數較。縮減檢正切對數表。得半借角。倍之為借角。

半借角與半平引度相減。得半較角。倍之為較角。

半較角正切對數。加第一對數較。檢正弦對數表。得借積度。益初縮末內弧

借積度正弦對數。減第四對數較。檢對數表。得借積差。

借積差加減借積度。縮加與平引相減。得積較。平引大則正小則負

平引度正弦對數。減較角正弦對數。餘倍之。又減積較對數。餘以轉減第五對數較。檢對數表。得角

較秒。角較秒加減借角。積較正則加負則減得實引角。

半實引角正切對數。加減第二對數較。益減檢正切對數表。得度。倍之。為借角。與實引角相減。為較

角。

兩心差對數。加真數二之對數。又加借角正弦對數。內減較角正弦對數。得日距地心對數。

月離用對數法

最大兩心差對數內減最小兩心差對數爲第一對數較。

圓周率對數加半徑對數內減半周天對數爲第二對數較。

半徑對數內減真數四之對數爲第三對數較。

月孛距日正切對數內減第一對數較得半較角正切對數。

月孛距日減半較角得月孛差。

月孛差加減月引孛距日過象限得平引半之爲半平引度。

倍月孛距日正弦對數加兩心差半較對數內減月孛差正弦對數得兩心差對數。

以兩心差對數檢餘弦對數表得度半之爲半弧。

又檢其正弦對數內減兩心差對數爲第四對數較。

半弧之正弦餘弦兩對數相減倍之爲第五對數較。

以兩心差對數減第二對數較爲第六對數較。

第三對數較加第四對數較減兩心差對數爲第七對數較。

半平引度正切對數加減第五對數較疾加檢正切對數表得半借角度倍之爲借角。

半借角與半平引度相減得半較角倍之爲較角。

半較角正切對數。加第四對數較。檢正弦對數表。得借積度。疾初遲末內弧。遲初疾末外弧。

借積度。正弦對數。減第六對數較。檢對數表。得借積差秒。

借積差秒。加減借積度。疾減。遲加。與平引相減。得積較。平引大則正。小則負。

平引度。正弦對數。減較角。正弦對數。餘倍之。又減積較對數。餘以轉減第七對數較。檢對數表。得角

較秒。角較秒。加減借角。積較正則加。負則減。得實引角。半之。為半實引角。

半實引角。正切對數。加減第五對數較。疾減。遲加。檢正切對數表。得度。倍之。為借角。與實引角相減。為較

角。

兩心差對數。加真數二之對數。又加借角。正弦對數。內減較角。正弦對數。得月距地心對數。

依後編法。求諸用數于後。

圓周率對數。一〇四九七一四九八七二七。

周率對。六十四萬八千秒。

切對數。〇五八一。一五七五。〇〇五九。

四對數。〇〇六〇。二〇五九。九九一三。

半象限。十六萬二千秒。

對數。〇五二〇。九五。一五〇一四五。

日躔

八十九度一分五十四秒。

正弦對數○九九九九三三七九七三○即小徑半徑

餘弦對數○八二二七八八一四五三○即兩心差

半弧四十四度三十分五十七秒。

正弦對數○九九九二六五九八一

餘切對數一○○○七三四○一八八九

第一對數較○一七七二○五六八二七七

第二對數較○〇〇一四六八○三七七八

第三對數較○一一七〇〇五八八六三四

第四對數較○六四五七六九三七二一六

第五對數較○二九四二一一五六九一一

月離

最大兩心差對數○八八二四六五八二六七四

最小兩心差對數○八六三六六七九二五一四

兩心差半較對數。○八○六九三三五三四四五。

第一對數較。○一八七七九〇一六〇。

第二對數較。一四六八五五七四八六六八。

第三對數較。○九三九七九四〇〇〇八七。

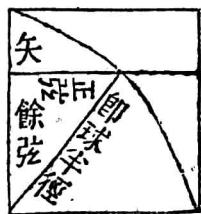
截球解義

幾何原本謂球與同徑同高之圓困。其外面皮積等。截球與截圓困同高。則截圓困皮積亦等。而不直。挾其所以然。遍檢梅氏諸書。亦未能明釋之也。蓄疑於心。久矣。近讀李淳風九章注。乃得其解。因釋之。以告同志。雖然。以戴東原之善讀古書。而猶謂淳風此注。當有脫誤。甚矣。索解人之難也。今釋幾何原本。而淳風之注。因是以明。蓋淳風用方。今用圓。其理則無二也。述截球解義。

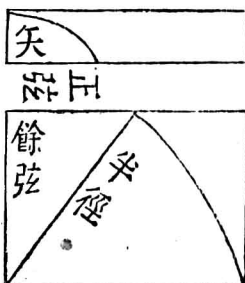
設如徑與高等之圓困。內容同徑之圓球。此球必居圓困三分之二。何以明之。試將圓困橫切爲二。則爲扁圓困。內容半圓球。又將扁圓困。十字直切爲四。則爲圓困八分之一。內亦容圓球八分之一。此圓困上下兩平面。俱爲圓之一象限。其外之圓立面。爲困外面皮八分之一。其湊心兩直立面。本屬困之半徑乘半高。即球之半徑自乘。因球在困內。球殼因直切處。切成一象限。是爲球半徑。內容一象限。爲此體之湊心立面各一。



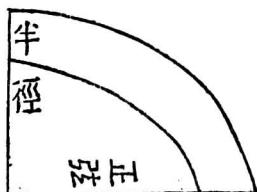
于此立面。任意橫截。則皆有正弦。有餘弦。有矢。有半徑。



于此體
橫切之。
去其上
截則高
為餘弦。



下半截
上面截
成兩象
限一大
一小。



此下半截上下兩平行面仍為圓之一象限。而上面一象限。因有球殼在內。界成一象限。其半徑。即所截之正弦。正弦者。句也。餘弦者。股也。半徑者。弦也。以句為半徑。作一象限。以股為半徑。作一象限。兩象限相併。作一大象限。必以弦為半徑。句方。股方。併為弦方。句圓。股圓。亦併為弦圓。句象限。股象限。亦併為弦象限。以方圓比例推之。其理易見。

然則截體上面之大象限。環積等。內減球殼所界之小象限。正弦句所餘環積。必與餘弦股所作小象限。餘弦股。等矣。限為半徑。

立面一象限。自高而下。所截餘弦。至不齊也。上面大象限。減小象限之環積。亦至不齊也。而餘弦為半徑。作象限。必與此環積等。此環積。總為弦上象限之較。此無高無下。無次乘第四數。仍其正負。列之為表根。

初表各數。正加負減。得五十七度十七分四十五秒正矢。表根各數。正加負減。得十度正矢。

求全表招差術曰。六十度以內二萬一千六百弧。任指一弧自乘。爲實。十度自乘。爲法。除之。得數。爲乘法。乃置表根。一次乘第一數。二次乘第二數。三次乘第三數。四次乘第四數。依正。減。爲一弧正矢。全表各弧。皆依此術次第求之。六十度以外之弧。減去六十度。餘爲小弧。又以小弧轉減六十度。餘爲中弧。小弧矢加半徑。減去中弧矢。得大弧矢。次第列入全表。

十分弧之一 第一數降二位。第二數降四位。第三數降六位。第四數降八位。依正負併減。

百分弧之一 第一數降四位。第二數降八位。第三數降十二位。第四數降十六位。依正負併減。

千分弧之一 第一數降六位。第二數降十二位。第三數降十八位。第四數降二十四位。依正負併減。

二分弧之一 四除第一數。十六除第二數。六十四除第三數。二百五十六除第四數。除法遞進以四。

三分弧之一 九除第一數。八十一除第二數。七百二十九除第三數。六千五百六十一除第四數。除

法。

夫困之求積。以困之外面皮積爲底。以半徑爲高。作立方。爲困之兩倍。球之求積。以球之外面皮積爲底。以半徑爲高。作立方。爲球之三倍。今既知球之三倍困之兩倍爲相等。則兩立方等矣。又知兩立方之高。同以半徑爲高。則其底亦必等矣。

是故球之外面皮積。與困外面皮積必等。

是故球之中腰大圈乘圓徑。卽球之外面皮積。

再就前截體觀之。以球心爲心。依球殼所截上面小象限弧爲界。以半徑周遭割之。剝出一象限錐。此錐以小象限爲底。此象限以正弦爲半徑。以餘弦爲高。是爲內錐。

再依前法。將截球殼外圓困所多之積割出。準前論。知此亦爲一象限錐。此錐以大象限爲底。球半徑。小象限

爲高。即原錐。而以大象限爲底。即原錐。此錐必爲原截體三分之一。上下兩面平行。體與錐體同。而所餘者必爲三分之二矣。

圓困既剝去內錐。割去外錐。則所餘爲圓球截積。空中如碗外面。則上小下大。必居圓困三分之二。

求圓困截積者。困外面皮截積爲底。半徑爲高。作立方。爲截困之倍積。求圓球截積者。球外面皮截積爲

底。半徑爲高。作立方。爲截球之三倍積。今既知截困與截球。若三與二。則截困兩倍之立方。與截球三倍

之立方。亦必等矣。又知立方之高。爲相等之半徑。則其底亦不得等矣。

是故截球之外面皮積。與截困之外面皮積必等。

是故截球餘弦高乘球之中周大圈。即截球之外面皮截積。

全球之外面皮積。即圓徑乘周也。半球之外面皮積。即半徑乘周也。截球之外面皮積。即餘弦乘周也。上

截球蓋之外面皮積。即矢乘周。

球徑求積術

徑自乘再乘半之爲第一數。四分第一數之一。又二分去一。三八第三爲第二數。四分第二數之一。又四分去一。五分去二爲第三數。四分第三數之一。又六分去爲第四數。四分第四數之一。又八分去一。九分去二爲第五數。諸數相併卽球積。

球徑求球殼積術

徑自乘三之爲第一數。四分第一數之一。又二分去一。三分去二爲第二數。四分第二數之一。又四分去一。五分去二爲第三數。諸數相併卽球外面皮積。

截球餘弦求截球積術

識別得餘弦乘周。又乘半徑爲截球碗積之三倍。半徑自乘內減餘弦自乘。餘爲正弦自乘。求其圓面。又乘餘弦爲截球內錐之三倍。兩積相併爲截球積。

半徑自乘三之內減餘弦自乘。又以餘弦乘之爲第一數。四分第一數之一。又二分去一。三分去二爲第二數。四分第二數之一。又四分去一。五分去二爲第三數。諸數相併爲截球積。

截球矢求截球上蓋積

識別得矢乘周。又乘半徑爲錐積之三倍。矢乘矢徑差爲正弦。求其圓面。乘餘弦爲內錐之三倍。兩錐相減餘爲蓋積。

矢減半徑。又加全徑。以矢自乘乘之爲第一數。四分第一數之一。又二分去一。三分去二爲第二數。

四分第二數之一。又四分去一。五分去二。爲第三數。諸數相併。爲截球上蓋積。

附錄橢圓求周術

橢圓求周。無法可馭。借平圓周求之。則有三術。以表爲徑。求大圓周。及周較。相減。此項梅侶氏之術也。以廣爲徑。求小圓周。及周較。相加。此戴鄂士氏之術也。余亦悟得一術。以橢周爲圓周。求其徑。以求周。卽爲橢圓之周。術更直捷。兼可貫三術爲一術。如後方。

堆垛術曰。一爲第一數。一乘三乘第一數。四除之。爲第二數。三乘五乘第二數。九除之。爲第三數。五乘七乘第三數。十六除之。爲第四數。七乘九乘第四數。二十五除之。爲第五數。九乘十一乘第五數。三十六除之。爲第六數。依次列之。爲初表。

招差術曰。廣表各自乘。相減。四而一。爲乘法。一次乘初表第一數。二次乘第二數。三次乘第三數。四次乘第四數。五次乘第五數。六次乘第六數。仍依次列之。爲表根。

招差又術曰。以表爲除法。一次除表根第一數。三次除第二數。五次除第三數。七次除第四數。九次除第五數。十一次除第六數。相併。爲表徑較。以減表。爲借圓徑。

堆垛又術曰。三因借圓徑。爲第一數。四分第一數之一。二分去一。三分去二。爲第二數。四分第二數之一。四分去一。五分去二。爲第三數。因借圓第三數之一。六分去一。七分去二。爲第四數。四分第四數之一。八分去一。九分去二。爲第五數。四分第五數之一。十分去一。十一分去二。爲第六數。遞求至若

千位相併爲橢圓周。

右術分四層。卽用項氏術變通得之。其圖說之詳。已見項氏書中。茲不復贅。若用戴氏術通之前後三層。均如舊。惟第三層不同。如下。

招差又術曰。以廣爲除法。一次除表根第一數。正。三次除第二數。負。五次除第三數。正。七次除第四數。負。九次除第五數。正。十一次除第六數。負。遞求至若干位。正數相併。內減負數。餘爲廣徑較。以加廣。亦爲借圓徑。

此卽戴氏術變通得之。餘三層皆同前。

若移第四層爲第一層。先以表求大圓周。或以廣求小圓周。後依初表表根及招差又術。各得周較。加減所得並同。卽項戴二君術也。

弧三角拾遺

第一術

知相對之弧角及又一角。

求對角之弧術曰。各取正弦。以今有術入之。

所有率 對所知弧之角正弦

所求率 對所知角之弧正弦

今有數 對所求弧之角正弦

求得數 所求之弧正弦

求得之正弦係內弧外弧同用之數。其內外兩弧皆可為對角之弧。成弧三角者二。

知相對之弧角及又一弧。

求對弧之角術曰。各取正弦。以今有術入之。

所有率 對所知角之弧正弦

所求率 對所知弧之角正弦

今有數 對所求角之弧正弦

求得數 所求之角正弦

求得內角外角共用一正弦。皆可爲對弧之角。成弧三角形者二。

求兩弧三角形之餘角餘弧術曰。任以一形之兩弧相加。半之。曰半總弧。相減。半之。曰半存弧。兩角相併。半之。曰半和角。相減。半之。曰半較角。各取其正弦正切。互以今有術入之。得兩餘弧兩餘角之正切餘切。

所有率 半較角正弦 半和角正弦

所求率 半和角正弦 半較角正弦

今有數 半存弧正切 半總弧正切

求得數 半餘弧正切 又形半餘弧正切

所有率 半存弧正弦 半總弧正弦

所求率 半總弧正弦 半存弧正弦

今有數 半較角正切 半和角正切

求得數 半餘角餘切 又形半餘角正切

第二術之一

知一角及角旁兩弧。

求對兩弧之兩角術曰。兩弧相加。半之。曰半總弧。相減。半之。曰半存弧。各取其正弦餘弦與半角之餘切。以今有術入之。得兩角半較半和之正切。

所有率 半總弧正弦 半總弧餘弦

所求率 半存弧正弦 半較弧餘弦

今有數 半夾角餘切 半夾角餘切

求得數 半較角正切 半和角正切

半較半和相加。得對大弧之角。相減。得對小弧之角。求對角之弧術曰。既得半和角半較角。任取其正弦餘弦與半總弧半存弧之正切。以今有術入之。得對弧之正切。

所有率 半較角正弦 半較角餘弦

所求率 半和角正弦 半和角餘弦

今有數 半存弧正切 半總弧正切

求得數 半對弧正切 半對弧正切

第二術之一又法

知一角及角旁兩弧。

任以一弧一角求分弧術曰。如正弧三角法。

所有率 圓半徑

所求率 所知之角餘弦

今有數 所用之弧正切

求得數 分弧正切

既得分弧與餘一弧相減得較弧。

求對角之弧及對弧之角術曰分弧較弧之正弦餘弦與兩弧之餘弦兩角之餘切皆以今有術入之。

所有率 分弧正弦 分弧餘弦

所求率 較弧正弦 較弧餘弦

今有數 原所知角餘切 原所用弧餘弦

求得數 對弧之角餘切 對角之弧餘弦

第二術之二

知一弧及弧端兩角。

求對兩角之兩弧術曰兩角相併半之曰半和角相減半之曰半較角各取其正弦餘弦與半弧之正切以今有術入之得兩弧之半總弧半存弧正切。

所有率 半和角正弦 半和角餘弦

所求率 半較角正弦 半較角餘弦

今有數 半弧正切 半弦正切

求得數 半存弧正切 半總弧正切

半存弧半總弧相加得對大角之弧相減得對小角之弧

求對弧之角術曰既得半存弧半總弧任取其正弦餘弦與半和角半較角之正切以今有術入之得對弧之角餘切

所有率 半存弧正弦 半存弧餘弦

所求率 半總弧正弦 半總弧餘弦

今有數 半較角正切 半和角正切

求得數 半對角餘切 半對角餘切

第二術之二又法

知一弧及弧端兩角

任以一角一弧求分角術曰如正弧三角法

所有率 弧餘弦

所求率 圓半徑

今有數 所用之角餘切

求得數 分角正切

既得分角與餘一角相減得較角。

求對所用角之弧及對弧之角術曰分角較角之正弦餘弦與兩角之餘弦兩弧之餘切皆以今有術入之。

所有率 分角正弦 分角餘弦

所求率 較角正弦 較角餘弦

今有數 原所用角餘弦 原所知弧餘切

求得數 對弧之角餘弦 所求之弧餘切

第三術之一

知三弧求三角。

三弧相併半之曰三弧半總。副置之減大弧得大弧較度。副置三弧半總減次弧得次弧較度。又副置

三弧半總減小弧得小弧較度。各取正弦以今有術分別入之。相乘 弧之角。

所有率 小弧正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 小弧餘割相乘

今有數 小弧較度 正弦相乘

求得數 半大角 正弦自乘

所有率 小弧 正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 小弧餘割相乘

今有數 三弧半總 大弧較度 正弦相乘

求得數 半大角餘弦自乘

求對次弧之角

所有率 大弧 正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 大弧餘割相乘

今有數 大弧較度 正弦相乘

求得數 半次角 正弦自乘

所有率 小弧 正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 大弧餘割相乘

今有數 三弧半總 次弧較度 正弦相乘

求得數 半次角餘弦自乘

求對小弧之角

所有率 大弧正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 大弧餘割相乘

今有數 大弧較度正弦相乘

求得數 半小角正弦自乘

所有率 大弧正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 大角餘割相乘

今有數 三弧半總 小弧較度 正弦相乘

求得數 半小角餘弦自乘

第三術之二

知三角求三弧

三角相併半之為三角半和副置之減大角得大角較度副置三角半和減次角得次角較度副置三角半和減小角得小角較度各取餘弦分別相乘以今有術入之

求對大角之弧

所有率 次小角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘

今有數 小角較度餘弦相乘

求得數 半大弧餘弦自乘

所有率 小角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘

今有數 三角中和 餘弦相乘

求得數 半大弧正弦自乘

求對次角之弧。

所有率 大角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘

今有數 大角較度餘弦相乘

求得數 半大弧餘弦自乘

所有率 小角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘

今有數 三角中和 餘弦相乘

求得數 半次弧正弦自乘

求對小角之弧。

所有率 次大角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 次大角餘割相乘

今有數 次大角較度餘弦相乘

求得數 半小弧餘弦自乘

所有率 次大角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 次大角餘割相乘

今有數 三角半和 餘弦相乘

求得數 半小弧正弦自乘

以上各術皆可用對數以加減代乘除以加倍代自乘以折半代開方以所有率所求率之對數較加減今有數之對數即求得數之對數比之舊術簡易數倍。

朔食九服里差目錄

上卷

辨食限

求定朔

求實朔

求實朔定時

求食甚中準

求食甚中準見食最深州郡里差

求食甚中準見食幾分各州郡里差

求朔時見食最深州郡里差

求朔前後幾刻見食最深州郡里差

求午正見食最深州郡里差

求某時刻見食最深州郡里差

求極高若干度見食最深州郡里差

勝民義齋算學 朔食九服里差 目錄

二月小餘五五六一一七八以上。

三月小餘三一二七〇七一八以下。

二求定朔

朔算

積月內減入食限之月算。下求則加。為朔算。望算則更減半算。

平朔

置朔實二十九日五三〇五九以朔算乘之內減朔應四日九五〇九四九。下求則加。滿紀法去之。又與紀法六十日相減。必相減。餘命甲子算外。其小餘以刻法九十六乘之。即得平朔時刻。

平朔日引

置日引朔策十萬〇四千七百七十九秒一五九九七七以朔算乘之內減日引應十七萬〇七百一十三秒一六六六六。下求則加。滿周天棄之。即得。

平朔日均

依橢圓正術求之。

平朔月引

置月引朔策九萬二千九百四十秒四一二四四二五以朔算乘之內減月引應一百〇一萬六千五百〇〇秒四三三三三。下求則加。滿周天棄之。即得。

平朔月均

依橢圓正術求之。

距弧

兩均同名相減。異名相加。即得。

定朔日引

置萬分之八百〇八分四八一以距弧乘之。加減平朔日引。即得。

定朔月引 置萬分之一萬〇七百一十七分一三二八以距弧乘之加減平朔月引即得。

定朔日均

定朔月均

定朔距弧 並同上法。

交周差 置萬分之八百五十一分九五九二九以定朔距弧乘之即得。

正交平均 置萬分之八百一十七分四四以定朔日均乘之即得。

實交周 置交周期策一十一萬〇四百一十三秒九二四四以朔算乘之滿周天棄之餘以減交周

應二十四萬五千〇七十一秒五九二八九下求則加又以交周差加減之又以正交平均加減之。又以定朔月均加減之即得。

月距交 實交周不及半周為陰曆過半周者去半周為陽曆又視陰陽曆不及象限為交後過象限

者以減半周為交前入的食限者必食

的食限開後。

陰曆六萬二千八百四十五秒以內。

陽曆二萬一千六百〇五秒以內。

附望食限不問陰陽曆恆視月距交四萬一千七百六十九秒以內為的食限。

四刻日行 用定朔日引檢太陽實行表

四刻月行 用定朔月引檢太陰實行表

定朔時 兩實行相減爲一率。四刻爲二率。定朔距弧爲三率。求得四率。爲定朔距時。用加減平朔時

刻。卽得。

三求實朔舊名食甚用時

距交等角 月距交餘弦爲一率。半徑爲二率。半黃白大距餘切爲三率。求得距交等角正切。

日月相距 距交等角正弦爲一率。月距交正弦爲二率。黃白大距正弦爲三率。求得日月相距正弦。

實行總較 四刻日行與四刻月行相加爲總。相減爲較。

斜距白道交角 實行總爲一率。實行較爲二率。半黃白大距餘切爲三率。求得差角餘切。差角內減半

黃白大距。卽得。

兩經斜距 斜距白道交角正弦爲一率。黃白大距正弦爲二率。四刻日行爲三率。求得兩經斜距

角較 距交等角內減斜距白道交角。卽得。

朔月距日 半徑爲一率。角較正弦爲二率。日月相距爲三率。求得朔月距日。

實朔距弧 半徑爲一率。角較餘弦爲二率。日月相距爲三率。求得實朔距弧。

實朔時 兩經斜距爲一率。四刻爲二率。實朔距弧爲三率。求得實朔距時。加減定朔時刻。得實朔時。

四求實朔定時

實朔日躔

實朔日赤道經度

實朔日距北極

黃亦二經交角

赤白二經交角

實朔日距地

日半徑

實朔月離

實朔月距地

月半徑

併徑

地平高下差

均數時差

升度時差

實朔定時 並同舊法。

五求食甚中準

戴極高下差 半徑爲一率。日距北極之正弦爲二率。地平高下差爲三率。求得戴極高下差。

戴極見食甚距弧 半徑爲一率。戴極高下差爲二率。赤白二經交角正弦爲三率。求得戴極見食甚距弧。

戴極食甚時 兩經斜距爲一率。四刻爲二率。戴極見食甚距弧爲三率。求得食甚中準距朔時分。

六求食甚中準見食最深州郡里差

白經高弧交角 朔月距日爲一率。戴極見食甚距弧爲二率。半徑爲三率。求得白經高弧交角正切。

高下差 白經高弧交角餘弦爲一率。半徑爲二率。朔月距日爲三率。求得高下差。

日距天頂 地平高下差爲一率。高下差爲二率。半徑爲三率。求得日距天頂正弦。

赤經高弧交角 白經高弧交角加減赤白二經交角。即得。

半總半存弧 日距北極與日距天頂相加。半之爲半總弧。相減。半之爲半存弧。

距午赤道度 半總弧正弦爲一率。半存弧正弦爲二率。半赤經高弧交角餘切爲三率。求得半較角正切。

半總弧餘弦爲一率。半存弧餘弦爲二率。半赤經高弧交角餘切爲三率。求得半和角正切。

半和角內減半較角。即得。

食甚時 距午赤道度變時加減半日即得。

朔時 食甚中準距朔時分加減食甚時即得。

偏東西度 朔時與實朔定時相減得較變度即得。

北極出地度 距午赤道度正弦爲一率。日距天頂正弦爲二率。赤經高弧交角正弦爲三率。求得北極出地餘弦。

七求食甚中準見食幾分各州郡里差

南北差 十分日全徑之幾減併徑。又加減朔月距日即得。

白經高弧交角 南北差爲一率。戴極見食甚距弧爲二率。半徑爲三率。求得白經高弧交角正切。

高下差 白經高弧交角餘弦爲一率。半徑爲二率。南北差爲三率。求得高下差。

日距天頂

赤經高弧交角

距午赤道度

偏東西度

北極出地度 並同第六術。

八求朔時見食最深州郡里差

日距天頂 地平高下差爲一率。朔月距日爲二率。半徑爲三率。求得日距天頂正弦。

半總半存弧 同第六術。

距午赤道度 半總弧正弦爲一率。半存弧正弦爲二率。半赤白二經交角餘切爲三率。求得半較角正

切。半總弧餘弦爲一率。半存弧餘弦爲二率。半赤白二經交角餘切爲三率。求得半和角

正切。半和角內減半較角。卽得。

食甚時朔時

偏東西度 並同第六術。

北極出地度 距午赤道度正弦爲一率。日距天頂正弦爲二率。赤白二經交角正弦爲三率。求得北極

出地餘弧。

九求朔前後幾刻見食最深州郡里差

九服見食甚總距 地平高下差爲弦。朔月距日爲股。求得句。倍之。得九服見食甚總距。

九服見食甚總時 兩經斜距爲一率。四刻爲二率。九服見食甚總距爲三率。求得九服見食甚總時。逐

逐刻求之如下諸法。

幾刻距弧 四刻爲一率。兩經斜距爲二率。幾刻爲三率。求得幾刻距弧。

對距弧角 朔月距日爲一率。幾刻距弧爲二率。半徑爲三率。求得對距弧角正切。

幾刻月距日 對距弧角餘弦爲一率。半徑爲二率。朔月距日爲三率。求得幾刻月距日。
日距天頂 地平高下差爲一率。幾刻月距日爲二率。半徑爲三率。求得日距天頂正弦。
赤經高弧交角 對距弧角。加減赤白二經交角。卽得。

距午赤道度

食甚時

並同第六術。

朔時

食甚時。加減遲早幾刻。卽得。

偏東西度

北極出地度 並同第六術。

十求午正見食最深州郡里差

距弧

半徑爲一率。赤白二經交角正切爲二率。朔月距日爲三率。求得午正距朔弧。

日距天頂

地平高下差爲一率。赤白二經交角正割爲二率。朔月距日爲三率。求得日距天頂正弦。

北極出地度

日距天頂。加象限。減日距北極。卽得。

距朔時

兩徑斜距爲一率。四刻爲二率。距弧爲三率。求得距朔時。

朔時

距朔時。加減半日。得朔時。

偏東西度

朔時。與實朔定時相減。得較。變度。卽得。

十一求某時刻見食最深州郡里差

對距弧用角 赤白二經交角正弦爲一率。赤道緯度日距北極減象限之餘度正切爲二率。半徑爲三率。求得對距

弧用角餘切。

時刻加減角 赤道緯度正弦爲一率。赤白二經交角正切爲二率。半徑爲三率。求得時刻加減角正切。

借弧 半徑爲一率。赤道緯度餘弦爲二率。赤白正經交角餘弦爲三率。求得借弧餘弦。

借角 所設時刻變赤道度與時刻加減角相加朔卽得。

白經截弧 地平高下差爲一率。朔月距日爲二率。半徑爲三率。求得白經截弧餘弦。

對借弧角 白經截弧正弦爲一率。借角正弦爲二率。借弧正弦爲三率。求得對借弧角正弦。

半和半較角 借角與對借弧角相加半之爲半和角。相減半之爲半較角。

半存弧 借弧與白經截弧相減半之爲半存弧。

北極出地度 半較角正弦爲一率。半和角正弦爲二率。半存弧正切爲三率。求得半北極出地度餘切。

對距弧角 白經截弧正弦爲一率。借角正弦爲二率。北極出地餘弦爲三率。求得對北極距天頂角正

弦。以對距弧用角加減對北極距天頂角得對距弧角。

距弧 半徑爲一率。對距弧角正弦爲二率。九服見食甚總距半之爲三率。求得距弧。

朔時 兩徑斜距爲一率。四刻爲二率。距弧爲三率。求得距時。加減所設時刻得朔時。

偏東西度 朔時與實朔定時相減得較變度即得。

十二求極高若干度見食最深州郡里差

對距弧用角

時刻加減角

借弧

白經截弧 並同第十一術。

半和較^和度 借弧與白經截弧相併。又與北極距天頂相加。半之爲半和。和度相減。半之爲半和較度。

對距弧角 借弧正弦乘白經截弧正弦爲一率。半徑自乘爲二率。半和和度正弦乘半和較度正弦爲

三率。求得數。又開平方。爲對北極距天頂半角餘弦。以對距弧用角加減對北極距天頂角。得對距弧角。

食甚時 北極距天頂正弦爲一率。對北極距天頂角正弦爲二率。白經截弧正弦爲三率。求得借角

正弦。以時刻加減角加減借角得度變時爲食甚時刻。

距弧 同第十一術。

朔時 同第十一術。求得距時加減食甚時即得。

偏東西度 同第十一術。

十三求帶食見食最深兩州郡里差

白經截弧 同第十一術。

赤經高弧交角 白經截弧加減赤白二經交角即得。

北極出地度 半徑爲一率。赤道緯度餘弦爲二率。赤經高弧交角餘弦爲三率。求得北極出地正弦。

食甚時 赤道緯度正弦爲一率。半徑爲二率。赤經高弧交角正切爲三率。求得赤道度正切。以度變

時即得。

朔時 兩經斜距爲一率。四刻爲二率。九服見食甚總距半之爲三率。求得距時。加減食甚時即得。

偏東西度 同第十一術。

朔食九服里差卷之中

十四求朔時見食幾分各州郡里差并求其食甚時刻分數

視緯

十分日全徑之幾與併徑相減即得

南北差

視緯加減朔月距日即得加則食上減則食下視緯大則反減即日在天頂北

日距天頂

地平高下差爲一率半徑爲二率南北差爲三率求得日距天頂正弦

半總半存弧

日距北極與日距天頂相加半之爲半總弧相減半之爲半存弧

距午赤道度

半總弧正弦爲一率半存弧正弦爲二率半赤白二經交角餘切爲三率求得半較角正

切半總弧餘弦爲一率半存弧餘弦爲二率半赤白二經交角餘切爲三率求得半和角

正切半和角內減半較角即得

朔時

距午赤道度變時加減半日即得

偏東西度

朔時與實朔定時相減得較變度即得

北極出地

距午赤道度正弦爲一率日距天頂正弦爲二率赤白二經交角正弦爲三率求得北極出

地餘弦

設時

日距赤道北白經在赤經東則食甚在朔後在赤經西則食甚在朔前日距赤道南白經

在赤經西則食甚在朔後。在赤經東則食甚在朔前。乃依其前後設一時爲設時。

設時距弧 四刻爲一率。設時與朔時相減爲二率。兩經斜距爲三率。求得距弧。

設時赤道度 設時與半日相減得設時距午變赤道度。

半總半存弧 日距北極與北極距天頂相加半之爲半總弧。相減半之爲半存弧。

設時赤經高弧交角 半總弧正弦爲一率。半存弧正弦爲二率。半設時赤道度餘切爲三率。求得半較

角正切。半總弧餘弦爲一率。半存弧餘弦爲二率。半設時赤道度餘切爲三率。求得半和

角正切。半和角加減半較角即得。

設時白經高弧交角 赤白二經交角加減設時赤經高弧交角即得。

設時日距天頂 設時赤經高弧交角正切爲一率。北極距天頂正切爲二率。設時赤道度正切爲三率。

求得設時日距天頂正弦。

設時高下差 半徑爲一率。日距天頂之正切爲二率。地平高下差爲三率。求得設時高下差。

設時視距弧 半徑爲一率。白經高弧交角正切爲二率。設時高下差爲三率。求得設時東西差。以減設

時距弧得設時視距弧。

視緯較 半徑爲一率。設時白經高弧交角餘弦爲二率。設時高下差爲三率。求得設時南北差。加減

朔月距日爲設時視緯與原設視緯相減得視緯較。

差角

視緯較爲一率。視距弧爲二率。半徑爲三率。求得差角餘切。

設時視行

差角正弦爲一率。視緯較爲二率。半徑爲三率。求得設時視行。

食甚視行

半徑爲一率。差角正弦爲二率。原設視緯爲三率。求得食甚視行。

食甚時刻

設時視行爲一率。食甚視行爲二率。設時與朔時相減爲三率。求得食甚距朔時。加減朔時。即得。

食甚分數

半徑爲一率。原設視緯爲二率。差角餘弦爲三率。求得兩心視相距。以減併徑。餘當日全徑十分之幾。即爲食甚幾分。

十五求朔前後幾刻見食幾分各州郡里差并求其食甚時刻分數

東西差

四刻爲一率。兩經斜距爲二率。幾刻爲三率。求得距弧。即爲東西差。

視緯

南北差

並同第十四術。

白經高弧交角

南北差爲一率。東西差爲二率。半徑爲三率。求得白經高弧交角正切。

高下差

白經高弧交角正弦爲一率。東西差爲二率。半徑爲三率。求得高下差。

日距天頂

地平高下差爲一率。半徑爲二率。高下差爲三率。求得日距天頂正弦。

赤經高弧交角

白經高弧交角。加減赤白二經交角。即得。

半總半存弧 日距北極與日距天頂相加半之爲半總弧相減半之爲半存弧

距午赤道度 半總弧正弦爲一率半存弧正弦爲二率半赤經高弧交角餘切爲三率求得半較角正

切 半總弧餘弦爲一率半存弧餘弦爲二率半赤經高弧交角餘切爲三率求得半和角

正切 半和角加減半較角卽得

朔時 距午赤道度變時加減前後幾刻又加減半日卽得

偏東西度 朔時與實朔定時相減得較變度卽得

北極出地 距午赤道度正弦爲一率日距天頂正弦爲二率赤經高弧交角正弦爲三率求得北極出

地餘弦

設時 以食甚中準距朔時分爲定在前則向前設在後則向後設

設時距弧

設時赤道度

設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角

設時日距天頂

設時高下差

設時視距弧

視緯較

差角

設時視行

食甚視行

食甚分數

食甚時刻

並同第十四術。

設時視行爲一率。食甚視行爲二率。朔前後幾刻。加減設時距朔爲三率。求得食甚時刻較。加減朔前後幾刻。又加減朔時。卽得。

十六求某時刻見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

對距弧用角

時刻加減角

借弧

借角

並同第十一術。

南北差

十分日全徑之幾。減併徑。加減朔月距日。卽得。

白經截弧

地平高平差爲一率。半徑爲二率。南北差爲三率。求得白經截弧之餘弦。

對借弧角

半和半較角

半存弧

北極出地度

對距弧角 並同第十一術。

距弧 對距弧角餘割爲一率。白經截弧正弦爲二率。地平高下差爲三率。求得距弧。

朔時

偏東西度 並同第十一術。

設時 同第十五術。

設時距弧

設時赤道度

設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角

設時日距天頂

設時高下差

設時視距弧

視緯較

差角

設時視行

食甚視行

食甚分數

食甚時刻

得。設時視行爲一率。食甚視行爲二率。設時與原時相減爲三率。求得食甚距時。加減原時。即

十七求極高若干度見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

視緯

南北差

同第十四術。

白經截弧

地平高下差爲一率。半徑爲二率。南北差爲三率。求得白經截弧餘弦。

對距弧用角

時刻加減角

借弧

並同第十一術。

半和和度半和較度

對北極距天頂角

對距弧角 並同第十二術。

借角 北極距天頂正弦爲一率。對北極距天頂角正弦爲二率。白經截弧爲三率。求得借角正弦。

時刻 時刻加減角與借角相加減得度變時。卽得。

距弧 同第十六術。

朔時 同第十六術求得距時。加減所變時刻。卽得。

偏東西度

設時

設時距弧

設時赤道度

設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角

設時日距天頂

設時高下差

設時視距弧

視緯較

差角

設時視行

食甚視行

食甚分數

食甚時刻

並同第十四術。

設時視行爲一率。食甚視行爲二率。設時與前變時刻相減。爲三率。求得時刻較。加減前變時刻。卽得。

朔食九服里差卷之下

十八求某州郡某時刻見食分數

某州郡朔時 某州郡偏東西度變時加減實朔定時即得。

距弧 四刻爲一率兩經斜距爲二率時刻與朔時相減爲三率求得距弧。

距午赤道度 時刻與半日相減得較變度即得。

半總半存弧 北極距天頂與日距北極相加半之爲半總弧相減半之爲半存弧。

赤經高弧交角 半總弧正弦爲一率半存弧正弦爲二率半距午赤道度餘切爲三率求得半較角正

切。半總弧餘弦爲一率半存弧餘弦爲二率半距午赤道度餘切爲三率求得半和角正

切。半和角加減半較角即得。

白經高弧交角 赤經高弧交角加減赤白二經交角即得。

日距天頂 赤經高弧交角正弦爲一率北極距天頂正弦爲二率距午赤道度正弦爲三率求得日距

天頂正弦。

高下差 半徑爲一率地平高下差爲二率日距天頂正弦爲三率求得高下差。

東西差 視距 半徑爲一率白經高弧交角正弦爲二率高下差爲三率求得東西差以減距弧即視距

弧。

南北差視緯。半徑爲一率。白經高弧交角餘弦爲二率。高下差爲三率。求得南北差。加減朔月距日。卽

視緯。

兩心視相距。視緯爲句。視距弧爲股。求得弦。卽兩心視相距。

食分。日全徑爲一率。十分爲二率。併徑內減兩心視相距爲三率。求得食分。

十九求某州郡食甚分數時刻并求其初虧復圓時刻

某州郡朔時 同第十八術。

前設時 任設時刻。

前設時距弧

前設時距午赤道度

前設時赤經高弧交角

前設時白經高弧交角

前設時日距天頂

前設時高下差

前設時南北差

前設時視緯

前設時東西差

前設時視距弧 並同第十八術

視距視緯差角 視緯爲一率。視距弧爲二率。半徑爲三率。求得視距視緯差角正切。

兩心視相距 視距視緯差角正弦爲一率。半徑爲二率。視距弧爲三率。求得前設時兩心視相距。

後設時 約計食甚時刻任意設之。

後設時距弧

後設時距午赤道度

後設時赤經高弧交角

後設時白經高弧交角

後設時日距天頂

後設時高下差

後設時南北差

後設時視緯

後設時東西差

後設時視距弧。

後設時視距視緯差角

後設時兩心視相距 並同前設時。

對視行角 兩設時視距視緯差角相加減即得。

視距總較 兩設時兩心視相距相加為總相減為較。

視行旁小角 視距總為一率。視距較為二率。對視行半角餘切為三率。求得半和角餘切。半和角內減

對視行半角。得視行旁小角。

兩設時視行 視行旁小角正弦為一率。小視相距為二率。對視行角正弦為三率。求得兩設時視行。

食甚視行 半徑為一率。視行旁小角餘弦為二率。大視相距為三率。求得食甚視行。

食甚時刻 兩設時視行為一率。食甚視行為二率。兩設時相減為三率。求得距時。以與設時相加減即

得。

食甚分數 半徑為一率。視行旁小角正弦為二率。大視相距為三率。求得食甚視相距。以減併徑。餘當

日全徑十分之幾。即為食甚幾分。

虧復平距 食甚視相距為句。併徑為弦。求得股。即初虧復圓平距。

虧復距時 食甚視行為一率。食甚距時為二率。初虧復圓平距為三率。求得初虧復圓距時。

初虧 復圓 前設時 食甚時刻 加減初虧復圓距時 卽得 加得復圓 減得初虧

其求距弧以下各件 以求前設時兩心視相距 並同前法 如兩心視相距 與併徑等 則前設時卽爲真時 否則再求後設時

初虧 復圓 後設時 前設時兩心視相距內 減食甚兩心視相距 爲一率 虧復距時爲二率 前設時兩心視相

距 與併徑相減 爲三率 求得距時 以加減前設時 卽得

初虧 復圓 真時 兩設時視相距相減 爲一率 後設時視相距與併徑相減 爲二率 兩設時相減 爲三率 求得距時 加減後設時 卽得 其求距弧各件 以求兩心視相距 並同前術 如與併徑等 則後設時卽真時 否則再用後法

初虧 復圓 方位角 視距視緯差角 加減白經高弧交角 卽得

二十求某州郡帶食時刻分數

某州郡朔時 同第十八術

日出入時刻 北極高度正切爲一率 半徑爲二率 赤道緯度正切爲三率 求得距卯酉赤道度正弦 以

赤道度變時 加減卯酉 卽得

帶食距弧 四刻爲一率 兩經斜距爲二率 日出入時刻與實朔定時相減 爲三率 求得帶食距弧

赤經高弧交角 赤道緯度餘弦爲一率 北極高度正弦爲二率 半徑爲三率 求得赤經高弧交角餘弦

白經高弧交角 赤經高弧交角加減赤白二經交角即得。

南北差視緯 半徑爲一率。白經高弧交角餘弦爲二率。地平高下差爲三率。求得南北差。加減朔月距

日得視緯。

東西差視距弧 半徑爲一率。白經高弧交角正弦爲二率。地平高下差爲三率。求得東西差。與帶食距

弧相減得視距弧。

視距視緯差角 視緯爲一率。視距弧爲二率。半徑爲三率。求得視距視緯差角正切。

兩心視相距 視距視緯差角正弦爲一率。半徑爲二率。視距弧爲三率。求得帶食兩心視相距。

帶食分數 併徑內減兩心視相距。餘當日全徑十分之幾。卽爲帶食幾分。

帶食方位角 視距視緯差角加減白經高弧交角卽得。

二十一求某時刻帶食幾分兩州郡里差并求其食甚時刻分數

赤道度 日在赤道南恆爲午正前後時刻。與半日相減變度。日在赤道北恆爲子正前後卽以時

刻變度。子正前者轉減前一日。

北極高度 赤道度餘弦爲一率。半徑爲二率。赤道緯度正切爲三率。求得北極高度餘切。

赤經高弧交角 半徑爲一率。赤道緯度正弦爲二率。赤道度正切爲三率。求得赤經高弧交角正切。

白經高弧交角 赤經高弧交角加減赤白二經交角卽得。

南北差視緯 半徑爲一率。白經高弧交角餘弦爲二率。地平高下差爲三率。求得南北差。加減朔月距

日得視緯。

東西差 半徑爲一率。白經高弧交角正弦爲二率。地平高下差爲三率。求得東西差。

兩心視相距 十分日全徑之幾。卽兩心視相距。

視距視緯差角 兩心視相距爲一率。視緯爲二率。半徑爲三率。求得視距視緯差角餘弦。

視距弧 半徑爲一率。視距視緯差角正弦爲二率。兩心視相距爲三率。求得視距弧。

兩實距弧 東西差加減視距弧。各得實距弧。加得一處。減得一處。

朔時 兩經斜距爲一率。四刻爲二率。各實距弧爲三率。各求得距朔時。加減帶食時刻。卽得。

偏東西度 各以朔時與實朔定時相減。得較變度。卽得。

設時 以帶食時爲前設時。復依第十九術求後設時。

設時距弧

設時距午赤道度

設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角

設時日距天頂

設時高下差

設時南北差

設時視緯

設時東西差

設時視距弧

設時視距視緯差角

設時兩心視相距

對視行角

視距總較

視行旁小角

兩設時視行

食甚視行

食甚時刻

食甚分數 並同第十九術。

二十二求帶食最先見初虧最後見復圓兩州郡里差

白經高弧交角 地平高下差加併徑爲一率。朔月距日爲二率。半徑爲三率。求得白經高弧交角餘弦。
赤經高弧交角 白經高弧交角加減赤白二經交角即得。

最大距弧 半徑爲一率。白經高弧交角正切爲二率。朔月距日爲三率。求得距弧。

最大距時 兩經斜距爲一率。四刻爲二率。最大距弧爲三率。求得最大距時。

北極出地 半徑爲一率。赤道緯度餘弦爲二率。赤經高弧交角餘弦爲三率。求得北極出地正弦。

帶食時刻 半徑爲一率。北極出地餘弦爲二率。赤經高弧交角正弦爲三率。求得距子正赤道度正弦。

赤道度變時爲帶食時刻。

朔時 最大距時加減帶食時刻即得。

偏東西度 朔時與實朔定時相減得較。變度即得。

用表推日食三差

西法步算多資於表。獨日食未列步法。非缺也。今以新法補之。殊爲便捷。餘並與月食同。

求一小時日實行

前後兩時日纏黃道實行相減。得一小時日實行。

求一小時月實行

前後兩時月離白道實行相減。得一小時月實行。

求實行總較

日實行與月實行相加。爲實行總。相減。爲實行較。

求差角

半黃白大距餘切對數。加實行較對數。內減實行總對數。得差角餘切對數。

求斜距黃道交角

半黃白大距。加差角。得斜距黃道交角。

求斜距對數較

一小時三千六百秒對數。加斜距黃道交角正弦對數。內減黃白大距正弦對數。又減一小時月實行對數。得斜距對數較。

求朔緯對數較

半徑對數內減實朔黃白距緯對數得朔緯對數較。

求食甚實緯

斜距黃道交角餘弦對數內減朔緯對數較得食甚實緯對數。

求食甚距朔時分

斜距黃道交角正弦對數加斜距對數較內減朔緯對數較得食甚距朔時分對數。

求食甚用時

實朔時刻加減食甚距朔時分得食甚用時。

求半總弧半較弧

日距北極與北極距天頂相加半之爲半總弧相減半之爲半較弧

求正弦對數較

半總弧正弦對數內減半較弧正弦對數得正弦對數較。

求餘弦對數較

半較弧餘弦對數內減半總弧餘弦對數得餘弦對數較。

求餘割對數較

半徑對數倍之。內減北極距天頂正弦對數。又減平地高下差對數。得餘割對數較。

求設時距午赤道度

設時與十二時相減。餘數變赤道度。爲設時距午赤道度。半之。爲半設時距午赤道度。

求設時半較角

半設時距午赤道度餘切對數。內減正弦對數較。得半較角正切對數。

求設時半和角

半設時距午赤道度餘切對數。加餘弦對數較。得半和角正切對數。

求設時赤經高弧交角

半較角加減半和角。日距北極大於北極距天頂則減小則加得設時赤經高弧交角。

求設時白經高弧交角

赤經高弧交角。加減赤白二經交角。白經在赤經東午前加。午後減。在赤經西。反是。得設時白經高弧交角。限東限西仍之。

求高下差對數較

赤經高弧交角。正弦對數。加餘割對數較。內減距午赤道度。正弦對數。得高下差對數較。

求設時東西差

白經高弧交角。正弦對數。內減高下差對數較。得設時東西差對數。

求設時南北差

白經高弧交角餘弦對數。內減高下差對數較。得設時南北差對數。

求設時視緯

設時南北差與食甚實緯相減。白經高弧交角過象限則相加。得設時視緯。

求設時距分

設時與食甚用時相減。得設時距分。

求設時距弧

設時距分對數。內減斜距對數較。得設時距弧對數。

求設時視距弧

設時距弧。加減設時東西差。在限西者用時前則加。用時後則減。在限東者反是。得設時視距弧。如以食甚用時爲設時。則無距弧。其東西差卽視距弧。

求設時視距視緯差角

設時視距弧對數。加半徑對數。內減設時視緯對數。得設時視距視緯差角正切對數。

求設時兩心視相距

設時視距弧對數。加半徑對數。內減設時視距視緯差角正弦對數。得設時兩心視相距對數。

以上各條。凡食甚用時。食甚近時。食甚真時。及初虧復圓用時。近時。真時。並同一法。其實皆設時也。故

統以設時冠之。其求三限真時。並用前後兩設時求之。

求食甚前後兩設時視相距和較

前設時兩心視相距。與後設時兩心視相距相加。爲視距和。相減爲視距較。

求對視行角

前設時視距視緯差角。加減後設時視距視緯差角。東西同則減異則加得對視行角。半之。得對視行半角。

求半和角

對視行半角餘切對數。加視距較對數。內減視距和對數。得半和角餘切對數。

求視行旁小角

半和角內減對視行半角。得視行旁小角。

求兩設時視行

對視行角正弦對數。加小視相距對數。內減視行旁小角正弦對數。得兩設時視行對數。

求視行差

視距和對數。加視距較對數。內減兩設時視行對數。得視行差對數。

求食甚真時視行

兩設時視行。加視行差。半之。得食甚真時視行。

求食甚真時距分

兩設時較對數。加真時視行對數。內減兩設時視行對數。得食甚真時距分對數。

求食甚真時兩心視相距

視行旁小角正弦對數。加大視相距對數。內減半徑對數。得食甚真時兩心視相距對數。

復以食甚真時爲設時。求其兩心視相距。以考其合否。合則食甚真時。卽爲定真時。否則再求視行以求考定真時。並如前法。

求初虧復圓前設時

食甚定真時兩心視相距與併徑相加。爲距徑和。相減爲距徑較。

距徑和對數。加距徑較對數。半之。加定真時距分對數。內減定真時視行對數。得初虧復圓前設時距分對數。

求初虧復圓後設時

前設時兩心視相距。與併徑相減。爲距徑較。食甚兩心視相距。與前設時兩心視相距相減。爲視距較。距徑較對數。加前設時距分對數。內減視距較對數。得後設時距分對數。

求初虧復圓真時

兩設時相減。爲設時較。兩設時視相距相減。爲視距較。後設時兩心視相距。與併徑相減。爲距徑較。

設時較對數加距徑較對數內減視距較對數得真時距後設時對數

求方位角

視距視緯差角加減白經高弧交角得方位角

造各表簡法

圓不可量。綴之以方。弧不可比。綴之弦矢。乘除不可省。綴之對數。皆不可無立成。昔人名之曰鈐曰表。皆立成之別名。西法有八綫表。有對數表。萬筭皆從此出。表之用大矣哉。惜其剏造之初。取徑紆徊。布筭繁蹟。不示人簡易之方。令學者望洋興歎。如八綫對數一表。至今無人知其立表之根者。不可謂非缺事也。余讀四元玉鑑。究心於堦積招差之法。推之割圓諸術。無所不通。蓋堦積者。遞加數也。招差者。連比例也。合二術以施之。割圓六通四關。而簡易之法生焉。導源於杜德美氏。發揮於董方立氏。旁推交通於項梅侶氏。戴鄂士氏。李秋紐氏。幾無遺蘊矣。是書集諸家成說。參以管見。簡益求簡。凡五術。以就正有道君子。

第一術造正弦全表

術曰。先設一弧。與半徑等。依堆堦術。求得正負相間各數。爲初表。次置十度弧綫。半徑除之。依招差術。增乘初表各數。爲表根。再任設弧度。以十度除之。又依招差術。增乘表根各數。依正負併減。遍求全表各弧正弦。

識別得圓周率一。圓徑率〇三一八三〇九八八六一八三七九。今設半周百八十度。半徑五十七度二九五七七九五一三。命爲五十七度十七分四十四秒八〇六二四六八。其弧綫與半徑等。

堆堉術曰。半徑爲第一數正。二除三除第一數爲第二數負。四除五除第二數爲第三數正。六除七除第三數爲第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單下若干位。分正負列之。爲初表。

識別得圓徑率一。圓周率三一四一五九二六五。以十八除之。得十度弧綫。〇一七四五三二九二五。爲表根弧。

招差術曰。十度弧綫。以半徑除之。得數爲乘法。乃置初表。一次乘第一數。三次乘第二數。五次乘第三數。七次乘第四數。仍其正負。列之爲表根。

初表各數。正加負減。得五十七度十七分四十五秒正弦。表根各數。正加負減。得十度正弦。

求全表招差術曰。六十度以內二萬一千六百弧。任指一弧。爲實。十度爲法。除之。得數爲乘法。乃置表根。一次乘第一數。三次乘第二數。五次乘第三數。七次乘第四數。依正負併減。爲一弧正弦。全表各弧。皆依此術次第求之。

六十度以外之弧。減去六十度。餘爲小弧。又以小弧轉減六十度。餘爲中弧。中小兩弧正弦相併。爲大弧。正。次第列入全表。

右一術分爲三層。皆極簡明。不相雜糅。初表以半徑爲弧綫。入筭。故求表根時。以半徑爲除法。表根以十度弧綫。入筭。故求全表時。以十度爲除法。由表根而十分取一。二分取一。三分取一。得由度而分。由分而秒。各正弦。又由秒而二倍之。三倍之。以至千萬倍之。得全表正弦。其立術並同。舉其簡易。

明晰者如下。

十分弧之一 第一數降一位。第二數降三位。第三數降五位。第四數降七位。依正負併減。
百分弧之一 第一數降二位。第二數降六位。第三數降十位。第四數降十四位。依正負併減。
千分弧之一 第一數降三位。第二數降九位。第三數降十五位。第四數降二十一。依正負併減。
二分弧之一 二除第一數。八除第二數。三十二除第三數。百二十八除第四數。除法遞進以四。
三分弧之一 三除第一數。二十七除第二數。二百四十三除第三數。二千一百八十七除第四數。除法遞進以九。

無論若干分弧之一。皆以分母爲法。一次除第一數。三次除第二數。五次除第三數。七次除第四數。
無論二倍弧三倍弧以至若干倍弧。皆以倍數爲乘法。一次乘第一數。三次乘第二數。五次乘第三數。七次乘第四數。

無論若干分弧之幾。皆以分子爲實。分母爲法。除之。得數爲乘法。一次乘第一數。三次乘第二數。五次乘第三數。七次乘第四數。並同一術。

第二術造正矢全表

術曰。先設一弧與半徑等。依堆垛術求得正負相間各數。爲初表。次置十度弧綫。自乘。半徑除之。依招差術。增乘初表各數。爲表根。再任設弧度。自乘。以十度自乘。除之。又依招差術。增乘表根各數。依正負併減。

遍求全表各弧正矢。堆堞術曰：二除半徑爲第一數正，三除四除第一數爲第二數負，五除六除第二數爲第三數正，七除八除第三數爲第四數負。順是以下皆如是遞求。至單下若干位，分正負列之爲初表。

招差術曰：十度弧綫自乘，半徑除之得數爲乘法，乃置初表。一次乘第一數，二次乘第二數，三次乘第三數，四次乘第四數，仍其正負列之爲表根。

初表各數正加負減，得五十七度十七分四十五秒正矢。表根各數正加負減，得十度正矢。求全表招差術曰：六十度以內二萬一千六百弧，任指一弧自乘爲實，十度自乘爲法，除之得數爲乘法，乃置表根。一次乘第一數，二次乘第二數，三次乘第三數，四次乘第四數，依正負併減爲一弧正矢。全表各弧皆依此術次第求之。六十度以外之弧減去六十度餘爲小弧，又以小弧轉減六十度餘爲中弧，小弧矢加半徑減去中弧矢，得大弧矢。次第列入全表。

十分弧之一 第一數降二位，第二數降四位，第三數降六位，第四數降八位，依正負併減。

百分弧之一 第一數降四位，第二數降八位，第三數降十二位，第四數降十六位，依正負併減。

千分弧之一 第一數降六位，第二數降十二位，第三數降十八位，第四數降二十四位，依正負併減。

二分弧之一 四除第一數，十六除第二數，六十四除第三數，二百五十六除第四數，除法遞進以四。

三分弧之一 九除第一數，八十一除第二數，七百二十九除第三數，六千五百六十一除第四數，除

法遞進以九。

無論若干分弧。一皆以分母自乘爲法。按次數分別除之。

無論二倍弧三倍弧以及若干倍弧。皆以倍數自乘爲乘法。按次數分別乘之。

無論若干分弧之幾。皆以分子自乘爲實。分母自乘爲法。除之得數爲乘法。按次數分別乘之。

第三術造正切全表

術曰。先求各數乘法。以乘第一術初表。不分正負。列之爲初表。次置十度弧綫。半徑除之。依招差術。增乘初表各數。爲表根。再任設弧度。以十度除之。又依招差術。增乘表根各數。併之。徧求全表各弧正切。

第一數乘法。一。第二數乘法。二。第三數乘法。一六。第四數乘法。二七二。第五數乘法。七九三。

六。第六數乘法。三五三七九二。第七數乘法。二二三六八二五六。第八數乘法。一九〇三七五。

七三一二。第九數乘法。二〇九八六五三四二九七六。第十數乘法。二九〇八八八八五一一二。

八三二。

堆垛術曰。置第一術初表第一數。乘第一乘法。第二數乘第二乘法。第三數乘第三乘法。第四數乘第四乘法。順是以下。皆如是不分正負。列之爲初表。

招差術曰。十度弧綫。以半徑除之。得數爲乘法。乃置初表。一次乘第一數。三次乘第二數。五次乘第三數。七次乘第四數。列之爲表根。

求全表招差術曰。全表三萬二千四百弧。任指一弧爲實。十度爲法。除之。得數爲乘法。乃置表根。一次乘第一數。三次乘第二數。五次乘第三數。七次乘第四數。併之。爲一弧正切。全表各弧。皆依此術次第求之。

十分弧之一。百分弧之一。千分弧之一。並如第一術降位併之。二分弧之一。三分弧之一。若干分弧之一。並如第一術遞除併之。二倍弧。三倍弧。若干倍弧。並如第一術遞乘併之。無論若干分弧之幾。均如第一術乘除。惟有併無減。與第一術異。

第四術造八綫對數全表

術曰。先造弦切對數較一綫表。用對數根乘半徑。依第二術初表法。求得初表之根。又以第三術乘法。分行乘之。不分正負。列爲初表。次以十度弧綫自乘。半徑除之。依招差術。增乘初表各數。爲表根。再任設弧度。自乘以十度自乘。除之。又依招差術。增乘表根各數。徧求全表各弧。弦切對數較。列爲一綫表。依法加減。得八綫。分別列之。爲全表。

對數根。見第五術。

堆垛術曰。二除半徑。乘對數根。爲第一數。三除四除第一數。爲第二數。五除六除第二數。爲第三數。

七除八除第三數。爲第四數。順是以下。皆如是。不分正負。列之爲初表之根。次以第一乘法乘第一數。第二乘法乘第二數。第三乘法乘第三數。第四乘法乘第四數。如是徧乘訖。不分正負。列之爲初表。

招差術曰。十度弧綫自乘。以半徑除之。得數爲乘法。乃置初表。一次乘第一數。二次乘第二數。三次乘第三數。四次乘第四數。不分正負。列之爲表根。

求一綫全表招差術曰。全表三萬二千四百弧。任指一弧自乘。爲實。十度自乘。爲法。除之。得數爲乘法。乃置表根。一次乘第一數。二次乘第二數。三次乘第三數。四次乘第四數。併之。爲一弧弦切對數較。全表各弧。皆依此術次第求之。備列爲一綫表。

十分弧之一。百分弧之一。千分弧之一。並如第二術降位。併之。二分弧之一。三分弧之一。若干分弧之一。並如第二術遞除。併之。二倍弧。三倍弧。若干倍弧。並如第二術遞乘。併之。無論若干分弧之幾。均如第二術。惟有併無減。與第二術異。

識別得正弦正切對數較。卽半徑餘弦對數較。亦卽半徑正割對數較。亦卽餘切餘割對數較。又卽通弧通弦倍弧正弦對數較。又卽外弧通弦倍弧大矢對數較。又卽圓徑與外弧通弦對數較。

總名曰股弦對數較

餘弦餘切對數較。卽半徑正弦對數較。亦卽半徑餘割對數較。亦卽正切正割對數較。又卽外弧通弦倍弧正弦對數較。又卽通弧通弦倍弧正矢對數較。又卽圓徑與通弧通弦對數較。總名曰句弦對數較。

又識別得半弧弦切對數較加本弧正弦對數。即本弧通弦對數。半弧弦切對數較。加本弧大矢對數。即外弧通弦對數。半弧弦切對數較。倍之。加本弧大矢對數。即圓徑對數。半徑對數加二之對數。正弦對數。倍之。為正矢大矢兩對數之和。

求八綫術曰。檢一綫表。取本弧弦切對數較。以減半徑對數。得餘弦對數。象限內減本弧為餘弧。檢一綫表。取其弦切對數較。以減半徑對數。得正弦對數。正弦對數。加弦切對數較。得正切對數。半徑對數。加弦切對數較。得正割對數。半徑對數。倍之。內減正切對數。得餘切對數。餘切對數。加弦切對數較。得餘割對數。本弧折半為半弧。檢一綫表。取其弦切對數較。倍之。以減圓徑對數。得大矢對數。正弦對數。倍之。內減大矢對數。得正矢對數。餘弧數半為半餘弧。檢一綫表。取其弦切對數較。倍之。以減圓徑對數。得餘弧大矢對數。餘弦對數。倍之。內減餘弧大矢對數。得餘矢對數。加減所得。八綫已全。造全表者。即此已足。惟一綫表。既備八綫之用。即不造全表。亦無不可。

第五術造對數全表

術曰。先求對數根。設長三闊一之長方積。取十分之一為第一小方長。長折半闊其長闊和一。除之。為第一數。十分小長方之一。為第二小長方。長又折半闊其長闊和二。除之。為第二數。十分第二小長方之一。為第三小長方。長又折半闊其長闊和三。除之。為第三數。十分第三小長方之一。為第四小長方。長又折半闊其長闊和四。除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至若干位。乃相併。為除法。以除單一。又十之二

得借數根。

省算法以二除三。加二于末位。一第一數。以四除三。加四于末位。二除之。爲第二數。以八除三。加八于末位。三除之。爲第三數。以十六除三。加一六于末位。四除之。爲第四數。求至若干位。相併爲除法。與對數根爲連比例三率。

首率二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七

中率一

末率〇四三四二九四八一九〇三二五一八一

求全表術曰。任借一對數之真數。與所設真數相加。爲和。相減。爲較。倍較乘對數根。以和除之。爲第一數。以較除和得數。又自乘。爲通用除法。以除第一數。爲第二數。除第二數。爲第三數。除第三數。爲第四數。分行依次列之。再以一除第一數。三除第二數。五除第三數。七除第四數。求至若干位。相併爲對數較。加減所借之對數。得所設真數之對數。借小求大。加借大求小。減。

又法。先求表根。與前四術一例。附載于後。

堆垛術曰。倍對數根。爲第一數。三除第一數。爲第二數。五除第一數。爲第三數。七除第一數。爲第四數。順是以下。皆如是。依次列之。爲表根。

招差術曰。借數與真數相加。爲和。相減。爲較。以較除和得數。爲除法。乃置表根。一次除第一數。三次除第

二數。五次除第三數。七次除第四數。遞求至若干位。相併。爲對數較。與前所得同。

和十較一者。表根第一數降一位。第二數降三位。第三數降五位。第四數降七位。併得對數較。如九與

十一。較^{和二十}。十八與二十二。較^{和四十}。四十五與五十五。較^{和百}。八十一與九十九。較^{和百八十}。九十九與百

二十一。較^{和二百二十}。以至九萬與十一萬。較^{和二十萬}。凡比例等者。其對數較皆同。

和百較一者。表根第一數降二位。第二數降六位。第三數降十位。第四數降十四位。併得九九與一〇

一之對數較。較^{和二百}。其餘如一九八與二〇二。較^{和四百}。凡比例等者。對數較皆同。

和二較一者。二除表根第一數。八除第二數。三十二除第三數。百二十八除第四數。併得一與三之對

數較。較^{和四}。其餘如二與六。較^{和八}。三與九。較^{和十二}。凡真數之比例等者。對數較皆同。

和三較一者。三除表根第一數。二十七除第較。即二百四十三除第三數。二千一百八十七除第四數。

併得四與二。較^{和六}。之對數較。亦即二與一之對數根。第即二之對數。較^{一之對數爲〇}。其餘如十與五。和

五。較^{和三十}。十與二十。較^{和十}。凡比例等者。對數較皆同。

凡借一求對數者。對數較。即所求之對數。

楊輝算法札記

江陰宋景昌勉之氏撰

原寫本每葉二十六行至三十二行不等行二十六字。

田畝比類乘除捷法卷上

今有直田廣三十六步脫六。後以三題比類直田題誤出。

直田步下帶尺者。乘得三千二百一貫六百文一誤二。

直田步下帶寸者。縱三十六步二尺八寸二誤三八誤六。相乘得二百二十五萬五千七百五十二

寸二百誤一百。以畝法六十萬寸除之除誤餘。便以廣下三尺四寸三誤二。以縱下二尺八寸

脫下。比類下闕二字。以六銖作兩下二分五釐闕作。

田方二里。假如田方闕假如。便當以三分因二畝闕三二誤三。比類闕比。法上添八以乘外圍

上竝闕二字。外圍下闕二字以八除之下闕一字。

圓田六法闕圓田六。十二而一闕十二。周徑相乘四而一闕相乘。竝周三徑一闕三。七因之如

八十八而一闕七闕下八。以七乘周闕七。問積幾步闕幾。答曰二十七步闕七。周自乘十二

而一闕殘闕上全闕一行意可明者不補圖闕後同。周徑相乘四而一闕周徑相乘。徑自乘三

之四而一圖。闕徑自。得一百八步。脫步。半周自乘三而一圖。闕半周三而。又七乘之。闕七。以八十八除之。闕十八。不可用圓田術。闕用圓。畹田下周三十步。徑十六步。闕畹三。闕十六。答曰一百二十步。闕答曰。圓用周三徑一之法。闕圓用誤田。合徑一十步。闕一十。圖原闕上半。今補。又方圖闕大半。今惟補明周三十步。徑十六步。及得一百二十步意。丘田外周六百四十步。闕周六。答曰二頃五十三畝八十步。闕八十。得二十四萬三千二百步。誤二萬四千三百二十步。卽句股田勢。田誤曰。今有牛角田。闕牛角。

今有環田。答曰二畝五十五步。闕二。闕五五。除得答數。闕得。術曰并中外周。闕術。以少減多。餘爲實十二而一。闕以少減十二而一。外周之數上。闕四字。以內周減外周。闕以內周減外。環田上。闕六字。下闕二字。不可不審下。闕一字。題云中周六十二步。闕步。合徑八步二十四分。闕十。誤刊作徑十二步。誤刊倒。合得七百四十五步一百九十分步之七十五。闕百四。闕下七。分母四通六十二步。闕六十二。比類闕類。本法外周加六。闕加。

圭田三法用半廣以乘正從。闕以乘。用半縱步。闕半。半縱乘廣圖。乘誤東。句乃闊步。闕闊。問田幾何。闕田幾何。答曰四十八步。闕答曰闕八。闊八步。闕闊。長十二步。闕十二。誤一。

梯田三法長十二步。闕二。半長六步。闕六。草併上下廣得十四。闕四。以下田梁周圍十四題。闕下田梁周圍。共用梯田法。共誤卅。一頭廣四十步。闕四十。答曰十五畝四十步。闕畝。中廣八步。

闕廣。以正從十二步乘之。十誤乘。三廣田一頭廣四步。田誤四。闕一頭。乃小梯田一段。大梯田一段。闕段大。以梯田法作兩段半。梯田求爲是。闕以併上下廣折半。闕半。中周六步。外周三十步。闕六。闕下周。草曰倍中長得十六步。倍得竝誤併。田畝比類乘除捷法卷下。

五曹云方田。荅一百八十三畝。三誤二。

五曹四不等田。草曰句闊十一步。句誤內。又置梯田。闕梯田誤曰。

直田闊不及長問闊。截長二十四步爲方。闕二十。又商置闊四步。又誤人。

直田闊不及長問長闊共。共三千六百。闕三。圖意法草同前。草誤章。

直田長闊共先求闊。從尾末位約實。約誤終。上商闊二十。闕上。得四百益積。得誤乘。次廉之下。

亦置隅四次。廉誤廉次。一長一闊共六十爲從方。闕共。使用減從。闕減從。須用減從開之。脫開。

置積八百六十四爲實。闕四爲實。以上商命餘從四十餘積八百。闕除。餘從二十步一退。闕二

十。

直田長闊共先求長。置積爲實下。闕一字。餘正積三十六。闕正。以下復命上商除實。命誤合。

直田長闊共問長多闊。一段差方積。闕一。餘得差方一段。闕餘得。又四因田積得三千四百。千誤

十。闕百。以少減多餘一百四十四。闕一百四。

直田三長五闊共問元闊闕三。又上商闊四步。又誤入商誤置。餘八命上商除實。闕上。

直田三長五闊共問長。術曰五之積步爲實。五誤三。以三爲負隅。三誤五。五之田積得四千三百

二十。得誤德。復以上商三十命餘從。復誤後。

直田一長二闊三和四較共問闊。三和內有三長三闊并入一長二闊。闕三闊并。又以四較併四闊

爲四長。闕四。所以用八因積步。闕以用。命上商闊二十除實餘一千七十二。餘誤除。

直田一長二闊三和四較共問長。一之積爲實。脫爲實。尙餘正積一千二百九十六。正誤負。以減

七十二餘負。從一百六十八。闕二。闕從。又上商長六步。隅八得四十八。并從。得誤乘。闕十八。并。

方田圓田各一段。只云方田面與圓田徑相等。闕徑。七爲隅算。闕七爲隅。而四圓田恰及三箇。方

田。闕三箇。餘二千七百七十二步。千誤十。

重下闕一字。

圭塚一段。今於小頭截地四百五步。問所截長闊各幾何。闕五。闕問。開平方爲截長。開誤闕。闕平。

梯田一段。二因截積元長乘之。闕積元長。爲從法。闕爲從。開方除得截長。長誤闕。截長五十五

步。長誤積。又草曰草誤章。

梯田長九十步。闕梯田。開平方除之得截闊。截闊誤闕。截。

梯田長一百二十步。今自截長北頭一半。闕今。又併北闊爲所截闊。闕截。

環田自外周截積。以少減多。脫以。

環田從內周截地。田誤曰。二周相減。周誤減。

圓田從邊截積。得四千九十六步爲實。脫爲實。下廉訓誤引。

圓田於內截弦矢田。併矢四步。闕矢四。

錢田積七十二步。得內方之數。脫得。又面徑乘內方十二段。乘誤之。命從方除實。方誤命。

算法通變本末卷上

諸家算書。本鈎深致遠之法。脫遠。

開方乃算法中大節目。二曰開平圓。開誤積。庶久而無失忘矣。忘誤忌。

九章二百四十六問。只須一日下徧徧誤編。

下乘加減。言如對身。脫對。

又三角塚底層四箇。脫四箇。

四隅塚底層六箇。中加半。中加半六箇半。半竝誤半。

每人給米五斗。荅曰。荅誤若。

錢二千七百四十六貫買田。五因以代二除也。二誤三。

支錢二千七百四十六貫買綾。一千六百四十七丈六尺。丈誤文。六因以代一六六六除也。六因誤。

四因 貫上定得丈。丈誤文。

錢二千七百四十六貫買銀。總餘一十三文七分三釐。十三誤十二。

細物一十二斤半。得二百一十九斤六分八釐。脫六。

身前因謂自十一至十九。謂自誤自謂。

二百三十二斤每斤三十一文。云二三身前下如六。闕前下如六。

銀二十四兩七錢。卅脫卅。卅脫上。曰卅誤一。以實上四因下三位法。四誤曰。

損乘。是反用九歸之術定。下當有闕文。

商除二法。其一實下闕一字。言十過法身。闕言十。其二實下闕三字。言如對法身。闕如對。以

價爲法求物數者。闕求。隨法尾所指處。闕指處。

出錢七百二十九貫。以求率爲法。求誤永。

乘除通變算寶卷中

加一位術曰。以所有物數爲實。闕位術曰。以所求物價一後零數。闕一後零數。

足錢九十六貫二百五十文。問伸作七十七陌幾何。闕六貫二百五十文。問伸作。草曰。足錢爲身。身下

加三。闕爲身。身下誤自乃三誤曰。

出錢二百七十四貫。得四十三斤。闕十三誤二。

加二位。闕二。

官收稅錢。置總錢三百四十二貫。闕三百四十二貫。次加一加畢折半。闕加畢折半。先加二二如

四次加一二如二。闕先加二二次加一二如二。

重加術。闕重。定位竝下。當有闕文。

稅錢二百四十七貫。法身下有二位。法誤卅。闕身下有。草曰置稅錢爲身。闕曰置稅錢。又草置一

文九分五釐。又誤已。闕草置一文。

陸地一百七畝。畝價一十貫六百文。闕畝價一十貫六百文。定十貫。闕十貫。云一六加如六。如誤妨。

闕空。云六七加四十二。云誤六。云一七加如七。闕一七。

加上闕二字。法曰如加二位之法。闕二位。

銅二十九錠。身。闕二。身。誤卅。續入身九成四箇五置於元九位上。成四誤盛位。上誤爲十。三空

誤二空。命二三加如六。闕六。又置二十三斤爲身。闕二十三。定十斤。闕定十。三斤。闕二十

三斤。川誤一。命銅錠九加二十七。闕加二。誤一。

案。凡算術皆以十進。此條前一術。獨以五進。用法迂曲。不如以十進之徑直。

減法四術。闕減法。

減一位術曰闕減一位。從實首位存身得數。闕存身得。定位如除。闕如。

元納頭子錢闕頭子。元放稅錢每貫扣頭子錢五十六文。闕每貫扣頭子五十六。草曰置元納錢數

兩折半作四貫七百八十八文。闕元納兩折半作誤乞。

減二位術曰闕減二位。定位如除。闕定位如

米九十七石。繁矣上闕一字。草曰三因積數三誤四。為二百九十一石九斗三升。闕石九

隔位減闕隔位。

絲每一十兩闕絲。隔位減三合問闕隔三。

闕闕闕三減六存二命二闕命二三減六。闕闕丁。減二十一存七命三七闕七。脫三七減二十一。案此條算式皆

從左向右退讀。

求一代乘除說。則用求乙法乙誤之。莫不隨題下闕二字。其下闕一字。後題以下當有闕文。

錢二百三十七貫。折總錢數折作一百一十八貫五百。闕錢數折作

二百四十九人各支粟。不用求一草闕不。

二百三十八畝每畝二百四十步。闕上二百。倍畝數得四百七十六。倍誤位。闕得四。七誤六。六誤七。

二百三十八畝每畝收粟。又草曰置畝收粟數脫收粟。

求一除曰曰誤四。折上闕三字。下闕三字。用減以代除。闕以代除。

支錢一貫。倍實為二十六貫五百四十四。六誤二。闕貫。

出錢一千三百五十貫。三歸爲四百五十兩三錢脫三。

每畝收粟二石七斗。九歸粟數闕九。

九歸詳說。自合伸下。仍用商除下。輝嘗原下竝闕三字。必上闕一字。下闕一字。

九歸新括以古句今注兩存之。今誤人。

歸數求成十。遇五成十五誤成。

足斛米二百二十九石八升。起八十三作一百入前位。闕起作一百。乃得貳伯柒拾陸石。闕伯柒拾

石案。此條及下條算式皆從左向右退讀。

田積二千九百六十七步。見二下六十二。闕十二。遇六十九作一百。闕作一百。見五下二百十七。

二誤一闕七。

算無定數詳說。且問二十三下闕二字。

銀二百三十七錠。云二退一五四。闕一。

諸括不可入題者。隔位損之。闕隔。以三命三。以三誤以二。

法算取用本末卷下。

夫算者。問題上闕一字。

圓田徑七十六步。先因七云三七二十一。闕三七二十。

直田長九十步闊七十步脫闊。而上闕一字。下闕一字。

二十一至二十九。倍位加一。一誤二。一定百退七十七。闕七十七。

物二十一兩。置二百七十闕置二。二百七十爲法。二誤一。闕法。

物二百三十六斤。又命三十貫三誤二。

三十一至一百。三因加三。闕三。

綱六十二匹每匹四丈丈誤文。又損三同。三誤一。

五十一。六因九因。闕因。三因加九。闕九。

綱五十七匹每匹五丈一尺。闕綱丈誤文。置尺數三因。闕尺數三因。

六十一。四因加七。闕七。

七十七陌省錢。退位用七因合問。闕七因。

足秤一百二十六斤。置斤數三折半。闕三。又九因合問。闕九。案足秤展省用一百二十五爲法。是足

秤一斤當省秤一斤四兩。然則省秤一斤當足秤一十二兩八錢也。

百四一。百四八加二加乙乙用九歸乙乙誤二。

百六一。百六三加六三。闕六三。百六五加一加五。一誤九。百六六加六六。闕加六六。

物二百六十一斤。次加身百。闕次。

百七一 百七五七因又兩次五因。闕因又兩次五因。

田長一百八十四步。從尾退七七。闕尾。

二百一至三百。二百五五誤三。二二乙。誤二乙乙。連身加二三。誤一三。加八八三次折。闕八。

倍之加二三。二誤一。二五五身前五因折半。身誤連。二六六加四加九。闕九。二八二二因加四。

一四誤因。闕一。二八五五誤三。二八六倍之加四三。四誤一。闕三。二八九兩次加七。闕七。二。

九九加三退七七。三誤二。

一至九總用歸法。加五九歸。五誤二。

羅三百四十五丈。每疋長五丈。丈竝誤文。

足秤二百三十二斤。身內減六合問。脫合。

田積六萬六千二百四十步。用六因九歸。闕因九。安知下。闕二字。

三十一。三十三。三誤二。

五十一。三歸減七。三誤二。

六十一。加五減乙九歸。闕歸。六十九二因減三八。闕八。

八十一。加五減二九五誤三。

九十一。九十三六歸減五五。闕五。

一百三十二人分酒三十四石三斗二升二誤三。

百四一。百四七七歸三歸七歸上七歸誤八歸。

百六一。減一減五五誤三。

管銀三千七百九十兩。答曰二百三十四斤四誤五。

四百二十貫。於貫下闕一字。

羅四百九十一丈。用折半八歸代八誤六。

二百一。二百三減四五減五八闕五八。二百六折半隔位減三闕三。二二二二誤一二二二。二二二七。

上二誤一。

米六百二石一斗。遇八九二成十闕二成。

二二二二誤一。二三四減三減八減三誤減二。二二二五六因減四一闕減四一。二二三八減四減七。

闕減七。

六百七十五貫七百。共得二百九十疋得誤答。

二四一。二四五五誤三。二四六減二三折半減二誤減四。二六三四因隔一位退五二闕下二。

二八三三歸隔位還一七遇二八三成千脫遇。

羅七尺。羅尺價三十六文。文誤丈。共積分身術。共誤臣。先求綾價術。價誤羅。雞翁一直五文。買雞百隻。雞誤母。問翁母雞各幾何。翁下衍得。各以雞雞三因之。闕之。得十一

爲雞母數闕一。

錢一百。綠橘一枚三文。脫一。餘二百分爲實。二誤三。

醇酒每斗七貫。買酒十斗。十誤七。以共價七貫三因作二十一。三誤二。

二乘四除。九乘四除互換互誤五。

二乘五除。七乘五除加四。四誤因。

兵士三千四百七十四人。母相乘爲實。實誤法。

題數無零者。而三法不下。闕一字。

三人均一百。當以五爲衰。當誤嘗。以九十五乘列衰。闕以。

今有四人分錢。丁又誤丁。丁卅竝脫。

問賊人分所盜絹。少七疋。多六疋。疋竝誤足。上并得八十四爲疋。八十四誤四十八。

假如賊人盜絹各分一十二疋。闕各。十二乘九人得百零八。全脫。

假如自方五尺。句五股五各自乘。闕五。

張丘建算經問圓材。以七除之。七誤寸。

九章欲將方積爲。亦可竝行不廢。闕廢。
四曰三除長案。與上文不相蒙。當有闕文。

直田長七百二十尺。二誤一。

田方七十二步。以題數立法者。闕法。三分得二十一畝。闕得。

海島題解魏劉徽注九章注誤汪。

本經今有望海島立二表。人從前表卻行。脫前表。取望島峯與表末參合。表末誤前表。宜云島峯

謂山之頂上。脫峯。立兩表齊。謂立表木令端直。闕立。脫齊。木誤末。令誤之。以人目於木末望島。闕

以人目。木誤本。爲前表之始。闕始。於本末相望。木誤本。二去表相減爲相多。脫去。減誤去。表

高乘之爲實乘。誤垂。闕之。臣淳風等謹案。謹案誤以。

假如竿不知高。除之得三十尺。脫得。

有竿不知其高。去人立遠四十尺。闕有竿不知其高。去人。用窺穴望表與竿齊。平人目窺穴高四尺。闕

表與竿齊。平人目。九章以表望山術曰。全闕。乘表去竿遠四十尺。得二百四十尺。闕尺得二百四

十尺。加表一丈。闕加。凡股中容橫。句中容直。闕凡股中容橫。句中。圖闕右上角。意明不補。是

木之高。脫高。

補疇人傳

宋

楊輝

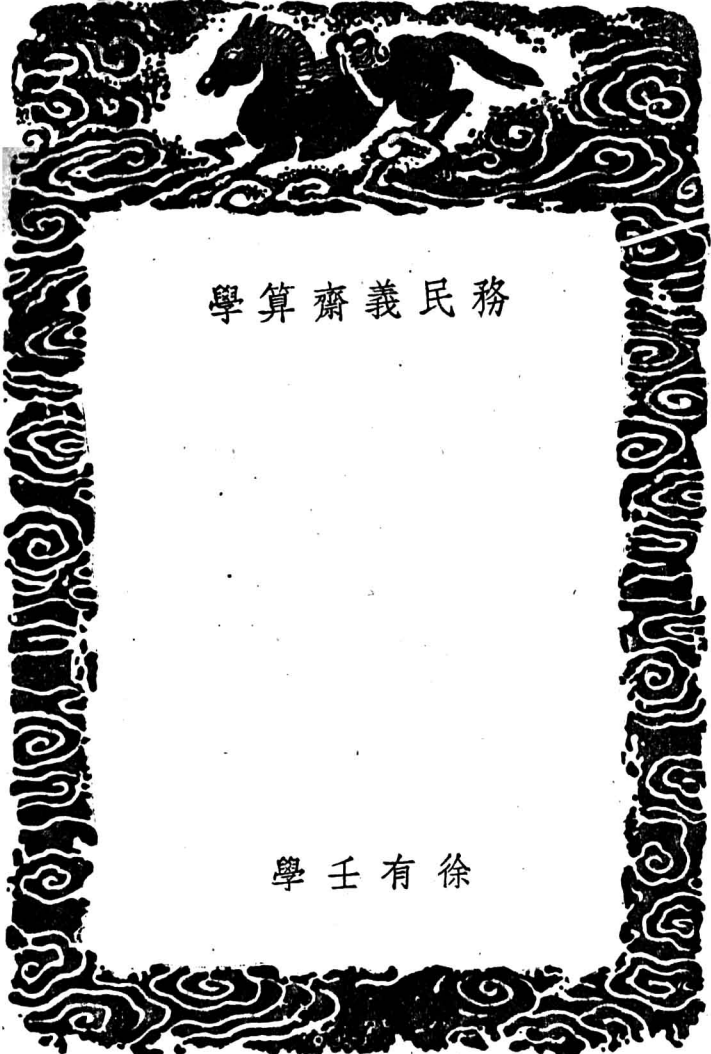
楊輝字謙光。錢塘人。著算法六卷。其目曰。田畝比類乘除捷法上。曰。田畝比類乘除捷法下。曰。算法通變本末。曰。乘除通變算寶。曰。法算取用本末。曰。續古摘奇算法。其田畝比類乘除捷法自序曰。爲田畝算法者。蓋萬物之體。變段終歸於田勢。諸題用術。變折皆歸於乘除。中山劉先生作議古根源序曰。入則諸門。出則直田。蓋此義也。誤成直田。演段百問。信知田體變化無窮。引用帶從開方正負損益之法。前古之所未聞也。作術愈遠。罔究本源。非探蹟索隱。而莫能知之。輝擇可作關鍵題問者。重爲詳悉著述。推廣劉君垂訓之意。五曹算法題術。有未切當者。僭爲刪改。以便後學君子。目之曰。田畝比類乘除捷法。庶少裨汲引之梯徑云爾。時德祐改元歲在乙亥也。楊輝算法

論曰。輝所著書。載於文淵閣書目。訪之三十年。通人學士。士俱未之見。嘉慶庚午。余以翰林學士。充文穎館提調官。於永樂大典中。鈔得楊輝摘奇及□□□□等約百餘番。嗣漕督淮安。屬吾友江上舍鄭堂。審排比整齊之。然掇拾殘賸之餘。究非全秩也。頃聞蘇州黃羹圃主事丕烈。得宋刊楊輝算法。亟屬何君夢華元錫。假錄其副。流覽一過。知輝於此學。未云淺造。田畝比類重修議古截田諸問。皆天元如積之術。其

開方步法縱橫布算之式。與秦道古數書同。此卽出於中山劉君者也。通變卷內有代乘代除各三百題。今市井俗人所謂飛歸者。正復相似。考夏侯陽算經。已有以幾添之身外減幾之語。蓋此種超徑等接之術。濫觴於唐以前矣。書中所稱應用算法詳解算法指南算法九章纂類議古根源辨古通源各書。今皆未見。不審海內尙有流傳之本否也。又法算取用本末卷。有史仲榮名。未詳何人。當攷。

向聞錢景開言。曾有楊輝算法。傳與一浙人。三十年來。博訪通人。皆未之見。歲庚午。應順天試。留京師。在李雲門侍郎寓邸。見雜鈔算書。約百餘番。乃阮芸臺中丞提調文穎館時。從永樂大典中。摭錄者。中有楊輝摘奇數條。始得略覩梗概。究未見全書也。今年夏。復翁夫子於同郡故家。得此書。皆散葉。且顛倒錯亂。殊甚。暇日。招余至百宋一廡。相與驗其文義。排比整齊。得書六卷。首尾序目。無缺失。亟命工裝成一巨冊。續而藏之。由是識與不識。咸知爲希世寶矣。田畝比類。重修議古。截田諸問。皆天元如積之術。其開方步法。從橫布算之式。與秦道古數書。正同。通變卷內。有代乘代除各三百題。此卽今人所謂飛歸法。攷夏侯陽算經。已有以幾添之。身外減幾之語。蓋超徑算接之術。濫觴於唐以前矣。書中所稱九章海島。孫子。曹張。丘建等。今皆刊本通行。其應用算法。詳解算法指南。算法九章。纂類議古。根源辨古。通源各書。則未知尙有流傳不也。楊輝字謙光。錢塘人。序作於德祐乙亥。瀛國公元年也。法算取用本末。有史仲榮名。未審何人。當攷嘉慶甲戌重陽日元和李銳跋。

是書誤文頗少。而闕文脫文甚多。續古摘奇算法。句股之下。直田之前。竟脫去一葉。其餘板口上方多闕一角。蓋原書由散葉排比而成。破損在所不免。影鈔者依樣謄寫故也。今據算術逐條校算。可補者補之。疑者闕之。以俟君子。道光庚子中元後兩日江陰宋景昌識。



務民義齋算學

徐有壬學

務民義齋算學

本館據咫進齋叢
書本排印初編各
叢書僅有此本

務民義齋算學

測圓密率卷第一

清 徐有壬學

第一術

圓徑求周

三因圓徑爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。四分第四數之一。四十九乘之。八除之。九除之。爲第五數。四分第五數之一。八十一乘之。十除之。十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲圓周。

此杜德美原法。秀水朱先生依法步算。徑一者。周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三一八六三六七四七二二七九五一四。周十者。徑三一八三〇九八八六一八三七九〇六七一五三。七七六七五四六六九六三八九〇五六六一。

第二術

圓徑求面積

徑自乘。三之。四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘

之四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆是遞求。至單位下。乃相併爲面積。

第三術

球徑求體積

球徑自乘再乘半之。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆是遞求。至單位下。乃相併爲球體積。

第四術

圓面積求周

十二因面積爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆是遞求。至單位下。相併爲周之自乘。開平方。得圓周。

第五術

圓徑求圓周

圓徑自乘。九之。爲第一數。副置第一數。三除之。四除之。爲第二數。四因第二數。五除之。六除之。爲第

三數。九因第三數七除之。八除之。爲第四數。十六因第四數九除之。十除之。爲第五數。二十五因第五數十一除之。十二除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲圓周之自乘羈。

第六術

圓球體積求周

五十四因球積爲第一數。副置第一數三除之。四除之。爲第二數。四因第二數五除之。六除之。爲第三數。九因第三數七除之。八除之。爲第四數。十六因第四數九除之。十除之。爲第五數。二十五因第五數十一除之。十二除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲圓周之立方。得圓周。

第七術

圓困求積

底徑自乘。乘高三之四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲圓困積。

第八術

圓錐求積

底徑自乘乘高四而一爲第一數。四分第一數之一二除之。三除之爲第二數。四分第二數之一九乘之。四除之。五除之爲第三數。四分第三數之一二十五乘之。六除之。七除之爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲圓錐積。

第九術

圓臺求積

上下徑相乘。又各自乘。併以乘高。四而一爲第一數。四分第一數之一二除之。三除之爲第二數。四分第二數之一九乘之。四除之。五除之爲第三數。四分第三數之一二十五乘之。六除之。七除之爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲圓臺積。

第十術

環田求積

內外徑相加爲和。相減爲較。和較相乘。三之四而一爲第一數。四分第一數之一二除之。三除之爲第二數。四分第二數之一九乘之。四除之。五除之爲第三數。四分第三數之一二十五乘之。六除之。七除之爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲環田積。

第十一術

圓內容方積求圓積

方積折半。三之爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是。遞求至單位下。乃相併爲圓面積。

第十二術

球內立方積求球積

立方折半自乘。二十七因之。爲第一數。副置第一數。三除之。四除之。爲第二數。四因第二數。五除之。六除之。爲第三數。九因第三數。七除之。八除之。爲第四數。十六因第四數。九除之。十除之。爲第五數。二十五因第五數。十一除之。十二除之。爲第六數。順是以下。皆如是。遞求至單位下。乃相併爲球積之自乘。開平方。得球積。

第十三術

橢圓求面積

橢圓廣袤相乘。三之。四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是。遞求至單位下。乃相併爲橢圓面積。

第十四術

橢圓蝿體求積

廣自乘以乘表半之爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲橢圓蝿體積。

第十五術

橢圓桶體求積

廣表相乘以乘高三之四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲橢圓桶體積。

第十六術

橢圓尖錐求積

廣表相乘以乘高四而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲橢圓尖錐積。

第十七術

橢圓臺體求積

倍上表。下表從之。亦倍下表。上表從之。各以其廣乘之。併以乘高。八而一。爲第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。爲第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。四分第三數之一。二。十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲橢圓臺積。

測圓密率卷第二

第一術

弧背求正弦

弧背爲第一數。正。弧背自乘。乘第一數。半徑羈除之。二除之。三除之。爲第二數。負。弧背自乘。乘第二數。半徑羈除之。四除之。五除之。爲第三數。正。弧背自乘。乘第三數。半徑羈除之。六除之。七除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求正弦。

第二術

弧背求正矢

弧背自乘。半徑除之。二除之。爲第一數。正。弧背自乘。乘第一數。半徑羈除之。三除之。四除之。爲第二數。負。弧背自乘。乘第二數。半徑羈除之。五除之。六除之。爲第三數。正。弧背自乘。乘第三數。半徑羈除之。七除之。八除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求正矢。

第三術

正弦求弧背

正弦爲第一數。正弦自乘。乘第一數。半徑羈除之。二除之。三除之。爲第二數。正弦自乘。乘第二數。半

徑幕除之。九乘之。四除之。五除之。爲第三數。正弦自乘。乘第三數。半徑幕除之。二十五乘之。六除之。七除之。爲第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求弧背。

第四術

正矢求弧背

矢乘圓徑。爲第一數。倍矢乘第一數。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。倍矢乘第二數。半徑除之。四乘之。五除之。六除之。爲第三數。倍矢乘第三數。半徑除之。九乘之。七除之。八除之。爲第四數。倍矢乘第四數。半徑除之。十六乘之。九除之。十除之。爲第五數。倍矢乘第五數。半徑除之。二十五乘之。十一除之。十二除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併爲弧背之自乘幕。開平方。得所求弧背。

以上四術。俱本杜德美氏。以後續增。

第五術

弦矢求弧背

矢自乘。正弦除之。倍之。三除之。爲第一數。正。矢自乘。乘第一數。正。弦幕除之。一乘之。五除之。爲第二數。負。矢自乘。乘第二數。正。弦幕除之。三乘之。七除之。爲第三數。正。矢自乘。乘第三數。正。弦幕除之。五乘之。九除之。爲第四數。負。矢自乘。乘第四數。正。弦幕除之。七乘之。十一除之。爲第五數。正。矢自乘。乘第

五數。正弦羈除之。九乘之。十三除之。爲第六數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。爲弦背差。加正弦。得所求弧背。

第六術

正切求弧背

正切爲第一數。正。正切自乘。乘第一數。半徑羈除之一乘之。三除之。爲第二數。負。正切自乘。乘第二數。半徑羈除之三乘之。五除之。爲第三數。正。正切自乘。乘第三數。半徑羈除之五乘之。七除之。爲第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求弧背。

第七術

弧背求正切

弧背爲第一數。弧背自乘。乘第一數。半徑羈除之三除之。爲第二數。弧背自乘。倍之。乘第二數。半徑羈除之五除之。爲第三數。弧背自乘。倍之。乘第三數。加一差。見下。半徑羈除之七除之。爲第四數。弧背自乘。倍之。乘第四數。加二差。見下。半徑羈除之九除之。爲第五數。弧背自乘。倍之。乘第五數。加三差。見下。半徑羈除之十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求正切。

各加差求法

第二數以下。通行自乘。又乘第一數。得各加差。分析如下。第二數自乘。乘第一數。爲一差。第二數