

15.  $2x-x^3-1$   $x^3-2x^2+2x-1$   $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$   
 16.  $x^4+4x^2+16$   $9x^4-10x^2y^2+y^4$   $4x^4+3x^2y^2+9y^4$   
 17. 次ノ各式ヲ平方ニ括レ (第三ハ  $a = 就テ$ ).  
 $x^2-20x+96$   $6x^2-x-77$   $(a+c)^2+(b^2-4ac)$   
 18.  $4x+40$  ヲ A,  $x^2-10x$  ヲ B トス,  $x$  ノ數値ガ如何  
 ナレバ, (一)  $A=B$ , (二)  $A>B$ , (三)  $A<B$  トナルカ.

## 補 習 問 題

19. (一)  $xy(x-y)+yz(y-z)+xz(z-x)$   
 (二)  $(b+c)^2+(c+x)^2+(x+b)^2-4xbc$  } ナ各  $x = 就テ$  整頓セヨ.  
 20.  $(x+2)^3-n(x+2)^2+12(x+2)-7=x^2+1$  ガ恒等式トナル様ニ  $n$  ノ  
 數値ヲ求ム.  
 21.  $(x-2)(x-3)(x-4)-6=(x-5)( ) = 就テ ( )$  ヲ求ム.  
 22.  $(x^2+x+1)^2+(-x^2+x+1)^2+(x^2-x+1)^2+(x^2+x-1)^2$  ナ展開セ.  
 23.  $(a+b+c-x)^2+(x-a+b-c)^2+(x+a+c-b)^2+(x+b+c-a)^2$   
 次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ (20-29).  
 24.  $(ax^3+bx^2+cx+d)-(a+b+c+d)$   $ax^3-x-a+1$   
 25.  $(x^2-4x)^2-2(x^2-4x)-15$   $(x^2+7x+6)(x^2+7x+12)-280$   
 26.  $x^2-5xy-x+6y^2+y-2$   $(a+b)^2x^2+2(a^2-b^2)x+(a-b)^2$   
 27.  $a^4+a^2x^2+x^4$   $x^4+4y^4$   $(x+y)^4+(x^2-y^2)^2+(x-y)^4$   
 28.  $x^2+30x-1296$   $9x^2+54x-144$   $x^2-\frac{3}{4}xy-\frac{1}{4}y^2$   
 29.  $a^2x+abx+ac+aby+b^2y+bc$   $ax^4-a^3x^2-a^2x^3+a^4x$   
 30. 次ノ各式ヲ展開セヨ.  
 $(-a-b+c-d)(-a+b-c-d)$   $(-a-b+c+d)(-a-b-c+d)$

G.C.M.  
公約數及公倍数

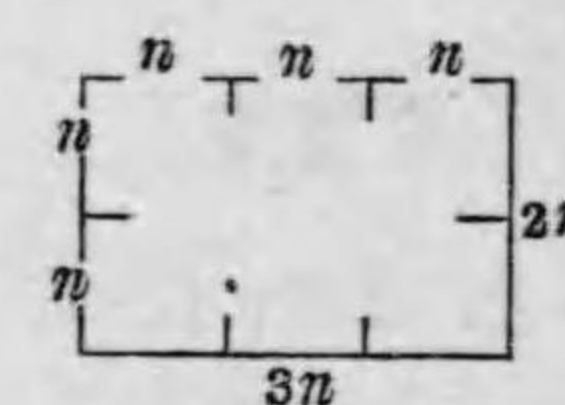
## 39. 最大公約數の例

【例一】 18人ノ學生ニテ12臺ノ自轉車ヲ使用  
 スベキトキハ, 3人ニ付2臺ノ割リ當トナル.

即チ18人ト, 12臺トヲ各6組ニ分ツ, 6ハ18ト12  
 トノ最大公約數ナリ.

最大公約數とは二つ以上の數に共通せる約數  
 (公約數)の中最大なるものなり. 公約數が名數  
 (量)なる時は, 之を公度といふ

【例二】 矩形ノ地面アリ, 其縦  
 横ガ18間ト12間ナル時ハ其比ハ  
 3:2ナリ. 此場合ニ18間ト12間



トノ最大公度6間ヲ  $n$  トスレバ, 縦ト横トハ  $3n$   
 ト  $2n$  トナリ.

【注意1】 1冊ガ27錢ナル書物二冊ノ價ハ54  
 錢ニシテ, 27錢ハ27錢ト54錢トノ最大公度ナリ.

【1】 二つの數甲, 乙ありて, 甲が乙の倍數なる  
 時は, 乙は此二つの數の最大公約數ナリ.

〔例三〕 次ノ各組ノ最大公約数ヲ求ム.

(一) 26, 247 (二) 135, 180, 225

〔解〕 (一)  $26=2 \times 13$   $247 \div 13=19$   $13 \overline{) 26, 247}$   
 $\phantom{13 \overline{) 26, 247}} \underline{26}$   $\phantom{13 \overline{) 26, 247}} \underline{247}$   
 $\phantom{13 \overline{) 26, 247}} \phantom{26} \phantom{247} \phantom{247} \phantom{247} \phantom{247}$   
 $\phantom{13 \overline{) 26, 247}} \phantom{26} \phantom{247} \phantom{247} \phantom{247} \phantom{247} \phantom{247}$   
 答 13

(二)  $135=3.3.3.5$  此中他ノ二ツニ共通ナル素因数ヲ求ムレバ

3)	135	180	225
3)	45	60	75
5)	15	20	25
	3	4	5

〔驗算〕

45)	135, 180, 225
	$\underline{135}$
	$\underline{180}$
	$\underline{225}$

45ヲnトスレバ各  
数ハ  $3n, 4n, 5n$  ナリ.

$3.3.5=45$  答

〔2〕 各數に共通なる素因数の積が其等の最大公約数なり.

〔注意2〕 (一) 與へられたる數の中に負の數がある時にも公約数には正の數を採用す. 例へば -18 ト 12 トノ最大公約数ハ 6 ナリトスルガ如シ.

(二) 分數の最大公約数は通分して求めらる.

〔例四〕 次ノ各組ノ數ノ最大公約数ヲ求ム.

(-36, 20)  $(\frac{7}{6}, -\frac{7}{4})$  (13.5寸, 18寸, 22.5寸)

〔解〕 (一) ハ通分スレバ  $\frac{14}{12}, -\frac{21}{12}$  答  $\frac{7}{12}$

$\frac{7}{12}$ ヲnトスレバ各數ハ  $2n$  ト,  $-3n$  ナリ.

(二) ハ分ヲ單位トスレバ 135, 180, 225 ニシテ, 其最大公約数ハ 45ナルユエ, 答 4寸5分

代數式の最大公約数とは, 二つ以上の整式の公約数の中次數の最大なる式をいふ. 但し其等の式の係数の最大公約数を係数とす.

〔例五〕 次ノ各組ノ式ノ最大公約数ヲ求ム.

(一)  $A = \frac{7}{6}ab^2c^3$   $B = -\frac{7}{4}a^2b^3c$   $\frac{7}{12}ab^2c \overline{) A}$   $\frac{B}{2c^2, -3ab}$

答  $\frac{7}{12}ab^2c$

(二)  $A = ac(a-b)$   $B = bc(b-a)$   $\frac{c(a-b)}{a} \overline{) A}$   $\frac{B}{-b}$   
 答  $c(a-b)$

(三)  $A = 1-x^2$   $B = 3x^2-7x+4$   $\frac{x-1}{-(x+1)} \overline{) A}$   $\frac{B}{3x-4}$

〔解〕  $A = -1(x+1)(x-1)$ ,  $B = (x-1)(3x-4)$  答  $x-1$

(四)  $A = 3x^2-4x+1$   $B = 4x^2-5x+1$   $\frac{x-1}{3x-1} \overline{) A}$   $\frac{B}{4x-1}$

〔解〕  $B-A = x^2-x = x(x-1)$

$A = (x-1)(3x-1)$   $B = (x-1)(4x-1)$  答  $x-1$

(五)  $A = x^3+5x+6$   $B = x^3+x^2-3x+2$   $\frac{x+2}{x+3} \overline{) A}$   $\frac{B}{x^2-x-1}$

〔解〕  $A = (x+2)(x+3)$   $B \div (x+2) = x^2-x-1$  答  $x+2$

【注意3】 (a) 公約數ガ (b-a), 或ハ (1-x) ナル時モ (a-b) 或ハ (x-1) トシテ, 答ヘテヨシ.

(b) A, B ノ最大公約數ヲ G トスレバ, A, B ハ共ニ G ノ倍数ナルユエ [例ヘバ A=G・a B=G・b].

A+B, A-B, 或ハ mA±nB モ G ノ倍数ナリ (例五(四)).

(c) 例五(五)ノ如ク, 先づ簡單なる式の方を因數に分解して後, 其因數の何れが公約數なるかを驗すべし (例三(-)).

【例題】 次ノ各組ノ最大約數ヲ求ム.

1. (34, 85) (-54, 126) (54, -90, 126) (42, 126, 210)
2. {9ab<sup>3</sup>, 6a<sup>2</sup>b} {ab<sup>3</sup>, a<sup>2</sup>bc, abc<sup>2</sup>} {x<sup>2</sup>-y<sup>2</sup>, y<sup>3</sup>-x<sup>3</sup>}
3. {6ab(a+b)<sup>2</sup>, 4a<sup>2</sup>(a<sup>2</sup>-b<sup>2</sup>)} {bc(b-a)(b-c), ac(a-b)(a-c)}
4. {x<sup>2</sup>+x-6, x<sup>2</sup>-5x+6} {x<sup>2</sup>-4x+3, 4x<sup>3</sup>-8x<sup>2</sup>-19x+21}
5. {3x<sup>3</sup>+2x<sup>2</sup>-x, 5x<sup>4</sup>+3x<sup>3</sup>-2x<sup>2</sup>}  
{6(x<sup>2</sup>-9), 9(x+3), 10(x<sup>2</sup>-x-12)}

【注意】 卷末附録問題ニ就テ, 各自補習スベシ.

### 40. 連除法の例, 分離係數法

【例一】 87 ト, 232 トノ最大公約數ヲ求ム.

【演算】

$$\begin{array}{r} 87 \overline{) 232} \\ \underline{174} \\ 58 \end{array} \quad \begin{array}{r} 29 \overline{) 87, 232} \\ \underline{87} \\ 3, \quad 8 \\ \underline{232} \end{array} \quad \begin{cases} 87=29 \times 3 \\ 232=29 \times 8 \end{cases}$$

最大公約數... 29      答 29

【説明】 上ノ演算ハ次ノ演算(甲)ヲ簡單ニセルモノナリ.

$$\begin{array}{r} \text{(甲)} \quad 87 \overline{) 232} \\ \underline{174} \quad 1 \\ \underline{58} \quad \frac{2}{58} \\ \text{最大公約數} \dots 29 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{(乙)} \quad 3n \overline{) 8n} \\ \underline{6n} \quad 1 \\ \underline{2n} \quad \frac{3n}{2n} \quad \frac{2}{2n} \\ \text{最大公約數} \dots n \end{array}$$

計算の理由 87 ト 232 トハ何レモ其最大公約數 n の倍数ナルユエ, 232 ヨリ 87×2ヲ引キタル残り 58 も n の倍数ナリ.

次ニ 87 ト 58 トハ何レモ n ノ倍数ナルユエ, 87 ヨリ 58ヲ引キタル残り 29 も n の倍数ナリ. 因テ

n は 29 より大ならず.....(1)

然ルニ 29 は 58 の約數ナルユエ, 87 (=58+29) の約數ナリ, 從テ 232 (=87×2+58) の約數ナリ. 即チ

29 は 87 と 232 との公約數ナリ.....(2)

而シテ 29 ヨリ大ナル公約數ナシ(1). 故ニ 29 ガ最大公約數(n)ナリ.

(乙)ハ87ト232トヲ各  $n(=29)$  ヲ用ヒテ表シ、連除シタルモノニシテ、之ト(甲)トヲ較ブレバ諒解ニ便ナリ。

【注意1】 例へバ1冊ノ價29錢ノ書物ヲ1冊ヨリ8冊迄ノ次々ノ價ノ表ヲ作レバ、オノヅト(甲)ノ説明ヲ諳示スルコトナル。

(一) 演算(甲)ノ途中(a)ノ列ビノ二數58ト87トノ中58(=2×29)ヨリ因數2を取捨てて29ト87トシテ、連除法ヲ續ケテヨシ。此事ハ代數式ノ連除法ニテハ屢其必要アルモノナリ。取捨つる因數が相手方に共通ならざれば何にてもよし、最初ヨリ232ヲ2ニテ約シテモヨシ。

(二) 二つの數を其最大公約數にて割りたる商の間には1より外に公約數なし。

互に素なる數とは1より外に公約數なき二つの整數なり。二つが代數式なる場合には互に既約なりといふ。

【例二】  $A=x^3+3ax^2-a^2x-3a^3,$   
 $B=x^4+4ax^3-12a^2x^2-9a^4$ ノ最大公約數ヲ求ム、

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{l}
 (A) \ x^3+3ax^2-a^2x-3a^3 \\
 (G \cdot x) \dots x^3+4ax^3+3a^2x \\
 \quad \quad \quad -ax^2-4a^2x-3a^3 \\
 (-a \cdot G) \dots -ax^2-4a^2x-3a^3
 \end{array} & \begin{array}{l}
 x \\
 a \\
 x \\
 -a
 \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 x^4+4ax^3-12a^2x^2-9a^4 \quad (B) \\
 x^4+3ax^3-a^2x^2-3a^3x \dots (A \cdot x) \\
 \hline
 ax^3+a^2x^2-9a^3x-9a^4 \quad (-) \\
 ax^3+3a^2x^2-a^2x-3a^4 \quad (-) \\
 \hline
 (-2a^2) \dots -2a^2x^2-8a^3x-6a^4 \quad (-) \\
 \hline
 x^2+4ax+3a^2 \dots \\
 \dots \text{最大公約數}(G)
 \end{array}$$

【驗算】  $x^2+4ax+3a^2 \mid A, B$   
 $\frac{A}{x-a}, \frac{B}{x^2-3a^2}$

$G, C.M.$  答  $x^2+4ax+3a^2$

【例三】  $A=3x^4+15x^3+5x^2+10x+2,$   
 $B=2x^4+9x^3+14x+3$ ノ場合。

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{l}
 (A) \ 3x^4+15x^3+5x^2+10x+2 \\
 (-1 \cdot C) \dots 3x^4+10x^3-22x^2-5x \\
 (D) \dots \dots \dots 5x^3+27x^2+15x+2 \\
 (D \times 3) \dots \dots \dots 15x^3+81x^2+45x+6 \\
 (-5 \cdot C) \dots \dots \dots 15x^3+50x^2-110x-25 \\
 \quad \quad \quad 31 \mid 31x^2+15x+31 \\
 \text{最大公約數}(G) \dots \dots x^2+5x+1
 \end{array} & \begin{array}{l}
 2 \\
 -x \\
 -5 \\
 5 \\
 -3x \\
 5
 \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 2x^4+9x^3+14x+3 \quad (B) \\
 6x^4+27x^3+42x+9 \dots (B \times 3) \\
 \hline
 6x^4+30x^3+10x^2+20x+4 \dots (A \times 2) \\
 \hline
 -3x^3-10x^2+22x+5 \dots (C) \\
 -3x^3-15x^2-3x \dots (-3x \cdot G) \\
 \hline
 5x^2+25x+5 \\
 5x^2+25x+5 \dots (G \times 5)
 \end{array}$$

【驗算】  $x^2+5x+1 \mid A, B$   
 $\frac{A}{3x^2+2}, \frac{B}{2x^2-x+3}$

$\therefore \begin{cases} A=(x^2+5x+1)(3x^2+2) \\ B=(x^2+5x+1)(2x^2-x+3) \end{cases}$  答  $x^2+5x+1$

【説明】 先ヅ(B)×3ヲ作り、之ヲ(A)ニテ割リタリ。次ニ其残り(C)ニテ、(A)ヲ割リタル残り(D)ニ3ヲ掛ケテ、割リ續ケタル剩餘ヲ、31ニテ約シテ得タル式(G)ニテ、(C)ガ割リ切レタレバ、之ガ答ナリ。最初(A)×2ヲ(B)ニテ割リテモヨシ。

**分離係數記法** 例へば  $3x^4+15x^3+5x^2+10x+2$  ヲ記スニ, 次々ノ項ノ係數ヲ分離シタルモノヲ, 其符號ノママツヅケテ書キテ  $3+15+5+10+2$  トスルコトアリ. 此略記法ヲ**分離係數記法**トイフ. 例へば  $x$ ニ就テ三次ノ多項式ヲ其降冪ノ順ニ排列シタルモノノ分離係數記法ガ (一)  $1+4+0-5$ , (二)  $1-3a+3a^2-a^3$  ナルトキハ其多項式ハ (一)  $x^3+4x^2-5$  (二)  $x^3-3ax^2+3a^2x-a^3$  ナリ. (二)ハ  $a$ ニ就テ昇冪ノ順ニ排列セラレタル式ナレバ, 一層簡單ニ  $1-3+3-1$  ト記スコトヲ得.

**分離係數法**ニヨレル例三ノ演算ハ次ノ如シ.

(A) $3+15+5+10+2$	1	$2+9+0+14+3$ (B)
(-1.c) $3+10-22-5$	-1	$6+27+0+42+9$ .....(B×3)
(D)..... $5+27+15+2$	-1	$6+30+10+20+4$ .....(A×2)
(D×3)..... $15+81+45+6$	-5	(-
(-5.c)..... $15+50-110-25$	5	$-3-10+22+5$ .....(c)
$31+31+155+31$	-3	$-3-15-3$ .....(-3.G)
<b>最大公約數(C)</b> ..... $1+5+1$	5	$5+25+5$
		$5+25+5$ .....(G×5)

答  $x^2+5x+1$

**驗算**

$x^2+5x+1$ )  $A, B$        $A=(x^2+5x+1)(3x^2+2)$   
 $3x+2, 2x^2-x+3$        $B=(x^2+5x+1)(2x^2-x+3)$

ツマリ例三ノ排置ニ於テ,  $x$ ノ處ヲ總テ1トシ 項ノ缺ケタル處ニ+0ヲ入レタルナリ.

**例四**  $A=4x^2-5x+1, B=3x^3-3x^2+x-1$  ノ場合

**解**  $A=(x-1)(4x-1)$        $3+0+1$   
 $B=(x-1)(3x^2+1)$        $1-1 \overline{) 3-3+1-1} \dots\dots(B)$   
 $3-3$   
 $1-1$   
 $1-1$

答  $x-1$

若シ此場合ニ連除法ニヨラントスレバ, 先ヅ  $A+B=3x^3+x^2-4x=x(3x^2+x-4)$  ヲ作り,  $B$ ノ代リニ  $3x^2+x-4$  ヲ用フベシ.

**注意2**  $A, B$ ノ最大公約數ヲ  $G$ トスレバ

$$\begin{cases} A=a.G \dots\dots\dots(1) \\ B=b.G \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

ト置カル ( $a, b$ モ代數式), 故ニ  $A$ ト  $B$ トヲ見較ベテ, 其初項ヲ消去スルモ, 或ハ其末項ヲ消去スルモ 任意ニシテ演算ノ目的ハ迅速ニ  $G$ ノ簡單なる倍數ヲ見出スニアリ.

**問題第二十九集**

- 次ノ各組ノ數ノ最大公約數ヲ求ム (1-4).
1. (357, 391) (1927, 1517) (462, 714, 798) ( $16^{23}20^{27}, 8^{27}4^{27}$ )
  2.  $3x^3+x^2-3x+1$   $9x^4+12x^3-4x-1$
  3.  $12x^3+13x^2+6x+1$   $1+7x+16x^2+16x^3$

$$4. \quad x^3+x^2-x+1 \quad x^3+3x^2-x-3 \quad x^3+x^2-2$$

次ノ各式(5-7)ヲ因數ニ分解セヨ(公約數ヲ有ス).

$$5. \quad x^3-4xy^3+15y^3 \quad x^4+x^2y^2+25y^4$$

$$6. \quad x^3+x^2-2 \quad x^3+2x^2-3$$

$$7. \quad 3x^3+5x^2-15x+4 \quad 6x^3+27x^2+21x-9$$

#### 41. 最小公倍数を求むる例

[例一] 20米ハ11間ニ等シク, 共ニ660寸ナリ.  
此場合ニ660寸ハ, 33寸(=1米)ト60寸(=1間)ト  
ノ最小公倍数, 660ハ33ト60トノ最小公倍数ナリ.

最小公倍数とは二つ以上の數に共通せる倍数  
(公倍数)の中最小なるものなり. 公倍数が名數(量)  
なる時は, 之を公倍数といふ.

11ト20トノ最小公倍数ハ11×20ナル如ク

[1] 互に素なる二つの數の最小公倍数は其  
二つの數の積なり(附録第3節).

2米ト1米トノ最小公倍数ハ2米ナルガ如ク.

[2] 甲乙二つの數ありて, 甲が乙の倍数なる  
時は, 甲は此等の最小公倍数なり.

2, 2<sup>2</sup>, 2<sup>3</sup>, 2<sup>4</sup>, 2<sup>5</sup>ノ最小公倍数ハ2<sup>5</sup>ナルガ如ク,

[3] 同じ底數の種種の器の最小公倍数は, 其  
中の最高次の器なり.

[例二] 40, 60, 84ノ最小公倍数ヲ求ム.

2 ) 40, 60, 84	驗算	840 ÷ 40 = 21
2 ) 20, 30, 42		840 ÷ 60 = 14
3 ) 10, 15, 21		840 ÷ 84 = 10
10 5 7		
∴ 2 <sup>2</sup> ·3·10·7 = 840 答		

[説明] 各數ニ共通ナル素因數ト, 共通ナラザ  
ル素因數トヲ, 取リ落シ無  
ク, 又餘分ニ取ラヌ様ニ(法  
則[3]ニヨリテ)取リテ, 其連  
乗積ヲ求メタルナリ.

5ハ10ノ約數ナルユエ, 之ヲ省キテ考フ(法則[2]).

[注意1] 驗算ニ於テ, 最小公倍数ヲ各數ニテ  
割リタル商ノ間ニハ公約數ナシ.

若シ最小公倍数トシテ840ノ代リニ840nヲ採リ  
テ驗算スレバ, 次ニ示セルガ如ク, 商ノ間ニ公約數

840n ÷ 40 = 21n	nガ現レ, 公倍数トシタル數
840n ÷ 60 = 14n	840nノ中ニ餘分ノ因數nガ
840n ÷ 84 = 10n	アルコトガ分ル.

[例三] 87ト232トノ最小公倍数ヲ求ム(前節例).

$$\begin{array}{r} 29 \overline{) 87, 232} \\ \underline{3, \quad 8} \end{array}$$

29.3.8=696 答

**驗算**

696=87×8

696=232×3

[4] 二つの数 A, B を其最大公約数 C にて割りたる商を a, b, 最小公倍数を L とすれば

$$\frac{C}{a} \frac{A}{b} \quad L = C.a.b. = A.b = B.a = \frac{A.B}{C}$$

[注意2] 今後最小公倍数ヲ L, 最大公約数ヲ C ニテ表スコトトス.

[例四] 276, 805, 560 ノ最小公倍数(L)ヲ求ム.

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 276} \quad 805 \quad 560 \\ \underline{2 \overline{) 12}} \quad 35 \quad 560 \\ \underline{2 \overline{) 6}} \quad 35 \quad 280 \\ \underline{5 \overline{) 3}} \quad 35 \quad 140 \\ \underline{3} \quad 7 \quad 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 276 \overline{) 2} \quad 805 \\ \underline{253} \quad 552 \\ \underline{23} \quad 1 \quad 253 \\ \underline{1} \quad 23 \\ \underline{1} \quad 23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 2} \quad 560 \\ \underline{46} \\ \underline{100} \end{array}$$

(∴ 23ト560トハ互ニ素ナリ)

L=23.2.2.5.3.28=38640 答

**驗算** L=276×140 L=805×48 L=560×69

$$\begin{array}{r} 140 \\ 276 \overline{) 38640} \\ \underline{276} \\ \underline{1104} \\ \underline{1104} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 805 \overline{) 38640} \\ \underline{3220} \\ \underline{6440} \\ \underline{6440} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ 560 \overline{) 38640} \\ \underline{3360} \\ \underline{5040} \\ \underline{5040} \end{array}$$

[5] 幾つかの数の最小公倍数を求むるには、此等の数に共通なる素因数と、共通ならざる素因数とを、取落しなく、又餘分にとらぬ様に取りて、其

等の連乗積を作るべし。一つの数が他の数の約数なることを見付け次第約数の方を消すべし、又必ず答を各数にて割り試むべし。

[注意3] (一) -18 と +12 との最小公倍数は +36 なりとす。(二) 分数の最小公倍数は、通分して求む。

[例五] 次ノ各組ノ数ノ最小公倍数ヲ求ム.

(一)  $\frac{7}{6}, -\frac{7}{4}$

(二) 2.76 寸, 8.05 寸, 5.6 寸

**解** (一) ハ通分スレバ  $\frac{14}{12}, -\frac{21}{12}$  ∴  $\frac{7.2.3}{12} = \frac{7}{2}$  答

$$\frac{7}{2} = \left(\frac{14}{12}\right) \times 3 \quad \frac{7}{2} = \left(-\frac{21}{12}\right) \times (-2)$$

(二) 厘ヲ單位トスレバ, 276, 805, 560 ニシテ其最小公倍数ハ38640ナルヲ以テ(例四) 答 38 尺6寸4分

代数式の最小公倍数とは二つ以上の整式の公倍数の中、次数の最小なるものなり。但し其等の式の係数の最小公倍数を係数とす。

[例六] 次ノ各組ノ式ノ最小公倍数ヲ求ム.

(一)  $A = \frac{7}{6}ab^2c^3 \quad B = -\frac{7}{4}a^2b^2c$  答  $L = \frac{7}{2}a^2b^2c^3$

$L = A.3a \quad L = B.(-2c^2)$

(二)  $A = ac(a-b), \quad B = bc(b-a)$  答  $L = abc(a-b)$

$L = A \cdot b \quad L = B \cdot (-a)$

(三)  $A = 1 - x^2 \quad B = 3x^2 - 7x + 4$  (第 39 節例五)

$$\begin{array}{r} x-1 \ ) \ \frac{A, \quad B}{-(x+1), \quad 3x-4} \end{array} \quad L = (x-1)(x+1)(3x-4) \text{ 答}$$

$L = A \cdot \{ -(3x-4) \} \quad L = B \cdot (x+1)$  (注意 2 (-))

(四)  $A = 3x^4 + 15x^3 + 5x^2 + 10x + 2$

$B = 2x^4 + 9x^3 + 14x + 3$  (前節例)

$$\begin{array}{r} x^2+5x+1 \ ) \ \frac{A, \quad B}{3x^2+2, \quad 2x^2-x+3} \end{array}$$

$L = (x^2+5x+1)(3x^2+2)(2x^2-x+3)$  答

$L = A \cdot (2x^2-x+3) \quad L = B \cdot (3x^2+2)$

(五)  $A = x^3 - x^2 - 4x + 4 \quad B = x^3 - 2x^2 - x + 2$

$C = x^3 + 2x^2 - x - 2$

$$\begin{array}{r} x-1 \ ) \ \frac{A \quad B \quad C}{x-2 \ ) \ x^2-4 \quad x^2-x-2 \quad x^2+3x+2} \\ x+2 \ ) \ x+2 \quad \quad x+1 \quad x^2+3x+2 \dots\dots(a) \\ x+1 \ ) \ 1 \quad \quad x+1 \quad \quad x+1 \\ \quad \quad 1 \quad \quad 1 \quad \quad 1 \end{array}$$

$L = (x-1)(x-2)(x+2)(x+1)$  答

$L = A \cdot (x+1) \quad L = B \cdot (x+2) \quad L = C \cdot (x-2)$

(a) ノ段 = 於テ,  $x+2, x+1$  ハ  $x^2+3x+2$  ノ約數ナル ヲエ, 之ヲ省キテ, 答  $L = (x-1)(x-2)(x^2+3x+2)$  トシテモヨシ.

【注意 4】代數式ノ最小公倍數ハ積ノ式ニテ答フベシ, 之ヲ展開シ置クニ及バズ (第 38 節注意 1).

三ツ以上ノ式ノ最小公倍數ヲ求ムルニモ, 前例 (或ハ例 4) ノ排置法ニヨリテ求ムルガ捷徑ナリ.

問題 第三十集

次ノ各組ノ最小公倍數ヲ求ム.

- (8, 9) (16, 24) (15, 21, 42) (27, 55, 99, 15, 45)
- $(-54, 126)$   $\left(\frac{2}{5}, -2\frac{2}{3}\right)$   $\left(-4\frac{2}{5}, -3\frac{2}{3}\right)$   
 $(16^{23}20^{52}, 8^{33}4^{52})$
- $(286^{\frac{3}{2}}, 651^{\frac{3}{2}})$  (949, 1387) (462, 714, 798)  
 $(13^{24} \cdot 2, 23^{24} \cdot 4, 15^{24} \cdot 6)$
- $(9ab^3, 6a^2b)$   $(18ax^2, 72ay^3, 12xy)$   $(2x-2, 1-x^2)$
- $\{a-b, b-a\}$   $\{(x-y)(x-z), (y-x)(y-z), (z-x)(z-y)\}$
- $\{4(x+y), 6(x^2-y^2), 8(x^3+y^3)\}$   $\{a^2-b^2, b^3-a^3\}$
- $\{6(x^2-9), 9(x+3), 10(x^2-x-12)\}$
- $x^2+3x+2, x^2+4x+3, x^2+5x+6$
- $x^3+x^2-2, x^3+2x^2-3$
- $x^3+x^2-x+1, x^3+3x^2-x-3, x^3+x^2-2$

O / a 6 2



補習問題 第三十一集

生徒諸子ハ各自此補習問題ニヨリテ本篇ノ練習ヲ補フヲ良シトス。

次ノ各組ニ就テ、其總テノ公約數ヲ求ム。

1. (一) (126, 210) (二) (8abx, 10axy) (三) (a^3b^5, a^7b^7)

2. (一) 48ト72トノ總テノ公倍數ヲ表ス式ヲ求ム。

(二) 48x=72yナルトキ、xトyトヲ表ス式如何。

(三) 3663x=4477yナルトキ、x、yヲ求ム。

(四) 2/5 a^2 X = -2/3 ab Y ナル時、X、Yヲ求ム。

3. A、B二數ノ最大公約數Gト、其最小公倍數Lトノ組(G、L)ガ次ノ如キ場合ニ於ケル、A、Bヲ求ム。

(4, 36) (22, 660) (xy^2, bx^2y^2) (x+3, x^2-x-12)

4. G=abc^2, A.B=6a^3b^3c^4ナレバ、A、B如何(前題)。

5. 次ノ各組ニ就テ、(1)ト(2)トニテ聯立方程式解法ノ時ノ如ク、加減法ヲ施シテ一ツノ等式ヲ作り、其右邊ガ原等式ノ右邊同志ノ最大公約數トナリタル時ノ左邊ヲ求ム。

(甲) { A=232.....(1) B=87.....(2) } 解 (2) x 3 - (1) 3B - A = 29 答 3B - A

(乙) { A=115.....(1) B=161.....(2) } (丙) { A=3x^2-4x+1.....(1) B=4x^2-5x+1.....(2) }

6. A=x^2+8x+15トB=x^2+ax+6トガ公約數(一次式)ヲ有スル様ニaノ數值ヲ定メヨ。

7. 一邊ガabc^2(寸)ナル正方形ヲ、幾ツカ列ベ合セテ作りタル矩形ノ面積ガ、30a^2b^2c^4(平方寸)トナレリ。ヨリテ其周ヲ求ム(a、b、cハ皆相異ナレル素數ナリトス)。

8. A、B二數(或ハ二式)ニテ連除法

A) B(q) Aq/C) A(r) Cr/sD) C(s) sD

ヲ行ヒタル時、

B=Aq+c, A=Cr+D, C=Ds

ナリトシテ、Dヲ用ヒテA、Bヲ

表セ。

9. (一) 横縦ガ6ab, 9acナル一ツノ矩形Aアリ、Aヲ相等シキ大サノ成ルベク大ナル正方形ニ分ツコトヲ求ム(a、b、cハ相異ナレル素數)。

(二) 又Aニ等シキ矩形ヲ如何様ニ列ベ合スレバ正方形ナラシムルコトヲ得ベキカ。

10. 三十秒、一分、三分、二十五分、四十五分毎ニ鳴ル五箇ノ汽笛ガ一齊ニ鳴リ始メタル時ヨリ、其次ニ再ビ一齊ニ鳴リ始ムルマデノ時間幾許。

11. A=1+6x+13x^2+12x^3 B=1+7x+16x^2+16x^3ニ就テ、(一) 最小公倍數Lヲ求ム。(二) x=10トシタル時、A、Bノ數值ノ最小公倍數及Lノ數值ヲ求ム。

12. 6x^2-13x+6, 3x^2+13x-10, 2x^2+7x-15ノLヲ求ム。

13. 5(x-a)^3, 4ax^2(x^2-a^2)^2, 6x^3(a-x)ノLヲ求ム。

14. 2^3.5^2.a, 2^2.3^2.5^2.b, 2^3.3^2.5.a.bノGトLトヲ求ム。

15. (1-2x)(2x-7)ト(2x^2-5x+2)トノLヲ求ム。

16. 次ノ各數ヲ素因數ニ分解セヨ。

574 692 858 1242 1258 3003 5324

17. 第35節乘法ノ公式(或ハ例)ヲ(1)ヨリ(7)マデ復唱セヨ。

18. (-a+b+c-d)^2 - (-a-b+c+d)(a-b-c+d)ヲ展開セヨ。

19. (y+z)(z+x)(x+y)+xyzヲ、(一)xノ、(二)yノ、(三)zノ何レモ降幕ノ順ニ整頓セヨ。

20. 第34節、第36節因數分解法ノ公式(或ハ例)ヲ(1)ヨリ(6)マ  
テ復習セヨ.

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ(21-23).

21.  $\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}ax + a^2$      $7x-10-x^2$      $15x^2+14nx-8n^2$

22.  $a^2-2ad+d^2-b^2+2bc-c^2$      $a^4-a^3b-ab^3+b^4$

23.  $(x^2+3x)^2-3(x^2+3x)-8$      $z^4+4z^2+16$

24. 分離係數記法(第40節例二)ニヨリテ、(十七6, 7, 8). 及(十八  
6, 9)ヲ練習セヨ.

25.  $x^2-3x-70$ ,  $x^2-39x+70$ ,  $x^2-49x+7$  ノ L ヲ求ム.

26. (一)  $4x^2-12x+c$  ガ  $2x-3$  ノ倍數トナル様ニ  $c$  ノ値ヲ定メヨ.

(二)  $(a-b)x+12$  ガ  $2x+(a+b)$  ノ倍數トナル様ニ  $a, b$  ノ關係  
式ヲ求ム.

27.  $A=x^2+ax+6$  ト  $B=x^2+bx-6$  トガ  $x$  ノ一次式(G)ヲ公約數ニ  
有スル様ニ,  $a, b$  ノ關係式ヲ求ム.

**解**  $A+B=2x^2+(a+b)x=x\{2x+(a+b)\}$

$\therefore 2x+(a+b)$  ハ G ノ倍數ナリ.....(1)

$A-B=(a-b)x+12$  モ G ノ倍數ナリ..(2)

$\therefore \begin{cases} (1) \times (a+b) \dots\dots 2(a-b)x+(a^2-b^2) \dots\dots (3) \text{ト} \\ (2) \times 2 \dots\dots 2(a-b)x+24 \dots\dots (4) \text{トモ G ノ倍數ナリ.} \end{cases}$

$\therefore a^2-b^2=24$       答  $(a+b)(a-b)=24$

**應用** 答ノ關係式ニヨリテ

(一)  $\begin{cases} a+b=6 \\ a-b=4 \end{cases}$  即チ  $\begin{cases} a=5 \\ b=1 \end{cases}$  ノ時  $\begin{cases} A=x^2+5x+6=(x+2)(x+3) \\ B=x^2+x-6=(x+2)(x-3) \end{cases}$

$G=x+2$

(二)  $\begin{cases} a+b=-12 \\ a-b=-2 \end{cases}$  即チ  $\begin{cases} a=-7 \\ b=-5 \end{cases}$  ノ時  $\begin{cases} A=x^2-7x+6=(x-1)(x-6) \\ B=x^2-5x-6=(x+1)(x-6) \end{cases}$

$G=x-6$

28.  $A=x^2+ax+6$  ト,  $B=x^2+bx-12$  トガ  $x$  ノ一次式(G)ヲ公約數  
ニ有スル様ニ,  $a, b$  ノ關係式ヲ求ム.

次ノ各方程式ヲ解ケ(29-30).

29. (一)  $3(x-1)^2-3(x^2-1)=x-5$     (二)  $\frac{1}{3}y=\frac{1}{2}x-1$      $\frac{1}{4}y=\frac{2}{5}x-1$

30. (一)  $\begin{cases} \frac{2}{3}x-(y-4)-\frac{1}{5}(4x-1)=0 \\ \frac{20}{3}-\frac{1}{6}(x-5)=9-y \end{cases}$     (二)  $\begin{cases} x-\frac{1}{7}y-2=5 \\ 4y-\frac{1}{3}(x+10)=3 \end{cases}$

第 五 篇

分 数 式 一 次 方 程 式 ノ 續 キ

分 数 式

42. 分 數 ノ 例

〔例一〕 (一) 或學校ノ入學試験ニ於テ合格者ノ人数 (a) ハ志願者人数 (b) ノ五分ノ二ニ當ルトイフ時ノ「五分の二」 $(\frac{2}{5})$ ハ眞分數ナリ。

(二) 一貫目ノ重サハ目方ノ原器ノ重サノ四分ノ十五ナリトイフ時ノ「四分の十五」 $(\frac{15}{4})$ ハ假分數ナリ。

(三) スベテ圓周 (p) ハ其直径 (d) ノ三倍ト七分ノ一ナリ (大約)トイフ時ノ「三と七分の一」 $(3\frac{1}{7})$ ハ帶分數ナリ。

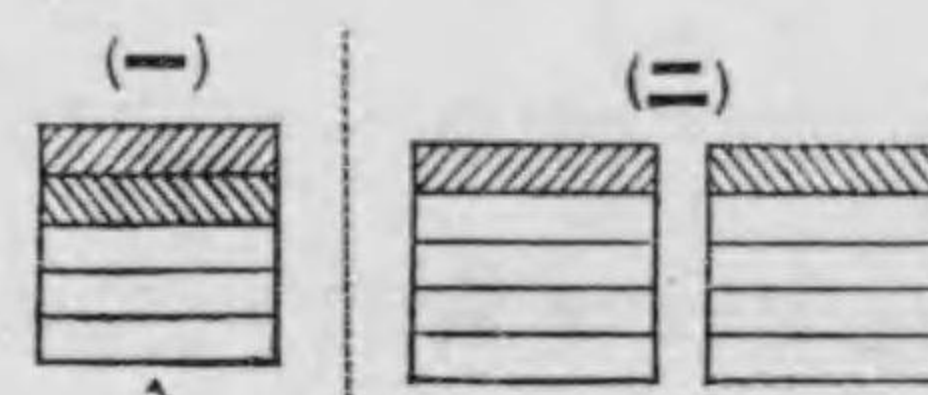
分數とは、一と看做したる量を幾つかに等分したるものの幾倍かに等しきものを表す所の數なり。分數に於て一を幾つに等分したるかを表す數を其分母といひ、等分したる其一分を幾つ合せたるかを表す數を其分子といふ。

〔注意1〕 pガdノ $3\frac{1}{7}$ 倍ナレバ  $p=3\frac{1}{7}d$ ニシテ  $3\frac{1}{7}$ ヲpノdニ對スル係數、或ハ比トイフ。

〔例二〕  $\frac{2}{5}$ ハ1ヲ5等

分シタルモノノ二倍

( $1\div 5+2$ )ヲ示セドモ、乗除



ノ順序ヲ交換シテ考フレバ ( $1\times 2\div 5$ ) 即チ 2ヲ5ニテ割リタル商  $2\div 5$  トモ考ヘラル (第10節)。

$$\frac{A}{B} = A \div B \quad (\text{或ハ } A \div B = \frac{A}{B}) \dots\dots [1]$$

〔1〕 分數は分子を分母にて割りたる商なり。

代數式ノ分數ノ意義ハ斯様ニ考ヘラル、即チ整式を以て、或他の整式 (或ハ數) を除したる商ノ式を除號を用ひずして、分數ノ形に表したるものを分數式といふ。

$$\frac{A}{B} \times B \quad (\text{或ハ } B \times \frac{A}{B}) = A \dots\dots [2]$$

〔2〕 分數式と其分母との積は其分子に等し。

〔注意2〕  $A-A=0$  と  $\frac{A}{A}=1$  とを混同すべからず。

分子、分母ノ等しき分數ノ値ハ1なり (第8節定義)。  
算術ニ於ケル分數ノ兩項ハ正ノ整數ナレドモ、

代數式ノ分數  $\frac{A}{B}$  ノ兩項 A, B ハ整式ナルガ故ニ、正若クハ負ノ整數、分數ヲ表ス。此差違アルニ拘ラズ分數式  $\frac{A}{B}$  = 係ル計算ハ  $\frac{A}{B}$  ガ尋常ノ分數ナル時ト同様ナリ (第3節注意2)。

今後分數式トイフベキヲ略シテ、單ニ分數トイフコト多シ。

**【例三】**  $x$  = 就テ考フレバ  $\frac{3a^2}{x+a}$  ハ真分數、 $\frac{x}{x-a}$ ,  $\frac{x^2-ax+a^2}{x+a}$  ハ假分數、 $x-2a+\frac{3a^2}{x-a}$  ハ帶分數ナリ、即チ分數式に於テ、其中の或一つの文字に就テ、分子の次數が分母のより低からざれば之を假分數、分子の次數が分母のより低ければ之を真分數と稱シ、整式と分數式との和を帶分數といふ (第24節例三)。

**【例四】** (一)  $355 \div 113$  ハ割り算シテ  $3\frac{16}{113}$

**【驗算】**  $3 \times 113 + 16 = 355 \quad \therefore 3\frac{16}{113} = \frac{355}{113}$

(二)  $(x^2-ax+a^2) \div (x+a)$  ノ全商ハ  $x-2a+\frac{3a^2}{x+a}$

**【驗算】**  $(x-2a)(x+a) + 3a^2 = x^2-ax+a^2$  (第24節例三)。

**【3】** (一) 假分數は除法によりて、帶分數に直すことを得。 (二) 帶分數は剩餘ある割り算の驗

算の時と同様にシテ、之を假分數に直すことを得。

(三) 整式 A は之を任意の數 B を分母とする分數式  $\frac{A \cdot B}{B}$  = 直すことを得。

**【注意3】** 算術ニアリテハ普通假分數ハ帶分數ニ直シテ答フ。代數式ニアリテハ一定シ難シ、然レドモ帶分數ヲ假分數ニ直シ、且其分母子ヲ因數ニ分解シ置キテ答フルコト多シ (第36節注意1)。

又例ヘバ  $\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b$  ハ  $\frac{1}{3}(a+b)$  或ハ  $\frac{a+b}{3}$  ト答フベシ。

**【例五】**  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$  ナルコトヲ證明セヨ。

**【證明】** 兩邊 =  $bd$  を掛くるに

(左邊)  $\times bd = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times b \times d = \left(\frac{a}{b} \times b\right) \times \left(\frac{c}{d} \times d\right) = ca$  (1)

(右邊)  $\times bd = \frac{ac}{bd} \times bd = ac$  ..... (2)

(1), (2) ノ結果相等シ。故ニ原ノ等式ハ真ナリ。

ツマリ原等式ノ左邊ハ  $ac \div bd$  ヲ  $(a \div b)(c \div d)$  = ヨリテ求メタルナリ [第8節(5), 第10節(1)]。

**【注意4】** 分數計算ノ正否ハ、斯様ニ、其兩邊ヲ同様ニ還元シテ證明セラルルコト多シ。

**【例題】** 1. 次ノ各ヲ證明セヨ ((二) ハ  $a \neq b$  トス)。

$$(-) x - 2a + \frac{3a^2}{x+a} = a - 2x + \frac{3x^2}{a+x} \quad (二) \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$$

2. 次ノ各ヲニツノ眞分數ノ項ニテ表セ.

$$\frac{22}{7} - \frac{355}{113} - \frac{7x-4}{x-1} - \frac{7x-26}{x-3} - \frac{3x-19}{x-13} + \frac{5x-25}{x+7} - 8$$

### 43. 分數の基本の性質

[例一] 前節例一合格者人數  $a$  ト, 志願者人數  $b$  ト. 就テ  $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$  ナリ. 而シテ各比ノ値 (0.4=4割) ヲ  $t$  トスレバ  $a=bt, 2=5t$  ト置クコトヲ得.

[1]  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  なる時, 各分數の値を  $t$  とすれば  $A=Bt, C=Dt$  と置くことを得

[例二] 或汽車ガ京濱間 18哩ヲ 28分間ニテ走ル割合ヲ以テスレバ, 其  $\frac{1}{2}$  ノ距離 9哩ヲ  $\frac{1}{2}$  ノ時間 14分ニテ走リ, 其  $n$  倍ノ距離 18 $n$ 哩ヲ,  $n$  倍ノ時間 28 $n$ 分ニテ走ル (-6). 此場合 =  $\frac{28}{18}$  分,  $\frac{28 \div 2}{18 \div 2}$  分,  $\frac{28n}{18n}$  分, ハ何レモ一哩ヲ行クニ要スル時間ニシテ相等シ.

$$\frac{A}{B} = \frac{nA}{nB} \quad \text{又} \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div n}{B \div n} \dots\dots [2]$$

[2] 分子と分母とを同じ數にて約し(割リ), 或

は同じ數にて掛くるも, 其分數の値は變らず

(第10節).

[例三] ペン先 2 錢ニ付 3 本ナルトキ, 其數量

價格	數量
2錢.....	3本
4.....	6
8.....	12
10.....	15
12.....	18
14.....	21
16.....	24
.....	.....

ガ此二倍三倍.....ニナレバ其價格ハ左表ノ如シ

次ノ等式ノ各邊ノ値ハ何レモ

此ペン先一本ノ價  $t$  = 等シ.

$$\frac{14}{21} = \frac{8}{12} = t \text{ トスレバ}$$

$$\frac{14}{21} = \frac{8}{12} = \frac{14+8}{21+12} = \frac{14-8}{21-12} = \frac{14m+8n}{21m+8n} = \frac{14m-8n}{21m-8n} = t \dots\dots(A)$$

[3]  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  なる時, 此各式の値を  $t$  とすれば

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{A+C}{B+D} = \frac{A-C}{B-D} = \frac{mA+Cn}{mB+Dn} = \frac{mA-nC}{mB-nD} = t \text{ (加比の理)}$$

[例四] 或家ニテ人ヲ雇フトキ一年間勤ムルナラバ金 28.8 圓ト或端物一端トヲ給スベキコトヲ約セリ. 然ルニ其者ハ雇ハレテヨリ五箇月ヲ經テ暇ヲ乞ヒシニヨリ約束ノ端物ト金 7.8 圓トヲ與ヘタリトイフ. 此端物ノ價格幾許ニ當ルカ.

**説明** 其端物ノ價格ヲ  $x$  圓トシ、一ヶ月ノ給料ヲ比ベテ

$$\frac{28.8+x}{12} = \frac{7.8+x}{5} \left[ = \frac{(28.8+x)-(7.8+x)}{12-5} = \frac{21}{7} \right] = 3$$

此等式ノ各邊ハ何レモ一箇月ノ給料ヲ表スモノナリ。普通ノ演算ニアリテハ〔 〕ノ部分ハ諸算ニテ行フガヨシ。

$$\therefore 7.8+x=5 \times 3 \quad x=7.2 \quad \text{答 7圓20錢}$$

**例五** 前節例一、合格者人數  $a$  ト、志願者人數  $b$  トニ就テ、 $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$  ナレバ、 $a$  ト  $b$  トノ公度ヲ  $n$  トスレバ  $a=2n$ 、 $b=5n$  ニテ表サル。

[4]  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  ならば  $A=C \cdot n$ 、 $B=D \cdot n$  と表さる

[5]  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  ならば  $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$  なり (交差の理)

[例六] 
$$\begin{cases} -\frac{b-a}{m-n} = \frac{a-b}{m-n} & \frac{-x+y}{-5} = \frac{x-y}{5} \\ \frac{-x^2}{x^2-a^2} = \frac{x^2}{a^2-x^2} & \frac{-x^2}{x^2-a^2} = \frac{x^2}{a^2-x^2} \\ \frac{2}{-(x+1)} = -\frac{2}{x+1} \end{cases}$$

斯様ナル變形ヲ行フコトヲ、其左邊ノ分數式ヲ整頓ストイフ。

[例題] 1.  $4\frac{2}{12}$  呎  $\div 2\frac{11}{12}$  呎  $= 10 \div 7$  ナリ、左邊ノ兩項ノ公度如何。

2. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$\frac{3}{2+x} = \frac{2}{3+x} \quad \frac{42}{x-2} = \frac{35}{x-3} \quad \frac{2x-5}{3x-7} = \frac{2x-7}{3x-5}$$

3. 例三の等式 (A) の各邊の分數の分子、分母の最大公約數を求む。

### 補習問題 第三十二集

生徒諸子ハ、各自此補習問題ニヨリテ、本節及前節ノ練習ヲ補フガヨシ。

1. 次ノ各ニ就テ、和及差ヲ求ム。

(一)  $\frac{5}{12}$  呎 (=5吋)、 $\frac{3}{12}$  呎 (=3吋) (二)  $\frac{x+y}{a}$ 、 $\frac{x-y}{a}$

【注意1】 分母の同じ分數の中、分子の1なるものを、其等の分數單位といふ。

2.  $1 \div a$ 、 $1 \div a \times b$ 、 $\frac{1}{a} \times b \times c$ 、 $\frac{1}{a} \times bc$ 、 $\frac{b}{a} \times c$  ノ各ヲ整頓セヨ。

【注意2】 分數に掛くるには、分子に掛くべし。

3. (一)  $\frac{6}{6}$  間、 $\frac{4}{6}$  間、 $\frac{2}{6}$  間ハ  $\frac{1}{6}$  間ノ、又  $\frac{2}{6}$  間ノ何倍カ。

(二)  $\frac{a}{x}$ 、 $\frac{b}{x}$ 、 $\frac{c}{x}$  ハ各  $\frac{n}{x}$  ノ何倍カ。

【注意3】 同分母の分數の比は分子の比に等し。

4. (一)  $m$  分ハ幾時ナルカ、又幾日ナルカ。

(二)  $\frac{m}{a} \div b$  ナ求ム。

【注意4】 分數を割るには分母に掛くべし。

次ノ各ヲ帶分數或ハ整式ニ直セ(5-6)。

$$5. \frac{5}{5} \quad 1430尺 \div 36 \quad \frac{x^2}{x-1} \quad \frac{x^2+3ax+a^2}{x+a} \quad \frac{a^2+3ax+x^2}{a+x}$$

$$6. \frac{x^2+y^2}{x-y} \quad -\frac{y^2+x^2}{y-x} \quad \frac{a-x}{x-a} \quad \frac{x^2-x-20}{x^2+x-30} \quad \frac{x^2-7x+12}{x^2-8x+15}$$

7. 次ノ各ヲ假分數ニ直セ。

$$37 \frac{37}{100} \quad 1-x+x^2-\frac{x^3}{1+x} \quad x-\frac{x^2}{x+1} \quad a-b-\frac{a^2-ab+b^2}{a+b}$$

8. 次ノ各ヲ整式ト眞分數ノ項トニテ表セ。

$$x-5+\frac{4x-5}{x-3} \quad a+x-\frac{a^2+x^2}{a+x} \quad x^2-ax+a^2-\frac{x^3}{x+a} \quad x-\frac{x^2}{x+1}$$

9. 次ノ各ノ答ヲ分數係數ノ整式ニテ答ヘヨ。

$$\frac{x}{2} \quad \frac{x}{3} \quad \frac{x}{2}-\frac{x}{3} \quad \frac{b-a}{480} \quad \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{3} + \frac{x+2y}{4}$$

$$10. \frac{6+a}{3}=2+a \quad \frac{6a}{3}=2a \quad \frac{5}{5}=0 \quad \frac{36 \times 36 \times 3}{48 \times 9 \times 9}=0 \quad \text{ヲ驗セ。}$$

11. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$(x+3) \times 5 - 6 = 69 \quad (x+a) \times b - c = m \quad \{(x+a)-b\} \times d + e = m$$

12. 或人所有金  $x$  圓ノ中、其五分ノ二ヲ費シ、次ニ殘リノ四分

ノ一ヲ費シ、次ニ又殘リノ三分ノ一ヲ費セリ。殘リノ  $x$   
ニ對スル係數如何。

13.  $\frac{14}{21} = \frac{8}{12}$  ナルコトニヨリテ、 $14=8n$ 、 $21=12n$  ト置ケバ、 $n$  ハ  
何ヲ表スカ。

14.  $\frac{4}{5} = \frac{4+x}{5+y}$  ナルトキ、 $x$ 、 $y$  ノ關係式如何(簡單=)。

15.  $4 > x > 0$  トス、 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{4+x}{5+x}$ 、 $\frac{4-x}{5-x}$  ハ各  $1$  = 何程不足スルカト  
考ヘテ、大サノ順ヲ求ム。

16. 次ノ各方程式ヲ解ケ。

$$\frac{x+12}{x+4} = \frac{x+3}{x-1} \quad \frac{x+4}{3x-8} = \frac{x+5}{3x-7} \quad \frac{6x-2}{2x+7} = \frac{3x-2}{x+3}$$

17 分數ノ基本ノ性質 [(1)ヨリ(5)迄] ナ復唱セヨ。

## 44. 約分の例

【例一】 ニツノ直六面體  $A$ 、 $B$  アリ、其横縦高  
サ、 $A$  ハ  $48$ 、 $12$ 、 $28$  (種)、 $B$  ハ  $32$ 、 $42$ 、 $18$  (種) ナリ。其  
體積  $A$  ハ  $B$  ノ幾分ノ幾ツナルカ。

$$\text{【解】} \quad \frac{A}{B} = \frac{48 \times 12 \times 28}{32 \times 42 \times 18} = \frac{2}{3} \quad \text{答}$$

【説明】 先ヅ  $48$  ト  $32$  トヲ、其公約數  $8$  ニテ約セ

バ  $\frac{6 \times 12 \times 28}{4 \times 42 \times 18}$  トナル。此事ハニツノ直六面體  $A$ 、  
 $B$  ヲ各其横ノ長サヲ八等分シ、從テ元ノ體積ノ八  
分ノ一ニ當レル體積ヲ比ベタルコトニ當ル

(圖ヲ畫ケ)。

ツマリ積ノ式ノ一ツノ因數ヲ約セバ、其式ノ數  
値ガ約セラレタルコトニ當ル(第10篇)。故ニ斯様  
ニ分母子ノ公約數ヲ見付ケ次第次次約シテ答  $\frac{2}{3}$   
ヲ得タルナリ[前節(2)]。  $\frac{2}{3}$  ヲ既約分數トイフ。

本例ニテハ  $n=8064$  トスレバ、 $A=2n$ 、 $B=3n$  ナリ。

約分とは分數の値を變へずして、其二項を小さ

くすることなり。

既約分數とは分數の分母分子が公約數を有せざるものなり。

$$[\text{例二}] \quad \frac{65}{91} = \frac{5 \times 13}{7 \times 13} = \frac{5}{7} \quad \text{答}$$

$$\frac{a^2 - 5a}{a^2 - 4a - 5} = \frac{a(a-5)}{(a+1)(a-5)} = \frac{a}{a+1} \quad \text{答}$$

$$\frac{3x^3 - 3x^2 + x - 1}{4x^2 - 5x + 1} = \frac{(3x^2 + 1)(x-1)}{(4x-1)(x-1)} = \frac{3x^2 + 1}{4x-1} \quad \text{答}$$

(第40節例四)

**説明** 第39節注意3(c)ニヨリ、先ヅ簡單ナル方ヲ因數ニ分解シテ、公約數ヲ求メタルナリ。

**例三**  $x=3$  なる時、 $\frac{A}{B} = \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 5x - 24}$  の數値を求む。

**解**  $x$ ヲ3トスレバ、 $\frac{A}{B} = \frac{9+6-15}{9+15-24} = \frac{0}{0}$  故ニA, Bハ $(x-3)$ ナル公約數を有す(第25節)。

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{(x-3)(x+5)}{(x-3)(x+8)} = \frac{x+5}{x+8}$$

$$x \text{ヲ} 3 \text{トスレバ} \quad \frac{A}{B} = \frac{8}{11} \quad \text{答}$$

**例題** 1. 代數計算ノ定義ヲ復唱セヨ(第3節)。

2.  $x=3$ トシテ例二ヲ驗セ。

### 問題 第三十三集

次ノ各ヲ既約分數ニ直セ。

$$1. \quad \frac{6 \times 42 \times 72}{36 \times 32 \times 18} \quad 0.875 \quad \frac{300}{225} \quad \frac{287}{369} \quad \frac{2021}{6407}$$

$$2. \quad \frac{a^2 b^2}{a^2 + ab} \quad \frac{x-x^2}{x-1} \quad \frac{(x+1)^2}{x^2-1} \quad \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2} \quad \frac{a^2 x - ax^2}{x^2 - a^2}$$

$$3. \quad \frac{ax-a}{b-bx} \quad \frac{7a^2 b - 7ab^2}{7a^2 c - 7ac^2} \quad \frac{3x^2 - 12ax}{48a^2 - 3x^2} \quad \frac{3a^2 x - 2ax^2}{2a^2 x - 3ax^2}$$

$$4. \quad \frac{x^2 - x - 20}{x^2 + x - 30} \quad \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 8x + 15} \quad \frac{2a^2 - ab - 3b^2}{2a^2 - 5ab + 3b^2}$$

$$\frac{x^2 - (a-1)x - a}{x^2 - (b-1)x - b}$$

$$5. \quad 3 - \frac{19(x+7)}{5x^2 + 33x - 14} \quad \frac{ax + a - x - 1}{ax - a - x + 1} \quad \frac{a^2 - b^2 + c^2 + 2ac}{a^2 - b^2 - c^2 + 2ac}$$

$$6. \quad \frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2 (x-y)^2} \quad \frac{a^3 - b^3}{a^4 + a^2 b^2 + b^4} \quad \frac{(x^3 - y^3)(x+y)}{(x^3 + y^3)(x-y)}$$

$$7. \quad \frac{3x^2 - 8x + 5}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} \quad \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 15}{x^3 - 2x^2 + 2x + 5}$$

$$\frac{n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1}{2n^3 + 3n^2 - 1}$$

8. 文字ノ數値ヲ何レモ1トシテ7.ヲ驗セ。

9.  $x=3$ ナル時  $\frac{x^2 - 4x + 3}{4x^3 - 9x^2 - 15x + 18}$ ノ數値ヲ求ム。



## 45. 通分、分數の加法、減法

通分とは、二つ以上の分數の値を變へずして、其等と同じ分母の分數に直すことなり。

【例一】  $\frac{19}{24}, \frac{5}{28}, \frac{14}{45}$  ヲ通分スルコト。

$$\begin{array}{r} \text{演算} \\ \frac{19}{24}, \frac{5}{28}, \frac{14}{45} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2) 24, 28, 45 \\ 2) 12, 14, 45 \\ 3) 6, 7, 45 \\ 2, 7, 15 \end{array}$$

公分母 = 2.2.3.2.7.15 = 2520

之ヲ各分母ニテ割レバ

$$\begin{array}{ccc} 3 \cdot 5 \cdot 7 & 2 \cdot 3^2 \cdot 5 & 2^3 \cdot 7 \\ \therefore \frac{1995}{2520}, & \frac{450}{2520}, & \frac{784}{2520} \quad \text{答} \end{array}$$

【注意1】 公分母トスベキ數 (2520) ハ幾通りモアル中、2520 ハ最小公分母ナリ。通分ハイツモ此通り行ヒ亂雜ニナラヌ様注意スベシ。

答ヲ  $\frac{1995}{L}, \frac{450}{L}, \frac{784}{L}, L=2520$  ト略記シテモヨシ。

通分ハ加法減法ノ準備トシテ肝要ナレドモ、幾ツカアル分數ノ比ヲ求メ、或ハ其等ノ間ノ最大公約數、最小公倍数ヲ求ムルニモ應用セラル。

前ノ場合  $\frac{1}{2520}$  ヲ  $a$  ニテ表セバ各分數ハ  $1995a, 450a, 784a$  ニテ表サレ、此等ノ間ノ計算ハ總テ整式ノ時通りニ行ハルルモノナリ。

【例二】  $\frac{A}{a^2b(x+a)}, \frac{B}{a^2b(x-a)}, \frac{C}{ab(x^2-a^2)}$  ヲ通分スルコト。

【演算】 公分母  $L = a^2b^2(x^2-a^2)$

之ヲ各分母ニテ割レバ  $b(x-a), a(x+a), ab$

答  $\frac{b(x-a)A}{L}, \frac{a(x+a)B}{L}, \frac{abC}{L}, L = a^2b^2(x^2-a^2)$

【例題】 1.  $\left\{ \frac{55}{56}, \frac{44}{63}, \frac{11}{72} \right\}$

$$\left\{ \frac{2a}{2a-3}, \frac{5}{6a+9}, \frac{4(3a+b)}{3(4a^2-9)} \right\} \quad (\text{通分})$$

2.  $\frac{55}{56}, \frac{44}{63}, \frac{11}{72}$  及此和ハ夫夫、此等ノ最大公約數ノ何倍ナルカ。

【例三】 (-)  $16\frac{1}{12} + 4\frac{5}{12} - 17\frac{17}{18}$

$$= 3\frac{3+15-34}{36} = 2\frac{20}{36} = 2\frac{5}{9} \quad \text{答}$$

$$(二) F = \frac{a^3+a^2b}{a^3-ab^2} - \frac{ab}{a^2+ab} - \frac{ab^3}{a^3b-ab^3}$$

各分母ハ  $a(a^2-b^2), a(a+b), ab(a^2-b^2)$

$\therefore$  公分母  $L = ab(a^2-b^2)$  之ヲ各分母ニテ割レ

$$\text{バ } b, b(a-b) \quad 1$$

$$\begin{aligned} \therefore F &= \frac{(a^3b + a^2b^2) - (a^2b^2 - ab^3) - ab^3}{ab(a^2 - b^2)} = \frac{a^3b}{ab(a^2 - b^2)} \\ &= \frac{a^2}{a^2 - b^2} \quad \text{答} \end{aligned}$$

【注意2】 (一) 斯様ニ、主要ナル變化ヲ簡明ニ記スガヨシ。

(二) 三ツ以上ノ分數ヲ加フルニハ、之ヲ悉ク一度ニ通分シテ加フル代リニ、次々ニ加フルカ、又ハ適當ニ之ヲ幾組カニ區分シテ、其各組ニ就テ和ヲ求メテ後、更ニ其等ノ和ヲ求ムルガ、便利ナルコトアリ。

帶分數ニ化シ得ル場合ニ於テハ、先ヅ此化法ヲ施シテ後ニ、整式ト分數式トヲ別別ニ加フルガ便利ナルコトアリ。

$$\begin{aligned} \text{〔例四〕 (一)} \quad & \frac{a}{a+b} + \frac{ab}{a^2-b^2} - \frac{a^2}{a^2+b^2} \\ &= \frac{a^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2}{a^2+b^2} \\ &= \frac{a^2\{a^2+b^2 - (a^2-b^2)\}}{a^4-b^4} = \frac{2a^2b^2}{a^4-b^4} \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$(二) \quad \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} = \frac{8}{1-x^8} \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (三) \quad & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{2}{x^2-1} + \frac{4}{x^2-4} = \frac{6x^2-12}{(x^2-1)(x^2-4)} \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (四) \quad & \frac{1}{x-3} + \frac{3}{x+1} - \frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+3} \\ &= \frac{6}{x^2-9} + \frac{-6}{x^2-1} = \frac{48}{(x^2-9)(x^2-1)} \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (五) \quad & \frac{2x-3a}{x-2a} - \frac{2x-a}{x-a} = \left(2 + \frac{a}{x-2a}\right) - \left(2 + \frac{a}{x-a}\right) \\ &= \frac{a^2}{(x-2a)(x-a)} \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (六) \quad & \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{a(b-c) - b(a-c) + c(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{(ab-ac) - (ab-bc) + (ca-cb)}{\quad} = \frac{0}{\quad} = 0 \quad \text{答} \end{aligned}$$

【注意3】 同分母ノ分數ノ加法、減法ハ配分定則ニ基クモノナリ。

〔例五〕  $x=3$  なる時、 $F = \frac{7}{x-3} - \frac{6x+3}{x(x-3)}$  の數値を求む。

$$\boxed{\text{解}} \quad F = \frac{7x - (6x + 3)}{x(x-3)} = \frac{x-3}{x(x-3)} = \frac{1}{x}$$

$$x=3 \text{ トシテ} \quad \text{答} \quad \frac{1}{3}$$

分數式の數値は之を一つの既約分數に直して  
求むべし。其時も猶分母が0となる時は問題は  
不能なり(第16節注意)。

### 問題 第三十四集

次ノ計算ヲ行へ。

1.  $3\frac{4}{7} + 1\frac{11}{14} + 2\frac{5}{21} + \frac{19}{28} \quad \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}$
2.  $\frac{8}{15(x-1)} + \frac{9}{10(x+1)} \quad \frac{2x}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}$   
 $\left(x - \frac{x^2}{x+1}\right) + \frac{x}{x-1}$
3.  $1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} + 1\frac{7}{12} - 1\frac{13}{24} \quad \left(\frac{a}{a-1} - 1\right) - \frac{1}{a(a-1)}$
4.  $\left(\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x+a}\right) + \frac{2x^2}{x^2+a^2}$   
 $\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}\right)$
5.  $\left(\frac{1}{x-3a} - \frac{1}{x+3a}\right) + \left(\frac{3}{x+a} - \frac{3}{x-a}\right) \quad 2 - \frac{x^3-11x+8}{x^2-6x+8}$
6.  $\frac{x}{x+2} + \frac{4}{x+6} - 1 \quad \frac{m(x-a)}{x-b} + \frac{n(x-b)}{x-a} - (m+n)$

7.  $\frac{x-2y}{xy} + \frac{3y-a}{ay} \quad \frac{x-y}{3n} + \frac{2x+y}{6n} - \frac{x-2y}{12n}$
8.  $\frac{b+c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$
9.  $\frac{b-c}{(x-b)(x-c)} + \frac{c-a}{(x-c)(x-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(x-b)}$
10. (一)  $\frac{a}{a+t}$  ト  $\frac{a+n}{a+t+n}$  トハ各1ヨリ何程小ナルカ。  
(二) 又之ニヨリテ  $a(a+t+n)$  ト  $(a+t)(a+n)$  トハ何レが大ナルカヲ求ム。
11.  $xy=624 \times 624$  ニ就テ  $x=624+a$  トス、ヨリテ  $y$ ヲ  $624-( )$  ノ形ニテ求ム。
12. 次ノ各ハ、實ト法トヲ通分シテ、後其商ヲ求ム。  
 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \quad \frac{a+x}{b} \div \frac{a^2-x^2}{ab} \quad \frac{1}{1-x^2} \div \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}\right)$
13.  $\frac{6y}{ax}, \frac{9y}{bx}$  ノ最小公倍數ヲ求ム。
14. 文字ノ數値ヲ  $x=2, y=1$  トシテ 2. ヲ驗セ。
15. 次ノ場合ノ數値ヲ求ム。  
(一)  $x=2, \quad \frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2}$   
(二)  $x=1, \quad \frac{x^2-3x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}$

## 補 習 問 題

$$16. \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2(x+1)} - \frac{x+3}{2(x^2+1)} \quad a-b - \frac{a^2+b^2}{a-b}$$

$$7. \frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{x+6}{x^2+4} - \frac{x+3}{x^2-3x+2} + \frac{x+2}{x^2-4x+3} - \frac{x+1}{x^2-5x+6}$$

$$18. \frac{1}{a} - \frac{3}{a+1} + \frac{3}{a+2} - \frac{1}{a+3} - \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} - \frac{2b}{a^2+b^2} - \frac{4b^3}{a^4+b^4}$$

$$19. \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x-1} + \frac{6}{x} - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{x+2}$$

$$20. \frac{x-y}{x+y} - \frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} - \frac{x^2-3x-10}{x^2-8x+15} - \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2}$$

$$21. \frac{5x+3}{x-1} + \frac{2x-3}{2x-2} - 6 - \frac{30+6x}{x+1} + \frac{60+8x}{x+3} - 14 - \frac{48}{x+1}$$

$$22. \left( \frac{x-a}{x-2a} - \frac{x-2a}{x-3a} \right) - \left( \frac{x-7a}{x-8a} - \frac{x-8a}{x-9a} \right) - \frac{a}{x(a-x)} + \frac{x}{a(x-a)}$$

$$23. \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} - \frac{x^2}{(a-x)(x-y)} - \frac{y^2}{(a-y)(x-y)}$$

$$24. \frac{3a-5b}{15ab} - \frac{a-7c}{12ac} - \frac{5b-4c}{20bc} + \frac{3}{4a} + \frac{3}{5b} + \frac{4}{3c}$$

$$25. \frac{1}{(a-b)(c-a)} + \frac{1}{(b-c)(a-b)} + \frac{1}{(c-a)(b-c)}$$

$$26. \frac{x-1}{x^2-8x+15} - \frac{2(x-3)}{x^2-6x+5} + \frac{x-5}{x^2-4x+3}$$

27. 次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$$x - \frac{1}{x} - \frac{8}{3} \quad x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \quad n^2 - \frac{1}{n^3} \quad 2n^2 - 5 - \frac{3}{n^2}$$

28.  $x+y=2z$  ナル時,  $\frac{x}{x-z} + \frac{y}{y-z} = 2$  ナリ, 之ヲ驗セ.

29. ニツノ割り算ノ商  $m \div a$  ト  $n \div b$  トノ和チーツノ割り算ノ商トシテ求ムル方法如何.

30. 次ノ各式ノ數値ヲ求ム.

(一)  $x=2, 4, 6, -1, -2, 0$  ノ時, 26. ノ式ノ數値 (二)  $x=1,$

$$\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} \quad (\text{三}) \quad x=2, \frac{5x-12}{(x-2)(x-3)} - \frac{x}{x-3} - 1$$

## 46. 分數の乗法及除法の例

$$\text{[例一]} \quad \frac{5}{8} \times 3 = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8} \quad \text{答}$$

$$\therefore \frac{5}{8} \times 3 = \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} = \frac{5+5+5}{8} = \frac{5 \times 3}{8} \quad (\text{三} + = 2)$$

分數式  $\frac{A}{B}$  = 係ル計算ハ  $\frac{A}{B}$  ガ尋常ノ分數ナル

時ト同様ナリ (第42節注意2).

[1] 分數に整數を掛くるには, 其整數を分子に掛くればよし [第10節(1)].  $\frac{A}{B} \times M = \frac{A \cdot M}{B}$

[例二] 汽船二晝夜ノ行程ガ  $n$  海里ナレバ, 其一時間ノ速サハ  $\frac{n}{2} \div 24$  或ハ  $\frac{n}{2 \times 24}$  (海里). (三 + = 4)

[2] 分數を整數にて割るには, 其整數を分母に掛くればよし [第8節(5)].  $\frac{A}{B} \div M = \frac{A}{B \cdot M}$

[例三]  $\frac{5}{36}$  町ハ何間ナルカトイフ

$$60 \text{ 間} \div 36 \times 5 = \frac{60 \text{ 間} \times 5}{36} = 8\frac{1}{3} \text{ 間} \quad \text{答}$$

此計算ヲ  $60 \text{ 間} = \frac{5}{36}$  ヲ掛クルトイフ (第1) 節例三)

$$[3] \quad M \times \frac{C}{D} = \frac{M \cdot C}{D} \quad \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$[說明] \quad \frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \text{ ハ例三ニヨリテ } \frac{A}{B} \div D \times C$$

$$\text{故ニ法則(2)ニヨリテ} \quad = \frac{A}{B \cdot D} \times C$$

$$\text{故ニ法則(1)ニヨリテ} \quad = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

[例四] スベテ圓周ハ其直徑ノ  $\frac{22}{7}$  倍ニ等シトスレバ周圍ガ6町58間アル圓形ノ湖水ノ直徑ハ  $418 \text{ 間} \div 22 \times 7 = \frac{418 \times 7}{22} = 133 \text{ 間} = 2 \text{ 町} 13 \text{ 間}$  答

此計算ハ(何程)ノ  $\frac{22}{7}$  倍ガ6町58間なるカト考ヘテ求メタルユエ、6町58間を  $\frac{22}{7}$  ニテ割リたるナリ(第8節除法定義) 而シテ其演算ハ6町58間に  $\frac{22}{7}$  を掛けたるナリ。

逆數  $\frac{7}{22}$  ト  $\frac{22}{7}$  トノ如ク、積ガ1となる二つの數ハ互ニ逆數ナリといふ(第10節)。

[4]  $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$  或數ニテ割るには其逆數を掛くべし。

【注意1】 (一) 零の逆數は無し。

(二) 圓周率 3.1416 ニテ割るには其逆數 0.3183

を掛くるに等し。

(三) 0.142857 を掛くるは、其逆數  $7 + \frac{1}{142857}$  即ち、略7にて割るに等し。

(四)  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$  ならば  $\frac{y}{x} = \frac{b}{a}$  ナリ。二つの式ガ相等しければ其逆數も又相等し。

(五)  $ax = by = cz$  ならば、 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$  ナリ。

$$[例五] \quad (-) \quad \frac{7}{8} \div 1 \frac{3}{25} \times \frac{4}{15} = \frac{7.25.4}{8.28.15} = \frac{5}{24} \text{ 答}$$

$$(二) \quad \frac{a \times b}{a-b} \times (a^2 - b^2) \div \frac{3(a+b)}{ab} = \frac{(a+b) \cdot (a^2 - b^2) \cdot ab}{(a-b) \cdot 3(a+b)} = \frac{1}{3} ab(a+b) \text{ 答}$$

$$(三) \quad \frac{x^2 - x + 1}{x^3 - 1} \div \frac{x^3 + 1}{x^2 + x + 1} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x^2 - x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) \cdot (x+1)}{(x-1)(x^2 + x + 1) \cdot (x+1)(x^2 - x + 1) \cdot (x-1)} = \frac{1}{(x-1)^2} \text{ 答}$$

$$(四) \quad \left( \frac{b}{3a-b} + \frac{3a}{3a+b} \right) \cdot \frac{3a-b}{9a^2+b^2} \div \left( \frac{1}{3a-b} - \frac{1}{3a+b} \right) = \frac{(9a^2+b^2) \cdot (3a-b) \cdot (3a-b)(3a+b)}{(3a-b)(3a+b) \cdot (9a^2+b^2) \cdot 2b} = \frac{3a-b}{2b} \text{ 答}$$

$$(五) \quad \frac{M}{a(a+4x)} \div \frac{N}{x(a+4x)} = \frac{xM}{aN} \text{ 答}$$

$$(六) \frac{a(a+4x)}{M} \div \frac{x(a+4x)}{N} = \frac{aN}{xM} \quad \text{答}$$

【注意2】 (a) (五)ノ如ク、割リ算ニ於テハ實ト法トヲ同分母ノ分數ニ通分シタルモノヲ考ヘテ(諸算)直ニ其分子ヲ用ヒテ答ヲ書キ下シ得ルコトアリ(三十四12.)

(b) (六)ノ如ク、實ト法トヲ其公約數ニテ約シテ(諸算)答ヲ直ニ書キ下シ得ルコトアリ。

(c)  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$ ハ此形ノママ乍ラ $\left(\frac{A.C}{B.D}\right)$ ト書キ直サズトモ、直ニAトDトヲ、又BトCトヲ其公約數ニテ約シテ可ナリ。

(d) 注意(a), (b)ニヨレバ、 $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D}$ ハ此形ノママ乍ラ $\left(\frac{A.D}{B.C}\right)$ ト書キ直サズトモ、直ニAトCトヲ、又BトDトヲ其公約數ニテ約シテ可ナリ。

### 問題 第三十五集

次ノ各式ヲ計算セヨ。

$$1. \frac{28}{39} \div \frac{21}{26} \times \frac{1}{8} \quad \frac{a-b}{a+b} \times (a^2-b^2) \div \frac{a-b}{ab} \quad \frac{ax}{(a-x)^2} \div \frac{ab}{x^2-a^2}$$

$$2. \left(\frac{1}{3a-b} - \frac{1}{3a+b}\right) \div \frac{3a+b}{9a^2+b^2} \div \left(\frac{b}{3a-b} + \frac{3a}{3a+b}\right)$$

$$\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a+b)^3}$$

$$3. \frac{4y^3}{5x^3} \div \frac{15y^2}{16x^2} \div \frac{20x^4}{16x^3y}$$

$$\left(\frac{y}{x-y} + \frac{x}{x+y}\right) \times \frac{x-y}{x^2+y^2} \div \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right)$$

$$4. \frac{4x^2-y^2}{M} \div \frac{2x+y}{N} \quad \frac{M}{a^2(9x^2-4)} \div \frac{N}{a(3x+2)}$$

$$\frac{4x^2-y^2}{a^2(9x^2-4)} \div \frac{2x+y}{a(3x+2)}$$

$$5. \left(1 + \frac{a^2-ab}{a^2+ab}\right) \div \left(1 - \frac{ab-b^2}{ab+b^2}\right)$$

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) \div \left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}\right)$$

$$6. \left(\frac{a^3-b^3}{a-b} - \frac{a^3+b^3}{a+b}\right) \div \frac{4ab}{a^2-b^2}$$

$$\left(1 - \frac{x-5}{x^2-25}\right) \times \left(1 - \frac{3x-6}{x^2+2x-8}\right) \div \frac{x+1}{x^2+5x}$$

### 補 習 問 題

7. 第46節ノ公式(四ツ)ヲ復唱セヨ。

8. 逆數トハ如何、次ノ各ノ逆數ヲ求ム。

$$5, 1, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, 3\frac{4}{7}, -3.5, -0.03, 1 + \frac{x-y}{x+y}, \frac{x}{1-x^2} - \frac{x}{1+x^2}$$

9.  $3R \div 3.1416$      $5R \div 3.1416$      $12R \div 3.1416$      $20R \div 3.1416$

10.  $3.1416 \times 0.142857$      $31.8584 \times 0.142857$      $35 \times 0.142857$

11. 次ノ方程式ヲ解ケ。

$$\frac{1}{x} = 3\frac{1}{3} \quad \frac{a}{x} = \frac{c}{b} \quad \frac{10}{x} + \frac{4}{y} = \frac{9}{x} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{X} = \frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$$

12. (一) 次ノ各ノ式ヲ簡單ニセヨ.

(二) 次ニ其加號[+]ヲ乘號[×]ニ、減號[-]ヲ除號[÷]ニ變ヘテ求ム.

$$16x - [4 - \{3 - 8x + (6 - 9x)\}] \quad a - \{a + b - [a + b + c - (a + b + c + d)]\}$$

$$13. \frac{a-b}{M} \div \frac{2b}{M} \quad \frac{M}{(a-b)^2} \div \frac{N}{ab(a-b)^2} \quad \frac{(m+n)^2}{A} \div \frac{xy(m+n)^2}{B}$$

$$14. \frac{(m+n)^2}{(a-b)^2} \div \frac{xy(m+n)^2}{ab(a-b)^2} \\ \left(1 - \frac{9x-81}{x^2-17x+72}\right) \times \frac{x^2-25}{x^2-1} \div \left(1 - \frac{13x-13}{x^2-9x+8}\right)$$

$$15. \frac{x^2-(m+p)x+mp}{x^2-(m+n)x+mn} \div \frac{x^2-p^2}{x^2-n^2} \quad \frac{x^2+xy}{x^2-xy} \times \frac{x-y}{(x+y)^2} \times \frac{x^2y^2(x+y)^2}{xy(x^2-y^2)}$$

$$16. \left(x^4 - \frac{5}{4}x^3 + \frac{11}{8}x^2 - \frac{1}{2}x\right) \div \left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) \\ \left(n^2 - \frac{2n}{n-1}\right) \times \frac{n^3-1}{n^2-1} \div (n^3+n^2+n)$$

17. 金  $m$  圓ヲ甲、乙、丙ノ三人ニテ分ツニ、甲ハ其  $\frac{1}{a}$  ヲ取リ、乙ハ其  $\frac{1}{b}$  ヲ取リ、丙ハ其残りヲ取レリ。丙ノ取リ前ノ  $m$  圓ニ對スル係數如何。

18. 前題ニ於テ甲ハ其  $\frac{1}{a}$  ヲ取リ、乙ハ其残りノ  $\frac{1}{b}$  ヲ取リ、丙ハ其又残りヲ取レリ、丙ノ取リ前ノ  $m$  圓ニ對スル係數如何。

## 47. 繁分數の例

繁分數式(繁分數)とは、 $A, B$  の一方若くは、双方が分數式なる場合に、 $A$  を  $B$  にて割りたる商

の式を  $\frac{A}{B}$  と書きたるものなり。

【注意1】 普通ノ分數式  $\frac{A}{B}$  ニアリテハ、 $A, B$  ハ皆整式ナリ。

繁分數式ハ計算ニヨリテ、普通ノ分數式ニ變形セラル。今次ニ之ガ計算ヲ説カンニ先ヅ算術ノ場合ヲ復習スベシ。

$$\text{【例一】 (一) } \frac{5}{\frac{1}{4} + \frac{2}{7}} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 7}{15} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3} \quad \text{答}$$

$$\text{(二) } 2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4}}}} = 2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \frac{1}{17}}} = 2 + \frac{1}{4 + \frac{17}{72}} \\ = 2\frac{72}{305} \quad \text{答}$$

【注意2】 (a) イツモ斯様ニ主要ナル變化ヲ簡明ニ示スベシ。若シ補助計算ヲ要スレバ、之ヲ其側ニ示スベシ。

$$\text{(b) 例一(二)ニテハ、} \frac{1}{4 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{17}, \quad \frac{1}{4 + \frac{1}{17}} = \frac{17}{72},$$

$$\frac{1}{4 + \frac{17}{72}} = \frac{72}{305} \quad \text{トセリ、即チ、最も短き分數線と、其次$$

の分數線とに係れる部分を併せて一度に扱ふが

よし.

$$\text{〔例二〕 (一) } F = \frac{3\frac{1}{3} \times 3\frac{3}{10}}{5\frac{5}{49} \div 7\frac{1}{7}} = \frac{10.33.49.50}{3.10.250.7} = \frac{77}{5}$$

$$= 15\frac{2}{5} \text{ 答}$$

$$\text{〔例二〕 (二) } F = \frac{3\frac{1}{17} + 17\frac{1}{3}}{\frac{1}{17} \times 2\frac{1}{6}}$$

$$3\frac{1}{17} + 17\frac{1}{3} = 20 + \frac{3+17}{17 \times 3} = \frac{20 \times 52}{17 \times 3}$$

$$\therefore F = \frac{20.52.17.6}{17.3.13} = 160 \quad \text{答 } 160$$

【注意3】 (a) 例二(一)ノ原式ノ下項ニアル  $\div 7\frac{1}{7}$  ハ、 $\times 7\frac{1}{7}$  トシテ上項ニアルニ同ジ。上下兩項ガ乗除號( $\times$ ,  $\div$ )ノミニテ續キタル式ナル時ハ、イツモ此例ノ如ク計算スベシ。

(b) 例二(二)ノ如ク、途中ノ部分的計算ヲ終ヘテ、再ビ原式ニ立チ歸ル時、此移リ變リヲ簡明ニ示サンガ爲メ、初メヨリ原式ヲ  $F$  (或ハ  $\frac{A}{B}$  等) ト名ヅケ置クガ便利ナリ(第40節例)。

$$\text{〔例三〕 } \frac{a - \frac{a-x}{1+ax}}{1 + \frac{a(a-x)}{1+ax}} = \frac{a^2x+x}{1+a^2} \quad \begin{array}{l} a(1+ax) - (a-x) \\ = a^2x+x \\ (1+ax) + a(a-x) \\ = 1+a^2 \end{array}$$

$$= x \text{ 答}$$

【説明】 上項ト、下項トヲ

( $1+ax$ ) ヲ公分母トシテ通分シタル分子ト、分子トノ比ヲ取リタルナリ[前節注意2.(a)].

$$\text{〔例四〕 } \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2}} \quad \begin{array}{l} (a+b)^2 - (a-b)^2 \\ = 4ab \text{ [第36節(6)]} \\ (a+b)^2 - (a^2+b^2) \\ = 2ab \end{array}$$

$$= \frac{4ab \cdot (a+b)^2}{(a-b)(a+b) \cdot 2ab}$$

$$= \frac{2(a+b)}{a-b} \text{ 答}$$

【説明】 上項ハ  $\frac{4ab}{(a-b)(a+b)}$  トナリ、下項ハ  $\frac{2ab}{(a+b)^2}$  トナル。ヨリテ下項ノ逆數ヲ(上項ニ)掛ケタルナリ。

$$\text{〔例五〕 } \frac{a}{a - \frac{a+2}{a+2 - \frac{a-1}{a}}} = \frac{a}{a - \frac{a(a+2)}{a^2+a+1}}$$

$$= \frac{a(a^2+a+1)}{a(a^2-1)} = \frac{a^2+a+1}{a^2-1} \text{ 答}$$



$$[\text{例六}] \quad (-) \quad F = \frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{1 - \frac{1+x^2}{(1+x)^2}} + \frac{x}{x - \frac{x+2}{x+2} - \frac{x-1}{x}}$$

$$(\text{第一項}) = \frac{2(1+x)}{1-x} \quad (\text{例四}) \quad \text{第二項} = \frac{x^2+x+1}{x^2-1} \quad (\text{例五})$$

故

$$F = \frac{2(1+x)}{1-x} + \frac{x^2+x+1}{x^2-1} = \frac{2(1+x)^2 - (x^2+x+1)}{1-x^2} \\ = \frac{1+3x+x^2}{1-x^2} \quad \text{答}$$

$$(二) \quad F = \frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2}{x+y} + \frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2}{x-y} \\ = \frac{x^2+y^2+2xy}{xy(x+y)} + \frac{x^2+y^2-2xy}{xy(x-y)} \\ = \frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy} = \frac{2x}{xy} = \frac{2}{y} \quad \text{答} \quad \frac{2}{y}$$

## 問題 第三十六集

次ノ各式ヲ計算セヨ。

$$1. \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{3}}{\frac{7}{9} \times 8 - \frac{3}{5}} \quad 2. \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} \quad 3. \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{5}} \times \frac{4}{3}$$

$$4. \frac{3\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4} \div 3\frac{1}{2} + 4\frac{5}{6}}{3\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} \times 4\frac{5}{6}}$$

$$5. \left\{ \begin{array}{l} \text{前題 (1), (2), (3), (4) ノ} \\ \text{答ヲ用ヒテ } \frac{(1) \times (2)}{(4) - (3)} \\ \text{ヲ計算セヨ。} \end{array} \right.$$

$$6. \frac{a - \frac{a-b}{1+ab}}{1 + \frac{a(a-b)}{1+ab}}$$

$$7. \frac{x}{x - \frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{x}}$$

$$8. \frac{x}{x - \frac{x}{x+2} - \frac{x+2}{x}}$$

$$9. \frac{\frac{a}{b} + 2 + \frac{b}{a}}{a+b} - \frac{\frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a}}{a-b}$$

$$10. \frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} - 1}$$

$$\frac{\frac{m^2+n^2}{n} - m}{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}} \times \frac{m^2-n^2}{m^3+n^3}$$

$$11. \left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{b(a-b)}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$$

$$12. \text{前題 (6), (9), (10), ノ答ヲ用ヒテ } \frac{(6) \div (9)}{(10)} \text{ヲ計算セヨ。}$$

## 補 習 問 題

$$13. \frac{1+x}{1 + \frac{x}{1+x} - \frac{2x^2}{1-x}}$$

$$14. \frac{\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-a}{x+a}}{\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a}} \quad (\text{又 } x:a=5:3 \text{ トシテ驗セ})$$

$$15. \frac{r^2-s^2}{r^2+s^2} \left( s - \frac{rs}{r+s} \right) \left( r + \frac{rs}{r-s} \right) \quad 16. 3\frac{1}{3} \times \frac{7\frac{3}{4} - 1\frac{11}{12}}{7\frac{3}{16} + 6\frac{2}{3}} \div \frac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{5} \times 9\frac{1}{11}}$$

$$17. x=0, 1, 2, 3, 4 \text{ ナル時 } \frac{x-2}{x-2-\frac{x}{x-x-1}} \text{ ノ數値幾許.}$$

$$18. \frac{7x-4}{x-1} = \frac{7x-26}{x-3} \text{ ノ根ヲ } x = \frac{7}{4} \text{ トシテ驗セ.}$$

$$19. \frac{n}{x-n} - \frac{p}{x-p} = \frac{n-p}{x} \text{ = 就テ } x = \frac{np}{n+p} \text{ ナ驗セ.}$$

【注意】 分數方程式ノ根ノ驗算ニハ、繁分數ノ計算ヲ要スルコト多シ.

$$20. x = \frac{a+1}{ab+1}, y = \frac{a(b+1)}{ab+1} \text{ ナルトキ, } \frac{x+y-1}{x-y+1} = a \text{ ナ驗證セヨ.}$$

$$21. \frac{28}{18} = \frac{42}{27} = \frac{42m \pm 28n}{27m \pm 18n} \text{ 各分數ノ分子分母ノ最大公約數如何.}$$

$$22. \text{(一) } 0.1416, \frac{88}{1416} \text{ ナ各1ヲ分子トスル繁分數ニ直セ.}$$

$$\text{(二) } 3.1416 \text{ 及 } 3 + \frac{1}{8} \text{ ノ } \frac{A}{B} \text{ ナ各連分數ニ直セ.}$$

$$23. \frac{x^2-yz+xy-xz}{m(x+y)-x-y} \quad \frac{(x^2-5x+6)-(x^2-7x+12)}{(x^2-5x+6)(x^2-7x+12)} \quad \frac{x(x+10)+24}{8x^2-29x-12}$$

$$24. \left( \frac{x+2a}{a-2x} - \frac{a+2x}{x-2a} \right) \times \left( \frac{2}{2a-x} - \frac{1}{a-x} \right), \text{ 又 } a=2n, b=3n \text{ トシテ驗セ.}$$

$$25. \frac{x^2-3x-10}{x^2-8x+15} - \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2}, \text{ 又數値ヲ入レテ驗セ.}$$

$$26. \frac{5}{8}, \frac{7}{24}, \frac{3}{20} \text{ ナ, } 300n \text{ ナ分母トスル繁分數ニ直セ.}$$

$$27. X \div \left( 1 - \frac{b}{a} \right) = \left( 1 + \frac{a}{b} \right) \div \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \text{ = 就テ } X \text{ ナ求ム.}$$

$$28. \frac{x+5}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \text{ ガ恒等式トナル様ニ } A, B \text{ ナ定メヨ. 但シ } A, B \text{ ハ } x \text{ ナ含マズ.}$$

$$29. \text{一晝夜ニ } n \text{ 分後ルル時計ヲ今日正午正時ニ合セ置ケバ, 明日此時計モ正午ハ正時ノ何時何分ナルカ.}$$

- 30 或人東京ヲ出發シテ、諸國ヲ遊歴シ、長崎ニ到ルマデニ初メノ所持金ノ  $\frac{3}{4}$  ナ費シ、長崎ニテ 45 圓ノ爲替ヲ受取り、再ビ所持金ノ  $\frac{3}{7}$  ナ九州旅行中ニ費シ、其又殘金ノ  $\frac{3}{5}$  ナ歸途ニ費シタルニ、此費セシ旅費總計 261 圓ナリシト、出發ノ際幾圓所持セシカ.

## 一次方程式の續き

### 48. 分數方程式を解く例(一元の場合)

$\frac{12}{x} + 5 = 8$  ハ分數方程式ニシテ、 $24 - 7x = 3$  ハ整方程式ナリ.

分數方程式とは、方程式が未知數を表す文字の分母にある分數式を含むものなり.

整方程式とは、方程式が未知元就ての分數式を含まざるものなり. 第三篇ニ於テ論ジタルハ多ク整方程式ナリ.

$$\text{[例一]} \quad \frac{x-2}{2x+1} + \frac{x-1}{3(x-3)} = \frac{5}{6} \text{ ナ解クコト.}$$

【解】 公分母  $L$  を  $6(2x+1)(x-3)$  として

$$6(x-2)(x-3) + 2(x-1)(2x+1) = 5(2x+1)(x-3)$$

$$(6x^2 - 30x + 26) + (4x^2 - 2x - 2) = (10x^2 - 25x - 15)$$

-7x+49=0... (A) ∴ x=7

x=7 は L を零とせず、故に根なり。 答 x=7

【驗算】 7-2 / 14+1 + 7-1 / 3(7-3) = 1/3 + 1/2 = 5/6

【説明】 公分母 L を 6(2x+1)(x-3) としてトアルハ、

6(2x+1)(x-3) を L と名づく、L を公分母として兩邊の式を通分したる時の分子を比ぶればトイフコトヲ略言セルナリ。

(A) ノ左邊ヲ分子トシ、L ヲ分母トスル分數式

(-7x+49) / 6(2x+1)(x+3) ..... (B)

ハ原方程式ノ兩邊ノ差ナリ。

x が 7 ナル時、(B) ノ分子 -7(x-7) ハ 0 トナリ、分母 L ハ 0 トナラズ、故ニ此時 (B) ノ數値ハ 0 トナル [第 16 節 (2)]。即チ x=7 ハ原方程式ノ兩邊ノ差ヲ 0 ナラシムルヲ以テ根ナリ。此事ヲ解ニハ x=7 は L を零とせず、故に根なりト略言セリ。而シテ原方程式ハ、其他ニ根ヲ有セズ (第 16 節)。

規則 分數方程式を解くには、其左右兩邊の差を一つの分數式に纏め、之を既約分數に化したる時の分子を零に等しと置きて解くべし。

【注意 1】 前例ニ於テ、解法ノ演算中ニアリテハ、分數式 (B) ヲ作ラザリシモ、x=7 ヲ得タル後、x=7 は L を零とせざるコトヲ確メタレバ、即チ (B) ガ既約分數ナルコトヲ確メタルコトニ當ル。解法ノ規則ハ通例、斯様ニ運用セラルルモノナリ。

【例題】 1. (x+2) / (2x-1) + (x+1) / (3(x+3)) = 5/6 ヲ解ケ。

2. (x+1) / (4(x+2)) + (x+4) / (5x+13) = 9/20 ヲ解ケ。

3. 1. ハ其兩邊ヲ 6 倍シ、2. ハ其兩邊ヲ 20 倍シ、分數項ヲ各帶分數ニシテ再ビ解キテ見ヨ。

【例二】 (3x-6) / (2x^2-3x-2) = 0 ヲ解クコト。

【解】 左邊ヲ變形スレバ (3(x-2)) / ((x-2)(2x+1)) = 0

∴ 3 / (2x+1) = 0 ∴ 不能ナリ。

【注意 2】 此時若シ直ニ分子ヲ 0 ニ等シト置ケバ 3x-6=0 ∴ x=2 トナル。

而シテ之ヲ驗セバ (6-6) / (8-6-2) = 0/0 トナリ、分子、分母ニ x-2 ナル公約數ガアルコトガ分ル (第 25 節)、故ニ之ヲ約シ去レバ方程式ハ根ヲ有セズ。

分數方程式の左右兩邊の差を既約分數に直さ

ずして解きて得る根は分母を零ならしむることあり.

[例三]  $\frac{x^2}{x-2} - 1 = \frac{4}{x-2} + 5$ ヲ解クコト.

[解]  $\frac{x^2-4}{x-2} - 6 = 0 \therefore x+2-6=0$  答  $x=4$

[驗算]  $\frac{16}{4-2} - 1 = 8 - 1 = 7 \dots\dots(1)$

$\frac{4}{4-2} + 5 = 7 \dots\dots(2)$

【注意3】 例三ヲ、公分母Lヲ  $(x-2)$  トシテ、例一ノ如ク解ケバ

$x^2 - (x-2) - 4 - 5(x-2) = 0$

$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad (x-4)(x-2) = 0 \dots\dots(A)$

$\therefore x=4$  或ハ  $x=2$

$x=4$  ハ Lヲ0トセズ、故ニ根ナリ。 答  $x=4$

$x=2$  ハ分母Lヲ0トス、然ルニ(A)ニヨレバ、原方程式ノ兩邊ノ差ヲ零ニ等シト置キタルモノハ

$\frac{(x-4)(x-2)}{x-2} = 0 \dots\dots(B) \therefore \frac{x-4}{1} = 0$

$\therefore x=4$  ダケガ根ナリ。

[例四]  $\frac{3x+5}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-1}$ ヲ解クコト.

[解]  $\frac{3x+3}{x^2-1} = 0 \quad \frac{3}{x-1} = 0 \therefore$  不能ナリ。

【説明】 原方程式ノ左邊ヲ變形スレバ、方程式

$\frac{3x+3}{x^2-1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-1}$

即チ  $\frac{3}{x-1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-1} \dots\dots(A)$

故ニ(A)ノ左邊ハ常ニ其右邊ヨリ  $\frac{3}{x-1}$  ダケ大ナリ、故ニ方程式ハ不能ナリ。

【注意4】 方程式ガ不定又ハ不能ナル時ハ、其事ヲ明カナラシムベシ(第27節例五注意)。

分數方程式ノ兩邊ノ差ヲ一ツノ分數ニ纏メタル時ノ分母Lヲ省カズシテ、分數ヲ既約分數ニスルガ便利ナルコトアリ。 例四以下ハ皆是ナリ。

[例五]  $x + \frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$ ヲ解クコト.

[解]  $x + \frac{1-x}{x-1} = 0 \therefore x-1=0$  答  $x=1$

【説明】  $x=1$  トスレバ、兩邊トモ  $\frac{1}{0}$  トイフ不能ノ式ヲ得(第16節注意)。 然レドモ此場合ニモ、原方程式ノ兩邊ノ差ハ零トナルヲ以テ、 $x=1$  ハ根ナリ(第46節例5)。

【注意5】  $x$  に  $a$  を代入したる時、分數式  $\frac{A}{B}$  が

(一)  $\frac{A}{B} = \frac{0}{m}$  となれば  $\frac{0}{m} = 0$  なり、(二)  $\frac{A}{B} = \frac{0}{0}$

となれば A, B は  $x-a$  なる公約數を有す (第 25 節).

(三)  $x$  に  $a$  を代入したる時, 方程式  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  が  $\frac{m}{0} = \frac{t}{0}$  となる時も  $(\frac{A}{B} - \frac{C}{D})$  は零となることあり (第 45 節例五).

[例題] 次ノ各方程式ヲ解ケ (簡單ナルハ譜算).

1.  $\frac{15}{x} = 3\frac{1}{3}$      $\frac{x-3}{8} = \frac{x-3}{x}$      $\frac{x}{x-3} = \frac{8}{x-3}$

$\frac{3}{4(x-1)} = \frac{2}{3x+1}$

2.  $\frac{2x-5}{x-3} - \frac{2x-2}{2x+1} = \frac{x-2}{x-3}$      $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 10$

3.  $\frac{x-1}{x-3} = \frac{x-2}{x-3}$      $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-3} + \frac{2x}{x^2-9} = 0$

49. *hotoshi* 分數方程式を解く例 (續き)

[例一] (一)  $\frac{b-c}{bx-c} = \frac{a+c}{ax+c}$  ヲ解ケ.

[解]  $\frac{b-c}{bx-c} = \frac{a+c}{ax+c} = \frac{bc+ac}{bc+ac} = 1$

$\therefore ax+c=a+c$     答  $x=1$

[驗算]  $\frac{b-c}{b-c} = 1 \dots (1)$      $\frac{a+c}{a+c} = 1 \dots (2)$

[説明]  $\frac{b-c}{bx-c} = \frac{a+c}{ax+c} = \frac{b(a+c)-a(b-c)}{b(ax+c)-a(bx-c)}$   
 $= \frac{bc+ac}{bc+ac}$  [第 43 節 (3)].

(二)  $\frac{a+x}{a-x} = \frac{a+b}{a-b}$  ヲ解ケ.

[解]  $\frac{a+x}{a+b} = \frac{a-x}{a-b} = \frac{2a}{2a} = 1 \therefore a+x=a+b \quad x=b$

[驗算]  $\frac{a+b}{a+b} = 1 \dots (1)$      $\frac{a-b}{a-b} = 1 \dots (2)$

[説明]  $\frac{a+x}{a-x} = \frac{a+b}{a-b}$  ヲ  $\frac{a+x}{a+b} = \frac{a-x}{a-b}$  トシテ前

例ノ如ク解ケヨ [第 43 節 (5)].

[例題] 1.  $\frac{b+c}{bx+c} = \frac{a-c}{ax-c}$      $\frac{a-x}{a+x} = \frac{a+b}{a-b}$

$\frac{6}{x-2} = \frac{5}{x-3}$

2.  $\frac{x+2}{x-2} = \frac{4}{3}$      $\frac{45}{2x-3} = \frac{57}{4x+5}$      $\frac{1+x}{1-x} = \frac{2}{3}$

3.  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{a+b}{a-b}$      $\frac{a}{a-x} = \frac{b}{b-x}$      $\frac{16}{3x-4} = \frac{27}{5x-6}$

4.  $\frac{x-4}{x-5} = \frac{x-1}{x-3}$      $\frac{7x-21}{7x-26} = \frac{x-1}{x-2}$      $\frac{2x-1}{2x-6} = \frac{3x-6}{3x-1}$

[例二]  $\frac{3x-19}{x-13} + \frac{5x-25}{x+7} = 8$  ヲ解ケヨト,

[解]  $(3 + \frac{20}{x-13}) + (5 - \frac{60}{x+7}) = 8$

$$\therefore \frac{20}{x-13} - \frac{60}{x+7} = 0 \text{ (第 42 節 例題).}$$

$$x+7-3(x-13)=0 \quad \text{答 } x=23$$

$$\text{[驗算]} \quad \frac{69-19}{23-13} + \frac{115-25}{23+7} = \frac{50}{10} + \frac{90}{30} = 5+3=8$$

[例題] 次ノ方程式ヲ解ク.

$$1. \frac{3x+19}{x+13} + \frac{5x+25}{x-7} = 8 \quad \frac{x-16}{x-17} + \frac{x-14}{x-9} = 2$$

$$2. \frac{x-2}{2x+1} + \frac{x-1}{3(x-3)} = \frac{5}{6} \text{ [先ヅ兩邊ヲ 6 倍シテ例二ニヨル (前節例一)].}$$

$$3. \frac{x+1}{4(x+2)} + \frac{x+4}{5x+13} = \frac{9}{20} \text{ (先ヅ兩邊ヲ 20 倍セヨ).}$$

$$\text{[例三]} \quad \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+1} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{[解]} \quad \frac{1}{(x-5)(x-4)} + \frac{-1}{(x+2)(x+1)} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$(x+2)(x+1) - (x-5)(x-4) = 0$$

$$\therefore 12x-18=0 \quad \text{答 } x=\frac{3}{2}$$

$$\text{[驗算]} \quad \frac{1}{\frac{3}{2}-5} + \frac{1}{\frac{3}{2}+2} = \frac{2}{-7} + \frac{2}{7} = 0 \text{ (左邊)}$$

$$\frac{1}{\frac{3}{2}-4} + \frac{1}{\frac{3}{2}+1} = \frac{2}{-5} + \frac{2}{5} = 0 \text{ (右邊)}$$

[説明] (1)ノ兩邊ノ差  $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+1}$ ノ二項宛ヲ纏メテ  $\left(\frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-4}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1}\right)$ トシテ(2)ノ左邊トス.

$$\text{[例四]} \quad \frac{17}{x-16} + \frac{15}{x-18} = \frac{32}{x-17} \text{ ヲ解クコト.}$$

[解] 32ハ 17+15 ナルコトニヨリ

$$17\left(\frac{1}{x-16} - \frac{1}{x-17}\right) + 15\left(\frac{1}{x-18} - \frac{1}{x-17}\right) = 0$$

$$\frac{-17}{(x-16)(x-17)} + \frac{15}{(x-18)(x-17)} = 0 \text{ 之ヲ解キテ}$$

答  $x=33$

$$\text{[驗算]} \quad \frac{17}{33-16} + \frac{15}{33-18} = 1+1=2 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{32}{33-17} = 2 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{[例題]} \quad 1. \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-8} = \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-4}$$

$$2. \frac{3}{x-7} + \frac{1}{x-9} = \frac{4}{x-8} - \frac{21}{x-98} - \frac{71}{x-94} = \frac{21}{x+44} - \frac{71}{x-52}$$

$$\text{[例五]} \quad \frac{x-8}{x-10} + \frac{x-4}{x-6} = \frac{x-5}{x-7} + \frac{x-7}{x-9} \text{ ヲ解ケ.}$$

$$\text{[解]} \quad \left(1 + \frac{2}{x-10}\right) + \left(1 + \frac{2}{x-6}\right) \\ = \left(1 + \frac{2}{x-7}\right) + \left(1 + \frac{2}{x-9}\right)$$

兩邊ノ差ヲ二項ヅツ纏メテ

$$\frac{-3}{(x-10)(x-7)} + \frac{3}{(x-6)(x-9)} = 0 \text{ 之ヲ解キテ 答 } x=8$$

$$\text{【驗算】 } \frac{0}{-2} + \frac{4}{2} = 2 \dots \dots (1) \quad \frac{3}{1} + \frac{1}{-1} = 2 \dots (2)$$

$$\text{【例六】 } \frac{5(2x^2+3)}{2x+1} - \frac{7x-5}{2x-5} = 5x-6 \text{ ヲ解ケ。}$$

【解】 先ヅ兩邊ヲ2倍シテ、分數項ヲ帶分數ニ  
スレバ  $(10x-5 + \frac{35}{2x+1}) - (7 + \frac{25}{2x-5}) = 10x-12$

$$\therefore \frac{35}{2x+1} - \frac{25}{2x-5} = 0 \text{ 之ヲ解キテ 答 } x=10$$

$$\text{【驗算】 } \frac{5 \times 203}{21} - \frac{65}{15} = \frac{1015-91}{21} = \frac{924}{21} = 44 \quad (1)$$

$$5 \times 10 - 6 = 44 \dots \dots (2)$$

【注意】 根ノ驗算ハ特別ノ場合ノ外ハ、原方程式ノママノ兩邊ノ數値ヲ求メテ比較スベシ。驗算ハ根ノ正確ナルコトノ自信ヲ得ンガ爲メナレバ、此目的ニ違ハザル様ニ、精確ニ行フベシ。

$$\text{【例題】 } 1. \frac{5x-8}{x-2} + \frac{6x-44}{x-7} = \frac{10x-8}{x-1} + \frac{x-8}{x-6}$$

$$2. \frac{5(2x^2+3)}{2x-1} + \frac{7x+5}{2x+5} = 5x+6$$

### 問題 第三十七集

次ノ各ヲ解ケ、解法ノ變化ハ主要ナルモノヲ簡明ニ記スベシ。

$$1. \frac{3}{x+2} = \frac{2}{x+3} \quad \frac{2x-14}{3x-14} = \frac{3}{8} \quad \frac{x+8}{x+9} = \frac{x+5}{x+7}$$

$$\frac{x+3}{x+6} = \frac{x+2}{x+4}$$

$$2. (x-8):(x-9)=(x-5):(x-7)$$

$$(x-3)(x-4)=(x-6)(x-2)$$

$$3. \frac{2x-1}{2(x-3)} = \frac{3(x-2)}{3x-1} \quad \frac{5}{7} \cdot \frac{2x-5}{3x-7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5x-2}{7x-3}$$

$$4. \frac{6(2x+1)}{3x-15} - \frac{6(x-11)}{2x-10} = 6$$

$$\frac{3x-2}{x+3} + \frac{7x-3}{x+2} + \frac{x+100}{x^2+5x+6} = 10$$

$$5. \frac{6x}{x-7} - \frac{x}{x-6} = 5 \quad \frac{3}{x+3} - \frac{4}{2x-4} = \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{61}{x-38} + \frac{37}{x-62} = \frac{98}{x-50}$$

$$6. \frac{5}{x-17} + \frac{3}{x-19} = \frac{8}{x-18}$$

$$\frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{1}{(x-1)(x-3)} = \frac{3}{(x-1)(x-4)}$$

$$7. \frac{2x-5}{5} + \frac{x-3}{2x-15} = \frac{4x-14}{10}$$

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x-9}{x-7} = \frac{x-8}{x-6} + \frac{x+1}{x-1}$$

$$8. \frac{9}{x-7} - \frac{5}{x-8} = \frac{9}{x-2} - \frac{5}{x+1}$$

$$\frac{71}{x+94} - \frac{21}{x+98} = \frac{71}{x+52} - \frac{21}{x-44}$$

補 習 問 題

$$9. \frac{x^2}{2x^2+5x} = 0 \quad \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = 0 \quad \frac{x^2+2x-15}{x^2+5x-24} = 0$$

$$10. \frac{(x-3)^2}{2x(x-3)} = 0 \quad \frac{x^2-3x}{x^2-1} + 2 + \frac{1}{x-1} = 0$$

$$11. \frac{x^2-11x}{x^2-1} + 2 + \frac{5}{x-1} = 0 \quad \frac{2x^2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1} = 2$$

$$12. \frac{5}{x+3} + \frac{3}{2x+3} + \frac{7}{2(x+3)} = \frac{1}{2} \quad \frac{7x+26}{x+21} = \frac{17+4x}{21} + \frac{10-x}{3} + \frac{13+x}{7}$$

$$13. \frac{6x+15}{8x-15} - \frac{1+8x}{15} = \frac{1-x}{3} + \frac{3-x}{5} \quad \frac{2}{7} \left[ \frac{5}{12} \left\{ \frac{7}{8} \left( \frac{3}{4x} + 5 \right) - 10 \right\} + 3 \right] = 8$$

$$14. \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-3}{x+3} = \frac{8}{x} \quad \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+8}$$

$$15. \frac{5(x-2)}{x+2} - \frac{2(x-3)}{x+2} = 3 \quad \frac{x-3}{x-5} = \left( \frac{2x-3}{2x-5} \right)^2$$

$$16. \frac{0.3x-1}{0.5x-0.4} = \frac{0.5+1.2x}{2x-0.1} \quad \frac{1-1.4x}{0.2+x} = \frac{0.7(x-1)}{0.1-0.5x}$$

$$7. \frac{x-8}{x-3} + \frac{x-3}{x-5} + \frac{x-9}{x-7} = \frac{x-1}{x-3} + \frac{x-13}{x-5} + \frac{x-6}{x-7}$$

50. 聯立分數方程式の例

$$[例一] \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots(1) \\ \frac{9}{x} - \frac{4}{y} = 1 \dots\dots\dots(2) \end{cases} \text{ヲ解クコト.}$$

$$[解] (1) \times 2 + (2) \quad \frac{15}{x} = 5 \quad \therefore x = 3 \quad \left| \begin{array}{l} \text{答} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \end{array} \right.$$

之ヲ(1)ニ代入シテ  $y=2$ .

$$[驗算] \quad \frac{3}{3} + \frac{2}{2} = 2 \dots\dots(1) \quad \frac{9}{3} - \frac{4}{2} = 3 - 2 = 1 \dots(2)$$

$$[例題] \quad 1. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 3 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x+y=10xy \\ 3x+4y=20xy \end{cases}$$

答  $\begin{cases} x=0 & \begin{cases} x=( ) \\ y=( ) \end{cases} \\ y=0 & \end{cases}$

$$[例二] \begin{cases} \frac{2x+5}{3y-7} = \frac{3}{2} \dots\dots\dots(1) \\ \frac{2y-5}{x+10} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(2) \end{cases} \text{ヲ解クコト.}$$

$$[解] \quad (1) \text{ヨリ} \quad 4x-9y = -31 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \text{ヨリ} \quad -x+4y = 20 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) + (4) \times 4 \quad 7y = 49 \quad \therefore y = 7$$

$\therefore (4) \text{ニヨリ} \quad x = 8$

答  $\begin{cases} x=8 \\ y=7 \end{cases}$



**【驗算】** (1)  $\frac{16+5}{21-7} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$  (2)  $\frac{14-5}{8+10} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

**【例三】** 
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2y+5} = \frac{x+1}{2y-7} \dots\dots\dots(1) \\ 3y-2x=19 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$
ヲ解クコト.

**【解】** (1) ヲ  $\frac{x-3}{2y+5} = \frac{x+1}{2y-7} = \frac{-4}{12} = \frac{-1}{3}$

$\therefore 3x+2y=4 \dots\dots\dots(3)$

又  $-2x+3y=19 \dots\dots\dots(2)$

$(3) \times 2 + (2) \times 3 \quad 13y=65 \quad y=5$   
 $\therefore x=-2$  } 答

**【驗算】** (1)  $\frac{-2-3}{10+5} = -\frac{1}{3}$  (左邊)

$\frac{-2+1}{10-7} = -\frac{1}{3}$  (右邊)

(2)  $15-2(-2)=19$

**【例題】** 1.  $\begin{cases} \frac{3x+1}{4-3y} = \frac{4}{3} \\ x+y=1 \end{cases}$  2.  $\begin{cases} \frac{x+3}{2y+5} = \frac{x+1}{2y+7} \\ 2x+3y=19 \end{cases}$

**【例四】** 
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{x-y} = 8 \dots\dots\dots(1) \\ \frac{7x-13}{3y-5} = 4 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$
ヲ解クコト.

**【解】** (1) ヲ  $7x=11x \therefore x=11n \quad y=7n \dots(3)$

之ヲ (2) = 代入シテ  $\frac{77n-13}{21n-5} = 4 \quad (84-77)n=7$

$\therefore n=1$  答  $\begin{cases} x=11 \\ y=7 \end{cases}$

**【驗算】** (1)  $\frac{11+21}{11-7} = \frac{32}{4} = 8$  (2)  $\frac{77-13}{21-5} = \frac{64}{16} = 4$

**【例五】** 
$$\begin{cases} \frac{6x+9}{4} + \frac{3x+5y}{4x-6} = \frac{13}{4} + \frac{3x+4}{2} \dots\dots\dots(1) \\ \frac{8y+7}{10} + \frac{6x-3y}{2y-8} = 4 + \frac{4y-9}{5} \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

**【解】** (1)  $\times 4 \quad 6x+9 + \frac{6x+10y}{2x-3} = 13+6x+8$

$\therefore 18x-10y=36 \quad \therefore 9x-5y=18 \dots\dots\dots(3)$

(2)  $\times 10 \quad 8y+7 + \frac{30x-15y}{y-4} = 40+8y-18$

$\therefore 30x-30y=-60 \quad \therefore x-y=-2 \dots\dots\dots(4)$

(3)  $-(4) \times 5 \quad 4x=28 \quad x=7$   
 $\therefore y=9$  } 答

**【驗算】** (1) 
$$\begin{cases} \frac{42+9}{4} + \frac{21+45}{28-6} = \frac{51}{4} + \frac{66}{22} \\ = \frac{63}{4} \dots\dots(左邊) \\ \frac{13}{4} + \frac{21+4}{2} = \frac{63}{4} \dots\dots(右邊) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{72+7}{10} + \frac{42-27}{18-8} = \frac{79}{10} + \frac{15}{10} = \frac{94}{10} = \frac{47}{5} \text{ (左邊)} \\ 4 + \frac{36-9}{5} = \frac{47}{5} \dots\dots\dots \text{(右邊)} \end{cases}$$

[例題] 1.  $\begin{cases} \frac{x+3y}{x-y} = 8 & \frac{7y-13}{3x-15} = \frac{5}{3} \end{cases}$

2.  $\begin{cases} x - \frac{2y-x}{23-x} = 20 - \frac{59-2x}{2} \\ y + \frac{y-3}{x-18} = 30 - \frac{73-3x}{3} \end{cases}$

問題 第三十八集

1.  $\begin{cases} 3x + \frac{5}{y} = 15 & 2\left(\frac{1}{x+2}\right) + 3\left(\frac{1}{y+3}\right) = 1 \\ 5x + \frac{9}{y} = 26 & 3\left(\frac{1}{x+2}\right) + 2\left(\frac{1}{y+3}\right) = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{12}{x-3} + \frac{8}{y-1} = 8 \\ \frac{27}{x-3} - \frac{12}{y-1} = 3 \end{cases}$$

2.  $\begin{cases} \frac{1}{3x+1} = \frac{2}{5y+4} & \frac{x+2}{y+7} = \frac{x-2}{y-3} & \frac{x-4}{y+4} = \frac{x-3}{y+7} \\ \frac{1}{4x-3} = \frac{2}{7x-6} & \frac{x+3y-4}{x+y} = 2 & \frac{x+2}{y-2} = \frac{x+5}{y-1} \end{cases}$

3.  $\begin{cases} \frac{1}{4x-3} = \frac{2}{7y-6} & \begin{cases} y = 5x - 14 \\ \frac{2x+7}{9} + \frac{7x-44}{y} = \frac{4x+27}{18} \end{cases} \\ \frac{1}{3x+2} = \frac{2}{5y+8} \end{cases}$

4.  $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 7 & \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{z} = 4 \\ \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = 0 \end{cases} \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{z} = 6 \text{ (第31節例一)} \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = 2 \end{cases}$

補習問題

5.  $\begin{cases} \frac{x+1}{y-1} - \frac{x-1}{y} = \frac{6}{y} \\ x-y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{xy}{y+2x} = \frac{1}{10} \\ \frac{xy}{4y+3x} = \frac{1}{20} \end{cases} \quad (x \neq 0, y \neq 0)$

6.  $\begin{cases} \frac{1}{4x-3} = \frac{2}{7y-6} \\ \frac{1}{3x+1} = \frac{2}{5y+4} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{4x-3} = \frac{2}{7y-6} \\ \frac{1}{3x+2} = \frac{2}{3y+8} \end{cases}$

7.  $\begin{cases} (x-1)(5y-3) = 3(3x+1) \\ (x-1)(4y+3) = 3(7y-1) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+1}{y+1} = 2 & \frac{y+2}{z+1} = 4 \\ \frac{z+3}{x+1} = \frac{1}{2} \end{cases}$

8.  $\begin{cases} \frac{x+y+1}{y-x+3} = \frac{(x+6y)-5(x+2y-1)}{4(x-2)-(4y+3)} & \frac{2z+3}{z+2} = \frac{2y+1}{y+1} \\ (3x-8)(z+1) + (2-x)(3z+1) = 0 \end{cases}$

## 51. 文字方程式の例

〔例一〕 一萬四百圓ノ賞與金ヲ甲、乙、丙ノ三等ニ區別シテ與ヘントスルニ、甲賞ヲ受クル者十人、乙賞ヲ受クル者三十人、丙賞ヲ受クル者五十人ニシテ、甲、乙、丙ノ賞ハ次第ニ  $d$  圓宛ノ差アル様ニナサントス。各一人ノ取り前幾許(第28節例一)。

〔解〕 甲、乙、丙各一人ノ取り前ヲ  $(x+d)$  圓、 $x$  圓、 $(x-d)$  圓トシテ、賞與金總額ヲ比ベテ

$$10(x+d)+30x+50(x-d)=10400 \dots\dots\dots(1)$$

$$\therefore 9x=1040+4d \quad \therefore x=\frac{1}{9}(1040+4d) \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{答} \begin{cases} \text{甲} \frac{1}{9}(1040+13d) \text{ 圓, 乙} \frac{1}{9}(1040+4d) \text{ 圓,} \\ \text{丙} \frac{1}{9}(1040-5d) \text{ 圓} \\ \text{但シ } d \text{ ハ } 208 \text{ ヨリ小ナリ.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{〔驗算〕} \quad & \frac{1}{9}(1040+13d) \times 10 + \frac{1}{9}(1040+4d) \times 30 \\ & + \frac{1}{9}(1040-5d) \times 50 \\ & = \frac{1}{9} \{ (10400+130d) + (10400 \times 3 + 130d) \\ & \quad + (10400 \times 5 - 250d) \} \\ & = \frac{1}{9} \times \{ 10400 \times (1+3+5) \} = 10400 \end{aligned}$$

$d$  が 208 ヨリ小ナラザレバ丙ノ取り分ハ負ノ數トナリ問題ハ不可能ナリ。

〔應用〕 例ヘバ  $d=100$  トスレバ、甲 260 圓、乙 160 圓、丙 60 圓ニシテ、第28節例一ノ答ヲ得。

〔注意 I〕 例ヘバ事實ノ實際ニ於テモ、斯様ナル場合ニ、賞與金分配ノ案ヲ立ツルニハ、各等級ノ差ヲ次第ニ、丁度百圓宛トハ定メ難クシテ、本例ノ如ク、先ヅ其差ヲ  $d$  圓トシテ、廣ク應用セララルル解答ヲ作リタル上ニ、之ヲ吟味シテ  $d$  ヲ適當ニ定ムルコトアリ。代數學ハ斯様ノ場合ニ適用セラレテ便利ナルモノナリ。

例ヘバ此場合ニ於テ、答ガ整數トナリ、丙ノ分ガ負數トナラヌ様ニ  $d$  ヲ定ムル仕方ハ

$$\text{答} \begin{cases} d=9n+1 \quad \text{且 } n < 23 \text{ トシテ} \\ \text{甲 } (117+13n) \text{ 圓, 乙 } (116+4n) \text{ 圓, 丙 } (115-5n) \text{ 圓} \end{cases}$$

$n=11$  トスレバ前ノ數値ヲ得。

又  $n=12$  トスレバ 甲 273 圓、乙 164 圓、丙 55 圓ヲ得。方程式(1)ヲ文字方程式トイフ。

文字方程式とは既知數と看做さるる文字を含む方程式なり。

**【注意2】** 文字方程式ヲ解キタル時ハ、成ルベク文字ノ適宜ノ數値ヲ入レテ見テ、根ノ數値ヲ示シ置クベシ、

**【例題】** (一) 父ハ40歳、子ハ10歳ナリ、父ノ年ガ子ノ年ノ $n$ 倍トナルハ幾年後ナルカ。

(二)  $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7$  等ヲ與ヘタル時ノ答數ノ中、正或ハ負ノ整數ナルモノヲ求ム。

**【例二】** 時計ノ兩針ガ第 $n$ 時(例ヘバ4時)ト、第 $(n+1)$ 時(例ヘバ5時)トノ間ニ於テ、長針ノ位置ガ短針ノ位置ヨリ $t$ 分( $t$ 分劃、例ヘバ5分劃)ダケ進ミタル位置ヲ求ム。

**【解】** 圖ノ如ク、丁度第 $n$ 時ニハ、長針ハ天(AO)ヲ指シ、短針ハOBヲ指ス。求ムル長針ノ位置ヲOC、短針ノ位置ヲODトス。長針ガOAヨリ、OC迄 $x$ 分(分劃)進ム間ニ、短針ハOBヨリ、OD迄進ミ其間ハ $\frac{x}{12}$ 分(分劃)ナリ。又ODトOCトノ間ハ $t$ 分(分劃)、OBトOAトノ間ハ $5n$ 分(分劃)ナリ。



故ニ  $x = 5n + \frac{x}{12} + t \dots\dots\dots(1)$

$\therefore x = (5n+t) + \frac{(5n+t)}{11} \dots\dots\dots(2)$

答 第 $n$ 時後  $\left\{ (5n+t) + \frac{(5n+t)}{11} \right\}$  分

**【驗算】**  $5n + \left\{ (5n+t) + \frac{(5n+t)}{11} \right\} \cdot \frac{1}{12} + t$   
 $= (5n+t) + \left\{ \frac{(5n+t) \cdot 12}{11} \cdot \frac{1}{12} \right\} = (5n+t) + \frac{(5n+t)}{11}$

**【應用】**  $n=4, t=5$  トスレバ、

$(5n+t) + \frac{(5n+t)}{11} = 25 + \frac{25}{11} = 27\frac{3}{11}$  答 4時 $27\frac{3}{11}$ 分

**【注意3】** 例二ノ應用トシテ、長針ガ短針ヨリ5分(分劃)前ニアル時刻ヲ求ムルニハ  $t = -5$  トスレバヨシ。

**【例題】** 例二ノ結果ヲ用ヒテ、七時ト八時トノ間ニ於テ、(一) 兩針ノ直角ヲナス位置ヲ二ツ求ム。(二) 一直線ヲナス位置ヲ求ム。(三) 全ク相合スル位置ヲ求ム。

**【例三】** 相手ノ者ニ任意ノ二數ヲ考ヘシメテ、之ヲ判定スルタメニ、(一) 先ヅ第一ノ數ノ3倍ト、第二ノ數ノ5倍トノ和( $m$ )ヲ言ハシメ、(二) 次ニ

第一ノ數ノ2倍ト第二ノ數ノ3倍トノ和(m)ヲ言ハシム。ヨリテ相手ノ者ノ初メニ考ヘタルニツノ數ヲ判定スルコトヲ求ム(二十ニ十二)。

**解** 
$$\begin{cases} 3x+5y=m \dots\dots(1) \\ 2x+3y=n \dots\dots(2) \end{cases} \therefore \begin{cases} x=5n-3m \\ y=2m-3n \end{cases}$$

**判定法**  $\begin{cases} \text{(二)の答の5倍と, (一)の答の3倍との} \\ \text{差が第一數, (一)の答の2倍と, (二)の} \\ \text{答の3倍との差が第二數なり.} \end{cases}$

**驗算**  $3(5n-3m)+5(2m-3n)=m$

$2(5n-3m)+3(2m-3n)=n$

**應用**  $m=35, n=22$  ナレバ,

$5 \cdot 22 - 3 \cdot 35 = 5$  第一數  $2 \cdot 35 - 3 \cdot 22 = 4$  第二數

**【注意4】** 上ノ聯立方程式ノ各ハ文字方程式ナリ。今次ニ一層廣キ意味ヲ有スル文字方程式ノ例ヲ示サントス。

**【例四】** 一學級五十人ノ學生ヨリ、各次ノ如キ方程式ヲ作ラシメタリトス。

$\begin{cases} \text{方程式ノ左邊ハ} x \text{ト任意ノ一既知數トノ差} \\ \text{ノ平方, 其右邊ハ} x \text{ト他ノ任意ノ一既知數ト} \\ \text{ノ差ノ平方ナルモノ} \end{cases}$

ヨリテ此總テノ方程式ノ解ヲ求メントス。

**【説明】** 此等ノ五十箇ノ方程式ノ標準ノ形ハ

$(x-a)^2=(x-b)^2 \dots\dots(1)$

ナリ。兩邊ノ差ヲ因數ニ分解スレバ

$(b-a)(2x-a-b)=0 \dots\dots(2)$

$\therefore b-a \neq 0$  として  $x = \frac{1}{2}(a+b) \dots\dots(3)$

故ニ此等ノ五十箇ノ方程式ノ根ハ次ノ法則ニヨリテ求メラル。

**解法**  $\begin{cases} \text{(一) } b-a \neq 0 \text{ 即ち, 其二種ノ既知數相等し} \\ \text{からざる時は, 其和ノ半分が根なり.} \\ \text{(二) 又 } a=b \text{ なれば恒等式にして, 其根は} \\ \text{不定なり.} \end{cases}$

**【注意5】** 文字方程式ハ、其中ノ既知數ヲ表ス文字ノ數値ノ或特別ナル場合ニアリテハ、不定方程式トナリ、或ハ不能方程式トナルコトアリ。故ニ其等ノ場合ヲモ併セテ答フルガ正式ナリ。

例ヘバ  $(x-a)^2=(x-b)^2$  の根は  $a \neq b$  として  $\frac{1}{2}(a+b)$ 、但し  $a=b$  なれば不定ナリト答フルガ如シ。ツマリ、方程式ノ兩邊ヘ掛ケ、或ハ兩邊ヲ割リタル乘數或ハ除數ハ零ニアラズトイフ條件ヲ答

ニ書き添フレバヨシ.

〔例題〕 1. 例四ノ驗算ヲ行ヘ.

2.  $(x+a)^2=(x-b)^2$   $a(x-a)=b(x-b)$  ノ各ヲ解ケ.

〔例五〕  $\frac{a}{x-a}-\frac{b}{x-b}=\frac{a-b}{x}$  ヲ解ケ.

$$\text{〔解〕} \quad \frac{(a-b)x}{(x-a)(x-b)}=\frac{a-b}{x}$$

$$\therefore a-b \neq 0 \text{ として } \frac{x}{(x-a)(x-b)}=\frac{1}{x}$$

$\therefore x(x-a)(x-b)$  ヲ公分母 L トシテ

$$x^2=(x-a)(x-b) \quad \therefore (a+b)x=ab$$

$$\therefore a+b \neq 0 \text{ として } x=\frac{ab}{a+b}$$

$x=\frac{ab}{a+b}$  は L を零とせざるものとして根なり.

$$\text{答} \quad \begin{cases} a-b \neq 0, a+b \neq 0, \text{根ハ } x(x-a)(x-b) \text{ ヲ零ト} \\ \text{セザルモノトシテ, } x=\frac{ab}{a+b} \end{cases}$$

〔應用〕  $a=6, b=3$  トスレバ,  $\frac{ab}{a+b}=2$  トナル.

即チ  $\frac{6}{x-6}-\frac{3}{x-3}=\frac{6-3}{x}$  ノ根ハ  $x=2$  ナリ.

〔注意6〕 文字方程式ノ正式ノ解答ハ斯様ニ繁雜ナルモノナレバ, 初學ノ間ハ先ヅ第參篇ノ如クニ, 主トシテ根  $\left(\frac{ab}{a+b}\right)$  ヲ求ムルコト(略解法)ヲ練習スベシ.

〔例六〕 聯立二元一次方程式ノ標準形

$$\begin{cases} ax+by=c \dots\dots\dots(1) \\ a'x+b'y=c' \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

ノ根ハ  $x=\frac{cb'-c'b}{ab'-a'b}$   $y=\frac{ac'-a'c}{ab'-a'b}$  ナリ.

是レ聯立二元一次方程式ノ根ノ公式ナリ, サレド此公式ハ簡單ナラザルガ故ニ, 實際ニハ各箇ノ場合ニ應ジテ, 其未知元ノ係數ヲ見較ベテ解クガ捷徑ナリ. 之ニ反シテ, 例二例四等ノ結果ハ何レモ簡單ナレバ, 夫夫其種類ノ方程式ノ根ノ公式トシテ便利ナルモノナリ.

$$\text{〔例題〕} \quad 1. \begin{cases} \frac{x}{m}+\frac{y}{n}=a+b \\ \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=m+n \end{cases} \quad 2. \begin{cases} ax+by=a^2+b^2 \\ bx+ay=2ab \end{cases}$$

### 問題 第三十九集

$$1. \frac{2x+3a}{x+a}=\frac{2(3x+2a)}{3x+a} \quad 2. \frac{3(x-a)}{b}-\frac{2(x-b)}{a}=1$$

$$3. a+b+\frac{x}{a+b}=a-b+\frac{x}{a-b}$$

$$4. \frac{m(x+a)}{x+b}+\frac{n(x+b)}{x+a}=m+n$$

5. 
$$\frac{l-x}{l} + \frac{m-x}{m} + \frac{n-x}{n} = 3$$

6. 
$$\frac{ax}{b} + \frac{bx}{a} + \frac{2ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2 x}{ab}$$

7. 
$$\begin{cases} x:y=3:4 \\ ax+by=m \end{cases}$$

8. 
$$\begin{cases} x:y=(a+b-c):(a-b+c) \\ (a+b-c)x-(a-b+c)y=4a(b-c) \end{cases}$$

9. 
$$\begin{cases} 3x+2y=5a^2+ab+5b^2 \\ 3y+2x=5a^2-ab+5b^2 \end{cases}$$

10. 
$$\begin{cases} ax+by=2a \\ x+y=\frac{a^2+b^2}{ab} \end{cases}$$

11. 
$$\begin{cases} n(x-y)-z=0 \\ n(x+y)-z=0 \\ x+y=2m \end{cases}$$

12. 
$$\begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} = \frac{2}{a} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{b} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{2}{c} \end{cases}$$

13. 第51節例二ノ結果ヲ用ヒテ、時計ノ兩針ガ直角ヲ成ス位置ヲ盤面上總テ求ム。

14.  $a$ 圓ニテ米ヲ買ハバ $k$ 石ヲ得ベク、麥ヲ買ハバ $m$ 石ヲ得ベシ。此金ニテ、(一)米ト麥トヲ同石數求ムルコト、(二)合セテ $b$ 石求ムルコト。15. 甲乙二人ニテ、或一工事(其仕事ノ量ヲ $a$ トス)ヲナスニ、30日間ニ仕上ゲ得ベシトイフ。然ルニ甲ハ4日、乙ハ8日間休業セシニ由リ、 $5\frac{1}{2}$ 日後レタリト。各一人ガ一日ニ成ス仕事ノ量ヲ求ム。

16. 前題ノ場合ニ工賃總計160圓ヲ如何ニ分配スベキカ。

17. 或仕事ヲ仕上グルニ、乙丙共ニ働ク時ハ $l$ 日、甲丙共ニ働ク時ハ $m$ 日、甲乙共ニ働ク時ハ $n$ 日ヲ要スト云フ。(一)各人ガ一日ニ成ス仕事ノ量ヲ求ム。(二)三人共カスレバ幾日ニテ其仕事ヲ仕上グベキカ。18. 分數ノ分子、分母ヨリ或同ジ數ヲ引キテ得ル所ノ分數ノ値ヲ元ノ分數ノ逆數ニ等シカラシムルコトヲ求ム。最初ノ分數ガ $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{6}{10}$ 、 $\frac{9}{15}$ ナラバ如何。19. 或人A驛ヨリB驛ニ行クニ、毎時ノ速サヲ $\frac{1}{2}$ 哩増セバ豫定ノ時間ヨリ、其 $\frac{1}{8}$ ダケ少ナキ時間ニテ、B驛ニ着スベシトイフ。毎時ノ速サヲ求ム。又毎時ノ速サヲ $\frac{1}{2}$ 哩ヅツ減ズレバ豫定時間ヨリ1時間多クカカルトシテA、B間ノ距離ヲ求ム。

20. 四輪車アリ、前輪ハ後輪ヨリ小ナリ、120尺ノ路ヲ行ク間ニ前節ハ後輪ヨリ6回多ク廻轉セリ、若シ前輪ノ周ヲ其 $\frac{1}{4}$ ダケ、後輪ノ周ヲ其 $\frac{1}{5}$ ダケ大ナラシメバ、同距離ヲ行クニ前輪ハ後輪ヨリ4回多ク廻轉スベシトイフ。兩輪ノ周ヲ求ム。
21. 甲、乙兩地ニ電信線ヲ架スルニ、其柱ノ距離相等シ、今若シ柱ノ間ノ距離ノ減ズルコト16尺ナラバ、其數ノ増スコト3本ナリ、又柱ノ間ノ距離ヲ44尺増サバ其數減ズルコト六本ナリ、兩地間ノ距離如何。
22. 兄弟三人アリ、其年齡長子ハ $a$ 歳、次子ハ $b$ 歳、末子ハ $c$ 歳ナリ。(一)繪葉書 $m$ 枚ヲ三人ニ分チ、長子ノ取り分ノ $a$ 倍、次子ノ取り分ノ $b$ 倍、末子ノ取り分ノ $c$ 倍ガ相等シクナル様ニスルコトヲ求ム(之ヲ年齡ニ反比例スル様ニ分ツトイフ)。(二)又地面 $m$ 段ヲ $a, b, c$ ニ比例スル様ニ分ツコトヲ求ム。
23. 甲數ニテ乙數ヲ除セバ商 $a$ ヲ得テ $b$ ヲ殘シ、乙數ニテ甲數ヲ除セバ商 $b$ ヲ得テ、 $a$ ヲ殘ス。

各數如何。

24. 急行汽車ト普通汽車トノ速サノ比ヲ5:4トス。而シテ乗客ガ一時間此各車ニ乗ル時、急行車ノ賃金ハ普通車ノ賃金ヨリ15錢高キガ故ニ何レニ乗リテモ、等シキ賃金ヲ拂ヘバ等距離ヲ行キ得ベシ。然ラバ各一時間ノ賃金幾許。
25. 福岡、三池間ノ鐵道距離50哩トシ、今石炭一噸ノ價三池ニ於テハ $a$ 圓、福岡ニ於テハ $b$ 圓ナリ、而シテ石炭一噸ノ汽車賃一哩ニ付 $n$ 錢ナルトキハ、中間ノ需用者ニ於テ石炭ヲ兩地何レヨリ買取ルモ其實費相等シキ所ハ福岡ヨリ幾哩隔ツル處ナルカ。

### 補 習 問 題

26.  $\frac{x-a}{b-x} = \frac{x-b}{a-x}$
27.  $\frac{3(x-2a)}{b} + \frac{2(x-3b)}{a} = 13$
28.  $\frac{a(2x+1)}{3b} - \frac{5ax-4b}{5b} = \frac{4}{5}$
29.  $\frac{ax}{b} - \frac{b-x}{2c} + \frac{a(b-x)}{3b} = a$
30.  $\begin{cases} ax+by=2a \\ x+y=\frac{a^2+b^2}{ab} \end{cases}$
31.  $\frac{b-x}{a+x} + \frac{c-x}{a-x} = \frac{a(c-2x)}{a^2-x^2}$
32.  $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \\ \frac{x+1}{y+1} = \frac{c}{d} \end{cases}$
33.  $\begin{cases} 5x+3y=4a+b \\ 3x+5y=4a-b \end{cases}$



$$34. \begin{cases} 3x-y=2(a+b)^2 \\ 3y-x=2(a-b)^2 \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} (a-b)x+(a+b)y=a+b \\ \frac{y}{a+b}-\frac{y}{a-b}=\frac{1}{a+b} \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} ax+by-cz=2ab \\ by+cz-ax=2bc \\ cz+ax-by=2ac \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2a \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=2b \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2c \end{cases}$$

38. 或分数ノ分母 =  $a$  ナ加フレバ其値  $\frac{2}{3}$  = 等シクナリ、又分母ヨリ  $a$  ナ減ズレバ  $\frac{4}{5}$  = 等シクナルトイフ、此分数如何。

39.  $\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}$  ト  $\frac{a-b}{x^2-ab}$  トハ、 $x$  ガ如何ナル場合 = 同値ノ式トナルベキカ。但シ  $a \neq b$  トス。又  $x$  ガ正ノ整数トナル様ニ、 $a, b$  ノ數値ヲ求メヨ。

40. 鐵道規則ニテハ乗客手荷物  $x$  斤迄ハ無賃ニシテ、ソレヨリ多キ分ハ超過ノ斤數ト、哩數トニ比例シテ運賃ヲ拂フベキモノトス。今甲乙二人分合セテ百斤ノ手荷物ヲ携ヘ、甲ハ50錢、乙ハ1圓50錢ヲ拂ヘリ。此荷物若シ一人ノ携フルモノナル時ハ正ニ3圓50錢ヲ拂フベシトイフ。 $x$  ナ求メヨ。

又100斤、50錢、150錢、350錢ノ代リニ、 $k$  斤、 $a$  錢、 $b$  錢、 $m$  錢トスレバ如何。

附 録

$$34. \begin{cases} 3x-y=2(a+b)^2 \\ 3y-x=2(a-b)^2 \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} (a-b)x+(a+b)y=a+b \\ \frac{y}{a+b}-\frac{y}{a-b}=\frac{1}{a+b} \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} ax+by-cz=2ab \\ by+cz-ax=2bc \\ cz+ax-by=2ac \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2a \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=2b \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2c \end{cases}$$

38. 或分数ノ分母ニ  $a$  ナ加フレバ其値  $\frac{2}{3}$  ニ等シクナリ、又分母ヨリ  $a$  ナ減ズレバ  $\frac{4}{5}$  ニ等シクナルトイフ、此分数如何。

39.  $\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}$  ト  $\frac{a-b}{x^2-ab}$  トハ、 $x$  ガ如何ナル場合ニ同値ノ式トナルベキカ。但シ  $a \neq b$  トス。又  $x$  ガ正ノ整数トナル様ニ、 $a, b$  ノ數値ヲ求メヨ。

40. 鐵道規則ニテハ乗客手荷物  $x$  斤迄ハ無貨ニシテ、ソレヨリ多キ分ハ超過ノ斤數ト、哩數トニ比例シテ運賃ヲ拂フベキモノトス。今甲乙二人分合セテ百斤ノ手荷物ヲ携へ、甲ハ50錢、乙ハ1回50錢ヲ拂ヘリ。此荷物若シ一人ノ携フルモノナル時ハ正ニ3圓50錢ヲ拂フベシトイフ。 $x$  ナ求メヨ。

又100斤、50錢、150錢、350錢ノ代リニ、 $k$  斤、 $a$  錢、 $b$  錢、 $m$  錢トスレバ  $x$  如何。

附 録

# 露光量違いの為重複撮影

## 附 録

### 目 次

#### [一] 摘 要

	頁
1. 第一篇 (緒論, 四則の原理, 負の数) 摘要 13問 ...	1
2. 第二篇 (代數式の四則) 摘要 13問 ... ..	2
3. 第三篇 (一次方程式) 摘要 26問 ... ..	3
4. 第四篇 (因數分解法, 公約數及公倍數) 摘要 22問 ...	6
5. 第五篇 (分數式, 一次方程式の續き) 摘要 38問 ...	8

#### [二] 整數の性質

1. 素數の求め方 ... ..	12
2. 9 或は 3 にて割りたる剰餘 ... ..	13
3. 互に素なる數に關する原則 ... ..	15
練習問題 63問 ... ..	17

#### [三] 簡便計算法

1. 5, 25, 125, 625 にて乗除する場合 ... ..	24
2. 直加乘法, 直減乘法, 直加除法 ... ..	24
3. 乗法の公式による場合二種 ... ..	26
練習問題 33問 ... ..	27

## 附 録

### [一] 摘 要

#### 1. 第一篇 (緒論, 四則の原理, 負の数) 摘要

1. 次の諸語の定義を述べよ.  
 (一) 代數學, 代數式, 同値の式, 代數計算, 因數  
 (二) 乘器, 單項式, 多項式, 恒等式, 方程式
2. 次の諸原則を誦誦せよ.  
 (一) 加法の原則(二ツ), 減法の原則(五ツ), 加法減法の原則(五ツ)  
 (二) 乗法の原則(三ツ), 除法の原則(八ツ), 乗除法の原則(三ツ)
3. 減法及除法の定義, 逆數の定義を復唱せよ.
4. (一) 還元法の規則を述べよ.  
 (二)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}x - 1 \frac{1}{2} \right) - 1 \frac{1}{2} \right\} - 1 \frac{1}{2} \right] = 1 \frac{1}{2}$  を解け.
5. 負の數に關する根原の規定を例につきて述べよ.
6. 負の數の加法及減法の規則を述べよ.
7. 代數學上の數を各種共三つ, 例を舉げて表解せよ.
8. 零の定義を述べよ. 零に關する計算の規則を述べよ.
9. 負數單位とは如何.  $+a$  と  $-a$  との意義如何.
10. 次の各方程式を解け.  
 $(x-7)(x-5)=0$   $x(x+5)=3(x+5)$   $x^2-3x=0$   $\frac{x-2}{x(x-3)} = \frac{x-2}{8(x-3)}$
11.  $a > b$  とす, (一)  $an$  と  $bn$ , (二)  $\frac{a}{n}$  と  $\frac{b}{n}$  は各何れが大なるか.
12. (一)  $a^2-25$  (二)  $(a-2)(7-a)$  即ち  $-(a-2)(a-7)$  の數値は, 各  $a$

附 録

目 次

〔一〕 摘 要

	頁
1. 第一篇 (緒論, 四則の原理, 負の数) 摘要 13問 ...	1
2. 第二篇 (代數式の四則) 摘要 13問 ... ..	2
3. 第三篇 (一次方程式) 摘要 26問 ... ..	3
4. 第四篇 (因數分解法, 公約數及公倍數) 摘要 22問 ...	6
5. 第五篇 (分數式, 一次方程式の續き) 摘要 38問 ...	8

〔二〕 整數の性質

1. 素數の求め方 ... ..	12
2. 9 或は 3 にて割りたる剰餘 ... ..	13
3. 互に素なる數に関する原則 ... ..	15
練習問題 63問 ... ..	17

〔三〕 簡便計算法

1. 5, 25, 125, 625 にて乗除する場合 ... ..	24
2. 直加乘法, 直減乘法, 直加除法 ... ..	24
3. 乗法の公式による場合二種 ... ..	26
練習問題 33問 ... ..	27

附 録

〔一〕 摘 要

1. 第一篇 (緒論, 四則の原理, 負の数) 摘要

1. 次の諸語の定義を述べよ.  
 (一) 代數學, 代數式, 同値の式, 代數計算, 因數  
 (二) 乘器, 單項式, 多項式, 恒等式, 方程式
2. 次の諸原則を誦せよ.  
 (一) 加法の原則(二ツ), 減法の原則(五ツ), 加法減法の原則(五ツ)  
 (二) 乗法の原則(三ツ), 除法の原則(八ツ), 乗除法の原則(三ツ)
3. 減法及除法の定義, 逆數の定義を復唱せよ.
4. (一) 還元法の規則を述べよ.  
 (二)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2} \right) - 1\frac{1}{2} \right\} - 1\frac{1}{2} \right] = 1\frac{1}{2}$  を解け.
5. 負の數に関する根原の規定を例につきて述べよ.
6. 負の數の加法及減法の規則を述べよ.
7. 代數學上の數を各種共三つ, 例を擧げて表解せよ.
8. 零の定義を述べよ. 零に関する計算の規則を述べよ.
9. 負數單位とは如何.  $+a$  と  $-a$  との意義如何.
10. 次の各方程式を解け.  
 $(x-7)(x-5)=0$   $x(x+5)=3(x+5)$   $x^2-3x=0$   $\frac{x-2}{x(x-3)} = \frac{x-2}{8(x-3)}$
11.  $a > b$  とす, (一)  $an$  と  $bn$ , (二)  $\frac{a}{n}$  と  $\frac{b}{n}$  は各何れが大なるか.
12. (一)  $a^2-25$  (二)  $(a-2)(7-a)$  即ち  $-(a-2)(a-7)$  の數値は, 各  $a$

の数値が如何なる場合に正の数となり、負の数となり、又は零となるべきか。

13.  $a=3, b=-5, c=-7$  として、次の等式を驗せ

$$\left(\frac{a+b+c}{3}-a\right)+\left(\frac{a+b+c}{3}-b\right)=\left(c-\frac{a+b+c}{3}\right)$$

## 2. 第二篇(代數式の四則)摘要

1. 係数、指数、同類項の定義を述べよ。
2. 同類項加法の規則を述べよ。
3. 括弧を取り去る規則と、括弧に括る規則(加法、減法に於ける)を述べよ。
4.  $1.34x^2-7.6x+9.37 - 0.4x^2-8.7x-81.7 + 9.76x^2+9.3x+4.33$  を加へよ(驗算  $x=10$ )。
5.  $\frac{5}{3}x+\frac{7}{2}y-\frac{9}{4}z-\frac{11}{6}u+\frac{13}{3}v-\frac{5}{8}p+\frac{1}{4}$   
 $\frac{7}{2}x-\frac{9}{4}y-\frac{11}{6}z+\frac{13}{3}u-\frac{5}{3}v-\frac{7}{12}p-\frac{5}{12}$  (-
6. 乗冪、及其底數の定義を述べよ。又例に就て積の式と冪の式との相違を示せ。
7. 指数の定則を述べよ。
8.  $2^0-9^2 + 25^3 \cdot 12^2 + \frac{2 \cdot 3^0+3 \cdot 2^0}{7 \cdot 3^2+3 \cdot 7^2} + \frac{3(2a^2b^3)^2 \cdot 7(3x^4y^5)^2}{4(3x^2y^2)^3 \cdot 5(2ab^2)^3}$  を各計算せよ。
9. 多項式ノ整頓法如何。次の各を  $x$  の降冪の順に整頓せよ。  
(一)  $lx^2+lmx-mx^2-mnx+lmn-lnx-nx^2$   
(二)  $7\frac{1}{2}x\left(\frac{5}{3x}-\frac{3}{10}-\frac{x}{15}\right)-\frac{2}{3x}\left(2x-3\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}x^3\right)$   
(三)  $2xy-\frac{3}{2}x(2x-y)-3\left\{\frac{xy}{2}-\frac{2}{3}y(x+2y)\right\}$
10. 次の各式を展開せよ( $x$  の降冪の順に)。

$$(x+a)(x+b)(x+c) \left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}\right) \text{ [驗算 } x=6 \text{]}$$

11.  $\{nx^3+(n^2+n-2)x^2-3nx^2-n^2+n+2\}+(x+n+1)$  [驗算  $n=2x=4$ ]
12. 剰餘の定理を述べよ。
13. 剰餘の定理によりて、 $x \pm 1, x \pm 2, x \pm 4, x \pm 8$  の中、何れが  $3x^3-14x^2+20x-8$  の約數なるかを求めよ。
14. 問題第十五より第十九迄を反復練習せよ(二度或は三度繰り返せ)此場合には迅速を主眼として、正しき答を求めよ(第40節分離係數を参照)。

## 3. 第三篇(一次方程式)摘要

1. 一元一次方程式とは如何。
2. 方程式解法の基本の法則(五ツ)を挙げよ。
3.  $\frac{4(13x-0.6)}{5}+\frac{3(1.2-x)}{10}=\frac{9x+0.2}{20}+\frac{5+7x}{4}+x$  を解け。
4.  $5\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}\left(4.6-3\frac{1}{3}x\right)=4.7x-0.8\left(3\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)$  を解け。
5.  $(x-3)(x-4)=(x-6)(x-2)$  なる場合に  $(x-2)(x-3)$  及  $(x-4)(x-6)$  の數値を求めよ。
6.  $(2x+1)(x-2)=(2x-1)(x-3)+n$  を、(一) 方程式として解け、(二)  $n$  が  $7, -5, 4x, 4x-5$  の各場合に於ける  $x$  を求めよ。
7. 二元一次方程式、聯立方程式の定義を述べよ。
8. 一組の聯立方程式に就て三通りの解法(加減法、代入法、比較法)を例示せよ。  
 $\begin{cases} 23x+15y=4\frac{1}{4} \\ 48x+45y=18 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2x-y+3}{3}-\frac{x-2y+3}{4}=4 \\ \frac{3x-4y+3}{4}+\frac{4x-2y-9}{3}=4 \end{cases}$  の各を解け。
9. 上の各を解け。
10. 次の各に就て、未知元の比を求めよ。

$$\begin{cases} \frac{1}{3}y = \frac{1}{x}x - 1 \\ \frac{1}{4}y = \frac{2}{5}x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

11. 聯立三元一次方程式解法に於ける加減法及代入法の規則を述べよ.

12. 次の各聯立方程式を解け.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 15.4 \\ 3x + 5y + 7z = 37.4 \\ 5x + 8y + 11z = 59.4 \end{cases} \quad \begin{cases} (2x-1)(y+1) = 2(x+1)(y-1) \\ (x+4)(z+1) = (x+2)(z+2) \\ (y-2)(z+3) = (y-1)(z+1) \end{cases}$$

13. 次の各を解け, (一) は先づ根の比を求む.

$$\text{(一)} \begin{cases} x + 2y + 3z - 9u = 0 \\ 3x - y - 5z + u = 0 \\ 2x + 3y - 4z - 5u = 0 \\ x + y + z + u = 24 \end{cases} \quad \text{(二)} \begin{cases} 3x + y + z = 20 \\ x + 4y + 3u = 30 \\ 6x + z + 3u = 40 \\ 8y + 3z + 5u = 50 \end{cases}$$

14.  $2x + 3y = 2$   $6x - 3y = 2$   $3x - y = m$  が聯立する様に  $m$  の數値を定めよ.

15.  $2a + 5b = 53$  に適合する様に  $a, b$  の數値を正の整数にて五組求む.

16. 二位の整数あり, 此數の一の位の數字と十の位の數字とを入れ換へて得る數を原數に加へたる和は 55 なり, 二つの數字の間の關係式如何. 斯様なる二位の整数を總て求む.

17.  $6x^2 + lx^2 + 30x + m$  が  $2x-1, x-3$  にて整除せらるる様に  $l, m$  は,  $l, m$  の數値を如何に定むべきか.

18. 或溫度が華氏寒暖計の  $f$  度にして, 攝氏の  $c$  度なりと.

(一)  $f$  と  $c$  との關係式を求む. (二) 又  $f - c = 53.9$  (三)  $f = c$   
(四)  $f = -c$  なる場合の  $f, c$  を求む.

19. 方程式應用問題解法の段階如何.

20. 敵軍は戰敗れて, 其兵員の  $\frac{2}{9}$  死傷し, 1.29 萬人捕虜となれり. 其後敵は 0.6 萬人の援兵を得たれども, 追撃戰に於て其時の兵員の  $\frac{1}{6}$  を失ひ, 今 10.8 萬人を餘せり. 初め戰場に臨みし敵の兵數如何.

21. 或人土地若干坪を三子に分配するに長子には, 先づ百坪と残りの四分の一とを與へ, 残りの中より次子には二百坪と其残りの四分の一とを與へ, 末子には其残りを悉く與へたるに丁度全面積の三分の一に當れり. 各子の取り前を求む.

22. 林檎 850 箱を甲乙丙三人の商人に分配したるに, 甲のを 30 箱増し, 乙のを 10 箱増せば, 其比は 7:6 となり, 又乙のより 40 箱を減らし, 丙のに 10 箱を増せば, 相等しくなるといふ. 各の取り前如何.

23. 甲乙丙三人の農夫あり, 甲乙の兩人にて耕すに, 6 日間に田地 7 段 2 畝を, 甲丙の兩人ならば 9 日間に 9 段 7.2 畝を, 乙丙の兩人ならば, 15 日間に 1 町 4 段 4 畝を耕し得べしといふ. 各が一日に成す仕事の量を求む.

24. 二十年前には, 材料と手間賃と合せて五千圓にて出來上りし建築物が, 材料は十割, 賃金は七割五分騰貴したる現時にては九千二百圓を要すといふ, 此建物の材料及手間賃現今幾許なるか.

25. 十圓金貨(1箇の目方  $\frac{40}{9}$  匁)  $x$  箇と, 十圓金貨(1箇  $\frac{20}{9}$  匁)  $y$  箇と, 五十錢銀貨(2.7 匁)  $z$  箇との金高合せて 280 圓あり.  
(一) 五十錢銀貨の金高は十圓金貨の金高の  $\frac{1}{5}$  に等しく,  
又十圓金貨の金高は二十圓金貨の金高より 50 圓多しと

いふ、各貨幾箇宛なるか。(二) (金高は合計280圓)若し又貨幣の數合計38箇、日方合計114匁ならば各貨幾箇宛なるか。

26. 甲、乙、丙三人あり、各若干金を所持す、最初に乙、丙の所持金に等しき分の金高を甲より夫々乙丙に與へ、次に此時乙は、甲、丙の所持金に等しきだけの金高を甲丙に與へ、最後に此時、甲、乙の所持金に等しきだけの金高を丙より夫々甲乙に與へたるに三人の所持金相等しく何れも64圓となれりといふ。最初各人何程所持せしか。

又64圓を $m$ 圓とすれば如何(解法を選ばず)。

#### 4. 第四篇(因數分解法、公約數及公倍數)摘要

1. 因數分解(整數の、及代數式の)、素數、非素數、素因數の定義を述べよ。
2. 同一文字に就て、二つの多項式 $A, B$ ある時、 $A$ を、 $B$ を法として部分分解すとは如何。
3. 1と100との間にある素數25箇を迅速に呼べ。
4. (一)  $a^3b^2c$ , (二) 72に就て、各の總ての約數を求む。
5.  $12^3, 20^3, 27^3 \times 36^2, 45^3 \times 56^3, 63 \times 72^2 \times 81^3$ を各素因數に分解せよ。
6. 乗法の公式(或は肝要なる例)を七つ諳誦せよ。
7. 因數分解法の公式(或は例)を九つ諳誦せよ。
8. 最大公約數、最小公倍數(整數の、及代數式の)の定義を述べよ。
9. 1286, 651の最大公約數を、連除法によりて求め、且其理由を説明せよ。
10. 最小公倍數に關する法則を四つ述べよ。
11. 2684, 6028の總ての公約數を求む。

12. 1107, 3075, 7421の最小公倍數を求む。
13. 1より20迄の整數の最小公倍數を求む。
14.  $x^2 - mx + 60$ が $(x-a)(x-b)$ といふ形に分解せらるる様に $m, a, b$ (何れも正或は負の整數)を求めよ。
15.  $x^2 - 17x + m$ が $(x-a)(x-b)$ といふ形に分解せらるる様に $m, a, b$ (何れも正の整數)を求めよ。
16. 乗法の公式によりて、次の各を展開せよ。
  - (一)  $(mx+ny)(tx+ny) (mx-n)(tx-n) (3x+5y)(6x-7y)$
  - (二)  $(x+3)(x+5) + (x-3)(x+5) + (x+3)(x-5) + (x-3)(x-5)$
  - (三)  $(x^2+nx+n^2)(x^2-nx+n^2) (5x^3-x^2+4x-3)(5x^3-x^2-4x+3)$
  - (四)  $(-a+b+c-d)(-a-b-c+d) - (-a-b+c+d)(a-b-c+d)$
  - (五)  $(2x^2+3x-4)^2 - (3x^2-4x+2)^2 (6x^2-3x+4 - \frac{2}{x})(6x^2+3x-4 - \frac{2}{x})$
  - (六)  $(x+a)^2(x+b) (x+a)^2(x+b)^2 (2y-3z)(4y^2+6yz+9z^2)$
  - (七)  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) = x^4 + 14x^3 + 71x^2 + (\ )x + 120$ , ( )を求む。
  - (八)  $(x+y+z)(x+y-z)(y+z-x) + (x+y-z)^2(x-y+z)$   
 $= (\ )x^2 + (\ )x + (\ ), (\ )$ を求む。
17. 次の各を因數に分解せよ。
  - (一)  $xy^2z+7yz-8xy-56 \quad 95p^2q-209pq^2-5p+11q$
  - (二)  $4a^2+10a+6 \quad 4x^2y^2-2xy-90 \quad 9x^2+15xy-104y^2$
  - (三)  $27x^2+90xy+75y^2 \quad 3a^2-5a-3b^2+5b \quad 3a^2-6ab-4a+3b^2+4b$
  - (四)  $m^2-4mn+4n^2-9p^2 \quad 121a^2-9b^2-6bc-c^2 \quad (x+n)^4 - (x-n)^4$
  - (五)  $(x^2-10)(x^2-3)-78 \quad x^2-5x^2+(x^2-1)^2-40 \quad 6x^4-35-11x^2$
  - (六)  $x^4+b^2x^2+b^4 \quad x^4-4(a^2+b^2)x^2+4a^2b^2 \quad a^2x^4-(a^4+1)x^4+a^2$
  - (七)  $(b-1)^2+4b \quad (x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2 \quad (4x^2+9y^2)-24x^2y^2$
  - (八)  $(x^3-y^3)-x(x^2-y^2)+y(x-y)^2 \quad 4x^2-(x^2-b^2+1)^2$
  - (九)  $15a^3-15+2a^2+2a+2 \quad x^3-343n^3 \quad 8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

$$(+) 2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 \quad 6x^3 - 19x^2 + 19x - 6 \quad 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$$

18. 次の各式を平方に括れ.

$$(一) (9-2x)^2 - (1-3x)^2 \quad 15-7x+2x^2 \quad (a-x)(b+x)$$

$$(二) 18x^2+10xy-15y^2 \quad 3x^2-xy-10y^2 \quad (c+x)(b-x)+(a-x)(b+x)$$

19. 二数の和を  $s$ , 其差を  $d$ , 其積を  $p$  とす, よりて次の各場合の問題を解くこと.

(一)  $p$  と  $d$  とが, 次の如き場合に  $s^2$  を求む.

$$(p=48, d=22) \quad (48, 8) \quad (48, 13) \quad (12, 11) \quad (72b^2, b) \quad (60, 11)$$

(二)  $p$  と  $s$  とが, 次の如き場合に  $d^2$  を求む.

$$(p=24, s=25) \quad (24, 14) \quad (36, 13) \quad (40n^2, 13n) \quad (60, 19) \quad (18, 11)$$

(三)  $s$  と  $d$  とが次の如き場合に  $p$  を求む.

$$(s=80, d=2) \quad (80, 4) \quad (100, 8) \quad (160, 10) \quad (600, 12) \quad (800, 16)$$

20.  $n^4-3n^3+20n^2-33n+45$ ,  $n^4+n^3-10n^2+23n-21$  の最大公約数を求めて, 各を因数に分解せよ.

21.  $7x^2+20x-3$ ,  $5x^2+16x+3$ ,  $x^3+3x^2+5x+5$  の最小公倍数を求む.

22.  $3x^3+x^2-8x+4$ ,  $3x^3+7x^2-4$ ,  $x^3+6x^2+11x+6$  の最小公倍数を求む.

## 5. 第五篇(分數式, 方程式の續き) 摘要

1. 分數, 約分, 通分の意義を述べよ.
2. 帶分數を假分數に直し, 假分數を帶分數に直す法則を述べよ.
3. 分數の基本の性質を五つ述べよ.
4. 次の各分數の分子分母の最大公約数を求む.

$$\frac{119}{91} = \frac{51}{39} = \frac{119+51}{91+39} = \frac{119-51}{91-39} = \frac{119m \pm 51n}{91m \pm 39n}$$

5. 次の各を, 帶分數, 或は眞分數にて答へよ(既約にして).

$$\frac{6x^3+5x^2+6x-5}{2x^3+3x^2+4x-3} \quad \frac{4a^2+b^2}{4a^2-b^2} \cdot \frac{2a-b}{2a+b} \quad x - \frac{x^2}{x+1} + \frac{x}{x-1}$$

6. 次の各の大きの順序を定めよ(文字は何れも正の整数を表すものとす).

$$\left( \frac{a}{a+b}, \frac{a+c}{a+b+c}, \frac{a+nc}{a+b+nc} \right) \quad \{a \times (a+b+c), (a+b)(a+c)\}$$

7. (約分)  $\frac{a^4+ab(a^2+b^2)+b^4}{a^4+a^2b^2+b^4} \quad \frac{x^3+y^3}{x^4-x^2y^2+y^4} \quad \frac{n^6+n^4-n^2-1}{n^8-n^6+n^2-1}$

8. 通分の演算の組立てを例によりて述べよ.

9.  $\frac{n+2}{n+1} + \frac{n+1}{n} + \frac{n}{n-1} - 3 \quad \frac{x+y}{x^3-y^3} + \frac{x-y}{x^3+y^3} - \frac{2(x^2-y^2)}{x^4+x^2y^2+y^4}$  の各を計算せよ.

10.  $\frac{34n+27}{(4n+3)(7n+6)} = \frac{(\quad)}{4n+3} + \frac{(\quad)}{7n+6}$  の( )を求む( $n$ を含まず).

11.  $\left( \frac{x}{a} - \frac{a}{x} - \frac{y}{b} - \frac{b}{y} \right) \left( \frac{x}{a} + \frac{a}{x} - \frac{y}{b} + \frac{b}{y} \right)$  を展開せよ.

12.  $\frac{a^3x-x^3}{a^2x^2+a^2x} + \left\{ \frac{a^4+a^3x+a^2x^2}{(a^2-x^2)^3} + \left(1 + \frac{x}{a}\right)^2 \right\}$  を簡単にせよ.

13.  $-\frac{x}{2y} \left( -\frac{2y}{4z} + \frac{4a}{5x} - \frac{3ay}{5bx} \right) - \frac{3a}{5z} \left( \frac{5x}{2a} - \frac{7z}{3y} + \frac{z}{2b} \right)$  を簡単にせよ.

14.  $n^2+bx - \frac{2b^2}{n}, \frac{n^2}{b^2}x^2 - \left(2n + \frac{n}{b}\right)x + 2b$  の最大公約數如何.

15.  $\frac{1}{2} \left( \frac{m}{a} + \frac{n}{b} \right)$  と  $\frac{m+n}{a+b}$  との差を求む.

16. 一斤  $a$  錢の茶  $m$  斤と, 一斤  $b$  錢の茶  $n$  斤とを混合すれば,  
(一) 平均一斤何程, (二)  $m$  錢より何程安きか, (三)  $n$  錢より何程高きか(但  $m < n$ ).

17.  $x:y:z=3:4:5$  なる時, 次の各の數値を求む.

$$\frac{x}{x+y} + \frac{3y}{7(x-y)} - \frac{y^2}{x^2-y^2} \quad \frac{x+2y}{2z-x} + \frac{x-2y}{2z+x} - \frac{4xz}{4z^2-x^2}$$

18.  $a=3, b=4, c=6$  として次式を計算せよ.

$$\frac{bc(a+x)}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca(b+x)}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab(c+x)}{(c-a)(c-b)}$$



19.  $\frac{x^2-(m+p)x+mp}{x^2-(m+n)x+mn}$  の数値は  $m$  の数値如何に係はらざること  
を説明せよ (驗算  $x=3, n=5, p=6, m=0, 1, 2, 3$ ).
20.  $n=3$  なる時  $\frac{9+8n^2-n^4}{n^5-3n^4-n-3}$  の数値を求む.
21. 某數あり、之に次々  $a$  を加へ、 $b$  を掛け、 $c$  を引き、 $d$  にて  
割りたるに商  $m$ 、剩餘  $r$  を得たり、元數幾許.
22.  $x-\frac{1}{x}$   $x^3-\frac{1}{x^3}$   $x^2-2x+1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}$  を各因數に分解せよ.
23. 20 秒間に  $\frac{1}{6}$  哩駛る汽車は  $t$  時間に幾哩駛るか、又  $l$  哩を  
幾時間に駛るべきか.
24.  $a$  人の男子、或は  $b$  人の童子にて、 $n$  日間に  $m$  段の田を耕  
すといふ。今  $(a-p)$  人の男子が  $(n-p)$  日間に  $(m+p)$  段の田  
を耕作せんには、助力すべき童子の數幾許.
25. 次の式の括弧を取り去れ.  
(一)  $2a-\{3b-(5b-2x)\}+\{b-(-3x-4a)\}$   
(二)  $2a\div\{3b\div(5b\div 2x)\}\times\{b\div(1\div 3x+3a)\}$
26.  $\frac{a+x}{x(x-y)(x-z)}+\frac{a+y}{y(y-z)(y-x)}+\frac{a+z}{z(z-x)(z-y)}$  を計算せよ.
27.  $\frac{\frac{m^2+n^2}{n^2}+\frac{n^2}{m^2}+2}{\frac{m^3-n^3}{n^3}-\frac{n^3}{m^3}-3\left(\frac{m}{n}-\frac{n}{m}\right)}\div\frac{\frac{m}{n}+\frac{n}{m}}{\frac{n^4}{m^2}+\frac{m^2}{n^2}-2}$  を計算せよ.
28.  $\frac{l+m+n-3lmn}{l'+m'+n'-3l'm'n'}$  に就て、 $l=\frac{x+a}{x-a}$ ,  $m=\frac{x+b}{x-b}$ ,  $n=\frac{x+c}{x-c}$   
 $l'=\frac{x}{x-a}$ ,  $m'=\frac{x}{x-b}$ ,  $n'=\frac{x}{x-c}$  として計算せよ.
29.  $k=\frac{px+p}{px+s}$ ,  $l=\frac{py+q}{ry+s}$ ,  $m=\frac{p}{r}$ ,  $n=\frac{q}{s}$  として、次式を計算せよ.  
$$\frac{k-m}{l-m}+\frac{k-n}{l-n}$$
30. 分數方程式(一元)の解法の規則を述べよ。又標準の解法  
を例示せよ.

次の各方程式を解け (31-38).

31.  $\frac{3x+1}{x}-\frac{48x+19}{16x+1}=\frac{1}{791}$   $\frac{12-15x}{12-28x}=\frac{35-15x}{35-28x}$
32.  $\frac{2x^2-3x+5}{7x^2-4x-2}=\frac{2}{7}$   $\frac{2x^2-14x+9}{3x^2-14x+24}=\frac{3}{8}$   $\frac{ax^2-bx+c}{mx^2-nx+p}=\frac{c}{p}$
33.  $\frac{5x-1}{3(x+1)}-\frac{x+2}{2(x-1)}=\frac{x^2-30x+2}{6x^2-6}$   $\frac{a}{c}-\frac{ax}{cx-1}=\frac{c}{a}-\frac{cx}{ax-1}$
34.  $\frac{7x-13}{2x-1}+\frac{13x-28}{2x-3}+\frac{28x+43}{4x^2-8x+3}=10$
35.  $\frac{ax-b}{mx-p}+\frac{cx-d}{nx-q}+\frac{(bn+dm)x-(bq+dp)}{(mx-p)(nx-q)}=\frac{a}{m}+\frac{c}{n}$
36.  $\begin{cases} \frac{x-c}{y-c}=\frac{a}{b} \\ x-y=a-b \end{cases}$   $\begin{cases} \frac{5x}{0.7}+\frac{0.3}{y}=6 \\ \frac{10x}{7}+\frac{9}{y}=31 \end{cases}$   $\begin{cases} (x+1)(2y+1)=5x+9y+1 \\ (x+2)(3y+1)=9x+13y+2 \end{cases}$
37.  $\begin{cases} \frac{x-a+c}{y-a+b}=\frac{b}{c} \\ \frac{x+c}{y+b}=\frac{a+b}{a+c} \end{cases}$   $\begin{cases} \frac{6}{x}+\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=4 \\ \frac{3}{x}+\frac{8}{y}+\frac{5}{z}=4 \\ \frac{9}{x}+\frac{12}{y}-\frac{10}{z}=4 \end{cases}$   $\begin{cases} -ax+by+cz=p \\ ax-by+cz=q \\ ax+by-cz=r \end{cases}$
38.  $\begin{cases} y+z+u=a \\ z+u+x=b \\ u+x+y=c \\ x+y+z=d \end{cases}$   $\begin{cases} y+z=au \\ x+z=bu \\ x+y=cu \\ \frac{1-x}{1-y}=\frac{a}{b} \end{cases}$   $\begin{cases} x+y=m \\ y+z=a \\ z+u=n \\ u-x=b \end{cases}$   $\begin{cases} 7x+5y+z-u=a \\ 7y+5z+u-x=b \\ 7z+5u+x-y=c \\ 7u+5x+y-z=d \end{cases}$

## 〔二〕 整数の性質

## 1. 素数の求め方

**100より小なる素数の求め方** 1より100までの整数を悉く書いて(十箇づつ十行に書くがよし)

- (一) 2を残して, 其次より, 偶数を悉く消し
- (二) 次に3を残して, 其次より3の倍数を悉く消し
- (三) 5を残して, 其次より5の倍数を悉く消し
- (四) 7を残して, 其次より7の倍数を悉く消せば

残れる26箇の整数は總て素数なり. 即ち次の如し

1 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37  
41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

**【注意1】** 上の手数を(一), (二), (三), (四)まで行へば10迄の数の倍数は, 悉く消されたる譯なるゆゑ, 消し残りの数は10迄の数の倍数ならざるものなり. 然るに11の倍数は如何にといふに,  $11 \times 11 = 121$ にして書きたる数の中にあらず, 故に消し残りの数は皆素数なり.

**【例題】** 1. 上の仕方によれば, 何故に, 4の倍数, 6の倍数, 8の倍数, 9の倍数は消されたる譯なるか.

2. 101より120までの整数を悉く書いて, 之に上の(一), (二),

(三), (四)の手数を施して, 其中より素数を五つ見出せ.

**【例】** 421は素数なるか. 答 421は素数なり.

**【説明】** 421は2, 3, 5, 7の何れにても割り切れず(詰算), 次に

$421 = 11.38 + 3$  商が法より小さくなつても割り切れず, 故  
 $.. = 13.32 + 5$  に素数なり(注意1参照).  
 $.. = 17.24 + 13$  **【注意2】**  $a = n.q + r (r < n)$  に於て,  $n$  に, 順  
 $.. = 19.22 + 3$  次に2, 3, 5, 7, 11, ...なる素数を當籤めて, 部  
 $.. = 23.18 + 7$  分分解したる時,  $q$  が  $n$  より小となりても  
 尙剰餘  $r$  が零となることなければ  $a$  は素数なるなり(或整数  
 $a$  が素数なるか, 非素数なるかを確むる方法).

## 2. 9或は3にて割りたる剰餘

**【例一】** (一) 例へば千より1を引けば残りは999にして9の倍数なり. 二千は千が二つ集まれるものなる故, 各の千より1を引き, 都合二千より2を引けば, 残りは9の倍数となる. 故に  $2000 = (9の或倍数) + 2$  なり.

(二) 又例へば 2635 は, 2000 と, 600 と, 30 と, 5 ととの集まれるものにして,

$2000$  は (9の或倍数) と 2 との集まれるもの  
 $600$  は (9の或倍数) と 6 との集まれるもの  
 $30$  は (9の或倍数) と 3 との集まれるもの

故に 2635 は (9の或倍数) と (2+6+3+5) との集まれるものなり.

(三) 之と同様にして, 或他の整数 7584 は9の或倍数と, (7+5+8+4) との集まれるものなることを知る. 故に

**【法則1】** 一つの整数の数字の和を9にて割りたる剰餘は, 其整数を9にて割りたる剰餘に當る.

**【例二】** 又9の中には, 3が丁度三つ含まるる故, 例一(二)によりて, 次のことが分る.

2635 は (3 の或倍数) と (2+6+3+5) との集まれるものなり。  
故に次の法則を得。

[法則2] 一つの整数の数字の和を 3 にて割りたる剰餘は、其整数を 3 にて割りたる剰餘に當る。

[例三] 例へば五桁の整数は

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e, \text{ 但し } x=10$$

にして、之を (一)  $(x-1)$  にて割りたる剰餘は  $(a+b+c+d+e)$  なり、(二)  $(x+1)$  にて割りたる剰餘は  $(a-b+c-d+e)$  なり(剰餘定理)。

(一) によれば前の [法則1] を得、(二) によれば次の法則を得。

[法則3] 一つの整数の数字に、一位より初めて、交互に [+], [-], [+], [-]..... の符號を附したるものの和を 11 にて割りたる剰餘は、其整数を 11 にて割りたる剰餘に當る。

例へば  $56432 = (11 \text{ の或倍数}) + (2-3+4-6+5)$

$$= \quad \quad \quad +2$$

又例へば  $756432 = (11 \text{ の或倍数}) + (2-3+4-6+5-7)$

$$= \quad \quad \quad -5$$

$$= (11 \text{ の或倍数}) + (11-5)$$

$$= \quad \quad \quad +6$$

[例題] 1. 次の各数を 9 にて割りたる剰餘を求む。

13257    32571    38567    85673    35642    56432

2. 次の各数を 3 にて割りたる剰餘を求む。

685005    850056    386124    361248    38567

3. 117 375 1542 3836 23450 117375 3751542 の各を、(一) 9 にて、(二) 3 にて、(三) 11 にて割りたる剰餘を求む。

4. (一)  $(ax+b)(cx+d)$  を  $x$  にて割りて得べき剰餘を求む。

(二)  $117 \times 375$  を 10 にて割りて得べき剰餘を求む。

(三)  $117 \times 375$   $3856 \times 2543$  の各を 9 にて割りて得べき剰餘を求む(實際積を作り、其積に就て再試みよ)

### 3. 互に素なる數に関する原則

[例一] 468 と 204 との公約數 2, 3, 4, 6 等は總て、其最大公約數の約數にして、最大公約數は總ての公約數の倍数なることを説明せよ。

[説明] (甲) 204 と 468 とは其公約數  $n$  ( $n$  は 2, 3, 4, 6 等を通じて表す) の倍数なる故、468 より  $204 \times 2 (=408)$  を引きたる残り 60 も  $n$  の倍数なり。

次第に此の如くして、連除法に於ける最後の除數(最大公約數)まで  $n$  の倍数なることが分る。

(甲) 204	)	468	.....	(乙) 68n	)	156n	.....
		408				136n	
		60				20n	
		180				60n	
		24				8n	
		48				16n	
最大公約數		24		最大公約數		4n	
		24				8n	

[説明] (乙) 例へば公約數の一つ 3 を、 $n$  にて表せば、468 と 204 とは  $156n$  と  $68n$  とにて表さる。之にて連除法(乙)を行へば最大公約數は  $4n$  となりて、 $n$  の倍数なることが分る。

之によりて次の原則を得。

[原則1] 二つの數の最大公約數は、其二つの數の公約數の倍数なり。二つの數の總ての公約數は、其二つの數の最大公約數の約數なり。

〔例二〕 互に素なる数 27 と 16 との二つ 27 に、或整数  $n$  を掛けたるもの  $27n$  が 16 の倍数なる時は、 $n$  は 16 の倍数なることを説明せよ。

〔説明〕 16 と 27 とは互に素なる数なる故、 $16n$  と  $27n$  との最大公約数は  $n$  なり.....(a)  
 又 16 は  $27n$  の約数なる故(假定)、16 は  $27n$  と  $16n$  との公約数なり.....(b)

(a) と (b) とによりて、16 は  $n$  の約数にして、 $n$  は 16 の倍数なることを知る(原則(1)による)。

$$\begin{array}{r} 1 \\ 16 \overline{) 27} \\ \underline{16} \quad 1 \\ 11 \overline{) 16} \\ \underline{11} \quad 5 \\ 5 \overline{) 11} \\ \underline{5} \quad 2 \\ 10 \overline{) 5} \\ \underline{10} \quad 5 \\ \text{最大公約数} \dots 1 \overline{) 5} \\ \underline{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 16n \overline{) 27n} \\ \underline{16n} \quad 1 \\ 11n \overline{) 16n} \\ \underline{11n} \quad 5 \\ 5n \overline{) 11n} \\ \underline{5n} \quad 2 \\ 10n \overline{) 5} \\ \underline{10n} \quad 5 \\ \text{最大公約数} \dots n \overline{) 5n} \\ \underline{5n} \end{array}$$

之によりて次の原則を得。

〔原則2〕  $an$  が  $b$  の倍数にして、 $a$  と  $b$  とが互に素なる数なる時は、 $n$  は  $b$  の倍数なり。

〔例三〕  $45 \times 51$  が、素数 17 の倍数にして、45 が 17 の倍数にあらずとすれば、51 は 17 の倍数なることを説明せよ。

〔説明〕 45 は 17 の倍数にあらず、又 17 は素数なる故、17 と 45 との間には 1 より外の公約数なし、即ち 17 と 45 とは互に素なる数なり。

然して  $45 \times 51$  は 17 の倍数なる故、51 は 17 の倍数なり(原則 2 による)。

之によりて次の原則を得。

〔原則3〕 積が或素数の倍数なる時は、因数の中少くと

も一つは、此素数の倍数なり。或素数の倍数にあらざる数の積は亦此素数の倍数にあらず。

〔原則4〕 互に素なる二つの数の最小公倍数は其二つの数の積なり。

例へば 20 と 11 との最小公倍数は  $20 \times 11 = 220$  なり。此事は、原則 2 によりて説明せらる。

$$\begin{array}{r} 3 \text{寸} \overline{) 33 \text{寸}} \quad 60 \text{寸} \\ \underline{11} \quad 20 \\ \text{最小公倍数} = 3 \text{寸} \times 11 \times 20 \\ = 66 \text{尺} \end{array}$$

一米(33寸)と一間(60寸)との最小公倍数を求むる、左記の算法は此原則 4 によりて説明せらる。

### 練 習 問 題

生徒諸子が、次の諸問題を反復練習することは、各種の計算に熟達する基本となるものにして肝要なることなり。

1. 1 より 50 迄の整数を次の四種に分類せよ。

- (一) 偶数にして 3 の倍数ならざるもの
- (二) 偶数にして 3 の倍数なるもの
- (三) 奇数にして 3 の倍数ならざるもの
- (四) 奇数にして 3 の倍数なるもの

次の各数の中、非素数は之を素因数に分解し、素数は其素数なることを確かめよ(2-5)。

2. 108 140 450 2520 12000  $12^2$   $18^2$   $20^2$
3. 193 91×111 10300 30.5128 14.36.390 499
4. (2,3,5,7)+1 (2,2,5,7)+1 (1,2,3,4,5,6,7)+1 91×121 85×870
5. 1935000 108×156 98×225 91.104.117 51.374.462
6. 二数の和を  $s$ 、其差を  $d$ 、其積を  $p$  とす。次の各場合に於ける二数を求む。

- (一)  $(p=24, s=11)$  (30, 7) (32, 4) (40, 6) (40, 13)  
 (二)  $(p=28, d=12)$  (48, 13) (48, 22) (28, 3) (20, 8)  
 (三)  $(p=\frac{3}{9}, s=\frac{4}{3})$   $(\frac{4}{9}, \frac{4}{3})$   $(\frac{40}{9}, \frac{13}{3})$   $(\frac{8}{9}, \frac{6}{3})$   $(\frac{15}{16}, 2)$   
 (四)  $(p=\frac{28}{4}, d=\frac{3}{2})$   $(\frac{20}{9}, \frac{8}{3})$   $(\frac{40}{36}, \frac{3}{6})$   $(\frac{20}{3}, \frac{4}{3})$   $(\frac{35}{9}, \frac{2}{3})$   
 (五)  $(p=\frac{35}{9}, s=4)$   $(\frac{10}{9}, \frac{13}{6})$   $(\frac{9}{4}, \frac{15}{4})$ ;  $(p=\frac{20}{3}, d=\frac{4}{3})$  (1500, 20)
7. 正方形の一辺を表す数が、次の各場合に於て、其等の正方形の面積を表す数を素因数に分解せよ。  
 12 144 1150 2160  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$  10000
8. 正方形の面積を表す数が、次の各場合に於て、其等の正方形の一辺の長さを表す数を求めよ。  
 144 576 625 1024 1296 1521
9. 立方體の一辺を表す数が、次の各場合に於て、其等の立方體の體積を表す数を素因数に分解せよ。  
 8 216 512 1150 2160  $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$  7000
10. 立方體の體積を表す数が、次の各場合に於て、其等の立方體の稜の長さを表す数を求めよ。  
 216 512 1331 3375 13824 157464 31255875
11. 上の問題 2. の八つの数の積を素因数に分解せよ。  
 12. 100 と 200 との間にある總ての素数 21 箇を求めよ。

次の各組の数の最大公約数を求めよ (13-15).

13. (24, 36) (16, 32) (150, 180) (108, 180) (12, 18, 30) (88, 132)  
 14. (88, 121)  $(65n, 91n)$   $(85t, 51t)$  (39, 51) (221, 1821) (437, 1691)  
 15. (39, 741) (343, 5586) (949, 1387)  $(\frac{98}{n}, \frac{294}{n})$   $(\frac{645}{x}, \frac{1204}{x})$

次の各比、或は各連比を最簡なる整数の比に直して答へよ。

亦各比の項の最大公度をも求めよ (16-19).

16. (90<sup>円</sup>:126<sup>円</sup>:234<sup>円</sup>) (160<sup>日</sup>:100<sup>日</sup>:128<sup>日</sup>) (18.\*75:14.\*25:10.\*5:6.\*75)  
 17. (2.<sup>円</sup>25:3.<sup>円</sup>75:1.<sup>円</sup>5) (15<sup>日</sup>:21.<sup>日</sup>5:13.<sup>日</sup>5)  $(3\frac{560}{2240}:20\frac{392}{2240})$   
 18. (858坪:429坪:286坪) (4段9畝21歩:3段5畝15歩:2段1畝9歩)  
 19. (3663:4477) (4738:8234) (4559:7004) (13618:38830)  
 20. 次の各分數を既約分數に直せ、且分子分母の最大公約数を求めよ。  
 $\frac{231 \times 169}{441 \times 143}$   $\frac{8.12.24}{9.16.36}$   $\frac{840 \times 2028}{3080 \times 2340}$   $\frac{237.340.650}{79.255.520.5}$   
 21. 混成旅團あり、歩兵 3600 人、騎兵 800 人、砲兵 1200 人、工兵 600 人より成る。此等各種人數の公度を求め、連比を求めよ。  
 22. (一)  $x:y=3:7$  にして、 $x, y$  の最大公約數 396 なる時、 $x, y, x+y$  を求めよ。  
 (二)  $x:y:z=5:3:2$  にして、 $x, y, z$  の最大公約數 270 なる時、 $x, y, z$  及其和を求めよ。  
 (三) 270 を 3:4:5 に比例配分せよ。

次の各組の数の最小公倍数を求めよ (23-25).

23. (5, 6) (11, 8) (18, 6) (16, 24) (6, 10, 15) (15, 18, 20) (21, 30, 35)  
 24. (16, 30, 24) (15, 36, 24, 30) (12, 60, 90, 84) (26, 30, 39, 65)  
 25. (556, 973) (203, 323, 221) (13.<sup>円</sup>2, 23.<sup>円</sup>4, 15.<sup>円</sup>6) (26, 221, 312)  
 26. 上の問題の 23. の 7 つの数の最小公倍数を求めよ。  
 27. 次の各組の分數を通分せよ。  
 $(\frac{1}{15}, \frac{1}{11}, \frac{1}{3}, \frac{1}{8})$   $(\frac{1}{88}, \frac{1}{120}, \frac{1}{44}, \frac{1}{165})$   $(\frac{a}{8}, \frac{a}{21}, \frac{a}{20})$   
 28. 次の(一)より(五)までの各組の最小公倍数を求めよ。

(一) A, B, C 三騎兵が或馬場を一周するに夫々要する時間 2 分と、1.8 分と、3 分と

- (二) 噛み合ひて廻る二つの歯車の歯の数 90 と, 144 と  
 (三) 四輪車の前輪の周 1 丈と, 後輪の周 9 尺 6 寸と  
 (四) 或自転車乗毎分の速さ 264 間と, 圓形のとらつくの  
 周圍 1980 間と  
 (五) 靴下一足に付損失 6 錢と, 手袋一組に付利益 8 錢と

29. 次の各数に就て, 其總ての約数を求む.

24      36      2187      4096      7830

30. 一寸平方を如何に列べ合すれば其面積が(一) 192 平方寸  
 の矩形, (二) 1188 平方寸の矩形となるべきか.

31.  $x^2 - mx + 192$  が  $(x-a)(x-b)$  といふ形の兩因數に括らるる様  
 に  $m, a, b$  を求む. 但し何れも正の整数なり.

次の各組の数の最小公倍数を求む(32-35).

32. (36, 48) (108, 135) (715, 585) (1120, 896) (5000, 4375)  
 33. (36, 60, 48) (140, 112, 168) (140, 210, 245) (306, 408, 126)  
 34. (6, 48, 40, 42) (384, 512, 756, 1008) (136, 120, 204, 240)  
 35. (225, 136, 175, 45) (54, 57, 114, 171, 513) (84, 252, 99, 504, 693)  
 36. (一) 24, 42, 50 の最小公倍数を  $l$  とす. よりて,  $l$  を各數に  
 て割りたる商  $\frac{l}{24}, \frac{l}{42}, \frac{l}{50}$  の最小公倍数を求む.  
 同様に次の各組に就て, 最小公倍数を求む. 但し  $l$  とは  
 其組の與へられたる數(分母に記されたる數)の最小公倍  
 數なり.  
 (二)  $(\frac{l}{81}, \frac{l}{228}, \frac{l}{132}) (\frac{l}{45}, \frac{l}{35}, \frac{l}{53}) (\frac{l}{24}, \frac{l}{49}, \frac{l}{25}) (\frac{l}{24}, \frac{l}{30}, \frac{l}{36})$   
 (三)  $(\frac{l}{232}, \frac{l}{348}, \frac{l}{145}) (\frac{l}{20}, \frac{l}{18}, \frac{l}{45}, \frac{l}{48}) (\frac{l}{105}, \frac{l}{126}, \frac{l}{196})$

37. 次の各組の最大公約数を求む.

- (一)  $a=819, b=1911$  及  $a+b$   
 (二)  $a=24732, b=6552$  及  $a-b$   
 (三)  $a=58784, b=3872$  及  $a-2b$   
 (四)  $a=228456, b=47952$  及  $a-3b$   
 (五)  $a=28428, b=4116$  及  $a-3b$

38. 次の各数を素因數に分解せよ.

256    756    2048    5904    7560    7848    36504

39. 1 より 20 までの總ての整数の連乗積を, 素因數に分解し  
 たりと考ふれば, 其時の 2 の, 及 3 の冪指數幾許.

40. 次の各組の分數の最小公倍数を求む.

- (一)  $(\frac{3}{4}, \frac{5}{8}) (\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}) (\frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12}) (\frac{7}{9}, \frac{5}{6}) (\frac{1}{5}, \frac{2}{15}, \frac{3}{20})$   
 (二)  $(\frac{4}{5}, \frac{1}{7}, \frac{34}{35}) (\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}) (\frac{4}{15}, \frac{7}{12}, \frac{5}{8}, \frac{12}{25}) (\frac{27}{32}, \frac{19}{48}, \frac{31}{64}, \frac{11}{80})$   
 (三)  $(\frac{47}{57}, \frac{13}{38}, \frac{111}{190}, \frac{37}{76}) (\frac{53}{92}, \frac{15}{23}, \frac{44}{69}) (\frac{125}{144}, \frac{35}{36}, \frac{11}{12}, \frac{7}{8})$

41. (一)  $(\frac{16}{63}, \frac{48}{105})$  なる二つの分數に就て, 其何れを掛くるも  
 其都度, 結果に整数を得べき數の中最小なるものを求む.  
 同様に次の各組に就て求む.

- (二)  $(\frac{102}{357}, \frac{201}{391}) (\frac{250}{99}, \frac{300}{504}, \frac{510}{693}) (\frac{24}{143}, \frac{216}{187}, \frac{740}{221})$   
 (三)  $(\frac{1}{5}, \frac{4}{8}, \frac{2}{9}) (5, 4, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}) (\frac{3}{10}, 7, \frac{13}{15}, \frac{7}{9}, \frac{10}{20})$

42.  $x, y, z$  を何れも正の整数とす, 次の各場合を解け.

- (一)  $xy=6, yz=15, xz=10$       (二)  $xy=40, yz=140, xz=56$

43.  $x, y$  を矩形の相隣れる二邊,  $xy$  を其面積とす. 次の各場  
 合に  $x, y$  (何れも整数) を求む.

- (一)  $[x=2y \quad xy=288]$       (二)  $[x:y=4:3 \quad xy=78732]$

44. 一辺が4種なる正方形を幾箇列べ合すれば、周の長さ128種なる矩形となるべきか。

45.  $g \mid \frac{A}{a} \frac{B}{b}$  二つの整数  $A, B$  を其最大公約数  $g$  にて割りたる商を  $a, b$ , 最小公倍数を  $l$  とす。次の各場合に  $a, b$  を求む。

- (一)  $g=126$   $A+B=1134$       (二)  $g=13$   $A \cdot B=5915$   
 (三)  $g=12$   $A \cdot B=1728$       (四)  $A=36$   $lg=1728$   
 (五)  $l=144$   $A \cdot B=1728$       (六)  $g=6937$   $A+B=104055$

次の各分數式を計算せよ、等號の右邊なるは答なり。

$$46. \left\{ 3\frac{4}{7} \times 3\frac{1}{5} - \left( 3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} \right) \right\} \div 2\frac{13}{21} = 1.24545 \dots$$

$$47. \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}} \div \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8}} = \frac{1075}{3731} \cdot \frac{6.7089 \times 5.1234}{3.1416} = 10.941$$

$$48. \frac{3\frac{3}{8} + 1\frac{1}{8} \times 3\frac{1}{5} + 3\frac{5}{12}}{117\frac{13}{40} - 106\frac{11}{15}} \div \frac{28 \div 4 \times 7 - 13 \div 2 \times 4}{1\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times 3\frac{5}{6}} = \frac{1}{6}$$

$$49. a = \left( 3\frac{1}{4} - \frac{29}{52} + \frac{4}{13} \right) \times 2.3 \quad b = \frac{11 \times 143 \times 121}{13 \times 1331 \times 12} \times \left( 10 + \frac{16}{88} \right) \div \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)$$

なる時、 $a-b = \frac{7}{13}$  なることを驗せ。

$$50. \frac{\frac{11 \times 9 \times 9}{12 \times 11}}{1\frac{7}{9} \times \frac{27}{64}} \times \left( 1\frac{1}{4} + \frac{39}{104} - \frac{7}{8} \right) = 9 \quad \frac{123123}{161007} - \frac{72171}{272646} = \frac{1}{2}$$

$$51. \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} = 0.7843 \quad \frac{2}{38} \times \left( \frac{333390}{333333} - \frac{999999}{999999} \right) = 0.000000$$

$$52. \frac{\left( \frac{4}{11} + \frac{3}{5} \right) + \left( \frac{1}{11} \times 2 \right) + \frac{1}{6} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{11} \right)}{\frac{1}{4\frac{1}{2}} + \frac{1}{5\frac{1}{2}} + \frac{1}{7\frac{1}{2}}} = 1\frac{1}{2}$$

$$53. \frac{7\frac{1}{8} - 6\frac{1}{7} + \frac{9\frac{1}{10} - 7\frac{1}{8}}{9\frac{1}{10} \times 7\frac{1}{8}} - \frac{9\frac{1}{10} - 6\frac{1}{7}}{6\frac{1}{7} \times 9\frac{1}{10}}}{\frac{7\frac{1}{8} \times 6\frac{1}{7}}{9\frac{1}{10} \times 7\frac{1}{8}} - \frac{9\frac{1}{10} \times 6\frac{1}{7}}{6\frac{1}{7} \times 9\frac{1}{10}}} = 0$$

次の方程式を解きて驗せ。

$$54. \left\{ 3\frac{4}{7} \times 3\frac{1}{5} - \left( 3\frac{1}{2} \times x \right) \right\} \div 2\frac{13}{21} = 1.245$$

$$55. x = \frac{4.0\dot{6} \times 140.25}{142\frac{3}{8}} \quad 56. \frac{2^0 \cdot (2^0 - x)}{2.3.4.5.6} \times \frac{1}{12} = \frac{7}{15}$$

$$57. \frac{2^{10} \cdot (2^{10} - 1)}{2.3.4.5.6.8.9.10} \times \frac{x}{66} = \frac{62}{945} \quad 58. \left( \frac{23}{49} - \frac{39}{65} + \frac{182}{273} \right) \times \frac{893}{1273} \div x = 1$$

$$59. \frac{\frac{11 \times 9 \times 9}{12 \times 11}}{1\frac{7}{9} \times \frac{27}{64}} \times \left( x + \frac{39}{104} - \frac{7}{8} \right) = 9 \quad 60. \frac{1}{2 + \frac{3}{4\frac{1}{5}}} \div \frac{x}{3 + \frac{1}{4\frac{5}{6}}} = \frac{651}{1102}$$

$$61. \frac{3\frac{1}{15} - 4\frac{3}{20} + 2\frac{1}{12}}{3\frac{1}{25} - 2\frac{1}{10}} \times \frac{3\frac{2}{15}}{\frac{2}{3} + \frac{3}{8} - x} = 3\frac{5}{9}$$

$$62. \frac{x + 17\frac{1}{3}}{\frac{1}{17} \times 2\frac{1}{6}} + 4\frac{6}{99} \times 140.25 \div 142\frac{3}{8} = 164$$

$$63. \frac{x - 4\frac{3}{20} + 2\frac{1}{12}}{3\frac{1}{25} - 2\frac{1}{10}} \times \frac{3\frac{2}{15}}{\frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{5}{48}} = 3\frac{5}{9}$$

### 〔三〕 簡便計算法

#### 1. 5, 25, 125, 625 にて乗除する場合

〔例一〕  $789125 \div 25$   $863.625 \div 2.5$   $8394.5 \div 0.25$  は先づ實と法とに4を乗じて考ふべし(答を求めよ).

〔例二〕  $43964 \times 25$   $981.936 \times 25$   $8394.8 \times 2.5$   $123456 \times 0.25$  は先づ實を4にて割り,法に4を乗じて考ふべし(答如何).

〔1〕 乗法或は除法に於て,

(一) 法が5, 50,.....0.5, 0.05.....なれば,法に2を乗じ.

(二) 法が25, 250, .....2.5, 0.25 .... なられば法に4を乗じ.

(三) 法が125, 1250,.....12.5, 1.25.....なれば法に8を乗じ.

(四) 法が625, 6250, .....62.5, 6.25 .....なれば法に16を乗じたるものにて乗除する場合に導くべし.

〔例題〕 1.  $739.84 \times 5$   $7598 \times 0.5$   $6375 \div 0.05$   $7839 \div 0.005$

2.  $981.936 \times 25$   $43965 \times 2.5$   $23456 \div 0.25$   $182 \div 0.025$

3.  $384 \times 125$   $468.024 \times 0.125$   $95478 \div 0.0125$   $16 \div 0.125$

4.  $(4987, 56329, 749417) \times 625$   $(24375, 56329) \div 6.25$

〔注意〕  $15(=5 \times 3)$ ,  $75(=25 \times 3)$ ,  $375(=125 \times 3)$  にて乗除するにも,上の簡便法が應用せらる.

#### 2. 直加乗法,直減乗法,直加除法等

〔例一〕 (一)  $342 \times 11 = 3762$  答 (二)  $3456 \times 11 = 38016$  答

〔説明〕 (一) の答は末位より書き初め各位の數字は

千位 百位 十位 一位 なり,即ち  $\begin{matrix} 342 \\ 3 & (3+4) & (4+2) & 2 \end{matrix}$  とすに同じ

(二) の答も末位より書き初め各位の數字は,

萬位 千位 百位 十位 一位 但し,十位と百位とは,1づ  
3 (3+4) (4+5) (5+6) 6 つ左へ繰り上げるなり.

〔注意〕 各場合とも答は直に書き下すべし.

〔例題〕 1.  $(123.45円, 56321尺, 444.44米, 463975) \times 11$

2.  $(63424, 481.76米, 2462.34円, 483.894米) \times 1.1$

〔例二〕 (一)  $4639円 \times 1.05$  (二) 或は  $4639円 \times 1.05$   
 $4870.95円.....答$   $231.95$   
 $4870.95円.....答$

(三)  $4639円 \times 521$   
 $9278$   
 $23195$   
 $2416919.....答$

〔説明〕 (一) 4639圓の處へ直に其百分の五(5歩)を加へたるなり(直加乗法). (二) は4639圓の處へ,其5歩231.95圓を書き添へて加へたるものなり(直加乗法).....〔2〕

〔例題〕 1.  $564円 \times 1.2$   $589円 \times 1.05$   $3665円 \times 1.06$   $375 \times 103$

2.  $5462 \times 123$   $589 \times 1.28$   $3665 \times 1.36$   $3575 \times 1302$

3.  $384 \times 801$   $735 \times 40.1$   $3575 \times 501$   $31416 \times 14142$

〔例三〕 (一)  $4639円 \times 0.95.....1.05$  (二)  $23745 \times 998.....1002$   
 $231.95$   $47490$   
 $4407.05円.....答$   $23697510.....答$

〔説明〕 (一) 4639圓より其5歩を引きたるなり(直減乗法)...〔3〕

〔例四〕 (一)  $4407.05円 \div 0.95$  (二)  $23697510 \div 998$

$\begin{matrix} & 4639円 & 答 \\ 0.95 & ) & 4407.05 \\ 1.05 & \overline{) 20} & (+ \\ & \underline{607} & \\ & 30 & (+ \\ & \underline{370} & \\ & 15 & (+ \\ & \underline{855} & \\ & 855 & (-) \end{matrix}$

$\begin{matrix} & 23745.....答 \\ 998 & ) & 23697510 \\ 1002 & \overline{) 4} & (+ \\ & \underline{3737} & \\ & 6 & (+ \\ & \underline{7435} & \\ & 14 & (+ \\ & \underline{4491} & \\ & 8 & (+ \\ & \underline{4990} & \\ & 4990 & (-) \end{matrix}$



【説明】 法 0.95 を 1-0.05 即ち 1.05 として、代數式の除法の時の如く計算したるなり(直加除法).....[4]

- 【例題】 1. 38234×0.997 67482×9.975 4237.5×4996
2. 前題の結果を直加除法にて験せ.

3. 乗法の公式による場合(二種)

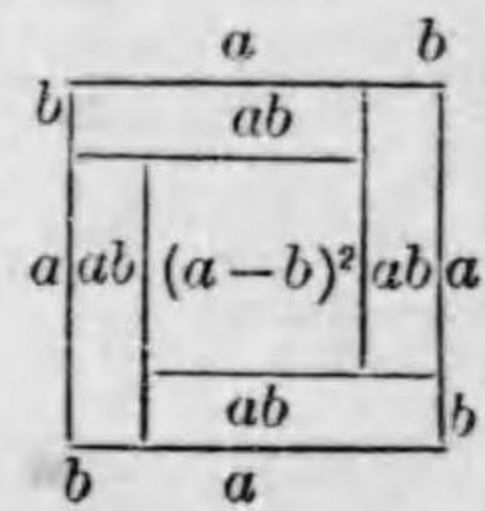
(a+b=x ならば)
(nx+a)(nx+b)=n(n+1)x^2+ab .....[5]

【例一】 (一) 35×35=1225 答 (二) 43×47=2021 答

【説明】 (一) 35×35 は乗法九九三四十二、五五二十五故に1225 とす。1200 は公式の n(n+1)x^2 に當り、25 は ab に當る。
(二) 43×47 は乗法九九、四五二十、三七二十一 ∴ 20 21 とす。2000 は公式の n(n+1)x^2 に當り、21 は ab に當る。

- 【例題】 1. 15×15 25×25 45×45 55×55 65×65 95×95
2. 81×89 82×88 83×87 84×86 85×85 63×67 64×66

ab = ((a+b)/2)^2 - ((a-b)/2)^2
ab = ((a+b)/2)^2 - (a - (a+b)/2)^2 .....[6]



【例二】 (一) 37×43=1591 答
(二) 54×66=3564 答

【説明】 (一) 37 と 43 との平均數 40 の平方 1600 より、(43-40)^2=9 を引きたるなり。(二) は 60^2-6^2=3600-36=3564 とす。

- 【例題】 1. 35×45 45×55 55×65 22×38 32×48
2. 57×63 58×62 59×61 61×79 62×78 68×72

【注意1】 11 より 21 までの整數の平方次の如し。

Table with 2 rows and 10 columns. Row 1: n, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21. Row 2: n^2, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 441.

之を記憶すれば、公式 [6] の應用の範圍一層廣きことを得。

- 【例三】 (一) 135×125=16875 [∴ 13^2.100-5^2]
(二) 166×154=25564 [∴ 16^2.100-6^2]

【例題】 145×195 172×148 129×131 149×151 164×176

【注意2】 (一) 前の如く

平方數を暗記する外、次の如き表を完成して、例へば15までの二つの整數の積を記憶すれば、其應用廣大なり。

Table titled 'a x b の値' with columns 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15 and rows 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15.

(二) 公式 [6] を Quartar Square の理(四分平方の理)と唱ふ。

【例題】 之によりて、二つの數の和 s と其差 d と、其積 p との中の二つが次の如き場合に就て残りのものを求む(正の數)。
(s=1500, d=6), (p=1224, s=70), (p=2021, d=4), (p=28731, d=26)

練習問題

- 1. {2.8 7839 63424 956735 7856.125 780175} ÷ 25
2. {4.65 49756 56786} × 12.5 {63424, 95676} × 3.75
3. 58.503 ÷ 0.125 58.305 ÷ 0.375 1913.475 ÷ 0.0125 43.96 × 6.25
4. 7870 × 0.0625 213696 × 0.25 × 1.25 84576 × 0.75 × 625
5. 659.37 × 3.01 5039 × 0.97 38234 × 9974 6748 × 9.975
6. 783 × 10.5 8756 × 10.03 4857 × 1.045 52836 × 0.0106
7. 229960.926 ÷ 993 36339.876 ÷ 9978 46278 × 9.73
8. 71 × 79 72 × 78 73 × 77 74 × 76 75 × 75 81 × 89 82 × 88
9. 83 × 87 84 × 86 85 × 85 91 × 99 92 × 98 93 × 97 94 × 96
10. 95 × 95 101 × 109 102 × 108 103 × 107 104 × 106 105 × 105

- 11. 121×129 122×128 123×127 124×126 125×125 135×135
- 12. 61×59 62×58 63×57 64×56 65×55 66×54
- 13. 67×53 68×52 69×51 71×69 72×68 73×67
- 14. 74×66 75×65 76×64 77×63 78×62 79×61
- 15. 81×79 82×78 83×77 84×76 85×75 86×74
- 16. 87×73 88×72 89×71 91×89 92×88 93×87
- 17. 94×86 95×85 96×84 97×83 98×82 99×81
- 18. 45×75 45×85 45×95 45×105 45×115 45×125
- 19. 45×135 45×145 65×95 65×105 55×95 65×115
- 20. 75×135 75×145 75×155 75×165 85×115 95×135
- 21. 52×28 53×27 54×26 55×25 56×24 57×23
- 22. 66×34 67×33 68×22 66×44 67×43 68×42 69×41
- 23. 72×48 74×46 77×53 83×57 84×56 92×68 93×67
- 24. 147×133 146×134 151×129 152×128 163×137 147×173
- 25.  $0.075^2$   $505^2$   $950^2$   $49.5^2$   $695^2$   $0.015^2$   $1255^2$
- 26.  $123^2 = \frac{144}{729} \dots = 15129$   $121^2$   $122^2$   $124^2$   $125^2$   $126^2$
- 27.  $53^2 = 2809$  によりて,  $532^2$   $534^2$   $537^2$   $539^2$   $533^2$
- 28.  $87^2 = 7569$  によりて  $871^2$   $872^2$   $875^2$   $876^2$   $878^2$   $879^2$
- 29.  $8034 \times 7508 = 60319272$  なる時,  $8035 \times 7509$   $8033 \times 7507$
- 30.  $89250 \times 76360 = 6815130000$  なる時,  $89249 \times 76361$
- 31.  $831 \times 754 \sim 832 \times 753$   $831 \times 754 \sim 830 \times 755$  公式〔6〕=ヨル.
- 32.  $28^2 - 12^2$   $37^2 - 23^2$   $96^2 - 56^2$   $927^2 - 73^2$   $529^2 - 71^2$
- 33. 簡便計算の法則(或は例)を〔1〕より〔6〕まで復唱せよ.

【注意】生徒諸子が数の分合に慣れ、簡便計算法の効果を収めんと欲せば、よく説明を熟讀し、法則を諳んじ、練習問題に就て幾十遍も反覆練習すること肝要なり。

—<終>—

大正三年十月三十日發行  
大正三年十月廿七日印刷



著 者 千 本 福 隆  
發 行 者 上 原 才 一  
發 行 所 光 風 館 書 店  
印 刷 者 四 海 民 藏

東京市神田區裏神保町六番地  
東京市神田區裏神保町六番地  
東京市小石川區大塚坂下町百十私地  
〔電話本局二千三十九番〕



東京秀英舎印刷

現代數教科書 卷上

賣切等にて課業に御差支の際は直接御注文被下候はゞ直に御送附可致候  
本館發行の教科書は常に多數の製本準備有之候につき萬一各地賣捌所に

34,1  
124

終