

中學活用課本

應用數學

陸高誼主編  
姚幼蕃編著

世界書局印行

上冊

版權所有  
翻印必究

中華民國三十七年五月五版

應用數學 (全二册)

上册實價國幣

外埠酌加運費匯費

編者 姚幼蕃  
主編者 陸高誼  
發行人 張靜江  
印刷者 世界書局

發行所 上海及各省 世界書局

## 例 言

一 作者從歷年教授數學之經驗上，深知學者在實用上之需要非常迫切。特會聚算學，幾何，代數，及三角中之主要部份與實用部份於一書，並增廣以理科，工科，與商科中之實用公式與習題以期完備。至數學中無濟於實用之理論，則已刪除，庶使學者能在較短之時期中，獲得一完善而有實用之數學學識。

二 本書共分四編，第一編算學，第二編幾何，第三編代數，第四編三角，因本書已將幾何之理論部份化簡，實用部份似與算學之關係接近，代數與三角之關係然，故將幾何列第二編，代數列第三編。

三 本書分量，若每週授課五小時，則每學期可學完二編。

四 學生在各校所用之教本或有參差不齊，但此書之原則方面，係供給數理之精要，並釋以主要例題，學生得收舉一反三之效。

五 本書每章中除對於本題有簡明之詳解外，並附註工作法之定律及其核對法，庶使教者省解釋之煩，學者得自習之益。

六 坊間尙未有類似之書，則此書之作，既不悖數學之主旨，又無太簡或過繁之弊，且書中增入理工科之應用學識，習題多至數千，自較純粹數學增色。

七 本書不僅合職業及補習學校中教材之所需，更可作中學學生參考與複習之應用，前者得收事半功倍之效，後者有溫故知新之益。

# 上册目錄

## 例言

第一編	算學	1
第一章	初步工作及溫習	1
第二章	分數	14
第三章	小數分數	42
第四章	簡捷算法及核對法	55
第五章	權度	64
第六章	百分法及其實用	74
第七章	比率與比例	87
第八章	密度與比重	96
第九章	乘冪與方根	101
第二編	幾何	113
第十章	平面面積 直線與角度	113
第十一章	三角	127
第十二章	圓圈	136
第十三章	圖解算法	152
第十四章	稜形體	163
第十五章	圓筒體	169
第十六章	稜錐體 圓錐截頭體	176
第十七章	圓球	182
第十八章	其他立體	187
附錄	答數	



# 第一編 算學

## 第一章 初步工作及溫習

**數學之術語** 數學有其術語，有一定之符號及記號，學者須熟悉此項符號與記號並其用處方能明瞭數學之術語；猶如習速記者必先熟悉字之記號方能工作，習數學者常因不記憶此項符號及記號，並未曾熟讀一切定義與專門名詞，以致學術不精。

數學之記號人所最認識者，厥為阿拉伯數字 1,2,3,4,5,6,7,8,9, 0, 及符號加(+)減(-)乘( $\times$ )除( $\div$ )與等號(=)並阿拉伯字母，其他記號當在用時逐步解釋之。

習數學者必須專用許多時間，將字述的或口傳的事實，以數學之符號及記號解釋之，或將數學的文理改成普通文字。

數學之記號及符號，起始原為簡便而用之，嗣後漸為公眾承認而廣為採用。有些記號是一字之簡寫，其他之記號常與原文無關，其來源則無從稽考也。

**數學之問題** 數學之問題，非若謎藏不容猜想，問題之言詞必須清楚，但祇能有一個解答。習數學者係欲注意以下各點：

- (一)數學問題必須仔細誦讀並分析，使明瞭一切條件；若不明瞭題意，則無從解答。如先尋看答數，或可由猜想工作而得之，但此等工作是毫無價值的。

(二)解答問題時，須免除不需要之工作，在可能時並應簡略其處置法。

(三)所成之工作，常須用方法證明或核對之。錯誤之答數則無價值，準確為數學上之最要點，若能引用核對法以校對之，則不必觀看答數矣。

**【定義】** 欲使理論並言詞恰正必須立有定義，對於在實用上，專門名詞似應儘數減少，雖有時定義之文言簡陋，但足以使人明瞭可矣。數學中之有固定意義之字，較多於其他科學，每用一字皆有定義。

茲列舉以下之定義而協助記憶所用之名詞：

(一)整數(Integer)，是一個完整的數目。

(二)因數或商數(Factor or divisor)，是一整數恰正能分另一整數。

(三)偶數(Even number)，是一數目恰能以 2 分之，例如 4, 6, 8, 10 等皆是偶數。

(四)奇數(Odd number)，是一數目不能以 2 分淨之，例如 5, 11, 47 等皆是奇數。

(五)質數(Prime number)，是一數目除本數及 1 外，無他因數，例如 1, 2, 3, 7, 11, 17 等皆是質數。

(六)合成數(Composite number)，是一數目除本數及 1 外，尚有其他因數，例如 6, 22, 49, 64, 70, 100 等皆是合成數。

(七)兩個或較多數目之公分數(Common factor or divisor)，

是一因數能恰正將每數分淨，若此因數，爲以上數目之最大因數，是謂最大公分數 (Highest common factor)，簡寫爲 H.C.F.。

例如 4 是 16 與 24 之公分數，但 8 是 16 與 24 之最大公分數。

(八)一數目之倍數 (Multiple)，是一數目能用所給之數目除淨之，若此數能用兩個或較多的數目除淨之，此數是以上諸數之公倍數 (Common multiple)，最小的若此數目謂之最小公倍數 (Least common multiple)，簡寫爲 L.C.M.。

例如 36 與 72 是 12, 9, 與 4 之公倍數，但 36 是 12, 9, 與 4 之最小公倍數。

**找尋一數之商數之法則** 一所給之數是否能用一他數除淨，恆能用一簡便方法查出，其法則如下：

(一) 凡一數目，其末位之數爲 0，或其數字能用 2 除者，皆能用 2 除淨。

(二) 凡能用 3 除之數目，則其數字之和亦能用 3 除之。

例如 73245 能用 3 除之，因  $7+3+2+4+5=21$ ，亦能用 3 除之。

(三) 凡能用 4 分之數目，則其末二位之數字可以用 4 分之，或其末二位之數字是 00。

例如 87656 能以 4 分之，因 56 可用 4 分之。

(四) 凡能用 5 分之數目，其末位之數字是 5 或是 0。

(五) 凡一偶數的數目，其數字之和可用 3 分者能用 6 分之。

例如 7356 能以 6 分之，因  $7+3+5+6=21$ ，是可用 3 分者。

(六) 凡能用 7 分之數目則無規定之方法以尋找之。祇好試算而得。

(七) 凡能用 8 分之數目，則其末三位之數目亦能用 8 分之。

例如 987672 能以 8 分之，因 672 亦能用 8 分之。

(八) 凡能用 9 分之數目，則其數字之和亦必能用 9 分之。

例如 7812 能以 9 分之，因其數字之和  $7+8+1+2=18$ 。

亦能以 9 分之。

(九) 凡能用 11 分之數目，則從未位數起，其在雙位的數字之和與其在單位的數字之和間較數能以 11 分之。

例如 47679291 能以 11 分之，因  $(9+9+6+4) - (1+2+7+7) = 11$ 。是能以 11 分之。

(十) 一個數目的因數亦是該數目任何倍數之因數。

例如 4 為 12 的因數，亦是 24 或 36 的因數。

(十一) 任何兩數之公分數，亦是任何倍數的該兩數之和或較的因數。

例如 7 為 14 與 42 的公分數，亦是  $(3 \times 14 + 2 \times 42) = 126$  的因數，或  $(2 \times 42 - 4 \times 14) = 28$  的因數。

### 數學工作上之符號有相對的緊要

(一) 一列加數，可按任何次序而相加。

例如  $4+5+9+2+7=27$ 。按任何次序加之。

(二) 一列減數，必須按其排寫之次序而相減。

例如  $100 - 20 - 10 - 3 = 67$ 。按排寫次序減之。

(三) 一列乘數，可按任何次序而相乘。

例如  $6 \times 3 \times 5 \times 2 = 180$  按任何次序而乘之。

(四) 一列除數，應按其排寫之次序而相除。

例如  $100 \div 10 \div 2 = 5$  按排寫次序除之。

(五) 一列加減乘除的混合數，須按排寫之次序，先做乘除，後做加減。

例如  $12 \div 3 + 8 \times 2 - 6 \div 2 + 7 \times 2 \times 3 - 9$   
 $= 12 \div 3 + 16 - 6 \div 2 + 42 - 9$  先乘  
 $= 4 + 16 - 3 + 42 - 9$  次除  
 $= 20 - 3 + 42 - 9 = 50$  未按排寫次序而加減之

### 習 題 一

1.  $14 + 16 - 3 + 10 - 4 - 6$ .
2.  $16 \div 8 + 4 \times 2 \times 3 - 16 \times 2 \div 4$ .
3.  $15 - 2 \times 3 - 15 \div 5 + 4$ .
4.  $60 - 25 \div 5 + 15 - 100 \div 4 \times 5$ .
5.  $17 \times 3 + 27 \div 3 - 40 \times 2 \div 5$ .
6.  $56 - 7 + 525 \div 5 \times 7 \times 3 + 15 - 7 \times 8$ .
7.  $864 \div 12 - 124 \div 31 + 51 \div 27$ .
8.  $4 \times 27 \div 9 \times 4 + 9 \times 2 - 3 \times 6 \div 9$ .

9.  $4963 \div 7 + 144 \div 72 - 14 \times 9$ .
10.  $13 \times 9 \times 62 + 44 \div 4 - 17 \times 22$ .
11. 記取所需之時間做以下之乘法。

- (1)  $347 \times 371$ .                      (2)  $547 \times 682$ .
- (3)  $433 \times 925$ .                      (4)  $986 \times 478$ .
- (5)  $3587 \times 729$ .                    (6)  $3249 \times 987$ .
- (7)  $444 \times 888$ .                      (8)  $8764 \times 2233$ .
- (9)  $9898 \times 4257$ .                    (10)  $9999 \times 8888$ .

~~~~~

**乘法核對** 例如  $347 \times 371$ .  $(3+4+7) \times (3+7+1) = 14$

$$\left. \begin{array}{l} 347 \times 300 = 104100, \\ 347 \times 70 = 24290 \\ 347 \times 1 = 347 \end{array} \right\} = 128737, \left. \begin{array}{l} \times 11, (1+4) \times (1+1) \\ = 5 \times 2 = 10, 1+0=1. \\ (1+2+8+7+3+7) = 28, \\ (2+8) = 10, 1+0=1. \end{array} \right.$$

例如:  $3249 \times 987$ .

$$(3+2+4+9) \times (9+8+7) = 18 \times 24,$$

$$(1+8) \times (2+4) = 9 \times 6 = 54 \quad (5+4) = 9.$$

$$\left. \begin{array}{l} 3249 \times 900 = 2924100 \\ 3249 \times 80 = 259920 \\ 3249 \times 7 = 22743 \end{array} \right\} = 3206763$$

$$(3+2+0+6+7+6+3) = 27, (2+7) = 9.$$

~~~~~

12. 記取所需之時間做以下之除法, 核對答案可以法數與商

數之積與被除之數對照。

- (1)  $395,883 \div 9$ .                      (2)  $64,362 \div 17$ .  
(3)  $306,192 \div 48$ .                      (4)  $87,168 \div 384$ .  
(5)  $4,518,976 \div 784$ .                      (6)  $783,783 \div 4147$ .  
(7)  $1,312,748 \div 437$ .                      (8)  $4,495,491 \div 499$ .

13. 做以下之乘法並核對答數。將得數用乘數除之而與被乘數對照。

- (1)  $843 \times 329$ .                      (2)  $4327 \times 987$ .  
(3)  $4493 \times 345$ .                      (4)  $8397 \times 9327$ .

14. 做以下之除法，核對答數可以法數與商數之積加餘數而與被除之數對照。

- (1)  $43962 \div 97$ .                      (2)  $467234 \div 487$ .  
(3)  $9372468 \div 375$ .                      (4)  $3784328 \div 2345$ .

15. 建築鐵道 275 公里之代價是國幣 4,195,400 圓。每公里之建築費是多少？

16. 一機車御輪之輪圈是 22 呎。車行 44 哩，御輪需走多少轉數，若每哩長 5280 呎。

17. 設有一發電廠每日需用煤 253 噸。每噸煤價國幣 10 圓 5 角；若該廠每年工作 360 日，則每年煤費需國幣若干圓？

18. (一)寫下三個 192 之法數，(二)寫下三個 72 之倍數，(三)算出 144 與 192 之公分數，(四)算出 192 與 144 及 72 之最大公分數，(五)算出 15 與 18 及 20 之最小公倍數。



19. 尋以下各數之質因數 (Prime factors): 1188; 148225; 436992.

解答 1188 之質因數

$$2)1188$$

法擇最小之質數連續分除而得之 2)594

$$3)297$$

$$3)99$$

$$3)33$$

$$11)11$$

$$1$$

是 2, 2, 3, 3, 3, 11.

20. 指出下數之何數能用 4 除淨, 並何數能用 6 除淨, 及何數能用 9 除淨?

$$(1) 7644. \quad (2) 324. \quad (3) 3,645,111.$$

$$(4) 3645. \quad (5) 49,875. \quad (6) 23,147,325.$$

約分 (Cancellation) 常時解答分數式之問題如下列者。

$$\frac{64 \times 25 \times 8 \times 12 \times 17}{48 \times 15 \times 32 \times 17 \times 24}$$

其答數是線上各數之積以線下各數之積分之而得。但按分數之原則常可減少工作, 照下法刪約, 謂之約分。

$$\frac{\overset{2}{64} \times \overset{5}{25} \times 8 \times 12 \times 17}{\underset{6}{48} \times \underset{3}{15} \times 32 \times 17 \times \underset{2}{24}} = \frac{5}{6 \times 3} = \frac{5}{18}$$

- (一)線上與線下均有 17, 可先劃線刪除。
- (二)線上數 64 爲線下數 32 之 2 倍, 將兩數刪除, 寫一 2 字在線上。
- (三)線下數 48 是線上數 8 之 6 倍, 將兩數刪除寫一 6 字在線下。
- (四)線上數  $25 = 5 \times 5$ , 線下數  $15 = 5 \times 3$ . 以 5 分之, 則線上剩 5 而線下剩 3。
- (五)線下數 24 是線上數 12 之 2 倍, 將兩數刪除, 寫一 2 字在線下。
- (六)再將線上所寫之 2 字與線下所寫之 2 字刪除, 則以上分數成爲簡單之分數  $\frac{5}{6 \times 3} = \frac{5}{18}$ , 此卽是答數。
- (七)若線上之數或線下之數刪約淨, 則其因數是 1。

$$\text{例如 } \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \times \overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{4}} \times \underset{2}{\cancel{2}}} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{又 } \frac{\overset{16}{\cancel{4}} \times \overset{6}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{1}} \times \underset{3}{\cancel{1}}} = \frac{4 \times 2}{1} = 8$$

- (八)若分數式中含有加減符號者, 則不用約分計算, 此項分數必先將線上之數算出, 次將線下之數算出, 然後分得答數。

$$\text{例如 } \frac{4+200-6 \times 2}{38+98-12 \times 6} = \frac{192^3}{64} = 3.$$

## 習 題 二

用約分法算以下各分數之結果：

$$1. \frac{5 \times 8 \times 3 \times 16}{8 \times 15 \times 4}$$

$$2. \frac{57 \times 119 \times 16}{17 \times 12 \times 19}$$

$$3. \frac{18 \times 100 \times 13 \times 12}{26 \times 25 \times 9 \times 3}$$

$$4. \frac{90 \times 89 \times 88 \times 87}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

$$5. \frac{180 \times 132 \times 140 \times 75}{15 \times 70 \times 44 \times 36}$$

$$6. \frac{144 \times 1728 \times 999}{96 \times 270 \times 33}$$

$$7. \frac{15 \times 2 + 45 \times 4}{60 \times 2}$$

$$8. \frac{16 + 3 \times 7 - 4 \times 2 + 167}{94 - 7 \times 9 + 3 \times 6}$$

$$9. \frac{20 \times 56 \times 12}{21 \times 10 \times 18}$$

$$10. \frac{77 \times 100 \times 18 \times 14}{25 \times 11 \times 49 \times 16}$$

$$11. \frac{16 \times 12 \times 7 \times 11}{24 \times 22 \times 7 \times 18}$$

$$12. \frac{1200 \times 515 \times 70 \times 100}{5 \times 35 \times 103}$$

$$13. \frac{750 \times 4500 \times 5760}{2400 \times 750 \times 50}$$

$$14. \frac{1320 \times 432 \times 660}{4400 \times 297 \times 288}$$

$$15. \frac{99 + 14 \times 7 - 25}{50 + 2 \times 18}$$

$$16. \frac{256 \times 6 + 125 \times 3 - 14 \times 76}{17 \times 27 + 32 \times 40 - 1618}$$

17. 若 18 人需 14 日做一項工作，若欲於 21 日做畢，需用多少人？

[解] 若 18 人需 14 日做完則 1 人需  $18 \times 14$  日做完。

若欲於 21 日做完需  $(18 \times 14) \div 21 = 12$  人。

18. 若 1 人工作 16 日可得山薯 30 擔，每擔價值國幣 8 角 8 分，問此人每日得值若干？

19. 工人每日得工資國幣 1 圓 5 角，工人 24 名需工作若干日可得資購買小麥 360 袋，小麥每袋價值為國幣 1 圓 2 角？

20. 需要多少畝田種植山薯與 65 畝田種小麥所得之值相等。若每畝田能產生山薯 150 袋，每袋值國幣 2 角 5 分，若每畝田能產生小麥 65 袋，每袋值國幣 1 圓 0 角 5 分？
21. 若工人 8 名每日每人作工 10 小時，作工 15 日能掘土 1000 立方公尺，若每人每日作工 8 小時，在 20 日內掘土 2000 立方公尺需工人若干名？
22. 一園工售出花籽 75 匣，每匣 24 袋，每袋值國幣 8 分，以所得之值價購席 12 捲，每捲 40 公尺，每公尺席價應是若干？
23. 一商人購蘋果 15 車，每車有 212 桶，每桶 3 袋，每袋值國幣 4 角 5 分，渠以適所售出之布償之，每捲布長 500 公尺，每公尺價國幣 2 角 5 分，問商人所售出之布共若干捲，又若干公尺？
24. 山芋每袋價值國幣 5 角 5 分，玉蜀黍每袋值國幣 6 角 0 分，山芋若干袋可換玉蜀黍 44 袋？

**引用定律** 在實地工作之人，常須引用定律以解答問題。許多定律得之於經驗或實驗，由之而得所需之結果。

在下載之問題中，先將定律小心讀熟再引用之。

**【定律】** 欲求被帶動的滑車之每分鐘公轉數 (Revolutions per minute)，將轉動的滑車之直徑乘轉動的滑車之每分鐘公轉數而以被帶動的滑車之直徑除之。

25. 一滑車之直徑是 48 寸，每分鐘轉 65 公轉，帶動一 26 寸直徑的滑車，問被帶動之滑車，每分鐘轉多少公轉？
26. 求一 8 寸直徑之滑車每分鐘公轉數，該滑車係用一 28 寸直徑之滑車帶動每分鐘 36 公轉。
27. 求一 44 寸直徑之滑車公轉數，該滑車係被一 32 寸直徑之滑車帶動每分鐘有 66 公轉。

~~~~~

**【定律】** 求輸送機器的馬力所用之皮帶的闊度（單片皮帶或四股橡皮帶）將所需輸送之馬力以 33000 乘之，以皮帶每分鐘行動之速度除之，再除 60。答數是皮帶之闊度以吋計，若係雙層厚皮帶或六股橡皮帶，則將以上所得之答數乘  $\frac{6}{10}$  即得。

- ~~~~~
23. 求一單片皮帶之闊度，用以輸送 100 馬力，皮帶每分鐘之速度是 3500 呎。

$$[\text{解}] \quad \frac{100 \times 33000}{60 \times 3500} = \frac{110}{7} = 15 \frac{5}{7} \text{ 吋}$$

29. 求一單片皮帶之闊度，用以輸送 75 馬力，皮帶速度每分鐘 3000 呎。
30. 求一雙層厚皮帶之闊度，用以輸送 135 馬力，皮帶行動之速度每分鐘是 3600 呎。

~~~~~

**【定律】** 求一規定闊度之皮帶在其規定之速度時可以輸送之馬力，若係單片皮帶或四股橡皮帶，則先用 60 乘皮帶之闊度以吋計，

再乘皮帶每分鐘之速度以呎計，再以 33000 除之；結果是皮帶能輸送之馬力。若係雙層厚皮帶或六股橡皮帶則將上得之結果除  $\frac{6}{10}$ 。

31. 一 10 吋闊之單片皮帶，在其每分鐘有 4000 呎速度，可以輸送多少馬力？
32. 一 36 吋雙層厚皮帶，在每分鐘行動 4500 呎時，可以輸送多少馬力？

在數學中常用一字母代替全字，取其簡略也。若有幾個字母並寫一處，即幾個數目互乘之意。

若以  $H$  代表一機器之馬力。

$P$  代表有效的蒸汽壓力，每平方吋上以磅計。

$L$  代表活塞之動程，以呎計。

$A$  代表活塞之面積，以平方吋計。

$N$  代表每分鐘工作動程次數。

則求機器之馬力，可用以下之簡式代之：

$$H = \frac{PLAN}{33000}$$

33. 求一蒸汽機之馬力，若在活塞的面積上之有效壓力每平方吋上是 55 磅，動程之長度是 2 呎，活塞之面積是 195 平方吋，工作動程每分鐘 80 次。

$$[\text{解}] \quad H = \frac{55 \times 2 \times 195 \times 80}{33000} = 52$$

34. 求  $H$ , 若  $P=70$ ,  $L=2$ ,  $A=165$ ,  $N=90$
35. 求  $H$ , 若  $P=85$ ,  $L=2$ ,  $A=95$ ,  $N=190$
36. 有一鐵道每年需用枕木 2,240,000 塊, 若每畝地上可生樹 350 株, 每三十年之老樹可供枕木 3 塊, 問每年須種多少畝樹, 方可供給該鐵道上所需用之枕木?
37. 一大理石板長 20 尺, 闊 5 尺, 厚 4 寸, 則重 425 公斤, 若同樣 16 尺長, 4 尺闊, 與 2 寸厚之大理石板應重多少公斤?
38. 工人 24 名每日各工作 8 小時, 工作 18 日可掘一溝, 長 475 公尺, 闊 4 公尺, 深  $\frac{1}{4}$  公尺; 若欲限 24 日掘成一溝, 長 1900 公尺, 闊 3 公尺, 深  $\frac{1}{6}$  公尺, 若工人每日工作 12 小時, 需用工人若干名?

## 第二章 分數 (Fraction)

**分數之定義與性質** 數字 6 以 3 分之, 則答數是 2. 此可寫作  $\frac{6}{3}=2$ . 若數字 6 以 7 分之, 則不能如前得有商數, 可寫作  $\frac{6}{7}$ . 此之謂分數。  $\frac{1}{7}$  之意義, 即將一單位數分為 7 等分; 分數  $\frac{6}{7}$  即 7 等分中之 6 分。



**【定義】** 一個分數(Fraction)是一個指明的分法(division), 即是一個簡單的方法以解釋一個單位是分爲多少等分。

法數(divisor)即是一個分數的線下之數目,是謂分數之分母或母數。此項分母指出單位應分多少等數。

被除數即是一個分數的線上之數目,是謂分數之分子或子數,此項分子或子數指出單位所分等分的幾份。

分子或子數(numerator)與分母或母數(denominator)皆是分數之名詞。

一混合數目是包含有一整數與一分數。

例如  $5\frac{7}{8}$  是一混合數目,意即  $5 + \frac{7}{8}$ 。

**適當的分數與不適當的分數** 一個適當的分數,其分子必小於其分母。不適當的分數是一個分數,其分子是大於分母,或等於分母。

一個分數是一個指明的分法,前已說明,雖分法能分淨無餘,按其寫法仍爲分數。

所以  $\frac{12}{3}$ ,  $\frac{24}{12}$ ,  $\frac{44}{11}$  皆是分數。

**分數之比較** 若兩個分數之分母與分子彼此相等,則兩分數之值相等。若兩分數之分母相等,則分子大者其值大於分子小者。

所以在  $\frac{5}{7}$  與  $\frac{3}{7}$  中,  $\frac{5}{7}$  大於  $\frac{3}{7}$ 。

若兩個分數有等值的分子,則分母較大者其值較小。

所以 在  $\frac{7}{8}$  與  $\frac{7}{9}$  中， $\frac{7}{9}$  小於  $\frac{7}{8}$ 。

若兩個分數之分母與分子各不相等，則兩分數之值不易比較，故必須先將分母用最小公倍數算出，俟分母相同，則易於比較其值。

例如 比較  $\frac{3}{4}$  與  $\frac{5}{7}$  之值，則必將兩分數之分母改爲相等，方易比較。

$$\text{因 } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}, \text{ 而 } \frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28},$$

$$\text{則 } \frac{3}{4} \text{ 大於 } \frac{5}{7}$$

學者在學分數之前，必須先知加，減，乘，除四個根本原則，此章中當詳解工作分數之法，其主要者爲基本工作法，內中包括減低分數之數字 (Reduce to lower terms)，增高分數之數字 (Increase to higher terms)，改分數至同值分母 (Change to common denominator)，改混合數爲不適當分數，及改不適當分數爲混合數。

**【原則】** 因分數是一個指明的分法，可有以下之原則：

- (一) 以同數乘分子及分母，則不更變分數之值。
- (二) 以一數乘分子或除分母，則分數得有此乘數之倍數。
- (三) 以一數除分子或乘分母，則分數是被此數相除。

改一整數或一混合數爲不適當分數，例如改五爲六分。

$$\text{既 } 1 = \frac{6}{6}, \text{ 則 } 5 = 5 \times \frac{6}{6} = \frac{30}{6} \quad (\text{原則二})$$

例如 改  $7\frac{3}{5}$  爲 5 分。

$$\text{既 } 1 = \frac{5}{5}, \text{ 則 } 7 = 7 \times \frac{5}{5} = \frac{35}{5}, \text{ 而 } 7\frac{3}{5} = \frac{35}{5} + \frac{3}{5} = \frac{38}{5}.$$

**【定律】** 改一整數爲指定分母之分數，先將 1 改爲指定分母之分數，然後用該整數乘之。改混合數爲分數，先將整數改爲所給分母之分數，然後再加分數之分子。

改一不適當之分數爲整數或爲混合數：

例如 改  $\frac{32}{4}$  爲整數。

$$\text{因 } \frac{32}{4} = 32 \div 4 = 8.$$

例如 改  $\frac{47}{9}$  爲混合數。

$$\text{因 } \frac{47}{9} = 47 \div 9 = 5 \div 9 + 2 = 5\frac{2}{9}.$$

**【定律】** 改一不適當分數爲整數或爲混合數，做指明之除法，法數是數目之單位，若無餘數則答數是整數，如有餘數則成混合數，商數是整數而餘數是分數。

### 習 題 三

1. 改變以下之整數：7, 11, 40, 17, 19，爲三分，爲六分，與爲十分。
2. 改變以下之混合數爲不適當分數： $2\frac{1}{3}$ ,  $7\frac{2}{5}$ ,  $9\frac{4}{7}$ ,  $12\frac{4}{9}$ ,

$$17\frac{2}{7}, 18\frac{1}{8}, 22\frac{11}{13}.$$

3. 改變以下之不適當分數為整數及混合數： $\frac{17}{2}, \frac{19}{3}, \frac{27}{4},$

$$\frac{32}{8}, \frac{49}{7}, \frac{60}{8}, \frac{71}{3}, \frac{97}{16}, \frac{47}{13}, \frac{156}{21}, \frac{493}{17}, \frac{9296}{463}, \frac{7928}{97},$$

$$\frac{9999}{445}, \frac{37684}{341}$$

**減低分數之數** 一個分數是在最低之數字，當其分子與分母是互為質數，此即無一整數能同分其分子與分母。

例如 減低 $\frac{75}{105}$ 至最低之數字：

$$\frac{75}{105} = \frac{15 \times 5}{21 \times 5} = \frac{15}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{7}.$$

既用同一整數分一分數之分子與分母，而不改分數之值，則以上之分數的分子與分母均先用 5 分之，則得 $\frac{15}{21}$ ，再用 3 除分子與分母，則得 $\frac{5}{7}$ ，因 5 與 7 是互為質數，則分數是在最低之數字，若以 15 分之，則一次即可做出答數。

**【定律】** 欲減低分數至最低之數字，將分子與分母用其公分數分之，或用其最大的公分數分之。

#### 習 題 四

減低以下之分數至其最低之數字：

1.  $\frac{5}{15}, \frac{3}{12}, \frac{14}{21}, \frac{9}{27}$ .

2.  $\frac{7}{35}, \frac{25}{35}, \frac{21}{28}, \frac{24}{32}$ .

3.  $\frac{16}{24}, \frac{17}{34}, \frac{19}{38}, \frac{21}{42}$ .

4.  $\frac{72}{100}, \frac{16}{124}, \frac{19}{57}$

5.  $\frac{336}{384}$ .

6.  $\frac{720}{960}$

7.  $\frac{288}{360}$

8.  $\frac{216}{252}$

9.  $\frac{960}{1536}$

10.  $\frac{352}{384}$

11.  $\frac{3172}{2196}$

12.  $\frac{3060}{5940}$

13.  $\frac{5643}{5940}$

14.  $\frac{1111}{7777}$

15.  $\frac{1430}{1320}$

16.  $\frac{1358}{7642}$

17.  $\frac{76200}{128600}$

18.  $\frac{17865}{93720}$

19. 改變以下之百分比為分數至其最低之數字，(%記號即代分母是 100)

5%, 35%, 42%, 28%, 95%, 14%, 40%, 75%, 30%.

### 改變幾個分數為同分母之分數

**【定義】** 分數有同數之分母者，謂之相似的分數 (Similar

fractions)

例如 改變  $\frac{1}{2}$  與  $\frac{1}{3}$  爲以 6 爲分母之分數。

改  $\frac{1}{2}$  爲 6 分，先將 6 以分母 2 分之則得 3，以乘分子與分母則

不改原分數之值而改爲 6 分，是以

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$$

改  $\frac{1}{3}$  爲 6 分，將 6 以 3 分之則得 2，是以

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

例如 改  $\frac{7}{9}$ ， $\frac{3}{8}$ ，及  $\frac{5}{6}$  爲 72 分。

$$72 \div 9 = 8, \quad 72 \div 8 = 9, \quad 72 \div 6 = 12$$

$$\therefore \frac{7}{9} = \frac{7 \times 8}{9 \times 8} = \frac{56}{72}, \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \times 9}{8 \times 9} = \frac{27}{72}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 12}{6 \times 12} = \frac{60}{72}$$

**【定律】** 改變幾個分數爲同分母之分數，先將同分母之數以各分數之分母分之，用所得之數乘分數之分子及分母。

**最小公倍數** 以前所引之例係給有規定之同分母數 72。常時須自己尋求各分數至最小之同分母數，此須先尋其最小公倍數。此項最小公倍數卽是各分數之最小同分母。

例如 改  $\frac{4}{9}$ ， $\frac{7}{12}$  與  $\frac{13}{24}$  至分數而有最小之同分母。

9, 12, 與 24 之最小公倍數是 72。將 72 以 9, 12, 及 24 分之，

並將其商數乘各分數之分子與分母。

$$\therefore \frac{4}{9} = \frac{4 \times 8}{9 \times 8} = \frac{32}{72},$$

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 6}{12 \times 6} = \frac{42}{72},$$

$$\frac{13}{24} = \frac{13 \times 3}{24 \times 3} = \frac{39}{72}.$$

〔註〕 常時各分數之最小同分母數，可由視察而得之，若不能從視察而得之，最好用下法得之。

【定律】 用質數(能分兩個或較多的)分各分數之分母，然後擇用其他質數分其餘數及商數，繼續分除至質數為止。最小公倍數是各商數之積數再乘餘數之積數。

例 求  $\frac{11}{30}$ ,  $\frac{7}{45}$ ,  $\frac{14}{135}$  與  $\frac{13}{25}$  之最小同分母數。

先求 30, 45, 135, 25 的最小公倍數

$$\begin{array}{r} 5) \quad 30, \quad 45, \quad 135, \quad 25 \\ \hline 3) \quad 6, \quad 9, \quad 27, \quad 5, \\ \hline 3) \quad 2, \quad 3, \quad 9, \quad 5, \\ \hline 2, \quad 1, \quad 3, \quad 5. \end{array}$$

最小公倍數是  $5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 5 = 1350$  即是最小同分母。

## 習 題 五

改變以下之分數：



1.  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , 與  $\frac{1}{4}$  爲 12 分。      2.  $\frac{1}{6}$ , 與  $\frac{1}{7}$  爲 42 分。
3.  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ , 與  $\frac{5}{6}$  爲 24 分。      4.  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{8}{7}$ , 與  $\frac{2}{3}$  爲 63 分。
5.  $2, \frac{1}{7}$ , 與  $\frac{5}{6}$  爲 42 分。      6.  $2, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ , 與 5, 爲 30 分。
7.  $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ , 與  $\frac{7}{20}$  爲 100 分。      8.  $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{1}{8}$ , 與  $\frac{5}{6}$  爲 120 分。
9.  $\frac{15}{16}, \frac{9}{13}, \frac{7}{8}$ , 與  $\frac{3}{4}$  爲 208 分。      10.  $\frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{17}{22}$ , 與  $\frac{3}{44}$  爲 396 分。

改變以下之分數爲最小同分母之分數：

11.  $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$ .      12.  $\frac{6}{7}, \frac{7}{11}$ .
13.  $\frac{3}{10}, \frac{18}{25}$ .      14.  $\frac{9}{13}, \frac{8}{17}$ .
15.  $\frac{4}{9}, \frac{3}{37}$ .      16.  $\frac{17}{19}, \frac{14}{17}$ .
17.  $\frac{4}{5}, \frac{11}{3}, \frac{1}{12}, \frac{9}{40}$ .      18.  $\frac{3}{20}, \frac{1}{4}, \frac{11}{32}, \frac{5}{8}$ .
19.  $2\frac{3}{16}, 4\frac{13}{20}, 7\frac{5}{12}$ .

分 數 加 法

例一 加  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{5}{12}$ , 與  $\frac{11}{12}$

以上之各分數, 因其為同分母祇須將分子相加即得。

$$\therefore \frac{7}{12} + \frac{5}{12} + \frac{11}{12} = \frac{7+5+11}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$$

例二 求  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{8}{15}$ , 與  $\frac{17}{30}$  之和。

以上之各分數, 因其分母各異, 故必須先求其最小同分母。

因 12, 15, 與 30 之最小公倍數是 60。

$$\begin{aligned} \therefore \frac{7}{12} + \frac{8}{15} + \frac{17}{30} &= \frac{35}{60} + \frac{32}{60} + \frac{34}{60} = \frac{35+32+34}{60} \\ &= \frac{101}{60} = 1\frac{41}{60} \end{aligned}$$

例三 求  $3\frac{3}{4}$ ,  $5\frac{4}{7}$ ,  $2\frac{9}{14}$ , 與  $7\frac{1}{2}$  之和。

以上之分數為混合數則整數與分數可以分開加出, 其最便利

寫法如下:

$$3\frac{3}{4} = 3\frac{21}{28}$$

$$5\frac{4}{7} = 5\frac{16}{28}$$

$$2\frac{9}{14} = 2\frac{18}{28}$$

$$7\frac{1}{2} = 7\frac{14}{28}$$

---


$$\text{以上各分數之和} = 17\frac{69}{28} = 19\frac{13}{28}$$

**【定律】** 分數相加：若分數有同分母者，則須將同分母之分子相加，若答數成爲不適當的分數則須改爲整數或混合數；若各分數之分母各異，則必先將分數改爲同分母之分數後，方可相加；求混合數之和將整數與分數分開相加再合加之。

### 習 題 六

求以下分數之和：

1.  $\frac{2}{6} + \frac{5}{6} + \frac{7}{6} + \frac{3}{6}$ .
2.  $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{7}{5} + \frac{16}{5}$ .
3.  $\frac{3}{16} + \frac{9}{16} + \frac{11}{16} + \frac{13}{16}$ .
4.  $\frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{7}{20}$ .
5.  $7 + \frac{6}{7} + 4\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4}$ .
6.  $9\frac{1}{7} + 3\frac{4}{5} + 6$ .
7.  $41\frac{1}{2} + 40\frac{1}{4} + 3$ .
8.  $9\frac{1}{2} + 7\frac{1}{3} + 8\frac{1}{4}$ .
9.  $\frac{3}{10} + \frac{2}{11} + \frac{3}{5} + \frac{3}{4}$ .
10.  $\frac{3}{2} + \frac{12}{5} + \frac{8}{3} + \frac{11}{6}$ .
11.  $\frac{111}{5} + \frac{42}{15} + \frac{105}{3}$ .
12.  $\frac{14}{9} + \frac{17}{5} + \frac{3}{17}$ .
13.  $214\frac{1}{3} + 517\frac{7}{48} + 145\frac{5}{12}$ .
14.  $3\frac{2}{3} + 17\frac{3}{4} + 28\frac{5}{12} + 3\frac{7}{12}$ .
15.  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} + \frac{1}{12} + \frac{5}{12}$ .
16.  $2\frac{2}{3} + 7\frac{5}{6} + 11\frac{1}{12} + 14\frac{3}{4} + 17\frac{11}{12}$ .

$$17. 371\frac{1}{12} + 614\frac{19}{20} + 81\frac{3}{4}.$$

$$18. 145\frac{7}{9} + 36 + \frac{11}{36} + 194 + \frac{37}{48}.$$

$$19. 126\frac{2}{3} + 35 + 15\frac{5}{6} + 58\frac{4}{5} + 9\frac{3}{10}.$$

$$20. 16\frac{2}{3} + 14\frac{1}{3} + 17\frac{1}{2} + 19\frac{3}{4} + 27\frac{5}{12}.$$

21. 一商人售布於各主顧，其尺寸如下： $5\frac{2}{3}$ 碼， $7\frac{3}{4}$ 碼， $15\frac{1}{2}$ 碼， $9\frac{1}{4}$ 碼，並 $3\frac{5}{8}$ 碼，共售出多少碼？

22. 有一航輪在五日內行駛以下之程距： $384\frac{3}{4}$ 里， $372\frac{7}{8}$ 里， $356\frac{1}{2}$ 里，並 $392\frac{3}{4}$ 里，與 $345\frac{3}{8}$ 里，問共航行多少里？

### 分 數 減 法

例一 從 $\frac{9}{11}$ 中減去 $\frac{4}{11}$

既以上兩分數是同分母分數，則兩數相減祇須將其分子相減即得。

$$\text{是以 } \frac{9}{11} - \frac{4}{11} = \frac{9-4}{11} = \frac{5}{11}.$$

例二 從 $\frac{2}{3}$ 中減去 $\frac{7}{11}$ 。

以上兩分數之分母不同，則必先將兩分數改爲最小同分母之分數然後相減；此處之最小同分母是  $3 \times 11 = 33$ 。

$$\text{是以 } \frac{2}{3} = \frac{22}{33}, \frac{7}{11} = \frac{21}{33}, \text{ 則 } \frac{2}{3} - \frac{7}{11} = \frac{22}{33} - \frac{21}{33} = \frac{22-21}{33} = \frac{1}{33}.$$

例三 從  $7 + \frac{2}{3}$  中減去  $3\frac{3}{5}$

以上之混合數中，其分數減數小於分數被減數，則整數與分數可以分開減之，但其分數部須先改爲最小同分母之分數而後減之。

$$\text{是以 } 7\frac{2}{3} - 3\frac{3}{5} = 7 - 3 + \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = 4\frac{1}{15}.$$

例四 從  $7\frac{1}{2}$  中減去  $3\frac{2}{3}$

以上之混合數中，其分數減數大於分數被減數，因其分數部份改爲最小同分母之分數後  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ， $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ，因  $\frac{4}{6}$  大於  $\frac{3}{6}$  不能從其相減，故須由 7 中取 1 改爲 6 分則  $7\frac{1}{2} = 6 + \frac{6}{6} + \frac{3}{6} = 6\frac{9}{6}$ 。

$$\text{則 } 7\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3} = 6\frac{9}{6} - 3\frac{4}{6} = 6 - 3 + \frac{9}{6} - \frac{4}{6} = 3\frac{5}{6}.$$

**【定律】** 分數相減，若分數之分母同者，祇須同分母之分子相減。若分數之分母不同者，須先改爲同分母之分數，然後分子相減。若爲混合數，應先減分數部份，後減整數部份。

## 習 題 七

1.  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ .

2.  $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ .

3.  $\frac{9}{10} - \frac{2}{5}$ .

4.  $\frac{8}{17} - \frac{3}{34}$ .

5.  $\frac{7}{9} - \frac{5}{36}$ .

6.  $2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ .

7.  $8\frac{1}{7} - \frac{6}{7}$ .

8.  $7 - 4\frac{6}{7}$ .

9.  $9\frac{4}{7} - 1\frac{6}{7}$ .

10.  $\frac{43}{17} - \frac{2}{102}$ .

11.  $\frac{17}{111} - \frac{2}{17}$ .

12.  $\frac{79}{81} - \frac{4}{72}$ .

13.  $4\frac{2}{3} - 1\frac{7}{10}$ .

14.  $8\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5}$ .

15.  $9\frac{3}{5} - 3\frac{8}{9}$ .

16.  $463\frac{2}{3} - 146\frac{7}{14}$ .

17.  $346\frac{5}{6} - 146\frac{2}{3}$ .

18.  $461\frac{3}{7} - 145\frac{2}{9}$ .

19.  $469\frac{8}{11} - 21\frac{3}{22}$ .

20.  $192\frac{3}{13} - 142\frac{3}{26}$ .

21.  $229\frac{1}{4} - 163\frac{3}{5}$ .

22.  $230\frac{2}{3} - 103\frac{5}{8}$ .

23.  $117\frac{2}{3} - 96\frac{7}{8}$ .

24.  $403\frac{1}{12} - 231\frac{1}{5}$ .

25.  $12\frac{3}{5} + 28\frac{5}{6} - 15\frac{2}{3}$ .

26.  $5\frac{3}{8} + 2\frac{1}{8} - 3\frac{1}{4}$ .

27.  $4\frac{3}{4} + 1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{5}$ .

28.  $4\frac{3}{7} - \frac{6}{7} - \frac{2}{9} + 6\frac{3}{8}$ .

29.  $14 + 6\frac{1}{2} - 9\frac{3}{4}$ .

以下各數需先將括弧中之分數算好，然後加減其餘之分數。

30.  $\frac{4}{7} + 13 - (6\frac{7}{8} - \frac{3}{8}) + \frac{4}{3}$ .

31.  $\frac{6}{7} + 17 + \frac{3}{14} - (6 + 9\frac{1}{2})$ .

$$32. 4\frac{3}{4} + 3\frac{3}{8} + 6\frac{1}{4} - (1\frac{3}{4} + 1\frac{6}{7}).$$

$$33. 7\frac{3}{8} + 6\frac{4}{7} - 2\frac{3}{8} + (\frac{6}{7} + 2\frac{5}{14}).$$

$$34. 3\frac{4}{7} + 4\frac{1}{3} + 1\frac{5}{7} - (\frac{6}{7} + 2\frac{8}{21}).$$

$$35. 7\frac{2}{9} + 2\frac{3}{4} - 3\frac{6}{7} + (1\frac{3}{8} + 1\frac{7}{9}).$$

36. 一農夫有田  $5\frac{3}{4}$  畝，若售去  $3\frac{1}{3}$  畝，尚餘下若干畝？

37. 商人有煤 10 噸，售與第一顧客  $3\frac{1}{2}$  噸，再售與第二顧客  $2\frac{3}{4}$  噸，並將餘下之煤售與第三顧客，問商人售與第三顧客之煤是幾噸？

~~~~~

**合成力 (Resultant)** 許多力的連合結果，謂之合成力。若向東之拉力是 100 磅，並同時向西有拉力 75 磅，則得合成力 25 磅向東。

向東拉力 150 磅及向西總數拉力 160 磅之合成力是 10 磅向西。

用  $E, W, S, N$  代表東西南北之方向，求以下之合成力：

(1)  $48\frac{1}{2}$  磅  $W$ ,  $92\frac{3}{4}$  磅  $E$ ,  $76\frac{3}{8}$  磅  $E$ , 並  $91\frac{1}{2}$  磅  $W$ .

(2)  $125\frac{3}{16}$  磅  $N$ ,  $75\frac{5}{8}$  磅  $N$ ,  $47\frac{3}{8}$  磅  $S$ , 並  $156\frac{7}{16}$  磅  $S$ .

~~~~~



## 分 數 乘 法

分數乘法及整數。

例一 以4乘 $\frac{3}{5}$

以4乘 $\frac{3}{5}$ 所得之分數是4倍的 $\frac{3}{5}$ 。因乘分數之分子即乘得分數之值。是以

$$\frac{3}{5} \times 4 = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

例二 以 $\frac{3}{14}$ 乘7.

在此處可採用除分數之分母即等於乘分數之分子的原則計算，或直接乘分子後再約小。是以

$$\frac{3}{14} \times 7 = \frac{3}{14 \div 7} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2},$$

$$\text{或 } \frac{3}{14} \times 7 = \frac{3 \times 7}{14} = \frac{21}{14} = 1\frac{7}{14} = 1\frac{1}{2},$$

**【定律】** 用一整數乘分數或一分數乘整數，可以整數乘分數之分子或用整數除分數之分母。

〔註〕 以一整數乘一其他整數，則積數是大於被乘數，但以正當的分數乘一整數，則其積數是小於被乘數。

以一分數乘一其他分數。

例一 以 $\frac{2}{3}$ 乘 $\frac{5}{7}$ .

以  $\frac{2}{3}$  乘  $\frac{5}{7}$  即等  $\frac{2}{3}$  的  $\frac{5}{7}$ 。但  $\frac{2}{3}$  的  $\frac{5}{7}$  是 5 倍  $\frac{2}{3}$  的  $\frac{1}{7}$ 。既由乘分母即

分除分數之值，是以

$$\frac{2}{3} \text{ 的 } \frac{1}{7} = \frac{2}{3 \times 7} = \frac{2}{21}.$$

$$\text{則 } \frac{2}{3} \text{ 的 } \frac{5}{7} \text{ 是 5 倍 } \frac{2}{21} = \frac{2 \times 5}{21} = \frac{10}{21}.$$

此項程序可連合如下：

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}.$$

例二 以  $\frac{3}{7}$  乘  $\frac{14}{18}$ 。

$$\frac{14}{18} \times \frac{3}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times \overset{2}{\cancel{3}}}{\underset{6}{\cancel{18}} \times \underset{3}{\cancel{7}}} = \frac{1}{3}.$$

若能由約分以減省工作須採用之。

例三 以  $\frac{3}{5}$  乘  $\frac{9}{13}$  再乘  $\frac{26}{27}$ 。

$$\frac{3}{5} \times \frac{9}{13} \times \frac{26}{27} = \frac{\overset{2}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{9}} \times \overset{2}{\cancel{26}}}{\underset{3}{\cancel{5}} \times \underset{3}{\cancel{13}} \times \underset{3}{\cancel{27}}} = \frac{2}{5}.$$

**【定律】** 以一分數乘另一分數，將各分子相乘而得分子之積，並將各分母相乘而得分母之積，便利時採用約分。

〔註〕 如  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{8}$  之乘分數式常稱之複分。

**混合數與整數相乘法**

例一 以6乘 $7\frac{3}{5}$

$$7\frac{3}{5} \times 6 = 7 \times 6 + \frac{3}{5} \times 6 = 42 + \frac{18}{5} = 42 + 3\frac{3}{5} = 45\frac{3}{5}.$$

$$\text{或 } 7\frac{3}{5} \times 6 = \frac{38}{5} \times 6 = \frac{228}{5} = 45\frac{3}{5}.$$

例二 以 $3\frac{2}{5}$ 乘 $8\frac{1}{3}$ .

$$8\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{5} = \frac{25}{3} \times \frac{17}{5} = \frac{85}{3} = 28\frac{1}{3}.$$

**【定律】** 兩數相乘其中之一數是混合數，或兩數均是混合數，先將混合數改爲不適當的分數，然後照分數乘法算之。

若有幾個分數及混合數相乘，其算法與上同。

例三 求 $\frac{7}{9} \times 3\frac{2}{3} \times 9 \times 4\frac{2}{11} \times \frac{3}{22}$ 之積數。

$$\begin{aligned} \frac{7}{9} \times 3\frac{2}{3} \times 9 \times 4\frac{2}{11} \times \frac{3}{22} &= \frac{7}{9} \times \frac{11}{3} \times 9 \times \frac{16}{11} \times \frac{3}{22} \\ &= \frac{161}{11} = 14\frac{7}{11}. \end{aligned}$$

## 習 題 八

求以下之積數：

$$1. \quad \frac{2}{3} \times 4. \quad 2. \quad 25 \times \frac{7}{10}. \quad 3. \quad \frac{8}{9} \times \frac{27}{32}.$$

4.  $4\frac{5}{12} \times 6$ .      5.  $\frac{27}{256} \times 16$ .      6.  $\frac{375}{576} \times 96$ .
7.  $816\frac{2}{3} \times 17$ .      8.  $12\frac{1}{2} \times 62\frac{1}{2}$ .      9.  $13\frac{1}{2} \times 9\frac{3}{4}$ .
10.  $14\frac{4}{5} \times 10\frac{2}{5}$ .      11.  $\frac{49}{720} \times 96$ .      12.  $28\frac{5}{12} \times 14$ .
13.  $956\frac{4}{5} \times 29$ .      14.  $12\frac{3}{5} \times 3\frac{4}{5}$ .      15.  $23\frac{1}{2} \times 18\frac{4}{5}$ .
16.  $212\frac{2}{3} \times 7\frac{1}{2}$ .
17. 水櫃中之水由一孔流出，須一小時流去三分之一，若水櫃能容水六十擔，則二小時後共流去若干擔水？
18. 設用兩水管放流一水櫃中之水，第一水管每小時可放去櫃中之水四分之一，第二水管每小時可放去五分之一，如兩水管同時開放則每小時可放去多少？
19. 圓周約是  $3\frac{1}{7}$  倍圓之直徑，若圓之直徑是 21 尺，則圓周應是若干尺？
20. 一正方形之對角線約等於  $1\frac{5}{12}$  的邊之長度，若一平方之邊長 84 尺，則其對角線長若干尺？
21. 設有一隊工人每小時能混合及做好三和土  $43\frac{19}{35}$  方立碼，若每日工作  $8\frac{3}{4}$  小時，能做好三和土多少立方碼？

22. 用以做機器軸承之混合金含有紫銅 $\frac{24}{29}$ , 錫 $\frac{4}{29}$ , 鋅 $\frac{1}{29}$ , 則346磅之混合金含有各項金屬若干磅?
23. 用以減除摩擦力之混合金含有紫銅 $\frac{37}{1000}$ , 錫 $\frac{111}{125}$ , 鎳 $\frac{3}{40}$ , 則1250磅之混合金中有各項金屬多少磅?
24. 有一瓦匠每小時工資國幣壹角一分五釐, 若其每日工作 $8\frac{1}{2}$ 小時, 並每年工作225日, 則每年可獲工資若干?
25. 有一冰廠每日出冰45噸, 每噸國幣3元6角, 若每年工作320日可得冰價若干元?

~~~~~

### 分 數 除 法

以整數除分數 例如將 $\frac{3}{7}$ 以4除之, 以4除者即係將一數分

為四等分, 每分即等於原數的四分之一。

$$\text{是以 } \frac{3}{7} \div 4 = \frac{1}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{28}.$$

或按前述之原則, 以數乘分數之分母即可得分數之值。

$$\text{是以 } \frac{3}{7} \div 4 = \frac{3}{7 \times 4} = \frac{3}{28}.$$

在分數之除法中常能以數除分數之分子而得其值。

$$\text{例如 } \frac{925}{11} \div 25 = \frac{925 \div 25}{11} = \frac{37}{11} = 3\frac{4}{11}.$$

$$\text{與 } \frac{925}{11} \div 25 = \frac{925}{11} \times \frac{1}{25} = \frac{37}{11} = 3\frac{4}{11} \text{ 同。}$$

**【定律】** 以一整數除一分數，可用該整數乘分數之分母或除分數之分子而得其值。

以分數除一整數 例如將 6 以  $\frac{2}{3}$  除之。

可先將 6 改爲 3 分子，既兩數成爲同分母之分數則以分子相除而得其值。

$$\text{是以 } 6 \div \frac{2}{3} = \frac{18}{3} \div \frac{2}{3} = 18 \div 2 \text{ (三分子)} = 9$$

既因 1 是 3 倍的  $\frac{1}{3}$ ，若欲求 1 是有幾個  $\frac{1}{3}$ ，則須將分數交互乘之。

$$\text{是以 } 1 \div \frac{1}{3} = 1 \times \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{則 } 6 \div \frac{2}{3} = 6 \times \frac{3}{2} = 9.$$

例二 以  $\frac{14}{39}$  除  $\frac{49}{65}$ 。

$$\frac{49}{65} \div \frac{14}{39} = \frac{49}{65} \times \frac{39}{14} = \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}.$$

**【定律】** 以一分數除一整數或一其他分數，則須將除數顛倒而乘其被除數，若除數或被除數是一混合數或均是混合數，則必先將其改爲不適當分數，然後按上例求其答數。

## 習 題 九

1.  $\frac{8}{9} \div 4.$       2.  $\frac{12}{13} \div 3.$       3.  $\frac{17}{2} \div 3.$

4.  $\frac{9}{11} \div 4.$       5.  $\frac{21}{13} \div 7.$       6.  $\frac{121}{13} \div 11.$

7.  $\frac{144}{25} \div 12.$       8.  $5 \div \frac{1}{2}.$       9.  $17 \div \frac{2}{3}.$

10.  $16 \div \frac{4}{5}.$       11.  $\frac{1}{2} \div \frac{3}{2}.$       12.  $\frac{3}{7} \div \frac{5}{14}.$

13.  $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}.$       14.  $\frac{9}{16} \div \frac{3}{4}.$       15.  $\frac{17}{3} \div \frac{15}{3}.$

16.  $32 \frac{1}{2} \div 4.$       17.  $326 \frac{2}{3} \div 2.$       18.  $764 \frac{3}{7} \div 4.$

19.  $21 \frac{3}{4} \div 2.$       20.  $28 \frac{2}{5} \div 3.$       21.  $96 \frac{3}{4} \div 8.$

22.  $122 \frac{2}{3} \div 3.$       23.  $27 \frac{2}{3} \div 5.$       24.  $86 \frac{3}{4} \div 3.$

25.  $192 \frac{4}{5} \div 5.$

26. 設  $\frac{1}{8}$  寸在地圖上代表一公里。今有兩鎮在地圖上相距六寸，則兩鎮相距是多少公里？

27. 在一房屋之圖樣上  $\frac{1}{8}$  寸代表一市尺，求以下各房間之實

在尺寸：

$$(一) 2\frac{1}{4}\text{寸} \times 2\frac{7}{8}\text{寸}. \quad (二) 1\frac{1}{2}\text{寸} \times 1\frac{3}{4}\text{寸}.$$

$$(三) 1\frac{3}{16}\text{寸} \times 1\frac{7}{16}\text{寸}. \quad (四) \frac{11}{16}\text{寸} \times \frac{15}{16}\text{寸}.$$

28. 若王某每小時能完成 $\frac{1}{3}$ 的工作，而陳某每小時能完成 $\frac{1}{2}$ 的同樣工作，如二人合作每小時能完成若干工作？需時若干可完成全部工作？
29. 一水箱中貯水 600 立方尺，用兩水管放水，其一能將水放盡需四小時，若用另一水管需十二小時可將水放盡，如將兩水管同時開放則需若干小時能將水放盡？
30. 若一小工每日可獲工資國幣七角五分，則需若干日可獲工資國幣九元？

$$31. \frac{275}{36} \div 175. \quad 32. \frac{161}{6} \div 42. \quad 33. \frac{87}{186} \div \frac{5}{16}.$$

$$34. 100 \div 4\frac{7}{8} \quad 35. 4\frac{10}{11} \div 10\frac{4}{11}. \quad 36. 31\frac{7}{9} \div 1\frac{62}{81}$$

$$37. 3\frac{8}{17} \div 2\frac{16}{21}. \quad 38. 3\frac{14}{15} \div 7\frac{24}{25}. \quad 39. \frac{7}{257} \div \frac{3}{241}.$$

$$40. 10\frac{18}{23} \div 1\frac{9}{115}. \quad 41. 5\frac{2}{7} \div \frac{74}{343}. \quad 42. 7\frac{5}{29} \div 3\frac{141}{145}$$

求以下之值：

$$43. 5\frac{1}{3} \times 9\frac{2}{5} \div 8\frac{19}{27} \times \frac{7}{64} \div 3\frac{6}{25} \div \frac{2}{145}.$$



$$44. \quad \frac{16}{17} \times 29 \frac{3}{4} \times 13 \frac{3}{5} \div 15 \frac{3}{4} \div 2 \frac{7}{9}.$$

$$45. \quad \frac{9}{16} \times 13 \frac{1}{2} \times \frac{16}{25} \times 9 \frac{1}{6} \div \frac{27}{48} \div \left( \frac{11}{10} \times \frac{5}{8} \times 26 \frac{1}{4} \right) \div \frac{8}{5}.$$

$$46. \quad 8 \frac{3}{4} \times \frac{18}{25} \times \frac{3}{14} \times \frac{11}{12} \times \frac{13}{15} \times 10 \frac{4}{15} \div 6 \frac{3}{5} \div \frac{13}{18} \div 12 \frac{5}{6} \div \frac{3}{25}.$$

$$47. \quad \frac{7}{4} \div \left( \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \right) - \frac{1}{4}.$$

$$48. \quad 2 \frac{7}{9} - 7 \frac{23}{27} + 5 \frac{17}{36} - 56 \frac{3}{4}.$$

求以下之值：

$$49. \quad \frac{\left( 2 \frac{5}{8} \div \frac{4}{5} \right) \times 2}{2 - \frac{2}{4} \div 5}.$$

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad \frac{\left( 2 \frac{5}{8} \div \frac{4}{5} \right) \times 2}{2 - \frac{2}{4} \div 5} &= \frac{\left( \frac{21}{8} \div 4 \times \frac{10}{5} \right) \times 2}{2 - \left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div 5 \right)} \\ &= \frac{\left( \frac{21}{8} \div 8 \right) \times 2}{2 - \left( \frac{1}{8} \div 5 \right)} = \frac{\frac{21}{8} \times \frac{1}{8} \times 2}{2 - \left( \frac{1}{8} \times \frac{1}{5} \right)} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{21}{32}}{2 - \frac{1}{40}} = \frac{\frac{21}{32}}{\frac{79}{40}} = \frac{21}{32} \times \frac{40}{79} = \frac{105}{316}.$$

$$50. \frac{\left(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}\right) \div 1\frac{2}{3}}{1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2}} \cdot 51. \frac{2}{5} \times \frac{5\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} + \frac{5}{7} \times \left(4\frac{1}{2} - 2\frac{7}{9}\right).$$

$$52. \frac{1}{3\frac{1}{5}} - \frac{2\frac{1}{4}}{9} + \frac{3\frac{5}{8}}{2} - \frac{4}{4\frac{4}{7}} \cdot 53. \frac{\frac{2}{9} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{7}{12}}{3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}}$$

$$54. \frac{\left(4\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2}\right) \div 3\frac{1}{2}}{\frac{1}{7} \times 2\frac{2}{7} \times 5\frac{1}{4}} \cdot 55. 2\frac{1}{4} \times \frac{10\frac{3}{4} - 4\frac{11}{12}}{6\frac{3}{16} + 7\frac{2}{3}}$$

$$\times \frac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{5} \times 9\frac{1}{11}} \cdot 56. \frac{1}{1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4}} \times 1\frac{2}{19} \div \frac{5\frac{1}{4} + 4\frac{1}{5}}{3\frac{2}{3} + 4\frac{1}{4}}$$

$$57. \left(\frac{3\frac{2}{3}}{\frac{5}{9} \times 1\frac{2}{9}} \times \frac{5}{9} \div \frac{7\frac{2}{3}}{31\frac{8}{9}}\right) \times \frac{7\frac{2}{3} - 4\frac{1}{2}}{\frac{1}{14} \times 3\frac{5}{6}}.$$

$$58. \frac{14\frac{2}{7} \times 16\frac{2}{3} + 33\frac{1}{3}}{33\frac{1}{3} - 16\frac{2}{3}} + \frac{33\frac{1}{3} \times 27\frac{2}{3} \div 16\frac{2}{3}}{\left(16\frac{2}{3} \div 33\frac{1}{3}\right) \times 27\frac{2}{3}}$$

59. 有一混合金包含紫銅 92 磅，鋅 17 磅，並錫 7 磅，以上之金屬各為混合金的幾成？

60. 工人三名做一項工作共  $26\frac{1}{2}$  日，得工資國幣 344 元 5 角，每名每日之平均工資是多少？

61. 以下之定律，在實地上用以核計圓鋼條及圓熟鐵條之重量：以圓鋼條之直徑自乘（以英寸計）再乘  $\frac{8}{3}$ ，積數是每英尺之圓鋼條或圓熟鐵條的重量以磅計，用此定律以求以下圓鋼條之重量：

(一) 圓鋼條之直徑  $\frac{7}{8}$  吋，長  $12\frac{1}{2}$  呎。

(二) 圓鋼條之直徑  $2\frac{5}{8}$  吋，長  $2\frac{1}{4}$  呎。

(三) 圓鋼條之直徑  $8\frac{3}{4}$  吋，長  $1\frac{3}{5}$  呎。

62. 設有一水櫃上裝置三根放水管子，若開啓第一根管子則需六小時可將水放盡，若僅用第二根管子則需五小時可將水放盡，如祇開第三根管子則需四小時可將水放盡。若將三根管子同時開啓，需若干小時可將水放盡？

[解] 既第一根管子用六小時將水放盡則每小時可放出水櫃中之水六分之一，如是第二根管子每小時可放出水櫃中之水五分之一，則第三根管子每小時可放出水櫃中之水四分之一。

若三根管子齊放，則每小時可放出  $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{37}{60}$  之水，

是以需  $1 \div \frac{37}{60} = \frac{60}{37} = 1\frac{23}{37}$  小時可將水放盡。

63. 設一水櫃上三根管子同時開啓放水，問需若干小時可將水放盡？若僅用第一根管子需用六小時，單用第二根管子需用四小時，單用第三根管子需三小時可放盡。
64. 若某甲做好一項工作需  $10\frac{1}{2}$  日，某乙做好同樣工作需  $8\frac{2}{5}$  日，若兩人合作此項工作需若干日？
65. 有一包工人限 30 日做好一條路，十五名工人做了 20 日祇完成一半工作，則應需若干工人在餘下之 10 日內可完成工作？
66. 一商人購貨值國幣 7426 元 5 角，內有一半貨物照來價加三分之一售出；四分之一的貨物照原價加四分之一售出，尚有餘下之貨物則照來價之九折售去。商人所得淨利是若干元？
67. 甲乙丙丁四人分一宗款項，甲得  $\frac{3}{10}$ ，乙得  $\frac{1}{4}$ ，丙得  $\frac{1}{5}$ ，尚餘國幣五千元歸丁。問甲乙丙各得若干元？
68. 改攝氏溫度計之讀數為華氏溫度計之讀數，可用以下之公式：

$$F = \frac{9}{5}C + 32.^\circ$$

$F$  代表華氏溫度計之讀數， $C$  代表攝氏

溫度計之讀數，求華氏溫度讀數若(一)攝氏  $22\frac{1}{2}^{\circ}$  (二)

攝氏  $720^{\circ}$ 。

69. 改華氏溫度讀數爲攝氏溫度讀數，可用以下之公式：

$$C = \frac{5}{9}(F-32). \quad C \text{ 與 } F \text{ 之代名詞同上。}$$

求攝氏溫度讀數若(一)華氏  $81\frac{1}{2}^{\circ}$  (二)華氏  $1760^{\circ}$

~~~~~  
 工程家查看汽鍋殼之厚薄是否合用，常採用以下之公式：

$$t = \frac{P R F}{T \times \frac{50}{100}} .$$

$t$  代表汽鍋殼之厚薄以吋計， $P$  代表每平方吋面積上之蒸汽壓力以磅計， $R$  代表汽鍋殼之半徑以吋計， $F$  代表安全因數約 = 6

$T$  代表鋼板之張力， $\frac{50}{100}$  = 接縫處之勁力，鋼板之張力約

60,000 磅。

~~~~~  
 70. 求鋼板之厚薄用以造 50 吋直徑之汽鍋殼能容受每平方吋 120 磅之蒸汽壓力。

71. 求鋼板之厚薄用以造 72 吋直徑汽鍋，容受蒸汽壓力每平方吋 90 磅。

72. 有一工廠中之汽鍋直徑 60 吋，鋼板因陳舊而銹蝕，最薄處

祇厚 $\frac{1}{2}$ 吋，現應改減蒸汽至若干磅則無危險？

### 第三章 小數分數(Decimal Fraction)

【定義】 凡分數以 10, 100, 1000, 10000 等作分母者，謂之小數分數，是則， $\frac{53}{100}$ ， $\frac{3756}{10000}$ ， $\frac{76}{1000}$ ， $\frac{4326}{1000}$  皆是小數分數。

寫一小數分數可將分母棄去而在數字前加一點，謂之小數點，以顯示分數之值，分母有幾位 (0) 圈字，則小數點後即須有幾位數字。

如  $\frac{53}{100}$  寫作 0.53， $\frac{3756}{10000} = 0.3756$ ， $\frac{76}{1000} = 0.076$ ，

$\frac{4326}{1000} = 4.326$ 。數目如 0.53 及 0.3756，加圈於小數點前，以顯示明瞭，但亦可不加。

所需注意者是當分子之數字比分母之圈少，則數字前必須加圈，以成同樣位數。

例如  $\frac{53}{100} = 0.53$ ， $\frac{53}{1000} = 0.053$ ， $\frac{53}{10000} = 0.0053$ ，

$$\frac{53}{100000} = 0.00053.$$

從小數分數之意義，可見如將小數點之地位錯點，則全改其意義，因小數點向前移一位，則將數值分10，若將小數點移後一位，則將數值乘10矣。

以下之位置代表數字相對之值：

|          |         |
|----------|---------|
| 百十       | 十百      |
| 萬萬萬千百十單小 | 十百千萬萬萬  |
| 數數數數數數數數 | 分分分分分分  |
| 位位位位位位位位 | 點之之之之之之 |

• —————

**數字讀法** 例如 23,676 應讀二萬三千六百七十六。23.676 則應讀二十三點六百七十六，或讀二十三又千分之六百七十六。

0.7658 則應讀點七六五八，或讀萬分之七千六百五十八。

0.0075 則應讀點圈圈七五或讀萬分之七十五。

### 習 題 十

寫出以下之數字。

1. 萬分之三百五十六。
2. 二百五十六又千分之二十三。
3. 一百零三萬五千三百零四。
4. 千分之四百五十六。
5. 四百又千分之五十六。
6. 三百二十五又萬分之二十五。

讀以下之數字：

7. 23.462.
8. 2003.203.
9. 0.4256.
10. 4200.005
11. 1200.3604
12. 10,101,423.2301.
13. 5867.0067
14. 10,000.0001

**減縮一普通分數爲一小數分數** 一小數分數與普通分數之區別是 小數分數之分母是 10, 100, 1000, 10000 等,改普通分數爲

小數，可改其分母爲 10, 100, 1000, 1000 等。

$$\text{是以 } \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4, \quad \frac{9}{16} = \frac{9 \times 625}{16 \times 625} = \frac{5625}{10000} = 0.5625.$$

但  $\frac{2}{7}$  則不確準改爲小數，因 10, 100, 1000 等中不恰正含有

7. 故減縮一普通分數爲小數，可按以下之定律進行。

**【定律】** 加圈字在分子數後，而以分母除之，加小數點使小數點後數字之位數與所加圈字之位數同。

$$\text{是以 } \frac{7}{8} = 7.000 \div 8 = 0.875.$$

$$\text{是以 } \frac{2}{7} = 2.0000 \div 7 = 0.2857 +$$

(+) 號置在數字之後，即顯示尚有餘數。

凡可減縮至確準小數之普通分數，則其分母除包含 2 與 5 之質數外，無他質數。

是以  $\frac{3}{64}$  可以減縮爲確準之小數，因 64 的質因數是  $2 \times 2 \times 2 \times 2$

$\times 2 \times 2$ .

但  $\frac{7}{15}$  則不能爲確準的小數，因 15 含有因數 3 也。

改小數分數爲普通分數可照以下之定律進行。

**【定律】** 將小數除去，改置分母，其分母之數是 1，後加圈字數與小數點後的數字之位數同。



$$\text{是以 } 2.375 = \frac{2375}{1000} = 2\frac{375}{1000} = 2\frac{3}{8}.$$

## 習 題 十 一

改以下之分數爲小數：

1.  $\frac{25}{37}$ .      2.  $\frac{2}{3}$ .      3.  $\frac{19}{64}$ .      4.  $\frac{267}{465}$ .
5.  $21\frac{32}{625}$ .      6.  $62\frac{1329}{2000}$

改以下之小數爲普通分數：

7. 0.440.      8. 0.98      9. 0.03125      10. 0.00096
11. 14.06225      12. 42.030125
13. 改以下英寸之小數爲分數：0.375, 0.359375, 0.171875.
14. 改以下之小數混合數爲普通分數式， $3.04\frac{2}{9}$ ； $0.00\frac{2}{5}$ ；  
 $0.28\frac{4}{7}$ ； $0.714\frac{2}{7}$ ； $0.484\frac{3}{8}$ ； $0.87\frac{1}{2}$

[解答提議]  $3.04\frac{2}{9} = \frac{304\frac{2}{9}}{100} = \frac{2738}{100} = \frac{2738}{900} = 3\frac{19}{450}$ .

15. 改以下之百分比爲簡單的普通分數： $87\frac{1}{2}\%$ ； $133\frac{1}{3}\%$ ；  
 $\frac{5}{7}\%$ ； $185\frac{5}{7}\%$ ； $1.85\frac{5}{7}\%$ ； $2.21\frac{15}{16}\%$ .

16. 改以下之英寸之小數爲相近的 64 分英寸：0.394；  
0.709；1.416；1.89.

### 小 數 加 法

**【定律】** 先畫一直豎線，將小數點前之數字置在線前，小數點後之數字置在線後而加之，加法與整數加法同，惟所得之答數須置一小數點在線後之數字前。

例如 加 36.036, 7.004, 0.00236, 427, 723.0026.

**【解】**

|      |                    |
|------|--------------------|
| 36   | 036                |
| 7    | 004                |
|      | 00236              |
| 427  |                    |
| 723  | 0026               |
| 1193 | 04496 = 1193.04496 |

**小數減法** 定律與上同，減法與整數減法同，惟所得之答數須置一小數點在線後之數字前。

例如 從 437.421 減去 46.8324.

**【解】**

|     |                 |
|-----|-----------------|
| 437 | 4210            |
| 46  | 8324            |
| 390 | 5886 = 390.5886 |

### 小 數 乘 法

**【定律】** 小數乘法與整數乘法相同。惟所得之積數須置一小數點。小數點後之數字，須等於兩乘數之小數點後數字之和，譬如一數之小數點後有數字三位，而另一數之小數點後有數字四位，若以上兩數相乘，則所得之積數的小數點後，須有七位數字。

例一  $7.32 \times 0.032$

答  $7.32$

$$\begin{array}{r} 0.032 \\ \hline \end{array}$$

$$1464$$

$$2196$$

$$\hline 0.23424$$

例二  $0.0264 \times 0.000314$

答  $0.00264$

$$\begin{array}{r} 0.000314 \\ \hline \end{array}$$

$$1056$$

$$264$$

$$\hline 792$$

$$\hline 0.0000082896$$

### 小 數 除 法

**【定律】** 若被除數中小數點後之數字是少於法數(divisor)中小數點後之數字，則加圈於被除數(dividend)，直至被除數中小數點後之數字位數，與法數中小數點後之數字位數相等或較多。照整數除法而除之，置小數點在答數上。其小數點後之數字位數應等於被除數中小數點後之數字位數與除數中小數點後之數字位數之較。譬如被除數之小數點後有數字四位，而除數之小數點後有數字一位，則答數之小數點後應有數字三位。

例一  $0.4375 \div 0.125$

$$= 437.5 \div 125$$

例二  $4365 \div 0.005$

$$= 4,365,000 \div 5$$

|       |         |          |             |
|-------|---------|----------|-------------|
| 437.5 | 125     | 4365,000 | 5           |
| 375   | 3.5(答數) |          | 873,000(答數) |
| 62.5  |         |          |             |
| 62.5  |         |          |             |

**結果之準確** 計算小數之乘法或除法，常須改正小數點後數字位數至需要之數。設如計算一題所得之答數是 47.264735，如需要之小數點後數字位數是三位，則答數應改為 47.265-。如需要之小數點後數字位數是二位，則答數應改為 47.26+。如需要五位則答數應改為 47.26474-。

答數之末位進一與否須視次位數字是大於 5 等於 5 或小於 5。以上答數後之 + 號 - 號是顯示較準確之答數大抑小：

## 習 題 十 二

求以下的小數之和並後列諸數：

1. 864.2; 43.276; 21.004; 9824.246; 47.02; 39.09.
2. 5.82; 0.486; 41.987; 987; 201.478; 804.008.
3. 49.235; 86.426; 92.784; 46.324; 33.867;  
99.847; 34.396
4.  $18\frac{1}{3} + 17\frac{2}{3} + 29\frac{5}{6} + 14.672 + 34\frac{2}{7}$ .
5.  $87.46\frac{1}{2} + 93.27\frac{4}{7} + 43.2906 + 0.0047 + 17\frac{1}{6}$ .

6.  $8.706 + 7.898 + 43\frac{2}{9} + 89\frac{3}{20} + 14\frac{6}{7}$ .
7.  $1 - 0.640726$ .
8.  $2 - 1.798642$ .
9.  $4.8728 - 0.987$ .
10.  $75.0075 - 2.75903$ .
11.  $476.84 - 86.4396$ .
12.  $1,000 - 0.005$ .
13.  $3,000,000.000001 - 0.10$ .
14.  $78.896 - 53.5987$ .
15.  $81.35 - 11.678956$ .
16.  $909 - 9.009$ .
17.  $37.75\frac{3}{4} - 4.43\frac{5}{8}$ .
18.  $67.200625 - 57.75$ .
19.  $3.62 \times 0.0037$ .
20.  $2.53 \times 0.00635$ .
21.  $0.00076 \times 0.0015$ .
22.  $7.789 \times 4.924$ .
23.  $2.236 \times 799$ .
24.  $2.967 \times 2.967$ .
25.  $8.943 \times 1\frac{2}{3}$ .

26.  $2.43\frac{3}{8} \times 9.5\frac{2}{5}$ ,
27.  $0.0439 \times 49\frac{1}{3}$ .
28.  $\frac{4}{3} \times 3.1416 \times 7.1 \times 7.1 \times 7.1$ .
29.  $9.3 \times 0.0042 \times 0.0027$ .
30.  $49367 \times 0.0021 \times 0.0094$ .
31.  $0.8\frac{3}{5} \times 9\frac{4}{7} \times 0.3375$ .
32. 以千分之三又四分之三乘百分之三又四分之三。
33. 一公斤等於 2.2045 磅, 275.3 公斤是等於多少磅?
34. 以 0.1, 0.01, 0.001, 10, 100, 1000 乘以下各數:  
94; 47.368; 0.023; 3.42.
35.  $67.56785 \div 0.035$
36.  $0.567891 \div 82$ .
37.  $43.769 \div 4.76$  改正小數點後數字四位。
38.  $9.375 \div 4.76$             同    上
39.  $89.7201 \div 3.276$         同    上
40.  $34.675 \div 4.375$         同    上
41.  $43.45 \div 3.1416$         同    上
42.  $3.1416 \div 6.67$          同    上
43.  $324.8 \div 4000$                     44.  $25 \div 500$
45.  $0.00072 \div 8$
46.  $(3.1416 \times 1.25 \times 50) \div 0.8 \times 2.75 \times 3$

$$47. \quad \frac{2.75 \times 46.2 \times 100}{2.5 \times 2.8} .$$

$$48. \quad \frac{0.7854 \times 5 \times 5 \times 8}{1.25} .$$

$$49. \quad \frac{6.4 \times 0.84 \times 9.6 \times 1.44}{8 \times 9.2 \times 1.28} .$$

$$50. \quad \frac{0.7854 \times 6 \times 6 \times 12.5 \times 1728}{231 \times 31.5} .$$

$$51. \quad \frac{8.5 \times 9.25 \times 3.66 \times 1728}{2150.42} .$$

52. 設一管子內口之直徑是 5.854 寸，而外口之直徑是 7.34 寸，則管子是多少厚？

53. 100 磅之焦煤中含有 5.79 磅灰，並 0.597 磅硫，其餘均為碳素，則碳素是多少磅？

54. 有一用蒸汽工作之抽水機，每一動程 (Stroke) 輸送水 26.44 加侖，每加侖水如重 8.355 磅，則 117 動程可輸送水多少磅？

55. 在每磅鐘銅內含有紫銅 0.925 磅，錫 0.07 磅，磷 0.005 磅，則在 369.523 磅鐘銅內有各項物質多少磅？

56. 有一種紙每令 500 張，重 68 磅，若每磅紙值價  $5\frac{3}{4}$  分，則  $2\frac{3}{20}$  令紙值價若干？

57. 錳銅含有紫銅成份 0.89，錫 0.01，錳 0.01，則  $2378\frac{5}{6}$  磅之錳銅含有各項金屬多少磅？

$$58. \quad \frac{4\frac{1}{5}}{6\frac{3}{10}} + \frac{2\frac{1}{4}}{7\frac{7}{8}} \div 7\frac{13}{21} \cdot \text{答數以三位小數。}$$

$$59. \quad \left\{ \left( \frac{4}{21} \times 2\frac{4}{5} \right) - \left( 0.075 \times 1\frac{1}{9} \right) \right\} \div 12.$$

$$60. \quad \frac{(3.2 + 0.004 - 1.111) \times 0.25}{(4 \div 0.2) - 17.907}.$$

$$61. \quad \left( 1\frac{2}{3} + 1\frac{5}{12} - 0.024 \right) \div \left( 15\frac{1}{2} - 1.209 \right).$$

$$62. \quad \frac{\left( \frac{1}{2} \div 3\frac{1}{4} \right) \times 0.00025}{0.075}.$$

$$63. \quad \frac{(3.71 - 1.908) \times 7.03}{2.2 - \frac{74}{333}}.$$

$$64. \quad \frac{(201 + 2.25 \times 0.004) \div (1.0337 - 31.09 \times 0.03)}{4.5 \div 960}.$$

65. 將 27.2375 尺長之布剪成短塊，每塊 0.0275 尺長，可剪多少塊？

66. 英國海軍之費用自 1935 至 1936 年用 £31,472,087；自 1936 至 1937 年用 £31,251,156；若 £1 合國幣 16.5461 元，則以上之金鎊數合國幣若干元？

67. 有一木商售木一排計價國幣 33.62 元，每排木是  $7\frac{3}{4}$  丈，若每丈木料原本合國幣 4.25 元，則商人賠本多少？

68. 若圓周為其直徑之 3.1416 倍，3.75 尺直徑之車輪每轉



走多少尺？地球之直徑約 12664 公里，則地球圓周之距離是多少公里？

69. 求以下各值，(一) 47,256 尺木料，每千尺值國幣 45 元，(二) 126,450 塊方磚每千塊值國幣 7.75 元，(三) 一工廠中僱用 4535 名工人，每名每日之平均工資國幣 8 角 5 分，則每日廠中應付工資若干元？
70. 建築電車路之鋼軌每公尺重 129 磅，價值每噸國幣 112 元；若欲建築 10,560 公尺電車路鋼軌值價若干元？
71. 從實驗所決定則每平方呎煖汽爐面積可輻射於四周之空氣中三個熱量單位一小時，按煖汽爐與屋內之空氣間每度華氏溫度相差計算。若煖汽爐之溫度是華氏 212 度，而屋內空氣之溫度是華氏 70 度，24000 平方呎之輻射面積上每小時能發放出多少熱量單位？如每磅煤輸入每磅蒸汽中 1,000 熱量單位，燃燒一磅煤能蒸發十磅蒸汽，則每小時需燒煤多少磅？
72. 鎳夾鋼 (Nickel steel) 將能在其每平方吋之截面上容受拉力九萬磅，則 0.786 吋闊並 0.237 吋厚之鋼條上能受多少磅拉力？
73. 海軍部需用之白色金屬 (White metal) 之合質成份如下：錫 7.6, 紫銅 2.3, 鋅 83.3, 銻 3.8, 鉛 30, 則白色金屬 635 磅中有各種金屬多少磅？
74. 某鐵廠購銑鐵 (Pig iron) 2064 噸，付價國幣 197,405.2

元，問每噸合國幣多少元？

75. 若一債權人收回欠款每國幣壹元祇收回七角六分，如其損失總數是國幣 326 元 4 角，則其放出之款共若干元？
76. 建築車路 7500 公尺需工料共計國幣 38,692.38 元，平均每公尺需值若干？
77. 每立方呎清水重  $62\frac{1}{2}$  磅。求一磅水之體積是多少並 23 磅水之體積是多少？
78. 每立方呎之冰重 57.5 磅，求一磅冰之體積並 49.3 磅冰之體積。
79. 若燃煤於汽鍋則每汽鍋馬力每小時需燒煤 3 磅，如煤價每噸國幣 11.25 元，工作 160 馬力汽鍋 30 日每日 10 小時需用煤價國幣多少元？每噸照 2240 磅算。
80. 一隊工人及一軋石機工作一日需國幣 106.50 元，可出碎石 200 立方碼，求每立方碼碎石之值。
81. 建築一運河水閘需用 2140 立方公尺三和土，混合及建築費每立方公尺須國幣 1.77 元，混合三和土所需之材料如下：

|             |                |
|-------------|----------------|
| 3010 袋水泥    | 每袋國幣 3.02 元    |
| 1377 立方公尺碎石 | 每立方公尺國幣 1.37 元 |
| 393 立方公尺石子  | 每立方公尺國幣 0.90 元 |
| 459 立方公尺石屑  | 每立方公尺國幣 0.67 元 |
| 500 立方公尺沙子  | 每立方公尺國幣 1.78 元 |

求工料價值之總數。

82. 混合三和土需用一份水泥，二份半沙子，三份石屑，五份碎石；如每桶水泥有 $3\frac{3}{4}$ 立方呎，則需用若干立方呎之其他物質加入而混合成三和土？

## 第四章 簡捷算法及核對法

大概在實用上之一切計算，不需許多小數位數。量數之結果是最好與實在之答數近似，其準確之程度全賴所用之算數法，及所量計之物，所需知者，即所得之錯誤以所算數較之是微小的，譬如所量之廣闊是許多尺，則相差之數不及一寸，則不能有若何相差。若所量之長度亦僅數寸，則不許有如此的錯誤。

在實地工作選用儀器，須揀其準確之程度合於所需，若其所需之量數，其準確程度是 0.001 寸，則其計算不需計至 0.00001 寸。

是以若一量數是 3.265 寸，並以 3.1416 乘之，既所需準確之程度是三位小數，則不需按尋常之乘法計算，否則有七位小數也。此項乘法需以乘數之第一數起乘，茲列以下兩式：

| 完全乘式       | 減縮乘式    |
|------------|---------|
| 3.265      | 3.265   |
| 3.1416     | 3.1416  |
| 9795       | 9795    |
| 3265       | 3265    |
| 13060      | 1306    |
| 3265       | 32      |
| 19590      | 19      |
| 10.2573240 | 10.2572 |

按：減縮乘式之答數已較所需者多一位小數，因答數祇需  $10 \cdot 257$ 。

除法亦能同樣減縮，設如有一題為  $0 \cdot 04267 \div 3 \cdot 278$ ，並得四位數字之答數。下列為完全除式及減縮除式 (Contracted form)：

| 完 全 除 式             | 減 縮 除 式            |
|---------------------|--------------------|
| $0 \cdot 042670000$ | $0 \cdot 042670$   |
| $\underline{3278}$  | $\underline{3278}$ |
| $9890$              | $9890$             |
| $\underline{9834}$  | $\underline{9834}$ |
| $5600$              | $56$               |
| $\underline{3278}$  | $\underline{32}$   |
| $23220$             | $24$               |
| $\underline{22946}$ | $\underline{22}$   |
| $274$               | $2$                |

是以答數準確至小數點後四位數字是  $0 \cdot 01302$ ，以上之減縮法甚易學效，但若無甚多之若上載之數計算，則不值耗費時間以仿效之。

### 習 題 十 三

用減縮式以求下數之值：

1.  $3.14159 \times 3.14159$  改正至小數四位。
2.  $9,376,245 \div 3724$  改正整數答數。
3.  $100 \div 3.14159$  改正至小數兩位。
4.  $87,659,734 \div 5467$  改正至五位數字。
5.  $45.8636 \times 26.4356$  同 上
6.  $6.234 \times 0.05473$  改正至四位數字。
7.  $4.326 \times 0.003457$  改正至五位數字。

乘除簡法頗多，較有用之數法當列舉於下，若小心記憶頗能應付實用。

(一)以 5, 50, 500 等乘一數，則以 10, 100, 1000 乘之，再以 2 除之。

例如  $7856 \times 50 = 785600 \div 2 = 392800$ 。

乘以下之數不用筆算：

- (1)  $76 \times 50$ .      (2)  $432 \times 50$ .      (3)  $5.5 \times 5$ .  
(4)  $96 \times 5$ ,      (5)  $768 \times 500$ .      (6)  $4.35 \times 50$ .  
(7)  $88 \times 500$ .      (8)  $79.2 \times 5000$ .

(二)以 25, 250, 2500 等乘一數，則以 100, 1000, 10000 乘之，再以 4 除之。

例如  $32 \times 250 = 32000 \div 4 = 8000$ 。

乘以下各數不用筆算：

- (1)  $256 \times 25$ .      (2)  $8956 \times 25$ .      (3)  $728 \times 250$ .  
(4)  $74.92 \times 250$ .      (5)  $492 \times 2500$ .      (6)  $942.3 \times 2500$ .

(7)  $13 \cdot 2 \times 250$ .

(三)以 125 乘一數，則以 1,000 乘之，再以 8 除之。

例如  $848 \times 125 = 848000 \div 8 = 106000$ .

乘以下各數不用筆算：

(1)  $920 \times 125$ .      (2)  $4 \cdot 76 \times 125$ .      (3)  $72 \cdot 88 \times 125$ .

(4)  $55 \cdot 5 \times 125$ .

(四)以  $33\frac{1}{3}$ ,  $16\frac{2}{3}$ ,  $12\frac{1}{2}$ ,  $8\frac{1}{3}$  或  $6\frac{1}{4}$  乘一數，則以 100 乘之，

再以 3, 6, 8, 12, 或 16 除之。

例如  $84 \times 8\frac{1}{3} = 8400 \div 12 = 700$ .

乘以下各數：

(1)  $48 \times 33\frac{1}{3}$ .      (2)  $42 \cdot 6 \times 16\frac{2}{3}$ .      (3)  $32\frac{1}{2} \times 16\frac{2}{3}$ .

(4)  $41\frac{3}{5} \times 8\frac{1}{3}$ .      (5)  $96 \times 12\frac{1}{2}$ .      (6)  $3 \cdot 97 \times 8\frac{1}{3}$ .

(7)  $33\frac{1}{4} \times 33\frac{1}{3}$ .      (8)  $19\frac{4}{5} \times 6\frac{1}{4}$ .      (9)  $72 \times 6\frac{1}{4}$ .

(10)  $4 \cdot 76 \times 33\frac{1}{3}$ .      (11)  $98 \cdot 76 \times 16\frac{2}{3}$ .      (12)  $27\frac{3}{5} \times 12\frac{1}{2}$ .

此種方法極易運用，在其他乘法上，若其乘數是  $37\frac{1}{2}$ ,  $62\frac{1}{2}$ ,

$78\frac{1}{2}$ ,  $83\frac{1}{3}$  及其他 100 或 1000 之分數。

$$\begin{aligned} \text{例如 } 64 \times 37\frac{1}{2} &= 64 \times \frac{75}{2} = 6400 \times \frac{3}{4} \div 2 = 6400 \times \frac{3}{8} \\ &= 2400. \end{aligned}$$

乘以下各數：

$$(1) 24 \times 62\frac{1}{2}. \quad (2) 35 \times 333\frac{1}{3}. \quad (3) 42\frac{2}{5} \times 62\frac{1}{2}.$$

$$(4) 32 \times 87\frac{1}{2}. \quad (5) 476\frac{1}{2} \times 625. \quad (6) 71\frac{3}{5} \times 37\frac{1}{2}.$$

$$(7) 36 \times 83\frac{1}{3}. \quad (8) 272 \times 87\frac{1}{2}.$$

(五)以一數末有 $\frac{1}{2}$ 者自乘，例如 $2\frac{1}{2}$ ， $4\frac{1}{2}$ ， $5\frac{1}{2}$ ， $11\frac{1}{2}$ 等自乘，則

將整數乘其整數加一，再加 $\frac{1}{4}$ 於答數。

$$\text{例如 } 8\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2} = 8 \times (8+1) + \frac{1}{4} = 8 \times 9 + \frac{1}{4} = 72\frac{1}{4}.$$

$$\text{又 } 11\frac{1}{2} \times 11\frac{1}{2} = 11 \times (11+1) + \frac{1}{4} = 11 \times 12 + \frac{1}{4} = 132\frac{1}{4}.$$

此項計算之理由當解釋於下：

$$\text{因 } 8\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2} = 8 \times 8 + 8 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{但 } 8 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 8 = 8 \times 1 \text{ 及 } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{所以 } 8\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2} = 8 \times 9 + \frac{1}{4} = 72\frac{1}{4}.$$

乘以下各數：

$$(1) 5\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{2}. \quad (2) 12\frac{1}{2} \times 12\frac{1}{2}. \quad (3) 20\frac{1}{2} \times 20\frac{1}{2}.$$

$$(4) 18\frac{1}{2} \times 18\frac{1}{2}. \quad (5) 7\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2}. \quad (6) 14\frac{1}{2} \times 14\frac{1}{2}.$$

$$(7) 25\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}. \quad (8) 150\frac{1}{2} \times 150\frac{1}{2}. \quad (9) 9\frac{1}{2} \times 9\frac{1}{2}.$$

$$(10) 16\frac{1}{2} \times 16\frac{1}{2}. \quad (11) 40\frac{1}{2} \times 40\frac{1}{2}. \quad (12) 59\frac{1}{2} \times 59\frac{1}{2}.$$

若將任何上數改小數式：

$$\text{則 } 7\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2} = 7.5 \times 7.5 = 56\frac{1}{4} = 56.25$$

現若將小數點移去，則  $75 \times 75 = 5625$

乘以下各數：

$$(1) 6.5 \times 6.5. \quad (2) 12.5 \times 12.5. \quad (3) 11.5 \times 11.5.$$

$$(4) 135 \times 135. \quad (5) 95 \times 95. \quad (6) 155 \times 155.$$

$$(7) 505 \times 505. \quad (8) 615 \times 615.$$

(六) 除法簡法 若將以上所述之乘法簡法顛倒而工作之則可

得以  $33\frac{1}{3}$ ,  $16\frac{2}{3}$ ,  $12\frac{1}{2}$ , 125, 250,  $8\frac{1}{3}$  除數等之簡法。

下列除法簡法：

$$84 \div 12\frac{1}{2} = 84 \div 100 \times 8 = 6.72$$



$$9 \div 16 \frac{2}{3} = 9 \div 100 \times 6 = 0.54.$$

$$32 \div 125 = 32 \div 1000 \times 8 = 0.256.$$

$$450 \div 61 \frac{1}{4} = 450 \div 100 \times 16 = 72.$$

$$23 \div 250 = 23 \div 1000 \times 4 = 0.0092.$$

除以下各數：

$$(1) 800 \div 12 \frac{1}{2}. \quad (2) 37.6 \div 250. \quad (3) 7.62 \div 12 \frac{1}{2}.$$

$$(4) 927 \div 333 \frac{1}{3}. \quad (5) 492 \div 16 \frac{2}{3}. \quad (6) 923 \div 33 \frac{1}{3}.$$

$$(7) 436 \div 3 \frac{1}{3}. \quad (8) 43.9 \div 250. \quad (9) 720 \div 8 \frac{1}{3}.$$

$$(10) 783 \div 12 \frac{1}{2}. \quad (11) 7.29 \div 125. \quad (12) 8927 \div 166 \frac{2}{3}.$$

**核對法** 核對法之作雖不能完全查出錯誤，然有許多有用的方法可用以核對答數準確與否。

(一)**加法** 簡單之核對加法是將數重復加兩遍，先由上加下，再由下加上，此種核對法是奏效的。

(二)**減法** 查核減法之錯誤，可將餘數加減去數，若結果是等於被減數，則其答數是準確的。

例如 被減數 = 37248

減去數 = 18456

餘數 = 18792

$$37248 = \text{減去數} + \text{餘數}$$

(三) **乘法** 核對乘法之善法是將被乘數以乘所乘數而核對之。若積數相同則答數準確。

最便利而且簡捷之核對法如下：

(甲) 先將被乘數之數字相加，若數字之和多於一個數字，則繼續加之，直待得到一個數為限。

(乙) 再加乘數之數字如(甲)，以得到一個數字為限。

(丙) 將(甲)條所得之數字與(乙)條所得之數字相乘，並將答數之數字相加待得到一個數字為限。

(丁) 將乘法所得之積數的數字相加若(甲)條所說法。

比較(丙)條與(丁)條所得之結果。若兩數字相同，則答數核對無誤。

例 如

核 對

被乘數 34768 按(甲)條所得數字 =  $(3+4+7+6+8) = 28$ ,

乘 數 492  $(2+8), 10 = (1+0) = 1$ 。

69536 按(乙)條所得 =  $(4+9+2), 15 = (1+5) = 6$ 。

312912 (甲) × (乙) = (丙)條 =  $1 \times 6 = 6$ 。

139072 (丁)條 =  $(1+7+1+0+5+8+5+6) = 33$

17105856積數 既(丙) = 6而(丁)  $(3+3) = 6$  則答數核對

(四) **除法** 核對除法可用法數乘答數，然後加餘數，其結果應等於被除數。

簡捷之核對法與核對乘法同。

(甲) 加被除數之數字直待得到一個數字。

(乙)加法數之數字直待得到一個數字。

(丙)加答數之數字直待得到一個數字。

(丁)加餘數之數字直待得到一個數字。

若除法之答數確對者則(乙) $\times$ (丙) $+$ (丁)化成一個數字應與(甲)之數相等。

| 例 如                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 核 對                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 被除數 4923567<br><hr style="width: 100%;"/> 476<br><hr style="width: 100%;"/> 1635<br><hr style="width: 100%;"/> 1428<br><hr style="width: 100%;"/> 2076<br><hr style="width: 100%;"/> 1904<br><hr style="width: 100%;"/> 1727<br><hr style="width: 100%;"/> 1428<br><hr style="width: 100%;"/> 299 餘數 | 476法數 (甲) $(4+9+2+3+5+6+7)=36$ ,<br>10343 答數 (3+6)=9.<br>(乙) $(4+7+6)=17, (1+7)=8$ .<br>(丙) $(1+0+3+4+3)=11$ ,<br>(1+1)=2.<br>(丁) $(2+9+9)=20$ ,<br>(2+0)=2.<br>(乙) $\times$ (丙) $+$ (丁) $= (8\times 2)+2=16+2$<br>$=18, (1+8)=9$ 與(甲)同,<br>則以上之答數確對。 |

以上之核對法亦應用於小數之加,減,乘,與除數,但不核對小數點之地位。

### 習 題 十 四

先將以下各數之答數求出,再以上法核對之:

1.  $435678 \times 4537$ .

2.  $980765 \times 789$ .

- |                                        |                                        |
|----------------------------------------|----------------------------------------|
| 3. $60385 \times 4327.$                | 4. $342153 \times 7651.$               |
| 5. $45 \cdot 654 \times 345.$          | 6. $456 \cdot 78 \times 45 \cdot 32.$  |
| 7. $1230 \cdot 8 \times 3 \cdot 876.$  | 8. $32418 \times 8 \cdot 098.$         |
| 9. $4 \cdot 6543 \times 1 \cdot 0876.$ | 10. $32 \cdot 645 \times 7 \cdot 547.$ |

## 第 五 章 權 度

我國之權度制與法德諸國之權度制相似，皆以十進，惟名稱稍異耳。英美國之權度制則與歐洲大陸國家所用者不同，此章中列舉現代各國所採用之權度表，以備學者於計算習題時之便利。

### (一) 時間之量計

$$60 \text{ 秒} = 1 \text{ 分。}$$

$$60 \text{ 分} = 1 \text{ 小時。}$$

$$24 \text{ 小時} = 1 \text{ 日。}$$

$$365 \text{ 日} = 1 \text{ 年。}$$

$$366 \text{ 日} = 1 \text{ 閏年(Leap year)。}$$

### (二) 英美國制之長度量計

$$12 \text{ 吋} = 1 \text{ 呎。}$$

$$3 \text{ 呎} = 1 \text{ 碼。}$$

$$5 \frac{1}{2} \text{ 碼} = 1 \text{ 量竿(rod)。}$$

$$320 \text{ 量竿} = 1 \text{ 哩。}$$

$$5280 \text{ 呎} = 1 \text{ 哩(mile)。}$$

### (三) 英美國制之面積量計

$$144 \text{ 平方吋} = 1 \text{ 平方呎。}$$

$$9 \text{ 平方呎} = 1 \text{ 平方碼。}$$

$$30 \frac{1}{4} \text{ 平方碼} = 1 \text{ 平方量竿。}$$

$$160 \text{ 平方量竿} = 1 \text{ 英畝(acre)。}$$

$$640 \text{ 英畝} = 1 \text{ 平方哩。}$$

$$1760 \text{ 碼} = 1 \text{ 哩}$$

### (四) 英美國制體積之量計

$$1728 \text{ 立方吋} = 1 \text{ 立方呎。}$$

$$27 \text{ 立方呎} = 1 \text{ 立方碼。}$$

$$128 \text{ 立方呎} = 1 \text{ 立方積(cord)。}$$

## (五)液體量計(英美國制)

2 品德 (pint) = 1 夸忒。

4 夸忒 (quart) = 1 加侖。

31  $\frac{1}{2}$  加侖 (gallon) = 1 桶 (barrel)。

## (六)英美制穀類權法

2 品德 = 1 夸忒 (quart)。

8 夸忒 = 1 派克 (peck)。

4 派克 = 1 部修 (bushel)。

## (七)英美國制權法

7000 克因 (Grain) = 1 磅。

16 兩 (Ounce) = 1 磅。

2000 磅 = 1 普通噸。

2240 磅 = 1 長噸。

在實用時每立方呎之清水作  $62\frac{1}{2}$  磅重計算。

## 習 題 十 五

1. 化 27 碼 2 呎 11 吋爲吋。
2. 化 18 小時 20 分 35 秒爲秒。
3. 化 4 噸 819 磅 9 兩爲兩。
4. 化 8 部修 3 派克 7 夸忒 1 品德爲品德。
5. 化 8 畝 25 平方量竿 4 平方碼爲方平碼。
6. 化 5937 平方吋，爲較高之量度。
7. 以 6 乘 12 立方碼 15 立方呎 1115 立方吋。
8. 建築 26 哩長之鐵道需要多少鋼軌？若每條鋼軌之長爲 30 呎。

9. 求一塊地之值，長 180 量竿，闊  $94\frac{1}{2}$  量竿，地價每畝國幣 18 元。
10. 化 17 品德為加侖之小數。
11. 有一人每步跨 2 呎  $8\frac{1}{2}$  吋，若欲走 2 哩又 76 量竿需走多少步？
12. 求一加侖水之重量若每加侖水之體積以 231 立方吋計。
13. 若每袋可裝 2 部修 1 派克，則 245 部修之穀需分裝多少袋？
14. 一貨輪能裝載 75 船米，每船容 8500 部修，若 42 呎長之貨車能裝載 850 部修，需若干輛貨車能裝卸貨輪中之米。
15. 化  $\frac{1}{16}$  吋及  $\frac{3}{8}$  吋為一呎及一碼的小數。
16. 化 1 吋，2 吋， $3\frac{1}{2}$  吋，並  $7\frac{3}{8}$  吋為一呎之小數。
17. 化第十六問各吋為一碼之小數。
18. 化以下之各兩數為一磅之小數：(1)  $\frac{3}{4}$  兩，(2)  $1\frac{1}{2}$  兩，(3) 3 兩，(4)  $7\frac{1}{2}$  兩，(5) 13 兩，(6)  $4\frac{1}{2}$  兩。
19. 化 3.36 吋為一量竿之小數。
20. 化每平方呎上 22.5 磅之壓力為平方吋上之壓力以兩計。

21. 有一公司之辦公室中用煤氣燈 68 盞，每盞每秒鐘用煤氣  $2\frac{1}{4}$  立方呎，每千立方呎之煤氣費國幣 2.55 元。求每小時之燈費。
22. 有一時計每 10 小時走快 1 分。若將其在星期一正午較準，則下星期一該時計指正午 12 時，則準確之時是何？
23. 若一汽車每小時行 30 哩，則每秒鐘行若干呎？
24. 若音之速率是每秒鐘 1125 呎，如一號炮在 1.276 哩外開放，則若干時後可聽見炮聲？
25. 有一火車每 10 小時又 34 分鐘可行 316 哩。照此速率則 27 小時又 17 分可行多少哩？
26. 有一水櫃能容水 7 桶，每桶合  $31\frac{1}{2}$  加侖，若用兩根水管開放：第一水管每 5 秒鐘放水 2 夸忒，而第二根管子每分鐘可放水 17 加侖；若兩水管同時開放，則需多少時間可將水放盡？
27. 若餽馬一次須麥片 4 夸忒，則餽 5 匹馬每日兩次，每年需麥片多少部修？
28. 一車山薯共重 55,600 磅，車皮重 15,675 磅，若每部修之山薯重 60 磅，共有多少部修？
29. 一水櫃能容水 25.6 桶，每桶計有  $31\frac{1}{2}$  加侖，每加侖合 231 立方呎，若每部修之容積是 2150.42 立方呎，則水櫃能容多少部修？

30. 一穀箱能容 13 部修，則合多少加侖？
31. 設地球繞日而轉，每年行 596,440,000 哩。平均每年計  $365\frac{1}{4}$  日，則每秒鐘平均行多少哩？
32. 求一田地之面積，按其圖形是一長方形，長  $10\frac{1}{2}$  吋，闊  $3\frac{3}{4}$  吋，若  $\frac{1}{16}$  吋代表一量竿之長，則共有多少英畝。
33. 每 50 加侖之酒需用 4 兩蛋白以澄清之。若每一蛋中含蛋白 1.1 兩，則需蛋若干枚以澄清 17 桶酒？
34. 欲製 3 噸火藥須用多少磅木炭？火藥中含  $\frac{1}{10}$  硫磺， $\frac{3}{4}$  硝，其餘是木炭。
35. 世界上最大之金剛鑽石重  $3025\frac{3}{4}$  克拉，每克拉是 3.168 克因，則該金剛鑽石合多少磅重？確準至四位小數。
36. 設如地球與日球距離 91,713,000 哩。若日光到達地球需時 8 分 18 秒，則光之速率每秒鐘是多少哩？
37. 大氣壓力是每平方吋面積上 14.7 磅，則每平方呎上有多少磅壓力？
38. 若 2.3 呎高之水柱能給每平方吋面積上一磅壓力。若一水輪機須有每方吋 20 磅壓力方始轉動，則水需從多少呎高地位流下？
39. 計算機械工作之公式是  $W=f \times S$ ； $W$  代表工作以呎磅



計， $f$  代表勁力以磅計， $S$  代表勁力移動之距離以呎計。如一起重機吊起 2 噸重之石塊 80 呎，則起重機做多少呎磅工作？

40. 將一重 3 噸升降機升起至 220 呎高之屋頂需做多少呎磅工作？如升降機需 2 分鐘由底層升至屋頂，則每秒鐘做多少呎磅工作？若 1 馬力之電動機每秒鐘做 550 呎磅工作，則欲以 2 分鐘將升降機升起 220 呎，需多少馬力之電動機？

我國與歐洲大陸諸國之權度採用米制 (Metric system)，皆以 10 進，取其簡易也。以米 (Metre) 即我國之公尺以量長度，原先決定米尺之長是由赤道至北極之距離的千萬份之一，一米等於 39.37 吋，體積與容量則以立方米 (Cubic metre) 即立方公尺及利忒 (litre) 即升量之，一利忒是一基羅 (Kilogram) 或仟克即一公斤清水在其最大密度時之體積，是以採用之利忒恰有一立呎 (Cubic decimetre) 即一立方公寸之體積，重量則權之以仟克即一公斤。一公斤等於 2.2046 磅。

### (一) 長度之量計

10 millimetres 厘，即公厘 = 1 centimetre (cm) 一公分，  
(粉) = 0.01 米。

10 centimetres 粉，即公分 = 1 decimetre (dm) 一公寸  
(料) = 0.1 米。

- 10 decimetres 寸, 即公寸 = 1 metre (m) 一公尺  
(尺) = 1 米。
- 10 Metres 米, 即公尺 = 1 dekametre (Dm) 公丈  
(尺) = 10 米。
- 10 dekametres 什米, 即十公尺 = 1 hectometre (Hm) 公引  
(尺) = 100 米。
- 10 hectometres 佰米, 即百公尺 = 1 Kilometre (Km) 一公  
里(裡) = 1000 米。

## (二)面積之量計

- 100 square millimetres 方厘, 方公厘 = 1 square  
centimetre 方粉。
- 100 square centimetre 方粉, 方公分 = 1 square  
decimetre 方寸。
- 100 square decimetre 方寸, 方公寸 = 1 square  
metre. 方尺。
- 100 square metre 方尺, 方公尺 = 1 square dekametre  
方丈。
- 100 square dekametre 方丈, 方公丈 = 1 square  
hectometre 方引。
- 100 square hectometre 方引, 方公引 = 1 square  
kilometre 方裡。

## (三)田地之量計

1 方畝 = 1 法畝 (are) 公畝, 100 法畝 = 1 法頃  
(hektare) 公頃。

#### (四) 體積之量計

1000 立厘 = 1 立粉 = 1 立方公分 ( $1000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ cm}^3$ )。

1000 立粉 = 1 立料 = 1 立方公寸 = 1 坵即 1 公升  
( $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$ )。

1000 立料 = 1 立米 = 1 立方公尺。

容量皆以坵(公升)量計,均以 10 進即 10 坵(公斗) 100 坵(公石) 或  $\frac{1}{10}$  坵(公合), 或  $\frac{1}{100}$  坵(公勺)是也。

#### (五) 重量之量計

1 尅 (gram) = 1 公分 = 10 公厘。

10 尅 = 錢 = 1 公錢 = 10 公分。

10 錢 = 兩 = 1 公兩 = 10 公錢。

10 兩 = 斤 = 1 公斤 = 10 公兩。

10 斤 = 擔 = 1 公衡 = 10 公斤。

10 公衡 = 1 公擔, 10 公擔 = 1 公鐵。

#### (六) 所需記憶之等量

1 米 (metre) = 1 公尺 = 39.37 吋。

1 尅 (gram) = 1 公分 = 15.432 克因 (grains)。

1 磅 (pound) = 7000 克因 (grains)。

1 吋 (inch) = 2.54 粉 (centimetres) = 2.54 公分。

- 1 尪 (Kilogram) = 1 公斤 = 2.2 磅。
- 1 哩 (mile) = 1.60935 公里即裡。
- 1 英畝(acre) = 40.4687 法畝 (ares), 即 1 公畝。
- 1 呷 (litre) = 61.0234 立方吋。
- 1 呷 (litre) = 2.11336 液體量計品德(pint)
- 1 呷 (litre) = 0.90808 穀類量計夸忒(quant)
- 1 磅 (pound) = 453.59 克。
- 1 噸 (ton) = 907.185 公斤。

### 習 題 十 六

1. 化 456 cm, 1763 Dm, 27 Km 爲米。
2. 化以下各數爲平方米,  $75 \text{ cm}^2$ ,  $125 \text{ mm}^2$ ,  $0.025 \text{ Dm}^2$ ,  $0.0029 \text{ Km}^2$ 。
3. 化 456 吋爲米; 43.5 呎爲粉; 327 加侖爲呷。
4. 第 16 號鋼板是厚  $\frac{1}{16}$  吋, 每平方呎重  $2\frac{1}{2}$  磅, 則每平方米之該項鋼板重若干公斤?
5. 第 24 號之鋼皮是 0.635 厘厚, 每平方公尺重 4.882 公斤, 求每平方呎之重量以磅計。
- 6 求  $3\frac{15}{16}$  吋與 10 粉之較數。
7. 新創之滑冰記錄是 1500 米需時 2 分 20 秒, 若以哩計則每哩需多少時?

8. 若一英里賽跑需 3 分  $23\frac{2}{5}$  秒，若以 1500 米計，則需時多少？
9. 鋼骨水泥之設計需能承受壓力每平方粉 25 尅，則每平方吋上可承受壓力若干磅？
10. 計算一室中空氣之重量以尅計，室中寬闊 8.3 米，長 10.5 米，高 4 米；每立粉之空氣計重 0.001276 克。
11. 求一玻璃管中水銀之重量以尅計，玻管截面之面積是一平方粉高 760 厘，每立粉水銀重 13.596 克。
12. 若一輿圖之規尺是 1 比 60,000，則圖中 79 厘之距離代表若干公里？
13. 若人之呼吸每分鐘需空氣 0.25 立方米，若一室中闊 5.3 米，長 6 米，高 3.5 米，則室中之空氣可供 6 人呼吸若干時？
14. 設一石板重 7643 尅，若每千立方粉之石重 2.7 尅，則該石板之體積是多少立方米？
15. 有一方地闊 60 米，長 70 米，則該地有多少法畝？
16. 有一蓄水櫃闊 6 米，長 10 米，高 4 米，則水櫃中可蓄水多少呷，計共若干尅？
17. 255 厘長之鐵絲重 0.172 尅，則重 0.01 尅之鐵絲是多少長？
18. 一呷水銀重 13.596 尅，則一克重之水銀有多少立厘？

19. 一人身高 174 粉，則合多少呎並多少吋？
20. 化以下之讀數為粉：(1) 29.9 吋，(2) 30 吋，(3) 30.1 吋，(4) 30.2 吋。
21. 化以下各數為吋，(1) 71.119 粉，(2) 73.659 粉，(3) 74.929 粉。
22. 鑄銅比同體積之清水重 8.8 倍，則 5 立粉之鑄銅應重多少尅？
23. 每秒鐘之速率 32.2 呎是合每秒鐘多少粉？
24. 設一馬車行 1 哩路需時 2 分 6 秒，則每分鐘可行多少公里？
25. 如每小時行 30 哩，則行一公里需時多少分？
26. 每平方吋上受空氣壓力 14.7 磅，則每平方粉上受壓力多少尅？

$$[\text{解}] \quad \frac{14.7}{6.45163} = \text{每平方粉上壓力磅數}$$

$$\frac{14.7 \times 453.5924}{6.45163} = \text{每平方粉上壓力尅數}$$

$$= 1033.5 \text{ 尅強。}$$

## 第六章 百分法及其實用

### (Percentage & its application)

百分數與分數同，凡熟習分數者，則百分數不生困難。所謂百分數者，即以一百分之也。例如 10% 即  $\frac{10}{100}$  或 0.10 是以：

$$5\% = 0.05 = \frac{1}{20} \qquad 50\% = 0.50 = \frac{1}{2}$$

$$10\% = 0.10 = \frac{1}{10} \qquad 62\frac{1}{2}\% = 0.625 = \frac{5}{8}$$

$$20\% = 0.20 = \frac{1}{5} \qquad 75\% = 0.75 = \frac{3}{4}$$

$$33\frac{1}{3}\% = 0.33\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \qquad 80\% = 0.80 = \frac{4}{5}$$

$$40\% = 0.40 = \frac{2}{5} \qquad 90\% = 0.90 = \frac{9}{10}$$

改一分數爲百分數，則將其改爲以 100 爲分母之分數。

$$\text{是以 } \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$$

$$\text{即 } \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times 100 = 40\%$$

百分比之讀數如  $\frac{2}{5}\%$  是 1% 之  $\frac{2}{5}$ ，並不是  $\frac{2}{5}$ 。所以  $\frac{2}{5}\% = \frac{2}{5} \times$

$\frac{1}{100}$ ，即等於  $\frac{2}{500} = 0.004$ 。則  $\frac{3}{8}\% = \frac{3}{8} \times \frac{1}{100} = \frac{3}{800} = 0.00375$ 。

所需注意者，是 % 符號等於有兩位小數。

如  $0.05 = 5\%$ ， $0.0005 = 0.05\%$ ， $1.07 = 107\%$  及  $4.33\frac{1}{3}$

$$= 433\frac{1}{3}\%。$$

百分比之題常如下式：

(1)  $37\frac{1}{2}\%$  的 720 是多少？

(2) 45 是 450 的多少百分比？

(3) 85 是何數的  $62\frac{1}{2}\%$ ？

以上之三項若給有以下之定義，可以用普通名詞詳之。

算取百分數之數目謂之本數 (Base)。

百分數之多寡謂之率，或百分比 (Percent)。

本數之一部份用率決算者謂之百分數 (Percentage)。

本數與百分比之和謂之總額 (Amount)。

本數減去百分比謂之差數 (Difference)。

則以上之三題現可成爲事件。

第一題之事件，已知本數及率求百分數。

第二題之事件，已知本數及百分數求率。

第三題之事件，已知百分數與率求本數。

此三項百分數與乘法中之三項相同，已知被乘數，乘數及積數之任何兩項可求其第三項。

### 乘法與百分數之三項

(一) 乘法中之被乘數即百分數中之本數。

(二) 乘法中之乘數是即百分數中之率。

(三) 乘法中之積數是即百分數中之百分數。

定律與公式 在百分數中之術語。



是第一項：百分數 = 本數  $\times$  率。

此項術語可寫成公式，若以  $b$  代表本數， $P$  代表百分數，而以  $r$  代表率數，則第一項之公式是：

$$P = b \times r.$$

第二項：率 = 百分數  $\div$  本數。

$$\text{公式是 } r = P \div b.$$

第三項：本數 = 百分數  $\div$  率。

$$\text{公式是 } b = P \div r.$$

解答以上三題，第一題之解答是：

按分數做法， $37\frac{1}{2}\%$  的 720 =  $\frac{37\frac{1}{2}}{100} \times 720 = \frac{3}{8} \times 720 = 270$ 。

按公式做， $P = b \times r$ ， $= 720 \times 0.375 = 270$ 。

第二題之解答是：

按分數做法， $\frac{45}{450} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

按公式做， $r = P \div b$ ， $r = \frac{45}{450} = \frac{1}{10} = 0.10 = 10\%$ 。

第三題之解答是：

按分數做法， $85 \div \frac{62\frac{1}{2}}{100} = 85 \div \frac{5}{8} = 85 \times \frac{8}{5} = 136$ 。

按公式做， $b = P \div r = 85 \div 0.625 = 136$ 。

## 習 題 十 七

1. 何數之 $37\frac{1}{2}\%$ 是72?
2. 由何數減去 20% 餘數是 48?
3. 由何數減去 30% 餘數是 50?
4. 由何數減去 $33\frac{1}{3}\%$  餘數是 12?
5. 68 較何數少 15 %?
6. 49 較何數少 30 %?
7. 18 較何數多 80 %?
8. 80 較何數多 $33\frac{1}{3}\%$ ?
9. 橘子來價是 48 只值國幣一元，若按每 30 只合國幣一元售出，可獲利多少？是何百分比？
10. 鉛筆每 12 枝以國幣 1 角 5 分購進，以每枝按國幣 2 分售出則獲利是本金之多少百分比？
11. 用國幣 75 元購馬一匹，售去時得價國幣 100 元，則獲利是本金之多少百分比？
12. 有人購自由車一輛用國幣 100 元，用過一年後以國幣 55 元售去，照原價折扣多少以百分比計？
13. 本月份之電費較上月多 25%，若本月之電費是國幣 6 元 4 角，則上月份之電費是多少？
14. 購馬一匹用國幣 100 元。售出時得價國幣 90 元，則損失多少百分比？

15. 購進羊毛絨 40 包，出價國幣 360 元，若每包以國幣 12 元售出，則獲利是本金之多少百分比？
16. 設一人之飯食及居住費用是其薪俸之  $16\frac{2}{3}\%$ ，若每星期之食住費是國幣 6 元 5 角，每年以 52 星期算，則其每年之薪俸是多少？
17. 某城中之人民在民國 21 年是 52,600，至民國 26 年是 61,805。求在 5 年中每 100 名人民增加多少人口？所增之人口是民國 21 年之人口多少百分比？每年人口之增加平均是多少百分比？

[解] 在五年中增加之人口是  $61,805 - 52,600 = 9205$  人。  
 每百人增加  $9205 \div 526 = 17.5$  即 17.5%。每年平均增加人口  $17.5 \div 5 = 3.5\%$ ，以民國 21 年為根據。

18. 在一種機器中有  $\frac{2}{5}$  供給機器之能力是因摩擦及其阻力而丟失，則機器之效率是多少百分比？若丟失之能力的  $\frac{1}{8}$  是在機器之某部，則在某部中之丟失是合全數丟失的多少百分比？

[解]  $\frac{2}{5}$  之丟失能力  $= \frac{2}{5} \times 100 = 40\%$

則機器所用之能力是  $\frac{3}{5}$ ，則效率是  $\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

$\frac{1}{8}$  的  $\frac{2}{5} = \frac{1}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{20} = 5\%$  丟失於機器某部之能力。

**平均與百分比之錯誤** 凡用於實用核算之記錄，單在許多事實上或是量計讀數或是實驗觀察之結果。在每一事實上皆易發生錯誤，欲得可靠之結果，必須取得甚多之讀數，再由其取得平均數而核算之。

所謂平均數者，即係將甚多之讀數或量計之結果加得和數，以讀數之次數分之即得，此項平均數近似實數，欲得任何觀察上之錯誤，則尋求該觀察數與平均數之相差而以百分比計之，謂之百分比之錯誤，此項百分比常以確數或平均數為本數。

例如量計一鋼桿，用測微器量之，所得許多讀數如下：

直徑之量數，0.3569 吋，0.3567 吋，0.3565 吋，0.3570 吋，求平均量數並最大量數與最小量數中的百分比之錯誤。

[解]  $0.3569 + 0.3567 + 0.3565 + 0.3570 = 1.4271$  吋  
平均數是  $1.4271 \div 4 = 0.356775$  吋。

最大量數與平均數相差是  $0.3570 - 0.356775 = 0.000225$

以平均數為本數，最大量數的百分比之錯誤是：

$$r = P \div b = 0.000225 \div 0.356775 = 0.063\%$$

平均數與最小量數之相差是  $0.356775 - 0.3565 = 0.000275$

以平均數為本數，最小量數的百分比之錯誤是：

$$r = P \div b = 0.000275 \div 0.356775 = 0.077\%$$

**列價及折扣** 凡列入物價目錄中價格皆有折扣，常時折扣甚大，從目錄中之列價上無從知其實價，故在估計物價時，必須先知其按列價之折扣。

物品價目錄中常有按列價減去 60% 及 10% 之名稱，其意是按列價減去 60% 所得之餘數，再減去 10%。例如目錄中有一物品列價銀 35 元，實價是按列價減去 60% 及 10%，則實價是多少？ $\$35$  之 60%  $= 35 \times 0.60 = \$21$ 。

$\$(35 - 21) = \$14$  再減 10%，則實價是  $\$14 - \$1.40$  則等於  $\$12.60$  即 12 元 6 角。

### 習 題 十 八

- $62\% \times 2000 = ?$
- $\frac{3}{8}\% \times 28.80 = ?$
- $37\frac{1}{2}\% \times 400 = ?$
- 何數之  $7\frac{1}{2}\%$  是 300?
- $\$18.20$  是  $\$104$  之多少百分比?
- $\$300$  之多少百分比是  $\$272$ ?
- 有一機器之指示馬力是 10.6，其實在生效的馬力是 8.96，則實在生效的馬力是指示馬力的多少百分比？(此即機器之效率)
- 一破產者之財產值銀 5760 元，適合 40% 之債款，則總負債額是多少元？
- 一代收賬人收到賬款國幣 2 元 5 角 2 分，合全數賬額之  $1\frac{1}{8}\%$ ，求賬款之總額。

10. 有一酒商售白蘭地每瓶國幣 7 元，合來價  $233\frac{1}{3}\%$ ，問來價是多少元？
11. 求每桶機器油之實價，目錄上之列價是合國幣 18 元，其實價是按列價減扣  $12\frac{1}{2}\%$  及  $4\%$ 。
12. 一商人將其貨價按來價抬高  $25\%$ ，並許其顧主減扣  $12\%$ ，則其獲利是多少百分比？
13. 若一汽鍋燒煤 1225 磅，則出灰 152 磅，則煤中含灰多少百分比？
14. 一商號增加其僱夥之薪金  $12\frac{1}{2}\%$ ，若一店夥現得月俸國幣 37 元 8 角，則其原有月俸是多少？
15. 一水櫃之容量是 168 加侖，每小時放出水 72 加侖，合放入水之  $75\%$ ，則需多少小時則水可放滿？
16. 若公大磨麵廠每日可磨麵 1534 袋，較源豐廠之出貨多  $18\%$ ，若麵粉每袋售國幣 2 元 5 角，則源豐廠每日之出貨可售國幣若干元？
17. 鑄鐵管子在開鑄時常須預計每呎有  $\frac{1}{8}$  吋之收縮，則此項縮短數是何百分比？
18. 求一物價之值，其列價是國幣 80 元，實價是按列價減扣  $40\%$  及  $6\%$ 。
19. 求一儀器之實價，其價目單上之列價是國幣 25 元 5 角，實

價是按列價減去 40% 及 10% 再扣 4%?

20. 將石頭軋碎成小塊時，則一堆碎石之廣闊，因有空隙之故必較原來石頭之體積大 30% 至 55%，若軋碎一立方碼之石頭成碎塊，如有 30% 之空隙則碎石堆之體積是多少？
21. 一對馬與一馬車值價國幣 400 元，若本金之年息是 6%，馬與車每年之貶值是 25%，馬夫之工資每日國幣 2 元，無工作日不計工資，養馬每月需費國幣 18 元 5 角，若每年工作 250 日每日須索工作費若干元？
22. 若按上題，每工作日索價國幣 5 元，則除去貶值後可贏餘多少元？
23. 估計用蒸汽機工作每日之代價，一包工人有以下之條目：蒸汽機之原價國幣三千元，年息六釐，每年工作 100 日，每年機器貶值是國幣 200 元，則每日用機器應索價多少元？
24. 設掘一運河，發掘每立方公尺實價國幣一元一角，若加監工費 12%，又加盈餘 10%，則應索價若干？
25. 設一房屋每年之貶值是按其值價之 4%，若經過兩年後該屋之價值是國幣 6451 元 2 角，則其原價是多少元？
26. 設一房屋值價國幣 4000 元，租金每月國幣 27 元 5 角，修費每年國幣 40 元，捐稅國幣 17 元 5 角，若不計房屋之貶價，則淨得之租金合本金之利息幾釐？
27. 建築一種機器需鐵 750 磅，每磅鐵值國幣八分，上機牀工

- 作二十小時，每小時合國幣三角，裝配七小時，每小時合國幣六角，油漆四小時每小時合國幣一角六分，需索價若干元可得利 20%?
28. 若白色混合金屬按重量計有四份紫銅，九份錫，又九十七份錫，將以上之成份以百分比解之，並計算 2376 磅之混合物中各種金屬之重量。
29. 鋼皮由每噸國幣 78 元跌價至每噸國幣 69 元，跌價是減少原價之多少百分比?
30. 設 2.346 剎之鑛石內含有 0.362 剎紫銅，則鑛石中所含之紫銅是多少百分比?
31. 若 2.3656 剎之鑛石中含有黃金 0.7 剎及白銀 2.5 剎，每種有多少百分比?
32. 某商人購進橡皮鋪墊一打，每打列價國幣 48 元，減扣 40% 及 15% 又 5%。每塊須售若干元則可獲利 35%?
33. 橡皮塞列價每打國幣一元二角，實價則照列價減扣 50% 及 10%，若商店零售每只國幣一角五分則獲利多少百分比?
34. 著書人所抽之版稅，按售書價之 10%。書價每冊國幣七角五分，若著書人得版稅國幣 117 元 3 角，則共售出書若干?
35. 求一汽鍋之實價，其列價是國幣五百元，減扣 40% 及 10% 又  $7\frac{1}{2}\%$ 。
36. 有一鋼樣內含鎳 24.51% 及碳 0.16%，則在 2240 磅此項



鋼內含有鎳及碳各幾磅？

37. 上等鑄鋼之分析計含碳 1.2%，矽 0.112%，磷 0.018%，鎂 0.36%，硫 0.02% 及鐵 98.29%。則 176.5 磅之鑄鋼含有以上之物質各幾磅？
38. 由壓容圖上顯示在一蒸汽機活塞上之平均有效的壓力是每平方吋 59.75 磅，汽鍋壓力是每平方吋 87 磅，則平均有效的壓力是汽鍋壓力的多少百分比？
39. 鐵路升降之斜坡常以百分比計，所謂 1% 斜坡者即每百尺升高一尺，若一鐵路之恆數升降之斜坡是  $1\frac{1}{4}\%$ ，則  $3\frac{1}{2}$  哩長之鐵路升高若干呎？
40. 有一鐵路在  $3\frac{1}{2}$  哩長之路軌升高 112.7 呎，則其平均升降斜坡是多少百分比？
41. 有一貨物原價國幣九角，售價須加增多少，則令顧客減扣 20% 後，尚可獲利 25%？
42. 冰之來價是每百磅國幣五角，若冰之重量已融減 10% 後，則每百磅須售若干方可獲利 20%？

~~~~~

**利息** 利息者，是由母金而得之子金，常以每年若干百分比計，謂之利率，計利息所按之本數謂之本金。

計算百分比，則不計算時期，但算利息須加算時期，若本金百元，利率五釐即 5%，則每年得利息五元，兩年之利息則以 2 倍之，

$t$  年之利息則以  $t$  倍之。

若以  $P$  代表本金，以  $I$  代表利息，以  $r$  代表利率之百分比，並以  $t$  代表年數，則  $I = P \times r \times t$ 。

總額是本金加利息，以  $A$  代表總額，則  $A = P + I$ 。

例一 求國幣 350 元五年之利息及總額，利率六釐 6%。

$$I = P \times r \times t = 350 \times 0.06 \times 5 = \$105.00。$$

$$A = P + I = 350 + 105.00 = \$455。$$

例二 求國幣 750 元二年又七個月之利息，利率八釐 8%。

$$I = P \times r \times t = 750 \times 0.08 \times 2\frac{7}{12}$$

$$= 750 \times \frac{31}{12} \times 0.08 = \$155。$$

例三 求國幣 375 元二年五個月又十五日之利息，利率五釐 5%。

$$I = P \times r \times t = 375 \times 0.05 \times \left(2 + \frac{5}{12} + \frac{15}{160}\right)$$

$$= 375 \times 0.05 \times \frac{885}{360} = \$46.09。$$

## 習 題 十 九

求以下之利息與總額：

1. \$700, 三年之利息及總額，利率八釐 8%。
2. \$245.60 二年又九個月之利息及總額，利率八釐 8%。
3. \$436.75 一年二個月又十五日之利息及總額，利率五

釐 5% .

(4) \$87.50 三年又三個月之利息及總額, 利率七釐 7% .

(5) \$225.00 九個月之利息及總額, 利率六釐 6% .

## 第七章 比率與比例 (Ratio and proportion)

**比率** 有許多方法去解說一數與他數之關係, 若為寬闊, 厚大及數量間之關係, 其最便利比較法是解說一數與他數之比率, 一數與他數之比率是第一數被第二數除所得之商數。

所以 6 尺比 3 尺是 2, 且可用下式解之, 如  $\frac{6 \text{ 尺}}{3 \text{ 尺}}$  或 6 尺 : 3 尺, 但皆讀作 6 尺對 3 尺之比率。

由比率的意思可以明瞭, 凡可以比率解說之兩數必為等量, 是以哩數與磅數間不能以比率解之, 因哩是長度而磅是重量。

用作比率之兩數謂之比率項, 第一數謂之前率是被除數, 而第二數謂之後率是除數。

既比率是一除數或一分數, 凡應用於除法或分數之原則, 皆可應用於比率。

同比率與同比例之名稱其意義相同。

例如云二人分國幣二十元, 按 2 對 3 之比率, 意即第一人得 2 元時第二人得 3 元, 此即每五元中, 第一人得 2 元第二人得 3 元。是以第一人得  $\frac{2}{5}$  之 20 元即 8 元, 而第二人得  $\frac{3}{5}$  之 20 元即 12 元。

## 習 題 二 十

- 求以下比率之值：8:2, 9:4,  $17:2\frac{1}{2}$ , 44小時: 3小時,  
7尺:2尺,  $4\frac{1}{2}: 3\frac{1}{2}$ ,  $9\frac{4}{5}: 16$ .
- 一室長 16 尺闊 12 尺, 則長與闊成何比率?
- 兩個齒輪一有 80 齒, 一有 30 齒, 則兩輪之齒數成何比率?
- 甲城有人民 8,000, 乙城有人民 20,000. 兩城之人民數成何比率? 甲城之人民是乙城之人民的多少百分比?
- 2:3 是 3:2 的反比率, 求以下之反比率:  $7:2$ ,  $9:2\frac{1}{3}$ ,  
 $23\frac{1}{2}: 2\frac{4}{5}$ .
- 甲與乙分國幣 50 元按 3:7 之比例, 則甲與乙各得若干元?
- 有一人旅行 250 哩, 一部份之路程乘火車, 其餘之路程則乘船, 乘車與乘船之比例是 3:2, 則車與船各行若干哩?
- 51 名學生入場考試, 考取者 33 名, 考取者是總數的多少百分比? 考取者與總數成何比率?
- 一螺旋輪每分鐘轉動 6 轉, 則螺旋每分鐘轉 180 轉, 減速是何比率?

~~~~~

**比例** 比例是記載兩比率間之相等。

所以:  $2:3 = 4:6$  及  $4 \text{ 人}: 8 \text{ 人} = 6 \text{ 元}: 12 \text{ 元}$ , 謂之比例。

比例中之第一項與第末項謂之邊項，第二項與第三項謂之中項；以上之比例中 2 與 6，是邊項，3 與 4 是中項。

由觀察幾個比例可顯示以下之原則：

(1) 兩中項之積數是相等於兩邊項之積數。

(2) 以一邊項除中項之積數則得其他邊項。

(3) 以一中項除邊項之積數則得其他中項。

例一 從比例  $25:100=7:h$ ，求  $h$  之值。

$$[\text{解}] \text{ 按上第二原則； } h = \frac{100 \times 7}{25} = 28.$$

例二 若 15 噸煤價國幣 165 元，同價之煤 27 噸值若干元？

〔解〕 既煤之噸數隨銀錢總額而增，以  $x$  代表 27 噸煤之值，可寫比例式如下

$$15:27 = 165:x$$

$$\therefore x = \frac{27 \times 165}{15} = 279 \text{ 元。}$$

答數是 27 噸煤值國幣 279 元。

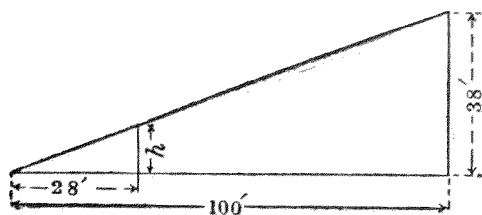
例三 若 25 人作工 30 日能完成一項工作，則 35 人作同樣工作須幾日完成？

〔解〕 35 人做工比 25 人做工需日較少，完成同樣工作，所以日期之比率是人數之反比例，以  $x$  代表日數，則可寫比例式如下：

$$35:25 = 30:x$$

$$\therefore x = \frac{25 \times 30}{35} = 21\frac{3}{7} \text{ 日}$$

答數是 35 人需  $21\frac{3}{7}$  日完成工作。



例四 有一傾斜面如左圖，每百尺升起 38 尺，則 28 尺長須升高幾尺？

〔解〕 此處之比例是  $100 : 28 = 38 : h$

$$h = \frac{28 \times 38}{100} = 10.64 \text{ 尺。}$$

答數每 28 尺升高 10.64 尺。

【定義】 若每百尺地面升高  $h$  尺，則其升降等級是  $\frac{h}{100}$ ，即升高與平距之比，是以若路之平距每百尺升高三尺，則其升降等級是  $\frac{3}{100} = 3\%$ 。

例五 若一路面每平距 40 尺升高 1.2 尺，則其升降等級是多少？

〔解〕 以  $h$  代表每百尺升高尺數，則可寫成以下比例：

$$\frac{h}{100} = \frac{1.2}{40}, \text{ 即 } h : 100 = 1.2 : 40. \text{ 則 } h = 3 \text{ 尺。}$$

答數每百尺升高三尺，即升降等級 = 3%

例六 若鐘銅含有 25 份紫銅及 12 份錫，則在 1850 磅鐘銅內含紫銅及錫各若干磅？

〔解〕 兩種金屬共分  $25 + 12 = 37$  份，紫銅合 37 份中之 25，錫

則合 37 份中之 12 以  $x$  代表紫銅之重量而以  $y$  代表錫之重量。

則  $25 : 37 = x : 1850$ ，並  $12 : 37 = y : 1850$ 。

$$\therefore x = \frac{25 \times 1850}{37} = 1250.$$

$$y = \frac{12 \times 1850}{37} = 600.$$

答數紫銅 1250 磅，錫 600 磅。

## 習 題 二 十 一

求以下  $x$  之值：

1.  $17 : 45 = 14 : x$ .

2.  $3 \frac{3}{4} : 9 \frac{4}{5} = 6 : x$ .

3.  $16 \frac{4}{5} : 29 \frac{1}{2} = 50 \frac{2}{5} : x$ .

4.  $3 : x = 5 : 25$ .

5.  $75 : 85 = x : 170$ .

6.  $x : 11 = 17 : 121$ .

7. 若一火車於 11 小時行駛 378 里，則於 17 小時可行駛若干里？

8. 若工人 10 名作工 20 日可完成一項工作，則工人 25 名做同樣工作，則需幾日完成？

9. 若一商輪於  $11 \frac{1}{2}$  小時行駛 256 里，則如行駛同樣速度於 179 小時可行多少里？

10. 有路每 200 尺升起  $2 \frac{1}{2}$  尺，升降等級（即每百尺升高尺數）是多少？需每若干尺升高一尺？

11. 若 $16\frac{1}{2}$ 噸煤價值國幣 185.625 元，則同價之煤 28 噸值國幣若干元？
12. 混合金屬內有紫銅 4 份，鉛 3 份並錫 2 份，則 96 磅之混合金屬內有以上之金屬各若干磅？
13. 59.1 是 51.3 的多少百分比？

[解] 以 100% 爲本數而以  $x$  爲需求之百分比，可寫以下之比例式

$$51.3 : 59.1 = 100 : x,$$

$$\therefore x = \frac{59.1 \times 100}{51.3} = 115.2 \quad \text{即} \quad 115.2\%$$

14. 46 是 79 的多少百分比？
15. 146 是何數的 17%？
16. 何數的 3% 是 426？

~~~~~

**推算高度** 有許多方法可用之以決定一樹或其他建築物之高度，最簡單的方法，是量樹或其他建築物之影，及一直豎在地上的已知長度的量竿之影，如以  $H$  代表樹或其他建築物之高度，以  $h$  代表量竿之高度， $L$  代表樹或其他建築物之影的長度，而以  $l$  代表量竿的影之長度，則有以下之比例：

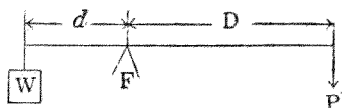
$$l : L = h : H.$$

## 習 題 二 十 二



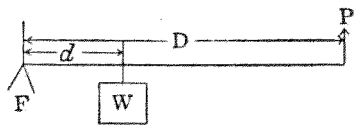
1. 一高樹之影長 115 尺，同時一 8 尺高的量竿之影是 5 尺長，求樹之高度。
2. 求一塔之高度，影長 84 尺，同時一 11 尺高量竿之影長  $7\frac{3}{4}$  尺。

**槓桿** 一堅硬之桿架在一支點上，則桿在此支點上運動自如，此之謂槓桿。支架之點謂之定點，在機械計劃上可做成許多式樣，以下之圖中以  $F$  為定點， $W$  代表所需提舉之重量， $P$  代表提舉重量  $W$  所用之勁力， $D$  代表由定點至用勁力點之距離，而  $d$  則代表安置重量之點至定點之距離，按支點之關係，重量與勁力有以下之比例。



$$P : W = d : D.$$

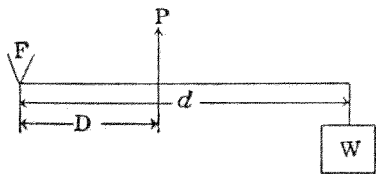
此即勁力與重量比，等於其由定點之距離反比，所以一小勁力可平衡一較大之重量，如重量距定點較勁力距定點近。



### 習題二十三

1. 若  $P = 150$  磅， $D = 12\frac{1}{2}$

尺  $d = 1\frac{1}{2}$  尺，求  $W$ 。

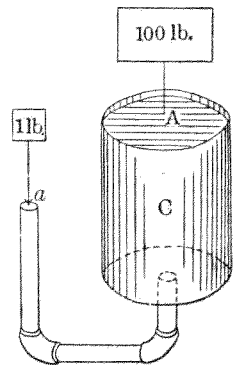


2. 若  $P=200$  磅,  $D=9\frac{3}{4}$  尺,  $W=775$  磅, 求  $d$ .
3. 若  $P=160$  磅,  $W=900$  磅,  $d=1\frac{1}{4}$  尺, 求  $D$ .
4. 若  $W=160$  磅,  $D=3\frac{1}{2}$  磅,  $d=8\frac{1}{3}$  尺, 求  $P$ .
5. 普通之秤與槓桿同一原理, 若重量( $W$ )是  $17\frac{1}{2}$  磅, 掛鈎至秤紐( $F$ )之距離( $d$ )是  $1\frac{1}{4}$  吋, 秤錘 ( $P$ ) 至秤紐之距離 ( $D$ ) 是  $8\frac{1}{2}$  吋, 則秤錘須重若干磅方可平衡重量( $W$ )?
6. 若一天秤, 其秤鈎至秤紐之距離是  $\frac{1}{2}$  吋, 秤錘重  $1\frac{1}{2}$  磅, 若將秤錘移至距秤紐  $20\frac{3}{4}$  吋之地位上, 則能平衡重量多少磅?

**水力機** 巴斯郭爾氏之定律所說：凡在一緊閉的器皿中之液體上所容受之壓力，則輸送於各方有相等之壓力而不減小。

參看插圖，若  $a$  之面積是 1 平方吋，然則有 1 磅壓力在  $a$ ，則  $C$  面積上每平方吋將有 1 磅壓力，若  $C$  頂上之面積是 100 平方吋，則 1 磅壓力在  $a$ ，將舉起 100 磅重量在  $A$ 。

若以  $a$ ,  $A$ ,  $P$ , 並  $W$  代表面積與壓力，



(見右圖),則可寫以下之比例:

$$a : A = P : W。$$

### 習 題 二 十 四

1. 一水力擎舉機用一槓桿工作以升舉重量,應用壓力之活塞的面積是 $\frac{1}{2}$ 平方吋,槓桿從定點至接連壓力活塞點距離 4 吋,及從定點至用勁力點距離 22 吋,若用勁力 100 磅而升舉重量的活塞之面積是 75.6 平方吋,則能升舉重量多少磅?

[解] 以  $x$  代表應用在小活塞上之壓力以磅計。

$$\text{既 } 100 : x = 4 : 22, \text{ 則 } x = \frac{100 \times 22}{4} = 550 \text{ 磅。}$$

$$\text{並 } a : A = P : W, \text{ 即 } 0.5 : 75.6 = 550 : W$$

$$\text{則 } W = \frac{75.6 \times 550}{0.5} = 83,160 \text{ 磅。}$$

答數可升舉重量 83,160 磅。

2. 一供水於 14 吋活塞水力升降梯之供給管有面積 $1\frac{1}{4}$ 平方吋,供水管之壓力是每平方吋 150 磅,若 14 吋活塞之面積以 153.94 平方吋算,則其面積上有總數壓力若干磅?
3. 一貯水櫃成圓筒形,水由下放入,水管之面積是 $1\frac{1}{2}$ 平方吋,若放入水有壓力 5 磅,則水櫃頂面上有壓力若干磅?水櫃之頂面面積是 245.6 平方吋。

4. 若以  $P$  代表輸入機器之工作量數,而以  $W$  代表機器所輸出之工作量數均以呎磅計,並以  $E$  代表機器之效率,則可寫公式如下: $W : P = E : 1$ . 若一蒸汽機所用之蒸汽等於工作量數每小時 10,000,000 呎磅,輸出工作量數每小時 3,750,000 呎磅,則其效率是何分數?及是何百分比?

[解]  $W : P = E : 1$

$$\begin{aligned} E &= \frac{W \times 1}{P} = \frac{3,750,000}{10,000,000} = 0.375 \\ &= \frac{37.5}{100} = 37.5\% \end{aligned}$$

## 第八章 密度與比重

### (Density and specific gravity)

**密度** 由實際所得,有些物體較重於其他物體,此即同體積之物體其重量不同。設如一立方呎之某種金屬重 500 磅,而一立方呎之木頭重 50 磅,則金屬之重量十倍於木頭,則其密度之比率是 10:1. 亦可說金屬之密度每立方呎 500 磅。

清水之密度是每立方呎約  $62\frac{1}{2}$  磅,在米制中清水之密度在攝氏溫度 4 度時作標準是每立粉重一魁,物體之密度是以每立呎若干磅,或每立粉若干魁計。

**比重** 所謂比重者即兩種物體之密度的比率,此即一物體比其他物體之密度是多少倍,為便利起見而以清水為標準物體。以清

水之密度比其他物體之密度謂之比重。

【定律】 求一物體之比重則求一定體積的此項物體之重量而以同體積的水之重量分之。

所以欲求石頭之密度，必須先尋石頭之重量，再尋同體積的清水之重量，以石之重量用水之重量除之即得，欲其他物體之比重可按同一方法求得。

固體物與液體物之比重皆以清水為標準物體，但氣體之比重則恆以氫氣為標準物體。

若以  $W$  代表物體之重量，以  $x$  代表同體積的標準物體之重量，並以  $g$  代表物體之比重。

$$\text{則 } g = W \div x.$$

茲將幾種最普通物體之比重列表於下，以備擇用。

比重及物體之重量表

物 名	每立方吋體重 磅 數	每立方呎體重 磅 數	比 重
鉛		162	2.6
白 煤 (碎)		60	
錫		418	6.7
黃 銅		525	8.4
磚 (尋常)		125	
煙 煤		56	
紫 銅	0.319	555	8.8

玻 璃		186	2.5 至 3.5
黃 金	0.695		19.3
鑄 鐵	0.26	450	7.4
鍛 鐵	0.28	480	7.69
鉛	0.412	712	11.42
水 銀	0.49		13.6
鎳	0.318		8.8
橡 木		46	0.73 至 0.75
黃 松		33	0.61
白 金			21.5

比重及物體之重量表

物 名	每立方吋體重 磅 數	每立方呎體重 磅 數	比 重
石 英		165	2.65
白 銀	0.379	655	10.5
鋼	0.29	490	7.85
錫		459	7.2 至 7.5
鋅		438	6.8 至 7.2
大 理 石		169	2.7
軟 木		15	0.24
清水 (4°C)		62.5	1

用表法 如欲求 2 呎闊，3 呎長及 1 呎厚之方鐵的重量，可先求其體積  $2 \times 3 \times 1 = 6$  立方呎。

再以每立方呎清水之重量  $6 \times 62.5 = 375$  磅。

再運用公式  $g = W \div x$ ,  $\therefore W = g \times x = 7.2 \times 375 = 2700$  磅。

例一 若一立方呎之石頭重 182 磅, 求其比重。

$$g = W \div x, \quad \therefore g = 182 \div 62.5 = 2.912$$

例二 若軟木之比重是 0.24, 則 1 磅軟木有若干立方吋。

[解] 既一立方呎即 1728 立方吋之清水重 62.5 磅, 則 1728 立方吋之軟木重  $0.24 \times 62.5 = 15$  磅。

既 1728 立方吋之軟木重 15 磅, 則 1 磅軟木之體積是

$$\frac{1}{15} \times 1728 = 115.2 \text{ 立方吋}$$

## 習 題 二 十 五

1. 求 176 立方吋紫銅之重量。
2. 求 37 立方呎鑄鐵之重量。
3. 設有一石塊在空氣中稱重 3 磅, 若掛入水中稱之是重 1.75 磅, 求石塊之比重。

[解] 若將物體掛入水中稱之, 則體重較輕因水有浮力之故。物體在水中失去之重量是等於與物體同體積的水之重量, 既比重是物體之重量與同體積的水之重量相比, 此即是物體在空氣中之重量與在水中失去之重量相比。

$$\therefore g = 3 \div (3 - 1.75) = 3 \div 1.25 = 2.4 \text{ 比重。}$$

4. 40 立方吋之物體重 6 磅, 則其比重是多少?

5. 若以 2 立方呎之鑄鐵入水中稱之，則應稱重若干磅？

6. 設有一塊金屬重 243 磅浮在水銀中，有  $\frac{9}{17}$  之體積浸入，求金屬之體積及其比重。

[解] 凡浮在液體中之物體，則被其排除的液體之重即等於整個物體之重量。

既浮在水銀外之體積是  $(1 - \frac{9}{17}) = \frac{8}{17}$

而浸入水銀中之體積是  $\frac{9}{17}$ ，則被其排除之水銀的重量是等於本身物體之重量，以  $V$  代表物體之體積以立方吋計。

$$\frac{9}{17} V = \frac{243}{0.49} \quad \text{因每立方吋之水銀重 } 0.49 \text{ 磅}$$

$$\therefore V = \frac{243 \times 17}{9 \times 0.49} = 936.74 \text{ 立方吋}$$

浮在水銀外之體積是  $\frac{8}{17} \times 936.74 = 440.821$  立方吋

比重是  $g = W \div x$ .

因 1728 立方吋水重 62.5 磅，則 936.74 立方吋水之重量是

$$\frac{62.5 \times 936.74}{1728} = 33.88 \text{ 磅}$$

則  $g = 243 \div 33.88 = 7.17$

7. 設冰之比重是 0.92 而海水之比重是 1.025，則冰山之體積的多少部份是浸在海水中？

8. 設有一塊鐵重 126 磅，其比重是 7.22，求其體積，若將其



浸入水中則稱重是多少磅？

9. 若有一水池之面積是 32,670 平方呎，若結冰  $3\frac{1}{2}$  吋厚可得冰若干噸？冰之比重是 0.92.
10. 求一立方米的鐵之重量以鈎計，並以磅計，鐵之比重是 7.22.
11. 有一方桶闊 50 粉，長 75 粉，高 2 米，問桶中可容多少呷？若裝硫酸可裝多少鈎？硫酸之比重是 1.84.
12. 求 17 呷硫酸之值。每鈎值國幣 1 角 5 分。
13. 水銀比清水重約 13.596 倍，76 粉高之水銀柱，給每平方粉多少克壓力？
14. 有一水櫃長 1.85 米，闊 1.35 米，高 85 粉，內可裝海水多少鈎？海水之比重是 1.025.
15. 沙石之比重是 2.5. 求一立方碼碎石之重量，若石堆之空隙是 35% .
16. 花崗石之比重是 2.8, 求一立方碼碎石之重量，若石堆有隙 40% .
17. 一塊鑄鐵投入水中排除水 116 立方吋，求其重量。
18. 用於鑄鐵之木樣重  $2\frac{3}{4}$  磅，若需鑄一鋁件，則該鑄鋁重多少磅，木之比重是 0.52 並鋁之比重是 2.6。

## 第九章 乘冪與方根 (Powers and Roots)

**乘冪** 若有幾個數字同乘，若  $3 \times 4 \times 6 = 72$ ，則數字 3, 4, 與 6, 謂之因數。72 則為其積數，若使相同之因數自乘，如  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 。則稱 81 為 3 之乘冪，而 3 是乘冪之底數 (Base)。

乘冪是一積數由用一底數自乘一定次數而得。

若用一底數自乘兩次則乘冪謂之第二乘冪，自乘三次則得第三乘冪，以此類推。

乘冪之方數： $3 \times 3 \times 3 \times 3$  可寫作  $3^4$ 。小字 4 寫在底數之右角上，則顯示底數所須自乘之次數，此項寫在底數角上之小字數稱之為方數。

採用方數是底數自乘之積數的簡短寫法。

平方，立方，方程。一數之第二乘冪是稱謂該數之平方，如  $3^2$ 。

一數之第三乘冪是謂該數之立方，如  $5^3$ 。較高之乘冪則無特種名稱。 $3^4$  謂之 3 的四次方程， $5^7$  則稱 5 的七次方程。

方程是求一數的乘冪之法。

## 習 題 二 十 六

1. 求 7, 27, 92, 與 736 之平方，求 3, 7, 與 10 之四次方程。
2. 求 7, 與 8 之立方，求 3 之六次方程。
3. 求 5 之四次方程，求 2 之七次方程。
4. 求下各數之值，(1)  $792^2$ , (2)  $35^3$ , (3)  $3^4$ , (4)  $2^{16}$ .

**方根** 若將 9 分開為兩個相等的因數，即  $9 = 3 \times 3$  則兩相等

因數之一 3 是 9 的平方根，將 64 分開為三個同等的因數即  $64=4 \times 4 \times 4$ 。則 4 是 64 之立方根。

是以一數之平方根即是分該數的兩相等因數之一，立方根即是分該數的三相等因數之一，其餘方程之方根則以此類推。

**方根符號與方根指數** 欲指明一方根則用符號( $\sqrt{\quad}$ )謂之方根符號，一小數字置在方根符號之隙處以指明所需之方根謂之方根指數，例如 $\sqrt[3]{27}$ 指明 27 之立方根，小數字 3 是方根指數。

平方根之指明，常僅用符號而免寫指數，所以 625 之平方根則寫作 $\sqrt{625}$ 而無需寫作 $\sqrt[2]{625}$ 。較高之方根則應用指數以顯示之，如 $\sqrt[3]{125}$ ， $\sqrt[5]{243}$ ， $\sqrt[7]{128}$ 等。

開方是求一數的方根之算法。

**平方根** 數字 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 是數字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 之平方，必須熟記以求計算時之便利，兩個相等因數之積是謂整方。

7 是 49 之方根，但 50 之方根則不能得一整數且不能算得小數之確數。

實用上求一數之方根務求其簡速而準確。

求一整方之平方根算法。

例一 求 $\sqrt{522729}$ 。

解 說

先將數字從右首起每兩數分開，並在數字間點開，由左首算起，尋 52 內包含最大之整方數是 49，將 49 寫在 52 下，並將 49 之方

根 7 寫在右首，即是方根之第一數。

### 算 法

再從 52 減去 49 則餘數是 3，由數字中取下其次兩數字 27，則成 327，將第一數方根 7 以 2 乘之，則成 14，將其寫在左首，現尋 32 中有多少 14，結果是 2，即是方根之第二數，將 2 字寫在右首，再將 2 寫在左首數字 14 之後成

$$\begin{array}{r}
 52'27'29(723 \text{ 答}) \\
 \underline{49} \\
 142 \quad \left| \begin{array}{l} 3 \ 27 \\ 2 \ 84 \end{array} \right. \\
 \underline{1443} \quad \left| \begin{array}{l} 43 \ 29 \\ 43 \ 29 \end{array} \right.
 \end{array}$$

142. 以 2 乘 142 是 284，將其寫在 327 之下，從 327 減 284 尚餘 43. 再取下末兩數 29，則成 4329，將方根數 72 以 2 乘之得 144，將其寫在左首第二行，現尋 432 中有多少 144，結果是 3，即是方根之第三數，將 3 字寫在右首，再將 3 寫在左首數 144 之末成 1443，以 3 乘之是 4329. 適減盡無餘，則 723 是 522729 之方根，即  $723 \times 723 = 522729$ .

核對法與尋常乘法之核對同：

$$\text{因數字}(5+2+2+7+2+9) = 27, (2+7) = 9$$

$$723 \times 723 = (7+2+3) \times (7+2+3) = 12 \times 12 = 144,$$

$$(1+4+4) = 9 \text{ 則核對確準.}$$

例二 求  $\sqrt{6780816}$ .

### 解 說

與上例同，先將數字從右首起每兩數分開，先求左首數字 6 中有最大之整方是 4. 將 4 之方根 2 寫在右首為第一方根數，將 4 寫在 6 下減之得 2. 再取數 78 成 278. 將第一方根 2 以 2 乘之得 4.

並將其寫在左首，現尋 27 中有多少 4，結果是 6。則將其寫在右首為第二方根數並將其寫在左首成 46，而以 6 乘之得 276。從 278 減 276 得 2，再取下兩數字 08 成 208。將已得之方根數 26 以 2 乘之得 52。將 52 寫在左首第二行。現尋 20 中有多少 52，結果是 0，將 0 字寫

右首為方根之第三數，並將 0 字寫在左首 52 數字之後成 520，再取下末兩數 16 成 20816。現尋 2081 中有多少 520 結果是 4。將 4 寫右首為方根之第四數，並將 4 寫在左首 520 之後成 5204。以 4 乘 5204 適得 20816 則減盡無餘，則 6780816 之方根是 2604。

**核對**  $(6+7+8+0+8+1+6) = 36, (3+6) = 9.$

$$2604 \times 2604 = (2+6+0+4) \times (2+6+0+4) = 12 \times 12 \\ = (1+2) \times (1+2) = 3 \times 3 = 9 \text{ 則核對確準。}$$

**例三** 求包含小數之平方根  $\sqrt{665 \cdot 1241}$ 。

### 解 說

此處之每兩數分開，是由小數點起始向前每兩位一分，向後亦每兩位一分，其餘之算法與例一及例二同。

學者須注意在尋 401 中有多少 50 時應顧及 401 幾等於 8 倍，

### 算 法

$$6' 78' 08 16 (2604 \text{ 答})$$

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 64 \left| \begin{array}{l} 2 \ 78 \\ 2 \ 76 \\ \hline 2 \ 08 \ 16 \\ 2 \ 08 \ 16 \end{array} \right.
 \end{array}$$

### 算 法

$$6' 65 \cdot 12' 41 (25.79 \text{ 答})$$

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 45 \left| \begin{array}{l} 2 \ 65 \\ 2 \ 25 \\ \hline 507 \left| \begin{array}{l} 4 \ 0 \ 12 \\ 3 \ 5 \ 49 \\ \hline 5149 \left| \begin{array}{l} 4 \ 63 \ 41 \\ 4 \ 63 \ 41 \end{array} \right. \end{array} \right.
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

然則第三方根數必小於8。小數點之位置是根據小數被分開之次數而定，原數有四位小數則每兩位分開，共分兩次，則應有兩位小數。

若小數之位數是成單的，必須加一圈於數後，例如  $53.76542$  須在數末加一圈成爲  $53.76'54'20$ ，然後可以每兩分開。

**非精準之方根** 有許多非整方之數可以按所需要之小數位數以求方根，求非整方數之方根數時，須先決定所需要之小數位數，然後加圈於數末，如方根需要兩位小數則須加四個圈在數末，如方根需要三位小數，則須加六個圈在數末。其餘以此類推。求方根之算法與上例同，直至求得所需要之小數位數時爲止。

例四 求 27 之方根至三位小數。

解 說

算 法

因需要三位小數，故在數後加六個圈，算法與上例同，既得到答數後再有餘數因祇與第四位小數有關，故可不必計及也。

$$\begin{array}{r}
 27.'00'00' \quad 00 \quad (5.196 \text{ 答}) \\
 \begin{array}{r}
 101 \overline{) 2 \ 00} \\
 \underline{1 \ 01} \\
 1029 \overline{) 99 \ 00} \\
 \underline{92 \ 61} \\
 10386 \overline{) 6 \ 39 \ 00} \\
 \underline{6 \ 23 \ 16} \\
 15 \ 84
 \end{array}
 \end{array}$$

**普通分數之方根** 若分子與分母皆是整方，則可以分求方根。

例如 求  $\sqrt{\frac{144}{625}}$  .

因  $\sqrt{144} = 12$ ，並  $\sqrt{625} = 25$  .

是以  $\sqrt{\frac{144}{625}} = \frac{12}{25}$  答數。

若分子與分母皆非整方，則必先將分數化爲小數，而後求其方根。

例如 求  $\sqrt{\frac{2}{7}}$ ，先化其爲小數  $\frac{2}{7} = 0.28571428$

$$\sqrt{0.28571428} = 0.5345$$

**劈因數法以求一數之方根** 若需求方根之數，可以劈爲兩個因數，其中有一因數是一整方，而其他因數是 2, 3, 5, 6, 或 7。可得一簡而有用之求方根法，但須先求以下之方根。

$$\sqrt{2} = 1.4142, \quad \sqrt{3} = 1.73205, \quad \sqrt{5} = 2.23607,$$

$$\sqrt{6} = 2.4494, \quad \sqrt{7} = 2.6457.$$

其中最有用者是方根 2 與 3。

例如 求  $\sqrt{32}$ 。因  $32 = 16 \times 2$ 。所以可寫作下式：

$$\sqrt{32} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4 \times 1.4142 = 5.6568 \text{ 答數。}$$

例如 求  $\sqrt{125}$ 。

$$\sqrt{125} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5 \times 2.23607 = 11.18035 \text{ 答數。}$$

**求平方根之定律** 經過小心誦讀以上例題之解答後，可以明瞭以下之定律：

**【律一】** 由小數起始，將整數部份及小數部份各以每兩數分點，若整數部份之數字是成單的，則左首僅點開一個數字，若小數部份之數字是成單的，則在數末應加一圈，所以數末可點開兩個數字。

**【律二】** 尋左首點開數中之最大整方，並將其寫數字之下，該最大整方之方根是第一數方根。將左首之數字減去最大整方數，再取下其次兩數字合成第一餘數。

**【律三】** 將已求得之第一方根以 2 乘之，寫在第一餘數之左首，試尋第二商數按第一餘數之前兩數字是左首角上所寫數字之倍數，由此得第二方根數，再將其寫在右首，用此方根數乘左首角上之數字，並將其積數寫在第一餘數之下，再用其減第一餘數，得數再與由上取下兩數合成第二餘數。每求一方根數字須將此算法重復一次。

**【律四】** 若餘數中無任何商數，則加一圈在方根後，並加一圈在左首角上數字後，再由上取下兩數字繼續推算如前。

**【律五】** 小數位數在方根上者，等於原數中小數位數之一半。

**立方根** 立方根之求法太繁故不摘錄，實用上求立方根或任何方根皆用對數(Logarithms)，詳第三十四章，因其簡易也。

## 習 題 二 十 七

求以下之平方根：

- |                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| 1. 516,961.       | 2. 23,804,641.      |
| 3. 0.3364.        | 4. 0.120409.        |
| 5. 1159.4025.     | 6. 2 至四位小數。         |
| 7. 786,432 至二位小數。 | 8. 7,326,456 至二位小數。 |
| 9. 3 至五位小數。       | 10. 5 至三位小數。        |



11. 6 至四位小數。

12. 7 至五位小數。

13.  $\frac{49}{169}$  .14.  $\frac{27}{126.25}$  至四位小數。15.  $\frac{7}{9}$  至四位小數。

求以下各數之方根至五位小數：

16. 143.

17. 164.

18. 92.

19. 278.

20. 287.

21. 396.

22. 416.

23. 539.

用簡法以求下數之方根：

24. 28.

25. 72.

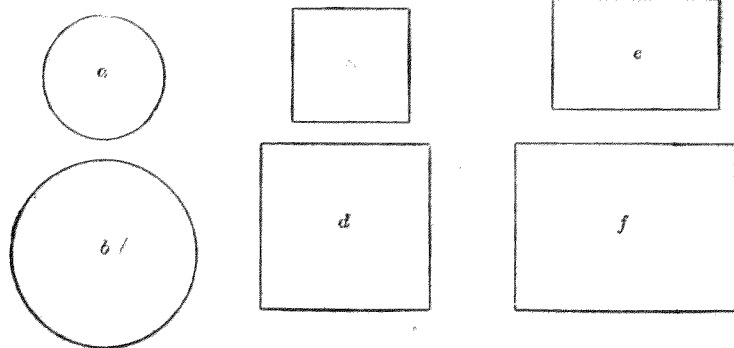
26. 288.

27. 75.

28. 147.

29. 192.

30. 432.



**相似的圖像** 以下之原則，可用以解答許多問題。

(一)相似的圖像之面積是與其相似的量度之平方成比例。

(二)相似的立體之體積是與其相似的量度之立方成比例。

相似的圖像是有同樣的形狀。

例如上圖中之  $a$  與  $b$  是相似的，

$c$  與  $d$  是相似的；

$e$  與  $f$  是相似的。

例一 有兩圓片甲與乙，甲片之直徑是 5 寸，而乙片之直徑是 3 寸，問甲片之面積是乙片的面積多少倍？

$$[\text{解}] \quad \text{甲片之面積與乙片的面積比} = \frac{5 \times 5}{3 \times 3} = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}.$$

即甲片的面積是  $2\frac{7}{9}$  倍於乙的面積。

例二 立方甲之每邊長 4 寸立方，乙之每邊長 2 寸。甲之體積是乙的體積多少倍？

$$[\text{解}] \quad \text{甲之體積與乙之體積比} = \frac{4 \times 4 \times 4}{2 \times 2 \times 2} = \frac{64}{8} = 8.$$

即甲之體積是 8 倍於乙之體積。

## 習 題 二 十 八

1. 設有兩圓片  $a$  與  $b$ ， $a$  之直徑是 6 吋， $b$  之直徑是 4 吋，則  $a$  之面積是  $b$  之面積多少倍？
2. 設有兩方鐵板  $c$  與  $d$ ， $c$  之每邊長 9 呎， $d$  之每邊長 5 呎，則  $c$  之面積是  $d$  之面積多少倍？

3. 若一圓鋼桿直徑  $\frac{1}{2}$  寸，能支持擔負 12,000 磅，則  $\frac{7}{8}$  寸直徑圓鋼桿可支持擔負多少磅？
4. 電阻是與同一物質之導體的截面面積成反比例，求兩銅線之電阻力之比例，若兩銅線之直徑是  $\frac{1}{8}$  吋及  $\frac{1}{3}$  吋。
5. 兩具圓筒形之汽鍋，其一長 12 呎，他一長 18 呎，則兩汽鍋之面積成何比率？
6. 兩鋼球之直徑是 7 吋及 15 吋，則大球之重量與小球之重量相比是多少倍？
7. 兩個同樣物質之圓球的直徑是 10 吋及 3 吋，若小球重 9 磅則大球應重多少磅？
8. 若一物體從高處墜下，則其速率  $V = \sqrt{2gh}$ 。  $V$  代表下墜的物體之速率以每秒鐘若干呎計，  $h$  代表高距以呎計，  $g$  代表地心吸力是為一恆數  $= 32.2$ 。求一石塊從 400 呎之高處墜下時之速率。
9. 求煙囪生效的面積用以下之公式： $E = A - 0.06\sqrt{A}$ 。  
 $E$  代表生效的面積，  $A$  代表煙囪的實在面積，若煙囪的實在面積是 86 平方呎，則生效的面積是多少？
10. 用以下之公式  $V = 12.16\sqrt{P}$ ，以求流水之速率。  
 $V$  代表流水之速率以每秒鐘多少呎計。

$P$  代表流水口之壓力以每方吋多少磅計。

求流水之速率，若流水口之壓力由壓力計指示是每平方吋50磅。

11. 用以上之公式求流水之速率，若流水口之壓力是每平方吋200磅。

## 第二編 幾何

### 第十章 平面面積 直線與角度

此章及下數章，是解說在幾何學中所建立之事實，及其對於應用題中之實用，本節之主綱是解明一切原則，所以較之隨從狹窄之特種道路為廣闊，且建立一廣大的基礎；並載列許多特種問題，使學者可按其所需而選擇之。

有許多名詞雖學者亦甚熟悉，然用在幾何中需甚確正，則必需有審慎之定義及解釋。點，線，角度，平面及立體等名詞，似與數目，地位及時間等之簡名相同，但其不易定義，然冀以下之解釋可能使學者明瞭。

**【定義】** 一有物質之物體，例如一塊木頭或一只蘋果佔據一定的隙處，在幾何中則不注意物體之物質，但祇注意物質所佔據之隙處。此項隙處謂之幾何立體，或簡稱之為立體。

立體含有長度，闊度及高度。

立體之面謂之平面。

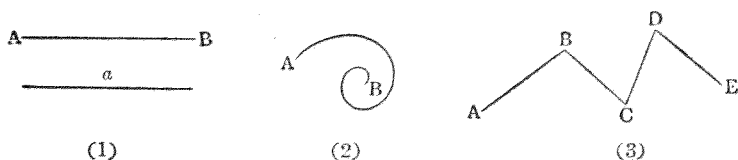
平面有長度及闊度而無高度。

連成平面之界線謂之線。

一線祇有長度。

一點祇有地位，無長度及闊度且無高度。

一點是用一字以表明之，例如  $A$  點或  $B$  點即指明一點之地位的所在。一線是用線之兩端的字以表明之，例如  $AB$  線及  $CD$  線等，有時僅寫一字在線之上以表明之，例如  $a$  線與  $b$  線等。



一條直線是一線在其全部之延展有同一方向，如上圖(1)。

一條曲線是一線連續更變方向，如上圖(2)。

一條斷線是幾條直線連接而成，如上圖(3)。

若一面積，如將其面積上任何兩點連接可成一直線，且全存留在面積上，則此面積謂之平面。

木匠欲知木板是平面與否，則將一曲尺或其他直邊尺，置放板面之各部上，以視其是否緊貼無縫。

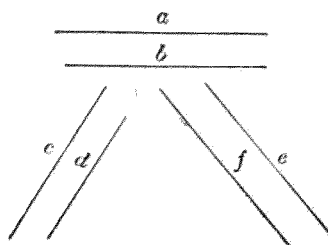
一彎曲面是在其任何部份均無平面，一圓管或一球之面是彎曲面。

平行線是在同一平面中之線，且線之任何部有等距，如下圖(4)。

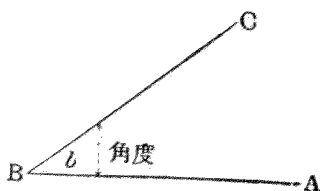
兩條直線相遇在一點則成一角，相遇之點謂之角頂，如下圖(5)。

兩條直線是謂角邊，兩直線的方向相差成爲角度之大小。

角之讀式是讀在角頂之字，或讀角邊及角頂之字，惟角頂之字，須居在中央以指示角之所在，如上圖(5)，可讀作  $b$  角，亦可讀作  $B$  角，或  $ABC$  角。一直線與另一直線相遇而成兩相等角，則每角成一



(4)



(5)

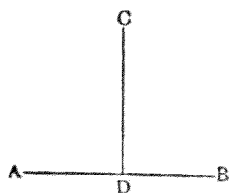
直角，而直線則彼此是垂直，如下圖(6)

一直豎線是即掛重線之方向，與直豎線成垂直者謂之水平線。

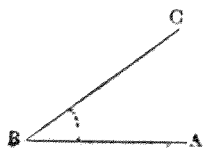
若將一直角分成 90 等分，每份稱之謂一度，常寫作  $1^\circ$ 。

凡小於  $90^\circ$  之角，謂之銳角，如下圖(7)。

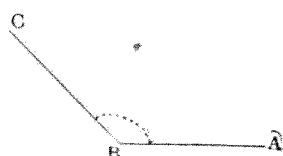
凡大於  $90^\circ$ ，但小於  $180^\circ$  之角謂之鈍角，如下圖(8)。



(6)



(7)



(8)

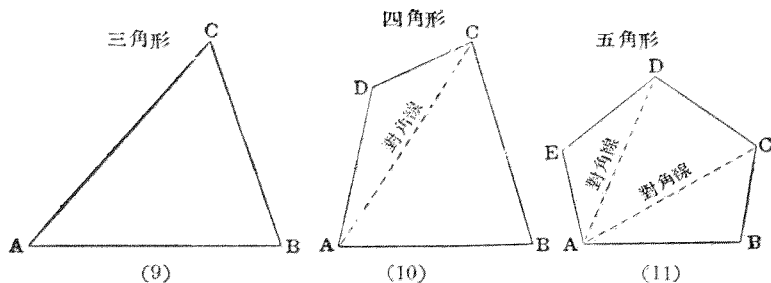
## 平 面

**多邊形** 多邊形是幾條直線圍住之平面，量多邊形邊之長度之和謂之周度。

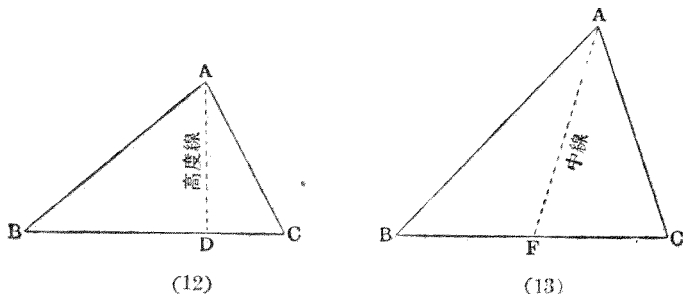
有三邊之多邊形謂之三角，有四邊之多邊形謂之四角形，而有五邊者謂之五角形，以此類推。

多邊形之各邊相等者謂之平整多邊形。

對角線是一接連多邊形的非毗鄰角頂之直線。



**關於三角之解釋** 由三角之任何一角頂畫一直線垂直至對面邊上為止，此直線是三角的高度。因三角有三個角頂，則可有三個高度，如下圖(12)，由三角之任何一角頂畫一直線至對邊之正中，是謂中線，故凡三角亦有三條中線，如下圖(13)。



由角頂畫一直線將角度分為兩等分，則此線謂之角度對分線。角度對分線之長度是由角頂至對邊，凡三角皆有三個角度對分線。

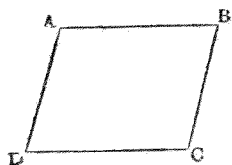
**對於四角形之解釋** 一平行四角形是一對邊平行之四角形，如下圖(14)。

一長方形是一平行四邊形，而其角度皆是直角，如下圖(15)。

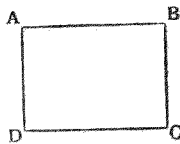


一正方亦是一平行四邊形，但其四邊相等而其角度皆是直角，如下圖(16)。

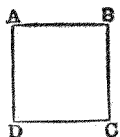
一梯形是一四邊形僅有兩邊平行，其平行邊為底邊，而底邊間之垂直線是高度，如下圖(17)。



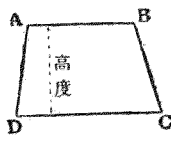
(14)



(15)



(16)



(17)

### 習 題 二 十 九

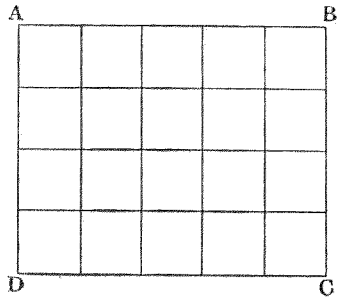
用硬鉛筆及直邊尺與圓規試畫以下各圖並寫字標明：

1. 畫兩條曲線，再畫兩條斷線。
2. 畫數條平行線。
3. 畫一直角，再畫一銳角及一鈍角，並量銳角與鈍角之度數。
4. 畫一直豎線及一水平線。
5. 試畫以下之角度： $45^\circ$ ， $30^\circ$ ， $60^\circ$ ， $120^\circ$ ， $135^\circ$ ， $180^\circ$ 。
6. 畫一三角形，一四角形，一五角形，一八角形。
7. 畫一平整六角形，並量其周度。
8. 畫一有三個銳角的三角，並畫其三條高度線。
9. 再畫一與第八題相似之三角，並畫其三條中線及三條角度對分線。
10. 畫一鈍角三角並畫其高度線，中線及角度對分線。

11. 畫一長方形，一正方形，一平行四邊形及一梯形。
12. 畫一普通四邊形，並畫其高度及對角線。

### 多 邊 形 之 面 積

**長方形之面積算法** 如下圖(18),  $ABCD$  代表一長方, 其長度  $AB$  是 5 尺, 而其寬度  $AD$  是 4 尺, 將長方分作小正方, 每邊 1 尺, 則每小正方為 1 平方尺, 既橫數有四排而每排是 5 平方尺, 則長方之面積是  $4 \times 5$  平方尺 = 20 平方尺。

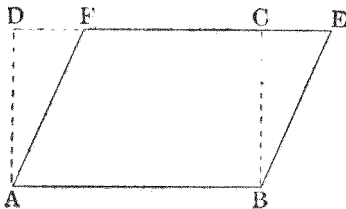


(18)

**【定義】** 長方之面積是等於長與寬之積, 但長方之長度與寬度之

單位必須相等, 或化作同等之單位後方可求積, 積數之單位是平方, 是以若長度與寬度之單位是尺, 則積數是平方尺。

**平行四邊形之算法** 一長方形與一平行四邊形有同一之底邊及同一之高度則其面積相等, 如下圖 (19),  $ABCD$  是一長方,  $AB$



(19)

$EF$  是一平行四邊形, 高度  $BC$  及底邊  $AB$  均相同, 因平行四邊形中之  $BCE$  部份適與長方形中之  $ADF$  相等, 則顯明平行四邊形之面積與長方之面積相等, 所

以得有以下之定律：

**【定律】** 一平行四邊形之面積是等於底邊與高度之積。

**【公式】** 用字母與符號說明一定律謂之公式，是一簡說定律之法也。

如用  $A$  字代表面積，而以  $b$  代表底邊，以  $h$  代表高底，則長方與平行四邊形面積之定律得有以下之公式：

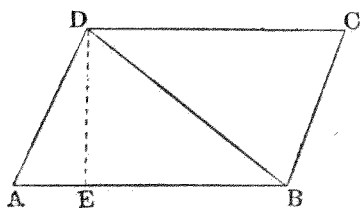
$$(1) A = hb.$$

既以長方或平行四邊形之高度乘底邊是等於其面積，則求高度用底邊除面積，求底邊則以高度除面積。

$$(2) h = A \div b.$$

$$(3) b = A \div h.$$

**三角之面積** 如一三角，與一平行四邊形有相同之底邊與高度，則三角之面積是平行四邊形的面積之半，如下圖 (20)， $ABCD$



(20)

是一平行四邊形，對角線  $BD$  將其分為兩相等面積之三角  $ABD$  與  $BCD$ 。從平行四邊形之面積的定律產生以下之定律，即三角之面積等於其底邊之半乘其高度。

如已知三角之面積及其底邊或高度，則其他量度之一，皆可求得。

若以  $A$  字代表面積，而以  $b$  代表底邊，以  $h$  代表高度，則得以下之公式：

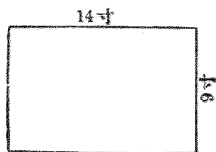
$$(4) A = \frac{1}{2}hb.$$

$$(5) h = 2A \div b.$$

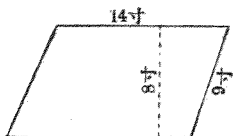
$$(6) b = 2A \div h.$$

### 習 題 三 十

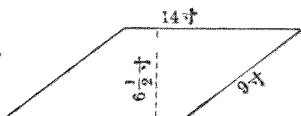
1. 按照標明之尺寸計算下列各圖形之面積：



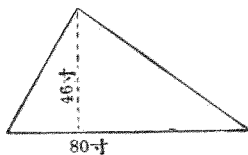
(1)



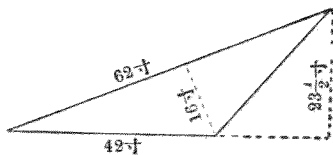
(2)



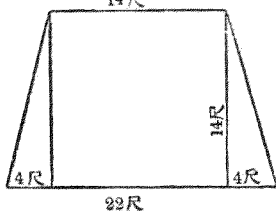
(3)



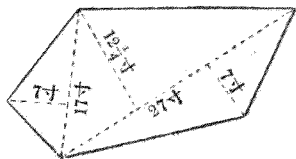
(4)



(5)



(6)



(7)

2. 若僅知平行四邊形之兩邊的長度，能計算其面積否？

3. 畫兩個三角形並畫其高度線，再量其高度及底邊，然後用公式計算面積。

僅知三角各邊之長度而計算其面積：如以  $a, b, c$ ，代表三邊之長度，而以  $S$  代表周度之半，即等於  $\frac{1}{2}(a+b+c)$ ，則三角之面積可用以下之公式計算：

$$(7) \quad A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

已求得三角之面積  $A$  後，如欲求三角之高度可用公式(5)。

公式(7)係幾何之事實但不易以簡說而證之，如已知三角各邊之長，可用相當規尺將三角畫出，量其高度而後計算面積。

用下例題以解釋公式(7)。

例題 三角之各邊長 40尺，28尺及 36尺，求其面積。

【解】  $a=40, b=28, c=36$ 。

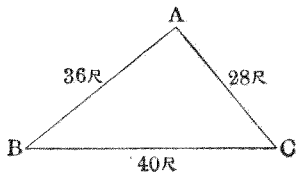
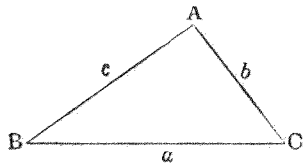
$$s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(40+28+36) = 52.$$

$$s-a = 52-40 = 12.$$

$$s-b = 52-28 = 24.$$

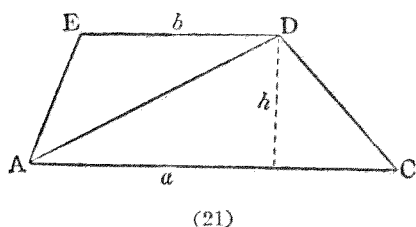
$$s-c = 52-36 = 16.$$

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{52 \times 12 \times 24 \times 16} \\ = 489.506. \text{ 則面積} = 489.506 \text{ 平方尺。}$$



按相當規尺用普通儀器畫出此三角，量計高度而算面積，所得之結果與用公式(7)算得者相差僅千份之一。

**梯形之面積** 梯形之對角線將梯形分作兩個同高度的三角，而兩平行線成爲三角之底邊，如下圖(21)，梯形之對角線  $AD$  將其分作兩三角  $ACD$  及  $ADE$ ，而其高度皆爲  $h$ 。  $ACD$  之面積



$$= \frac{1}{2}AC \times h, \quad ADE \text{ 之面積} = \frac{1}{2}ED \times h. \quad \text{則 } ACD \text{ 與 } ADE \text{ 面積之和} = \frac{1}{2}(AC + ED) \times h,$$

即等於梯形之面積。

**定律** 一梯形之面積是等於兩平行線之半和乘高度。

若以  $a$  與  $b$  代表梯形之底邊， $h$  是其高度，則得以下之公式：

$$(8) \quad A = \frac{1}{2}(a+b)h.$$

### 習 題 三 十 一

1. 求以下各平行四邊形之量度：

(1) 底邊 =  $22\frac{1}{2}$  寸，高 = 19 寸，求面積。

(2) 面積 = 426 平方尺，高 = 47 尺，求底邊。

(3) 面積 =  $433\frac{6}{7}$  平方尺，底邊 =  $33\frac{1}{3}$  尺，求高。

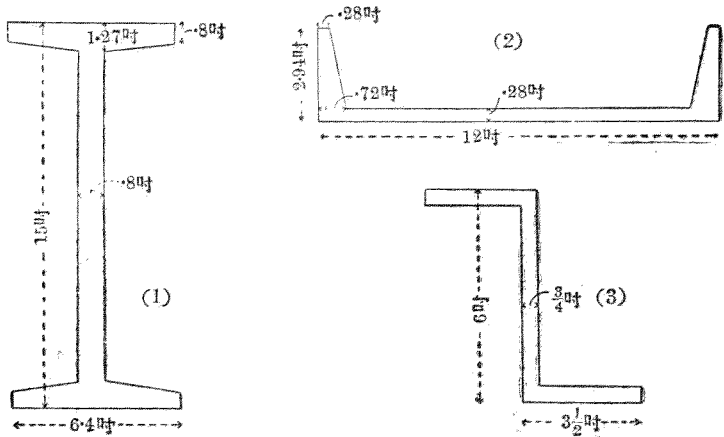
- (4) 面積 = 9367 平方寸, 高 =  $102\frac{1}{3}$  寸, 求底邊。
2. 有一長方田, 長 160 量竿, 闊 80 量竿, 則其面積有多少英畝?
  3. 地板長 16 呎 8 吋, 闊 13 呎 6 吋, 則其面積有多少平方呎?
  4. 有一長方形長 77 公尺, 闊 50 公尺, 求面積。
  5. 木箱長 6 吋, 闊 4 吋, 高 3 吋, 則箱面之面積共有多少平方吋?
  6. 求一三角形之面積, 其底邊是 25 呎, 高是 12 呎 4 吋。
  7. 有一片地是三角形, 底邊 432 呎, 高 320 呎, 則其面積有多少英畝?
  8. 有一片地是三角形, 底邊是 196.8 米, 高 85 米, 則其面積是多少方米?
  9. 求一三角地之底邊, 面積是 20 英畝, 高 80 量竿。
  10. 一長方田共有 9 畝, 長 48 量竿, 求其闊度。
  11. 若一長方形之周度是 96 尺, 長度是闊度之 3 倍, 求其面積。
  12. 草地長 56 尺, 闊 40 尺, 四周有一 6 尺寬之走道, 求走道之面積。
  13. 一箱蓋屋頂之鉛皮共 112 張, 每張長 20 吋, 闊 14 吋, 除去接口處等需要  $47\frac{7}{9}$  平方呎, 則可蓋屋面多少方呎?

14. 方磚每塊長 9 吋，闊  $4\frac{1}{2}$  吋，若欲鋪砌一 16 呎寬，18 呎長之天井需用此項方磚多少塊？
15. 用 4 吋闊，10 吋長之石塊鋪砌一 600 呎長，12 呎 6 吋闊之衙堂需用多少塊？
16. 一客廳闊 12 呎 6 吋，長 16 呎，高 10 呎 4 吋，若欲油漆牆壁及天花板需國幣若干元？油漆每平方呎合工料國幣五分。
17. 草泥每平方呎需國幣 6 分，欲鋪一 31 呎闊，52 呎長之草地需國幣若干元？
18. 欲在屋宇之前面及左邊築一 6 呎闊之走道，屋宇闊 100 呎，長 33 呎，若每平方呎工料需國幣 1 角 5 分，共需國幣若干元？
19. 求一梯形之面積，兩底邊之長為 17 吋及 11 吋，高 13 吋。
20. 三角形各邊之長是 13 吋，15 吋，及 21 吋，求其面積。
21. 三角形之底邊是 27 吋，高 14 吋，求其面積。
22. 求一木板之面積，木板長 14 呎，一端闊 18 吋，他端闊 12 吋。
23. 求油漆一板牆之值，板牆共長 200 呎，高 6 呎，油漆每 100 平方呎合國幣 1 元 8 角。
24. 有一長方地之圖， $10\frac{1}{2}$  吋長， $3\frac{3}{4}$  吋闊，若  $\frac{1}{10}$  吋代表一量



竿，則該地共有多少英畝？

25. 求以下各圖之面積：



木 料

由他國輸入之木板的量度是以呎計，每呎木板是按 12 吋見方，1 吋厚，即包含有  $\frac{1}{12}$  的立方呎，計算木板之呎數可用木板一端之截面的面積按平方吋計算，乘以木板長之呎數，再以 12 除之即得。

例題 求一木料之呎數，木料闊 8 吋，高 6 吋，長 14 呎。

【解】  $\frac{6 \times 8}{12} \times 14 = 56$  呎。

英美兩國之木料皆 12 呎，14 呎，或 16 呎長，不足 1 吋厚者皆作 1 吋算，薄板皆 16 吋，或 18 吋長，4 吋闊，每束 250 塊。估計屋頂上鋪釘之薄板皆按方計，每方係 10 呎見方，共計

100 方呎。

### 習 題 三 十 二

1. 若欲建造一板牆， $5\frac{1}{2}$  呎高，70 呎長，木板 1 吋厚，釘在兩根 2 吋厚，4 吋闊之橫條上，求需用木板之呎數。
2. 木板每 1000 呎合國幣 96 元，若欲築一走道 8 呎寬，30 呎長，用 2 吋厚之木板釘在四根 4 吋闊，4 吋厚之直條上，則需國幣若干元？
3. 26 塊木板 2 吋厚，4 吋闊，14 呎長，又 20 塊木板 3 吋厚，10 吋闊，16 呎長，共合木板多少呎？
4. 3 塊 12 吋厚，14 吋闊，22 呎長之木板有多少呎？
5. 屋頂每面是 18 呎闊，40 呎長，若兩面鋪釘薄板，每方需薄板 752 塊，薄板每 1000 塊合國幣 4.75 元，工資等每方合國幣 1.90 元，共需若干元？
6. 求以下各板之值，每呎合國幣 2 角 5 分。

$\frac{7}{8}$  吋厚，6 吋闊，10 呎長木板 一塊

$\frac{5}{8}$  吋厚，8 吋闊，12 呎長木板 一塊

$\frac{7}{8}$  吋厚，18 吋闊，4 呎長木板 一塊

$\frac{1}{4}$  吋厚，6 吋闊，8 呎長木板 二塊

7. 一造船家付銀 300 元購一橡樹，斫伐及裝運合銀 275 元，若木料是 18 吋正方，98 呎長，則可鋸木板若干呎？每 1000 呎值若干元？

8. 求建築一屋所需以下之木料共若干呎？

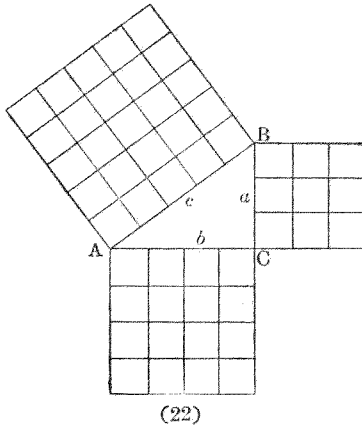
橫梁需用	6 吋厚， 8 吋闊， 20 呎長之木料	5 塊
窗檻及門限用	6 吋厚， 6 吋闊， 16 呎長之木料	16 塊
二層樓梁用	3 吋厚， 10 吋闊， 28 呎長之木料	45 塊
三層樓梁用	3 吋厚， 8 吋闊， 28 呎長之木料	45 塊
狹條用	1 吋厚， 8 吋闊， 20 呎長之木料	16 塊
鋸薄板用	2 吋厚， 4 吋闊， 16 呎長之木料	32 塊
外牆支柱用	2 吋厚， 4 吋闊， 20 呎長之木料	156 塊
內牆支柱用	2 吋厚， 4 吋闊， 12 呎長之木料	200 塊
屋頂支柱用	2 吋厚， 8 吋闊， 24 呎長之木料	90 塊
短 梁 用	2 吋厚， 6 吋闊， 16 呎長之木料	45 塊

## 第十一章 三角

### 直 角 三 角

三角內有一角是直角，謂之直角三角。在直角對面之邊謂之弦。直角之兩邊是底邊及高，亦稱勾與股。直角三角在實用上甚為重要，直角之計算，係依據幾何中證明之事實，此即弦方等於勾方加股方，或弦方等於其餘兩邊方之和。

按下圖 (22)， $AB$  是弦，設有 5 吋， $AC$  是股 = 4 吋， $BC$



是勾 = 3 吋, 此可顯明

$$AB^2 = AC^2 + BC^2.$$

若以  $c$  代表  $AB$  之長度,  $b$  代表  $AC$  之長度,  $a$  代表  $BC$  之長度, 則得以下之公式, 由此若已知任何兩邊之長度, 可以求第三邊。

$$(9) \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

$$(10) \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}.$$

$$(11) \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

例題 求一直角三角之弦, 其底邊是 14 尺, 高 16 尺。

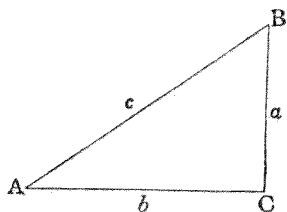
用公式(9)  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\therefore c = \sqrt{16^2 + 14^2} = \sqrt{452} = 21.26 \text{ 尺}.$$

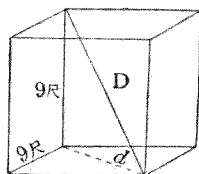
### 習 題 三 十 三

以下為直角三角:

1.  $a=25$ ,  $b=16$ , 求弦, 及其面積。
2.  $c=46$ ,  $b=30$ , 求  $a$  及面積。
3. 面積 = 2 英畝,  $a=15$  量竿, 求  $b$  與  $c$ 。
4.  $a=16$ ,  $c=20$ , 求  $b$  及面積。
5. 一長方形闊 16 尺, 長 14 尺, 求其對角線之長。



(23)



(24)

6. 一立方形，每邊長 9 尺，如上圖(24)，求其對角線  $D$ ，及平面對角線  $d$ 。

$$d = \sqrt{9^2 + 9^2} = \sqrt{162} = 12.73 \text{ 尺。}$$

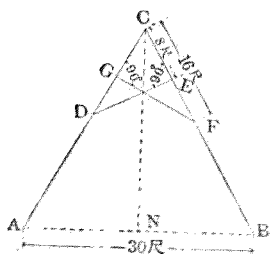
$$D = \sqrt{162 + 9^2} = \sqrt{243} = 16.588 \text{ 尺。}$$

7. 一人游泳成一直角，游至溪岸，速度每小時 3.5 哩，若溪流速率是每小時 7.5 哩，求游動之速率。

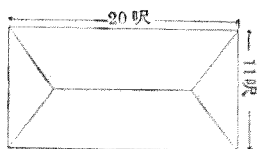
【解】 人之游動速率是隨直角之弦的方向  $= \sqrt{(3.5)^2 + (7.5)^2}$   
 $= 8.28$  哩。

8. 一長方形之對角線長 130 呎，長方高 32 呎，求面積。
9. 一長方木箱長 12 呎，闊 4 呎，高 3 呎，求在箱中可畫之最長線。
10. 一直角三角之弦長 12 尺，若高與底邊之長相等，則高是多少尺？
11. 三角之底邊長 20 尺，高是 18 尺，與三角同面積之正方形，每邊是長多少尺？
12. 一長方草地之面積是 5525 方米，長 85 米，求對角線之長以米計至三位小數。

13. 有一汽船向北駛，速率是每小時 15 哩，另一汽船向西駛，速率是每小時 18 哩，若兩船在同時起駛，則 6 小時後兩船相距若干哩？
14. 一室中之對角線是若干呎？若室高 12 尺，長 20 尺，闊 16 尺。
15. 求正方之對角線，有時用以下之定律，先以 10 乘正方一邊之長，將答數減去 1%，再以 7 除之，用此定律求一正方之對角線，正方之每邊長 25 尺，將其答數與正常算法所得者比較其錯誤的百分比。
16. 求正方之對角線，有時可用以下定律，既準確又簡易：定律正方之對角線 =  $\sqrt{2} \times$  一邊之長， $\sqrt{2} = 1.4142$ ，用此定律求 15 題之答數。
17. 求一圓鐵桿之截面的直徑，用以銼一方桿每邊長  $1\frac{3}{4}$  吋。
18. 用  $1\frac{1}{8}$  吋的圓桿可切成多少見方的方桿？



(25)



平 面



截面

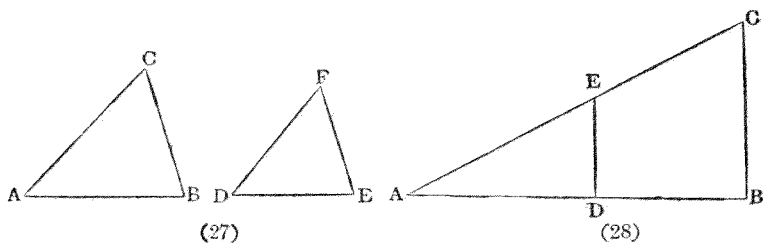
(26)

19. 如上圖(25) 是一屋頂,  $AB$ ,  $BC$ , 與  $AC$  皆長 30 尺,  $CD$  與  $CF$  皆長 16 尺,  $CG$  與  $CE$  皆長 8 尺, 求  $NC$  及  $FG$  之長。
20. 一屋頂之平面及截面如圖(26), 如用薄板蓋之, 則需用薄板多少呎?

### 同形三角

三角有同樣形狀者謂之同形三角。

如圖(27), 三角  $ABC$  與  $DEF$  是同形三角, 如圖(28), 三角  $ABC$  與  $ADE$  亦是同形三角。



所謂同形三角者如上圖(27),  $A$  角  $= D$  角, 即  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ , 及  $\angle C = \angle F$ , 如上圖(28),  $\angle A$  是公角,  $\angle D = \angle B$ , 及  $\angle E = \angle C$ .

試畫此項三角, 量  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ ,  $DE$ ,  $EF$ , 及  $DF$  線長度(如圖27)。

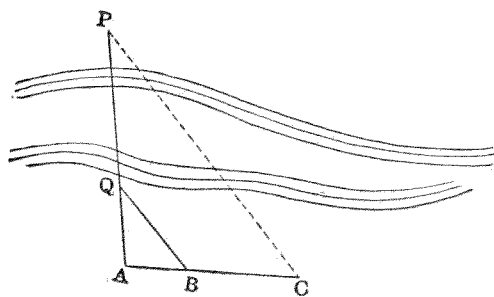
求  $\frac{AB}{DE}$ ,  $\frac{BC}{EF}$ ,  $\frac{AC}{DF}$  之比率並比較其值, 結果則以上之比率皆

相等，再畫一如圖(28)之三角，同樣求其同位邊之比率，其結果如下：

1. 凡一三角形之角與另一三角形之角逐一相等，則兩個三角是同形的。
2. 同形三角之同位邊是成比例的。

如圖(27)  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ，如圖(28)  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$ 。

例如 求在溪之兩岸上， $P$  點與  $Q$  點之距離如下圖(29)； $P$  點是不可達的。



(29)

【解】 如圖所示，量  $AQ$ ， $AB$ ，及  $BC$  之距離，設如  $AQ=16$  尺， $AB=10$  尺，而  $BC=60$  尺，因三角  $APC$  與  $AQB$  是同形三角則有以下之比例。

$$AP:AQ = AC:AB$$

$$\therefore AP:16 = 70:10, \text{ 則 } AP = \frac{16 \times 70}{10} = 112 \text{ 尺。}$$

$$PQ = AP - AQ = 112 - 16 = 96 \text{ 尺 答數。}$$

### 等腰三角與等邊三角

其餘兩種常用之三角，是等腰三角與等邊三角。



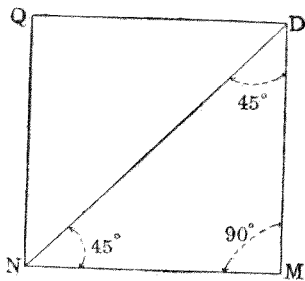
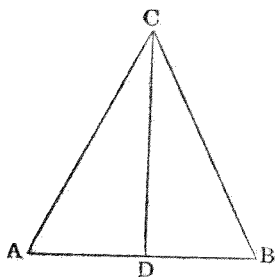
三角形有兩條相等邊者，謂之等腰三角。

三角形之邊皆相等者，謂之等邊三角。

以下之事實曾經在幾何原素中證明，但學者應畫此項三角而量度之，以校對此種證案之確實。

(一)等腰三角按 30 圖，等腰三角  $ABC$ ，有相等邊  $AC$  及  $BC$ 。

由幾何原素所證明者如下：



(30)

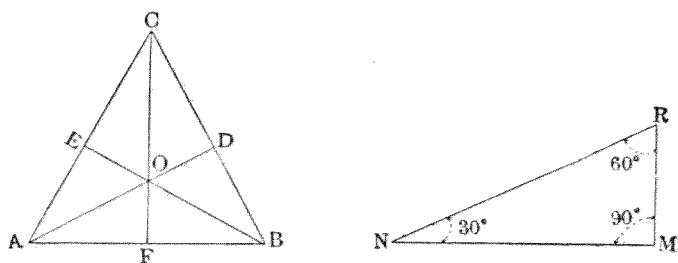
在相等邊對面之角  $A$  與  $B$  相等。

$CD$  線對分頂角  $C$  則垂直於底邊  $AB$  且對分之，此即  $AD = DB$ ， $CD$  線並將此等腰三角分為兩個等積的直角三角  $ADC$  與  $BDC$ ，則  $CD$  是  $C$  角之對分線，亦即是等腰三角之中線與高度。

平方之對角線將平方分為兩個等腰三角，在此種等腰三角，每相等角是  $45^\circ$ 。

(二)等邊三角，按(31)圖，三角  $ACB$  之三邊相等是謂等邊三

角。



(31)

由幾何原素所證明者如下：

相等邊對面之角相等，所以每角等於  $60^\circ$ 。

由頂角  $C$  畫對分  $C$  角線則垂直於底邊  $AB$  且對分之，此對分線  $CD$  亦將等邊三角分為兩個相等的直角三角。 $AFC$  與  $CFB$ ，且  $A$  角與  $B$  角之對分線  $AD$  與  $BE$  分等邊三角與  $C$  角之對分線  $CF$  所得有同樣之結果。每角之對分線亦即是此種三角之中線與高度。

$O$  點謂之等邊三角之中心， $O$  點距底邊等於頂角距底邊的  $\frac{1}{3}$ ，

此即  $OF = \frac{1}{3}FC$ ， $OD = \frac{1}{3}AD$ ， $OE = \frac{1}{3}BE$ ，是則  $CO = 2FO$ ， $AO = 2DO$ ， $BO = 2EO$ 。

等邊三角由頂角對分線分開後，成為兩個直角三角，其銳角為  $30^\circ$  與  $60^\circ$ ，此種三角在實用上頗為重要，因此等三角之弦是兩

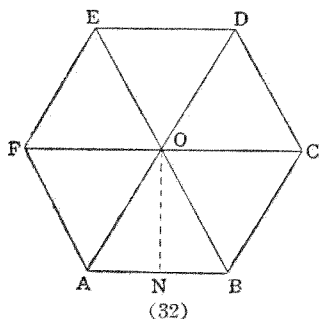
倍於勾即  $NR = 2RM$ , 則凡等邊三角之高度皆等於  $\frac{1}{2}$  的邊之長度乘  $\sqrt{3}$ 。若以  $a$  代表一等邊三角之高度, 而以  $S$  代表其一邊之長度。

$$\text{則 } a = \frac{1}{2}S \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times S \times 1.732 = 0.866S.$$

由以上公式則等邊三角之邊  $S = 2a \div \sqrt{3}$

既任何三角之面積是等於  $\frac{1}{2}$  底邊乘高度, 則等邊三角之面積

$$A = \left(\frac{1}{2}S\right)^2 \times \sqrt{3} = 0.433S^2, \quad A \text{ 代表等邊三角之面積。}$$



等邊六邊形亦常有實用上之價值。按 (32) 圖, 從幾何原素所得, 畫接對角線則六邊形分為六個等邊三角, 由中心  $O$  至角頂之距皆等於邊之長度。

則等邊六邊形之面積等於六倍的等邊三角形  $AOB$  之面積, 若以  $S$  代表六邊形每邊之長, 以  $A$  代表六邊形之面積則

$$A = 6 \times 0.433S^2 = 2.598S^2$$

### 習 題 三 十 四

1. 求一等腰三角之高度, 其相等邊每邊長 16 尺, 底邊長 14 尺。

2. 求一等腰三角之底邊，若其每相等邊長 18 寸，高度是 16.5 寸。
3. 求一等邊三角之高度，其每邊長 12 尺。
4. 求(32)圖上之  $ON$ ，若  $AB$  是 10 尺。
5. 求一等邊三角之面積，每邊長 18 寸。
6. 求一等腰三角之面積，每等邊長 9 寸，底邊長 6 寸。
7. 求一等邊六邊形之面積，每邊長 5 尺。
8. 若一等邊三角之面積是  $21.217$  平方寸，則其每邊長多少？
9. 求一等腰三角之面積，其底邊長 16 寸，每相等邊長 18 寸。
10. 設一直角三角之弦長 5 尺，勾長 4 尺，證明在其弦上畫成等邊三角之面積是等於在勾上畫成等邊三角之面積加在股上畫成等邊三角之面積。

## 第十二章 圓圈

在實用上圓圈較其他幾何形爲重要，若水櫃，汽鍋，管子，及圓柱等皆包含圓圈。此章中當解釋圓圈中較有用之事實及其實用。

**【定義】** 圓圈是一曲線連接之平面形，在曲線上之任何一點與其他一點即圓之中心點距離相等，此等曲線謂之圓周。

由圓周畫一直線經過中心在圓周盡頭，此等直線謂之圓之直徑，由中心點畫直線至圓周謂之半徑。

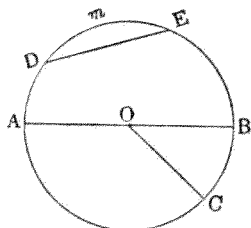
按(33)圖， $AB$  是圓之直徑， $OC$  是圓之半徑。

圓周之任何一部若  $BC$  謂之弧。

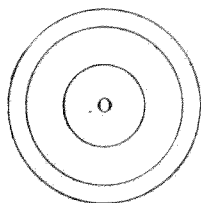
圓之中心含  $360^\circ$ ， $1^\circ$  之弧則等於圓周之  $\frac{1}{360}$ 。接弧之兩端之直線若  $DE$  謂之

弦。弦與弧接成之面積謂之截片(Segment)，如圖中  $DmE$ ，

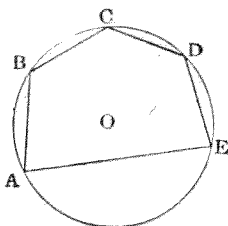
兩半徑與弧接成之面積如圖中  $BOC$ ，謂之扇形 (Sector)。同一中心之圓謂之同中心圓，若(34)圖，同一中心  $O$ 。



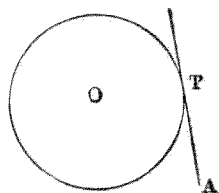
(33)



(34)



(35)

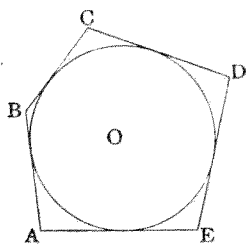


(36)

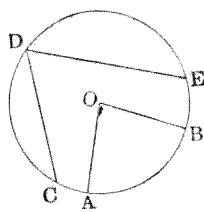
多邊形之頂角皆在圓周上者若(35)圖中之  $ABCDE$  謂之包入圓中之多邊形(Inscribed polygon)。

貼近圓周之直線而不切入圓周者謂之切線 (Tangent)，若(36)圖之  $TA$ ，貼近圓周之  $T$  點謂之切點。

一多邊形包一圓，或圓畫入一多邊形若(37)圖，則多邊形之各邊皆為圓之切線。



(37)



(38)

頂角在圓之中心者若(38)圖中之  $AOB$  謂之中心角 (Central angle)。

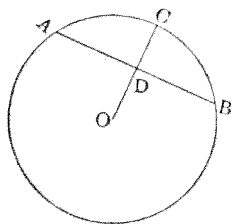
頂角之在圓周上者若(38)圖中之  $CDE$  謂之圓包角 (Inscribed angle)。

**圓之特有** 學者須熟知以下之圓之特有，並畫圖量度而證實之。

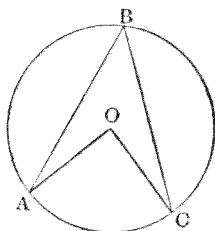
(1) 在同一圓中或在相等的圓中，相離中心同距之弦必等長。

(2) 半徑畫過弦之中點者必垂直於弦，且對分弦上之弧，若

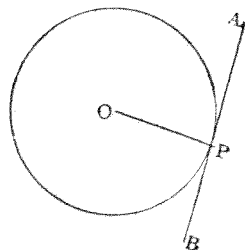
(39)圖中之半徑  $OC$ ， $D$  為弦  $AB$  之中點，則  $AC=CB$ ，



(39)



(40)



(41)

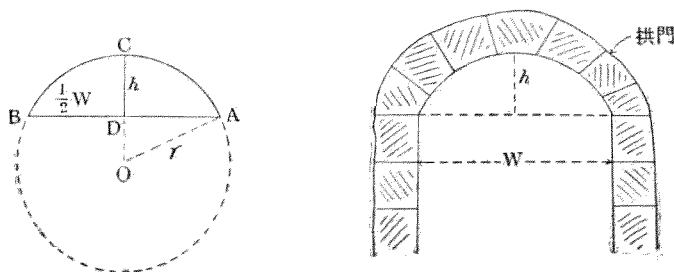
(3) 在圓中心之角度必倍於在同弧上圓包角。若 (40) 圖中， $AOC$  之角度必倍於  $ABC$  之角度。

(4) 半徑畫至切線之切點必與切線垂直，若 (41) 圖中， $P$  是切點， $O$  是圓中心， $AB$  是切線， $OP$  必垂直於  $AB$ 。

圓之截片(Segment) 在實際工作上常須在已知弦之長及截片之高時能尋找圓之半徑，若 (42) 圖， $r$  代表圓之半徑， $h$  代表截片之高， $W$  代表弦之長度，則有以下之公式求  $r$ ， $h$ ，及  $W$ 。

$$(12) \quad r = \frac{\left(\frac{1}{2}W\right)^2 + h^2}{2h}. \quad (13) \quad h = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{1}{2}W\right)^2}.$$

$$(14) \quad W = 2\sqrt{h(2r - h)}.$$



(42)

$$DC = h, \quad BA = W, \quad OA = r.$$

例題 若一圓截片之弦長5呎6吋，截片高10吋，求圓之半徑。

$$\text{用公式(12)} \quad r = \frac{\left(\frac{1}{2}W\right)^2 + h^2}{2h} = \frac{(33)^2 + (10)^2}{2 \times 10} = \frac{1189}{20} = 59.45$$

答 半徑 = 59.45 吋。

**圓之直徑，半徑與圓周之關係** 若將圓之直徑與圓周度量，將圓周之長以直徑之長分之，其結果約得  $3\frac{1}{7}$ 。此值係圓周與直徑之比率而不能得到確實之數，在數學上此比率數以希臘字  $\pi$  ( $Pi$ ) 代之， $\pi$  之確值則不可得，約以四位小數計之則等於 3.1416；因有此關係，若直徑，半徑或圓周之數已知，則其餘可以求得。

**【定律】** 圓之直徑等於兩倍半徑。

圓周等於直徑乘 3.1416。

直徑等於圓周除 3.1416。

若以  $r$  代表圓之半徑， $d$  代表直徑， $C$  代表圓周，以上之定律可以公式代之。

$$(15) C = \pi d.$$

$$(16) d = C \div \pi$$

$$(17) C = 2\pi r$$

$$(18) 2r = C \div \pi$$

**圓之面積** 已知圓之半徑直徑或圓周，求圓之面積則由幾何上則得有算法。

按(43)圖若將一圓圈內中心分切為無數之極小的三角若  $AOB$ ，則每小三角之面積等於二分之一的底邊乘高，則全數小三角之面積等於底邊總數之半乘高，但底邊總數之半等於圓周之半而高度則等於半徑，則圓之面積是等於圓周之半乘半徑。



**【定律】** 求圓之面積則以圓周之半

乘半徑，因圓周之半(按第 1.5 公式)等

於  $\frac{1}{2}\pi d$  或  $\pi r$ 。則圓之面積是等半徑平

方乘  $\pi$ 。或  $\frac{1}{4}$  直徑平方乘  $\pi$ 。

以  $A$  代表圓之面積， $C$  代表圓周，

$d$  代表直徑， $r$  代表半徑，則以上之定律可以公式代之。

$$(19) \quad A = \frac{1}{2}Cr.$$

$$(20) \quad A = \pi r^2 = 3.1416r^2$$

$$(21) \quad A = \frac{1}{4}\pi d^2 = 0.7854d^2.$$

$$(22) \quad r = \sqrt{A \div \pi}$$

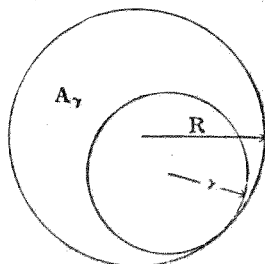
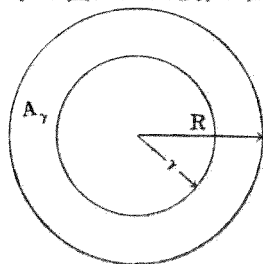
$$(23) \quad d = \sqrt{A \div \frac{1}{4}\pi}$$

例題 求圓之半徑，若其面積是 28 方呎。

用公式(22) 則  $r = \sqrt{A \div \pi} = \sqrt{28 \div 3.1416}$

$$\sqrt{8.9126} = 2.985 \text{ 呎。}$$

求兩圓間之面積，兩圓同中心或不同中心若(44)圖，則兩圓間



(44)

之面積是等於兩圓面積之較。

若以  $A$  代表大圈之面積， $R$  代表其半徑， $a$  代表小圈之面積， $r$  代表其半徑，而以  $Ar$  代表兩圓間之面積。

$$(24) \quad Ar = A - a = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) \\ = \pi(R+r)(R-r).$$

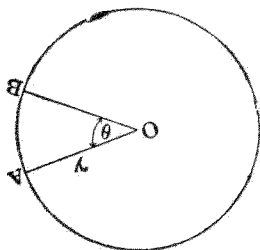
**【定律】** 求兩圓間之面積則以  $\pi$  乘兩半徑之和，再乘兩半徑之較。

例題 求一圓形跑道之面積，內圈之半徑是 30 尺，外圈之半徑是 38 尺。

$$\text{用公式(24)} \quad Ar = A - a = \pi(R+r)(R-r) \\ = 3.1416 \times 68 \times 8 = 3.1416 \times 544 \\ = 1709.0304 \text{ 方尺。}$$

**扇形之面積** 扇形 (Sector of a circle) 之面積是等於圓之面積乘扇形之角度除  $360^\circ$ ，是以扇形之角度是  $\theta^\circ$  而圓之半徑是

$r$  若(45)圖，則其面積  $As = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$  (扇形  $OAB$ )。



(45)

例題 若扇形之角度是  $60^\circ$ ，圓之半徑是 10 尺，求扇形之面積。

$$\text{既 } As = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \\ = \frac{60}{360} \times 3.1416 \times 10^2 = 52.36 \text{ 方尺。}$$

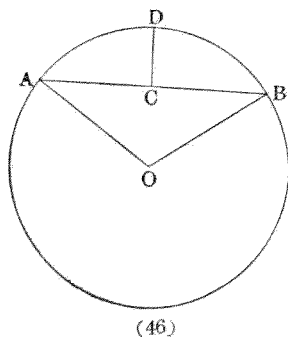
**截片 (Segment) 之面積** 按(46)圖，

圓之截面  $ADB$  之面積是等於扇形  $AOB$  之面積減去三角  $AOB$  之面積，若已知截片之高及弦之長度可用公式(12)求圓之半徑，扇形之角度（用三角術求之），現在本節中必須用規尺將圖畫出而量其角度。

例題 求一圓之截片面積若(46)圖，高  $4\frac{1}{2}$  寸，弦長 18 寸，圓

之半徑是  $11\frac{1}{4}$  寸，扇形角度  $105^\circ$ 。

【註】 角度係將圖畫出後量得。



$$DC = 4\frac{1}{2} \text{ 寸}, AB = 18 \text{ 寸},$$

$$OB = 11\frac{1}{4} \text{ 寸}, \angle AOB = 105^\circ$$

截片  $ADB$  面積 = 扇形  $OAB$  面積  
減去三角  $OAB$  面積。

$$(1) \text{ 扇形面積} = \frac{105}{360} \times 3.1416 \times$$

$$\left(11\frac{1}{4}\right)^2 = 115.97 \text{ 方寸}.$$

$$(2) \text{ 三角面積 (用公式 7)} = \sqrt{20\frac{1}{4} \times 9 \times 9 \times 2\frac{1}{4}} = 60.75 \text{ 方寸}.$$

則截片面積 =  $115.97 - 60.75 = 55.22$  方寸。其他計算圓之截片面積的公式如下，其求得之答數尚近似。以  $A_p$  代表截片面積， $h$  代表截片之高度， $W$  代表弦之長。

$$(25) \quad A_g = \frac{2}{3}hW + \frac{h^3}{2W} \quad (1)$$

或

$$A_g = \frac{4}{3}h^2\sqrt{\frac{2r}{h} - 0.608} \quad (2)$$

例題 求圓之截片面積，其弦長 10 尺，高 1.5 尺。

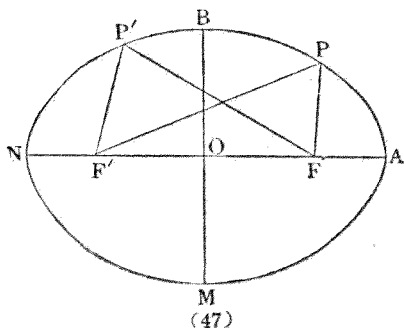
用公式25(1)  $A_g = \frac{2}{3}hW + \frac{h^3}{2W}$

$$\frac{2}{3} \times 1.5 \times 10 + \frac{(1.5)^3}{2 \times 10} = 10.17 \text{ 方尺。}$$

用公式25(2)先用公式 12 求  $r$ ， $r = \frac{5^2 + 1.5^2}{2 \times 1.5} = 9.083$  尺。

$$\begin{aligned} A_g &= \frac{4}{3}h^2\sqrt{\frac{2r}{h} - 0.608} \\ &= \frac{4}{3} \times 1.5^2 \sqrt{\frac{2 \times 9.083}{1.5} - 0.608} = 10.175 \text{ 方尺。} \end{aligned}$$

**橢圓** 橢圓是一曲線接連之形，在曲線上之任何一點距離兩固定點之和為一恆數。按 (47) 圖  $F$  與  $F'$  為兩固定點，在曲線上之點為  $P$  及  $P'$  點，則  $PF + P'F' = P'F' + P'F$ 。



$F$  與  $F'$  是兩固定點亦謂之焦點 (Foci)。  $O$  點是橢圓之中心點，  $NA$  是長軸線，而  $MB$  是短軸線，  $OA$  為半長軸線，而  $OB$  為半短軸線。

若以  $A$  代表橢圓之面

積，以  $a$  代表  $OA$  之長，並以  $b$  代表  $OB$  之長，則橢圓之面積用以下之公式算之：

$$(26) \quad A = \pi ab.$$

例題 若一橢圓之長軸線是 30 尺，而短軸線是 26 尺，求此橢圓之面積。

用公式(26)  $A = \pi ab = 3 \cdot 1416 \times 15 \times 13 = 612 \cdot 612$  方尺。

已知兩軸之長，則橢圓之面積極易求得，但橢圓之圓周則不易求得，惟以下之公式可以擇而用之，可獲得滿意的答數。若以  $P$  代表橢圓之周， $a$  代表半長軸之長， $b$  代表半短軸之長，則有以下之公式：

$$(27) \quad P = \pi \left[ \frac{3}{2}(a+b) - \sqrt{ab} \right] \quad (1)$$

$$\text{或} \quad P = \pi \sqrt{2(a^2 + b^2)} \quad (2)$$

例題 一橢圓之長軸線是 18 寸，而短軸線是 6 寸，求橢圓之周。

$$\text{【解】 用公式27(1) } P = \pi \left[ \frac{3}{2}(a+b) - \sqrt{ab} \right]$$

$$= 3 \cdot 1416 \left[ \frac{3}{2}(9+3) - \sqrt{9 \times 3} \right] = 40.225 \text{ 寸。}$$

$$\text{用公式27(2) } P = \pi \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

$$= 3 \cdot 1416 \sqrt{2(9^2 + 3^2)} = 40 \cdot 149 \text{ 寸。}$$

### 習 題 三 十 五

1. 圓之直徑是 75 尺，求其面積及圓周。
2. 圓之面積是 27171.6 方尺，求其半徑及圓周。
3. 求一半寸銅桿之截面的面積。
4. 求兩圓圈間之面積，若外圓之直徑是 9 寸，而內圓之直徑是 8 寸。
5. 求一放水管截面上鐵之面積，若水管外圈之直徑是 40 寸，而管殼厚 1 寸。
6. 求一園地之面積，該園成一橢圓形，長軸線是 36 尺，而短軸線是 22 尺。
7. 在一 3 呎闊， $2\frac{1}{2}$  呎長之鋼片上，鑽過 26 個  $1\frac{3}{4}$  吋直徑之圓孔，求鋼片上餘剩之面積。
8. 若 1 吋直徑之水管須要 15 分鐘放空兩桶水，若用 8 吋直徑水管在 24 小時中能放空多少桶水？桶之大小相同。
9. 若一蒸汽機之活塞的直徑是 30 吋，每方吋之面積上受蒸汽壓力 100 磅，則活塞上共受多少磅壓力？
10. 若一橢圓管子之長軸線是 16 吋，短軸線是 10 吋，如欲換一同截面面積之圓管子則其直徑是多少吋？
11. 若一火車之推動輪的直徑是 66 吋，則每分鐘需有若干公

轉使火車於每小時行 40 哩？

12. 若一火車之推動輪的圓周是 16 呎，則每分鐘需若干公轉則每時可行 60 哩？
13. 一火車推動輪之直徑是 5 呎，轉動 10,000 公轉後，車祇行 24 哩，則車輪滑失多少哩。
14. 若圓周之長是 132 呎，求(1)直徑之長，(2) $40^\circ$  之弧線的長度，(3) $80^\circ$  扇形之面積。
15. 有一圓形水櫃直徑 15 呎，櫃上有 16 個鐵箍，鐵箍每呎長重 3 磅，鐵箍共重多少磅？
16. 一等邊六邊形之周長 42 呎，若將其包入一圓中，則圓之面積是多少？
17. 若由 17 吋寬，20 吋長之鋼片上切出一最大之圓片，則棄去之鋼片面積是多少？
18. 鑄鐵飛輪之最大圓周速率是每秒鐘 80 呎，則 8 呎直徑之鑄鐵飛輪之最大公轉數每分鐘是多少？
19. 砂輪之最大圓周速率是每分鐘 5500 呎，則 9 吋直徑之砂輪每秒鐘應可有多少公轉？
20. 最堅固之磨刀石輪，其每分鐘之圓周速率不得超過 2820 呎，則 3 呎直徑之磨刀石輪每分鐘可有多少公轉？
21. 一平方之面積是 49 方尺，若將此方切成最大之圓片，則圓周是多少呎及面積是多少？
22. 若由 24 吋直徑之圓木切出一最大之四方木料，則每邊

是多少長？

23. 一滾草地之滾石有圓周 6.5 呎，闊 2.5 呎，若滾石滾過草地每次須 10 公轉，將全草地滾平須來回滾動共 12 次，求草地之面積。
24. 用以下之公式可推算一大圈中可以包入多少同直徑之小圓圈， $N=0.907\left(\frac{D}{d}-0.94\right)^2+3.7$ 。  $N$  代表小圓圈個數， $D$  代表大圓圈之直徑， $d$  代表小圓圈之直徑，用此公式求一 5 吋直徑之管子中可容納多少  $\frac{1}{2}$  吋直徑銅桿。
25. 在一  $2\frac{1}{2}$  吋直徑之圓盒底上可放置多少 0.4 吋直徑之鋼珠？
26. 在一 10 呎直徑之圓片割一截片，截片之弦長 6 呎 6 吋，求此截片之高。
27. 圓截片之弦長 4 呎 6 吋，截片高 1 呎 10 吋，求圓片之半徑。
28. 求一扇形之面積，若圓之半徑是 28 吋，而扇形包括之角度是  $50^\circ 36'$ 。
29. 何者能佔據一平方中之面積的最大部份，一大圓或四個同直徑的小圓？
30. 一火車推動輪之直徑是 76 吋，每分鐘有 210 公轉，若 2% 之速率在軌上滑失，則火車之速率每小時是多少哩？



31. 求一橢圓鐵板之面積及其周，長軸線是 2 呎 7 吋，短軸線是 2 呎 3 吋。

### 等邊多邊形與圓綯

常時需決算等邊多邊形之面積，包入一假定之圓中或在圓外，此項問題，用三角術極易推算，但亦可由幾何解答，惟甚煩雜，是以特列下表使簡易此種推算。

- (一) 求多邊形之面積，已知邊之長度可將邊長方乘，再乘表中第(2)行所載之數。
- (二) 求多邊形之一邊長度，已知多邊形之面積，可將多邊形之面積以表中第(2)行所載之數除之，再將答數開方則得邊之長度。
- (三) 求多邊形外圓之半徑，已知多邊形一邊之長度，可以邊之長度乘表中第(4)行所載之數。
- (四) 求包入多邊形中之圓的半徑，已知多邊形一邊之長度，可以邊之長度乘表中第(5)行所載之數。
- (五) 求可包入一圓中之多邊形的邊之長度，已知圓之半徑，可將圓之半徑乘表中第(6)行所載之數。

例一 求一等邊五邊形之面積，每邊長 7 吋。

答 面積 =  $7 \times 7 \times 1.7204774 = 84.30339$  方吋。

例二 求一等邊八邊形的邊之長度，已知其面積是 4376 方呎。

答 邊長 =  $\sqrt{4376 \div 4.828} = 30.106$  呎。

## 推算等邊多邊形與圓表

(1) 多邊形 邊形	(2) 面積乘數 邊=1	多邊形外圓之半徑		(5) 內圓之半徑 邊=1	(6) 邊之長度當外 圓之半徑=1
		(3) 由中心之垂線=1	(4) 邊=1		
三角形	0.4330127	2.	0.5773	0.2887	1.732
四方形	1.	1.414	0.7071	0.5	1.4142
五邊形	1.7204774	1.238	0.8503	0.6882	1.1756
六邊形	2.5980762	1.156	1.	0.866	1.
七邊形	3.6339124	1.110	1.1524	1.0388	0.8677
八邊形	4.8284271	1.083	1.3066	1.2071	0.7653
九邊形	6.1818242	1.064	1.4619	1.3737	0.684
十邊形	7.6942088	1.051	1.6180	1.5388	0.618
十二邊形	11.1961524	1.037	1.9319	1.8660	0.5176

例三 求作一 $2\frac{1}{2}$ 吋邊之等邊十邊形。

【解】 先求其外圓之半徑，外圓半徑 $=2\frac{1}{2} \times 1.618$   
 $=4.045$  吋。

先以 4.045 吋半徑畫一圓圈，以 $2\frac{1}{2}$ 吋，分圓周可分  
 十邊。

例四 求作一等邊七邊形在一 3 吋半徑之圓中。

【解】 先求七邊形的邊之長度。

邊之長度  $=3 \times 0.8677 = 2.6$  吋。

以 2.6 吋分圓周可得七邊形。

## 習題三十六

1. 從一  $3\frac{1}{4}$  吋直徑之圓片切出以下之各等邊多邊形，其邊各長幾吋？  
(a) 等邊三角， (b) 四方形， (c) 等邊六邊形， (d) 等邊八邊形。
2. 求圓片之半徑，每片可切出以下之一種多邊形： (a)  $2\frac{1}{2}$  吋等邊三角。 (b)  $1\frac{1}{2}$  吋邊之等邊五邊形。 (c)  $1\frac{1}{8}$  吋邊之等邊八邊形。
3. 求以下等邊多邊形之外圓直徑： (a) 2 吋邊之等邊三角， (b)  $1\frac{5}{8}$  吋邊之等邊六邊形。
4. 求一 5 吋半徑圓之面積與圓內包入以下各等邊多邊形面積之較：  
(a) 等邊三角， (b) 等邊五邊形， (c) 等邊六邊形， (d) 等邊八邊形， (e) 等邊十邊形。
5. 求一最大圓片之面積及半徑，由此圓片可切出一 4 呎邊之等邊三角。
6. 由一圓片切出之最大的等邊三角是每邊長 1.7 吋，求圓片之直徑。
7. 包入一圓中之等邊六邊形的面積是  $24\sqrt{3}$  方吋，求此圓

之面積與圓周。

8. 一 10 吋直徑之圓與一等邊六邊形有同樣的面積，則此等邊六邊形之邊長多少吋？

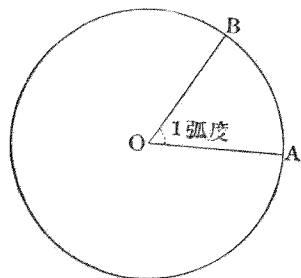
## 第十三章 圖解算法

**單位** 量度任何數值，必須採用合宜的單位，量計長度則有各種單位，即吋，呎，米，哩，公尺，及公里等，量計角度常用直角，角度及弧度為其單位。

用直角為單位，則以所量之角度按直角之分數或倍數計之。例如  $30^\circ$  角是直角( $90^\circ$ )的三分之一，或  $180^\circ$  是直角的兩倍。

用角度為單位，則將一直角分為 90 等分，每分謂之一度( $1^\circ$ )，每度分 60 等分，每分謂之一分( $1'$ )，每分再分 60 等分，每分是一秒( $1''$ )，例如 47 度，25 分，14 秒之角度可寫作  $47^\circ 25' 14''$ 。

**圓的量度** 圓的量度之單位是弧度 (Radian)，弧度之定義是



(48)

圓中心之角由與圓之半徑等長之弧量之。若(48)圖，弧  $AB =$  半徑  $OA$ ，則角  $AOB = 1$  弧度，因圓周是  $2\pi \times$  半徑，則圓周上有  $2\pi$  倍的弧是與圓之半徑等長，則  $2\pi \times$  弧度  $= 360^\circ$ 。

$$\pi \times \text{弧度} = 180^\circ。$$

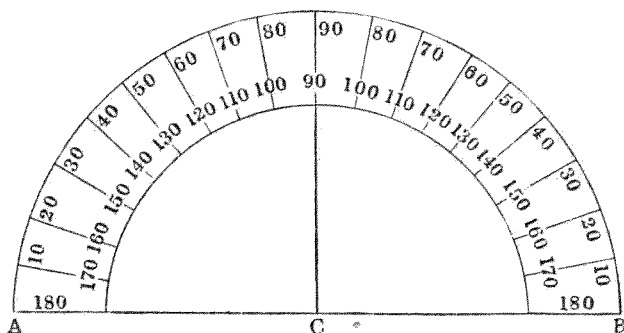
$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ 弧度} &= 180^\circ \div \pi = 180^\circ \div 3.1416 \\ &= 57.29578^\circ。 \end{aligned}$$

代爲度數，分數，秒數  $= 57^{\circ} 17' 44.8''$

既  $\pi$  乘弧度  $= 180^{\circ}$ ，則  $1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \times$  弧度。

$$1^{\circ} = \frac{3.1416}{180} \text{ 弧度} = 0.01745 \text{ 弧度。}$$

量角規 (Protractor) 包括一相當直徑的半圓規尺，圓周分爲度數由  $0^{\circ}$  至  $180^{\circ}$ ，並  $180^{\circ}$  至  $0^{\circ}$  若 (49) 圖，故兩端皆可讀數。



(49)

用量角規量角時，先將量角規放置在所須量之角上，而使  $C$  點與角頂重合， $AB$  線之一端與角之一邊重合，角之他邊必在量角規之讀數記號上，該讀數從  $AB$  邊上數起者即是角之讀數。

用量角規畫指定度數之角時，先用尖鉛筆畫一直線，將量角規之  $AB$  邊置與直線齊，並將  $C$  點置在直線之一端，用尖鉛筆沿量角規之圓周點出指定角之度數，將此點與  $C$  點端相連接則角畫成矣。其準確之程度端賴器械之精緻及其運用時仔細。

## 習 題 三 十 七

1. 畫三個三角並量每角之度數，求每三角各角度之和，每三角的角度之和是否相等？
2. 畫一直角三角並量其兩銳角，此兩銳角之和是多少度？
3. 畫一等邊三角並量其角度，三個三角之和是多少度？
4. 畫一等腰三角並量其角度，內有兩相等角否？
5. 畫以下之角度， $26^\circ$ ， $75^\circ$ ， $106^\circ$ ， $146^\circ$ 。
6. 試說 $1\frac{1}{2}$ 弧度的角度應如何畫法？
7. 以下之角度各有多少弧度  $27^\circ 45'$ ， $47^\circ 26'$ ， $109^\circ 30'$ ？
8. 化以下之弧度為角度，2 弧度， $\frac{3}{4}$  弧度，1.75 弧度。
9. 畫一直線  $AB$   $2\frac{1}{2}$ 吋長，在  $A$  點畫一角度  $115^\circ$ ，畫  $AC$  直線  $\frac{3}{4}$ 吋長，在  $B$  點畫一角度  $97^\circ$ ，畫  $BD$  線  $1\frac{3}{8}$ 吋，接  $CD$  線並量其長度。
10. 畫一平行四邊形並量其角度，四個角度共多少度？有相等角否？
11. 畫一任何四邊形並量其角度 四個角度共多少度？

## 面 積 圖 解 法

照尺寸畫圖 設如欲畫室中之地板 10 呎長，20 呎寬，在圖

畫上可擇相當規尺以代表之，常時以 $\frac{1}{8}$ 吋代 1 呎，一國之地圖常以 1 吋代 50 哩，或用其他相當的規尺。

畫一三角按所指定兩邊之長及兩邊中包含之角度，設指定  $AB=10$  呎， $AC=8$  呎， $BAC$  角  $=45^\circ$ 。

先擇一相當規尺，設如以 $\frac{1}{8}$ 吋代表 1 呎，則 10 呎  $=1\frac{1}{4}$ 吋，8 呎  $=1$  吋。

先畫  $AB=1\frac{1}{4}$ 吋，在  $A$  點用量角規畫  $45^\circ$ ，再畫  $AC=1$  吋，接  $BC$  則所需之三角成矣，若(50)圖，如欲求此三角之面積，量高度  $CD$ 。

面積  $=\frac{1}{2}AB \times CD$ ，均以  $\frac{1}{8}$  吋代表 1 呎。

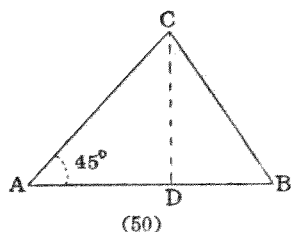
答數是平方吋。

畫一三角規定一邊之長及邊上之兩角，設如  $AB$  長 30 呎， $A$  角是  $40^\circ$ ， $B$  角是  $49^\circ$ ，先畫  $AB$  線

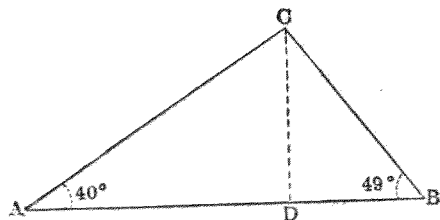
以 $\frac{1}{8}$ 吋代 1 呎，則 30 呎

$=3\frac{3}{4}$ 吋，用量角規在  $A$  點

畫  $40^\circ$ ， $B$  點畫  $49^\circ$ ，延長兩邊交點在  $C$ ，則為所



(50)

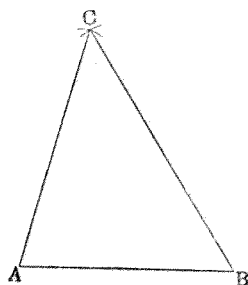


(51)

需之三角，若(51)圖，如欲求此三角之面積，可量高度  $CD$ ，仍以  $\frac{1}{8}$

吋代表 1 呎，面積 =  $\frac{1}{2} AB \times CD$  答數是平方呎。

畫一三角規定三邊之長， $AB=60$  量竿， $AC=70$  量竿， $BC=80$  量竿，以 1 吋代表 40 量竿，則  $AB=1\frac{1}{2}$  吋， $AC=1\frac{3}{4}$  吋， $BC=2$  吋。



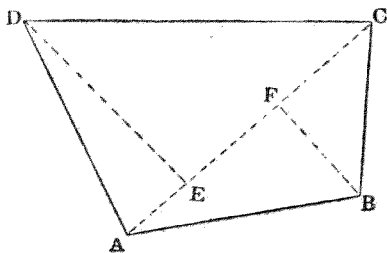
(52)

先畫  $AB=1\frac{1}{2}$  吋，用彎腳規先以  $A$  作中心畫一  $1\frac{3}{4}$  吋半徑之弧線，再以  $B$  作中心畫一 2 吋半徑之弧線，交叉在  $C$ ，接  $AC$  與  $BC$ ， $ABC$  是所需之三角，若(52)圖。

用以上之方法可畫出其他形式之圖

案，將其分為許多三角，則面積可以量算。

例如(53)圖  $ABCD$  是一片平地之圖案，規尺是 1 吋代表 400 公尺，此地之面積可以量計，先畫對角線  $AC$ ，並畫三角  $ABC$  及三角  $ADC$  之高度，用尺量計仍以 1 吋代表 400 公尺。



(53)



$$\text{面積 } ABCD = \text{面積 } ABC + \text{面積 } ADC$$

$$= \frac{1}{2}AC \times BF + \frac{1}{2}AC \times DE = \frac{1}{2}AC (BF + DE)$$

有時將圖案畫在方格紙上，以每方格作單位而計算其面積亦有相當之準確。

### 習 題 三 十 八

1. 三角之兩邊長 18 呎與 24 呎，此兩邊中所含角度是  $98^\circ$ ，求他邊之長及其面積。
2. 三角之底邊長 10 公尺，其他之兩邊長 7 公尺與 5 公尺，量此三角之高度並求其面積。
3. 求第 2 題之面積用公式  $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$  算之。
4. 三角之底邊長 28 呎，邊上兩端之角是  $39^\circ$  與  $49^\circ$ ，求其他兩邊之長及其面積。
5. 三角之角度是  $48^\circ$ ， $78^\circ$  與  $54^\circ$ ，求  $78^\circ$  角對面之邊的長度，若  $48^\circ$  角對面之邊長 32 呎。
6. 三角之兩邊  $AB$  與  $BC$  是 44.7 呎長與 96.8 呎長， $ABC$  角是  $32^\circ$ ，求
  - (a) 由  $A$  至  $BC$  的垂線之長，(b) 三角  $ABC$  之面積，
  - (c)  $A$  與  $C$  之角度。
7. 在方格紙上畫一圓半徑六格，每方格代表 16 方尺，計算

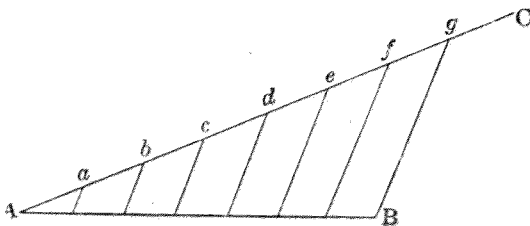
方格共合多少方尺，再用公式  $A = \pi r^2$  計算，比較其結果。

8. 在方格紙任意畫一三角，擇定每格代表幾尺，先計算方格共合多少方尺，再用公式算出以比較其答數。
9. 畫一四邊形在方格上，擇定每格代表幾尺，先計算方格共合多少方尺，再用計算法算出以比較其答數。
10. 畫一  $ABC$  三角用規尺  $\frac{1}{8}$  吋代表 1 呎， $AB = 17$  呎， $AC = 19$  呎， $BC = 23$  呎，求其面積。
11. 畫一任何不等邊之多邊形在方格紙上，擇定每格代表多少尺，先計算方格合多少方尺，再將多邊形分為許多三角，量底邊及高度，用算法算出，結果之相差是多少？
12. 畫一 10 呎半徑並包含  $40^\circ$  之扇形在方格紙上，先計算方格合多少方尺，再用公式算出以比較之。

[註]以上(1)至(12)均須精細畫好，用規尺量度後而計算之。

### 各種有用的作圖法

(一)將一直線分為所需的若干等分：按 (54) 圖，設如欲將直

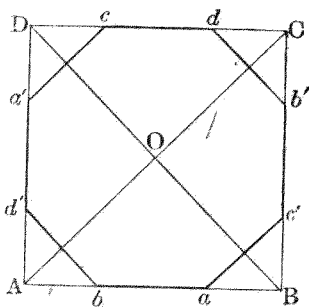


(54)

線  $AB$  分作七等分，先畫  $AB$  線，由  $A$  點再畫一  $AC$  線與  $A$  成任何相宜的角度。擇一相當的長度由  $A$  點起沿  $AC$  線上分七等分在  $a, b, c, d, e, f, g$  點，接  $gB$  線，再由  $f, e, d, c, b, a$  點畫與  $gB$  平行之線，則  $AB$  線被分爲七等分矣。

(二) 將一四方形之四角切去成一等邊八邊形，若(55)圖，畫一正方  $ABCD$ ，再接對角線  $AC$

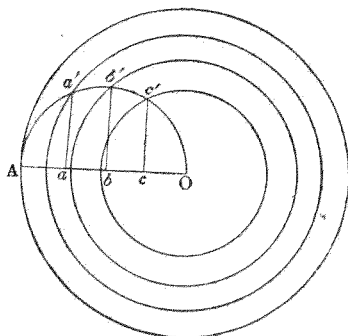
與  $BD$ ，交點在  $O$ ，以角頂  $A, E, C, D$ ，作中心點，半徑  $=AO$ ，用彎脚規劃出  $a, a', b, b', c, c'$  與  $d, d'$  點，將此等劃出之點連接則等邊八邊形  $ba'c'b'dca'd'$  成矣。



(55)

(三) 用同心的圓將一大圓分作若

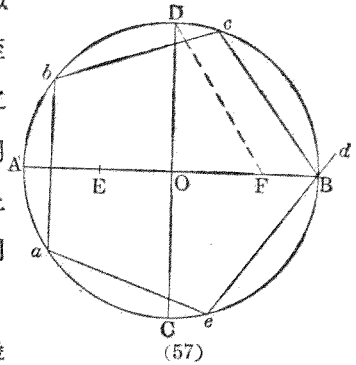
干等分，若(56)圖，先畫大圓之半徑  $OA$ 。在  $OA$  上畫一半圓，再將  $OA$  線分作所需之等分（設如欲分大圓爲四等分）將  $OA$  分作四等分  $Aa, ab, bc, cO$ 。由  $OA$  線上之分線畫垂線  $aa', bb', cc'$  等交點於半圓之圓周，以  $O$  作圓中心，而以  $Oa', Ob', Oc'$  作半徑畫同心圓，



(56)

則將大圓分爲四等分矣。

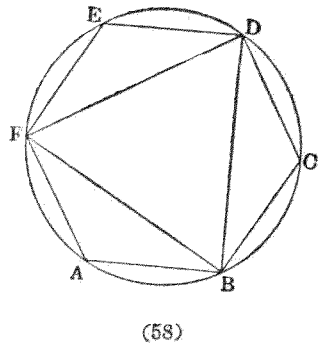
- (四) 在一規定之圓中畫一等邊五邊形，先在圓中畫兩垂直的直徑  $AB$  與  $CD$  若(57)圖，交點在中心  $O$ ，將  $AO$  對分在  $E$ 。用  $E$  作圓中心而以  $ED$  爲半徑畫弧線  $DF$  至  $AB$ ，則  $DF$  即等於圓中之等邊五邊形的邊之長度，用此長度以彎脚規在圓周上分得  $a, b, c, d, e$  點，則所需之等邊五邊形成矣。



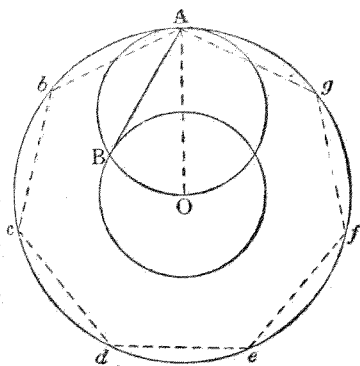
- (五) 在一規定之圓中畫一等邊六邊形，因等邊六邊形的邊長即等於圓的半徑之長，可用彎脚規按圓之半徑的長度在圓周上分點，則得等邊六邊形。

- (六) 在一規定之圓中畫一等邊三角，則須連接圓中之等邊六邊形的交錯頂角，如(58)圖，等邊三角  $BDF$ 。

- (七) 在一規定之圓中畫一等邊七邊形，先在規定之圓中畫一同心圓其半徑是  $\frac{1}{2}$  的規定圓之半徑，在內圓之圓周上之



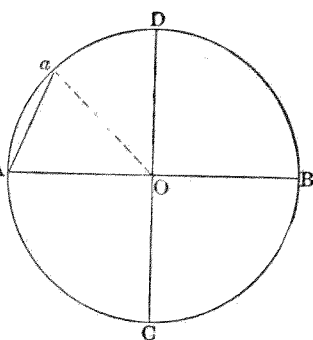
任何一點再畫一內切圓，  
 在規定圓之圓周上的切  
 點  $A$ ，在內圓之圓周上  
 的交點  $B$ ，則  $AB$  幾等  
 於等邊七邊形的邊長，若  
 (59)圖，用彎脚規按  $AB$   
 之長可分圓周七等分，若  
 $A b, c, d, e, f, g$ 。



(59)

(八)在一規定之圓中畫一等

邊八邊形，先畫兩垂直的直  
 徑  $AB$  及  $CD$ ，再將任何一  
 弧線若  $AD$  對分則得等邊八  
 邊形之邊長若 (60)圖中  $Aa$ 。



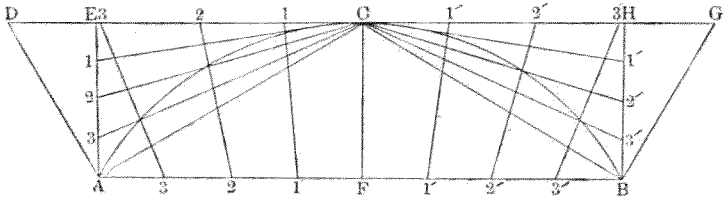
(60)

(九)在一規定之圓中畫一等邊十

邊形，先按 (57) 圖之畫法得  
 到等邊五邊形之邊長，將此  
 一邊若  $ab$  畫好，將  $ab$  上之

弧線對分，按此弧線之長適可等分圓周十分，接此等分點  
 則得一等邊十邊形。

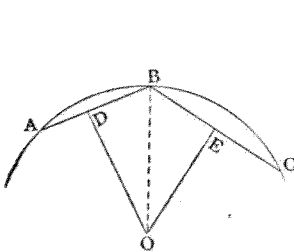
(十)已知弦之長及圓截片之高畫弧線，若(61)圖， $AB$  = 弦長，  
 $CF$  是圓截片之高度，先畫一長方形其長度 =  $AB$ ，寬度  
 =  $CF$ ，畫對分  $AB$  之垂直線  $CF$ ，畫對角線  $CA$  與  $CB$ 。



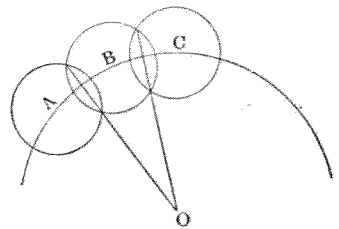
(61)

畫  $AD$  垂直於  $CA$ ，及  $BG$  垂直於  $CB$ 。先將  $AE, AF$ ，與  $CD$  皆分作同數的(四分, 六分, 或八分)等分若  $1, 2, 3$ ，並將  $BF, BH$ ，與  $CG$  亦分作同樣的等分若  $1', 2', 3'$ ，以平滑之曲線連接  $1, 2, 3$  並  $1', 2', 3'$  直線之交點即成所需之圓截片，見(61)圖。

(十一) 祇有一部份之圓周如何由其可找尋此圓之半徑，常時有人以一塊破碎之輪或滑車來求作新輪，則廠家必須先找尋全輪之半徑，先將破碎之部畫出，如(62)圖，先由所畫出之弧線再畫任何兩弦  $AB$  及  $BC$ ，對分  $AB$



(62)



(63)

及  $BC$  在  $D$  點及  $E$  點，由  $D$  及  $E$  畫垂線交點  $O$  是圓之中心， $OB$  是原輪之半徑。

簡捷求弧線之半徑法見(63)圖,先在弧線上之任何相當點  $A, B, C$ , 作中心, 畫三個等半徑的交切圓, 由交切點畫直線則相交點  $O$  是全圓之中心  $OA, OB$ , 或  $OC$  是圓之半徑。

## 第十四章 稜形體 (Prisms)

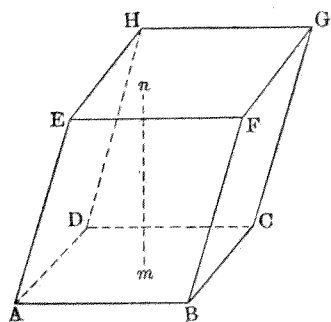
**【定義】** 兩個平面無論延長或漲大至若何地位而不能交遇者謂之平行平面, 是則兩平面各部相等距。

與平面平行之線無論如何延長, 不能交遇在平面上。

一線垂直於平面, 則在垂線下端而在平面上之線皆互相垂直。

一稜形體是一固體, 其兩端或上下兩面是平行多邊形, 其邊面

是平行四邊形, 按(64)圖, 圖之上下兩面  $EFGH$  與  $ABCD$  是平行多邊形, 其邊面  $ABFE$ , 與  $BCGF$  等皆是平行四邊形。  $AB, BC$  等線與  $EF, FG$  等線謂之底線。  $AE, BF$  等線謂之邊線。



(64)

凡稜形體之底線與邊線垂直者謂之正稜形體, 此等稜形體之邊面

是長方形, 凡稜形體之底線與邊線不成垂直者謂之斜稜形體, 此等稜形體之邊面是平行四邊形。稜形體按其兩端之形狀有三角形, 正方形, 長方形及六角形等稜形體之名稱, (65) 圖是一三角形正稜

形體。

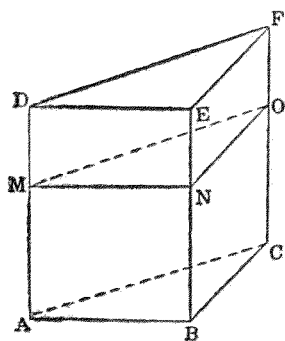
所謂截面者 (Cross section) 即是與邊線垂直之截面, 按(65)圖  $MNO$  或  $ABC$ , 或  $DEF$  是稜形體之截面。

底面的邊線之和謂之底面之周度 (Perimeter of the base)。

一稜形體之高度是其上下兩面間之垂直線若(64)圖中之  $mn$ 。

正稜形體之高度即是其邊線之長度若(65)圖中之  $EB$  等。

一正稜形體之上下兩面是長方形, 稱謂長方形固體。立方之六面皆是正方, 在實用上之計算皆關於正稜形體較多。



(65)

傍面積 (Lateral area) 者是稜形體邊面之面積而不包括上下面, 正稜形體之邊面皆為長方形而計算極易, 則傍面積之計算有以下之定律。

**定律** 凡正稜形體之傍面積皆等於其底面之周度乘其高度。

稜形體之總面積是等於其傍面積加其上下兩面之面積。

若以  $S$  代表傍面積,  $T$  代表總面積,  $A$  代表上下面每面之面積,  $P$  代表底邊之周度,  $h$  代表稜形體之高度  $a$  代表邊之長度, 則定律可歸入以下之公式:

$$(28) S = Ph$$

$$(29) T = Ph + 2A$$

$$(30) T = 6a^2 \quad \text{祇合計算立方之總面積。}$$



$$(31) P = S \div h.$$

$$(32) h = S \div P.$$

例題 求一三角形正稜形體總面積，稜形體之高度是20呎，底面三邊長 2 呎，3 呎，及 4 呎。

【解】  $P = 2 + 3 + 4 = 9$  呎，總面積  $= T = Ph + 2A$ ，計算  $A$  用公式(7)

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{4.5 \times 2.5 \times 1.5 \times 0.5} \\ &= \sqrt{8.4375} = 2.9047 \text{ 方呎。} \end{aligned}$$

$$T = 9 \times 20 + 2 \times 2.9047 = 185.81 \text{ 方呎弱。}$$

體積 按(66)圖，其底面上面積之數與在底面上的立體之數相等，而立體之層數與高度之量度相等，單位相同，若(66)圖之單

位以吋計。

則右圖之體積  $= Ah$ 。

$A$  以方吋計， $h$  以吋計，則體積是立方吋。

凡正稜形體之體積與右圖之長方塊計算同。

若以  $V$  代體積而其餘之字母與公式

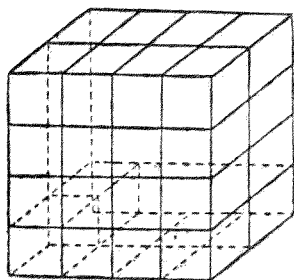
(66)

(28)至(32)所代表者同。

則以下之公式可合運用：

$$(33) V = Ah \text{ 任何稜形體之體積。}$$

$$(34) V = a^3 \text{ 立方之體積。}$$



$$(35) h = V \div A.$$

$$(36) A = V \div h.$$

例一 一三和土柱之截面是等邊六邊形，每邊長 8 吋，柱高 12 呎，求此柱之體積及重量，若每立方呎三和土重 138 磅。

【解】 六邊形可分六個等邊三角每邊長 8 吋，則  $A = 6 \times 0.433 \times 8 \times 8$  方吋。

$$\text{既每方呎} = 144 \text{ 方吋。則 } A = \frac{6 \times 0.433 \times 8 \times 8}{144} = 1.1547$$

方呎。

$$V = Ah = 1.1547 \times 12 = 13.8564 \text{ 立方呎。}$$

$$\text{柱重} \quad 13.8564 \times 138 = 1912 \text{ 磅強。}$$

例二 一長方櫃內之尺寸如下：長 4 公尺，闊 2 公尺，高  $1\frac{1}{4}$  公尺，問櫃中可貯米多少？

【解】  $V = 4 \times 2 \times 1\frac{1}{4} = 4 \times 2 \times \frac{5}{4} = 10$  立方公尺。

$$\begin{aligned} \text{每立方公尺} &= 1 \text{ 公升(呎)} \text{則 } 10 \text{ 立方公尺} = 10 \times 10 \\ &\times 10 \times 10 \text{ 立方公尺。} \\ &= 10,000 \text{ 公升} = 100 \text{ 公石。} \end{aligned}$$

### 習 題 三 十 九

1. 求以下長方形固體之體積：

- (a) 高 8 尺，闊 11 尺，長 32 尺。
- (b) 高 3 尺，闊  $4\frac{1}{2}$  尺，長  $7\frac{3}{4}$  尺。
- (c) 高 12 尺，闊  $30\frac{1}{2}$  尺，長  $41\frac{1}{2}$  尺。
- (d) 高 3 呎 7 吋，闊 17 呎 2 吋，長 19 呎 3 吋。
2. 一立方水櫃內之每邊長 4 公尺，櫃中盛滿水是多少公擔？  
(每立方公寸之清水計重一公斤)。
  3. 掘一地坑，長 40 呎，闊 26 呎，深 7 呎，共需掘去泥多少立方嗎？
  4. 一塊花崗石 (Granite) 長 7 呎，闊 6 呎，厚  $1\frac{1}{2}$  呎，求此石之重量，若花崗石之比重是 2.9。
  5. 一鑄鐵柱是一六邊形稜形體高 12 呎，底邊每邊長 3 吋，求此柱之重量，若鑄鐵之比重是 7.4。
  6. 有一堆磚頭闊  $8\frac{1}{2}$  呎，長 10 呎，高 4 呎，若每塊磚頭闊 4 吋，長 8 吋，厚 2 吋，則堆中共有磚多少塊？
  7. 在一 8 呎長，6 呎闊，4 呎高之木箱中可裝 9 吋長，4 吋闊，3 吋厚之木塊多少塊？
  8. 一立方水槽內釘鋅皮共用鋅皮 180 方呎，則槽中能容水多少立方呎？
  9. 一載貨車之車箱長 9 公尺，闊  $2\frac{2}{3}$  公尺，高  $1\frac{1}{3}$  公尺，車

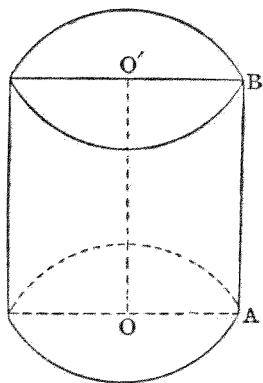
內可裝麥多少公石？

10. 每立方呎之鋼重 0.29 磅，一工字鋼樑闊 5 吋，高 12 吋，鋼厚 1 吋，樑長 22 呎，求其重量。
11. 用鉛皮包一面積長 32 呎，闊 48 呎，鉛皮厚  $\frac{1}{12}$  吋，約 5% 重量之鉛皮用在接口處，求鉛皮之重量，每立方呎鉛重 0.412 磅。（見比重表）
12. 一長方箱是用  $\frac{1}{8}$  吋厚之鋼皮做成，箱子長 4 呎，闊 3.4 呎，高 2.6 呎，求箱之重量。
13. 由  $\frac{1}{2}$  吋闊， $1\frac{1}{4}$  吋寬之方鋼棍上截下多少呎，則適有 1 立方呎之體積？
14. 一正稜形體之底面是三角形邊長 12 呎，15 呎，17 呎，稜形體之高度是  $8\frac{1}{2}$  呎，求其傍面積。
15. 求 14 題之稜形體的體積。
16. 求一立方之體積其對角線是 8 吋。
17. 掘溝之費用，統計每立方碼合國幣 2 角 7 分，若掘一 15 呎闊，6 呎深，及 15 哩長之溝共需費用若干？
18. 一河寬 76 呎，深 12 呎，河流之速度是每小時  $3\frac{1}{2}$  哩，在河上之一定地點上每分鐘有多少立方呎之水經過？

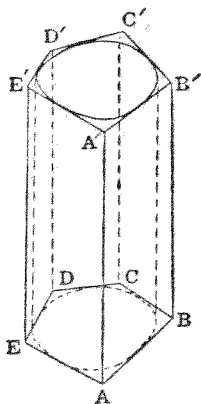
19. 一水櫃長 7 呎，闊 4 呎，深 8 呎，水櫃內四邊及底釘鋅皮須費多少元？鋅皮每方呎合一角五分。
20. 鑄鐵冷至華氏 70 度時，每呎收縮  $\frac{1}{8}$  吋，則每立方呎之鑄鐵收縮多少體積？
21. 銅皮每磅值國幣四角，每方呎重 12 兩，若用紫銅皮包一 7 呎邊之立方需值若干？

## 第十五章 圓筒體 (Cylinders)

**【定義】** 一正圓筒體或一由旋轉而成之圓筒體是一固體，由旋轉一長方以其一邊為軸而成之，若(67)圖，長方  $OABO'$ ，以其邊  $OO'$  為軸而旋轉之，則成圓筒體。



(67)



(68)

由此定義，則兩底面是圓，而傍面積是曲面，圓筒體之軸是接

兩圓中心之線  $OO'$ ，此軸線是垂直於底面，且即是圓筒體之高度，圓筒體之截面，是與軸線成垂直之截面。

一包入稜形體之圓筒體是圓筒體之兩底面包入在稜形體的兩底面之中，若(68)圖，圓筒體是包入稜形體之中，若圓筒體在外而稜形體在內，則謂之包入圓筒體中之稜形體。

**面積與體積** 若一正圓筒體之傍面，可以剝下而攤開，則此傍面成一長方，此長方之闊度是等於圓筒體之高度，而其長度是等於圓筒體底面之周，由是則有以下之定律。

**【定律】** 一正圓筒體之傍面積是等於底面之圓周乘圓筒體之高度，總面積是等於傍面積加兩底面之面積，圓筒體之體積是等於底面之面積乘其高度。

若以  $S$  代表傍面積， $T$  代表總面積， $A$  代表底面之面積， $h$  代表圓筒體之高度，則由定律得有以下之公式。

$$(37) S = 2\pi r h \quad r = \text{底圓之半徑。}$$

$$(38) V = Ah = \pi r^2 h.$$

$$(39) h = V \div A.$$

$$(40) A = V \div h.$$

**空心圓筒體** 求空心圓筒體之體積可由圓筒體之體積中減去空心圓筒體之體積即得，若  $r$  代表圓筒之半徑， $q$  代表空心圓筒之半徑，則空心圓筒之體積有公式如下：

$$(41) V_1 = \pi r^2 h - \pi q^2 h = \pi h(r^2 - q^2) = \pi h(r+q)(r-q).$$

例一 求一空心圓筒體之體積，圓筒高 7 吋，內圓直徑是

6 吋，外圓直徑是 8 吋。

【解】  $V_1 = \pi h(r+q)(r-q)$ ,  $r=4$  吋,  $q=3$  吋, 用  $\pi=3\frac{1}{7}$

$$\text{則 } V_1 = 3\frac{1}{7}(4+3)(4-3) \times 7 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ 立方呎。}$$

例二 汽鍋之馬力是等於 10 方呎之受熱面積，今有蒸汽鍋一具，汽鍋之圓筒之半徑是  $2\frac{1}{2}$  呎，長 5 呎，內有  $3\frac{1}{2}$  吋直徑之管子 54 根，假設汽鍋之圓筒的一半傍面積是可受火燒熱，求總數受熱面積及汽鍋之馬力。

【解】 汽鍋圓筒上之受熱面  $= \frac{1}{2} \times 2\pi rh = \pi rh$ 。

$$= 3.1416 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 16 = 125.664 \text{ 方呎。}$$

$$\begin{aligned} 54 \text{ 根管子的受熱面} &= 3.1416 \times \frac{3.5}{12} \times 16 \times 54 \\ &= 791.683 \text{ 方呎。} \end{aligned}$$

$$\text{總數受熱面積} = 125.664 + 791.683 = 917.347 \text{ 方呎。}$$

$$\text{汽鍋之馬力} = 917.347 \div 10 = 91.73 \text{ 強。}$$

例三 求一鋼軸之重量，鋼軸之直徑是 2 吋，長 10 呎，每立方吋之鋼重 0.29 磅。

【解】 鋼軸之體積  $V = \pi r^2 h = 3.1416 \times 1^2 \times 10 \times 12$   
 $= 376.992 \text{ 立方吋。}$

$$\text{鋼重} = 376.992 \times 0.29 = 109.33 \text{ 磅弱。}$$

## 習 題 四 十

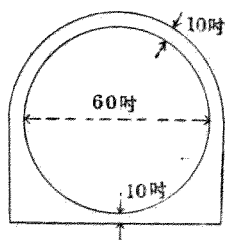
1. 一正圓筒體之底面的半徑是 5 吋, 高度 8 吋, 求傍面積, 總面積及其體積。
2. 一正圓筒體之底面積是 48 方吋, 高度 16 吋, 求圓筒體之半徑, 傍面積及體積。
3. 求一蒸汽機筒中之摩擦面積, 機筒之直徑是  $91\frac{1}{2}$  吋, 活塞之動程是 6 呎 8 吋。
4. 求一正圓筒體之總面積及體積, 圓筒體之半徑是 7 呎, 高 12 呎。
5. 求以下之每圓筒體水櫃能容多少公擔水。
  - (a) 直徑 2 公尺, 高 2 公尺。
  - (b) 直徑 2 公尺 8 公寸, 高 3 公尺。
  - (c) 直徑 6 公尺 7 公寸, 高 6 公尺 6 公寸。
  - (d) 直徑 10 公尺, 高 6 公尺 6 公寸。
6. 掘一半圓地道長 175 碼, 圓之半徑 14 呎, 共需掘出泥多少立方碼?
7. 一公升量器之直徑是 0.8 公寸, 則此量器應做多少高?
8. 一圓筒油櫃之直徑是 3 呎, 高 10 呎, 櫃中可容油多少加侖?  $231$  立方吋 = 1 加侖 (Gallon)。
9. 一空心鑄鐵機軸之內直徑是 10 吋, 外直徑是 18 吋, 長



- 20 呎，求此機軸之重量，若每立方吋之鑄鐵重 0.26 磅。
10. 清水從一 16 吋直徑之水管流入一長方水櫃，水櫃長 197 碼，闊 87 碼，水流之速度是每分鐘 880 呎，求需時多少可使櫃中之水升起 3 吋？
  11. 求一盤 0.05 吋直徑的紫銅線之長度，紫銅絲共重 70 磅，每立方吋之紫銅重 0.319 磅。
  12. 一盤 0.025 吋直徑之鋼絲重 50 磅，求鋼絲之長，若每立方吋之鋼重 0.29 磅。
  13. 一圓筒式水櫃之直徑是 6 呎，若櫃中有 315 加侖水，則水面是多少高？
  14. 一塊生金放入一圓筒量管之水中，則水面升起  $1\frac{1}{4}$  吋，若圓筒之直徑是 2 吋，生金每 25 克因值國幣 4 元，每立方吋之生金重 4865 克因，求此塊生金之值。
  15. 將一 8 吋長，1 吋直徑之紫銅棍拉成 200 呎長之等直徑之銅絲，則此銅絲之直徑是多少？
  16. 雨水從一 22 呎闊，36 呎長之屋頂上流入一 8 呎直徑之圓筒式水櫃中，櫃中積得雨水  $7\frac{1}{2}$  呎時則雨水共有幾吋？
  17. 求 7 哩長的  $\frac{1}{8}$  吋直徑紫銅線之重量，若每立方吋之紫銅重 0.319 磅。
  18. 一流水管是三和土做成，其截面如下圖，若欲做 500 碼

長，共需三和土多少立方碼？

19. 紫銅棍每方吋之截面上能受拉力 30,000 磅，則 0.25 吋直徑之紫銅桿能受多少磅的拉力而不斷？
20. 求一正方鍛鐵棒之尺寸，使其能受 43,000 磅之拉力，鍛鐵棒每方吋截面能受最大拉力 50,000 磅。
21. 做一橢圓形底之水筒能容 6 夸德，擇定橢圓形底之長短軸線為 10 吋及 7 吋，求此筒之高度。
22. 以下之定律是常用以計算汽鍋中之管子的受熱面積：將管子之根數乘管子之直徑以吋計，再乘管子之長以呎計，再乘 0.2618，答數是受熱面積以方呎計，用此定律計算 66 根 3 吋直徑 18 呎長管子之受熱面積。
23. 欲求平置多管汽鍋之容水量，先尋出  $\frac{2}{3}$  汽鍋殼之容積減去總數管子之體積即得，用此算法求一平置多管汽鍋之容水量，汽鍋長  $18\frac{1}{2}$  呎，直徑 66 吋，有 72 根 3 吋直徑管子。
24. 汽鍋之蒸汽容量常按  $\frac{1}{3}$  汽鍋殼之容量計算，求一汽鍋之蒸汽容量，汽鍋殼長 18 呎，直徑 78 吋。
25. 一雙作抽水機，機筒直徑 6 吋，動程 8 吋，每分鐘之動



程 160 次，此抽水機每分鐘能抽水多少加侖？

26. 一油車帶有一圓筒油櫃 8 呎直徑 34 呎長，櫃中可裝油多少加侖？若油之比重是 0.94，則櫃中能盛油多少磅？
27. 30 吋直徑之圓筒欲貯火酒 126 加侖需作幾吋高？

28. 若  $1\frac{1}{2}$  吋直徑之鐵棒每呎重 6.01 磅，則  $1\frac{1}{2}$  吋見方之鐵棒每呎重幾磅？

29. 求一空心鐵棒之重量，棒長 16 呎，鐵棒之截面是  $1\frac{1}{4}$  吋邊之等邊六邊形，中間圓孔直徑  $1\frac{1}{4}$  吋，每立方吋鐵重 0.28 磅。

30. 一圓筒油櫃 22 呎長，6 呎直徑，橫置地上，若油之平面離底 8 吋，則有油多少加侖？(用公式 25(2) 求圓截片面積)。

31. 計算蒸汽鍋之安全壓力須用安全因數 5 除，此即安全壓力是  $\frac{1}{5}$  的爆裂壓力，爆裂壓力以每方吋上磅計，則用以下

之公式， $P = \frac{TtK}{r}$ ， $P$  代表爆裂壓力以每方吋上磅計，

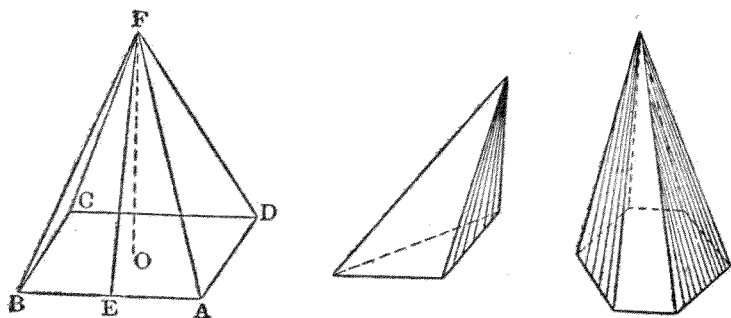
$T =$  汽鍋鋼板可受之壓力 = 每方吋 50000 磅， $t =$  汽鍋殼上鋼板之厚薄以吋計， $r =$  鍋殼半徑以吋計， $K = 0.56$  用單行砲頭釘者， $K = 70$  用兩行砲頭釘者， $K = 0.88$  用

三行砲頭釘者。用此公式求一汽鍋之爆裂壓力及安全工作壓力，汽鍋殼是用 $\frac{5}{16}$ 吋厚之鋼板做成，直徑 66 吋，有兩行砲頭釘。

32. 求一鍛鐵管之爆裂壓力，鐵管內直徑 3 吋，厚 $\frac{1}{8}$ 吋，鍛鐵可受之壓力是每方吋 40000 磅，用(31)題之公式，用 $K=1$

## 第十六章 稜錐體(Pyramid) 圓錐 (Cone) 截頭體(Frustum)

稜錐體是一固體其底是一多邊形，其傍面三角有同一角頂稱之謂稜錐體之頂尖，按其底之形狀而有方稜錐體，三角稜錐體及六



(69)

角稜錐體等之名稱，如(69)圖。

一正稜錐體是有一等邊多邊形之底而其傍面皆為相等的等腰三角。在一正稜錐體中其軸線(即由頂尖畫至底中心之直線)是與

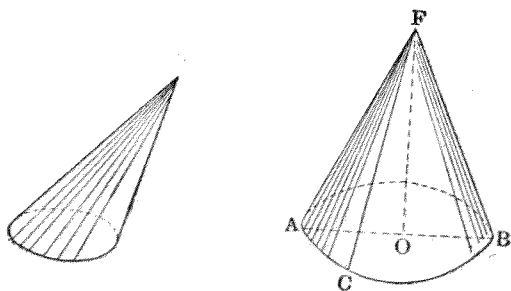
底面垂直，此線即是稜錐體之高度，如(69)圖之  $OF$  是稜錐體之高度。

由一正稜錐體之頂尖畫直線至底邊之中央謂之斜高線 (Slanting height) 如(69)圖之  $OE$  是稜錐體之斜高線。

傍線者即兩傍面交遇之線，如(69)圖之  $BF$ ，及  $AF$  等線。

圓錐體是一固體，其底是一圓，其傍面平齊收縮至尖頂謂之頂尖，圓錐體之軸線是由頂尖畫至底中心之線。

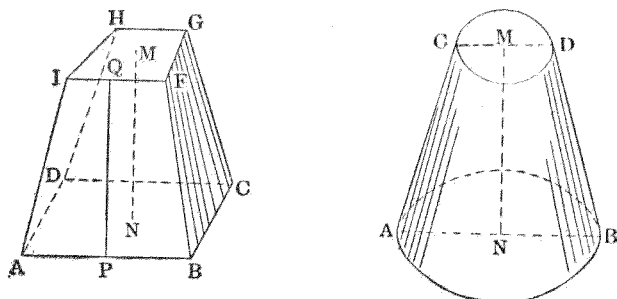
一正圓錐體之底面是一圓，而其軸線與底面成垂直，如(70)圖  $FACB$  是一正圓錐體。



(70)

一直角三角以其勾或股作軸線旋轉而成之固體是圓錐體。圓錐體之高度是由頂尖畫至底面中心之垂線，如(70)圖之  $OF$ 。斜高線是由頂尖畫至底面圓周上之線，如(70)圖之  $CF$  等。

**截頭體** 若將稜錐體或圓錐體之頭被一與底面平行之平面截去，其餘下之部份謂之稜錐體，或圓錐體之截頭體，如(71)圖 (a) 與 (b) 是截頭體。



(71)

截頭體之高度是底面間之垂直線，如 (71) 圖之  $MN$ ，一正稜錐體或一正圓錐體之截頭體的斜高線是兩底面周間之最短線，如 (71) 圖之  $PQ$ ， $PQ$  是每邊底線之垂直線，亦即是一正稜錐截頭體之傍面之高度。

**面積** 一正稜錐體之傍面積，是稜錐體之傍面三角面積之和，此項三角之高度既是稜錐體之斜高線，則互相等。又正稜錐體之底面是等邊多邊形則各三角之底邊皆相等，於是則得以下之定律。

**【定律】** (1) 一正稜錐體之傍面積，或一正圓錐體之傍面積是等於底面之周度 (Perimeter) 乘  $\frac{1}{2}$  的斜高度。

(2) 總面積則等於傍面積加底面積。

(3) 一正稜錐截頭體或一正圓錐截頭體之傍面積是等於  $\frac{1}{2}$  的上下底面的周度之和乘截頭體之斜高度。

(4) 截頭體之總面積是等於傍面積加上下底面之面積。

以  $S$  代傍面積， $T$  代表總面積， $h$  代表高度， $L$  代表斜高線， $P$  代表下底面之周度， $Q$  代上底面之周度； $A$  代表底面之面積， $B$  代表上底面之面積，以上之定律可寫作以下之公式：

$$(41) S = \frac{1}{2} PL \quad (\text{正稜錐體或圓錐體})$$

$$(42) T = \frac{1}{2} PL + A \quad (\text{正稜錐體或圓錐體})$$

$$(43) S = \frac{1}{2} (P+Q)L \quad (\text{正稜錐截頭體或圓錐截頭體})$$

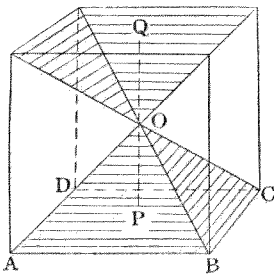
$$(44) T = \frac{1}{2} (P+Q)L + A + B \quad (\text{正稜錐截頭體或圓錐截頭體})$$

**體積** 一正稜錐體之體積可解說如下，將 (72) 圖之立方分為六個相等的稜錐體以其頂尖在立方之中心，立方之體積 =  $ABCD$

之面積乘  $PQ$ 。但立方之體積 = 6 乘稜錐體  $OABCD$  之體積。

然則稜錐體之體積 = 面積  $ABCD$  乘  $\frac{1}{6} PQ$ ，因  $OP = OQ$ ， $\therefore \frac{1}{6} PQ = \frac{1}{3} OP$ 。

$\therefore$  正稜錐體之體積等於其底面之面積乘  $\frac{1}{3}$  稜錐體之高度。



(72)

圓錐體可作稜錐體有極多邊之底面論。

**【定律】** 一稜錐體或一圓錐體之體積是等於底面之面積乘三分之一之高度。

以上之定律可寫以下之公式：

$$(45) V = \frac{1}{3} Ah$$

稜錐及圓錐截頭體之體積可用以下之公式計算：

$$(46) V = \frac{1}{3} h_f (A + B + \sqrt{A \times B}); h_f = \text{截頭體之高度。}$$

由公式(45)可知稜錐體之體積是等於 $\frac{1}{3}$ 的同底面及同高度之稜形體的體積，圓錐體之體積是等於 $\frac{1}{3}$ 的同底面及同高度之圓筒體的體積。

**例題** 求一正圓錐體之體積及傍面積，底面之直徑 16 吋，高 12 吋。

**【解】**  $A = \pi r^2 = 3.1416 \times 8^2 = 201.0624$  方吋。

$$V = \frac{1}{3} Ah = \frac{1}{3} \times 201.0624 \times 12 = 804.25 \text{ 立方吋。}$$

$L = \sqrt{12^2 + 8^2} = 14.422$  吋，因高度半徑與斜高線成一直角三角。

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} PL = \frac{1}{2} \pi d L = \pi r L = 3.1416 \times 8 \times 14.422 \\ &= 362.465 \text{ 方吋。} \end{aligned}$$



## 習 題 四 十 一

1. 一正圓錐體高度 8 吋，底面半徑 4.887 吋，求其體積。
2. 求一正圓錐體之總面積及體積，圓錐之高度是 5.3 吋，底面之半徑 6 吋。
3. 一正圓錐體高 8 吋，其底面之半徑是 6 吋，求傍面積及體積。
4. 一正圓錐形之建築物，高 73 呎，其底面之周是 35 呎，求傍面積。
5. 求一鑄鐵圓錐體之重量，其底面之直徑 8 吋，高 14 吋。
6. 一鉛桶之口徑 12 吋，底面直徑 10 吋，若桶之斜高線是 11 吋，則桶上之鉛皮共是多少方吋？
7. 一正圓錐體之總面積及體積，圓錐高 12 呎，底面直徑是 10 呎。
8. 一水桶之口徑是 12 吋，底面之直徑是 10 吋，桶之高度是  $10\frac{1}{2}$  吋，桶中可裝水多少加侖？
9. 求一正三角稜錐體之傍線，傍面積及體積，三角底面每邊長 10 呎，高度(稜錐體)是 18 呎。
10. 求一 215 呎長之圓木料的重量，木料兩端之直徑是 4 呎 6 吋與 20 吋，木料之比重是 0.78。
11. 有一煤堆是圓錐形高 10 呎，底面之半徑是 17.32 呎，估



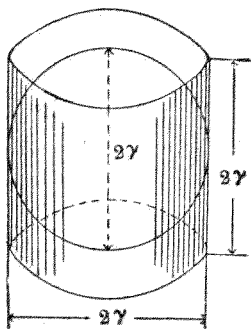
謂之大圓，不經過圓球中心之截 皆是小圓。圓球之圓周與大圓之圓周相同，若(73)圖  $ACB$  或  $NCS$  是大圓， $MER$  是小圓。

**面積** 由幾何學證明者如下：圓球之曲面面積是四倍於同半徑的圓之面積，或以公式表明之：

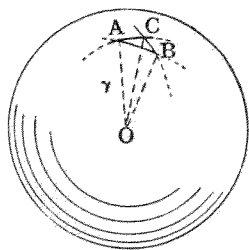
$$(47) S = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

$S$  是圓球之曲面面積， $r$  是圓球的半徑， $d$  是圓球的直徑。

此項定律得之於事實，蓋圓球之曲面面積與同直徑及同高度之圓筒傍面積相等，如(74)圖，圓筒之傍面積  $= 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$



(74)



(75)

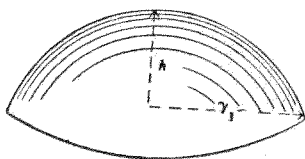
**體積** 幾何學所得如下：圓球之體積是等於其曲面面積乘三分之一的圓球半徑，或以公式表明之：

$$(48) V = \frac{1}{3} Sr = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3 = 0.5236d^3.$$

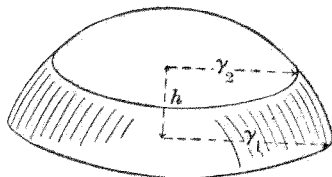
以上公式之由來可以證明，設若將圓球之曲面分為多數之極小多邊形，則每面幾為平面，現將圓球分切為許多小稜錐體以圓球中心點  $O$  為頂尖如(75)圖，每個小稜錐體如  $OAC$ ，底面是極小

三角  $ABC$ , 高度等於  $r$ , (圓球之半徑), 每個小稜錐體之體積是等於  $\frac{1}{3}r$  乘底面面積, 許多小稜錐體之體積總數等於底面之總面積乘  $\frac{1}{3}r$ , 但底面之總面積等於圓球之曲面面積  $=4\pi r^2$ , 則總數小稜錐體之體積  $=\frac{1}{3}r \times 4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3$ , 是即圓球之體積。

**帶及圓球之截段** 兩平行的平面截切圓球, 則截下之段謂之圓球截段, 如(76)圖之截段謂之一底面截段 (77)圖之截段謂之兩底面之截段。截段上之曲面面積在兩底面中間者如(77)圖謂之帶 (Zone)。截段之高度是兩平行底面間之垂線, 如(77)圖之  $h$ 。



(76)



(77)

**【定律】** 帶之面積是等於圓球的大圓之圓周乘帶之高度, 若以  $Z$  代表帶之面積,  $h$  代帶之高度,  $r$  代圓球之半徑, 則此定律可寫作以下之公式:

$$(49) \quad Z = 2\pi r h.$$

由公式 (59), 可知在同一圓球上之兩帶的面積之比率是等於兩帶的高度之比率, 是則圓球上任何帶之面積與圓球面積之比率是等於帶之高度與圓球之直徑之比率。

圓球截段之體積是用以下之公式計算：

$$(50) V = \frac{1}{2}h\pi(r_1^2 + r_2^2) + \frac{1}{6}\pi h^3$$

$V$  = 截段之體積,  $h$  = 高度,  $r_1$  與  $r_2$  = 兩底面之半徑, 見(77)圖, 若截段祇有一底面如(76)圖, 則  $r_2 = 0$ ,

$$(51) V_1 = \frac{1}{2}h\pi(r_1^2 + \frac{1}{3}h^2)。$$

例一 求一 $12\frac{1}{2}$ 吋半徑之鑄鐵球之面積, 體積與重量。

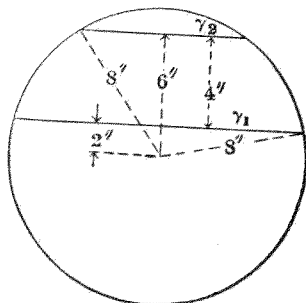
【解】 面積  $S = 4\pi r^2 = 4 \times 3.1416 \times 12\frac{1}{2} \times 12\frac{1}{2} = 1963.5$  方吋。

體積  $V = \frac{1}{3}Sr = \frac{1}{3} \times 1963.5 \times 12\frac{1}{2} = 8181.25$  立方吋。

鑄鐵每立方吋重 0.26 磅。

則體重 =  $0.26 \times 8181.25 = 2127.125$  磅。

例二 一圓球截段是用兩平行平面由 8 吋半徑之圓球上截下, 第一平面距圓球中心點 2 吋, 第二平面距圓球中心點 6 吋, (如右圖) 求帶之面積及截段之體積。



【解】 帶之面積  $Z = 2\pi rh$   
 $= 2 \times 3.1416 \times 8 = 201.06$   
 方吋。

$$r_1 = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} \text{ 吋。}$$

$$r_2 = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} \text{ 吋。}$$

$$\begin{aligned} \text{截段之體積 } V &= \frac{1}{2}h\pi(r_1^2 + r_2^2) + \frac{1}{6}\pi h^3 \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3.1416(60 + 28) \times \frac{1}{6} \times 3.1416 \times 4^3 \\ &= 586.43 \text{ 立方吋。} \end{aligned}$$

## 習 題 四 十 二

1. 求 6 呎直徑圓球之體積及曲面面積。
2. 從一 8 吋高及 8 吋直徑之圓柱割出一 8 吋直徑之圓球，共割去多少體積？
3. 一圓球之直徑是 4 呎，求其面積與體積。
4. 一 3 吋直徑之鑄鐵球應重多少磅，鑄鐵每立方吋重 0.26 磅。
5. 鉛每立方呎重 712 磅，求一 3 吋直徑之鉛球的重量。
6. 用鋅皮蓋一半球形屋頂需用多少方呎，球之直徑是 40 呎。
7. 地球之半徑是 4000 哩，若  $\frac{1}{4}$  的地球面上是陸地則共有地約多少公畝？每哩 = 1.6 公里。
8. 比較以下三固體之體積：(一) 2 呎直徑，2 呎高之圓筒體，(二) 2 呎直徑之圓球，(三) 2 呎直徑，2 呎高之圓錐體。

9. 求一截段之體積，該截段是用距離 6 吋的兩平行平面由一 24 吋直徑之圓球上割截，圓球之中心在兩平面之間相距 2 吋與 4 吋。
10. 在一 3 吋直徑之鐵球外包 1 吋厚之鉛皮，求鐵與鉛之體積及重量。
11. 將一 2 吋直徑之鉛球鑄成 0.01 吋厚之圓鉛皮，則鉛皮之直徑是幾吋？
12. 一水櫃共 6 呎長，18 吋直徑，成一圓筒形，水櫃之兩端是半球形，櫃中可容多少加侖？
13. 一圓花臺直徑 25 呎，今欲將其中央推高至 2 呎 6 吋成一圓頂截段，若每車土合  $1\frac{1}{2}$  立方碼則需若干車？
14. 一半球形鉛皮  $3\frac{1}{2}$  吋的直徑，則其平面的直徑是多少吋？
15. 有一圓筒水櫃，底是半球形，直徑 20 呎，圓筒部份高 22 呎，求水櫃之容量以加侖計。

## 第十八章 其他立體

**錨環** 彎一圓桿而成一環謂之錨環，如(78)圖，此種環所需圓桿之長度(平均長度)是等於  $R$  為半徑之圓周。

此種環之截面是一圓，因此環能作為一圓桿所彎成之圈形，其曲面之面積是等於  $2\pi R \times$  截面圓周，若以  $R$  為環中心至圓桿中心之距即平均半徑， $r =$  圓桿之半徑，則計算錨環之曲面面積可

用以下之公式：

(52) 曲面面積  $A = 2\pi R \times 2\pi r$   
 $= 4\pi^2 Rr$ . 錐環之體積與圓筒體之體積同，此等圓筒體之高度卽是其平均長度  $= 2\pi R$ . 是以有以下之公式：

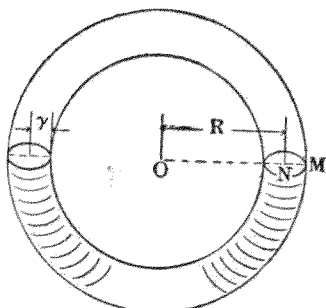
$$(53) V = 2\pi R \times \pi r^2 = 2\pi^2 Rr^2.$$

以上之公式可用以計算任何圓

環，普通環形物體之計算如下：

- (1) 環面之面積等於環的截面之周度 (Perimeter) 乘由環中心至環桿之重心點爲半徑之圓周。
- (2) 環之體積等於截面之面積乘由環中心至環桿之重心點爲半徑之圓周。

(78) 圖， $OM$  是環之半徑， $NM$  是圓桿之半徑， $(OM - NM) = R$ .



(78)

### 習 題 四 十 三

1. 3 呎 8 吋半徑之環，其截面是圓半徑 4 吋，求環之面積與體積。
2. 一飛輪邊之截面是一長方形，闊 8 吋，厚 6 吋，飛輪之直徑是 22 呎，求飛輪邊之體積，若係鑄鐵製則重多少磅？
3. 求一鑄鐵管之重量，管長 12 呎，外直徑 2 呎，管殼厚 1 吋，先按空心圓筒計算，再按圓環計算比較答數。



4. 求 1 吋圓鐵桿彎成之環，外直徑 10 吋，若每立方吋鐵重 0.28 磅，求環之重量。
5. 若將 24.16 吋長， $1\frac{1}{4}$  吋闊， $1\frac{1}{2}$  吋厚之鐵桿鎚成  $1\frac{1}{4}$  吋直徑之圓鐵桿，再彎成環，則環之外直徑是多少吋？
6. 求一鑄環之重量，其外直徑是 3 呎，圓桿直徑是 6 吋，每立方呎鐵重 450 磅。

**稜形立體**(Prismatoid) 稜形立體是一固體其底面是平行多邊形，而其傍面是四邊形或三角，底面之一端或成尖頂成稜錐形，底面之一端成一直線謂之劈形，以下求稜形立體的體積之定律頗為準確。稜形立體之傍面有成曲面者如圓錐，圓錐截頭體，圓球，圓筒，旋桿及其他各種形式不及備載，其計算之定律如下：

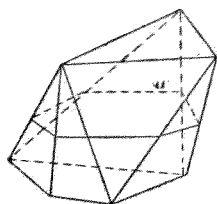
**【定律】** 求稜形立體之體積，先將兩底面之面積相加，再加上四倍中央之截面積（即以與底面平行之平面在立體之中央截出者），然後以  $\frac{1}{6}$  垂線（兩底面間之垂線）乘之。

以上之定律可以公式代之。

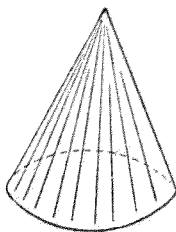
$$(54) \quad V = \frac{1}{6}h(B_1 + 4M + B_2)。$$

$V$  是體積， $h$  = 垂線乘高度， $B_1$  與  $B_2$  是兩底面之面積， $M$  = 中央截面之面積。

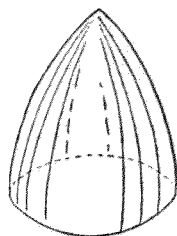
第(79)圖代表幾種稜形立體，其體積皆可用公式(54)計算之，中央截面之面積或量度或計算均可。



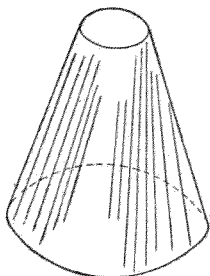
(1)



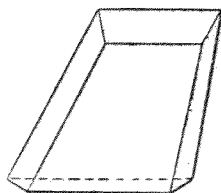
(2)



(3)



(4)



(5)

(79)

例題 用公式(54)求一截頭稜錐體之體積，其下底面是 10 吋等邊六邊形，而上底面是 6 吋等邊六邊形，垂線高度 18 吋。

【解】 中央截面六邊形每邊  $= \frac{1}{2}(10+6) = 8$  吋。

下底面積  $f = 5^2 \times 1.732 \times 6 = 259.8$  方吋  $= B_1$ 。

上底面積  $= 3^2 \times 1.732 \times 6 = 83.428$  方吋  $= B_2$ 。

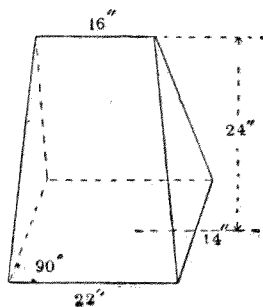
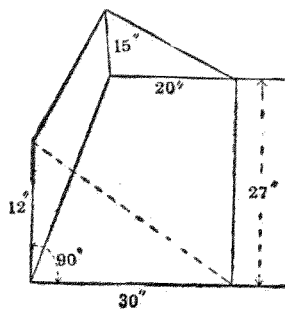
中央截面積  $= 4^2 \times 1.732 \times 6 = 166.272$  方吋  $= M$ 。

$$V = \frac{1}{6} \times 18(259.8 + 83.428 + 4 \times 166.272)$$

$$= 3 \times 1018.416 = 3055.248 \text{ 立方吋。}$$

### 習題四十四

1. 用公式(54)求習題四十一之第(1)題,第(8)題之體積並比較答數。
2. 用公式(54)求一 4 吋半徑的圓球體積,並以公式(48)核對。
3. 用公式(54)求下圖之體積。



## 上册 答 数

## 習 題 一

1. 27.      2. 18.      3. 10.      4. 65.  
 5. 44.      6. 13.      7. 70.      8. 64.  
 9. 585.      10. 6891.      11. (1)128737,      (2)373054,  
 (3)500525,      (4)492704,      (5)2634923,      (6)3206763,  
 (7)394272,      (8)19570012,      (9)42135786,      (10)88871112,  
 12. (1)43987,      (2)5786,      (3)6379,      (4)227,  
 (5)5764,      (6)189,      (7)3004,      (8)9009.  
 15. 15,256 元. 16. 10,500 轉. 17. 956,340 元.

## 習 題 二

1. 4.      2. 28.      3. 16.      4. 2,555,100.  
 5. 150.      6.  $290\frac{34}{55}$ .      7.  $1\frac{3}{4}$ .      8. 4.  
 9.  $3\frac{5}{9}$ .      10. 9.      11.  $\frac{2}{9}$ .      12. 240,000  
 13. 216.      14. 1.      15. 2.      16. 7.  
 18. 1.65 元.      19. 12 H.      20.  $32\frac{19}{25}$  畝.      21. 15 名.  
 22. 3 角.      23. 34 捲叉 172 公尺強.      24. 48 袋.  
 25. 120 公轉.      26. 126 公轉.      27. 每分鐘 48 公轉.      28.  $15\frac{5}{7}$  吋.  
 29.  $13\frac{3}{4}$  吋.      30.  $12\frac{3}{8}$  吋.      31.  $72\frac{8}{11}$  馬力.      32. 491 馬力.

34. 63.      35. 93.      36.  $2133\frac{1}{3}$  畝.      37. 136 公斤.  
38. 24 名.

## 習 題 三

1.  $\frac{7}{3}, \frac{11}{3}, \frac{40}{3}, \frac{17}{3}, \frac{19}{3}, \frac{7}{6}, \frac{11}{6}, \frac{40}{6}, \frac{17}{6}, \frac{19}{6}, \frac{7}{10}, \frac{11}{10}, \frac{40}{10}, \frac{17}{10}, \frac{19}{10}$ .  
2.  $\frac{7}{3}, \frac{37}{5}, \frac{67}{7}, \frac{112}{9}, \frac{121}{7}, \frac{145}{8}, \frac{297}{13}$ .  
3.  $8\frac{1}{2}, 6\frac{1}{3}, 6\frac{3}{4}, 4, 7, 7\frac{1}{2}, 23\frac{2}{3}, 6\frac{1}{10}, 3\frac{8}{13}, 7\frac{3}{7}, 29, 20\frac{36}{463},$   
 $82\frac{74}{97}, 22\frac{209}{445}, 110\frac{174}{341}$ .

## 習 題 四

1.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ .      2.  $\frac{1}{5}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}$ .      3.  $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ .  
4.  $\frac{18}{25}, \frac{4}{31}, 3$ .      5.  $\frac{7}{8}$ .      6.  $\frac{3}{4}$ .  
7.  $\frac{4}{5}$ .      8.  $\frac{6}{7}$ .      9.  $\frac{5}{8}$ .  
10.  $\frac{11}{12}$ .      11.  $1\frac{4}{9}$ .      12.  $\frac{17}{33}$ .  
13.  $\frac{19}{20}$ .      14.  $\frac{1}{7}$ .      15.  $1\frac{1}{12}$ .  
16.  $\frac{679}{2821}$ .      17.  $\frac{381}{643}$ .      18.  $\frac{1191}{6248}$ .  
19.  $\frac{1}{20}, \frac{7}{20}, \frac{21}{50}, \frac{7}{25}, \frac{19}{20}, \frac{7}{50}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{10}$ .

## 習 題 五

1.  $\frac{6}{12}, \frac{4}{12}, \frac{3}{12}$ .      2.  $\frac{7}{42}, \frac{6}{42}$ .      3.  $\frac{16}{24}, \frac{18}{24}, \frac{20}{24}$ .
4.  $\frac{49}{63}, \frac{72}{63}, \frac{42}{63}$ .      5.  $\frac{84}{42}, \frac{6}{42}, \frac{35}{42}$ .      6.  $\frac{60}{30}, \frac{20}{30}, \frac{24}{30}, \frac{150}{30}$ .
7.  $\frac{80}{100}, \frac{75}{100}, \frac{50}{100}, \frac{35}{100}$ .      8.  $\frac{80}{120}, \frac{72}{120}, \frac{15}{120}, \frac{100}{120}$ .
9.  $\frac{195}{208}, \frac{144}{208}, \frac{182}{208}, \frac{156}{208}$ .      10.  $\frac{176}{396}, \frac{180}{396}, \frac{306}{396}, \frac{27}{396}$ .
11.  $\frac{5}{10}, \frac{6}{10}$ .      12.  $\frac{66}{77}, \frac{49}{77}$ .      13.  $\frac{15}{50}, \frac{36}{50}$ .
14.  $\frac{153}{221}, \frac{104}{221}$ .      15.  $\frac{148}{333}, \frac{27}{333}$ .      16.  $\frac{289}{323}, \frac{266}{323}$ .
17.  $\frac{96}{120}, \frac{440}{120}, \frac{10}{120}, \frac{27}{120}$ .      18.  $\frac{24}{160}, \frac{40}{160}, \frac{55}{160}, \frac{100}{160}$ .
19.  $2\frac{45}{240}, 4\frac{156}{240}, 7\frac{109}{240}$ .

## 習 題 六

1.  $2\frac{5}{6}$ .      2.  $5\frac{4}{5}$ .      3.  $2\frac{1}{4}$ .      4.  $1\frac{9}{10}$ .
5.  $19\frac{6}{7}$ .      6.  $18\frac{33}{35}$ .      7.  $84\frac{3}{4}$ .      8.  $25\frac{1}{12}$ .
9.  $1\frac{183}{220}$ .      10.  $8\frac{2}{5}$ .      11. 60.      12.  $5\frac{101}{765}$ .
13.  $876\frac{43}{48}$ .      14.  $55\frac{5}{12}$ .      15.  $3\frac{5}{8}$ .      16.  $54\frac{1}{4}$ .

$$17. 1067\frac{47}{60}. \quad 18. 376\frac{123}{144}. \quad 19. 245\frac{3}{5}. \quad 20. 95\frac{2}{3}.$$

$$21. 41\frac{19}{24} \text{ 碼}. \quad 22. 1852\frac{1}{4} \text{ 里}.$$

## 習 題 七

$$1. \frac{1}{4}. \quad 2. \frac{1}{8}. \quad 3. \frac{1}{2}. \quad 4. \frac{13}{34}.$$

$$5. \frac{23}{36}. \quad 6. 1\frac{3}{4}. \quad 7. 7\frac{2}{7}. \quad 8. 2\frac{1}{7}.$$

$$9. 7\frac{5}{7}. \quad 10. 2\frac{26}{51}. \quad 11. \frac{287}{1887}. \quad 12. \frac{149}{162}.$$

$$13. 2\frac{29}{30}. \quad 14. 6\frac{3}{20}. \quad 15. 5\frac{32}{45}. \quad 16. 317\frac{1}{6}.$$

$$17. 200\frac{1}{6}. \quad 18. 316\frac{13}{63}. \quad 19. 448\frac{13}{22}. \quad 20. 50\frac{3}{26}.$$

$$21. 65\frac{13}{20}. \quad 22. 127\frac{1}{24}. \quad 23. 20\frac{19}{24}. \quad 24. 171\frac{53}{60}.$$

$$25. 25\frac{23}{30}. \quad 26. 4\frac{1}{4}. \quad 27. 3\frac{53}{60}. \quad 28. 9\frac{365}{504}.$$

$$29. 10\frac{3}{4}. \quad 30. 8\frac{17}{42}. \quad 31. 2\frac{4}{7}. \quad 32. 10\frac{43}{56}.$$

$$33. 14\frac{11}{14}. \quad 34. 6\frac{8}{21}. \quad 35. 9\frac{15}{56}. \quad 36. 2\frac{5}{12} \text{ 畝}.$$

$$37. 3\frac{3}{4} \text{ 噸}.$$

## 習 題 八

1.  $2\frac{2}{3}$ .      2.  $17\frac{1}{2}$ .      3.  $\frac{3}{4}$ .      4.  $26\frac{1}{2}$ .
5.  $1\frac{11}{16}$ .      6.  $62\frac{1}{2}$ .      7.  $13883\frac{1}{3}$ .      8.  $781\frac{1}{4}$ .
9.  $131\frac{5}{8}$ .      10.  $153\frac{23}{25}$ .      11.  $6\frac{8}{15}$ .      12.  $397\frac{5}{6}$ .
13.  $27747\frac{1}{5}$ .      14.  $47\frac{22}{25}$ .      15.  $441\frac{4}{5}$ .      16. 1595.
17. 40 擔.      18.  $\frac{9}{20}$ .      19. 66 尺.      20. 119 尺.
21. 381 立方碼.      22.  $286\frac{10}{29}$ ,  $47\frac{21}{29}$ ,  $11\frac{27}{29}$  磅.      23.  $46\frac{1}{4}$ , 1110,  
 $93\frac{3}{4}$  磅.      24. 219 元 9 角  $3\frac{3}{4}$  分.      25. 51,840 元.

## 習 題 九

1.  $\frac{2}{9}$ .      2.  $\frac{4}{13}$ .      3.  $2\frac{5}{6}$ .      4.  $\frac{9}{44}$ .
5.  $\frac{3}{13}$ .      6.  $\frac{11}{13}$ .      7.  $\frac{12}{25}$ .      8. 10.
9.  $25\frac{1}{2}$ .      10. 20.      11.  $\frac{1}{3}$ .      12.  $1\frac{1}{5}$ .
13.  $2\frac{2}{3}$ .      14.  $\frac{3}{4}$ .      15.  $1\frac{2}{15}$ .      16.  $8\frac{1}{8}$ .
17.  $163\frac{1}{3}$ .      18.  $191\frac{3}{28}$ .      19.  $10\frac{7}{8}$ .      20.  $9\frac{7}{15}$ .
21.  $12\frac{3}{32}$ .      22.  $40\frac{8}{9}$ .      23.  $5\frac{8}{15}$ .      24.  $28\frac{11}{12}$ .
25.  $38\frac{14}{25}$ .      26. 48 公里.      27. (一)18尺×23尺,(二)12尺×14尺,



- (三)  $9\frac{1}{2}$  尺  $\times$   $11\frac{1}{2}$  尺, (四)  $5\frac{1}{2}$  尺  $\times$   $7\frac{1}{2}$  尺.
28.  $5\frac{1}{6}$  時,
29. 3 小時.      30. 12 日.      31.  $\frac{11}{352}$ .      32.  $\frac{23}{35}$ .
33.  $1\frac{77}{155}$ .      34.  $20\frac{20}{39}$ .      35.  $\frac{9}{19}$ .      36. 18.
37.  $1\frac{253}{986}$ .      38.  $\frac{295}{597}$ .      39.  $2\frac{145}{771}$ .      40. 10.
41.  $24\frac{1}{2}$ .      42.  $1\frac{29}{36}$ .      43.  $14\frac{7}{72}$ .      44.  $8\frac{88}{125}$ .
45.  $2\frac{26}{35}$ .      46.  $1\frac{1}{2}$ .      47.  $\frac{11}{12}$ .      48.  $61\frac{49}{54}$ .
49.  $\frac{105}{316}$ .      50.  $\frac{9}{50}$ .      51.  $14\frac{19}{630}$ .      52.  $1\frac{3}{4}$ .
53.  $\frac{19}{60}$ .      54. 2.      55.  $\frac{9}{35}$ .      56.  $\frac{100}{387}$ .
57.  $144\frac{166}{529}$ .      58.  $20\frac{2}{7}$ .      59.  $\frac{23}{29}$  銅,  $\frac{17}{116}$  銻,  $\frac{7}{116}$  錫.
60.  $4\frac{1}{3}$  元.      61.  $2\frac{25}{48}$  磅,  $4\frac{11}{32}$  磅,  $326\frac{2}{3}$  磅.      63.  $1\frac{1}{3}$  小時.
64.  $4\frac{2}{3}$  日.      65. 30 人.      66. 1516 元 2 角 4 分.
67. 6,000, 5,000, 4,000.      68.  $72\frac{1^\circ}{2}$ ,  $1328^\circ$ .
69.  $27\frac{1^\circ}{2}$ ,  $960^\circ$ .      70.  $\frac{3}{5}$  吋.      71.  $\frac{5}{8}$  吋      72. 83 磅.

## 習 題 十

1.  $\frac{356}{10000}$       2.  $256\frac{23}{1000}$       3. 1,035 304.      4.  $\frac{456}{1000}$ .

5.  $400\frac{56}{100}$ .      6.  $325\frac{25}{10000}$ .      7. 二十三又千分之四百六十二.  
 8. 二千零零三又千分之二百零三.      9. 万分之四千二百五十六.  
 10. 四千二百又千分之五.      11. 一千二百又万分之三千六百零四.  
 12. 一千零十萬一千四百二十三又萬分之二千三百零一.  
 13. 五千八百六十七又萬分之六十七      14. 一萬又萬分之一.

## 習 題 十 一

1. 0.6757.      2. 0.6667.      3. 0.296875.      4. 0.57419.  
 5. 21.0512.      6. 62.6645.      7.  $\frac{11}{25}$ .      8.  $\frac{49}{50}$ .  
 9.  $\frac{5}{16}$ .      10.  $\frac{2}{3125}$ .      11.  $14\frac{249}{4090}$ .      12.  $\frac{42\frac{249}{8000}}$ .  
 13.  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{23}{64}$ ,  $\frac{11}{64}$ .      15.  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{1}{140}$ ,  $1\frac{6}{7}$ ,  $\frac{13}{700}$ ,  $\frac{3551}{160000}$ .  
 16.  $\frac{25}{64}$ ,  $\frac{45}{64}$ ,  $1\frac{27}{64}$ ,  $1\frac{57}{64}$ .

## 習 題 十 二

1. 10,838,836.      2. 2,040,779.      3. 442,879      4. 114,791.  
 5. 241,2027.      6. 163,833.      7. 0.359274.      8. 0.201358.  
 9. 3,8858.      10. 72,24847.      11. 390,4004.      12. 999,995.  
 13. 9999999,900001.      14. 25,2973.      15. 69,671044      16. 899,991.  
 17. 33,32125.      18. 9,450625.      19. 0.013331.      20. 0.0160655

21. 0.0000114.    22. 38.353    23. 1786.564. 24. 8.803.  
 25. 14.935.    26. 23.218    27. 2.1657. 28. 1499,2176.  
 29. 0.000105.    30. 0.4745.    31. 2.7781. 32. 0.0001406.  
 33. 606.926.    35. 1930.51.    36. 0.069255. 37. 9.1952.  
 38. 1.9695.    39. 27.3871.    40. 7.9257. 41. 13.8305.  
 42. 0.4710.    43. 0.0812.    44. 0.05. 45. 0.00009.  
 46. 29.75.    47. 1815.    48. 125.664. 49. 0.789.  
 50. 83.93.    51. 231.24.    52. 0.743. 53. 93.613.  
 54. 25846.    55. 341.8088. 25.8666 1.8476.  
 56. 8.41 元    57. 2117.16, 237.88, 23.79. 58. 0.125.  
 59. 0.0375.    60. 0.25.    61. 0.214. 62. 0.0005128.  
 63. 6.405.    64. 424,573.5. 65. 990.45.  
 66. 520,740,297.4元,517,084,771.4元. 67. 0.68 元. 68. 11.781,24875.  
 69. 2126.52 元. 979.99 元, 3854.75 元. 70. 152,570.88元.  
 71. 10,224,000, 1022.4.    72. 16,765.  
 73. 錫 38, 紫銅 1.5, 鋅 416.5, 鎳 19. 鉛 159.    74. 95.64 元.  
 75. 1360 元.    76. 5.159 元.    77. 0.016, 0.368.  
 78. 0.0174, 0.857. 79. 810 元.    80. 0.5325 元.  
 81. 16,315.72 元. 82. 36.55.

## 習 題 十 三

1. 9.3696.    2. 2518.    3. 31.83    4. 16,034.  
 5. 1212.4.    6. 0.3412.    7. 0.014955.

## 習 題 十 四

1. 1,976,671,086.    2. 773,823,585.    3. 261,285 895.

4. 2,617,812,603.      5. 15,750·63.      6. 20,701·2696.  
 7. 4,770·5808.      8. 262,520·964.      9. 5·06201668.  
 10. 246.371815.

習 題 十 五

1. 1067 吋.      2. 66,035 秒.      3. 139,769 兩.  
 4. 575 品德.      5.  $39,489\frac{1}{4}$  平方碼.      6. 4 平方碼 5 平方呎, 33 平方吋.  
 7. 75 立方碼, 12 立方呎, 1526 立方吋.      8. 9152.  
 9. \$1913·625.      10. 2·125 加侖.      11. 4362·1.  
 12. 8 磅, 5·68 兩.      13. 109 袋.  
 14. 759 輛.      15. 0.0052, 0·03125, 0·00173, 0·010417.  
 16. 0·0823, 0·1667, 0·2917, 0·61458.      17. 0·02778, 0·0556, 0·0972,  
 0·20486.      18. 0·046875, 0·09375, 0·1875, 0·46875, 0·8125,  
 0·28125.      19. 0·01697 量掬.  
 20. 2·5 兩.      21. 8 角 1·3 分.      22. 上午 11 時 43 分 14 秒.  
 23. 44 呎.      24. 5·989 秒.      25. 815·9 哩.  
 26. 9·587 分.      27.  $456\frac{1}{4}$  部錄.      28. 665·41 部錄.  
 29. 86·62.      30. 121·02 加侖.      31. 每秒約 19 哩.  
 32. 63 英畝      33. 39.      34. 900.  
 35. 1·3694 磅.      35. 184,163 哩.      37. 2116·8 磅.  
 38. 46 呎      39. 320,000 呎磅.      40. 1,478,400 呎磅,  
 12320 呎磅,  $22\frac{2}{5}$  馬力.

習 題 十 六

1. 4.56, 17,630, 27000.      2. 0.0075, 0.000125, 2.5, 2900 平方米.  
 3. 11.58 米, 1325.88 粉, 1237.84 蚶.  
 4. 12.21 公斤.                  5. 1 磅.                  6. 0.0005 吋.  
 7. 每哩需 2 分 3.2 秒.      8. 3 分 9.6 秒.      9. 355.58 磅.  
 10. 444.8136 尪.              11. 1.0333 尪.              12. 4.74 公里.  
 13. 74.2 分.                  14. 2.8374 立方米.      15. 0.21.  
 16. 240,000 蚶, 240,000 尪.      17. 14.83 糶.              18. 73.551.  
 19. 5 呎 8.5 吋.              20. 75.946, 76.2, 76.454, 76.708.  
 21. 28, 29, 29.5.              22. 44.                  23. 981.5.  
 24. 0.7664.                  25. 1.243.

## 習 題 十 七

1. 192.                  2. 60.                  3.  $71\frac{3}{7}$ .                  4. 18.  
 5. 80.                  6. 70.                  7. 10.                  8. 69.  
 9. 6 角, 60%.      10. 60%.                  11.  $33\frac{1}{3}\%$ .              12. 45%.  
 13. 5 元 1 角 2 分.  
      80%.              14. 10%.              15. 125%, 25%,  
      16. \$2028.              17. 9205, 17.5%, 3.5%.  
 18. 5%.

## 習 題 十 八

1. 1240.                  2. 0.108.                  3. 1500.                  4. 400.  
 5.  $17\frac{1}{2}\%$ .              6.  $90\frac{2}{3}\%$ .              7.  $84\frac{28}{53}\%$ .              8. 14,400 元.  
 9. \$224.                  10. 3 元.                  11. \$15.12.              12. 10%.  
 13. 12.4%.              14. \$33.90.              15. 7.                  16. \$3250.  
 17. 1.04%.              18. \$45.12.              19. \$13.22.              20. 1.43 立方碼.

21. \$3.384.      22. \$404.      23. \$3.80.      24. \$1.3552.
25. \$70 0.      26.  $6\frac{13}{16}\%$ .      27. \$85.      28. 紫銅  $3\frac{7}{11}\%$ ,
- 86.4 磅, 錫  $8\frac{2}{11}\%$ , 194.4 磅, 錫  $88\frac{2}{11}\%$ , 2095.2 磅, 29.  $11\frac{7}{13}\%$ .
30. 15.43 %.      31. 0.0296%, 0.1057%.      32. \$2.62.
33.  $233\frac{1}{3}\%$ .      34. 1564.      35. \$249.75.      36. 549.024 磅,
- 3.584 磅      37. 2.118, 0.1977, 0.0318, 0.6354, 0.0353,
- 173.4818磅.      38. 68.7%.      39. 231 呎.      40. 0.61%.
41.  $\$0.50\frac{5}{8}$       42. 6 角 6.7 分.

## 習 題 十 九

1. \$168, \$868.      2. \$54.03, \$299.63.      3. \$26.39, \$463.14.
4. \$19.91, \$107.41.      5. \$235.13.

## 習 題 二 十

1.  $4, 2\frac{1}{4}, 6\frac{4}{5}, 14\frac{2}{3}, 3\frac{1}{2}, 1\frac{2}{7}, \frac{49}{8}$ .      2. 4:3.
3. 8:3      4. 2:5, 40%.      5.  $\frac{2}{7}, \frac{7}{27}, 9, \frac{28}{295}$ .
6. \$15, \$35.      7. 150, 100.      8.  $64\frac{12}{17}\%$ , 11:17.
9. 30:1.

## 習 題 二 十 一

1.  $x=37\frac{1}{17}$ .      2.  $x=15\frac{17}{25}$ .      3.  $x=88\frac{1}{2}$ .      4.  $x=15$ .

5.  $x=150$ .      6.  $x=1\frac{6}{11}$ .      7.  $584\frac{2}{11}$ .      8. 8.
9.  $3984\frac{16}{23}$ .      10.  $1\frac{1}{4}\%$ . 89.      11. \$315.      12.  $42\frac{2}{3}$ ,
13.  $21\frac{1}{3}$  磅.      14.  $59\cdot49\%$ .      15.  $858\cdot815$ .      16. 14,200.

## 習 題 二 十 二

1. 184 尺.      2. 119 尺.

## 習 題 二 十 三

1. 1250 磅.      2. 2 尺 6·2 寸.      3. 7 尺  $\frac{3}{8}$  寸.
4. 381 磅.      5. 2 磅 9·2 兩.      6.  $62\frac{1}{4}$  磅.

## 習 題 二 十 四

2. 23,091 磅.      3.  $818\frac{2}{3}$  磅.

## 習 題 二 十 五

1. 56 磅強.      2. 16,650 磅.      4. 4·147.      5. 775 磅.
7. 0·8975.      8. 482·5 立方呎, 108·55 磅.      9. 273·95 噸
10. 7220 尪, 15917·4 磅.      11. 750 呎, 1380 尪.
12. \$1·56.      13. 1033·296 尪.      14. 2175·95 尪.      15. 2742 磅.
16. 2835 磅.      17. 30 磅.      18.  $13\frac{3}{4}$  磅.

## 習 題 二 十 六

1. 49, 729, 8464 541696, 81, 2401, 10,000.    2. 343, 512 729.  
 3. 625, 128.    4. (1)627,264, (2)42 875, (3)81, (4)65536.

## 習 題 二 十 七

1. 719.    2. 4879.    3. 0.58.    4. 0.347.  
 5. 34.05.    6. 1.4142.    7. 886.81.    8. 2706.74.  
 9. 1.73205.    10. 2.236.    11. 2.4495.    12. 2.64575.  
 13.  $\frac{7}{13}$ .    14. 0.4157.    15. 0.8819.    16. 11.95826.  
 17. 12.80624.    18. 9.59166.    19. 16.67333.    20. 16.94107.  
 21. 19.89975.    22. 20.39608.    23. 23.21637.    24. 5.29.  
 25. 8.48.    26. 16.97.    27. 8.66.    28. 12.12.  
 29. 13.856.    30. 20.78.

## 習 題 二 十 八

1.  $2\frac{1}{4}$ .    2. 3.24.    3. 36,750.    4. 64:9.  
 5. 4:9.    6. 9.84.    7.  $333\frac{1}{3}$ .    8. 160.5.  
 9. 85.44    10. 85.98 呎.    11. 171.97 呎.

## 習 題 三 十

1. (1)126 平方寸. (2)112 平方寸. (3)91 平方寸. (4)1840 平方寸.  
 (5)496 平方寸. (6)364 平方尺. (7)  $319\frac{3}{8}$  平方寸.



## 習 題 三 十 一

1. (1)  $427\frac{1}{2}$  平方寸. (2)  $9\frac{3}{47}$  尺. (3)  $13\frac{11}{700}$  尺.
- (4)  $91\frac{164}{397}$  寸. 2. 80. 3. 225.
4. 3850. 5. 108 平方吋. 6.  $154\frac{1}{6}$  平方呎.
7. 1·59. 8. 16728 平方米. 9. 80 量竿.
10. 30. 11. 432 平方呎. 12. 1296 平方呎.
13. 170 平方呎. 14. 1024. 15. 27,000.
16. 39·45 元. 17. 96·72 元. 18. 125·10 元.
19. 182 平方吋. 20. 96·79 平方吋. 21. 189 平方吋.
22. 14·5 平方呎. 23. 56·16 元. 24. 63.
25. (1) 23,592 平方吋. (2) 6·02 平方吋. (3) 8·625 平方吋.

## 習 題 三 十 二

1. 478. 2. 61·44 元. 3. 1043. 4. 924.
5. 79·61 元. 6. 6·75 元. 7. 2,646, 217·31 元.
8. 14,673.

## 習 題 三 十 三

1.  $c = 29·68$  200 2.  $34·87, 523·05.$  3.  $42·667, 45·23.$
4. 12, 96. 5. 21·26. 7. 8, 28
8. 4032. 9. 13 10. 8·485.
11. 13·416. 12. 107·005. 13. 140·58.

14. 28·284.      15. 0·006% 太大.

## 習 題 三 十 四

1. 14·387 尺.    2. 14·387 寸.    3. 10·392 尺.    4. 8·660 尺.  
5. 140·3 方寸.    6. 25·456 方寸.    7. 64·95 方尺.    8. 7 寸.  
9. 128·996 方寸.

## 習 題 三 十 五

1. 235·62 尺, 4417·86 方尺.    2. 93 尺, 584·34 尺.    3. 0·196 方寸.  
4. 13·352 方寸.                    5. 122·52 方寸.                    6. 622·04 方尺.  
7. 1017·46 方吋                    8. 12, 288.                          9. 70, 686 磅.  
10. 12·65 吋弱.                    11. 203·7 強                          12. 33).  
13.  $5\frac{3}{4}$  哩.                          14. (1)42,017 呎弱, (2)14·67 呎弱.  
(3, 308·1 方呎強.                    15. 2261·9 磅弱.                    16. 153·9 方呎強.  
17. 113·02 方吋                    18. 191.                                19. 39.  
20. 299.                                21. 21·99. 呎強, 38·48 方呎強.  
22. 16·97 吋.                        23. 3900 方呎.                        24. 78.  
25. 29.                                26. 1·2 呎.                            27. 27·57 吋.  
28. 346·19 方吋.                    29. 同.                                30. 46·53 哩.  
31. 4·565 方呎, 91·3 吋.

## 習 題 三 十 六

1. 2·81, 2·30,  $1\frac{5}{8}$ , 1·24.    2. 2·887, 2·552, 2·940.  
3. 1·155, 2·815.                    4. 46·065 方吋, 19·10 方吋, 13·59 方吋,  
7·84 方吋, 5·08 方吋.            5. 4·19 方呎, 1·155 呎.

6. 1.96 吋.                      7. 50.266 方吋, 25.133 吋.  
8. 5.50 吋.

## 習 題 三 十 七

1.  $180^\circ$ , 相等.      2.  $90^\circ$ .      3.  $180^\circ$ .      4. 有.  
7. 0.484, 0.8279, 1.911 強.      8.  $114.5916^\circ$ ,  $42.9718^\circ$ ,  $100.2676^\circ$ .  
10.  $360^\circ$ , 有兩對相等角.      11.  $360^\circ$ .

## 習 題 三 十 八

3. 16.25 方公尺.

## 習 題 三 十 九

.. (a)2816 立方尺. (b) $104\frac{5}{8}$ 立方尺. (c)15, 189 立方尺. (d)1184.142 立方呎

2. 640 擔.      3. 269.63.      4.  $11,418\frac{3}{4}$ 磅.      5. 875.  
6. 9180.      7. 3072.      8. 216.      9. 320.  
10. 1531 磅.      11. 4 噸.      12. 342.8 磅.      13. 230.4 呎.  
14. 374 方呎.      15. 745.872 立方呎.      16. 98.534立方吋.  
17. 71,28 元.      18. 28), 896.      19. 16.40 元.      20. 53.44 立方吋.  
21. 88.20 元.

## 習 題 四 十

1. 251.33 方吋,  $4^38.4$  方吋, 628.3 立方吋.  
2.  $r=3.909$  吋,  $S=393$  方吋,  $V=768$  立方吋.  
3. 159.7 方呎.      4. 835.66 方呎, 1847 立方呎.

5. 62.832, 184.726 強, 2326.49 強, 5183.64.      6. 5986.5.
7. 1.99 公寸弱.                                      8. 528.8.                                      9. 10,980 磅.
10. 31.38 分鐘.                                      11. 111,788 呎強.                                      12. 29,270 呎.
13. 17.87 吋.                                      14. 3068 元.                                      15. 0.0577 吋.
16. 5.712 吋.                                      17. 1736.26. 磅.                                      18. 1113.4.
19. 少於 1472.6 磅.                                      20. 0.927 吋見方.                                      21. 26.7 吋.
22. 933 方呎.                                      23. 227.6 立方呎.                                      24. 199 立方呎.
25. 約 156.7 加侖.                                      26. 12784 加侖, 100400 磅.
27.  $41\frac{3}{16}$  吋.                                      28. 7.65 磅.                                      29.  $152\frac{1}{4}$  磅.
30. 282.5.                                      31. 331.4 磅, 66.3磅.
32.  $3333\frac{1}{3}$  磅.

## 習 題 四 十 一

1. 200 立方吋.                                      2. 263.9 方吋, 199.8 立方吋.
3. 188.5 方吋, 301.6 立方吋.                                      4. 1281 方呎.
5. 58.4 磅.                                      6. 458.67 方吋.                                      7. 282.74 方呎,  
314.16 立方呎.                                      8. 4.3325.                                      9. 18.9 呎,  
273.45 方呎, 259.8 立方呎.                                      10. 約 42 噸.
11. 約 60 噸.                                      12. 503.                                      13. 1095.5 噸.
14. 303.7 磅.                                      15. 502.2 磅.

## 習 題 四 十 二

1. 113.1 立方呎, 113.1 平方呎.                                      2. 134.04 立方吋.
3. 50.266 方呎, 33.51 立方呎.                                      4. 3.675 磅.

5. 5.825 磅.                      6. 2513 方尺強.
7. 1,301,878,079,000 公畝.      8. 3:2:1.      9. 2638.9 立方吋.
10. 14.137 立方吋, 51,313 立方吋, 3.676 磅, 21.141 磅.
11. 約 23 吋.                      12. 72.7 強.                      13. 約  $15\frac{1}{3}$ .
14. 4.95 吋.                      14. 67,369.

### 習 題 四 十 三

1. 6316.6 方吋, 12.633.2 立方吋.                      2. 22.515 立方呎,  
10132 磅.                      3. 2759.6 磅.                      4. 6.218 磅.
5. 13 吋.                      6. 693.9 磅.

### 習 題 四 十 四

3. 3420 立方吋, 3360 立方吋.

