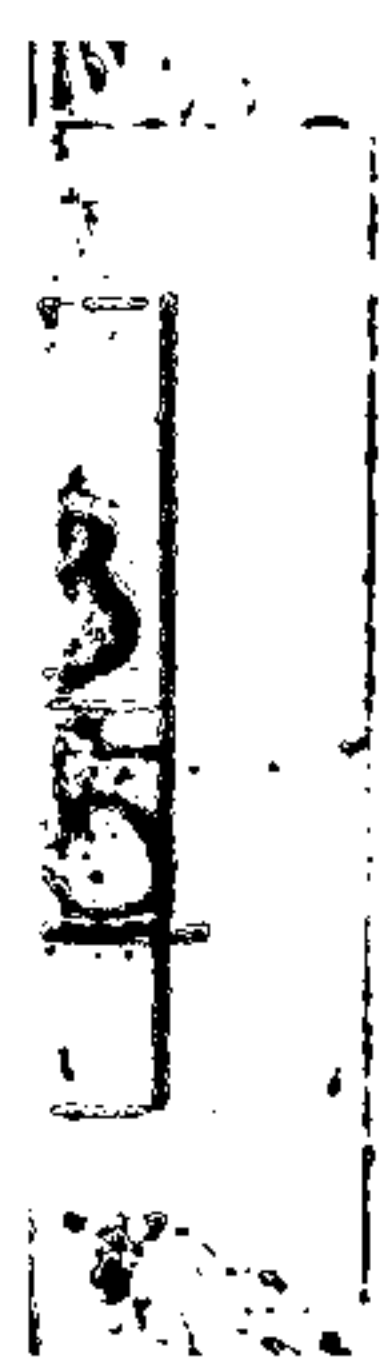


俞子夷著

測驗統計術

中華書局印行



序

我從前編過一本“測驗統計法概要。”那書是教科用的。書裏詳記計算的方法。若是沒有教員指導，自己看起來，有許多地方似乎簡略了一些。教科用書，往往如此。看來好像是缺點。實在，留些餘地給教員和學生共同討論，也是應當的。

這一本的目標不同了。這是專供教員或別種人要研究統計而自修用的。並且記載偏重在術的方面。從前一本是方法。這一本是技術。可以說這一本是從前一本的補充。學校裏可以供學生做參考。自修的，可以用來當做函授的講義。

這裏面有好多新的技術，是從來統計書裏沒有的。統計學是討論理論的。統計法裏大概不過記載計算的次序。這是術，所以把一切步驟細密規定，務使學的人，能按步做去，決無錯誤。近來很通行用工作分析法，(Job Analysis)把計算步驟列成表式。(Chart)這是一種很便捷的技术。這書裏大多用這種。

這書相關度以前各章，都是在浙江省立女中師範

班裏實地教過的。用了這種新的技術，學生們覺得很便捷，又很明白。後來屢次戰事，學校改組，相關度以下，半途中輟。書裏的技術，是預定的方案。

這書承親愛的妹妹爲我校閱，十分感謝。

我把這一本書供獻給摯愛的豪作爲四四的紀念！

521.3
990-5

2

目 錄

	頁數
第一章 全量的統計.....	1
第一節 順序表.....	1
第二節 分配表.....	2
第三節 分配圖.....	2
第四節 合併的方法.....	3
第五節 正常分配.....	6
第六節 偏側分配.....	8
第七節 雙心分配.....	9
第八節 全量統計結論.....	10
第九節 做分配表的方法.....	11
第二章 要點統計.....	12
第一節 衆數.....	12
第二節 中分數.....	13
第三節 全距.....	15
第四節 平均數.....	16
第五節 均方差.....	22
第六節 中數.....	26

第七節	四分差.....	35
第八節	平均差.....	41
第九節	各要點的結論.....	43
第十節	中數差.....	48
第十一節	變化率的應用.....	56
第三章	可靠度.....	58
	比較優勝點的可靠度.....	58
第四章	相關度.....	70
第一節	相關度的意義及用途.....	70
第二節	司畢門氏算法.....	74
第三節	關而生氏算法.....	78
第四節	沃的斯氏圖表法.....	93
第五節	相關度的解釋及預斷的功用.....	100
第六節	相關度圖解.....	104
第七節	自己相關度.....	108
第八節	弧線相關度.....	110
第九節	用均衡差判定相關.....	117
第十節	分析相關.....	123
第十一節	合成相關.....	128

附表一	平方數及平方根.....	131
附表二	均方差與百分數對照表.....	140
附表三	P. E. 與百分數對照表.....	141

測驗統計術

第一章 全量的統計

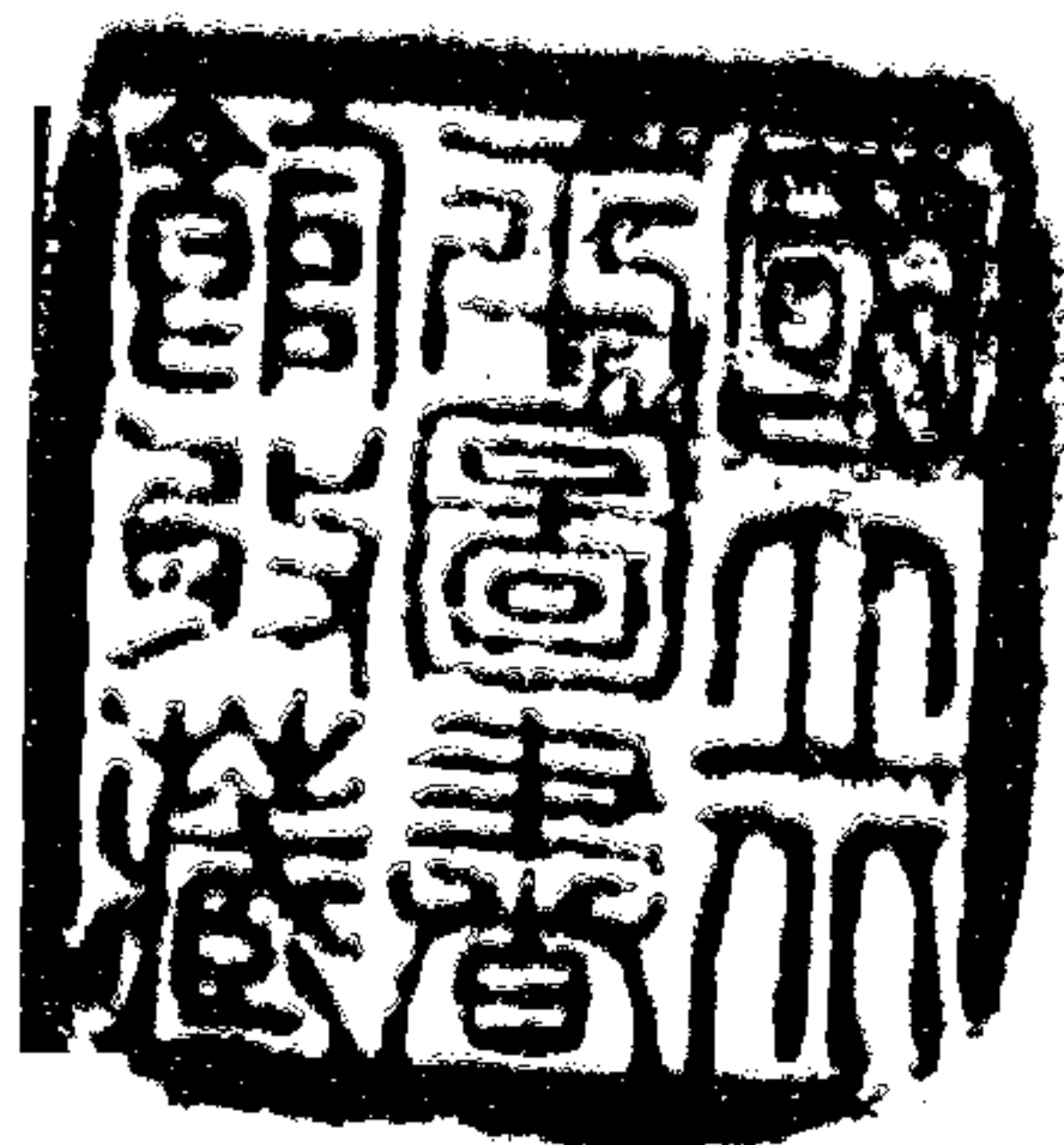
第一節 順序表

測驗完了，成績校閱完結，依照說明書求總成績，同年程度，年級地位，年級程度等。這樣，測驗的工作算是結束。但是測驗總有個目的。一大堆的卷子，沒有什麼意義。我們要用的統計的方法，找出意義來，把舉行測驗的目的求一個解決，這便是統計的功用。

統計的第一步，先把各測驗卷從分數頂少的起，挨次排列一個順序出來，便成功一張“順序表。”譬如某校五年級生算學應用題測驗的總成績分數，排成順序表如下第一表：

第一表

30, 32, 38, 40, 42, 42, 42, 42, 42, 42, 43, 43, 43,
48, 48, 48, 48, 48, 50, 50, 50, 50, 54, 54,
56, 56,



第二節 分配表

再把同分數的合併一起,便如下面的第二表:

分數 30 32 38 40 42 43 45 48 50 54 56

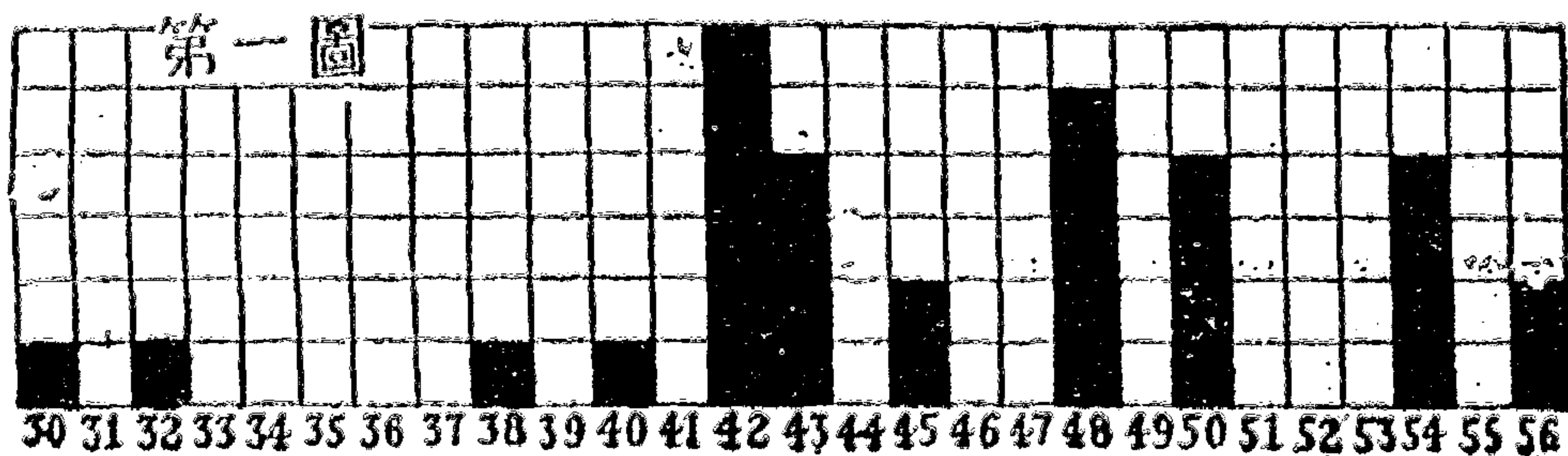
人數 1 1 1 1 6 4 2 5 4 4 2

這表叫做“分配表”,分配表比順序表看起來清楚些.我們看了分配表可以知道那一個分數得到的人頂多,那一個分數得到的人頂少.

第三節 分配圖

若再用方格紙畫成了“分配圖”,看起來還要清楚.表裏數目字,到了圖裏便成了高低的形狀,所以一目瞭然,容易知道那幾個分數得到的人有多少.

圖的畫法先從方格紙左下角做起點,沿了底線,定每一格代表一個分數.向上數一格,代表一人.30分的只有一人,所以高占一格.42分的共有六人,所以高占六格,其餘依次類推,便成第一圖:



第四節 合併的方法

這樣,圖形太稀疏我們看起來,依舊找不出什麼要點.在統計方法裏,可以把分數相鄰的合併起來,當他一個分數看.譬如上面第二表的分配表裏,30,31分合在一起,32,33分;34,35分;36,37分;38,39分;40,41分;42,43分;44,45分;46,47分;48,49分;50,51分;52,53分;54,55分;56,57分;等等每二個分數合成一起(合併的時候常是雙數在前,這是因為0與1分合併一個,所以此後2,3合,4,5合便成功雙數在前了,)那麼第二表便成下面的第三表了.

再把第三表,改成分配圖,便如下面第二圖,畫圖方法和上面第一圖同,不過上面沿底線每一格代表一個分數,這裏每一格代表大二個分數,上面格子宜小些,這裏格子不妨稍微大些.

照上面合併過了以後,看起來還覺得有些稀疏.若要再合併也可以合併的方法,或拿三個分數合做一起,或拿四個分數合做一起,或拿五個分數合做一起;就是六個,七個,八個,九個,十個都可以的.不過平常為便利起見,大概二個或五個,或十個合併的,其他三個

第三表

第二圖

分數 人數

30, 31 1

32, 33 1

34, 35 0

36, 37 0

38, 39 1

40, 41 1

42, 43 10

44, 45 2

46, 47 0

48, 49 5

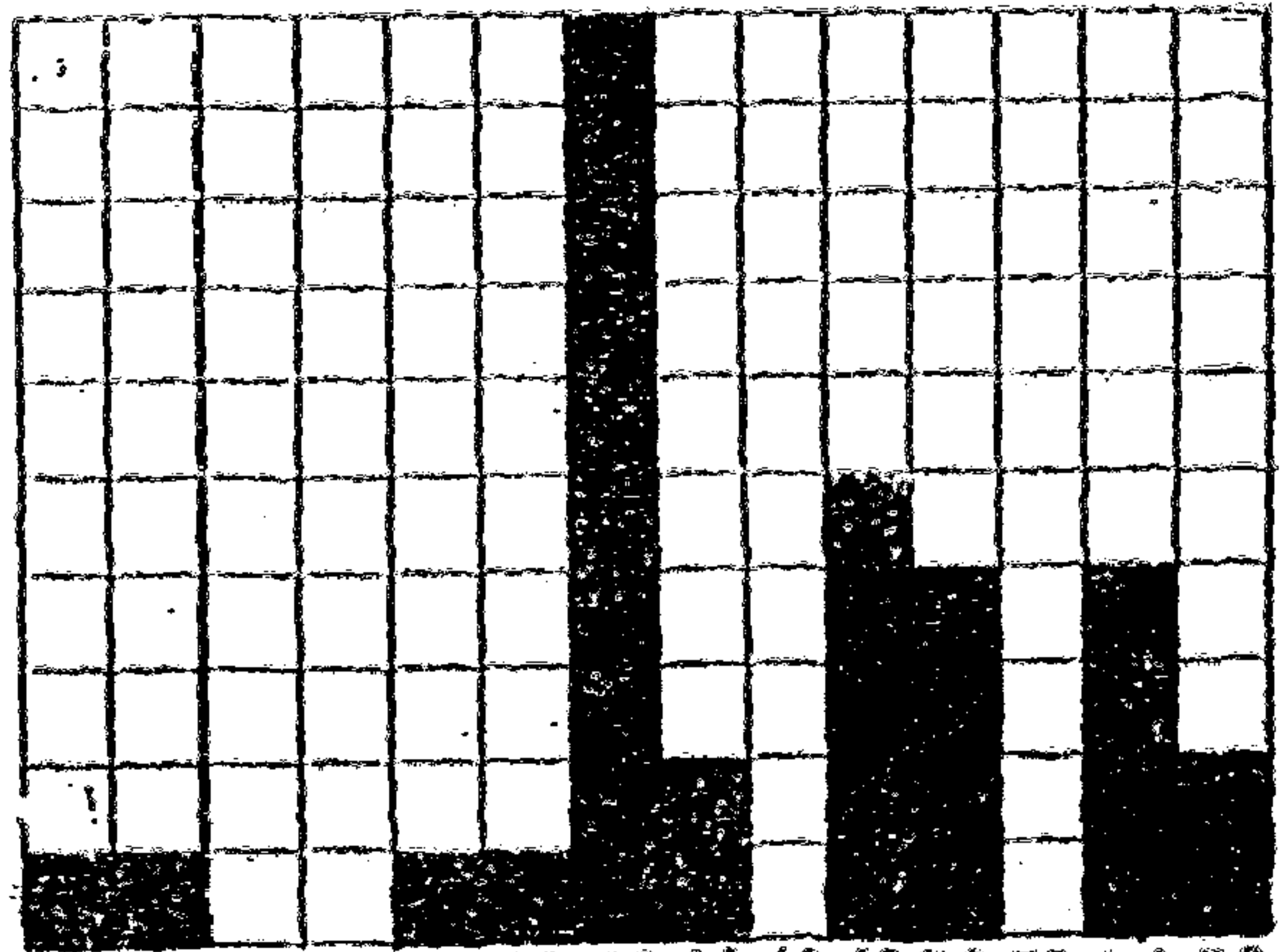
50, 51 4

52, 53 0

54, 55 4

56, 57 2

共計 31



30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56
31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57

合併有時也還用用四六七八等是

不常用的,不合併,頂是真相,愈合併

愈不過是近似的情形,何以要合併?

因為不合併時看起來太稀疏,不很

清楚,合併到什麼地步,有什麼限制?

大概平常要看分數頂大的和頂小

的相差數而定;大約總使合併後一

起不出二十格,並且不比十格更少。

可以先求頂大分數頂小分數的差

$56 - 30 = 26$,再想出一個法數來使除26後商數在十

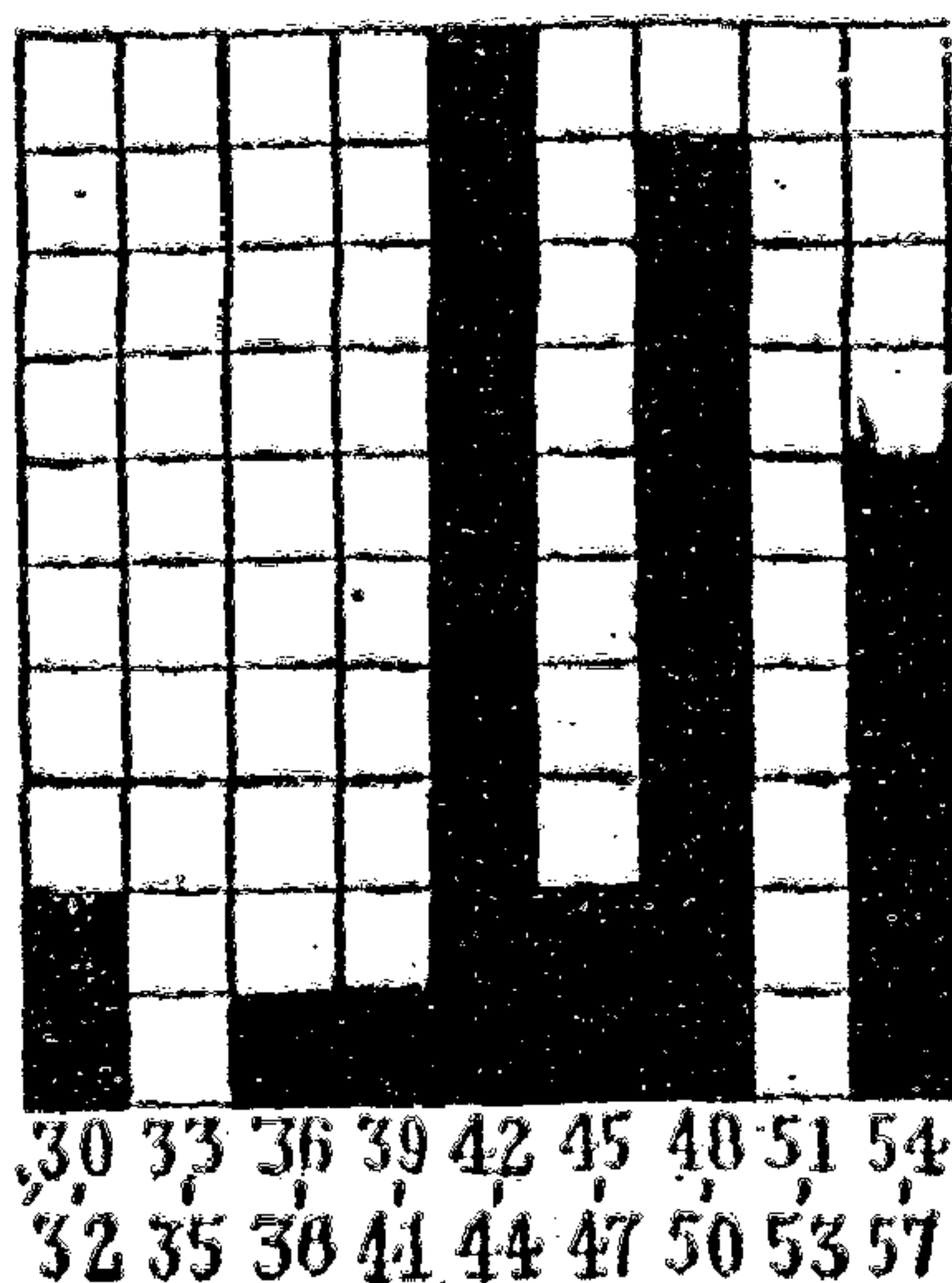
以上,二十以下,上面用2除,就是二個合併是恰好的

合併方法若要用三個合併,那麼一起不過九格了.試
試看,如下面第四表:

第四表 若畫分配圖,便成第三圖的樣子.

分	數	人	數
30	到	32	2
33	到	35	0
36	到	38	1
39	到	41	1
42	到	44	10
45	到	47	2
48	到	50	9
51	到	53	0
54	到	56	6
共	計		31

第 三 圖



表裏“到”字,平常用“——”代.

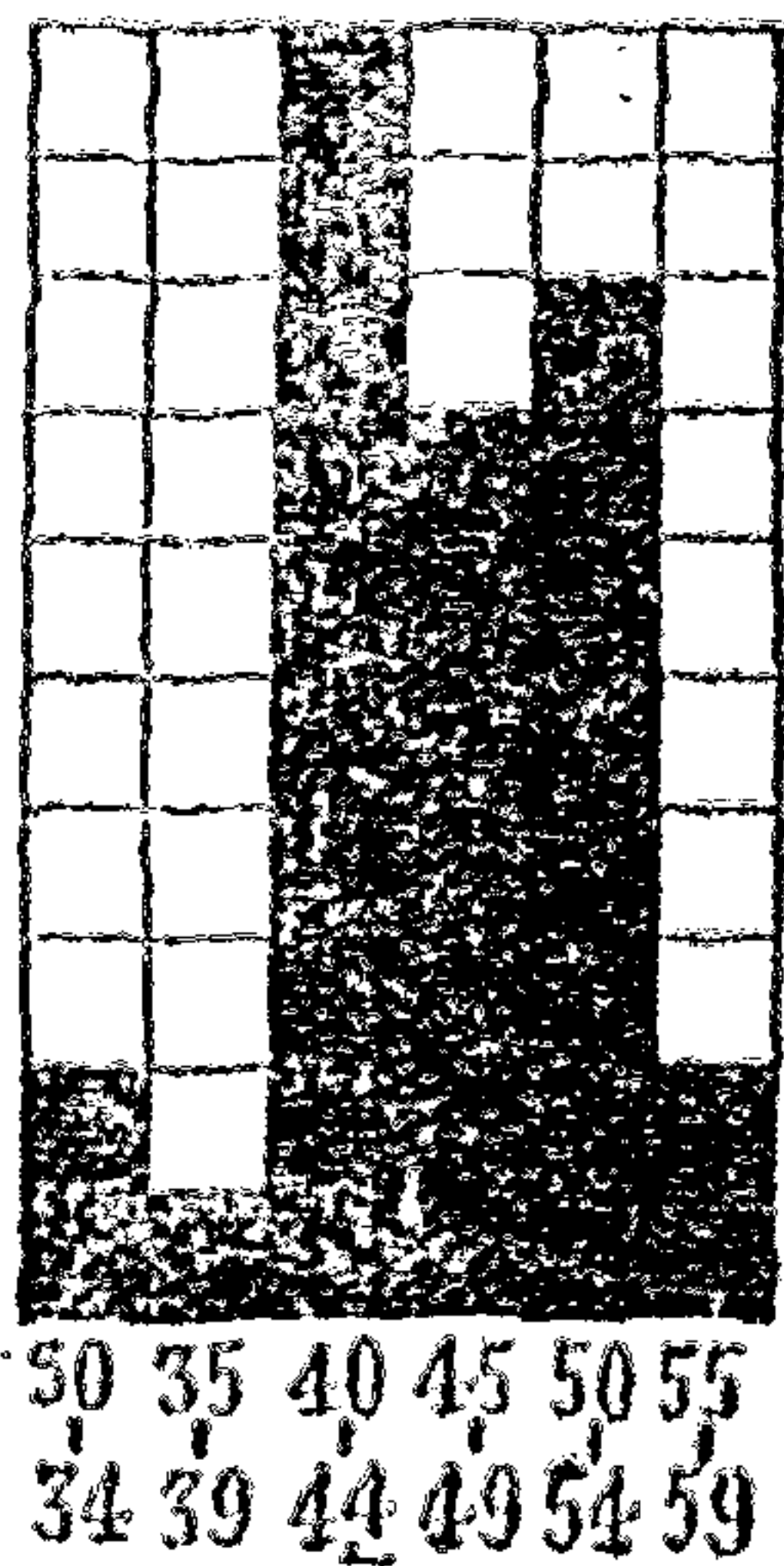
30到32分,省寫便成30—32分.

若再要用五個合併也可以.不過格數太少;一起不
過六格,統計起來,似乎又要嫌太不精密了.如下第五
表:

第五表

分 數	人 數
30—34	2
35—39	1
40—44	10
45—49	7
50—54	8
55—59	2
共 計	31

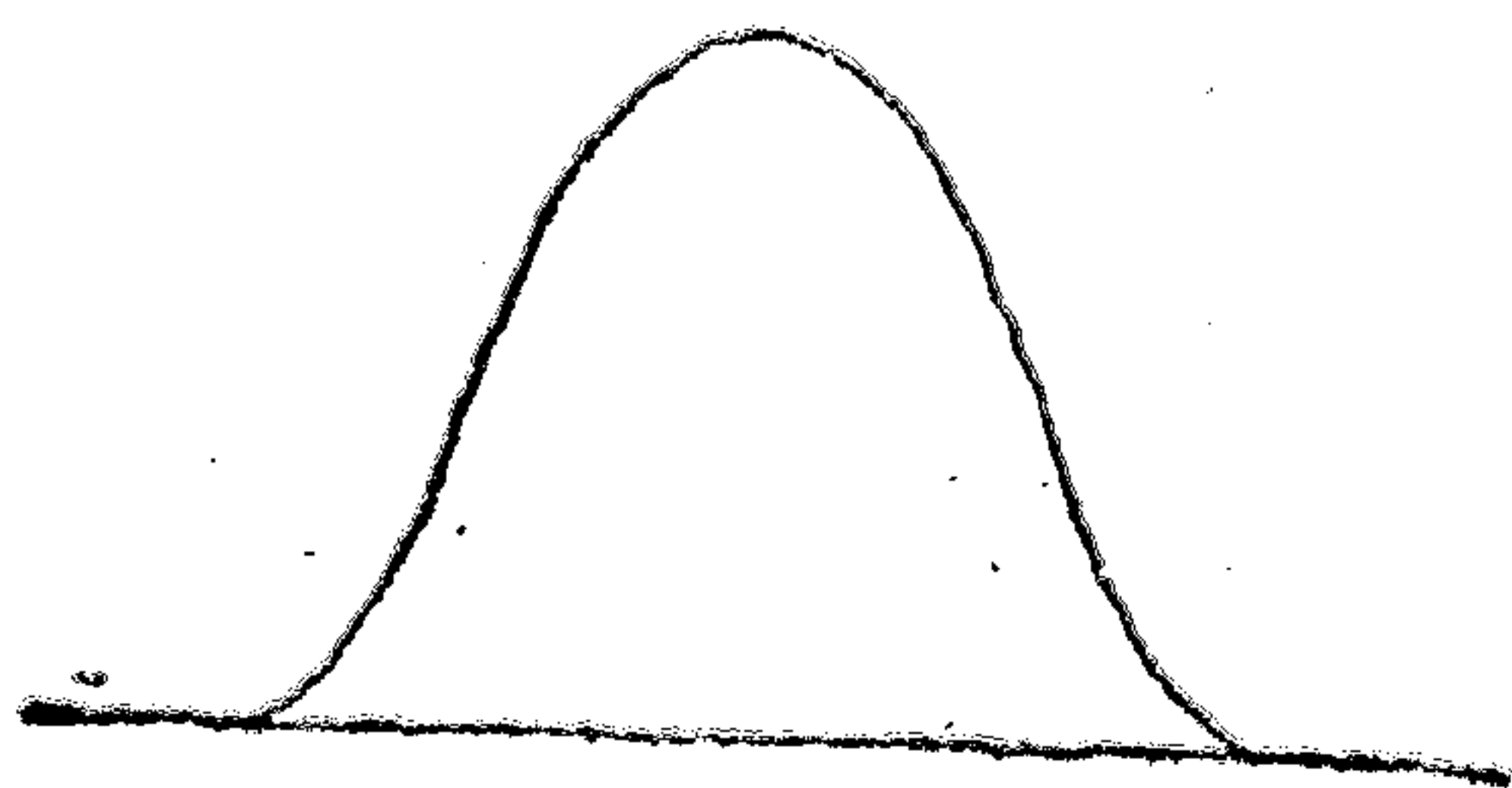
第四圖



第五節 正常分配

我們看了分配圖,知道,這一班學生做應用題的能力還近乎“正常分配”的情形。正常分配是像下面第五圖的樣子,兩端少,中央多,左右相稱,曲線平滑成鐘形。

第五圖



我們實際測驗,至少也不過得到與正常分配彷彿一致的情形,決不能有與正常分配完

全一致的。

正常分配好像是自然界的模式。現在的統計學完全是用這正常分配做基礎的。我們先做分配圖看測驗成績還近乎正常分配的，那麼以後的統計可以進行。不然當另謀解決。若分配圖完全不像正常分配而用了根據於正常分配創案的統計方法去做，豈不是牛頭不對馬嘴，以後統計的結果，便是不正確的了。

我們隨便揀什麼事物統計，都近似正常分配的樣子。道德的，智慧的，身體的高和重，皮色的深淺，日暈的濃度，都是這樣。智慧測驗學力測驗，雖不能和正常分配完全一致，但也能很近似。美國桑達克說：“這不是造物不願意分配的不勻，實在是自然界裏實在有多少的定例。從試驗研究的結果，我們才發現這一個定例。大凡所量的事物屬於下列各條件合併的動作的，結果常合乎正常分配

(1) 有很多的緣因。

(2) 各緣因大致彷彿

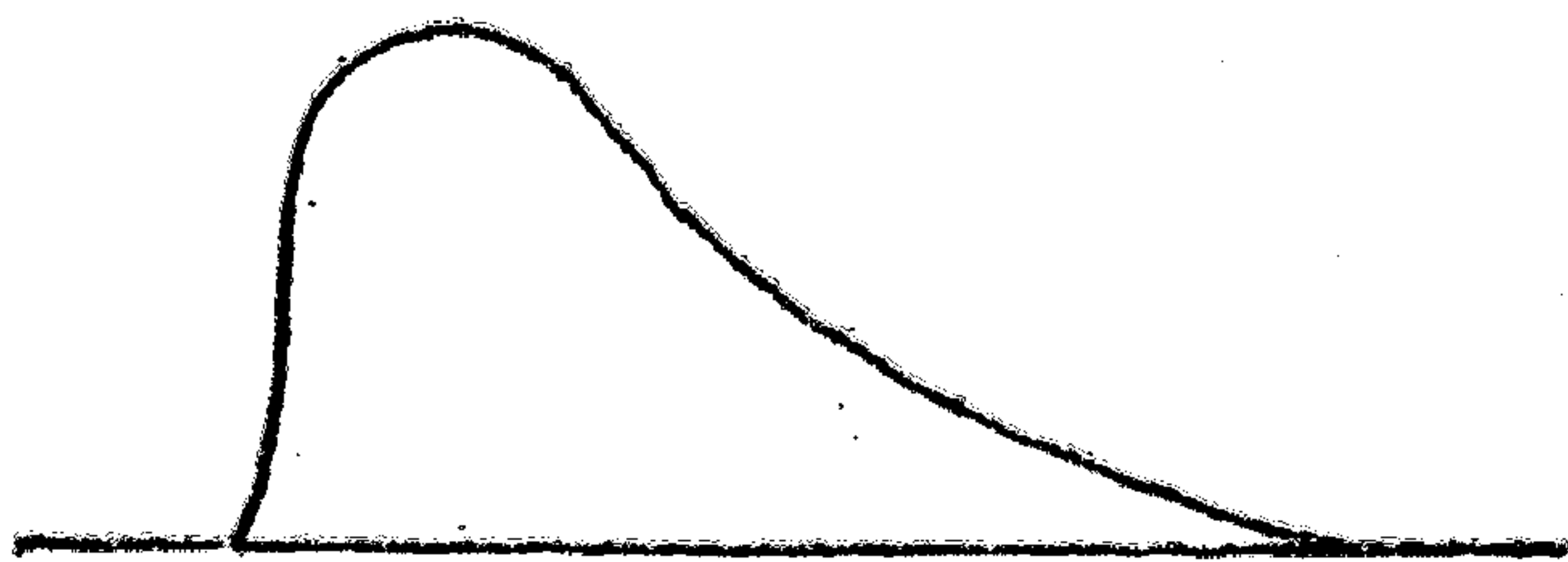
(3) 各緣因不相關係，各自獨立的呈現作用。（即一個緣因作用時，不一定別個緣因同時也呈作用）

平常的教育也常有這種情形，所以大多數的教育測驗結果也和正常分配近似了。

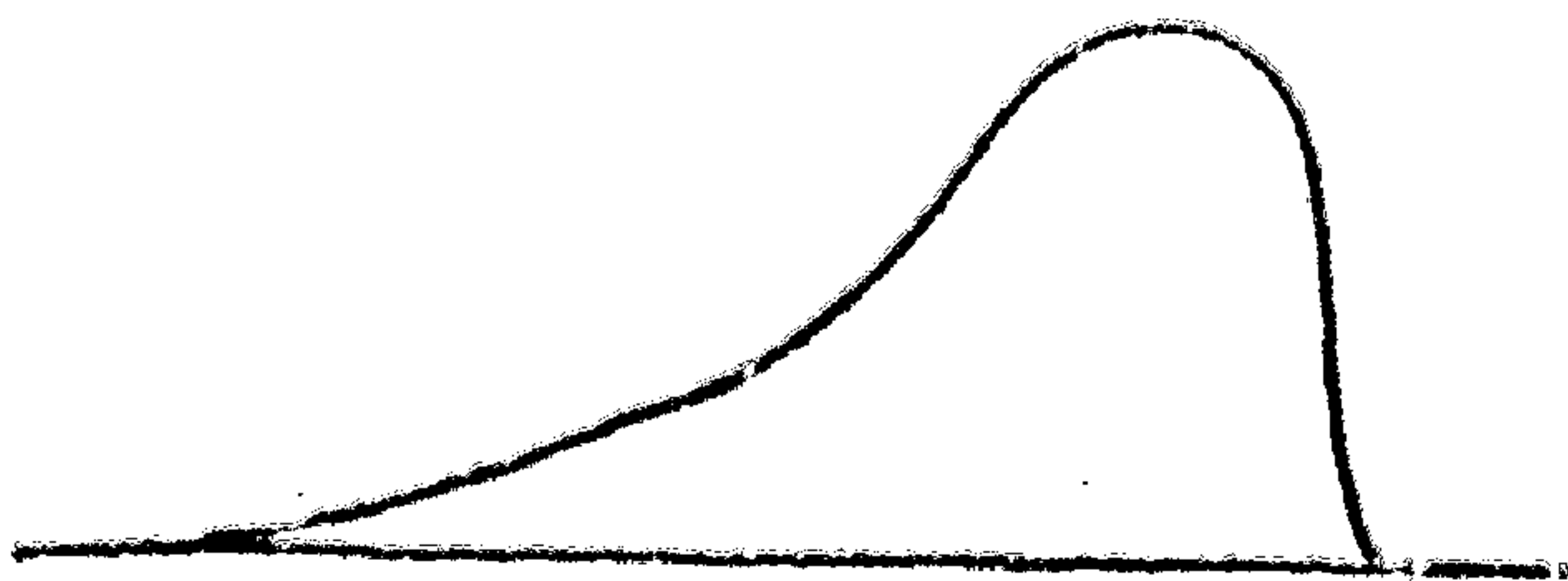
第六節 偏側分配

背乎正常分配的有偏側分配如第六圖多數集中左端的叫“正偏側”，又如第七圖多數集中右端的，叫“負偏側”。

第六圖



第七圖



分配偏側的原因如下：

(1)或者測驗題目太容易，所以大多數學生都能做

正很多,或者只錯一二題,所以成功負偏側。

(2)或者級裏學生好的一半已經升到上級去了,也會成功負偏側,這實在不過是正常分配的左一半。

(3)或者學校所在地人民的智力本來是第七圖的樣子,因為遺傳的關係,所以學生學力的分配也是如此。

(3)或者學生能力本來和正常分配彷彿,而教員對於高才的學生不再給他充分發展或練習的機會;此外還有別種教法的原因也會使結果成功負偏側的。

(5)或者是上述幾個原因的合併作用。

以上所述的原因,恰和前面正常分配的三個條件相背,就是緣因太少,並且這少數緣因占了很大的勢力,所以分配便成偏側,正偏側的原因,大致和負偏側彷彿,此地不再細述,學者自己去推想,便可明白。

第七節 雙心分配

背乎正常分配的,還有一種幾個中心的分配,譬如像第八圖的樣子,有兩個中心的,便叫“雙心分配”。

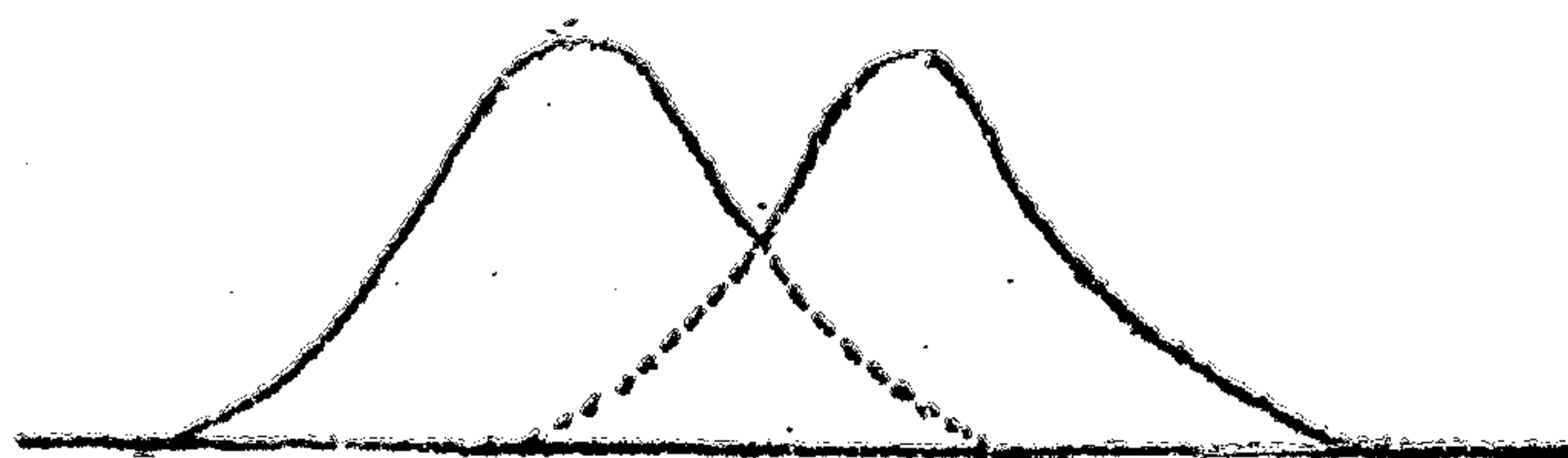
雙心分配的理由不一,大概是因為有了一種特別大勢力的存在,把兩種不調和的團體合併統計,往往

第八圖



得到雙心分配其實就是兩級各和正常分配彷彿的學生把他們結果合在一起。所以兩個正常分配一部相重，就成功了雙心分配。第九圖的點線就是把兩級分開來統計的情形。

第九圖



第八節 全量統計結論

順序表、分配表、分配圖三種都是把全體成績一起研究的，所以叫做“全量的統計”。這是統計入手的第一步。要再進行統計，這第一步的手續是不可少的，已如上述。即使不必再進行統計，這第一步的手續也是不可缺少的。三種裏分配表和分配圖尤其重要。順

序表不過是做分配表或分配圖的準備罷了。

第九節 做分配表的方法

若測驗成績已經騰在名單上,或者人數過多,一要把卷子照順序排列,手續覺繁重,便可逕從分配表入手,做法,先如第四節決定合併的方法然後做一張空的表格如下第六表的樣子,把名單上各生分數,逐一照選舉開票時記名的方法逐一填入各格內,等到一起填完以後,再數正字數目,改成第三表的樣子,有人喜歡用一橫四直(卅)代正字,記時先一直,次二直,次三直,次四直,末了滿五再一橫,如此,“正”便成(卅);“正”便成(卅);“下”便成(卅);“下”便成(卅)……………了,這本來沒有什麼重大出入,看各人用慣。

第六表

分 數	人 數
30—31	—
32—33	—
34—35	
36—37	
38—39	—

40—41	—
42—43	正正
44—45	丁
46—47	
48—49	正
50—51	正
52—53	
54—55	正
56—57	丁

第二章 要點統計

上面的全量統計可以使我們知道全體的情形，但是結果不能用一二個數目把一級成績表示出來。我們要有個簡便的數量表示，才可以解決統計上的問題。這便是“要點的統計”。

第一節 衆數

看前章第二表，42分共有六人，這是各項裏人數頂多的一項分數，42分我們叫他是衆數。第三表42到43分共有十人，這也是人數頂多的一項。不過42到43分，

我們平常當做42.5分看。所以照第三表分配法，衆數是42.5分。(即42和43相加折半的數目)第四表三個分數合併後的分配表42到44分共有十人。這一項是人數頂多的分數。42,43,44三個分數，平均起來相加用3除便是43分。所以照第四表，衆數是43分。照第五表五個分數合併的分配，衆數是40到44分的一項。這項共有十人。40,41,42,43,44平均起來相加用5除就是中間的42分。所以照第五表，衆數也是42分。

但是這衆數不過是大概的衆數，並不是真正的衆數。真正的衆數算法太複雜，並不是照上述，在分配表裏一看便知那麼容易。我們用衆數，不過取其手續省便而迅速，知道人數頂多的是那一項分數罷了。所以衆數是頂籠統的。

第二節 中分數

中分數一名中位，比衆數稍微精確些，但是計算也很簡便。只要用第一表的順序表，看三十一中那一人是第十六。他的分數45分便是中分數。第十六人在三十一人裏恰恰在順序的中央；比他小的有十五人，比他大的有十五人。若第末一人沒有到校測驗，那末，56

分的只有一人了,全體共計不過30人.這樣,沒有一人恰恰在順序的中央.全順序表的一半15人在前,一半15人在後.我們便用第十五人的分數和第16人的分數相加折半.第一表內第十五人45分,第十六人也是45分,平均起來仍舊是45分.這45就是中分數.若第十五人是44分,第十六人是45分,那麼中分數要改做44.5分了.平常算法:人數加1,用2除,答數就是中分數的第幾人,如上 $(31 + 1) \div 2 = 16$.再看第十六人的分數便得.若是30人,那末 $(30 + 1) \div 2 = 15.5$,這就是表明中分數要用第15人及第16人兩個的分數平均了才得的意思.

平常測驗,若只要知道一級的大概情形而不再進行精密的研究時,中分數也很够用.有時統計的數量是斷續而不是連續的,也只好用中分數,決不能再用下述的平均數或中數.測驗分數,大抵是連續的,王生51分,李生51多一些,朱生52分,……等.若學生人數等,某級35人,某級24人,中間不一定有36人,37人,38人,……等的學級,所以叫做斷續的.無論數量是連續的或斷續的,求中分數是都可以的.不過斷續的數量

却只可以求上述的衆數及中分數罷了。

第三節 全距

以上兩種，我們都是求一個中心來代表全級的成績。無論智力學力，一級學生的成績總是變化不一，個人不同的。教法上組織上都應該注意這一點。無論怎樣，測驗的成績，決不是完全集中在中心的一個分數上的，所以我們只知道中分數或衆數等“中心的要點”時，（中心的要點一名“集中趨勢”，就是說多數集合的趨向）決不能表示真相。有時兩級的中分數相同，一級裏或者頂好和頂不好的相差不多，而另外一級可以低到二年級，高到七年級。

集中趨勢是靠近分配圖裏中心的一點。我們還要知道一級裏好的學生和不好的學生，對於這中心點的變化距離怎樣。若是距離近，那末這級學生的成績好歹相差有限。若是距離很遠，那便知道學生成績好歹相差得很。這叫做“離中趨勢”，一名“變化率”。

“離中趨勢”比分配表，分配圖簡明，並且也可以把一級裏不同的變化狀況表示。分配表分配圖，確乎能表示一級裏變化不同的真相，但是不能用簡明的

數量陳述出來，離中趨勢是用數字來表示的。

最簡易的一種就是“全距”一名“全展開。”算法頂簡便，只須從頂大的分數，減去頂小的分數就是了。譬如第一表的例， $56 - 30 = 26$ 就是全距26分。全距是頂簡便的，不過供平常約略的審查罷了。僅僅靠頂大和頂小的相差，中間分數的變化還可以有好多種種不一的情形，所以不很可靠。

第四節 平均數

求平均數時，若是人數不多，方法很是簡便，只要照第二表的順序表，把各項分數和人數相乘，再用總人數除便得。例如下面的第七表：

第七表

分數	人數	分數 × 人數
30	1	30
32	1	32
38	1	38
40	1	40
42	6	252
43	4	172

45	2	90	
48	5	240	
50	4	200	
54	4	216	
56	2	112	
共計	31	1422	(45,871— 求到小數一位,以
		12	下四捨五入,平均數
		182	
		155	得 45.9
		270	
		248	
		220	
		217	
		30	

若分數合併了以後或是人數很多時,我們不照上面說的呆笨的方法計算,另用一種簡便的算法.方法及格子如下第八表:這是照第三表分配的.

大約在全順序表的中央隨便揀一項,譬 44 — 45 (不一定這一項隨便那一項都可以的.計算結果是同樣的.) 當做“約略平均數”或叫“假定平均數.”再求各格對於約略平均數的差數寫在“差”的一行裏.42 — 43 比 44 — 45 少 1, 40 — 41 比 44 — 45 少 2, 上面依此類推少 3, 少 4, 都是負數,這差是差的格數,就是

第八表

算法

分數 人數 差 人×差

30-31	1	-7	-7	A	54	
32-33	1	-6	-6	B	28	
34-35	0	-5	0	A-B	26	(C)
36-37	0	-4	0	距度	2	
38-39	1	-3	-3	C×距	52	(D)
40-41	1	-2	-2	D÷N	1.7	(E)
42-43	10	-1	-10	約略	44.5	
44-45	2	0	-28	(B)約略+E	46.2	平均數Mu
46-47	0	1	0			
48-49	5	2	10			
50-51	4	3	12			
52-53	0	4	0			
54-55	4	5	20			
56-57	2	6	12			
共計	31(N)		54	(A)		

$$\begin{array}{r}
 31 \overline{) 521.678} \\
 \underline{31} \\
 210 \\
 \underline{186} \\
 240 \\
 \underline{217} \\
 23
 \end{array}$$

差的步數。46 - 47 比 44 - 45 多 1, 48 - 49 多 2, 下面依此類推多 3, 多 4, 都是正數。

各項人數乘差數,寫在“差 × 人”的一行裏。 $1 \times -7 = -7$; $1 \times -6 = -6$; $0 \times -5 = 0$; $0 \times -4 = 0$; $1 \times -3 = -3$; $1 \times -2 = -2$; $10 \times -1 = -10$; $0 \times 1 = 0$; $5 \times 2 = 10$; $4 \times 3 = 12$ 等等,依此類推。

負數相加共 28(B);正數相加共 54(A);正負相差(A) - (B) = 26 (C)這便是正差人數總計和負差人數總計的餘數,但是每格占有二個分數(統計法裏叫做“距度”2.)所以再用 $2 \times 26 = 52$ (D),再用人數 31(N)除,得 1.678—四捨五入得 1.7(E)這是“糾正數。”就是說真正平均數比約略平均數還要多的意思,所以在約略平均數 44.5 上加 $1.7 = 46.2$,便是真正的平均數了,若糾正數是負數,那末就從 44.5 裏減去便得平均數 Mn.

何以要用 44.5 這是因為 44 - 45 的一格有兩個分數 44 及 45,兩者之間 44.5 是中點。

下面第九表和第十表是用第四表及第五表分配法的平均數求法,說明從略。

第九表

分數	人數	差	人×差	算法	
30—32	2	-5	-10	A	27
33—35	0	-4	0	B	25
36—38	1	-3	-3	A - B	2 (C)
39—41	1	-2	-2	距度	3
42—44	10	-1	-10	C × 距	6 (D)
45—47	2	0	-25 (B)	D ÷ N	.2 (E)
48—50	9	1	9	約略	46.0
51—53	0	2	0	約略 + E	46.2 Mu
54—56	6	3	18		
共計	31 (N)		27 (A)		

45到47內有45,46,47三個分數,所以約略平均數用三者的中點46.

第十表裏C是負數所以D,E都是負數約略平均47.0加了一1.0便是47.0減1.0的意思,成功了46.0.距度5,每格有五個分數.45—49,共有45,46,47,48,49五個分數,所以用五個中間的47當約略平均數.上面同一成績,用不同的方法,或分配表合併的方法不同時,算

出來的平均數稍有出入。

第十表

分數	人數	差	人 × 差	算法
30-34	2	-3	-6	A
35-39	1	-2	-2	B
40-44	11	-1	11	A - B
45-49	7	0	-19 (B)	距度
50-54	8	1	8	C × 距
55-59	2	2	4	D ÷ N
共計	3 (N)		12 (A)	約略 + E
	順序表	距度 2	距度 3	距度 5
	45.9	46.2	46.2	45.9

若逢書法綴法圖畫測驗等用量表校閱成績的，量表上的總成績分數，用 5, 10, 15 等每五個一級的，計算平均數時雖也是每格有五分的距度，但是和上面第十表不同。約略平均數，簡直用 5, 10, 15 等量表上的分數便是了。下面有一個例子，如第十一表說明從略。

平均數的算法，大略如上述，就是“算術平均數。”還有別種平均數，普通不常用的，算術平均數在統計

第十一表

分數	人數	差	人 × 差	算法	
25	1	-3	-3	A	23
30	7	-2	-14	B	21
35	4	-1	-4	A - B	2 (C)
40	4	0	-21 (B)	距度	5
45	4	1	4	C × 距	10 (D)
50	0	2	0	D ÷ N	.4 (E)
55	2	3	6	約略	40.0
60	2	4	8	約略 + E	40.4 Mn.
65	1	5	5		
共計	25(N)		23 (A)		

裏用處很大,用平均數時各學生的成績有平等的勢力,有時統計進行有必須要用平均數的,並且用平均數表示一級成績的中心勢力,是較為可靠的。

第五節 均方差

“均方差”一名“標準差”也是一種離中趨勢,也是表示變化情形的,比了全距要精密得多,全距是包括全體的,表示頂好的到不好的相距多少,均方差

不包括全體從中心要點向上向下各一個均方差的地位裏，大約包括全體的百分之六十八光景。

用了均方差全體裏成績頂好的和頂不好的學生占重大的勢力，可靠度很高，就是說結果是很可靠的。詳細見下。若統計進行，再要用均方差求相關度或可靠度時非用均方差不可。求均方差的方法，可以從求平均數的方法推演出去。平常中心要點用了平均數時，變化要點使用均方差。但是求得下節的中數後，也可以算均方差的。不過平常不肯如此做，怕手續上不便罷了。算法如下面第十二表的例子，先用第三表的分配。

揀定約略平均數，求各格對於約略平均數的差，各項人數乘差，負的相加得(B)，正的相加得(A)，A減B得(D)，等等，都和前節第八表一樣算法。用人數除(D)得.84(E)，再自乘得.71(F)。這是和第八表不同的。

差數自乘，寫在“差方”的一行裏。 $-7 \times -7 = 49$ ； $-6 \times -6 = 36$ 等等，以下類推。自乘之後無論正差負差，都變成功正數。再用各項人數乘差方，寫在“人×差方”一行裏。 $1 \times 49 = 49$ ； $1 \times 36 = 36$ ； 0×25

第十二表

分數	人數	差	人 × 差	差方	人 × 差方	算法	
30-31	1	-7	-7	49	49	A	54
32-33	1	-6	-6	36	36	B	28
34-35	0	-5	0	25	0	A - B	26 (D)
36-37	0	-4	0	16	0	D ÷ N	.84 (E)
38-39	1	-3	-3	9	9	E ²	.71 (F)
40-41	1	-2	-2	4	2	C	336
42-43	10	-1	-10	1	10	C ÷ N	10.84 (G)
44-45	2	0	-28	(B) 0	0	F	.71
46-47	0	1	0	1	0	G - F	10.13 (H)
48-49	5	2	10	4	20	\sqrt{H}	3.18 (J)
50-51	4	3	12	9	36	距度	2
52-53	0	4	0	16	0	J × 距	6.36 均方 差SD
54-55	4	5	20	25	100		
56-57	2	6	12	36	72		

共計 31(N) 54 (A) 336 (C)

= 0;等等乘積加起來得 336 是“差方和”(C). 用人數(N)除得 10.84(G).(G)內減去(F)得 10.13(H).再把 H

開平方求根得3.18 (J).再用距度 2 乘 (J) 得 6.36 就得均方差 S. D.

再用第四表及第五表的分配各做一例如下第十三表及第十四表說明從略.

第十三表

分數	人數	差	人 × 差	差方	人 × 差方	算法	算 法
30-32	2	-5	-10	25	50	A	27
33-35	0	-4	0	16	0	B	25
36-38	1	-3	-3	9	9	A - B	2 (D)
39-41	1	-2	-2	4	4	D ÷ N	.06 (E)
42-44	10	-1	-10	1	10	E ²	.0036 (F)
45-47	2	0	-25 (B)	0	0	C	136
48-50	9	1	9	1	9	C ÷ N	4.39 (G)
51-53	0	2	0	4	0	F	.0036
54-56	6	3	18	9	54	G - F	4.38 (H)
共計	31(N)		27 (A)		136 (C)	√H	2.09 (J)
						距度	3
						J × 距	6.27 S. D.

上面同一成績因分配表合併方法不同求出來的

第十四表

分數	人數	差	人×差	差方	人×差方	算		法	
30-34	2	-3	-6	9	18	A	12	C	49
35-39	1	-2	-2	4	4	B	19	C÷N	1.58 (G)
40-44	11	-1	-11	1	11	A - B	-7 (D)	F	.05
45-49	7	0	-19 (B)	0	0	D÷N	.23 (E)	G - F	1.53 (H)
50-54	8	1	8	1	8	E ²	.05 (I)	√H	1.24 (J)
55-59	2	2	4	4	8			距度	5
共計	31(N)		12 (A)		49 (C)			J×距	6.20 (S.D)

均方差也有些出入。

距度 2

6.36

距度 3

6.27

距度 5

6.20

試再求第十一表的書法測驗的均方差,如下第十五表。

第六節 中數

中數的計算法迅速,是一個較為普遍的中心要點。求了中數,一級裏成績過好,或過不好的學生沒有重大的勢力,用途也和平均數一樣的普通。有時已經知道某種分數在中心點上下,而要這種分數在決定中

第十五表

分數	人數	差	人 × 差	差方	人 × 差方	算法
25	1	-3	-3	9	9	A 23
30	7	-2	-14	4	28	B 21
35	4	-1	-4	1	4	A-B 2 (D)
40	4	0	-21(B)	0	0	D ÷ N .008 (E)
45	4	1	4	1	4	E ² .0001 (F)
50	0	2	0	4	0	C 120
55	2	3	6	9	18	C ÷ N 4.8 (G)
60	2	4	8	16	32	F .0001
65	1	5	5	25	25	G-F 4.8 (H)
共計	25(N)		23(A)		120(C)	√H 2.19 (J)
						距度 5
						J × 距 10.95 S.D.

心要點時占有重要的勢力,我們使用中數而不用平均數.

中數實在是把分配表,分成上下兩半,各半的人數相等.例子及算法如下,第十六表,就是第三表的分配.

人數31用2除得1.55(A).從(A)裏自上而下,減去各格人數 a, b, c, d, e, f, g, 等到減去 g 後餘數 1.5(B)比下格的 h 小不能再減時,我們便知中數應在 h 格內. h

第十六表

分數	人數	算法	又法
30—31	1a	N 31	N 31
32—33	1b	$N \div 2$ 15.5 (A)	$N \div 2$ 15.5 (A)
34—35	0c	A—a 14.5	A—z 13.5
36—37	0d	—b 13.5	—y 9.5
38—39	1e	—c 13.5	—x 9.5
40—41	1f	—d 13.5	—w 5.5
42—43	10g	—e 12.5	—v .5
44—45	2h	—f 11.5	—u .5 (B)
46—47	0u	—g 1.5 (B)	$B \div h$.25 (C)
48—49	5v	$B \div h$.75 (C)	距度 2
50—51	4w	距度 2	$C \times$ 距 .5 (D)
52—53	0x	$C \times$ 距 1.5 (D)	h終點 45.5
54—55	4y	h起點 43.5	h終—D 45.0 M.
56—57	2z	1起+D 45.0 中數M.	
共計	$\overline{31(N)}$		

格是 2 人,餘數 1.5 人,以 2 除 1.5 得 .75 (C),再以距度 2 乘得 1.5 是 (D). h 格是 44 分及 45 分.總成績 44 分實在是 43.

5 到 44.5 45 分便是 44.5 到 45.5 所以 h 格的起點是 43.5, 終點是 45.5, 43.5 加 1.5 便是 45, 即中數 M.

算中數不一定要自上而下, 也可以自下而上. $N \div 2$ 得 (A) 15.5 是 10 格的, 從 (A) 內自下而上減去 z, y, x, w, v, u 等各格也到 h 格. h 格內 2 比 .5 (B) 小, 不能再減了. h

第十七表

分 數	人 數	算 法	又 法
30—32	2a	N	N
		31	31
33—35	0b	$N \div 2$	$N \div 2$
		15.5 (A)	15.5 (A)
36—38	1c	A—a	A—z
		13.5	9.5
39—41	1d	—b	—y
		13.5	9.5
42—44	10e	—c	—x
		12.5	.5 (B)
45—47	2f	—d	$B \div f$
		11.5	.25 (C)
48—50	9x	—e	距度
		1.5 (B)	3
51—53	0y	$B \div f$	$C \times 距$
		.75 (C)	.75 (D)
54—56	6z	距度	f 終點
		3	47.5
共 計	$\overline{31(N)}$	$C \times 距$	f 終點—D
		2.25 (D)	46.75 M.
		f 起點	
		44.5	
		f 起點+I	
		46.75 M.	

格 2 人,餘數 .5,以 2 除 .5 得 .25 (C)再以距度 2 乘(C)得 .5 是 (D).h 格的終點是 45.5,從此減去 .5 便是 45.0,即中數 M.

再用第四表及第五表的分配各做一例如下第十七表及第十八表說明從略.

第十八表

分 數	人 數	算 法	又 法
30—34	2a	N	N
		31	31
35—39	1b	$N \div 2$	$N \div 2$
		15.5 (A)	15.5 (A)
40—44	11c	$A - a$	$A - z$
		13.5	13.5
45—49	7d	$-b$	$-y$
		12.5	5.5 (B)
50—54	8y	$-c$	$B \div d$
		1.5 (B)	.8 (C)
55—59	2z	$B \div d$	距度
		.2 (C)	5
共 計	$\overline{31(N)}$	距度	$C \times 距$
		5	4.0 (D)
		$C \times 距$	d終點
		1.0 (D)	49.5
		d起點	d終點 - D
		44.5	45.5 M.
		d起點 + D	
		45.5 M.	

上面同一成績,因分配表合併方法不同,求出來的中數也有些出入.

距度 2	距度 3	距度 5
45.0	46.8	45.6

第十一表的書法測驗,求中數如下第十九表:

第十九表

分數	人數	算法	又法
25	1 a	N25	N25
30	7 b	$N \div 2$ 12.5 (A)	$N \div 2$ 12.5 (A)
35	4 c	$A - a$ 11.5	$A - z$ 11.5
40	4 d	$-b$ 4.5	$-y$ 9.5
45	4 v	$-c$.5 (B)	$-x$ 7.5
50	0 w	$B \div d$.125 (C)	$-w$ 7.5
55	2 x	距度 5	$-v$ 3.5 (B)
60	2 y	$C \times 距$.625 (D)	$B \div d$.875 (C)
65	1 z	d起點 37.5	距度 5
共計	$\overline{25(N)}$	d起點 + D 38.125 M.	$C \times 距$ 4.375 (D)
			d終點 42.5
			d終點 - D 38.125 M.

這種用量表對成績的,譬如書法綴法圖畫等類,25分是 22.5 到 27.5 的意思;30分是 27.5 到 32.5 的意思。

所以 d 格起點作 37.5 分,終點作 42 分半。

若是上例 65 分的一人沒有了,人數便成雙數,以 2 除後不得 .5,算法是一樣的,一路減下去,減到恰巧完結,便當 0 算,如下例第二十表。

第二十表

分數	人數	算法		又法	
25	1 a	N	24	N	24
30	7 b	$N \div 2$	12 (A)	$N \div 2$	12 (A)
35	4 c	$A - a$	11	$A - a$	10
40	4 d	$-b$	4	$-y$	8
45	4 w	$-c$	0 (B)	$-x$	8
50	0 x	$B \div d$	0 (C)	$-t$	4
55	2 y	距度	5	$-d$	0 (B)
60	2 z	$C \times 距$	0 (D)	$B \div c$	0 (C)
共計	$24(N)$	d起點	37.5	距度	5
		d起點 + D	37.5 M.	$C \times 距$	0 (D)
				c終點	37.5
				c終點 - D	37.5 M.

這並不算什麼困難,只要呆照了算法,依次做去,沒

有數目時算是 0,一切方法可以不變.但是逢到下面例子的特別情形,便要注意了.這種情形本來是不容易遇到的.例如第二十一表:

第二十一表

分數	人數	算法		又法	
30 31	1 a	N	8	N	8
32 33	1 b	$N \div 2$	4 (A)	$N \div 2$	4 (A)
34 35	0 c	$A - a$	3	$A - z$	2
36 37	2 } d	$-b$	2	$-y$	2
38 39	0 }	$-c$	2	$-x$	2
40 41	0 } v	$-d$	0 (B)	$-w$	2
42 43	2 }	$B \div v$	0 (C)	$-v$	0 (B)
44 45	0 w	距度	2	$B \div d$	0 (C)
46 47	0 x	$C \times 距$	0 (D)	距度	2
48 49	0 y	v起點	39.5	$C \times 距$	0 (D)
50 51	2 z	v起點 + D	39.5 M.	d終點	39.5
共計	$\overline{8(N)}$			d終點 - D	39.5 M.

實在也沒有什麼重大的困難.倘使中數恰巧要到人數 0 的格裏去時,把人數 0 的兩格,一格併入上面,

一格併入下面。那末 d 格起點是 35.5, 終點是 39.5; v 格起點是 39.5, 終點是 43.5, 若是中間只有一格人數是 0 的, 可以把那格分數一半併入上面, 一半併入下面。例如:

分數	人數		起點	終點
36—37	2	} d.	35.5,	38.5,
38—39	0			
40—41	2	} v.	38.5,	41.5,

若有三格是 0, 可以一格半併入上面, 一格半併入下面。

上面用距度 2 做例子。若是距度 3, 有一格是 0, 可以把一分半併上, 一分半併下如下例:

分數	人數		起點	終點
36—38	2	} d.	35.5	40.0
39—41	0			
42—44	2	} v.	40.0	44.5

就是把 39, 40, 41 三分分成兩半, 39 是 38.5 到 39.5; 40 是 39.5 到 40.5, 中央 40 即 39.5 到 40.5 的一半, 所以 d 的終點是 40; 40 到 40.5 的一半併入下面一格, 所以 v

的起點便是40.

若逢綴法書法圖畫等用量表的,也可以照此推想而知如下例.

分 數	人 數			
35	2	} d.	起 點 32.5	終 點 40.0
40	0			
45	2	} v.	起 點 40.0	終 點 47.5

空格的40本表示 37.5 到 42.5 的意思把他分成兩半,一半 37.5 到 40 併入上面,所以 d 格的終點是 40.一半從 40.0 到 42.4 併入下面,所以 v 格的起點便是 40.0.

第七節 · 四分差

四分差是從中數算起的變化率,從中數起向上向下各一個四分差,包括全體的一半即百分之五十.四分差的計算很簡便,有時我們要把“下四分點” Q_1 和“上四分點” Q_3 同時表示以供參考時,當然也要用四分差了.

計算法,仿照求中數法,先求下四分點及上四分點.方法完全和求中數一樣,不過總人數 N 不用 2 除.求下四分點時用 4 除,自上而下求.求上四分點時也用

四除,自上而下求,便可以得到,例如下,第二十二表,即第三表的分配。

第二十二表

分數	人數	求下四分點		求上四分點及四分差	
30,31	1 a	N	31	N	31
32,33	1 b	$N \div 4$	7.75 (A)	$N \div 4$	7.75 (A)
34,35	0 c	$A - a$	6.75	$A - z$	5.75
36,37	0 d	$-b$	5.75	$-y$	1.75
38,39	1 e	$-c$	6.75	$-x$	1.75 (B)
40,41	1 f	$-d$	57.5	$B \div w$.4375 (C)
42,43	10 g	$-e$	4.75	距度	2
44,45	2	$-f$	3.75 (B)	$C \times 距$.875 (D)
46,47	0	$B \div g$.375 (C)	w終點	51.5
48,49	5	距度	2	w終-D	50.625 上四分點 Q_3
50,51	4 w	$C \times 距$.75 (D)	Q_1	42.25
52,53	0 x	g起點	41.5	$Q_3 - Q_1$	8.375 P
54,55	4 y	g起點 + D	42.25 下四分點 Q_1	$P \div 2$	4.1875 Q_2 四分差
56,57	2 z				
共計	31(N)				

求好下四分點及上四分點後,從上四分點裏減去下四分點,再以 2 除便是四分差。

再用第四表及第五表的分配各做例子如下第二十三及二十四表:

第二十三表

分 數	人 數	求下四分點		求上四分點及四分差	
30—32	2 a	N	31	N	31
33—35	0 b	$N \div 4$	7.75 (A)	$N \div 4$	7.75 (A)
36—38	1 c	$A - a$	5.75	$A - z$	1.75
39—41	1 d	$-b$	5.75	$-y$	1.75 (B)
42—44	10 e	$-c$	4.75	$B \div x$.194 (C)
45—47	2 w	$-d$	3.75 (B)	距度	3
48—50	9 x	$B \div e$.375 (C)	$C \times 距$.583 (D)
51—53	0 y	距度	3	x終點	50.5
54—56	6 z	$C \times 距$	1.125 (D)	x終點 - D	49.9 Q_3
共 計	$\overline{31(N)}$	e起點	41.5	Q_1	42.6
		e起點 + D	42.625 Q_1	$Q_3 - Q_1$	7.3 P
				$P \div 2$	36.5 Q

第二十四表

分數	人數	求下四分點		求上四分點及四分差	
30—34	2 a	N	31	N	31
35—39	1 b	$N \div 4$	7.75 (A)	$N \div 4$	7.75 (A)
40—44	11 c	$A - a$	5.75	$A - z$	5.75 (B)
45—49	7	$-b$	4.75 (B)	$B \div y$.72 (C)
50—54	8 y	$E \div c$.432 (C)	距度	5
55—59	2 z	距度	5	$C \times 距$	3.6 (D)
共計	$\overline{31(N)}$	$C \times 距$	2.16 (D)	y終點	54.5
		c起點	39.5	y終點 - D	50.9 Q_3
		c起點 + D	41.66 Q_1	Q_1	41.66
				$Q_3 - Q_1$	9.24 (P)
				$P \div 2$	4.62 Q

上面同一成績因分配表合併方法不同,求出來的四分差也有出入.

距度 2

距度 3

距度 5

4.19

3.65

4.62

第十一表的書法測驗,求四分差如下第二十五表:

第二十五表

分數	人數	求下四分點	求上四分點及四分差
25	1 a	N/25	N/25
30	7 b	$N \div 4$ 6.25 (A)	$N \div 4$ 6.25 (A)
35	4	$A - a$ 5.25 (B)	$A - z$ 5.25
40	4	$B \div b$.75 (C)	$-y$ 3.25
45	4 v	距度 5	$-x$ 1.25
50	0 w	$C \times 距$ 3.75 (D)	$-w$ 1.25 (B)
55	2 x	b起點 27.5	$B \div v$.31 (C)
60	2 y	b起點 + D 31.25 Q_1	距度 5
65	1 z		$C \times 距$ 1.55 (D)
共計	25(N)		v終點 47.5
			v終點 - D 45.95 Q_3
			Q_1 31.25
			$Q_3 - Q_1$ 14.7 (P)
			$P \div 2$ 7.35 Q

第二十一表的分配求四分差如下第二十六表：

這例求下四分點時 2 減 1 再減 1, 恰巧沒有得 0.

下四分點在 33.5 一格以下, 34—35 的一格是 0, 把一

第二十六表

分數	人數	求下四分點		求上四分點及四分差	
30,31	1 a	N	8	N	8
32,33	1 } b	$N \div 4$	2 (A)	$N \div 4$	2 (A)
34,35	0 } c	$A - a$	1	$A - z$	0 (B)
36,37	2 } c	$-b$	0 (B)	$B \div y$	0 (C)
38,39	0	$B \div c$	0 (C)	距度	2
40,41	0	距度	2	$C \times 距$	0 (D)
42,43	2 } y	$C \times 距$	0 (D)	y終點	46.5
44,45	0 } y	c起點	34.5	y終點 - D	46.5 Q_3
46,47	0 } c起點 + D	c起點 + D	34.5 Q_1	Q_1	34.5
48,49	0 } z			$Q_3 - Q_1$	12.0 (P)
50,51	2 } z			$P \div 2$	6.0 Q
共計	$\overline{8 (N)}$				

半34併入上面,一半35併入下面,35即34.5到35.5所以c的起點便是34.5.求上四分點時,2減2恰完.以上有三格是0.把一格半併上面y去,一格半併入z.46—47的一格有一半在y,一半在z.46併入y,47併入z.46即45.5到46.5;47即46.5—47.5.所以y的終是

46.5.

第八節 平均差

平均差也是一種離中趨勢的變化率，就是各格人數對於平均數或中數的差，平均起來是多少。從中心要點向下向上各一個平均差時，大約包括全體的百分之五十七半。這種算法也還便利，不過平常不很用，常用的是四分差和均方差兩種。

計算法用分配表，求各格對於真正的平均數差多少，或求各格對於中數的差多少，然後再用各格人數，乘差數，再把結果不管正負，加起來，再以總人數除便是。不過各格分配若是30,31分時，則用中央的30.5算；若是30—32三個合併時，則用中央的31分算；若是30—34分時，則用中央的32分算。書法綴法，圖畫等用量表對的，各格分數25,30,35等時，就用25,30,35等算。例子如下第二十七表二十八表及二十九表：

第二十七表

分數	人數	對於平均 數的差	人×差	對於中 數的差	人×差
30,31	1	15.7	15.7	14.5	14.5
32,33	1	13.7	13.7	12.5	12.5
34,35	0	11.7	0	10.5	0
36,37	0	9.7	0	8.5	0
38,39	1	7.7	7.7	6.5	6.5
40,41	1	5.7	5.7	4.5	4.5
42,43	10	3.7	37.0	2.5	25.0
44,45	2	1.7	3.4	1.5	1.0
46,47	0	.3	0	1.5	0
48,49	5	2.3	11.5	3.5	17.5
50,51	4	4.3	17.2	5.5	22.0
52,53	0	6.3	0	7.5	0
54,55	4	8.3	33.2	9.5	38.0
56,57	2	10.3	20.6	11.5	23.0
共計	<u>31</u>		<u>31)165.7</u> (5.34Mn.D.)		<u>31)164.5</u> (5.30Mn.D.)
平均數	46.2		<u>155</u>		<u>155</u>
中數	45.0		<u>107</u>		<u>95</u>
			93		93
			<u>140</u>		<u>20</u>
			124		

第二十八表

分 數	人 數	對於平均 數的差	人×差	對於中 數的差	人×差
30—32	2	15.1	30.2	15.8	31.6
33—35	0	12.1	0	12.8	0
36—38	1	9.1	9.1	9.8	9.8
39—41	1	6.1	6.1	6.8	6.8
42—44	10	3.1	31.0	3.8	38.0
45—47	2	.1	.2	.8	1.6
48—50	9	2.9	26.1	2.2	19.8
51—53	0	5.9	0	5.2	0
54—56	6	8.9	53.4	8.2	49.2
共 計	31		31)156.1(5.035 Mn. D.		31)156.6(5.05 Mn. D.
平均數	46.1		155		155
中 數	46.8		<u>110</u>		<u>160</u>
			33		155
			<u>170</u>		<u>5</u>
			155		
			<u>15</u>		

第二十九表

分數	人數	對於平均數的差	人×差	對於中數的差	人×差
30—34	2	13.9	27.8	13.5	27.0
35—39	1	8.9	8.9	8.5	8.5
40—44	11	3.9	42.9	3.5	38.5
45—49	7	1.1	7.7	1.5	10.5
50—54	8	6.1	48.8	6.5	52.0
55—59	2	11.1	22.2	11.5	23.0
共計	$\frac{31}{31}$		$\frac{31)158.3(5.17\text{ Mn. D.}}{155}$		$\frac{31)159.5(5.15\text{ Mn. D.}}{155}$
平均數	45.9		$\frac{31}{33}$		$\frac{45}{45}$
中數	45.5		$\frac{31}{210}$		$\frac{31}{14}$

上面同一成績,因分配表合併方法不同,求出來的平均差也有出入。

用平均數	距離 2	距離 3	距離 5
5.34	5.04		5.17
用中數	5.30	5.05	5.15

下列第三十表,就是第十一表書法測驗分配表的平均差求法。

第三十表

分 數	人 數	對於平均 數的差	人×差	對於中 數的差	人×差
25	1	15.4	15.4	13.1	13.1
30	7	10.4	72.8	8.1	56.7
35	4	5.4	21.6	3.1	12.4
40	4	.4	1.6	1.9	7.6
45	4	4.6	14.4	6.9	27.6
50	0	9.6	0	11.9	0
55	2	14.6	29.2	16.9	33.8
60	2	19.6	39.2	21.9	43.8
65	1	24.6	24.6	26.9	26.9
共 計	25		25)218.8(8.752M _n .D.		25)221.9(8.876M _n .D.
平均數	40.4		200		200
中 數	38.1		<u>188</u>		<u>219</u>
			.175		200
			<u>130</u>		<u>190</u>
			125		175
			<u>50</u>		<u>150</u>
			50		150

第九節 各要點的結論

要點統計,到此可以告一段落。要點統計有兩種,一是中心的要點,一名集中趨勢,有衆數,中分數,平均數,中數等,上面各例子,求出來的結果如下:

1. 應用題測驗:	衆數	中分數	平均數	中數
順序表	42.0	45.0	45.9	
距度 2	42.5		46.2	45.0
距度 3	43.0		46.2	46.8
距度 5	42.0		45.9	45.5
2. 書法測驗:	30	40	40.4	38.1

第一節的求衆數法是觀察求得的是大概的衆數。還有一個求近似衆數的方法,要先從平均數裏減中數,然後用 3 乘差,再從平均數裏減去這 $3 \times$ 差的積,便是,分配略有偏側時,此法求得的衆數頂合用。偏側太甚的,却不合用。不過我們有了平均數及中數,已很够。用衆數計算仍要根據平均數及中數,手續仍舊太繁。

第二種是變化率,一名離中趨勢,有全距,均方差,四分差,平均差等。前面各例子,求出來的結果如下:

1. 應用題測驗:	全距	均方差	四分差	平均差(平均數求)	平均差(中數求)
距度 2	26	6.36	4.19	5.34	5.30
距度 3	26	6.27	3.65	5.04	5.05
距度 5	26	6.20	4.62	5.17	5.15
2. 書法測驗:	40	10.95	7.35	8.75	8.88

上面求出來的變化率,比較起來總是均方差頂大,四分差頂小,平均差在兩者之間.前面我們也說過,凡從中心要點向上向下:

各一個均方差包括

全體 68%

各一個四分差包括

全體 50%

各一個平均差包括

全體 57.5%

用求得的結果證明起來,是不錯的,平常變化率只要求得一個,別的有公式可以換算;不必再求,公式是:

$$\text{四分差} = .6745 \times \text{均方差}$$

1. 應用題測驗: 均方差(算)	四分差(算)	四分差(由均方)	四分差(由平均)	平均差(算)	平均差(由均方)
距度 2	4.19	4.29	4.51	4.48	5.34
距度 3	3.65	4.23	4.26	4.27	5.04
距度 5	4.62	4.18	4.37	4.35	5.17
2. 書法測驗: 10.95	7.35	7.39	7.40	7.51	8.75

平均差 = .7979 × 均方差,

四分差 = .8453 × 平均差,

我們照公式來試試看。結果如右表:

換算法的實求的比較起來,數目彷彿,但不是完全一致的。這因為分配不是完全和正常分配一致,不過是近乎正常分配的情形,所以數目只得近似了。

第十節 中數差

變化率還有兩種,一種叫做“錯誤率”或叫“機遇率”P. E. 實用上當他和四分差相

等便了。在正常分配時錯誤率和四分差是完全一樣的。這種在變化率裏已經不用，現在通行用在下面講的可靠度裏去了。

還有一種叫做“中數錯，”M. D. 正常分配時也和四分差一樣的，所以不必再用。算法也很簡便，只要把分配表裏各格對於平均數或中數的差，不管正負，按照差數的大小做一分配表而在右面再記人數，照第六節方法求中數便得了，下面是一個例子，如第三十一表：

這裏距度，要十分注意各格差數，不是平均的。3到1.7差1.4；1.7到2.3差.6。以下類推。d格中點是3.7，c格中點是2.3。兩者之間相差1.4。一半算c格，一半算d格，所以d格起點是3.0，d格中點是3.7，c格中點是4.3。兩者之間相差.6。一半算d格，一半算e格，所以d格中點是4.0。那末，這一個d格的距度便是1。

求出來的中數差3.85和四分差4.19不能一致，這是因為分配不過近乎正常，實在不是完全和正常分配一致的原因。

下面還算幾個例子，如第三十二，三十三，三十四，三

十五,三十六,三十七及三十八表:

第三十一表 取第二十七表對於平均數的差

差數	人數	算法
.3	0 a	N 31
1.7	2 b	$N \div 2$ 15.5 (A)
2.3	5 c	$A - a$ 15.5
3.7	10 d	$-b$ 13.5
4.3	4 e	$-c$ 8.5 (B)
5.7	1	$B \div d$.85 (C)
6.3	0	距度 1
7.7	1	$C \times$ 距 .85 (D)
8.3	4	d起點 3.0
9.7	0	d起點 + D 3.85 M.D.
10.3	2	
11.7	0	
13.7	1	
15.7	1	
共計	<u>31(N)</u>	

第三十二表 取二十七表對於中數的差

差數	人數	算 法
.5	2 a	N 31
1.5	0 b	$N \div 2$ 15.5 (A)
2.5	10 c	$A - a$ 13.5
3.5	5 d	$-b$ 13.5
4.5	1	$-c$ 3.5 (B)
5.5	4	$B \div d$.7 (C)
6.5	1	距度 1
7.5	0	$C \times 距$.7 (D)
8.5	0	d起點 3.0
9.5	4	d起點 + D 3.70 M.D.
10.5	0	
11.5	2	
12.5	1	
14.5	1	
共計	<u>31 (N)</u>	

第三十三表 取二十八表對於平均數的差 第三十四表 取二十八表對於中數的差

差數	人數	算法	差數	人數	算法
.1	2 a	$N/31$.8	2	$N/31$
2.9	9 b	$N \div 215.5$ (A)	2.2	9	$N \div 215.5$ (A)
3.1	10 c	$A - a$ 13.5	3.8	10	$A - a$ 13.5
5.9	0	$-b$ 4.5 (B)	5.2	0	$-b$ 4.5 (B)
6.1	1	$B \div c$.45 (C)	6.8	1	$B \div c$.45 (C)
8.9	6	距離 1.5	8.2	6	距離 1.5
9.1	1	$C \times$ 距 .675 (D)	9.8	1	$C \times$ 距 .675 (D)
12.1	0	c起點 3.0	12.8	0	c起點 3.0
15.1	2	c 起點 + D 3.675 M.D.	15.8	2	c 起點 + D 3.675 M.D.
共計	$\overline{31 (N)}$		共計	$\overline{31 (N)}$	

第三十五表 取二十九表對於平均數的差 第三十六表 取二十九表對於中數的差

差數	人數	算法	差數	人數	算法
1.1	7 a	N	1.5	7 a	N
3.9	11 b	$N \div 2$	3.5	11 b	$N \div 2$
6.1	8	A -	6.5	8	A - a
8.9	1	$B \div b$	8.5	1	$B \div b$
11.1	2	距度	11.5	2	距度
13.9	2	C × 距	13.5	2	C × 距
共計	$\overline{31 (N)}$	b起點	共計	$\overline{31 (N)}$	b起點
		b起點 + D			b起點 + D
		4.43 M.D.			4.43 M.D.

第三十七表 取三十表對於平均數的差

差數	人數	算法
.4	4 a	$N/25$
4.6	4 b	$N \div 2 - 12.5$ (A)
5.4	4 c	$A - a$ 8.5
9.6	0 d	$-b$ 4.5
10.4	7 e	$-c$.5
14.6	2	$-d$.5 (B)
15.4	1	$B \div e$.07 (C)
19.6	2	距度 2.5
24.6	1	$C \times$ 距 .175 (D)
共計	$\overline{25 (N)}$	e起點 10.0
		e起點 + D 10.175 M.D.

第三十八表 取三十表對於中數的差

差數	人數	算法
1.9	4 a	$N/25$
3.1	4 b	$N \div 2 = 12.5$ (A)
6.9	4 c	$A - a = 8.5$
8.1	7 d	$-b = 4.5$
11.9	0	$-c = .5$ (B)
13.1	1	$B \div d = .07$ (C)
16.9	2	距度 2.5
21.9	2	$C \times \text{距} = .175$ (D)
26.9	1	d起點 7.5
共計	$\overline{25 (N)}$	d起點 + D 7.675 M.D.

求出來的結果,不過與四分差相近似罷了。

1. 應用題測驗:	四分(實)差	四分(由均方)差	四分(由平均)差	中數(實)差
			平均的 中數的	平均的 中數的
距度 2	4.19	4.29	4.51 4.48	3.85 3.70
距度 3	3.65	4.23	4.26 4.27	3.68 3.68
距度 5	4.62	3.81	4.37 4.35	4.43 4.43
2. 書法測驗:	7.35	7.39	7.40 7.51	10.18 7.68

第十一節 變化率的應用

變化率的用途是表示級內成績變化情形的。譬如平均數 45.9 或中數 45.5 不過是表明成績的中心要點。再計算了均方差 6.36 便可以知道，全級成績內百分之六十八，低也不在 $45.9 - 6.36$ 即 39.54 以下，高也不出 $45.9 + 6.36$ 即 52.26 以上。若用四分差，4.19，則知全級成績內百分之五十，低也不在 $45.5 - 4.19$ 即 41.31 以下，高也不出 $45.5 + 4.19$ 即 49.69 以上。若是另有一級，成績的平均數是 45.8，中數是 45.7。但看中心要點，好像成績和上述的一級相彷彿。倘若後一級的均方差是 7.52 四分差是 5.14，那末後一級裏好的學生不好的學生，都比前一級多，就是變化比前級大。後一級百分之六十八，成績低到 $45.8 - 7.52$ 即 38.18，高到 53.32。照四分差論，後一級百分之五十，成績低到 $45.7 - 5.14$ 即 40.56，高到 $45.7 + 5.14$ 即 50.84。這樣，看了變化率，一級成績的情形格外明瞭些，變化率數目小時，成績集中在中心要點，就是一級裏各學生程度差得小的意思。變化率大時，成績向好的和不好的兩端分散，就是一級裏學生程度相差較大的意思。我們比較各級，各年歲，各校，

各縣,各省,各國測驗成績時,不但拿中心要點的大小來判定那方面優勝,並且還要看變化率的大小,來判定那方面的學生程度是集中或是分散,此外變化率,也是計算可靠度的根據詳見下章。

第三章 可靠度

可靠度的意思,就是計算的統計結果,是否絕對可靠,譬如某處地方有一千個五年級的學生,我們要調查這一千個學生做算學應用題的能力,我們可以用某種應用題的標準測驗,叫這一千個學生去做,然後求他們成績的平均數或中數,但是,有時因為我們限於時間,不能把這一千個學生,一一全體測驗,祇好在一千人中隨意抽選一百個人,把這一百個學生算是一千人的代表,然後施行測驗,抽選要沒有成見,好好歹歹,隨意的抽,但是這一百個隨意抽選的人,是否可以真正做一千人的代表,却要看可靠度而定,測驗了一百個學生後,可以求平均數和均方差,或中數和四分差,我們再用下面的公式,推算出可靠度來,有了可靠度,便可以推知一百人的平均數或中數比了一千人的平均數或中數有多少出入,也可以推知一百人

的均方差或四分差,比了一千人的均方差或四分差有多少出入。

我們先來研究理論,然後再學算法,如把這一千個學生,隨意分成十組,每組一百人,各組分別測驗,求各組的平均數及均方差,各組學生要隨意抽選,每組裏好好歹歹都有,隨便那一組都可以有代表全體一千人的情形,但是各組實際情形,總不能完全和一千人的一致,所謂代表,也不過是近似的情形,所以各組的平均數和均方差,決不能完全相同,多少總有若干出入,若把十組的平均數再求一個平均數,便是一千人的平均數,若把十組的平均數求一個均方差,就是十個平均數的均方差,叫做平均均方差,這平均均方差,可以表示十個平均數中,低到什麼地步,高到什麼地步,就是表示十個平均數裏的變化情形,平均均方差小,就是十個平均數的出入少,就是表示隨便那一組的平均數都可以用來代表一千人的平均數,這就是可靠,若平均均方差大,那末便是十個平均數的變化出入很多,決不能用隨便那一組的平均數來代表一千人的平均數,這就是不很可靠。

上面的說明,可以看下面的例子如第三十九表:

第三十九表

組	平均數	均方差
1	25	9
2	23	10
3	24	12
4	27	14
5	25	10
6	26	11
7	24	13
8	26	12
9	25	11
10	25	8

用前章方法求十個平均數的平均數得25.

用前章方法求十個平均數的均方差得1.1.這便是平均均方差,用來研究各平均數變化出入大小的.

用前章方法求十個均方差的平均數得11.

用前章方法求十個均方差的均方差得1.7.這便是用來研究各均方差變化出入的大小,就是均方差的可靠度.

若同樣求十個中數的均方差,便是表示各中數變化出入的大小,就是中數的可靠度,又可以求十個四分差的均方差,便是表示各四分差變化出入的大小,就是四分差的可靠度。

上面是比較說明意義,實際我們因為只能測驗一百人來代表一千人,所以測驗以後用下列公式,求得平均均方差,研究平均數的可靠與否。

$$\text{公式: 平均均方差} = \frac{\text{均方差}}{\sqrt{\text{人數}}}$$

隨使用上面第一組算一千人的代表照公式求平均均方差,

$$\frac{9}{\sqrt{100}} = .9$$

求出來的平均均方差.9比上面實在算的平均均方差1.1所差不過.2,然而可以省却九百人的測驗和九組的統計等勞力。

前面用做例子的測驗統計,各各求平均均方差如下:

1. 應用題測驗:	人數	平均數	均方差	平均均方差	=	$\frac{\text{均方差}}{\sqrt{\text{人數}}}$
距度 2	31	46.2	6.36	$\frac{6.36}{\sqrt{31}}$	=	$\frac{63.6}{5.56} = 1.14$

距度 3	31	46.1	6.27	$\frac{6.27}{\sqrt{31}} = \frac{6.27}{5.56} = 1.13$
距度 5	31	45.9	6.20	$\frac{6.20}{\sqrt{31}} = \frac{6.20}{5.56} = 1.10$
2.書法測驗:	25	40.4	10.95	$\frac{10.95}{\sqrt{25}} = \frac{10.95}{5} = 2.19$

上面計算的結果,是否可靠?就是問平均平方差 1.14 時平均數 46.2 是否可以做代表我們平常用 3 乘平均均方差,算是“的確。”就是說,若被測驗的人數不限只一級 31 人,推至無窮大的五年級學生時,或是把一測驗,施行於這一級學生到無窮多的次數,那末,無窮大學生的平均數或無窮多次數平均數的平均數,總不出 $46.2 - 3 \times 1.14$ 和 $46.2 + 3 \times 1.14$ 之間,這是我們可以確切斷定的,就是無窮大學生的平均數或無窮多次數平均數的平均數,總是低也不在 $46.2 - 3.42$ 之下,高也不出 $46.2 + 3.42$ 之上,即在 42.78 與 49.62 之間,平常省寫如: $46.2 \pm 3(1.14)$ 。

平均均方差愈小,則平均數與無窮大或無窮多次的平均數相差愈小,就是愈可靠。反之,平均均方差愈大,那末平均數與無窮大或無窮多次數的平均數相

差愈大,就是愈不可靠了。書法測驗: $40.4 \pm 3(2.19)$ 低
要到 $40.4 - 6.57$ 高要到 $40.4 + 6.57$ 即在 33.83 與 46.97 之間。

照上述用 3 乘平均均方差,推算平均數的可靠,一
萬次裏不過有三次出這推算的範圍以外,所以叫做
“的確。”若用 2 乘,實在的平均數常要出推算範圍
以外,所以叫做不的確,若用 1 乘,實在的平均數更極
容易出這推算範圍以外,所以叫做不的確。

用 1 個平均均方差時,2.15 次中有一次機會出推
算範圍,叫做:2.15 對一的機會。

用 2 個平均均方差時,21 次中有一次機會出推算
範圍,叫做:21 對一的機會。

用 3 個平均均方差時,369 次中有一次機會出推
算範圍,叫做:369 對一的機會。

所以 3 乘時是的確了,不但平均均方差,凡是用均方
差的都是一樣,有了三個均方差,都是的確的了。

均方差,可以用下列公式求均方差,就是均方差的
可靠度。

$$\text{均方差的均方差} = \frac{\text{均方差}}{\sqrt{2 \times \text{人數}}}$$

前面用做例子的測驗統計,各各求均方差的均方

差如下：

1. 應用題測驗：人數 均方差 均方差的均方差 = $\frac{\text{均方差}}{\sqrt{2 \times \text{人數}}}$

$$\text{距度 2} \quad 31 \quad 6.36 \quad \frac{6.36}{\sqrt{2 \times 31}} = \frac{6.36}{\sqrt{62}} = \frac{6.36}{7.87} = .81$$

$$\text{距度 3} \quad 31 \quad 6.27 \quad \frac{6.27}{\sqrt{2 \times 31}} = \frac{6.27}{\sqrt{62}} = \frac{6.27}{7.87} = .80$$

$$\text{距度 5} \quad 31 \quad 6.20 \quad \frac{6.20}{\sqrt{2 \times 31}} = \frac{6.20}{\sqrt{62}} = \frac{6.20}{7.87} = .80$$

$$2. \text{書法測驗：} \quad 25 \quad 10.95 \quad \frac{10.95}{\sqrt{2 \times 25}} = \frac{10.95}{\sqrt{50}} = \frac{10.95}{7.07} = 1.55$$

仍用 3 乘：均方差 $6.36 \pm 3(.81)$ 即無窮大，無窮多次的實在均方差，不出 $6.36 - 2.43$ 與 $6.36 + 2.43$ ，即在 3.93 與 8.79 之間。這推算是的確的。

中數，可以用下列公式求均方差，叫做中數均方差。就是中數的可靠度。

$$\text{中數均方差} = \frac{1\frac{1}{4} \text{均方差}}{\sqrt{\text{人數}}}$$

前面用做例子的測驗統計，各各求中數均方差如下：

1. 應用題測驗： 人數 中數 均方差 $\frac{1}{4}$ 均方差
 中數均方差 = $\frac{\sqrt{\text{八數}}}{4}$

$$\begin{array}{r} \text{距度 2} \\ 31 \quad 45.0 \quad 6.36 \quad \sqrt{\frac{1}{4} \times 6.36} = \frac{1}{4} \times 6.36 \\ \frac{1}{4} \times 6.36 \quad \frac{1}{4} \times 6.36 \\ \hline 31 \quad 45.0 \quad 6.36 \quad \frac{1}{4} \times 6.36 \\ \hline 5.56 \\ \frac{1}{4} \times 1.14 = 1.43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{距度 3} \\ 31 \quad 46.8 \quad 6.27 \quad \sqrt{\frac{1}{4} \times 6.27} = \frac{1}{4} \times 6.27 \\ \frac{1}{4} \times 6.27 \quad \frac{1}{4} \times 6.27 \\ \hline 31 \quad 46.8 \quad 6.27 \quad \frac{1}{4} \times 6.27 \\ \hline 5.56 \\ \frac{1}{4} \times 1.13 = 1.41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{距度 5} \\ 31 \quad 45.5 \quad 6.20 \quad \sqrt{\frac{1}{4} \times 6.20} = \frac{1}{4} \times 6.20 \\ \frac{1}{4} \times 6.20 \quad \frac{1}{4} \times 6.20 \\ \hline 31 \quad 45.5 \quad 6.20 \quad \frac{1}{4} \times 6.20 \\ \hline 5.56 \\ \frac{1}{4} \times 1.10 = 1.38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{2. 書法測驗：} \\ 25 \quad 37.5 \quad 10.95 \quad \sqrt{\frac{1}{4} \times 10.95} = \frac{1}{4} \times 10.95 \\ \frac{1}{4} \times 10.95 \quad \frac{1}{4} \times 10.95 \\ \hline 25 \quad 37.5 \quad 10.95 \quad \frac{1}{4} \times 10.95 \\ \hline 2.74 \\ \frac{1}{4} \times 2.19 = 2.74 \end{array}$$

仍用 3 乘：中數 45.0 ± 3(1.43) 即無窮大無窮多次的實在中數，不出 45.0 - 4.29 與 45.0 + 4.29，即在 40.71 與 49.29 之間。這推算是的確的。

四分差可以用下列公式求均方差，就是四分差的可靠度。

$$\text{四分差的均方差} = \frac{1.11 \times \text{均方差}}{\sqrt{2 \times \text{人數}}}$$

前面用做例子的測驗統計,各求四分差的均方差如下:

$$\text{1. 應用題人四分均方差} = \frac{1.11 \times \text{均方差}}{\sqrt{2 \times \text{人數}}}$$

測驗: 數差

$$\text{距度2 } 31 \ 4.19 \ 6.36 = \frac{1.11 \times 6.36}{\sqrt{2 \times 31}} = \frac{1.11 \times 6.36}{7.87} = 1.11 \times .81 = .90$$

$$\text{距度3 } 31 \ 3.65 \ 6.27 = \frac{1.11 \times 6.27}{\sqrt{2 \times 31}} = \frac{1.11 \times 6.27}{7.87} = 1.11 \times .80 = .89$$

$$\text{距度5 } 31 \ 4.62 \ 6.20 = \frac{1.11 \times 6.20}{\sqrt{2 \times 31}} = \frac{1.11 \times 6.20}{7.87} = 1.11 \times .80 = .89$$

$$\text{2. 書法測驗: } 25 \ 7.35 \ 10.95 = \frac{1.11 \times 10.95}{\sqrt{2 \times 25}} = \frac{1.11 \times 10.95}{5.0} = 1.11 \times 1.55 = 1.72$$

仍用 3 乘:四分差 4.19±3(9.0)即無窮大,無窮多次的實在四分差,不出 4.19—2.7 與 4.18+2.7, 即在 1.49 與 6.89 之間.這推算是的確的.

前章說過在正常分配時均方差用.6745乘時便是四分差,並且錯誤率中

數差在正常分配時均與四分差一致。平常可靠度不用均方差而用錯誤率 P. E. 表示。上面算法，都用均方差做根據，若要改用 P. E. 只須用 .6745 乘便是了。

上面的計算結果，改用 P. E. 表示如下：

1. 應用題測驗：	人數	平均數	平均均方差	平均數	均方差的均方差	中數	中數均方差	中數四分差	四分差均方差	四分差 P. E.			
距度 2	31	46.2	1.14	.77	6.36	.81	.55	45.0	1.43	.96	4.19	.90	.61
距度 3	31	46.2	1.13	.76	6.27	.80	.54	46.8	1.41	.95	3.65	.89	.60
距度 5	31	45.9	1.03	.69	6.20	.80	.54	45.5	1.38	.93	4.62	.89	.60
2. 書法測驗：	25	40.4	2.19	1.48	10.95	1.55	1.05	37.5	2.74	1.85	7.35	1.72	1.16

用 1 個 P. E. 時，有 1 對一的機會 要出推算的範圍。

用 2 個 P. E. 時，有 4.6 對一的機會 要出推算的範圍。

用 3 個 P. E. 時，有 22 對一的機會 要出推算的範圍。

用 4 個 P. E. 時，有 142 對一的機會 要出推算的範圍。

用 4.4 個 P. E. 時，有 369 對一的機會 要出推算的範圍。

所以用4.4乘了各 P. E. 才算是的確. 平常統計法慣例, 4.4乘不寫出, 只寫一個 P. E. 附在平均數或中數或均方差或四分差後如下:

1. 應用題 測驗:	平均數	均方差	中 數	四分差
距度 2	46.2±.77	6.36±.55	45.0±.96	4.19±.61
距度 3	46.2±.76	6.27±.54	46.8±.95	3.65±.60
距度 5	45.9±.69	6.20±.54	45.5±.93	4.62±.60
2. 書法測 驗:	40.4±1.48	10.95±1.05	37.5±1.85	7.35±1.16

習慣上雖不寫出, 研究時要記好4.4乘了才可以算是的確.

比較優勝的可靠度

現在學校裏往往用試驗的方法, 決定那一種教法優勝, 試驗時往往用同程度同能力的學生分成兩組, 用不同的教法試驗, 過了相當時期, 比較各組成績孰優. 譬如有一組 25 人用新方法教的, 還有一組 36 人用老方法教的. 結果, 甲組學生平均進步 18 分, 均方差 4; 乙組學生平均進步 16 分, 均方差 3. 表面看來甲組進步多 2 分, 好像新方法比老方法優勝. 我們還要研究這 2 分的優勝是否可靠. 就是問: 若是試驗再繼續

下去,或者把同樣試驗方法無窮的推廣到別的同情形,同程度,同能力的學生去時,這 2 分的優勝會不會變成零,或者甲組竟反不如乙組?我們先求各組的平均均方差:

$$\text{甲組平均均方差} = \frac{4}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} = .8$$

$$\text{乙組平均均方差} = \frac{3}{\sqrt{36}} = \frac{3}{6} = .5$$

再用下列公式求優勝點的均方差:

$$\text{優勝均方差} = \sqrt{(\text{甲平均均方差})^2 + (\text{乙平均均方差})^2}$$

上面數目代入公式:

$$\sqrt{(.8)^2 + (.5)^2} = \sqrt{.64 + .25} = \sqrt{.89} = .94$$

就是說:倘使試驗繼續無窮,或推行無窮多時,實在的優勝點是 $2 \pm 3(.94)$ 就是少到 $2 - 2.82$ 多到 $2 + 2.82$; 就是在一.82 到 4.82 之間,那末 2 的優勝不一定是可靠的,有時甲或要不如乙,比乙少.82 分,不過甲勝乙的多,乙勝甲少罷了。

若是優勝點不用平均數而用中數,均方差,四分差等等,算法一樣,用中數時先求中數均方差;用均方差時先求均方差的均方差;用四分差時先求四分差的

均方差,然後代入上式優勝均方差便得。

還有一個較簡便的方法,用上面求得的優勝的均方差代入下式,便可以得“試驗系數。”

$$\text{試驗系數} = \frac{\text{優勝點}}{2.78 \times \text{優勝點均方差}}$$

前面例子的數目代入公式如下:

$$\text{試驗系數} = \frac{2}{2.78 \times .94} = .76$$

試驗系數1.0時,才可以斷定甲組一定勝於乙組現在只有.76的試驗系數,不能確定說甲勝於乙.要有優勝點 2.61 分才可以得到1.0的試驗系數, $\left(\frac{2.61}{2.78 \times .94} = 1.0\right)$ 這樣我們一看試驗系數便能直接斷定優勝點有幾分可靠,七八分可靠或是完全可靠,一看便能說出若試驗系數比1.0大時,那末一定是極可靠的了。

下面第四十表,可以用來查有了多少大的試驗系數,可以有多少的機會使優勝點變 0 或反不如。

上面例子試驗系數.76,大約五六次中,優勝點有一次要變 0 或不如甲的。

第四十表

試驗系數	機 會
.1	1.6 對一
.2	2.5 對一
.3	3.9 對一
.4	6.5 對一
.5	11 對一
.6	20 對一
.7	38 對一
.8	75 對一
.9	160 對一
1.0	369 對一
1.1	930 對一
1.2	2350 對一
1.3	6700 對一
1.4	20000 對一
1.5	67000 對一

第四章 相關度

第一節 相關度的意義及用途

“相關度”雖是統計法裏的專門名詞，但是相關

的意義却是很普通的。譬如說：“其進銳者其退速”這一句話，便是一種進與退的相關。平常言語裏常用“比例”一句話代相關的。譬如說：“人的地位和資格成正比例，”或是說：“道德與智識常成反比例”等。這都是普通言語裏關於相關的話。

某級學生甲種測驗的成績是不是與乙種測驗的成績有同樣的變化(離中趨勢,)兩種測驗有多少的關係?這是測驗統計法裏研究相關的問題。某人或某級,或某學校,或某地方學生算學成績的好歹是不是和書法成績的好歹一致?智力測驗的結果,是不是與社會自然測驗的成績相彷彿?這等問題,可以用統計法裏的相關度來解答。兩種成績完全一致的,即甲種成績好時,乙種成績也好,甲種成績不好時,乙種成績也不好的,相關度便是1.0。若是完全相反,即甲種成績好時,乙種成績不好;甲種成績不好時,乙種成績好的,相關度是-1.0。兩種的好歹一致的,叫“正相關;”好歹相反的,叫“負相關。”一切相關度,總在-1.0到1.0之間。凡是完全沒有關係的,即甲種成績好時,乙種成績有好的也有不好的,這樣相關度便是0。

學 生	測乙		測甲		測丙		測丁		測戊		測甲		測己	
	測甲	測乙	測甲	測乙	測甲	測丙	測甲	測丁	測甲	測戊	測甲	測戊	測甲	測己
張.....	20	30	20	30	20	60	20	30	20	60	20	60	20	50
王.....	30	40	30	40	30	50	30	50	30	40	30	40	30	30
李.....	40	50	40	50	40	40	40	40	40	50	40	50	40	60
趙.....	50	60	50	60	50	30	50	60	50	30	50	30	50	40
	相關度=1.0		相關度=1.0		相關度=-1.0		相關度=.8		相關度=-.8		相關度=0		相關度=0	

上表各生測驗甲與測驗乙的成績一致，即甲好的，乙也好；甲不好的，乙也不好，相關度是1.0，即完全正相關。測驗甲與測驗丙的成績完全相反，即甲好的，乙不好；甲不好的，乙反好，相關度是-1.0，即完全反相關。測驗甲與測驗丁的成績，彷彿相似，有三人，甲好的，乙也好；甲不好的，乙也不好，有一人不然，所以相關度是.8。測驗甲與測驗戊的成績，還不完全相反，有三人甲好的，乙不好；乙好的，甲不好，有一人不然，所以相關度是-.8。測驗甲與測驗己的成績，二人正相關，二人負相關，

結果,相關度是 0.

相關度的用途,可以解答下列的各種問題:造心理測驗,智力測驗,學力測驗時,要知道所造測驗有多少可靠?把測驗加長或把測驗的類加多了,是不是可靠度可以增加同樣的兩類測驗,是不是能按照預定目的,測驗同一的能力或學力?有好多種測驗組成一羣,這一羣裏那一種測驗可以代表全羣?學國語好的,是不是算學不好?國語好的,是不是綴法也好?平常考試方法,有多少的可靠?測驗成績和教員批的分數是不是一致?學校裏的成績和實在事業的成功有多少的關係?入學考試的分數能不能預斷將來在學時的成績的好歹?小學畢業時的成績與將來中學裏的學力有多少關係?……等等,此外還有許多,凡是要研究兩件事的關係,都可以用相關度來求解答.

相關度不是萬能的,切勿誤會,下列種種問題,不是相關度能解答,譬如:有 .8 相關度時,是否全體百分之八十人的成績,在測驗甲與測驗乙完全一致?有正相關度而不是完全 1.0 時,是不是各生成績在測驗甲裏分數大時,在測驗乙裏分數也大?兩件事有很大的正

相關度時,是不是彼此有因果關係?……………諸如此類,都是相關度所不能解答的。

總之相關度只能表示兩件事有多少關係,却不能表示爲什麼有關係來。

第二節 司畢門氏算法

求相關度的方法有好幾種:司畢門 Spearman 氏的方法頂簡便,凡是時間匆促而不必細密統計時,可以用。但是學者研究結果,知道此法只好在人數三十左右或三十以下時可以用。若人數在五十以上時,此法有錯誤,不用爲宜。所以平常用此法,不過是查看兩件事有無關係,用來研究有多少關係時,不很可靠,此法用名次算,所以也叫“名次相關度。”

方法:先把各生兩種測驗卷,排順序表,再把順序表改成名次表。若有二人同分數時,譬如第二人40分,第三人也是40分,那末兩人各算第2.5名,即一人應第二,一人應第三;現在是同名次,所以把 $2+3$ 平均得2.5而各算第二名半。若三人同名次時,照此類推,譬如第五,第六,第七人都是42分,那末一人第5,一人第6,一人第7,把 $5+6+7$ 平均得6,三人都算第六名。四人同分

數時，把四人應得名次，相加用 4 除平均，大家都得這平均名次，譬如第 15, 16, 17, 18 人都是 51 分，那末把 $15+16+17+18$ 平均得 16.5，四人都算第 16.5 名。五人以上，照此類推。下面第四十表便是算法及例子。

先把各生測驗卷照第一表，用上述方法，排成順序表，及名次，如第四十二及四十三表，名次從小而大，分數頂小的算第 1；或從大而小，分數頂大的算第 1，都可以。我們平常為便利計，從小排起，排時不必管學生姓名，排好以後再把名次填入第四十一表的“團智名次”行及“社自名次”行裏，為說明便利起見，下面四十二及四十三表做個例子，平常實在情形，不必再做下面四十二及四十三表，只把名次數目用紅筆填在卷子面上，然後查了學生姓名，把各生測驗應得名次填上四十一表便是了。

第四十一表

學生 (人名用) (數目代)	團體智 力分數	社會測 驗分數	團智 名次	社自 名次	名次 較	求相關度
1	49	51	24	29	5	M 120.5
2	45	41	19.5	14		6 × M 723(O)
3	51	46	26.5	20.5		N ² 1369(P)
4	52	51	29	29		P-1 1368(Q)
5	54	45	32.5	20.5		O ÷ Q .5285(L)
6	60	59	36	35.5		1-L .4715 R
7	55	50	34.5	26.5		
8	49	51	24	29	5	
9	47	53	21.5	31.5	10	
10	65	65	37	33		
11	54	57	32.5	34	1.5	
12	53	64	31	37	6	
13	55	59	34.5	35.5	1	
14	52	50	29	26.5		
15	52	53	29	31.5	2.5	
16	34	34	12	6.5		
17	39	19	15	1.5		
18	31	34	9	6.5		
19	42	48	16.5	24.5	8	
20	42	37	16.5	9		
21	51	40	26.5	11		
22	49	40	24	11		
23	45	43	19.5	16.5		
24	43	46	18	20.5	2.5	
25	47	34	21.5	6.5		
26	35	41	14	14		
27	32	41	10	14	4	
28	23	46	3.5	20.5	17	
29	25	46	6	20.5	14.5	
30	26	33	7	4		
31	28	34	8	6.5		
32	34	43	12	16.5	4.5	
33	34	46	12	20.5	8.5	
34	24	28	5	3		
35	18	19	1.5	1.5		
36	23	40	3.5	11	7.5	
37	18	48	1.5	24.5	23	
共計37(N)				共計120.5(M)		

第四十二表

團體智力測驗

順序表	名次表
18	1.5
18	1.5
23	3.5
23	3.5
24	5
25	6
26	7
28	8
31	9
32	10
34	12
34	12
34	12
34	12
35	14
39	15
42	16.5
42	16.5
43	18
45	19.5
45	19.5
47	21.5
47	21.5
49	24
49	24
49	24
51	26.5
51	26.5
52	29
52	29
52	29
53	31
54	32.5
54	32.5
55	34.5
55	34.5
60	36
65	37

第四十三表

社自測驗

順序表	名次表
19	1.5
19	1.5
28	3
33	4
34	6.5
34	6.5
34	6.5
34	6.5
37	9
40	11
40	11
40	11
41	14
41	14
41	14
43	16.5
43	16.5
46	20.5
46	20.5
46	20.5
46	20.5
46	20.5
46	20.5
46	20.5
48	24.5
48	24.5
50	26.5
50	26.5
51	29
51	29
51	29
53	31.5
53	31.5
55	33
57	34
59	35.5
59	35.5
64	37

用上面四十二及四十三表查,把四十一表各生各測驗分數相當的名次,一一填入,求各生社自測驗名次比團體智力測驗名次多的數目,或反過來求團體智力測驗名次比社自測驗多的數目也可以,凡是反而比較少的,不必管,各生逐一求得填入四十一表“名次較”的一行裏,把“名次較”行各數加起來,便得(M)120.5,用6乘120.5(M)得723(O).人數37(N)自乘,得1369(P).從這1369裏面減去1,得1368(Q).用1368(Q)除723(O)得.5285(L)再從1裏減去.5285(L)得.4715即所求相關度R.這1是確定的常數,無論怎樣是不變的.上面用6乘的6,及人數平方減1的1也都是確定的常數,隨便那種測驗,總是用6乘的,人數平方後減1的,若把上面算法列成公式便如下:

$$\text{名次相關度 } R = \frac{6 \times \text{名次較的總數}}{(\text{人數})^2 - 1}$$

第三節 關而生(Pearson)氏算法

這種算法亦叫“均方相關法”一名“乘積率法”.這是比較完善的算法,平常要精密統計時都用這個方法.若是平均數,均方差等,還沒有算好時,可以用

下列的方式,把平均數均方差相關度同時算出,方法及例子如下:

第十圖

團體智力測驗

		15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
		19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69
		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
社 自 測 驗	15-19 a'		-									
	20-24 b'											
	25-29 c'											
	30-34 d'											
	35-39 e'											
	40-44 f'											
	45-49 g'											
	50-54 h'											
	55-59 i'											
	60-64 j'											

如上第十圖,用方格紙橫裏照團體智力測驗的分配,直裏照社會自然測驗的分配,填上距度,一個從上而下,一個從左而右,這例子用五個分數合併的,看第四十一表(這是我們說明便利用的,實際只要把各學生

兩種測驗的卷子拼在一起，每人兩分放在一處，看各學生團智和社自各得幾分，然後用第十圖統計便好了。）第一號學生團智49分，社自51分，先看橫裏，49分應在g的45—49的一行裏，再看直裏51分應在h'的50—54的一列裏，橫直相交g h'的一格裏，記上1。第二號學生團智45分，社自51分，就同在g h'相交的一格裏再記上1，這格便成11。第三號學生團智51分，社自46分，就在h g'相交的一格裏記上1，第四號學生以下，同樣一一記入。完成後便是第十圖的樣子。

把第十圖的Ⅱ，Ⅲ，|等寫成數目字，|寫1，Ⅱ寫2等，便成第十一圖的黑字。我們為說明便利起見，所以先有第十圖，再改第十一圖。實在算的時候，可以先用鉛筆統計在第十圖裏劃|，Ⅱ，Ⅲ等。統計完成後，再用墨筆或墨水筆改寫成第十一圖裏黑色的數目字。紅字紅線是後來寫上的，現在當他沒有一樣。

照第十四表先直裏，社自測驗統計人數，想定約略平均數，求差，求人數乘差，算差方，人數乘差方，求平均數，再求均方差，方法見前，一一照做，此地不再說明。同樣，把格子轉過來，在橫裏，團智測驗，統計人數，想定約

略平均數,求差,求人數乘差,算差方,人數乘差方,求平均數,再求均方差.方法全同,不再多說.這樣求到團智平均數 41.3, 均方差 12.8; 社自平均數 43.9, 均方差 10.5.

此後便是求“差積”了.差積有正負.先用紅筆照橫裏,把團智約略平均數所在的 l 行用雙線劃出;再照直裏,把社自約略平均數所在的 l' 列也用雙線劃出,如此第十一圖裏便添上一個空心的十字形.這十字形把十一圖分成四角,左上角,即是 a a' 格 a b' 格到 a e' 格; b a' 格, b b' 格到 b e' 格;…………… e a' 格, e b' 格到 e e' 爲止.這一角裏,直裏看對於社自平均數的差都是負的,橫裏看,對於團智平均數的差也都是負的,所以左上角叫做“負負角.”右上角從 g a' 格到 k e' 格,這一角裏,直裏看對於社自平均數的差都是負的,然而橫裏對於團智平均數的差却全是正的,所以右上角叫做“負正角.”左下角從 a g' 格到 e j' 格,直裏對於社自平均數是正的,橫裏對於團智平均數却是負的,所以左下角叫“正負角.”右下角從 g g' 格到 k j' 格,直裏對於社自平均數是正的,橫裏對於團智平均數也是正的,所以右下角叫“正正角.”

這是看了“人數”行旁邊“差”的一行，很容易明白的。

空心十字紅線裏的數目，不必管。左上角 a a' 格有 1。這格直裏社自差 -5，(看直裏“差”的一行。)橫裏團智(看橫裏差的一列。)差 -5。-5 × -5 便是 25，用紅筆寫在 a a' 格 1 字旁邊。o a' 格，直裏社自差 -5，橫裏團智差 -1。-5 - 1 × -1 = 5。用紅筆寫在 o a' 格 1 的旁邊。同樣 b c' 格，c d' 格，d d' 格等，不管格裏人數多少，但看直裏差幾步，橫裏差幾步，(b c' 直差 -3，橫差 -4；-3 × -4 = 12，c d' 格直差 -2，橫差 -3；-2 × -3 = 6。d d' 格直差 -2，橫差 -2；-2 × -2 = 4。)把差數相乘，同是負號故而結果全是正的。如此一一把紅筆寫在黑數目字旁邊。空格不必管，照樣辦法，右上角 g d' 格，對於直裏社自差 -2，對於橫裏團智差 1，-2 × 1 = -2，也用紅筆寫在 g d' 格黑數目字 1 的旁邊。這右上角裏直差乘橫差的積，都是負的。同法，左下角，也不管黑數字的大小，但看有黑數目字的各格對於直裏社自差多少，橫裏團智差多少，兩差相乘得的差積，用紅筆一一寫在黑數目字旁邊。左下角裏的差一

第十一圖及第四十四表

團體智力測驗

15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65
 | | | | | | | | | | |
 19 24 29 34 39 44 49 45 59 64 69

社自測驗

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
15-19 a	1										
20-24 b											
25-29 c		1									
30-34 d			2	2			1				
35-39 e					1						
40-44 f	1		2	1		3	1				
45-49 g	1	1	1	1		2	2				
50-54 h						3	3	1			
55-59 i							1	1	1	1	
60-64 j							1				

人數	差	人×差	差方	人×差方
2	-5	-10	25	50
0	-4	0	16	0
1	-3	-3	9	9
5	-2	-10	4	20
1	-1	-1	1	1
8	0	-24(B)	0	0
8	1	8	1	8
7	2	14	4	28
4	3	12	9	36
1	4	4	16	16
共37(N)		38(A)		168(U')

求平均數	求均方差	求正差積	求負差積
A 38	A 38	a' 25+5=30	0
B 24	B 24	b' 0	0
A-B 14 (C)	A-B 14 (D')	c' 12	0
距 5	D'÷N .38 (E')	d' 12+8=20	-2
C×距 70 (D)	E'² .1444 (F')	e' 0	0
D÷N 1.9 (E)	C' 168	f' 0	0
約 42.0	C'÷N 4.54 (G')	g' 4-(5+4+3+2)=-14	
約+E 43.9 Mn.	F' .14	h' 6+12+6=24	0
	G'-F 1.40 (H')	i' 6+9+12+12=42	0
	√H' 2.1 (J')	j' 8	0
	距 5	共計 (P) 140	共計 (Q) -16
	J'×距 10.5 S.D.		

人數	差	人×差	差方	人×差方
2	-5	-10	25	50
3	-4	-12	16	48
3	-3	-9	9	27
5	-2	-10	4	20
2	-1	-2	1	2
3	0	-4(B)	0	0
7	1	7	1	7
8	2	16	4	32
2	3	6	9	18
1	4	4	16	16
1	5	5	25	25
共37(N)		38(A)		245(C')

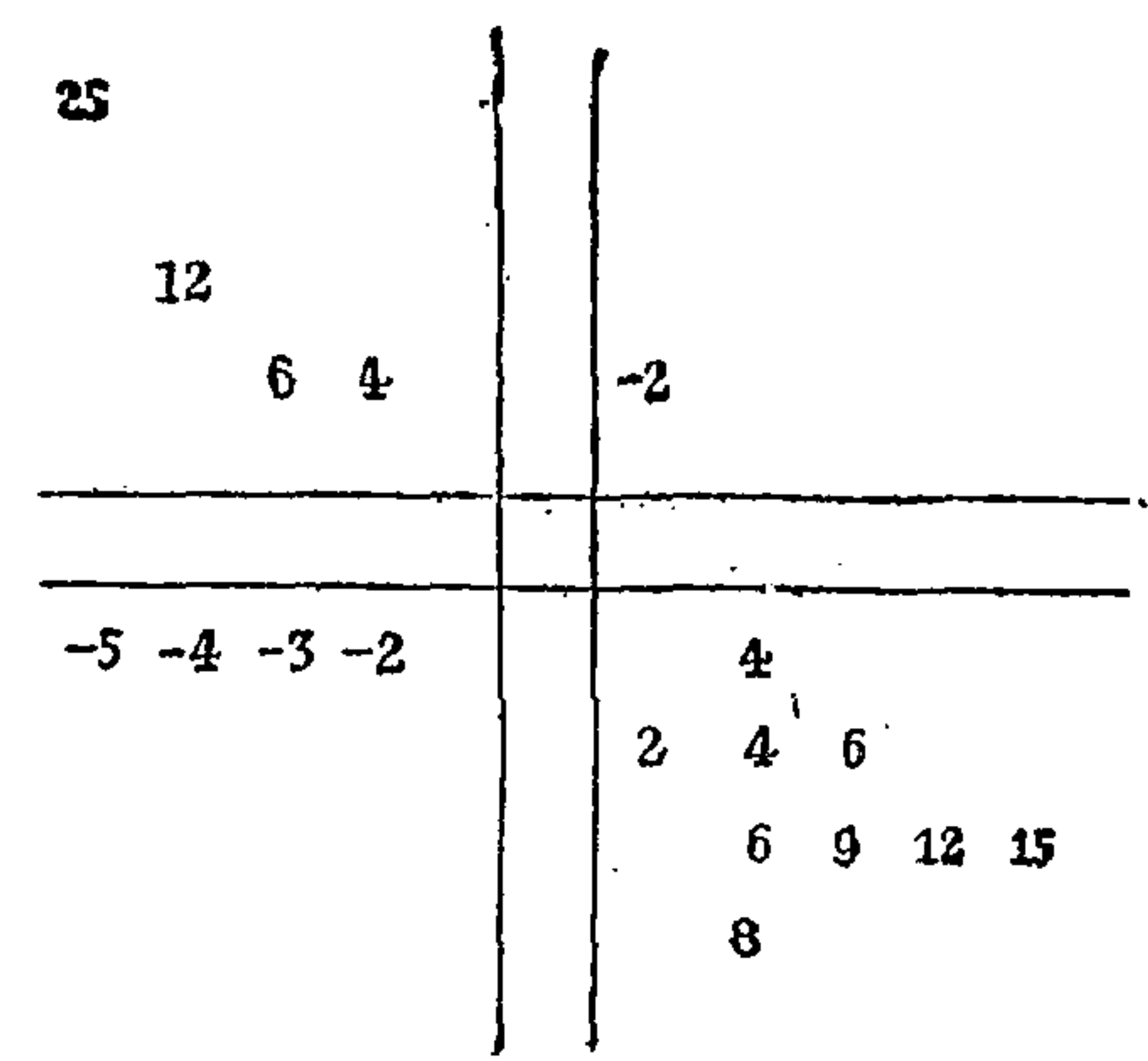
求平均數	求均方差
A 38	A 38
B 43	B 43
A-B -5 (C)	A-B -5 (D')
距 5	D'÷N -.0135 (E')
C×距 -25 (D)	E'² .0001 (F')
D÷N -.66 (E)	C' 245
約 42.0	C'÷N 6.62 (G')
約+E 41.3 Mn.	F' .0001
	G'-F 6.62 (H')
	√H' 2.6 (J')
	距 5
	J'×距 12.8 S.D.

求相關度

P	140
Q	16
P-Q	12.4 (R)
R÷N	3.351 (S)

團體E'	-.0135 (T)
社自E'	.38 (U)
T×U	-.00513 (V)
S	3.351
S-V	3.356 (W)

團體J'	2.6 (X)
社自J'	2.1 (Y)
X×Y	5.46 (Z)
W÷Z	6.146 相關度



是正的,一是負的,所以差積全是負的.同法右下角也一一照做.這角裏的差都是正的,所以差積全是正的.

橫裏來看,先 a' 列, a a' 格黑字 1, 紅字 25, 二者相乘得 25, a a' 格在左上角負負角裏, 所以把 25 寫在右方四十四表正差積一行的第一格裏. 負負角的差積是正的, 所以是正差積. e a' 格 $1 \times 5 = 5$ 也是正的. 左上角 a' 列已完. $25 + 5 = 30$. 右上角 a' 列沒有, 負差積一行的第一格裏, 不必寫什麼, b' 列全空. 正差積及負差積都沒有, c' 列左上角 b c' 一格有 $1 \times 12 = 12$, 這是正差積, 只有一格有, 就把 12 寫在正差積的 c' 格裏, d' 列 c d' 格 $2 \times 6 = 12$; d d' 格 $2 \times 4 = 8$. 左上角只此二格, 正差積 d' 格內 $12 + 8 = 20$. 右上角 g d' 格 $1 \times -2 = -2$ 寫在負差積行的 d 格內, 在紅線空心十字內的 f f' 各行列不管, g' 列 a g' 格 $1 \times -5 = -5$, b g' 格 $1 \times -4 = -4$, c g' 格 $1 \times -3 = -3$, d g' 格 $1 \times 2 = -2$, 左下角已完. $-5, -4, -3, -2 = -(5 + 4 + 3 + 2) = -14$, 寫在負差積的 g' 格內. 右下角 h g' 格 $2 \times 2 = 4$. 只此一格有數目, 寫在正差積的 g' 格內. 以下照此類推, h' 列, i' 列, j' 列一一算好, 一一填在右方正差積或負差積內. 十一圖 h' i' j' 三列左下角

都沒有數目,全在右下角裏,所以一切都是正差積.

求正差積共計 140(P), 再求負差積共計 16(Q), $140(P) - 16(Q) = 124(R)$, 若負差積數目大於正差積時, 結果便是負數, 以下計算都成負數. 結果相關度便成負的. $124(R)$ 用人數 37(N) 去除得 3.351(S).

團智求均方差第四格的糾正數 (E') - .0135(F) 及社自求均方差第四格的糾正數 (E'), 38(U) 相乘得 -.00513(V). 從上面求得的 (S) 3.351 裏減去這乘出來的數目 -.00513(V) 得 3.356(W) 這是被除數.

團智求均方差未用距度乘的 J^2 .6(X) 和社自求均方差未用距度乘的 J^2 .1(Y) 相乘得 5.46(Z). 這是除數. 用此 5.46(Z) 除上面的結果 3.356(W) 得 .6146 便是相關度, r .

這是第一個算法, 同時可以得到:

	平均數	均方差	相關度
團智	41.3	12.8	.6146
社自	43.9	10.5	

相關度也可以求可靠度, 斷定相關度的是否可靠. 只要用下列公式, 求相關的均方差.

$$\text{相關度的均方差} = \frac{1 - (\text{相關差})^2}{\sqrt{\text{人數}}}$$

$$\begin{aligned} \text{上例 相關度的均方差} &= \frac{1 - (.615)^2}{\sqrt{37}} = \frac{1 - .3782}{6.083} \\ &= \frac{.6218}{6.083} = .1022 \end{aligned}$$

用三乘均方差即相關度 r . $6128 \pm 3(.1022)$ 就是說：若是同樣學生加多到無窮大，或同級學生用測驗行至無窮多時，團智與社自的相關度小到 $.6128 - .3066$ 大到 $.6128 + .3066$ 即在 $.3062$ 與 $.9194$ 之間，大到.92 小到.31 全是正相關，不過出入太甚一些。

若要用錯誤率 P. E. 時，只須把 $.6745$ 乘均方差便得， $.1022 \times .6745 = .0689$ ，平常寫法是 r $.6146 \pm .0689$ 。研究時紀率 $.0682$ 要用 4.4 乘過，可靠度才可以的確。

上面是第一個算法，他的公式是：

$$r = \frac{\sum xy}{N\delta_x \delta_y} \text{即相關度} = \frac{\text{正負差積總和}}{\text{人數} \times \text{甲均方差} \times \text{乙均方差}}$$

式內 $\sum xy$ 是正差積負差積的總和，即上例裏的 124(R) δ_x 即團智求均方差的 i ； δ_y 即社自求均方差的 j ， N 是人數，本來公式分母用 N 乘實在做的時候，我

們先把分子 Σxy 用 N 除即上例的 $124 \div 37 = 3.351 (S)$ 。這樣可以使得數目小些，結果是不變的。

還有第二個算法，不過手續不同，理由完全一致，若是人數不很多，數目不很大時，好像是簡便些。下面第四十五表是例子和說明。

先照四十一表樣子，把各生測驗分數一一開列，如第四十五表。左面三行，完全和四十一表的左面三行一樣。求平均數：團智 41.3，社自 43.9，求各生團智測驗分數對於平均數的差，一一填在第四行(X)裏。譬如第一號學生 49 分比 41.3 分多 7.7 分；第 16 號學生 34 分，比 41.3 分少 7.3 分，分別多少，多的是正數，少的是負數，一一填在第四行裏。再把各生差數自乘譬如 7.7 自乘得 59.29；-7.3 自乘得 53.29。自乘之後，全成正數，一一填在第五行差方 (X^2) 裏。再同樣求各生社自分數對於平均數的差，一一填在第六行 (y) 裏，也要分別多少，定正負。再如上法把各生差數自乘全成正數，一一填在第七行差方 (y^2) 裏。自乘手續麻煩，用附表一平方數查了填，可以省時省力不少。

再把各生團智的差即第四行(X)和社自的差即第

第四十五表

學生 (人名用) (數目代)	團體測驗 分數	自測驗 分數	團體對平 均數差(x)	平方 (x ²)	自對平 均數差(y)	平方 (y ²)	正差積 +xy	負差積 -xy
1	49	51	7.7	59.29	7.1	50.41	54.67	
2	45	41	3.7	13.69	-2.9	8.41		-10.37
3	51	46	9.7	94.09	2.1	4.41	20.37	
4	52	51	10.7	114.49	7.1	50.41	75.97	
5	54	46	12.7	161.29	2.1	4.41	26.67	
6	60	59	18.7	349.69	15.1	228.01	282.37	
7	55	50	13.7	187.69	6.1	37.21	83.57	
8	49	51	7.7	59.29	7.1	50.41	54.67	
9	47	53	5.7	32.49	9.1	82.81	51.87	
10	65	55	23.7	561.69	11.1	123.21	263.07	
11	54	57	12.7	161.29	13.1	171.61	166.37	
12	53	64	11.7	136.89	20.1	404.01	235.17	
13	55	59	13.7	187.69	15.1	228.01	227.07	
14	52	60	10.7	114.49	6.1	37.21	64.37	
15	52	53	10.7	114.49	9.1	82.81	97.37	
16	34	34	-7.3	53.29	-9.9	98.01	72.27	
17	39	19	-2.3	5.29	-24.9	620.01	57.27	
18	31	34	-10.3	106.09	-9.7	94.01	101.97	
19	42	48	.7	.49	4.1	16.81	2.87	
20	42	37	.7	.49	-6.9	47.61		-4.83
21	51	40	9.7	94.09	-3.9	15.21		-37.83
22	49	40	7.7	59.29	-3.9	15.21		-30.03
23	45	43	3.7	13.69	-.9	.81		-3.33
24	43	46	1.7	2.89	2.1	4.41	3.57	
25	47	34	5.7	32.49	-9.9	98.01		-56.43
26	35	41	-6.3	39.69	-2.9	8.41	18.27	
27	32	41	-9.3	86.49	-2.9	8.41	26.97	
28	23	46	-18.3	334.89	2.1	4.41		-38.43
29	25	46	-16.3	265.69	2.1	4.41		-34.23
30	26	33	-15.3	234.09	-10.9	118.81	166.77	

31	28	34	-13.3	166.89	-9.9	98.01	131.67	
32	34	43	-7.3	53.29	- .9	.81	6.57	
33	34	46	-7.3	53.29	2.1	4.41		-15.33
34	24	28	-17.3	299.29	-15.9	252.81	275.07	
35	18	19	-23.3	542.89	-24.9	620.01	580.17	
36	23	40	-18.3	334.89	-3.9	15.21	61.37	
37	18	48	-23.3	542.89	4.1	16.81		95.53
共計37(N)				5658.90		3747.97	3208.39	326.70
				(Σx^2)		(Σy^2)	(Σxy)	($\Sigma -xy$)

平均數 41.3 43.9

求 相 關 度

Σx^2	5658.93	(A)	$\Sigma +xy$	3208.39	(C)
Σy^2	3747.97	(B)	$\Sigma -xy$	326.70	(D)
$A \times B$	21209493.416	(E)	$C - D$	2881.69	(G)
\sqrt{E}	4605.38	(F)	$G \div F$.6253	R.

求 P. E.

r^2	.3906	
$1 - r^2$.6094	Γ
\sqrt{N}	6.083	W
$J \div W$.10099	Z
$.6745 \times Z$.06812	P.E.

六行(y)一一相乘。譬如第一號學生 $7.7 \times 7.1 = 54.67$, 這是正數, 填在第八行正差積 ($+ \times y$) 裏。第二十號學生 $7 \times -6.9 = -4.83$, 這是負數, 應填在第九行負差積 ($- \times y$) 裏。照樣, 把各生雙方差相乘, 分別正負, 一一填好。

把各生團智差方 (x^2) 一一相加得差方和 5658.93 (Σx^2) (Σ 是總和的意思) 同樣, 把各生社自差方 (y^2) 一一相加, 得差方和 3747.97 (Σy^2)。同樣把各生正差積 ($+ \times y$) 及負差積 ($- \times y$), 各別一一相加, 得正差積和 3208.39 ($\Sigma + \times y$), 負差積和 326.70 ($\Sigma - \times y$)。

團智差方和 5658.93 (Σx^2) 乘社自差方和 3747.97 (Σy^2) 得 21209493.4161 (F), 再開方求平方根得 4605.38 (E)。

正差積和 3208.39 ($\Sigma + \times y$) 裏減去負差積和 326.70 ($\Sigma - \times y$) 得 2881.69 (G) 就是差積總和 ($\Sigma \times y$), 再用上面 (E) 4605.38 除, 得 .6253 即是相關度 r。

求 P. E. 法和第一法的一樣, 四十五表右下角例子, 一看便能明白, 不再細說。

第二法比第一法手續似乎省些, 但是各個數目弄得很大, 做乘法除法時煩而容易錯誤, 若不能用平方數表而差方一一要自乘起來, 那末更繁重不堪了。有

種書裏稱第二法是簡捷法,實在第二法並不簡捷。

第二法根據的公式是:

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \cdot \sum y^2}}$$

$$\text{即相關度} = \frac{\text{正負差總和}}{\sqrt{\text{甲差方和} \times \text{乙差方和}}}$$

式內是(x)乘號的代表,這公式和第一法的公式是一樣的。

上面第一法求得的相關度及可靠度是 $r = .6146 \pm .0689$; 用第二法算的是 $r = .6253 \pm .0681$ 。雙方結果稍有出入,這是因為第一法用五的距度分配,第二法各用原來的分數,沒有合併,所以有些精粗的不同。五的距度分配,總要比原來的分數粗些,不過相關度的出入在 .01 左右,這種相差,可以不管。

但是同一材料,前節用司畢門氏名次相關法算時 $R = .4715$ 。這樣和關而生氏算法有 .15 的出入了,這便如何是好?原來名次相關算法,總是比較小些的,下面有一張表(第四十六表)是用來對照的查表, $R.47 = r.70$ 這樣比關而生氏的 .6148 或 .6253 大了 .07 到 .08

光景似乎出入還少。本來上面已經說過名次相關算法是較為粗略的，不很精確可靠的。

用名次相關算法後仍可以求可靠度 P. E. 平常先用四十六表把 R 改成 r，然後照前法算出， $r^2 = .49$
 $1 - .49 = .51$ 人數開方 $= 6.083$ 6.083 除 .51 = .0822
 $.6745 \times .0822 = .05544$ 所以：R = .4715 $r = .70 \pm .05544$

上述總結。

關而生法：第一： $r = .6146 \pm .0689$

第二： $r = .6253 \pm .0681$

司畢門法： $R = .47$ $r = .70 \pm .0554$

第四節 沃的斯(Otis)氏圖表法

沃的斯氏的圖表算法，實在和上節的第一法相似。

上節第一法，求各格正差積及負差積手續較繁重，並且正負號往往因不小心而弄錯。人數少時，還不要緊，若人數有了一百以上時，實在有些不便。沃的斯氏把這一層困難想法除去，改了一個方法，就是求對角斜線裏的人數，這樣可以免去正負號的混淆，但是求出來的結果，却完全和用關而生氏公式求得的一樣。

第四十六表

R r 對照表,根據公式 $R=2\cos\frac{\pi}{3}(1-r)-1$

R	r	R	r	R	r	R	r
.00	.000	.26	.429	.51	.742	.76	.937
.01	.018	.27	.444	.52	.753	.77	.942
.02	.036	.28	.458	.53	.763	.78	.947
.03	.054	.29	.472	.54	.772	.79	.952
.04	.071	.30	.486	.55	.782	.80	.956
.05	.089	.31	.500	.56	.791	.81	.961
.06	.107	.32	.514	.57	.801	.82	.965
.07	.124	.33	.528	.58	.810	.83	.968
.08	.141	.34	.541	.59	.818	.84	.972
.09	.158	.35	.554	.60	.827	.85	.975
.10	.176	.36	.567	.61	.836	.86	.979
.11	.192	.37	.580	.62	.844	.87	.981
.12	.209	.38	.593	.63	.852	.88	.984
.13	.226	.39	.606	.64	.860	.89	.987
.14	.242	.40	.618	.65	.867	.90	.989
.15	.259	.41	.630	.66	.875	.91	.991
.16	.275	.42	.642	.67	.882	.92	.993
.17	.291	.43	.654	.68	.889	.93	.995
.18	.307	.44	.666	.69	.896	.94	.996
.19	.323	.45	.677	.70	.902	.95	.997
.20	.338	.46	.689	.71	.908	.96	.998
.21	.354	.47	.700	.72	.915	.97	.999
.22	.369	.48	.711	.73	.921	.98	.9996
.23	.384	.49	.721	.74	.926	.99	.9999
.24	.399	.50	.732	.75	.932	1.00	1.0000
.25	.414						

計算的時間,可以省去不少.稍稍練習,只要十幾分鐘便可以求得三四十人的相關度了.方法及例子如下面第十二圖及第四十七表,(零有單行的用表及說明書出賣,並且也附有乘積表及乘方表,使計算的人,連乘法及自乘等也可以用表對照,不必再做,所以更可以省時間.)

印行的表裏分配的距度上面是大的,下面是小的;恰和前節第一法用的十一圖上下相反.這一點是要特別注意的.

第一步,把各學生團智測驗分數及社自測驗分數,用前節第一法第一步第十圖同樣的方法,一一統計,記入相當的格子裏,如第十二圖.

第二步,直裏統計社自測驗人數,差已印好在表裏.人乘差,差方也已印好在表裏.人乘差方,一一相加填在相當的格子裏,方法和上節第一法完全相同,此地不再說明.同樣,橫裏做團智測驗各項,方法仍同.若要求平均數及均方差,可以用從前方法去求,不過用此圖表求相關度時,却不必用平均數或均方差的.

第三步才是和前節第一法大不同了.這是用圖表

的特點。但是方法却十分簡便的，從右下角，沿斜角向
 右上角去看紅色點線方向，g 到 g 共 1，填在上邊 g
 格內；f 到 f 共 1，填在上邊 f 格內；e 到 e 共 2，填在
 上邊 e 格內；d 到 d 共 3，填在上邊 d 格內；c 到 c 共
 3，填在上邊 c 格內；b 到 b 共 10，填在上邊 b 格內；a
 到 a 共 7，填在右上角 a 格內；b 到 b 共 8，填在右邊
 b 格內；c 到 c 共 2，填在右邊 c 格內；d 到 d 共 1，填
 在右邊 d 格內；e 到 e 共 1，填在右邊 e 格內，如此完
 結。再從右邊到上邊，斜對角看，沿紅色直線 a 格 7，填
 在再上一列 A 格內；右邊 b 8，上邊 b 10，共 18，填在 B
 格內；右邊 c 2，上邊 c 3，共 5，填在 C 格內；右邊 d 1，
 上邊 d 1，共 2，填在 D 格內；右邊 e 1，上邊 e 2，共 3，
 填在 E 格內；右邊 f 無，上邊 f 1，填在 F 格內；右邊 g
 無，上邊 g 1，填在 G 格內。如此，填好 A、B、^C等各格的
 一行的人數。再上一列印好的是對角距差，從 A 作 0
 起，B 距一格，自乘得 1；C 距 2 格，自乘得 4；照此 D 9，
 E 16，F 25，G 36 等。用人數乘距方， $A \times 0 = 0$ ； $B 18 \times 1 = 18$ ； C
 $5 \times 4 = 20$ ； $D 2 \times 9 = 18$ ； $E 3 \times 16 = 48$ ； $F 1 \times 25 = 25$ ； $G 1 \times 36 = 36$ 。
 乘好一一填在相當的空格內。一起加起來，得 165，填

第十二圖及第四十七表

<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> 年齡階級 人數 </div>														
60-64	55-59	50-54	45-49	40-44	35-39	30-34	25-29	20-24	15-19					10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26
27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32
33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33
34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34	34
35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37

人數	差	人×差	差方	人×差方
10			100	
9			81	
8			64	
7			49	
6			36	
5			25	
1	4	4	16	16
4	3	12	9	36
7	2	14	4	28
8	1	8	1	8
8	0	38	0	0
1	1	1	1	1
5	2	10	4	20
1	3	3	9	9
0	4	0	16	0
2	5	10	25	50
	6		36	
	7		49	
	8		54	
37		24	168	
N		D	F	

求相關度

A	43	H^2	25
B	38	C	245
A-B	5	$H^2 \div N$.68
D	24	$C - H^2 \div N$	244
E	38		
D-E	14	J^2	196
H	5	F	168
HJ	-70	$J^2 \div N$	5.3
HJ \div N	-1.89	$F - J^2 \div N$	163
2HJ \div N	-3.784		
C	245		
F	168	PQ	39772
C+F	413	\sqrt{PQ}	199.4
G	165	$2\sqrt{PQ}$	398.8
C+F-G	248		
K	3.78		
L-K	251.8	M \div S	.6314

分子 相關度

在 G □ 內。

第四步,照了右面的算法:團智“人×差”行 A43
減去 B38=5(H)社自“人×差”行 D24減去 E38=-14,
(J)負號記在表式左方 □ 裏, J-14 和 H5 相乘得 -70,
再用人數 37(N)除,得 1.89,再用 2 乘,得 3.784(K)

團智“人×差方”行 C245,加上社自“人×差方”
行 F168,得 413.減去“人×對角距方”行 G165,得 248
(L),再減去上面的結果 K-3.78;減去負數,實在就是加
上 3.78,得 251.78,這是分子(M).

上面 H 平方得 25,用人數 37(N)除,得 .68, C245 裏減去
.68 得 244(P).

上面 J 方得 196,用人數 37(N)除得 5.3,從 F168 裏減
去 5.3 得 163(Q).

P244 乘 Q163 得 39772,開方求平方根得 199.4,再用 2
乘得 398.8 這是分母(S).

用 S398.8 除 M251.8 得 .6248 便是相關度 r

沃的斯氏圖表根據的公式是:

$$r = \frac{(C+F-G) - 2HN \div N}{2\sqrt{(C \div H^2 \div N)(F - J^2 \div N)}}$$

$$\text{即 } r = \frac{\text{甲差方} + \text{乙差方} - \text{距方和}}{2\sqrt{\text{甲差方和} \times \text{乙差方和}}}$$

要求可靠度 P. E. 用前法 $[1 - (.6248)^2] \div \sqrt{37} = .6094$
 $\div 6.083 = .100099$ 再用 .6745 乘得 .06812 即可靠度 P. E.

上面相關度求得結果：

名次相關法： $R = .4715$ $r = .70 \pm .05544$

關而生氏法第一： $r = .6146 \pm .0689$

第二： $r = .6253 \pm .0681$

沃的斯氏圖表法： $r = .6314 \pm .0681$

第五節 相關度的解釋及預斷的功用

有了 .61 或 .63 或 .70 的相關度究竟算是高的還是低的？這是我們用相關度研究測驗問題時總須知道的事。實在相關度是比較的数量，學者大概以為：

r 0 到 .4 或 0 到 -.4 即 0 到 $\pm .4$ 時，相關算不大，即兩件事不很有關係。

r .4 到 .7 或 -.4 到 -.7 即 $\pm .4$ 到 $\pm .7$ 時，相關算大，即兩件事有關係。

r .7 到 1.0 或 -.7 到 -1.0 即 $\pm .7$ 到 ± 1.0 時，相關算很大，即兩件事有重大關係。但是相關度大小的解釋，

也要看這一級學生的性質而定，同是.62的相關，若是一級學生同年齡的，可以算是相關很密切，若不是一級而是各級同年齡的，相關度同是.62，意思就要算關係不很重大，若是各級學生，年齡從八歲到十五歲都有，那末.62的相關不算大的，測驗的次數，也要留意，若是幾次測驗的平均，那末.62的相關不算很大，若祇測驗一次，往往因為學生偶然的錯誤使相關度減小，所以.62的相關，可以算是很大的了，人數也要注意，37人有.62的相關，和1000人有.62的相關，解釋起來也不能一律，人少時相關度也容易減少的。

相關度又可以用預斷的功用來解釋，兩種測驗有完全1.0的相關時，就是知道了甲種測驗裏各生的地位，可以預斷他在乙種測驗的地位，這預斷是很確實的，相關度減少時，這預斷便不很確實，減到0時，預斷完全不確實，負相關度和正的一樣，-1.0時，可以預斷學生在兩種測驗裏的地位完全相反，這預斷是很確實的，-.9，-.8，-.7等相關減少時，預斷便漸漸不確實了，用四十八表可以查這種預斷的錯誤有多少， $r=0$ 時，預斷錯誤完全1.0，就是預斷全錯， $r=.1$ 時，預斷有

第四十八表

相關度	預斷的錯誤
.00	1.000
.10	.995
.20	.9798
.30	.9539
.40	.9165
.50	.866
.60	.800
.70	.7141
.80	.600
.85	.5268
.90	.4359
.95	.3122
.97	.2431
.99	.1411
1.00	.000

.995 的錯誤， $r=.85$ 時，預斷的錯誤將近一半。從此以上相關度稍為加一些，預斷的錯誤便大大的減少。 $r=1.0$

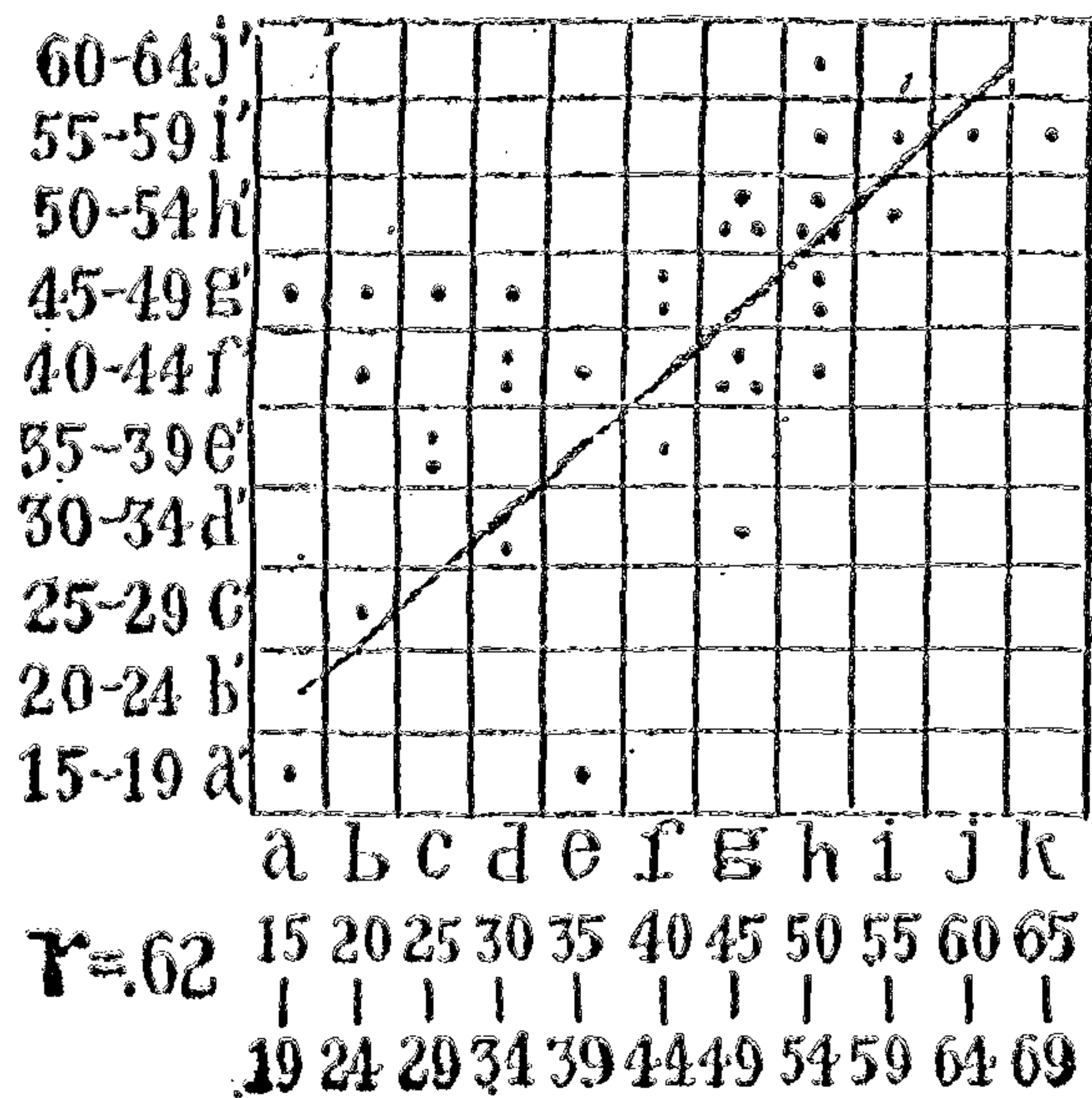
時,預斷完全無誤.前例 $r=.61$ 時,預斷有.8的錯誤. $r=.70$ 時,預斷還有.7141的錯誤.

此外相關度的可靠度也很重要.算法及意思見第三節末.可靠度和人數很有關係.人數多時,可靠度大,用37人求得的相關度,可靠度不很高了.

第六節 相關度的圖解

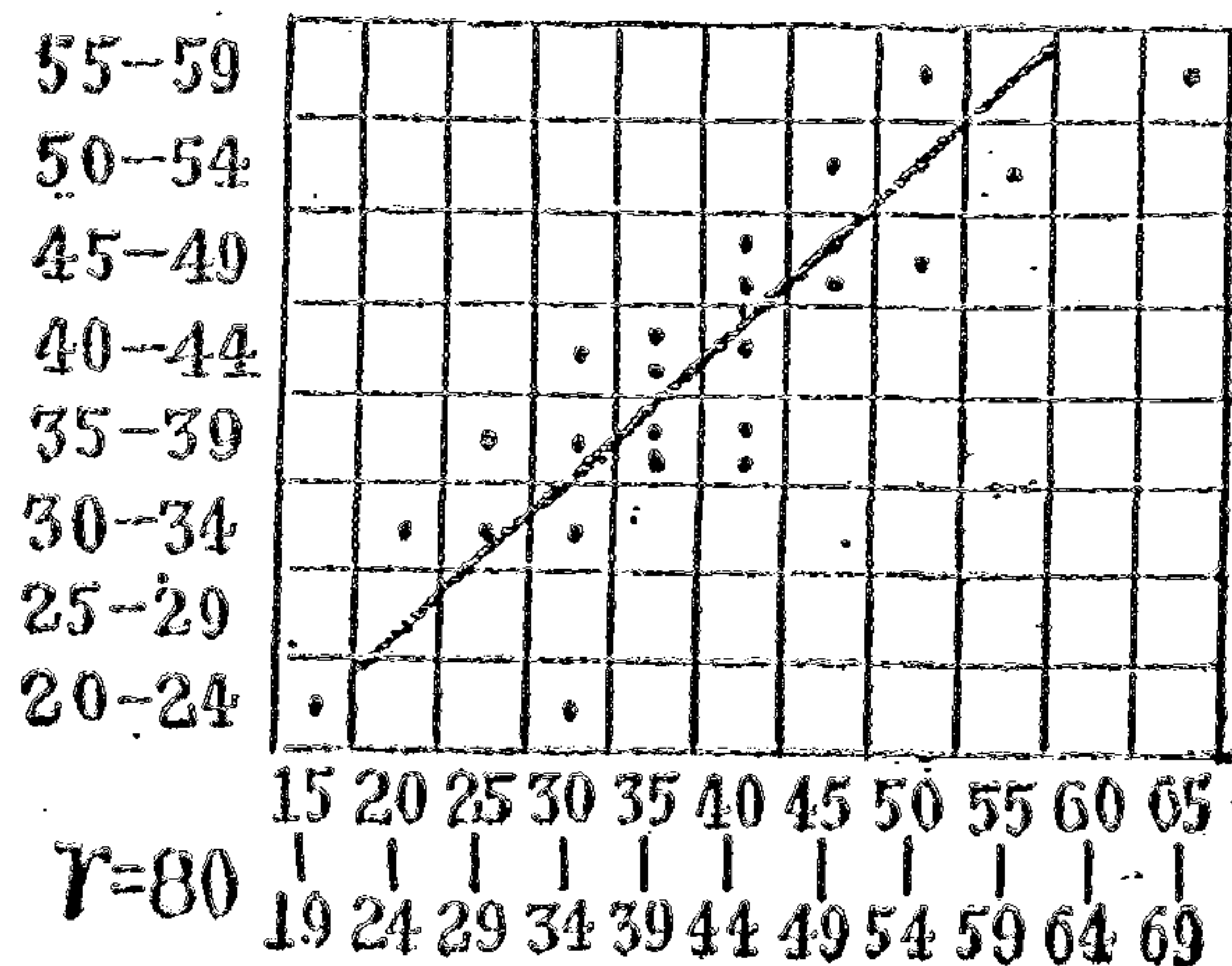
上面幾種相關度的算法,都是把“直線相關”做根據的.什麼叫做直線相關?請看下圖:

第十三圖



第十三圖就是第十一圖，不過上下相反，十一圖從上而下，小的分數在上，十三圖從下而上，大的分數在上，十三圖就是十二圖，圖裏各格裏的點數就是人數。這圖形只有 $r=.62$ 的相關，所以似乎分布散漫，看不出有什麼直線的關係。但是大概的趨勢，像紅線那個方向從左下角向右上角去。

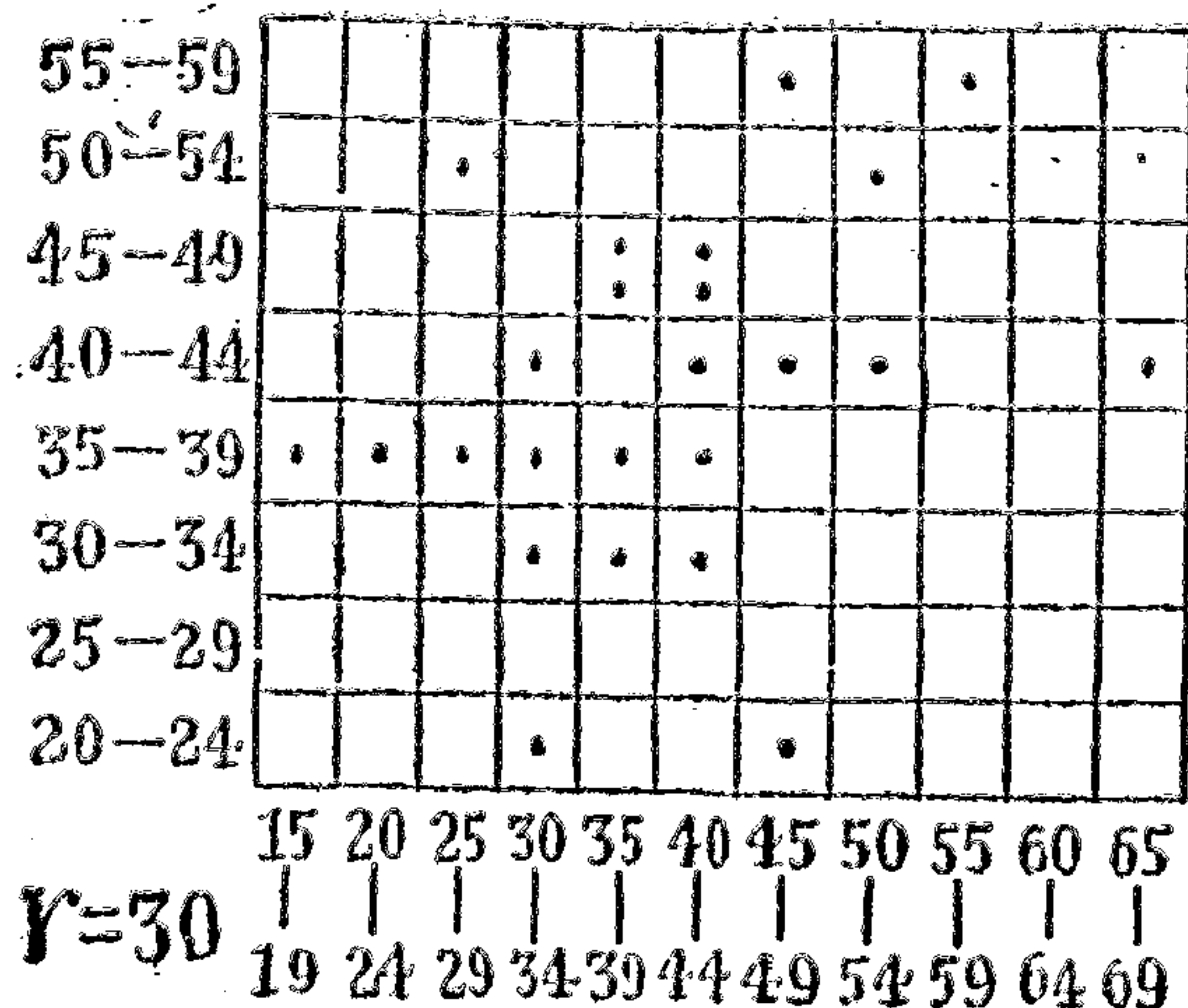
第十四圖



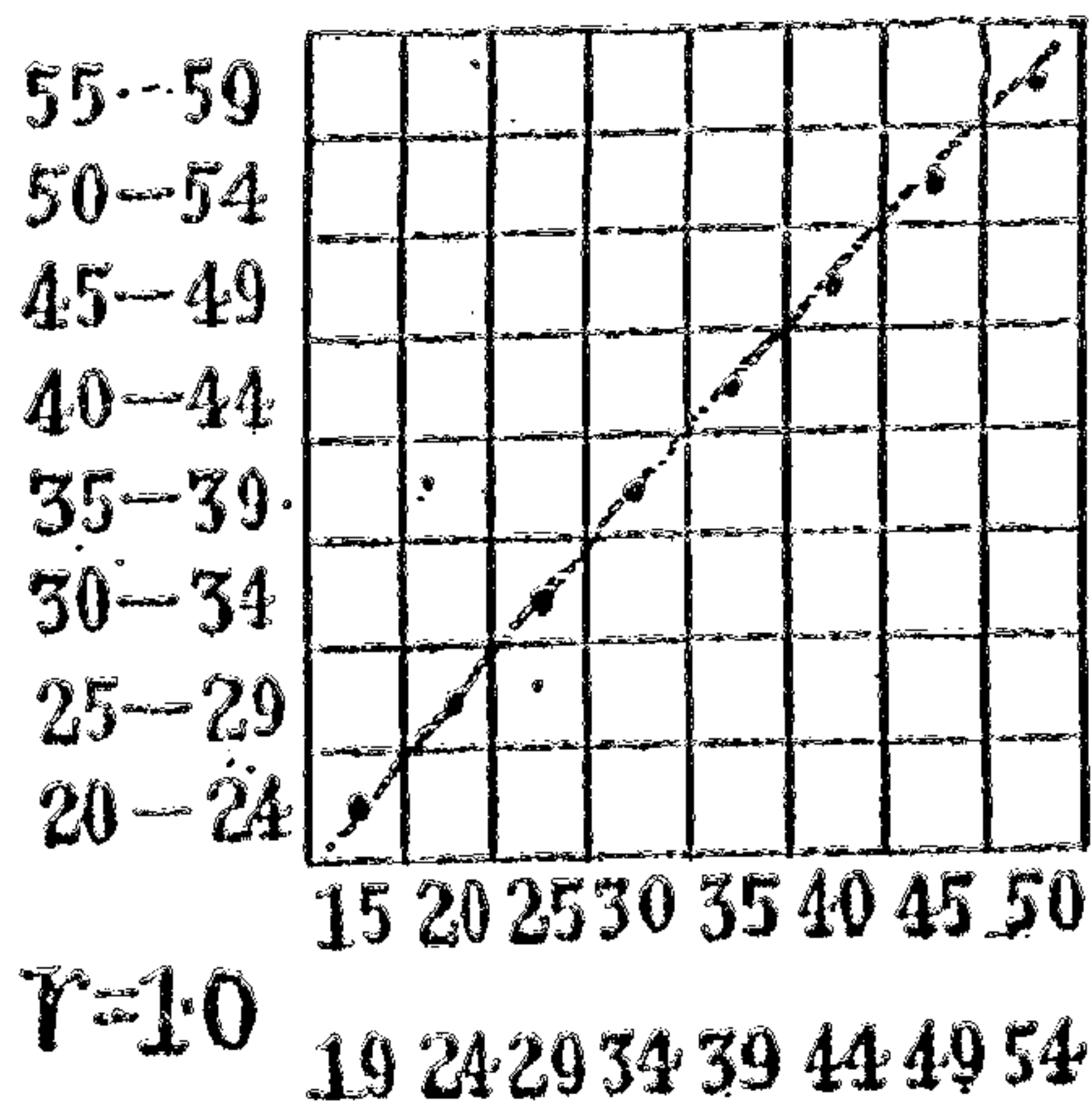
若看第十四圖，那末，這種從左下角向右上角，成功一直的趨勢格外明白了。這圖裏的兩件事，有 $r=.80$ 的相關度。

第十五圖，却比十三圖更是散漫，差不多看不出直線的關係了。

第十五圖



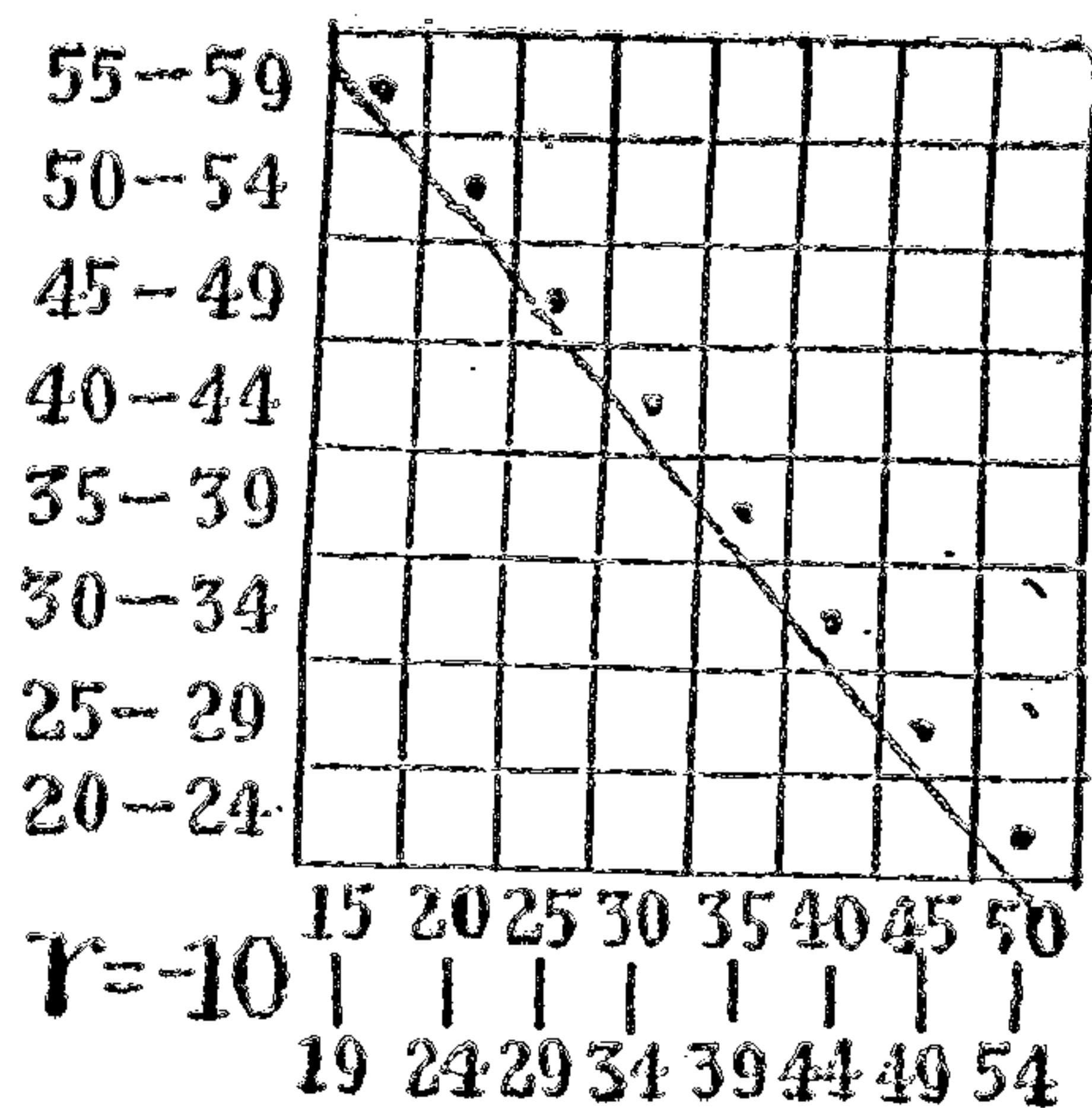
第十六圖



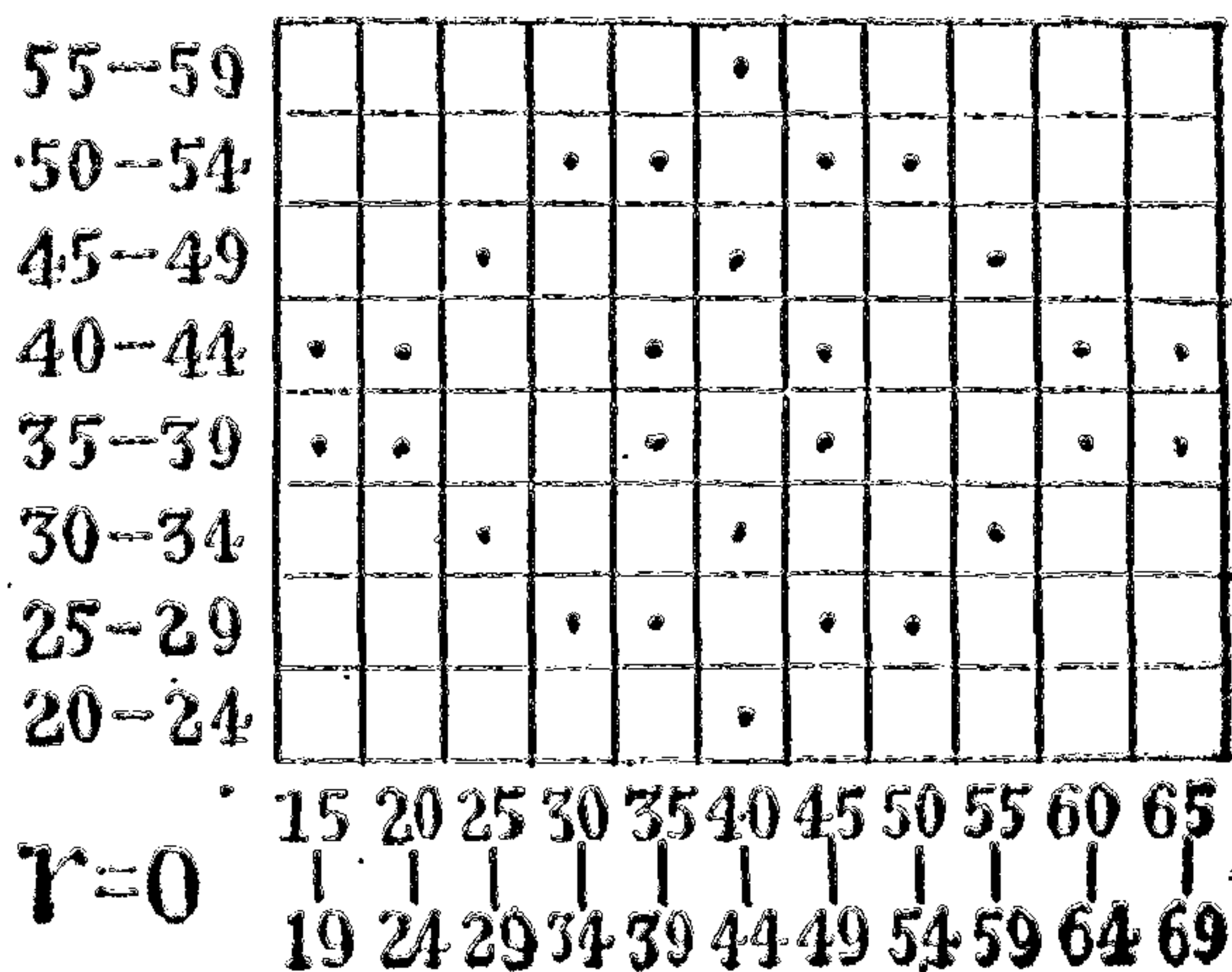
像第十六圖,直線相關十分明顯,這是有1.0的正相關的圖形.第十七圖是-1.0相關的情形,直線從左上向右下,恰和第十六圖的情形相反.第十八圖 $r=0$. 散

漫已極,完全看不出直線的趨勢.相關愈高,直線的趨勢愈顯明,相關愈低,直線的趨勢愈不顯明.所以說,上述相關,是用直線的趨勢做根據的.

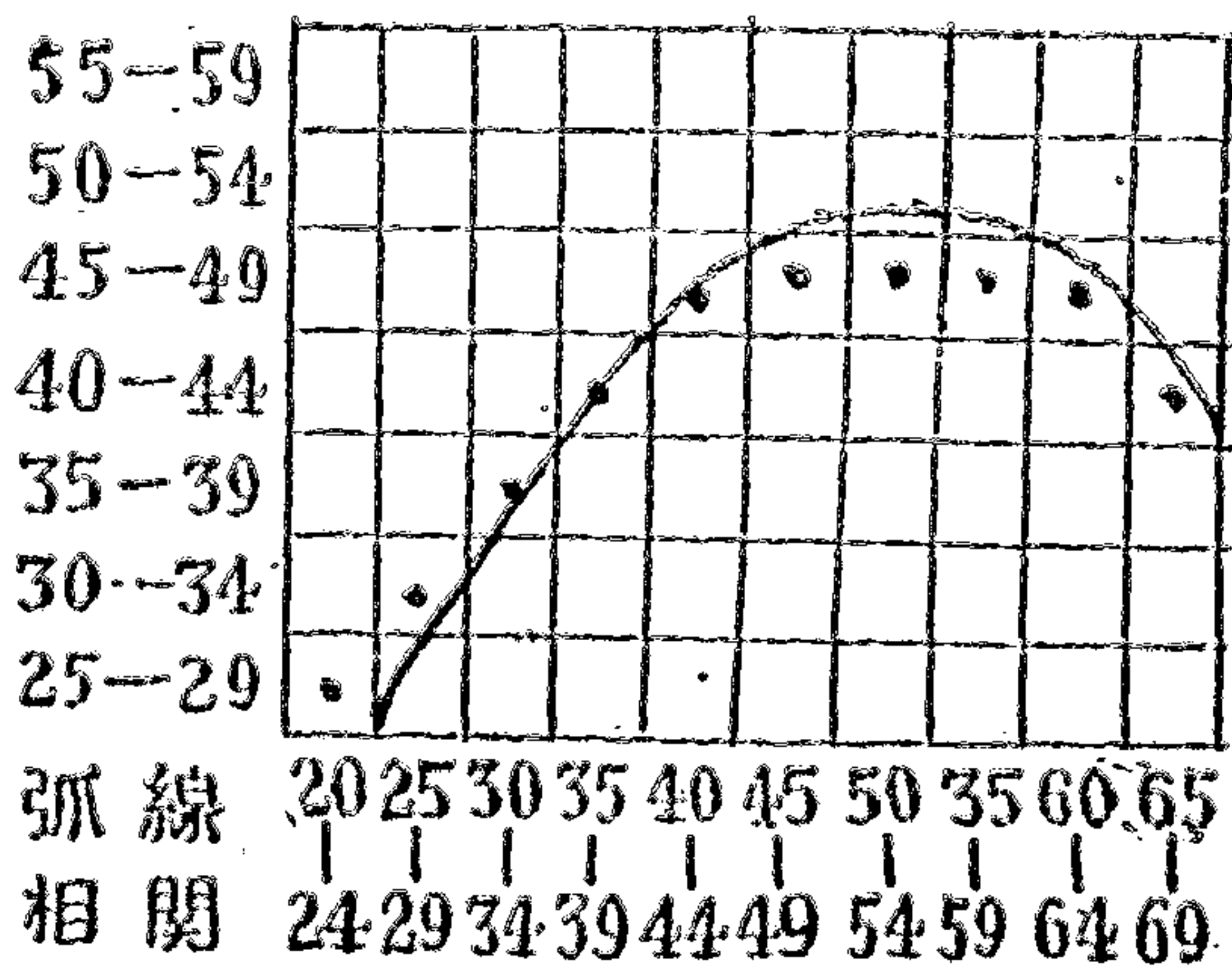
第十七圖



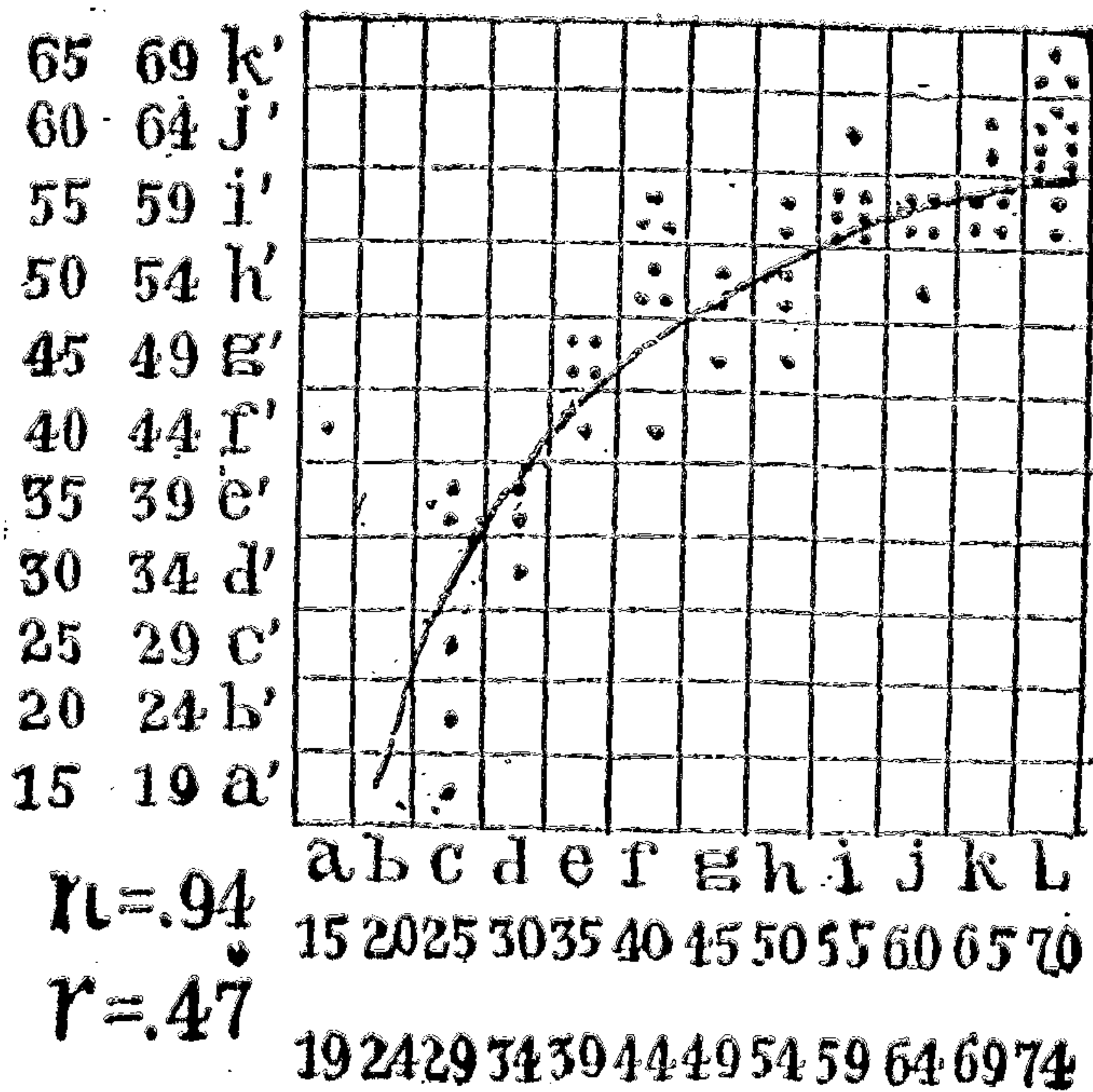
第十八圖



第十九圖



第二十圖



但是達到第十九圖的樣子,相關的情形成功了弧線的樣子.

第二十圖,也是如此.二十圖相關情形,用上面的算法,不過得到 $r=.47$. 若照弧線的情形看,相關決不是如此的低 $\eta=.94$ 就是弧線相關有.94那麼多呢.算弧線相關法和上述方法不同,手續比較的要複雜得多.詳第八節.

第七節 自己相關度

自己相關度,一名自身相關度,譬如用同樣兩類測驗,測驗同一級的學生,求這兩類測驗裏學生成績的相關度,這就是兩類同種測驗的自己相關度.看了自己相關的大小,可以決定這兩類同種的測驗裏,是不是只要用了一類就可以把學生成績的真相測驗出來.測驗的價值,要看測驗本身是否可靠而定.可靠的測驗,就是有價值的測驗.不可靠的測驗就是沒有價值的測驗.自己相關度的大小,可以用來斷定測驗本身的是否可靠.兩類測驗的自己相關度是1.0時,可靠度頂大,只要兩類裏隨使用那一類,儘够把學生成績的真相測驗明白.要這樣可靠的測驗是不容易的.我們造的初小算學四則測驗,及初小算學應用題測驗,各種各有二類.二類的自己相關度都在.9以上,在中

國所造各種標準測驗裏要算頂可靠的了。所以前面的相關度，可以用來研究學生的成績有多少關係，也可以用來研究兩種測驗間的關係多少。自己相關度，却專用來研究測驗本身有多少可靠用的，算法是一樣的。

自己相關度要有多少才算測驗可靠恐怕不能有一定的絕對標準來應對種種不同的情形。若是測驗的結果，對於學生有重大的關係，例如用來分級或選擇學生編入特殊學級，或做入學考試去取的標準的，或測驗的結果要供精密的理論的研究的，那末自己相關度不能比.9再小，在.9以下，不很可靠了。這種標準似乎太高些，平常不是專用而有好幾種測驗同時並用，像各科學力測驗等，與學生的關係總是各科併合計算的，自己相關度有了.85也儘够的了。這是造標準測驗時自己相關度的最低限度。若是不及這標準，可以把測驗加長，就是加多測驗裏的題目，或者測驗時用兩類而以各生平均成績當該科的成績。

加長，要加多少多用，要用幾類可以用下列勃朗(Brown)氏公式計算的。

$$\text{數目 } N = \frac{\text{標準相關度 } r'(1 - \text{現有相關度 } r)}{\text{現有相關度 } r(1 - \text{標準相關度 } r')}$$

譬如某種測驗，自己相關度 .8，要加長多少，或加用幾類，才合標準相關度 .85，可以照下算法：

$$N = \frac{.85(1 - .8)}{.8(1 - .85)} = \frac{.85 \times .2}{.8 \times .15} = \frac{.17}{.12} = 1.4 +$$

就是要照原來加長十分之四光景，即加多原有題目十分之四，才合標準。或者測驗時要用一類又十分之四。但是測驗時，不用一類便是用兩類。若用兩類，可靠度一定很高了。究竟用了二類以後自己相關度可以高到多少？只要把上面公式變換成功：

$$\text{標準相關度 } r' = \frac{\text{數目 } N \times \text{現有相關度 } r}{1 + (\text{數目 } N - 1) \text{現有相關度 } r}$$

上例測驗本有自己相關度 .8，現用二類，求標準相關度提高多少。

$$r' = \frac{2 \times .8}{1 + (2 - 1) \cdot .8} = \frac{1.6}{1 + .8} = \frac{1.6}{1.8} = .8889$$

兩類同用，標準很高了，已有近 .9 的自己相關度了。

第八節 弧線相關度

像第二十圖的分配,兩種測驗成績的相關,不照直線的情形,而照弧線的情形,若用上面方法計算,不過 $r=.47$;實在照弧線情形論兩者相關很密切,決不是.47那般小的.用錯了算法,不是把事實埋沒了嗎?蘭而生 (Pearson) 氏另立一個算法,這算法手續較為繁重,就是要把橫裏甲測驗的成績分配表各行分別求平均數,然後進行詳細計算法,請看下面的例子和說明.見第二十一圖及四十九表.

第一步,仍照第三節,第一法,第十圖的樣子,把甲乙兩種測驗各學生分數一一統計,填在表裏,如第二十一圖.

第二步,直裏,乙種測驗統計人數,定約略平均數,求各格對於約略平均數的差,人數乘差,算差方,人數乘差方,一一相加填在相當的格子裏,方法和第三節第一法,完全相同,此地不必再說橫裏不照前法.這是此法的特點.

第三步橫裏的算法和以前大不相同了.這是弧線相關度算法的特點.以下和前法不同.先看 a, b, c, d 等各行各有幾人,一一填在圖下“各行人數”(N')的一

列的各格裏。

第四步,求 a, b, c, d, 等各行的平均數,人數不多,可以不必用手續繁重的算法。a 行 1 人在 40—44 分,這 40—44 分的中點是 42 分,所以平均數是 42。b 行 1 人, 37 分,(c' 列 35—39, 中點 37。)c 行 1 人 17 分,(15—19 的中點, 以下同) 1 人 22 分, 1 人 27 分, 2 人 37 分,乘了加起來用人數 5 除,得 28 分。d 行, 1 人 32 分, 2 人 37 分,乘了加起來用人數 3 除,得 35.33 分。e 行 1 人 42 分, 4 人 47 分,乘了加起來用人數 5 除,得 46 分。f 行, 1 人 42 分, 3 人 52 分, 3 人 57 分,乘了加起來,用人數 7 除,得 52.72 分,以後 g 行, h 行,……………等等同樣求實在的平均數,求好一一填在下面“各行平均數”(Mn') 一列的各格裏。

第五步,從各行平均數裏減去直裏乙種測驗的平均數 52.09。譬如 a 行 42 減 52.09,得 -10.09; b 行 37 減 52.09,得 -15.09; c 行 28 減 52.09,得 -24.09; d 行 35.33 減 52.09,得 -16.76; e 行 46 減 52.09,得 -6.09; f 行 52.72 減 52.09,得 .63; 以下 g, h,……………各行同樣減。各行平均數小於乙種測驗平均數 52.09 時,答數是負;大於 52.09 時,答數是正。求好一一填在下列“各行平均數 - Mn”(K) 行的

第二十一圖及四十九表

甲種測驗

		15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	
		19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	74	
		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	
乙種測驗	15-19	a'			1									
	20-24	b'			1									
	25-29	c'			1									
	30-34	d'				1								
	35-39	e'		1	2	2								
	40-44	f'	1				1	1						
	45-49	g'					4		1	1				
	50-54	h'						3	2	2		1		
	55-59	i'						3		2	6	4	4	2
	60-64	j'									1		2	7
65-69	k'												3	
			a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l

人數	差	人×差	差方	人差×方	求平均數	求均方差
1	-8	-8	64	64	A 16	A 16
1	-7	-7	49	49	B 75	B 75
1	-6	-6	36	36	A-B -59 (C)	A-B -59 (D')
1	-5	-5	25	25	距 5	D'÷N -.9833 (E')
5	-4	-20	16	80	C×距 -295 (D)	E'² .967 (F')
3	-3	-9	9	27	D÷N -4.91 (E)	C' 355
6	-2	-12	4	24	約 57.0	C'÷N 5.5833 (G')
8	-1	-8	1	8	約 1.1	F 967
21	0	-75 (B)	0	0		G' - F' 4.61 (H')
10	1	10	1	10		√H' 2.15 (I')
3	2	6	4	12		距 5
共計60(N)		16 (A)		335 (C')		J'×距 10.15 (J.D)

各行人數 (N')	1	1	5	3	5	7	3	5	7	5	6	12
各行平均數 (Mn')	42	37	28	35.33	46	52.72	50.33	53	57.72	56	58.67	62.42
各行平均數 - Mn'(K)	-10.09	-15.09	-24.09	-16.76	-6.09	.63	-1.76	.91	5.63	3.91	6.58	10.33
上列平方 (K²)	101.81	227.71	580.33	280.50	37.09	.40	3.10	.83	31.70	15.29	43.30	106.71
各行人(N') × 上列 K² (L)	101.81	227.71	2901.61	841.50	185.45	2.80	9.30	4.15	221.19	76.45	259.80	1280.52

共計:6112.29(M)

求相關度

M	6112.29
M÷N	101.87 (P)
√P	10.094 (Q)
Q÷S.D.	.93898 (R)

各格裏。

第六步,把上列各格答數(K)一一自乘,求平均數,可以用附錄乘方表查求得,一一分別填在下列“ K^2 ”一行的各格裏,譬如: $(-10.09)^2=101.81$; $(-15.09)^2=227.71$; 餘類推。

第七步,用各項人數(N')乘上列平方數(K^2)。譬如 a 行 $1 \times 101.81=101.81$; b 行 $1 \times 227.71=227.71$; c 行 $5 \times 580.33=2901.61$; 餘類推。乘好一一填在下列各行“人(N') \times 上列 K^2 ”(L)的各格裏。

第八步,把上列 101.81; 227.71; 2901.61; 841.50.....等等各數一一相加,共計 6112.29(M)。

第九步,照右下角裏的算法,用全體人數 60(N)除上面所得的(M) 6112.29,得 107.87 (P),再開方求平方根,得 10.094(Q)再用直裏乙種測驗的 S. D. 10.75 除上得方根 10.094,(Q),得 .93898 即弧線相關度 η 。

這種相關度常是正數,不會有負數的,要看了圖裏情形,若合反相關情形時,到結末才把(-)號加上去。

上述算法是根據下列公式的:

弧線相關度 $\eta =$

$$\frac{\sqrt{\text{甲各行人數} \times \text{甲各行平均} - (\text{乙平均})^2 \text{的總和} \div \text{總人數}}}{\text{乙均方差}}$$

用符號: $\eta = \frac{\sqrt{S(N(\overline{Mn}^2 - Mn) \div N)}}{S. D.}$

(S是相加的總和的意思.)

弧線相關度,也同樣可以求可靠度 P. E. $\eta^2 = .8836$
 $1 - .8836 = .1164$

$$\frac{.1164 \times .6745}{\sqrt{60}} = \frac{.0785}{7.746} = .01$$

所以弧線相關度是: $\eta = .94 \pm .01$

如此一算,實在的.94的相關,才顯示出來.若照直線相關算法,那末不過 $r = .47$. 不是錯誤了嗎?

弧線相關度算法,也適用於直線相關的事實,直線相關的算法,却不適用於弧線相關的事實.

我們還要問某種情形是不是弧線相關,還是直線相關勃蘭克孟 (Blakeman) 氏有一個粗略的審查方法,就是用下列公式去求.

$$\frac{\sqrt{\text{人數}}}{.6745} \times \frac{1}{2} \sqrt{\eta^2 - r^2}$$

上例弧線相關 $\eta = .93$, 自乘得 .8649, 直線相關 $r = .47$, 自乘得 .2209, $.8649 - .2209 = .644$ 用 2 除得 .322, 人數 60

開方求方根得 7.746

$$\frac{7.746 \times .322}{.6745} = \frac{2.4942}{.6745} = 3.7$$

照勃蘭克孟氏定的標準,由公式算出的結果一定要比 2.5 小時,才是直線相關,上例結果 3.7 比 2.5 大,可知一定不是直線相關,不能用以上各節的方法求 r 而一定要用本節方法求 d 才合,所以凡是相關的情形,如有不合直線的可疑,我們應該兼求 r 及 d 然後用上面的公式決定取捨,小於 2.5 時,決定用 r ; 大於 2.5 時決定用 d .

第九節 用均衡差判定相關

要知道兩種測驗的關係不必一定要用相關度的,也可以求均衡差來判定的,這方法的計算比第三節第二法較便,不過平常不用慣罷了,方法例子如下,第五十表:

第一步照四十五表即第三節第二法把各生兩種測驗的分數,一一列入表裏第二第三行.

第二步再照前法求各生各測驗分數對於各自平均數的差,或對於中數的差,一一列入表裏第四第五行,以上完全和第三節第二法同,不過不必求差方.

第三步用團智均方差 12.8 除團智對平均數的差 (x) 行各格,譬如 $7.7 \div 12.8 = .60$; $3.7 \div 12.8 = .29$; 等,正負號一一照舊,除好填在第六行團智均衡差 (W_x) 行各格裏.同樣,用社自均方差 10.5 除社自對平均數的差 (y) 行各格,譬如 $7.1 \div 10.5 = .68$; $-2.9 \div 10.5 = -.28$; 等,正負號一一照舊,除好填在第七行社自均衡差 (W_y) 行各格裏.這就是用各測驗的均方差做單位,求各生成績各差多少均方差.

第四步,比較團智均衡差 (W_x) 及社自均衡差 (W_y),凡同是正的,或同是負的,求兩數的差;一方是正一方是負,兩者相加.譬如: .60 與 .68 相較是 .08; .29 與 -.28 相較,因為一正,一負,所以加起來得 .57. 又如第十六號學生 -.57 與 -.94 都是負的,相較得 .37. 餘類推.求好以後填入末一行“均衡差的較”(D) 的各格裏.這就是各生各測驗裏地位對於平均數或中數所差的若干均方差,彼此有多少出入.完全相關 1.0 時,彼此地位,照均方差做單位,應該沒有出入,就是兩個均衡差應是同號而且同數目,結果均衡差的較 (D) 便是 0. 現在各生的均衡差,都不是 0, 便知地位有所出入.

第五步各生均衡差的較有出入，但是出入有多少？小到不過.02均方差，大到 2.21 均方差，全體總看有多少？只要相加用人數37(N)除便是平均出入有多少均方差了。相加共得 22.79 用 37 除得 .616，就是平均起來，各人在兩種測驗裏地位的出入有 .616 均方差，所以相關度不能完全 1.0 了。或者把均衡差的較(D)的一行各數，照第一章第四節的方法做分配表，再照第二章第六節的方法求中數也可以。

若要知道可靠度，可以先照第一章第四節的方法做分配表，如五十一表，上例均衡差的較至少.02，至多 2.21，相差 2.2 光景。若用 .2 做距度，可以分成十一二格；若用 .1 做距度，要有二十二格多。為計算便利計，便用 .2 做距度，凡是 0—19 的算一格；20—39 的算一格；40—59 的算一格；以下照此類推，便成第五十一表的左方第一行。再統計人數填入各格。譬如 .08, .16, .02, .08, ……等多入第一格 0—19 裏，一起得 10 人。像 .26, .34, .37 等等入第二格 20—39 裏一起得 7 人，以下照此類推。分配表便成功。以後便是用第二章第四節的方法求平均數，用第五節的方法求均方差，或者照第六節

第五十一表

均衡差的較	人數	差	人×差	差	人×差	人×差	求平均數	求均方差
0— .19	10	-3	-30	9	90	A	34	34
.20— .39	7	-2	-14	4	28	B	51	51
.40— .59	7	-1	-7	1	7	A-B	-17(C)	-17(D')
.60— .79	⊕	0	-51(B)	0	0	距	.2	-.46(E')
.80— .99	1	1	1	1	1	C×距	-3.4(D)	.2116(F')
1.00—1.19	3	2	6	4	12	D÷N	-.09(E)	301
1.20—1.39	1	3	3	9	9	約	.7	8.135(G')
1.40—1.59	1	4	4	16	16	約+E	.61Mu.	.2116
1.60—1.79	1	5	5	25	25			7.9234(H')
1.80—1.99	0	6	0	36	0			2.81(J')
2.00—2.19	1	7	7	49	49			.2
2.20—2.29	1	8	8	64	64			.562(S.D.)
共 計	37(N)		34(A)		301(C')			

的方法求中數,照第七節的方法求四分差,有了均方差或四分差,可以照第三章的方法求可靠度平均均方差,或 P. E. 算法見例子,不再詳細說明了。

$$\text{平均均方差} = \frac{.562}{\sqrt{37}} = \frac{.562}{6.083} = .09269$$

$$\text{均衡差的較的平均數} = .61 \pm 3(.09)$$

$$\text{改算 P. E. } .6745 \times .09269 = .0625$$

$$\text{均衡差的較的平均數} = .61 \pm .0625.$$

第十節 分析相關

平常我們求的相關度,都是兩種測驗成績的分數,但是三種或四種或更多的測驗成績的分數,彼此間也求各有若干的相關。譬如某校五六年級學生一百六十三人,施行社自測驗後,再按照學校裏所學的材料,另外分別自編兩種臨時測驗,一種社會,一種自然,自編的測驗比社自測驗題目多而詳,我們現在有一個問題,便是:“社自測驗,能否代表平日所學的社會和自然的成績?”若是能的,相關度宜高;相關度若很低,就是各測驗的成績,沒有什麼關係,求得相關度:社自與社會 .733 ± .025; 社自與自然 .700 ± .027; 社會與自然 .759 ± .017, 有 .7 以上的相關,不算低的了。但是我們

有一個疑問，社自與社會的相關，或者是受了自然的影響，反過來說社自與自然的關係，也許是受了社會的影響，所以如此的高，因為社會與自然的相關也有 .759 那麼多，所以社自各各與社會或自然的關係不能算是純粹的，要社會與自然相關是 0；那末，社自與社會及社自與自然的相關才能算是純粹分析相關，便是一種算法，把這其間的影響除去，便是把社會和自然的 .759 的相關使他變成 0 時，求社自與社會，或社自與自然各有多少相關，求法可用下列第五十二表式：

0 是指社自的，1 是指社會的，2 是指自然的，所以 r_{01} 是社自與社會的相關度， r_{02} 是社自與自然的相關度， r_{12} 是社會與自然的相關度。

第五十二表

種 類		相 關 度	
0	社自測驗	r_{01}	.733 (1)
1	社會測驗	r_{02}	.700 (2)
2	自然測驗	r_{12}	.759 (3)

A.

(1)	.733	
(2) × (3)	.531	(4)
(1) - (4)	.202	(5)

B.

(2)	.700	
(1) × (3)	.556	(6)
(2) - (6)	.144	(7)

C.

(3)	.759	
(1) × (2)	.513	(8)
(3) - (8)	.246	(9)

D.

	1.000	
(1) ²	.537	(10)
1.000 - (10)	.463	(11)

E.

	1.000	
(2) ²	.490	(12)
1.000 - (12)	.510	(13)

F.

	1.000	
(3) ²	.576	(14)
1.000 - (14)	.424	(15)

G.

(13) × (15)	.216	(16)
$\sqrt{(16)}$.465	(17)
(5) + (17)	.434	(18)

H.

(11) × (15)	.196	(19)
$\sqrt{(19)}$.443	(20)
(7) ÷ (20)	.325	(21)

I.

$(11) \times (13)$.236	(22)
$\sqrt{(22)}$.486	(23)
$(9) \div (23)$.506	(24)

表首先列種類;次列相關度: r_{0_1} 右方附(1), r_{0_2} 右方附(2), r_{1_2} 右方附(3),這是算法上手續的順序,以後照此(4)(5)(6)(7)……等等依次排下去。

在 A 格內,先抄 r_{0_1} .733(1),再把 r_{0_2} 的 .700(2)與 r_{1_2} 的 .759(3)相乘得 .531(4)再做減法得 .202(5).在 B 格內,先抄 r_{0_2} 的 .700,再把 r_{0_1} 的 .733(1)與 r_{1_2} 的 .759(3)相乘得 .556(6),再做減法得 .144(7).在 C 格內,先抄 r_{1_2} 的 .759(3),再把 r_{0_1} 的 .733(1)與 r_{0_2} 的 .700(2)相乘,得 .513(8),再做減法得 .246(9).

在 D 格內先寫 1.000 這是永久不變的數目,無論什麼總是寫 1.000.再把 r_{0_1} 的 .733(1)自乘得 .537(10).再做減法得 .463(11).同樣,在 E 格內先抄不變的 1.000,再把 r_{0_2} 的 .700(2)自乘得 .490(12),再做減法得 .510(13).同樣,在 F 格內先抄不變的 1.000 再把 r_{1_2} 的 .759(3)自乘得

.576(14),再做減法得 .424(15).

在 G 格內把 (13).510 乘 (15).424 得 .216(16),再開方得 .465(17),用 (17).465 除 (5).202 得 .434(18),這就是 $r_{01.2}$ 社自與社會的分析相關,除去了自然的影響,就是使社會與自然的相關到了 0 時,社自與社會的相關該有 .434.

同樣,在 H 格內把 (11).463 乘 (15).424 得 .196(19) 再開方得 .443(20),用 (20).443 除 (17).144 得 .325(21). 這就是 $r_{0.1}$ 社自與自然的分析相關,除去了社會的影響,就是使社會與自然的相關到了 0 時,社自與自然的相關該有 .325.

同樣,在 I 格內把 (11).463 乘 (13).510 得 .236(22) 再開方得 .486(23),用 (23).486 除 (9).246 得 .506(24),這就是 $r_{1.2.0}$ 社會與自然的分析相關,除去了社自的影響,就是使社自與社會及社自與自然的相關到了 0 時,社會與自然的相關該有 .506.

由此可以知道社自測驗與社會的相關比社自測驗與自然的相關密切,並且可以知道社會與自然的相關較大,社自測驗未必能代表自編的社會測驗與

自然測驗原來求的相關,大概因為社會與自然間的相關較大所致。

分析相關根據的公式是:

$$r_{01.2} = \frac{r_{01} - r_{02} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{02}^2)(1 - r_{12}^2)}}$$

$$r_{02.1} = \frac{r_{02} - r_{01} \cdot r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{01}^2)(1 - r_{12}^2)}}$$

$$r_{12.0} = \frac{r_{12} - r_{10} \cdot r_{20}}{\sqrt{(1 - r_{10}^2)(1 - r_{20}^2)}}$$

r_{10} 、 r_{20} 就是 r_{01} 、 r_{02} 。

第十一節 合成相關

合成相關是另外一種的意思,譬如上面的例,我們知道社會與社自的相關是 .733; 自然與社自的相關是 .700; 又知道社會與自然的相關是 .759, 若再求了合成相關,便可以知道社會與自然兩者連合起來和社自測驗有多少的相關,分析相關是把裏面有影響的抽去,合成相關是把二者或二者以上連合起來算與另一種的相關,例如第五十三表。

注意, 五十三表是接五十二表的

第五十三表

<p style="text-align: center;">J.</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">1.000</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">(18)² .188 (25)</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1.000 - (25) .812 (26)</td></tr> </table>	1.000	(18) ² .188 (25)	1.000 - (25) .812 (26)	<p style="text-align: center;">K.</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">1.000</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">(21)² .106 (27)</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1.000 - (27) .894 (28)</td></tr> </table>	1.000	(21) ² .106 (27)	1.000 - (27) .894 (28)
1.000							
(18) ² .188 (25)							
1.000 - (25) .812 (26)							
1.000							
(21) ² .106 (27)							
1.000 - (27) .894 (28)							
<p style="text-align: center;">L.</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">1.000</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">(13) × (26) .414 (29)</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1.000 - (29) .586 (30)</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">√(30) .766 (31)</td></tr> </table>	1.000	(13) × (26) .414 (29)	1.000 - (29) .586 (30)	√(30) .766 (31)	<p style="text-align: center;">M.</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">對的</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">(11) × (28) .414 (29)</td></tr> </table>	對的	(11) × (28) .414 (29)
1.000							
(13) × (26) .414 (29)							
1.000 - (29) .586 (30)							
√(30) .766 (31)							
對的							
(11) × (28) .414 (29)							

在 J 格內先寫不變的 1.000, 把上節求出的 $r_{0,1,2}$.434 (18) 自乘得 .188(25); 再做減法得 .812(26). 同樣, 在 K 格內寫不變的 1.000, 把上節求出的 $r_{0,2,1}$.325(21) 自乘得 .106(27); 再做減法得 .894(28).

又在 L 格內寫不變的 1.000, 用五十二表內 (13).510 乘 (26).812 得 .414(29). 或在 M 格內, 用五十二表 (11).463 乘 (28).894 亦得 .414. 兩者相符是一種檢核的方法, 在 L 格內 1.000 減(29)得 .586(30) 再開方得 .766(31) 這便是

合成相關度.意思就是說社會與自然分別的各與社
自測驗有 .733 與 .700 的相關,連合起來,相關應有 .7

66 合成相關用 $r_{0.12}$ 的符號.根據的公式是:

$$\begin{aligned} r_{0.12} &= \sqrt{1 - (1 - r_{02}^2)(1 - r_{01.2}^2)} \\ &= \sqrt{1 - (1 - r_{01}^2)(1 - r_{02.1}^2)} \end{aligned}$$

我們實際把各生社會及自然的成績平均以後,求與
社自測驗的相關得 $.765 \pm .021$ 這數目與合成相關度
出入無幾.

合成相關 $r_{0.12}$ 有 .766 比 r_{01} 的 .733 多 .033; 比 r_{02} 的
.700 多 .066. 就是說連合算起來相關比各自的加多
了沒有多少.

測驗統計術

附表

附表一
平方數及平方根

n	n ²	\sqrt{n}	n	n ²	\sqrt{n}
1.01	1.0201	1.00499	1.51	2.2801	1.22882
1.02	1.0404	1.00995	1.52	2.3104	1.23288
1.03	1.0609	1.01489	1.53	2.3409	1.23693
1.04	1.0816	1.01980	1.54	2.3716	1.24097
1.05	1.1025	1.02470	1.55	2.4025	1.24499
1.06	1.1236	1.02956	1.56	2.4336	1.24900
1.07	1.1449	1.03441	1.57	2.4649	1.25300
1.08	1.1664	1.03923	1.58	2.4964	1.25698
1.09	1.1881	1.04403	1.59	2.5281	1.26095
1.10	1.2100	1.04881	1.60	2.5600	1.26491
1.11	1.2321	1.05357	1.61	2.5921	1.26886
1.12	1.2544	1.05830	1.62	2.6244	1.27279
1.13	1.2769	1.06301	1.63	2.6569	1.27671
1.14	1.2996	1.06771	1.64	2.6896	1.28062
1.15	1.3225	1.07238	1.65	2.7225	1.28452
1.16	1.3456	1.07703	1.66	2.7556	1.28841
1.17	1.3689	1.08167	1.67	2.7889	1.29229
1.18	1.3924	1.08628	1.68	2.8224	1.29615
1.19	1.4161	1.09087	1.69	2.8561	1.30000
1.20	1.4400	1.09545	1.70	2.8900	1.30384
1.21	1.4641	1.10000	1.71	2.9241	1.30767
1.22	1.4884	1.10454	1.72	2.9584	1.31149
1.23	1.5129	1.10905	1.73	2.9929	1.31529
1.24	1.5376	1.11355	1.74	3.0276	1.31909
1.25	1.5625	1.11803	1.75	3.0625	1.32288
1.26	1.5876	1.12250	1.76	3.0976	1.32665
1.27	1.6129	1.12694	1.77	3.1329	1.33041
1.28	1.6384	1.13137	1.78	3.1684	1.33417
1.29	1.6641	1.13578	1.79	3.2041	1.33791
1.30	1.6900	1.14018	1.80	3.2400	1.34164
1.31	1.7161	1.14455	1.81	3.2761	1.34536
1.32	1.7424	1.14891	1.82	3.3124	1.34907
1.33	1.7689	1.15326	1.83	3.3489	1.35277
1.34	1.7959	1.15758	1.84	3.3856	1.35647
1.35	1.8225	1.16190	1.85	3.4225	1.36015
1.36	1.8496	1.16619	1.86	3.4596	1.36382
1.37	1.8769	1.17047	1.87	3.4969	1.36748
1.38	1.9044	1.17473	1.88	3.5344	1.37113
1.39	1.9321	1.17898	1.89	3.5721	1.37477
1.40	1.9600	1.18322	1.90	3.6100	1.37840
1.41	1.9881	1.18743	1.91	3.6481	1.38203
1.42	2.0164	1.19164	1.92	3.6864	1.38564
1.43	2.0449	1.19583	1.93	3.7249	1.38924
1.44	2.0736	1.20000	1.94	3.7636	1.39284
1.45	2.1025	1.20416	1.95	3.8025	1.39642
1.46	2.1316	1.20830	1.96	3.8416	1.40000
1.47	2.1609	1.21244	1.97	3.8809	1.40357
1.48	2.1904	1.21655	1.98	3.9204	1.40712
1.49	2.2201	1.22066	1.99	3.9601	1.41067
1.50	2.2500	1.22474	2.00	4.0000	1.41421

n	n^2	\sqrt{n}	n	n^2	\sqrt{n}
2.01	4.0401	1.41774	2.51	6.3001	1.58430
2.02	4.0804	1.42127	2.52	6.3504	1.58745
2.03	4.1209	1.42478	2.53	6.4009	1.59060
2.04	4.1615	1.42829	2.54	6.4516	1.59374
2.05	4.2025	1.43178	2.55	6.5025	1.59687
2.06	4.2436	1.43527	2.56	6.5536	1.60000
2.07	4.2849	1.43875	2.57	6.6049	1.60312
2.08	4.3264	1.44222	2.58	6.6564	1.60624
2.09	4.3681	1.44568	2.59	6.7081	1.60935
2.10	4.4100	1.44914	2.60	6.7600	1.61245
2.11	4.4521	1.45258	2.61	6.8121	1.61555
2.12	4.4944	1.45602	2.62	6.8644	1.61864
2.13	4.5369	1.45945	2.63	6.9169	1.62173
2.14	4.5796	1.46287	2.64	6.9696	1.62481
2.15	4.6225	1.46629	2.65	7.0225	1.62789
2.16	4.6656	1.46969	2.66	7.0756	1.63095
2.17	4.7089	1.47309	2.67	7.1289	1.63401
2.18	4.7524	1.47648	2.68	7.1824	1.63707
2.19	4.7961	1.47986	2.69	7.2361	1.64012
2.20	4.8400	1.48324	2.70	7.2900	1.64317
2.21	4.8841	1.48661	2.71	7.3441	1.64621
2.22	4.9284	1.48997	2.72	7.3984	1.64924
2.23	4.9729	1.49332	2.73	7.4529	1.65227
2.24	5.0175	1.49666	2.74	7.5076	1.65529
2.25	5.0625	1.50000	2.75	7.5625	1.65831
2.26	5.1076	1.50333	2.76	7.6176	1.66132
2.27	5.1529	1.50665	2.77	7.6729	1.66433
2.28	5.1984	1.50997	2.78	7.7284	1.66733
2.29	5.2441	1.51327	2.79	7.7841	1.67033
2.30	5.2900	1.51658	2.80	7.8400	1.67332
2.31	5.3361	1.51987	2.81	7.8961	1.67631
2.32	5.3824	1.52315	2.82	7.9524	1.67929
2.33	5.4289	1.52643	2.83	8.0089	1.68226
2.34	5.4756	1.52971	2.84	8.0656	1.68523
2.35	5.5225	1.53297	2.85	8.1225	1.68819
2.36	5.5696	1.53623	2.86	8.1796	1.69115
2.37	5.6169	1.53948	2.87	8.2369	1.69411
2.38	5.6644	1.54272	2.88	8.2944	1.69706
2.39	5.7121	1.54596	2.89	8.3521	1.70000
2.40	5.7600	1.54919	2.90	8.4100	1.70294
2.41	5.8081	1.55242	2.91	8.4681	1.70587
2.42	5.8564	1.55563	2.92	8.5264	1.70880
2.43	6.9049	1.55885	2.93	8.5849	1.71172
2.44	5.9536	1.56205	2.94	8.6436	1.71464
2.45	6.0025	1.56525	2.95	8.7025	1.71756
2.46	6.0516	1.56844	2.96	8.7616	1.72047
2.47	6.1009	1.57162	2.97	8.8209	1.72337
2.48	6.1504	1.57480	2.98	8.8804	1.72627
2.49	6.2001	1.57797	2.99	8.9401	1.72916
2.50	6.2500	1.58114	3.00	9.0000	1.73205

n	n ²	\sqrt{n}	n	n ²	\sqrt{n}
8.01	9.0601	1.73494	3.51	12.3201	1.87350
8.02	9.1204	1.73781	3.52	12.3904	1.87617
8.03	9.1809	1.74069	3.53	12.4609	1.87883
8.04	9.2416	1.74356	3.54	12.5316	1.88149
8.05	9.3025	1.74642	3.55	12.6025	1.88414
8.06	9.3636	1.74929	3.56	12.6736	1.88680
8.07	9.4249	1.75214	3.57	12.7449	1.88944
8.08	9.4864	1.75499	3.58	12.8164	1.89209
8.09	9.5481	1.75784	3.59	12.8881	1.89473
8.10	9.6100	1.76068	3.60	12.9600	1.89737
8.11	9.6721	1.76352	3.61	13.0321	1.90000
8.12	9.7344	1.76636	3.62	13.1044	1.90263
8.13	9.7969	1.76918	3.63	13.1769	1.90526
8.14	9.8596	1.77200	3.64	13.2496	1.90788
8.15	9.9225	1.77482	3.65	13.3225	1.91050
8.16	9.9856	1.77764	3.66	13.3956	1.91311
8.17	10.0489	1.78045	3.67	13.4689	1.91572
8.18	10.1124	1.78326	3.68	13.5424	1.91833
8.19	10.1761	1.78606	3.69	13.6161	1.92094
8.20	10.2400	1.78885	3.70	13.6900	1.92354
8.21	10.3041	1.79165	3.71	13.7641	1.92614
8.22	10.3684	1.79444	3.72	13.8384	1.92873
8.23	10.4329	1.79722	3.73	13.9129	1.93132
8.24	10.4976	1.80000	3.74	13.9876	1.93391
8.25	10.5625	1.80278	3.75	14.0625	1.93649
8.26	10.6276	1.80556	3.76	14.1376	1.93907
8.27	10.6929	1.80831	3.77	14.2129	1.94165
8.28	10.7584	1.81108	3.78	14.2384	1.94422
8.29	10.8241	1.81384	3.79	14.3641	1.94679
8.30	10.8900	1.81659	3.80	14.4400	1.94936
8.31	10.9561	1.81934	3.81	14.5161	1.95192
8.32	11.0224	1.82209	3.82	14.5924	1.95448
8.33	11.0889	1.82483	3.83	14.6689	1.95704
8.34	11.1556	1.82757	3.84	14.7456	1.95959
8.35	11.2225	1.83030	3.85	14.8225	1.96214
8.36	11.2896	1.83303	3.86	14.8996	1.96469
8.37	11.3569	1.83576	3.87	14.9769	1.96723
8.38	11.4244	1.83848	3.88	15.0544	1.96977
8.39	11.4921	1.84120	3.89	15.1321	1.97231
8.40	11.5600	1.84391	3.90	15.2100	1.97484
8.41	11.6281	1.84662	3.91	15.2881	1.97737
8.42	11.6964	1.84932	3.92	15.3664	1.97990
8.43	11.7649	1.85203	3.93	15.4449	1.98242
8.44	11.8336	1.85472	3.94	15.5236	1.98494
8.45	11.9025	1.85742	3.95	15.6025	1.98746
8.46	11.9716	1.86011	3.96	15.6816	1.98997
8.47	12.0409	1.86279	3.97	15.7609	1.99249
8.48	12.1104	1.86548	3.98	15.8404	1.99499
8.49	12.1801	1.86816	3.99	15.9201	1.99750
8.50	12.2500	1.87083	4.00	16.0000	2.00000

n	n^2	\sqrt{n}	n	n^2	\sqrt{n}
4.01	16.0801	2.00250	4.51	20.3401	2.12363
4.02	16.1604	2.00499	4.52	20.4304	2.12603
4.03	16.2409	2.00749	4.53	20.5209	2.12838
4.04	16.3216	2.00993	4.54	20.6116	2.13073
4.05	16.4025	2.01246	4.55	20.7025	2.13307
4.06	16.4836	2.01494	4.56	20.7936	2.13542
4.07	16.5649	2.01742	4.57	20.8849	2.13776
4.08	16.6464	2.01990	4.58	20.9764	2.14009
4.09	16.7281	2.02237	4.59	21.0681	2.14243
4.10	16.8100	2.02485	4.60	21.1600	2.14476
4.11	16.8921	2.02731	4.61	21.2521	2.14709
4.12	16.9744	2.02978	4.62	21.3444	2.14942
4.13	17.0569	2.03224	4.63	21.4369	2.15174
4.14	17.1396	2.03470	4.64	21.5296	2.15407
4.15	17.2225	2.03716	4.65	21.6225	2.15639
4.16	17.3056	2.03961	4.66	21.7156	2.15870
4.17	17.3889	2.04206	4.67	21.8089	2.16102
4.18	17.4724	2.04450	4.68	21.9024	2.16333
4.19	17.5561	2.04695	4.69	21.9961	2.16564
4.20	17.6400	2.04939	4.70	22.0900	2.16795
4.21	17.7241	2.05183	4.71	22.1841	2.17026
4.22	17.8084	2.05426	4.72	22.2784	2.17256
4.23	17.8929	2.05670	4.73	22.3729	2.17486
4.24	17.9776	2.05913	4.74	22.4676	2.17716
4.25	18.0625	2.06155	4.75	22.5625	2.17945
4.26	18.1476	2.06398	4.76	22.6576	2.18174
4.27	18.2329	2.06640	4.77	22.7529	2.18403
4.28	18.3184	2.06882	4.78	22.8484	2.18632
4.29	18.4041	2.07123	4.79	22.9441	2.18861
4.30	18.4900	2.07364	4.80	23.0400	2.19089
4.31	18.5761	2.07605	4.81	23.1361	2.19317
4.32	18.6624	2.07846	4.82	23.2324	2.19545
4.33	18.7489	2.08087	4.83	23.3289	2.19773
4.34	18.8356	2.08327	4.84	23.4256	2.20000
4.35	18.9225	2.08567	4.85	23.5225	2.20227
4.36	19.0096	2.08806	4.86	23.6196	2.20454
4.37	19.0969	2.09045	4.87	23.7169	2.20681
4.38	19.1844	2.09284	4.88	23.8144	2.20907
4.39	19.2721	2.09523	4.89	23.9121	2.21133
4.40	19.3600	2.09762	4.90	24.0100	2.21359
4.41	19.4481	2.10000	4.91	24.1081	2.21585
4.42	19.5364	2.10238	4.92	24.2064	2.21811
4.43	19.6249	2.10476	4.93	24.3049	2.22036
4.44	19.7136	2.10713	4.94	24.4036	2.22261
4.45	19.8025	2.10950	4.95	24.5025	2.22486
4.46	19.8916	2.11187	4.96	24.6016	2.22711
4.47	19.9809	2.11424	4.97	24.7009	2.22935
4.48	20.0704	2.11660	4.98	24.8004	2.23159
4.49	20.0601	2.11896	4.99	24.9001	2.23383
4.50	20.2500	2.12132	5.00	25.0000	2.23607

n	n ²	\sqrt{n}	n	n ²	\sqrt{n}
5.01	25.1001	2.23830	5.51	30.3601	2.34734
5.02	25.2004	2.24051	5.52	30.4704	2.34947
5.03	25.3009	2.24277	5.53	30.5809	2.35160
5.04	25.4016	2.24499	5.54	30.6916	2.35372
5.05	25.5025	2.24722	5.55	30.8025	2.35584
5.06	25.6036	2.24944	5.56	30.9136	2.35797
5.07	25.7049	2.25167	5.57	31.0249	2.36008
5.08	25.8064	2.25389	5.58	31.1364	2.36220
5.09	25.9081	2.25610	5.59	31.2481	2.36432
5.10	26.0100	2.25832	5.60	31.3600	2.36643
5.11	26.1121	2.26053	5.61	31.4721	2.36854
5.12	26.2444	2.26274	5.62	31.5844	2.37065
5.13	26.3169	2.26495	5.63	31.6969	2.37276
5.14	26.4196	2.26716	5.64	31.8096	2.37487
5.15	26.5225	2.26936	5.65	31.9225	2.37697
5.16	26.6256	2.27156	5.66	32.0356	2.37908
5.17	26.7289	2.27376	5.67	32.1489	2.38118
5.18	26.8324	2.27596	5.68	32.2624	2.38328
5.19	26.9361	2.27816	5.69	32.3761	2.38537
5.20	27.0400	2.28035	5.70	32.4900	2.38747
5.21	27.1441	2.28254	5.71	32.6041	2.38956
5.22	27.2484	2.28473	5.72	32.7184	2.39165
5.23	27.3529	2.28692	5.73	32.8329	2.39374
5.24	27.4576	2.28910	5.74	32.9476	2.39583
5.25	27.5625	2.29129	5.75	33.0625	2.39792
5.26	27.6676	2.29347	5.76	33.1776	2.40000
5.27	27.7729	2.29565	5.77	33.2929	2.40208
5.28	27.8784	2.29783	5.78	33.4084	2.40416
5.29	27.9841	2.30000	5.79	33.5241	2.40624
5.30	28.0900	2.30217	5.80	33.6400	2.40832
5.31	28.1961	2.30434	5.81	33.7561	2.41039
5.32	28.3024	2.30651	5.82	33.8724	2.41247
5.33	28.4089	2.30868	5.83	33.9889	2.41454
5.34	28.5156	2.31084	5.84	34.1056	2.41661
5.35	28.6225	2.31301	5.85	34.2225	2.41868
5.36	28.7296	2.31517	5.86	34.3396	2.42074
5.37	28.8369	2.31733	5.87	34.4569	2.42281
5.38	28.9444	2.31948	5.88	34.5744	2.42487
5.39	29.0521	2.32164	5.89	34.6921	2.42693
5.40	29.1600	2.32379	5.90	34.8100	2.42899
5.41	29.2681	2.32594	5.91	34.9281	2.43105
5.42	29.3764	2.32809	5.92	35.0464	2.43311
5.43	29.4849	2.33024	5.93	35.1649	2.43516
5.44	29.5936	2.33238	5.94	35.2836	2.43721
5.45	29.7025	2.33452	5.95	35.4025	2.43926
5.46	29.8116	2.33666	5.96	35.5216	2.44131
5.47	29.9209	2.33880	5.97	35.6409	2.44336
5.48	30.0304	2.34094	5.98	35.7604	2.44540
5.49	30.1401	2.34307	5.99	35.8801	2.44745
5.50	30.2500	2.34521	6.00	36.0000	2.44949

n	n^2	\sqrt{n}	n	n^2	\sqrt{n}
6.01	36.1201	2.45153	6.51	42.3801	2.55147
6.02	36.2404	2.45357	6.52	42.5104	2.55343
6.03	36.3609	2.45561	6.53	42.6409	2.55539
6.04	36.4816	2.45764	6.54	42.7716	2.55734
6.05	36.6025	2.45967	6.55	42.9025	2.55930
6.06	36.7236	2.46171	6.56	43.0336	2.56125
6.07	36.8449	2.46374	6.57	43.1649	2.56320
6.08	36.9664	2.46577	6.58	43.2964	2.56515
6.09	37.0881	2.46779	6.59	43.4281	2.56710
6.10	37.2100	2.46982	6.60	43.5600	2.56905
6.11	37.3321	2.47184	6.61	43.6921	2.57099
6.12	37.4544	2.47386	6.62	43.8244	2.57294
6.13	37.5769	2.47588	6.63	43.9569	2.57488
6.14	37.6996	2.47790	6.64	44.0896	2.57682
6.15	37.8225	2.47992	6.65	44.2225	2.57876
6.16	37.9456	2.48193	6.66	44.3556	2.58070
6.17	38.0689	2.48395	6.67	44.4889	2.58263
6.18	38.1924	2.48596	6.68	44.6224	2.58457
6.19	38.3161	2.48797	6.69	44.7561	2.58650
6.20	38.4400	2.48998	6.70	44.8900	2.58844
6.21	38.5641	2.49199	6.71	45.0241	2.59037
6.22	38.6884	2.49399	6.72	45.1584	2.59230
6.23	38.8129	2.49600	6.73	45.2929	2.59422
6.24	38.9376	2.49800	6.74	45.4276	2.59615
6.25	39.0625	2.50000	6.75	45.5625	2.59808
6.26	39.1876	2.50200	6.76	45.6976	2.60000
6.27	39.3129	2.50400	6.77	45.8329	2.60192
6.28	39.4384	2.50599	6.78	45.9684	2.60384
6.29	39.5641	2.50799	6.79	46.1041	2.60576
6.30	39.6900	2.50998	6.80	46.2400	2.60768
6.31	39.8161	2.51197	6.81	46.3761	2.60960
6.32	39.9424	2.51396	6.82	46.5124	2.61151
6.33	40.0689	2.51595	6.83	46.6489	2.61343
6.34	40.1956	2.51794	6.84	46.7856	2.61534
6.35	40.3225	2.51992	6.85	46.9225	2.61725
6.36	40.4496	2.52190	6.86	47.0596	2.61916
6.37	40.5769	2.52389	6.87	47.1969	2.62107
6.38	40.7044	2.52587	6.88	47.3344	2.62298
6.39	40.8321	2.52784	6.89	47.4721	2.62488
6.40	40.9600	2.52982	6.90	47.6100	2.62679
6.41	41.0881	2.53180	6.91	47.7481	2.62869
6.42	41.2164	2.53377	6.92	47.8864	2.63059
6.43	41.3449	2.53574	6.93	48.0249	2.63249
6.44	41.4736	2.53772	6.94	48.1636	2.63439
6.45	41.6025	2.53969	6.95	48.3025	2.63629
6.46	41.7316	2.54165	6.96	48.4416	2.63818
6.47	41.8609	2.54362	6.97	48.5809	2.64008
6.48	41.9904	2.54558	6.98	48.7204	2.64197
6.49	42.1201	2.54755	6.99	48.8601	2.64386
6.50	42.2500	2.54951	7.00	49.0000	2.64575

n	n ²	\sqrt{n}	n	n ²	\sqrt{n}
7.01	49.1401	2.64764	7.51	56.4001	2.74044
7.02	49.2804	2.64953	7.52	56.5504	2.74226
7.03	49.4209	2.65141	7.53	56.7009	2.74408
7.04	49.5616	2.65330	7.54	56.8516	2.74591
7.05	49.7025	2.65518	7.55	57.0025	2.74773
7.06	49.8436	2.65707	7.56	57.1536	2.74955
7.07	49.9849	2.65895	7.57	57.3049	2.75136
7.08	50.1264	2.66083	7.58	57.4564	2.75318
7.09	50.2681	2.66271	7.59	57.6081	2.75500
7.10	50.4100	2.66458	7.60	57.7600	2.75681
7.11	50.5521	2.66646	7.61	57.9121	2.75862
7.12	50.6944	2.66833	7.62	58.0644	2.76043
7.13	50.8369	2.67021	7.63	58.2169	2.76225
7.14	50.9796	2.67208	7.64	58.3696	2.76405
7.15	51.1225	2.67395	7.65	58.5225	2.76586
7.16	51.2656	2.67582	7.66	58.6756	2.76767
7.17	51.4089	2.67769	7.67	58.8289	2.76948
7.18	51.5524	2.67955	7.68	58.9824	2.77128
7.19	51.6961	2.68142	7.69	59.1361	2.77308
7.20	51.8400	2.68328	7.70	59.2900	2.77489
7.21	51.9841	2.68514	7.71	59.4441	2.77669
7.22	52.1284	2.68701	7.72	59.5984	2.77849
7.23	52.2729	2.68887	7.73	59.7529	2.78029
7.24	52.4176	2.69072	7.74	59.9076	2.78209
7.25	52.5625	2.69258	7.75	60.0625	2.78388
7.26	52.7076	2.69444	7.76	60.2176	2.78568
7.27	52.8529	2.69629	7.77	60.3729	2.78747
7.28	52.9984	2.69815	7.78	60.5284	2.78927
7.29	53.1441	2.70000	7.79	60.6841	2.79106
7.30	53.2900	2.70185	7.80	60.8400	2.79285
7.31	53.4361	2.70370	7.81	60.9961	2.79464
7.32	53.5824	2.70555	7.82	61.1524	2.79643
7.33	53.7289	2.70740	7.83	61.3089	2.79821
7.34	53.8756	2.70924	7.84	61.4656	2.80000
7.35	54.0225	2.71109	7.85	61.6225	2.80179
7.36	54.1696	2.71293	7.86	61.7796	2.80357
7.37	54.3169	2.71477	7.87	61.9369	2.80535
7.38	54.4644	2.71662	7.88	62.0944	2.80713
7.39	54.6121	2.71846	7.89	62.2521	2.80891
7.40	54.7600	2.72029	7.90	62.4100	2.81069
7.41	54.9081	2.72213	7.91	62.5681	2.81247
7.42	55.0564	2.72397	7.92	62.7264	2.81425
7.43	55.2049	2.72580	7.93	62.8849	2.81603
7.44	55.3536	2.72764	7.94	63.0436	2.81780
7.45	55.5025	2.72947	7.95	63.2025	2.81957
7.46	55.6516	2.73130	7.96	63.3616	2.82135
7.47	55.8009	2.73313	7.97	63.5209	2.82312
7.48	55.9504	2.73496	7.98	63.6804	2.82489
7.49	56.1001	2.73679	7.99	63.8401	2.82666
7.50	56.2500	2.73861	8.00	64.0000	2.82843

n	n^2	\sqrt{n}	n	n^2	\sqrt{n}
8.01	64.1601	2.83019	8.51	72.4201	2.91719
8.02	64.3204	2.83196	8.52	72.5904	2.91890
8.03	64.4809	2.83373	8.53	72.7609	2.92062
8.04	64.6416	2.83549	8.54	72.9316	2.92233
8.05	64.8025	2.83725	8.55	73.1025	2.92404
8.06	64.9636	2.83901	8.56	73.2736	2.92575
8.07	65.1249	2.84077	8.57	73.4449	2.92746
8.08	65.2864	2.84253	8.58	73.6164	2.92916
8.09	65.4481	2.84429	8.59	73.7881	2.93087
8.10	65.6100	2.84605	8.60	73.9600	2.93258
8.11	65.7721	2.84781	8.61	74.1321	2.93428
8.12	65.9344	2.84956	8.62	74.3044	2.93598
8.13	66.0969	2.85132	8.63	74.4769	2.93769
8.14	66.2596	2.85307	8.64	74.6496	2.93939
8.15	66.4225	2.85482	8.65	74.8225	2.94109
8.16	66.5856	2.85657	8.66	74.9956	2.94279
8.17	66.7489	2.85832	8.67	75.1689	2.94449
8.18	66.9124	2.86007	8.68	75.3424	2.94618
8.19	67.0761	2.86182	8.69	75.5161	2.94788
8.20	67.2400	2.86356	8.70	75.6900	2.94958
8.21	67.4041	2.86531	8.71	75.8641	2.95127
8.22	67.5684	2.86705	8.72	76.0384	2.95296
8.23	67.7329	2.86880	8.73	76.2129	2.95466
8.24	67.8976	2.87054	8.74	76.3876	2.95635
8.25	68.0625	2.87228	8.75	76.5625	2.95804
8.26	68.2276	2.87402	8.76	76.7376	2.95973
8.27	68.3929	2.87576	8.77	76.9129	2.96142
8.28	68.5584	2.87750	8.78	77.0884	2.96311
8.29	68.7241	2.87924	8.79	77.2641	2.96479
8.30	68.8900	2.88097	8.80	77.4400	2.96648
8.31	69.0561	2.88271	8.81	77.6161	2.96816
8.32	69.2224	2.88444	8.82	77.7924	2.96985
8.33	69.3889	2.88617	8.83	77.9689	2.97153
8.34	69.5556	2.88791	8.84	78.1456	2.97321
8.35	69.7225	2.88964	8.85	78.3225	2.97489
8.36	69.8896	2.89137	8.86	78.4996	2.97658
8.37	70.0569	2.89310	8.87	78.6769	2.97825
8.38	70.2244	2.89482	8.88	78.8544	2.97993
8.39	70.3921	2.89655	8.89	79.0321	2.98161
8.40	70.5600	2.89828	8.90	79.2100	2.98329
8.41	70.7281	2.90000	8.91	79.3881	2.98496
8.42	70.8964	2.90172	8.92	79.5664	2.98664
8.43	71.0649	2.90345	8.93	79.7449	2.98831
8.44	71.2336	2.90517	8.94	79.9236	2.98998
8.45	71.4025	2.90689	8.95	80.1025	2.99166
8.46	71.5716	2.90861	8.96	80.2816	2.99333
8.47	71.7409	2.91033	8.97	80.4609	2.99500
8.48	71.9104	2.91204	8.98	80.6404	2.99666
8.49	72.0801	2.91376	8.99	80.8201	2.99833
8.50	72.2500	2.91548	9.00	81.0000	3.00000

n	n ²	\sqrt{n}	n	n ²	\sqrt{n}
9.01	81.1801	3.00167	9.51	90.4401	3.08383
9.02	81.3604	3.00333	9.52	90.6304	3.08545
9.03	81.5409	3.00500	9.53	90.8209	3.08707
9.04	81.7216	3.00666	9.54	91.0116	3.08869
9.05	81.9025	3.00832	9.55	91.2025	3.09031
9.06	82.0836	3.00998	9.56	91.3936	3.09192
9.07	82.2649	3.01164	9.57	91.5849	3.09354
9.08	82.4464	3.01330	9.58	91.7764	3.09516
9.09	82.6281	3.01496	9.59	91.9681	3.09677
9.10	82.8100	3.01662	9.60	92.1600	3.09839
9.11	82.9921	3.01828	9.61	92.3521	3.10000
9.12	83.1744	3.01993	9.62	92.5444	3.10161
9.13	83.3569	3.02159	9.63	92.7369	3.10322
9.14	83.5396	3.02324	9.64	92.9296	3.10483
9.15	83.7225	3.02490	9.65	93.1225	3.10644
9.16	83.9056	3.02655	9.66	93.3156	3.10805
9.17	84.0889	3.02820	9.67	93.5089	3.10966
9.18	84.2724	3.02985	9.68	93.7024	3.11127
9.19	84.4561	3.03150	9.69	93.8961	3.11288
9.20	84.6400	3.03315	9.70	94.0900	3.11448
9.21	84.8241	3.03480	9.71	94.2841	3.11609
9.22	85.0084	3.03645	9.72	94.4784	3.11769
9.23	85.1929	3.03809	9.73	94.6729	3.11929
9.24	85.3776	3.03974	9.74	94.8676	3.12090
9.25	85.5625	3.04138	9.75	95.0625	3.12250
9.26	85.7476	3.04302	9.76	95.2576	3.12410
9.27	85.9329	3.04467	9.77	95.4529	3.12570
9.28	86.1184	3.04631	9.78	95.6484	3.12730
9.29	86.3041	3.04795	9.79	95.8441	3.12890
9.30	86.4900	3.04959	9.80	96.0400	3.13050
9.31	86.6761	3.05123	9.81	96.2361	3.13209
9.32	86.8624	3.05287	9.82	96.4324	3.13369
9.33	87.0489	3.05450	9.83	96.6289	3.13528
9.34	87.2356	3.05614	9.84	96.8256	3.13688
9.35	87.4225	3.05778	9.85	97.0225	3.13847
9.36	87.6096	3.05941	9.86	97.2196	3.14006
9.37	87.7969	3.06105	9.87	97.4169	3.14166
9.38	87.9844	3.06268	9.88	97.6144	3.14325
9.39	88.1721	3.06431	9.89	97.8121	3.14484
9.40	88.3600	3.06594	9.90	98.0100	3.14643
9.41	88.5481	3.06757	9.91	98.2081	3.14802
9.42	88.7364	3.06920	9.92	98.4064	3.14960
9.43	88.9249	3.07083	9.93	98.6049	3.15119
9.44	89.1136	3.07246	9.94	98.8036	3.15278
9.45	89.3025	3.07409	9.95	99.0025	3.15436
9.46	89.4916	3.07571	9.96	99.2016	3.15595
9.47	89.6809	3.07734	9.97	99.4009	3.15753
9.48	89.8704	3.07896	9.98	99.6004	3.15911
9.49	90.0601	3.08058	9.99	99.8001	3.16070
9.50	90.2500	3.08221	10.00	100.0000	3.16228

附表二 均方差與百分數對照表

均方差	百分	均方差	百分	均方差	百分	均方差	百分
0	99.999971	25	99.38	50	50.00	75	0.62
0.5	99.999963	25.5	99.29	50.5	48.01	75.5	0.54
1	99.999952	26	99.18	51	46.02	76	0.47
1.5	99.999938	26.5	99.68	51.5	44.04	76.5	0.40
2	99.99992	27	98.93	52	42.07	77	0.35
2.5	99.99990	27.5	98.78	52.5	40.13	77.5	0.30
3	99.99987	28	98.61	53	38.21	78	0.26
3.5	99.99983	28.5	98.42	53.5	36.32	78.5	0.22
4	99.99979	29	98.21	54	34.46	79	0.19
4.5	99.99973	29.5	97.98	54.5	32.64	79.5	0.16
5	99.99966	30	97.72	55	30.85	80	0.13
5.5	99.99957	30.5	97.44	55.5	29.12	80.5	0.11
6	99.99946	31	97.13	56	27.43	81	0.097
6.5	99.99932	31.5	96.78	56.5	25.78	81.5	0.082
7	99.99915	32	96.41	57	24.20	82	0.069
7.5	99.9989	32.5	95.99	57.5	22.66	82.5	0.058
8	99.9987	33	95.54	58	21.19	83	0.048
8.5	99.9983	33.5	95.05	58.5	19.77	83.5	0.040
9	99.9979	34	94.52	59	18.41	84	0.034
9.5	99.9974	34.5	93.94	59.5	17.11	84.5	0.028
10	99.9968	35	93.32	60	15.81	85	0.023
10.5	99.9961	35.5	92.66	60.5	14.61	85.5	0.019
11	99.9952	36	91.92	61	13.57	86	0.016
11.5	99.9941	36.5	91.16	61.5	12.51	86.5	0.013
12	99.9928	37	90.32	62	11.51	87	0.011
12.5	99.9912	37.5	89.44	62.5	10.56	87.5	0.009
13	99.989	38	88.49	63	9.68	88	0.007
13.5	99.987	38.5	87.49	63.5	8.85	88.5	0.0059
14	99.984	39	86.43	64	8.08	89	0.0048
14.5	99.981	39.5	85.31	64.5	7.35	89.5	0.0039
15	99.977	40	84.13	65	6.68	90	0.0032
15.5	99.972	40.5	82.89	65.5	6.06	90.5	0.0026
16	99.966	41	81.59	66	5.48	91	0.0021
16.5	99.960	41.5	80.23	66.5	4.95	91.5	0.0017
17	99.952	42	78.81	67	4.46	92	0.0013
17.5	99.945	42.5	77.34	67.5	4.01	92.5	0.0011
18	99.931	43	75.80	68	3.59	93	0.0009
18.5	99.918	43.5	74.22	68.5	3.22	93.5	0.0007
19	99.903	44	72.57	69	2.87	94	0.0005
19.5	99.886	44.5	70.88	69.5	2.56	94.5	0.00043
20	99.865	45	69.15	70	2.28	95	0.00034
20.5	99.84	45.5	67.36	70.5	2.02	95.5	0.00027
21	99.81	46	65.54	71	1.79	96	0.00021
21.5	99.78	46.5	63.68	71.5	1.58	96.5	0.00017
22	99.74	47	61.79	72	1.39	97	0.00013
22.5	99.70	47.5	59.87	72.5	1.22	97.5	0.00010
23	99.65	48	57.93	73	1.07	98	0.00008
23.5	99.60	48.5	55.96	73.5	0.94	98.5	0.000062
24	99.53	49	53.98	74	0.82	99	0.000048
24.5	99.46	49.5	51.99	74.5	0.71	99.5	0.000037
						100	0.000029



中華書局發行

教育測量法精義

周調陽著 一册 一元

本書共分四編。第一編詳述教育測量之起原、發展、性質、功用等理論。第二編敷陳各種測驗之編製、量表之製造、測驗之手續、及計算結果之解釋等。第三編羅列中國現有之各種測驗，——如智力測驗有個別的、團體的、及非文字的；教育測驗則有國語、算術、社會、自然、及其他各科。第四編介紹統計法之應用，——如表列、圖示、統計中各項計算法等。全書材料完備，敘述淺顯明瞭，毫無難以索解之處，乃著者學識與經驗之結晶品也。

小學各科成績考查法

唐湛聲編 一册 六角
薛濬齡編

本書將成績考查的意義、目的、方法等，加以扼要的說明，並就小學各科的成績考查，示以具體的例證，極便小學教師的參考。

國文測驗舉例

周廷珍編 一册 四角
歐濟甫編

著者曾在南高附中試行國文測驗，把所用的方法，彙集編成此書；書中所舉的例，關於字的形、音、義、和虛字、成語、文章、標點、符號等，各方面都有，且都是日常要使用的；中小學教師照此施行測驗，足為標準。

教育統計學

周調陽著

一冊
一元二角

著者曾任多處師範學校教授統計學教員，本書即係由教授時所用之講稿增刪而成。內容不僅注意統計之公式，原理之解釋，且搜集多數教育上之事實，以證明統計之實際運用。可作師範教本，尤便教育行政人員及辦學者之參考研究。

統計新論

金侶琴著
一冊六角

此書係留美專攻統計之金君侶琴所著，內容三分之一屬於此學之理論，三分之二屬於此學之技術。商業學校可用作教本，從事經濟財政等職務者，用作研究參考，尤多裨益。

中華書局發行

STATISTICS OF SINO-JAPANESE TRADE

中日貿易統計

蔡正雅·陳善林等編

本編依據我國歷年關冊，及日本大藏省刊佈之統計，摘錄編製，互相印證。關於各國在華貿易之消長，最近之趨勢，輸出入貨品分類之研究，主要輸出入貨品量值之增減，遼寧事變與中日貿易之影響，季節變化之指數等等，探索尤詳。統計本最精確，或憚終篇，故表以盡其數，圖以醒其目；圖表而外，附以文字，論以綜其說，註以詳其證，而冠以提要，則雖不暇卒讀，略一檢閱，亦得梗概，編製最稱簡明。

▽精裝一冊

▽十二元

中華書局發行

日本在華經濟勢力

實業部編製

一元二角

外國在華經濟勢力之最雄厚者，首推日本，舉凡我國之農林、工、商、鑛、漁、牧、金融、交通等一切經濟事業，幾無不有日人插足其間；有時更喧賓奪主，凌駕我國而上之。明哲之士，固莫不知，然究不能識其勢力雄厚至何程度。今由實業部搜集材料，精確統計，編成「日本在華經濟勢力」圖表，執簡馭繁，表現日本在華複雜之經濟狀況。手此一編，對於日本在華之經濟勢力，瞭如指掌矣。

中國經濟學社
中日貿易研究
所專刊
之一

中華書局發行

字典辭典

中華大字典

歐陽溥存 徐元誥等編
 精裝四冊 十六元
 縮本 精裝二冊 七元
 本裝十二冊 四元

中華中字典

精裝一冊三元八角
 本裝連史三元八角
 四冊有光二元四角

本書收字約四萬八千餘，較康熙字典多五千餘字，全書約四百萬言，較康熙字典字多三分之一；并校正康熙字典之訛字凡二千餘條。圖書協會季刊推為我國第一部字書。

- 中國教育辭典……舒新城等編……七元
- 中外地名詞典……丁督楹編……二元五角
- 地學辭書……王益厓編……三元五角
- 數學詞典……倪德基等編……三元
- 理化詞典……王烈等編……一元八角
- 博物詞典……彭世芳等編……三元
- 新式學生辭林……精裝二元
- 中華成語大辭典……史襄哉編……一元六角
- 國語普通詞典……郭俊如編……七角
- 國語普通詞典……馬俊如編……一元
- 作文類典……楊詰編……精裝一冊二元四角
並裝四冊二元四角

- 同文書局康照字典……六冊連史紙四元
- 實用大字典……楊譽龍等編……三元六角
- 新橋字典……萬國鼎編……四元五角
- 頭碼新國音學生字典……陸衣言等編……五角
- 頭碼標準國音檢字……馬國英編……二角半
- 國語學生字典……陸衣言等編……一元二角
- 新式學生字典……吳研因編……並裝四角
本裝三角
- 小學國語字典……馬俊如編……三角
- 中華萬字字典……蔣鏡美編……三角
- 中華注音國語字典……孫楷編……四角

中華百科辭典

舒新城主編

◆精裝一冊八元

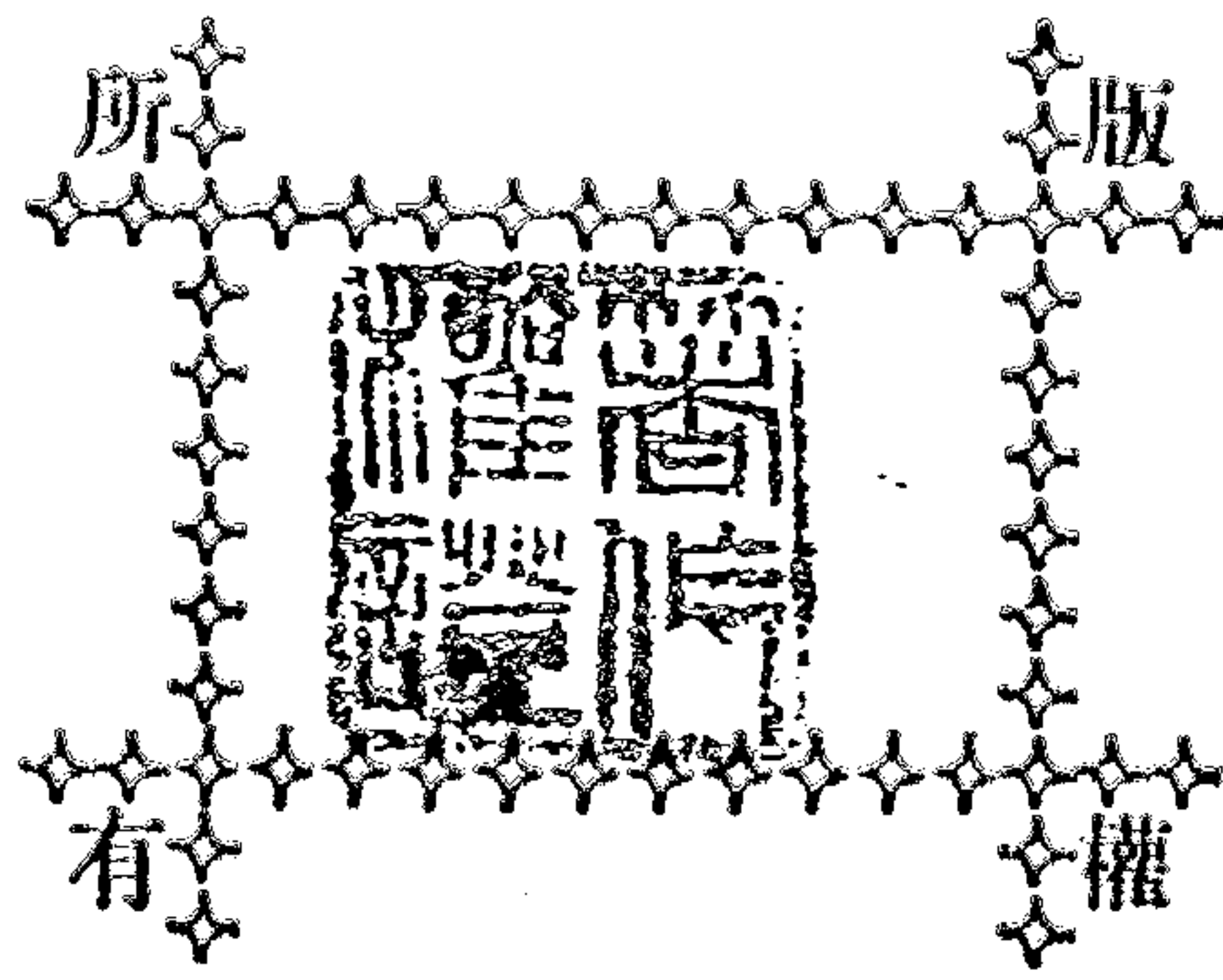
全書約二百萬言，凡關於政治、社會、教育、經濟、文學、藝術、數學、哲學、理化、博物等科之學術語，以及社會上之流行名詞，無不盡量搜羅，詳加解釋。

民國二十二年五月印刷
民國二十二年五月發行

測驗統計術 (全一冊)

◎ 定價銀六角五分

(外埠另加郵匯費)



著者 俞子夷

發行者

中華書局有限公司
代表人 陸費達

印刷者

上海靜安寺路
中華書局印刷所

總發行所 上海棋盤街 中華書局

分發行所 中華書局

北平 天津 張家口 石家莊 邢台 保定
濟南 青島 太原 開封 鄭州 西安 蘭州
成都 重慶 長沙 常德 衡州 漢口 南漳
九江 安慶 蕪湖 南昌
福州 廈門 廣州 汕頭 梧州 雲南
瀋陽 煙台 香港 新加坡

(七〇七九)

標商册註



1901年