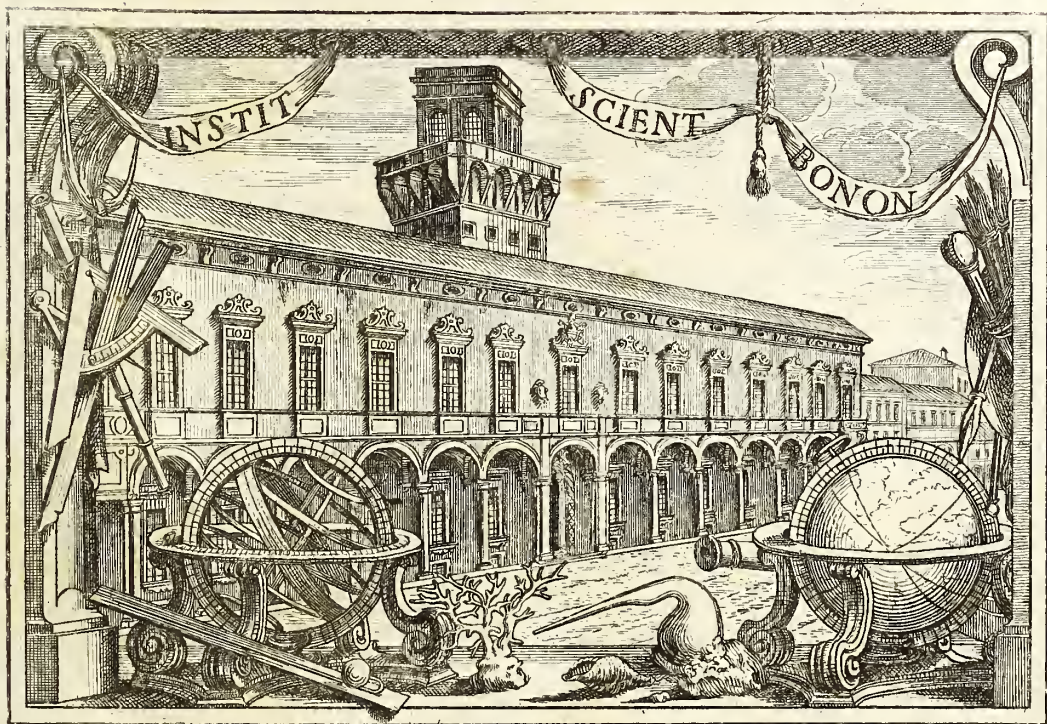


S. 1103.B.11.

DE BONONIENSI
SCIENTIARUM
ET
ARTIUM
INSTITUTO ATQUE ACADEMIA
COMMENTARII.
TOMUS SEPTIMUS.



BONONIÆ

Ex Typographia Instituti Scientiarum. MDCCXCI.
CUM APPROBATIONE.



*PIO SEXTO
PONTIFICI MAXIMO.*



*Septimum hunc commentario-
rum tomum jun tum Tibi, SANCTISSI-
ME PATER, obtuli, cum sextum offerebam.*

Quæ enim me causæ et multæ, et graves, ut illum ad Te deferrem impulerunt, eodem faciebant, ut una hunc Tibi commendarem; quod tum quidem, ut arbitror, non obscure significavi. Quare longiore hic non videtur opus esse oratione, cum vel me tacente Tuus per se liber sit, et Tuum se esse gloriari debeat. Sed ne id illi Te minus probante facere contingat, hoc vero etiam atque etiam eras, *SANCTISSIME PATER*, et meo, et Academicæ nomine rogandus. Itaque Tuis Pedibus humillime provolutus, ut per Te huic quoque, quemadmodum superiori, libro liceat potentissimo patrocínio Tuo se tueri, Te, *SANCTISSIME PATER*, oro, obsecroque. Id quidem si concesseris, quod pro insigni Tua, perspectaque clementia speramus, novum ad cetera amplissima, quibus Institutum ornasti, beneficium accedet. Tuæ ut incolunitati cum Tuo, tum litterarum, et Christianæ Reipublicæ com-

*modo præsens prospicere non desistat, JE-
SUM CHRISTUM, cujus in terris vice
fungeris, enixe precor.*

Dilectis Filiis Nobilibus Viris
Reformatoribus Status Liberta-
tis Civitatis nostræ Bononiensis.

PIUS PP. VI.

Dilecti Filii Nobiles Viri Salutem, et Apostolicam Benedictionem. Etsi Nostram erga vos, dilecti Filii Nobiles Viri, plenam benevolentiam, atque existimationis voluntatem significassemus antea cum primum delatos accepissemus a Vobis de Bononiense Scientiarum, et Artium Instituto, atque Academia Commentarios, ac eandem deinceps tum multo magis isthic coram comprobassemus, cum ipsius Instituti domum ingressi, quæ in ea erant, præclara ad omnem doctrinam collecta monumenta percuriosis oculis lustrassemus, tamen novo hoc Litterarum nostrarum testimonio eum ipsum vobis confirmare voluimus animum, imo multo adhuc cumulatiorem, accepto nuper septimo eorumdem Commentariorum volumine declarare. Excitari enim in Nobis sensimus novis hisce Academiæ vestræ, Institutique laudibus jucundissimam istius Urbis nostræ meritorum memoriam nunquam a pluribus sæculis intermissorum in fovendis, promovendisque omnigenis et litteris, et scientiis. Itaque volu-

men ipsum, quantum Nobis per occupationes licuit perlibenter percurrimus, Opusculorum Auctores, argumenta varia, pleraque vel nova, vel magis illustrata cupidissimè inspeximus, planèque agnovimus, florentissimam studiis Bononiam, recenti hoc documento sui nominis famam, ac pristinam commendationem egregie tueri. Dum hoc vobis iudicium Nostrum exponimus, una etiam peracceptum Nobis fuisse affirmamus, quod opportunitatem dederitis exhibendi vobis benevolentiaè Nostræ fructus, si quibus ad decus, splendoremque istius tam Universitatis, quam Instituti, atque Academiae fieri poterit accessio. Interim Nobilitatibus Vestris Apostolicam Benedictionem peramanter impertimur.

Datum Romæ apud Sanctum Petrum sub Anulo Piscatoris die XVIII. Februarii MDCCXCII. Pontificatus Nostri Anno Decimo Octavo.

L. ✱ S.

Benedictus Stay.

DE BONONIENSI
 SCIENTIARUM
 ET
 ARTIUM
 INSTITUTO ATQUE ACADEMIA
 COMMENTARII.

Intermittam ad annum millesimum septingentesimum septuagesimum nonum eorum, quæ in Scientiarum Instituto memoratu digna acta sunt, expositionem rursus suscipienti succurrit mihi statim illius faustissimæ diei imago, qua nullam umquam Instituto clariorem, illustrioremque illuxisse vere possum affirmare, quando magna præstantissimorum Præfulum, amplissimorumque Sanctæ Romanæ Ecclesiæ Cardinalium frequentia in ejus ædes bononiensis provinciæ, atque adeo totius ecclesiasticæ ditionis Dominus, universi vero christiani orbis Princeps, & Moderator exceptus est PIUS SEXTUS Pontifex Maximus. Fuit id ad X cal. jun. anno millesimo septingentesimo secundo & octogesimo; cujus sane diei commemoratione Facti nostri in omne ævum gloriabuntur, vel potius superbient. Nam quamquam virorum principum exterorum, potentissimorumque regum accessu sæpe hoc doctrinarum domicilium nobilitatum est, attamen numquam ei datum antea fuerat suum Dominum, & Regem recipere, rectisque, ac sedibus suis complecti. Cumque Romani Pontifices plures, in primis vero Benedictus XIV, Instituto eximia largitate & multa, & magna tribuissent, quibus cresceret, & ornaretur, eorum tamen nemo præsentiam etiam suam, & aspectum largiri potuerat. Quocirca minime vereor, ne exaggerata dicendi ratione uti videar, minusque credar,

si dixerō, exultasse Institutum illa die, atque inter faustas totius civitatis acclamationes triumphali quasi decore, ac pompa splenduisse. Cuncti convenerant ordines; Senatores Instituti Præfecti, Professores, Professorum Socii, atque Administrum, Scientiarum, & Artium Academici; neque ullum erat totis ædibus conclave, spatium ullum, quod Pontificis majestatem impleri non gestiret. Tanta vero fuit in eo cum summa dignitate conjuncta oris, atque vocis affabilitas, ut cum ejus imperio omnes, & quas aspiceret supellectiles, & quos alloqueretur homines subjicerentur, tamen nihil pro imperio egerit præter unum illud, quo præstantem suam, clementissimamque in universum Institutum jam ante veteribus beneficiis significatam voluntatem mirifice declaravit, quod eidem quingentos numos aureos quotannis e magno vetingali hauriendos attribuit, quibus & Professorum stipendiis accessio fieret, & singulorum deinceps conclavium apparatus locupletiores adhuc esse possent, & ornatiores. Itaque dici vix potest, in omnium animis cum reverentia, quam ejus infundebat majestas, quam teneri, gratique sensus ob tantam lenitatem, atque clementiam conjungebantur. Et quoniam in animis, dum commoti sunt, & mollescunt, altius rerum species imprimuntur, illius claritas diei omnium, qui aderant, mentibus ita infedit, nulla ut non solum diuturnitate temporis obscurari possit, sed crebris usurpata sermonibus, atque Instituti ex iis, quæ impostero recenti Pontificis beneficio inducentur, amplificatione celebrata posteris etiam sit quodammodo affulsura. Quam quidem ne rudi oratione potius extenuare, quam exprimere videar, tacita mente, dum vivam, mecum ipse recolam, eo in præsens contentus, ut illa simpliciter, & meo more referam, quæ ex attributa pecunia variis Instituti partibus paucorum annorum spatio non pauca accessere. Sed ut is ordo, quem in superioribus libris tenuimus, servetur, est prius de Senatoribus Instituti Præfectis, deque Professoribus dicendum.

De Senatoribus Instituti Præfectis.

JActuram fecit Institutum non levem anno octogesimo supra millesimum & septingentesimum; nam de vita decessit
Joan-

Joannes Franciscus Aldrovandus, Senator gravissimus, qui cum eloquentia, tum auctoritate, & gratia plurimum valebat. In ejus locum Senatus Alamannum Insulanum suffecit, Alamanni illius nepotem, quem in primo horum commentariorum tomo magna cum laude commemoratum legimus. Qua in re Patrum Conscriptorum providentia enituit, qui Senatorem Instituto dederint talem. Nam præterquam quod erat Insulanus juris scientia, & rerum agendarum peritia instructissimus, probitate vero, & morum suavitate carissimus omnibus, ita mathematicas, atque naturales omnes disciplinas, astronomiam in primis, & recentiorem physicam, chymicamque callebat, ut has facultates, si voluisset, profiteri quam commodissime potuisset. Quid autem optabilius, quid æquius, quam ut constitutis ad doctrinas alendas, celebrandasque procurationibus homines præficiantur non in rebus gerendis solum exercitati, sed in illis etiam disciplinis ipsis apprime versati? Itaque delata Insulano præfectura, cœpit Institutum Aldrovandi desiderium ferre minus ægre.

De Professoribus Instituti.

DUobus post annis aliud Instituto intulit vulnus Eustachii Zanotti obitus, qui & Præles erat, & astronomix Professor: nam incredibile est, quanto Zanottus studio, vel potius amore Institutum prosequeretur. Nec mirum. Etenim inter litteras, ac pene dixerim in musarum sinu, quibus ejus & pater, & patrui erant maxime dediti, natus, atque assidua deinde eorum hominum consuetudine usus, qui operam ad Institutum recens conditum formandum, perficiendumque conferebant, cum ingenio esset singulari, cito eum se præbuit, qui posset manum ad hoc optimarum artium domicilium exornandum admovere & ipse suam. Quod cum faceret, acriori semper (quæ liberalis ejus erat indoles) cupiditate flagrabat majora conandi. Itaque & multa illa præclara præstitit, quæ pluribus locis in superioribus libris indicata sunt, & complura alia, quæ stilo Augusti ætate digno descripta leguntur in commentatio, qui de ejus vita paulo post quam decefferat, civibus curantibus, confectus fuit, & in lucem editus. Quibus sane omnibus non tam

T.VII. b do-

domesticæ gloriæ splendorem, quam Instituti, & patriæ dignitatem egregie conservavit. Magnum ergo sui desiderium apud omnes reliquit, meritoque ei civitas publicos decrevit honores. Sed qui ei successerint exponamus.

Instituti Præsidem creavit Senatus Cajetanum Montium, qui unus omnium eo honore maxime dignus cunctis civitatis ordinibus habebatur. Jamdiu enim præerat Montius naturali historix, pluribusque nominibus de Instituto, deque patria optime meruerat: erat præterea non solum multiplici doctrina, sed religione etiam, integritate, auctoritate, comitateque spectatissimus. Astronomica provincia Petronio Matteuccio tradita est, quem Zanottus perpetuum habuerat in ea administranda adiutorem, ita observandi peritum, & Instituti diligentem, ut par Zanotto poni posset. Matteuccio adiutor datus est Franciscus Sacchettus, perspicaci, suavique juvenis ingenio, non modo ab astronomia instructus, sed omni etiam mathematicarum disciplinarum genere mirifice expositus. Hæc munera assignavit Senatus XI cal. quint: anno supra millesimum septingentesimum secundo & octogesimo. Qua eadem die Joanni Petro Molinelio, qui chirurgicarum molitionum perficiendarum demonstrator fuerat, cum is Bononiam liquisset, jamque patriæ honori, medicinam, atque chirurgiam apud Venetos summa cum laude, prosperoque successu exercendo, serviret, Senatus auctoritate suffectus est Caspar Linguerrius, medicus, atque anatomicus in primis clarus, idemque chirurgicæ artis expertissimus.

Eodem anno alia in Professorum ordine mutatio facta est, quam ut exponam, rem aliquanto altius repetere cogor: sic enim orta est. Joannes Antonius Gallus, quemadmodum in tertio horum commentariorum tomo dictum fuit, sat amplum conclave propriis in ædibus omni imaginum qua argilla, qua cera perbelle expressarum genere ornaverat, quæ ad absolutum obstetriciæ artis curriculum perficiendum opportunæ essent. Instrumenta etiam, & ferramenta affabre elaborata sibi comparaverat, quibuscumque opus esset ad eam artem sive præcipiendam alis, sive exercendam. Illuc non solum chirurgi, obstetricesque nostrates conveniebant magno numero, ut Galli præceptis uterentur, sed etiam plerique Bononiam venientes litteris, artibusque exculsi, qui inde discedentes non poterant non hominis institutum, atque indu-

Austriam mirari vehementer, & laudare. Cujus rei fama cito ad externos etiam pervagata est; qua quidem permotus Benedictus XIV Pontifex Maximus, qui nullam Instituti augendi, ornandique occasionem prætermittebat, temperare sibi non potuit, quin operam daret, ut totus ille apparatus in ædes Instituti importaretur. Sic autem se, dum Instituti divitias amplificabat, firmam, perpetuamque illi arti sedem comparare intelligebat, quæ sit humano generi in primis necessaria. Quo vero facilius res perficeretur, ære suo apparatus emere constituit. Cumque nihil potius Gallo fuerit, quam ut tanti Pontificis, tamque præclare de patria, deque Instituto meriti voluntati obsequeretur, non fuit diu expectandum; jamque anno millesimo septingentesimo quinquagesimo octavo universa illa obstetricia supellex in potestate erat Instituti. Verum ne ea ornatui solum serviret, sed præceptioni etiam, quod se valde cupere Pontifex significaverat, Senatus præceptorem statim constituere decrevit, qui Professor, ut ceteri, qui in Instituto docent, appellaretur, qui que in singulos annos artem fuscè explicaret, statisque temporibus chirurgos, atque obstetrices in illa exerceret. Cui primum fuerit id muneris a Senatu impositum nemo me dicenturum non facile antevertet. Quis enim non Gallo putet, qui erat & illius supellectilis auctor, & unus omnium artis scientissimus? Itaque præfuit ipse huic muneri ad annum usque millesimum septingentesimum secundum & octogesimum, quo anno diem obiit; atque ad hoc usque tempus nec discipulorum celebritate florere destitit, nec ad veterem supellectilem nova, quæ aut ipse cogitasset, aut ab aliis inventa legisset, addere. Gallo mortuo Aloysius Galvanus, qui strenue anatomicam rem in Instituto gerebat, cum & obstetriciam perspecte cognosceret, atque non solum esset in ea exercitatus, sed quadam etiam ad illam colendam animi propensione ageretur, a Senatu muneris commutationem petiit, impetravitque. Ipse ergo Gallo successit, anatomesque Professor creatus est Carolus Mundinus, medicus clarissimus, tamque omni sive veteri, sive recentiori anatomica eruditione excultus, tam in animalium partibus cum ad observationem præparandis, tum ad inventionem perscrutandis diligens, atque industrius, ut quem cum eo comparem non habeam. Sed haud multus post annis Mundinus, cum & pri-

vatis clientelis quamplurimis, & novis publicis muneribus distentus non tantum otii Instituto dare posset, quantum voluisset, in eo adiutorem sibi probante Senatu adscivit Joannem Marchettum præclaro ingenio juvenem, memoria singulari, qui ad medicinæ scientiam anatomicæ rei, naturalis historix, recentioris physicæ, chymicæque usum adjungebat.

Anno millesimo septingentesimo octogesimo quarto interiit Antonius Montefanus, qui secundum Ludovicum patrem bibliothecæ præerat. Ei successit ab Senatu Joannes Antonius Pedevilla, ornatissimus homo, mathematicis vero studiis, in quibus Vincentio Riccato præceptore usus erat, ante omnia deditissimus. Eum multo ante delegerat Ludovicus, cui erat carissimus, ut filii vicem suppleret, qui cœperat jam adversa sæpe valetudine teneri. Anno post moritur & Ludovicus. Quantus homo! quam patriæ, quam Instituto utilis! quam ob virtutes, & merita omnibus; quam illi, qui unus instar est omnium, Benedicto XIV P. M. carus! Sed ne nostris in calamitatibus deplorandis toti esse videamur, quis ei in bibliotheca successerit statim dicamus. Illud fore providebat Pedevilla, ut non posset ipse, si bibliothecæ primus præesse deberet, suis in studiis pro desiderio suo versari. Itaque maluit secundus esse in bibliotheca, quam a consueta suorum studiorum ratione abduci; atque ut sua hæc voluntas Senatoribus pateret diligenter fecit. Quam Senatus eo quidem ratam habuit, quod fas minime esse intelligebat, rempublicam iis emolumentis privari, quæ ab illius studiis caperet; publicis enim aliis muneribus fungebatur Pedevilla, quæ præclare, ut faciebat, sustinens mirum in modum patriæ commodo serviebat. Bibliothecam propterea Antonio Magnano tradidit, viro integerrimo, ab omnibus cum sacris, tum humanis litteris instructissimo, neque solum a libraria, sed ab omni, & ad liberales quasque artes spectante eruditione paratissimo.

Erat Antonius frater Natalis Magnani, quem in libro superiore diximus Josepho Veratto in physica re tractanda adiutorem datum. Sed is deinde meliori instituto fervire cupiens, quo posset se in hominibus ad veram felicitatem instruendis exercere, relicta patria alio se contulit. Quare cœpit anno millesimo septingentesimo quinto & octogesimo
suam

suam Veratto operam navare Joannes Aldinus, fervida mente juvenis, animoque ad præclara quæque suscipienda prompto, qui erat omni philosophia doctissimus, physicam verò tam colebat, quam qui maxime. Anno sequenti Sebastiani Canterzani, quem inter & Josephum Verattum erat physica provincia divisa, adjutori Bonaccursio, cum is in ea re annos jam versatus esset permultos [suam enim operam & Balbo præbuerat, & Galeatio) petenti data est munus imunitas, in ejusque locum delectus Paulus Josephi Veratti, & Lauræ Bassiæ filius, medicus, ut juvenis, valde exercitatus, idemque physicorum sive instrumentorum, sive experimentorum tam peritus, quam eum esse decebat, qui talibus ortus esset parentibus. Hic quoniam Canterzani mentio facta fuit, prætereundum non est, eum, cum etiam Instituti, & Academiæ esset a secretis, ut oneris, laborisque parte levaretur, socium sibi in hoc munere adjunxisse Petronium Collivam, juvenem ingenii, litterarum, physicorum juxta ac mathematicorum studiorum opinione merito florentissimum; ut mirum minime sit, quod Canterzani factum fuit cum Academicis, tum Senatoribus summopere probatum.

Sed ad physicam rediens unum adhuc restat, aut alterum, quod exponam. Sciri enim convenit, physicis machinis vel construendis, vel ad experimenta capienda accommodandis operam non paucis abhinc annis dare Franciscum Borellium, mechanicum sane ingeniosum, artificem elegantissimum. Successit enim is Josepho Brunio, qui opticiæ suppellectilis curatione contentus ab eo munere vacationem a Senatoribus impetraverat. Deinde cum Josephus quoque Verattus, qui propter ætatem valetudine sæpe impediabatur, vacationem a physica tradenda impetrasset, anno millesimo septingentesimo octogesimo octavo in eam sententiam venit Senatus, ut nemo ei succederet, sed uni imposterum Professori foret tota physica credita, qui duobus uteretur adjutoribus, neque interruptis, uti fiebat, sed conjunctis, continuatisque diebus doceret, sicque duorum annorum spatio universam physicæ tractationem absolveret. Canterzanus ergo, qui solus relinquebatur, Senatus voluntati morem gessit; atque anno proximo per ver Joanne Aldino, & Paulo Veratto experimenta monstrantibus ipse physicam generalem magno nobilium auditorum concursu explicavit.

Fuit

Fuit vero hic idem annus Instituto gravis; nam autumnove vertente, Jacobus Tadius Blancanus apoplexia correptus interiit. Optimum fane civem patria amisit; sui amantissimum Professore Instituto. Is rei antiquariæ præpositus eam non solum diligentissime administravit, sed quod ante eum factum numquam fuerat, ejus disciplinæ præcepta tradidit, in eoque se ceteris Instituti Professoribus parem fecit. In curriculum ingressus est VI id. januar. anno octogesimo primo supra millesimum septingentesimum, qua die orationem maxima auditorum frequentia habuit de antiquitatis studio, quæ latine scripta, summoque plausu excepta paulo post typis vulgata est. Idem munus ab Senatu Floriano Malvetio, viro nobilissimo, delatum est, qui, nobis adhuc hæc scribentibus, in eodem curriculo non minori cum diligentia, ac dignitate, quam qua solitus esset Blancanus, verlabatur. Is in quinto horum commentariorum tomo a Francisco Maria Zannotto, viro laudatissimo, jam laudatus commendatione non indiget certe nostra. Quoniam igitur de Professoribus, quod addam, nihil habeo, ad ea narranda, quæ a sexti tomi confectione Instituto accessere, statim me confero.

De iis, quæ Instituto ad facultates varias amplificandas accesserunt.

Multa fane huc pertinent, quæ quonam potius ordine disponam non satis video. Ab iis exordiar, quæ pecunia a Pio Sexto P. M. Instituto, ut supra diximus, attributa comparata sunt. Quamquam hæc quoque tam sunt multa, ut enumerare velle singula nimis longum esset. Quid quod pleraque minora me plane latent? ut dicere de omnibus, etiamsi vellem, tamen non possem. Quotidie enim & aliquid acquiritur, quo una modo, modo alia diversorum conclavium supellex augetur, & mutatur in conclavibus ipsis aliquid, quo fiant elegantiora. Itaque præcipua tantum recensero, nulla tamen lege adstrictus, qua aliud ex alio ita referam, ut si quando de iis, quæ a civibus, aliisque donata sunt, pro re nata dicere possim, hæc ipsa non interjiciam.

Ac primo quidem ingens astronomicæ speculæ instrumentorum accessio facta est. Nam quamquam & optimum in murum infixum quadrantem, & præcellentem quadrantem versatilem, & telescopium axi impositum ad meridianos stellarum excursus observandos aptissimum haberet, quæ instrumenta mira arte Londini a Sissono elaborata fuerant, & micrometra præterea, & reticula, & telescopia præstantissima, horologia quoque plura, quorum duo, alterum a Grahamo constructum, ab Ellicotio alterum, auctorum nomine mirifice commendantur; tamen quis possit in tanta hodiernæ astronomiæ subtilitate observationes commode perficere sine parallactica machina omnibus illis instructa opportunitatibus, quas hodie adjunctas habere solet, aut sine micrometro objectivo, aut sine achromatico tubo longiori, aut sine horologio, quod comes a recentioribus astronomis vocatur, aut sine cœlum noctu explorante telescopio? Atque instrumenta hæc omnia sumptu quidem non mediocri acquirere Institutum modo potuit, eaque exquisitissimo, elegantissimoque opere in dollondiana officina perfecta; quibus accedunt telescopium gregorianum insignis magnitudinis, hadleyanus octans pulcherrimus, tum machinulæ aliarum non paucarum, quas brevitatis causa silentio præterimus. Quis jam non concedat, his auctam præsidii posse nostram hanc cum principibus Italiæ speculis certare?

Physicæ quoque consultum est: quin etiam ad hujus maxime facultatis opes amplificandas primum se animo, & cogitatione Senatores Instituti Præfecti converterunt. Intelligebant enim, eam pro præsentis physicæ scientiæ splendore jejunam esse in Instituto, & prope inopem. Nam habebat quidem machinas omnes a Gravelandio descriptas, easque egregie constructas, quippe quas Benedictus XIV ipse Batavo artifice conficiendas mandaverat: habebat præterea alias, quas subinde aut Professores fieri curaverant, aut cives donaverant aliqui: inter ceteras instrumenta aliquot ad electricitatem pertinentia, tum vero compositum recentioris structuræ microscopium tam præclare a Brunio elaboratum, nihil ut britannicis operibus concederet. Verum quanti sunt hæc omnia, si novissima inventa respiciamus? Itaque a machinis inceptum est, quæ fluidis aeriis, fixi aeris nomine generatim usurpatis, conficiendis, tractandisque servantur.

Hæ Lutetia Parisiorum in physica conclavia advectæ sunt julio mente anno millesimo septingentesimo octogesimo quinto. Sunt illæ ipsæ, quas Sigaudius de la Fond in eo libro describit, quem de fluidis iisdem hoc ipso, quem modo posui, anno iterum edidit. Per idem tempus machinam electricam pergrandem, præstantissimamque, & leyænsium phialarum congeriem, quæ vulgo *batteria* dicitur, emerant Senatores. Has machinas construxerunt Josephus Brusa, & Aloysius Polettus, an ho ex Servorum Mariæ ordine, qui, duce Hieronymo Marsardo in bononiensi gymnasio physicam profitente, atque eodem in ordine omnibus jam secundis honoribus perfuncto, physicis operibus struendis mirifice delectabantur, iisque amplum sibi conclave locupletaverant, in quo experimenta coram harum rerum studiosis singulari usi & doctrina, & dexteritate ostendebant. Sed cetera adhuc desiderabatur electrica supellex recentioribus inventis exponendis accommodata. Ea de re Prosperum Ranutium, virum nobilissimo ortum genere, & litterarum, litteratorumque hominum fautorem eximium, consulendum Senatores censuerunt. Is enim physicis deditissimus suis in ædibus conclavia habebat, ut pleuitque omnibus ad naturales disciplinas spectantibus, ita hac etiam, de qua nunc agimus, supellectile apparatus: usum præterea, ut erat experimentorum capiendorum peritissimus, egregie callebat machinarum omnium, quæque propria essent cujusque earum sive commoda, sive incommoda penitus noverat. Itaque eo melius nemo poterat, quæ essent eligendæ machinæ, quæ respueudæ monstrare, & quæ in earum constructione cavenda, quæve maxime attendenda docere. Cognita Senatorum voluntate statim Ranutius & pro posita in se horum spe, & pro suo in Institutum præstanti studio non solum se eorum desiderio facilem præbuit, sed omnino omnem illius conficiendæ rei curam, cogitationemque suscepit. Ergo paucorum mensium spatio suis sub oculis ab Ludovico Pedrino, domestico suo, physico, & physicorum instrumentorum fabricatore solertissimo fecit ut electricus apparatus absolutissimus conficeretur, cui ad usum nihil, nihil ad elegantiam deesset. Atque hunc scilicet apparatus usquequaque ornatissimum, postquam fuit in physica Instituti conclavia importatus, apteque dispositus, ab Instituto accipi dono datum Ranutius voluit; quem

quem eundem postea iis omnibus, quæ nova deinceps in electrica re inventa sunt, augere non destitit. Sic Ranutii consulendi Senatorum consilium propter insignem illius liberalitatem Instituto quam luculentissime consuluit.

Anatomica etiam supellex in dies crescit. Nam qui ei præest Mundinus non cessat industrios signorum opifices in anatomicis tabulis cera effingendis exercere, & qua est cum patientia, tum anatomicæ rei scientia, hos ad veritatem præclare imitandam diligentissime dirigit. Majores tabulæ homines præferunt, inferioribus tantum artubus suppressis, eosque multifariam positos, sectosque; in quibus partes, & viscera suo quæque in loco conspiciuntur: minores vero referunt has ipsas partes, hæcque viscera sejuncta, & vario positu collocata, tum etiam dissecta, ut singulorum & circum undæque, & intus conformatio appareat. Sunt imagines omnes ad naturalem tum magnitudinem, tum colorem exactæ; & in tanto illo horrore pulchritudo, & elegantia mirum in modum enitet. Has tabulas, ut deinceps absolvuntur, statim emit Institutum, veterique anatomicæ supellectili, multis jam nominibus valde spectabili, adjungit, quod brevi fore speramus in hac etiam parte cumulatissimum.

Ut historiam naturalem attingam, hæc laxiori esse loco cœpit: nam conclavibus ante circumscripta omnino quinque sexto nuper aucta est. Sic non modo ea commode collocantur, quæ quotidie ex civium, ac præsertim Andreæ Joannetti Cardinalis amplissimi, de Instituto, deque patria optime meriti, liberalitate afferuntur, sed multa etiam supellex, quæ antehac propter loci angustiam latebat in cellis, proferri, atque in conspectum elegantibus excepta pluteis venire potuit. Sed ea res id etiam commodi attulit, quod universa supellex ita per conclavia, perque pluteos disperituri, eoque ordine disponi quivit, ut & jucundissima visu esset, & foret studiosis utilissima: quod ut fieri posset Montius jamdiu, ejusque adjutor Brunellius vehementer optabant; sed spatii egestas, quominus id fieret, prohibebat. Ergo voti denique compotes facti sunt; quamquam non sine magno utriusque incommodo: res enim plerasque iterum ac sæpius de loco movere, & in alium transferre debuerunt, ut in eum tandem ordinem adducerentur, qui esset omnium

T. VII. c aptif-

aptissimus. Sed nihil est tam durum, molestumque, quod illi pro suo erga Institutum amore non libenter suscepissent.

Numquam dicendi finem faciam, si omnia singillatim referre velim, quæcumque proximis superioribus annis in bibliothecam vel dono data, vel numerata pecunia acquisita inuenta sunt. Libri quotidie afferuntur, quorum alios commendat novitas, vetustas alios; figuræ insuper typis impressæ, & imagines ab celeberrimis sive pictoribus inventæ, sive sculptoribus incisæ; quæ in fasciculos librorum forma donatos digestæ magnam, tanto sunt numero, ejus xisti partem implent, quem novum superiori tomo exædificatum docui. Ille propterea, etsi grandioribus instructus pluteis, totus jam nunc est refertus libris, brevique fiet, ut ad ea, quæ in bibliothecam importabuntur, collocanda de ejusdem finibus propagandis rursus sit cogitandum. Neque hic possum non meminisse de Josepho Remundino, nobili Bassanensi, atque in nobilium etiam bononiensium numerum una cum suis cooptato, qui ad cetera sua in Bononiam merita hoc nuper adjecit, quod quamplurimos Instituto libros muneri misit, eosque selectos, pretiososque, ut qui numis aureis amplius ducentis æstimantur. Faciet, ut spero, tanta liberalitas, ut veniam dent ceteri, qui bene de bibliotheca meruere, si brevitate coactus silentio prætereire omnes, unum non præterii Remundinum.

Venio jam ad rem antiquariam, cui etiam accessiones factæ sunt permultæ. Anno millesimo septingentesimo octogesimo accepit a Friderico II Hassiæ Principe numos plures ex omni metallo ejus in ditione percussos; numismata præterea non pauca eidem signata, quorum unum aureum eximia magnitudine Academiam ab eo ad antiquitatis studia excolenda institutam commemorat. Attulit hæc dona Bononiam Eques nobilissimus, militari in primis virtute clarus, Aloysius Angelellius Josephi, qui in Senatoribus Instituti Præfectis numeratur, patruus: eoque Instituto fuere etiam cariora. Per idem fere tempus duo eximia itidem magnitudinis numismata argentea Instituto largitus est, qui nunc feliciter regnat Boiorum. Dux beneficentissimus, idemque Palatinus Elector, Carolus Theodorus; quorum ipse alterum honori dicavit decessoris sui Maximiliani III, altero Boiarii, Palatini quoque consortii memoriam consecravit. Philippus quoque Tho-

Thomæ Anticii, qui modo ob merita fuit Romana Purpura insignitus, frater anno quarto supra eum, quem paulo ante posui, cum Bononiæ versaretur, numismata Palatinæ Domus triginta argento cusa pro singulari sua liberalitate numario Instituti apparatusi adjecit. Regius ipse, quem libro etiam superiore inter præclare de numismatica Instituti re meritos recensuimus, Eboracensis Dux nova attulit munera; decem scilicet Stuardæ Domus numismata egregio opere perfecta, & rerum, quas commemorant, dignitate præstantissima. At non allatis tantum sive a civibus, sive ab exteris donis crevit hæc, de qua agimus, Instituti pars, sed rebus etiam a Senatoribus Præfectis numerato acquisitis. Hi siquidem non multis abhinc annis antiquos ex auro numos populorum, & urbium, & familiarum emerunt haud paucos; plures etiam imperatorum. Sed, quod memoratu dignum maxime est, Museum Polatium Instituto addidere omnibus numariæ antiquitatis studiosis notissimum, numos æreos aurgustorum continens, quosdam nimirum eximios maximi moduli, seriesque tum primæ magnitudinis, tum secundæ. Quo loco non est de Mathæi Aloysii Canonici Veneti in majorum suorum patriam Bononiam caritate tacendum. Nam is in maxima rerum antiquarum, quibus abundabat, codicum præsertim, ac numerorum copia semper in omnem hujusmodi amplificandarum divitiarum occasionem intentus, ut Polatium Museum, quod fieri posse, ut venum iret, forte audiverat, sibi compararet, Bononiam se contulit. Intelligebat enim, hujus accessione Musei numariam suam suppellectilem ita perfici, complerique, ut facile non esset toto orbe aliam invenire locupletiolem. Protinus ergo de emptione facienda incipit agere: non ita multo post de pretio convenit: res conficitur. Ut pecuniam numeret, quæ si Musei dignitatem spectes, certe non magna, sed si privati hominis, & quotidianis prope emptionibus occupati facultates consideres, grandis erat, fundum distrahit. Museo vix comparato, nec dum manibus ad illud appositis, cum de eo Venetias advehendo cogitaret, subiit ejus animum scrupulus, quidnam ipse ageret, qui Bononienses, quibuscum olim esset multos annos versatus, quosque caros semper habuisset, eo monumento privaret, quod celebratissimum esset, quodque suis mœnibus contineri gloriosum sibi duce-

rent. Itaque Senatores Instituti Præfectos adivit, Museumque ultro obtulit: contentum se esse, si, quam numeravit, pecuniam recuperet; quin etiam satis habere, si levissimam, quæque dimidium sit fructus, quem a fundo percipiebat, sibi usuram pendant, sortem soluturi, cum Instituti facultates ferent. Tam lautas condiciones quis non accepisset? Museum ad Institutum defertur. Canonico qui gratias Instituti nomine prolixius agant a Senatoribus deliguntur, tum etiam ob tantam magnanimitatem grati animi monumentum ponitur.

Restat, ut Petri Curlandiæ, & Semigalliæ Ducis beneficia commemorem, quæ ampla certe sunt, & illo digna marmoreo, splendidoque monumento, quod fuit ei in magna Instituti aula inferiori decretum. Ille enim, cordatissimus sane Princeps, optimarum disciplinarum, & artium diligentissimus, hominumque in iisdem excellentium fautor summus, cum eruditissima itinera suscepisset, ingenioque indulgens suo doctorum virorum, atque nobiliorum artificum palæstras, ubicumque occurrerent, sedulo adiret, Bononiam etiam venit anno millesimo septingentesimo quinto & octogesimo, ibique commoratus est aliquandiu. Interea nihil illi potius, antiquiusque fuit, quam ut Institutum videret, utramque, Scientiarum scilicet, & Artium, Academiam frequentaret, colloqueretur cum Academicis, eorum conventibus assideret, eosdem disputantes audiret, percunctaretur, eorum denique participem se faceret studiorum. Quibus rebus tam delectatus est, tamque præclare sibi de omnibus satisfactum putavit, ut modo non uno & gratulatus Instituto fuerit, & captam animo voluptatem, mentemque suam omnia comprobantem patefecerit. In ipso enim libello, in quo Scientiarum Academiæ a secretis singulorum confessuum acta notare solet, ut perpetua apud Academiam maneret carissima suæ commendationis memoria, hæc verba sua manu gallico idiomate scribere voluit: veni: vidi: admirabile hoc institutum suspexi; quibus amplissimum suum nomen subscripsit. Percussum etiam & aurum, & argentum pulcherrime suam effigiem una in facie referens, in altera Mitaviensis gymnasii dedicationem memorans, in Academicos liberalissime distribuit. Numariam præterea Instituti suppellectilem numis auxit compluribus partim in Moschorum imperio, partim sua in ditione cufis. Denique, quod ma-

ximum est, aureos mille Clementinæ Artium Academiæ donavit, quæ proposito in annos singulos argumento deberet modo picturæ, modo sculpturæ, modo architecturæ, scalpturæque studiosos provocare, præmiumque ex illius pecuniæ reditu ei decernere, quem palmam tulisse ipsa judicaret. Num putamus, aut Marfilium illum, qui Institutum condidit, aut quemquam eorum, qui operam in illo condendo ei tribuebant, sperasse, vix septuaginta post annos e Sarmatiæ finibus virum Principem venturum, qui hoc opus beneficiis esset, & honoribus cumulaturus? Id si providere potuissent, profecto non tam sibi gavisi essent, Institutoque gratulati, quam illarum regionum fortunam admirati, quibus opimorum Principum cultu datum foret tanta tam brevi tempore & humanitatis, & litterarum laude florere.

De Scientiarum Academia.

Quomodo antiquitatis studium fuerit in Academiam inventum, & per quos homines, quamque fuerit libenter exceptum, jam satis in quinto tomo explicatum est. Idem postea ita increbuit, invaluitque, ut jam non minori in honore academicorum sermones habeantur, si antiquitatem illustrent, quam si novi aliquid aut in medicinam inferant, aut in physicam, aut in algebra. Nolint ergo mirari qui in manus volumen hoc sument, si opuscula aliquot offendunt omnino antiqua eruditione referta. Quid enim causæ erat, cur nostra hac ætate, quando vetera monumenta tanto sunt in pretio, fraudem eruditibus hominibus faceremus sermonem non edentes, quem anno supra millesimum septingentesimum quarto & octogesimo in academico conventu Cajetanus Montius habuit? in quo quidem sermone dum romanum aquæductum, quo urbs nostra nobilitatur, illustrabat, data occasione alia etiam monumenta suis rectissimis conjecturis persequabatur, in iisque quæ falso pro antiquis haberentur ostendebat, ceterorum vero, quæ antiqua vere essent, ignotam, aut nondum satis exploratam originem aperiebat. Neque minus digni erant, qui ederentur, Floriani Malvetii sermones duo eruditione plenissimi, quorum alterum de antiquo agro bononiensi ad Academiam ipse
at-

attulerat jam inde ab anno millesimo septingentesimo sexagesimo sexto, alterum de ejusdem, & claternatis agri chorographia quinque post annos recitavit. Quod si quis forte putet, præter bononienses aliorum non interesse quam late ipsorum ager antiquitus pateret, & quibus finibus circumscriberetur, quibus præterea nominibus sub primis romani imperii seculis varix ejus partes nuncuparentur; adimadvertat, quæso, hisce notitiis non tam agri illius nobilitatem celebrari, quod bononiensibus placere potest, quam veterem historiam multis modis illustrari, quod placere debet omnibus. Quare optandum esset, ut in omni agro describendo, cujus partes vestigia præferunt romanorum nominum, in quemque colonias a Romanis deductas fuisse constet, eadem adhiberetur diligentia, quam bononiensi adhibuit solertissimus Malvetius; cujus sane exemplum alios incitaturum speramus; quo etiam nomine æquum erat, ut ejus sermones in lucem prodirent. Atque prodissent quidem in tomo sexto, nisi aliorum opusculorum frequentia prohibuisset. Hujus autem tomi commentarios contraximus, ut majori opusculorum numero locus daretur. Et sane non erat, cur fufius vellemus ea persequi, quæ in opusculis ab auctoribus ipsis tractata legi possunt: quod superioribus in libris si factum fuit, causæ fortasse erant, cur fieret. Nunc causæ aliæ, quæ Parisienses etiam Academicos moverunt, faciunt, ut horum exemplum sequamur; non ita tamen ut omnem opusculorum mentionem, velut illi, dimittamus: nam iis quidem, quæ eduntur, pressius indicatis nonnullorum, quibus per auctores non licet in lucem prodire, præcipua capita paulo latius exponemus, sic tamen ut brevibus adhuc limitibus tota hæc tomi pars prima coerceatur, quo possit opusculorum commodo dilatari altera. Idemque impostertum præstabimus: procul quidem dubio in tomo, qui hunc sequetur, quique brevi fore confidimus, ut edatur: siquidem in manibus jam habemus complura Academicorum opuscula; neque pauca solent, dum editio paratur, adjungi. Verendum autem non est, ne aut scribendæ res Academicis desint, aut Academici rebus. In hodierna enim disciplinarum omnium luce semper aliquid præsto est, quod docti homines moliantur: aliorum quidem certe inventa novis rationibus comprobare, eademque,

que, aut corrigere, aut, ubi opus sit, mutare: quod sane in tanta rerum omnium opportunitate, quantam habere Institutum supra diximus, facere nostri quam commodissime possunt. Atque quid ni faciant? qui artes, & disciplinas semper in deliciis habuere; quorum studia ingenito quodam, & cum patriæ caritate conjuncto ardore fervent; quibus denique jam currentibus stimulos quodammodo admovet Principum, & Optimatum favor. Jam enim vidimus, quanta univrsum Institutum clementia prosequatur supremus Princeps Pius Sextus P. M.; quanto studio in illud usquequaque exornandum incumbant Senatores; quam multa, atque præclara & Andreas Joannettus Bononiæ Archiepiscopus, & primarii viri sive exteri, sive nostrates in idem conferant. Quæ profecto omnia quantum ad confirmandos Academicorum animos valeant satis explicari non potest. Sed Academicos propius etiam attingit, plurimumque adeo iis, si opus esset, incitamenti ad currendum adderet singularis benevolentia, qua Academiam ipsam complectitur Andreas Archettus Cardinalis amplissimus. Is quippe honorificentissimis gestis apud exteras gentes legationibus, postquam bononiensi provinciæ a Pio VI P. M. præpositus est, numquam destitit, quæ ejus est in litteras, ac litteratos egregia voluntas, Academiam favore suo fovete, atque ita omni officii genere prosequi, ut Academicorum conventibus frequentissime assidens semper maluerit Academici, quam Domini partes agere videri. Verum quæ hujus sunt tomi, opuscula jam referamus.

AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De flumine Amazonum.

AMazonum flumen celeberrimi Condamini scriptis clarum magis etiam illustratur sermone, quem in publico Academiæ conventu habuit anno millesimo septingentesimo septuagesimo octavo Joannes Angelus Brunellius. Is Ulyssipone, ubi mathematicas facultates regia auctoritate jam diu profitebatur, Bononiam, patriam suam, venerat, ibique aliquot annos commoratus est; quibus elapsis iterum Ulyssipone

lyssiponem migravit, intermissumque curriculum suscepit, in eoque, dum hæc scribimus, summa eum laude sua, ac patrii nominis gloria versatur. Fuerat antea in illam expeditionem profectus, in quam delectos tota Europa mathematicos miserat potentissimus Lusitanorum Rex, ut Brasiliæ termini constituerentur. Octo annos in illis regionibus versatus omnia sedulo perquisivit, quæcumque vel ad populorum mores, vel ad physicam scientiam, vel ad naturalem historiam attinerent: eaque, quæ scitu digna essent, neque fuissent aut a Condamino, aut ab aliis notata, quæque minus recte in aliquibus libris relata leguntur, in eum, quem modo dixi, sermonem religiosissime contulit, qui singulari nitore, atque elegancia conscriptus, in hoc tomo editus est.

De Hirudine.

ATque editi pariter sunt sermones quinque Francisci Bienæ de hirudine, quos fore confidimus, ut libenti animo excipiant quicumque ejusdem de bonbyce spicilegium in tomo quinto legerint: neque enim minori sunt, quam hoc, diligentia, accuratationeque elaborati. Dolet etiam nunc Academia hominis jacturam, qui in ipso ætatis flore, non multo post quam hisce sermonibus extremam imposuit manum, repente sub finem anni millesimi septingentesimi septuagesimi quarti extinctus est; qui si diutius vixisset, multis sane nominibus Academiæ utilem se præstasset. Erat enim in medicina, atque anatome maxime versatus; laboris patiens; ingenio suavi, prudentia perspicaci; iis uno verbo animi, mentisque dotibus præditus, quibus meruit, ut eum Beccarius, dum vixit, carissimum habuerit.

De locustarum anatome, deque reptilium organo auditus.

AD naturalem historiam ea spectare videntur, quæ vel de locustarum anatome, vel de reptilium quorundam organo auditus disseruit in Academia Gabriel Brunellus Joannis

nis Angeli, quem paulo ante commemoravi, frater. Quamvis enim hæc eadem quodam quasi jure vindicare anatomia posset, tamen Brunellius in iis tractandis cum id præcipue spectarit, ut illorum animalium ingenia, & mores illustraret, videretur magis historię naturali, cui est deditissimus, quam anatomię fervire studuisse. Sic aliud agens anatomiam, quam comparatam vocant, iis præsertim ornavit, quæ in auditu organo patefecit: in cujus sane structura miram quamdam invenit naturæ varietatem, quæ partes aliter in animalibus aliis conformans in eo constans est, ut unumquodque genus ad id maxime accommodet, in eoque perficiat, ad quod præcipue est ab ipsa institutum. De locustis disseruit Brunellius anno supra millesimum & septingentesimum septuagesimo; de reptiliis aure anno sequenti; quod ideo monemus, ne si quid forte eorum, quæ primus ipse notavit, ab aliis quoque fuerit postea animadversum, ei inventi laus detrahatur.

CHYMICA.

De phosphoris quibusdam.

U Num tantum habet tomus his ad chymicam pertinens opusculum, quod Joannes Marchettus in Academia recitavit anno millesimo septingentesimo octogesimo sexto. De phosphoris agit, ac potissimum de bononiensi. Ante omnia lapidem, qui calcinatus cum sit, phosphorum hunc exhibet, statuit Marchettus terra quadam ponderosa, & acido vitriolico contineri: tum versat lapidem eundem chymicorum more, vexatque pluribus modis, ut quid tandem id rei sit, in quo phosphorica virtus residet, si fieri possit, inveniat. Id denique consequitur, ut e ponderosa lapidis terra quoddam sulphuris hepar eliciat. Atque in hoc scilicet sulphuris hepate lucendi facultatem inesse comperit: a quo propterea eandem mutuantur non bononiensis tantum, sed phosphori quotquot solo diurnæ lucis attactu accenduntur. Et sane hoc comperto statim instituit ipse sulphuris hepar elicere modo ex argilla, modo ex gypso, modo ex nucerina terra, modo etiam e terris animalibus, aut e salibus me-

T.VII. d diis;

diis ; illud denique quavis e re , quæ sulphur adjunctum habeat , conflavit : neque ullum fuit e tam variis hepatis generibus , quod non phosphoros præbuerit bononiensi similes , egregios , & perelegantes , qui colore vario pyropum alii , alii smaragdum , chrysolithum alii , alii sapphirum perbelle æmulabantur . In hoc tamen bononiensi concedunt phosphori hi omnes , quod virtutem phosphoricam citius amittunt : ille ceteris secundum bononiensem diutius durat , qui vulgari calce componitur . At vero nemo hodie dubitat , quin id genus phosphori , de quibus hic quæstio est , fulgeant luce , non quidem extrinsecus adveniente , quam ipsi imbibant , & ad aliquod tempus retineant , sed propria , quam recondant ipsi in se quodammodo , quamque quasi dormientem lux illa excitet , qua perfundi solent , antequam in tenebras inspicendi traducantur : quam jam opinionem omnium primus tenuit Franciscus Maria Zanottus , rationibusque , & experimentis in primo commentariorum horum tomo illustravit . Quod si ita sit , illud statim consequitur , phosphoros nostros ideo fulgere , quia accenduntur . Qui autem accendantur , si lucendi virtus in sulphuris hepate insit ? quoniam id proprium hujus hepatis est , ut flammam non concipiat . Aut ergo non sua luce fulgent phosphori , contra ac Zanottus putavit , putantque nunc plerique omnes ; aut non inhæret in sulphuris hepate lucendi vis . Hanc sibi fingit Marchettus propositam difficultatem ; ad quam sic respondet , ut nec a Zanotto desciscat , & in sua sibi ipsi sententia manere liceat . Nam primum animadvertit , in sulphuris hepate illud fluidum contineri , quod gas hepaticum vocant ; hocque fluidum ejus esse naturæ , ut quotiescumque evolvitur , facillime atmospherici aeris tactu incendatur . Hoc autem præmissis verissimile putat , in phosphori poris gas hepaticum una cum atmospherico aere commixtum latere ; idemque præterea ita dispositum esse in poris illis , ut , sublato præsertim per calcinationem aereo acido , quod incensionem obitaret , diurnæ lucis appulsus utique ad illud excitandum , convellendum , inflammandumque valeat : sic phosphori lucem gigni . Quo quidem posito consequens est , ut eo diutius phosphorus suam lucendi facultatem conservare debeat , quo segnior sit aut ad gas hepaticum amandandum , aut ad acidum aereum imbibendum . Non solum igitur luce sua nitet bononiensis phosphorus , &

alius.

alius quicumque sit ei similis, sed fecit Marchetti industria, ut etiam & quid in eo luceat, & quomodo luceat cognosceremus.

ANATOMICA.

De glandulæ thyroideæ usu.

Obscurum glandulæ thyroideæ usum aperuit eodem anno in publico Academix conventu Cajetanus Uttinus, quem superiore etiam libro laudavimus, cum ejus, & Ballanti in plurius animalium organum vocis animadversiones describeremus. Compererat jam tum, glandulæ thyroideæ sedem ita cum eo organo conjungi, ut quibus in animalibus laryngem tenet hoc organum, ad laryngem etiam sit locata illa glandula; in quibus illud divisionem bronchiorum occupat, jaceat hæc quoque ad bronchiorum divisionem; nusquam denique sit glandula in animalibus illis, quæ ut paucissimos edunt tons, ita vocis organum habent simplicissimum. Quæ sane constans observatio eum jam in illam opinionem impellebat, esse a natura hanc glandulam vocis organo maxime dicatam, eoque officio fungi, ut vocales chordas, aerisque vias suo humore humectet, lubricasque conservet. Sed tam prudens philosophus, quam magnus & medicus, & anatomicus judicium cohibebat suum Uttinus, nihilque pro certo affirmabat, expectabatque dum posset, quod valde probabili conjectura assecutus erat, idem re, & experimento demonstrare. Id tandem visus est fecisse, cum hominum, & canum compluribus sibi comparatis tracheis, eisdemque cum maceratione, tum in calida, ac in vini spiritu lotionem præparatis aggressus est vel anatomico cultro, vel injectionibus thyroideæ glandulæ structuram solertissime perscrutari. Vasa enim, & ductus excretorios invenit; eorum positum, incessumque detexit; ostiola notavit, quæ omnia in laryngis interiorem faciem hiant. Nempe qui ductus ab ima glandula, qua parte hæc tracheæ incumbit, discedunt, ii recta, & brevi tractu ad membranaceos feruntur tracheæ anulos, suæque ostia in ejusdem superiore parte habent; qui vero e glandulæ lateribus proficiuntur

inter thyroideam cartilaginem & cricoideam, ad arytænoideas usque ascendunt, ibique laryngem arytænoideas inter & cricoideam penetrant, longiusque progressi tandem sub interiori ejus membrana prope inferiora ligamenta aperiuntur. Porrexit ergo natura hinc & illinc thyroideam glandulam, reflexitque in cornua, non solum, quod Columbo placuit, ut colli formæ, venustatique prospiceret, sed eo vel maxime consilio, ut glandula eadem cartilagineas partes, quibus adhæret, vasis impervias commodius pervaderet, perreptaretque, atque humore suo vocis organum perfunderet, quod propterea assiduo præterlabentis aeris occurso non tam facile arefceret. Verum quo clarior res perspiceretur, experimentum in juvenæ etiam, atque in agni larynge capere Uttinus voluit: atque ejusdem omnino modi structuram invenit. Quin etiam, ut ne dubitandi locus relinqueretur ullus, interiori laryngis membranam detraxit, quam secuti sunt reptantium canaliculorum tractus injectione turgentes, & quod caput est, fetam in eorum tractuum unumquemque immittere potuit, quæ per canaliculi ostiolum egrediebatur. His positis ecquis adeo sit difficilis, cui hæc satis non sint, quique aliquid adhuc requirat, ut in Uttini sententiam descendat?

De auris surdi nati anatome.

SI qua est in animali corpore structura, quæ partes habeat, quarum nondum satis exploratus sit usus, illa certe est, quam in aure propter plures, multiplicesque anfractus labyrinthum vocant. Ac multum quidem adjumenti ad eos usus detegendos afferre posset comparatio, si sedulo eorum, qui auditu laborassent, vitiata auris cum naturali conferretur: quidquid enim ad perfectam auditionem defuisset illis, vitio vertendum esset ejus erroris, qui in aure occurreret; qua vero in re error insideret, ejus maxime rei esset id avertere, quod auditionem turbasset. Huc scilicet spectavit Mundinus, cum surdi nati aurem omni cura, diligentiaque secuit, lustravitque: quod quidem eo etiam libentius fecit, quod plane intelligebat, labem, quam invenisset, quantulumcumque foret, ea in parte inesse debere, quæ sit ad auditionem omnino necessaria; certo enim sciebat, in absoluta
sem-

femper vixisse surditate hominem, cujus in aurem inquirere volebat. Jam vero nihil in meatu auditorio vitii deprehendit, nihil in tympano: pravitas omnis in labyrintho se denique prodidit, æqualem quidem in utraque aure. Nimirum in dextera juxta ac in sinistra aure superior cochleæ gyrus desiderabatur; tum aquæductus vestibuli mirum in modum laxatus amplissimo foramine in vestibulum ipsum hiabat, eratque non ex parte osseus, ut solet, sed in toto membranaceus, nec conii compressi, quæ naturalis ejus est figura, verum globi formam referebat. At quomodo structuræ perversitas hujusmodi perfectam facere surditatem potuit? In hanc rem suas subjicit Mundinus animadversiones, conjecturasque addit, & commentationes, dignas sane, quæ in ipso ejus legantur opusculo, quod huic tomo tradidi. Transeo jam ad aliud ejusdem Mundini opusculum, quod est in manibus, nec locum fortasse in hoc libro inveniet, ut minus propterea presse sit de eo dicendum.

De oculi pigmento.

IN oculo retinam inter & choroidem pigmentum intercipitur, cujus notionem Mundinus diligentissimis suis observationibus in opusculo, de quo dicere aggredior, mirifice illustrat. Ac primo quidem nihil in eo reperit, quod aut pastam mollem, aut mucum præferat, quibus nominibus illud usurpavit Zinnius; nihil, quod unguen imitetur, quo nomine appellatur ab Hallero; nihil, quare atramentum, aut meconium, ut ab Jannino, apte nominetur; nihil denique, quare *vernix*, ut a plerisque Gallis auctoribus, dici queat. Veram illud esse membranam aperte cognovit Mundinus, mirabili præditam structura, perbelle ordinata, elegantissimæque, quam globuli innumeri componunt secum invicem colligati, ac veluti in quincuncem dispositi, reticulatum ferme opus efficientes, a reticulo tamen illo distinguendum, cujus iconem se a Lieberkunnio accepisse Zinnius fatetur. Per interiorem oculi superficiem pervadit structura hæc, totamque, qua late patet, choroidem vestit. Densior est in ciliaribus processibus, & in uvea: sunt enim hisce in locis globuli confertiores; qui cum nigri sint, ibi propterea, quam

quam in reliquo spatio, cavum, quo vitreus humor continetur, reddunt obscuriorem. In quibusdam animalibus, qua ad oculi fundum vergit hac textura, ita globulorum nigror minuitur, ut tandem cum ad choroidis maculam, quam tapetum multi vocant, perventum est, globuli pellucidi fiant, atque in junioribus animalibus subalbidi, in adultis subflavi; qui adeo cæruleum tapeti colorem transmittentes maculam in illis sinunt esse cæruleam, in his subviridem efficiunt: idque observari potest in vitulis, atque agnis. Et quoniam de choroidis macula sermo incidit, sciendum est, de vero ejus situ constituendo sollicitum deprehendisse Mundinum experimento iterum ac sæpius in bobus, in ovibus, in agnis, in hædis capto, illam in ipso oculi fundo jacere statim supra nervi optici insertionem; ita quidem ut in latera ad ciliares usque processus, & sursum porrecta in sui centro axem opticum excipiat. Quem positum ad objectarum rerum imagines recipiendas aptissimum considerans Mundinus, simulque globulorum in hoc loco pelluciditatem animadvertens, quamdam sibi videre videtur in hisce partibus a provida natura constitutam conformationem, cujus ope eorum animalium visio, præsertim noctu, commodius perficiatur.

Sed ut ad globulos redeamus, eorum magnitudo animalium magnitudinem minime sequitur, majoresque eos in volatilibus quibusdam invenies, quam in homine, boveque. Recens natorum, quorum choroides rubea est, globulorum contextus hic, de quo agimus, ut crassiorem, ita & nigriorem se prodit, quam adulatorum: est tamen mollior multo in illis, quam in his; nam super vitream laminam extensus, exsiccatufque ita contrahitur, si a primis desumptus fuerit, ut omnem texture formam amittat, conformationem utique retinet suam, si ab alteris. Quod vero non levis, sed prominentibus globulis aspera sit hujus superficies texture, ex eo maxime colligitur, quod si intactis oculi humoribus tunice duæ, sclerotica, & choroides, subducantur, ut retina appareat in situ suo, suæque distentione naturali, ad hujus superficiem, cum probe collustrata lumine fuerit, & apta adhibita lente inspecta, foveolæ se produnt, quas globulorum reticulum una cum choroide subductum reliquit. Difficilis autem reticuli ejusdem a retina sine laceratione avulsio in eam Mundinum opinionem adducit, solutum illud esse, nec cellulari ulla membranula contineri.

At

At erit ne globulorum hujusmodi compages cum malpighiano reticulo, ut Zinnio visum est, comparanda? Difficilis sane quaestio, nec ita facile explicanda. Optandum fuisset, ut valetudo, & assidua medicinæ faciendæ occupatio Mundinum sivistent suum urgere propositum, atque præclarum inceptum perficere: primo scilicet discrimen demonstrare, quod sibi visus est videre malpighianum reticulum inter & oculi pigmentum; deinde illud confirmare, quod pluribus permotus argumentis suspicatur, globulos illos flocculis villosæ interioris choroidis tribuendos esse effectos. Sed ut opus, quod ipse sive valetudine, sive negotiis impeditus intermittere coactus est, possit quisque, si velit, commodius absolvere, modum pigmenti apte ad observationes præparandi, quæ liberalis est ejus voluntas, candidè nos docet, quem breviter expono. Oculus sumatur animalis recens necati: hemisphærium ejus anterius circulari sectione divisum auferatur, tollaturque humor vitreus: sic retina vel excidit ipsa per se, vel certe labore nullo detrahitur. Reliquus ab his peractis oculus in aquam immergatur, ubi quoque pigmentum cultello, aut tenuiori spatula circa sectionis marginem elevetur; quod cum facile innatet, commode potest spatula ultra promoveri paulatim, ut tandem subeunte aqua pigmentum, quod ad hanc oculi partem pertinet, a choroidæ secedat totum, integrumque.

Ceterum tam longe abest, ut horum sibi inventionem globulorum arroget Mundinus, ut Morgagni epistolam decimam septimam non dubitet commemorare, in qua Anatomicus summus Valsalvam narrat *in facie interna choroidis, præsertim qua hæc inflectitur ad crystallinum cum vitreo humore colligandum, minima nigricantia corpora figura spherica protuberare animadvertisse, eaque in fele*. Quæ quidem Mundini ingenuitas ita laudanda est, ut intelligatur, non minorem esse inventi perficiendi, quam inveniendi gloriam.

Quod ad usum attinet horum globulorum, multa impediunt, ne iis Mundinus putet humorem excerni, qui nigrore choroidem inficiat: inter cetera hæc duo: si nigri globuli contundantur, premanturque inter duo vitra vehementer, niger liquor nullus exprimitur; deinde choroides, quantumvis macerata, nigram non facit aquam, sed in flocculos denique faciens fundum petit sub nigri pulvisculi forma,
aqua.

aqua suam tum claritatem, tum pelluciditatem retinente. Existimat ergo, colorem choroidi non adventitium, sed insitum esse, ut membranis aliis; globulos vero datos esse ad laterales lucis radios vel suffocandos, vel ita reflectendos, ut ne ad fundum oculi pertingentes objectorum imagines perturbent: idcirco ad oculi latera & nigros semper esse, & confertiores; qui si dilutiores, uti fit per senectutem, & aliquando etiam per morbos, evadant, lateralibus radiis non deletis visionem, integris quamvis oculi tum nervis, tum humoribus, tum membranis, non distincte perfici, & objecta quaedam quasi nebula suffusa videri. Tandem ne inutiles globuli credantur, quos diximus oculi fundum rariores, atque pelucidos, subalbidosque obsidere, aliud reticulato huic globulorum operi munus attribuit Mundinus: nempe cum constet, proclivem esse retinam ad plicas contrahendas, quæ in anatomicis præparationibus facile occurrentes in eum inducere errorem nonnullos potuerunt, ut putarent, retinam oblongis, radiatisque medullaribus fibris instructam esse, arbitratur ipse, reticulati pigmenti globulos, in retinam suis minimis eminentiis infixos, ita eam retinere, ut vitreo humore distenta, atque choroidi adhærens in situ suo consistat, nec dilabens plicari in se queat. Hactenus anatomica: chirurgica statim expedio.

CHIRURGICA.

De instrumento ad tonsillas extirpandas aptissimo.

QUOD pertineat ad hoc caput nihil habemus præter instrumentum jam pridem a maximi nominis medico, atque chirurgo Bartholomæo Riverio ad tonsillas excidendas non proposito solum, sed & adhibito, & chirurgicæ artis studiosis quamplurimis tradito; quod propterea minime miramur & in usu jamdiu esse apud multos, & fortasse literis etiam mandatum ab aliquibus fuisse. Ejus nunc rationem universam ab auctore ipso accipimus, cui utinam per valetudinem liceret alia complura a se excogitata scriptis consignare, quæ si in vulgus ederentur, chirurgiam administrantibus,

tibus, atque adeo servandis per eorum manus hominibus magno certe usui essent. Sed id, cujus causa hoc caput sumus aggressi, expediamus. Cum igitur tres omnino perferri soleant extirpandarum tonsillarum rationes, quarum una vinculo utitur, altera causticorum admotione, tertia denique amputatione, de singulis primum differit Riverius, ac uniuscujusque tum commoda, si qua sint, tum incommoda recenset, ponderatque. Nec vero multum laborandum illi est, ut ostendat, prioribus duabus tertiam, quæ in amputatione posita est, pluribus de causis esse anteferendam. Quo constituto ad hanc eandem omnibus numeris perficiendam se convertit. Instrumentorum enim, quæ vulgo ad tonsillas amputandas adhibentur, vitia non dissimulat: quid communis hamulus, quid culter peccet enucleate explicat. Quamvis autem cum quid res peccet probe perspexeris, sæpe accidat, ut quæ illi rei adhibenda sit emendatio facile reperias, tamen id in cultro quidem valuit, at non item in hamulo. Non difficile enim Riverio fuit eam cultro formam tribuere, quæ omni vitio careret: sed quid in hamulo mutaret, aut quid in ejus locum sufficeret non ita prompte invenire potuit; unius namque vitii fuga in vitium ducebat aliud. Tandem plura post tentamina venit illi in mentem pro simplici, qui in usu erat, duplicem substituere hamulum, ita quidem conformatum, ut cum simplicis incommodis vacet, tum ceteris commodis illud etiam adjungat, ut linguæ simul depressionem præstet. Quæ omnia nitide, eleganterque exposita in ipso inveniuntur Riverii opusculo, quod inter cetera occurrit hujus tomi. Ad illud propterea lectorem allegamus, qui ex eodem quanto cum successu invento suo usus deinceps sit Riverius, etiam cognoscet.

PHYSICA.

Vegetabilia ad aëria fluida immutanda quid valeant.

AD tomum hunc physicis observationibus ornandum operam suam contulerunt Academici plures, quorum alii

Bononiæ degunt, alii exteras Academias sua præsentia illustrant. In his vir nobilissimus Carolus Ludovicus a Morozzo, celeberrimæ Academix Præses, quam paucis abhinc annis Augustæ Taurinorum Victorius Amedeus III Sardinix Rex prudentissimus constituit, regiaque liberalitate, ac gratia firmavit. Ille anno millesimo septingentesimo quinto & octogesimo, cum Bononiæ, ubi per id tempus ejus frater Pontificii Prolegati munere summa cum laude fungebatur, menses aliquot transegerit, Academiam nostram, in quam fuerat pridem cooptatus, ita frequentabat, diligebatque, ut amare videretur. Itaque non ante ab ea sejungi se est passus in patriam reversurus, quam in conventu sermonem recitaverit, quem ei tamquam egregiæ suæ erga ipsam voluntatis pignus relinqueret. Summam eo sermone complexus est experimentorum, quæ plurima instituerat, ut locos ex recentiori physica graves, nec dum satis declaratos explicaret; multaque confecit ad eam quæstionem pertinentia, quid ad aëria fluida immutanda vegetabilia valeant. Invenerat enim, puro aëri in vas incluso tardius labem inferre injectos flores albos, quam coloratos, itemque odoros, quam inodoros: quorum ex altero infert, id, per quod flores, plantæque aërem vitiant, aliud quidpiam esse ab effluvio odorifero. Ad impurum autem aërem corrigendum multum valere demonstravit aquam, si solari luce collustretur; plantas etiam, modo abundant aëreo humore, & solis radiis percutiantur: contra illi muneri impares ostendit & solares radios solitarios, & plantas etiam sole perfusas, si aëreo humore minus scateant. Quibus ex rebus colligere fas est, in aqua potissimum virtutem inesse vitii aëris labes eluendi: quod qua ratione fieri possit, quidque eo conferant solis radii, & cur idem vegetabilia præsent, doctè, ingenioseque illo sermone explicatur; qui sane cum propter experimentorum industriam, & rerum præstantiam, tum propter auctoris & nomen, & voluntatem fuit Academix acceptissimus.

De calore lunari.

NEC minus esse potuit illi carum easdem ob causas opusculum, quod Patavio ad eam miserat Josephus Toaldus.

dus de lunaris lucis calore. Sive enim auctoris famam, & egregium in Academiam animum quaras, sive argumenti dignitatem, & ejus tractandi solertiam, quæ esse potest harum rerum omnium, quam illud opusculum accipiens desiderandam sibi Academia putaverit? Sed nostrum non est Toaldi laudes texere, quæ nec oratione indigent nostra, & longe sunt ea majores. Dicamus breviter de opusculo. Non sibi persuadebat Toaldus, lunarem lucem, quæ tandem a sole est, nullum in terra calorem efficere, qui sensu percipi queat. Itaque, negent licet plerique physici instrumento ullo potuisse unquam eum calorem colligi, aut mobilissima thermometra commovere, ipse non dubitavit, quin vel communia thermometra possent de calore hoc utique respondere, si modo rite interrogarentur. Atque, ut facile peritissimum astronomum agnoscas, sic fere instituit thermometricas altitudines comparare alias cum aliis, ut astronomi siderum motus solent, detegere cum volunt, quantum in eos immutandos causa aliqua conferat. Hi scilicet quam possunt maximum observationum numerum colligunt, in quibus illa causa vi maxima, totidemque, in quibus vi minima agere debuerit: ex utrarumque autem collatione effectum, quem quærunt, concludunt; nempe intelligentes, in tanto observationum numero ceterarum causarum effectus ita componi inter se debere, ut æque utramque summam afficiant. Hac via eo pervenit, ut præclare ostenderit, circa plenilunium altitudinem thermometri majorem esse, quam circa novilunium; itemque circa lunare solstitium, quam circa brunam. Sed non lunari tantum luce calor in terra gignitur, verum etiam vi illa, qua terrestria quæque luna, & sol ad se trahere videntur, unde maritimi æstus proficiscuntur. Fieri enim non potest, quin atmosphæra quoque similiter ac oceanus ea vi commoveatur, & solida etiam corpora leviora fiant. Ea vero re exhalationum, vaporumque, atque adeo latentis caloris explicationem, emissionemque juvari quis negaverit? Quæ quidem secum reputans Toaldus, animadvertensque, eam vim in syzygiis, quam in lunæ quadraturis majorem esse, majori etiam sub illis, quam sub his calore teneri terras debere conjiciebat. Nec conjectura aberravit: nam in appendice, quam opusculo addidit, novissimeque ad Academiam misit, re & eventu potuit idipsum confirmare. Adeo

vulgaria etiam thermometra excellentissimi physici votis sunt obsequentia. Sed ad ea veniamus, quæ in rem physicam contulere nostrates.

*De terræmotibus, qui Bononiæ fiebant
annis 1779, et 1780.*

Bononiensium animos terræmotibus, qui anno millesimo septingentesimo septuagesimo nono fieri in eorum urbe cœperunt, valde esse perterritos non mirabitur quicumque & concussionem plerarumque vehementiam noverit, & simul animadverterit, neminem fere eorum, qui tum viverent, non in ea persuasione fuisse, urbem Bononiam vel propter quamdam loci felicitatem, vel propter subterranearum cellarum, quibus abundat, profunditatem non ita facile terræmotibus obnoxiam esse posse. Itaque per menses plures nihil tam civium mentes tenuit occupatas, quam cum terrore conjuncta hujus consideratio phænomeni. Huc cogitationes, huc sermones, huc consilia, & provisiones spectabant. Philosophi ceteris fortasse audaciores non prætermiserunt in ipsis terræ concussionibus & motuum diurnitatem, & concutientis vis directionem, & adjuncta alia bene multa sedulo perpendere. Quarum observationum non defuerunt qui descriptionem animadversionibus adjectis in vulgus ederent. Sed nemo his de rebus in Academia disseruit præter Josephum Voglium, hominem cum in divinis juxta ac in naturalibus disciplinis versatissimum, tum morum suavitate, & candore animi commendatissimum omnibus, carissimumque. Is sermone suo partes fecit tres, quarum prima terræmotus singulos, qui biennium a calendis juniis ejus, quem posui, anni Bononiæ facti sunt, breviter commemorat; altera omnia, quæcumque id temporis vel cœlo, vel terra notatu digna observata sunt, recenset; tertia denique conjectaria persequitur nonnulla, conjecturasque profert, quibus appareat, bononiensium terræmotuum causam aut fuisse electricitatem, aut sociam electricitatem habuisse. Sermonem, quem mandamus opusculis, quicumque leget, nec philosophi sagacitatem cum temperantia conjunctam requiret, nec descriptionis nitorem conjunctum cum elegantia. Nos ad ea properamus, quæ a Galvano accepimus.

De musculorum motu ab electricitate.

EA in nervis, ac musculis propter electricitatem accidunt, quæ ante Aloysium Galvanum nostrum, quem sæpe alias honoris causa nominavimus, nescio an a quoquam fuerint animadversa. Is certe nova non pauca comperit, atque, ut physicus est ingeniosus, tanta tum industria, tum dexteritate naturam experiundo interrogavit, ut plane in aperto posuisse videatur, musculorum motus ea causa effici, quæ electricitati sit non valde dissimilis. Res casu sic orta est. Habebat Galvanus in tabula ranam ad anatomicas suas quasdam observationes peragendas præparatam, cujus crurales nervos dum unus eorum, quos sibi observationum socios adjunxerat, cultello tractabat, forte accidit, ut alius electricam machinam in satis magna distantia super eandem tabulam locatam in motu poneret, scintillamque e conductore eliceret. Quid quæris? Illico vehementi musculorum contractione correpta est rana. Hoc viso voluit statim Galvanus experimentum non iterare solum, sed pluribus etiam modis variare. Longum esset omnia exponere, quæ deinceps hanc in rem solertissime non paucorum annorum spatio tentavit: id referam, in quo rei summa sita est.

Applicito ad ranæ nervos corpore anelectrico, muscoli contrahebantur, quotiescumque e machinæ conductore scintilla eliciebatur: contra applicito ad nervos corpore idioelectrico, quantumvis magnæ essent scintillæ, quæ e machinæ conductore extorquebantur, contractio musculorum sequebatur nulla.

Anelectricum corpus nervis applicitum vocat Galvanus nervorum conductorem, quem nervo applicabat ope hamuli, eidem adjuncti, atque in nervum ipsum denudatum infixi. Quod si ranæ pedibus anelectricum corpus similiter applicitum intelligatur, quod a musculis omnino pendeat, hoc corpus vocat conductorem musculorum. Cum autem paria essent cetera omnia, vehementiores erant contractiones, si rana musculorum conductore instructa esset, quam si eo careret: adhuc vehementiores, si hic conductor cum solo communicaret. Præterito erant contractiones, etiamsi nervorum con-

du-

ductor, hamulo sublato, nervum non attingeret, sed esset ab eo, modico tamen intervallo, sejunctus, dummodo nervus, & conductor ille in plano idioelectrico jacerent: nam si jacerent in plano anelectrico, contractiones nullæ erant.

Adhuc hæc contingebant, dum electrica machina cum solo communicante scintillæ excitabantur manu ad ejus conductorem a solo divisum admota. Sed eadem omnino contigerunt, dum electricæ machinæ conductore cum solo communicante excitabantur scintillæ admota manu ad machinam ipsam a solo sejunctam. Ex quo inferebat Galvanus, æque ad musculorum contractiones negativam electricitatem valere, atque positivam. Et sane nonne electricitas æque movetur, sive a machinæ conductore in manum transeat, sive a manu in machinam?

Verum quas musculorum contractiones electrica scintilla constantissime efficiebat, easdem ciere numquam potuit frankliniani quadri, aut leydenis phialæ exoneratio. Quod minime mirum videbitur animadvertenti, in his instrumentis electricitatem ita ab una superficie in alteram immitti, ut adjacentium corporum statum electricitatis turbare non possit; contra vero electricitatem sive positivam, sive negativam, qua anelectricum corpus a solo sejunctum obsidetur, statum electricitatis corporum circumpositorum utique immutare.

Experiri etiam voluit Galvanus quid electrica scintilla valeret, si rana cum suis nervorum, & musculorum conductoribus vitreo vase undique conclusa lateret. Atque tum etiam musculorum obtinuit contractiones. Sed immisso hoc vase in aliud pariter vitreum, tum hoc etiam in tertium, & ita porro, contractiones deinceps pro vasorum numero remissiores fieri animadvertit.

Quæ vero in frigidis, eadem in calidis quoque animalibus tentata fuere: nec dispar fuit experimentorum exitus. Quamquam si calidis animalibus uti velis, auctor tibi est Galvanus, ut velis etiam aut vivis uti, aut recens mortuis. Solebat autem in calidis nervorum conductorem non, ut in ranis, ad spinalem medullam applicare, sed ad cruralem nervum in femore denudatum, atque extra musculos super vitream laminam porrectum.

Denique sive frigida essent, sive calida animalia, quæ suis experimentis tractabat, illud sibi visus est Galvanus posse

se statuere, ea, ceteris paribus, aptiora esse ad musculos propter electricam scintillam contrahendos, quæ provectori essent ætate: itemque illa, quorum essent muscoli albidiores, magisque exsanguis. Illud etiam notavit, animalia, quæ suis hisce experimentis obnoxia fuerant, corrumpi, ac putrescere citius, etiamsi cetera paria essent, quam quæ electrica scintilla ad musculos contrahendos non provocasset.

Quamquam licuit interdum Galvano in animali ita, uti supra docuimus, præparato musculorum contractiones excitare vel nulla electrica adhibita scintilla, si modo electrophori clypeum oneratum prope musculorum conductorem repente admovent.

Non contentus artificiali naturalem etiam, seu atmosphericam electricitatem in sua flectere experimenta instituit. Itaque in editiore domus parte ferreum filum suspendit, atque a solo probe segregavit, quod in eum locum descenderet, ubi capienda erant experimenta. Ad filum hoc, coorta tempestate, per nervorum conductorem præparatam ranam, aut præparatum calidi animalis femur, & crus annectebat, faciebatque, ut conductor musculorum, adjuncto filo pariter ferreo, eum putei aquis communicaret. Atque nullum erat fulgur, quod musculorum non pareret contractiones. Sæpe etiam contrahebantur muscoli sine fulgure, si procellosa quidem nubes prope suspensum ferreum filum magno impetu acta transiret. Ergo atmospherica nihil artificiali electricitati concedebat. Fulgura tamen, quæ coelo tranquillo per ætatem noctu coruscant, contractionem musculorum, fortasse propter longinquitatem, progignebant nullam.

Externa igitur sive arte, sive natura excitata electricitas plurimum ad musculos in contractionem adducendos valet; idque satis superque his, quæ hactenus exposuimus, demonstratum arbitror: quæ si cui forte admirabilia videantur, non dubito, quin multo, quæ exponenda supersunt, visura sint admirabiliora. Præclara enim res Galvano se se observandam obtulit, eademque non dubium interioris cujusdam, ac in animalibus inhærentis, & eorundem propriæ electricitatis argumentum. Nam cum una manu metallicum hamulum teneret, a quo in spinalem medullam infixio præparata rana pendeat, accidit, ut pedibus rana eadem argenteam capsulam tetigerit, quam ipse manu altera tractabat. Protinus musculorum con-

tractione correpta est rana. Voluit deinde, ut capsulam tractaret alter, qui præsto erat: sed contractio nulla secuta est. Jussit porro, capsulam ab altero una manu tractari, simul se teneri manu altera; atque rursus subsiluit rana.

Sibi postmodum non pepercit Galvanus, quin experimenta alia iniret atque alia, ut quod repererat, in aperto poneretur magis, & si fieri posset, multis etiam modis confirmaretur. Eorum præcipua narrabo. Si ad præparatam ranam, atque super idioelectricum planum collocatam arcum ex materia anelextrica confectum ita admoveas, ut dum ejus extremum unum ad spinalem medullam est applicitum, extremo altero crurum, pedumve musculos tangas, statim ranam in contractionem adduces: quod si arcus ex materia idioelectricum fuerit confectus, nihil efficies. Si ranam in aquam immerferis, atque corpore quovis anelextrico spinalem medullam tetigeris, præsto erunt contractiones, aqua scilicet arcus conductoris vicem supplente: at nullæ erunt contractiones, si fuerit rana immersa in oleum; tum enim contractiones non obtinebis, nisi si arcu conductore, ut supra dictum est, utare. Denique jacente rana in plano idioelectricum spinalis medulla tangat corpus aliquod anelextricum, aliud vero corpus anelextricum similiter tangant pedes, neque secum invicem ullo modo communicent hæc duo corpora; tu sane contractiones excitabis in rana, si arcus conductoris extrema applicueris unum quidem ad unum ex duobus illis anelextricis corporibus, alterum ad alterum, etiamsi id feceris in non parva a jacente rana distantia.

Quibus in experimentis cum nulla videatur electricitatis extrinsecus advenientis suspicio subesse posse, non injuria eo adducebatur Galvanus, ut putaret, aliquid in animali corpore electricitati simillimum inesse, quod a nervis ad musculos, aut ab his ad illos tendens musculorum motus efficeret; idque, qualecumque sit, animale electricitatem vocavit, quam animalibus omnibus tribuit: eadem enim, quæ in ranis expertus erat, etiam in calidis animalibus valere iteratis experimentis extra omne dubium posuerat.

Prætereundum non est, musculorum contractiones, ceteris paribus, promptiores semper fuisse, & vividiores, si arcus conductor argenteus esset; adhuc vividiores existisse, si non totus ex eadem continua materia esset confectus, sed

ex pluribus aliis juxta alias deinceps appositis. Illud etiam notatu dignum est, quod in Galvani experimentis constans fuit, vim contractionum magnopere intendi, si frustra folii metallici, præsertim stannei, nervus qua parte eum arcus conductor tangere debebat, obduceretur; intendi minus, si obduceretur musculus; vix intendi, si musculus simul obduceretur, & nervus.

Omnia, quæ hæcenus cursim attigimus, fusius explicavit Galvanus in commentario, quem Academix tradidit, quemque in hunc librum inserimus. Ibi, postquam animalis electricitatis idem esse ingenium ostendit, ac communis, multa subtiliter excogitata, sed tamen, quæ ejus est prudentia, timide proposita subjicit, ut illud denique probabili conjectura assequatur, quomodo in uno eodem animali corpore possit duplex vigere electricitas, qualis in leydensi phiala occurrit, positiva una, altera negativa. Quo constituto se convertit ad musculorum motus illustrandos, quos suis in experimentis observavit. Tum vero multa disserit de animalibus motibus tam naturalibus, quam morbofis, sicque quanto usui suæ observationes cum physiologis, tum medicis esse possint declarat; ut propterea concludere possimus, ejus studiis nihil jam ad commendationem deesse, quandoquidem cum admirabilitate, novitateque conjunctam habent utilitatem.

De animalibus electrico ictu percussis.

Quid electricitas in animali corpore præstet, si blande administratur, tum ex his ipsis, quæ modo protulimus, Galvani experimentis, tum ex iis, quæ alias Verattus de medica electricitate disseruit, intelligi potest. Quid vero efficiat violenter administrata exposuit jampridem in Academia Verattus idem, cujus sermo cum nuper mihi in manum venerit, gratum physicis me facturum spero, si præcipua ejus capita attingam.

Cum in hominibus fulmine tactis duas potissimum lases sibi semper animadvertisse videretur, quarum altera in musculis insideret, in nervis altera, rem voluit Verattus experimentis declarare. Itaque ranas selegit, quarum & cor maxime irritabile, & artus ad subsiliendum paratissimi sunt;

atque frankliniani quadri electricitatem per earum cor traduxit, quod motum illico amisit omnem, & ita obriguit, obduruitque, ut nullo, quamvis valido, stimulo ad motum revocari potuerit. Idem postea ne dum felium, & cuniculorum cordi contingere comperit, sed etiam anguillarum, quarum tamen avulsum cor difficilium, quam ranarum, creditur motum amittere. Eodem modo, ac cor, tractavit deinde ranarum artus tum inferiores, tum superiores: neque fuit experimenti exitus dissimilis; nam muscoli numquam non rigidi facti sunt, nullo artificio mollitiem, flexibilitatemque recuperaturi. Quæ cum in Academia fusius percereret Verattus, de illo piscatore commemorabat, quem fulmine extinctum summa vir auctoritate Joannes Baptista Beccaria sua quadam in epistola narrat in toto corpore, exceptis brachiis, quæ fulmen non attigerat, obriguisset, ut nullo se inflecti pacto pateretur. Fibrarum ergo irritabilitatem electrico ictu tolli concludebat: cumque irritabilitas ab Hallero in glutine ponatur; gluten vero ex aqua, oleo, & aere conflatum putetur, conjiciebat ipse, electrica materia glutinis aerem, & aquam mirum in modum rarefieri, atque asportari: sic quidem glutine destructo perire irritabilitatem.

Ad nervos quod attinet, cum illos in ranis nudasset, qui ad crura feruntur, quadri frankliniani electricitatem coegit per ipsos secundum eorum longitudinem pervadere. Atque experimentis iterum ac sæpius captis duo hæc constantissime consequi animadvertit. Primum in ipso scintillæ ictu nervi corrugabantur: secundo quodcumque stimuli genus iis deinde admoveret, nullus in musculis, ad quos nervi pertingebant, tremor, subsultus nullus oriebatur, nullum denique in iisdem vel leve sensus indicium apparebat. Ergo electricitas ita nervorum conditionem pervertebat, ut omnis sentiendi facultas tolleretur.

Ad hæc alia adjecit experimenta in ranis plerumque capta. Ex illa capitis parte, quæ media inter oculos jacet, scintillam eliciebat validissimam. Stupidæ statim fiebant ranæ, solutæque a vinculis immotæ manebant; nisi quod sub initio universo corpore parvis, crebrisque convulsionibus concutiebantur: postea quasi mortuæ jacebant: denique, aliæ quidem citius, tardius aliæ, omnes interibant, quamquam fuissent ante aut conjectæ in aquam, aut ad spiritum ducendum

dum convenientibus stimulis provocatæ. Secto harum ranarum capite nullum in cerebro læsionis vestigium, quod oculis, etiam microscopio armatis, conspici posset, invenit Verattus. Dubitari tamen non potest, quin fulminis materia ita nervi afficiantur, ut suis fungi muneribus deinceps nequeant. Idque confirmare ii homines videntur, qui fulmine percussi, si non occumbunt, aut sensum in membris amittunt, aut motum, aut utrumque.

Ut vitum, si quod revera fieret, in cerebro detegeret, iisdem ac ranas experimentis subjicere instituit Verattus carduelles, passerulos, columbos sylvestres. Sed quantacumque diligentia post electricum ictum secto capite partes cerebri omnes, corticalem, atque medullarem substantiam, venas, arterias lustraverit, labem prorsus nullam detexit. Unum illud in omnibus comperit, cutem, unde electricus ignis exierat, ibi foramen habere impense rubrum, ac tantæ exiguitatis, ut oculum lente non armatum facile fugeret.

Non omnibus tamen calidis animalibus, quæ hisce experimentis vexata fuere, contigit occumbere: nonnulla evaserunt, sed ita labefactata, ut diu vitam ægerrime duxerint, neque nisi post longum tempus convaluerint. Id quod demonstrare videtur, electrico ictu non semper nervorum fabricam everti, sed potius aliquid inde exhauriri, atque alio asportari, quod natura reparare aliquando possit. Huc spectat columbi cujusdam ærumna, qui cum pluries validiorum scintillarum ictus perulisset, in hoc denique discrimen adductus est. Sublata est dimidia cranii pars: tum scintilla e cerebro ipso elicitæ. Violentissimæ primum exortæ convulsiones; ab his animal quasi mortuum aliquandiu jacuit: exinde symptomata varia secuta, quæ partim ab scintilla electrica, partim ab avulso cranio repeti poterant. Post hæc vomitu omnia, quæcumque stomacho gerebat, rejecit columbus, videbaturque minus jam male habere. Omne deinceps cibum respuit; sola vevescebatur aqua, quam avidè, copioseque haurebat; idque fecit ad dies quinque, quibus etiam stare non poterat, & si quando erigebatur, statim corruebat. Hoc elapso tempore cibo indulgere cœpit: tum vero vires resciri, vulnus paulatim coalescere: denique post mensem capiti integumentis, ac plumulis restitutis columbus plane convaluisse videbatur.

Hic a brutis ad homines transibat Veratti sermo, atque luctuosissimo Richmanni casu commemorato, quem omnibus jam notum libenter præterimus, de muliere narrabat fulmine correpta, da qua olim in Academia disseruerat Ballantus. Hæc repente in terram ruerat omni cum motu, tum sensu destituta. Quæ præsto essent incassum adhibitis remediis, e vestigio incisa vena sanguis missus est. Oculos tum aperire, & vocem edere mulier coepit: sed eam, qui aderant, cum erexissent, stare non potuit. Ad nosocomium itaque delata est. Ibi interrogata quid mali ei contigisset, illapsi fulminis nullo modo conscia sibi erat, nec fuit imposterum umquam. Compluribus atris maculis colore ad rubrum vergente conspersa erat in scapulis, atque dorso, parte præsertim sinistra. Febre, quæ ad plures dies duravit, propulsa dolor perstitit in cruribus molestissimus, de quo etiam domum reversa conquerebatur, & tanta virium inopia, ut familiaria munia obire non posset.

Adhuc & experimentis arte in brutis captis, & notatione eorum, quæ hominibus natura accidissent, quam infensa musculis, atque nervis violenter administrata electricitas esse possit ostendebat Verattus. Plurimis collatis hujusmodi observationibus tandem physiologis dabitur, quid istud sit definire, quod electricitas in musculis, atque in nervis parit, quo suis fungendis muneribus impares efficiuntur. Atque hac scilicet spe ducti & sua Verattus experimenta susceperat, & ea nos in hunc commentarium contulimus.

De immixto fluidis aere.

AD eum, de quo hætenus diximus, sermonem adjunctæ erant pagellæ non paucæ, in quibus Veratti uxor, Laura Bassia, multa notaverat, quæ olim in Academia disputavit, ad eum aerem pertinentia, qui fluidis immixtus, dum hæc boyleano vacuo committuntur, evolvitur, extricaturque. Tantæ femine, in physicis versatissimæ, non sunt negligenda cogitata: nam si minus legem naturæ expromunt aliquam, at viam certe aliis sternere possunt, qui expromant. De illis agebatur aeriis bullis, quæ in vasorum, quibus fluida continentur, fundo, ac parietibus, cum primum ab ex-

cupulo, sub quo vasa collocata sunt, aer educitur, emergere consueverunt. Harum enim bullarum aerem non e vasorum materia, sed e fluidis maximam partem erumpere id argumento est, quod vase retento eodem non eadem semper est bullarum ratio; sed pro diversis infusis fluidis modo citius apparent, modo tardius, & modo confertiores sunt, & grandiores, modo rariores, tenuioresque. Quæ res omnem etiam suspicionem avertit, effici bullas illas ab aere, qui interiori adhærens vasis superficiei, dum infunditur fluidum, inter hanc ipsam superficiem & fluidum reliquus esse potest: præsertim cum illas bullarum anomalias observaret Bassia non eodem solum vase cum diversis fluidis adhibito, sed illo etiam eadem ratione, antequam fluidum exciperet, præparato. Cum itaque aerem illum a fluido esse in aperto posuisset, cœpit ipsa quid causæ sit cogitare, cur ad vasorum superficiem, ac præcipue ad fundum idem colligatur: bullas enim ad fundum confertiores, majoresque semper deprehenderat, quam ad latera. Nullam vero invenit aptiorem, potioreque attractione. Putavit ergo attractione vasorum fieri, ut immixtus fluidis aer, sublata atmosphæræ pressione relaxatus, ad latera, & ad fundum accurrat, ibique in bullas cogatur, quæ sensim crescentes tandem specifica levitate actæ attractionem, qua detinebantur, vincant, atque ad fluidi superficiem trudantur, in eaque dissiliant. Quam sane opinionem non levibus, si quid judico, argumentis confirmabat.

Nam cum in vas vitreum aquam primum coniecisset, tum olivarum oleum, quod propter minorem gravitatem superstabat, vas intra machinæ pneumaticæ excipulum conclusit. Primo exantlato aere bullæ complures ad vasis fundum, atque ad latera, quousque aqua pertingebat, apparere admodum multæ; nullæ qua parte oleum degebat: constat autem, aerem revera ab oleo tardius, quam ab aqua extricari. Alio aere exantlato bullæ illæ grandiores factæ sursum per aquam ferebantur, sed in oleum incurrentes aliquantisper consistebant, mox oleum quoque transgressuræ. Postea rarefacto magis magisque excipuli aere cœperunt bullulæ ab oleo etiam erumpere. Hæ ad latera vasis, atque ad superficiem utrumque fluidum discriminantem confluebant. Majores deinceps factæ sublime ferebantur & ipsæ, atque ad summam olei superficiem in vanum abibant.

Hoc

Hoc non contenta experimento aliud instituit hujus in eo solum diffimile, quod oleum tartari, & vini spiritum adhibuit. Data opera selegit fluida hæc duo; ut scilicet fluidorum in vase ordo inverteretur, essetque tardius ad aerem suum relaxandum quod gravius est, & subsidere debet, promptius vero quod est minus grave, & debet superflare: experimentis enim in singulis fluidis ante institutis noverat, aerem segnius ab oleo tartari evolvi, quam a vini spiritu. Fuit autem experimenti exitus, qualem e Bassiæ opinione esse oportebat: nimirum rarefacto primum excipuli aere bullæ ad commune fluidorum confinium, & ad latera vasis superiora apparuere; tum alio atque alio exantlato aere conspici cœperunt ad fundum quoque vasis, & ad inferiora latera.

Quod si quis forte putaret, aeriarum bullarum ad vasorum fundum, ac parietes confectionem ex eo repetendam esse, quod minuta exterioris aeris pressione aer fluido commixtus in omnem relaxatur partem, tendensque non minus sursum, quam deorsum, atque ad latera, effugit quidem sursum, qua parte nihil obstat, sed ad latera, & ad fundum vase ipso impeditus subsistere cogitur, sicque ibi in bullas coacervatur; videat, ne contra se primum faciat experimentum, in quo aer ab aqua evolutus fundum utique vasis, & latera occupavit, superficiem inferam olei superjecti minime attigit: quod ostendere videtur, plus ab vitro, quam ab aqua trahi aerem, plusque ab aqua, quam ab oleo.

Quamquam cum experimenta hanc in rem sumpisset alia atque alia, sibi visa est Bassia deprehendere, attractionem, qua aer ad latera, & fundos vasorum, atque ad confinia fluidorum diversorum propellitur, non semper rationem sequi densitatis, sed quædam esse corpora, in quibus major est, quam densitatis ratio postulat; in quo quidem huic aeri similiter accidit ac luci, quam Newtoniani docent a quibusdam corporibus plus trahi, quam quantum ferre densitas potest.

Denique illud etiam animadvertit, quod attractionem plurimum commendare videtur, bullas aerias confertiores fieri in apicibus corporum, atque cuspidibus, quam in superficiebus æquabilibus. Insignem autem cuspidum, & angulorum attrahendi vim declarare etiam videtur mira in his insita

sita electricitatis alliciendæ facultas. Atque huc fere præcipua redibant, quæ a Bassia in pagellis notata reperimus. Nunc physicis dimissis geometrica aggrediamur.

GEOMETRICA.

De conicæ sectionum organica descriptione.

HAud scio an ullæ sint in omni geometria lineæ curvæ, quas physici tam sæpe præ manibus habere debeant, si leges exponere velint, quibus mundi phænomena adstricta sunt, quam conicæ sectiones. His enim delectari quodammodo natura videtur vel propter simplicitatem, & elegantiam, vel propter quamdam, ut ita dicam, œconomiam. Sed has mente concepissem, earumque proprietates animo perspexissem satis tibi erit, si in sola physicarum rerum contemplatione versari velis: easdem describere, & in plano absolutissime exprimere debebis, si ad usum etiam conceptas mente res cupias revocare, & uberiores tuarum meditationum fructus colligere. Præclare igitur cum physicis egisse, optimeque de eorum arte meruisse censendus est mathematicus præstantissimus, idemque Italicæ Societatis, quæ suis editis voluminibus nomen, & famam jam ubique terrarum adeptæ est, auctor, vel potius parens, Antonius Marius Lorgna; qui ita in sublimioris, reconditiorisque matheseos studio versatur, ut nullam tamen prætermittat occasionem ea etiam exornandi, quæ cum in usu sint posita, sine hominum manu, atque opera perfici non possunt. Is enim elegantissimam naturæ conicarum sectionum proprietatem, novam inde rationem duxit has curvas describendi, expeditam illam quidem, atque iis fallaciis vacuum, quibus ceteræ vulgò notæ constructiones obnoxia esse solent. Nam non filis utitur, sed omnino rigidis regulis; id præterea habet commodi, quod non, ut plerumque fit, aliud parabola, aliud ellipsis, aliud hyperbola postulat instrumentum, sed una eadem instrumenti forma curvas tres æque describit omnes. Parvo quidem opusculo res tota concluditur, sed ita nitido, elucubratoque, magno ut ab ingenio profectum se satis ostendat.

De polygonoidum area.

NEque minus ingeniosa sunt, quæ a Casalio excogitata mensuram ejus figuræ exhibent, quam uno suo angulo polygonum regulare describit, dum in plano juxta rectam lineam volvitur. Continetur hujusmodi figura linea recta modo dicta, & arcubus aliis secundum alios positis, qui constanter angulum polygoni exteriorem subtendunt, sed ad circulos pertinent alios atque alios, quorum scilicet radios metiuntur aliæ ex aliis lineæ, quæ ab uno polygoni angulo ad ceteros duci possunt. Eam jure polygonoidem Casalius appellat, quippe quam polygonum generat; ejusdemque aream jam demonstraverat æquari areæ figuræ generantis, & duobus præterea circulis huic circumscriptis, si figura quidem generans tria haberet, aut quatuor, aut sex latera. Idem postea elaboratori demonstratione etiam in laterum quinque numero valere ostendit. Neque hic de Saladini industria tacendum est, qui rem eandem ad heptagonum deinde transtulit, atque ad enneagonum, in quibus erat demonstratio multo laboriosior. Sed adhuc tam Casalii, quam Saladini demonstrationes de concinnitate, & elegantia, præfertim in re plerumque difficili, laudabantur; ex tamen non erant, quæ aditum ad idem in figuris ceteris ostendendum aperirent, in quibus ceteroqui nemo dubitabat, quin theoremata æque valeret. Quare omne denique tulisse punctum Casalius visus est, cum demonstrationem est assecutus, quæ polygonoides omnino omnes, atque adeo cycloidem ipsam complecteretur. Eam qui legerit in opusculis, facile intelliget, plane nos, dum nobilissimo auctori gratulamur, ab assentionis suspicione abesse.

De polygonoidum perimetro curvilinea.

CUM sua de polygonoidum area ad Academiam attulisset Casalius, fuerunt qui cuperent de perimetro etiam cognoscere. Vix enim dubitari poterat, perimetri quoque mensuram certa adstrictam lege esse, quæ cum in omni valeat

leat polygonoidum genere, tandem in cycloidem ipsam conveniat. Itaque cum Caladius hanc a se partem intactam relinqui significasset, Sebbastianus Canterzanus ad eam statim se investigationem convertit, in qua non fuit illi diu laborandum. Nam vocato n numero laterum polygoni figuram, cujus mensura perimetri quaerebatur, generantis, factoque $= 1$ radio circuli polygono circumscripti, & $= \pi$ ejus semiperipheria, facile rem eo deduxit, ut omnino de duarum ferierum geometricarum summa invenienda ageretur; quæ cum paratissima semper sit, illud nullo labore confecit, curvilineam polygonoidis perimetrum hac brevissima formula com-

prehendi: $\frac{4\pi \cdot \sin \frac{\pi}{n}}{1 - \cos \frac{\pi}{n}}$, nempe duplo arcui æquari, quem in cir-

culo circumscripto latus polygoni subtendit, in rationem finus recti ad sinum versum dimidii ejusdem arcus ducto. Quo-

niam vero est semper $\frac{\sin \frac{\pi}{n}}{1 - \cos \frac{\pi}{n}} = \frac{1 + \cos \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n}}$, idcirco cum de cy-

cloide quaeritur, in qua sit $\cos \frac{\pi}{n} = 1$, & $\sin \frac{\pi}{n} = \frac{\pi}{n}$, in-

venta modo formula abit in hanc $\frac{4\pi \cdot 2}{\frac{\pi}{n}}$, idest $4 \cdot 2$, quæ qua-

tuor commonstrat circuli genitoris diametros, quibus revera pervulgata, atque omnibus notissima totius cycloidalis arcus mensura continetur.

Restat, ut theorema attingam non contemnendum, quod a sua illa formula polygonoidum perimetrum exprimente deducebat Canterzanus. Si dati circuli circumferentia in partes æquales dividatur numero n , atque ab uno divisionis puncto ad reliqua omnia chordæ ducantur, numquam non erit summa chordarum omnium æqualis diametro ductæ in rationem finus recti ad sinum versum unius dimidiæ partis. Nam si ponatur $= 1$ radius dati circuli, & $= \pi$ semiperipheria, tum vero chordæ modo dictæ denotentur symbolis a , b , c , &c.; quoniam $\frac{2\pi}{n}$ est arcus in dato circulo subtendens angu-

lum exteriorem polygoni, quod oriretur ductis subtentis partium æqualium, in quas circumferentia tributa fuit, propterea factis analogiis $1 : \frac{2\pi}{n} :: a : \frac{2\pi \cdot a}{n}$, $1 : \frac{2\pi}{n} :: b : \frac{2\pi b}{n}$, $1 : \frac{2\pi}{n} :: c : \frac{2\pi c}{n}$, &c. patet $\frac{2\pi \cdot a}{n}$, $\frac{2\pi \cdot b}{n}$, $\frac{2\pi \cdot c}{n}$, &c. esse arcus subtendentes angulum exteriorem ejusdem polygoni in circulis, quorum radii sint chordæ aliæ atque aliæ a , b , c , &c., de quibus loquitur theorema. Atqui horum arcuum summa $\frac{2\pi \cdot a}{n} + \frac{2\pi \cdot b}{n} + \frac{2\pi \cdot c}{n} + \text{\&c.}$ clarum est, curvilineam polygonoidis, quam modo dictum polygonum gigneret, perimetram contineri. Ergo denotante S chordarum illarum summam formula $\frac{2\pi \cdot S}{n}$ polygonoidis perimetrum exprimet. Sed eandem

exprimit etiam formula $\frac{\frac{4\pi}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{n}}{1 - \cos \frac{\pi}{n}}$. Ergo $S = \frac{2 \cdot \sin \frac{\pi}{n}}{1 - \cos \frac{\pi}{n}}$, quem-

admodum theorema ponebat. Verum de polygonoidum perimetro hæc indicasse sufficiat.

De figuris angulos introeuntes habentibus.

ANtequam geometrica dimitto, non possum quin ad Cassalium rediens de quodam ejus theoremate dicam, elegantissimi sane, & suis corollariis ornato, quod olim ipse invenit, cum studio militaris architecturæ, quam in Scientiarum Instituto proficetur, impensius operam navaret, naturamque figurarum, quæ angulos aliquos habeant introeuntes, intime scrutaretur. Theorema sic se habet. Si numerus angulorum figuræ introeuntium sit i , prominentium vero sit p , differentia inter angulos introeuntes, & angulos prominentes valebit bis tot rectos angulos, quot sunt unitates in numero $p - 2 - i$; ita quidem ut si per π denotetur summa duorum rectorum, & per d differentia modo dicta, sit $d = (p - 2 - i) \pi$.

Theorematis hujus demonstratio in promptu erit, si duo animadvertantur. Primum sic est: quæcumque sit figuræ forma, lineis intra ipsam ducendis, quæ angulos jungant, tota ejus area sic semper tribui potest in triangula, ut & triangulorum numerus sit ipse angulorum figuræ omnium numerus

quæ

duabus unitatibus minutus, & eorundem triangulorum anguli omnes simul accepti angulos figuræ cunctos exhauriant, qui ad interiorem partem spectant; ut propterea summa angulorum omnium figuræ interiorum sit $= (i + p - 2) \pi$. Alterum est hujusmodi: si ab hac summa toties recti quatuor demantur, quot sunt anguli introeuntes, non solum detrahuntur introeuntes interiores, quos theorema non complectitur, sed introeuntes etiam exteriores, quos complectitur theorema; ideoque hac facta subtractione, quæ quidem fit demendo $2i\pi$, existet differentia inter introeuntes angulos, & prominentes, quam posuimus d . His animadversis statim apparet, esse $d = (i + p - 2) \pi - 2i\pi$, idest $d = (p - 2 - i) \pi$, quemadmodum fert theorema.

Hic perspicuum est, summam prominentium angulorum summa introeuntium esse majorem, si prominentium numerus duabus unitatibus minutus major sit numero introeuntium; quod si fuerit minor, etiam primam summam minorem esse altera: quotiescumque vero prominentium numerus duabus unitatibus numerum introeuntium superat, differentiam inter utrosque nullam esse; eandem denique rectis quatuor æquari, si quot introeuntes, tot sint & prominentes anguli. Quæ postrema duo evenire non possunt nisi in figura, cujus omnium sive angulorum, sive laterum numerus sit par. Nequit enim esse $p - 2 - i = 0$, quin sit omnium angulorum numerus $p + i = 2 + 2i$, idest par; similiterque fieri non potest, ut sit $p = i$, quin sit $p + i = 2i$, qui etiam est numerus par.

Omnia hæc cum in Academia uberiori sermone explicasset Casalius, ad militarem architecturam se retulit, nonnullosque sui theorematibus usus demonstravit. Cumque pro ea munendi ratione, quæ nostris temporibus ubique gentium recepta est, in munimentorum figuris numerus introeuntium angulorum ad numerum prominentium sit, uti 2 ad 3, statim apparet, formulam supra positam multo fieri simpliciore, quippe quæ abit in hanc $d = (i - 4) \frac{\pi}{2}$ propter $p = \frac{3}{2}i$.

Hinc si agatur de munito quadrato, cum sit $i = 8$, erit $d = 2\pi$; si de pentagono, cum sit $i = 10$, erit $d = 3\pi$; si de hexagono, $d = 4\pi$, & ita porro; ut illud facile perspiciatur, in munito polygono differentiam prominentes inter & introeuntes angulos æquari summæ angulorum omnium polygoni ejusdem antequam muniretur.

Quo.

Quoniam vero in omni munitione angulorum genera occurrunt omnino tria; nam alius est angulus defensus (sic enim appellant) alius angulus humeri, alius denique angulus ax ; si munitione regularis sit, datis duobus ex his angulis facile erit ex allata formula tertium invenire. Id autem exemplis declaravit Casalius, quæ statim expedito. In hexagono munito sit angulus defensus graduum 90, angulus humeri pariter graduum 90: quæritur angulus ax . Cum tot sint propugnacula, quot sunt muniti polygoni anguli, atque ad unumquodque propugnaculum unus pertineat angulus defensus, duo vero humeri, erunt in hexagono anguli defensi sex, anguli humeri duodecim; quorum omnium summa erit 9π , ponitur enim unusquisque eorum rectus. Atque hi omnes anguli prominentes sunt. Vocetur x numerus graduum anguli ax , qui quæritur. Cum in hexagono anguli ax sint duodecim, hique introeuntes, erit summa introeuntium $12x$. Hinc differentia prominentes inter & introeuntes = $9\pi - 12x$. Sed modo ostendimus, hanc differentiam esse 4π : ergo $4\pi = 9\pi - 12x$. Quare $x = \frac{5\pi}{12} = \text{grad. } \frac{900}{12} = 75$.

Rursum sit angulus defensus graduum 75, angulus ax graduum 90; atque sit definiendus in hexagono munito angulus humeri. Numerus graduum hujus anguli ponatur x . Anguli omnes humeri simul accepti gradus efficient $12x$. Sed anguli defensi efficiunt gradus 450. Ergo summa prominentium angulorum est $12x + 450$. Porro anguli ax omnes valebunt gradus 1080: atque hi sunt introeuntes. Differentia igitur inter prominentes, & introeuntes est $12x + 450 - 1080$, nempe $12x - 630$. Sed debet esse 4π , nempe gradus 720. Ergo $12x - 630 = 720$; quare $x = \frac{1350}{12} = 112.50'$.

Denique in operibus stellatis, quæ aliquando in urbium vel oppugnatione, vel propugnatione usu veniunt, si anguli prominentes sint inter se æquales, itemque æquales sint inter se introeuntes, nihil facilius, quam ex inventa formula angulum prominentem colligere ex dato introeunte, aut introentem ex dato prominente. Cum enim in his operibus sit $i = p$, erit, uti supra dictum est, differentia inter prominentium summam, & summam introeuntium 2π . Quare si n sit numerus angulorum sive prominentium, sive introe-

troeuntium, x vero numerus graduum cujusque prominentis, y numerus graduum cujusque introeuntis, erit quidem $ny - xx = 2\pi$, ideoque $y - x = \frac{2\pi}{n}$, ut dato y innotescat x , & vicissim innotescat y dato x . Sic suum theorema a geometria ad militares usus flectebat Casalius, faciebatque, ut idem non pulchrum solum, sed etiam utile esset habendum.

MECHANICA.

De quadam Galilei demonstratione.

Absurdam legem eum ponere, qui statuat, corporis gravitate acti velocitates emensorum spatiorum rationem sequi, ostendit suis in dialogis Galileus argumento brevissimo, quod huc recidit. Si descensus velocitas tanta sit, quantum est spatium, quoniam descensus tempus spatio exprimitur per velocitatem diviso, erit tempus hoc constans, a quacumque altitudine descenderit corpus. Constans autem esse nequit, nisi sit nullum pro altitudine qualibet: quantulumcumque enim poneretur esse pro altitudine una, quacumque illa tandem sit, majus certe esse deberet pro altitudine majori, nec constans esset. Ergo illa lege posita motus non fieret in tempore. Ergo absurda lex est. Quo in argumento sunt qui ita negent demonstrationis vim inesse, ut fallaciam etiam latere affirmant. Multi propterea de eo scripsere viri celeberrimi, in primis Gassendus, Fermatius, Riccatus; quorum alii eo contenti esse videntur, ut quid argumentum peccet proferant, alii longius progressi quomodo emendari queat etiam ostendunt. Atque haud diu est, cum Joannes Andres hispanus italicæ gloriæ ita studiosus, ut omnem omnis ævi litteraturam italicis litteris non minus eloquenter, quam ingeniose expresserit, hoc etiam bene de Italis meruit, quod Florentini philosophi argumentum ab erroris nota tueri voluit, eaque de re epistolam Casalio nostro, Senatori amplissimo, litteratissimoque, inscripsit. Sed, quod subtilioribus in quæstionibus evenire solet, ut quod alii pro satis perspecto habent, in eo alii non putent sibi acquiescendum, Alphonsus Bonfiolus, Præsul nobilissimus, mathematicis studiis, & eloquentiæ laude clarus, ut hispani hominis voluntatem valde

de commendat, ejus tamen rationes haud omnino probandas censet. Quare minus probet declarat in epistola ad nobilem virum, Joannem Franciscum Malfattum, data, quem socium Riccatianæ disciplinæ percipiendæ habuerat, quique mathematicis deinde operibus editis magnum sibi nomen peperit. Epistolam recitavit Bonfiolus in Academia anno supra millesimum septingentesimum nono & septuagesimo: eademque mihi non multo post tradita est huic tomo mandanda. Qui hujusmodi quæstionibus delectantur, quæ delicatiorem ingenii aciem requirunt, non sine voluptate, & quæ Andres, & quæ Bonfiolus conatus sit videbunt.

*De formula planetæ velocitatem
exprimente.*

HUjus esset loci de formula verba facere, qua Franciscus Maria Zanottus planetæ in puncto orbitæ quovis velocitatem elegantissime expressit. Quamquam enim ad astronomiam id pertinere videatur, tamen suo sermone Zanottus ipse non tam astronomiam, quam mechanicam ornare se voluisse fatetur. Sed cum ea de re agatur, quam referre velle perinde sit ac velle ipsum auctoris sermonem exscribere, quoniam is in opusculis existat, ad eum statim lectorem allegandum censemus. Nec vero dubitamus, quin, sermonem cum legerit, gratias Frisio, homini ad effundendas laudes minime proclivi, habeat, qui quoddam Zanotti theorema laudando effecit, ut is suum amare theorema cœperit, de eoque exornando cogitarit, unde sermo ille existit nitidus usquequaque, & cœlesti mechanicæ perutilis.

ANALYTICA.

*De quarundam formularum exponentialium
integratione.*

ANalytica recensere aggrediens ab eo exordior, quod cum Vincentii Riccati opusculis in superiori tomo editis conjunctionem habet. Inquirebat nempe mathematicus ille

præstantissimus in motus rectilineos corporis attracti, aut repulsi a centro virium mobili, sive gradiatur corpus illud in spatio vacuo, sive in medio resistente. Ejus autem indagationis ut exitum inveniret, opus illi fuit formulas quasdam exponentiales integrare, quarum, ut tum erant integralis calculi regulæ, non ita in promptu erat tractatio. Sed, quo erat ingenio, artificia excogitavit, integrationesque, quas volebat, affectus rem, quam susceperat, penitus absolvit. Exinde vero intelligens, integrationes illas multo expeditiores fore, si generaliter tractari possent formulæ $\gamma \phi^p d\phi$ (Sc. $q\phi$)^{m·n} (Cc. $q\phi$)ⁿ, & $y \phi^p d\phi$ (Sh. $q\phi$)^{m·n} (Ch. $q\phi$)ⁿ, in quibus q est constans coefficientis, & p numerus quilibet integer, & positivus, cœpit harum scilicet formularum integrationem moliri, quæ id temporis aut nusquam inventa, aut, si inventa alicubi, certe ad ipsum nondum perlata erat. Qui fuerit suæ molitionis successus opusculo declaravit, quod Tarvisio, quo concesserat, ut cum Jordano fratre communibus studiis vacans extremum vitæ tempus tranquille, placideque traduceret, ad Academiam misit. Ex ipso cognoscere licet, quam ingeniose, ac feliciter vestigiis insistens ipse suis eodem evenerit Riccatus, quo alii deinde viri clarissimi tramite perducti sunt longe alio.

De linearibus æquationibus integrandis.

TRanseo jam ad æquationes lineares, quarum quidem generalis integratio multorum exercuit ingenia; sed facile crediderim, neminem adhuc tam longe progressum esse, quam Franciscum Petium, Genuensem hominem, ad mathematica studia natum, in quibus, etsi valde juvenis est, ita inter Italos excellit, ut in paucis sit numerandus. Is præclara theoremata detexit, remque eo deduxit, ut, si qua spes est hujusmodi æquationes generaliter integrandi, tota in eo studio posita esse videatur, quo se in suo incepto permansurum promittit. Hactenus autem in æquatione lineari constitit duas variables complectente, cujus ordo est n , & forma omnino generalis. Conditionis quam vocat, æquationem primum sibi comparat, quæ si resolvatur, multiplicator se prodit, cujus ope æquatio proposita eam formam acquirit, quæ sit integrationis compos. Est vero hæc conditionis æquatio
ejus.

ejusdem quidem ordinis, ac proposita, sed hoc illa simplicior, commodiorque, quod homogeneous comparationis est nihilo æquale. Tum inducto in æquationem propositam multiplicatore modo dicto formam assequitur æquationis ordinis $n - 1$, quæ est propositæ integrale completum. Post hæc ponit, tractari eadem ratione integram hanc æquationem, quæ ordinis est $n - 1$; tum novam integram, quæ est ordinis $n - 2$; & ita porro: sic formam denique æquationis obtinet, quæ sit propositæ æquationis integrale completum ordinis $n - m$. Atque hæc quidem æquatio, si quando accidet, ut cognosci queat, jam posito $m = n$ simul integrale completum finitum ipsum cognoscetur. Quanta vero industria, quantum ingenium, studium quantum in elaboratissima hac Petii lucubratione eniteat, is solum intelligere potest, qui harum rerum gnarus ad ipsum ipsius opusculum attente considerandum se applicet. Nunc ad ea propero, quæ minus subtilia referri commodius possunt.

De æquatione, cujus radices sunt binarum alterius æquationis radicum summæ.

SI denotent A', A'', A''' , &c. coefficientes terminorum æquationis $\Gamma = 0$ habentis pro radicibus summas binarum radicum æquationis $\Pi = 0$, cujus gradus exprimitur numero generali m , coefficientes vero terminorum symbolis a', a'', a''' , &c., quomodo coefficientis quilibet A^p per præcedentes A, A', A'', A''' , &c., & per a', a'', a''' , &c. definiatur, jam in sexti tomi commentario quoddam Sebastiani Canterzani theorema exponentes docuimus. Continetur autem formula illum coefficientem exprimens termino $(m - 2^{r-1}) a^p$ & summa quadam finita, in qua variari ponitur numerus m ita quidem, ut ejus differentia sit unitas positiva. Quamquam vero summa hæc, ad quam conficiendam oportet pro A, A', A'', A''' , &c. substituere eorum valores ante inventos, & per a', a'', a''' , &c. datos, tot nanciscatur terminos, quot habet unitates una dempta numerus afficiens potestatem z^r in serie ab evolutione fractionis $\frac{z^r}{(1-z)(1-z^2)(1-z^3)\dots}$ orta, qui sane numerus per-

magnus est, si sit r magnus; tamen e notis calculi integralis

lis regulis esset ejus confectio semper paratissima, nec quidquam difficultatis haberet, nisi termino cuique foret constans quantitas addenda, quæ plerumque quomodo inveniri queat non satis perspicitur. Ac facilem quidem monstraverat Canterzanus viam, quam in illo commentario indicavimus, constantes definiendi illas, quæ terminis conveniunt continentibus primas tantum quantitates a', a'', a''' , &c. ad a^e usque, si e sit maximus numerus, qui efficit $\frac{e(e-1)}{2}$ minorem, quam r . Verum generalem, & ad aliorum etiam terminorum constantes patentem rationem nondum invenire potuerat. Quæ res non destitit eum sollicitum habere, propterea quod satis sui theorematis usui consultum esse non putabat, donec anno millesimo septingentesimo quinto & octogesimo cum per otium se ad hujusmodi studia retulisset, multaque animo volveret, quæ ad illam rem pertinerent, factum forte est, ut in id, in quo acquiescere, & satisfacere sibi posset, denique inciderit. Res sic est.

Primum summæ finitæ, quibus valores quantitatum A'' , A' , &c. continentur, ex ordine conficiantur, singulosque terminos constantes singulæ compleant symbolis generalibus indicatæ C, C', C'' , &c: atque existent valores quantitatum A'' , A' , &c nullis summis finitis implati, & omnino per a', a'', a''' , &c., & per constantes C, C', C'' , &c., nec non per numerum m dati. Tum vero in æquatione $\Pi = 0$ ponatur $x + 1$ pro x , ut æquatio $\Delta = 0$ existat, cujus radices sint ipsæ radices æquationis $\Pi = 0$ unitate minutæ. Atque symbolis $\beta', \beta'', \beta'''$, &c si coefficientes denotentur æquationis $\Delta = 0$, erunt utique $\beta', \beta'', \beta'''$, &c quantitates per a', a'', a''' , &c. datæ. Dubium autem non est, quin æquatio $\Lambda = 0$, cujus radices sunt binarum radicum æquat omnis $\Delta = 0$ summæ, similiter detur per $\beta', \beta'', \beta'''$, &c, ac æquatio $\Gamma = 0$ data est per a', a'', a''' , &c. Quod si intelligantur hujus æquationis $\Lambda = 0$ coefficientes denotati symbolis B', B'', B''' , &c, erit B^p datus per $\beta', \beta'', \beta'''$, &c, & per constantes C, C', C'' , &c, nec non per numerum m eodem prorsus modo ac datus est A^p per a', a'', a''' , &c., & per constantes eadem C, C', C'' , &c, & per numerum eundem m . Cumque nequeant ejus æquationis $\Lambda = 0$ radices esse summæ binarum radicum æquationis $\Delta = 0$, nisi sint ipsæ radices æquationis

$\Gamma = 0$ duabus unitatibus minutæ, consequens est, ut eadem æquatio $\Lambda = 0$ prodire debeat, si in æquatione $\Gamma = 0$, cujus incognita ponitur esse y , pro y substituatur $y + 2$. Hac igitur peracta substitutione valores prodibunt quantitatum B' , B'' , B''' , &c per A' , A'' , A''' , &c dati. In his sumatur valor coefficientis B^p ; atque existet æquatio, cujus primum membrum est B^p , alterum omnino per A' , A'' , A''' ... A^p , & per m datum est. Nunc in hac æquatione pro B^p substituatur ejus valor, quem supra diximus datum esse per β' , β'' , β''' , &c, & per C' , C'' , C''' , &c. & per m ; tum vero pro β' , β'' , β''' , &c substituuntur eorum valores dati per a' , a'' , a''' , &c; ac denique pro A' , A'' , A''' ... A^p substituuntur eorum valores per a' , a'' , a''' , &c, & per C' , C'' , C''' , &c, & per m dati. Sic deducta eo erit æquatio, ut nullas alias præferat quantitates, nisi a' , a'' , a''' , &c, & præterea numerum m , cujus numeri functionibus constantes C' , C'' , C''' , &c complectentibus coefficientes terminorum continebuntur. Jam vero termini hujus æquationis omnes in unam partem conferantur, ut sit eorum complexio tota nihilo æqualis: atque constat, fore nihilo æqualem terminum unumquemque. Cum enim quantitates a' , a'' , a''' , &c nullam habeant secum invicem conjunctionem, nequit æquatio tota nihilo æqualis esse, nisi sit nihilo æqualis congeries omnium partium, quæ eodem modo ex illis quantitativibus a' , a'' , a''' , &c constentur: congeries autem quæque omnium partium, quæ eodem modo ex quantitativibus illis constentur, unus est æquationis terminus. Quin etiam cum e numero m nullo modo pendeant constantes C' , C'' , C''' , &c, erit nihilo æqualis non solum cujusque termini coefficientis, sed etiam coefficientis ipsius pars quæque ex terminis constans eandem numeri m potestatem complectentibus. Tot igitur in promptu erunt ad constantes C' , C'' , C''' , &c definiendas æquationes, quot sunt non dicam termini, sed diversorum terminorum diversis numeri m potestatibus affectæ partes. Quare verendum minime est, ne definiendis constantibus æquationes desint. Sic methodo una, eaque nulla singulari hypothese adstricta constantes definiuntur omnes.

Cum hæc in Academia exposuisset Canterzanus, quædam etiam addidit, quibus descriptam methodum illustrabat, ejusque usum commodiorem efficiebat. Ac primo notabat, id in hac methodo commodi inesse, quod ad constantes definiendas,

das, quæ terminis serviunt quantitatis cujuscvis A^p , necesse non est, constantes ante invenisse inservientes quantitibus A'' , A''' A^{p-1} , quæ ipsam A^p ordine præcedunt; eodem enim calculi contextu, dum constantes definiuntur ad A^p pertinentes, simul illæ definiiri possunt, quæ pertinent ad præcedentes: quamquam multo expeditior erit calculus, si inventis prius constantibus, quæ præcedentium quantitatum A'' , A''' A^{p-1} sunt propriæ, illæ dumtaxat definiendæ sint, quæ propriæ sunt quantitatis A^p , ut potest unusquisque facile per se intelligere. Monebat deinde, in tanta æquationum copia, quantam quidem exposita methodus suppeditat, æquationis, cujus singulæ partes nihilo æquales ponuntur, terminos complures inutiles fieri; eoque calculi, qui primo prolixus valde, & operosus videtur, laborem non parum minui. Cum enim non omnes illius æquationis termini adhibendi sint, primum seligantur illi, qui e partibus constant paucioribus, & per hos constantes definiantur, quæ definiiri per eos possunt: his vero definitis definiantur ceteræ ex æquationis terminis, qui e partibus constant non ita paucis. Termini autem simpliciores a minus simplicibus non difficile fcerni possunt etiam antequam multiplicationes, quæ ab initio solum indicandæ sunt, perficiantur: ut propterea illæ tantum indicatarum multiplicationum partes absolvi possint, quæ optatos exhibent terminos, reliquis omnino neglectis; id quod calculum mirum in modum contrahit. Quamquam potest calculus contrahi etiam sic. Quoniam quæ inveniendæ sunt constantes valorem retinent eundem, quicumque fuerit numerus m , fingatur $is = 0$, provenietque æquatio, cujus singulæ partes sunt statuendæ nihilo æquales, multo simplicissima: quæ si ad constantes omnes definiendas minime sufficiat, investis in æquationem constantium jam definitarum valoribus fingatur etiam $m = 1$; & erit illa æquatio adhuc valde simplex. Quod si his peractis constantes nondum definitæ fuerint omnes, fingatur $m = 2$, & ita porro. Sic enim propter magnum partium, quæ investis in æquationem constantium ante definitarum valoribus inter se mutuo eliduntur, numerum erit semper æquatio satis simplex, eoque nomine maxime tractabilis. Sed industrii analytæ est alia, si qua sint, quæ calculi laborem minuere possint, pro re nata cognoscere. Nobis satis sit præcipua indicasse.

ASTRONOMICA.

De cometæ theoria ex tribus observationibus.

Sequitur, ut astronomica exsequamur, quorum in numero Saladini opusculum ponimus, cujus in extremo superioris tomi commentario mentionem fecimus; multum enim, practicum quam vocant, Astronomiam juvare potest. Nempe cum ex tribus datis cometæ locis geocentricis trigonometrica methodo sint parabolicæ orbitæ elementa definienda, docuerat jam Eustachius Zanottus in opusculo, quod in tertio horum commentariorum tomo prodiit, quomodo id præstare possimus sumendo arbitrato nostro heliocentricas cometæ a tellure distantias ducibus ex tribus datis geocentricis locis respondentes, easque deinceps mutando, donec in illas incidamus, quibus positus tertius geocentricus cometæ locus colligatur, qui cum tertio dato congruat. Atque hæc quidem ratio felicissime evenit in cometis multis. At accidit aliquando, ut data tria cometæ loca geocentrica iis cometici orbis punctis conveniant, quibus inveniendis difficillimum sit heliocentricas cometæ a tellure distantias opportune fingere, aut fictas jam mutare apte: quod Zanottus ipse tum expertus est, cum cometæ, qui anno millesimo septingentesimo sexagesimo nono in telluris conspectum venit, orbitam cognoscere vellet. Itaque jam tum cœpit Saladinus quærere, posset ne ita calculi ordo immutari, ut difficilioribus etiam hisce cometis accommodaretur. Cumque intellexisset, multum ad propositam investigationem adjumenti afferri quandoque posse, si calculus sic institueretur, ut initio non dux cometæ a tellure distantia heliocentrica ad arbitrium assumerentur, sed orbis cometici ad eclipticæ planum inclinatio, & positio lineæ nodorum, de aptissima invenienda hujus ineundæ rationis via cogitare aggressus statim e geometria, quasi e possessione sua, lemmata, atque theoremata deprompsit, quibus id, quod quærebat, fieret paratissimum. Sic orta est methodus, qua Saladinus hanc astronomiæ partem auxit, quamque in eo opusculo, cujus causa pauca hæc scripsimus, exposuit.

De refractionibus astronomicis.

Inter cetera multa, quibus specula, e qua astronomus quisque cœlum observare instituit, instructa sit oportet, nemo

mo negabit recensendam esse refractionum tabulam, quæ sit ad ejus regionis, in qua specula sita est, cœlum maxime accommodata. Pro aliis enim terræ locis ita potest atmosphæræ conditio alia esse, ut quæ refractionum tabula cum veritate consentit uno in loco, eadem non parum dissentiat in alio. Eustachius itaque Zanottus ad alia plura, quibus Instituti speculam ornavit, hoc etiam præsidium adjungere voluit, quo ipsam indigere ex eo intelligebat, quod haud semel illud perpexerat, refractiones e probatissimis astronomorum tabulis desumptas majores esse, quam ut observationibus in hac specula factis accommodari possent. Quibus artificiis usus sit ad refractionem, quæ in bononiensi horizonte obtinet, definiendam, eo sermone declaravit, qui primus inter hujus tomi opuscula occurrit. Eum qui leget, & Zanotti industriam, solertiamque magnopere probabit, & plane sibi persuadebit, quæsitam refractionem saltem de æstate, in quam scilicet tempestatem observationes incidunt, quas ad eam investigationem adhibuit, majorem poni non posse minutis primis 40, secundis 53. Si vixisset, observationes etiam de hieme sibi comparasset, visurus quid hibernis æstivæ refractiones distarent. Sed quod ille non potuit, id perficient qui in ejus locum venire, docti sane homines, & industrii. Atque utinam nobis & hos habere, & simul illo non carere licuisset.

De mercurio in sole observato anno 1786.

Mercurium suæ orbitæ elementa nondum satis accurate constituta habuisse demonstravit ejus ante solem transitus, qui, planeta ad descendentem nodum properante, contigit anno supra millesimum septingentesimum sexto & octogesimo. Tardius enim, nec modico temporis intervallo, quam clarissimi de la Lande, citius vero, quam Halleyi tabulæ ferebant, hujusce trajectionis articuli ab astronomis sunt observati. Sed ab hac ipsa prænunciatorum temporum cum observatis dissensione scimus solertissimum de la Lande adhibendas suarum tabularum numeris correctiones jam deduxisse, qui ceteroqui planetæ cum sole congressum in nodo ascendente quadriennio ante celebratum aptissime expresserant. At numeri in bononiensibus ephemeridibus notati ex Halleyi tabulis erant deprompti: numeros vero, quos observatio Bononiæ habita suppeditavit, diligentissime retulit Matteuccius in
fer-

sermonem, quem hoc in libro edimus. Itaque ex utrorumque comparatione poterit, quicumque volet, quid in elementis, quibus Halleyi tabulæ superstructæ sunt, immutandum sit conjicere. Quam vero recte conjecerit tum maxime intelliget, cum futuros mercurii ante solem transitus prænunciatos poterit cum observatis conferre.

AD REM MUSICAM SPECTANTIA.

De novo theoriæ musicæ specimine.

FInem huic commentario impono ea attingens, quæ ad musicam pertinent. Neque nunc primum in nostros commentarios hic titulus invehitur; nam in tomo quinto fuit de Joannis Baptistæ Martini, viri celeberrimi, opusculo quodam referendum, quod de progressionis geometricæ in musica usu ipse scripserat, Academiæque tradiderat. At latius patent, quæ de re musica a se excogitata ad Academiam misit anno millesimo septingentesimo octogesimo octavo Juvenalis Saccus e Congregatione S. Pauli, vir omni recto studio, atque humanitate excultus, qui ob virtutes in academicorum numerum fuerat multo ante adscitus. Is enim musicæ arti veterem cupiens restituere dignitatem, in id præcipue incubuit, ut ejus naturam, & causas in aperto poneret; quod ut faceret, debuit non aliquos solum locos tractare, sed universam musicæ rei scientiam complecti. Itaque opus texuit in sex capita tributum, in eoque rem a prima origine exortus per omnes ejus partes pervasit, summoque ingenio omnia scientiæ illius fundamenta exploravit, difficiles locos aperuit, quæque in magna opinionum varietate posita essent, ea sic constituit, ut quid maxime tenendum sit facile perspiciatur: uno verbo se in illo opere non modo rei, quam agebat, scientissimum ostendit, & scriptorem in primis nitidum, elegantemque, verum etiam acutum philosophum, & mathematicarum disciplinarum valde peritum. Sed, quod dolendum maxime est, fuit illud supremus ei labor Academiæ causa susceptus: anno enim post quam scriptum in hunc tommum inferendum ad nos misit, febre consumptus magnum sui desiderium reliquit cum apud bonos omnes, tum vel maxime apud Academiam, quæ singularis erga se voluntatis, atque studii certissimas ab eo significationes sæpe acceperat.

ACADEMICORUM
OPUSCULA.

THE HISTORY OF THE
CITY OF BOSTON
FROM 1630 TO 1780
BY
NATHAN OSGOOD
VOL. I
BOSTON
PUBLISHED BY
J. B. LEECH & CO.
1845

I
ACADEMICORUM QUORUMDAM
OPUSCULA

V A R I A.

E U S T A C H I I Z A N O T T I

De Refractionibus astronomicis.

DE refractionibus astronomicis alias differens illud in primis mihi proposueram ut refractionem horizontalem methodo quantum fieri posset accurata definirem, verum cum refractione mihi prodierit duobus circiter minutis deficiens ab ea, quam præcipuæ astronomorum tabulæ exhibent, suspicatus sum errorem subesse aliquem vel ab instrumenti vitio, vel aliis de causis, ut propterea nihil statui posset, expectandumque donec novis experimentis res vel confirmetur, vel omnino reprobetur. Jam memineritis, Sodales optimi, propositam observandi rationem sic se habere. Stella perpetuæ apparitionis, quæ in diurna conversione ad horizontem propius accedat, diligenter observetur tum in superiori parte meridiani, tum in inferiori, notando utramque ejus altitudinem. Altitudo superius observata a refractione emendetur, in quo nulla erroris suspicio esse debet, quod refractiones in exiguis a vertice distantis sint per quam exiguæ, & in iis nullus inter astronomos dissensus reperitur, quotiescumque decimales unius secundi scrupuli partes despiciamus. Ab hac altitudine sic emendata subducatur altitudo poli, ut inde fiat distantia stellæ a polo; quod si hæc distantia ab altitudine poli dematur, resultabit altitudo,

T. VII. A quam

quam stella in infima meridiani parte obtinuisset, si refractiones nullæ essent. Hæc tandem comparata cum altitudine observata in infima meridiani parte quantitatem refractionis altitudini observatæ respondentem ostendet.

Binis ejusdem stellæ per meridianum trajectionibus eodem die observatis, non est opus altitudines emendare propter anomalias, quibus stellæ obnoxia sunt, quin etiam paucorum dierum lapsu negligi poterunt. At si cui videbitur hæc methodus eo vitio laborare, quod cognitam supponat poli altitudinem, quam nisi ex præcognitis refractionibus definire non licet, animadvertat velim refractionum tabulas hæcenus traditas, etsi in illis condendis diversæ fuerint astronomorum hypotheses, in altitudine tamen gr. $44\frac{1}{2}$, quanta est latitudo Bononiæ, nullum majus discrimen habere, quam quod minuta secunda septem, aut octo adæquet. Quamobrem si in statuenda poli altitudine refractionem ponimus, quæ inter hypotheses medium locum teneat, confidere licebit eandem a vera plusquam minuta secunda quatuor aberrare non posse. Stella primæ magnitudinis in constellatione Aurigæ, quæ Capella dicitur, commodissima mihi visa est ad refractionem horizontalem investigandam. Ejus distantia a polo æquat fere poli altitudinem, ac proinde in descensu sic horizontem perstringit ut supra cardinem emineat minuta tantum 14. At in superiore parte meridiani altitudo fit grad. 89, ubi refractionis omnium astronomorum consensu adeo exigua est, ut sine ulla astronomiæ offensione contemni posset. In ea, quam diximus, horizontis vicinitate sæpe accidit, ut sideris lumen a vaporibus penitus obliteretur; at in superiori parte meridiani, dummodo cælum serenum fuerit, etiam interdiu in conspectum venit.

Comparatis pluribus observationibus refractionem pro singulis calculo subdixi, in quibus refractionis quantitatem non eandem comperi, imo differentia quandoque reperitur, quæ plus quam minutum complectitur. Non idem accidit, si conferantur insimul altitudines in superiori parte meridiani, quæ mirifice consentiunt, dummodo inter observationes paucorum dierum intervallo sejunctas comparatio instituat; quod si longius tempus intercesserit illud discrimen reperietur, quod ab æquinoctiorum præcessione oritur, & ab anomaliis, quæ in stellarum declinationibus diversis anni temporibus varietatem effi-

efficiunt. Cum autem in minimis ab horizonte distantis inter refractiones observatas discrimina non contemnenda reperiantur, non ideo ex instrumenti vitio id fieri putandum est, sed partim difficultati tribuendum, qua in objecta collimamus, si minus splendeant, partim refractionum inconstantiæ; est enim rationi maxime consentaneum, vapores, qui ad certam altitudinem feruntur, & aeri immiscentur, non eandem semper refringendis radiis aptitudinem habere; idque Monieri astronomi longe clarissimi observationes confirmant. Tanta enim discrimina inter altitudines α Persei comperta sunt, ut videantur refractiones in altitudine septem graduum, quam α Persei Parisiis obtinet, pro diversa anni tempestate augeri, & minui posse min. 1. 11.

Etsi refractiones compertæ eo modo, quem diximus, ad minutum varientur, attamen unaquæque earum a quantitate deficit, quam in eadem altitudine celeberrimi astronomi usurpandam esse arbitrantur. Quod si pro latitudine loci refractiones mutari existimamus, & minores fieri, quo minor est loci latitudo, quid causæ erit cur refractiones in Promontorio Bonæ Spei a Caillio observatæ nostris majores prodeant? Verum enim vero Caillius in tabula, quam tradidit, refractiones in sex prioribus gradibus altitudinis prætermisit; sed cum ipse non dubitaverit asserere refractiones in dicto Promontorio quadragesima parte minores esse refractionibus Parisiensibus, tabulam, ad libitum producere possumus, & refractionem altitudini Capellæ respondentem invenire, quæ deinceps cum Bononiensi refractione comparata major, uti diximus, percipietur. Ex his, quæ hæcenus dicta sunt, concludendum videtur refractiones non variari pro locorum latitudine, quod sane admirationem movere non debet postquam Maupertuisius easdem refractiones in Laponia se comperisse testatus est, quæ in Parisiensi climate ab astronomis post Cassinum usu receptæ fuerunt.

Hiscæ animadversis confidere potuissim observations nostras recte se habere, etsi refractionis resultat minor ea, quam tabulæ exhibent. At ut verum fatear omne tandem dubium ademit consensus harum observationum cum iis, quas jam inde ab anno 1727, & 1729 Eustachius Manfredius in hac Specula exegit, quæ quamvis in alium finem comparatæ essent, attamen ad rem faciunt. Diarios observationum pervol-

vens præter expectationem altitudines Capellæ quasdam reperiri tum in superiore, tum in inferiore parte meridiani. His statim ad calculum redactis, uti supra dictum est, refractione prodiit, qualem post multos annos nos comperisse demonstravimus. Manfredius ad meridianas observationes cepessendas semicirculo murali utebatur, qui tunc temporis magno in pretio erat; nos quadrante murali, quem semel atque iterum duplici rectificatione expendimus, nempe per stellas prope verticem transeuntes, & per objecta terrestria, quæ modo directe, modo per radios a superficie stagnantis aquæ reflexos intuebamur. Ex hac duplici rectificatione manifestum fit an quadrantis arcus quartam circuli partem exacte metiatur. Quod ad divisionem attinet, tanta apparet accuratio, & præstantia, ut facile britannum artificem agnoscas. Hoc ideo dictum volo ut quisque intelligat difficile factu esse instrumenta duo in erroribus sic convenire potuisse, ut refractiones eadem quantitate deficientes ostenderent.

Antequam rationem explico, qua refractionem horizontalem ex data refractione in altitudine Capellæ supputaverim, numeros, qui in subjecta tabula descripti reperiuntur, singillatim declarabo. In prima columna notati sunt anni, & mensium dies, quibus observationes institutæ fuerunt. In altera Capellæ culminationes in superiore parte meridiani a refractione emendatæ, ubi refractione ponitur unius secundi scrupuli. In tertia columna altitudines observatæ in inferiore parte meridiani. In quarta columna refractiones altitudinibus præcedentis columnæ respondentibus distributæ sunt, quæ ex data poli altitudine facile supputantur, uti supra innuimus.

Hæc poli altitudo quamvis alias sæpius conquistata fuerit, placuit tamen novissimis observationibus eam definire, idque mense Decembris anni superioris, quo tempore stella polaris meridianum circulum noctu bis prætergreditur, a clarissimo socio Mattheucio præstitum est, qui adiutorem habuit præstantissimum juvenem Franciscum Sacchetum. Veteres observationes cum recentioribus mirifice conveniunt, ac, si dubium aliquod remanet, totum id in quantitate refractionis nondum certo constitutæ positum est. Quamobrem nos eam refractionem usurpandam esse censuimus, quæ ex diversis hypothesibus media colligitur; unde prodiit poli altitudo gr. 44. 29. 50. Attenta hac refractionum serie non illico apparet

ret quinam sit earundem consensus vel dissensus, propterea quod sideris altitudines non sunt æquales, sed jugiter excrefcunt, quod præsertim ab æquinoctiorum præcessione contingit. Ut ad eandem altitudinem refractiones omnes redigerem, ex data qualibet refractione, & altitudine sideris refractionem investigavi pro altitudine min: 38, quæ inter observatas media est. Ratio calculi in hoc consistit, ut refractionum ordinem eum esse existimaverim, qui Bradleyo placuit in extruenda refractionum tabula; cumque agatur de exiguis differentiis, etiamsi ordo falleret, parum in hac supputatione, aut ne vix quidem errari posset. Itaque habetis in quinta columna refractiones ex singulis observationibus pro altitudine min: 38, quarum refractionum numeris in unam summam collectis, factaque divisione per numerum observationum resultabit refractione, quæ tamquam media haberi poterit. Enim vero qui maximam in his subtilitatem requirunt media tantum refractione contenti non erunt, at scire cupient, quæ precise futura sit refractione in data altitudine; quorum sane desiderium commendandum est; sed cum difficile sit eam atmosphæræ constitutionem perfecte noscere, quæ certam refractionis quantitatem pariat, difficile quoque erit eorum voluntatem explere. Cum hæc animadverterem experiri volui an refractiones observatæ minus inter se dissiderent adhibita correctione ex barometri, & thermometri altitudinibus. Tabula a Caillio concinnata mihi præsto fuit, in qua ex data tum barometri, tum thermometri Reaumuriani altitudine, æquatio percipitur refractioni tribuenda ob atmosphæræ constitutionem, quam prædicta duo instrumenta ostendunt; at, ut verum fatear, nihil profecimus, tantumque abest ut discrimina inter refractiones observatas hac ratione tollantur, quin potius majora fiunt; ex quo concludendum videtur id, quod olim Joannes Dominicus Cassinus referente Eustachio Manfredio suspicabatur, nempe vim aeris refractivam alias leges sequi ab aeris pondere, calore, aut elaterio dissimiles.

Observationes Lucidæ Auri- gæ seu Capel- læ.	Altitudines in superiori parte Merid. a Refra- ctione 1 ^{va} e- mendatæ.	Altitudines observatæ in inferiori par- te Meridia- ni.	Refractiones supputatæ posita alt: Poli 44 29 50.	Refractione alti- tudini respon- den. 0 38 0.
1727 <i>Julii</i> 5	88 48 44	0 36 25	0 25 29	0 25 16 $\frac{2}{3}$
15	88 48 45	0 36 10	0 25 15	0 25 0 $\frac{2}{3}$
1729 <i>Maji</i> 13	88 48 41	0 36 40	0 25 40	0 25 29 $\frac{2}{3}$
1752 <i>Junii</i> 29	88 47 19	0 37 48	0 25 27	0 25 25 $\frac{2}{3}$
<i>Julii</i> 3	88 47 20	0 37 39	0 25 19	0 25 16 $\frac{2}{3}$
5	88 47 20	0 37 29	0 25 9	0 25 5
1774 <i>Julii</i> 7	88 47 21	0 37 26	0 25 7	0 25 2 $\frac{2}{3}$
15	88 45 29	0 39 39	0 25 28	0 25 40 $\frac{2}{3}$
16	88 45 29	0 39 0	0 24 49	0 24 56 $\frac{2}{3}$
17	88 45 29	0 38 42	0 24 31	0 24 36
Refractione media pro altitudine 0 38 0				0 25 11
Atque inde refractione horizontalis				0 30 53

Ad subducendam refractionem horizontalem nulla melior ratio suppetebat, quam si ad analogiam quamdam confugerem, qua Bradleyus in construenda refractionum tabula usus est, quamque deinceps plerique astronomi sequuti sunt. Analogia in hoc consistit, ut tangens differentie inter observatam sideris a vertice distantiam & triplum refractionis ad refractionem ipsam constantem ubique proportionem servet. Quæ vero sit hæc proportio constans a refractione modo detecta pro Capellæ altitudine percipietur. Itaque cum altitudo Capellæ fuerit min: 38, seu distantia a vertice gr. 89 22 0, refractione autem min. 25 11, cujus triplum gr. 1 15 33, differentia existet gr. 88 6 27: tangens hujus arcus comparata cum refractione 25 11 quæsitam proportionem exhibebit. Restat nunc ut eam refractionis mensuram assumamus, cujus triplum a 90 gradibus subductum tangentem suppetit, quæ cum refractione assumpta proportionem nuperrime inventam habeat. Instituto calculo refractione elicitur min 30 53. Unde consequitur, refractionem mediam in nostro climate æstivis mensibus ad septentrionem æquare min. 30 53.

Hic

Hic addam observationes quarundam stellarum, nempe α & δ Persei, quæ in diurna conversione ad horizontem sic accedunt, ut alterius altitudo visa æquet gr. 3 41, alterius vero gr. 1 46 circiter. Hæ stellæ Capellam non longe præcedunt. Persei δ cum sit tertix magnitudinis in tanta horizontis vicinia ob vapores, quibus horizon offundi solet, perraro se conspiciendam præbet. Hoc etiam accedit incommodum, quod prædictæ stellæ æstivis mensibus, quibus inferiorem meridiani partem noctu trajciunt, superius culminant interdiu, neque diurnum lumen sustinere valent. Cum autem earum distantiam a polo observando assequi nequaquam possimus, ad stellarum catalogum Caillii confugere oportuit, cujus ope declinationes tum Capellæ, tum α & δ Persei pro eo tempore supputavi non neglectis anomaliis, quæ & a nutatione axis, & a successiva luminis propagatione proficiscuntur. Cognita hac ratione declinationum differentia inter Capellam, & utramque Persei stellam, si hæc a vera Capellæ altitudine subducatur, utriusque stellæ Persei altitudo conficietur, ac tandem prodibit refractionis, si calculum persequemur, uti in Capella prætitum esse demonstravimus. Ex sequenti tabella apparebit quæ sit refractionis utrique altitudini observatæ respondens.

Observationes α Persei.	Altitud. in super- parte Merid. a Refr. emendatæ	Altitud. ob- serv. in inf. parte Merid.	Refrac. sup- posita alt. Po- li 44 29 50	Refrac. Altitud. respond.
1752 Julii 4	85 32 49 $\frac{1}{2}$	3 38 34	0 11 43 $\frac{1}{2}$	0 11 37 $\frac{1}{4}$
5	85 32 49 $\frac{1}{2}$	3 38 38	0 12 47 $\frac{1}{2}$	0 11 41 $\frac{1}{4}$
1774 Jun. 25	85 27 55	3 43 40	0 11 55	0 12 2
Refractio media pro altitud.			3 41 0	0 11 47
Observatio δ Persei.				
1752 Julii 3	87 31 59	1 46 18	0 18 37	

Constitutis eo modo, quem diximus, refractionibus experiri volui num ordinem sequerentur, quem analogia superior tradita, & ab astronomis recepta postulat. Comparando refractiones α & δ Persei major ab analogia consensus expectari nequit; at contra accidit, si comparatio instituat inter.

inter Capellam, & utramque stellam Persei; oporteret enim Capellæ refractionem ponere min. 26 4, nempe majorem observata, ut inter eas refractiones is ordo haberetur, quem analogia requirit: ex quo nullus dubitandi locus relinquitur, quin refractionis horizontalis ab analogia deprompta, si a vero aberrat, justo potius major sit. Illud etiam consequitur, ut analogia utique valeat pro subducendis refractionibus, ubi altitudines parum inter se differunt, vel ubi refractiones sint perexiguæ; tunc enim errores tantum pariet contemnendos. Id perpetuum est & constans, quoties ab experimentis legem stabilire contendimus, ut quidam termini ejusdem seriei legi seu analogiæ arrideant ceteris repugnantibus: sic inflexiones virgæ elasticæ sequi videntur rationem ponderum, si primæ inflexiones ad examen revocentur; at si analogiam ad quemcumque ponderum numerum traducere volumus, experimenta manifesto analogiæ repugnant. Nos utique pro determinanda refractione horizontali ad analogiam confugimus, sed cum eam a refractione Capellæ deprompserimus, quæ ab horizonte distat minuta tantum 38, insignis error non crit pertimescendus. At fortasse quispiam quæret, qui fiat ut celeberrimi astronomi refractionem horizontalem majorem ponant. Ego quidem puto, discrimen illud ab eo potissimum repetendum esse, quod refractiones pro diversa anni tempestate varientur. Cum in hac dubitatione versarer, observationes quasdam hac hyeme una cum sociis suscipiendas mihi proposueram, sed ob adversam tempestatem coacti fuimus examen hocce in aliud tempus differre.

JOSEPHI TOALDI

Nova Methodus explorandi Calorem Lunarem.

Phyfici vulgo caloris gradum aliquem Lunari lumini refragari quidem non audent, quippe cum intuentium perstringat oculos, ac licet valde dispersum, idem sit ac Solis lumen, quod vel ignis est, vel certe ignem atque calorem in corporibus excitat. Negant tantum, calorem hunc a nobis ullo modo deprehendi posse per instrumenta, aut quidquam ab eo in corporibus terrenis effici, quod percipiatur. Proferunt hic celeberrima experimenta Hookii, Hirei, Villetti, Tschirnhausii, atque Hartfoeckeri, qui vel speculis ustoriis insignis magnitudinis, vel lentibus causticis Lunarem lucem in angusto coactam in Thermometrum summopere mobile cum direxissent, nullum in eo motum fieri detexerunt.

Ego in *Specimine Meteorologico* Parte I. art. 10., quaestionem hanc attingi, & dubitationes nonnullas de exitu Transalpinorum horum experimentorum protuli; durare enim nimis brevi tempore, turbari posse a nocturno frigore, vento, fortasse a calore circumstantium; valde exiguam partem Lunaris lucis commoveri; fortasse cœli Gallici ingenium obstare, sicut exempli causa obstitit Cassino ne Veneris maculas in Gallia detegere posset; instrumenta generatim quæ adhibita sunt, licet magna, minus perfecta esse potuisse, quam ut effectum sensibilem ostenderent; addo nunc, si adhibeatur Thermometrum recenter inventum in Gallia ab Ab. *Soumille*, quod *Regium* appellat, cujus gradus singuli digito patent, vel simile a Cl. *Fontana* magis adhuc perfectum, quippe cum singuli gradus exhibeant partes 8640 omnes visibiles; credendum Lunarem lucem non modo per speculum aut lentem compressam, sed prout a Luna ad nos pervenit in statu naturali, motum in Thermometro excitaturam. Attuli ad extremum experimentum contrarium, quod illustris Montanarius, T. VII.

Professor primum Bononiensis, deinde Patavinus, profert in Libro, cui Titulum fecit *Astrologia convincta di falso*, p. 9., quo Thermometrum a Lunari luce per speculum compressa affectum revera, pluresque caloribus gradus ostendisse quam antea, testatur, plura monens cavenda, quo effectus experimenti consequatur, ex quibus sine hæsitatione concludit Lunares radios aliqua vi calefaciendi pollere: durum autem est, Pyficum tam sagacem, tam exercitatum in experimentis, & observationibus, tam aperte atque constanter experimentum factum affirmantem, aut. deceptum credere, aut. decipere voluisse.

Utrumque sit, in mentem postea venit ratio alia explorandi caloribus Lunaribus. Ita enim mecum animo versabam; fieri posse, cum in Plenilunio Luna tota nocte atmospheram universam agitet, cumque certum sit, calorem in corporibus retineri, fomitisque actione durante paulatim etiam cumulari, fieri inquam posse, ut major caloribus copia colligatur ab atmospherâ tota spatio plurium dierum, quo Luna plena, aut fere plena atmospheram afficit, quam si hora una Thermometrum utcumque vexetur per speculum ustorium, ubi pauci radii comprehenduntur, brevi spatio & temporis, & loci, agunt, & si quis excitetur calor statim dissipari debet in aerem ambientem, qui frigidior est, donec æquilibrium fiat, quod utique fieri nequit, nisi atmospherâ totâ longo tempore calefactâ, ut modo innuebam, (a); itaque fieri etiam posse, ut Thermometrum commune, per longa spatia temporis expositum, calorem hunc Lunarem, si existat, spon- te sua ostendat melius, quam per artificium vitrorum ardentium.

Itaque pro Thermometro similem methodum inii, ac pro Barometro tum cum investigabam, num Luna vim aliquam exerceat ad atmospheræ pondus immutandum; quod effectum dedi tum in citato *Specimine Meteorologico*, Parte III. art. I., tum copiosius in *Introductione ad novas Tabulas Barometri*.

Consulere ergo oportuit Thermometri observationes longa ferie, comparando caloribus gradus, sive graduum summas per

(a) Ab experimentis D. Black, Acad. Edimburgi (Journal de Rozier sept. 1772.) patet, non raro existere actionem caloribus veri, sed occulti, latentis, & quasi absorpti a corporibus, qui calor Thermometrum in ipsis immersum certo spatio temporis minime afficit.

per intervallum aliquot dierum Lunaris cursus, cum summis similibus intervalli alterius. Sed quænam intervalla fumenda erant?

P. Cotte, Sacerdos Gallus, Congregationis Oratorii, in Opere Meteorologico, quod edidit anno proximo 1774, Lib. V. p. 380, hujusmodi comparisonem instituire conatus est. Sed pace docti viri dictum sit, cum in aliis, tum in hoc, rem non ex vero sensu sumpsit, neque veram comparisonis rationem iniiit. Comparavit enim summam caloris a Novilunio in Plenilunium cum summis a Plenilunio in Novilunium, paresque fere invenit; & ita necesse erat; nulla enim differentia est in lumine Lunari, a dimidia Luatione una ad alteram, si hoc modo capiatur. Quis enim non videt, Lunam a Novilunio ad Plenilunium eisdem lucis gradus percurrere crescendo, atque a Plenilunio ad Novilunium decrescendo? Patet hinc, non satis esse in promptu habere copiam observationum, nec eas quocumque modo ad examen revocare, sed oportere illas recte interrogare, ut vera respondeant.

Si quid existit discriminis in Lunari cursu quoad calorem, elici hoc debet, fumendo dies secundi, & tertii quadrantis, quo intervallo Luna ampliori lumine fulget, ex una parte; ex altera vero quadrantes duos reliquos, qui Novilunium medium, & Lunam silentem complectuntur. Si enim summæ caloris intervalli primi per plures Luationes, perque omnes anni tempestates, pluresque annos, majores comperiuntur quam summæ intervalli secundi, argumento non obscuro erit, Lunæ lucem calorem aliquem in atmosphæram terrestrem infundere.

Præterea comparatio alia institui potest. Quoniam enim, ut Tullius ipse ait, Lib. II. de Nat. Deor. *in Luna quoque cursu est & bruma quadam & solstitii similitudo*, comparari potest intervallum dierum, quibus Luna moratur in signis Zodiaci Borealibus, quasque æstatem facit, cum intervallo signorum Australium, quibus respondet Lunaris hyems.

Ita ergo calorem Lunarem explorare aggressus sum. Observationes autem aliorum adhibere malui, quam meas. Ac primum quoniam P. Cotte nihil discriminis in hisce intervallis, nullum caloris Lunaris indicium reperiri prædicat, ipsius observationes anni 1771 in laudato volumine editas ad examen revocavi: ex triplici vero Thermometri observa-

tione, matutina, meridiana, nocturna, quas diebus singulis laudabili diligentia peregit, ego duplicem contuli, matutinam scilicet ac nocturnam, tanquam magis idoneas ad scopum, ut duplici quasi experimento res probaretur.

Summas ergo graduum Thermometri confeci (P. Cotte utitur Thermometro Reaumuriano, numeratque gradus cum partibus octavis) singulis intervallis pro quatuor quadrantibus Lunaris cursus, itemque pro Lunæ quasi hyeme, atque *Tab. I.* æstate. Rem oculis exhibet Tabula subjecta: sex sunt columnæ pro sex hisce intervallis; singulis junctus est numerus dierum, qui intervalla ipsa constituunt. Anno exacto confectæ sunt summæ omnium tam graduum Thermometri sive caloris, quam dierum. Deinde summæ singulæ caloris divisæ sunt per numerum dierum ad singulas pertinentium: quotientes exhibent gradus caloris medios, intervallis singulis respondentes, cum decimalibus.

Tabula hæc docet 1. Lunam revera speciem quamdam æstatis, atque hyemis in atmosphæram inducere: nam calor medius (pro uno die) Luna obeunte signa Borealia, licet pro matutino tempore hoc anno parum differat; pro nocturno excedit calorem medium signorum Australium grad. 0, 67, idest duobus trientibus gradus unius.

2. Secundum ac tertium quadrantem, qui Plenilunium complectuntur, sive ratio habeatur matutini temporis sive nocturni, majores gradus caloris & seorsim, & junctim præbere, quam duos quadrantes ad Novilunium pertinentes. Neque hic, quod P. Cotte incusare videtur, quidquam officit diversa tempestas anni tendentis modo ab hyeme ad æstatem, modo ab æstate ad hyemem. Quod enim in quadrante ultimo deficere, aut superesse potest, compensatur a primo. In summa Thermometrum circa Plenilunium gradum fere solidum caloris ostendit amplius, quam circa Novilunium, per mediam mensuram diebus singulis, quantum quidem hujusce peculiaris anni observatio prodit.

At suspicio suboriri potest, exitum anni hujus talem fuisse, rebus ita forte fortuna conspirantibus, ac dubitari posse de consensu aliorum annorum, aut locorum. Non immerito: plurimæ enim causæ peculiare interveniunt ad progressum ordinatum, ut Barometri, ita Thermometri turbandum; venti, pluvix, caligines, ætus, procellæ, alia; quod ego didici

dici non solum in Barometri observationibus excutiendis, sed Thermometri ipsius, cum Calendarium Thermometricum conficere vellem, quod etiam confeci non exiguo labore. Longa annorum series requiritur, ut hujusmodi causarum peculiarium turbatio exhauriatur, atque actio causæ generalis soluta, ac nuda pateat.

Percommode itaque accidit, ut Marchionis Poleni, istius etiam Academix Bononiensis Socii celeberrimi, observationes Meteorologicas quadraginta annorum in potestate haberem. Hæ mihi cum alia plurima observanda, quæ edidi, tum hoc præbuerunt.

Laborem itaque hunc suscepi, molestiæ sane plenissimum, operam conferente Doctore Vincentio Chiminello, carissimo sororis filio, juvene in Mathematicis egregia pollicente, ut quadraginta hosce annos observationum Polenianarum digererem, atque conferrem ea ratione, quam ostendit Tabula prima pro anno Cottesiano. Ex his Tabulam alteram condidi, allatis tantum gradibus mediis annorum (a).

Tab. II.

Ex Tabula hac perspicitur, quam vera sit suspicio mox indicata de aberrationibus, atque inæqualitatibus peculiarium annorum; anni enim non pauci abeunt a regula nostra. Sciendum vero, Polenum observationes suas habere solitum circa horam meridiei, quæ certe minus opportuna est ad explorandum calorem lucis Lunaris, quæ noctu præcipue agere debet, cujusque impressio usque ad meridiem aliquatenus debilitari posse, vel turbari videtur.

Nihilominus & numerus annorum eidem regulæ congruentium major est; & quod caput est, summæ ultimæ, mensuræque mediæ caloris ex iis elicite, Lunarem calorem satis manifestum reddunt.

Ex-

(a) Thermometrum Polenianum, quod adhuc existit apud Nobiles ejus Filios, Amontoniano simile est, ab auctore descriptum in Actis Philosophicis Societatis Regiæ Londinensis n. 421. Terminus glaciæ respondet partibus 47, 30; terminus aquæ bullientis, 63, 10: hinc intervallum utriusque termini 15, 80, in Thermometro Poleniano, æquale est gradibus 80 Thermometri Reaumuriani: proinde gradus singuli Poleniani æquant gradus 5, 0633 Reaumurianos. Hoc loco monendum est, Tabulam comparationis Thermometrorum a D. Martine Anglo constructam, correctam postea a D. Beaumé Gallo, iterum editam in Diario Physico D. Ab. Rozier Ost. 1772. adoptatamque ab ipso P. Cotte in citato volumine, fallacissimam esse saltem quod spectat Thermometrum Polenianum, quod ex fundamentis scälæ hujus modo expositis cuique leviter Tabulam inspicienti patebit.

Excessus quidem exiguus est: calor enim æstatis Lunarîs superat calorem hyemis quatuor tantum centesimis unius gradus Reaumuriani; calor autem Plenilunîi calorem Novilunîi centesimis octo. Sed cogitandum, excessum hunc a tot annorum inductione provenire, & ita constantem esse, ut casui minime tribuendus videatur. Considerandum adhuc, differentiam caloris Solaris medii ab hyeme ad æstatem Patavii compertam a me graduum 24, 40. Numerus hic divisus per $\frac{4}{100}$ dat quotientem 610. Colligitur hinc, calorem Lunarem esse $\frac{1}{610}$ caloris Solaris; qui constans calor multo adhuc major esset, quam per alios calculos erui antehac visus sit.

Obiter illud quoque animadvertere licet; sicut in tempestatibus Solaribus frigus hybernum, calorque æstivus ad summum pervenit diebus pluribus post solstitia, simile quid accidere in æstate, atque hyeme Lunari: patet enim ex Tabula, summam maximam comperiri in tertio quadrante, post Plenilunium; minimam in primo post Novilunium: adeo ut, si intervalla, sive quadrantes, incipientur tribus aut quatuor diebus post, ex gr. non a die Novilunîi, sed a die apparitionis Lunæ, qui fere tertius est, credibile sit, majorem adhuc differentiam caloris repertum iri. Sed nimis molestus, ac longus esset hujusmodi labor alterius comparationis.

Ad extremum, totum hoc Physicorum iudicio, præcipue perillustris Academiæ Bononiensis, quæ me societate sua condecoravit, subjectum volo.

Calendis Junii An. C1010CCLXXV. Patavii.

Tabula I. exhibens gradus Thermometri quoad varios Lunæ situs an. 1771.

Menses.	Novilunium.	Prim. Quadr.	Plenilunium.	Ult. Quadr.	In signis Bo-		In signis Au-	
	dies	dies	dies	dies	dies	realibus.	dies	stralibus.
Januarius.	9 m. - 28. 6 n. - 21. 1	6 + 8. 6 22. 5	7 + 18. 7 19. 3	7 - 28. 7 - 25. 7	13	24. 4 40. 3	14	- 58. 3 - 48. 1
Februarius.	9 m. - 7. 0 n. + 26. 0	7 16. 0 40. 6	7 35. 5 38. 3	7 - 26. 2 - 34. 0	14	25. 4 70. 5	13	- 24. 0 - 20. 0
Martius.	6 m. 20. 1 n. 24. 2	8 - 23. 5 - 6. 7	7 16. 4 23. 4	8 + 13. 2 29. 2	14	5. 0 21. 0	14	+ 24. 0 49. 0
Aprilis.	8 m. 5. 0 n. 25. 0	7 35. 2 54. 4	7 8. 1 31. 3	9 11. 2 49. 2	13	24. 3 64. 6	13	17. 4 65. 0
Majus.	7 m. 77. 4 n. 106. 3	7 78. 4 111. 3	7 36. 1 46. 5	8 70. 0 96. 0	13	127. 6 182. 0	15	91. 4 139. 7
Junius.	6 m. 64. 0 n. 70. 6	8 78. 0 104. 3	8 69. 0 99. 3	8 97. 1 124. 4	14	153. 3 214. 2	14	136. 4 194. 0
Julius.	6 m. 73. 7 n. 107. 6	9 116. 7 126. 3	8 108. 4 124. 7	7 79. 1 105. 0	13	151. 0 204. 5	14	149. 1 162. 0
Augustus.	7 m. 82. 3 n. 94. 3	8 97. 2 108. 3	8 86. 4 112. 2	7 95. 1 114. 1	13	156. 7 189. 7	15	190. 5 238. 2
September.	7 m. 73. 1 n. 88. 6	9 90. 0 116. 3	7 76. 2 93. 2	7 96. 6 100. 7	13	165. 5 185. 4	14	155. 0 179. 4
October.	7 m. 68. 3 n. 82. 0	8 55. 1 72. 6	7 49. 6 65. 5	7 33. 6 55. 7	14	85. 6 121. 0	13	133. 1 171. 4
November.	8 m. 10. 1 n. 22. 7	8 14. 1 25. 0	7 43. 2 54. 3	7 25. 0 34. 3	13	67. 6 103. 6	14	129. 2 147. 4
December.	7 m. 41. 2 n. 44. 2	8 26. 4 35. 2	7 26. 5 33. 1	7 16. 6 28. 2	14	38. 3 54. 7	14	23. 7 40. 0
Redundant.	m. n.				18	48. 5 59. 3	14	61. 0 76. 0
Summæ.	m. n.	87 480. 0 679. 3	93 592. 6 810. 7	87 575. 2 742. 1	89 483. 0 678. 0	179 1034. 2 1512. 0	179 1029. 1 1394. 4	
Medii grad.	mat. noct.	5. 517 7. 809	6. 372 8. 717	6. 612 8. 529	5. 427 7. 619	5. 779 8. 447	5. 744 7. 790	



Tabula II. exhibens numerum medium annum Graduum Thermometri Poleniani quoad varios Lunæ situs.

Anni.	Novilunium.	Prim. Quadr.	Plenilun.	Ult. Quadr.	In signis Bo- realibus.	In signis Au- stralibus.
1725	50, 0488	49, 9348	49, 9398	49, 9344	50, 1004	50, 0520
1726	50, 0498	50, 0962	49, 9398	49, 9813	50, 0192	50, 0980
1727	49, 9245	49, 9248	49, 9398	50, 0639	50, 2238	50, 1514
1728	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 9344	50, 3939	50, 3916
1729	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 9344	50, 0885	50, 2221
1730	49, 9245	50, 0829	49, 9683	50, 0507	50, 1111	49, 9907
1731	50, 0440	49, 9408	49, 9398	49, 9344	49, 9350	50, 1870
1732	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 9344	50, 2818	50, 2244
1733	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 9344	50, 1244	50, 1212
1734	50, 0907	49, 9348	49, 9398	50, 0687	50, 0283	50, 1307
1735	50, 0183	49, 9348	50, 0719	49, 9274	50, 0765	50, 1534
1736	49, 9999	49, 9612	49, 9398	49, 9344	50, 1587	49, 9955
1737	50, 0871	49, 9180	49, 9048	50, 0480	49, 8748	50, 1541
1738	50, 0680	49, 9685	49, 8966	49, 9290	49, 9676	49, 8320
1739	49, 9245	49, 8461	49, 9243	50, 0024	49, 8464	49, 8152
1740	49, 8660	49, 9348	49, 9398	49, 9344	49, 5996	49, 7495
1741	49, 9245	50, 0967	50, 0565	49, 9316	50, 0712	49, 8390
1742	50, 0170	49, 8823	49, 9452	49, 8693	49, 9432	50, 0115
1743	50, 0085	49, 9348	49, 9001	49, 9344	49, 9776	49, 8702
1744	49, 9888	50, 0743	50, 0575	49, 9344	50, 0925	50, 0906
1745	49, 9245	49, 9373	50, 0248	49, 9344	49, 9152	50, 0985
1746	49, 8587	49, 8805	49, 9744	49, 8143	49, 9159	49, 8961
1747	49, 9936	49, 9348	49, 9630	50, 0611	49, 9935	49, 7674
1748	49, 9245	49, 8231	49, 9398	50, 0169	49, 7599	49, 8562
1749	49, 9245	49, 8059	49, 8259	49, 9344	49, 7593	49, 7173
1750	49, 8511	49, 8420	49, 9398	49, 9321	49, 8274	49, 8272
1751	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 9344	49, 5203	49, 6053
1752	49, 9245	49, 8373	49, 8333	49, 9344	50, 0837	49, 9792
1753	49, 9245	49, 8133	49, 8097	49, 9344	49, 5890	49, 5979
1754	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 9344	49, 7269	49, 7369
1755	49, 9245	49, 8634	49, 9398	49, 9344	49, 9709	49, 6648
1756	49, 9245	49, 9348	49, 9398	49, 8390	49, 6825	49, 5639
1757	49, 8434	49, 9348	49, 9398	49, 9344	49, 6133	49, 6505
1758	49, 9834	49, 9757	49, 9398	49, 9344	49, 8672	49, 8952
1759	50, 0065	49, 9242	50, 0771	50, 0715	50, 1233	49, 9012
1760	49, 9553	49, 9837	49, 8250	49, 9389	49, 8008	49, 9894
1761	49, 9245	49, 8511	50, 0231	49, 9344	49, 8990	49, 7827
1762	49, 9076	49, 9251	49, 9224	49, 9801	49, 9568	49, 9143
1763	49, 9245	49, 8746	49, 9398	49, 9344	49, 6469	49, 7991
1764	49, 9245	49, 9348	49, 8756	49, 8504	49, 8153	49, 7569
Summæ.	1996, 9827	1997, 3950	1997, 5946	1997, 3768	1997, 3816	1997, 0801
Medius medior.	49,92457	49,93488	49,93987	49,93442	49, 9345	49, 9270



CAJETANI UTTINI

De glandula thyroidea usu.

QUOD, Ballanti Sodalis olim nostri tanto adhuc post tempore ab ejus obitu nobis desideratissimi vestigiis insistens, ejusque aggressus urgere incepta, multo ante investigandum susceperam cuiquam muneri glandula præesset thyroidea, id tandem, repetito, cum primum per meas licuit occupationes, quod diu intermiseram, opere, exequi modo ac perficere conatus sum. An mihi ex voto res cessarit, postquam vobis exposuero quæcumque ad hanc rem illustrandam cepi tentamina, vestrum, sapientissimi Sodales, erit judicium. Atque illud mihi in primis animos addidit ad provinciam hanc capeffendam, quod Ballantus ipse primus omnium, quod sciam, adnotaverat, non eandem pariter in omnibus animantium speciebus thyroideam glandulam sedem habere, sed vero alio in aliis loco esse, ac vocis organum, quasi ejus pedisequam, quocumque abeat, affectari; in homine quidem ac quadrupedibus ad caput trachæ, in volatilibus vero ad bronchiorum divortium. Qua quidem ex re cum nullus mihi amplius dubitandi locus superesse videretur, quin isthæc glandula ad ipsum spectet vocis organum (quid enim illud tam famulanter comitetur, nisi quid ei inserviat?) fore non desperavi, ut ab hoc primo veluti gradu quousque intenderam progredi posssem. Hoc enim semel constituto, glandulam thyroideam ipsi vocis organo aliquid officii præstare; cum illud præterea ex ipsa glandularum natura liquido constaret, totum id officii hac una re contineri, ut scilicet, quem glandula thyroidea suapte natura secernit humorem, traducendum secernat per ejus ductus excretorios ad organum vocis, facile intelligebam omne hocce negotium brevi me ac tuto transacturum, si ejusmodi ductus excretorios ab ipsa thyroidea ad vocis usque organum porrectos, quos alii hætenus frustra quæfiverant, mihi invenire contingeret. Hoc igitur mihi.

mihi sine, ac veluti scopo, quo conatus omnes meos nisusque dirigerem, proposito, advocato qui mihi ad hanc rem adesset doctissimo experientissimoque Viro Joanne Marchetto (præsto etiam fuit magnæ spei juvenis Jacobus Naldius, qui munus gerens Medici adstantis in Nosocomio Sanctæ Mariæ de Vita, anatomicas ædes præbuit hujusmodi rebus agendis aptissimas) collatis consiliis sic opus hoc omne administratum est.

Laryngem in virili cadavere ita paravimus, ut thyroideæ arteria non minus inter manus, quam ante oculos versaretur. Hic mitto dicere, nihil eorum a nobis fuisse prætermissum, quæ ad debitam replendorum vasorum præparationem requiruntur. Atramentum inde aqua dilutum in arteriam injecimus, ex quo glandula intumuit, ac nigrum. Mox exemptum de cadavere laryngem una cum annexa trachea, ac per aliquot dies in aqua maceratum, in posteriori parte per longum secimus, visuri num quid injecti atramenti in laryngis, vel asperæ arteriæ cavitatem effluxisset. Ac re ipsa internam trachæ superficiem ad secundum vel tertium usque anulum paululum vidimus nigricantem, aliquot vero inter ipsos anulos nigriora puncta apparere, quæ tamen confinia tertii anuli non excedebant. Neque minus in laryngis cavo nigrantia illa puncta perspicua fuere ad usque glottidis ligamenta, prope quæ desinere omnino videbantur. Ad hæc libuit tandem internam laryngis & trachæ membranam a suppositis partibus cultro secernere, quo factò minima in iis foramina nigricantia apparere, quæ exilissimorum vasculorum sectionem referebant, eaque plane nigricantibus illis punctis respondentia, quæ antea in extrema membranæ superficie in tubi cavitatem in conspectum prodierant. Quæ omnia clarius quidem lentis ope, sed nudis etiam oculis haud ægre perspeximus.

Hac habita observatione in virili larynge, aliam deinde in muliebri facere suscepimus, qui de cadavere eductus per spatium duorum dierum macerationem in aqua passus fuerat. In hunc itaque laryngem per arteriam ad dexteram glandulæ partem sebum injecimus oleo terebinthinæ dissolutum, ad alteram vero partem per venam ærugine infectum. Cetera vero in hoc experimento eadem prorsus ratione ac in priore administravimus, atque eodem hic atque illic res evasit. Verum non hic fecimus observandi finem: utrumque enim laryngem iterum macerationi subjecimus, exploraturi, qua in-

jecti liquores in imam laryngis, ac supremam tracheæ interiorē partem permeaverint. Quapropter quam intentissima cura inquirere instituimus, quomodo thyroidea glandula tum laryngis cartilaginibus, tum summis asperæ arteriæ anulis annectatur. Neque nostra frustra fuit diligentia. Nam priorem illam glandulam, quæ atramento repleta fuit, plane vidimus celluloso potissimum nexu suppositis cartilaginibus adhærere, ac præterea plura exilissima vascula ab ea emergere conspeximus, quæ oblique ad latera ejusdem glandulæ sursum progredientia in membranaceos tracheæ anulos prope laryngis cartilagine se se insinuant. Quam pariter originem, quam item progressionem atque exitum habere observavimus vascula quoque alterius glandulæ, uti injectæ color materiæ non obscure indicabat. Hisce peractis, cum nihil jam reliquum esset, placuit ad operis cumulum, dissecta utraque glandula earum interiorē fabricam explorare, quæ nempe lentis subsidio inspecta non nisi in congerie & quodam veluti acervo minimorum vasculorum consistere visa est, qualis nempe structura est glandularum conglomeratarum, ex quo genere ipsam esse thyroideam, vel nunc maxime confirmare videntur quæ ejus invenimus, tenuissima vasa ad aeris vias abeuntia; quæ quidem cum illuc referant humorem in ea secretum, quid quæso causæ esse potest, quominus ea pro excretoriis ejus glandulæ vasis habenda sint? Nimius sim, si omnia ejusmodi experimenta, quæ eodem semper cum eventu vel in humano, vel in canino larynge iteravimus, recensere velim. Unum tamen præterire non possum, quod mercurii injectione capere visum est. Parato, uti par est, virili larynge, ac per arteriam thyroideæ immisso hydrargiro, ecce tibi glandula magnam partem intumescit, ac secta dein trachea, minimi profiliunt mercurii globuli. Quod idem experimentum pluries institutum uno semper eodemque exitu mirum in modum evincere ac confirmare videtur supramemoratam a thyroidea ad tracheam ductuum progressionem. Nisi enim ita esset, qui fieri posset, ut hydrargirum ex altera in alteram influeret? Nolim equidem vobis, spectatissimi Sodales, molestus esse, alia quoque huc afferens experimenta, quæ in hanc rem facere perrexi. Sed enim vero eo sum loco, ubi modum servare mihi non licet. Quamquam enim quæ hætenus exposui causæ, quam ago, satis superque fortasse sint, mihi tamen satis esse non

T. VII. C pos-

possunt. Cum enim de ejusmodi re agatur, in qua illustranda tot tantique viri frustra hucusque laborarunt, si quid ipse novi hac de re profero, nisi ipsa proferam compulsus evidentia, periculum est, ne mihi uni plus quam ceteris omnibus tribuisse per summam videar arrogantiam. Ac primum videtur mihi observationem quamdam afferre, quam laudatis viris Marchetto & Naldo fors ipsa, nostris veluti favens inceptis, faciendam obtulit. Dabant ii, ut solent, operam studiis anatomicis, atque in eo erant toti, ut universa capitis vasa per arteriam aortam ascendentem vulgari illa mixtione replerent ex sebo, & oleo terebinthinæ, cum præter eorum expectationem visa est emergere, ac intumescere una cum ceteris vasis ipsa quoque thyroidea, eos quodammodo invitans, atque alliciens, ut se quoque inspiciendam observandamque susciperent. Quam improvisam ejus glandulæ intumescentiam magnopere admirati, memores eorum, quæ ipsi antea de ea compererant, priore dimisso consilio, curam omnem ac diligentiam in eam converterunt. Quid quæritis? Dissecta protinus per longum ad posteriorem partem aspera arteria, dissectoque larynge, iisque locis inspectis, ad quæ pertingere probe noverant excretorios thyroideæ ductus, easdem notas, puncta eadem, uno verbo ea omnia adamussim comperta habuere, quæ in antea-ctis experimentis observaverant, eaque luculenter adeo ac dilucide, ut Vineafferro & Astorio, qui aderant, Anatomes studiosissimis adolescentibus summa cum voluptate demonstrare potuerint. Sed hoc fortunæ tribuendum, quam tamen quis ignorat, ut in aliis omnibus, sic etiam in hujusmodi inceptis plus quandoque valere, quam consilium? Veniamus modo ad ea, quæ nos ipsi data opera sumus experti. Paratis itaque muliebri altero, altero virili larynge ad eum modum, quem experientissimi quique Anatomicorum præscribunt, iis nempe probe fotis ac calefactis, atque eorum vasis calida prius ac spiritu vini elutis, mixtum ex sebo & cypria terebinthina in muliebri larynge in thyroideam injecimus, per venam quidem ad dexteram ejus partem lacca & minio coloratum, per arteriam vero ad sinistram tenuissima infectum arugine (vena erat, quæ in subclaviam definit, arteria, quæ item a subclavia nascitur) in virili vero larynge in dexteram venam, quæ in jugularem influit, immixtus est liquor ex oleo communi & terebinthina tinctu cæruleo, in arteriam vero

vero sinistram a carotide proveniente curcumæ colore distinctus. Hic si forte mireris, quid opus fuerit duabus injectionibus ad unam numero glandulam replendam, scito, quod tu miraris, idipsum nos pariter admiratos fuisse in omnibus experimentis, quæ in ipsa fecimus thyroidea, in quibus alterutram ejus injectionem alterutrius solummodo dimidiæ ejus partis intumescencia subsecuta est, neque unquam contigit, ut tota utrinque intumuerit, nisi facta ab utroque latere injectione. Quid vero causæ sit, quare sic eveniat, id adhuc latet, ac semper fortasse latebit. Num duæ ponendæ sunt glandulæ thyroideæ, uti Vesalius aliique superiorum temporum arbitrati sunt? An potius existimandum, isthmum illum ab Eustachio inventum, qui duos jungit lobos thyroideæ, injectis liquoribus transitum denegare? Alii viderint, quibus id curæ fuerit. Agamus nos quod agimus. Adhibitis igitur utriusque laryngi iis, quas diximus, injectionibus, ambos per longum incidimus eo consilio, ut observare possemus, ex varia ne injectionum tinctura aliam ac antea inspecta vascula formam haberent, an vero priorem speciem, primum ordinem ac positum servarent. Nimirum easdem ipsas notas iisdem in locis positas, eadem oscula, eademque varie colorata puncta variis injectionum coloribus respondentia, tum in summis tracheæ anulis, tum in cavo thyroideæ prope inferiora glottidis ligamenta deprehendimus, ut posteriores observationes nihil profusus a prioribus discrepaverint, sed hæc illis omni ex parte congruerint, se seque mutuo confirmaverint. Quin aggressi præterea eorundem canaliculorum oscula explorare, colorata illa puncta microscopio perscrutantes expressissimam in iis foraminum speciem cernere potuimus, figura ferme elliptica, prominente veluti margine circumscripta, qui fortasse ab interna provenit laryngis membrana. Quod vero spectat ad ipsum canaliculorum incesum, quem secundo loco investigandum suscepimus, sic res habet. Qui ductus prodeunt inferius a glandula, qua parte infidet tracheæ, ii quidem recta pergunt, ac brevi spatio confecto, inter membranaceos ejus anulos se se immittunt, sua habentes oscula ad ipsius asperæ arteriæ principium. Alii vero ductus ad glandulæ latera erumpentes inter cartilagineas thyroideam & cricoideam pariter ascendunt usque ad arythænoideas, quo cum pervenerint, laryngis cavitatem inter ipsas arythænoideas & cricoideam in-

grediuntur, ac longius etiam progressi sub interna laryngis membrana in ea tandem desinunt ostiola, quæ in ligamentorum inferiorum vicinia patent. Longum sane ac difficile horum ductuum iter, sed tamen necessarium, ac naturæ finibus accommodatum. Etenim cum thyroidea cartilagineis partibus ante adhærescat, quæ nempe vasorum transitum non admittunt, necesse fuit, ut quæ vasa ab ea proficiscentia ad cavum laryngis pervadere debent, eam tenerent viam, quæ longa licet & flexuosa moras tamen omnes, & loca iis impervia declinaret. Atque hinc palam fit, quare hæc glandula se se porrigat hinc inde ad latera, ac veluti curvetur in cornua instar lunæ crescentis, non eo sane ut colli rotunditati venustatique prospiciat, ut olim Columbo visum fuit, sed ut suis illis productis, ac sursum reflexis extremitatibus, quibus thyroideam cartilagineam complectitur, iis se se partibus accommodet, propiusque accedat, quibus inservit, quo facilius humor ab ea secretus per proprios canaliculos nullo interposito impedimento ad eas pervenire possit. Jam vero tot rebus a me hæcenus disputatis, tot cumulatis experimentis, quam nactus sum spartam, fatis mihi ornasse videor. Si cui tamen non fatis hæc faciant, sic habeat, eadem nos pluries iterasse tantamina, modo laryngis vasa animali glutine replevisse, quod scilicet ex memoratis foraminibus effluere observavimus, modo mercurium infudisse, eumque brevi ab iisdem osculis profiluisse; ad hæc juvenæ, ad hæc agni laryngem ad examen revocasse, in iisque microscopio inspectis eadem prorsus foramina, ac in humano larynge apparuisse; ipsam præterea membranam a larynge diligentissime sejunxisse, atque in ejus posteriori superficie serpentes canaliculos injecta materie adhuc distentos plane conspexisse. Quid plura? Eo res deducta est, ut acus in unum quemlibet ex hisce canaliculis immissa in anteriorem superficiem per ejus canaliculi foramen evaserit. Quæ quidem cum ita sint (sic autem esse meam vobis spectatissimi Sodales fidem obstringo), nihil jam amplius obstare potest, quominus, omni abjecta dubitatione, id glandulæ thyroideæ muneris tribuamus, ut vocalibus chordis, aerisque viis secreto ab se humore prospiciat. Patent jam ex allatis experimentis, qui tamdiu latuerunt, excretorii ejus glandulæ ductus. Jam palam est, quod antea ignorabatur, unde enascantur, qua ire pergant, quibusve tandem

dem se se partibus applicent. Quid amplius requiritur? Neque vero quidquam negotii facessere debet, quod hujusmodi canaliculi ad imum tantummodo laryngem, & ad superiorem tracheæ partem pertingant; præter enim quam quod potest facile humor iis in locis effusus, vicinas etiam partes alluere, adsunt præterea in homine, ac in quadrupedibus glandulæ arythænoideæ, quæ alium vocis organo humorem sufficiunt, fecus ac in volatilibus accidit, in quibus, cum hujusmodi glandulæ arythænoideæ nullæ sint, folius est thyroideæ, vocis organo consulere. Quod autem hæc glandula non unico sit prædita excretorio ductu, sed pluribus, hoc vero est illi commune cum aliis quibusdam glandulis. Sic enim habet glandula lacrymalis, sic prostrata in viris, quarum utraque secretum humorem per plures ductus emittit; altera ad oculum abstergendum, quod Hunterus & Monrous omnium primi non multo ante observarunt; altera vero ad obliniendam interiorem uretræ superficiem. In quo plane elucet prudentissimum naturæ consilium, quæ dispersito per plures canaliculos humore tum multo melius partium commodo, quibus inservit, prospexit, quam si totum uno ductu unum in locum effunderet; tum vero maxime cavit, ne humor in aeris vias affatim irruens, quod certe eveniret si non distribute per plura oscula, sed patientiore universus introitu illuc influeret, nimis sensilem asperam arteriam, uti Hallerus ipse animadvertit, ad intolerabilem tussim provocaret. Quidquod non defuere inter summos Anatomicos, qui conjectura ducti sic rem habere opinati sunt, uti nos ipsi sumus experti? Morgagnius sane, qui nobis instar omnium esse potest, in primis adversariis quid de hac glandula ejusque usu sentiret, haud obscure significavit. Videtur facile (sunt ipsa ejus verba) a thyroidea ductum aliquem promitti aut in pharyngem atque œsophagum, quos nempe ab lateribus illa attingit, aut potius in summam asperam arteriam, cui revera ad primæ cartilaginis, atque cricoidis latera arctissime annexa est. Atque adeo hæc illi arridet sententia, humorem a thyroidea secretum ad laryngem spectare, ut non idcirco quod adhuc latuerint canaliculi alteram cum altero connectentes, propterea negandum putet ullos esse, sed id potius nimis eorum exilitati tribuendum, ob quam nihil mirari oporteat, quod vel diligentissimorum professorum oculos ad hoc usque tempus effugerint.

At.

At vero, ut omnia tandem paucis complectar, neque vos diutius prolixiore sermone detineam, cum in physicis quæstionibus experientia maxime dominetur, ac penes se habeat omnem discernendi potestatem, in hac autem causa accedat etiam, ac mire consonet cum experientia ipsa quoque ratio ac physiologica doctrina, ecquid præterea remanet desiderandum? Num forte illustriora experimenta, quam ex sint multiplices injectiones, quas ipsi glandulæ adhibuimus thyroideæ, quibusve pluries iteratis eam adeo torsimus, ut quos tandiu suppresserat excretorios ductus, eos tandem aliquando in lucem protulerit, eorumque plane contemplandorum fecerit potestatem? An vero quæ nova afferimus de glandula ista, ea minus congruunt cum veteribus aliarum glandularum proprietatibus? Quæ suapte omnes natura alicui præfunt humori fecernendo, quem deinde per unum aliæ, aliæ per plures, eoque longius porrectos ductus, uti nostra hæc facit, ad eas partes, quibus inserviunt, transmittant; ut cum hæc, cetera quæ jam constabant cum aliis apprime conveniat, magno id argumento esse debeat, eam ab aliis in eo uno quod latebat, non discrepare. Adde huc arctissimum illud societatis vinculum, quare glandula thyroidea vocis organum comitatur quocumque ducat, in variis animantium generibus; adde summorum virorum auctoritatem, quorum, ut ita dicam, vaticinationes, excretoriis thyroideæ ductibus per nos adinventis, veras fecimus. Atque cum hæc ad illa addideris, aut tanti sunt universa, ut sine erroris periculo, sine temeritatis nota affirmare possimus, glandulam thyroideam ejusmodi fecernere humorem, qui per ejus excretorios ductus in laryngis, & asperæ arteriæ cavum influat, ad aeris vias ac vocales chordas obliniendas, aut omnia omnino in dubium revocanda, ac universæ physiologiæ vale dicendum. Sic mihi videtur, dumne vobis, Sodales sapientissimi, aliter videri cognoscam.

ANTONII MARI LORGNÆ.

De Coni Sectionum organica descriptione.

VEteres, quemadmodum ex Pappo colligimus, utur jam Coni Sectiones in Geometriam receperint, ob earum tamen haud facilem descriptionem, constructiones Solidorum Problematum per Conchoidem, Cissoïdem, vel mechanicè quoquomodo exquirebant, crassiorē praxin irritæ speculationi præferentes. Postea vero Neotericorum studio Geometria longius promotā, Concisquē in Mathesin fere universam investis, succrevit adeo necessitas istiusmodi Lineas in plano describendi, ut magni etiā nominis Viri non leviter in eo fuerint, ut aliquam id organice efficiendi rationem assequerentur. Quidquid hucusquē præstitum sit mathematicos latere non potest. Usitatiora instrumenta sunt, quibus fila vel catenulæ aptantur: longe tamen abest ut tali pacto vel minima curvæ portiuncula exacte delineari queat, quandoquidem fila modo majorem, modo minorem distractionem patiuntur, catenulæ vero partibus constant inflexibilibus, quæ stylo aptari non possunt. Sane ea ceteris anteferenda videntur, quæ regulis mobilibus constant firmis, solidisque, utpote quæ incommodis recensitis haudquaquam laborant, quæque præterea simplicia sunt, & praxi accommodata: id quod, quantum constat, pro hyperbola saltem describenda, est adhuc in desideratis. Contigit mihi superioribus annis, occasione quarundam circa Conicas considerationum, in quibus versabar, ut de hisce obiter quodammodo cogitarem. Re, candenti ferro, attentius pensitata, nova se se obtulit earumdem Sectionum proprietas, atque inde ratio quædam facillima, uno eodemque instrumento, eoque simplici, atque ex firmis regulis coalescente, Parabolē, Hyperbolē, atque Ellipsin per motum continuum describendi. Instrumenti itaque, quod excogitaveram, constructionem inter Opuscula quædam mathematica, & physica anno 1770 cum.

cum publico communicavi. Verum manca tunc temporis methodus ex eo mihi videbatur, ut in Scholio ultimo innueram, quod Conicarum per machinulam propositam descriptio datum Lineæ terminum nequaquam prætergrederetur. Eamdem tamen iis finibus haud arctari suspicatus est celeb. Vir Vincentius Riccati, monuitque in litteris eodem anno ad me datis, ut resumerem argumentum, diligenterque perpenderem. Rem igitur ad incudem revocavi, ac facili proinde studio, Sectionum in primis quam inveneram, proprietatem latius patere cognovi, perpaucisque mutatis instrumentum confici Conicis generaliter describendis perquam idoneum; quemadmodum Veronæ penes amicissimum Virum Ab. Willi videre est, qui summa diligentia machinulam sibi construi curavit. Non abs re itaque iudicamus Lucubrationem cunctis modo numeris absolutam iterum in lucem proferre.

Theorema I.

Si fuerit EK (Fig. I, II) axis Sectionis Conicæ cujuscumque AB, atque recta linea DF ad EK perpendicularis in D linea sublimitatis, C Sectionis umbilicus, centro autem C, & intervallo dimidii lateris recti Sectionis describatur circulus PBK, Conicæ occurrens in B, captaque ED ipsi DC æquali ducatur utcumque recta EL, quæ circulum secet in L, atque Sectionem in I, & jungantur LC, CI; dico, angulum ICE æquari angulo LCK.

Ducantur rectæ IQ, BF ipsi EK æquidistantes, ductisque IO, LS ad EK perpendicularibus, jungantur CG, CB. Et quoniam recta linea CB e focoeducta æquatur semissi lateris recti Sectionis, erit (ex Conicis) CB ordinatim applicata ad axin EK. Cum vero se habeat in qualibet Coni Sectione, ut CB ad CI, ita BF ad IQ; erit quoque CL, rectæ CB æqualis, ad CI, ut CD ad DO, vel ut ED, ipsi CD æqualis, ad DO. Est autem ut ED ad DO, ita EG ad GI propter parallelas GD, IO; quare ut CL ad CI, ita EG ad GI. Quoniam vero in triangulo EGC perpendicularis GD ab angulo G ducta basin bifariam secat in D, rectæ EG, CG sunt sibi invicem æquales. Ergo ut CL ad CI, ita CG ad GI: & permutando ut CL ad CG, ita CI ad GI. Sunt igitur similia triangula LGC, GCI, ideoque

que angulus CLG æquatur angulo GCI . Et est angulus GCE æqualis angulo GEC : quare angulus ICE æquatur angulis LEC , ELC simul sumtis, angulo scilicet externo LCK . Si fuerit &c. Q. E. D.

Theorema II.

Iisdem positis, erit in Parabola recta linea CE Sectionis lateri recto æqualis: in Hyperbola vero, atque Ellipsi æquabitur tertiæ ad focorum a se invicem distantiam, atque diametrum secundam proportionali.

Quod ad Parabolam pertinet, patet Propositio ex 19.^a Conic. GUIDONIS GRANDI. In Hyperbola autem, atque Ellipsi demonstrabitur tali pacto. Jungatur DB : & quoniam est recta linea CB e focoeducta ad axim ordinata, recta DB Sectionem continget in puncto B (Corol. 3 Prop. 19 Conic.). Distantia igitur puncti D a centro Sectionis, semidiameter prima, & distantia foci C ab eodem centro erunt continue proportionales (Corol. 11. Prop. 9 Conic.). Quare distantia DC , puncti scilicet D a foco, semidiameter secunda, & distantia foci C a centro erunt quoque in continua proportione (Corol. 3. 4. Prop. 20. Conic.). Ergo & eorundem dupla erunt in continua proportione, & propterea recta CE ipsius DC dupla erit tertia proportionalis ad focorum a se invicem distantiam, atque diametrum secundam. Q. E. D.

Problema.

Instrumentum parare pro Coni Sectionibus per motum continuum describendis.

CA , AB (Fig. III. IV.) sint metallicæ Regulæ planæ æqualis longitudinis ad instar circini circa teretes axiculos in A & D immisos libere versabiles. Crura CA , BA circini CAB per totam longitudinem fissura instructa sint, ut & longior Regula metallica GI , quæ circa clavum in extremitatem G infigendum versari possit. KL , MN bini sint cursores cavi, intra quos Regulæ AC , AB immitti possint, aptarique per quam exacte, quique moveri queant juxta Regularum longitudinem, & ad Regulas apprimi, atque firmari, ubi libuerit, cochlearum ope O & H . Clavis ad cursores

fores in E & F adhærentibus, Regulæ binæ æquales DE, DF retineantur ita, ut pariter ad instar circini crura AB, DE circa E, crura vero AC, DF circa F revolvantur. Clavo superiori E cursoris MN respondeat clavus alter ad inferiorem, oppositamque ejusdem cursoris partem infixus, qui per fissuram Regulæ GI trajiciatur, Regulamque retineat, regatque ita, ut Regulis AB, GI circa puncta A, G in gyrum actis, clavus intra fissuram libere moveri possit, invariata ejusdem distantia a centro A; dico factum quod quæretur.

Excavetur enim in plano aliquo fulcus perexiguus AR ad rectam PQ perpendicularis in A, per quem dirigi, atque incedere possit acies axiculi inferioris producti, circa quem regulæ ED, FD volvuntur. Capto deinde utroque intervallo AE, AF æquali dimidio lateri recto Sectionis describendæ, firmentur cursores bini ope cochlearum H & O; & præterea infigatur in planum tum axiculus regularum AB, AC in A, cum clavus Regulæ GI super eandem rectam PQ in G, ita ut intervallum AG sit pro Parabola æquale Sectionis lateri recto, pro Hyperbola vero, atque Ellipsi sit tertium proportionale ad distantiam focorum, atque Axim sectionis conjugatum.

Hisce peractis, si per utramque Regulæ GI, atque cruris AC fissuram trajiciatur stylus Z, atque unica manu diducatur axiculus D per sulcum AR, puncta E & F erunt semper in peripheria circuli centro A, atque alterutro radio AE vel AF descripti, & axiculus inferior cursoris MN per fissuram excurret Regulæ GI, eamque circa G eodem tempore revolvat. Quare ubicumque reperiat vertex D in canali- culo AR, triangula DAE, DAF erunt similia & æqualia inter se, atque anguli EAQ, PAF inter se invicem æquales, & propterea stylus Z motu composito actus erit perpetuo in perimetro propositæ Coni Sectionis, per ea quæ in I. & II. Theor. sunt demonstrata. Ergo motu machinulæ continuato delineabitur in subjecto plano Sectionis segmentum AB (Fig. I.); membris dispositis veluti in Fig. III. Ultra vero punctum B (Fig. II.) describetur Sectio, membrorum dispositione veluti in Fig. IV. Q. E. I. & D.

Fig. I.

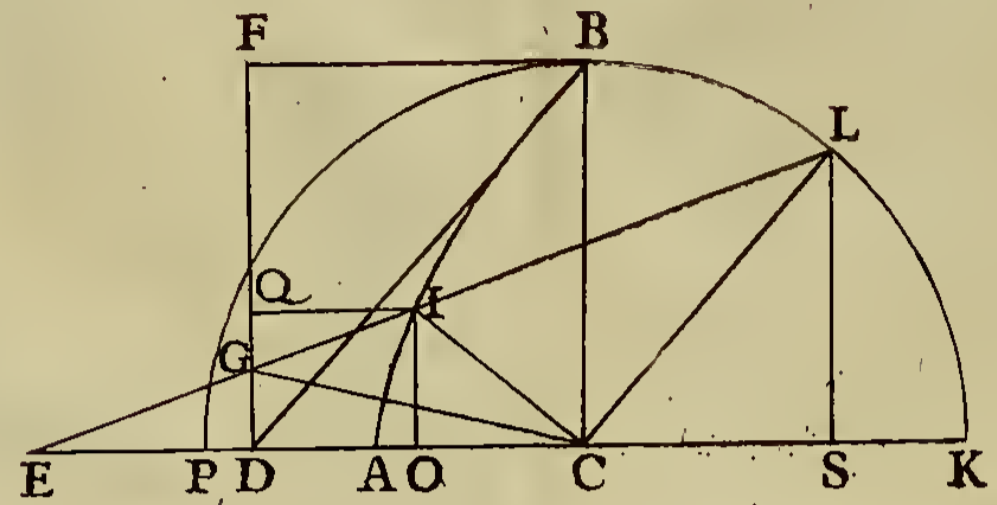


Fig. II.

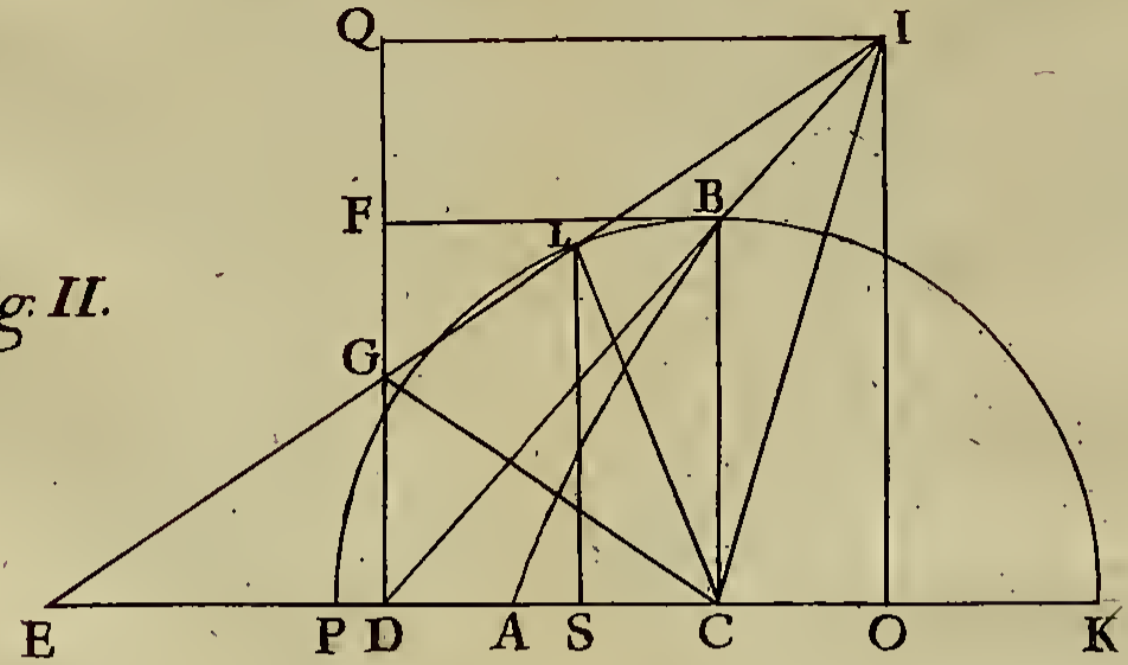


Fig. III.

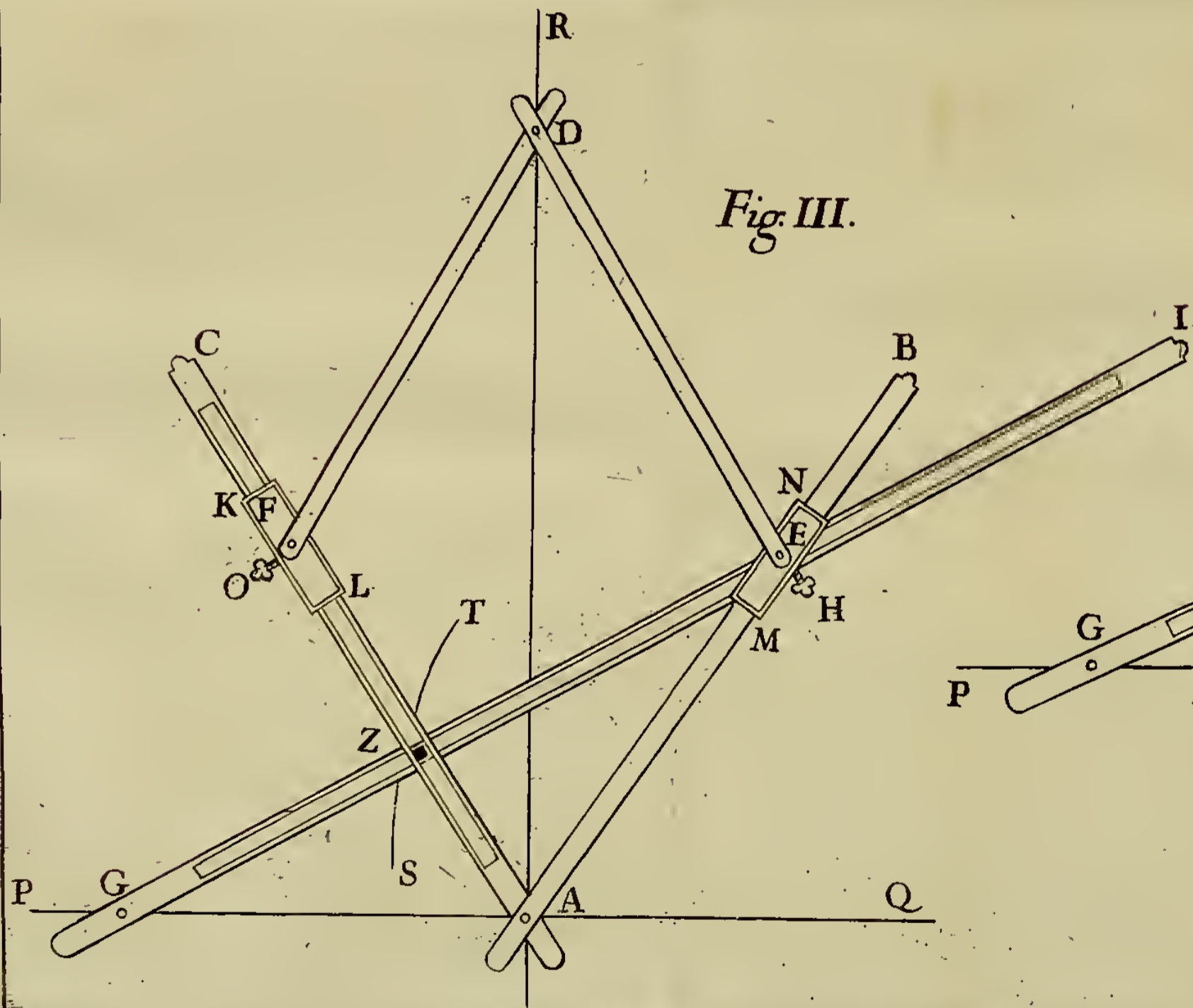
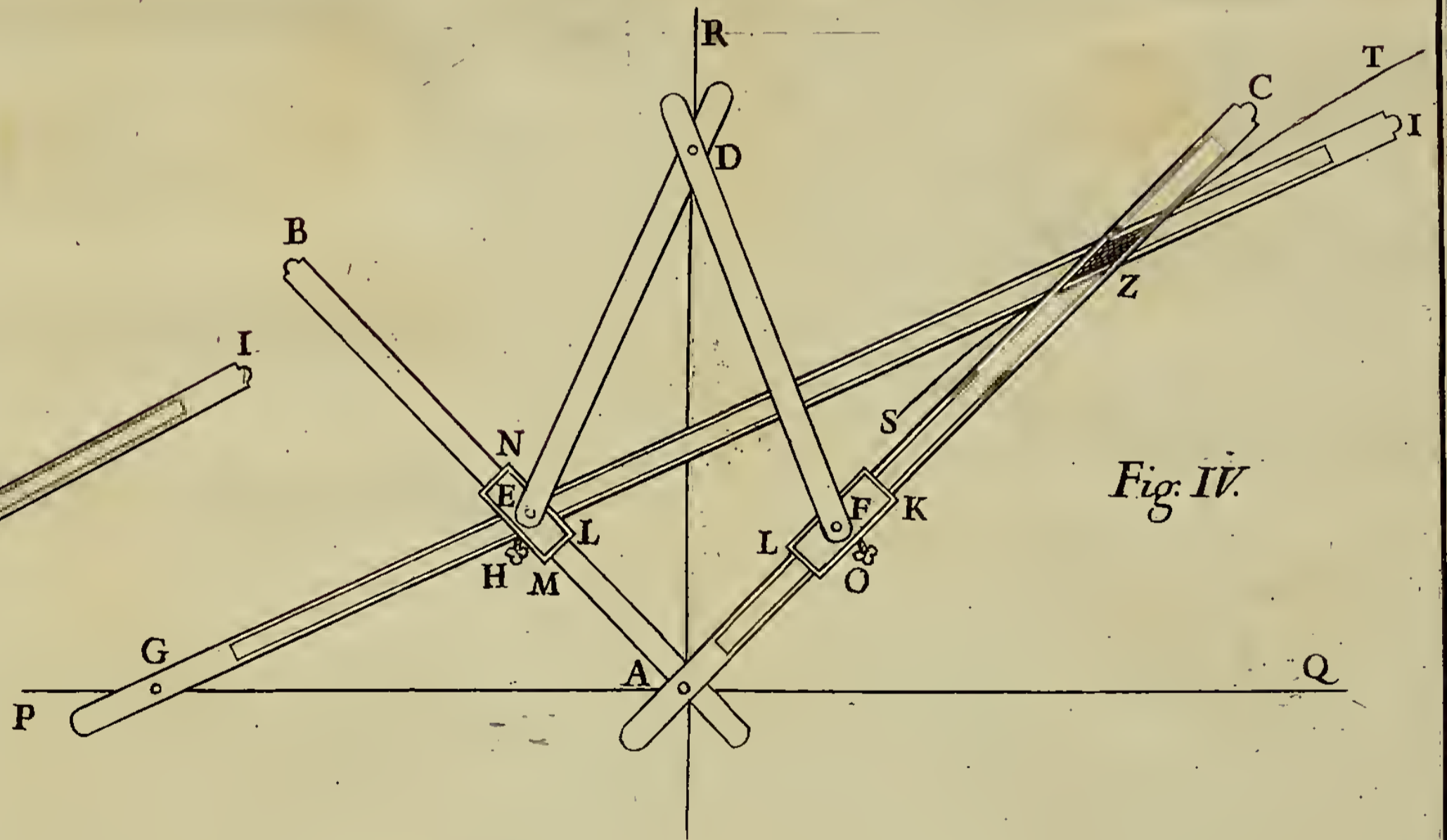


Fig. IV.





JOSEPHI VOGLI

*De terræmotu, qui calendis juniis anno 1779 Bononiam
vexare cœpit.*

Cogitanti mihi jamdiu, quid hoc anno, Sodales ornatissimi, in hunc locum vestra sapientia non omnino indignum afferre possem, Bouguerii, Beccariæ, aliorumque summorum hominum exempla, & consilia occurrerunt, qui de gravissimo illo, teterrimoque naturæ phænomeno, cujus recordationem ipsam refugimus, & scripserunt ipsi, & alios, ut idem facerent, hortati sunt; si forte collatis, comparatisque invicem, quæ quisque notasset, lux aliqua affulgeret, qua ejusdem causa hæctenus naturæ latebris involuta aliquando pateret. Et quoniam quæ superioribus annis apud nos evenerunt, privatis tabulis recensebam in dies, ea vobis communicare, de iis vobiscum differere constitui, non quod vobis nova futura sint, sed ut quæ mihi & vobis perscrutantibus se obtulissent, ipsa disputationis trutina acrius perpenderentur. Equidem intelligo versari nos in meteorologicis, quæ etsi Physicis nunc maxime in deliciis sint, habent tamen propter causarum & conditionum copiam & varietatem difficillimam tractationem. Quare vestrum fuerit eorum, quæ dixerò, multa & humanitate sustinere, & emendare doctrina.

Primum igitur concussionum seriem contraham, & indicabo, seu verius vobis jam scientibus commemorabo. Phænomena deinde præcipua paucis colligam, & distincte enumerabo. Tandem corollaria adjungam, & conjecturas.

Erant anno millesimo septingentesimo septuagesimo nono diuturna siccitate memorando calendæ juniæ, mediaque jam nox pertransierat, cum primum tellus non leviter commota est concussionibus tribus fere contiguis. Aer pacatus, cœlum ubique æquabiliter nubilum; suberant tamen alicubi parvæ quædam nubeculæ subnigræ parum elatæ, quæ ab occidente

ad orientem velociter ferebantur. Concussiones aliæ per intervalla majora consequentes noctem reliquam turbarunt. Cœpit omnes non tam timor, quam admiratio. Cum enim eorum terræ motuum, qui elapsis sæculis facti sunt, memoria esset in omnium animis fere deleta, civitas hæc vel ex situs qualitate, vel ex ædificiorum structura huic calamitati se minime obnoxiam esse arbitrabatur, & propterea ne jucunda spe caderet, maluit inexpectatum effectum consensu tribuere, & phænomeni causam & sedem alibi suspicari. Sed inveteratam hanc spem fefellit eventus. Allatis enim nunciis apparuit, terræmotum Bononiæ maxime obstrepuisse, atque ad eam agri bononiensis partem, quæ versus orientem ad Castrum usque S. Petri porrigitur. Junio fere toto tellus irrequieta fuit. Interea elatis vaporibus pallebat sol, inertesque hæere cœlo videbantur oblongæ nubes coloris plumbei, figuræque trabalis. Inter cæteras commotiones ex vehementiores fuerunt, quæ die 4. hora ante meridiem quarta cum quadrante, & die 10. hora ante meridiem prope tertia factæ sunt. Singularum diuturnitas aliquot minutorum secundorum. Directio ab oriente in occidentem, ut in cæteris pene omnibus. In iis et tremor fuit, & pulsus, & undulatio tanta, ut ædificia pleraque vitium fecerint, partesque altiores, debilioresque, ut camini sunt, magnam partem corruerint.

Sed has concussiones & impetu & diuturnitate superavit ea, quæ proximo julio die 14. hora post solis occasum fere dimidia contigit.

Per reliquum julium, & integros augustum, & septembrem alias per sensimus commotiones, sed rariores easdem & debiliores. Interim, mense nimirum augusto, maxima Vesuvii eruptio facta est.

Toto octobri quies ferme plena.

At novembri ineunte, restitutis nubibus colore plumbeis, figura trabalibus, quæ initio apparuerant, ac timore iterum excitato, auroris borealibus sæpe advenientibus, die nona concussiones duæ per noctem excitæ sunt: die vero vigesima tertia, dum lunæ eclipsis erat, tres habitæ sunt, prima post solis occasum hora 2^a 8': altera hora fere tertia: postrema hora prope quinta, ut visæ sint initium, medium, finem eclipsis quasi secutæ. Quæ media fuit cæteris longe vehementior, & cum majoribus comparanda.

Menfis

Mensis decembris vel nullis, vel levibus commotionibus obnoxius fuit.

Sed iterum januarius ineuntis anni 1780. pluribus commotionibus turbatus est.

Item februarius, maxime vero post diem quintam hora a media nocte quarta. Ea enim fuit concussio, quam impetu nulla minorem, diuturnitate vero cæteris majorem plerique fecerint. Ferunt Mediolani quoque, & Veronæ per idem tempus terram valde contremuisse.

Martius nobis fere quietus fuit; at Messanæ & in Calabria vehementes facti sunt terræmotus, & altera Vesuvii eruptio.

Hic finem habent accuratæ tabulæ, quæ a Michaele Augusto viro clarissimo Bononiæ in lucem editæ fuerunt, & quibus in plerisque consentiunt nostræ.

Tribus succedentibus mensibus aprile, majo, junio commotio vix ulla: nulla omnino julio, & augusto. Interim tamen, mense nimirum majo die 25. Ferrariæ, Ravennæ, Venetiis, aliisque in regionibus adjacentibus validam satis extitisse commotionem accepimus.

Diuturna hæc terræ quies apud nos, apud exteros vero frequens commotio spem nobis fecerat causam tanti effectus alio translata omnino.

Sed falso. Proximo enim septembri pluribus tremoribus, ac pulsibus, non ita quidem magnis, obnoxii fuimus, die presertim 22. hora a meridie tertia cum dimidio, & hora a meridie prope quarta.

Per menses sequentes octobrem, novembrem, decembrem tremores aliqui facti sunt plerisque sentientibus.

Idem januario ineuntis anni 1781. contigisse concedunt omnes, negant februario, & martio.

Aprilis autem die 4. hora post solis occasum ferme quarta undulatio non levis percepta est. Hæc communicationi adscribenda. Eadem enim hora maximis terræmotibus quassata est regio illa, quæ Castrum Bononiense, Faventiam, Brixichellam, mediumque agrum comprehendit, cum plurimorum ædificiorum ruina, multorumque hominum excidio.

Post majum omnino quietum, tremores die 2. junii extiterunt, quos cognovimus tribuendos maximo, horrendoque terræmotui, qui tot, tantaque damna intulit Callio, Urbaniæ, aliisque Legationis Urbinatis regionibus.

Ad id temporis perductæ finem habeant institutæ terræmotuum adnotationes. Biennium namque absolutum est, ad quod contraximus sermonem nostrum. Etsi enim deinceps in finitimis regionibus renovati sint terræmotus, nobis tamen nulli facti sunt, vel certe minimi.

Hæc vero omnia in tabulis distinctius & accuratius posita nullo negotio enumerare singula potuissim; sed puduit patientiam vestram ultra periclitari, quam necesse esset omnino.

Nunc phænomena recensebo, quæ per ea tempora observata sunt. Ab atmospheris initium ducam.

1. Solis, & lunæ pallor fere constans: videlicet cœlum vel serenum velo quasi quodam tenuissimo vaporibus & exhalationibus conflato sæpissime obducebatur. Hinc forte factum est, ut radiis solis reflexis non ita frequens phænomenon se nobis hoc tempore bis obtulerit, parhelium scilicet, alterum matutinum die 25. februarii 1780. post solis ortum hora una: vespertinum alterum die 23. maji eodem anno hora ante solis occasum secunda.

2. Nubes quædam passim apparebant, & maxime ad occidentem plumbei coloris, & trabalis formæ ac constantis, quæ non ita facile cum cæteris nubibus conjungebantur. Dixisses ex cineribus eas coactas, & aqueis nubibus inimicas. Sæpe etiam dispergebantur per cœlum nubeculæ aliæ minimæ, albicantes, frequentissimæ vellerum instar, quæ plerumque in fibras & fila, ad modum aranearum discriminatæ, desinebant.

3. Nebula ad horizontem densissima, & sole vel oriente, vel occidente magis conspicua passim extitit. Interdum etiam excitata est quasi fumus post concussiones non sine odore sulphureo.

4. Fulgura, quorum alterum proxime præcessit terræmotum diei 14. julii 1779, aere nulla ratione nimbofo: alterum apparuit, illudque vividum in ipsa concussione diei 6 februarii 1780, plerisque omnibus consentientibus; ut propterea concussiones vehementiores non sine fulgure fuerint. Addendum, non solum octobri 1779, sed hyemalibus mensibus januario, & februario 1780, qui frequentibus commotionibus obnoxii fuerunt, præter consuetudinem sæpissime fulgura coruscasse, & nivibus decidentibus, & post nives delapsas, eaque plerumque albocærulea, & terram fere lambentia.

5. Sunt

5. Sunt qui scintillas commemorant: sunt qui globulos igneos ex iis viarum foraminibus erumpentes, quo aquæ multæ cum sordibus confluunt, & in subjectum cavum labuntur. Neque vero defuit, qui affirmaverit, dum lunæ eclipsim intueretur, se ab extremitate cujusdam tecti flammulam prodeuntem, citoque evanescentem vidisse, cui illico terremotus successit: de quo non est cur dubitem propter hominis auctoritatem. Ipse certe die 10. januarii 1780 hora post solis occasum sexta igneam accensionem æstivis iis, quas stellas labentes appellant, omnino similem, sed insuetæ magnitudinis, ac splendoris non sine admiratione conspexi. Idem phænomenon apparuit nobis eodem anno die 3. octobris hora noctis prima. Videbatur globus lucidissimus, ut ii sunt, qui arte parantur, & exploduntur lætitiæ causa.

6. Auroræ boreales, ut alias rubeas accensiones omittamus, per ea tempora fuerunt frequentissimæ. Numerantur adusque viginti. Earum aliquæ satis insignes, ut quæ apparuit anno 1780 die 29 februarii, ita ad meridiem porrigeretur, ut non solum supra nostrum verticem, sed ad plagas omnes non sine intuentium admiratione, ac terrore cælum rubeo splendore perfunderet. Quædam etiam cum terremotu fuerunt conjunctæ, ut nulla deinceps aurora oborta fuerit, quin animis jam timentibus novus timor accederet. Idem ferunt Melitensibus deinde accidisse, quibus borealis aurora non solum timorem attulit, sed & telluris motum.

7. Mugitum etiam, qui majores concussiones aut præcescit, aut comitatus est, atmosphæricis phænomenis adjungo. Opinor enim, sæpius in stratis aereis supra terræ superficiem excitatum fuisse. Ego sane die 14 julii, dum in cubiculo versarer superiori, & externis tegulis proximo, nihil de terræmotu cogitans tantum repente rumorem, ac strepitum super tabulatum audivi, ut quid rei esset miratus inquirerem. Sed illico tremor, & quassatio succedens causam aperuit. Vis enim tota ab aere primum profecta esse visa est. Quod & visum est aliquibus, ita quidem ut iisdem placuerit concussionem illam, & plerasque alias aeremotum potius appellare.

De aeris constitutione, cæterisque cœli affectionibus biennio illo hæc pauca notanda sunt: ventos orientalem, & africanum plerumque dominatos esse: in ipso terræmotu aerem: ut plurimum pacatum fuisse, nulloque vento concitatum,

ne.

neque tamen semper: in barometris irregularitates deprehensas esse; sæpius tamen repentinam mercurii depressionem, deinde elevationem ad aliquot lineas, qua consistente motus fiebat terræ. Nihil præterea afferunt observationes a viris peritissimis accurate institutæ.

Sed jam ad phænomena, quæ terrestria appellabimus, descendamus.

1. Aquarum in puteis agitatio ac turbatio, quemadmodum apud veteres legimus, apud nos etiam terræ motus præcessit, aut cum iis conjuncta fuit. In quibusdam puteis aquæ depressiores factæ, in aliis sublimiores, ad pristinam deinceps altitudinem aliq̄ citissime, tardius aliq̄, aliq̄ necdum restitutæ.

2. In animantibus, maxime in psittacis commotio excitabatur, & quasi timor vel ante terræmotum. In hominibus vero effectus habebantur diversi præter communem omnibus metum: in aliis vomitus: in aliis vigilia: in aliis diarrhœa. Nonnulli capitis oppressione laborabant ante, levabantur post terræmotum. In quibusdam tumorum solutio promotæ: in aliis virium augmentum: quin etiam in multis, maxime vero in puellis, contra prorsus factum est, atque a timore fieri consuevit. Hęc partim nos observavimus, partim a Medicis accepimus.

3. In supellectili, in parietibus ipsis crepitationes frequentes & insuetæ audiebantur iis similes, quæ in lignis æstivo & sicco tempore fiunt, ita ut eę essent futurę conculsionis indicium plerumque non fallax.

4. In corporibus super terræ superficiem existentibus non solum habebatur motus telluri communis; ut tremor, pulsus, undulatio; sed etiam motus quidam iisdem proprius, & singularis, quem alii oculis deprehenderunt, & nonnulli ex ipsis mirum in modum subsilientibus, & obitrementibus ædificiorum tegulis deprehendi posse arbitrati sunt.

5. Mitto phænomena notissima, quæ in nonnullis vitris acciderunt, ut scilicet repente frangerentur, & in minima frustula ac pulveres disjicerentur nulla apparente causa. Mitto calorem consueto majorem in cellis vinariis, in stabulis. Mitto fetida loca profundiora gravius oluisse. Hęc mitto omnia, ne infinitus sim, neque ea afferam, in quibus aut tempora, aut adjuncta, aut plures & graviores testes desiderantur.

Unum addo ad phænomenorum seriem complendam, quod partim atmosphæricum est, partim terrestre.

Nocte illa ipsa, & eodem tempore, quo lunarem eclipsim, & simul concussiones tres satis insignes habuimus, die scilicet vigesima tertia novembris 1779, inter Fulginium & Collem, quem Floridum appellant, mons discissus a vertice est, ejusque magna moles in profundum prolapsa, aere interim procelloso, & ob ingentem pluviam, ob crebra tonitrua, ac fulgura horrendo. Qua de re Picinum nostrum ex Heremitarum S. Augustini familia certiore per litteras fecit Christianus Christiani de eadem familia, singulari auctoritate vir, qui tum Fulginii morabatur. Nobis toto eclipsis tempore aer placidus fuit, & ubique serenus. Post emersionem autem lunæ, & concussionem tertiam subito immutata est atmosphæra. Nebula excitata, nubes coactæ, pluvix delapsæ, & magni præsertim ventorum impetus noctem reliquam vexarunt.

Sed jam tempus est ad corollaria transitum facere, nonnullis tantum phænomenis consideratis. Constituta enim dicendi brevitatis non finit in singulis immorari.

1. Certum est, sub qualibet aeris constitutione terræmotum haberi posse: scilicet sereno cœlo, nubilo, nivoso: quolibet tempore, diurno, nocturno, æstivo, hyemali, verno, autumnali: diversis flantibus ventis, plerumque tamen aere tacito & immoto.

2. Certum est, causam concussionem producentem conjunctionem habere aliquam, sive remote, sive proxime cum atmosphæra. Quod ex diversis ejusdem atmosphære mutationibus superius indicatis conficitur.

3. Certum est, mutationes istas illius esse generis, quæ electricitatis actioni, & energix tribuuntur. Hujusmodi sunt auroræ boreales, quas nunc Mairani sententia posthabita Phisici plerique omnes repetunt ab electricitate. Jam vero quot, & quantas habuimus biennio illo & nostro cœlo prope insidentes, & concussionibus non semel conjunctas?

Novi equidem & alios annos borealibus auroris claruisse, ut in Academix nostræ actis traditum est de annis trigesimo, & trigesimo nono supra millesimum septingentesimum. At eandem causam agentem ex conditionum varietate, aut defectu non iidem semper, nec omnes sequuntur effectus.

Fulgura & ipsa electricitatis actioni tribuuntur. Quanta pariter horum copia extitit vel hyemali tempore? Quanta horum telluri proximitas?

Igitur colligendum videtur inter causam terræmotuum, & electricitatem tantam esse conjunctionem, ut aut ambæ unam causam constituent, aut alteram altera ad agendum excitet. Fulgurationes certe, quæ duabus illis concussionibus vehementioribus comites fuerunt, huic illationi vim addunt sane magnam.

Quid si aliorum terræmotuum historiam consulamus? Porro in Callii terræmotu nec turbo, nec fulgura, nec tonitrua defuerunt ad augendum horrorem. Hæc pariter phænomena conjuncta fuerunt cum eo terræmotu, qui Bononiæ factus est exeunte anno 1504.

4. Ex corporum motu singulorum proprio necessario consequitur, agentem causam non solum telluris tractum debuisse concutere communi motu, sed etiam peculiari ratione corpora singula afficere, & agitare. Nisi vero concipias fluidum erumpens, & corpora pervadens, ac comprehendens, quemadmodum electrici principii ingenium est, illud omnino non intelliges.

Neque novus est hic motus, aut minus forte observationibus confirmatus, ut in dubium revocari possit. Gentilis (a) in suo per mundum itinere, dum terræmotus, qui in mari fiunt, describit, vehementer miratur navium ad anchoram consistentium irregularem motum, quo membra omnia, partesque navis separatim agitantur, non secus ac si navis pars terræ esset, neque in fluida materia nataret. Intelligit quidem, eum motum ad summum esse expectandum, qui in maris tempestate excitaretur; sed hunc motum dum animadverteret, maris superficies æquabilis erat, undæ non attollebantur, agitatio omnis erat interna, quoad ventus excitatus est. Idem habet Schouten (b) de earumdem navium vehementi agitatione sub terræmotu, etiam ubi mare quiesceret.

His positis meo quidem iudicio firmissimis, nunc hypothesis proponam ad electricitatis actionem sic explicandam, ut ea universi phænomeni principium, & causa habeatur. Est enim aliquando conjecturis indulgendum, ut observationes institutæ simul conferantur, iisque instituendis propositus videatur esse finis aliquis.

Cer-

(a) *Nouveau Voyage du Monde* T. 1. pag. 172.

(b) T. 6. pag. 103. Vide hos auctores apud Buffon. T. 2. *histor. natur.* art. 16.

Certum est apud Physicos, fluidum electricum esse per omnia corpora distributum: certis conditionibus positis excitari, evolvi, accumulari, & ob ejusdem vim maxime expansivam, & ob quamdam indolem, qua fertur ad æquilibrium, de uno in aliud corpus migrare: maximam hujus principii vim in atmosphæra inesse, & dominari: perpetuam esse communicationem, & quasi circuitum & comneatum tellurem inter, & atmosphæram, ut inde multa meteora exoriantur sive aquea, sive ignea.

Igitur quomodum; Beccaria observante & docente, si duæ superficiei terrestris diffusæ partes opposita electricitate donentur, ut altera ab excessu electrica sit, altera a defectu, electrica materia & vis per arcum deferentem surgentibus vaporibus, nubibus coactis, pluviis decidentibus in atmosphæra sibi confectum ab una in alteram iteratis fere explosionibus migrat, & ad æquabilem, naturalemque distributionem tandem componit se: ita si hæc electricitatis oppositio in duabus telluris partibus profundioribus quacumque de causa exoriatur, materia electrica vehementer nitetur ad diffusionem, & si aut a corporibus cohibentibus, aut a superficiei terrestris distantia, aut ab arcus atmosphærici deferentis defectu prohibeatur, ne sursum emergat, feretur magno impetu, atque injiciet se intra viscera terræ per totum illum tractum, qui inter partes opposite electricas intercipitur.

In hac vero migratione, si copia fluidi magna sit, non poterit non commovere vehementer corpora, quæ pervadit, & adjacentes partes superius positas, ut in phialæ Leydenfis explosione fit: immo & impetum faciet in corpora cohibentia, quæ in eo tractu interjiciantur; & aerem interspersum dilatabit, & aquas in vapores abire faciet, & materias combustibiles, quas offendet, accendet, inflammabitque. His omnibus in actione positis vis commovens intendetur, & pro diversa compositæ actionis directione ac impetu & tremor, & pulsus, & undulatio excitabitur.

Neque vero expectandum est, ut jactu uno res tota confecta sit, fluidumque ad æquilibrium compositum. In electricismo enim artificiali, si plures phialæ simul communicantes jungantur in ea machina, quæ italice *batteria elettrica* dicitur, ut maxima, quæ per artem haberi possit, vaporis vis accumulatur, non una vel altera explosione omnino exone-

rantur, sed pluribus. In electricismo ipso atmosphærico non unius jactu fulminis, non solis pluviis æquabilitas obtinetur distributionis. Hinc facile intelligitur, cur plures concussiones iterentur, modo aliæ statim ex aliis, modo, per novam forte electricitatis accessionem, ad longiora temporis intervalla.

Intelligitur etiam, cur ea materies alio profecta, ibique non quiescens possit per nova itinera incedere, atque ad alias terræ partes commovendas migrare, & diversis locorum conditionibus positis vehementiores etiam effectus producere.

Existimo autem, majorem quidem materiæ potentiam & vim juxta directionem modo dictam diffundi, sed non omnem. Aliqua etiam pars quaquaversum diffunditur, unde in atmosphæram usque explosio aliqua habeatur. Id in diffusionibus electricis, quæ arte parantur, plane patet. Id est in atmosphæra perspectum in fulguribus, in fulminibus, in quibus ignita linea, quæ semita explosionis præcipua videtur, amplissima cingitur & in omnem partem porrecta coruscatione, quam soli luci difficile tribuas.

Id vero si ponas, explicabis facile, cur statim post concussiones vapores emergant, nebulasque efficiant densissimas: cur cum terræmotibus concitatoribus fulgurationes conjunctæ fuerint: cur frequentes auroræ conflatæ: cur flammulæ apparuerint, aliaque id genus lucida meteora: cur tandem communi motui motus corporibus proprius adjungatur, quod certe in cæteris hypothesebus explicatu difficillimum est.

Reliqua phænomena prætereo. Illorum enim explicatio expedita, aut certe non adversa nobis est.

Construxit Barlettus in re electrica peritissimus machinam quamdam, quam terræmotum artificialem appellat. Filum crassius metallicum variis locis intercisum corpus deferens est. Adjacent & interferuntur eidem corpora cohibentia. Super hæc eriguntur turres lignæ, casæ, corpora alia, quæ referre dicas oppiduli cujusdam similitudinem. Immissa electricitate commoventur hæc omnia, agitantur, corruunt. Ecce tibi artem, ut mihi quidem videtur, imitatricem naturæ.

At enim Beccarias electricitatis cultor eximius in epistola, quam edidit de bononiensibus terræmotibus, sententiam fere mutavit, atque ad pyritum halitus maluit confugere eo maxime argumento adductus, quod bononiensis ager pluribus locis, præsertim vero ad aquas porrectanas, & ad apennini.

nini montes harum materierum indicia præbeat manifesta.

Verum animadvertendum est 1.^o in hisce locis, atque in puteis, ubi petroleum continetur, ut ad Septem Fontes extra Portam Romanam, nullas factas esse sensibiles mutationes. 2.^o concussiones primas ad Porrectam, & ad vicina loca vix, aut ne vix quidem pervenisse. 3.^o constare utique vaporosos halitus inflammari, cum in aerem atmosphæricum prodeunt, aut projiciuntur; at non ita facile intelligi, quomodo accendantur intra viscera terræ: quomodo ex profunditate assurgant tanta, quantam concutienti causæ tribuere oportet: quomodo tam multi emergant, & ad tantas atmosphærx incensiones, quantas conspeximus, evehantur.

Scio quidem in Vulcanis maximas haberi accensiones, easque cum terræmotibus sæpe conjunctas; sed ex accensiones non admodum profundæ sunt, neque ii terræmotus admodum extensi. Id animadvertit Buffonius, (a) qui aliam idcirco eorum terræmotuum speciem esse docet, qui ad ampliores distantias porriguntur, & quibus, ut in nostris accidit, mugitus conjungitur, quosque propterea vel ab alia causa, vel ab eadem diversimode agente repetendos opinatur.

Quamquam & in ipsis Vulcanorum eructationibus indicia apparent electricitatis agentis, quod in extrema epistola ita considerat Beccarias, ut in veterem illam suam opinionem, quæ nobiscum facit, abire iterum videatur.

At nihil ne ex lunæ actione petendum? Docuerat jam Aristoteles in defectibus lunæ aliquando terræmotus haberi, & ipsi nos observavimus. Sed eclipsim nihil huc pertinere opinor. Qui enim radii lucis prohibentur, ii & pauci & debiles sunt, ut eorum in atmosphæram actione subducta non satis appareat ratio tanti effectus.

Plenilunio potius, quod eo tempore est, & in quo intenditur actio lunæ in tellurem, ut ex maris æstibus patet, aliquid forte adscribendum. Videlicet ea fieri in atmosphæra mutatio potest, ex poni possunt conditiones, quibus efficiens terræmotuum causa paratior & expeditior ad agendum fiat, cum maxime ex tabulis clarissimi Toaldi illud videatur confici, sub certis lunaris cursus articulis conditiones atmosphærx plurimum mutari, perturbarique, & propterea cau-

fas:

(a) *Hystor. natur.* T. 2. art. 16.

fas ad certos effectus producendos paratas modo juvari, modo coerceri.

Sed jam sit finis. Neque enim necesse est plura persequi; præsertim cum non pauca in hanc rem notata occurrant in epistola (a), quam jam inde a primis concussionibus ad Cæsarem Pizzardum scripsit Canterzanus noster, qui & ipse vel in illis exordiis de electricitate suspicabatur. Quod si per tempus liceret hypothesim hanc meam singulis phænomenis vel minutioribus commendatam ostendere, aliisque animadversionibus exornare, maxime vero illa, quod citissima terræmotus per immania spatia propagatio intelligi non posse videatur nisi ex ipsa causæ eum efficientis propagatione, non dubito quin major adhuc eidem veritatis species accederet.



JOAN-

(a) *Vide Nuovo Magazzino Toscano. Vol. VI.*

JOANNIS ANGELI BRUNELLII

De flumine Amazonum.

DE maximo totius terrarum orbis flumine sermonem habiturus, id mihi proposui, Sodales optimi, & qui hic adestis Auditores eruditione atque doctrina præclarissimi, ut ea, quæ ipse vidi atque observare potui, latius aliquanto ac diligentius exponerem; cætera, quæ vel ab aliis audivi tantum, vel in auctorum libris, qui de illo flumine conscripti sunt, legere mihi contigit, vix aut ne vix quidem attingerem. Multa enim de illo ipso flumine dicuntur a multis, quæ vera ne sint, an in fabulis numeranda, non ita facile statuerim, cum neque omnia ipse viderim, neque a primis fluminis originibus ad oceanum usque navigaverim; facilius autem illi sæpiusque quam dici potest in errorem labantur, sumere qui sibi pleraque solent quasi certa & veritati consona, quæ ab aliis si non minus sincere, minus certe recte, cum de rebus præsertim dubiis vel obscuris oritur disputatio, per sæpe proferuntur. Consulto igitur non pauca præteribo, quæ sermonem quidem hunc meum breviorum aliquanto contractioremque reddent, non efficient tamen, ut quæ in medium afferre statui, quid de flumine hoc tanto, deque his, quæ ad illud pertinent, vestrum quisque sentire debeat, non plene cumulateque patefaciant.

In meridionalis Americæ parte, quæ solem occidentem aspicit, latissima ac longe celeberrima jacet peruana regio. In ea prope mare pacificum series est valde conspicua altissimorum montium a septentrione in austrum excurrentium. Montium illorum cacumina altioraque dorfa perpetua æternaque nive premuntur. Quamvis enim ex ipsius zonæ torridæ parte fere media montes illi assurgant, vallesque, depressioraque loca calore plerumque maximo compleantur, cum tamen sic attollantur, ut eorum nonnulli quatuor & amplius milliarum super maris superficie ad perpendicularum ascendunt, fieri non

non potest, ut in altitudine illa tanta non omnia frigore gelu- que rigeant, atque nix ipsa, quæ frequens admodum decedit, in molem non crescat maximam durissimamque.

Quandam igitur in aere superficiem quasi pendulam at- que horizonti fere parallelam si animo sibi quisque fingat, montibus illis omnibus veluti occurrentem, altioresque eo- rumdem partes dirimentem a depressioribus; supra illam su- perficiem nivibus glaciebusque perpetuis onusta videbit omnia, interim dum infra superficiem eandem, remissiore jam frigo- re, & rupes & arenas & evulsa saxa & terras plantasque, si quæ sunt, ab innumeris aquarum rivulis, a liquescentibus paulatim nivibus perpetuo manantibus, madere conspiciet.

Illi, quos dixi, rivuli, aliis ubique cum aliis coeunti- bus, grandiores robustioresque paulatim fiunt. Hi alios atque alios nacti per montium anfractus excurrentes in majores ad- huc rivos efformantur. Ex iis coalescunt alii fluuntque multo majores, qui primæ magnorum multorumque fluminum ori- gines denique sunt. Quorum quidem fluminum alia in proxi- mum mare pacificum magno impetu feruntur; pleraque alia in immensam planitiem delata, quæ ab occidentali plaga in orientalem ultra mille ducentasque leucas ad mare usque at- lanticum protenditur, pacifico lenissimoque plerumque cur- su delabuntur.

Flumen ipsum Amazonum, de quo dicere institui, eas- dem has habet origines, quas modo dixi, atque fluminum omnium, quæ in terra America prægrandi aquarum mole fe- runtur, jure meritoque censetur longe maximum. Cætera enim fere omnia, quæ vel a peruanis montibus, vel a montibus for- tassit aliis scaturiunt, quæque magnam Brasiliæ partem longis- simo cursu traiciunt, in Amazonum tandem flumen ingre- diuntur, tantaque illud aquarum copia adaugent, ut quibus- dam in locis non fluminis aspectum habitumque præbeat, sed amplissimi lacus, vel parvi cujusdam maris interiora terrarum occupantis magnitudinem speciemque potius æmulari videatur.

Flumina hæc influentia & multa sunt, & pleraque ma- gna. In his tamen numerantur aliqua cæteris omnibus nobi- liora, quorum quidem nomina libenter proferrem, si satis commode dici latine possent. Unum est, quod nigrum appel- lant, tantæ præ cæteris magnitudinis, ut cum ipso quoque Amazonum flumine quodammodo certare possit. Ego sane cum

cum primum ad nigrum flumen delatus sum, ut ad *Marinà* usque pagum iter facerem, qui pagus in sinistra fluminis ora sursum euntibus situs est, multorumque dierum itinere ab ostio distat, tantam ejus aquarum vim alveique amplitudinem miratus, in dubitationem facile incidissem maximam, utrum videlicet ex fluminibus illis duobus influens esset, utrum recipiens, nisi paulo antequam flumen ipsum nigrum ingressus essem, rem plane mirandam scituque dignam ipse vidissem.

Fluminis enim Amazonum aquæ quam maxime ubique albescent, limo scilicet subtilissimo per eas diffuso solutoque fati multo. Verum in flumine nigro, cum aquæ nil limi vel parum admodum contineant, & vitro exceptæ colore obscure flavo perpetuo tinctæ appareant, mirum in modum nigrescunt. Quod quidem aliquibus ut id nominis flumini tribuerent causam præbuisse non difficile crediderim.

In Amazonum itaque flumine infra nigri fluminis ostium ita mediæ fere leucæ intervallo utriusque fluminis aquæ decurrunt, ut quodam quasi pariete interjecto, atque per mediam fere alvei longitudinem excurrente, divisæ prorsus fluere disjunctæque videantur. A sinistra enim fluminis parte, deorsum iter facientibus, qua scilicet flumen ipsum nigrum in nostrum ingreditur, nigrescentes plane aquæ conspiciuntur, interim dum a parte dextera penitus albescentes apparent. Pulchrum fane spectaculum ac prorsus mirandum, neque ita facile, nisi in hoc tanto flumine conspiciendum!

Postquam dimidiam fere, ut dixi, leucam separatæ illo modo divisæque duorum fluminum aquæ perfecerunt, paulatim commisceri incipiunt. Hinc fit ut a læva fluminis parte nigror ille minuatur. Qui quidem eo magis magisque minuitur, quo procedentes aquæ magis magisque inter se commiscuntur, donec illis inter se plane permixtis, penitus evanescat. Tunc enim in tota qua late patet fluminis superficie aquæ rursus, ut prius, albescentes conspiciuntur.

Quis jam non videat flumen quoque nigrum in magnis nobilibusque totius terrarum orbis fluminibus esse numerandum, cum tanta feratur aquarum copia, tantisque viribus polleat, ut ipsius etiam Amazonum fluminis maximas fane vires, etsi ad breve temporis intervallum, repellere tamen ac retundere aliquo modo possit? Quis etiam non videat flumen ipsum Amazonum longe majus atque præstantius esse oportere.

re quam alterum, cujus irriti tandem conatus omnes evadant, viresque alterius viribus oppositę vincantur tandem penitusque deficient?

Verum ad fluminis Amazonum origines jam redeo. Hæ sane tam multæ sunt ac variæ, ut difficile admodum definire quis possit, quænam ex omnibus prima hujusce tanti fluminis origo sit, ac cæteris principalior. Condaminus, quamquam dubitans, *Ucayaleanam* existimat. Cur Condaminus, dubitaverit, & longum esset dicere, & profus inutile. Cum tamen ea protulerit, quæ flumen ipsum *Ucayalè* dictum Amazonum flumine aliquanto minus esse ostendant; ipse quoque si voluisset, parcius dubitare potuisset. Paulo igitur liberius statui ab ipso poterat, *Ucayalè* flumen & in nostrum ingredi, & simul ejus originem esse præcipuam.

Vix autem fluminum horum duorum concursione facta, tantam dicit a se aquæ altitudinem inventam fuisse, ut fluminis fundum plumbo attingere non potuerit ad octoginta cubitus demisso. Ita sane fuerit. Sed quoniam Condaminus fere semper hoc dicit, cum de aquæ altitudine agit, valde vereor ne interdum deceptus in errorem, quamquam nolens, aliquem sit lapsus. Quamvis enim iter confecerit illud suum aquis summa adhuc altitudine decurrentibus, sane non video solam aquæ altitudinem efficere potuisse, ut ab attingendo fluminis fundo tam sæpe aberraverit.

Nemo non statim ac facile videt, flumen hoc nostrum, ut cætera fere omnia, cum adhuc torrens est, aut cum per loca montium abrupta magno adhuc impetu fertur, atque inter rupes & prægrandia saxa decurrit, sæpe sæpius e cataractis decidens fragore horrendo, ita esse a natura comparatum, ut nullis itinerantium hominum commodis servire ullo modo possit. Nemo enim, nisi perire malit, se se illius aquis ex locis illis abruptis alio iter facturus sponte ac tuto committat. Sunt tamen earum regionum incolæ nonnulli, qui audacia prope incredibili tractus quosdam fluminis summe metuendos ita percurrant, ut etiam cimbis vecti, aut aliqua consistentes paucorum lignorum compage se se e cataractarum altitudinibus in inferiores fluminis partes demittere non vereantur.

Ad flumen jam venio in immensam, quam dixi, planitiem tandem delatum, atque placido jam cursu oceanum versus prolabens. Nullas jam in hoc tam longo fluminis tractu

cataractas invenias, quæ metum afferant, nullas rupes, saxa prorsus nulla, quæ tibi exitium parare possint; & nisi tempestates oriantur, ut sæpe quidem oriuntur, quæ flumen turbent, iter sane vento & remis jucunde admodum & placide conficias. Cimbæ tamen, quas prope fluminis ripas navigare oporteat, in arborum truncos interdum incidunt e superioribus proximisque silvis delapsos, atque sub aqua jacentes, qui molettiam afferre valeant. At navicularum ductores, qui paulo diligentiores esse velint, facile ab hoc periculo, nocturno etiam tempore, cavere possunt. Magis fortassis timendi sunt vortices quidam quibusdam in locis tum a subita riparum inflexione, tum etiam ab insula quadam in vicinia posita orti. Nam cimbæ si propius accedant, facile a vorticibus istis rapiuntur, e quibus postea ægre admodum, nec nisi magnis remigum conatibus, exire possint. Incolæ tamen, qui loca omnia probe agnoscunt, in quibus aqua magnis his motibus agi torquerique solet, omnem etiam vorticum pernicitatem cimbæ alio impellentes nullo negotio effugiunt.

Verum fluminis fundum in hac planitie cursu tam leni placidoque decurrentis, sane vix potest ab horizontali linea deflectere. Etenim cimbæ toto penitus anno solis etiam remis, si ventus deficiat, sursum aguntur contra fluentis aquæ molem, etsi paulo ægrius illæ, quæ longius a ripis navigent, aut quæ postquam aquæ ad summam, quam possunt habere, altitudinem pervenerunt, iter conficere debeant. Præterea innumeræ fere insulæ ubique ex aquis prodeunt, quarum illæ quidem, quæ a fluminis originibus propius absunt, ab oceano distant leucas fere mille & ducentas, id ipsum si quid recte judico satis superque ostendere videntur. Ego vero postremum fluminis tractum, qui a loco, quem brasilienses *Pauxis* nominant, ad oceanum usque ducentarum & amplius leucarum intervallo protrahitur, cum horizontali linea convenire prorsus existimo. Maris enim fluxus ad illum usque locum, quem dixi, pervenit, statisque diei horis perpetuo observatur. Quamvis enim aquæ altitudo vix aucta illo in loco appareat, augetur tamen, & nonnisi a fluxu maris augetur.

Insulæ cum tam multæ sint, ut qui earum numerum tentet colligere, rem prorsus difficilem aggrediatur, figura etiam & magnitudine variæ admodum sunt. Sunt enim fere rotundæ; sunt quæ trianguli formam habeant aut quadrilateri; &

quæ cum longissimæ sint, latitudine carere quasi videantur. Pleræque tamen oblongæ sunt & utroque capite acutæ. Sunt etiam parvæ; sunt mediocres, & magnæ; sunt denique maximæ. Plures enim vidi, quæ cum cæteris latiores multo essent, quartam etiam leucæ partem & amplius sola longitudine complerent. Ex omnibus autem altissimæ prodeunt exoriunturque silvæ, tanta plantarum arborumque varietate distinctæ, ut solæ, quæ hoc tanto flumine continentur insulæ, incredibilem prorsus animantium copiam nutrire possint.

In quantam autem maximum hoc flumen amplitudinem extendi debeat, non difficile quisque judicare possit, si quod modo de tanto insularum numero dixi, memoria retineat. Et sane illis in locis, ubi frequentiores insulæ occurrunt, fluminis latitudo tanta est, ut duarum vel trium leucarum intervallo ægre contineatur. Quibusdam vero in locis, cum aquæ altissimæ præsertim sunt, fluuntque copia longe majori, ita adhuc crescit augeturque fluminis latitudo, ut parum feceris, si quartam leucam addideris. Unius tamen leucæ spatium plerumque concluditur. Sic infra fluminis nigri, atque influentis alterius ostia, (*Madeira* hoc influens a Lusitanis vocatur) hæc latitudinis mensura tractu fluminis satis longo eadem fere manet. At flumine ad locum, quem *Pauxis* nominavimus, accedente ita minuitur, ut illo in loco nongentas & quinque non amplius hexapedas parisienses exæquet. Hanc in illa fluminis sectione latitudinis mensuram a se geometrice definitam fuisse Condaminus affirmat.

De variis nunc aquæ altitudinibus, quæ unius anni spatium in hoc tanto flumine observantur, paucis dicam. Ea tamen, quæ afferam, de superioribus tantum fluminis partibus, quæ longius a mari distant, velim intelligantur, non de inferioribus, quæ ab eodem mari minus absunt. In his enim illa vel parum admodum, vel fortassis etiam nihil omnino valeant. Pluviæ sane, quæ in altissima peruana regione certis anni temporibus frequentiores decidunt, ut multorum quoque dierum spatium durare soleant, cum ipsæ per se magnam aquæ vim fluminum originibus comparare possint, efficiunt etiam ut nives, quas in montibus illis altissimis perpetuo insidere diximus, celerius liquecant. Tempore etiam fortassis aliquis, qui pluvias plerumque comitatur, celerius adhuc validiusque nives fundat. Mirum igitur nequaquam sit, si tot flu-

flumina, quæ a montibus illis exoriuntur, certis etiam anni mensibus tanta aquarum vi compleantur, ut aquæ ipsæ incredibilem prope altitudinem consecutæ, altissimis jam victis superatisque ripis, in proximas tandem silvas effundantur.

Hoc modo mense præsertim junio, julioque fluminis Amazonum aquæ ad maximam, quam attingere possunt, altitudinem attolluntur. Quæ postea mensibus deinceps insequentibus ita per gradus quosdam decrescit minuiturque, ut anno ad finem fere properante, omnium minima deprehendatur. Vix autem dici vel credi potest quanto hæc minima ab illa maxima aquarum altitudine intervallo distet. Ego sane qui statum fluminis utrumque videre pluries atque observare potui, cum maxima scilicet diversis anni temporibus itinera conficere debuerim, hanc tantam aquarum in eodem flumine altitudinum differentiam mirari satis non poteram. Quam sane differentiam facile quisque animadvertere per se poterit, si depressissimæ dum fluunt aquæ in flumine navigaverit. Tunc enim per arborum truncos altissimis in ripis consistentium præteritæ eluvionis quoddam quasi vestigium excurrere videbit, ad horizontalem quidem lineam fere accommodatum. Neque vero vestigium illud supra tum currentis aquæ superficiem quinquaginta & ultra interdum pedes attolli difficile iudicabit. Quod sane cum ita sit, quanta demum erit in summa fluminis eluvione aquarum altitudo, cum aquis parcissime fluentibus magna semper, medio quidem in flumine, ubique deprehendatur?

Cursus denique hujusce tanti fluminis ita per medianam zonam torridam dirigitur, ut ab undecimo fere gradu latitudinis australis incipiens, perpetuo ad æquatorem accedat, donec sub æquatore ipso in mari tandem atlantico finem habeat. In ostium vero panditur amplitudinis tantæ, flumine in oceanum ruente, ut geographi nonnulli pro ejus mensura octoginta leucas & amplius ponere non dubitaverint. Hoc tamen geographorum quorundam erratum Condaminus correxisse se putat, qui amplitudinem ostii duorum graduum & dimidii, sive leucarum quinquaginta spatio contineri existimat, intervallum summens, quod *Nord* inter & insulæ, quæ *Joanes* dicitur, promontoria medium jacet.

Tempestates interdum cientur longe sævissimæ tum in ipso Amazonum flumine, tum in fluminibus aliis quoque
in-

influentibus præfertim majoribus. Verum illæ omnium perniciosissimæ maximisque viribus præditæ mihi visæ sunt, quæ a vento certis statisque anni temporibus ab occidentali fere plaga validissime spirante commoventur, quæque per certam determinatamque Brasiliæ partem magno impetu feruntur. Is ventus tres quatuorve dies durare solet, summaque furere pernicitate. Tunc silvæ omnes, qua parte ventus ruit, magna vi concutiuntur, arbores etiam robustiores satis multæ solo æquantur, animalia quamplurima emoriuntur; in fluminibus vero ac lacubus tantis ubique fluctibus attolluntur aquæ, ut magna piscium etiam majorum atque incredibilis copia intereat, exanguibus interim eorundem corporibus in arenas projectis. Nulla tunc cimbis navigandi securitas; iis potius certissimum naufragium maneat vel etiam exitium, qui se fe furenti procellæ temeritate tanta committant. Tempestates hæ tamen, quæ raræ admodum sunt, & semel vel bis in anno contingunt, sine pluvia plerumque veniunt nulloque cœli fragore metuendæ.

Longe frequentiores illæ sunt, quæ totam vexant Brasiliam, quæque, si pauci menses excipiantur, quotidie iisdem in locis sex octove dierum spatio magna vi concitari solent, paucos post dies interdum redituræ. Cum his magna plerumque ventorum vis panditur, magnæque sine grandine tamen pluvix decidunt, flagrante interea ac tonante horrendum in modum cœlo.

Cum primum in Amazonum flumen ingressus sum magna ex improvise tempestas orta, sole ad occasum vergente, magnum omnibus qui mecum erant metum attulit, magnumque in periculum conjecit. Viginti enim & plures quæ simul navigabant cimbæ, quarum aliquæ grandiores erant & marinis fluctibus ferendis idoneæ, ad propiorem fluminis ripam admotæ, parum abfuit quin omnes ab irruentibus fluctibus obruerentur. A naufragio tamen ereptæ sunt omnes Americanorum remigum vi & industria, qui nudi in arena consistentes, mediis tamen in aquam mersis corporibus, versis in fluctus navicularum rostris, eorum impetum atque maximam vim magnis conatibus atque incredibili prorsus patientia perpetuo eluserunt. Prægrandis interea pluvia decidebat, ac mediis fere in tenebris, properante jam nocte, crebra tonitrua & fulgura magis terrebant, cum tandem ipsas inter cimbæ
in-

ingens fulmen decidit tanto fragore ac tanta lucis vi, ut ad medium horæ quadrantem & amplius nec cernere, quæ tangebantur corpora, nec quæ ab aliis dicerentur audire quisquam potuerit. De singulis tunc singuli metuerunt, omnibus tamen salvis. Paulo post, obscura jam nocte, tempestas omnis evanuit; nosque pacatis denique omnibus cimbis in meliorem stationem deduximus, gratias Deo Optimo Maximo agentes, qui e tanto periculo eripuisset. Nam si fulmen illud in pulverem pyrium, qui magna copia in una ex cimbis illis includebatur, incidisset, difficile quidem e tanto mortaliū numero evasisset aliquis; neque ego fortassis de hac sævissima tempestate hæc vobis in præsens dicere potuissem. Tempestates hujusmodi cum tam frequenter in illis fluminibus excitari soleant, valde diligenter curandum est, ut instante præsertim nocte, opportuna atque ab omni aquarum impetu libera ac tuta statio cimbis paretur. Quod si nostri ductores fecissent, neque tempore abusi fuissent in persequendis vexandisque crocodilis, quos in vicino quodam lacu inclusos detentosque deprehenderant, eam fortassis tempestatem effugissemus, vel saltem vim ejus sævitiamque tantam experti non essemus.

Piscium in flumine Amazonum, aliisque proximis fluminibus natantium, adeo multæ sunt species, ut earum varietas illis præsertim, qui in naturalium rerum contemplatione versantur, quammaxime placere possit. Horum piscium aliqui prægrandes sunt & magnis viribus præditi, ut maris potius fluctibus quam fluminum aquis a natura destinati fuisse videantur. Omnium maximus ille est, quem Lusitani piscem bovem appellant; bovis enim capiti caput habet quam simillimum, si auriculæ quidem & cornua excipiantur. Herbis ex aqua prope fluminum ripas prodeuntibus pascitur, ut in hoc etiam bovi similis esse posse videatur. In cetaceorum genere numerari omnino debet. Fœmina enim & parit filios & lacte nutrit. Mares dum fœminam insequuntur, ferocissimi evadunt, pugnantque inter se quam sæpissime, donec qui ceteris fortior est, majoribusque viribus præstantior fœminam consequatur.

In minoribus autem piscibus torpedo sane est numeranda, piscis quidem parvus, sed plane metuendus. Etenim si natans homo a prætereunte casu torpedine tangatur, in periculum

culum conicitur maximum, parte scilicet, quæ tangitur, molestissimo diuturnoque stupore affecta. Quo fit ut homini in aquam penitus immerso, viribus jam deficientibus, si nemo quidem opem laturus accurrat, præsens interitus certissimusque immineat. Quemdam ego puerum a torpedine tactum, adjuvante nemine, dum illic degerem periisse comperi. Unam ipse torpedinem viventem adhuc, atque in vase aqua pleno contentam tetigi, non manu quidem, sed parvo quod manu gerebam ligno. Vix dicere possum quanto statim torpore brachium affectum senserim, quantoque sensu doloris afflictum. De pluribus in auctorum libris torpedinum speciebus fieri mentionem scio. Hæc tamen, quam vidi ac tetigi, coloris erat fere nigri, nullisque plane maculis conspicua.

Quoniam de piscibus sermo est, dicam etiam de raifarum genere, ut quæ ipse vidi paucis referam. Raifarum multæ sunt species, sed generatim innocuæ sunt aliæ, aliæ vero, quæ vel perniciem afferre possint. Hæc animalia sub aqua in oris fluminum super arena quasi immobiles torpentisque interdum jacent. Illæ, quæ caudam habent aculeis armatam, si casu flumina ingredientium pedibus conterantur, caudam jactant magna vi, feriuntque quam sævissime. Tanta statim oritur doloris acerbitas, ut qui a raia vulnus tulerit, cruciatui se se subiicere non dubitet longe atrocissimo. Militem ego habui a raia punctum. Ejulabat miser horribili voce, tantusque sensus doloris erat, quo cruciabatur, ut furere prorsus videretur. Ardentis tamen concepta flamma sulphuris decidentibus satis multis, ac vulnere mira patientia exceptis guttis, tantus ille dolor paulo post remissus est, donec eo tandem extincto, altero ab accepto vulnere die incolumis miles ac salvus permanferit. Non ita contigit religioso cuidam homini Franciscani Ordinis. A raia is vulnus tulerat longe acerbissimum. Verum quoniam ardentes sulphuris guttas ferre nullo modo potuit, paucos post dies orta gangræna, misere tandem vita decedere compulsus est. Post hunc ego casum ab omnino nocentium raifarum genere abhorrens, nunquam ut flumina ad lavandum corpus ingrederer adduci deinceps potui.

Piscibus tam multis ac tanta specierum varietate distinctis in illis fluminibus degentibus, facile quisque animadvertere per se potest, multas etiam aquatiliū avium species esse oportere, quæ minores pisces insequantur ac vorent. Ex tam multis,

tis, quæ circa ea flumina volitant, una est longe pulcherrima, inter cæteras omnes colore rubro eminens elegantissimo. Hanc a Linnæo Numenium indicum appellari audio. A brasiliensibus incolis *Culherera* dicitur.

De testudine, & crocodilo antequam dico, insecti cujusdam in Amazonum præsertim flumine viventis naturam mihi ac miram prorsus indolem referre liceat. Brasilienses *Candiru* insectum hoc vocant. Parvi figuram quasi vermis habet. Si digito fricetur in unam partem, lævis est & tactu facilis; si in oppositam, ita scabrum se præbet, ut asperitate nimia lædere vel digitum possit. Vulneratorum animalium sanguine avidissime pascitur, ut crocodilus etiam in maximum coniciatur periculum, si vulnere accepto sub aqua sanguinem emittat. Quibusdam enim in locis infinita prope horum animalculorum copia occurrit. Penem humanum tentat, ingrediturque, si potest, quam libentissime. Hinc fit ut earum regionum viri flumina ingredi numquam audeant, nisi ligatis prius penibus optimeque constrictis. Si hoc enim insectum se se paulo altius in illam partem intruserit, id sane continget ut nullo inde modo, nisi totius fere partis laceratione, extrahi expellique possit. Hoc etiam semel accidisse, dum in flumine nigro iter facerem, nonnulli mihi affirmarunt.

Ad testudines venio, quarum duas præcipue in illis quidam fluminibus degentium species observare potui. Quæ ad unam speciem pertinent, raræ admodum sunt, atque, si testam excipias, nullum fere in usum veniunt, quod scilicet, ut a quibusdam audivi, carnem qui comedunt, febribus statim corripiantur. Id tamen an ita, quemadmodum dicunt, revera contingat, difficile affirmaverim.

Verum quæ specie continentur altera, tam multæ semper & ubique occurrunt, ut vel omnibus Brasiliæ populis in cibum toto fere anno abunde sufficiant. Brasilienses enim, cum necessitas postulat aut fert occasio, quot volunt e fluminibus ac lacubus testudines extrahunt capiuntque, ferreis nimirum uncis plerumque utentes. Mensibus tamen postremis anni duobus tribusve horum animalium in apertis liberisque fluminum arenis vagantium tantam simul copiam deprehendunt, ut brevi temporis intervallo, captis quam plurimis, naviculas compleant onerentque fatis multas.

Cum enim per eos menses fluminum illorum omnium

aquæ, quod pauca sint atque altitudine fluant longe minori, ita ab oris ipsis recedant, ut arenæ, quæ ibi magna copia congeruntur, latissime pateant; testudines fœminæ fere omnes ex aquis undique emergentes eas ipsas arenas petunt, ut ibi ova deponant. Tunc mirum in modum nigrescere ingentes arenarum tractus videas, atque ad multarum leucarum spatia protractos.

Piscatoribus id observantibus ac simul ex cimbis, in quibus latebant, in arenas proflientibus, vix dici potest quam brevi tempore ipsi, quam facile tantam illam, quam dixi, capiant horum animalium copiam. In id enim statim incumbunt ut qua possunt celeritate testudines invertant, ventre fursum converso, ne elabantur. Elabuntur tamen bene multæ, illæ videlicet, quæ ab aquis propius absunt, quæque ova nondum emiserunt; arenas enim relinquentes in flumen statim se se proiiciunt, fugiuntque natantes quam citissime. Verum illæ, quæ ova enitentes deprehensæ sunt, etiamsi manibus tangantur validiusque attrectentur, quasi immobiles manent, hominesque tamquam stupefactæ aspiciunt. Capiuntur tandem & ipsæ statim ac ova enixæ fuerint. Tunc piscatores quas ceperunt testudines, oneratis prius completisque naviculis, alio deferunt, in vivariis condunt, servantque in multum tempus.

Testudines dum ova emittunt in foveis condunt, quas ipsæ in arena faciunt, arenam ipsam celeritate prorsus mira, pedibusque præsertim posterioribus amoventes expellentisque. Testudines sunt, quæ octoginta simul vel centum ova & amplius singulis annis enitantur. Hæ quidem tantæ sunt magnitudinis tantique ponderis, ut a singulis hominibus ægre admodum ferri singulæ possint. Pleraque tamen cum sint minores, quinquaginta tantum ova aut sexaginta deponunt. Cum enixæ fuerint, arenam sic ventre componunt ac dolant, ut ubi ova occultentur, non ita facile dignosci possit. Incolæ tamen solum ubique pedibus pulsantes, loca plerumque detegunt, quæ ova contineant. Hoc modo incredibilem prope ovorum multitudinem congerunt, e quibus, ut Lusitani loquuntur, *mantecam* exprimant. Hac sæpe Brasiliæ nationes fere omnes ad condiendos cibos utuntur. Hanc etiam pro oleo in lucernis ponunt.

Crocodili denique restant, de quibus dicere constitui,
ani.

animalia sane in illis fluminibus longe ferocissima. Eorum dæ quoque species numerantur. Nam alii parvi admodum sunt & colore pene viridi conspicui. Horum quidem carnibus brasilienses barbari ita vescuntur, ut etiam habeant in deliciis. Has ego delicias experiri cum vellem, parvum sane hujusce carnis frustulum comedere tentavi. At odoris gravitate commotus, saporisque novitate offensus, plane sensi quanto nostra & barbarorum palata a se mutuo distarent intervallo.

His longe majores sunt alii, qui ad speciem alteram referri possunt, crocodili. Nigri fere coloris sunt, & plane horrendi. Immanes vires cum habeant, insigni quoque pollent calliditate. Pisces vorant, & animalia quæque, & ipsos etiam homines, si quos in aquis natantes deprehendant. Etenim nullum prorsus animal in aquis elabatur tam velox, siue tantis sit viribus præditum, ut vel insequentem effugere crocodilum possit, vel ejus audeat furori resistere.

Quamquam enim tigris interdum crocodilum capiat & enecet, id tamen astu potius quodam suo facit, quam aperta vi. Nam fugit, si potest, & ipsa, dum in aquis natat, si crocodilus insequatur. Verum si aut dormientem eum aut incaute se habentem in apertis fluminum oris deprehendat, in ipsum velocissime nil tale expectantem insilit, oculosque unguibus petens statim lacerat eruitque, tantaque vi premit ac stringit, animalis dorso innixa, ut furentem jam illum, atque in flumen quanta potest celeritate se se proiicientem, nullo modo elabi patiatur, donec vulneribus satis multis inflictis, copiosa diuturna que sanguinis effusione ferocissimum tandem animal emoriatur. Corpus tunc tigris emortui crocodili in proximam silvam pertrahit, atque membra discerpens, carnibus insensissimi hostis lætabunda depascitur.

Tantam flumen præsertim Amazonum crocodilorum copiam nutrit, ut quocumque in illo flumine se se vertant procedantque naviculæ, obvios perpetuo habeant, vel insequentes a tergo. Crocodili pugnant inter se rixanturque quam sæpissime, caudis plerumque magna vi magnoque impetu decertantes. Vix nati ferociam ostendunt incredibilem. Unum ego habui vix semipedem longum, quem tamen mordendi arte insignem manibus nullo modo atrectare poteram. Cum tam parvi ex ovis prodeant, mirabile sane dictu est in quantam crescant magnitudinem. Aliqui enim sunt, qui decem vel duodecim

nostrates pedes & amplius longitudine compleant. Qui ergo ad triginta usque pedes crocodilorum longitudinem extendunt, videant quæso quos illi pedes intelligi velint.

Cum crocodili in aquis natantes insequendæ celeritate cæteris animalibus fere omnibus plurimum præstent, in terra tamen positi currentem hominem nullo modo assequi possunt. Americanos quosdam, qui mihi remis operam navabant, crocodilum, quem in arena dormientem deprehenderant, paxillis aliquanto longioribus verberantes vidi. Nullum tamen ab exporrecto jam atque insequente crocodilo damnum pertulerunt. Omnes enim quotquot erant quamquam fugientes cimbam rursus salvi incolumesque conscenderunt; crocodilus autem, cum elapsis jam remigibus nihil amplius posset, paxillos quidem mordens ac furens in aquam tandem se se magno impetu projecit.

Hæc animalia voces interdum emittunt longe terribiles, quæ vel metum afferant, si ex improvise exaudiantur. Nocturno audiui ego sæpe; interdiu numquam audiui. An id sensu aliquo doloris faciant, ut incolæ putant, an alia quadam necessitate compulsi, non ita facile dixerim. Taurorum mugitu rugituve leonum resonare omnia circum nemora existimaveris. Denique ut de crocodilis dicendi finem faciam, horum animalium foemina, quemadmodum testudines, ova in arenis condunt aut etiam in luto. In luto enim sæpe condita inveniuntur, ut vidi, indeque extrahuntur libentissime a brasiliensibus barbaris, qui ut fere omnia facile comedunt, sic mirum in modum crocodilorum ovis delectantur.

De fluminis tandem nomine postremo hoc loco cur mihi quod sentio in medium afferre non liceat? Franciscus de Orellana hispanus homo, qui a Quitensi regno discedens, flumenque ingressus primus omnium ad mare usque atlanticum navigavit, fortassis ut viros, ita mulieres vidit quamplurimas in utraque fluminis ripa vagantes, atque aves aliasque bestias arcibus sagittisque persequentes. Morem hunc his nostris etiam temporibus vigere apud barbaras quasdam Brasiliæ nationes, notum satis omnibus esse existimo. Nam viris plerumque plus quam opus est somno & otio deditis, foemina sæpe sæpius ad cibum comparandum silvas ingrediuntur, in quibus aves pluraque capiunt animalia, quæ ibi magna copia occurrunt. In his autem capiendis confodiendisque sagittis fere

fere semper utuntur forti validoque arcu emissis. Idem profus faciunt in piscibus etiam mactandis præsertim grandioribus. Hac enim arte earum nationum foemina quoque, ut viri, quammaxime excellunt ac pollent.

Cur igitur non putemus hispano illi homini, sociisque ipsum comitantibus, barbaris hisce visis conspectisque mulieribus, quæ & fere nudæ, & simul armatæ in silvis identidem apparerent, antiquas illas & longe celeberrimas Amazonas in mentem venisse, quas olim, ut vel narrat historia, vel fabula fingit, & arma tractasse scimus, & bella gessisse quam plurima, & in feris persequendis mactandisque, cum bella nulla essent, plurimum temporis viriumque insumpsisse? Hac una igitur quamvis parvæ tenuique foeminarum utrarumque similitudine contigisse existimo, ut flumen hoc maximum ab Amazonibus etiam nomen acceperit, quod postea tamquam cæteris præstantius atque nobilius ad hæc nostra usque tempora perpetuo retinuerit. *Orellana* enim, & *Marañhonium*, & *Solimones*, qua quidem voce superiorem fluminis partem quamdam Lusitani appellare consueverunt, nomina sunt vel plane obscura, vel certe ab auctoribus parum admodum commemorata.

Cum igitur Franciscus de Orellana se in americanas Amazonas incidisse, easdemque se vidisse testatur, si quas paulo ante dixi foeminas intelligi velit, plane libens assentior. Verum si ex illis ipsis, quas vidit, mulieribus, atque ex aliis innumeris, quas non vidit, rempublicam quasi quamdam formatam existimet, illasque ipsas foeminas ab omni virorum consociatione veluti abhorrentes, ut fertur de Asiaticis illis Amazonibus, sola omnes bellorum gloria, armorumque strepitu delectari contendat; rem sane ridiculam profert, nulloque modo ferendam. Venia tamen hispano illi homini danda est aliqua, qui omnium primus novum hoc viderit spectaculum, quique a mentientibus quibusdam earum regionum incolis fortassis deceptus, hunc in errorem nimia quadam credulitate sit lapsus.

Verum Condaminus doctus quidem homo & eruditus, quamvis brasilienses Amazonas his nostris temporibus existere nullas concedat; eorum tamen opinionem sequi videtur, qui putant olim extitisse, vel earundem rempublicam aliquam esse potuisse. Magnum sane testium numerum affert, quorum

veluti auctoritate id statuat. Sed cum eosdem hos testes & mendaces & credulos esse affirmet, atque mirabilium rerum specie tangi facile commoverique fateatur; quis quæso non valde miretur? atque hanc novam inauditamque galli hominis probandi rationem plane non irrideat? Ego vero, cui octo annorum spatio illis iisdem in locis vitam degere, sive per intervalla præsens adesse opus fuit, in quibus paucos ante annos tam multa de Amazonibus Condaminus audiverat, cum hac de re sæpe ac diligenter quærerem, neminem umquam invenire potui, qui plane quod dicerem intelligeret. Hoc unum tantum comperi, nil aliud, præter fluminis nomen, hominibus illis notum esse atque perspectum, quod quidem ad Amazonas aliquo modo pertinere posse videretur.

Verum dicendi finem jam facio, Sodales optimi, & qui confessum hunc nostrum auctoritate augetis, decoratisque præsentia Auditores clarissimi, ne benignitate vestra patientiaque profus singulari, nimis immoderate abuti videar. Illa enim, quæ hætenus exposui, quamvis parce tenuiterque dicta fortasse sint, aut etiam inepte, satis tamen, nisi fallor, superque ostendunt, quantum flumen hoc nostrum cæteris omnibus, quæ in toto terrarum orbe decurrunt volvunturque, fluminibus præstet atque antecellat, ut flumen scilicet inveniri aliud nullum possit, quod cum hoc quidem sit aliquo modo comparandum. Id igitur tamquam certum compertumque teneamus, flumen, de quo jam dixi, Amazonum & multorum magnorumque fluminum, quæ recipit, numero, & longitudine cursus, quo totam fere, qua parte latissime panditur, traicit meridionalem Americam, & immensa prope aquarum mole, quas in oceanum effundit ostio latissimo, & insularum magnitudinis sane non contemnendæ, quas complectitur, multitudine, & varietate denique & copia piscium, quos nutrit, pene infinita, fluminum omnium, quotquot in hoc orbe nostro conspiciamus, longe maximum esse longeque nobilissimum.

FRANCISCI BIBIENÆ

De Hirudine

SERMONES QUINQUE.

SERMO PRIMUS

De alimentorum canali, deque spinali medulla.

Hirudo, quam etiam sanguifugam vocant, insectum videlicet omnibus, Medicis vero in primis Chirurgisque, notissimum, hodiernæ dissertationis meæ, Sodales ornatissimi, argumentum erit; in quo si alii non pauci, & clarissimi quidem viri, diligentiam, ac sedulitatem suam collocaverunt, nihil profecto mirum videri debet. Difficile est enim temporibus his nostris aliquid invenire, de quo minime fuerit præterita ætate quadam animadvertum. Porro quamplures certe sunt ii, qui de hirudinibus, prout scilicet istæ medicis usibus famulantur, egregie multa scripserunt, in quibus doctissimum Sthaliæ commemorasse sufficiat, utpote qui peculiarem conscripsit dissertationem, cui titulus est: de sanguifugarum utilitate. His accedunt alii, nec minus quidem præclari viri, qui toti fuerunt in hirudine anatomice consideranda; ejusque corporis descriptiones nobis reliquerunt; quarum aliæ typis traditæ jam sunt, aliæ non traditæ. In prioribus ea præsertim numerari possunt, quæ ex Dillenio leguntur in Ephemeridibus Naturæ Curiosorum, ex Poupartio in Diario Sapientum, ex Morando in Actis Academiæ Regiæ Parisiensis anni millesimi septingentesimi trigésimi noni. In aliis vero ea recensentur, quæ scripserunt & Dominus Allou Cartusianus, tum a Morando ipso, tum a Reaumurio memoratus laudatusque, & Puteus Academicus noster clarissimus, quem dira mors paucis ab hinc annis nobis eripuit, cujus scriptum, quamvis ab egregio ejus filio Academico pariter nostro diligentissime quæsitum sit, inveniri tamen neququam potuit. Nimis profecto essem,

fi.

si cæteros auctores recensere dicendo vellem, qui mentionem aliquam de hirudine in suis scriptis faciunt. Redium tamen, & Vallisnerium silentio non præteribo, quippe alter icones dedit non contemnendas, alter experimenta, & observationes repetere sibi jam proposuerat, quibus peculiare quædam structuræ differentias affirmat se comperisse. Neque licet historiam hirudinis reticere, quam Ulysses Aldrovandus tradidit in suo de Animalibus infectis tractatu. Nolim tamen existimetis, me de illa quoque hirudine acturum esse, quam Joh. Petrus Dana invenit in quibusdam alpinis fontibus, quæque exiguissima est, & novam speciem constituit, & hominibus, ac belluis est infensa. Vulgarem enim hirudinem hic tantum confidero.

Itaque in animo est hoc primo de hirudine sermone meo nonnulla persequi ad anatomicam illius investigationem pertinentia. In qua investigatione si quæ a viris præclarissimis supra jam memoratis proposita fuerunt, ea in quo cum veritate magis conveniant, in quo minus, & quomodo inter se discrepent, aut conciliari possint ostendero, ac si pauca etiam addidero nequaquam satis adhuc, quantum quidem noverim, ab illis perspecta; si hæc, inquam, omnia præstitero, officii mei partes implevisse arbitrabor.

Primum ergo ne brevitatis limites prætergrediar, Morandi fretus exemplo anatomicam tum Dillenii, tum Poupartii prælongam historiam præteribo, maxime quia eorum, quæ ab ipsis proponuntur, nonnulla alias opportunum deinceps erit commemorare. Et quamvis Poupartii descriptio accuratior cæteris esse videatur; errore tamen non vacat, ut jure Morandus animadvertit, & hoc amplius incommodi habet, ut, iconibus omnino destituta, ideas rerum pariat imperfectas. Dillenius vero licet sit in describendo proluxior, attamen, ex ipsius quoque Morandi sententia, & descriptionem attulit plenam errorum in anatomicis, & icones addidit nullo pacto ferendas.

His igitur omissis, nunc strictim videamus quid ipse Morandus proposuerit. Itaque vir iste egregius scriptis Domini Allou Cartusiani, quæ antea attente perlegerat, adjutus contulit se ad earum partium considerationem, quæ ad hirudinis structuram pertinent, cætera præteriens satis omnibus manifesta. Quare ab iis partibus incipit, quibus hirudo utitur, ut
al.

alterius animalis cutem incidat, & sanguinem fugat, ostenditque, a suprema corporis extremitate, caput æmulante, ad initium usque œsophagi distinctas quinque numerari partes, duo scilicet labia, deinde cavum unum, quod oris nomen mereatur; postea vero instrumenta ad incidendum facta, tum alia ad fugendum, tum denique œsophagum, & pharyngem ad deglutiendum. Has partes, earumque agendi rationem singillatim describit, easque imprimis, quæ hirudini instrumento sunt ad cæterorum animalium cutem incidendam; non modo enim suas de his observationes affert, sed etiam alias Cartusiani diligentissimi jam memorati, cujus verba quoque ipsa referre voluit, & icones afferre elegantissimas.

Post pharyngis descriptionem, cujus fibrarum ope sanguinem ab hirudine suctione attractum ad stomachum determinari affirmat, transitum deinde facit ad partem aliam describendam his pene verbis. *Hic, inquit, sanguis membraneum saccum ingreditur, qui hirudini pro stomacho est, atque intestinis, quique interne magnam occupat reliqui corporis partem. Si in hoc viscus per os hirudinis introducatur aer, ingreditur hic in tubum quemdam rectum, qui ad centrum est, quique utrinque aperitur in sacculos, sive cellulas principali tubo longe ampliores. Dominus Poupartius (prosequitur Auctor) sacculos istos appellat valvulas; verumtamen tales illa non apparent, nisi cum pars ipsa dissecta sit secundum universam animalculi longitudinem. Si enim tum explorentur, cum aeris plena jam sunt, postquam scilicet dissecta fuerit cutis, qua involvuntur, nihil aliud eas esse constabit, nisi veros rotundos sacculos adhaerentes tubulo, qui sumi poterit pro communi quodam œsophago. Totum ejusmodi organum efficit membrana quadam valde tenuis, quæ versus caudam animalculi robur accipit, ex nonnullis distinctis circularibus fibris, quarum aliqua spirales sunt. Si hujusmodi sacculi tamquam totidem ventriculi habeantur, istorum viginti quattuor poterant in grandiore hirudine numerari. Hæc fere de membraneo sacco Morandi verba. Quæ vero sequuntur de hujus visceris usu, ea alias afferentur. Præstat enim hoc loco pauca quædam animadvertere, quibus ostendatur, quantum auctoris hujus de hoc viscere observationes a meis discrepent.*

Enim vero quæsi vi pluries ac multifariam tubum illum rectum, quem in centro sacci esse, atque in sacculos, sive cellulas hoc ipso tubo multo latiores utrinque aperiri affirmat

auctor; nec mihi datum est umquam illum reperire. Hirudinem secui qua juxta ventris, qua juxta dorsi longitudinem: aere per os introducto inflavi sacco, quem tum adhuc mollem, recentemque, tum similiter tumidum, sed exsiccatum ea, qua potui, diligentia exploravi. Inventæ sunt cellulae, nec admodum sane difficulter, omnisque sacci elegans structura mihi patefacta est; tubus vero ille cellulis interjectus omnibus nunquam se se mihi præbuit conspiciendum. Quare non possum quin hujusmodi Morandi tubulum summopere in dubium revocem; immo suspicari mihi fas est, viscus hirudinis aliud Morando imposuisse: viscus autem hoc spinalis medulla est, de qua in hac ipsa dissertatione infra dicturi sumus. Interea, Sodales, suspicionis hujus meæ rationem per icones quaeso, ut cognoscatis. Itaque si prima, quæ Morandi est, icon consideretur, se se continuo objicient conspiciendos sacculi, sive cellulæ A A &c., (Tab. I.) quæ ut Morandus asserit, in ductum B quasi in communem œsophagum hiant. Ductus autem hic cum nullus sit, ut meæ ferunt observationes, admodum probabile est, spinalem medullam, quæ simili gaudet structura, similique ratione supra universum sacco distributa invenitur, specie quadam ductus Morando apparuisse, quo nihil facilius est, ut ex icone n.º 2.º posita clare patere potest. In hac enim omnis ita repræsentatur sacco, quemadmodum se se mihi obtulit observandum toties, quoties aere per os hirudinis introducto, tumefactoque sacco, hirudinem ipsam secui in tota ventris longitudine. Tunc enim diducta cute, atque ab omni sacco, quantum fieri potuit, separata, in conspectum mihi semper venit spinalis medulla C C C &c., quæ ab una ad alteram corporis extremitatem sacco superextensa cernitur. Sic autem superextensa est, ut, dum sacco propter introductum aerem intumescit, tum ipsa sinum quemdam quasi insculpat medium canalisi in tota sua longitudine extrinsecus persequente, tum alios etiam efficiat transversos. Qui longus est, nempe C C, is tubulum veluti repræsentat ad centrum sacci locatum; qui vero per transversum sacco ipsum cingunt, ii ortum habent a nodulis ipsius spinæ D D D &c. sacco per intervalla cingentibus ramusculis suis utrinque propagatis E E E &c., ex quibus tot quasi distincti sacculi, seu prominentiæ F F &c. nodulis interjectæ extrinsecus etiam conspiciuntur. Cæterum hujusmodi prominentiæ, atque inæqua-

litates omnino fere delentur, si medulla spinalis penitus auferratur. Patet etiam ex icone hac nostra, si cum illa Morandi comparatur, faccum ad os usque fere propagari, neque tantam illam inter os, & facculos intercedere distantiam, quam ipse in sua icone & pharyngi tribuit, & œsophago B. *Fig. I.*

Sed jam ad reliqua proficiscamur, quæ internam hujus visceris fabricam illustrare magis valeant, ac patefacere. Plura quidem feci in hunc finem tentamina; nullum autem mihi visum fuit magis ad rem facere eo, quod extincta, tumefacta, & exsiccata demum hirudine peractum est. Hirudinem scilicet in vinum conjeci, in quo manere permisi dum fere extingueretur, id quod paucorum minorum spatio contingit. Eam deinde extraxi, aeremque per os ejus tubo vitreo subtilissimo introduxi ad eam usque copiam, quæ tum ad faccum implendum omnem, tum ad requisitam corporis intumescientiam erat necessaria. Tum ligaculo collum obstrinxi, ne scilicet injectus aer iterum elaberetur; postea sivi, ut sic turgidum corpus paulatim siccesceret: quo denique penitus exsiccato, corpusculum ipsum lateraliter, idest in parte, quæ inter ventrem, & dorsum est in tota longitudine, ita aperui ab una extremitate ad alteram, ut universi canalis, seu sacci interior structura in conspectum venire posset; id quod icone tertia indicatur; hiatus enim G G profecti latusculi refert imaginem. Hoc igitur artificio facile se se offerunt observanda corpuscula H H &c. quæ a Morando sacculi, sive cellulæ, a Poupartio vero valvulæ nominantur. Horum autem corpusculorum alia, quæ scilicet ori propiora sunt, anularem quasi zonulam formant I *Fig. IV.* humanorum intestinorum valvulis conniventibus dictis perquam similem; alia vero, quæ majora sunt, crassiorique adhærent canalis parti, structuram habent compositiorem. Quamquam enim interiori canalis parieti circumdique alligantur, attamen ita constructa sunt, ut fere ad instar septi transversi sacci cavum intercipient, uno tantum relicto ad centrum foramine M *Fig. V.*, & præterea foveolam habeant utrinque conspicuam N N sacculum emulantem, cujus cava pars est e regione capitis, fundus vero, seu pars convexa caudam respicit. Horum corpusculorum septem, aut octo, & interdum etiam decem, aut duodecim numerantur. Post hæc aliud sequitur veluti sepimentum, quod aliam pariter tenet, contrariam scilicet directionem, multoque

que cæteris est longius, & sacco seu canalem dividit in duos oblongos sacculos cum reliquo tamen canalis ipsius cavo communicationem habentes in superiori parte, idest in K *Fig. III.*; ibi enim incipit, & ad corporis usque extremitatem inferiorem, idest ad G producitur. Quare hujusmodi sepimentum eam pene habet longitudinem, quam tertia ipsius canalis pars. In hac vero icone 3.^a sepimenti facies altera representatur, idest ea quæ per apertum latisculum potest apparere; siquidem altera oppositum respicit latus corporis. Quod ut clarius etiam ostenderetur, hircudines alias aere similiter turgidas, atque exsiccatas secundum ventris longitudinem non secus aperui, ac in prædicto latisculo ostensum est; duabus scilicet in ventre sectionibus utrinque factis zonam, seu fasciam sectionibus hisce intermediam diligenter paullatimque ita revulsi, atque abstuli, ut interior visceris structura ex hac ipsa ventris parte manifestari commodius posset.

Declaratur hoc icone 6.^a, in qua littera O O &c. cellulas, seu valvulas sic indicat, quemadmodum easdem licet in ejusmodi sectione conspiceret; litteræ vero P, Q oblongum illud sepimentum designant, de quo modo dicebamus. Neque silentio præteriri debent circelli membranacei R R &c., qui non secus ac alii supra jam memorati conniventibus valvulis similes, duos istos sacculos ab illo oblongo sepimento effectos singuli singulos in facie interiore circumambiunt.

Ex his autem omnibus perspicuum est, neque tubulum illum rectum, quem in centro sacci, seu canalis residere, & quasi communis cæsophi vices gerere Morandus asserit, ullo prorsus modo existere, neque ullos haberi vere rotundos sacculos, qui hujusmodi excogitato tubo appensi & aerem ab eodem excipiant per os hircudinis introductum, & sanguinem, quem ipsa attrahit exsugitque; neque tum solum apparere illa corpuscula, quæ a Poupartio valvulæ appellantur, cum viscus nulla excitata per injectum aerem intumescencia secundum omnem animalculi longitudinem incidatur. Cum enim hircudinis corpus post introductum aerem exsiccatum aperitur, tum ea certe visceris interior forma debet manifestari, quam recepit ex impulsu aeris, atque hæc visceris fabrica non apparens profecto est, verum omnino eadem quam recentis ipsius visceris prosectio exhibet observandam.

Non est autem mirum, corpuscula illa, quæ sacco di-

stin.

finctis intervallis intercipiunt, a Poupartio valvulas appella-
 ri. Nam si præclari Anatomici valvulas appellare non dubi-
 tant circellos illos membranaceos in certo intestinorum tractu
 prominentes, nihil fortasse repugnat, quominus corpusculis
 partim similibus, partim ad valvulæ structuram, atque usum
 propius accedentibus valvulæ quoque nomen tribuamus. Ne-
 gari profecto non potest, grandiora illa corpuscula M *Fig. V.*
 ad centium perforata in vivo animalculo modo clausa fore,
 modo aperta, prout scilicet in diversis ipsius hirudinis mo-
 tionibus nunc foramen constringitur, nunc referatur; quod
 si est, sanguis ab hirudine attractus, atque in sacci cavo col-
 lectus modo ab una in aliam canalis partem detrudi poterit,
 modo non: quod fane a valvulæ officio abhorre non videtur.
 Atque hic, si mihi liceat naturæ providentiam conjiciendo ad-
 mirari, hoc animadvertam, istiusmodi valvulas sic a natura
 ipsa constructas fuisse, ut sanguinis ab hirudine attracti, re-
 ceptique progressus ad alteram usque canalis extremitatem
 difficilior esse debeat, quam ejusdem ad os hirudinis, per
 quod deinde exeat, rejectio. Nam cum sanguis copiose rece-
 ptus in majores illas valvulas incurrit, tum foveolas offen-
 dit utrinque locatas NN *Fig. V.*, in quibus aliqua sanguinis
 portio subsistat necesse est, nec istas equidem dubito saccu-
 los, aut cellulas appellare; quarum tamen obstaculum, seu
 diverticulum, ut quisque intelligit, non habet sanguis ab
 altera sacci extremitate ad os repulsus. Sed a conjecturis ad
 partis descriptionem redeamus. Nunc enim dicendum est de
 particula quadam eam habente cum sacco continuitatem, ut
 pro ejusdem quasi appendice haberi possit. Pars hæc tubus,
 sive canaliculus est ab ea intestini parte initium sumens, ex
 qua intrinsecus ortum habere diximus oblongum sepimentum,
 pariterque eandem extrinsecus tenens directionem, ac de-
 mum supra intestinum se exporrigens qua dorsum respicit.
 Hunc indicat icon septima in qua littera S initium tubi de-
 signat; T vero finem; S U denique canaliculum ostendit
 nonnihil ab intestino sejunctum, sed cum eodem servantem
 adhuc continuitatem, in parte scilicet superiore S. Quomo-
 do intestini, seu sacci cavum cum hujus canaliculi cavo com-
 municet adhuc mihi ignotum est. Quamquam enim aerem
 copiose injeci, ut saccus omnis turgeret, insinuatus est ille
 quidem ad initium usque canaliculi, idest ad S; nequaquam
 vero.

vero turgere potuit canaliculus. Quare de valvula cogitavi, quæ impediatur, ne aer in canaliculum ingrediatur. Ut ut vero se res habeat, hoc interim certum est, canaliculum cavum esse, inque ejus cavo limi portiunculas me non semel reperisse.

Novus ergo canaliculus iste, qui se se mihi obtulit observandum, fecit, ut in suspicionem venirem de osculo ad facum exclusionem apto inveniando. Notum siquidem est, auctores, qui de hirudinibus scripserunt, in hoc convenire pene omnes, quod nullum in hujus insecti corpore inveniatur osculum huic muneri dicatum. Quæ sane res auctores ipsos, & Morandum in primis ad conjecturas invitavit. Cum autem sæpe animadvertissem, hirudinem injecto aere turgidam limosa quadam materie infici in altera corporis extremitate, quæ capiti opponitur, cogitare cœpi de orificio in animalculi cute inveniando, quod responderet inferiori prædicti canaliculi extremitati. Hirudinem igitur injecto aere turgentem abstergere non destiti diligenter, in ea videlicet dorsi extremi parte, quæ ad capitulum illud fungiforme terminatur, quo hirudo sua veluti cauda adhæret corporibus, ut si qua guttula limosi liquoris scateret, ea locum ostenderet, unde proveniat. Enim vero, absterfa pluries parte illa, locus reipsa patefactus est, & orificium, tametsi exiguum, in parte ipsa omnino detexi, quæ ad antedicti canaliculi extremitatem pertinet, cum quo apprime communicare orificium observavi. Vices ergo intestini recti agere viderur canaliculus iste; osculum vero extrinsecus jam patens eas agere partes, quas agit ani orificium in cæteris animantibus.

Sequitur, ut ad iconem octavam considerandam transeamus, quam vix indicatam vidimus in eleganti illa dissertatione Francisci Redii, cui titulus est: *Observationes de animalibus viventibus, quæ inveniuntur in animalibus viventibus*. Cum autem vir iste præclarus, ut facci conformationem ostendat, quem ipse vocat canalem hirudinis alimentorum, icone ista contentus esse videatur, nullamque ipsius afferat descriptionem, sola equidem illius iconis contemplatione determinare satis nequiveram, utrum ipse quoque Redius de ductu quodam cellulis intermedio eadem sentiret, quæ Morandus, nec ne. Nam illa zonula, quæ icone ista octava a littera X per axem canalıs usque ad litteram Z exporrecta cer-

cernitur, quæque ab Auctore colore albo notata est, hac ipsa coloris diversitate ideam tubi sane aliquam, sed confusam mihi repræsentaverat. Verum hæc ego dum scriberem forte accidit, ut notationes Hieronymi Gaspari Veronensis mihi occurrerint perlegendæ, in quibus narratio continetur animadversionum, correctionumque illarum, quas circa nonnullas Redii experientias atque observationes aut jam scriptis tradiderat Vallisnerius, aut tantummodo verbis innuerat. Narrat igitur Hieronymus, hoc Vallisnerium observavisse, quod nempe icon Redii, quam indicavi de oblongo sanguisugarum ventriculo, non omnino veritati respondeat, præcipue quia canalis in ventriculo medius & amplior esse debet, & apertus patentibus orificiis in laterales cellulas, tum etiam quia facilis ista canalis medii cum cellulis communicatio per iconem illam Redii percipi nullo pacto possit. Atque ut huius canaliculi in medio ventriculi existentis indicata structura patefcat, id præcipit, ut in aqua pura decoquatur hirudo, quæ fuerit ante absorpto jam sanguine repleta, dein fecetur. Sic enim, inquit, cum sanguis ab igne concretus in sacco inveniatur, in quo Redii error consistat apparebit. Siquidem medius canaliculus valde tunc amplius observabitur, & faculi laterales multo apertiores invenientur. Ex his autem Vallisnerii animadversionibus, quas Hieronymus Gaspari nuper memoratus descripsit, nemo est quin intelligat, tum Vallisnerium ipsum, tum etiam Redium in ea fuisse opinione, ut crederent, in centro sacci seu ventriculi ductum quemdam esse, in quem utrinque cellulæ, quas etiam valvulas lunatas vocant, aperiantur. Quæ cum ita sint, mirari desinam, Morandum quoque ipsum, virum clarissimum, in hunc errorem incidisse, quando egregii illi viri naturæ scrutatores accuratissimi multis ante annis ita se rem habere pro certo habuerunt.

Non me quidem latet, hirudines quasdam reperiri præsertim in fluminibus, quarum saccus seu ventriculus, si aere tumefiat, & exsiccetur, nonnihil diversam sui ipsius conformationem præbet conspiciendam. Verum in hoc tantum diversitas consistit omnis, ut & valvulæ ad centrum, quo, ut supra diximus, perforatæ sunt, minus inter se distent omnes, & foveolæ, sive cellulæ in unaquaque valvula utrinque extantes oblongiores sint, & magis obliquæ, ut nona scilicet icone de-

demonstratur. Hic autem valvularum, sive sepimentorum positus, & conformatio facilius decipere observatorem potest, quia nisi diligentissime fiat exploratio, facillimum est in tanta foraminum propinquitate tubum ibi concipere animo, ubi nullus sit, præsertim si secundum foraminum sectionem factus introspectetur. Immo in aliis etiam hirudinibus, si animalculi adhuc vivi corpus ipsum sponte contrahatur, aut si contractio ista per cocturam in mortuo violenter fiat, valvulæ valvulis stricte sic applicantur, ut foramina earumdem valvularum proxime succedentia unum canalem continuatum perbelle mentiantur.

Ac mihi videor satis de hoc viscere, quod saccum, intestinum, canalem, & ventriculum etiam auctores nominant, dixisse. Proximum est, ut de spinali medulla pauca in medium proferam. De hac nihil Morandus: nec mirum; etenim ille in visceris, de quo hætenus dictum est, descriptione consistit; in qua, si præsertim iconem spectemus num.º primo positam, quam ipse tradidit, videtur sane, ut jam ab initio indicavi, spinalem cum suo ductu medio confundere, atque insuper aliarum partium descriptionem, & speciatim genitalium, in aliud tempus reservavit. Dillenius vero cum venam quamdam commemorat *ab ore hirudinis ad omnem ventrem*, ut scribit, *protenfam*, & nunc uno præcipuo canali, nunc duobus constantem, tum videtur quidem ista venæ descriptione spinalem ipsam medullam intellexisse, quam pro vena habuit. Redium autem si consulamus, nihil fere hic attulit præter iconem num.º undecimo designatam, in qua partes generationi inservientes cum spinali medulla ipsa ita sunt implicite, ut prædictus Hieronymus Gaspari in animadversionibus, quas ipse retulit a Vallisnerio desumptas, non injuria quidem affirmaverit, ejusmodi iconem novas mereri observationes, magisque accuratam explicationem. Verum hujus visceris conformationem, atque usum nemo videtur melius attigisse quam ipse Poupartius, tametsi nullam iconem oculis proposuerit. Nam in hirudine nervum observari scribit, qui æquat crassitudine equinum crinem, qui niger est, qui difficulter abrumpitur, qui nodosus per intervalla est, quique ab ore incipiens extenditur supra partes masculi generationi dicatas, ac per lineam rectam intestino, seu sacco subter adhæret secundum omnem ipsius longitudinem, terminaturque ad par-

vum illum circulum, qui est in caudæ extremitate; qui denique in omni suo tractu ramusculos dimittit dextrorsum, ac finistrorsum ab unoquoque nodulo provenientes. Ac verisimile admodum esse affirmat, ex hoc canali eos fluere jugiter spiritus, qui tantam istiusmodi reptilis vivacitatem efficiant, flexionesque tam varias, ac multiplices producant, ut tam prompte ac dextere natate in aqua animalculum possit, ut facit, tantaque aviditate sanguinem exfugere. Hæc vernaculo sermone suo Poupartius.

Reliquum est igitur, ut aliorum de hoc viscere observationibus alias quoque adjungam qualescumque meas; quas equidem paucis videbor attulisse, si dixerò, inter spinalem hirudinis medullam, & bombycis nihil fere esse, quod differat, præsertim si de ipsius structura sit sermo. Enim vero, si adhuc ea, Sodales, memoria teneatis, quæ superioribus annis de spinali bombycis medulla protulimus, est profecto ista nihil aliud, nisi chorda quædam, quæ a bombycis capite incipiens in prona interni corporis, idest ventris parte ad anum usque porrigitur, ex duobus quasi filis coagmentata, nodulisque in toto suo tractu interrupta, quos etiam globulos Malpighius appellavit. Horum globulorum substantia duplex est, alia scilicet interna, externa alia, atque unusquisque globulus quattuor habet insignes ramulos, a quibus minores ramusculi ad partes corporis diversas propagantur. Simile quid, ne dicam idem omnino, in hirudinis spina vel ipso microscopii adjumento mihi contigit observare. Quod cum iconem n.º 10.º oblatam inspicientibus satis, ut mihi quidem videtur, pateat, non erit necesse demonstrare verbis. Ac si qua inter unius, & alterius animaculi spinam inest differentia, ea in colore, in robore, seu firmitate, in globulorum numero, aliisque ejusmodi, non in diversa structura, seu conformatione consistit. Color namque, ut ex Poupartio quoque audivistis, niger est, cum ex adverso bombycis spina potius albescat: robur autem, & firmitas multo mihi major in hirudinis, quam in bombycis spina comparuit: & recte id quidem; quippe hirudo tam valido pollet robore, ut si aciculis vivens adhuc infigatur, eas evellat, ac secum rapiat, aut jam valide infixas sui ipsius corporis partes, se se vehementer contrahendo, abrumpat, & laceret; unde oritur, ut iternam corporis ejus conformationem observare atque explorare volentibus necessarium

T. VII. I fit

fit animalculum in aliquo ipsi noxio liquore prius extinguere, aut stupefacere, quam observatio instituat. Quamobrem ad hoc hirudinis robur plurimum etiam conferre existimo insignem nodulorum numerum, quem ego in spinali ejus medulla deprehendo: multiplicatis enim potentiis virium quoque momenta multiplicari necesse est. Ac si istiusmodi globuli pro tot quasi cerebris habendi sint, quod non improbabile quidem videtur esse, nemo procul dubio est, qui non intelligat, istorum aucto numero, instrumentorum quoque numerum augeri, & potentiarum. Hujusmodi autem globuli in hirudinis spina conspicui ad unum usque & viginti numerantur, ut potest in icone ipsa numeri decimi observari, cum in spinali bombycis medulla vix duodecim globuli, ut alias expositum jam fuit, cernantur. Postremi duo noduli a, b sunt sibi mutuo propinquiores quam cæteri, non secus ac licet in spina bombycis observare: immo omnium postremus b hoc amplius in hirudine habet, ut & major sit cæteris, & nervosas propagines non quattuor solum, uti de aliis dictum est, sed etiam plures de se dimittat, quas in rotunda, & fungiformi extremitate corpus hirudinis terminante impendi omnes mihi visum fuit; quod fieri quidem ea fortasse de causa probabile est, ut hæc corporis extremitas, per quam ipsi etiam levigatissimo vitro æque ac per aliam vehementer persæpe adhæret animalculum, quaque universum corpus sic sustentatum varie movetur, agiturque; ut hæc, inquam, corporis extremitas non secus ac alia reliquis etiam partibus robustior esset, & validior.

Quæ cum ita sint, perspicuum sane est, spinali hirudinis medullæ neque venæ nomen ullo pacto convenire, neque etiam tantummodo nervi; quia scilicet & nullam venæ conformationem habet, aut usum, & nervorum potius origo dici meretur, quam nervus. Quantum vero discriminis intercedat inter iconem undecimam, eam videlicet quam Reditus proposuit, & nostram numeri decimi, quis est qui non videat? Missis enim corpusculis d, d, d, &c. *Fig. XI.* ad genitalia pertinentibus, quæ minime certe cum spina confundi debere alias ostendemus, chorda quidem, seu virga e e nigris illis punctis f, f, &c. hic illic interrupta nec veram spinæ imaginem exhibet, nec ejus nodulorum constructionem, nec numerum manifestat. Recte igitur scripsisse videtur prædictus
Hic.

Hieronymus Gaspari, ejusmodi Redianam iconem & novis observationibus, & magis exacta indigere explicatione.

Post inventos in spinali hirudinis medulla nodulos, in mentem venit hoc etiam investigare, utrum scilicet in ejus capite illi pariter invenirentur globuli, quos in bombycis capite compereram, quosque cerebri globulos cum Swamerdamio nominavi, propterea quod cum ipsa bombycis spina continuitatem illos habere observatum est. Verumtamen cum istos cerebri globulos semel tantum vidisse in hirudine visus fuerim, nec eos refellere audeo, nec ita admittere, ut eisdem inter partes cæteras, quæ patefactæ jam sunt, recensere velim. Quare judicium de ipsis sustinebo, dum repetitis observationibus manifestentur.

Jam vero illud non prætermittam, corpusculum L *Fig. I.*, quod linguæ officio fungi fortasse rationabiliter Morandus arbitratur, eam cum spinali connexionem, ut meæ ferunt observationes, aut vicinitatem habere, quam icone decima littera pariter L ostendo. Quapropter non abs re forte erit conjicere, hujusmodi corpusculum ibi locatum a natura idcirco fuisse, ubi incipit spina, quia majore præ cæteris partibus robore indiget, ut præcipuè animalculi functioni possit inservire. Putat enim Morandus, hirudinem hoc maxime instrumento uti ad sanguinem, aut humorem alium similem e corporibus animalium exsugendum, ut hic sanguis, aut humor in ejus sacco facilius introducatur.

Huic autem conjecturæ aliam, si placet, Sodales, prius adjicio, quam sermoni huic meo finem imponam. Respicit hæc spinalis medullæ nodulos, ut ex ejus icone jam patet, bene multos. Vel ergo noduli isti considerari possunt tamquam totidem quasi cerebra pro insecti corpore firmando, roborandoque multiplicata, vel etiam eos licet in gangliorum censum revocare. Si primum admittatur, summe quidem admiranda naturæ providentia est, quæ tot motus, ac sensus principalia organa parvis hisce animalculis concedere voluerit liberalissime; tumque explicari commodius etiam poterit, quare fiat, ut in hirudine partes corporis vel discissæ, & ab aliis omnino sejunctæ, diu tamen vivant, & moveantur. Sin vero alterum, continuo meo quidem occurrit animo Domini Meckelii Academici Berolinensis de gangliorum, seu nodorum usu in nervis sententia, quæ hujusmodi est. Hoc

itaque videtur ipsi manifestum esse, quod scilicet verus nature finis, cum ganglia nervis dederit, qui nervi ramos suos propagare debebant ad omnes angulos, & quacumque sane directione; quod, inquam, nature finis hic fuerit, ut gangliorum ope divisiones, distributionesque nervorum & eorundem fibrillarum faciliores redderentur. Quæ sane opinio aliquem, si quid judico, locum habere etiam posse videtur in fabrica nodulorum magnam spinæ partem constituentium. Quid enim aptius fieri a natura poterat, ut omnes hirudinis partes æqualem haberent, sive reciperent nervulorum distributionem, quam sic nodulos construere, ut unusquisque eorum chordas medullam spinalem componentes in quattuor ramusculos, utrinque duos, discerperet, qui æqualiter ad partes miti possent, ad quas tendere observantur? Regularis hæc spinalis medullæ in suis nodulis conformatio regularem quoque spirituum excursus efficiat necesse est. Verum si hoc facile percipimus, cur non æque etiam facile excogitabimus, corpuscula, quæ in centro uniuscujusque globuli resident, quæque naturam habent omnino diversam a natura circumambientium ramusculorum, cur, inquam, non excogitabimus, ejusmodi interiora nodulis corpuscula vel subtilissimi cujusdam fluidi, seu lymphæ separationi, vel alteri etiam usui esse destinata? Sed jam satis multa de prædictorum viscerum hirudinis anatome; extra hirudinis anatomen nimis fortasse multa.

SERMO SECUNDUS

De sanguifero quodam vasculo, de tracheis, deque partibus genitalibus.

HOdiernus hic sermo, Sodales ornatissimi, nihil est aliud, nisi continuatio historię hirudinis, quam ego Morandi fretus exemplo post ea, quæ Dillenius, Reditus, Poupartius, Morandus ipse, & alii de hirudine scripta reliquerunt anno præterito instauravi. Cum enim animalculi hujus ventriculum, seu canalem, quem vocant alimentorum, & spinalem medullam, prout oculis aliorum, ac prout meis apparuerunt, jam tum vobis ostenderim; transeo nunc ad partium aliarum de-

declarationem, quarum quidem consideratio non minoris, ut puto, momenti est. Ac primum dicam de vasculo quodam, cujus mentionem factam fuisse non invenio a viris præclarissimis, quos nominavi.

Vasculum hoc, ut mihi videtur, ex genere sanguineorum est. Sic enim structura ejus, & situs, & color declarant. Structura ejusmodi est, qualem in icone n.º 1.º Tab. II. posita licet observare. Formam habet cylindraceam, & plantarum ramis perquam similem; & ramusculi, qui littera A A designantur, licet ab oppositis singuli singulis parietibus emergant, e regione tamen minime sunt, ut facile ex ipsa figura constat. Truncus autem B B in ramos C C &c. ad utramque extremitatem dirimitur; rami vero in ramusculos alios minores dispescuntur. Membranæ canalem istum efficientes sunt tenuissimæ, ac, nisi rubicundus, qui in ipso continetur, humor colore suo oculos observatoris percelleret, me certe canalis hicce latuisset æque ac alios latuit observatores. Situs denique, in quo se se præbet conspiciendum, est ipsius insecti dorsum, cujus omnem percurrit longitudinem sub cute scilicet, fibrillisque musculosis; nempe situs ille omnino est, quem habet in bombycis corpore vasculum, cui nomen cordis Malpighius dederat.

Non equidem huic hirudinis vasculo cordis nomen ipse tribuerem aut usum; neque determinare auderem, num arteria potius vocari debeat, quam vena. Cum enim hirudini crassior, obscurique coloris cutis sit, non vero pellucida, ut bombyci; cumque intimæ hirudinis partes nequeant explorari nisi primum ipsa enecetur, videre numquam potui an pulset vasculum, nec ne. Attamen videor concludere jure posse id, quod antea dixi, canalem istum vere sanguineum esse; idque tum ob structuram vascularem ex trunco, ramis, & ramusculis conflata, tum ex colore sanguineo humoris per ipsum fluentis, perque ejus membranas transparentis, tum demum propter situm arterioso præsertim vasculo in ejusmodi insectis convenientem.

Profecto non me latet, Dillenium, quem ab initio usque commemoravi, in sua de hirudinibus historia vas quoddam describere, quod venam appellare non dubitat; quam cum ad omnem ventrem protendi asserat, & modo unum canalem efficere, modo duos, & sub foramine succi limosi suctione

destinato incipere; unicuique hirudinis anatomiam subtiliter, ac diligenter persequenti facile perspicuum erit, auctorem istum non de vasculo, quod ego hactenus descripsi, sed de spinali medulla, quam pro vena habuit, sermonem habere; præsertim cum & nullum de spina verbum fecerit, & *nulla sensoria*, ut inquit, *organa* obviam ipsi venisse ingenue fateatur.

Ex inferioribus vasculi hujus ramis C C &c. qui medius est, is extenditur supra canaliculum quemdam ventriculi proprium; ejusque veluti appendicem; duos vero laterales, licet non omnino, ut indicantur in icone, detegere mihi datum fuit, tales attamen esse veri simillimum est, quales icon ipsa repræsentat. Illud denique notari juvat de hoc vase, quod si observare ipsum velimus in hirudine jam extincta, quæque nonnihil aqua prius fuerit macerata, fieri non potest, ut veniat amplius in conspectum, sive id ex eo accidat quod macerationis ope rubeus liquor canalem ipsum deferat, atque evanescat, sive alia de causa, quam hic subtilius investigare omnino est supervacaneum.

Verum quæ vasculi hujus manifestationem impedit maceratio, ea, immo multo etiam major, alterius generis vascula manifestat, quæ aliter se oculis saltem meis subduxissent. Auctores certe alii de his pariter vasis omnino silent. Sunt autem hæc canales duo, quos tenuissimæ efficiunt membranæ, & quorum forma incedentis vermiculi imaginem æmulatur, ut icon secunda ostendit. Ad interna latera corporis canales hi se se præbent conspiciendos, utrinque scilicet unus; verum ut fiant manifesti & plurium exposcunt dierum in aqua macerationem, & ipsum insecti corpusculum certa quadam ratione præparatum. Et vero mihi numquam illi se se ostenderunt, nisi cum profecto in tota dorsii longitudine anin alculo, & ita quidem ut canalis pariter alimentorum dissecaretur, corpus aperuerim, apertumque super assiculo firmaverim aciculis bene multis, & sic præparatum per plures dies in aqua maceraverim.

Quibus effectum est, ut, macerata ventriculi substantia, canales jam turgentes facilius manifestarentur. Turgent autem solo aere, nullo vero contento humore; quod mihi primo locum præbuit dubitandi, num ipsius ope macerationis partes istæ effingerentur, quæ cæterum nullæ antea extitissent.

Ve-

Verumtamen & constantia figuræ, structuræ, ac loci, quo vascula hæc apparent, dubium omne sustulit; & situs, quo observantur, & aer, quo turgescunt occasionem mihi attulerunt conjiciendi, hujusmodi vascula cum aliorum insectorum tracheis esse usu saltem comparanda. Cæterum neque exteriora horum canalium orificia, seu stigmata, ut ajunt, neque alia hujus census mihi patere hæctenus potuerunt. Sed jam ad partes reliquas transeamus, quæ videntur generationi potissimum inservire.

Harum præcipuas descripsit Poupartius, & Reditus delineavit; at Poupartii descriptio sine iconibus, Redii vero delineatio sine accurata descriptione, partium earumdem imaginem nonnihil obscuram, & mancã nobis reliquerunt. Optandum sane foret, ut quam Morandus Parisiensis de hirudine suscepit investigationem, eam, quod sibi jam proposuerat, explevisset. Neque tamen ego explebo, sed ea, qua poterò, claritate partes hæc generationi famulantes tum descriptione, tum iconibus adumbrabo. Quod ut exequar notare prius necesse est, duo haberi in exteriori hirudinis ventre orificia, quæ tamen potius capiti propiora sunt, quam oppositæ corporis extremitati; quæque, si veri anuli in hirudine, ut in insectis aliis, admittantur, quinque anulorum intervallo inter se distant; id quod Fig. III. declaratur; per quam ventris frustum repræsentari oculis volui septem anulos comprehendens, ut quinque intercepti anuli D D &c. distantiam ostenderent eam, quam habent inter se orificia E, & F. Tenuitas horum foraminulorum est ejusmodi, ut nudis oculis vix conspiciantur, quod præsertim de inferiore F intelligi volo. Hoc quippe aliorum observatorum oculos effugit, saltem quantum noverim. De superiore autem foraminulo E quamvis dubitaverit Dillenius, num ad anum pertineat, an, quod sibi etiam probabilius visum est, ad genitalia, Poupartius tamen scripsit asseveranter datum hirudini fuisse in hunc finem, ut virgam, de qua infra dicemus, exerere ipsa ad libitum posset, aut retrahere, quod magis certe est veritati consentaneum.

Est autem virga, ut ad interiora genitalia progrediamur, corpusculum globosum cum tubulo quodam, seu canaliculo continuatum, perque hunc ipsum canaliculum cum altero, quod superius diximus, orificio E communicans. Littera G Fig. V. glo.

globosam indicat corpusculi partem, H tubulum, I vero locum, in quo superiori orificio ad internam cutis faciem circumundique adhæret, tenui quidem membranula, sed validissima. Substantia constat fere cartilaginea, quæque macerationi resistit diutissime. Pertusum est, atque in ejus cavo corpusculum aliud reconditur album filum colore, atque crassitie æmulans; quod extra corpus per superius foraminulum sæpius jam memoratum exire potest ad distantiam interdum non exiguam. Verum Poupartius peculiaris cujusdam musculi mentionem facit, cujus ope virgam ipsam jam egressam restitui putat in propriam capsulam, qua custoditur; cæterum & musculus, & corpusculum illud instar fili, quod nuper innuebamus, unum fortasse, & idem sunt.

Globosa virgæ pars duobus aliis corpusculis K K alligatur per intestinula L L fere cartilaginea, quæ porro intestinula super illis corpusculis serpunt fere ut epididymes. Figura horum corpusculorum, ut icone etiam ipsa demonstratur, inversum pirum repræsentat, color subalbidus est, ac fere cinereus, superficies leviter inæqualis ita conspicitur, quemadmodum in cerebro aliorum animalium. Et vero hæc habuit Dillenius pro veris cerebris. Extenuantur autem sic in angustiore sui parte, ut post varias flexiones in ductulum quæque suum M M faceffant; qui postea ductus continuato tramite singulos adeunt successivos globulos N N &c. Albicant pariter globuli atque ductus, cumque globuli duriusculi sint, diuturniorem quoque sustinent macerationem. Sunt isti utrinque novem; sed cuinam potissimum usui inserviant mox conjiciemus.

Interea tria illa corpuscula considerabimus, quæ a litteris O, & P P indicantur. Littera enim O partem quamdam denotat, quæ licet primo aspectu globosa videatur, attamen intestinuli formam potius refert, maxime si eam a membraneis, quibus vincitur, productionibus liberaveris. Littera vero P P duo alia designat corpora albicantis & ipsa coloris, & in ple-risque hirudinibus olivaria. Hæc pedunculo suo ad radicem prædicti intestinuli O terminantur. Intestinulum autem hoc in foraminulum aperitur, quod jam appellavimus inferius, & littera F *Fig. III.* notatum fuit. Spinalis porro medulla, quam anno præterito descripsi vobis, quæque inter partes hæctenus explicatas medium tenet locum, spinalis, inquam, medulla hæc intestinuli, de quo modo dicebamus, portionem su-

per-

percandit, ac tum ipsi intestinulo, tum globosæ virgæ parti tenuibus quidem membranulis, sed valide adhærescit.

Nemo erit vestrum, Sodales, qui facta comparatione eorum, quæ in hac quinta icone declarantur, cum illis, quæ ostenduntur in quarta, clare non perspiciat, partes fere easdem in utraque icone explanari. Cum tamen in aliquibus differant, operæ pretium erit in quo differentia ista consistat explicare. Et sane voluit Redius, cujus est icon, quam n.º 4.º proposuimus, & spinalem medullam, & partes generationi inservientes in icone illa sua ante oculos ponere. Verum quod attinet ad spinalem, quantum hæc, nempe *QR Fig. IV.* differat ab alia *ST Fig. V.*, tum inspectio ipsa, tum ea, quæ in alia Dissertatione jam exposuimus, aperte fatis, ut puto, manifestant. Indicat præterea Redius in icone sua virgam, seu penem *U*; omittit vero & canaliculos fere cartilagineos, quibus virga cum piriformibus corpusculis *XX* conjungi deberet, & alia tria corpuscula quæ litteris *O*, & *P* in icone 5.ª designavi; quæ sane omisso omnis multam parere posset in usibus harum partium assignandis, aut conjiciendis varietatem obscuritatemque. Denique ponit in sua icone Redius globulos cum spina communicare per tubulos seu productiones *ZZ*. Quamvis autem communicatio, & connexio ista iconem observanti verisimilis videatur, nulla tamen reipsa est: immo quid Redium in hoc fefellerit, post repetitas observationes inveni. Quærebam scilicet, num vere globuli illi cum spina jungerentur, & reipsa conjungi mihi antea persuadebam; diuturna tamen observatio me docuit, vascula *ZZ* &c., quæ connectentia credebantur, aliud nihil esse nisi ramusculos vasculi sanguinei, quos in prima icone per litteram *A* indicavi. Cum enim ramusculos hosce hirudinis corpus sub cute circumcingere compererim, hoc etiam comperi, in eadem fere plaga, qua inveniuntur globuli, esse quoque ramusculos sanguineos ad partem ventris propagatos, qui propterea tametsi communicationem cum globulis nullam habent saltem manifestam, imponunt tamen sub specie vasculorum cum globulis, & spina communicantium.

Ne vero detinere vos nimium videar in rebus hisce minusculis, transitum faciam ad partes alias declarandas elegantiam certe non minorem præferentes. Sunt hæc flexuosa quædam intestinula, ex quibus tot quasi laquei confurgunt ab

una corporis extremitate ad aliam utrinque ad latera certis intervallis collocati atque dispositi. Hujusmodi laqueorum, sive intestinulorum imaginem aliqualem habetis, Sodales, in icone sexta per litteram Y Y &c.

In qua quidem postrema icone tria quoque alia se se offerunt animadvertenda; primum scilicet communicatio, seu potius continuïtas intestinulorum cum globulis ubi littera a a a &c.: deinde corpuscula fere ovalia b b &c., quæ pedunculo quodam quique suo singulis quasi appenduntur laqueis, non secus atque pendent fructus e suis ramis; tertio demum animadvertendus est locus, quo memorati laquei superscandunt canalem c c, nempe illum, quem trachealem jam esse conjecimus, & n.º 2.º designavimus.

Adhuc dubius hæreo, an memorata intestinula ea vere sint, quæ a Poupartio ovaria appellantur, an potius tum globulis in quarta, quinta, ac sexta icone fatis conspicuis, tum vasculis unum globulum cum altero conjungentibus ipsa Poupartii ovaria componantur; adhuc, inquam, dubius hæreo; quædam enim affert auctor is in sua ovariorum descriptione, quæ conveniunt uni potius prædictarum partium generi, alia vero, quæ alteri, cum tamen de uno tantum genere partium agere videatur. Nolo hic mentem auctoris pluribus divinare; quoniam ad alia mihi properandum est usum istarum partium complectentia. Erunt hæc tamen, ut ingenue loquar, mere conjecturalia, sed ea fortasse, quæ aliis occasionem præbere poterunt meliora excogitandi.

Nunc fere apud omnes receptum est, sanguisugas esse in censum hermaphroditorum reponendas: id quod Poupartius affeveranter pronunciat; ac Reditus præ cæteris testatur, se in omnibus, quas cultro anatomico subjecit, hirudinibus familia omnino instrumenta generationis invenisse. Immo hoc addit præterea, quod etiamsi hujusmodi instrumenta in sanguisugis maritimis valde ab illis differant, quæ observavit in hirudinibus aquarum dulcium, in omnibus tamen ipsius maris hirudinibus pariter familia sunt. Quamquam autem cum ipse Reditus, tum Poupartius masculam genitalem partem, quam supra descripsimus, assignant hirudini, foemineam tamen, quam prolificum semen recipiatur foveaturque, ne nominant quidem, ac de ovariis tantum verba faciunt; perinde quasi ab extrinseco nihil hirudini adveniret, quo foecundetur, totum-

que

que generationis opus ab internis omnino partibus inciperet, ac perficeretur. De his ego quid conjiciam, Sodales ornatissimi, quaeso cognoscite.

Primum itaque conjicio, hermaphroditum hunc nostrum in illis esse numerandum, qui & cum aliis suæ speciei copulari possunt, & sibimet ipsis etiam conjungi patris simul, & matris officio fungentes. Atque ad secundam hanc facultatem quod attinet, quæ difficilior explicatu est, difficultatem omnem tolli mihi persuadeo, si concipiamus corpusculum littera O *Fig. V.* indicatum uterum esse; duo vero olivaria corpora P P utrinque ad illius radicem extantia munus habere ovariorum. Si hoc enim esse concipiatur, statim quoque intelligemus quomodo virga per suum orificium E *Fig. III.* se se exerens (exeritur autem facile) insinuari possit in alterum inferius orificium F, quod & a superiore non multum distat, & in prædictum ducit corpusculum, seu intestinulum O *Fig. V.* Quod si fiat, en quomodo & foecundari ipsa per se se possit, & cum alia hirudine copulari, quæ altera facultas erat explicanda. Quam enim recipit ab extrinseco feminalem materiam hirudo se ipsam foecundans, eandem quoque recipere potest per alterius hirudinis virgam, seu masculinum instrumentum.

Si res igitur ita se haberet, quemadmodum ego conjectando proposui, hoc in primis efficeretur, ut masculina instrumenta generationi famulantia foemineis multo copiosiora essent, ac compositiora. Quis enim non videt, globosam virgæ radicem G *Fig. V.* epididyme duplicato LL continuatam habere connexionem cum partibus aliis pluribus, idest cum piriformibus corpusculis K K, cum globulis N N &c., cum intestinulis Y Y *Fig. VI.*, cumque appensis ovalibus aliis corpusculis b, b. Atque hic notare juvat, intestinula Y Y &c. cum appensis suis, ut ita dicam, fructibus triginta & amplius numerari, utrinque scilicet decem & quinque. Ex adverso autem tria tantummodo illa O, & P P *Fig. V.*, quibus uterum & ovaria componi jam supra per conjecturam statuimus, universa essent foeminei sexus genitalia: quæ cæterum ad opus, cui præficiuntur, sufficere optime posse nemo est quin intelligat. Neque profecto dubito, quin ipse Poupartius, aliique in meam pariter venissent opinionem, si datum illis fuisset inferius orificium, seu foraminulum F *Fig. III.* reperire: nisi forte quis vellet aliam quoque facere conjecturam de usu par-

tium omnium genitalium jam memoratarum; quam tamen minime vobis reticebo, ne cogitationes de his meas qualescumque videar occultare.

Memini, me in Historia Insectorum Reaumuriana legisse, ejusmodi insecta reperiri, quorum instrumenta genitalia ita sunt in diverso eorum sexu constructa, ut quæ fœmina est, ea genitalem quamdam extra corpus prominentem partem habeat, quam in copula masculus intra suum corpus recipit fœminæ instar, ut ipsam fœcundet, secus atque communiter fieri in cæteris animantibus pene omnibus notum est. Hoc si de hirudine fingamus animo, perspicuum sane erit & virgam, & piriformia corpuscula, & globulos, & alia, quæ cum his connectuntur, omnia partes eas fore, quæ fœmineo sexui in ipso generationis opere famulentur; & contra corpuscula O, & P *Fig. V.* masculini sexus partes fore: qua sane conjectura si consisteremus, multa concedi possent Poupartio, quæ in primo illo systemate non conceduntur.

Quidquid vero horum sit, tantus partium apparatus, quem providissima rerum natura fabricata est ad majorem insecti hujus propagationem, nonne maxime dignus philosophi contemplatione est? Sive enim tot partes, tamque varix, ac multiplices secernendo, conficiendo, elaborando, excludendoque masculino semini comparatæ a natura sint; sive ex adverso ad semen ipsum per alias partes ab extrinseco recipiendum, asservandum, & ad ovaria traducendum quidquam conferant pro ovorum scilicet fœcundatione; annon se se admodum mirabilem ostendit in hac operum suorum elegantia, ut in aliis omnibus, natura, seu potius naturæ ipsius auctor?

Quæ cum ita sint, video profecto, utilitatem, quam in meis observationibus hætenus desideravi, me penitus non defecisse. Quid enim utilius, quam in quodam corpore, sive insectum illud sit, sive quodcumque aliud, talia reperire, quibus supremi, ac divini artificis sapientia magis in dies magisque elucescat?

SERMO TERTIUS

De Hirudine marina.

Illud permirum accidere alicui vestrum potest, Sodales ornatissimi, quod cum quattuor fere ab hinc annis de sanguifuga, sive hirudine hoc ipso in loco partitis sermonibus egerim, de hoc animalculo iterum verba facere instituam hodierna qualicumque dissertatione. Verumtamen admiratio auferetur omni consideranti, de illis me tantummodo hirudinibus sermonem tum habuisse, quæ vel in fluminibus degunt, vel in paludibus, quæque in medicina facienda usu venire solent; non vero de illis, quæ in maris aquis reperiuntur. De his itaque marinis hirudinibus in præsentia agere constitui.

Quod cum dico, non de illis tamen sanguifugis marinis dicere intelligo, quæ tum a Garzino in Philosophicis Transactionibus, tum a Paulo Bocconio recensentur in Epistola vigesima quinta ad Laurentium Bellini: siquidem istæ sui generis species omnino diversas constituunt, & illam in primis Bocconii, quæ in pisce Xiphias, seu Gladio dicto reperitur, quæque singularem omnino formam habet, quam Bocconius ipse egregie describit. Ego vero illas mihi sumo considerandas, quæ magnam habent cum vulgari hirudine analogiam. Harum non paucas in vasis exacte clausis perhumaniter ad me misit vir celeberrimus Joannes Bianchi Ariminensis.

Hisce ergo hirudinibus in nostra investigatione usi fuimus, tum iis videlicet, quas viventes, tum iis, quas vini spiritu jam extinctas ad nos misit vir prælaudatus. Has autem tepida prius maceravi, quam cultro subjicerem anatomico.

Sed anatomicam hanc narrationem antequam suscipio, dicam ea, quæ de marina hirudine gravissimi auctores in medium protulerunt. In his recenseo in primis Ulysses Aldrovandi, qui libro de insectis septimo, capite duodecimo, hæc habet: hirudinem marinam eam proprie dicendam esse, cujus figuram *ad vivum*, ut ait, *delineatam* exhibet ex Rondeletio Fig. I. Tab. III. Vivere autem *in stagnis marinis ei, quæ in aquis dulcibus nascitur*, persimilem; *digiti esse magnitudine, cervice gra-*

graciliore, cauda paullo crassiore: os & cauda extremum polyporum acetabulis similia esse, ut eorum adhesionem se se trahant: corpus earum ex multis anellis circularibus constare, sed duriore cute quam palustres: quod in causa sit cur non ita in globum se contrahere, nec ita se colligere possint, sed caudam tantum, & caput proferant, ac retrahant; interna iis omnia continuo ductu producta, & indistincta esse. Cumque Rondeletius dicat, hirudinem hanc similem ei esse, quæ in palustribus locis degit, arbitratur vir egregius, eam colore esse nigro; sed aliam se deprehendisse testatur colore rubicundam, cujus propterea iconem Fig. II. sub oculos ponit. Hæc Aldrovandus: pauciora vero his Christophorus Schraderus, & Vallisnerius, atque ad verbum omnia ut Aldrovandus. Ut enim iste ex Rondeletio, sic illi ex Aldrovando omnia desumpserunt. Et est profecto mirum, viros egregios Morandum, Poupartium, Dillenium, qui de hirudinis anatome ex professo multa scripserunt, ne verbum quidem fecisse de marina hirudine. Franciscus tamen Reditus, qui partium structuram in hoc animalculo curiosius lustravisse visus est, aliam viscerum conformationem in palustribus, aliam in marinis deprehendit. Et quamvis hoc de partibus etiam dicat generationi famulantibus, addit tamen, in marinis quoque singulis genitalia similia observavisse, non secus atque in palustribus adnotaverat, ut sexus propterea distinctio ab ipso ne in marinis quidem deprehendatur. Verum de his postea dicam; nunc, quoniam retuli quidquid hac de hirudine auctores egregii scripserint, ad ipsam partium considerationem explanationemque descendam, eaque exponam, quæ ipse per iteratas observationes animadverti.

Itaque ab exteriori corporis habitudine primum incipiam, ad internas deinde partes transire facturum. Animadversione dignæ mihi visæ sunt in exteriori corporis habitu, præter illa, quæ ex Aldrovando descripta jam audivistis, prominentiæ illæ multæ Fig. III. a, a, quæ singulis anulibus a natura datæ sunt, & verrucosam reddunt totam hirudinis cutem, præsertim cum in ipsis verrucis papillas nonnullas observaverim figura pyramidales. Anulos numeravi sexaginta; verrucas vero decem singulum anulum circumambientes. Verrucæ istæ in palustribus hirudinibus nullæ sunt. Congruit autem in ipsis verrucis singulare quoddam phænomenon observare, quod certe mihi defecisset, nisi aliquam de hirudinibus viventem

tem recepiffem (quod tamen obtinere non ita facile fuit): Phænomenon ergo hujusmodi est. Tenebam hirudinem extremis digitis, ut partes ejus exteriores facilius rimari poffem; atque extemplo, cum certa quadam ratione moveretur animalculum, verrucas omnes elevari, ac produci observavi ad eam altitudinem, ut corpus hirudinis radiatum omne videretur: paullo poft, ad aliam videlicet motionem corporis, verrucas contrahi, & evanescere, ut cutis ipsa nullis prominentiis aspera, fed æqualis omnino, & levis comparuerit. Sed in viam redeamus. Poft duodecimum a capite anulum in pro-na corporis parte circulare quoddam vestigium extat *Fig. III. b*, quod cum primum vitrea lente observavi, omnino simile esse comperi duobus illis orificiis, quæ in palustri hirudine ad partes ducere videntur generationi famulantes, *Fig. IV. c, d*. In oris & caudæ extremis *Fig. III. e, f*, quæ polyporum acetabulis similia fecerunt Rondeletius, & Aldrovandus, observandos mihi se se obtulerunt fasciculi fibrarum circulares, seu anulares, sphincterum instar, ipsorum extremorum actionem probabiliter adjuvantes. Verum de partibus exterioribus fatis. Dicam nunc de internis.

Et vero hic locus esset, ut de organo illo agerem, quomarinæ istæ hirudines vulnusculum animalibus inferunt ad sanguinem fugendum: verum hoc silentio præteribo tum quia mihi datum non fuit fatis illud perscrutari, tum etiam quod conjicere præstat ab illo parum differre, quod in palustribus observatum est, tamque accurate descriptum a clarissimo Morando Parisiensi Academico, ut ejus nova descriptio omnino hic videatur supervacanea. Quapropter ad alias internas partes sermonem nostrum convertemus, scilicet ad alimentorum canalem, ad spinalem medullam, ad partes denique generationi, ut creditur, inservientes. Canalis alimentorum sacculus est membranaceus ab ore ad caudam productus, una tantum membrana conflatus, & continuato ductu fere non interruptus *Fig. V.* fere, inquam; valvulæ enim quattuor, aut summum quinque in hoc canali prius inflato, dein exsiccato percipiuntur, in parte scilicet ipsius superiore *Fig. V. g, g, &c.* Ex quibus constat, alimentarium canalem marinæ hirudinis longe quidem differre ab illo, quem & palustres habent, & fluviatiles, in quo valvulæ multæ, ut alias demonstratum est, eleganti ordine, ac structura præditæ conspiciuntur;

tur; ut quod de omnibus internis marinæ partibus minus vere scripsisse visus est Aldrovandus, id verius affirmari posse videatur de alimentorum canali; continuo videlicet ductu productum, & indistinctum esse. Canaliculus tamen alius *Fig. V. h, i* tamquam appendix quædam ipsi alimentario canali continuatus, idem omnino est ac ille, quem comperi etiam in palustribus; & limosam pariter ut ille materiam in se continet: at duplo eo longior est, utpote qui ad duas tertias totius canalis extenditur. Canaliculus iste ad caudam quidem terminatur, aperiturque, sed osculo tam exiguo *Fig. III. K*, ut vix illud comperire fuerit concessum post investigationes multoties iteratas. Osculum hoc, per quod limosa, & fæcalis materia e corpore eliminetur, quæsitum est in palustri hirudine ab auctoribus diligenter; invenire autem numquam potuerunt: multo igitur minus in marina hirudine iuvenissent, in qua tanta præstat exiguitate.

Venio nunc ad spinalem medullam, in qua partium, pene dicerem, redundantiam visus sum deprehendisse. Non modo enim & nerveas chordulas observavi *Fig. VI. 1, 1, 1, &c.*, & globulos, seu nodulos *m, m, m, &c.*, & cerebro analogam substantiam in ipsorum nodulorum centro manifestam, & alia omnia, quæ tum in bombyce, tum in palustri, & fluviatili hirudine observaveram; sed alios etiam invenire minores globulos datum est *n, n, n, &c.* a majoribus quasi germinantes, atque a nerveis propaginibus circumseptos. Horum globulorum interior substantia omnino eadem ac majorum substantia est, ut si de majoribus globulis *m, m; &c.* conjiciatur, quemadmodum de illis bombycis conjecit Malpighius, eos nempe multiplicatum cerebrum esse; eandem profecto de minoribus *n, n, &c.* in ista hirudine conjecturam facere nos posse videamur. Majores noduli sexdecim numerantur, quindecim vero hinc, & illinc minores. Ad quid autem tantus cerebrorum nervorumque apparatus? an ad motum, & ad sensum tantum? an ad generationem? an ad omnia hæc? De his sermo erit post exaratam aliarum, quæ describendæ remanent, partium enumerationem. Sunt enim partes nonnullæ, quæ generationi videntur inservire.

Harum aliæ exteriores sunt, internæ aliæ. In exterioribus osculum illud est *Fig. III. b*, de quo supra dictum fuit, quodque, ut videtur, sphincterulo munitum est. Paullo inferius,
ad

ad distantiam nempe duorum, vel, ut interdum in aliquibus observatur, plurium anulorum rimula est *Fig. III.* o tantæ exiguitatis, ut eam vix percipere potuerim microscopio. Ad internas autem quod attinet, compertum est, prædicto exteriori osculo b congeriem quamdam canaliculorum p, p, &c. *Fig. VII.* interius ita respondere, ut nullum dubium sit, quin inter exterius osculum b *Fig. III.*, & internos hosce canaliculos p, p, &c. *Fig. VII.* commercium aliquod intercedat. Si hujusmodi canaliculi nonnihil comprimantur, erumpit continuo ex ipsis albidiusculus humor, ac viscidulus, cujus naturam adhuc ignoro, nisi velim de semine conjecturam facere. Ducor etiam ad conjiciendum, corpuscula quædam alia olivaria *Fig. VIII.* q, q, q, &c. in prona quoque corporis parte interna sub ipsis canaliculis conspicienda ad partes generationi famulantes ratione aliqua pertinere. Ostendunt enim hujusmodi corpuscula maximam cum aliis analogiam, quæ in palustri hirudine manifestam habent cum partibus generationis connexionem. Hæc autem manifesta connexio inter corpuscula hæc q, q, &c. marinæ hirudinis, & prædictos canaliculos p, p, *Fig. VII.* nondum a me potuit observari. Sunt quippe corpuscula hæc olivaria nihil aliud, nisi tot velut acini pedunculo suo *Fig. VIII.* r, r, &c. musculis, & cuti inhærentes; nullusque apparet continuatus ductus ab uno ad alium acinum, indeque ad partes generationis usque productus, ut in palustri hirudine observatur. Quamobrem in conjecturis consistimus: partium siquidem omnium usus investigare quidem possumus, invenire vero non semper possumus. Ad has partes referri videntur corpuscula alia exiguissima, quæ cum extrinseca forma ovis assimilentur, hirudinis hujus ovula dici poterunt. Hujusmodi ovula circa ipsos canaliculos copiosiora observavi.

Sequitur ut de binis quibusdam ductibus, ac de musculis pauca dicam. Ductus enim, seu canaliculi duo *Fig. IX.*, utrinque scilicet unus, ad latera hirudinis juxta ipsius longitudinem extant, illis simillimi, quos in palustri hirudine demonstravimus, etiam propter hoc, quod tum solum se se præbeant observandos, cum animalculum diu fuerit aqua maceratum, & quod aere turgentes conspiciantur. De musculis toti cuti substratis videbor satis egisse, si dixero, eos ex totidem quasi funiculis coalescere a capite ad caudam protensis,
T. VII. L atque

atque argenteum nitorum præferentibus, ut in quibusdam grandiorum animantium tendinibus observatur, & funiculos istos ex minoribus aliis funiculis componi communi membrana involutis.

Restat postremo, ut de illis, quæ hætenus dicta sunt, nonnulla animadvertam. Ac primum quidem verrucas considerabo universam hirudinis cutem circumvestientes. Quamquam enim earum usus recte definire arduum est, ac difficile, non ita tamen arduum, nec tam difficile est de his ipsis conjecturam facere. Enim vero duo rationabiliter possumus, si quid judico, inter cætera conjectare, datas nimirum verrucas ejusmodi esse vel ad motum animalculi progressivum adjuvandum, vel ad corpora exploranda. Alterutrum horum sit, vel utrumque, statim intelligimus, quare factum a natura fuerit, ut mobilitate sua & breves fieri verrucæ istæ possent, & insigniter produci, atque ut papillis instructæ essent. Neque a ratione alienum esset hoc etiam conjicere, quod istorum corpusculorum ope humor aliquis e corpore excernatur: etenim humorem excerni aliquem, eumque viscosum multa suadent; in primis vero pellicula quædam totum hirudinis corpus extrinsecus circumvestiens, quæ tum gignitur, cum hirudo aeri primum exponatur, deinde in vinum, vel in alium huic similem liquorem infundatur. Poruli autem, per quos humor extillare possit, pauci, verrucæ vero multæ sunt.

Alterum quod videtur mihi animadversione dignum, ad spinalem medullam spectat; in qua tantus globulorum nervorumque numerus admirationem ut moveat profecto necesse est. Quamquam enim verissimile est, tot multiplicata sensus, motusque organa non modo ad sensum, & motum, verum etiam ad generationem quamplurimum facere; his tamen omnibus sufficere poterant majores ipsius spinæ globuli *Fig. VI.* m, m, &c., quemadmodum tum in bombyce sufficiunt, tum in palustri hirudine. Cæterum hic quoque mihi conjectare fas est, laterales hos globulos n, n, n &c. tanta copia in marina hirudine a natura comparatos fuisse, ut prædictis verrucis, quæ pariter, ut dictum fuit, copiosissimæ sunt, valdeque mobiles, nervos, & spiritus ministrarent.

Verum cogitata nostra ad partes generationi inservientes jam convertamus. Quæri ergo de his potest, num ejusmodi sint, ut liceat affirmare, marinam quoque hirudinem animalculum

culum esse hermaphroditum: de palustri enim hirudine hoc ipsum dicitur. Huic autem quæstioni ut facere satis possem, necesse mihi foret quamplures marinas hirudines perlustrare. Multas equidem secui, ut illud, quod de suis observationibus scriptis tradidit Franciscus Reditus, idem ego quoque affirmare ingenue de meis possim; partes videlicet generationis operi famulantes in omnibus, quas secui, hirudinibus omnino similes deprehendisse, quamvis ab illis valde differant, quæ in palustribus conspiciuntur. Verum quidem est, partes istas in marina hirudine tam simplices esse, tam paucas, & spinali medullæ adeo implicatas, ut sexus unius particulas a partibus alterius sexus distinguere difficile admodum sit. Nihilominus in eam sententiam inclinari me sentio, ut existimem, marinam quoque hirudinem in hermaphroditis esse recensendam. Enim vero oscula illa duo exigua *Fig. III.*, majusculum nempe b, & rimula o, quæ tamen vix microscopio perspiciuntur, nonne binis quoque illis osculis *Fig. IV. c, d* assimilari possunt, quæ in palustri hirudine diversi sexus partibus inservire jam coniecimus?

Sed nonnulli, his missis, rogabunt, an marinæ istæ hirudines usum habeant aliquem in medicina faciendâ: quibus respondebo nullum, quod sciam, habere, si de usibus, ut dici solet, chirurgicis sermo sit. Quamquam enim piscium sanguinem, quo sæpe turgent, avidè exsugunt, nostrum tamen, humanum scilicet sanguinem, appetere non videntur; neque si appeterent, ad ipsum salubriter sugendum aptæ viderentur. Incongruum igitur esset de applicatione istius hirudinis ad vasa sanguifera pro sanguinis extractione cogitare, præsertim cum huic usui commode palustres sufficere Chirurgi in primis experiantur. Quod si de pharmaceuticis usibus quæratur, aliquem ipsas habere dicendum erit, si Rondeletio credimus, qui fidenter asseruit, *in oleo antiquissimo decoctam marinam hirudinem aurium dolorem sedare: in oleo amygdalino, vel chamæmelino dolorem hæmorrhoidum; in vino vulneribus nervorum, & convulsionibus utilem esse: ustam denique alopecias cum aceto curare.* Quibus quantum fidere oporteat, alii viderint; satis enim mihi in præsens est tantorum virorum auctoritatem venerari.

SERMO QUARTUS

De iis, quæ hirudinibus accidunt in liquores varios coniectis; deque remediis adhibendis, si quando hirudo in humani corporis cavum aliquem irrepperit.

Maxima, quam semper experiri debui in vivis hirudinibus profecandis observandisque, difficultas fecit, Academici ornatissimi, ut hoc observandi modo relicto, alium quærerem, cujus ope intimiorem hirudinis structuram, quantum in me erat, investigarem. Itaque statui ab initio usque mearum de hirudine observationum animalculum hoc prius in liquore aliquo enecare, aut stupefacere, quam ipsum ad observationem traducerem. Ita facilius viscera lustrare potui, & illa reperire omnia, quæ præteritis annis vobis exposui dissertatiunculis meis qualibuscumque.

Cum autem arriserit mihi non uno tantum liquorum genere, sed pluribus hirudinem interficere, aut stupentem reddere, nonnulla quoque mihi obtigit in variis hisce experimentis animadvertere, quorum saltem præcipua, in hoc sermone meo enunciabo. Quæ num considerationem vere mereantur, & adnotatione digna sint, necne, vos judicabitis.

Ac primum quidem notissima res est, salem in primis, proptereaque muriam hirudini plurimum nocere. Et sane Jacobus Dillenius multa de hirudine afferens: *juvat*, inquit, *aqua salita* hirudines interficere, ut observentur, cum alias frustillatim etiam inter digitos moveantur. Additque hoc alio in loco, quod si aqua salsa indantur, sanguinis, quo turgent, partem mox revomunt, quodque convulsionibus agitata brevi, idest post horæ quadrantem, aut dimidiam saltem horam intereunt. Præterea quid simile accidere affirmat adhibito cinere vulgari, aut clavellato. Tandem post hæc, inquit, oleum ferre nequeunt, & arenam. Saccharatam vero aquam ita timere hirudinem scribit Reditus, ut in ipsa moriatur spatio viginti quattuor circiter horarum; ac si in distillatas aquas odoriferas conjiciatur, paulo post horam interire observavit.

Ab his igitur virorum clarissimorum observationibus ad similes alias me contuli; neque tamen in his instituendis cer-

tum

tum quemdam experimentorum numerum, neque certum ordinem mihi proposui; modo enim unum liquorem, modo alium in extinguenda hirudine pro arbitrio adhibebam, pro eo ut scilicet occasio ferebat viscus unum aut aliud in hirudine observandi, aut etiam prout libuit experiri. Quapropter modo vinum adhibui, ejusque spiritum magis aut minus meracum, modo acetum, modo urinam, modo oleum commune olivarum. Aqua interdum ipsa usus sum, cui diversa corporum genera adjiciebam; neque demum omisi hirudinem ipsam artificiali gelu torquere. De his ergo omnibus singillatim agam, & brevissime.

Vinum igitur visum est mihi æque fere ac muria hirudini inimicum, quod viginti circiter experimentis confirmavi. Quibus comperi, hirudines in vinum immerfas per duo triave minuta summopere agitari, revolvi, & contorqueri; post quinque vero, aut sex ita immobiles omnino, ac flaccescentes evadere, ut earum non paucas facile potuerim aere tumefacere apto ad id artificio. Sic autem tumefactæ, non multo post motiones edunt aliquas contorsionesque non prius cessaturas, quam exsiccentur; indicio manifesto vel in hoc ipso statu vitam adhuc superesse. Quod ex hoc etiam comprobatur, quia si post apparentem istam earum in vino mortem, a vino ipso confestim removeantur, ac vel in aquam infundantur, vel relinquuntur in aere libero, quod utrumque sæpius equidem præstiti, paullo post corrugari fere incipiunt & contrahi, sicque paullatim restituuntur, ut tandem pristinum robur, pristinamque recuperent alacritatem. Non ita vero se res habuit, cum eas in vino immerfas diutius reliqui, ex. gr. ad horam usque, & amplius; tunc enim etiam si a vino extraherentur, non amplius vitam recuperabant.

Quod si vinum hirudini tantopere noceat, nemo est quin intelligat, ipsius vini spiritum magis profecto esse nociturum. Enim vero ex quattuor hirudinibus, quas in hunc spiritum infudi, vix duæ minutis duobus vixerunt, reliquæ vero duæ citius etiam interfectæ sunt. Cumque binas alias in spiritum hujusmodi meracissimum immerfisssem, statim fere ab immersione corrugari eas, & contrahi, absorptumque jamdiu sanguinem rejicere observavi, ac tandem emori.

Idem fere accidit sex aliis hirudinibus aceto interfectis, quæ neque diutius, quam illæ vitam protraxerunt, neque

vel

vel cito extracta, aut in aquam infusa reviviscere visa sunt.

Quamquam autem oleum olivarum hirudini noxium, immo lethale tandem esse expertus sum, hoc tamen cum Dillenio non ita facile affirmarem, quod oleum scilicet ferre hirudines omnino nequeant. Hirudo enim, quam vulgari hujusmodi oleo commiseram, in eo vixit duos fere dies, & quamvis ab immersione statim præclusum jam exitum quære videretur, nullis tamen agitabatur convulsionibus contractionibusque, & caudæ extremitate, & capite internis vitrei vasis parietibus adhærescebat; quod mirum quidem videbitur auctoribus illis, qui non satis intelligunt, quomodo vitri parietibus prædictæ extremitates ullo sine manifesto instrumentorum apparatu possint adhærere. Oleum enim, quod videtur huic adhæsiōni impedimento magis esse debere, nullum re ipsa affert impedimentum, nisi cum viribus omnino jam est destitutum animalculum. Sanguisuga in hoc experimento adhibita & sanguinem, quo se antea repleverat, maximam partem revomuit, & ad fundum vasis ita jacebat, ut mortua fere post horas aliquot videretur; attamen extracta, & stimulo aliquo irritata, iterumque in oleum conjecta se denuo ad motum comparabat exitum quærens. Cæterum in oleo plures etiam dies vixisse hirudines aliquot Morandus ipse comperit.

Quod autem urina molesta, & nocua hirudini sit, non vero semper, eodemque modo fatalis, duo me docuerunt experimenta; quorum altero observavi, hirudinem vix horis sex vitam ducere in urina potuisse: erat autem urina hæc ab horis aliquot reddita. Altero vero comperi, sic asservatam in urina fuisse hirudinem aliam, ut post dies duos, cum adhuc viveret, aquæ denuo illam restituerim, fluido scilicet eidem amicissimo, in quo diutissime postea vixit, atque incolumis. Urina hæcce recens omnino erat, immo adhuc calens cum in eam infudi animalculum, atque hoc mortuum pene videbatur, cum ab urina extractum est, ut aquæ restitueretur.

Verum hirudines jam illas consideremus, quas in aquam immisi, cum qua diversa liquorum, aliorumque corporum genera, modo unum videlicet, modo aliud antea commiscueram. Aquæ pondus, quo usus fui in experimentis hujusmodi fere omnibus, fuit unciarum sex. Paucorum itaque minutorum intervallo perierunt hirudines in totidem aquæ cyathis degentes, cui adjectæ sunt triginta circiter guttulæ spiritus modo communis, modo nitrî.

Si-

Similiter, tamen nonnihil serius, interierunt alix, quarum aquæ portiunculam addidi aliquanto majorem tum spiritus falis ammoniaci, tum olei tartari per deliquium.

Semuncia vero vulgaris cineris in aqua ita soluti, ut lixivium, decantato liquore, postea obtinuerim, in magnas adegit convulsiones vivacem hirudinem, eamque unius horæ spatio penitus interemit.

Mercurius quoque sublimatus atque arsenicum, venena, ut scitis, potentissima, in hujusmodi experimentis locum habuerunt, & illum quidem drachmæ unius pondere, hoc vero unius cum dimidio paribus aquæ portionibus infudi. Quæ in aquam sublimato mercurio imbutam immissa hirudo est, ea summo opere contracta ad vasis fundum citissime vitam amisit, ne minutum scilicet attingens. Secus vero alia, quæ arsenico tentata est; siquidem ista & plures horas vixit, & minime contracto, sed potius oblongato prorsus corpore inventa est. Minima tamen arsenici in aqua solutio fortassis hujus hirudinis vitam longiorem effecit.

Opium, quod narcoticorum princeps est, ad semigrani pondus aquæ junctum non nisi post horas duas stupentem reddidit hirudinem; quo in statu binis diebus relicta, etiamsi fortiter stimulo quopiam irritaretur, vix aliquantulum commoveri visa est. Cæterum aquæ simplici iterum restituta sensim sensimque pristinam recuperavit alacritatem. Non ita tamen revixit alia, quam simili modo tractavi unum adhibens opii granum. Etenim hæc tum citius in stupiditatem incidit, tum in simplicem aquam a tribus diebus rejecta (quo tempore irritata cum esset, adhuc aliqua præbebat vitæ indicia) vitam omnem cito amisit.

Cum autem opium simplex & crudum in aqua vere non dissolvatur, statui pharmacum opiatum illud in usum vocare, quod omnium fere est simplicissimum; laudanum scilicet cydoniatum, cujus quidem eam portionem instillavi aquæ, quæ scrupulum semis opii contineret: eratque insuper in forma, ut ajunt, liquida nondum extracti formam adeptum. Post horæ quadrantem coepit sanguifuga huic obnoxia experimento stuporis, & quasi temulentix indicia manifesta præbere. Cumque jam dies unus transisset, quo tempore mortua pene videbatur, in aquam puram denuo eam transtuli, in qua, etiamsi mortuæ instar degeret, aliquantulum tamen vitæ signa præbuit.

buit, cum stimulo quopiam afficeretur; neque vivere omnino desit, nisi post tres dies.

Moschus præterea, qui corpus est nostris hisce temporibus valde in medicina usitatum, non adeo hirudini infensus mihi visus fuit, quemadmodum fore mihi antea persuaseram. Ad pondus enim granorum duodecim in aqua solutus exiguam hirudini molestiam attulit, & quamquam fusco, obscuroque colore ex moscho inficiebatur aqua, odoremque emittebat intensione sua fere intolerabilem; per octiduum tamen in hujusmodi aqua, & sine gravi molestia vixisse insectum istud observavi, dum illius carceris impatiens operculum, quamvis plumbeum, quo vasculum vitreum supra tegebatur, ita elevare, nescio quo pacto, conata est, ut celeri fuga experimenti hujus exitum eluserit.

Quod autem efficere in hirudine ista octo dierum spatio moschus non potuit, id in alia biduo crocus præstitit, cujus quidem croci grana octo aquæ illi superaddita, in qua hirudo hæc alia inerat, non admodum ipsi fuerunt perniciofa. Totidem vero croci ipsius grana, quæ primis illis postridie addidi, post horas aliquot omnino exitiosa fuisse comperta sunt.

Ex illis, quæ supra diximus, jam audivistis, Sodales, expertum fuisse Redium, saccharatam aquam hirudines enecare horis viginti quattuor. Verum citius, aut serius hoc evenire pro majore scilicet, aut minore sacchari quantitate duo mihi ostenderunt experimenta; quorum uno septem & amplius dies hirudinem vixisse comperi in aquæ cyatho, in qua tres circiter sacchari drachmas prius dissolveram; altero vero constitit experimento, sacchari unciam unam cum dimidio in simili aquæ copia dissolutam sex tantummodo horis necem hirudini alteri intulisse.

Cum autem saccharum expertus fuisset, mel quoque ipsum placuit experiri. Quare mellis unciam pariter unam cum dimidio in aquæ copiam prædictæ æqualem infudi: hirudo vero, quam huic subjeci experimento, tres circiter horas vivere vix potuit, cumque jam mortua esset, corpus illius reperi valde contractum, extenuatum, & durum; quod idem profecto observare contigit in corpore sanguifugæ, quam in præcedenti de saccharo experimento adhibueram.

Quod porro hirudines, testante Redio, in odoriferis aquis
di-

distillatis ab una hora statim intereant, id quidem non erit de omnibus generatim affirmandum; cum enim tres hujusmodi aquarum species in usum vocaverim, diversus etiam in unaquaque fuit mortis terminus. Quam in aqua rosarum infuderam hirudinem, ea post horas tres interiit. Paullo plus vixisse comperi aliam, quam receperat aqua florum citri. Demum in aqua mentæ vixit altera quattuor dies & amplius.

Hirudo in aquæ cyathum conjecta, in qua scrupulum unum camphoræ immiseram, & agitaveram, male se habuit in hujusmodi aqua exitum quærens violentis motionibus, ac fundum vasis tandem petiit quasi semimortua, ibique stetit lenibus contorsionibus nonnihil aliquando commota. Post horas sex extracta, jacebat mortuæ instar. Cumque illam fortiter irritaverim, indicium vitæ superstitis præbuit se se vix contrahendo. Mucus copiosus e corpore exierat. In aquam simplicem eam conjeci, in qua vitæ indicia aliqua exhibuit per mensem, & amplius.

Semunciam cremoris tartari agitaveram in altero aquæ cyatho, in quam hirudinem aliam conjeci. Molestia cepit hirudinem in aqua ista non exigua. Potuit nihilominus cyathi parietibus aliquamdiu capite adhærere. Sexto die immobilis jacebat ad fundum vasis cremori non soluto superextensa. Et octavo demum omnino jam extincta inventa est.

Proximum est nunc, ut illas hirudines consideremus, quas gelu artificioso tractavi. Tres ergo sanguisugas inclusi in capsula ex ferro albo confecta; capsulam vero istam optime clausam copiosa nive omnem circumtexi additis salis pugillis aliquot, eamque in loco frigido reposui, ac per horas duas & amplius asservavi. Post id temporis semota a nive capsula, apertaque, inventæ sunt hirudines gelu penitus indurata, a quo confestim eas liberavi blando addito calore. Quo quidem effecto, simul etiam observavi, hirudines hæc ab hujusmodi congelatione fuisse interfectas; in aquam eas immisi, neque inde ullum vitæ signum exhibuerunt.

Res aliter cessit, cum hoc idem experimentum iteravi sine salis adjectione. Quamquam enim & eandem nivis quantitatem in hoc adhibui experimento, quam in illo adhibueram, & capsulam nive circumtectam nonnisi post horas quattuor aperui; hujus tamen experimenti hirudines contractas quidem reperi, brevioresque factas, minime vero congelatas,
T. VII. *M* *immo*

immo ita vivaces, ut in simplicem aquam eas infundens sui roboris ac sanitatis nihil prorsus amisisse observaverim. Quapropter cum in prioribus experimentis reliquum mihi fuisset nitrum ad interitum hirudinis adhibendum, salis hujus purissimi drachmam unam immittere non dubitavi in aquam illam, in qua prædictæ hirudines superstites aderant. Ingratus quidem, ac molestissimus, immo lethalis fuit illis sal iste, siquidem ad horas fere duas multis, continuisque agitationibus se se commoverunt. Atque ab his cum cessaverint, vitam tamen omnem minime amiserunt, cum aliqua vitæ superstitis indicia perhibuerint ad quartam usque horam a nitri affusione.

Sed ut ad hirudines illas revertar, quæ salis additione gelu rigidæ factæ sunt, atque inde occubuerunt, repetendane illarum mors erit ab ipsa congelatione, an potius a spiculis salinis tenuissimis, atque invisibilibus, quæ capsulæ parietes penetraverint? sal certe hujus generis hirudini est, ut alias dictum fuit, inimicissimus, cum ex adverso frigus etiam intentum, sine salis tamen adjectione molestum hirudini vix fuerit, aut ne vix quidem. Confirmatur hoc observatione, quam fortuito Blancardus habuit. Qui cum in vitreo vase hirudines asservaret, & illæ per hyemem cum aqua congelassent, jam eas emortuas crediderat; sed resoluta post glacie, hirudines adhuc, ut antea, in vivis esse invenit miro ipsi, ut fassus fuit, spectaculo.

Congelavi porro nive, ac sale bombyces quoque ita prorsus ut hirudines; immo tamdiu illos in ejusmodi congelatione detinui, quamdiu istas reliqueram, & tamen ex bombycibus aliquot blando manus calore vitam sensim sensimque assequuti sunt, non dico pristinam; quamvis enim ita revixerint, ut & a loco ad locum ferri possent, & vitam ipsam traduxerint ad dies duos & amplius, attamen robur, & alacritas in hoc vitæ stadio numquam illis fuerunt restituta. Præ cæteris vero notatu digna mihi visa res fuit, quæ primum restitutæ vitæ indicium præbuit in hoc experimento. Vasculum scilicet illud, quod in bombycis dorso a capite ad anum usque protenditur, & cor multiplicatum a Malpighio dicitur, vasculum, inquam, istud cœpit, dum manus calore bombyx fovebatur, nonnihil moveri ad alteram corporis extremitatem capiti oppositam. Increvit gradatim motus iste, atque ad alteram usque extremitatem productus est, tumque animal non-

nihil

nihil contrahi, & elongari cœpit, dum vita penitus redierit.

Verum ad hirudinem redeamus, de qua cum omnia, quæ præstiti, jam attulerim experimenta, restant nunc mihi pauca de ipso istorum experimentorum usu consideranda. Ac primum de usu medico verba faciam. Non sæpe quidem, sed neque admodum raro id accidisse observatum fuit, ut hirudines quædam sedalibus venis ad humani corporis incolumitatem procurandam applicitæ in rectum ipsum intestinum irrepserint; ut in hominibus in balneo aliquo degentibus aliæ se se sponte insinuaverint in prædictum intestinum; ac, si de mulieribus sit sermo, aliæ in vaginam, aliæ demum per urethram in cavum ipsum vesicæ urinariæ; ut postremo nonnullæ una cum aqua ingurgitatæ ventriculum subjerint, & intestina. Quibus in casibus quot, & quantas, & quam graves attulerint homini molestias, vel ex hac una constare potest observatione, quæ in ephemeridibus naturæ curiosorum legitur a Theodoro Zuingero relata titulo cardialgiæ hirudinosæ. Narrat enim de homine quodam, qui cum in itinere siticulosus obvias qualescumque aquas avide hauserit, non multo post quemdam morficationis, vel lancinantis doloris sensum in regione stomachi persentire cœpit, qui intra quinque vel sex menses sensim adeo increvit, ut sæpe æger præ illius acerbitate totas noctes ejulare cogeretur, ac ferme in convulsiones incideret. Emetica æger sumpsit, & cardiaca, dum tandem magno cum angore copiam materiæ pituitoso-mucosæ cum sanguinis floridi ac sinceri libra propemodum integra, ut & hirudine adhuc tantillum vivente conatibus aliquot evomuit. Emetica, & cardiaca iterum assumpsit, unde plures adhuc vehementesque subsequuti sunt vomitus, quibus non modo mucum, bilem, sanguinem, & juscula hausta, sed quattuor adhuc hirudines alias excreavit, quarum maxima indicis digiti crassitiem propemodum æquabat, longitudinem vero superabat, reliquæ tantillum minores; omnes vero sanguine e venis stomachicis succto turgebant. Putat autem Zuingerus, hirudines hæc adhuc minutissimas, & vix suis ex ovulis egressas, & vivificatas cum aquis rivulorum avide haustis procul dubio fuisse deglutitas, hincque sensim impetrato nutrimento eam, quam habebant, molem acquisivisse.

Similia huic exempla protulerunt tum in suis observationibus Riverius, tum de cardialgia scribens Etmullerus. Ille

liquidem de rustico quodam mentionem facit, qui cum aquam fluviatilem bibens inscius hirudinem simul deglutisset, continuo sanguinis vomitu affectus fuit, quem tum solum sistere potuit, cum oleo amygdalarum dulcium copiose assumpto vomitum ciens sanguinem simul rejecit & hirudinem. Hic vero, scilicet Etmullerus, narrat ex Rhodio, cardialgiam inductam fuisse a sanguisugis, quæ naribus pro hæmorrhagia excitanda applicitæ in gulam irreperant, & ad orificium stomachi finistrum delatæ tamdiu male ipsum affecerunt, dum aqua salita interfectæ sunt. Mitto de illis dicere, quæ non modo Galenus, sed ipse quoque Dioscorides, & Aetius in suis scriptis tradiderunt tum de signis deglutitæ hirudinis, tum de remediis, quibus ea aut excuti possit, aut enecari; de quibus plura Aldrovandus refert. Nihil quoque afferam de morbis illis gravissimis, queis afficiuntur homines a parva quadam hirudine alpina, si eam incaute cum aquis deglutiant. De hac enim hirudinis nova specie ad nostras minime pertinente; de noxis, quæ ab ipsa inferuntur; deque remediis adhibendis multa egregie scripsit, uti alias inuimus, Joannes Petrus Maria Dana.

Hoc autem potissimum de remediis adnotabo, quod videlicet in hujusmodi casibus aqua salita præ cæteris ab auctoribus commendatur sive per os assumenda, sive injicienda clysteribus, pro eo ut hirudo viscus unum aut aliud penetraverit. Quamobrem ab ipso usque Dioscoride notatum fuit, quod si ori ventriculi adhæreant sanguisugæ, excutientur istæ muria forbitione.

Quæ cum ita sint, video profecto experimenta, quæ supra descripsi, usum habere aliquem posse in medicina. Nonne enim ex illis plane constat, vinum cito hirudines saltem stupefacere? Cur igitur in prædictis casibus, ubi muria vel ferri nequeat ab ægrotante, vel propter alias qualescumque causas adhiberi non possit, cur, inquam, non utemur vino? potu scilicet nobis et grato, & familiari? Quod dico de vino, idem dicatis velim de spiritu ejus vel solo, & in moderata quidem quantitate, vel cum aqua diluto, tumque copiosiore. Certe hoc ipse animadverti semper, quod in vino, quantumvis agentur, & exitum quærant, & fugam hirudines, numquam illis tamen, quoad moventur, concessum est vasculo adhærere capite, aut cauda. Quid ergo facilius, quam

quam, cum vini ope mortuarum instar conciderint, jamque flaccescant, aut blanda quadam vomitione extra corpus eas eliminare, aut alia ratione, si cavum aliud invaserint?

Viderant antiqui suffitum cimicum hirudini esse inimicum, propterea cimices etiam ipsos in liquoribus hauriendos dabant illis, qui hoc infectum minus caute deglutiverant. Quare scribit Dioscorides, cimices potos cum vino, aut aceto adhærentes abigere sanguisugas. Verumtamen quod cimici tribuit Dioscorides, ego vino præsertim, aut aceto tribuendum fuisse potius existimarem.

Ex hæcenus dictis, manifestum quoque est, non modo vinum, ejusque producta, sed alia etiam ex iis aliquot, quæ in experimentis nostris recensuimus (exceptis tamen venenis, paucisque aliis) iisdem posse usibus inservire, quibus vinum proposuimus, sive illa adhibeantur sola, sive insimul aliqua misceantur.

Patet etiam ab ipso, quem supra descripsimus, experimentorum exitu inferri posse, corpora quædam parum aut nihil hirudini noxia fuisse, quæ tamen futura esse credebantur. Quis enim umquam sibi persuasisset tamdiu ferri moschum ab hirudine potuisse, tamdiuque ipsam vivere in oleo olivarum? Ex his ergo efficitur, hujusmodi substantias in prædictis casibus parum aut nihil profuturas, ideoque minime usurpandas esse.

Quæ porro de urina retuli experimenta, ea videntur, meo quidem judicio, satis ostendere quare interdum acciderit, ut hirudines in muliebrem vesicam urinariam per urethram irreptæ aliquamdiu in ea vixerint, ac tot proinde molestias, & cruciatus procreaverint.

Reliquum tandem est, ut nonnulla vobis afferam, quæ mihimet ipsi quoque interdum proposui consideranda. Quid enim est causæ, cur hirudo post pauca minuta in vino mortuæ instar jacens vitam denuo paullatim recuperat, si a vino extrahatur, cum tamen in hoc statu & flaccida omnino sit, & nullum sive externum, sive internum motum sensibilem habeat in partibus suis omnibus, nullumque vitæ indicium? Quomodo congelati bombyces, congelatæque hirudines aliquæ tum in hoc statu congelationis permanere sine vitæ detrimento possunt aliquamdiu, tum etiam iterum postea reviviscere? An spiritus vitales, seu animales in primo casu oppressi, ac fixati, in hoc vero secundo concentrati, ut ajunt, vitam apparenter auferunt, restituunt vero cum in libertatem & motum

tum ipsi quoque restituantur? Irritabilitas certe, si qua inest, eam in utroque casu non in actu quidem, ut scholæ loquuntur, sed in potentia solum inesse probabile est. Enim vero, ut in congelatis insectis consistamus, nonne suis demonstravit experimentis Reaumurius, vulgares quasdam erucas, illasque parvulas, tametsi in maximo congelationis gradu constitutas, vitam nihilominus egregie conservavisse? At quo umquam modo in tanta partium corporis omnium rigiditate atque inactione vitæ principium quodpiam conservari intelligemus, nisi ad prædictas hypotheses similesve alias confugiamus?

Addite his observationem, quam Bouguerius narrat de serpente quodam Indiarum hominibus pernicioso, qui licet jam mortuus sit, atque etiam sub dio exsiccatus, immo jam induratus fumo, vitam tamen denuo adipiscitur, si solis radiis dies aliquot exponatur in aqua stagnante immerfus. Exsuccæ in hoc casu, immo exsiccatae jam sunt fibræ tantum non omnes, humores vero jam coacti. Quid igitur est quod vitam redintegrat? Num actuosum tenuissimum antea coercitum vitale principium? quod deinde se se tum expandit, cum fibræ per aquam molliusculæ fiunt, & flexiles, & elasticæ, uno verbo, ut loquar cum Hallerianis, irritabiles? Si quis autem actuosum hoc, de quo diximus, principium ab irradiante sole restitui diceret serpenti huic, conjecturam adderet conjecturis; in quibus profecto modus habendus est.

Non sinam tamen id latere vos, Sodales optimi, quod Jo: Baptista Batarra vir egregius de marinis hirudinibus expertus tum est, cum a Ferdinando Bassio sodali nostro clarissimo rogaretur, ut observaret quid accideret istis hirudinibus in varios liquores aliquot coniectis. Bassium quippe rogavi ipse, ut per litteras hoc quæreret.

Alteram igitur istarum hirudinum ab aqua marina in putealem traduxit; observavitque, spatio duorum minorum stupentem redditam fuisse, & post horam fere vitæ indicia non amplius præbuisse. Quare maris aquæ iterum eam restituit, in qua nonnihil reviviscere visa fuit. Cumque in putealem denuo coniecisset, post horas ferme duas omnino vitam amisit hirudo, corporis mole quadruplo majore facta.

Alteram immisit in aquam pariter communem, in qua tantum salis communis dissolverat, quantum satis esset, ut
aqua

aqua falsum eum saporem acquireret, qui percipi solet in aqua ipsa marina. In hac igitur aqua artificiose falsa stupere primum visa est, sed paullo post vigorem adepta vitrei vasis parietibus fortiter adhæsit. Post horas aliquot vegetior apparuit; corpus tamen quadruplo intumuerat. In hoc statu permansit in diem circiter; deinde molestiæ impatiens e vase erupit, jacuitque postea extra vas ad instar mortuæ, cum jam ad digiti crassitiem corporis volumen excrevisset. In eandem aquam iterum eam conjecit, in qua fundum statim petiit viribus omnino destituta, jamque extincta videbatur. Non multo post vasculum igni apponens, & aquam nonnihil exalefaciens observavit, tantam hircudini vivacitatem fuisse restitutam, ut e vase denuo exilire tentaverit. Brevis autem fuit vivacitas tanta. Post intervallum enim trium circiter horarum vix semiviva jacebat, & altero post die mortua est.

Hircudinem tertiam in vinum conjecit, in quo horæ spatium ita stupuit, ut mortuam æmularetur. Horæ autem spatium minutis aliquot prætergresso, maris aquæ eam iterum restituit; atque a torpore hoc tanto exsuscitari visa fuit se se per aquam revolvens aliquamdiu; sed paulo post in pristinum stuporem incidit. In hoc statu eam vino restituit; in quo ad fundum vasis continuo decedit; neque amplius ullum vitæ indicium exhibuit, & corporis volumen omne triplo auctum fuisse compertum est.

Quartam in acetum indidit; notavitque, statim ut in liquorem istum indita fuit, obstupuisse, neque stimulo ullo excitari amplius potuisse. Cumque in aceto eam reliquisset semihoræ spatium, deindeque eduxisset, extinctam omnino eam comperit, corpore, ut scribit, *nec aucto, nec diminuto*.

Quintam denique immerfit in oleum commune olivarum, in quo torpescere aliquantisper videbatur; sed extemplo vegetior facta, modo altera corporis extremitate adhæsit vasis parietibus, reliquum corporis diversimode torquens; modo fugam alacriter tentavit; modo in spiram contorta aliquamdiu stetit immobilis. Post horas sex ad fundum vasis decedit viribus admodum destituta, neque amplius potuit ad superiora vasis ascendere, quamvis dies quattuor supervixit. Præclara siquidem in hoc statu vitæ adhuc superstitis argumenta toties dedit, quoties vel blanda vasis concussio fieret, vel diurna lux vas extemplo irradiaret, vel etiam lux alia ex lucernæ flam-

flammula nocturnis horis accederet. Et (quod jure notatu dignum observator existimavit) ab eo usque die, quo fundum vasis petiit hirudo ista, gracilescere cœpit adeo, ac decurtari, ut cum trium pollicum longitudinem antea æquaret, ultimo ad solam pollicis unius cum dimidio longitudinem reducta fuerit.

Hæc itaque illa sunt, quæ illustris Batarra per litteras communicavit, ut Bassio, mihiq̄ue morem gereret, ut solet, perhumaniter. Restant, si quæ sunt, animadversiones aliquæ adjiciendæ. Atque ut ab illis exordiamur, quæ ultimo loco afferuntur, est illud profecto dignum animadversione, quod in oleo ad emolliendum, & relaxandum aptissimo gracilescat hirudo ista, & decurtetur notabiliter; cum alias in aceto nativam retineat sui corporis dimensionem; in simplici vero aqua puteali, in muria, in vino demum dimensionibus omnibus insigniter augeatur. Illud etiam notetis velim, quod hirudo ista marina vasis internis parietibus potuit extremitate aliqua vel in oleo ipso immerisa adhærere, non secus atque potuit hirudo vulgaris in meis experimentis; quodque oleum ipsum neutræ lethale continuo fuit, sed post diem unum, vel alterum tantum. Quamquam autem muria hirudinem marinam interfecit multo serius quam vulgarem, quod facile intelligitur; mirari tamen haud desinam, marinam ipsam hirudinem tam cito in aqua communi interire. Ac de his quidem non minus quam de cæteris plura dicere omittimus, ne varietate rerum, & sermonis prolixitate vestra, Sodales humanissimi, patientia nimis videar abuti velle.

S E R M O Q U I N T U S

De hirudinibus in duas, tresve distinctas partes resectis: nec non de earumdem respiratione.

DEcreveram, Sodales ornatissimi, ea recolligere quæcumque de hirudine vobiscum jampridem communicavi pluribus dissertationibus. Verum dissertationes jam ipsas cum relegerem, in mentem venit alia deinde experiri, ac cæteris addere, alia vero animadvertere. Hæc igitur ipsa cum sim
pro.

prosequutus, hodierno sermone meo paucis exponam, nullo tamen statuto ordine; cum enim ad illa referri possint, quæ sparsim in aliis sermonibus attulimus, de singulis dicere ita tuimus pro ut occasio fuerit. Spectant vero pene omnia ad vitam animalculi, quam pluribus modis servari posse comperimus, sive totum animalculum consideremus, sive partem ejus aliquam jam abscissam, atque a reliquis disjunctam.

Cumque mihi jamdudum proposuissem illud investigare, quod olim se expertum fuisse Dillenius ipse testatur, ferrum scilicet impune hirudines ferre, & conscissas, atque abscissas diu nihilominus vivere; investigatio hæc ipsa nostra, quam nuper suscepimus, illa est, quæ hodierno sermone & occasionem præbuit, & materiam suppeditavit. Enim vero pluribus variisque modis, non uno tantum, secari hirudines debere existimavi, ut percipi facile posset, num re ipsa abscissæ hirudines diu vivere, & quamdiu possint. Tres itaque sectionis modos primo adhibui, unum videlicet, quo bifariam hirudinem secui, ita tamen ut pars ad caput spectans brevior esset, longior vero, quæ ad podicem vergit; alterum, quo duabus sectionibus tres fierent hirudinis distinctæ partes, quarum tamen media cæteris longior erat. Tertius denique sectionis modus istiusmodi fuit, ut tres quoque remanserint hirudinis partes disjunctæ, sed ita ut pars media omnibus brevior esset, extremæ vero duæ longiores. Dilleni autem assertio si attendatur, proclive cuique erit credere, quod hirudinis abscissæ partes æque omnes diu vivant: verum in experimentis nostris non omnino sic res se habuit. Nam, ut a tertio incipiam experimento, sectæ hirudinis pars media, omnium scilicet brevissima, quattuor post diebus omni motu orbata cum jam esset (punctione quippe vellicata nullum vel leve contractionis indicium præseferbat) a nobis rejecta fuit. Binæ vero longiores, quarum una caput habebat, altera oppositam corporis extremitatem, manifesta exhibuerunt vitæ indicia a quinto Octobris in ultimos usque dies Februarii.

In secundo experimento, quo scilicet pars media sectionis ope longior duabus aliis relicta fuerat, quamvis breviores extremæ partes vitæ superstitis adhuc signa præbuerint in diem usque decimum sextum, numquam tamen validis motionibus agebantur, ac memorato die utrasque extinctas reperi. Secus contigisse novimus mediæ parti, ac longiori; ea liqui-

dem sursum deorsumque per aquam prompte ita excurrebat, quemadmodum excurrere solent intactæ hirudines vivaciores. Perrexit autem pars ista hirudinis hoc modo se habere in multos dies; postea motus agere minus vivaces, deinde mobilem se præbere tum solum, cum stimulo aliquo vellicaretur; denique vitam ducere manifestissimam a primis Octobris diebus in ultimos usque Junii. Vixit ergo mutilata hæc pars menses novem.

Primum experimentum fuit, ut audivistis, hirudinem sectione dispescere in partes duas tantummodo, sed ita ut pars capiti juncta brevior esset altera parte capite destituta. Contigit autem in hoc experimento id observare, ut quæ pars absque capite erat, ea multo mobilior esset, & ad varios quidem diversosque motus expeditior; modo enim ad aquæ superiora, modo ad fundum vasis, nunc ad latera agiler ferebatur in multas horas, & si quiescens irritaretur vel levi stimulo, eadem fere alacritate iterum commovebatur. Et quamvis in progressu egeret stimulo, ut moveretur, nec tanta re ipsa movebatur alacritate, vixit nihilominus una cum alia parte capitata in menses septem.

Tribus hisce experimentis quartum adjungam, quod jam pridem feceram, secans videlicet hirudinem sic ut in partes quidem binas distingueretur, sed ferme æquales. In istis æqua semper mobilitas extitit, dum ita disjunctæ partes vixerunt; vixerunt autem in menses octo. Cum autem dico quod partes istæ licet omnino distinctæ, æqua tamen mobilitate agebantur, id intelligo, ut se se partes æqua celeritate agitent, ut quemadmodum pars una capite adhærebat vasis parietibus huc & illuc cucurbitulæ instar, ita quoque altera adhæserit huc illucque extremitate sua fungosa.

Verum his præmissis animadversiones jam aliquas ante proponamus, quam de aliis experimentis sermo habeatur. Inferre itaque ex antedictis possumus, primum abscissas hirudinis partes non modo diu vivere, sed alacriter etiam vel ipsas, quæ capite careant; deinde facilius diutiusque abscissas eas partes vivere, quæ a sectione longiores remanent, sive caput habeant, sive non; tum vitam æqualiter protrahi a binis hirudinis partibus, quæ sectionis ope æqualem obtinuerunt longitudinem; denique in plures menses vitam istam produci etiam posse. Quæ cum ita sint, quæretis fortasse, Sodales spectatissimi,

fimi, quid causæ sit, cur abscissæ jam hirudinis partes illæ, quæ a capite sunt remotissimæ, tamdiu vitam producere nihilominus valeant. Et jure quidem ac merito id quæretis; nam exempla licet habeantur insectorum, quæ amputato capite non modo vivunt aliquamdiu, verum etiam functiones, ut dici solet, animales exercent (quod in ipso bombycino papilione nosmet ipsi, ut alias dictum est, experti sumus), attamen hoc ipsum est in nostra hirudine mirabilius. Vivit siquidem bombyx absque capite; cum papilio est, non ita vivit cum est eruca; vivit in illo statu languide; dimidiato corpore non vivit; denique in dies aliquot solummodo. At hirudo & alacriter, & dimidiata, & in multos etiam menses vitam protrahit. Quæ omnia mecum ipse reputans, videor posse indicatæ quæstioni conjectura duce respondere. Enim vero meminertis, ut opinor, me in partium illarum enumeratione, quæ corpus hirudinis constituunt, spinalem etiam medullam recensuisse, cujus elegantem structuram omnino ei similem esse comperi, quam in bombyce observamus, nisi elegantiorrem quoque illam dicere velimus, quæ se se in marina hirudine observandam mihi præbuit. Meminertis quoque, spinalem istam cum in bombyce, tum in hirudine sic esse constructam, ut ad certa quædam intervalla nodulis, ut inquit, quibusdam sit interrupta, a quibus nervei ramusculi hinc illinc duo radiorum instar discedunt; atque in centro horum nodulorum corpusculum observari cinerei coloris, & a cerebri natura non absimile; nondulosque istos esse in hirudine multo numerosiores, quam in erucis. Conjicit autem Malpighius de medulla spinali bombycis, *globulos, seu nodulos hosce cerebri esse dispersas portiones, conglomeratas scilicet*, ut ejus verbis utar, *corticis glandulas, a quibus nervorum fibræ evascentur*. Quod profecto cum liceat de ipsa quoque spinali hirudinis medulla conjicere; quid quæso vetat, quominus rationabiliter etiam conjiciamus, globulos istos in hirudine numerosissimos præcipuam esse causam, cur obtruncatæ hirudinis ipsius partes alacriter vivant in multos menses? Extant sane vel in dimidiata hirudine multiplicata spirituum organa secretoria; inest in ejus fibris singularis irritabilitas. Non desunt causæ, quæ valeant conservare in fibris ipsis mollitiem necessariam; degit quippe in aqua. Neque igitur ea desunt principia; a quibus repeti possit obtruncatæ hirudinis vita in

menes aliquot traducta. Sentio equidem, conjecturam hanc nostram multis forte, & gravibus difficultatibus obnoxiam esse posse; ad alia tamen properamus, ne in hujusmodi conjecturis diutius, quam res ipsa postulat, commoremur.

Experimentorum itaque nostrorum genus aliud quamvis hirudinum vitam infestaverit, eo nihilominus tendere potissimum videbatur, ut investigari posset, num aliqua hirudines gaudeant respiratione, necne. Quod eo magis perquirendum esse mihi persuaseram, quia nullum organum recipiendo aeri manifeste destinatum in hoc animalculo reperire potui. Neque potuit hujusmodi organum reperire Morandus ipse Parisiensis, qui tamen existimabat, per os hirudinem verisimiliter respirare. Atque hujus conjecturæ argumentum desumpsit ab observatione hoc modo instituta. Cum igitur hirudines reliquisset plures dies in aqua frigida, in qua sine motu degebant quasi stupidæ, & valde contractæ, phialam, in qua continebantur, prope ignem collocavit. Statim ac hirudines calorem perceperunt, lætabundæ nonnihil, ac mobiles factæ sunt. Calor autem ad certum gradum cum pervenisset, hirudines omnes, quæ duobus corpusculi sui extremis phialæ parietibus adhærebant, sponte cœperunt uno tantum extremo, cauda scilicet, adhærere, ac reliquo corpore undulationibus non veri alternis, atque isochronis, quæ respirationis motibus analogæ videbantur; immo tales, ut breviores, magisque laboriosæ non secus apparerent, ac solent in aliis animalibus respirationis motus apparere, cum in atmosphæram transeunt calidiorem. Motiones denique istæ vividiores evadebant, & æqualibus semper temporibus, quando scilicet igni propior erat phiala; tum vero sensibilibus imminuebantur, cum remotior erat. Verumtamen hæc Morandi observatio, immo ipsa, quam ab observatione colligit, conjectura quamvis parvi minime facienda sit, adhuc me tamen de respiratione dubium tenent tum ipsa Academiæ Florentinæ experimenta, tum mea quoque; quippe illa, referente Vallisnerio, nos docent, posse hirudinem æque bene in vacuo vivere, & moveri, ac solet in libero aere: nostra vero, nisi respirationem per os excludant, eam saltem reddunt valde dubiam. Enim vero hirudinem ea in parte, quæ collo, seu guttæ respondet, robusto vinculo ex filo confecto valide, & arcte ita constrinxi, ut nullus certe aeri per os ingressuro aditus relinqueretur. Vixit in hoc statu

nihilominus in multos dies, diutiusque vixisset etiam, nisi novus morbus a nimis arcta vincitura obortus eam interfecisset.

Hæc cum agerentur, venit etiam in mentem binas alias hirudines in pleno, ut ajunt, periclitari; in vacuo siquidem periclitati jam fuerant Academici Florentini, ut audivistis. Alteram igitur earum una cum aqua conclusi in oblongo tubulo seu vasculo metallico, alteram in simili vasculo sine aqua. Utrique vasculo operculum sic aptavi, ut exacte ambo clauderentur: immo commissuras omnes circa operculum, si quæ erant, cera hispanica circumquaque obturavi diligentissime; ne scilicet vel minimum aeris vascula ingredi posset, aut ab iisdem egredi. Sex post diebus vasculum aperui hirudinem simul cum aqua continens, eamque esse comperi satis adhuc mobilem vividamque; propterea novam affudi aquam veteri rejecta, & vasculum non secus obturavi, ac antea feceram. Vasculum autem hoc ipsum non nisi viginti post diebus cum referaverim, hirudinem ipsam jam extinctam contigit reperire. Ad aliam quod attinet, quam in vasculo sine aqua incluseram, elapso jam viginti quattuor horarum spatio, & vasculo postea referato, compertum est, hirudinem jacere mortuæ instar: mortua tamen haud erat; vix enim extracta cum fuisset, fugam continuo cepit. Illam itaque in tubulum denuo immisi eadem servata semper in obturando operculo diligentia. Tribus post diebus recluso tubulo, inventa fuit hirudo adhuc semiviva: eam igitur conjeci in aquam aperti vasis, ut melius revivisceret; & coepit re ipsa nonnihil moveri, & ad vasis parietes accedere, ut adhæreret; adhærere autem minime poterat, tanta ejus erat imbecillitas; postridie mortua est.

Habemus igitur in strangulata hirudine exemplum vitæ in dies multos productæ sine ulla per os habita respiratione. Addite his exempla in prima sermonis hujus parte recensita de dimidiata hirudine, quæ capite, collo, aliisque ejusmodi corporis sui partibus orbata, attamen diu vivit. Habemus hoc insuper exploratum, quod tum in vacuo aliquamdiu, tum in pleno vitam traduxerit saltem in paucos dies. Cur itaque, his positis, de illa hirudinum respiratione, quam verisimilem esse Morandus putat, non erit mihi ratio sufficiens dubitandi? Verumtamen cum de hisce dubitationibus, tum de aliis quilibuscumque vestrum, ornatissimi Sodales, judicium accipiam.

FIGURARUM DECLARATIO

TAB. I.

Fig. I. ex Morando, hirudinem designans integumentis ex parte denudatam, ut in conspectum veniat canalis alimentorum.

A A A A. Sacculi, sive cellulae.

B. Ductus, qui a Morando pro communi veluti oesophago sumitur.

L. Corpusculum, quod linguae officio fortasse fungitur.

Fig. II. Idem canalis alimentorum aere injecto turgidus cum spinali medulla canali superextensa ab una ad alteram corporis extremitatem.

C C C. Spinalis medulla canali juncta.

D D D. Noduli spinalis medullae.

E E E. Ramusculi ejusdem spinalis utrinque propagati.

F F. Sacculi prominentes ex injecto aere.

Fig. III. Canalis alimentorum aere tumefactus, & exsiccatus, profectusque juxta omnem longitudinem in parte laterali, quae inter ventrem, & dorsum est.

G G. Totum latifsculum, sive ejusdem latifsculi profecti hiatus.

H H H H. Sacculi, seu cellulae, uti ex aperto latifsculo observantur.

K G. Sepimentum canalem dividens in oblongos duos fasciculos a K usque ad G.

Fig. IV. I. Anularis quasi zonula constituens valvulas cellulosas in superiori canalis parte conspicuas, & intestinorum valvulis conniventibus analogas.

Fig. V. Cellula, seu valvula amplior, quae multiplicata cernitur in parte canalis media, crassiorique.

M. Foramen occupans medium valvulae.

N N. Foveolae utrinque in cellula manifestae.

Fig. VI. Hirudo aere tumefacta, exsiccata, & secundum ventris longitudinem ita profecta, ut ex hac parte canalis alimentorum structura pateat.

O O O O. Valvulae ut in tali sectione conspici possunt.

P Q. Oblongum sepimentum juxta directionem praedictae contrariam.

RR.

R R. Circelli membranacei valvularum instar pertinentes ad binos oblongos sacculos ob intermedium sepimentum relictos.

Fig. VII. Hirudo secta secundum dorfi longitudinem sic, ut appareat ductus alimentorum canali continuatus.

S T. indicant canaliculi sedem, scilicet S initium, T finem.

S U. Ductus seu canaliculus ipse ab intestino, & cute se junctus in parte inferiore U, ut melius distinguatur.

Fig. VIII. ex Redio deprompta.

X Z. Canalis, quem cellulis, seu valvulis intermedium admittit Redius cum aliis quibusdam auctoribus.

Fig. IX. Indicantur valvulae membranaceae in fluminum hirudinibus observatae, oblongioribus & magis obliquis foveolis praeditae.

Fig. X. Spinalis medulla multos habens nodulos.

L. Particula initio spinalis proxima ad suctionem faciens.

a b. Bini extremi noduli caeteris sibi mutuo propinquiores.

Fig. XI. Rediana spinalem adumbrans, nec non corpuscula quaedam ad generationem facientia.

d d d d d. Corpuscula ad generationem spectantia.

e e. Chorda spinalem indicans.

fff. Puncta nigra spinalis nodulos forte designantia.

TAB. II.

Fig. I. Vasculum sanguineum juxta dorfi longitudinem a capite ad anum usque propagatum.

A A A A. Vasculi ipsius ramusculi laterales.

B B. Truncus, a quo ramusculi discedunt.

C C C C &c. Rami alii, qui in ramulos adhuc minores subdividuntur.

Fig. II. Canalis alius post longam macerationem aere turgidus in conspectum veniens utrinque ad latera corporis interna juxta longitudinem.

Fig. III. Segmentum corporis hirudinis, ut appareant orificia duo ad partes generationis spectantia.

D D. Anuli inter duo orificia intercepti, qui numero quinque ut plurimum numerantur.

E F. Orificia ipsa, videlicet E superius, F inferius.

Fig. IV. Rediana scilicet alias memorata, & amplior facta, ut
com-

comparetur cum nostris ad genitalia pertinentibus.

Q R. Spinalis medulla.

U. Virga, seu penis.

X X. Corpuscula piri formam habentia, & generationi famulantia.

Z Z Z Z &c. Canaliculi breves cum nodulis medullæ spinalis, & globulis genitalium communicantes, ut sibi videre visus est Redius.

Fig. V. Complexio spinalis medullæ, & partium genitalium.

S T. Spinalis medullæ portio, quæ connexionem cum dictis partibus clariorem reddit.

G. Corpusculum globosum cum tubulo continuatum, idest virga, seu penis.

H. Tubulus ipse.

I. locum designat, quo tubulus affigitur internæ illi cutis superficie, quæ superiori respondet, exteriorique orificio.

K K. Corpuscula piri formam æmulantia.

L L. Intestinula, seu canaliculi connexionem habentes cum prædictis corpusculis, & cum globo alio corpusculo.

M M. Ductus, cum quibus continuari videntur corpuscula piris conformia.

N N N N &c. Globuli simul communicantes per continuatos ductus.

O. Corpusculum aliud genitale ex canaliculis coalescens communi membrana comprehensis, cum inferiori orificio communicans.

P P. Duo alia corpuscula olivæ figuram referentia, pedunculo suo ad radicem corpusculi O terminantia.

Fig. VI. Intestina exilia, flexuosa laqueorum instar, quæ infecti latifculis interioribus exstant.

Y Y Y Y. Laquei intestinorum instar figurati.

a a a. Loca quibus cum globulis antedictis communicant.

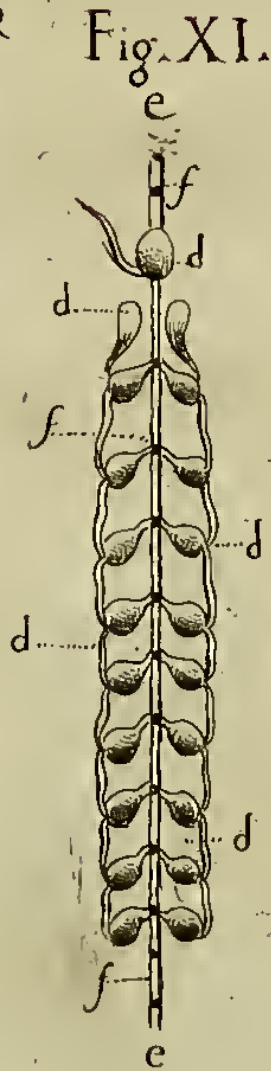
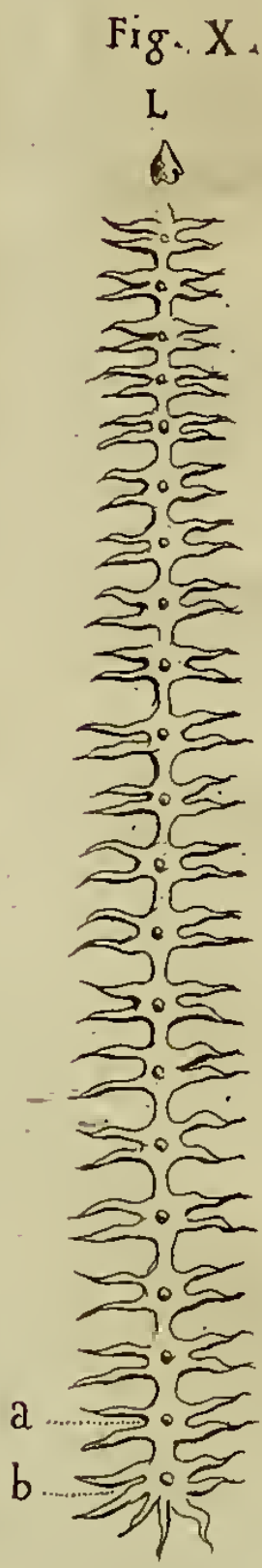
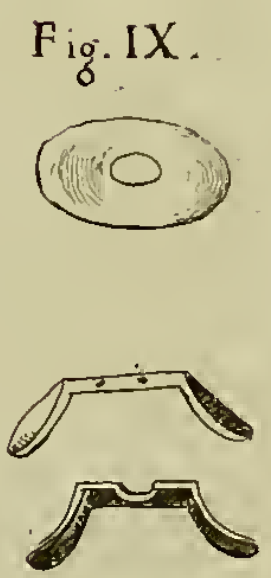
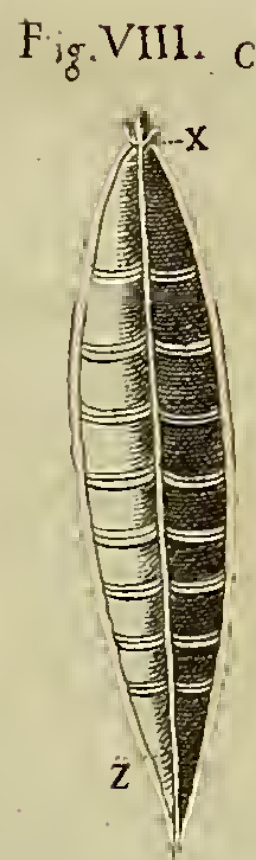
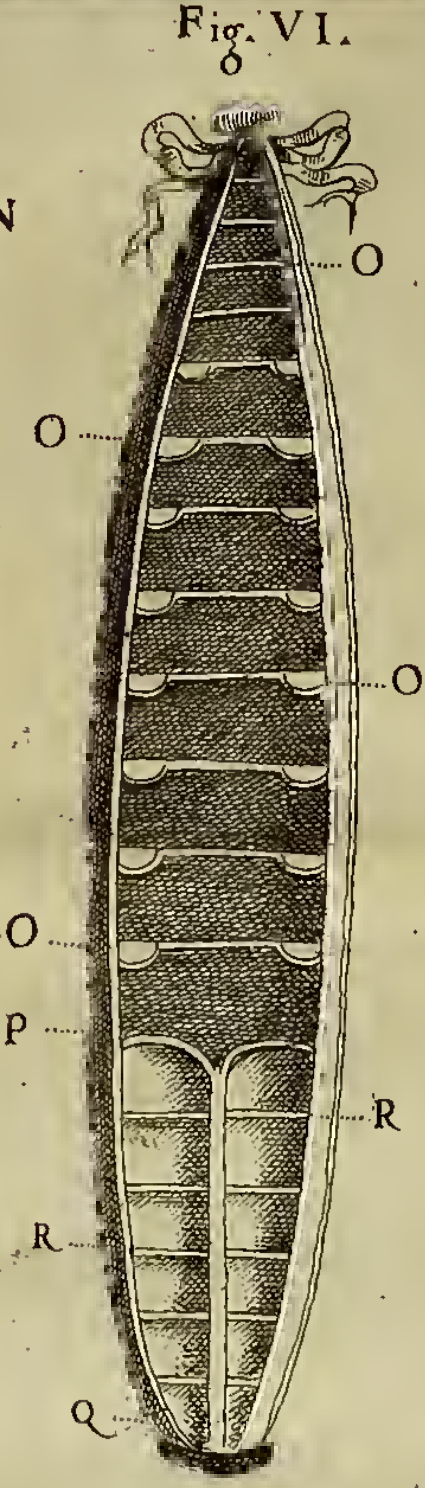
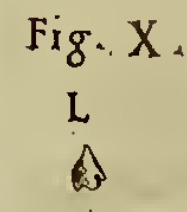
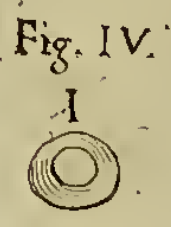
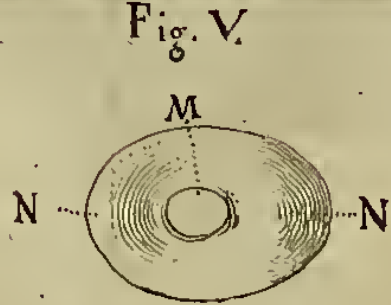
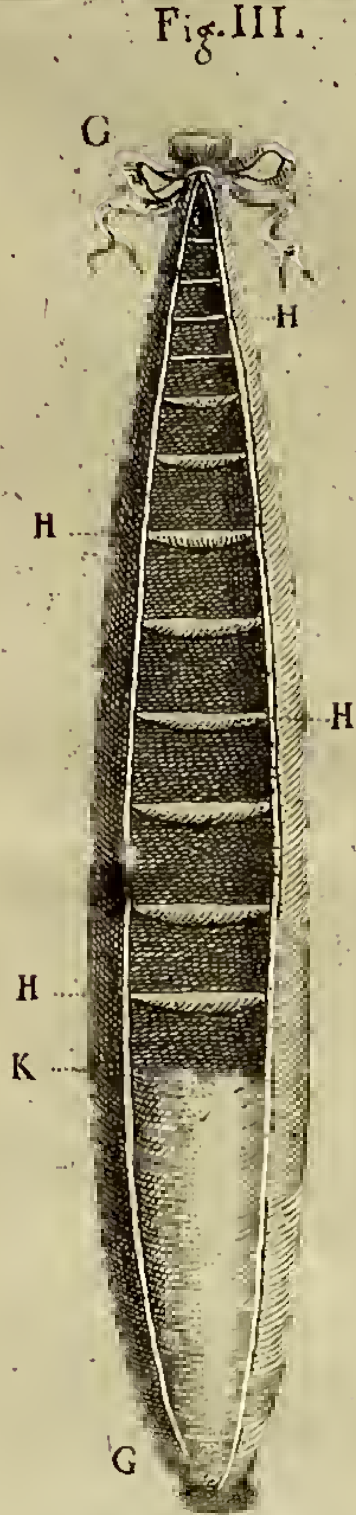
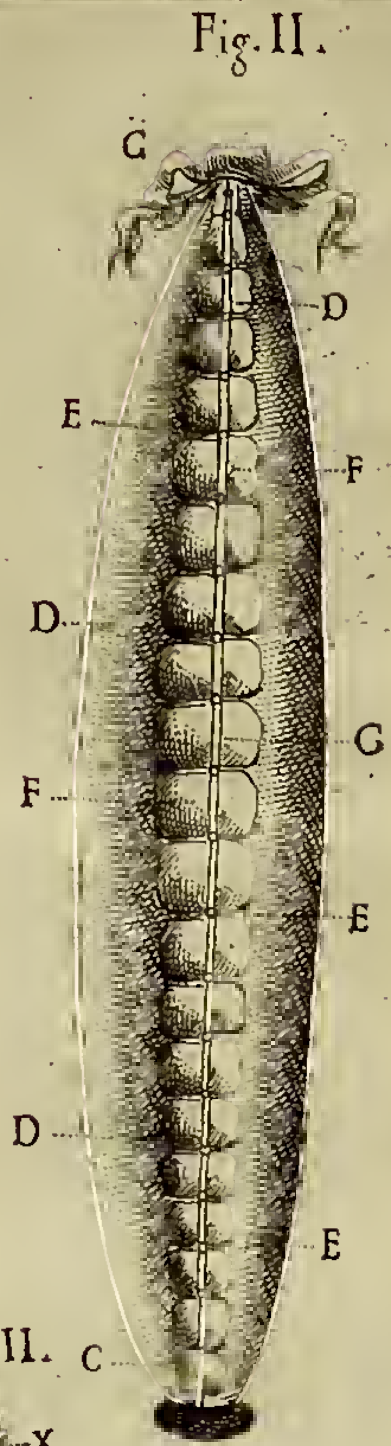
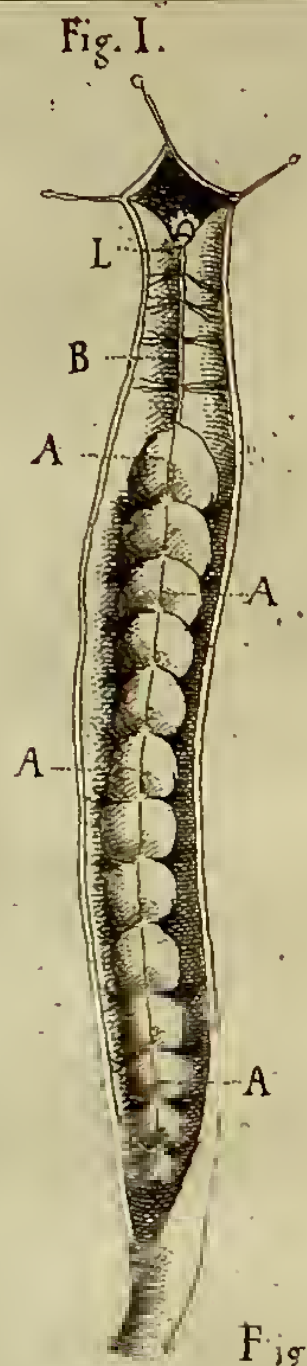
b b b b. Alia quædam corpuscula laqueis ipsis appensa pedunculis suis, non fecus ac fructus ramis appenduntur.

c c. Canalis supra expositus maceratione detegendus, quem indicati laquei superfcandunt.

T A B. I I I.

*F*ig. I. Hirudo marina, uti ex Rondeletio delineatam habemus ab Ulysse Aldrovandi.

Fig.





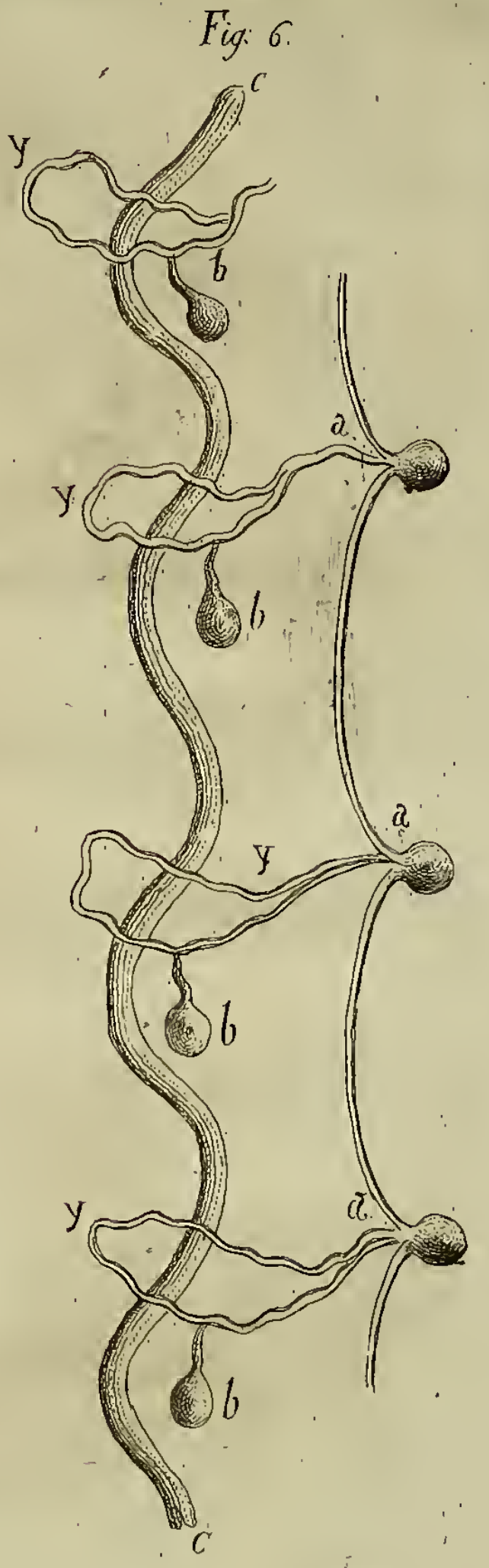
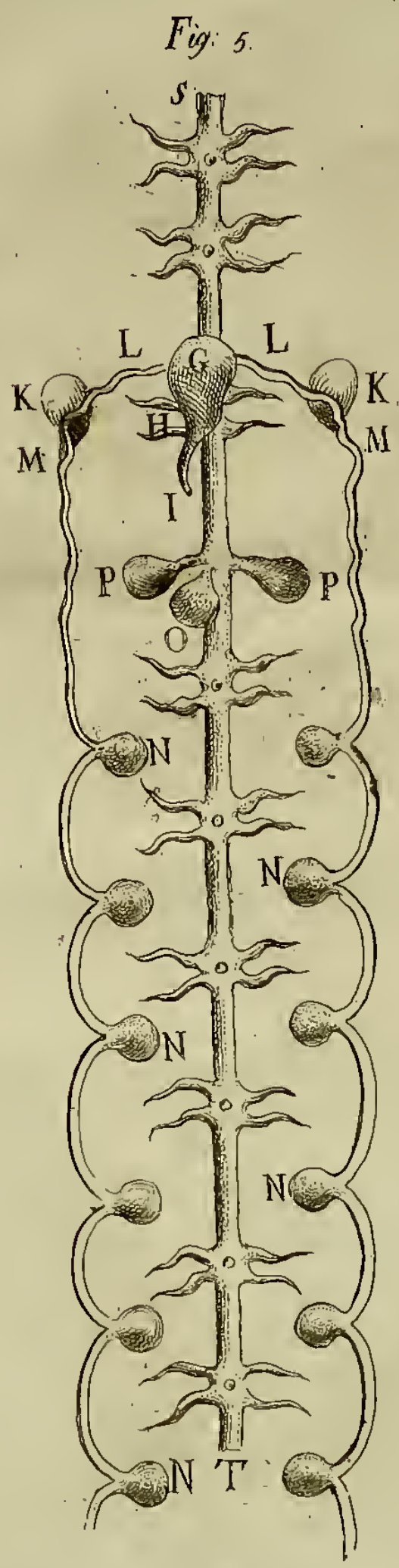
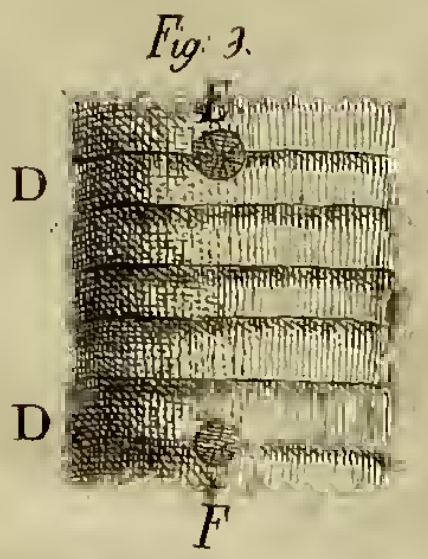
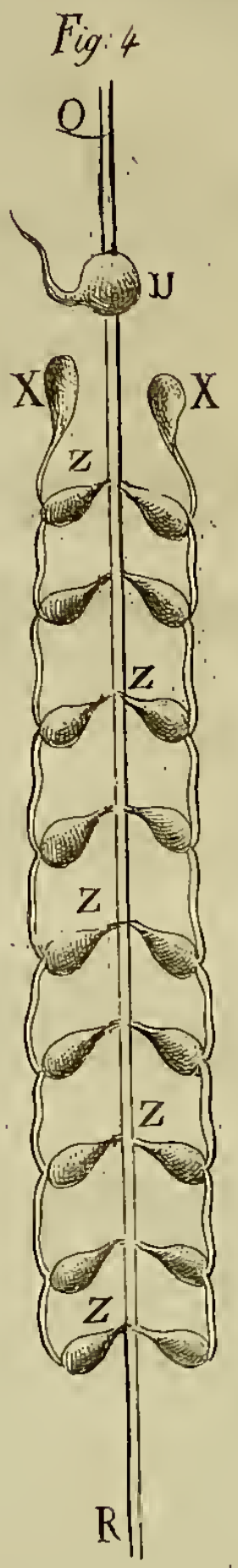
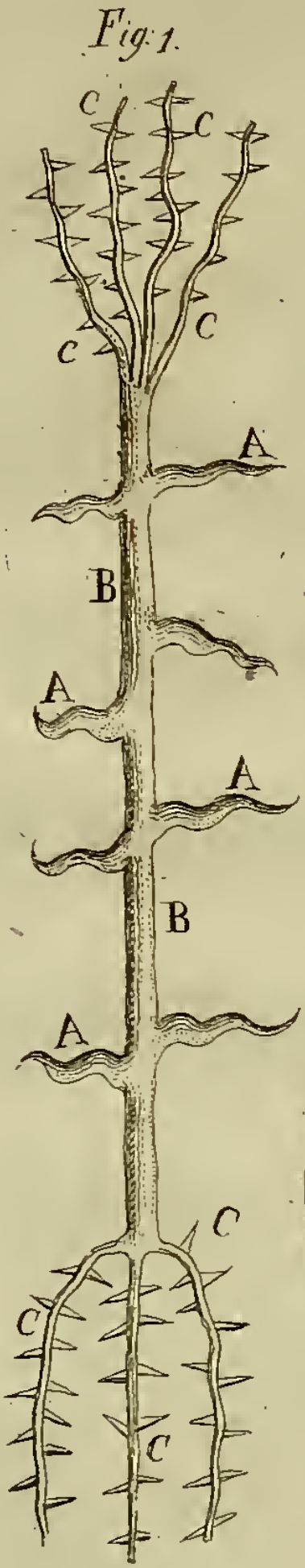




Fig. I.



Fig. III.

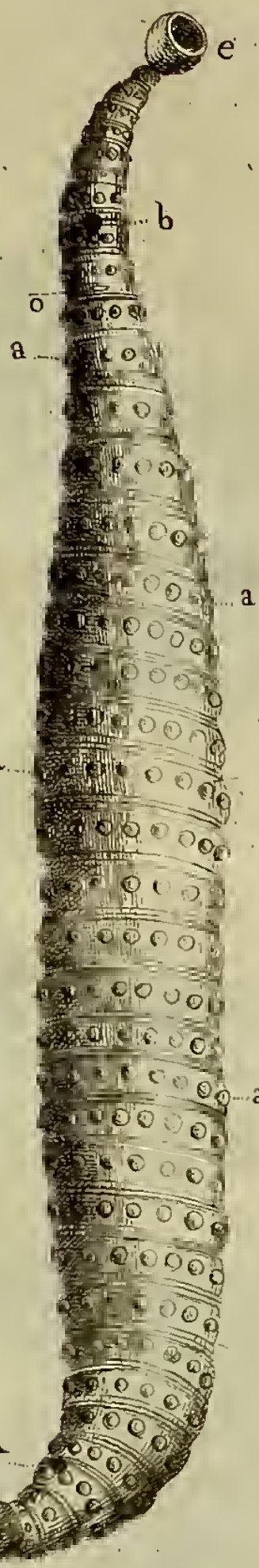


Fig. V.

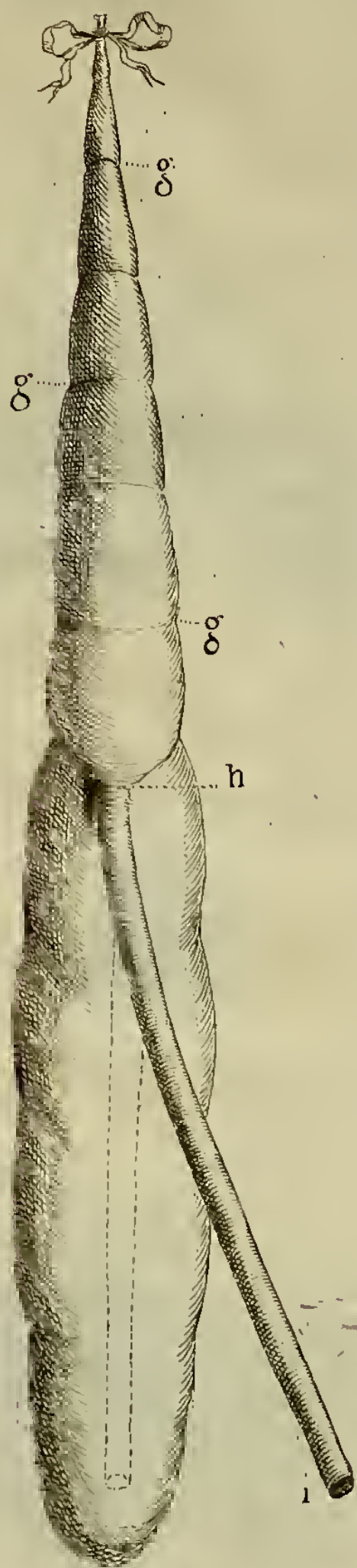


Fig. VI.

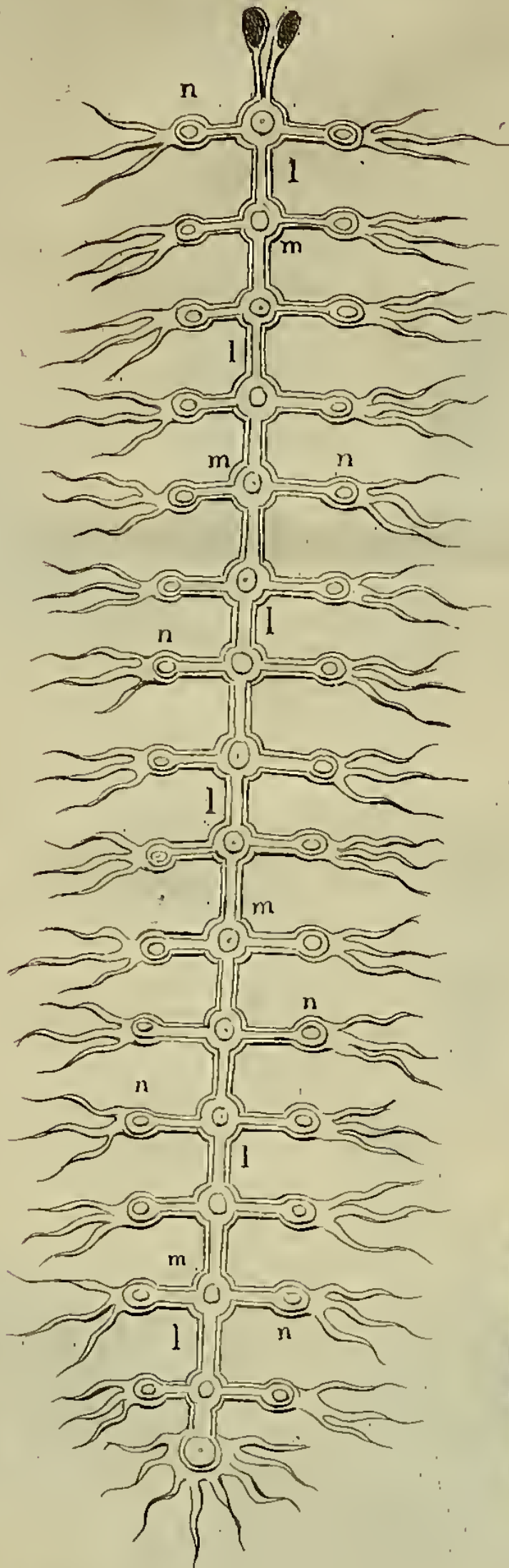


Fig. VII.

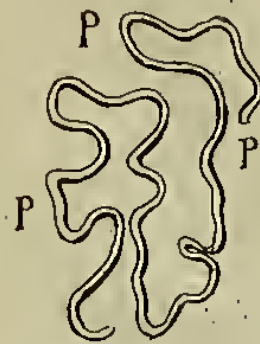


Fig. IX.



Fig. II.



Fig. VIII.

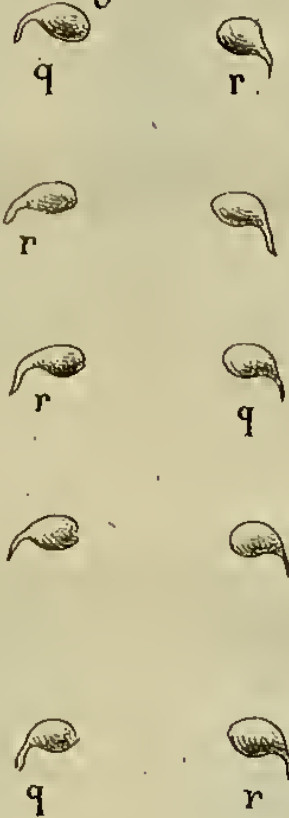


Fig. IV.

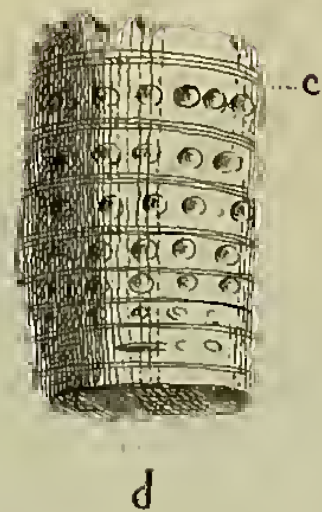




Fig. II. Hirudo alia marina, quam colore rubicundam se observavisse asserit Aldrovandus.

Fig. III. Hirudo marina, quam una cum aliis ad me misit vir celeberrimus Jo: Bianchi Ariminensis.

a a a a. Prominentiæ verrucosæ, quæ in singulis anulis decem ut plurimum numerantur, mobilesque sunt.

b. Circulare vestigium, & orificium superius illi simile, quod in palustribus hirudinibus recensuimus.

e f. Binæ extremitates, in quibus fasciculi fibrarum circulares seu anulares observantur.

K. Osculum orificio ani analogum, exiguissimum, & respondens extremitati inferiori canaliculi h i *Fig. V.*

o. Rimula exigua, quæ haberi potest pro orificio inferiore, alias in palustri hirudine indicato.

Fig. IV. Segmentum corporis hujusmodi marinæ hirudinis, ut pateat distantia, quæ inter orificium superius, & rimulam seu orificium inferius intercedit.

c. Orificium, sive osculum superius.

d. Rimula, seu orificium inferius.

Fig. V. Sacculus, seu canalis alimentorum.

g g g. Vestigia extrinseca valvularum in hac hirudine numero rariorem.

h i. Canaliculus limosam materiam continens ut in palustribus hirudinibus observatus.

Fig. VI. Spinalis medulla.

l l l l & c. Chordulæ nervæ a capite usque ad alterum extremum continuatæ.

m m m m. Globuli, seu noduli majores.

n n n n. Globuli alii minores ad latera priorum.

Fig. VII. Intestinula, seu canaliculi ad partes generationis pertinentes.

p p p. Canaliculi ipsi.

Fig. VIII. Corpuscula quædam generationi & ipsa probabiliter famulantia.

q q q. Corpuscula ipsa olivaria.

r r r r. Pedunculi eorundem corpusculorum.

Fig. IX. Ductus illi, qui post diutinam macerationem aere turgidi reperiuntur, non secus ac in palustri hirudine solent observari.

FLORIANI MALVETII

De antiquo agro Bononiensi.

Mela lib. 2.
cap. 4.

Veteres, qui sunt de Geographia, libros pro ea, quam semper colendam existimavi, rerum antiquarum scientia pervolvens, Pomponii Melæ locum offendi, quo is Bononiam opulentissimam fuisse ait inter urbes procul a mari constitutas. Hujusmodi autem opulentiam ad patriæ historiam, atque laudes ita pertinet, ut ejusdem causæ inquirendæ mihi videantur, si forte aliquo probabilitatis vel conjecturæ momento divinari possint. Quæcumque propterea in pervestigandis veterum monumentis, simulque conferendis occurrebant, quæ ad rem facere intelligerem, ea in adversariis adnotabam, ut tandem aliquo ordine digesta perferrem ad vos, Sodales doctissimi, cum alicujus Academici impediti, aut imparati, aliudque sibi tempus ad differendum postulantis supplendæ vices essent. Tunc enim quisque oportunitati ac tempori serviens faciliores sibi auditorum aures fore confidit. Itaque supplendi officio hodie libenter suscepto, quascumque res collegi vobis exponam. Non autem omnino certum esse contendo quidquid ex iisdem inferendum duxi. Quis enim id postulet in rebus ab hominum memoria remotissimis, quas historici non satis aperte explicaverunt? At nisi verum invenisse contigerit, quæsisse illud fortasse non pœnitebit; fere ut iis accidit, qui alchimiâ faciunt, qui cum multa tentent, ut aurum arte conficiant, rem supra humanas vires fortasse positam, si iis contigerit experiundo res cognitione non indignas invenire, minime arbitrantur se operam perdidisse. Methodus, qua differendo uti placuit, hujusmodi est. Primum institui quærere amplitudinem, atque fines antiquos universi agri Bononiensis, ejusque agri partibus, quæ colonis Romanorum assignata fuit in jugeribus. Inde occurrit de paludibus agere, ac de populi frequentia, & alimento, ac de aquarum exitu, & commercii facultate, ex
qui-

quibus rebus, aliisque iudiciis ubertatem agri, & Coloniarum opulentiam conjeci. Vix alia leviora attigi, quæ ita argumento conjuncta esse duxi, ut minime negligenterentur.

Episcopos primis Christianæ Ecclesiæ sæculis traditos fuisse civitatibus compertum est. Eorum sollicitudine excussis idololatriæ tenebris lumen fidei longius propagatum. Gentes, quæ agrum alicujus civitatis incolebant, Episcopum, qui in eo habebat sedem, constituiebant sibi morum, & Religionis moderatorem, utpote cui debebant rerum divinarum scientiam, animique salutem. Hinc ortæ sunt diœceses, quas vetustissimas novimus, quarum propterea fines, cum ad nostram usque ætatem plerumque servati fuerint, ostendunt ubi essent, & quousque paterent territoria ipsarum civitatum, cum Religio incrementa suscepit. Quæ Reipublicæ temporibus Romanorum Coloniarum institutæ fuerant, haud minorem, nec majorem agri amplitudinem, neque alios fines habuisse videntur, quam quos habebant Romani Imperii ætate; quandoquidem minime refert historia mutationem accidisse; vetustissimas autem rei agrariæ leges atque institutiones, quibus ponendis limitibus Coloniarum, agrisque assignandis provisum erat, ipsa Imperii ætate viguisse scriptorum traditione intelligimus. His positis schema quoddam, & circumscriptio antiqui agri Bononiensis ex chorographia hodiernæ diœcesis, quæ antiquissima est, petenda videtur. Attamen huic illationi aliquantum obest antiquæ Claternæ situs, ac nomen. Erat quippe Claterna vix decimo a Bononia lapide orientem versus, ut Antonini itinerarium ostendit, atque tabula Peutingeriana. A Ptolomæo item memoratur, atque Plinio, qui eam oppidum appellat, idest locum manibus septum; tum vero a Marco Tullio, cum is Philippica octava Hirtii Consulis epistolam refert, qua Senatam monuit se Claternam cepisse, quibus verbis oppidum non leviter commendari videtur, cum de expugnatione loci valde exigui non fuisset cur Senatui nuntiaretur. Præcipue autem Sancti Ambrosii verba æstimanda, ubi illud inter urbes adscribit, quæ Constantini, vel Maximi bello (a) semidirutæ fuerunt. Propter quod urbis

Clem. Rom. Ep. 1. ad Corinth. c. 42. Euseb. hist. Ecclesiast. l. 3. c. 32. Can. Apost. 34. Barchin. de Gerarch. Ecclesiast. Lami lettere sulla Tavola Trajana.

Plin. l. 3. cap. 15.

Epist. 39. ad Faustina.

(a) Dubitant nonnulli utrum urbes, quas D. Ambrosius dirutas refert, exciderint bello Constantii, & Maximi, an bello Constantini, & Maxentii. Dubium refert Muratorius dissertatione XXI mediæ Aevi, qui tamen Annalibus Italicis ad annum 387 directionem tribuit

nomen Bononiæ pariter ac Claternæ datum non adeo ingens magnitudinis, ac dignitatis discrimen inter utramque excogitari potest, ut Claternæ territorium aliquod ei proprium extitisse negandum sit, ac fortasse Episcopum atque diœcesim, eamque a Bononiensi diœcesi distinctam. Etenim de unitate nullibi constat, atque plurimas civitates parvas, & exigui nominis suum territorium, & Episcopum habuisse (a) historiæ monumenta prodiderunt. Porro Claternatis agri fines conjicere est. Siquidem inspicienti antiquam Cispadanæ Galliæ chorographiam occurrit Claterna ipsa medio fere spatio intra Silarum, & Idicem posita, intra quæ flumina tantum agri interjacet culturæ, & pabulo apti, ut eadem fines esse videantur Claternatibus dati a natura ipsa. Cui naturæ indicio accedit artis ratio, videlicet institutio limitum ponendorum, qua utebantur Romani, qui sæpissime fluvios dederunt limites agris civitatum, ut præsertim docet Agenus Urbicus ad Frontinum de limitibus his verbis: *Fines vero his signis inter se dividebant . . . Fluminum intervenientium cursu, jugisque montium; & alio loco: videmus plerumque fluminibus, nec non aris lapideis claudi territorium, atque dividi ab alterius territorio civitatis.* Eundemque morem usurpatum videmus in agris Foronovano, atque Falerionensi apud Frontinum de Colonis. Silarum finibus decernendis olim acceptum fuisse monent ipsi hodierni fines antiquissimæ diœcesis Forocorneiæ, quos cum prope fluat, olim eos adluisse facile credi potest, atque inde ab antiqua semita aberrasse, ut est fluminum ingenium. Ita Idicem, quamcumque tandem cursus lineam habuisset, finem orientalem opinor fuisse antiquissimæ diœcesis, & territorii nostri, eundem videlicet finem, quem Cluverius solertissimus geographus ad occidentem ponere videtur

Maximo, qua in re utitur conjectura Baronii, atque locum quemdam Pacati commemorat in panegyrico Theodosii. At vero Italia damnis gravissimis affecta est bello Maxentii, & Constantini, qui bis centum armatorum millibus dimicaverunt. *Vide Muratorii Annales ad annum 312.*

(a) Ex Trajana tabula tradidit Muratorius Vellejam parvam civitatem, quæ oppidum, uti Claterna appellabatur, suum territorium habuisse a Placentina Colonia eidem proxima distinctum. *Muratori dell' insigne tavola di bronzo spettante ai fanciulli, e fanciulle alimentarie di Trajano §. VI.* Notanda etiam verba Pomponii l. 239. ff. de v. s. *Non tantum qui in oppido morantur, sed etiam qui alicujus oppidi finibus agrum ita habent, ut in eum &c.* En ex finibus, qui sunt extra oppida, territorii indicium.

detur Gallis Lingonibus, quos a Boiis dividit. Quidquid propterea Silarum, & Idicem olim interjacebat Claternatibus tribuendum, atque ex hodierno Bononiensi agro detrahendum innuunt conjecturæ, ut antiqui quantitatem, & fines penitus cognoscamus. Neque vero aliud oppidum comperi, cui agrum tribuamus a Bononiensi modo diœcesi pariter detrahendum. Agnellus profecto in eo libro, quem scripsit de Pontificibus Ravennatibus, Brintum (a) non longe a Bononiensi urbe positum civitatem appellat, eique cathedram Episcopalem assignat. Sed nolunt historiæ critici, præsertim vero Benedictus Bachinius, eidem auctori fidem adhiberi ob res quasdam ab eo traditas, quas falsas esse inferunt ex aliis documentis, atque adeo ex dictis ejusdem. Præterea is sæculo nono scribens, cum Brinti cathedram, & civitatem commemorat, refert de re non suo tempore existente, de qua tamen omnes non modo superiorum ætatum, verum etiam suæ, historici, atque geographi silent. In his porro non semel nomen fori Gallorum invenias, quod non longe ab hodierno Castelfranco fuisse constat. Verumtamen illud Appianus κώμη appellat, quod vicum, seu villam recte Grammatici interpretantur, quandoquidem ea epistola, quam Galba Tullio mittit, Forum Gallorum *vicus* nuncupatur (b), neque aliud fuisse videtur nisi locus quidam exiguus Colonix Bononiensis, ubi ante ejus deductionem Bojorum fortasse essent nundinæ vel jurisdictionis conventus. Cum igitur antiqua diœcesis nostra occidentem versus ad Scultemnam fere pertineat, idem annis, ubi olim flueret, finis antiqui agri existimandus est. Quam ex diœcesi illationem valde miror a Muratorio neglectam esse, qui cum Mutinenses bellorum vicissitudine ea ætate, quam medium ævum vulgo appellant, quadam parte agri nostri potiti fuerint, Samodiam tamquam finem antiquum inter Bononienses, & Mutinenses constituit; eaque opinione adeo Mutinensem agrum amplificat, minuitque nostrum, ut obli-

tus

In vita Joan.
Angeloptes.

Bachin.com-
ment. in A-
gnel.

Antonin. i.
tiner. Tab.
Peut. Front.
Strab. l. i. c.
5. Ap. Bel-
civ. l. 3.
Tull. l. 10.
ep. 30.

Murat. dif-
fert. med.
æv. XXI.

(a) Baudrandus in Lexico geographico refert, antiquum Brintum fuisse hodiernum *Castel Britto* apud Idicem, illud fortasse, quod *Castel de Britti* appellamus. Suspiciabamur in illud Castellum Claternatem Episcopum se recepisse, postquam Claterna deleta fuit. Verum id mera suspicio. Alius locus montanus extat hodie in australi agro Bononiensi, qui dicitur *Brento*, cujus etiam meminit Baudrandus.

(b) De significatione hujus vocabuli præter grammaticos agitur Muratorius ubi explicat Trajanam Tabulam §. VI. & seq.

- Liv. l. 37. c. 57. tus videatur ad Bononiensem Coloniam, quæ prius Bojorum caput fuisse videtur, tria millia hominum deductos fuisse, ad
- Id. l. 39. c. 55. Mutinensem vero duo millia tantum, quæ res non obscure agrorum imparitatem significat; multo autem clarius significatur majori numero jugerorum, quæ coloni Bononiam deducti habuere. His enim singulis non minus quam quinquagena jugera, ut Livius tradit, data sunt, quina autem colonis deductis ad Mutinam. Meridiem versus ager Bononiensis, atque diœcesis ad Apenninum hodie pertingunt. Isque est idem finis, quem Cisalpinis Gallis ponit Strabo his verbis: *limes regionis hujus, quam citeriorem Galliam vocamus, ad reliquam Italiam mons apenninus est, quem ostendimus Hetruria imminere*. Hujus montis magnam partem Ligures tenuere, quorum sedem usque ad hodiernum Carfanianum Muratorius non levi conjectura producit;
- Lib. 5. Cellarius vero, atque Cluverius usque ad montes Pistorienses, ubi hic ponit Ligures Apuanos. Ipsos vero Ligures montanos duros, atque agrestes appellat Tullius, ejusque appellationis rationem affert his verbis; *docuit ager ipse nihil ferendo nisi multa cura, & magno labore questum*; quibus verbis facile suademur, eos non citra juga, seu alpinam, sublimioremque Apennini partem nativam sedem habuisse, ultra quam diœcesis non patet. Septentrionalem vero ejus regionem nunc paludes obruunt quam latissime usque ad Primarium, qui fluit prope fines. Eum fuisse antiquissimam Padi propaginem meridionalem, nobisque præ cæteris proximam monere videntur Cellarius, atque Cluverius,
- Strab. l. 5. Plin. l. 3. c. 16. cæterique geographi Straboni, & Plinio inhærentes. Strabo enim ponit Ravennam ultra Padum, Plinius autem postquam omnes supernos Padi ramos descripsit de inferiori agens *angusta fossa*, ait, *Ravennam trahitur ubi Padusa vocatur quondam Messanicus appellatus*; atque paulo infra omnia, inquit, *ea flumina, fossasque primi a Sagi (a) fecere Tusci*. Quem locum minus recte interpretari videntur qui *angustam fossam* pro *angusta* legunt. Etenim Jornandes, Ravennatum Episcopus, hunc Padi ramum commemorans *angustæ fossæ* etymon pandit. *A meridie, inquit, Ravenna idem ipse Padus, quem solum fluviorum regem dicunt, cognomento Eridanus ab Augusto Imperatore altissima fossa demissus, qui septima sui alvei parte mediam influit civitatem ad ostia sua amenissimum portum præbens, classem bis centum quinquaginta navium*

Dione

(a) De eo Pseudo-Cato in Excerpt. Orig. Orig. Post Padi ostia Ravenna . . . interit Saga oppidum Hetruscorum.

Dione referente cutissima dudum statione credebatur recipere. Qui nunc, ut Fabius ait, quod aliquando portus fuerat spatiosissimos hortos ostendit arboribus plenos, verum de quibus non pendeant veta, sed poma. Trino siquidem urbs ipsa vocabulo gloriatur, trigeninaque positione exultat, idest prima Ravenna, ultima Classis, media Casarea inter urbem, & mare plena mollitie, arenaque munita vestationibus apta. Porro his verbis intelligitur, eundem Padi ramum meridionalem a Plinio relatam saeculo etiam sexto extitisse, quo Jornandes scripsit. Patet praeterea ex iisdem verbis, Plinium fossam appellavisse *augustum*, quod Augustus eam exciderit. Neque tamen Jornandes Plinii affirmationi opponitur, qua is docuit fossas Tuscos fecisse; ait enim fecisse primos, ut facile intelligi possit, Augustum Tuscorum opus restituentem indidisse illi nomen suum. Caeterum hanc Padi propaginem, in qua finem territorii antiqui constituimus, non sic damus, ut non alium cursum omnino aliis temporibus eam habuisse contendamus. Alium revera profert chronica Ferrarientis, quam edidit Muratorius Rerum Italicarum Tomo octavo, ubi videre est, Primarium, qui nunc ad orientem excurrentes Ferrariam usque pergit, minime olim flectere incœpisse ad Vulturum prope eandem urbem, sed ultra Ferrariam cursum orientalem producentem adluisse villam, quae nunc dicitur *Codrea*, quae cum *Caput reda* in eadem chronica appelletur, & in quodam diplomate anni 1031 a Muratorio edito *Caput de reda*, Eridani caput (a) significari suspicantur nonnulli archeologi. Unde conjiciunt, Padum ante Hetruscorum tempora, cum nondum fossa excisa esset, ad hodiernae Codreae locum in mare evasisse. E Codrea postmodum, ut chronica monet, fluxit usque ad *Caput Sandali*, finem scilicet Sandali fluminis (b), quod tandem nihil aliud erat, nisi productio Primarii usque ad hodiernum *Consandolo*, unde juxta cursum, seu lineam Primarii hodierni in mare effundebatur.

Plia. loc. cit.

Murat. Antiq. Estens. p. 1.

En

(a) Eridani nomen non a poetis tantum usurpatum invenimus, neque unice primis Imperii temporibus. Hoc ante Eridanum ostium dictum est ait Plinius de quodam Padi ostio. Idem nomen in Jornande & Herodiano legimus. Praeterea Theodorici Regis tempore monumentum prope Hostiliam positum fuit, ubi haec sunt: *Aquarum ex Benaco intra curiam Hostiliam, & arcem novam confluentium ad Eridanum.* Vide in Francesco Tonelli memorie di Mantova. pag. 178.

(b) Alii Consandolo malunt significare *Confluentia Sandali*, quae significatio opinioni minime obstat.

En verba chronicæ: *ad fluvium Sandalum, qui de Pado antiquo olim exiens ubi est villa, quæ dicitur Caput retæ, & Viciventiam tangens alteram Padi partem ingrediebatur, ubi est vicus, qui dicitur Caput Sandali distans superne tribus millibus passuum ab Argenta. Caterum cum hic Sandali fluvius vadofus nimis agros humectaret vicinos, & steriles esse faceret clauso meatu privatus est aquis.* Alio loco tradit chronica, novum alveum Pado itratum, eundem scilicet quo a Ferraria ad Confandalum Primarius hodie fertur, fossam quamdam fuisse, quæ olim *Ferrariola* appellabatur ob aliquam, ut existimo, ferrariam officinam alveo adjacentem, unde urbis Ferrariæ nomen ortum conjiciunt. Omnis hic sermo huc spectat, ut intelligamus, Padum aliquanto longius olim fluxisse ab hodierni agri finibus, ut si antiquos ad Primarium constituamus, tanto latius aliquando antiquum agrum præ hodierno patuisse opinandum sit, quantum spatii Sandalum antiquum, & Primarium hodiernum interjacet. Cæterum quocumque tandem hic flecteret, qui eum Primarium dictum arbitrantur, quod primus occurreret eunti Roma Padum versus, rectissime Plinium ita interpretati sunt, ut intelligant omnes Primarii antiqui aquas duobus alveis acceptas fuisse inferiori altero, qui est augusta fossa, in quam immissa sunt fluenta Padusæ, seu Messanici, altero superiori, eodemque antiquiori, videlicet Messanico ipso, seu Padusa, cujus ante Plinium Polybius

Polyb. l. 2.
c. 16.

meminit (a) ubi Padum attingens = *Scinditur*, inquit, *in duos alveos, quorum ostia alterum Padusa vocatur, alterum Olana* (b), idemque nomen usurpat Virgilius ubi canit *Piscesove*

a-

(a) Vixit Polybius tempore primæ deductionis Colonia Bononiensis, natus est enim anno 206 A. C. Colonia deducta anno 189. Padus ostia, & alveos habebat, in quos effunderentur aquæ superioris agri, qui propterea jam inde arabilis esset.

(b) Si quis Polybii verba ita interpretetur, ut Padusæ nomen minime tribuat alterutro Padi alveo, sed alvei ostio, nolumus de nomine litem agere. Libenter concedimus, alterum alveum antiquitus *Messanicum* appellatum, cujus ostium Polybii ætate *Padusa* nomen obtinisset. Saltem post ætatem Polybii credendum videtur ostii nomen omni alveo patuisse. Plinius enim monet, fossam augustam Padi aquas accepisse eo loco, ubi is tunc *padusa* vocabatur, quamvis antea *Messanicus* appellatus esset. Verbum *appellatus* masculino genere usurpatum liquido ostendit, minime fossam augustam *Padusæ* appellationem tulisse, ut Rubeus, alique negligenter Plinium legentes interpretantur, sed Padum ipsum, seu Messanicum *Padusum* appellatum. Neque véro sola Plinii ætate *Padusa* nomen erat fluminis. Etenim lib. XI. Vir-

amne Padusa. Quo loco Servius *Padusa*, ait, *pars est Padi*; Virgil. I. XL. *nam Padus licet unus sit fluvius, habet tamen fluentia plurima, e quibus est Padusa, quæ quibusdam locis facit paludem, quæ plena est Cygnorum.* v. 456. Sunt vero quidam auctores, qui Plinii verba, atque etiam Polybii, & Virgiliti, ac Servii contemnentes, vel, si fieri potest, ignorantibus *Padusæ* nomen *Padi* alveo auferunt omnino, atque cuidam paludi penitus tribuunt, eamque alii sic amplificunt, ut omnem Bononiensis agri planitiem, quæ *Primarium*, viamque *Æmiliam* interjacet, una aquarum stagnantium illuvie demersam jamdiu fuisse tradant. Hieronymus Rubeus luculentissimus Ravennatum rerum historiographus Virgiliti, & Plinii verbis adhærens *Padusæ* nomen soli tribuit fossæ, immanem vero ponit paludem usque ad *Æmiliam*. Eidemque paludi *Padusæ* nomen tribuit Camillus Silvestrius, ubi historiam dedit paludum Atrianarum; præcipue vero illam ostentant Pellegrinus Priscianus, & cum eo cæteri hydrostatici Ferratienses, qui dum dolemus recentioribus inundationibus corruptum solum Bononiense, fructus perditos, domos everfas, incolas inde abeuntes, cumque his malis medelam petimus, præsentem querelam antiquæ inundationis infamia improbare gestiunt, simulque consilia, spemque salutis eludere. Quorum opinionem dum sedulo refellere studuerunt hydrostatici Bononienses, quibus pro patrio agro scribendi munus demandatum est, præcipue vero vir doctissimus Eustachius Manfredius, eos studio partium laborasse adversarii arbitratur. Novas quasdam animadversiones, novaque indicia in re tanta nobis proferre liceat pro rei veritate, quæ neque levissima puto, neque propositi argumenti fines præteribunt (a). Vos, Sodales humanissimi, patientia, & facilitate animum addite dicenti, atque expectanti judicium vestrum.

Script. in
caus. aquar.

Script. in
caus. aquar.

T. VII.

P

Tria

giliti Aeneidos legimus: *piscofove amne Padusæ*. Quo Virgiliti versu genitivus *Padusæ* ablativi loco usurpatus est, perinde ac si diceret: *amne Padusa*, ut genitivus *Padi* pro *Pado* est in his Claudiani verbis: *cycnus odoriferi venit ab amne Padi*. Ipse Virgiliti Scholiastes antiquus *Padusæ* significationem flumini tribuit, ubi ita interpretatur: *Padusa pars est Padi; nam Padus licet unus sit fluvius, habet tamen fluentia plurima, e quibus est Padusa*.

(a) Nolumus contra eos differere, qui putent, vel suspicentur, ante Romanorum tempora Cispadanam Hetruriam, sive Cispadanam Galliam fere universam aliquando mare fuisse, vel paludem mari, &

l. 37. cap. 57.

Front. de
Coloniis.

*Tria hominum millia, inquit Livius Coloniae initium attingens, Bononiam deducta sunt, quinquagena jugera peditibus assignata, equitibus septuagena. Agri locum animadvertite, qui jugeribus datus fuerit, itemque soli amplitudinem, qua eadem jugera continerentur. Quod ad primum attinet, ratio ipsa suadet, montanum agrum colonis haud fuisse assignatum, quod culturae minus aptus sit, ejusque inaequalis natura, atque feracitas sortem eorum inaequalem reddidisset, quam aequalem constituere oportebat. Planitiem dare jugeribus in more positum fuisse constat multis Coloniarum exemplis, & scriptorum auctoritate. Frontinus de Colonia Praenestina sermonem habens *ager ejus inquit, a IIIviris pro parte in jugeribus est assignatus, ubi cultura est. Caterum in absoluto est relictus circa montes.* Eadem fere verba de agro Spoletino, itemque de agro Potentino, & de Interamne Palestina Piceni. Agens vero de Colonia Gavis ab Augusto deducta, aperte monere videtur, quod si in montibus aliqua cultura erat, nihilominus in absoluto, idest sine jugeratione relinquebantur. In agro autem Coloniae Capis refert, militem habuisse portionem in planitie. Praeterea animadverto, Romanos jugera nequaquam dedisse palustribus locis. Quae res etiam si ipso sine jugerationis, agri nempe cultura, atque hominum alimento minus cognosceretur, scriptorum traditione profecto manifesta esset. Etenim Agenus Urbicus antiquus Frontini Scholiastes, ubi agit de locis, quae insoluta, idest sine mensura, relinquebantur, sic rem explicat: *haec autem sunt loca, quae insoluta dicuntur, quae aut in saxosis, & sterilibus locis sunt, aut in paludibus, ubi nulla potuit exerceri cultura; quia dum non esset quod excoli potuisset, nullis necesse fuit limitum regulis obligari, propterea & soluta loca vocata sunt.* Et alibi de locis relictis: *dicuntur & ea relictia loca, quae vis aquae obtinuit. Haec loca & insoluta vocantur.* His igitur omnibus patet omnino jugera, quae colonis Bononiae assignata fuerunt, planitiem occupasse arabilem, atque fecundam. Quæramus nunc quanta esset vis jugerorum.*

Li-

Eridani ostiis interpositam, atque inde ab hujusmodi alluvionis temporibus paulatim limum Pado afferente elatum obtinuisse superficiem siccam, incolumem, fecundam, idcirco eandem regionem donum Padi appellari posse, ut inferioris Aegypti pars donum Nili esse putatur. At vero si res ita se habet, ut nonnulli putant physiologi, ea ad remotissima tempora pertinet, de quibus non est hic sermo.

Livius ubi tradit, pedites deductos quinquagena jugera habuisse, septuagena equites, etsi moneat, homines universos tria millia fuisse, non explicat quot equites fuerint. Alibi vero Livius ipse alterius deductionis exemplo docet nos rem ab eo neglectam: libro scilicet trigesimo quinto, ubi tradit Vibonem Valentiam in Brutiorum agrum Coloniam Lucio Quintio, & Cnejo Domitio Consulibus deductam anno 561. ab Urbe condita, qui non multo consulatum C. Manlii Vulsi, & M. Fulvii Nobilioris antecedit, qui fuit anno Urbis conditæ 564, cum Colonia Bononiensis constituta fuit. Tria millia, & septingentos pedites, atque equites trecentos Vibonem Valentiam deductos refert. Quæ numeri proportio non multo differt ab ea, qua Romanæ legiones componebantur; de quibus Dionysius Halicarnasseus lib. 1. *Sunt autem apud Romanos in universum quatuor legiones præter socios, quas in annos singulos parant. Harum quæque habet ad quatuor mille pedites, equites trecentos.* Idque ipsa Livii historia confirmat in more positum fuisse, vixque aliquando ad opportunitatem intermissum. Nos vero temporum propinquitati inharere, & exemplum Vibonis Valentia sequi par est, in quo ratio numeri quater mille ad numerum trecentum habita fuit. Quæ ratio cum sic se habeat, ut se habet numerus ter mille, qui est colonorum Bononiensium, ad numerum ducentum viginti quinque, hunc postremum fuisse ducum equitum numerum, qui Bononiam una cum 2775 peditibus missi essent. Habetis igitur, Sodales doctissimi, omnem vim jugerorum, quæ assignata fuerunt equitibus, nimirum numerum septuagesimum, qui est jugerorum singuli equitis, ductum per numerum bis centum & viginti quinque, qui est numerus omnium equitum. Ut propterea omnia equitum jugera essent quindecim millia, & septingenta quinquaginta. Quod attinet ad pedites bis mille & septingentos septuaginta quinque, ex Livii indicio erunt jugera eorum 138750, quæ addita jugeribus equitum antea indicatis conficiunt numerum 154500, qui est vis integræ jugerationis. Jugerum ex antiqui pedis cognitione notum est. Aperite enim tradunt tum Varro, tum Quintilianus, & Plinius, longum fuisse pedes ducentum quadraginta, latum centum viginti. De pede autem antiquo, qui multam archeologorum controversiam peperit, non est cur hæsitet quicumque novit pedem æneum antiquum, qui Romæ in Vaticano fer-

Dion. Hal.
& Fast. Cap.

Var. de re
rust. l. 1. c. 10.
Quint. l. 1.
c. 10.
Pl. l. 18. c. 3.
Columella.

A& Acad.
Parif. T. 28.

Chiefa cho-
rograph.

vatur, & observationes, atque commentaria eruditorum de eo. Vidit præclarissimum monumentum præ cæteris Bartholemæus Regius Academicus Parisiensis, qui tradit, eum æquare decem pollices parisienses, & decem lineas cum semisse, quam rem confirmat Academicus Danvillius, qui monet præterea, eandem ipsam esse longitudinem præclarissimi pedis Petiani, eandemque reddere calculos, quos diligenter adhibet ad antiquam quæstionem nova methodo dirimendam. Sunt igitur pro quolibet jugere pedes bononienses $17172 \frac{21708}{28561}$, cum notum sit pedem bononiensem æquare pedem unum regium parisiensem, duosque pollices, & lineam unam; cuius rei causa si vis omnium jugerorum colonis Bononiensibus data hodiernis mensuris nostris computetur, patebit eam æquare tornaturas bononienses $184249 \frac{11561}{28561}$. Hæc superficiei quantitas longissime excedit eam agri Bononiensis planitiem, quæ via Æmilia, & collium radicibus continetur: ut præterea ad illam planitiem pertinere fatendum sit, quæ ultra viam eandem extenditur ad septemtriones. Id ego cognovi recentiorum agri nostri chorographiam diligenter inspiciens. Ubi si quis velit tot tornaturas ex prædicto numero intra viam, & collium radices includere, quot idem spatium capit; quidquid autem superest extra ponere, atque recto ordine aptare ad illud viæ intervallum, quod patet intra Scultemnam, & Idicem, qui fluvii sunt fines, ut coniecimus, dati colonico agro, is videbit utique, huiusmodi jugerorum vi spatium fere rectangulare occupatum, quod quatuor milliaria in latitudinem patet, a via scilicet Æmilia ad septemtriones. Atque hoc alterum spatium est, ubi item jugera constituta fuisse arbitror, utpote quod collibus proximius est, ac propterea satis eminens, & aquarum exonerationi aptius, atque culturæ, tum importandis in urbem fructibus ob viæ propinquitatem commodius (a). Scriptorum itaque auctoritate, & locorum

(a) Ad septemtriones vergit extra urbem via S. Donati, quam Romanorum tempore extitisse intelligimus ex loco in ea posito, qui hodie appellatur *Quarto* ob id, quod olim quarto lapide a Bononia abesset, nempe quatuor passibus mille. Tantumque fere hodie abest ab urbe, si distantiam pede antiquo metiamur. Inde etiam conjicitur, agrum antiquum usque ad quatuor millia passuum ab Æmilia via inundationibus expertem fuisse. Fortasse Romanorum etiam ætate eadem via longe ultra quartum lapidem protendebatur.

rum mensuris, verique similitudine inhærentes ingentem paludem, qua bononiensem planitiem obrutam fuisse jamdiu prædicant, quatuor milliaria ab Æmilia via retrahendam arbitramur, vel saltem quantum fert antedicta jugerorum summa necessario minuendam (a). Verumtamen quis credat, eandem jugerorum quantitatem, & locum fuisse unicam planitiei partem aquarum inundationum expertem, atque aptam culturæ? Romani, ut Appianus refert, atque Dionysius, cum regiones subjicerent, in easque mitterent Colonias, non omnem populum nativis sedibus expellebant. Ii profecto ejiciebantur, vel sponte abibant, quorum agri novis colonis tributuri erant. Qui vero permanebant, undenam fruges petebant, quibus alerentur? Fortasse e jugeribus Romanorum, atque iis fructibus, qui eorum victui supererant? Non video quâ id fieri potuerit. Etenim quinquaginta jugera, si cum mensuris nostris conferantur, fere 60 tornaturas complent (b), quæ militum familiæ frugaliter alendæ vix sufficiunt. Cum autem legimus tria hominum millia deducta fuisse, non tria millia capitum intelligere fas est. Qui sibi perpetuum domicilium aliquo loco constituit, non uxorem profecto, non filios eo loco relinquit, unde discedit. Familiam utique transfert, non se tantummodo; ut propterea de ter mille familiis numerus, quem Livius dixit, intelligendus sit (c). Interpretationem hanc præcipue confirmat exemplum, quod Livius exhibet lib. 47. cap. 17. *Postulantibus, inquit, a Senatu Aquilejensium legatis, ut numerum colonorum auget, 1500 familia ex S. C. scriptæ, triumvirique, qui eas deducerent, missi sunt. His præmissis capitum numerus inquirendus est, quem familiæ Bononiam deduc-*

Ap. bel. civ.
l. 1.
Dionys. l. 2.
Liv. l. 36. de P.
Cornel. cum
Bojos vicit.

(a) Non enim omnino contendimus, universam planitiem Bononiensem palude aliqua parva, atque inconstanti destitutam fuisse. Fortasse soli concavitates alicubi erant pluvialem aquam detinentes.

(b) Tornatura bononiensis 14400. pedibus bononiensibus quadratis constat.

(c) Præcipue id intelligendum de Coloniis latinis, quarum colonis magnus jugerorum numerus semper assignatus fuit. Latinæ Coloniæ erant Bononia, Aquileja, Placentia, & Cremona. De duabus hisce postremis hæc sunt in Livio lib. 37. *Ex Gallia Legatos Placentinorum, & Cremonensium L. Aurunculejus Prator in Senatum introduxit iis querentibus inopiam colonorum, aliis belli casibus, alius morbo absumptis quosdam tædio accolarum Gallorum reliquisse Colonias; decrevit Senatus uti C. Lælius Consul, si ei videretur, sex millia familiarum conscriberet, quæ in eas Colonias dividerentur.*

Lex Pap.
Poppea cum
comm. Hei-
necii.
Lipf. de mi-
lit.

ductæ constituunt. Id enim sic habet operæ pretium ad bononienfem hiftoriam fupplendam, ut quamcumque conjecturam objecerit veterum traditio, aut veri fimilitudo, fedulo colligenda fit. Conjecturam fic colligo. Romani, quibus propofitum erat univerfam terram fubigere militum vi, & in provincias bello captas romanam fobolem propagare, cælibatum pænis mulctabant, nuptias autem, atque fecunditatem ampliffimis præmiis profequebantur. Qui coloni huc miffi fuere, cum milites effent, non profecto pueri erant, cum militiæ non ante 17 annum darent nomina, quin potius veterani (a) quibus faltem (b) poft vigefimum ftipendium, cum miffionem receperint, præmii gratia Colonia, atque agri concedebantur, eademque miffione jus connubii (c). Demus igitur virilitati uxorem, demus filios legitimos. Servis utebantur Romani, etfi frugaliter reipublicæ tempore; demus igitur fervos nonnullos. Cælibibus concubinæ permittebantur (d). Fratres interdum deducere opus erat amore conjunctiffimos, forores, parentes, filios naturales, fervorum filios, confanguineos. Non

(a) Sic habet Lucanus lib. 1.

*Quæ fedes erit emeritis? Quæ rura dabuntur,
Quæ nofter veteranus aret? Quæ mænia feffis?*

(b) Legitima ftipendia viginti annorum in pedite, decem in equite fuiffe, atque bello Cimbrico diminuta, ex monumentis docuit Lipfius de Militia lib. 5.

(c) Militibus vetabant leges uxores habere, ut ex Dione Caffio in Claudio lib. 60; propterea ubi milites celebrarent nuptias, non connubium, fed contubernium erat, & pro legitima proles non habebatur, filiique ad patris hæreditatem non vocabantur. Honefta miffione lege hujufmodi folutos milites constat pluribus monumentis, Maffejus Mufeo Veronenfi pag. 325 honeftam miffionem protulit, qua jus connubii ita tribuitur = *ut etiam fi peregrini juris faminas in matrimonio fuo junxerit miles proinde liberos tollat ac fi ex duobus civibus Romanis natos.* In altera miffione, quam Bellorius edidit in *Veftigio veteris Romæ*, militum filiis primo conceditur Romana civitas, quos fufceperint ex mulieribus, quæ fecum conceffa confuetudine vixiffe probatæ fint.

(d) Saltem ante L. un. cod. de concubin. qua fic prohibetur = *nemini licentia conceditur conftante matrimonio concubinam penes fe habere,* Concubinas Romani concedebant. Reinefius hanc inferiptionem protulit, =

P. CERVONIUS . P . F . MABINVS
TESTAMENTO . FIERI . IVSSIT
SIBI . ET . CINCIÆ . SEX . F . SCVNDÆ
VXORI . CILAI . CONCVBINÆ

Fabrettus hanc Cap. I. n. 234.

omnes fortasse familiæ totidem capita habuere; sed quod uni deest, alteri superest. Demus unicuique saltem quinque capita (a): fortasse non temere profus dabimus, neque nimis. Congruunt huic numero quinquagena jugera unicuique pedum familiæ assignata, quæ fere respondent sexaginta tornaturis nostris, quarum fructibus familia militis ali poterat, ut frugalitas eorum temporum ferebat; minime vero pluribus alendis sufficere potuisse videntur. En, Sodales humanissimi, numerus decem & quinque millium hominum, quibus fructus planitiæ jugeratæ non supererant, aliis tribuendi. Hic idem numerus veri similis Romanorum argumentum præbet ad numerum Gallorum statuendum, quibus Bononia nativa sedes permessa fuerit. Nam incolas veteres ejicere omnes, vel plerosque, neque reipublicæ intererat, neque opus erat ad tutelam. Quippe in provincias bello partas non ideo Colonias mittebant Romani, ut expulsis indigenis dominationem tuerentur solitudine. Quin immo religio erat prospicere, ne populi frequentia diminuta ad futura bella carerent domesticis auxiliis. Quamobrem quidquid agri colonis recens adductis supererat, assignabant quibuscumque liberet colere, ut tradit Appianus libro primo belli civilis. Quod attinet ad tutelam Coloniarum, atque securitatem, cum ob eam milites mitterentur, non multis opus erat ad cohibendos veteres incolas inermes, quamvis hi essent numero plures (b). Tria mil-

T. LVCCEIVS . T . L . AVCTVS . VICTOR . SIBI . ET . SVIS
 CLODIA . CYPARE . CONCVBINAE . ET . VXORIBVS
 CONCVBIN . LIBERTIS . LIBERTAB . SERVIS . AN
 CILLIS . IN . FR . P . XII . IN . AG . P . XIII

Antiqui concubioatus exemplum item apud Bononienses extat lapide in D. Salvatoris cænobio, ubi sic legitur

L. ATTIO L. L. DIONI
 PATRONO

ANNAEAE . O . L . STATIAE
 CONCVBINAE

L. AELIVS . L . L . SALVIVS . APOL . T . F . F
 ARBITR . LAETI . ET . ATTICI . LIB

(a) Numerus capitum, quem politicæ rei scriptores tribuunt familiæ, est vel $4\frac{1}{2}$, vel 5, vel 6. Vide etiam Büfching *Introduzione alla cognizione fisica e politica d'Europa* pag. 95, atque Ulsteritz *theorie, & pratique du comerce* cap. 18. Ex prædictis numeris secundum sumptum, qui a temporibus, & legibus Romanorum non abhorre videtur, quandoquidem propagationem sobolis honoribus, & præmiis prosequerentur, ac permittebant concubinas.

(b) Tria militum millia facili negotio viginti, vel triginta mille inermes, vel rudes cohibent.

Script. in
caus. aquar.

millia armatorum Bononiam missi sunt. Horum erat securitati Colonix prospicere, atque una cum familiis, quas detulerant, sustentari redditibus eorum, qui expulsi essent, & ipsorum vices supplere. Fines itaque, & instituta Reipublicæ saltem quindecim mille indigenis Bononiæ incolatum permissum arguunt. Pari scilicet numero Romanorum, qui una cum Gallis urbem triginta fere millibus hominum frequentem efficerent. Fere, inquam, non enim sic conjecturis abutimur, ut rem absolutam profiteamur. Urbem vero, quæ multo ante Hetruriæ Princeps fuit (a), pauciorum populorum habuisse, priusquam Romanos exciperet, vix credi potest. Nunc ut ad paludis quæstionem revertamur, unde populi frequentiam quærentes digressi sumus, quindecim millia Gallorum indigenarum ubinam agros habebant, quorum frugibus alerentur? In montibus, ajunt. Quis nescit montium naturam? Magnam partem nemoribus obsiti, & saxosis aquarum alveis præcipientes, confragosa item, & asperrima superficie, vel lapideis venis, sterilique arena aratro, & culturæ plane inepti. Quam rem sic exquisitè persequitur Eustachius Manfredius, Mathematicus scilicet solertissimus, ac peritissimus in rebus nostris, ut moneat montanum agrum Bononiensem sua ætate incultum ita cultum amplitudine superare, ut ex septem illius partibus æqualibus una tantummodo frugifera sit. Hæc vero ipsa heu quam exiguam fert messem! Veteribus temporibus non multo latiore, neque uberiore culturam montibus fuisse censeo, cum præcipua inopiæ causa persistet, ipsa nempe montium natura. Quod autem ad sententiam nostram maxime attinet, non omnes fructus, quos reddebat ager indigenis concessus, romanus populus iisdem largiebatur. Etenim quibuscumque liberet colere solum, quod jugerationi superfuerat, imponebatur ex arbutis proventuum pars quinta, frugum vero decima tributi nomine populo romano in singulos annos solvenda, quin & gregibus vectigal indictum erat tam majoris, quam minoris pecoris. Hæc tradit Appianus libro primo belli civilis. Quibus argumentis, simulque aliis, quæ antea retuli, facile suadeor, quindecim millia indigenarum Bononiæ domicilium habentium, & præterea quidquid gentium remanserat in castellis, & vicis montes haud alere potuisse. Hæ causæ sunt, Sodales præ-

(a) Bononia Felsina vocitata cum Princeps Hetruriæ esset. Plin.

præstantissimi, cur me ad planitiem convertam, ejusque maximam partem ultra romana jugera inundationis expertem fuisse putem, atque incolumem, & aptam aratro (a). Ad quam rem multum sane momenti afferre videtur alterum indicium, quod ad proxima Reipublicæ tempora, prima videlicet Imperii sæcula, & Pomponii geographi ætatem pertinet, cuique adnuerunt omnes historiæ cultores, rerumque antiquarum peritissimi. Indicio sunt inscriptiones sane plurimæ marmore sculptæ stylo, & literarum forma eadem tempora ostendentes; etenim ubi e terræ visceribus hujusmodi monumenta eruantur, ædificia, gentes, atque solum aliquando cultum, ac fructuosum iisdem locis fuisse signum dare putantur. Excurrite, Sodales humanissimi, eorum scripta, qui nostrorum lapidum inventionem prodidere. Videbitis tum intra fines, quos agro, tum extra eos, quos dedimus jugerationi, plerosque repertos, atque in illis locis potissimum, quæ propius Ferrariensem oram attingunt, & nunc aquarum alluvionem patiuntur, vel eidem adjacentibus. Monumentum Commodi Imperatori dedicatum ad castellum Galerix repertum fuit. Inscriptio autem Flavix Flacillæ Pollæ eruta est in villa S. Vincentii Bononiensis diocesis prope fines Ferrariensis agri, & apud Castellum Sancti Georgii in villa, quam vulgus *Cinquante* nuncupat, Sarcophages Titi Venei Paulli, & Statix Marcellæ terra prodidit altius effossa. Apud templum Saleti prostat inscriptio Marci Lebinthi, & Marcix Fuscæ, & in Castello Sancti Petri in Casali erat monumentum filix positum a parentibus Quintio Sorano, & Cæcilia Maximina. Eximia inscriptio Antonini Imperatoris erat in æde Sancti Martini in Mansumatico (b), & nobilissimum monumentum Quinti Manilii Cordi exactoris tributorum civitatum Gallix, quod nunc

Malvas.
marm. Fels.

T. VII.

Q

ad-

(a) Hujus sermonis exemplar, postquam is anno 1766 Academiæ traditus fuit, legendum dedit auctor Joanni Alberghinio amico suo, indeque Joannes Franciscus Errius hausit argumenta, e quibus hic infertur numerus equitum, numerusque & loca ingerorum, & quidquid aliud adhibetur ad refellendam opinionem magnæ paludis, qua ager infectus fuisse credebatur; easque res præterito inventoris nomine divulgavit in *Istoria dell'origine di Cento*, quam typis tradidit anno 1769.

(b) Ibi olim fuisse erutum hoc monumentum conjicitur etiam ex eo, quod Mansumaticum non longe abest a castello Galerix; etenim locos hujusmodi aliquo modo ad Antoninos pertinuisse suspicamus ex eo, quod Faustina Mater Antonini Pii Galeria appellabatur, ejusque filiorum alter Galerius.

adfixum est externis parietibus Basilicæ Sancti Petronii, e villa Sancti Benedicti (a) eductum fuit, ubi erutum cum aliis fragmentis antiquitatum. Prope vero fines, quos dedimus agro Claternati, nimirum apud Idicem Primarium versus in Parœcia S. Martini in Soprazano, eoque loco, quem vulgus appellat *li Casoni*, erat cippus Flavix Tigridis Agatemeræ. Monumenta hæc atque alia (b) prope fines posita, quos datos fuisse jugerationi excogitavimus, Comes Carolus Malvasia jampridem vulgavit; isque refert loca, ubi olim eruta sunt. Nostra vero hæc tempora duo alia eximia monumenta protulere, alterum scilicet Lutii Attii, & Annæ Statix, quod in Castello Sanctæ Agathæ repertum, translatum est in ædem Divi Salvatoris; alterum est putei sacri peristomion, quod ad Macaretulum erutum in has Instituti ædes importatum fuit ad cimeliarchion ornandum. Quo præclarissimo monumento præstat finem imponere huic, quam fecimus de literatis marmoribus, mentioni, utpote quod ad opinionem nostram propius attinet. Etenim inscriptio monet, in quodam luco lauris confito idem extitisse ad rem sacram Apollini, Genioque Cæsaris faciendam, ad quem finem non est cur lauretum confessissent, & condidissent puteum, si locus palustris, atque inhospitus fuisset. Veruntamen, Sodales humanissimi, quæ de his monumentis hæcenus protuli, nolim intelligatis, me ideo protulisse, ut paludes omnes antiquas Bononiensis agri de medio tollerem. Novi etenim historiam belli Mutinensis ab Appiano scriptam. Siquidem is paludem fuisse refert ad forum Gallo- rum, ubi Hirtius Consul Antonianos adortus profligavit. Alterum vero prælium, quo paulo ante Antoniani milites victo- riam retulerunt, Galbæ ad Tullium epistola commissum tradit in eadem via Æmilia, ubi paludes ad latera hinc & illinc fuisse monet Appianus ipse, quas duces, atque exercitus ingressi manus ibidem conseruere. Vix autem locum, ubi pugna inita est, ad eam fori partem extitisse duxit Cluverius, quæ

Bel. civ. l. 3.

Tull. l. 10.

ep. 30.

Ap. Bel. civ.

l. 2.

(a) Pasqualis Alidosius in libro, cui titulus *Instruzione delle cose notabili di Bologna*, & Comes Carolus Malvasia in *marmora Felsinea* monent monumentum in villa Sancti Benedicti extitisse. A quibusdam vero traditur fuisse in villa S. Alberti. Nihil obest discrimen opinionum nostræ, cum eadem villæ non multum distent inter se.

(b) In villa Funi alia erant monumenta Romanorum, aliisque locis Bononiam atque castellum Galerix interpositis.

quæ Bononiam spectat. Veruntamen illi scriptores, qui ex Cluv. pag. 289. iis paludibus omnem Bononiensem agrum palustrem fuisse intulerunt, falsa argumentatione, & præcipiti iudicio lapsi sunt. Unde enim paludum fines metiuntur? Quonam antiquitatis indicio arguunt, eas latissime patuisse, cum monumenta agrum incolumem indicantia inter Æmiliam, Scultemnam, atque Primarium, & satis longe ab hisce extremis nonnulla eruta fuerint? Facili negotio concipi potest, aquas pluviales prædictorum locorum parva quadam soli concavitate fuisse detentas, ut ostendunt milites intra ipsas paludes sine navigiis dimicantes, neque est cur existimemus, torrentes omnes, atque universam agri superficiem declivitatis defectu aquarum emissioni naturaliter atque perpetuo fuisse ineptam. Qui autem sic existimant, ii sunt potissimum, qui verba Claudiani, & Vibii Sequestris brevissima, & minime paludum fines, & magnitudinem attingentia ad suam quique sententiam traduxerunt. Claudianus vix raucæ stagna Padusæ commemorat; Vibius inter paludes Gallix Padusam recenset, nihilque addit præterea. Hæc scriptorum indicia paludem aliquam ex Padusæ amnis exundatione ortam innuunt. Fatemur libenter; idque Servii commentario ultro confirmamus. Veruntamen probandum esset, exundationem ad dexteram amnis patuisse, qua parte Bononiensis ager sensim colles versus assurgit, potius quam ad sinistram, ubi patet ager Ferrariensis, & ubi profunda planities inundationes arguit, easque fuisse ibi docet antiquissimarum paludum historia. Quod etiam si fateremur, amnem ad dexteram aliquando exundasse, is fluit juxta fines territorii, forum autem Gallorum, atque via Æmilia inde ab iisdem finibus abest passibus viginti mille. Quæ tam immanis eluvies ad tam remota extrema una aquarum continuitate pertineat? Porro si Plinii verba attendamus, quibus Primarium describit, ex iis longe aliud inferre licet, quam inundationem universi agri Bononiensis, & vitium chronicum, ut ajunt, & necessarium. Etenim Padusam, atque Augustam fossam eidem additam percurrebant perennes, ac velocissimæ aquæ superioris Padi, quæ alveum in dies foderent; fossæ vero ipsam appellationem, qua Plinius utitur, neminem latet ex verbo *fodio* ortam, excavationem significare, ut, nisi genuinum sensum verborum contemnamus, intelligendum sit, fossam manu hominum excisam fluentes aquas

Ex Appiani loco dicto.

Claud. Epithal. Pall. & Celer. vers. 109. Vib. de paludib.

Plin. loco dicto.

infra terræ superficiem continuiffe (a). Continebat autem facillime cum altissima esset, ut Jornandes monet. Itaque inane est contra historię fidem causam imaginariam sibi fingere inundationum, videlicet alveum exiguum superficiē agrorum impositum, atque pensile, tum aggeres, qui eum munitentes obstarent ingressui fluviorum (b) ex altioribus agris declivium, atque aquis ejusdem Padusæ ob intumescētiā aliquando effusis aditum obstruerent, cum in eam detumescētem contenderent se recipere. Neque dubitare jam audeo, quin altitudo fossæ, atque ipsius Padusæ longe constans esset, cum antequam Padus ad vicum Ariolum, vel Aurelium excisus (c) per Venetorum agrum flueret, ubi nunc *Po grande* appellatur, magnam partem ejus aquæ jam inde Primarius acciperet, quæ nunc per ipsum Padi Veneti alveum fertur, ejusque velocitatem, atque copiam sedimentum omne, alveique obstructionem impedire potuisse moneat ipse Venetus Padus, qui nunc terra immerfus fluit. Eadem aquarum vis nihilo minus facile arenæ vim vincere poterat, quam fluxus maris objecerit ostio, vel, ut sæpius fit, nova ostia aperire, aliquantisper inflectendo cursum extremum. Hæc de paludibus minuendis tamquam verissimilia ex auctoribus infero. Inspiciendus vero locus Strabonis geographi, ne quidquam ad argumentum pertinens præterire videamur; siquidem is libro quinto de via Æmilia verba faciens tradit, eam Marcum Lepidum e Bononia in Aquilejam stravisse prope alpium radices paludibus in gyrum circumventis. Unde quidam paludes arguunt prope viam inter Bononiam, & Mutinenses fines. Veruntamen si viam aliquam e Bononia Aquilejam usque extitisse tempore Imperii credamus Strabonis fide, qui eandem viæ productionem Æmilio tribuens profecto fallitur (d), verba

Blondus, Priscianus, Leonard. Alberti, Sardi, Pigna, Nicolio.

(a) Etiam si excogitemus, fossam Augustam, prius quam ab Augusto instauraretur, aliquando limo repletam, Padi aquæ nequaquam exitu laborabant; patebat enim ostium Messanicum, vel Spineticum, quod Livius refert.

(b) Plinius inter flumina, quæ influunt in Padum, Rhenum nostrum refert lib. III. cap. XVI.

(c) Hanc celeberrimam Padi excisionem sæculo XII fuisse profecerunt nonnulli historici.

(d) Certissimis monumentis proditum est, Aquilejam nondum conditam, cum primum via Æmilia a Lepido strata fuit. Nihilominus in eo erravisse Strabo putatur, quod Flaminium, qui consulatum gessit cum Lepido, viam ab Arimino Romam condidisse refert, cum is Fla-

ba ipsa Strabonis, ubi viam describit, diligenter perpendenda sunt ad veram positionem locorum. Quandoquidem antiqua Æmilia via Bononia Mutinam usque, atque adeo ad Regium Lepidi rectam fere lineam format, eandem scilicet, quam a Cæsena deduxit. A Regio autem flectere incipit alia via Æmilix addita, ut inde usque ad Aquilejam gyrum agat a Strabone memoratum. Itaque alpium nomine, quas inter atque paludes viam circumeundo protendi ait Strabo, minime intelligendus est Apenninus mons qui Bononiensi agro, & Mutinensi imminet, sed alpes fortasse, quæ Italiam a Rhætia determinant, vel Noricæ propius Aquilejam, ubi Norici, & Carni habitant, quorum loca Strabo ipse libro quarto *alpium montana* appellat, earumque radicibus paludes olim adjacentes fuisse constat. Profecto verba ipsa, quibus Strabo perpetuo utitur libro quinto, cum Apenninum describit, ostendunt, eundem minime pertinere ad eam viam commemoratam. Qui enim eundem auctorem legerit diligenter, videbit *alpium* vocabulo (a) nuncupatos eos montes, qui Italiam a reliquis provinciis determinant, Apenninum vero numquam aliter nisi verbo ὄρον appellatum, quod montem Latini interpretantur. Igitur Strabonis locus nihil probat adversus argumenta, quæ attulimus ad paludes, quas antiquas fingunt, delendas omnino, vel magna parte minuendas.

Ex Herodian.
Vitruv. l. 1.,
& Strab.

Quæ argumenta, Sodales doctissimi, si aliquid valere arbitramini, libenter sermonem ad eum Pomponii locum convertimus, ex quo omnis hic sermo ortus est. Enim vero Bononiam fuisse opulentissimam, ut ille geographus tradit, facile credi potest, cum Bononiensis planities, quæ nunc paludibus novis magna ex parte obruta culturam respuit, vel antiquarum infecundo aliquo limo obducta, & fulcis detinens pluvias sterilis est, ubi colitur, Romanorum ætate arabilis fere undique, & incolumis esset, atque fecunda, aquas agri omnes Padusa recipiente. Ejus temporis, atque ejusdem
ala-

miniam ab Aretio Bononiam straverit, ut Livius docet, postquam Flaminius pater Flaminiam alteram Roma ad Ariminum condiderat. Quidquid sit de ætate, & conditoribus, in Antonini itinerario via a Bononia usque ad Aquilejam producta describitur, quam Strabonis ipsius ætate extitisse suspicari possumus.

(a) μετα δὲ τὴν ὑπώροικαν τῶν ἀλπεων post *alpium* radices initium est ejus, quæ nunc appellatur Italia. Sic incipit Strabo librum quintum.

plantitiei fuisse videtur frugum copia redundare, quæ nunc ita modice colliguntur, ut alendo populo impares sint.

Neque profecto dubitandum, quin ipsa colendi ars tunc felicem soli naturam, rerumque affluentiam augetet. Enim vero quam diligens, quamque fructuosa colonici agri cultura fuisset ex institutis, & moribus Romanorum inferri potest. Romulus scilicet Parens jam inde ab Urbis initio colendi artem amplissimis laudibus commendavit, sanctissimis legibus instruxit. Præmia eidem constituit, pœnas indixit, ipsique duces, qui victoriis admirabilibus Romanum Imperium amplificaverunt, ex aratro ad bellum arcessiti, parta victoria, ac triumpho consecuto ad aratrum redibant. Quibus exemplis Latii gens mire acuit ingenium, artemque longe perfecit. Verum ad illa tempora, & nihilo minus ad opulentiam pecuaria item ars pertinebat, quam Romanos ex pastoribus ortos optime calluisse vel ex eo perspici potest, quod Cato Censor petenti quænam esset via expeditissima, unde aliquis ruri dives fieri posset, respondisse legitur *nutritio pecudis*. Si quædam igitur erant arcana artis incognita indigenis, Romanos iisdem aperuisse arbitrandum ob frequentiam, atque naturam mundum Bononiensium pabulo abundantium, atque aptissimorum pecudi alendo. Ex pecude autem duo proventuum genera in Gallia Cisalpina utilissima fuisse comperi, alterum scilicet lanam, quæ adeo magis pretiosa erat Romanorum temporibus præ nostris, quod cannabis vix erat in usu, & sericum deerat, saga autem plebis, & tunicæ subtilissimæ, togæque Senatorum, & nobilium ex lana conficiebantur. Barbarica ætate apud nos lanæ copia erat, præsertim cum Bononienses Romandiolam tenerent, quæ hanc mercem accipiebat ab eis. Erat autem iis temporibus deterior, multoque meliorem fuisse antiquam suspicor, cum mollia, & longe aliis omnibus præstantiora vellera tulisse Mutinensem agrum Scultemnæ adjacentem tradat Strabo, regionem scilicet Bononiensi agro finitimam, atque non multum ab eo differentem vegetatione, atque natura. Aspera vellera, e quibus domestica indumenta magna pars Italiæ conficiebat, Ligurum, atque Insubrum fuisse docet Strabo ipse, mediocria vero Patavinorum, e quibus pretiosi tapetes, & gausapa, & alia id genus texebant. Alter pecudis proventus caro suilla erat, quam in deliciis fuisse

Romanis constat his verbis Varronis de Re rustica. *Suillum* lib. 2.

pecus donatum ab natura dicunt ad epulandum. Itaque iis animam datam esse proinde ac salem, quæ servaret carnem. E queis succidias Galli optimas, & maximas facere consueverunt. Optimarum signum, quod etiam nunc quotannis e Gallia asportantur Romam perna, tomacina, & taniaca, & petasiones. De magnitudine gallicarum succidiarum Cato scribit his verbis. In Italia in scrobes terna, atque quaterna millia aulia succidia. Huc etiam pertinet quod tradit Strabo de Gallia Cisalpina. lib. 5. Nemora, ait, tantum habent glandium, ut ex gregibus porcorum, qui ibi pascuntur, magna ex parte Romanus alatur populus. Quo loco alterum refert Strabo gallicæ ubertatis fructum minime prætereundum. Tum, inquit, milii feracissima est ob aquarum abundantiam, quod famis remedium est maximum. Omnes enim fert aeris constitutiones, & numquam deficit, licet frugum caterarum sterilitas invalescat.

Vinum tandem, cujus cupiditate, ut fama fert, Galli Liv. lib. 5.

transalpini in Italiam irruerunt, vinum, inquam, agrum nostrum tulisse uberrime arguunt colles vitibus alendis aptissimi; quam ob rem ipsa Strabonis verba de omni Gallia Cisalpina Strab. lib. 5.

agentis ad nos etiam referri possunt: *Quanta vero vini sit ubertas dolia ipsa ostendunt. E lignis namque fabricata domorum magnitudinem excedunt. Non ita vero ad nostrum agrum referri posse censeo, quæ illico sequuntur de pice. Ac picis, inquit, copia multum conducit ad vilitatem pretii. Veruntamen de ea plura, atque admirabilia tradit Plinius. Pix, ait, lib. XI. c. XI.*

rursus in cotinas æreas coniecta aceto spissatur, & coagulata brutiæ cognomen accepit doliis dumtaxat, vasisque ceteris utilis, lento e ab alia pice differens, item colore rutilante, & quod pinguior est reliqua. Omnia illa sunt e picea resina ferventibus collecta lapidibus in alveis validi roboris, aut si alvei non sint struis congerie velut in carbonis usum. Hæc in vinum additur farina modo tusa nigrior colore. Plinius hoc condimenti genus crapulam appellat lib. 14. cap. 20. Liguria maxime, & circumpadani mustis crapula utilitas discernitur: ex capite autem intelligi potest, eandem vulgarem fuisse tum in Liguria, & circumpadana Gallia, tum in provinciis finitimis. Picem autem, quæ Galliæ tribuitur, non aliunde manasse censeo, quam ex Sylva Ravennate (a), quam tradit Rubeus historio-

Histor. Rav.
lib. XI.

(a) Pinus Sylvæ Ravennatis commemorat Paulus Diaconus. In

graphus, Romanorum usque temporibus extitisse Isidi, & Neptuno sacram; idque monere vetustam inscriptionem Romæ effossam, quam ipse affert. Tradit præterea in eadem historia inolevisse ævo suo, e pinuum arbore picem educere obliniendis navigiis aptissimam, eodem pene modo quo illam urere olim Macedones consuevisse gravissimus auctor Theophrastus docet. Tum e pinuum Ravennatum trunco, & radicibus resinam etiam manasse liquidiorum multis medicorum laudibus ad morbos, & vulnera celebrem. Non alibi intra Galliam pinus fuisse comperi, si nonnullas Faventinas ex Sili

Ibidem.

Sil. Italic. Galliam pinus fuisse comperi, si nonnullas Faventinas ex Sili
l. 3. v. 596. Italici indicio exceperis, neque nostro agro vestigium ullum remanet antiquæ Sylvæ earundem arborum, nosque ipsi picem ex pedemontanis alpibus, vel a Calabria petimus, qui procul absunt ab antiqua Gallia. Atque hæc erant, quæ de agri antiqui ubertate animadvertenda collegi.

Ad opulentiam vero Colonix illud etiam utilitatis genus maxime pertinet, quod ex commercio percipi solet; cum urbis positio tum extraneis mercibus importandis, tum exportandis domesticis opportunissima esset. Ut enim omnem quod cæteram Galliam ubertatissimam interjacet, aliisque mediterraneis regionibus proxima est, ad duo emporia totius Italix maxima aditum habuit commodissimum. Alterum, ubi Strabo finem ponit Æmilix viæ, urbs Aquileja erat, incumbens barbaris, qui ad eam convehebant Illyrici & borealium regionum proventus, præsertim vero, ut Strabo monet, mancipia, vinum, oleum, pecora, pelles. Ibi Timavus in mare erumpens sinum, & portum efficiebat, ubi naves excipiebantur. Alterum emporium Ravenna erat, urbs maxima, portum habens bis centum quinquaginta navium capacem, ut minime dubitari possit, quin commerciis aptissima esset. Bononiensibus vero eo magis opportunus, atque utilis erat Ravennæ portus, quod naves inde usque ad ipsum Colonix agrum facili, ac brevissimo itinere perducere poterant. Quandoquidem fossa Augusta, seu Primarius, qui ad Ravennam in mare effundebatur, maximam vim aquarum e supero Pado acciperet, & fines colonici agri, ut conjecimus, adlueret. Mediterraneis vero commerciis mire favebat ipsa Æmilia

lib. 5.

Jornand. loco dicto.

agro Faventino Ravennatensi contermino pinus fuisse perhibet Silius Italicus.

lia via, utpote quæ Flaminix conjuncta transalpinas, & gallicas merces per omnem Galliam, atque Umbriam diffundere poterat, atque adeo ad ipsam Romam, unde usque ad Brundisium, si opus esset, per Appiam viam emitterentur. Hetruria vero Bononiensi agro contermina facile habebat gallicarum mercium advectus, suarumque ad ipsam Galliam, præsertim cum Apenninum superaret Flaminia via (a) ab Aretio, ut Livius tradit lib. 39 cap. 2, Bononiam perducta. Ab Aretio autem ad Pistorium, Florentiam, Clusium, atque ad omnem prorsus Hetruriam per viam Clodiam, vel Cassiam aditus patebat, ut in Antonini itinerario conspici potest. Hæc de viis, ac de commercio satis esse videntur, ut pateat ejusdem opibus facile Bononienses incolas divites fieri potuisse; tum scilicet Gallos indigenas, quibus jam inde a Colonia condita, Bononix domicilium permissum, tum colonos ipsos Romanos, quos etsi Romulus, reique publicæ institutio a mercatura alienos voluit, mercatores tamen fuisse aliquando constat Tullii oratione pro M. Fontejo, qua monet, cives Romanos in Gallia transalpina negotiis passim operam dedisse.



(a) De hac via, aliisque per Hetruriam, vide Targioni = *Relazioni d'alcuni viaggi* T. 9. p. 281, 288 & alibi.

BARTHOLOMÆI RIVERII.

*De novo ad tonsillas feliciter extirpandas
instrumento.*

TAmetsi pro varia partium natura variis item gula obnoxia sit morbis, non aliunde tamen sapius ac periculosius laborare consuevit quam ab affectis depravatisque tonsillis, ut propter earum ad nocendum proclivitatem medicæ haud raro sit prudentiæ vel ipsam earumdem procurare jacturam. Quod enim vulgo notissimum est, tonsillæ suapte natura ejusmodi sunt, quæ perfacile labem contrahunt, quæ modo exsiccantur, atque rigescunt, modo ab humoribus ad eas undique affluentibus immodice tument atque obdurant, quæque adeo non modo deglutitionem ac vocem impediunt, verum etiam, quod sane multo pejus est, subitam sic affectæ concipiunt inflammationem, ac denique ipsam inferunt anginam. Quæ quidem eo vehementior, ac pervicacior sit oportet, quo difficilius est tumorem discutere iis partibus inhærentem, quæ languescere jampridem ac labi cœpissent. Quamobrem cum ad emendandum hujusmodi tonsillarum vitium, atque ad earum scirrhum dispellendum, omnia omnis generis remedia, quæ maxime praxis medica commendat, frustra, ut plerumque accidit, adhibueris, nihil tum sane reliquum est, quam ut physica in auxilium advocet chirurgicam medicinam; ac quoniam illa reluctantem morbum de gradu suo dejicere non potuit, morbi hæc sedem, qua pollet vi, funditus evertere aggrediatur, quo scilicet sublatis corruptis hisce tonsillis cum omni molestiarum, quæ eas consequuntur, causa tollatur, tum ipsi in primis anginarum redivitatus prohibeantur.

Porro autem hæc chirurgica operatio, cujus est vitiosas tollere tonsillas, proprio quidem justoque nomine tonsillarum extirpatio appellatur, atque ejus conficiendæ tres maxime perhibeantur rationes; præcisio sive amputatio, applicatio cau-
sti.

sticorum, ac ligatura. De quibus singillatim dicendum; eo nempe ut collatis inter se cujusque methodi sive commodis sive incommodis, quænam ceteris præster, discerni facilius ac dijudicari possit. Ut igitur ab ea exordiar, quam priore loco nominavi, nihil dubii est quin habeat plurimum antiquitatis, atque adeo etiam plurimum auctoritatis ea tonsillarum extirpatio, cum uno eodemque tempore, una item eademque opera ex toto amputantur. Hanc enim Celsus, hanc quoque Ægineta commendat, ac, quod caput est, istam ipsam uterque eorum nullo ferme discrimine exposuit, qui, uti videre est in eorum scriptis, id genus operis sic exequendum præcipiunt, ut tonsilla hamulo prius excepta mox cultro tota abscindatur. Quam eandem deinceps methodum celeberrimi quique ubique gentium Chirurghi alii post alios ad hæc usque tempora retinuerunt. Quod si ad rei cujusque commendationem plurimum facit, quod ea longam tulerit ætatem, quid, quæso, de hac tonsillarum amputatione judicandum erit, in qua comprobanda tot sæculorum judicia atque exempla consenserint? At quæ secundo loco posita est tonsillarum extirpatio ope causticorum, de ea apud veteres chirurgiæ magistrōs ne verbum quidem, quamvis ab aliquibus hujusce ætatis scriptoribus iis operibus adnumeretur, quæ superiorum temporum Chirurghi tradidere. Heisterus quidem non eam prorsus improbare videtur, sed tamen, si quando opus sit, timide ac pedetentim adhibendam præcipit. Hoc vero tempore a praxi medica omnino exulat, cum nemo hodie, si modo Chirurgus sit non circulator, inveniatur, qui non ei alias extirpandarum tonsillarum rationes jure quidem ac merito anteferat. Re enim vera nihil factu inconsultius, audacius nihil esse potest, quam faucibus corrodentia, sive ea solida sint, sive fluida, iterum atque iterum adhibere. Quod vero superest ultimo loco commemoratum ad tonsillas destruendas chirurgicum artificium, quod est ligatura, hæc quidem aliis antiquitate concedit, sed tamen nescio quo ejus merito seu potius felicitate tantam ab Angliæ Chirurgis gratiam iniit, ut dignam duxerint, in qua excolenda atque illustranda duce clarissimo Cheseldeno haud parum operæ laborisque impenderent, eamque non dubitaverint ipsi præoptare amputationi, non eo solum tonsillarum statu, cum fatis exiles ac veluti pendulæ ligaturam facile admittunt, sed etiam cum instar

coni e latiore basi in acumen desinunt. Atque inter ceteros ejus gentis ligaturæ patronos eminent celeberrimus Scharpius, qui in suo illo de chirurgicis operationibus commentario multus est in tradenda ratione, qua vel ipsæ glandulæ conicam figuram habentes ligari possint, ac præterea delineationes & modulos exhibet instrumentorum, quæ antea a Cheseldeno fuerant in hunc usum excogitata; in id præcipue incumbens, atque eo maxime spectans ut suam illam semper anteferat amputationi ligaturam, quam proinde ab omni prædicat immunem periculo, præsertim ab hæmorrhagia, quæ magna semper, si eum audias, ac quandoque etiam lethalis ipsam consequitur tonsillarum præcisionem. Atqui ut omittamus quæ isti ligaturæ amatores de hujusmodi periculosa terribilique hæmorrhagia invidiose magis quam vere ipsi objectant amputationi, cum re ipsa perraro accidat, ut vix timendam habeat sanguinis effusionem, quemadmodum plane ac luculenter ostendunt exempla tot præstantium virorum, qui hoc idem chirurgiæ genus per tot sæcula usurparunt, ac quemadmodum memetipsum usus docuit in plurimis tonsillarum amputationibus, quas vel alios facere vidi, vel ego ipse executus sum spatio annorum ferme triginta; ut hæc, inquam, missa faciamus, profecto si utriusque operis molitio, effectioque consideretur, atque alterius cum altera comparatio instituat, satis superque id est, ut liquido appareat fieri omnino non posse quin tonsillarum ligatura multo sit, quam earum amputatio, difficilior, multoque operosior, ac multo pluribus gravioribusque incommodis offensionibusque obnoxia, si quando maxime res sit de iis ligandis tonsillis, quod sane propter nativam earum conformationem sæpissime usuveniat oportet, quæ e latiore basi protendantur usque & usque minutiores. Id adeo verum est, ut ipse ligaturæ vindex Cheseldenus fateatur, cum agitur de ejusmodi tonsillis, vix fieri posse, ut earum basis tam arte tamque firmiter filo circumplectatur, quam opus est; ac proinde tunc temporis satius esse ducit, tonsillam ipsam acu inflexa & ad caput perforata ac duplici instructa filo ad basim trajicere, sic nempe ut altero hinc, illinc altero ad latera tonsillæ filo circumducto possit ea ligari probe ac devinciri. Verum ut ei demus ligaturam hancce fore quam firmissimam, nemo tamen non videt quam eadem non facilis, non expedita, non innoxia futura sit, ac denique quid

molestiæ, quidve etiam detrimenti ab ejusmodi chirurgia timendum sit, quæ hoc potissimum sibi proponit, atque in eo maxime elaborat, ut per mortificationem, perque ipsam gangrænam tonsillæ absumantur. Quamobrem non defuere ex recentioribus Chirurgis, qui cum ab ligatura abhorrerent, tum propter operis difficultatem, tum vero propter graves ancipitesque, quas habere potest, consecutiones, neque iidem satis fiderent amputationi perterrefacti objecto illo exaggeratoque hemorrhagiæ periculo, mediam veluti inter utramque viam inire cœperunt, ita scilicet ut cum alii secent, obligent alii, tonsillas ipsi instituunt atque eo usque pergant sæpius ac sæpius scarificare, donec quæ ad singulas scarificationes consequitur putrefactio eas prorsus exederit. Hoc quale sit, quamque alienum ab omni consilio sensuque chirurgico, nihil attinget pluribus demonstrare. Ipsa enim, ut alia omittam, operis protractio ac diuturnitas, ipsi toties renovati ac per tot dies producti ægrotorum labores, atque cruciatus id chirurgiæ genus satis ipsi per se refutare ac veluti explodere videntur. Quæ cum ita sint, nullus jam remanet dubitandi locus, quin quæ omnium chirurgicarum operationum ad delendas tonsillas spectantium vetustissima est earum amputatio, eadem quoque ceterarum optima, ac præstantissima sit. Ceterum cum expertus ipse compererim haud pauca a ferramentis, quæ in hanc rem vulgo adhiberi consueverant, proficisci quandoque incommoda, mearum partium esse duxi, ut ea quam diligentissime emendarem, ad eamque formam, quoad ejus fieri potest, exigerem, quæ esset omnium accommodatissima ad opus rite ac feliciter obeundum, quod quidem inceptum num mihi ex sententia successerit is facile judicabit, si cui libeat instrumentorum, quæ ipse excogitavi, subjectam delineationem inspicere. At vero in vetere illa tonsillarum succisione, quæ eadem quidem nullo ferme descrimine ad hæc usque tempora tenuit, duo maxime ferramenta usui esse consueverunt, uncinus, sive hamulus, & cultellus, nisi si pro cultello ad refecandas parvæ molis tonsillas forfices satis esse videantur. Hamuloprehenditur primum atque adducitur tonsilla ad notandum in ejus basi ac designandum incisionis locum; hamulo item, dum ipsa fit incisio, quaquaversus pro re nata tonsilla versatur, ac tandem incisione peracta hamulo ex ore educitur. Ceterum cum tot tantisque commodis ha-

bet

bet hamulus admixta nonnulla incommoda. Quoties enim ægrotus opus habeat vel os colluere, vel sanguinem e vulnere fluentem expuere, quod idem eo etiam interdum fieri necesse est, ut prima sectionis vestigia pervidere Chirurgus ac persequi tuto possit, ac quoties præterea inter ipsam operationem, nauseare cœperit ægrotus, ac ut fit aliquando, vehementioribus corripit vomendi conatibus, toties re vel infecta hamulus celeriter e suo loco removendus est, ne forte inde excussus, dum acriores ingeminant vomendi impetus, integras ipsas oris partes ad morbi cumulum lædat; atque idem denuo in os immittendus, ac eidem tonsillæ iterum ac tertio interdum impingendus, ut inceptum opus tandem aliquando perficiatur. Quæ sane omnia fieri non potest, quin ipsi magnopere incommodent ægrotum. Atque alterum ex duobus instrumentis, quæ primas agunt in tonsillarum amputatione, nihil aliud est quam notissimus ille culter vulgo bistouri sive rectus sit, sive curvus, prout ipsi lubet artifici, cujus ope ipsa funditus excinditur tonsilla. Qui tamen cum sit per totum ejus latus probe acutus, idcirco periculum est, ne forte, dum tonsillæ admovetur, dum huc illuc agitur ac circumvertitur, prout opus est ad eam evellendam, aliquam oris partem ac linguam ipsam potissimum male habeat. Quod si peritiores Chirurghi, quo cautius huic occurrant periculo, soliti fuere cultri aciem sive fasciola sive alia quavis idonea materia magnam partem obducere, hoc tamen ipsum cultri involucrum nihil admodum conducere potest ad operis commoditatem. Quapropter cogitanti mihi jamdudum de hac perficienda chirurgia, atque id potissimum enitenti ut ab iis maxime impedimentis, noxisque vindicarem, quæ ab ipsis proveniunt instrumentis, nil fuit antiquius quam ut pro consueto vulgarique cultello aliud cultri genus substituerem ad eam formam comparatum, qualem exhibet Fig. F, quod quidem ferramentum cum nihil porro aliud sit, quam simplex lamina ex chalybe ad unum tantummodo ejus extremum in aciem desinens, ac reliquas partes prorsus obtusa, nullum sane damnum inferre potest vel ori vel linguæ, quin opus sit ejus aciem ullo modo obtegere. Facile nimirum, quod ipse ultro fateor, ac nullius negotii inventum, ut magis mirari subeat quod nemini ante me venerit in mentem, quam gloriari quod ipse invenerim; sed idem tamen, quod ad praxim attinet, non

non omnino habendum despectui. Quod enim sapius me docuit ipsa rerum omnium quasi dux, & magistra experientia, nullum eo aptius inveniri potest instrumentum huic, de quo agimus, operi rite ac sine noxa obeundo. Perfecto itaque in hunc modum scalpello, cum itidem de hamulo perficiendo cogitarem, hoc primum occurrit commodius multo totum hocce negotium casurum, si quid ejusmodi inveniri posset, quod hamuli usus non autem vitia haberet. Sed enim istud ipsum tale quid invenire hoc porro opus, hic labor fuit. Re diu multumque agitata constitui tandem velle me in locum hamuli filum satis firmum sufficere in mediam ipsam glandulam antea immissum, ratus scilicet posse me nihilo minus hujusce filii quam hamuli ope vel ipsam tonsillam inter secandum ducere quo vellem, vel jam dissectam ex ore educere; nihil autem veritus ne opus haberem illud in medio opere ulla de causa extrahere. Atque ut primum se dedit occasio in nobili quadam muliere, cui excindenda erat sinistra tonsilla jamdiu scirrhusa ac nucis magnitudinem ferme exæquans, quæ cogitaveram nulla mora ad usum factumque deduxi. Ad trajiciendam filo tonsillam usus fui curva acu ad modum illius ferme comparata, quam idem proponit Chelsedenus ad tonsillas duplici ligatura constringendas. Ipsam vero glandulæ amputationem exsecutus sum meo illo cultello, quem supra commemoravi, qui quidem quod ad se atinet sic expectationi meæ respondit, ut eo plane contentus fuerim. Ceterum, uti ingenue fateor, tota operis molitio longe abfuit ab ea, quam optabam, felicitate, ut ad hujus chirurgiæ perfectionem quicquam mihi ipse contulisse viderer. Nam etsi quam potui maximam adhibuerim diligentiam, nihilo tamen secius acus & filii tractatio per mediam tonsillam nobilem illam foeminam molestissime affecit, & præterea cum in secanda tonsilla casu acciderit sanguine totum os invadente ut filum ipsum secuerim, necesse habui ad uncinum confugere ut quoquo modo inceptum absolverem. Non idcirco tamen animum demisi, neque quod semel minus successerat, idipsum nolui iterum periclitari in quadam adolescentula, cui dextra ingens ac prædura tonsilla in Nosocomio amputanda erat, eo scilicet factus ad novos ausus alacrior, quod mihi videbar satis didicisse a primo, quid maxime præcavendum esset in secundo periculo. Ac re ipsa quidem sic mihi obtigit

rem

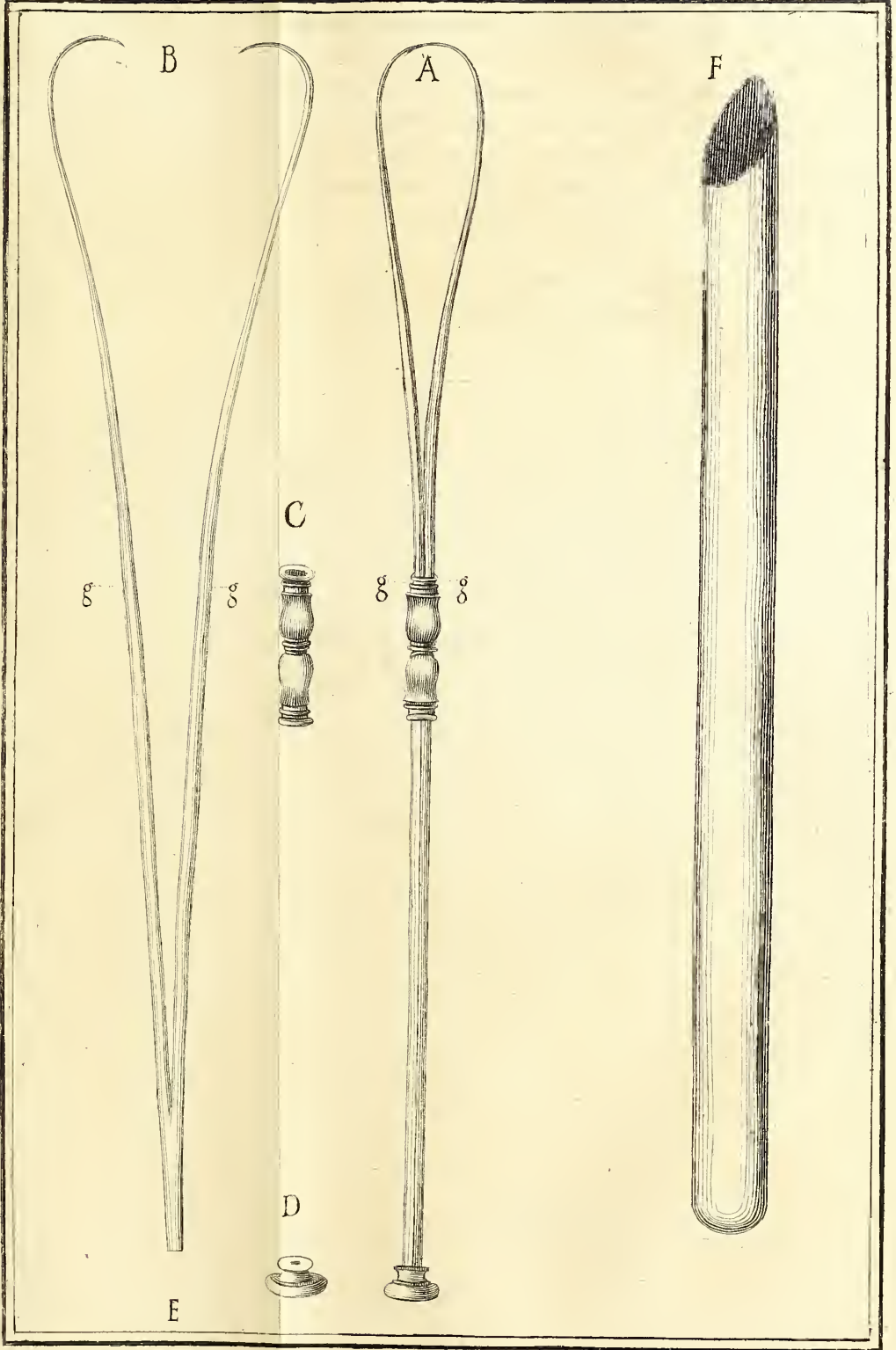
rem totam administrare, ut tonsillam excindens parcerem filo, eoque intacto satis commode uterer pro hamulo. Verum gravis illa semper acus immissio in tonsillam, ac fili per eandem transitus tantopere adolescentulæ illi stomachum movit, ut propter acerrimos, quibus identidem corripiebatur, vomendi conatus, necesse habuerim pluries opus intermittere, ac pluries ex intervallo resumere. Quod ipsum opus tametsi felicem habuerit exitum, non eam sane, quam sperabam, facilem habuit inoffensamque executionem. Hic mihi scilicet, ut est vetus proverbium, aqua hæsit. Destitutus jam omni spe fili pro hamulo suffiendi, illud quoque desperare cœpi fore umquam, ut quam susceperam hujusce chirurgiæ perficiendæ provinciam, satis eam gerere ac navare possem. Licet enim alterum operis instrumentum, quo ipsa fit glandulæ succisio, aptius aliquantulo atque innoxium reddiderim, cum tamen nihil de altero, quod ad eam excipiendam tractandamque requiritur, extricare potuissem, hoc perinde erat ad summam totius operis ac si nihil prorsus egissem, ut ejus me jam pœniteret incepti, in quo urgendo mearum mihi virium toties fuerat pœnitendum. Sed enim nihil est tam difficile, nihil tam durum, quod laboris patientia tandem aliquando non vincat. Cum enim pro eo, quod profiteor, munere, ac pro ipsa publici officii religione eidem rursus instare operi, atque eandem iterum suscipere curam debuerim, factum est scilicet, ut voti jampridem nequicquam suscepti compos tandem reusque fierem. Ad me venit Placentia usque meam implorans opem Sacerdos quidam ex ea Franciscanorum Familia, quæ vulgo audit strictioris Observantiæ, cui utraque tonsilla dura præter modum ac tumida intolerabili jamdudum erat molestiæ; quique præterea ad minimum quemque sive oris sive faucium contactum ad vomitum illico impellebatur vehementissime. Quamobrem cum nullum ibi locum habere posset seu ligatura seu alia quælibet ex usitatis extirpandarum tonsillarum rationibus, id unum relinquebatur, nisi si supplicem hominem, quod valde pudebat, amandare abs me, atque excludere vellem, ut aliud atque alias iter insisterem, ac consuetis rei agendæ methodis prætermisissis aliquid novi caperem consilii. Cum igitur omnia circumspexissem, cum in omnes partes rem diu multumque versare non destituissem, tum denique venit in mentem du-

duplicis hamuli, qualem refert Fig. *A.*, qui nempe tonsillæ semel infixus remanere posset in ore sine ullo periculo vel inter violentissima rejiciendi incitamenta, atque idem cum linguam satis per se depressam teneret, consueti depressoris officium præstaret. Quod quidem instrumentum cum ventum est ad factum, dici satis non potest quanto mihi fuerit usui. Quid plura? Sic mihi facile, sic breve fuit ambas homini ejus ope eximere tonsillas, ut ipse ultro passus fuerit, se vix ullam pensavisse molestiam, atque adeo intra dies non amplius septem omnino convaluerit. Neque in hac tantummodo, sed in plurimis etiam, quas deinceps facere habui, tonsillarum amputationibus, uti eodem illo instrumento, sic eadem semper usus sum successus prosperitate. Non vereor ne cui hæc gloriose magis quam vere dicta esse videantur. Ea enim dico, quæ non in quopiam angulo, non remotis arbitris, sed in ipso Sanctæ Mariæ de Vita Nosocomio, ac pluribus aliis in locis palam ante oculos omnium gesta fuere; quæque proinde adeo percrebuerunt, ut non modo apud nos, sed alibi etiam gentium mea isthæc methodus, atque ista, quæ nova ipse protuli instrumenta, ceteris posthabitis, maxima Chirurgorum consensione celebrentur. Atque hæc sunt, quæ ad plenioram explicatioremque hujus Chirurgiæ executionem, multo ipse in rebus chirurgicis studio atque usu versatus pro virili parte conatus sum, non tam mehercule ut meo qualicumque nomini ac gloriolæ infervirem, quam ut meorum civium incolumitati, quantum quidem in me esset, prospicerem. Quod quidem cum fuerit meorum omnium consiliorum, atque adeo universæ vitæ propositum, si quid de iis umquam benemeritus fuerim, non omnino mihi inglorius, quod jam prope abest, mori videbor.

- A.* Uncinus duplex instar forcipis, quo percommode capiuntur versanturque quaquaversus, dum amputantur, tonsillæ. Clausus exhibetur, uti esse debet in ipsa operis effectione.
- B.* Idem uncinus brachiis diductis, quantum fert eorum elasticitas.
- C.* Fistula sive anulus, qui dum promovetur, uncini brachia invicem accedunt, dum retrahitur, recedunt.
- D.* Pediculus, qui cochleæ *E* inferitur, ut ne anulus elabi possit.

- E.* Cochlea ad extremam ferramenti partem, quæ pro ejus manubrio haberi potest.
- F.* Cultellus quam maxime accommodatus ad tonsillarum amputationem. Constat totus lamina ex chalybe, acutus solummodo margine cuspidis convexo.
- G. G.* Parva offendicula clavellorum instar in exteriori brachiorum facie tantisper extantia, ne fistula ultra modum excurrat.
- Atque hæc omnia instrumenta, eorumque partes ea hic forma mensuraque repræsentantur, qua re ipsa esse debent.







JUVENALIS SACCI E CONGREG. S. PAULLI

Specimen Theoriæ Musicæ.

CAPUT PRIMUM

De numero, & dimensionibus chordarum Musicarum, & curvæ ad quam pertinent.

CUM ad Musicæ Theoriam constituendam, ac declarandam animum adjecissem, volumina tum veterum, tum recentiorum perlegere institui, ut, quæ usui esse possent, secernerem, & seponerem. Continuo reperiebam chordarum fere omnium dimensiones singulas (quod rei caput est) usu omnium gentium, clarissimorum Philosophorum testimonio, sive veterum sive recentiorum, experimentis etiam perdiligenter habitis, ita constare, ut satis superque eluceret eas esse prorsus, quæ ex naturæ instituto hominum auribus oblectandis sint adhibendæ. Aliquid dubii superesse videbatur tribus in chordis, scilicet in secunda minori, & septima majori ogdoadis, atque in ea, quæ quartæ, & quintæ interjacet, & quartæ crescentis, aut quintæ deficientis nomine designari solet. Neque mirabar in hisce definiendis non omnes plane convenire. Secunda enim, & septima ad primam, quæ basis communis est, multo minorem, atque, ut ita dicam, remotiorem habet rationem, quam chordæ reliquæ. Itaque obscuriori quodam voluptatis sensu cum nos mulceant, hinc experientes in re multum exigua ambigere necesse fuit; nisi qui aurium judicio eximio apprime excellerent. Ego auctoritatem secutus summorum hominum, atque accuratissimorum accipio a Sauveurio septimam, ut ajunt, majorem = $\frac{9}{15}$, & secundam minorem = $\frac{15}{16}$, contra a Newtono secundam majorem = $\frac{8}{9}$, & septimam minorem = $\frac{9}{16}$, de quibus Musici practici, & theorici passim consentiunt. Considerabam deinde chordæ officium, quæ quartæ & quintæ interjacet: ejus usus in musica frequentissimus est. Nunquam tamen in harmoniam inducitur, nisi alieno nomine, cum scilicet mutata basi, aut inde septima numeratur (quod sæpissime con-

tingit) aut tertia, aut aliqua ex reliquis. Comperiebam igitur, hanc in chordarum numero, quæ primigeniæ sint habendæ, minime esse collocandam. Hisce ita constitutis, colligebam, chordas musicas omnes, quibus tamquam elementis concentus quilibet progignitur, duodecim esse, non plures, non pauciores. Singularum autem exactas dimensiones nobis exhibent numeri, quos hoc loco subjicio, initio facto ab unitate, quæ chordam longiorem, basim scilicet, exhibet, cujus partes sunt chordæ reliquæ breviores ex ordine, donec deveniant ad dimidium, quæ chorda ultima est, & octava a nobis appellari solet, a veteribus *Diapason*.

Ut. Re. Re. Mi. Mi. Fa. Sol. La. La. Si. Si. Ut.
 I. $\frac{15}{16}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{3}{5}$. $\frac{9}{16}$. $\frac{8}{15}$. $\frac{1}{2}$.

II. Cum has exactas esse chordarum dimensiones nihil amplius dubitandum arbitrarer, deinde qua ratione, qua lege, quo ordine hæ omnes continerentur acri, & pertinaci meditatione investigabam. Ordinem quemdam servari videbam a dimensione quarta = $\frac{1}{4}$ ad septimam = $\frac{2}{7}$. Mira autem inconstantia objiciebatur in cæteris; quod inscitæ ego meæ tribuebam. Ordinem enim certissimum, eumque pulcherrimum in chordis musicis omnibus non inesse mihi suadere non poteram; inesse, & me celari facile suadebam; tandem diutius inquirenti, & numeros eosdem versanti in partes omnes præclara series oblata est, quam subjicio. Tu oculos converte ad mediam seriem; deinde hinc, atque hinc ascende, ac descende, donec devenias ad extrema duo, scilicet ad unitatem, & unitatis dimidium. Si minorem fractionis numerum pro numeratore acceperis, habebis chordarum longitudes, quæ ex ordine minuuntur: contra si majorem, voces habebis singularum chordarum, quæ eadem, atque inversa ratione crescunt. Nam quo brevior chorda est, eo acutior est sonus: major est scilicet oscillationum numerus, quæ pari temporis spatio absolvuntur. Vide A.

Eadem numerorum series alio modo exprimi potest, & in duas dispertiri, quarum altera ab unitate ascendat, altera ab ejus duplo descendat, & mutuo occurrant. Utraque rationes optimas cum altera communes habet, scilicet voces *Ut, Fa, Sol*. Utraque etiam omittit, & quasi transfilit rationes cæteras intermedias, quæ cujusque propriæ sunt. Vide B.

Et ratione eadem in infinitum, donec differentia evanescente
(fiat octava = 1 : 2.

$\frac{17}{16} : \frac{32}{30} = \text{Si major}$		<p><i>Vox octava = 2</i> $1 + \frac{1}{1} = \text{Vox oct.}$</p> <p><i>Si major = 2 - \frac{2}{16}</i> $1 + \frac{1}{2} = \text{Sol}$</p> <p>$2 - \frac{2}{15}$ $1 + \frac{1}{3} = \text{Fa}$</p> <p>$2 - \frac{2}{14}$ $1 + \frac{1}{4} = \text{Mi maj.}$</p> <p>$2 - \frac{2}{13}$ $1 + \frac{1}{5} = \text{Mi min.}$</p> <p>$2 - \frac{2}{12}$ $1 + \frac{1}{6}$</p> <p>$2 - \frac{2}{11}$ $1 + \frac{1}{7}$</p> <p>$2 - \frac{2}{10}$ $1 + \frac{1}{8} = \text{Re maj.}$</p> <p><i>Si minor = 2 - \frac{2}{9}</i> $1 + \frac{1}{9}$</p> <p>$2 - \frac{2}{8}$ $1 + \frac{1}{10}$</p> <p>$2 - \frac{2}{7}$ $1 + \frac{1}{11}$</p> <p><i>La major = 2 - \frac{2}{6}</i> $1 + \frac{1}{12}$</p> <p><i>La minor = 2 - \frac{2}{5}</i> $1 + \frac{1}{13}$</p> <p><i>Sol = 2 - \frac{2}{4}</i> $1 + \frac{1}{14}$</p> <p><i>Fa = 2 - \frac{2}{3}</i> $1 + \frac{1}{15} = \text{Re min.}$</p> <p><i>Ut = 2 - \frac{2}{2}</i> $\frac{1}{1}$ $\text{Ut} = 1$</p>
<p>A</p>	$\frac{15}{14} : \frac{28}{26}$	
	$\frac{13}{12} : \frac{24}{22}$	
	$\frac{11}{10} : \frac{20}{18}$	
	$\frac{9}{8} : \frac{16}{14} = \text{Si minor}$	
	$\frac{8}{7} : \frac{14}{12}$	
	$\frac{6}{5} : \frac{10}{8} = \text{La major}$	
	$\frac{5}{4} : \frac{8}{6} = \text{La minor}$	
	$\frac{4}{3} : \frac{6}{4} = \text{Sol}$	
	$\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \text{Fa}$	
	$\frac{4}{3} : \frac{5}{4} = \text{Mi major}$	
	$\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \text{Mi minor}$	
	$\frac{6}{5} : \frac{7}{6}$	
	$\frac{7}{6} : \frac{8}{7}$	
	$\frac{8}{7} : \frac{9}{8} = \text{Re major}$	
	$\frac{9}{8} : \frac{10}{9}$	
	$\frac{10}{9} : \frac{11}{10}$	
	$\frac{11}{10} : \frac{12}{11}$	
$\frac{12}{11} : \frac{13}{12}$		
$\frac{13}{12} : \frac{14}{13}$		
$\frac{14}{13} : \frac{15}{14}$		
$\frac{15}{14} : \frac{16}{15} = \text{Re minor}$		
$\frac{16}{15} : \frac{17}{16}$		

Et eadem ratione in infinitum, donec differentia evanescente
(fiat = 1 Basis.

III. Serie deprehensa illud consequebatur, ut tria mihi conquirenda proponerem. Primo quænam essent seriei affectiones. Secundo cur in ea termini aliquot ad Musicam pertineant, cæteri non pertineant. Tertio utrum ad curvam aliquam continuam series eadem referatur, licet quantitibus, sive partibus discretis constet; quæque ea curva sit. Ad affectiones quod attinet, facile inspicienti occurrit, fractiones omnes a medio x que distantes, si altera in alteram ducta sit, producto constanti x quari $\frac{x}{2}$. Deinde fractionum singularum differentias, si cum singulis differentiarum differentiis conferantur, progressionem continuam constituere, quam Geometræ *harmonicam* appellare consuevere. Id fere oculis cernere licet in serie, quæ secundo loco posita est. Certum est enim, quotos haberi semper harmonice proportionales, cum quantitas eadem numeris dividitur ex ordine, qui sint arithmetice proportionales, quod patet in incrementis $+\frac{1}{15} + \frac{1}{14} + \frac{1}{13}$ & decrementis $-\frac{2}{16} - \frac{2}{18} - \frac{2}{14}$ &c.

Cave tamen credas hujusmodi genere proportionalitatis aures hominum potissimum delectari. Quacumque enim de causa acciderit, ut harmonicæ illi nomen inditum fuerit a Geometris, ea nihil quidquam cum Musica commune habet præter rationes cæteras omnes, quæcumque sint. Id facile quisque intelliget, ubi animadvertat, nunquam binas voces concinentes placere potuisse, si voluptas nonnisi a ratione, quæ harmonica appellata est, oriri posset, ut ii opinati sunt, quibus id nominis fucum fecit, nihil cogitantibus rationem eam nusquam haberi, nisi vox tertia accesserit. Sed rursus si vetusta apud Musicos rationis harmonicæ opinio ita vera esset, ut inanis & falsa est, voces nullæ adeo inter se dissitæ & discrepantes invenirentur, quæ non facillime omnes ad scalam musicam revocari possent, & fieri consonæ. Quantitates enim quascumque media quadam interposita, quæ apta sit, necesse est geometrice harmonicas fieri. Quid plura? Trito & practicis omnibus optime cognito experimento demonstrari potest, hujusmodi proportionis genus, nullam in Musicis præcipuam vim habere. Voces tres prima, tertia, quinta ita bene concinunt, ut triados harmonicæ nomine utroque in Modo a practicis insignitæ sint. Easdem voces tres in minori Modo ratione Geometrarum harmonica contineri contin-

tingit. Siquidem recte exprimi possunt numeris 20, 24, 30. Tolle medium harmonicum 24, tertiam scilicet minorem, & suffice majorem, quæ recte exprimitur 25. Num triados illius insignem suavitatem vitiaveris? Minime gentium. Voces tres æque bene concinunt; imo, ut mihi quidem videtur, multo melius. Quomodo igitur cantus musici voluptas ab eo rationis genere potissimum ducenda erit, quæ cum absit, aut cantus melior fit, aut certe non deterior?

IV. Difficilius inquirenti videri potest, quod secundo loco est propositum, cur nempe numeri, qui seriem musicam complent, non omnes ad Musicam pertineant. Rem tamen omnino haud secus sese habere posse puto plane me probaturum cuique legentium, qui æquo animo attendant, dum ratio paullo altius, immo a summo capite nobis hoc loco repetenda est. Jucundæ sunt auditu ex voces, quæ bene congruunt. Nos vero voces utrum congruant nec ne, non nisi comparando percipere possumus. Atqui omnis comparatio animi intelligentis actio est. Siquidem voces, quæ comparandæ sunt, nos aurium sensu, & quasi nuncio accipimus. Sensus vero tum aurium, tum oculorum rationis vel maxime particeps a veteribus appellatus est, quod animus iis administris rerum plurium species eodem tempore accipit; earumdem etiam attingit collocationem, intervalla, magnitudines, figuras, idest rerum ipsarum affectiones, sive conditiones, quæ comparationibus omnibus fundamento solent esse. Revera igitur comparatio non nisi animi intelligentis vi, substantiæ scilicet simplicis, atque individua, perficitur. Neque aliter se res habere potest. Voces enim geminæ, ut comparari possint, altera ab altera secretæ sint oportet; quid enim comparandum superesset, si confunderentur, & vere una ex duabus coalesceret? Utrasque tamen voces simul adesse, & eodem plane tempore sonare necesse est ea in substantiâ, quæ comparat. Nam si secus esset, quomodo ipsa sibi utriusque vocis esset conscia? Comparatio igitur fieri haud potest, nisi in substantiâ admodum simplici, atque individua, atque adeo in nobiliori hominis parte, animo scilicet. Jam vero si consonantiæ natura ea est, quam patefecimus, atque in comparatione posita est, chordæ omnes, quas proposita series nobis exhibet, aliquo modo consonæ sint oportebit. Etenim singulæ non multum absunt a ratione æqualitatis, sive ut ajunt,

ab.

ab *aquifonantia*, quæ perfectissima consonantia est. Quid igitur causæ esse poterit, cur non eas omnes Musica recipiat? Intellego satis remotam esse rationem 15: 16, item 16: 30. Igitur secunda minor, & major septima chordarum omnium erunt minime consonæ. Recte igitur rejicientur reliquæ remotiores, quæ subsequuntur. Contra vero propinquiores, & ad perfectam æqualitatis rationem magis magisque accedentes cur non erunt admittendæ? Vel minimum suavitatis gradum habeat ratio 15: 16. Aliquem tamen habet. Cur 14: 15, cur 13: 14 ne dum suavitate non præstant, sed nullam habent? Aliquid etiam injicit admirationis ordo ille intermissionis. Cur dimensiones sex inter geminas secundas minorem, & majorem rejiciuntur? Cur binæ inter secundam majorem & tertiam minorem? Cur deinde voces consonæ sex continenter positæ sunt? Ordo tamen intermissionis prætermitti potest. Intermissionis ipsius certe a Philosopho causa requirenda est.

V. Hæc sunt fere, quæ objici possunt; quæ tamen judicè me facile omnia solvuntur. Ac primum intermissionis idoneam causam sciscitantibus nedum ego idoneam & probabilem, sed necessariam reddi posse puto. Chordæ musicæ in serie, quæ proposita est, eam nobis rationem exhibent, quam singulæ habent ad basim. Contra in cantu quolibet chordæ singulæ cum singulis comparentur necesse est. Id enim postulat cantus forma varia, & multiplex. Cantus enim vocibus iisdem, tamquam coloribus variis mutuo permiscendis effingitur. Dico igitur recipi a Musica chordas eas, quæ quoquo modo permisceantur, fere semper rationes easdem inter se referunt, quas habebant cum basi, atque adeo ab optimis rationibus vel nihil omnino, vel paullo admodum discedunt: rejici cæteras, quas sæpius, ac longius abscedere necesse est. Id revera fieri, neque a me defensionis, aut effugii cuiusquam gratia confingi ex iis, quæ deinceps dicturus sum, perspicuum fiet, & præsertim tertio capite. Nunc vero, qui legerint, veri quodam indicio contentos esse velim, quod statim addo. Dimensionum duodecim, quibus, cæteris reje-ctis, Musica utitur, prima conferatur cum secunda, tertia cum quarta, cæteræ eodem modo; itaque ex chordis duodecim paria sex conficiantur. Ea paria singula eandem rationem habent 15: 16, eam scilicet, quam prima chorda, seu basis habet ad secundam minorem. Hoc quasi communi vinculo

culo chordæ, quas Musica recipit, continentur. Solutæ sunt reliquæ omnes, quæ rejiciuntur. Cæterum ego nihil dubito, chordas omnes, quæ in proposita serie positæ sunt, si cum chorda graviore, quæ basis communis est, unice comparentur, & jucundas auditu esse debere, & eum profus obtinere suavitatis gradum, quem locus seu ratio cujuslibet postulat ex ordine. Una obest inveterata, & constantissima aurium consuetudo, quibus, voces ex, peregrinæ omnino, & plane incognitæ videantur necesse est. Optimi hujusce rei testes nobis esse possunt Philosophi, iidemque Musici clarissimi, qui experimento habito, secundam minorem non 15: 16, sed ratione proxima 14: 15, vel etiam 10: 11 definierunt. Nunquam id decrevissent, nisi ex iisdem rationibus aliquid suavitatis percipere essent rati, idque illis satis constare visum esset: atque hoc loco haud mihi prætereundum esse censeo Francisci Nigetti argumentum, quod olim a multis, immo ab omnibus fere invictum habitum est. Dissentiebat is a Galilæi sententia aurium voluptatem, ut nos facimus, chordarum rationibus dimetientis, & sextæ minoris exemplo usus, quærebat, qui fieri possit, ut ratio 5: 8, sexta scilicet minor, jucunda esset auditu; injucunda ac plane ingrata 6: 7, quæ jucundior esse oporteret. Hærebant passim omnes. Fuerunt tamen, qui responderent residuum sextæ minoris ad octavam, rationem scilicet 8: 10, seu 4: 5 referre tertiam majorem; contra residuum rationis 6: 7, rationem scilicet 7: 12, plane chordam nullam referre, quæ in scala reperiatur. Hi quidem rem acu tetigerant. Responsio tamen exilis, & infirmior habita est, quæ modo absoluta & plane cumulata videatur necesse est. Ex dictis enim patet, dimensionem eam, nedum cum octava, sed cum cæteris chordis singulis conferendam esse: quod si fiat, multimodis, & durius semper fore ut discrepet; idem vero contingere oportere in dimensionibus omnibus, quæ locum habent in serie musica, usu tamen non sunt receptæ.

VI. Tertium superest investigandum, quamnam scilicet ad curvam tota ea series pertineat. Chordarum omnium æque a medio distantium, quam deprehendimus, æquatio hyperbolam innuit. Quærat igitur media proportionalis Oy (*Fig. I.*) inter longitudinem quamlibet ejusque dimidium, scilicet inter binas chordas extremas ogdoadis, eaque lineâ tamquam recto latere describatur hyperbola.

YY si pro termino quolibet, quos series exhibet, abscissam æqualem sumpseris super asymptoto AB, (Fig. II.) in ordinata, quæ respondet, habebis terminum æque a medio distantem in eadem serie. Itaque si abscissæ AB, AC, AD, AE, AF, AG, referunt chordas musicas *Ut* gravem, *Re*, *Re*, *Mi*, *Mi*, *Fa*, ordinatæ OG, OF, OE, OD, OC, OB referent sex reliquas *Sol*, *La*, *La*, *Si*, *Si*, *Ut* acutam. Habebitur igitur hoc loco ogdoas media, quam supra atque infra alix similes innumeræ ogdoades consequentur acutiores, & graviores. Ogdoas, inquam, habebitur, quod chordis duodecim eodem tempore uti non solemus; sed tantum octo: duarum enim chordarum, quæ idem nomen geminant, altera alteram rejicit. Nos vero oculos ad descriptam hyperbolam referamus. Sint ordinatæ in altera asymptoto *Ut* a, *Si* O, *Si* O, *La* O, *La* O, *Sol* O, æquales OB, OC, OD, OE, OF, OG; progrediamur deinde, & describantur ordinatæ O*Fa*, O*Mi*, O*Mi*, O*Re*, O*Re*, O*Ut*, quæ sint æquales abscissis AG, AE, AE, AD, AC, AB. Ita ordinatæ duodecim hoc in loco continenti ordine consequentes chordas musicas omnes exhibent. Finge his positis iterum ordinatas alias undecim describi bb, cc, dd, ee, ff, gg, hh, ii, ll, mm, nn, quarum singulæ dimidium sint ejus ordinatæ superioris, cui loco, & nomine responderint. Statim se se prodet nova chordarum omnium æquatio. Nam si ordinata *Ut* a fiat = 1, erit ordinata bb, *Re*, secunda minor = $\frac{15}{16}$, & ejusdem ogdoadis septima major mm, *Si* = $\frac{9}{15}$; quare chorda superior, & ab ea octava, ejusque dupla *Si* O erit = $\frac{16}{15}$. Binæ igitur chordæ superior, atque inferior, quæ adjacent chordæ *Ut* a erunt $\frac{23}{16}$ & $\frac{16}{15}$, quarum productum = 1. Rursus secunda major cc, *Re*, erit = $\frac{8}{9}$. Itaque ll, *Si*, septima minor = $\frac{9}{16}$. Et chorda superior *Si* O dupla = $\frac{9}{8}$. Jam vero $\frac{9}{8} \times \frac{8}{9} = 1$. Et deinde eodem modo in cæteris. Hanc alteram in chordis musicis æquationem primus animadvertit, dum mecum hæc mea legeret, optimæ spei adolescens Paullus Brambilla Mathesi instructus, & pulchrarum artium, Architecturæ præsertim studiosus. Prima igitur ex ordinatis *Ut* a, sive BO, quælibet scilicet Octava, cum haberi possit = 1, est media proportionalis inter binas chordas seu ordinatas supra.

pra & infra ab ea æque distantes. Igitur si quis hæc omnia, quæ in hyperbola notata sunt, bene perpenderit, nulla dubitatio relinquetur, quin chordæ musicæ ad eam curvam non fortuito quodam casu, sed natura referantur. Quid enim? Num chordæ in hyperbola ita a nobis descriptæ sunt, ut in curvis aliis sexcentis describi possunt? scilicet in singulis, quæ ordinatam aliquam alterius duplam nobis offerant? Sunt enim omnes chordæ inter binos eos terminos collocandæ. Nequaquam a nobis ita sunt descriptæ. Nos ideo in hyperbola musicas chordas invenimus, quod cujusque sive chordæ sive abscissæ, atque ordinatæ eadem conditio est. Primum restangula ex abscissa qualibet & ordinata, quæ respondeat, æquantur inter se, & cum quadrato recti lateris = $\sqrt{\frac{1}{2}}$; et productum idem efficiunt chordæ omnes a medio æque distantes. Secundum abscissa quælibet in hyperbola transferri potest in ordinatam, & contra ordinata quælibet in abscissam, quam vicem facile poterimus observare in abscissa AB, & æquali ordinata Ut O; contra in ordinata BO, & abscissa A Ut; eandemque in chordis musicis omnibus haberi necesse est. In concentu enim chorda quælibet aliquando gravior est, & basis locum habet, aliquando in locum superiorem transferur, & chordæ alteri tamquam basi inservit. Tercio ordinatæ ratio & abscissæ hinc, atque hinc crescit, & decrescit in infinitum, quod idem de vocibus musicis singulis dici potest. Nihil enim infinitæ progressionis obest, nisi humanæ auris vis, & facultas, quæ non eadem est in omnibus; sed ut alii aliis ad canendum aut graviores, aut acutiores voces nacti sumus, ita alii aliis præstamus acutioribus vocibus percipiendis, & secernendis vel gravioribus. Hinc sonus quidam medius, qui instrumentis musicis temperandis certa norma apud omnes in regione qualibet esse posset, magno negotio conquistus est, neque tamen inventus: immo nec inveniri potest. Quarto non ego tandem arbitrato meo in hyperbola aptum locum elegi, quo chorda quælibet posset collocari; sed ibi a nobis singulæ inventæ sunt, ubi eas esse necesse erat ex natura seriei, ad quam pertinent, quæque incrementis harmonica ratione continua proportionalibus constituitur. Procul dubio igitur chordæ musicæ omnes, & tota series ea numerorum, in qua chordæ musicæ nobis occurrunt, ad hyperbolam pertinent.

VII. Neque mirum cuiquam videri debet, seriem numeris constantem idest quantitibus, quæ discretæ appellantur, ad curvam pertinere, quæ linea continua est. Quid enim novi in hac re nobis objicitur? Voces vero musicæ nunquam ulla in serie inveniri possent, nisi ea discretis quantitibus constaret. Harmonia enim, ut demonstratum est, vocibus comparandis conficitur. Series autem continua quantitates omnes etiam minime comparabiles, sive, ut ajunt, irrationales complectitur, quæ a musica ratione omnino abhorreant necesse est. Id ipso fere sensu patet. Nam vocem nullam magis absonam audieris, quam cum nervus fidiculæ motu continuo tenditur, aut remittitur. Ea acerrime discrepat ipsa a se se, & a cæteris omnibus. Quare mea quidem sententia nullo magis idoneo exemplo uti quisquam potest ad legem refellendam, quam ajunt, continuitatis.

Si enim voces consonæ a natura constitutæ sunt, profecto natura eadem saltum edit in earum progressionem. Necesse est enim voces singulas inter se certa quadam dimensione distineri. Dixerit quispiam: Esto: numerorum series quæ proposita est, necessario pertinet ad hyperbolam. Nequaquam necessario ad eam seriem pertinebunt voces musicæ. Quo enim argumento id probari poterit? cum dimensiones chordarum musicarum iis in numeris reperiri casu possit contingere. Numquid mirum est in tanta numerorum multitudine, quotquot series ea complectitur, numeros duodecim reperiri, qui congruant cum dimensionibus musicis? Utrum id mirum sit nec ne, non exquiram. Finge tamen non esse; facilis responsio est. Nam numeri omnes, quotquot seriem eam conficiunt, unam eandemque legem servant, atque ex ordine alius alio ad perfectam æqualitatis rationem propius accedit. Hinc media in serie, & circa axem hyperbolæ ii tandem numeri existunt, qui rationes insigniores referunt, qui inter se minimum discrepant quocumque modo misceantur, atque adeo numeri musici sunt. Igitur aut tota series ea musica appellanda est, aut flosculi cujusquam radicem, caulem, folia, partes reliquas ad eam floris speciem pertinere negandum erit, cujus nomine vocari solent.

Aliquis tandem concesserit, omnia ita plâne se habere ut a nobis traditum est. Tamen novi quidquam prodi & doceri inficiabitur. Idem monebit, chordas quaslibet, & voces, quæ.

quæ chordis eduntur, quantitates esse reciprocas: omnibus autem, qui hyperbolam noverint, notum esse, quantitates reciprocas ad hyperbolam pertinere. Id qui objiceret, aberraret a tota re. Non ego hyperbolam induxi, ut altera in parte chordas, altera in parte voces exhiberem. Id equidem si fecissem, ne dum nihil novi, sed utile omnino nihil præstitissem. Ego chordas cum chordis, & voces cum vocibus contuli, & mutuam eam collationem hyperbolæ ope expressam ne dum Philosophis de Musica agentibus utilem esse iudico, verum etiam necessariam.

CAPUT SECUNDUM

De curva clarissimi viri Rogerii Boscovichii. Utrum pro hyperbola ad definiendas chordas musicas adhiberi possit. Tum de chordis ad exactas dimensiones proxime accedentibus, quæ pro exactis haberi solent.

VIII. **S**ed is locus nondum satis perpurgatus est a me, licet plura, quæ minuta sunt, haud neglexerim. Rogerii Boscovichii curvam obtendit clarissimus Andreas Draghettus, ductum scilicet illum sinuosum, quo vir ingeniosissimus plurimum usus est ad naturæ effectus explicandos. Atque ad eam curvam censet is revocari oportere chordas musicas, non ad hyperbolam. Quod ut evincat, argumento pugnat minime contemnendo. Nititur enim, seu melius dixerim niti, videtur communi hominum sensu. Alii præterea longius provehuntur, atque in re musica omnes numerorum rationes aspernandas esse arbitrantur, quod ineptæ sint ad voluptatem eam efficiendam, quam audientes percipimus. Draghetti argumentum est hujusmodi (a). *Ne dum ordinata maxima, sed chorda etiam, quæ maxima ordinata utriusque adjacent* (ita loquitur, cum præ oculis habeat Boscovichii

(a) Della legge di continuità nella Scala Musica. Replica. In Milano 1772, appresso Giuseppe Galeazzi. pag. 74. Un vero senso di piacere nasce eziandio dalle corde quinci, e quindi adjacenti alla ordinata massima, pag. 76. Imperciocchè se le ordinate rappresentano la energia del piacere ne' tuoni, siccome la ordinata massima ne segna l' affezione massima, e le ordinate minori ne mostrano le affezioni minori, forz' è

chii curvam, ac si ordinata, quæ maxima est in quolibet arcu, exactam chordæ alicujus longitudinem exhibeat) *voluptatis vero sensu nos afficiunt*. Non igitur erunt in dimensionibus musicis numerandæ ex duodecim dumtaxat, quæ a me certis numeris exhibentur, quasque suis locis in hyperbola collocatas deprehendimus, sed aliæ plures hinc atque hinc erunt admittendæ, quarum aliæ aliis erunt eo jucundiores, quo ad eas ipsas accedant propius. Cæteri, qui aperte numeros omnes rejiciunt, hac ferme oratione uti solent. Quid attinet rei corporeæ causam in incorporea quærere? Corpoream esse voluptatem, quam voces consonæ pariant, ignorat nemo: aurium enim sensu recipitur. In motu igitur corporis, non in animi cogitatione ejus causa quærenda est. Fac consonantiam nihil esse præterea, quam vocis ad vocem, quasi numeri ad numerum, rationem. Quomodo abs ea ratione, quæ non nisi intellectu potest percipi, ut ipse fateris, immo & recte probas, sensus voluptas aliqua, atque adeo corporea, ut diximus, inferri, & duci poterit? Quid afferes in medium? Quam viam invenies, ut tu te explices, cum a genere in genus transeundum tibi sit? Sed omnis de re hac disputatio, inquit, inanis est. Si numerorum ratio in cantu voluptatem gigneret, nemini octava, nemini quinta placeret, cui ante exploratum non esset eam dupla, hanc sesquialtera ratione contineri. Ratio enim te non afficit, nisi rationem intellexeris. Voces autem musicæ placent, licet earumdem rationes ignotæ sint. Ipsi Philosophi de Musica differentes, clarissimi, & maximi rationum patroni, non eas in vocibus consonis, sed in chordarum dimensionibus, quæ voces easdem edunt, deprehenderunt, cum in causam voluptatis inquirerent, quam voluptatem ante cum cæteris hominibus percipiebant, atque adeo a pueris bene cognitam habebant. Hæc sunt, quæ mihi objiciuntur, aut possunt objici. Videamus utrum removeri possint; atque a novissimis ordiamur.

IX. Ego quidem voluptatis causam, de qua dissero, in vocibus ipsis, quæ voluptatem efficiunt, quærendam mihi statui. His enim inesse oportet. Sed duplex voluptatis genus in consonis vocibus distinguendum est. Alterum corporis sentientis est. Nam vox quælibet, eaque potissimum, quæ sit æquabilis, & certum acuminis gradum servet, leni motu auditus organum afficit; unde grata, & jucunda sensatio in ani-

animo existat necesse est. Sed voluptati huic corporeæ (recte enim ad corpus refertur, quamquam in animo perficiatur) voluptas alia absimilis, & multo nobilior adjicitur, cum voces geminæ, quæ tempore eodem aurem percellunt, probabilem inter se rationem habent. Hoc genus est alterum voluptatis, quod utique ad animum intelligentem referendum est, cum animi sit, ut diximus, rem cum re comparare, & quæ consentiunt ab iis, quæ dissentiunt, internoscere. Prioris igitur voluptatis causa recte quæritur in sensorii motu; alterius vero nonnisi in animo poterit deprehendi. Facile quidem nobilior cum ignobiliori sermone confunditur, propterea quod rationes, quas animo percipimus, vocibus insunt, quas corporeo auditu sensu accipimus. Sed altera plane ab altera natura sejuncta est. Quin eadem hæc voluptas, nobilior scilicet, non alia, proprio nomine Musica appellanda est. Hujus unius gratia cantus a clamore discernitur. Hujus gratia hominum vox avicularum vocibus certe mollissimis, & suavissimis præstat. Hanc si demas, *Diaphonia*, quæ nos in admirationem rapit, intolerabili strepitu aures obtunderet. Quis enim ferre posset voces plurimas, ac varias uno tempore personantes, nisi eadem apta ratione discriminarentur, ac congruerent? Sed adversantes illud urgere pergunt. Neminem ratio afficere potest, nisi cognita sit. Nos autem octava, quinta, reliquarum chordarum sono delectamur, quin dimensionem, & rationem, quam ex ad basim habent, ita cognitam habeamus, ut verbo exponere possimus, quænam ea sit, quibusque numeris exhiberi possit. Verum id quid refert? Num uno tantum modo potest animo innotescere rationem aliam alia esse perfectiorem, eo scilicet, quo numeros tenemus? Mihi quidem non videtur. Quotus quisque leges, & dimensiones hoc modo tenet, quæ in ædificiis construendis ab optimis descriptoribus servari solent? Iis tamen dimensionibus omnes delectamur, ii etiam, qui Architecturæ nunquam studuimus. Alio igitur modo a magistris, & verbo; alio a natura & experimento, rationum notitia imbuimur. Atque hoc in corporibus solidis, quæ lineis curvis terminantur, atque adeo in omni curvarum genere, quam in rectis mirabilius est, quamquam utrobique verum est. Ratio in continuo curvarum flexu nunquam eadem est plane: mutatur in puncta singula. Modus unus rationis, quædam

dam scilicet rationis ratio, manet. Ejusdem vero constantia in reliquarum omnium dimensionum inconstantia singuli delectamur. Hinc circulus, hinc ellipsis, hinc parabola, hinc fere cæteræ omnes curvæ, simul atque adspexerimus, placent, neque magis Mathematicis, quam cuique hominum e vulgo. Quin Mathematicis ipsis non omnium curvarum natura, illa scilicet æquatio constans, qua pulchræ efficiuntur, nota est. Quantam harum varietatem nobis afferunt flores, sive in toto flore, sive in foliis singulis? Omnes formosæ sunt, venustæ, elegantes. Non enim suavitate colorum tantum, verum etiam figuræ elegantia flores pulchri sunt. Sua etiam cuique flori species est ab cæterorum specie dissimilis, prout uniuscujusque dimensiones variæ ad unam legem aliquam rediguntur. In hac lege pulchritudinis forma sita est, quod præ cæteris optime demonstravit clarissimus Gerdilius (a). Eam igitur omnes homines aliquo modo noscant necesse est. Neque enim ea delectarentur, si nullo modo noscerent, Mathematicorum tamen nemo nos docet. Clarissimus ille auctor ipse florum Geometricorum Grandius, etsi acerrimi ingenii vi obniteretur, plerasque non evolveret. Sed ab oculis ad aures revertamur. Ne dum in cantu graviore voces cum acutioribus, sed breviores etiam cum longioribus conferuntur. Oportet enim cantum æquabiliter fluere certa quadam divisione, & distributione temporis; atque ex ea conditione haud minima voluptatis musicæ pars pendet. Quæro igitur hoc loco vicissim, quo modo se se explicent rationum omnium in re musica oppugnatores? Graviorum proportio vocum ad acutas res erat obscurior. Itaque ad certos numeros redigi haud potuit a Musicis, antequam Philosophi vocum ipsarum dimensionem a dimensione chordarum inferrent. Sed proportio vocum breviorum ad longiores in vocibus ipsis apertissima est. Itaque vel leviter eruditi legitimum cantus motum manus plausu commode significant. Temporis distributio utrum duplex, an triplex sit, vident; & voluptatem, quæ inde consequatur, norunt. Non enim ex qualibet distributione eadem

vo-

(a) Dimostrazione che vi ha nell'Uomo un naturale criterio di approvazione, e di biasimo, riguardante l'intrinseca Morale differenza del giusto, e dell'ingiusto, il quale unitamente alla nozione dell'ordine, e del bello nasce dalla facoltà dell'Uomo di conoscere il vero. In Torino MDCCLV. nella Stamperia Reale.

voluptas consequitur. Sed sua cuique temporis distributioni, tum tardiori, aut celeriori motus progressionis voluptatis quædam forma est certa, & propria. Uno verbo eruditis omnibus hac in re plane constat, tum sensus experientia, tum animi animadversione perspicua, atque illustri, quæ cujusque effectus causa sit. Quid igitur de cæteris dicendum erit, qui sint rudes? Nisi rationes temporis, sive, ut ajunt, rythmi genera ii etiam aliquo modo noscerent, voluptate frui haud possent, quæ inde consequitur. Nam ab effectu causa sejungi nequit. Fruuntur autem, quod constat. Nihil enim tam insigni mutatione cantilenæ formam vitiat, sive ad aliam formam transfert, quam varietas in temporis fluxu, atque ordine. Quod si quis negaret, certissimo eodemque facillimo experimento probabitur, quoties mutata ratione temporis, vocibus vero iisdem, & vocum mutua servata distantia cantus idem iterabitur. Rythmum enim immutari æque sentient, tum qui sint eruditi, tum qui sint rudes omnino. Rudes igitur rationem temporis, & rythmi genera aliquo modo noscunt, idque certum est. Non autem noscunt eo ipso modo, quo eruditi; si enim percuncteris, nesciunt aliud rythmi genus duplex esse, aliud triplex. Si admonueris, deinde iterum percuncteris de hac, aut de illa cantionis formula, iterum se ignorare confirmabunt, aut si fidentius responderint, sæpe triplicem dicent eum cantum, qui dupla fuit temporis ratione; duplum qui triplici; quamquam cæteris ea res ita aperta sit, & patens, ut diximus. Ad me igitur quod attinet, satisfecisse puto oppugnatoribus rationum omnium, neque amplius fore quemquam, qui mihi jure objiciat, haud posse hominem ratione affici, nisi rationem agnoverit. Vero cum iis etiam mirum videatur aliquid me ab intellectu arcessere, quod aurium augeat voluptatem, diligenter quæso hoc loco ipsi considerent, nihil magis remotum a corpore, nihil ab omni sensu magis alienum, & sejunctum excogitari a nobis aut singi posse, quam tempus, & temporis mensuram, ordinem, æquabilitatem. Tum illud me doceant quonam modo & æquabilitas temporis, & percussionum ordo, & ordinis ejusdem constantia (quæ singula non nisi animi intelligentis vi, & comminiscencia percipi, ac retineri possunt) tanti esse possint in cantu, quanti esse constat, si ad eam voluptatem augendam, & perficiendam, quam aurium sensu accipimus, nihil

ab intellectu incorporeo, & simplici manat, aut potest manare. Censeo equidem nihil habituros esse acutissimos homines, quo se expediant. Fateantur igitur tandem, posse nos consonantium vocum rationibus delectari, antequam dimensiones a Philosophis doceremur. Philosophi in multis hærent; sed natura docente nihil unquam magis reconditum est, quam esse oporteat. Fateantur, conferre nos animo acutas voces cum gravibus, longiores cum brevioribus; quod quidem, de rythmi natura si loquamur, ita evidens est, ut nihil magis. Partes enim temporis nunquam consistunt; nunquam ut simul adsint potest fieri. Quare voces omnes non in sensorio sonantes, sed postquam transierint, & nusquam adsunt nisi memori in animo, metiamur oportet. Dedant denique sese; ne amplius nodum in scirpo quærant; neve committant, ut nimium intelligentes nihil videantur intelligere. Quoties enim mirantur, octavæ, & quintæ rationem, & vim agnoscere, eaque delectari homines, qui rationes easdem duplicem, & sesqui-alteram, vel de nomine appellare nesciunt, toties ostendunt, nunquam se in vita animadvertisse, si quis de via lapides manu sustulerit, facile eum posse pondus conferre cum pondere, & judicare utrum æqualia sint, an alterum altero levius, idque plus, minusve, quin sit necesse ut idem ille pondus utrumque referat ad normam lancis, & libras, & uncias numeret. Hoc eodem modo nos a natura instituti voces musicas inter se conferimus, quin acumen earum, & productionem aut ad similes linearum magnitudines, aut ad numeros revocare possimus, si quis petat.

X. Unum etiam addam, ut plane hac in re quid ego cogitem aperiam. Ego suspicor aurium organum sive necessario quodam motu, sive etiam jussu voluntatis, consonis vocibus excipiendis aptari, intendi scilicet, ac remitti, atque adeo ad eam hyperbolam conformari, ad quam voces pertinent, quæ concinunt. Hoc idem de vocis organo ferme certum esse censeo, atque hinc conjicio. Ubi quis canere inceperit, voces singulas, quæ ad eum modum pertinent, ex quo cantus ortum habet, facillime percurrit. Contra vocem quamlibet, quæ ab eo modo aliena sit, non nisi vi quadam, & diligentia potest effingere. Tamen ea vox ipsa perfacile deinde effingitur, statim ac cantus transierit ad eum modum, cujus ea propria est. Tum vero vicissim difficilior fit, quæ in primo modo.

modo erat facilis, nisi utrique modo sit communis. Non igitur idem organi status est, qui ante fuerat, sed tensione, aut dimensione mutata, chordæ vocales in glottide iis potissimum vocibus edendis, quæ edendæ sunt, factæ sunt aptiores. Similis mutatio ad voces easdem perfectius excipiendas, nisi me conjectura fallit, in auditus organo contingat necesse est. Conjectura, qua ducor, non levis est. Oportet enim similibus legibus perfecta esse organa, quorum alterum in altero rationem habet propositam. Sed multo gravior visa est, cum motus ejusmodi reperirem clarissimorum anatomicorum diligentia detectos fuisse in admirabili oculorum machinamento; cujus tenuissimæ partes tum dilatari, tum constringi solent, nedum ex majori, aut minori luminis copia, quo perfunduntur, sed etiam ex animi attentione, qua nobis spectanda esse censemus ea, quæ minuta sunt, aut quæ diffusa, ut eorum imaginem integram assequamur. Nihil est autem facilius, ac magis propensum, quam ut hæc eadem motus causæ, attentio scilicet, & cupiditas animi, ab oculis ad aures transferendæ videantur, ubi primo appulsu vocum consonantium ad audiendum excitamur, atque allicimur. Forte qui hæc ita a me exposita legerint, censebunt idoneam a me ipso causam suppeditari adversantibus, qua voces consonæ nobis placeant, quin voluptas ea ab animo, ejusque vi intelligendi repetenda sit. Dicent enim nihil mirum esse, si injucundæ aut tu sint voces ex, quæ semper organum offendunt paratissimum, & sibi congruens optime. Tamen si quis tacitus id mihi putat posse objici, is, quæso, aliquanto diligentius rem perpendat. Facile intelliget, hujusmodi motibus organi corpori, si vere fiant, posse nos quidem tribuere vocum singularium voluptatem, seu voluptatis ejusdem augmentum aliquod; eosdem vero motus nihil omnino habere ponderis ad voluptatem eam explicandam, quam voces binæ, aut plures efficiunt, quæque, ut sæpe diximus, in comparatione posita est. Quare si sensorii partes, siue necessario, siue voluntario, siue mixto motu, iis motibus excipiendis, qui comparandi sunt, aptantur (qua de re suspicionem ego meam protuli) hinc potius pondus haud mediocre accedat oportet sententiæ, quam defendo. Apparet enim quam diligenter natura prospexerit, ut musicarum vocum rationes tum perfectius, tum facilius animo exhibeantur.

XI. Venio nunc ad chordas, quæ aliquanto differunt ab exactis, facile tamen tolerantur; siue etiam, si parum admodum differant, pro exactis solent haberi. Factum nemo inficiatur. Quin fateamur necesse est, nullam nos musicam habituros esse, si vel minima in vocibus consonis discrepantia minime toleranda videretur. In instrumentis enim, quæ carent regulis, velut in *fidicula*, nullo modo potest fieri, ut aut semper, aut sæpius eo individuo in puncto manus nervum premat, quo certissimæ habentur chordarum musicarum longitudo. Nullum tamen musicæ genus inventum est hoc perfectius, quodque propius accedat ad humanæ vocis suavitatem. Constat igitur, chordas minime exactas pro exactis haberi posse, & solere. Constat, homines vulgo iis iisdem delectari, neque tantum rudes, ac imperitos, sed eos etiam, quorum sunt aures teretes, atque eo in genere maxime exercitatæ. Jam vero si ita res se habet, si id omnium hominum experientia certum est, quo modo nos effectus cum causa consentire demonstrabimus? Voluptatem omnem, quæ musici cantus propria est, in definitis vocum dimensionibus, & mutuis earum rationibus collocavimus. Cur igitur placent voces quum abs rationibus iis discesserint? Plus minusve discesserint nihil refert. Nusquam ea ratio est, qua placebant. Continuo injucundæ fiant necesse est. Quin haud momenti parum ad hanc ipsam consecutionem confirmandam afferre posset illa mobilis, atque artificiosa auriculæ structura, de qua dicebam. Opere enim plane supervacaneo vocum rationibus excipiendis servandisque tanta diligentia natura prospexisset, nisi levissima quæque rationis immutatio maxime officeret. Hic ego tuam, Draghette, sententiam a me recordari, & a legentibus tamquam optimo in lumine collocatam considerari oportere censeo. Nullo alio loco verisimilius cuiquam videbitur, modico, ac definito quodam numero chordas musicas haud contineri posse. Contra eas esse debere innumerabiles, meliores alias, alias deteriores juxta legem continuitatis. Omnes denique ad Boscovichii curvam revocandas esse, non ad hyperbolam. Puto tamen abunde mihi suppetere quo cuique ita opinantium satisfacia m, ac tibi, vir clarissime, cui maxime cupio, ante alios; quod me consecutum esse arbitrabor, si ostendero posse chordas, quæ cordæ exactæ adjacent, placere audienti, quin præstitutus ille numerus chordarum duodecim sit augendus. Chordæ.

dæ inexactæ omnes eo tolerabiliores in concentu solent esse, quo exactis videntur similiores. Tum vero tandem placent, cum ab exactis nihil fere a nobis distingui possunt, aut omnino nihil. Id hominum omnium consensu, atque experimento plane constat. Inexactæ voces igitur in concentu alieno semper officio funguntur, nunquam suo. Jam vero si ita se res habet, cur in legitimo, & necessario chordarum musicarum numero habendæ erunt chordæ inexactæ, quæ nisi nos fallerent, & semper, & ab omnibus rejicerentur? Num Philosophum a vero, quod agnoverit, oportet desciscere, quod ipse cum cæteris allucinatus est, antequam rem diligentius perpenderit? Sed utar simili quodam ad rem hanc illustrandam aptissimo. Mihi certo spatio interposito occurrit ignotus homo, vel etiam inimicus. Statura, incessu, habitu, ornatu decipior. Opinor amicum meum ad me accedere: lætor, & gestio. Num is subito, quisquis ille fuerit, in meorum necessariorum numero accensitus diceretur? Qua de causa? Quia non noveram prospicientem me lætitia affecit. Forte iram renovasset, si novissem. Ita inexactæ chordæ haud quæquam exactis erunt adnumerandæ, licet nos sæpe in concentu vicinitate, & similitudine deceperint, ac delectarint.

XII. At inquirunt: ratio in individuo posita est. Quidquid addideris, vel detraxeris, non eadem amplius ratio est. Concedendum id quidem, si de rationis forma loquamur, quæ animo inhæret, & quasi intellectus oculo cernitur; de corporea re qualibet, aut sensuum affectionibus quibuscumque, quæ ad rationem eam referantur, omnino negandum est. Adhuc enim ad eam ipsam referri poterunt, & erunt referendæ, donec in comparatione dissimilis rationis aliqua forma nitidior appareat. Quod nunquam continget, nisi ubi additio, aut subtractio magna fuerit, & plane conspicua. Non igitur consonantiæ cujusque ratio mutabitur, si voces ipsæ in quibus ea ratio nobis objicitur, levissima aliqua sui parte mutatæ sint. Neque oportet nos cavillantium more Philosophorum abuti doctrina rerum, quæ nullo certo fine minui, augeturque possunt partibus semper tenuioribus. Hoc ex fonte sophismata plurima, eaque maxime insignia promanarunt. Hinc igitur discedamus. Quod si rem placet investigari diligentius, & subtilius, alia incedamus via, quæ sit commodior, neque ambage perpetua implicitos frustra nos fatiget. Facti conditio gemina est.

est. Chordæ enim cujusque inæqualitas ab exacta aut erit ita magna, ut vocis ejus discrepantia, licet tolerari possit, tamen certa sit, & patens; aut ita parva erit, ut aures etiam teretes, & religiosæ nullum in voce vitium deprehendant. Sit primum inæqualitas magna. Ea si ferri potest, accedat oportet ad exactam, cujus officio fungitur. Ejus igitur recordationem in audientium memoria excitet necesse est; eaque res medebitur malo. Nemo enim Philosophorum ignorat, sensationis cujusque recordationem non nisi renovata sensatione posse fieri. Inexactæ igitur sensationis asperitatem, quam quisque auribus accipit, jucundissimæ exactæ suavitas, quam mente, & *phantasia* recordatur, perfundet, atque obruet. Quid hac re nobis novum, quid difficile objicitur? Sed perscrutatione severiori philosophemur. Chordæ binæ eodem tempore absolvant, gravis vibrationes 100; acuta 200: ex nobis offerunt perfectæ octavæ formam, rationem scilicet maxime simplicem 1 : 2, quæ uno tantum gradu distat ab omnimoda æqualitate. Ratio facillime percipitur. Placet igitur in primis, atque adeo memoriæ statim inhæreat necesse est. Absolvant rursus gravis vibrationes 100; acuta 201. Ex nobis rationem offerent ab æqualitate remotissimam, cum numeri duo 100, & 201 ratione servata, quam habent inter se, nequaquam ad minores redigi possint. Forma igitur rationis hujusmodi admodum obscura, & incerta nobis erit. Difficile admodum percipi poterit, tum memoria retineri, forte etiam nullo modo. Ea tamen ratio satis facile una vibratione centesima neglecta, perfectæ, atque integerrimæ octavæ memoriæ renovabit, suavissimæ scilicet rationis, & maxime perspicuæ. In concentu igitur chorda crescens, atque inexacta exactæ, quæ propinqua est, officio satis commode fungi poterit, idque communiter dicendum erit de chordis singulis dissonis, quæ consonis adjacent, donec discrepantia eo creverit, ut voces plane absurdæ sint, atque ab auribus omnino respuantur. Chordarum omnium rationes inexactæ exactæ memoriæ, quæ propinqua sit, excitabunt, ut fere verba solent corrupta atque inusitata, quæ casu excidunt abs loquentis ore, usitata vero, atque integra revocant in memoriæ audientis. Itaque loquentis sententia recte completur, quæ iis omissis nulla esset. Atque hoc loco operæ pretium est animadvertere, non omnes proorsus homines eodem modo affici debere, dum duplex audien-

dientibus perceptio obversari necesse sit, dissonæ scilicet vocis, & consonæ. Contra fore, ut alii plus molestiæ, alii plus voluptatis inde capiant, pro ut quisque audiens, seu vocem diligentius attenderit, quæ consona est, & recordatione objicitur, seu dissonam, quæ præsens auribus insonat. Libera enim sunt cogitationes hominum, atque eo quisque animo converti potest, quo voluntas jubet. Is qui facile indulgeat, qui judicii severitate non admodum repugnet, vel ex concentu imperfecto satis suavitatis colligere poterit. Eum etiam citharoedum aliqua dignum laude judicabit. Contra, qui acrior erit, qui singula quæque vitia acutioribus auribus aucupabitur, is & cantum, & canentes minime ferendos existimabit. Nihil eo concentu longius, atque odiosius sibi clamabit fuisse. Homines ita dissentientes de cithara eadem, vel concentu neminem fere nostrum esse autumo, qui non audiverit. Id vero quo modo contingeret nisi dissonantium vocum asperitatem bene canentium memoria comitaretur, eamque dulcedine aliqua adaspergeret, & dubium faceret?

XIII. Venio nunc ad partem alteram, sitque chordæ inæqualitas adeo parva, ut nemo eam animadvertat. Ergo discrepantia hujusmodi adeo exigua, qua nemo dolet, quam nemo sentit, obturbabit, obtundet, vitiabit perfectæ rationis perceptionem, qua delectamur. Quomodo? Num ea officiet vocibus comparandis? Sed ut officiat sensu percipi, atque animadverti necesse est. Posuimus autem, eam esse ita exiguam, ut nemo animadvertat. Non officiet igitur. Animus itaque propria intelligendi vi adhuc voces comparabit, seu forte melius dixerim vocum sensationes, quas auribus recipit, in iisque octavæ, quintæ, quartæ, cæterarum chordarum absolutas rationes deprehendet, seu deprehendere, ac conspiciere sibi videbitur. Integro igitur earumdem effectu perfrueatur, licet chordarum altera major, minorve sit, quam esse debeat, cum pars ea, qua major, vel minor est, quamquam nulla omnino haud dici possit, nulla tamen sit habenda. Atque ita omnes plane difficultates puto me diluisse. Quid vero si illud adjiciam, quotiescumque vox integra, atque exacta plane communi omnium judicio habeatur, eam non videri solum, sed vere esse integram, quidquid fuerit de exacta, vel non exacta chordæ longitudine, quæ eam vocem edit? Suspicio autem optime id posse dici. Primum enim
haud

haud constat oscillationum numeros, quæ dato quoque tempore absolvuntur, augeri, ac minui, aucta, vel imminuta chordæ particula quantumlibet tenuissima. Deinde etiam si chorda quocumque modo aucta, vel imminuta oscillationes auferentur, & minuerentur, adhuc superesset dubitandum, utrum exigua illa incrementa, & decrementa vocum prope ad infinitam parvitatem accedentia, ac sæpius corrupendis, quam perficiendis rationibus aptiora auditus organo possint recipi, nisi forte quadam adhibita correctione, cum obsit organi ipsius ratio sese ad hyperbolam semper conformantis. Hæc incerta sunt omnia. Vis enim auctæ causæ non semper omnis in effectum transit. Ea sæpe effectum suo plane caret, nisi sit valentior; quod facile demonstrari a me posse puto, quin a re musica discedamus. Fistulæ, quæ vento inflante sonant, aucto spiritu vocem edunt octavam ab ea voce, quæ cujusque longitudinis propria est. Ut autem vox mutetur oportet spiritum augeri certo quodam gradu, ad quem si multum accesseris, neque tamen attingas, splendor vocis obfuscatur, & tonus incertus est; si attigeris, vox illico transilit interpositos tonos omnes, atque ad superiorem transfertur. Jam vero si ab eo gradu vis aucti spiritus absit aliquanto magis, nihil efficit omnino. Fistula suum servat tonum. Soni quidem natura, qui ope fistularum inæqualium haberi solet, densissimis adhuc tenebris obsita est. Neque ego putaverim explicare me posse, cur aucto ad eum gradum spiritu oscillationum numeri duplicentur. Allato tamen experimento constat, quod ad rem præsentem facit, non omni spiritus augmento voces mutari. Patet obicem aliquem interponi, quem nisi vis aucti spiritus vicerit, nihil agit. Oportet etiam obicem graviorem esse in tubis longioribus. Nam in brevioribus vel minimo spiritus augmento octavæ superiores haberi solent; in longioribus non item. Simili igitur modo ego fieri puto, ut chordarum oscillationes non semper auferantur, & minuantur, aucta, & dempta qualibet dimensionis particula, quantumvis tenuissima. Quod si fiat, exigua ejus particulæ, quæ chordæ addita, aut dempta sit, nulla ratio habenda erit: sed tandem e diverticulo in viam redeamus. Ego quæ mihi in mentem veniebant, neque abs re prorsus aliena videbantur, candide aperui. Nolo tamen suspicionibus defensionem niti meam. Mihi sufficit vocibus comparandis nil posse officere differentiam, vel ita parvam, ut
sensu

sensu minime percipiatur, vel ita magnam, ut facile tamen tolerari possit, eique memoriæ vis medicinam adhibeat. Quod utrumque cum satis superque declaraverim, tandem constat, chordas omnes, quæ ad exactas proxime accedant, pro exactis haberi posse, & debere, neque tamen hinc consequi chordarum duodecim numerum augeri oportere; ita ut chordæ innumeræ habeantur, quæ legi continuitatis queant subjici. Hæc plane comperta sunt. Quare censeo, neminem amplius de curva Boscovichii cogitaturum. Ea enim hac una de causa inducebatur, ut chordæ ad legem continuitatis redigerentur. Meum tamen non est rem inchoatam relinquere. Præstat eo adducere, ut dubitationes omnes vel levissimæ de medio tollantur, præsertim cum paucis tolli possint.

XIV. Sit igitur curva $B N P R E$ (*Fig. III.*) atque in singulis arcibus ordinata maxima $N M$, $R Q$, exactam unius chordæ musicæ longitudinem (ut jam innuimus) exhibeat. Exhibendis chordis duodecim arcus duodecim positivi, ut ajunt, necessario requiruntur; quibus negativi totidem interpositi adjicientur ex natura curvæ ipsius. Hisce positis, primum quæro, qua ratione unius cujusque ordinatæ maximæ longitudo definiatur? Cum enim propositæ curvæ æquationem cognitam nullam habeamus, arcus, ut cuique libuerit, ampliores, vel contractiores describi poterunt. Quomodo itaque constabit, ordinatam maximam in singulis exactam chordæ unius longitudinem exprimere? Secundum chordæ binæ minime exactæ, quæ exactis utrinque adjacent, inæquales esse necesse est. Oportet enim alteram justo majorem, alteram minorem justo fieri. In proposita vero curva ordinatæ maximæ, quæ chordam exhibet exactam, binæ adjacent ordinatæ æquales; & utraque minor est. Tertio ubi curva axem interfecat, ordinata nulla est. Sed hoc chordarum musicarum naturæ repugnat. Cum enim octava quælibet alterius octavæ subdupla sit, possunt chordæ musicæ in infinitum decrescere; ad nihilum redigi non possunt. Quarto. Inter nihil, & datam quamlibet quantitatem, puta ordinatam maximam arcus cujuscumque, magnitudines omnes sive omnium magnitudinum rationes interjacere necesse est. Arcus unus igitur; immo unius arcus dimidium chordis omnibus exprimendis sufficiet. Cætera omnia erunt plane supervacanea, cum nihil amplius præstent. Quinto tandem nihil in musica reperiri, aut fingi potest, quod ad negativos

T. VII. X arcus,

arcus, & eorum negativas ordinatas referatur. Quid enim? Num chordæ binæ omnino similes atque æquales existere poterunt, quarum altera maxime dissona, ut in duplici quoque arcu positivo, & negativo ordinatæ binæ æquales describuntur? Non equidem. Voluptas ea, quæ ex chordarum comparatione gignitur, & earumdem rationem consequitur, plus, minus recedentem a perfectâ æqualitate, cum ad nihilum venerit, nequaquam ultro potest progredi. Nulla enim discrepantia asperior erit unquam, quam ubi comparationis ineundæ facultas nulla sit. Jam vero voluptate hujusmodi omiſſa, quæ concentus musici maxime propria est, voluptas altera superest, quam ex sono singulari cujusque chordæ percipimus. Hæc autem semper eadem est, neque mutatur. Quo igitur indicio nobis erit vicissitudo illa arcus cujuslibet positivi, & negativi? Vidimus propositæ curvæ ordinatas chordis musicis exhibendis ineptas esse. Sed quacumque in curva recte monet nos clarissimus Draghettus (alloquens clarissimum Patrem D. Hieronymum Barbadicum in celeberrimo Patavino gymnasio Philosophiæ Doctorem p. 74.) licere ordinatas in abscissas mutari. Videamus igitur utrum abscissis possimus uti commodius. Chordarum omnium longitudines in axe designari poterunt. Poterunt, inquam. Nam in axis productione perpetua abscissa nulla signata est. Poterit autem designari quæcumque libuerit, normam tamen hinc nullam nos habebimus, cum ad abscissas designandas, quæ chordis musicis congruant, ipsæ chordæ norma nobis sint oportet. Hoc primum incommodum est, neque leve; quod tamen tolleretur, si ordinatæ correspondentes, quibus deinde exhibentur voces singulæ, quas edunt ipsæ chordæ, bene, atque ex ordine congruerent. Sed res tota nos fallit. Iterum enim ordinatæ maximæ in singulis arcibus voces duodecim jucundissimas exhibebunt, eas nempe, quæ chordis duodecim exactis progigni solent. Itaque iterum sese nobis offerent incommoda omnia, quæ in chordis notata sunt. Patet igitur, celeberrimi viri Rogerii Boscovichii curvam sive chordis, sive vocibus musicis exhibendis ineptam esse. Plurima in ea supervacanea sunt, congruit nihil; quin possem, si placeret, alia plura persequi diligentius. Sed non libet in tam perspicua rem immorari diutius, ne otio, & litteris abuti videar. Spero tamen omnes, qui legerint, mihi plane assensuros esse, forte eam curvam cæteris in disputationibus Philosophorum aliquando

do utilem fore; certe ab hac nostra de chordis musicis definiendis prorsus esse alienam.

CAPUT TERTIUM

De natura modorum duorum.

XV. **H**Actenus duodecim chordas omnes nullo habito discernimine complexi sumus. Nunc aliæ ab aliis discernendæ sunt, seu quæ majorem modum constituunt, seu quæ minorem. Chordæ ita secretæ arctiori quodam proportionum vinculo colligantur; itaque ludunt inter se collatæ, longe elegantius. Proderit autem uti numeris integris, neque chordas, quæ decrescunt ex ordine, sed contra voces ratione eadem inversa crescentes exhibere. Nam quo chorda brevior fit, eo sonum edit acutiorem, oscillationes scilicet absolvit crebriores pari temporis spatio.

Vocum omnium duodecim si numeris integris exhibeantur, hæc est series:

Ut 120 : *Re* 128 : *Re* 135 :

Mi 144 : *Mi* 150 : *Fa* 160 :

Sol 180 : *La* 192 : *La* 200 :

Si 213 $\frac{2}{3}$: *Si* 225 : *Ut* 240 :

Secretis vocibus hæc modum minorem constituunt.

Ut 120 : *Re* 128 :

Mi 144 : *Fa* 160 : *Sol* 180 :

La 192 : *Si* 213 $\frac{2}{3}$: *Ut* 240 :

Hæc constituunt modum majorem.

Ut 120 : *Re* 135 : *Mi* 150 :

Fa 160 : *Sol* 180 : *La* 200 :

Si 225 : *Ut* 240 :

XVI. Practici omnes illico adversabuntur. Utique dabunt modi minoris vocem septimam eam esse prorsus, quam ego ipsi tribuo, si cantus descendat, sed contra si adscendat, negabunt omnino. Confirmabunt autem septimam in modo minori, cantu adscendente, eandem esse debere, qua omnes utimur in majore. Rursus secundam modi minoris chordam a me positam plane rejicient, & loco ejus ponendam esse contendent secundam alteram, quam ego modo majori propriam tribuo;

ac testabuntur se hac eadem uti semper consuevisse, sive cantus adscendat, sive descendat. Revera res plane ita sese habet. Neque ego praxim hoc loco reprehendam, & corrigendam putaverim; immo & probo, & laudo. Sed idem defendo, haud hinc inferri posse minoris modi scalam legitimam, ac verissimam non eam esse, quæ a me superiori in exemplo exhibitæ est. Philosopho theorico in definiendis chordarum dimensionibus basis una spectanda est, ad quam optime chordæ omnes referantur. Id si detur, non alios a me numeros poni oportuit, quam qui sunt positi. Contra Musicos practicos cum actu ludunt, voces omnes cum omnibus conferre necesse est. Atque hinc contingit, ut in minori modo sæpe a septima, fere semper a secunda, quæ modi ejus propriæ sunt, ad secundam, & septimam, quæ majoris sunt propriæ, discedere debeant. Quod maxime patet in secunda, quæ magno modulationis incommodo quinta quintæ nunquam esset, nisi major fieret. Itaque male congrueret cum ea chorda, cui prima ipsa modi, basis scilicet chordarum omnium, cantu progrediente, semper concedat necesse est. Hæc omnia antequam ad calcem operis perveniamus, multo clarius patefcent. Sed obiter practicorum oppugnationi aliquo modo repugnandum erat, ne suspicio pessima legentium animis inolefceret. Male enim se res habet, ubi theorica, & praxis non optime consentiunt, siquidem *Nunquam aliud natura, aliud sapientia dicit*. Quare si quid discrepat, aut sensum prava consuetudine corruptum esse oportet, atque adeo practicos falli; aut certe theorici allucinantur inani objecta specie veritatis.

XVII. Duo potissimum utroque in modo consideranda sunt. Primum voces alias principes esse, & quasi imperitare; alias famulas, atque obsequi. Principes sunt extremæ duæ, & duæ mediæ, quæ utroque in modo eadem solent esse, neque mutantur. Extremæ basis, & octava, mediæ quarta, & quinta. Hisce chordis quatuor proportionibus omnes optimæ continentur. Sunt enim $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$. Præter has cæteræ omnes chordæ vere famulantur. Nedum enim referuntur ad basim, quod chordis omnibus commune est; sed iterum quælibet refertur ad chordam aliquam ex quatuor, quas principes appellavimus. Singulæ autem ad singulas unam eandemque rationem habent, ac tertia major, aut minor ad basim modi sui. Hinc modus uterque has nobis exhibet chordarum

analogias, five proportionalitates. Erunt enim, si adscendas

$$Ut : Mi = Fa : La = Sol : Si :$$

ac si descendas,

$$Ut : La = Sol : Mi = Fa : Re :$$

Quare patet tertix chordæ rationem in unoquoque modo ter iteratam haberi, in minori minorem $= \frac{5}{6}$; in majori majorem $= \frac{4}{5}$, exceptis tamen vocibus extremis *Si*, & *Re*, quarum altera in minori modo, altera in majori exigua quadam perticula ab exacta tertix ratione semel deficiunt. In minori vox *Si* = 213 $\frac{1}{3}$ adscendens a voce *Sol* = 180 crescit $\frac{x}{6} - \frac{z}{192}$. In majori vox *Re* = 135 descendens a voce *Fa* = 160 imminuitur $\frac{x}{5} - \frac{z}{135}$.

XVIII. Atque hoc discrimen chordarum famularum & principum primum erat ex iis duobus, quæ mihi utroque in modo consideranda videbantur. Alterum est hujusmodi. Modi duo vicissim alter in altero, neque ratione una, & simplici continentur. Finge in majori modo chordam tertiam te basim esse velle. Chordæ, quæ tertiam in modo eodem consequuntur ex ordine, modum minorem exhibebunt. Idem fiet in modo minori, si tu sextam elegeris, & tamquam basim alteram esse velis. Chordæ reliquæ, quæ deinceps a sexta consequuntur, majorem exhibebunt tibi modum, excepta septima modi unius, & secunda alterius; quæ chordæ geminæ discrimine quodam licet admodum levi semper inter se dissident, neque ulla ratione possunt conciliari. Ut id maxime perspicuum faciam, ac tibi plane ab oculos ponam, numeros 120, 135, & reliquos, quibus superiori in exemplo modum majorem exhibui, redigam ad similes, & minimos, qui nulla admissa fractione haberi possint. Sint igitur eorum loco

$$24. 27. 30. 32. 36. 40. 45. 48.$$

$$Ut. Re. Mi. Fa. Sol. La. Si. Ut.$$

His utuntur clarissimi viri Jacquierius, & Seurius libro II. commentariorum in Principia Neutoni Mathematica. Utitur Mersennus in Harmonia universalis. Utitur Caræus in actis R. Academiæ Parisiensis ad annum 1709. Deinde ut modum minorem habeamus, pro numeris 120, 128, & reliquis, sint hoc loco

$$30. 32. 36. 40. 45. 48. 53 \frac{1}{3}. 60.$$

$$Ut. Re. Mi. Fa. Sol. La. Si. Ut.$$

Nu-

Numeri scilicet iidem, quibus utitur clarissimus Montvalonius in actis Regiæ Academiæ Parisiensis ad annum 1742. ad scalam eandem modi minoris exhibendam; adhibita tamen correctione quadam, chordæ septimæ. Ego enim, ut mihi contem, scribo $53\frac{2}{3}$, Montvalonius scribebat 54, aut quod discrimen in re tam parva minime viderit, aut quod contempserit. Cæterum clarissimi, & gravissima autoritate Philosophi, gemina allata musicarum vocum serie, seu scala (quorum quisque sua contentus alteram neglexit) ipsi inter se, & mecum ita bene consentiunt, ut eorum testimonio usus nunquam ego ab allatis numeris mihi discedendum esse arbitratus essem, neque numeros meos multo majores induxisssem, nisi illud animadvertissem ad perfectam dilucidamque doctrinam opus esse, ut scalæ utriusque modi abs numero eodem ducerentur. Ita enim continuo patet quibus gradibus scalæ binæ congruant, quibus differant, quaque parte differant in gradibus singulis. Nunc vero ordines gemini exiguorum numerorum, non eodem orti ex capite, ita opportune cadunt ad rem nostram, ut nullis aliis facilius, atque evidentius demonstrari possit modum alterum in altero contineri, si tertia chorda in majori, sexta in minori tamquam bases habeantur. Conferat quisque scalarum duarum numeros, ut sibi quique respondent, officiumque notet, quo numeri singuli funguntur in utraque scala, neque a me quidquam ulterius requiret.

24 . 27 . 30 . 32 . 36 . 40 . 43 . 48 . 54 . 60 .

Ut . Re . Mi . Fa . Sol . La . Si . Ut . Re . Mi .

30 . 32 . 36 . 40 . 43 . 48 . $53\frac{2}{3}$. 60 .

Ut . Re . Mi . Fa . Sol . La . Si . Ut .

XIX. Heic paucis mihi licet solvere objectionem quamdam, quæ minime adspernenda est. Testantur plures, tertiam majorem sibi multo suaviolem quarta videri solere. Contra ex dimensionum ratione quartam esse suaviolem necesse est. Quid igitur? Num ego eos omnes errare, desipere, falli dicam? Non equidem id audeam. Sed illud affirmo; id qui objiciant non ea uti distinctione, qua Musicum Philosophum uti oportet. Aut chordæ binæ, tertia major, & quarta ad communem basim, eamque unicam referuntur; aut ad alias omnes modi chordas, quocumque modo vicissim aliæ aliis respondent. Si primum, suaviolem arbitror esse quartam; neque video cur a simplici numerorum ratione cuiquam discedere

dere liceat. Si secundum, non dubito tertiam suavitate longe præstare oportere. Ea enim, ut nuper vidimus, basis est modi minoris, qui in majori continetur. Certum est autem, chordas omnes ex ordine cum basi optime concinere. Basis itaque chordarum omnium suavissima sit oportet. Jam vero non ne eadem omnino causa est sextæ minoris? Mihi quidem videtur, atque ex dictis patere censeo. Attamen, qui minorem sextam cum tertia majore objicerent suavitatis nomine, neminem memini. Sed ex numeris duarum scalarum congruentibus alia consequuntur, quæ nobis sunt animadvertenda. Cum in majori modo tertia vox *Mi* prima habeatur, deinde voces *La*, & *Si* in quartum, & quintum locum transeant necesse est. Item, cum vox sexta *La* in modo minori primæ officio fungatur, voces *Re*, & *Mi* consequentes in eodem modo quartum, & quintum occupabunt locum. Patet igitur, chordas principes in famulas, & vicissim famulas in principes converti. Hoc autem posito analogiæ chordarum superioribus similes aliæ emergunt in utroque modo. Erunt enim in minori, si adscendas

$$La : Ut = Re : Fa = Mi : Sol.$$

ac si descendas

$$La : Fa = Mi : Ut = Re : Si.$$

Item in majori, si adscendas

$$Mi : Sol = La : Ut = Si : Re,$$

& si descendas

$$Mi : Ut = Si : Sol = La : Fa.$$

Neque voces binæ extremæ quidquam deficient ab exacta ratione, sive tertix majoris, sive minoris. Illud enim exiguum discrimen secundæ, & septimæ, quod prioribus comparationibus officiebat initio facto ex prima modi chorda, hoc loco initio facto ex tertia, aut sexta nullum est.

XX. Sed modus alter in altero, ut superius innuebam, non una, ac simplici ratione continentur. Voces singulæ prout ad basim, vel ad octavam basis referuntur, sive minorem, sive majorem modum nobis exhibent, inverso tamen vocum ordine, ut videre est in numeris, qui subjiciuntur, id est fractionibus iisdem, quas I. capite posuimus.

<i>Modus major.</i>	<i>Si</i> 8 : 15	15 : 16	<i>Re</i>	<i>Modus minor.</i>
	<i>La</i> 3 : 5	5 : 6	<i>Mi</i>	
	<i>Sol</i> 2 : 3	3 : 4	<i>Fa</i>	
	<i>Fa</i> 3 : 4	4 : 6	<i>Sol</i>	
	<i>Mi</i> 4 : 5	5 : 8	<i>La</i>	
	<i>Re</i> 8 : 9	9 : 16	<i>Si</i>	
	<i>Ut</i> 1 :	2	<i>Ut</i>	

Voces binæ, quarum altera vibrationes 8, altera 16 eodem tempore absolvant, referunt basim, & basis octavam. Vox, quæ interjacet, & tempore eodem vibrationes 15 absolvit, si ad graviorem vocem referatur, septimam majorem nobis affert; secundam vero minorem habebimus, si vox eadem ad octavam acutiorem referatur tamquam basis ipsa sit. Eodem modo chordas reliquas licet persequi; & patebit, chordas omnes medias si referantur ad vocem *Ut* primam gravem exhibere gradus omnes modi majoris ex ordine: contra minoris exhibere, si referantur ad vocem *Ut* acutam, octavam scilicet. Atque iterum hoc loco duo spectanda sese nobis offerunt. Primo rationis hujus duplicis beneficio chordæ cujuslibet ad basim, & octavam basis, posse voces plures harmonia multiplici, quam diaphoniam vocant, ego libentius vocarem *Syn-diaphoniam*, concinere. Hinc fit enim, ut voces mediæ vel gravioribus, & acutioribus optime semper respondeant, vel paullo admodum ab iisdem dissideant. Neque enim aliæ aliis dissidere possunt nisi intervallis, & gradibus iisdem, qui abs modorum alterutro definiantur. Secundo quamquam modus alter alterum continet, modum tamen, qui continet, admodum differre ab eo, qui continetur. In modo, qui continet, chorda gravior basis est, & loco suo stat: chordæ reliquæ exhibent gradus consequentes, quorum alius alio acutior est. Contra in modo, qui continetur, chordæ mediæ, gradus scilicet singuli totidem sunt bases, ad quas cum referatur acuta vox, octava scilicet, ea una officio fungitur graduum omnium, & ex ordine rationes omnes exhibet alterius modi. Discrimen hujusmodi nedum Philosopho numeros comparanti, sed cuiquam e vulgo hominum audientium magnum, & patens est. Basis enim gravior, & consistens ingerit se auribus, & præpotens in concentu est. Quisque etiam longe facilius voces mobiles

ad

ad immobilem, quæ ante aurem occupaverit, refert, quam contra vocem immobilem ad mobiles.

XXI. Puto me duorum modorum naturam satis diligenter, & dilucide explicatam exposuisse. Nunc ut res ad summum, qui haberi possit, perspicuitatis gradum adducatur, fingamus problema hujusmodi solvendum nobis proponi. *Invenire chordarum sex inæqualium longitudes, quæ inter mensuram quamlibet, & sui duplum interjaceant, ac singulæ cum singulis comparatæ, vel cum sui, vel alterius duplo, scilicet cum octavis, rationes semper easdem referant, quas ipsæ habent cum prima, scilicet cum basi, quæque sunt optimæ, cum proxima accedant ad perfectam rationem aequalitatis, aut saltem quam minimum ab iis discedant, ita ut nobis exhibeant summam rationum perfectissimarum, quæ simul haberi possint.* Profecto hisce conditionibus chordas musicas cohiberi, ac definiri necesse est, si harmonia omnis a chordarum rationibus, & mutuis earum comparationibus ortum ducit, ut nos ducere existimamus. Jam vero problema hoc idem cognitis chordarum dimensionibus, quibus uterque modus constat, & earum mutuis comparationibus, optime solutum tenemus. Etenim chordæ omnes ita propositis conditionibus respondent, ut melius nihil possit fieri. Quid enim? Num chordæ princeps in melius mutari possent, aut aliqua saltem ex iis posset mutari? Nequaquam. Tollerentur enim optimæ rationes $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$. Num chordæ tertiæ cujusque modi propriæ, mutationem ullam ferre possent? Neque id quidem. Tollerentur enim rationes, quæ optimas proximæ subsequuntur $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, & sufficerentur deteriores. Superest igitur ut videamus utrum aut tolli, aut mutari possit ea constans ratio, quam chordæ singulæ famulæ habent ad principes. Sed ratio ea constans tolli nequit. Triplices enim analogiæ simul tollerentur, quas utrique modorum inesse deprehendimus. Neque etiam potest mutari. Fieret enim in chordis singulis ratio imperfectior. Igitur quidquid addideris, mutaveris, deterius fiet. Chordarum igitur longitudes in utroque modo sunt immutabiles, conditionibus servatis, quæ sunt propositæ. Igitur chordæ musicæ, quas habemus, a natura datæ sunt, & necessariæ.

CAPUT QUARTUM

De Sententiis tribus celebrioribus apud Scriptores de re Musica hujus temporis; tum de Chartesii Ditono perfectissimo, ac de Quarta.

XXII. **H**ic mea theoriz musicæ constituendæ ratio, acusticæ scilicet, cum cæteris, quæ dissentiunt, esset conferenda. Sed me brevi expediam. Sententias tres nunc temporis celeberrimas commemorabo, & pauca animadvertam in singulas; quæ deinde studiosi facile persequantur, si velint. Ramovius una chorda qualibet *cymbali* incitata, & resonante chordas alias duas acutiores contremiscentes conspicatus est. Contra Tartinus vocibus duabus acutioribus concinentibus ex nervis fidiculæ suæ graviorem vocem quamdam auribus accipere sibi est visus. Uterque brevi inclauro invento suo. Theoriam totam eo in fundamento indificari posse arbitrati sunt naturæ vocem consecrantes. Illud enim, quidquid indicii fuerit, tamquam naturæ docentis vocem arripuerunt, quæ neminem fallit unquam. Jam vero cum alter acutior sonum, alter graviorem ipsi sibi audire visi sint, atque adeo adversentur inter se, non ne consequitur facile utrumque allucinatum fuisse? Fac tamen alterutrum vera testari: fac etiam utrosque; quamquam haud scio an id poterit fieri. Non enim video constare tres voces easdem utriusque objectas fuisse. Numquid aliquid erit consequens, quod utile sit ad Musicæ doctrinam constabiliendam, illustrandam, ratione, & via tradendam, & confirmandam? Ego quidem non opinor: etenim in ingenti lucubrationum numero, quæ in dies proferuntur, conatus video hominum acutissimorum, doctrinæ nexum, atque integritatem non agnosco. Neque etiam agnovit Lassericus diligentissimus, qui dubia plurima, & gravia commovet; neque Lagrangius acutissimus (Miscellanea philosophico-mathematica Societatis privatæ Taurinensis Augustæ Taurinorum: 1759) qui cum ingeniosissime *cauque* vov illud, quod fundamenti loco ponitur, ad calculos revocaret, opinatus est, aliquid falsi inesse, & rem multo diligentius confirmari oportere.

XXIII. Sententiis hisce duabus clarissimorum citharædorum Tartini, & Ramovii tertia quædam accedit. Sunt enim, qui

qui infinitam fractionum seriem nobis obijciunt $1 \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{6} \frac{6}{7} \frac{7}{8} \frac{8}{9}$. Hanc ipsam seriem natura duce sese colligere prædicant ex tubæ sonis gravioribus. Intercapedines enim sonorum in tuba eisdem fere gradus, eundem ordinem initio nobis exhibent, qui in fractionibus propositis conspiciuntur. (V. Merfennium harm. lib. 2. pag. 108. & Martinum Joan. Bap. hist. lib. I. pag. 431.) Quamquam in lituo, cum deinde ad ogdoadas acutiores ventum est, gradus singuli habentur ogdoadis perfectæ nullo omisso, velut ex reliquis instrumentis omnibus, quibus Musica utitur. Rationem hanc tertiam quis primus inierit, haud satis mihi constat. Speciem quidem habet, quæ hominem philosophum possit allicere. Neminem tamen fallat præclara species, qui temere non assentiat, sed diligenter ante consideret, qua ratione ab infinita numerorum serie, quæ instituitur, numeri duodecim, qui ad Musicam pertinent, sint deligendi. Chordæ, & voces omnes musicæ unitate, & unitatis dimidio continentur. Cur igitur in proposita serie infinita numeros omnes ogdoadis unius limites præteriisse video? Cur ogdoadem primam, cur cæteras, quæ proximæ sunt, vix attingunt? Cur celerrimo volatu attolluntur, atque transiliunt ad remotiores? Id profecto non bene convenit. Sed missa faciamus hæc, quamquam non levia sint. Illud videamus, utrum unius ogdoadis intervallum ita compleri possit ex proposita serie, ut in eo voces sex interjectæ habeantur, quæ haberi debent. Id fiet, si potest fieri, singularum fractionum numeratore duplicato, unitate scilicet, bis, ter, quater, quantum necesse fuerit. Hac ratione vox quælibet, vel acutissima, quæ fractionibus admodum exiguis, id est choris brevioribus exprimitur, toties deprimi poterit ad graviores gradus octavam, quoties opus erit, ut eo deducatur, quo voces sunt ducendæ. Id exemplo suo nos doceat, qui sententiam tuentur, neque alio modo quopiam agere nos oportet. Si enim fractionis cujusque ratio pro libito mutari liceret, ut quantitates, quas quærimus, haberemus, quid erat causæ, cur certa series ulla legentium oculis proponeretur? Agamus igitur, ut agendum est. Fractio $\frac{1}{2}$ fiet $\frac{2}{3}$, deinde $\frac{3}{4}$, deinde $\frac{4}{5}$, quæ cadit inter 1 & $\frac{1}{2}$, & nobis offert Secundam majorem. Fractio $\frac{1}{3}$ fiet $\frac{2}{5}$, deinde $\frac{4}{7}$ id est $\frac{1}{2}$, quæ Diapason exhibet, sed frustra, quia in proposita serie non deest. Fractio $\frac{1}{4}$ fiet $\frac{2}{7}$, deinde $\frac{4}{9}$, quæ ratio prorsus abhor-

ret a Musica. Fractio $\frac{1}{5}$ fiet $\frac{2}{5}$, deinde $\frac{4}{5}$ idest $\frac{3}{5}$, atque utilis erit; nam refert *diapente*. Fractio $\frac{1}{3}$ fiet $\frac{2}{3}$, deinde $\frac{4}{3}$, quæ pariter utilis est, & refert Tertiam majorem. Fractio $\frac{1}{4}$ est inutilis; fiet enim $\frac{2}{4}$, idest iterum $\frac{1}{2}$, quam bis habemus. Iterum inutilis erit fractio $\frac{1}{3}$, quæ fiet $\frac{2}{3}$, ac nobis offeret iterum *diapente*. Ita ex propositæ seriei terminis septem, qui consequuntur fractionem $\frac{1}{2}$, alterum scilicet seriei ipsius terminum, voces utiles habebimus tres, supervacaneas tres, a Musica plane abhorrentem unam. Eadem vero serie in multo majorem terminorum multitudinem producta, inutilium vocum, quæ frustra easdem rationes repeterent, millia multa haberemus: innumerabiles, quæ a ratione musica qualicumque abhorrerent. At vero in tam ingenti congerie numerorum, omnes ne illi duodecim reperirentur, quos quærimus, ac quorum gratia tota series instituta est? Minime reperirentur; quod patet in sexta minori = $\frac{1}{3}$, quæ auditu suavissima est, neque unquam ab ea numerorum serie inferri poterit; siquidem unitate duplicata, quæ singularum fractionum numerator est, nunquam *Quinque* efficiemus, qui numerus nobis cum denominatore 3 conjungendus esset. Tertia igitur sententia nihilo præstat duabus superioribus: falsa imagine rationis, atque ordinis fallit nos. Ex his tribus Ramovii sententia celebritate, & gloria cæteris longe antecellit, non quo melior sit, sed quod illam studiosissime adornaverint homines ingenio, & eloquentia abundantes Allambertus, & Roussovius, quibus recenter accessit Labordius me quidem iudice ingenio non impar, Musicæ vero doctrina multo locupletiore.

XXIV. Quin ipse miror, cur sententiam eandem a clarissimo gentis lumine Chartesio scriptores passim non repetant. (Mus. Compendium Cap. de Ditono, Tertia minore, & Sextis) Possent enim ex iis, quæ philosophus ingeniosissimus disserit de *ditono*, ut ille ait, *perfectissimo*. De quo jam mihi dicendum est; neque enim sermo omittendus esset, quamquam nihil cum Ramovio commune haberet. Quarta = $\frac{2}{3}$ minoribus numeris continetur quam ditonus, sive Tertia major = $\frac{2}{3}$. Igitur numerorum spectata ratione Quarta suavior esse oportet. Contra Chartesio, atque aliis bene multis Tertia suavior visa est. Qua de re quid ego sentiam exposui capite superiori. Aggressus igitur Chartesius causam inquirere suavitatis eximie, quam Tertie minori tribuebat, neque dimensionis gratia ei posse tri-

tribui intelligebat, hæc tria comminiscitur. Primo vocem nullam a nobis audiri omnino simplicem; octavas acutiores plurimas, ordine infinitas, in voce qualibet resonare, atque auribus accipi. Secundo cujusque vocis suavitatem partim ex dimensionis ratione repetendam esse, partim ab ejusdem octavis, quæ simul resonent. Tertio non omnes octavas eadem suavitate præditas habendas esse, sed eas esse suavissimas, quæ ad fractionem redigi possint, in qua unitas denominatoris locum teneat; quod contingit cum oscillationes acutissimæ vocis certo al quo numero, eoque integro, congruant cum unica oscillatione vocis gravissimæ. His positis Tertiam majorem tertix ogdoadis demonstrat suavissimam esse oportere, eamque appellat ditoni perfectissimi nomine. Cum enim in prima ogdoade Tertix majoris ratio, vocis inquam non chordæ, sit $= \frac{1}{2}$, erit in secunda $= \frac{10}{7}$, ac tandem in tertia $= \frac{20}{7}$, scilicet $\frac{2}{7}$. Hujus igitur vocis gratia, quæ cum cæteris octavis resonat, Tertia quælibet erit pariter suavissima, & Quartæ anteferri poterit. Hujusmodi explicatione usus Chartesius nodum solvit, atque eo loci ad vim ditoni perfectissimam indicandam animadvertit, *tertium ditoni genus in nervis testudinis tremulationem effere visu perceptibilem potius, quam primum, aut secundum*. Tremulationum igitur observatio multo antiquior est, quam plerique putant. Tertiam tertix ogdoadis, chordam scilicet decimam septimam, contremiscentem ante Ramovium observavit Chartesius. Quid ni igitur etiam Decimam secundam, Quintam scilicet secundæ octavæ? ea enim in chorda idem contingit; nam ejus ratio in prima ogdoade $= \frac{3}{2}$, in secunda igitur $= \frac{6}{2}$, atque adeo $\frac{3}{1}$. Sed hoc omisso mihi quidem nihil mirum videtur, eas chordas duas contremiscentes deprehendi præter cæteras. Immo etiam intelligo, eas ideo contremiscere, quod certo, atque integro oscillationum numero cum singulis oscillationibus congruant chordæ gravioris, a qua motum accipiunt. Ita enim minimo quoque temporis momento a chorda graviore impelluntur, cum eas impelli oportet ex Galilei doctrina (*Dialogo I. della Scienza nuova*) scilicet cum duarum chordarum oscillationes invicem non adversantur, neque mutuo altera alterius vim elidit. Hisce ego facile assentior; sed Tertiam majorem hinc Quarta suaviorem esse oportere minime adhuc video. Suaviores sunt voces, quæ crebrius congruant. Audio. Tertius ditonus congruit cum chorda

da graviore vibrationibus ejus singulis; sed quarta quaque vibratione ditonus primus cum eadem congruit; ergo tertius erit suavior. Credo, nisi alio ex capite suavitas minuatur, ex majori scilicet intervalli magnitudine, quo ditonus tertius a communi basi abest, cum qua conferendus est. Sed procul dubio hac de causa multum suavitas minuitur. Etenim comparatio vocum acutissimarum cum gravissimis obscura, atque incerta est; idque voluptati percipiendæ cæst vel maxime, ut vulgari experimento constat. Siquidem vocum harmonia, quæ dissideant intervallo octavarum trium, nedum injucunda, sed fere absurda videri solet, nisi interferantur voces mediæ, quarum ope, cum ex sint propiores, extremæ, quæ longe absunt, etiam inter se commodius possint conferri. Ditonus igitur tertius, licet altera de causa, ex vibrationum scilicet concursu frequentiori primo sit anteferendus, causa tamen altera, scilicet ex intervalli magnitudine multo majori, posthabendus erit. Igitur non erit suavior. Neque igitur idem poterit tantum suavitatis primo ditono impertiri, ut tertia qualbet suavitatis ratione Quartæ antecellat, licet in ea revera cum cæteris octavis resonare audiamur. Sed possum etiam inficiari multitudinem istam Octavarum in singulis vocibus resonantium. Unde enim multitudo hujusmodi vocum similia accersitur? quotus quisque est, qui ipse sibi persuadeat, sese eas revera auribus accipere, neque falli? Possim etiam monere in Secunda, & in Septima modi majoris rationem optimam octavæ perfectissimæ nihilo minus reperiri, quam in ditono. Cum enim in rationibus harum chordarum pariter contingat minorem numerum, qui vocem graviorem refert, imparem non esse, translata voce acutiore in octavas superiores, duorum numerorum rationem, quæcumque ea sit, tandem ad unitatem redigi necesse est. Cur igitur voces, Secunda, & Septima in modo majori non sunt suaviores? Cur in dissonantibus numerantur? Cur perfectissimum Secundæ, & Septimæ genus in medium non afferimus? Sed nihil opus est omnia persequi diligentius. Satis exploratum puto, nihil attulisse Charresium, quo propositæ quæstioni satisfaceret, atque adeo nihil hinc arripere posse Ramovii sectatores, quod ipsis favere videatur.

XXV. Atque hæc de Tertia majore, & Ditono perfectissimo differuisse sufficiat. Venio ad Quartam. Graci conso-

nan-

nantem habent, atque in optimis collocant; apud nos practici omnes, ex quo diaphonia inventa est, ad dissonantias rejiciunt; equos horum falsos fuisse dixerimus? Græcos ne? At eruditorum tota ratio repugnabit, & quidem jure. Practicos ne recentiores? Profecto id ego non ausim adfirmare. Immo homines ingeniosissimos, atque experientissimos, quibus acceptam referimus Musicæ partem suavissimam, ac plane admirabilem, ego in hac re dijudicanda, si cum Græcis conferendi essent, vel ipsis Græcis anteferendos esse censerem. Sed nihil necesse est alterutros improbare; verbis pugnant; re non dissentiunt. Idque satis aperte me demonstraturum esse confido. Græci in numerandis gradibus scalæ musicæ non eodem initio uti solebant, quo nos utimur nunc temporis. Nos a chorda *Ut*, scilicet a basi reliquas numeramus. Græci numerabant a chorda *Sol*, scilicet a Quinta graviore. Chordæ enim unius ogdoadis apud Græcos ita ex ordine nuncupabantur *Hypate*, *Parhypate*, *Lichanos*, *Mese*, *Paramese*, *Trite*, *Paranete*, *Nete*. Gravissima erat chorda *Hypate*; ejus autem subdupla, octava scilicet, *Nete*. Hasce autem ambas nomine, non re bases fuisse, sed *Mesen*, quæ inter geminas Quintas graviorem, & acutiorem optime collocata confidebat, constat ex Aristotele. Philosophus enim in problematis musicis XX, & XXXVI quærit, quid causæ sit, cur chordæ omnes fiant dissonæ, si chorda una *Mese* a suo tensionis gradu paullum recesserit. Quod profecto nonnisi de basi quæri potest; de ea scilicet chorda, ad quam reliquæ omnes, ut consonæ sint, referantur necesse est. Verbis autem admodum perspicuis Aristoteles asserit, si quid vitii inesset cæteris chordis, eas chordas singulas, quæ vitium haberent, in concinnas videri, non reliquas: contra chordas omnes inconcinnas, & vitiosas videri, quamquam nihil vitii haberent, si chorda una media, *Mese* scilicet, vel tensione, vel remissione peccaret. Chordas igitur Græci numerabant a chorda *Sol*, tamquam ex capite, eoque modo numerantibus occurrebat quarto loco chorda *Ut*, basis scilicet, quæ a *Sol* graviore, Quartæ justo intervallo distans est. Quarta autem eo loci ita consonat, ut vulgo a recentioribus omnibus pro Quinta habeatur, & Quintæ nomine appelleretur. Nihil igitur mirum, si Quartam Græci inter chordas suavissimas retulerunt, idque cum facerent, nihil a veritate aberrarunt, neque no-

bis ullo modo adversabantur. Nos alio initio in numerando ufos, & simili admodum v'ra progressos in adversam plane sententiam, neque tamen falsam, abire necesse fuit. Quarta nobis eo loci occurrit, ubi sæpissime septimæ chordæ, atque a deo apertissimæ dissonantiæ officio fungitur. Id enim toties contingit, quoties concentus a prima ad quintam, tanquam ad basim transfertur; qua translatione alia nulla frequentius fieri solet. Immo ita legitima est, ut nusquam omitti possit. In dissonantibus igitur Quartam collocavimus, neque aliuo nobis decernendum erat. Igitur neque Græci veteres, neque Musici recentiores falsi sunt, immo alterutri de Quarta id iudicii tulerunt, quod ferendum erat eo loco spectato scalæ suæ, qui ipsis obversabatur. Alterutri igitur laudandi; nisi omnes pariter improbare maluerimus, quod de Quarta differerint, cum ea non suam, sed alienam vicem obit, scilicet sive primæ, sive extremæ chordarum omnium in octoade. Sed errati hujusmodi facilis defensio est; intervallum enim; quod Quartæ proprium est, diligentiore animadversionem haud postulat, dum suo in modo quiescit, & scalæ gradum unum complet, sed certe postulat binis in locis, quorum alter a veteribus, alter a recentioribus notatus est. Ibi enim ea chorda, sive potius intervallum illud, maximam habet vim, ut modus quisque ex alia basi in aliam transferatur, in eaque recte & bene constituatur auribus agnoscentibus, & probantibus hominis cujusque.

XXVI. Puto me de Ditono, & Quarta abunde satisfecisse vel difficilioribus. Puto etiam omnia satis dilucide exposuisse, & singula confirmasse idoneo aliquo argumento, quod mihi potissimum curæ fuit, ne ipse hæc mea legentibus molestus essem, ut mihi theoreticorum de Musica differentium molesti fuerunt plurimi, maxime, cum tenebras offundebant, quæ non nisi labore, & diligentia haud mediocri dispelli poterant; his vero excussis comperiebam, nihil fuisse causæ quod quererem. Liceat modo præcisè redire ad Allambertum, & Roussovium, qui duo præter cæteros conati sunt totam Musicam traducere ad *οαινομενον* chordarum quintæ, & tertie contremiscensium. Ego quidem libenti animo laudarem, si tremores, & fremitus illos sibi diligentius observandos proposuissent, ut causam inquirerent. Philosophorum est enim in natura indaganda minuta quæque consuetari, nihil contemnere.

Sed

Particula quælibet temporis si bifariam, aut trifariam dividatur, duas rythmi formas simplices gignit, alteram, quæ dupla, alteram, tripla quæ dicitur. Iterum si formæ simplicis utriusque membra bifariam, & trifariam secundo dividantur, hinc rythmi formæ compositæ oriuntur quatuor, *quadrupla*, *sextupla*, altera *sextupla* a prima dissimilis, & *nonupla*. Sextuplam primam practici bene norunt, eaque sæpissime utuntur, quamquam plerumque non *sextuplam*, sed *dodecuplam* nominant, neque id faciunt sine causa. Siquidem scribentes eam fere semper geminare consueverunt. Alteram *sextuplam*, si tu percuncteris, plane videntur ignorare; ea tamen aliquando inscientibus, & imprudentibus obrepit. Apices majores, & minores lineolis imminentes, scilicet primæ lineolæ in rythmi formis simplicibus, & in compositis lineolæ primæ cujusque membri, accentum musicum indicant majorem, vel minorem. Est autem *accentus* musicus nihil aliud, nisi ea vis, qua voces eo loci positæ præstare solent reliquis. Præstant autem, non eadem vi semper, sed vi majore mensura ineunte, initio scilicet primi membri; minore initio reliquorum: ac duplici de causa præstant, primum quod ii, qui modos faciunt eo loco frequentius collocant consonantias perfectiores, motus itidem, seu contrarium, seu obliquum, quos motus quisque facilius animadvertit: secundo, quod ludentes fidibus, aut canentes iis in locis vocis sonum, & vim aliquantum intendere, sive augere omnes assueverunt, quamquam minime intelligant, neque animadvertant, qua de causa assueverint. Ubi instrumentum sit ejusmodi, quo vocis vis intendi, & remitti nequeat, is, qui ludit, vocem producit diutius aliquanto, quam sibi postulent notulæ in charta propositæ. Ita fit, ut productione temporis effectus habeatur ille, qui vocis intensione haberi nequit. Tolle accentus e cantu, aut eorum ordinem conturba: rationem omnem dimetiendi temporis sustuleris; atque adeo voluptatem etiam, quæ mensuram temporis consequitur. Nos cantum æquabiliter fluere magna cum voluptate sentimus, si partes singulæ cantus ejusdem (Musici *tactus* vocant) æquales sint inter se, & æquales esse percipiantur. Æqualitatem autem earum partium nullo alio modo percipimus, nisi comparatione partis ejus, quæ præcesserit cum ea, quæ insequatur. Cui comparationi faciendæ nihil obest; quamquam enim voces continenter moveantur,

& prætereant; memori tamen in animo ita hærent, ut satis commode possint comparari. Deleantur igitur in cantu ea signa, quorum indicio aures sentiunt, ubi partes quæque initium, ubi finem habeant, sive loco moveantur, & comparationis faciendæ nulla amplius potestas supererit. Quomodo enim aliam alia minorem, majorem, aut æqualem noscere poteris limitibus ignoratis, quibus singulæ definiuntur?

XXVIII. Sed rythmus etiam in corporis motu est, si quis saltet ex arte animi causa. Hæc igitur etiam materies attingenda mihi est, quatenus philosophum deceat. Saltantium motus, quos oculis intuemur, cum cantilenæ motu, quam auribus accipimus, constat congruere. Quomodo vero congruant, cum mihi recte, & dilucide explicandum proponerem, casu in manus venit libellus Neapoli editus anno 1738 a choræarum magistro Joanne Baptista Daffortio, ut ab artifice ejusmodi, scriptus sane eleganter. Is passus singulos, quorum in nobili, ut ait, Choreæ usus est, in motus plures solvit, quibus quasi partibus constant, ac diligenter notat, quam uniuscujusque in partem accentus musicus incurrit. Animadvertēbam, passus eos omnes in classes omnino duas commode secerni posse, siquidem in passu quolibet, aut homo saltu emicat, ac supra staturæ suæ altitudinem plus, minusve tollitur, aut inflectit genu, & infra staturam suam ipse sese deprimat. Accentus autem musicus eo temporis momento spectatoris aurem pulsatur, quo homo saltu elatus, aut inchoato quodam saltandi conatu recidit, aut cum depressus iterum elevatur, atque redit ad sese. Hinc facile colligebam, toties motum bene saltantium cum cantilenæ motu congruere, quoties homo ad propriam staturæ suæ altitudinem, a qua dimotus erat, restituitur, id est quoties redit in eum locum, ubi saltationis motus cœptus est, ac tandem finem habere solet, & consistere.

XXIX. Saltatores dimittamus. Accedamus ad Poetas, & versificatores, quibuscum tum dignitate, tum utilitate majori commorari licebit, & colloqui. Sed unde potissimum exordiar? Nimirum ab accentu, quem cum Musicis, & Saltatoribus Poetæ communem habent; eo veluti fundamento doctrinæ totius ratio nititur. Quolibet in verbo, quod quisque loquendo proferat, syllaba una est, aut una littera vocalis insignior, ad quam reliquæ ita accedunt, ut ex omni-

bus verbum unum atque individuum confici videatur. Idque iudicio aurium. Nam de significandi officio, quo ad intellectum verba referuntur, modo non agimus. Hoc idem natura fieri, non loquentium voluntate plane constat. Nam si quis forte dubitat, is animadvertat homines prorsus omnes quotquot id temporis audire possumus, quacumque ex gente sint, ita loqui. Immo nos ipsi si procerum aliquod verbum interposito silentio dividamus, sicuti verbum illud in duo quasi verba dispertiri contingit, ita in utraque parte vocalis illa insignior subito reperitur; neque nos ulla diligentia, & cura obistere possumus quo minus id fiat, nisi forte verbo in syllabas resoluto, quo tandem facto syllabæ omnes erunt præcipuæ, omnes insigniores. Syllabam hanc, seu litteram vocalem tum veteres, tum recentiores *accentum* vocant, eamque existimant a reliquis syllabis distingui, quod acutius, aut graviore vocis sono proferatur. Sed omnino absunt a veritate; quod facile quisque agnoscere poterit in eo cantu genere, qui propius ad communem loquendi rationem accedit. In cantu huiusmodi syllabæ singulæ, tum quæ accentum habent, tum quæ non habent, manifesto internoscuntur. Sunt enim perspicuæ, sunt insignes nihilo minus, quam in sermone. Omnes tamen eo prorsus acumine seu gravitate vocis a canentibus efferuntur, quam cantus ratio postulat, scilicet locus is, ubi a cantu magistro in charta consignatæ sunt. Non igitur acutiori, sive graviore vocis sono accentus fieri consuevit. Dixerit quispiam, discrimen esse exiguum, ut facile nos fugiat; sed contra accentuum vim omnes vulgo sentimus. Igitur qui fieri potest, ut eadem acuminis mutatio, si quidem ea fit, & aures durissimas impellat, & animadversionem omnium fugiat, musicorum etiam, quorum sunt aures maxime exercitatæ? Nos superius de Musica agentes musici accentus vim non mutato vocis tono explicavimus, sed voce eadem aucta, vel producta. Nihil præterea contingit in verborum pronuntiatione, nisi quod musici frequentius aucta uti solent, loquentes producta.

XXX. Hinc Poetarum pedes cum simplicibus rythmi formis musicorum omnino sunt conferendi. Pedes bini, Trochæus, & Jambus, duplam formam referunt. Dissimiles vero sunt, quod ille in priore syllaba accentum habet, hic in postrema. Rursus bini pedes, Dactylus, & Anapæstus, triplam

referunt rythmi formam; sed hic ultima in syllaba accentum habet, ille in priore. Quadrius, qui recentem poesim metricam non esse censet, fatetur tamen in vernaculo sermone pedes quatuor, qui a me numerati sunt, reperiri posse. Hinc T. pr. l. 2. dist. 2. cap. 2. part. 3. ait = *Non altra corrispondenza di piedi si potrà giustamente rinvenire, che la seguente. Al Trocheo assomiglieremo le voci bissillabe accentate nella prima, come canto, fronde, legge. Al Jambo le voci bissillabe accentate nell'ultima, come però, sarà, vivrò. Al Dattilo le voci trissillabe accentate nella prima, come leggere, scrivere, battere. All' Anapesto le voci trissillabe accentate nell'ultima, come amerò, leggerò, scriverò.* = Metricorum pedum numerum ingentem congerunt Grammatici inutili sane negotio. Versus enim quotquot aurium iudicio legitimo comprobantur, & usu recepti sunt, iis pedibus quatuor, quos modo recensui, sunt contenti. Immo alios pedes non admittunt, nisi *suffectos*, eos scilicet, qui similitudinis ratione singulis suffici possunt, cum discrimen ita leve sit, ut facile tolerari possit in carmine; immo opportuna quadam varietate inducenda, non modo Poesis numerum non vitiet, sed perficiat. Eadem hæc nedum in hac recentiori Hetruscorum poesi, aut cæterarum gentium, quotquot ubique id temporis celebrantur; sed etiam in veteri Latinorum, & Græcorum, rata, & certa esse omnia non est ambigendum. Ajunt, veterum poesim metricam fuisse; quod versus temporibus dimentendis fierent. Nostram, quasi metri expertem *harmonicam* vocant. Quæso, quid id verbi est? Haud profecto recentiorum carmina adeo jucunda accederent auribus, ut harmonica dicerentur, nisi dimentendis temporibus fierent. Quid enim præter temporis rationem oblectare me potest in versu, quem legens pronuntio, non cano? Sed veteres, inquit, exactius metiebantur tempora. Syllabæ aliæ longæ, aliæ breves erant, sua cuique syllabæ certa quantitas, quæ nota vulgo esset cuiquam e populo. Omnes autem breves tempus unum habebant, duplex productæ. Audio, & quidem syllabas alias breviores fuisse, alias longiores, nihil est mirum. Idem apud quosque contingit, & contingere necesse est. Illud incredibile, breves ad longas eandem, & constantem rationem habuisse omnes, unius ad duo. Etenim qui fieri id poterat, cum liberum cuique sit in loquendo morari, properare, con-

fistere, spiritu uti, sive ut placet, sive ut commodum est? Omnium autem syllabarum omnibus e vulgo quantitatem illam, seu simplicem, seu duplicem cognitam fuisse Horatius diserte negat, quem testem locupletem habemus eo in versu

Nec quisvis vides immodulata poemata iudex.

De celebri Ovidii loco in Ele. XII. lib. de Ponto ad Tuticanum V. epistolam ad Cl. V. Franciscum Mariam Zanottum editam anno 1771. Pisis in Ephem. Litter.

Quare nihil allatum est, cur veterum Græcorum, & Latinorum carmina a recentioribus sejungenda videantur, & alio in genere collocanda. Multo minus commovere nos debent quæ de accentibus veterum tradi solent; eos scilicet vocis tonum acuisse, aut fecisse graviorem; nunquam vocem produxisse; neque poetas ullam eorum rationem habere consuevisse in condendis versibus. Vidimus omnes, qui loquantur, accentum unum ponere solere in singulis verbis natura, non voluntate. Quis autem sibi persuadeat in his, quæ natura, atque adeo necessario fiant, Græcos, & Latinos a cæteris omnibus discrepare potuisse? Præsertim cum Tullius, & Quintilianus testes plane idonei eadem fere omnia suo in accentu notaverint, quæ nos in nostro animadvertimus, ut facile quisque intelliget, qui verba eorum expenderit diligentius. Ad rationem quod attinet accentuum habendam in condendis versibus, fateor Grammaticos, qui id docere debuissent, nihil expromere solere. Poetas vero in scribendo rationem eam habuisse satis constat, cum videamus ibi accentus adesse, vel abesse, ubi numeri suavitas, celeritas, tarditas, tumiditas, vis, languor, aut quædam diligens negligentia postulabat. Sed quid plura? Omnis controversia tollitur statim ac quisque animadvertat, veterum carmina nullam habere voluptatem potuisse, quamquam syllabis singulis ea certa quantitas esset, quam negamus, nisi æqualia temporum spatia in iis agnoscerentur *accentuum* indicio, ac pulsu, quod item in Musicis contingere, & necessario fieri demonstratum est.

XXXI. Eo deducta oratio est, ubi carmina omnia omnium poetarum, & linguarum etiam *quot sunt, quotque fuerunt, quotque post aliis erunt in annis*, nobis sponte numeranda sese offerunt. Vera etiam forma poetici cantus tamquam aliquis flosculus erumpit germine perfecto, & maturo. Pedem quemlibet ex quatuor si geminaveris, metrum conficies. Quare

re optime Augustinus: *metrum pedibus confit, nec ubique possunt dici pedes ubi nusquam duo sunt.* Est autem in metro initium poetici numeri. Metrum enim in partes similes disperitur, idest in duos pedes ejusdem generis. Pes in dissimiles. Duarum enim syllabarum altera brevis erit, alia producta. Altera habebit accentum, altera non habebit; sed voluptas oriri nequit, nisi ex partium similium comparatione. Ac de pedibus, quod dicamus nihil amplius superest. Vidimus pedes in pœsi eosdem esse prorsus, ac simplices, & primas rythmi formas in musica; quare Augustinus *iterum partim pedis, inquit, sibi levatio vindicat, partim positio.* Idem multo ante docuerat Maurus Terentianus, quod etiam dicendum est in Choreis de passu quolibet. Itaque neque tactus unus in Musica unico vocis ictu contentus est, neque in saltatione passus unus unico corporis motu, nec syllaba unica pes unus in pœsi; quod luculenter docet M. Terentianus eo in carmine:

*Una longa non valebit edere ex sese pedem,
Ictibus quia fit duobus non gemello tempore
Brevis utrinque fit, licebit, bis feriri convenit.
Parte nam attollit sonorem, parte reliqua deprimit.
Ἀργὴν hanc Græci vocarunt, alteram contra Θέστυν.*

Pergamus igitur. Si pes idem non semel, sed iterum, iterumque geminetur nullo certo fine proposito rythmus progignitur. Rythmus vero quadruplex erit, Jambicus, Trochajcus, Anapæsticus, Dactylicus. Totidem sunt enim pedum formæ, quibus geminandis progignitur. Tandem ex quolibet rythmi genere versus tres oriuntur. Est enim versus rythmi cujusque portio aliqua, neque ita parva, ut ea metrum non superet, neque ita magna, ut geminos in versus possit dispertere. Minimus igitur versus omnium pedibus tribus constabit. Ratio enim unius pedis ad pedem, quæ metrum constituit, seriei alicujus initium est, non item series dici potest. Versus autem est rythmi portio & rythmum in serie constituimus. Versus maximus constabit pedibus quinque. Uno enim aucto pede ea rythmi portio in versus duos resolveretur. Pedes vero bini additi tribus reliquis, qui versum unum possent constituisse, optime illis adhærent, ita ut versum maximum pedum quinque habeamus. Fiunt enim additi pars aliqua seriei unius, neque essent, nisi adderentur. Etenim sejuncti metrum

tan-

tantummodo constituerent. His cognitis versuum omnium, qui haberi possint, quacumque in lingua numerus facile colligitur. Cum enim ex quolibet rythmi genere versus tres existant, pedum scilicet trium, quatuor, vel quinque, rythmi autem genera sint quatuor omnino, patet versuum omnium genera duodecim esse posse non plura, non pauciora. Quare si quis versus superesse videatur, neque statutis legibus contineri, is falsi nominis versus habendus erit, ac rejiciendus, nisi satius fuerit aliquando confirmatæ veterum servare consuetudini.

XXXII. Hæc in universum placuit exponere de natura, de generibus, de numero carminum, eaque nos omnia deduximus a ratione dimetiendi temporis, quæ propria canentium est, aliud ex alio inferentes more theoreticorum. Modo singula quisque referat ad praxim, & conferat cum carminibus linguæ suæ. Quanto diligentius quæsierit, tanto melius deprehendet bene omnia convenire. Miratur ne quis, oblitum me præterisse veterum bina carmina omnium pulcherrima, & probatissima, jambicum, quod senarium, & trimetrum vocant, & hexametrum, cum maxima versus unius magnitudo non sexto, sed quinto pede a me definita sit? Sed carminis utrumque genus pedibus sex constare pervulgata quidem opinio est, minime tamen vera est. Videamus primum de jambico, quid veritate non opinione decernendum sit. Suos etiam habet versus Jambicos recens hæc Italorum poësis. Quid enim vetat legitimum Jambicum eum esse = *a guisa d' un bel sol tra tutte radia* = quem nos si pedibus metiri velimus, non in sex, sed in quinque solvimus, & quidem recte; nam versum metimur ab initio ejus ad accentum ultimum, scilicet ad syllabam decimam. Undecimam, & duodecimam non metimur, quæ binæ syllabæ, adsint, absint, nihil efficiunt. Quid ni latinum etiam Jambicum,

Non Graja vis, non barbara ulla immanitas,
compositione, & sono omnino similem eodem nos modo metiamur? Jam vero id si fecerimus, non amplius fenos ictus Latinorum, & Græcorum Jambicus reddere dicendus erit, sed quinque, ut versus cæteri omnes. Venio ad hexametrum, in quo pariter pedes sex numeramus, quod in dactylos, & spondæos solvi solet; id vero commode fieri constat, non autem recte. Nam versus hexametri anapæstici rythmi partes sunt

sunt quædam, non dactylici. Quod veterum nonnulli bene norunt, & Maurus Terentianus inter cæteros. Solvendus est igitur hexameter in anapæstos, quo ex pede oritur. Idque si fiat, statim patebit præstituto pedum numero contineri, syllabis duabus superfluentibus extrema, & prima, quæ catalecticæ, & hypercatalecticæ a veteribus appellari consueverunt. Legitima autem versus mensura expleta, superesse ac quasi superfluere syllabam aliquam nihil mirum est. Idem sæpissime contingit in cantu nulla aurium offensione. Immo si mihi de ratione musici cantus instituendi, ac notis consignandi scribendum esset, eam legem ante cæteras omnes constituendam putarem, cantilenas quaslibet initium, & finem habere debere eadem in voce, scilicet in basi ejus modi, qui eligitur, & eodem in tempore, immo ea in temporis parte, quæ *thesis* dicitur, quæque est validior. Lex hujusmodi in universum certissima est, & præcipua omnium habenda; neque tamen ea vetat, quominus vox aliqua ante *thesim* ex gradu aliquo, qui satis bene cum basi consentiat, moveri incipiat, ac rursus, cum finem movendi fecerit in *thesi*, & in basi, ibi tamdiu producat, quamdiu libuerit nulla habita ratione temporis. Ita enim eo in loco non amplius moveri vox canentis, sed quiescere intelligitur. Si pars igitur aliqua ex legitima mensura superesse potest in cantu, cur non in carmine? Vidimus igitur hexametri, & jambici magnitudinem revera non sexto, sed quinto pede definiri.

XXXIII. Alia multa præterea, si voluerimus, intelligemus, quæ sæpe quæsitâ nondum ab ullo inventa sunt. Hexametrum illum

Urbem fortem cepit nuper fortior hostis

rejiciunt omnes, neque tamen idonea rejiciendi causa a quoquam allata est. Nobis ratio continuo patet, neque dubii quidquam relinquatur. Qui enim fieri potest, ut anapæstici rythmi particulam exhibeat verborum hujusmodi progressio, quæ verba in morem rythmi dactylici singula incipientia aurem accentu pulsant, non desinentia? Hexametri etiam spondæis aliquot suffectis meliores fiunt. Mirum videtur: etenim quæ de causa id effici credendum est, ut magis placeant numero corrupto, quam integro? Nempe ex natura rythmi ipsius anapæstici, qui cum ictu triplici quodammodo exiliat, spondæis admiscendis temperatur, atque adeo commodior, & gratior.

vior fit. Motus ille vehemens, atque incitator, qui probatissimus est eo in hexametro

Quadrupedante putrem sonitu quatit ungula campum,
 ubi plures versus similes consequerentur, haud parum haberet offensionis. Verum in singulis hexametris, cur quinto loco anapæstus non omittitur? Quia ineunte carmine obscuritas quædam numeri ancipitis jucunda esse potest; sed ante finem obscuritas tolli oportet, & numerus declarari. Transeamus ad cætera carminum genera, & præcipue ad ea, quæ duplici rythmo, non triplici progignuntur. Horum alia graviora sunt, alia leviora. Si quæsieris, comperies ad rythmum Jambicum pertinere, quæ graviora sunt; ad Trochaicum, quæ sunt leviora. Neque te ratio latebit, quæ a collocatione accentus petenda est. Pes Jambus accentum habet in secunda syllaba; Trochæus in priorè. Prior syllaba igitur in Trochæo acrius auditum movet, tum quia prior est, tum quia accentum habet. Altera vero syllaba, quia in *arsis* est, ad versum claudendum minus apta est. Hinc Jambici versus sedatior incessus videtur, & quies in fine perfectior. Sed rursus carmina quædam facile permiscerentur, quædam inter se repugnant, & eorum admodum incommoda, atque aspera conjunctio est. Consule quæ superius sunt exposita. Intelliges, haud recte permisceri, nisi quæ ejusdem rythmi genere prognata sunt. Etenim rythmi inconstantia absona est, ut ipse in cantu senties, si modo hac, modo illa temporis ratione utare, neque aliquanto in eadem perseveres ita, ut audientium expectationem fallas fere semper. Quamquam, neque versus omnes, qui eodem rythmi genere progignuntur, probe misceri possunt. Unoquoque in genere versus medius, qui constat pedibus quatuor, admodum discrepat a minimo, & maximo generis ejusdem, qui tribus, & quinque pedibus constant. Rei hujusce ipse pedum numerus par, vel impar in causa est, cum aurium in comparando vim minime fugiat, utrum æquales, an inæquales in partes versus magnitudo dividatur. Veteres in promiscendis, & discernendis carminum generibus negligentiores fuerunt. Pindarus præsertim; atque hinc, ni fallor, Lyricorum omnium clarissimo in odarum suarum forma imitatores defuerunt. Illa videlicet multiplex versus omne genus varietas, haud quam satis hominum auribus potuit probari. Placent vero, semperque placebunt Petraræ nostræ, atque Aligherii cantio-

iones; sunt enim amplæ, & graves, ac numero admodum uavi. Constant optimo versuum genere, atque iis potissimum, qui omnium facillime confociuntur.

Libenter hoc in sermone de carminibus dimetiendis ver-
fatus sum, neque diutius tamen, quam par sit. Utinam enim
musici versuum omnium leges, & discrimina probe callerent!
Utinam nobilium poetarum lucubrationibus optimis, atque
argumentis gravissimis pertractandis affuescerent. Quanta id fie-
ret audientium voluptate! Quanta laude, quantoque aug-
mento facultatis utriusque! Nemo tamen musicorum, licet
præclaro admodum ingenio præditus, atque in arte sua ab-
solutissimus, rem tantam felici ausu aggredi poterit, nisi
idem in lectione poematum optimorum diu, multumque fue-
rit volutatus; tum condendi carminis leges singulas probe no-
scat, quæ a nobis hoc in capite sunt expositæ.

CAPUT SEXTUM.

*De Newroniana colorum analogia, temperamento chordarum, &
quibusdam in hac eadem suspicionibus.*

XXXIV. **A**rtis Musicæ totius pertractatio universa, ut
mihi quidem videtur, quinque in partes re-
cte, commodeque tribui potest. Sunt autem duæ priores *acu-
stica*, & *metrica*, de quibus dixi, quæ sentio. Tres super-
sunt, *Melopeja*, *Diaphonia*, *Hypercritice*. Veteres commemorare
solebant musicam *caelestem*, musicam *mundanam*, *rationalem*,
humanam, *organicam*. Sed magnis nominibus delectari nihil
attinet, neque partitionibus uti prodest, quæ nimium late
pateant. Ego *Melopejam* usitato apud veteres nomine, artem
intelligo cantilenæ inveniendæ, ac dirigendæ, quæ maxime
libera, ac simplex sit, cum vocis unius apta progressionem
contineatur. De hac Musicæ parte libri nulli sunt. Artis ma-
gistri eam esse perfacilem existimarunt: hinc in ea, ut suo
quisque iudicio uteretur, sinere se posse arbitrati sunt; neque
illud animadverterunt in summa libertate scribendi, recte scri-
bendi difficultatem esse quam maximam. Oportet enim, ut
prudenter omnia moderetur. Prudentiæ vero lex una le-
ges innumeras complectatur necesse est. *Diaphonia* cantilenas

plures, seu similes, seu dissimiles ita docet consociare, ut altera alteram juvet, non officiat. Hac in parte librorum multitudine laboramus; neque tamen adhuc fuit, qui optimas Diaphonix leges, easdemque certissimas demonstratione adhibita explicaret, confirmaretque, eas, inquam, leges, quibus is, qui *cymbalo* affidet, veluti concertus musici moderator, & præses, chordis quibusque gravioribus certas quasdam acutiores solet adjicere. Demonstratio hujusmodi plurimum luminis afferret discipulis, & scribentibus; quo autem ex capite duci possit, opinor me ostendisse in libello *Delle Quinte successive nel contrappunto, e delle regole degli accompagnamenti. In Milano 1780 per Cesare Orena. Hypercritice* musica tandem quæ dicitur, musicarum lucubrationum quarumcumque finibus, atque officiis constituendis exercetur, eaque ex non ma vitia, & virtutes singulas diligenter notat, patefacit, expendit. Rationes, quibus utitur, alias habet proprias, easque ducit ex quatuor partium aliqua, quæ numeratæ sunt; alias communes cum cæteris pulchrarum artium studiis, picturæ præfertim, architecturæ, eloquentiæ, poetices; exque duci solent sive ab eximia pulchri forma, ac notione, sive ex rerum observatione, quæ ad animos inflammandos, & restringendos valent. Si musicorum conventus magna in domo haberetur, certisque diebus lucubrationes summorum hominum producerentur, quarum pleræque oblivione quadam minime laudabili blattis, & pulvere consumendæ relinquuntur; deinde vero aliquis ad dicendum idoneus leni, & sapienti censura eas ipsas perlequeretur, seu loca quædam insigniora ad imitandum proponeret; conventus hujusmodi, inquam, si haberetur, nihil profecto fieri posset jucundius ad animos audientium humanissima, & liberalissima oblectatione perfundendos; nihil utilius ad pulchrarum artium studia recolenda, nedum musicæ qua de agimus, sed omnium; omnes enim mirifice convalescerent pravæ opinionum erroribus detectis, & ingeniis excitatis adolescentium. Attingi breviter musicæ partes singulas; quidque propositum cuique sit, aut esse debeat. Tribus tamen postremis explicandis, quæ plura, & magna desiderant, immorari mihi non licet. Otium haud suppetit; ætas præterea me mea hortatur, ut ad majora me conferam; quod tamen haud ita velim intelligi, ac si temporis prænteretur, quod in re musica pertractanda hætenus insumpsi. De meo sensu, ut loquar, utinam arti huic ma-

maxime liberali, quæque apud nos usum habet in sacro faciundo, doctissimi, & gravissimi homines præficerentur. Temporis angustia excludor. Cæterum lætor facultatis præclarissimæ fundamenta locasse me, ut mihi quidem videntur, firma, & solida. Tum spe, & cogitatione delector, aliquem fore aliquando, qui opus altius extruat, & laute ædificet.

XXXV. Ad acusticam igitur me refero, quam mihi præcipue illustrandam sumpsi, ac duo, quæ addi possunt, atque a me inchoata sunt, neque tamen perfecta, cæteris perficienda proponam, si quidem digna existimaverint, in quibus elaborent. Alterum spectat analogiam vocum, atque colorum, quam Newtonus sibi deprehendere visus est in radiis primigeniis. Analogiam hanc plerique philosophorum nunc temporis despiciunt, neque quidquam certi habere judicant. Sed mihi neque rem satis diligenter videntur perpendisse, neque dum spem ejus confirmandæ esse abjiciendam. Nonnulli cum Roussovio dubitant, chordarum musicarum longitudines non eas esse omnino, quæ a nobis receptæ sunt. Alii addunt forte etiam a Newtono non admodum exacte spectri sui colorati spatia definita fuisse. Sed adversantes hujusmodi, qui perpetua in dubitatione versantur, & a Newtono jam dimissi sunt, & a nobis, nulla nova quæstione instituta, sunt dimittendi. Quid enim sufficiat, quibus, quæ sunt allata, minime sufficiunt? Ordo mihi chordarum, quæ coloribus singulis respondent, haud injuria suspicionem aliquam injicere posse videbatur. Sunt enim quidem omnes chordæ musicæ, quæ radiolis probe distinctis definiuntur. Sed nequaquam omnes in modo eodem, aut eadem in scala, ut ajunt, reperiuntur. Aliæ ad modum majorem pertinent, aliæ ad minorem. Illud igitur occurrebat, si colorum gradus cum gradibus vocum musicarum natura congruunt, qui fit, ut mihi simul oculis objiciantur gradus ii, quos aures respuerent si simul objicerentur? Ordinem videbam, sed in ordine inconstantia quædam erat, quæ displiceret. Ut vero animum diligentius adverti, inconstantia ipsa maxime constans visa est, & colorum septem analogia cum dimensionibus chordarum sese mihi obtulit multo clariori in lumine conspiciendam. Chordæ quatuor insigniores, *ut, fa, sol, ut*, extremæ scilicet, & mediæ, modo utrique majori, & minori sunt communes. Atque has omnes nobis exhibent in spectro Newtoniano radii
tres,

tres, rubeus, viridis, cæruleus. Primus enim rubeus etiam pro octavo habendus est. Reliquæ chordæ sunt octo, quarum quatuor modi majoris propriæ sunt, quatuor minoris. Quæ omnes cum in legitimo graduum numero (septem sunt enim in unoquoque modo, seu scala) locum habere nequeant, binæ omittuntur ex modo quoquam hac vice. Secundam majoris habemus in spectro, non autem septimam modi ejusdem. Contra modi minoris habemus tertiam sexta ejusdem omiffa. Atque id plane ad illam ordinis inconstantiam, quæ objici poterat, diluendam, ac refellendam satis me habere censebam. Sed rursus idem alia quadam ratione dilucide admodum confirmatur. Scribantur ex ordine nomina chordarum duodecim, quibus musica utitur. Coloris autem nomen singulis chordis, quibus colores respondent, adscribatur. Continuo apparebit binis quibuscumque chordis colorem habentibus unam non habere. Sic enim se habent

$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{2}$
Rubeus	Aureus	Flavus	Viridis	Cæruleus	Indacus	Violaceus	Rubeus				

Iterum igitur naturæ constantiam cernimus, sive in coloribus, qui adsunt, sive in iis, qui absunt, atque omittuntur. Quin etiam hinc suspicio quædam mihi oriebatur, forte colores etiam primigenios duodecim esse, sed ope prismatis in conspectum omnes venire non posse. Quæ suspicio oculorum ipsorum sensu confirmari videbatur. Colores enim aureus, & flavus, tum viridis, & cæruleus, quod proximi sint, minus differunt inter se. Magis differunt rubeus ab aureo, & flavus a viridi, qui uno intermisso colore distinentur.

XXXVI. Sed rursus Dolondianum inventum totam rem in discrimen adducit. Ajunt enim philosophi, primigenios radios alio vitri genere alia ratione refringi, ac separari. Quare de præclara colorum analogia cum rationibus musicis monochordi actum esse. Et quidem id videtur inferri posse. Ego vero non inferrem, nisi quodam ante habito tentamine, quod innuendum censui. Longitudines omnes, quæ nobis a Newtono exhibentur, duplici parte constant; parte scilicet spectri colorati, & iterum spectri ipsius longitudine integra. Philosophus enim præclarissimus duplicavit spectrum, ut chordam primam haberet octavæ chordæ duplam, qua deinde immixta ex ordine chordas reliquas interjectas habere posset. Longitudines autem ita inventas supra vidimus referri ad aliquam

parabolarum, atque ejus esse abscissas, & ordinatas, ut æque distant ab extremis. Jam vero non ne parabolæ innumeræ inæqualis parametri haberi possunt? Quid ni igitur ad earum aliquam pertineant radii, quocumque e genere vitri emergentes? Superest igitur quærendum, quæ ea sit parabola. Atque ut Newtonus spatiolis singulis, quæ radiis definiebantur, addidit totius spectri longitudinem, atque ei res feliciter cessit; sic nos pariter, quam partem addere debeamus videndum erit, ut eam inveniamus. Ac si invenerimus, iterum naturæ constantiam cum refractionis varietate conjunctam admirabimur. Mihi in præsentiarum prisma e vitro hujusmodi, quo esset opus, non suppetit; sed etiam si haberem, cuicumque philosophorum libenti animo concederem, quem nemo suspicaretur, ad sententiam meam potius, quam ad veritatem confirmandam experimentum accommodare voluisse. En formula, quo facile experimentum capi possit. Exhibeantur a prismate ex quovis vitri genere quantitates quatuor a, b, c, d , æque distantes a spectri medio, sive ab extremis, at non geometricè proportionales, quæque adeo utrum ad parabolam ullam pertineant nemo intelligat. Quantitas aliqua communis m , ut Newtonus fecit, singulis addenda est, ut ea addita geometricè proportionales fiant, atque ad parabolam redigantur. Quantitatis hujus m mensura habebitur hac formula

$$m = \frac{bc - ad}{a+d - b-c}. \text{ Quantitas eadem toties infinita non erit,}$$

quoties ex propositis quantitatibus id, quod quærimus, poterit fieri. Neque enim fieri poterit ex omnibus. Experimento hujusmodi nondum instituto contemnenda a nobis non est (si bene sapimus) colorum analogia. Ea enim, quæ a Newtono primum observata sunt, deinde iterum, ac perdiligenter a Mairano ad annum Reg. Academiæ Parisiensis 1781, & ab aliis pluribus, casu contingere potuisse non est verissimile.

XXXVII. Venio nunc ad secundum. Modi, seu scalæ musicæ gradus dissimiles tres sunt. Vox enim quælibet a proxima superiore, aut octava sui parte superatur, aut nona, aut decimaquinta. Quare scalæ binæ iterum, neque sine causa incrementis singulis exhibitis ita possunt repræsentari.

Modus minor X $\frac{1}{17} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{17} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{8}$

ut re mi fa sol la si ut

Modus major X $\frac{1}{8} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{17} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{17}$

Prætereo vicem eam hic denuo sese nobis offerre, quam pluribus in locis observavimus, cum duorum modorum alterum ascendere, alterum descendere videamus gradibus iisdem, & eodem graduum ordine. Illud magis animadvertendum est, posse nos exemplo hoc proposito, atque in binas *ogdoadas* producto, quamlibet vocem conferre cum qualibet, ac statim cognoscere, utrum invicem æqua, & perfecta ratione respondeant, quam intervallum illud postulat, an non æqua, neque perfecta; immo & quantula parte ratio eadem in singulis vocibus crescat, aut deficiat. Sufficiet enim si animadverterimus quot, quibusque incrementis intervallum quodque componatur. Non enim eadem proportio esse poterit, ubi incrementa interjecta non sint eadem prorsus, & numero, & specie. Ex. grat. quintam vocem videmus distare a prima interjectis quatuor gradibus bis ex octava parte, semel ex nona, semel ex decimaquinta. Atque hic habemus proportionem æquam sesquialteram, quæ vocis quintæ propria est. Eandem igitur etiam habebimus inter vocem tertiam modi majoris, & septimam. Interjecti sunt enim totidem gradus, & similes. Contra non habebimus inter secundam modi ejusdem, & sextam. Hisce enim interjectos video gradus quatuor semel ex octava parte, semel ex decimaquinta, bis ex nona. Non igitur potest eadem vox, & sextæ majoris nomine optime consonare cum prima, & quintæ nomine cum secunda. Qua ex repugnantia, quæ haud semel contingit, dum in cantu voces omnes conferuntur cum omnibus, nobis necesse est chordarum earundem tensiones ita temperare, ut translata basi voces singulæ vocum singularum officiis satis bene fungi possint, non quidem nullo, at minimo quo fieri potest, & certe tolerabili suavitatis dispendio. Præstat enim imminui, ac quodammodo obscurari chordarum omnium consonantium suavitatem, quam dissonantium aliquot asperitate nimium patenti aures vulnerari. Chordarum temperandarum quænam esset optima ratio clarissimi Philosophi in rebus musicis diu, multumque volutati magno negotio conquiesierunt, ad eamque inveniendam multiplices, ac varias inierunt vias, quas quisque uno in loco collectas cognoscere poterit parvulo in libello: *Saggio delle leggi del contrappunto* 1762 in *Castelfranco*, quem edidit clarissimus Jordanus Ricatus Comes, nomen italis Mathematicis apprime carum, atque illustre. Homines tamen
in-

ingeniosissimi, ut ex eo constat, nihil attulerunt, quod revera profuturum esset harmoniæ musicæ perficiendæ. Itaque practici omnes consuetudinem quamdam secuti, cæco aurium judicio, nulla certa lege, chordas alias aliquanto remissiores, alias aliquanto intensiores facere consueverunt, & satis bene ita chordas temperant, theoreticorum disputationibus neglectis, quibus si parere voluissent, nullam nos prorsus musicam haberemus, ut haberemus eximiam admodum, ac fere perfectam. Idque patet; nam ut chordarum vitia minuerent, chordarum numerum auxerunt. Quis autem homo symphoniacus ea mentis, & manus celeritate esse possit, ut organo scite, & bene utatur, in quo regulæ, aut voces 43. 50. 55. 74. intra unius ogdoadis spatium numerarentur?

XXXVIII. Igitur si dissonantias omnes e cantu tolli volumus, aut via prorsus intentata, & cæteris adhuc incognita nobis incedendum est, aut cogitatio hujusmodi musicæ perficiendæ omnino abjicienda est. Ego quo tramite sim ingressus aperiam, quamquam nondum satis intelligo, quo mei me pedes ferant opere minuto, & satis injucundo numeros omnes, quibus exactæ chordarum longitudines exhibentur, institui inter se conferre. Tertias singulas, quartas singulas, reliquas omnes. Quotquot copulæ haberi possunt ad ratæ proportionis normam revocavi, easque notabam, quæ discrepant. Facilitatis gratia. Utebar numeris minoribus 21. 27. &c. qui modum majorem exhibent, 30. 32. &c. qui minorem. Quamquam, qui velit, commodius forte uti poterit fractionibus, quæ gradus singulos exprimant, ut supra innuimus. Ego heic copulas discrepantes, quas notavi spectandas, & considerandas subjicio.

In modo minori

Re : Sol

Si : Mi

Mi : Si

Sol : Re

Sol : Si

Si : Sol

discrepant

Quarta bis.

Quinta bis.

Tertia semel.

Sexta semel.

In modo majori.

Fa : Si

La : Re

Re : La

Si : Fa

Re : Fa

Fa : Re

Mirabitur quisquam septimas hic minime reperiri; ego vero omittendas censui, quod mihi numquam discrepare videantur nihilo magis, quam secundæ. Secunda quælibet gradus est quidam ab alia ad aliam chordam, quæ proxima sit.

T. VII.

B b

Gra-

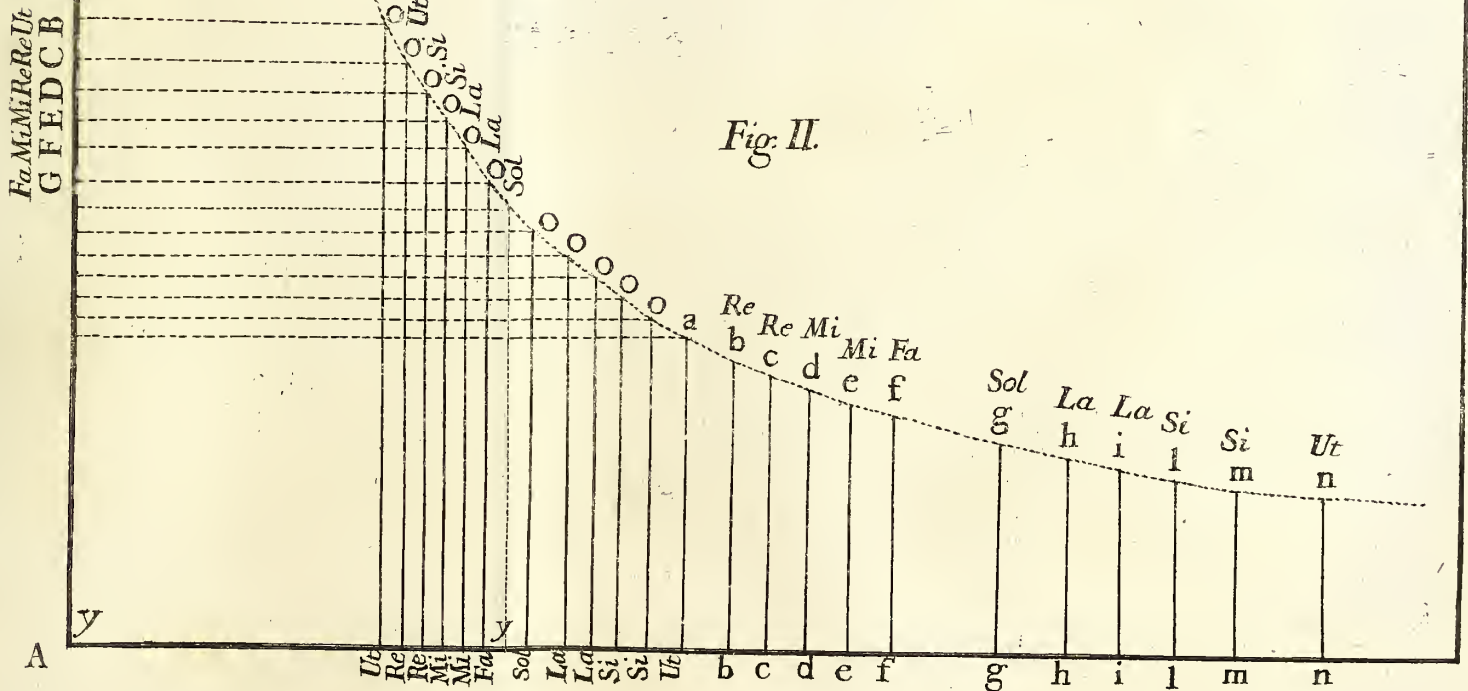
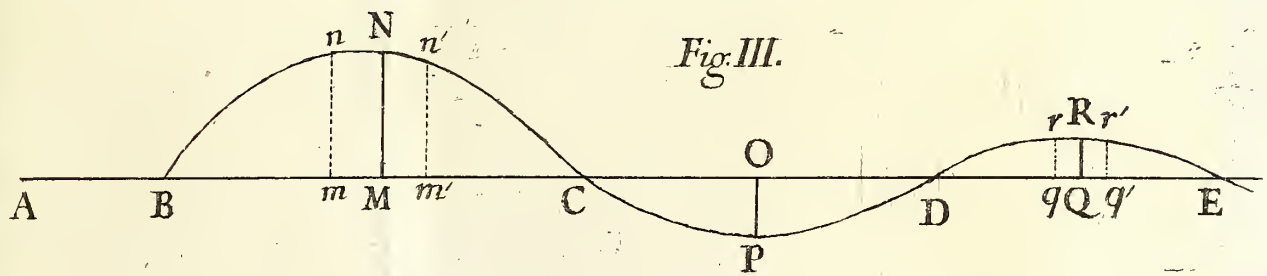
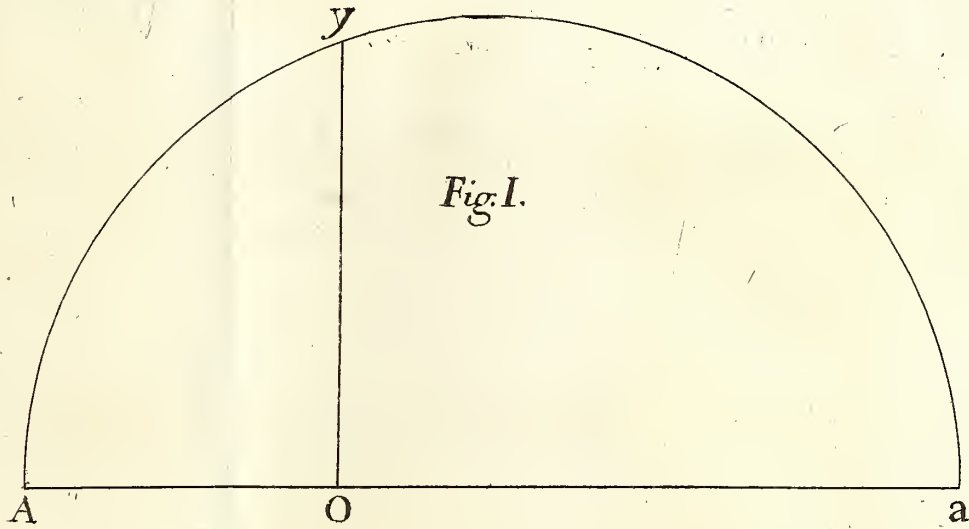
Gradus vero, ut vidimus, triplex est; neque aures offendit unquam, quippe qui definitus est a natura, nosque a legitima chorda ad legitimam adducit. Idem prorsus de septima dicendum est, quæ pariter triplex est. Nihil est enim septima quælibet nisi octava aliquo e tribus gradibus imminuta. Quod optime advertit Chartesius. At enim cur igitur in modorum duorum exemplis septimæ binæ positæ sunt, non tres? Eadem prorsus de causâ, qua binæ etiam secundæ non tres positæ sunt. Scilicet quod graduum quidem ratio triplex est; sed a nobis chordarum omnium rationes erant exhibendæ, quæ ad basim referuntur, non quas chordæ vicissim inter se habere possunt, ubi singulæ cum singulis conferantur. Hic etiam non erit abs re illud addere, quod secunda minor = $\frac{1}{2}$; a majore = $\frac{2}{3}$ multum discrepat, scilicet vocis dimidio, ut practici loqui solent; ac vere quasi vocis dimidio. Hinc discrimen hujusmodi nedum auribus, verum etiam oculis fere in quolibet instrumento patens est. Contra secunda, quæ minori, & majori interjicitur, gradus scilicet $\frac{1}{2}$ a gradu $\frac{2}{3}$, qui secundam majorem constituit, ita parum differt, ut ea in regulis instrumenti cujusquam oculis non objiciatur. Jam vero, ut ad caput redeam, sicuti numquam secundæ discrepant, ita septimas numquam per se discrepare posse statuendum est. Atque hoc iterum in loco considerandum sese nobis offert natura, & forma propria duorum modorum. Neque nos hic morabimur sine causâ; discutietur enim tandem aliquando quidquid tenebrarum adhuc superesse videbatur in modo minori ex chordis iis, quas a majori mutuari solet, secunda nempe, & septima. Rationes insigniores, octava, quinta, quarta, unicæ sunt. Quare iis modus musicus carere nequit. Hæ chordæ itaque utriusque modi sunt communes. Subeunt rationes proximæ, tertiæ scilicet, & sextæ. Hæ duplices sunt. Itaque uterque modus suas, & proprias habet; alius alius utitur, atque hinc efficitur modorum natura dissimilis. Veniunt tandem tertio loco secundæ, & septimæ, quæ rationes a perfectione, & suavitate cæterarum longe absunt. Hæ triplices sunt nedum duplices; per se tamen nihil quidquam conferunt ad modi naturam constituendam, sed explendis inserviunt consonantiis cæteris, quibus constat modus quisque. Hinc, ut videre est in secundis singulis, scilicet in gradibus, quælibet e tribus sive secundis, sive septimis eum in unoquoque

modo locum obtinent, quem obtineant oportet, ut officio fungantur suo; expleant scilicet, ut diximus, consonantias cæteras, quæ ad legitimam cantilenæ progressionem requiruntur sæpius, & melius quam possit fieri.

XXXIX. Accedamus ad ejus viæ ingressum, qua nobis opinor incedendum esse, si cui forte contingat eo pervenire, quo cupimus. Chordarum septem in unoquoque modo comparationes 42 possunt institui, atque adeo 84, ubi duarum chordarum copulationes omnes utriusque modi simul sumptæ numerentur. Ex hisce copulationibus 72 sunt probatissimæ. Quartæ, & quintæ singulæ; item tertiæ, & sextæ singulæ minores, vel majores optime consonant proportionibus integris. Integris etiam proportionibus optime consonant secundæ, & septimæ omnes ea de causa, quam paullo ante attuli. Copulationes igitur, quæ a rata proportione abluant, supersunt 12; tot scilicet, quot elementa sunt primaria, & simplicia, sive chordæ, quæ comparantur. Chordarum ego dissonantium omnium copulationes duodecim superius exposui, ac diligentius inspicienti facile patebit, in earum singulis inesse aut modi chordam septimam *si*, aut secundam *re*. Quod cum ego primum animadverti, subito spes quædam affulgere visa est musicæ omnino perficiendæ dissonantiis abactis quibuscumque. Quid enim? Nonne vidimus, voces musicas omnes crescere gradibus tribus, easque esse dissonas, in quibus alter gradus pro altero sit positus? Nihil mirum igitur, si chordæ binæ *re*, & *si*, quæ adjacent chordæ, quæ modi basis est, ejusque octavæ, ubi comparentur cum chordis reliquis singulis, aliquoties discrepent: vere, inquam, discrepant; namque hoc loco sermo non est de chordis, quas practici dissonas appellant, quod minus bene consonant. Ipsæ chordæ *re*, & *si* gradus sunt bini e tribus. Allatis autem in comparationibus ne chordæ discreparent, hisce rejectis gradibus duobus, quorum alter acutior, alter gravior est, quam res postulat, gradus tertius erat adhibendus. Interferatur igitur inter chordas secundam minorem, & majorem, itidem inter chordas septimam minorem, & majorem, binos scilicet inter gradus, minimum = $\frac{1}{3}$ & maximum = $\frac{2}{3}$, gradus medius = $\frac{1}{2}$, ac forte dissonantiæ omnes e musica tolli poterunt. Habebimus enim triplicem secundam, & triplicem septimam. Eaque ex tribus qualibet in comparatione uti licebit, quæ neque acutior sit, neque gravior, quam

res postulet. Hæc mihi cogitanti præclarissimi inventi spes aut facti, aut prope faciendi subito, inquam, spes affulsiſſe videbatur. Sed subito etiam offuſis tenebris pene obruebatur. Continuo enim illud ſubibat conſiderandum, rem ſane ſe bene habere, donec modi baſis, prima ſcilicet chorda locum ſuum teneat. Sed baſi translata a chorda in chordam, & concentu abeunte in modos remotiores, num chordarum earumdem comparationes ita fient, ut chordæ binæ additæ, quæ diſſonantiis omnibus tollendis primo in modo, ſive minori, ſive majori ſufficiebant, in cæteris omnibus pariter ſufficiant? an niſi omnino ſufficiant, parum admodum abſint? Id niſi contingat, in nihilum redeunt omnia, quæ in rem hanc a me quaſita, atque inventa videbantur. Siquidem chordæ omnes, quæ modi propriæ ſunt, atque adeo optime congruunt cum baſi, quamquam inter ſe collatæ aliquid diſcrepent, nihil plane tamen aures lædunt. Id muſicorum omnium conſtat experimento; atque adeo verum, & certum eſt, licet mirum videri poſſit. Ego vero haud difficile idoneam rei cauſam reddi poſſe puto. Chorda enim, quæ baſis modi eſt, quamquam in audientium aure ſileat, in memoria tamen perpetuo reſonat, donec concentus ad modos alios, atque adeo ad alias baſes transferatur. Hinc chordæ ſingulæ in unoquoque modo, eſſi diſcrepant inter ſe, eodem tamen tempore optime conſonant cum primaria modi ſui, quæ ſemper tamquam præſens, & ſonans habenda eſt. Aures autem numquam reſpuunt chordam hoc modo diſcrepantem, cujus ſcilicet aſperitas conſonantiæ alicujus ſuavitate obtegatur, quam ea ipſa efficiat. Gradus igitur medius = $\frac{5}{2}$ a me additus, ac geminis ſecundis, & ſeptimis interpoſitis, concentu manente in eadem baſi, inutilis eſſet. Quid enim juvat diſſonantias tollere, quæ non lædant?

XL. Superſt igitur quaerendum, utilis ne fieret additio eadem concentu translato ad alias baſes. Eo in caſu ſi chordis perficiendis, quæ a baſi diſcrepent, inventum ſufficeret, jure celebraretur. Ego autem haud adfirmare auſim fore ut ſufficiat. Tamen non ne chordæ ſingulæ cum ſingulis in utroque modo a nobis comparatæ ſunt? Paria igitur eadem nobis obvenire neceſſe eſt. Neque quidquam referre videtur, quod gradus tres diſſimiles a prima modi chorda removerentur. Loco enim mutato, & nomine utilitatem eandem in
iif.





iisdem chordarum comparationibus possent habere. Unum igitur superest videndum, quid incommodi afferant novæ, quæ obveniant, chordarum comparationes. Basi stante, chordæ propriæ modorum duorum & inter se, & cum chordis communibus in utroque modo jam a nobis comparatæ sunt. Translata basi continget præterea, ut secunda, & tertia modi minoris cum sexta, & septima majoris sint conferendæ; rursus secunda, & tertia majoris modi cum sexta, & septima minoris. Harum vero chordarum discrepantiæ quibus in modis occurrent? Num in remotioribus a modo, qui ortum habet a basi primaria, an etiam in cæteris? Discrepantiæ ipsæ erunt ne leviores, an graviore? Tandem qua ratione evitari poterunt, aut tolli? Hæc ego aliis consideranda, ac dirimenda permittere statui, iisque potissimum, qui forsan mea hæc, lectione delectati, haud minimi fecerint. Harmoniæ tamen suavioris incrementum, quod nobis sperandum proponitur, discrepantiis quibuscumque e musica abactis, haud mihi videtur esse tanti, ut multarum chordarum aucto numero, & incommodo quærendum sit. Quin immo, si dissonantiæ omnino haud tolli possunt, omnino haud tolli oportere existimaverim, iisque facile assentiar, qui opinantur ex ea, de qua loquimur, chordarum musicarum discrepantia, ejusdemque inæquali distributione commodi plus quam incommodi obvenire solere, cum hinc modi singuli inter se varii fiant, & variis animorum affectionibus, sive exprimendis, sive excitandis aptiores, vehementioribus, qui chordas aliquas habent justo intensiores, mollioribus, qui remissiores. In arte enim, quæ a natura proficiscitur, nihil videtur utile fore, quod natura ipsa vetat posse fieri.

GABRIELIS BRUNELLII.

De Locustarum Anatome.

EVenit non vero, Academici præstantissimi, ut dum laborum nostrorum finem aliquem nobis ipsi constituimus, capti quodammodo fraudatique videamur, si illud ipsum, cujus causa susceptus labor est, minime consequi valeamus. Nihilominus tamen iidem illi, quos suscipimus, labores non irriti semper inutilesque evadunt. Quamvis enim finis ille, quem indagini nostræ præscribimus, non statim habeatur; interdum tamen contingit, ut alia non minus utilia, nec prorsus contemnenda consequamur. Quod mihi accidit, cum organa auditus in locustis inquirerem. Cum enim certus essem & doctissimorum Virorum auctoritate, & experimentis a me institutis, locustas audire; attamen quidquid temporis ac studii in hanc rem inquirendam impendi poterat, perperam impendi. Nullam enim inveni partem, quæ ad organa auditus spectare videretur. Et tamen non continuo suscepti laboris ac studii me pænuit; tot enim, tamque varia mihi sese conspicienda obtulere, ut ego ipse deliberaverim eam sequi viam, quam mihi sternere natura videbatur. Statui videlicet horum insectorum structuram, atque machinam scrutari, vobisque, Sodales spectatissimi, eorundem animalculorum Anatomen exhibere. Sed antequam ad rem venio scire vos oportet, in hac re tota socium mihi fuisse Virum in Anatomia peritissimum, ut nostis, experientissimumque, Carolum Mundinium, cujus non solum industriæ, sed etiam consilio plurimum debeo.

De locustis itaque acturus, non inutile fuerit earundem historiam breviter texere. Illud in primis omnes norunt, animalcula hæc sæpe humano generi nocua fuisse; et hoc nomine a plerisque tamquam infesta haberi. Et sane infesta fuisse Pharaoni, & universæ Ægypto nemo est, qui ignoret. Neque minus exitiosa hominibus fuisse & aliis temporibus con-

constat. Pausanias enim in suis commentariis scriptum reliquit, Atticam, tempore suo, a locustis magna affectam fuisse calamitate. Refert etiam Surius anno 1541 tantam extitisse locustarum copiam septemtrionem versus, ut Polonia, Vallachia, & regiones illis finitimæ penitus devastatæ sint. Et Aldrovandius in suo de insectis libro, ubi de locustis agit, simillima exhibet quamplurima, ut nimis longus fuerim, si ea omnia, quæ de hisce insectis & apud Aldrovandium, & apud cæteros historicos sparsim habentur, hic colligere velim. Sed quamquam hominibus tot tantaque sæpe damna attulirent locustæ, credendum tamen non est, eas solum ad perniciem factas esse; habent enim & ipsæ aliquam utilitatem. Habitatores enim Arabiæ desertæ, & Libyæ locustas edunt elixas, iisdemque ad solem exsiccatis, atque in farinam contusis pro cibo fere utuntur. Confines quoque Mauritanæ, ut in sua polyhistoria capite 33.º Julius Solinus habet, *certo tempore locustas terrestres legunt, duratasque salsugine in presidium vixæ solas habent*. A Parthis etiam locustas in deliciis haberi Plinius prodidit. Parthos vero imitantur hac nostra ætate Abbavillenses, atque Caletenses, Piccardiæ provinciæ populi, Bomario referente. Locustis pariter verscebatur in deserto Joannes Baptista.

Plures autem esse locustarum species omnibus notum est. Neque vero omnes, de quibus hæctenus mentionem fecimus, ejusdem sunt speciei. Sed hujus loci non est species omnes enumerare; earum tantum Anotomiam describam, quas Linnæus ad primam refert speciem, scilicet quarum *corpus totum viride est. Thorax non carinatus, sed linea rufa notatus; Abdomen subtus lineis duabus albidis. Ensis rectus*. Primum tamen id referam, quod mihi contigit observare, cum cognoscere vellem, an locustæ audirent.

Plures viridesque locustas in conclavi enutritas diu retinui, quæ more suo per diem sæpe canebant, crebrius etiam paulo ante solis ortum, vel post ejusdem occasum. Ego vero ad ostium conclavis sedens, ipsum ostium malleo identidem percutiebam. Illæ subito conticescere. Tum ore ad exiguum ostii foramen aptato, earum stridorem imitabar, quæ cantus similitudine captæ primo leniter, deinde totis viribus, vel singulæ aliæ post alias respondebant, vel fere omnes simul. Iterum ostium malleo pertundebam; iterum illæ tacebant.

bant perterritæ. Quo experimento id mihi tandem compertum est, qua ratione locustarum cantus vel excitarem vel premerem.

Locustis etiam duabus electis, mare scilicet, & foemina, marem junco inclusi, eumque locavi in altera horti domestici parte; tum in oppositam partem foeminam remisi, ut quo ire vellet, eundi esset facultas. Hæc, mare concinente, profilire coepit, atque ex hac in illam plantam saltitans, volitantisque brevi ad marem ipsum pervenit; atque in ipsa cavea contitit. Masculus contra alas crebrius exagitans stridebat magis, tum omnino tacebat. Cum vero me illuc transtulisset, foemina, quod libera esset, continuo aufugiebat. Postquam ea excefferat, marem carcere detentum ad partem hortuli oppositam transferebam; foeminam eodem, quo se receperat, loco relinquebam: sæpiusque contigit, ut hæc sese iterum ad focium reduceret ejus quasi cantu invitata, ad quem tamen non nisi post diuturniorem moram perveniebat, quamquam semper fere eadem esset itineris faciendi ratio. Quibus facile adducerer, ut crederem, locustas auditu non destitui, de cujus organo cum nihil habeam, quod in præsens dicam, quod scilicet nihil adhuc invenire potuerim, vobis eas exponam locustarum partes, ad quas detegendas noster magis profuit labor. Quod dum facere aggredior, eundem servabo ordinem, quem in experimentis ipsis capiendis sequuti sumus.

Foemellas itaque locustas primo secundum ventris longitudinem dissecuimus, statimque in conspectum venit sacculus quidam, omnem thoracis cavitatem occupans; isque extremitatem versus erat latior, & materia quadam mucosa, & turbida, cibique ramentis quamplurimis, minutissimisque immixta repletus, quæ materia, in ipso sectionis actu, per os locustæ magna copia profilivit. Hujusmodi vero sacculus cum stomacho illo, quem ingluviem vocant, comparari posse videtur. Coarctabatur deinde in corpus aliud cartilagineum, veluti in stomachum alterum, cujus interna structura rugosa sulcos habebat octo in longum porrectos, & quibusdam quasi ferris distinctos, dentibus deorsum spectantibus, atroque colore, præsertim apicem versus, infectis, uti in figura 7.^a litteris y y. Secundus hic stomachus a Welschio propter figuram, quam habet, echinus dicitur; jungiturque vesicæ membranosa, quæ stomachus tertius dicitur, repleturque humore atro

flavo, qui tamen & densior & obscurior est humore illo, quem in primo stomacho contineri diximus. In hujusmodi vero stomachi interiori parte, quod is pellucidus, & mucilagine interius indutus esset, apparebant vasa duo nigricantia in quamplurimos ramulos distributa, quæ ad tertii fortasse stomachi humorem separandum a natura comparata sunt. Denique inferius, qua parte in duos quasi lobulos dividitur, in tubum membranosum, & pellucidum, & quasi rectum desinebat, qui tubus ad anum usque porrectus materias fæcales, easdemque figuratas complectebatur. In hoc intestino motum illum, qui peristalticus dicitur, observavimus; isque excitabatur quovis admoto stimulo, etiam postquam animali præcisum fuisset caput, quin etiam non cessabat in intestino jam avulso, diuque perdurabat.

Non est silentio prætereunda hoc loco differentia quædam, quam invenimus in locustarum stomachis ad certam speciem pertinentium, illarum nimirum, quæ & valde exiguæ sunt, & colorem referunt cinereum, maculis rubris, & nigricantibus in cruribus, maxime posticis, refertæ. In his enim primus stomachus in exiguum echinum desinebat, cui non vesica subiciebatur, quam paulo ante descripsimus; sed tubi sex veluti toridem appendiculæ vermiformes, secundum longitudinem sibi mutuo adhærentes, ipsum echinum, primumque stomachum complectebantur; uti figuræ 12.^a & 13.^a, litteræ vero *zz* demonstrant. Aperuimus in hisce locustis primum stomachum, eumque microscopio muniti diligenter inspeximus: erat ejus structura multo diversa ac in locustis aliis; in viridibus enim reticularis est, ut in figura 4.^a littera *r* apparet, in hac autem specie striata, ut videre potestis in fig.^a 14.^a litteris *tt*. Hæc de stomachis.

Infra primum stomachum originem habent quamplurima vasa exilissima, atque tenuissima, & pellucida, & cinerei fere coloris, quorum varia est magnitudo, & crassities, eademque circa rectum intestinum nullo certo ordine disposita apparent, quemadmodum fig.^a repræsentat octava. De quorum usu conjecturam facere volentes, Mundinius vasa secretoria, ego vero deferentia appellabam, putabatque Mundinius aut bili, aut analogo cuiquam humori servire; neque erat conjectura improbabilis. Deinceps enim compertum nobis est, hanc eandem conjecturam immortalis Malpighii opinione commen-

dari, qui in suo de bombyce tractatu, & præsertim in opere posthumo vasa hujusmodi *pro bilis & pancreatici succi separatione efformata* pronunciat. His alia interferuntur vasa partim albida, partim smaragdi colorem imitantia, quæ pariter recto intestino adhærent, conica vero figura donantur, suntque inflexa cornu instar. Ea nihil aliud videntur esse, nisi tracheæ, per quas aer ingreditur, & emittitur; has repræsentat fig.^a 17.^a littera *k*. Præter tracheas istas vidimus etiam alias argenteo colore distinctas, quæ sub alis inferioribus initium habent, & sibimet ipsis parallelæ juxta cartilaginum, seu annulorum ductum procedunt, uti in fig.^a 18.^a litteris *s s* conspicitur, simulque mirabili ordine conjunctæ, tandem desinunt in oscula aeri excipiendo infra ventrem aperta prope lineas duas subalbidas, veluti fig.^a 9.^a & litteræ *i i* ostendunt. Harum trachearum color argenteus in coccineum vertitur, si diuturnæ macerationi subjiciantur; earum vero oscula sese prodidere ope bullularum quarumdam ab ipsis erumpentium, cum locusta tota infra aquam detineretur. Cum vero locustam intra vas atramento repletum demersissemus, tracheas easdem invenimus prope oscula nigro atramenti colore infectas, interdum etiam omnino nigras. Tracheas alias duas deteximus in capite sub antennis prope oculos; duas quoque circa œsophagum aliam e regione alterius, quarum oscula sub collo aperiuntur. Tandem alias pariter in cruribus observavimus, juxta eorum longitudinem inter musculos & tendines ad eorum extremas usque partes serpentes.

Trachearum structuram quod attinet, videbantur primo intuitu ex fibris circularibus sive majoribus ex annulis cartilagineis compositæ; qua in sententia illud nos confirmabat, quod sectæ sectionum lumina aperta constantissime servabant. Sed cum attentius accuratiusque inspiceremus, comperimus earum structuram nihil esse aliud nisi prælongam argenteamque zonulam innumerabilibus spiris convolutam, quam repræsentat fig.^a 11.^a. Intus tenuissima membrana subjiciebatur, quæ statim apparuit, simul ac zonula diducta est, quod commodissime præstavimus una ejusdem zonulæ extremitate comprehensa, atque distracta. Hactenus de tracheis.

In locustis foeminis ventrem lustrantes, ovaria deprehendimus ejus formæ, quam fig.^a 17.^a litteris *m m* demonstrat. In iis ova continebantur fere quadraginta; referebant putamina.

na corneam fere substantiam. Eorum alia flava erant, alia albida, nigricantia alia; omnia tamen subviscido liquore replebantur. Subtilissima porro membrana, eaque alba induebantur vasis quamplurimis referta, quæ vasa etsi Swamerdamius arterias & venas vocet, nobis tamen tracheas potius appellanda visa sunt. Nectuntur ovaria cum ventris inferioris fundo ligamentis quasi duobus albicantibus, quæ nihil sunt aliud, nisi productio quædam eus membranæ, quam modo diximus ovaria complecti: conspicitur id in fig.^a 19.^a litteris *nn*. Ligamenta hæc in tubulorum formam excavata oviductuum munere funguntur. Cum enim intra unius cavitatem ovum a nobis adactum esset, non solum ovum exceptum est, sed summa quoque facilitate per satis longum tractum promotum vidimus. Peculiari animadversione dignum nobis visum est vas quoddam intestini instar contortum fig.^a 15.^a littera *a*, quod circa recti intestini extremitatem observatur; cui accedit vesica quædam anteriora respiciens, turgescens, & figuræ fere rotundæ, qualis in figuris 15.^a, 17.^a, & 19.^a litteris *ooo* representatur, ac præterea ramificationibus, quasi tracheis totidem, instructa, intra quam fere semper deprehendimus corpuscula quatuor cartilaginea, & pellucida, orientales margaritas æmulantia, collo donata, quæ fig.^a 15.^a litteris *ee* expressimus, e quibus dissectis numquam non exiit substantia quædam filamentosa tenuissima, atque subtilissima testiculorum humorem non solum imitans, sed etiam tenuitate longe superans.

Instructæ sunt præterea locustæ fœminæ perlongo, rectoque ense, veluti in fig.^a 17.^a littera *b* videri potest, quo vacant mares. Ensis hic extremitatem versus bifidus est, & si Aldrovandium, aliosque audiamus, locustis datus est, ut per eum ova in terræ meatibus deponere valeant. *Pariunt, inquit Aldrovandius, in terra fixo cauliculo . . . & eodem loco fœtum deponunt.* Nobis visa sunt generationis organa in fœminis desinere in partem pronam, ut in fig.^a 19.^a littera *x*, podex vero in partem supinam supra, dictum modo, enses. Deprehendimus etiam non semel infra illam squamam, quæ supra generationis organa extenditur, corpus quoddam cartilagineum, durum, atque pellucidum, quod squamam eandem non parum elevatam detinebat: videbatur illud ex tribus aut quatuor corpusculis subrotundis coalescere, & concretionem alicujus lacrymæ, aut gummi referebat.

Venio nunc ad mares, in quibus hæc notatu digna nobis sese obtulere. Tertius stomachus, quem supra diximus in fœminis ad inferiora descendentem in duos quasi lobos facessere, dexterum unum, alterum sinistrum, in maribus lobum unum habet pronum, supinum alterum. Sunt mares fœminis constanter minores, tracheasque habent intus multo plures, ut in figuris 3.^a, 5.^a, & 6.^a apparet. Intestinum quoque rectum, in media fere parte, flexum sinuosum habet, quem ostendunt figuræ 3.^a, & 4.^a litteris *ff*. Quo quidem fit, ut intestinum idem longius sit, quam in fœminis: visum est nobis etiam validiori structura donatum. In aliquibus etiam secundus stomachus tracheis multis circumfusum sese obtulit, quæ quasi e centro quodam discedentes, plures veluti stellulas efficiebant in fig.^a 5.^a expositas, & variis modis juxta intestini recti ductum porrigebantur, quod fig.^a 2.^a ob oculos ponit. Qua parte fœminæ ovaria, habent mares corpora sex, tria in dextero latere, totidem in sinistro, quibus tota imi ventris cavitas completur. Eorum unum hinc, alterum illinc dorsi cartilagine respicit; utrumque aureo colore donatum subrotundum est, sed nonnihil compressum, ut in figuris 2.^a, & 10.^a litteris *bb*, exteriusque plurimis tectum tracheis parallelis. Corpora hæc duo cum aperuissemus, si interiorem structuram inspiceres, videbantur ex tracheis quamplurimis composita; color tamen diversus erat, & consistentia longe minor. Pelvi autem jungi videbantur ope tubuli cujusdam ad instar funiculi nonnihil contorti, per quem tubulum vasa reptabant interdum rubra, ut propterea corpora illa nihil aliud esse viderentur, nisi maris testes, tubuli vero ipsi sive funiculi vasa semen differentia, uti in fig.^a 10.^a litteris *vv*.

Porro ex illis, quæ diximus, sex corporibus alia duo mediam tenent ventris partem, eaque grandiora, & quasi totidem cæca intestina præferunt, uti in fig.^a 10.^a litteris *cc* apparet. Adhærent basi membranosæ, mucosæque, suntque hæc corpora materia viscosa repleta. Denique infra hæc alia duo extant subrotunda corpora albida materia repleta, & nonnihil tenaci, quæ exterius albissima lanugine tecta sunt, ut in fig.^a 10.^a litteris *qq*. Corpora hæc quatuor a nobis habita sunt tamquam totidem secreti feminis elaboratoria; eademque una cum duobus illis, quæ testes esse nobis visa sunt, cum pelvi conjunguntur, ipsoque intestino recto sunt anteriora.

E media horum corporum compage, quasi e centro quodam, quatuor erumpunt spicula, duo majora, minora duo, quibus subjacet foraminulum fig.^a 10.^a littera *g* indicatum, e quo mas penem, aut semen fortassis emittit cum foemina coiturus. Penem tamen ipsum, quantacumque usi simus diligentia, detegere, fortasse propter partium tenuitatem, nunquam potuimus. Quamquam impedimento etiam esse potuit inateria quædam albicans, quæ magna copia manabat, quæque aeris attactu repente indurescebat, ne aqua quidem ullo modo solvenda. Videtur ergo natura multum infecta hæc curare, quæ partibus tam opportune instruxit propagando generi aptissimis. Hæc de generationis organis.

Dissecta locusta juxta ventris longitudinem, atque avulsis intestinis omnibus, in conspectum venit linea quædam in aliquibus locustis nigricans, in aliis fere rubra, internam dorsi viridem substantiam tenens fig.^a 18.^a litteris *dd* expressa, quasi tubus quidam, quæ in thorace ortum habet, protenditurque juxta dorsum usque ad podicem. Ea per totum dorsi tractum oscillatorio motu, non secus ac cor in animalibus cæteris, ciebatur. Poterant oscillationes hæc cum cordis systole, & diastole comparari. Eademque, cum primum cessabant, facillime instaurabantur, si tubulus ille aqua, vel saliva madefieret, solique exponeretur. Idque etiam ita contingebat, etsi caput, vel crura avulsa jam essent.

Transeo nunc ad spinalem medullam, cujus detegendæ, observandæque industriam a solertissimo Sodali nostro Francisco Bibiena didicimus. Neque enim res ita in promptu erat, ut non summam requireret diligentiam, præsertim cum non sit, ut animalium cæterorum, sic etiam insectorum spinalis medulla in dorso quærenda, sed in ventre. Locustas ideo juxta dorsi longitudinem secuimus, & detractis stomachis, atque recto intestino, nec non visceribus, quotquot thoracis, & ventris cavitatem tenent, omnique pinguedine ejecta, nobis sese conspiciendum obrulit subtilissimum tenuissimumque quasi filum, quod usque ad ventris extremitatem porrigebatur, sex nodulis globosis distinctum, quod exhibet fig. 10.^a litteris *ll*, e quibus nodulis hinc inde discedebant fila alia duo, seu nervi. Hujusmodi noduli, sive globuli Malpighio, in suo de Bombyce tractatu, sunt veluti quædam cerebri portiones. Revera nobis visi sunt isti globuli ejusdem
fere.

fere naturæ esse, ac materia quædam, quam in capite invenimus, quæque cerebri speciem præfere videbatur. Cæterum spinalis medulla perniciosissimo sinuosoque motu agitur, idque præsertim in ventre, cum in illa extremitate, quæ œsophagum respicit, immota maneat. Motus hic, qui oscillatorius dici potest, perdurat etiam capite, & cruribus præcis, quin etiam observatur in ipsa spinali medulla jam a reliquo corpore avulsa; in qua tamen extrahenda summa dexteritate opus est; facillime enim, propter ingentem ejus excitatem, laceratur.

Atque de hujus insecti Anatome hæc habui, quæ interim vobiscum communicarem. Superest ut unum, aut alterum addam, quæ observare de hoc eodem insecto potuimus. Primum huc spectat, quod nimirum locustarum musculi, qui a thorace ad crura pertingunt, mirum in modum sunt irritabiles; si enim, postquam crura recisa sunt, acu, aut alio quovis stimulo vel leviter tententur, vehementi citatissimoque tremore afficiuntur. Alterum ad cantum spectat, qui maris proprius est, cum fœminæ sint omnino mutæ: & sane in fœminis illud organum non apparet, quod in maribus observatur; habent vero mares in binis alis superioribus, non longe ab earum radice, subtilissimam tenuissimamque membranam, pellucidam, & instar tympani tensam, quam intus trajicit corpusculum quoddam subobscurum & scabrum & durum, ut in fig^a 1.^a litteris *aa*. Sub alæ vero utriusque limbo aliud adest corpusculum ejusdem naturæ, ac illud prius, ut in fig. 1.^a litteris *aa*. Alterna vero alarum concussione fit, ut sinistra supra dexteram alam identidem extensa, unius alæ corpuscula illa duo, quæ modo diximus, & corpuscula alia duo alterius alæ, nec non membranæ ipsæ, quibus corpuscula hæc infixæ sunt, sibi mutuo occurrentia, sonum stridoremque efficiant. Affricatum istum cum in mortuis locustis acu excitavissem, idem sonus, quamquam valde debilis, consecutus est, quod & Mofetus, aliique jam observaverant.

Habetis, Sodales clarissimi, prima, quæ in locustis posuimus, nostra studia; quæ si vobis probari sensero, non omitteram posthac disquisitiones meas de hoc insectorum genere, deque aliis etiam ulterius promovere, vobisque deinceps communicare.

Fig. 1.



Fig. 2.

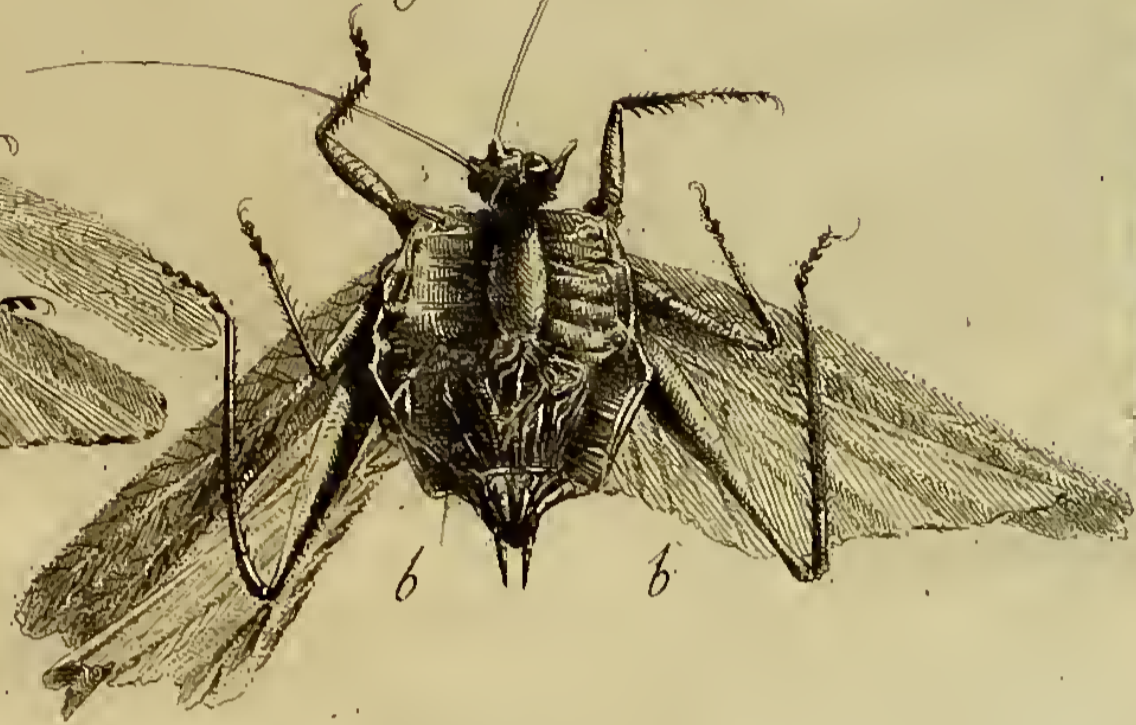


Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.



Fig. 6.



Fig. 7.

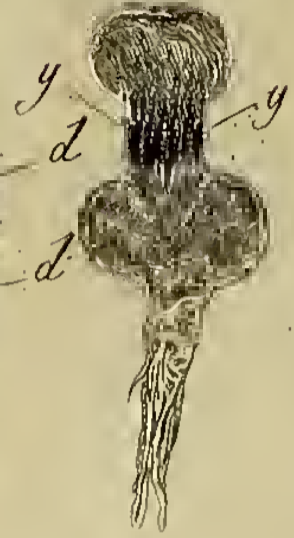


Fig. 8.



Fig. 9.



Fig. 10.



Fig. 11.



Fig. 12.



Fig. 13.



Fig. 14.



Fig. 15.



Fig. 17.



Fig. 18.

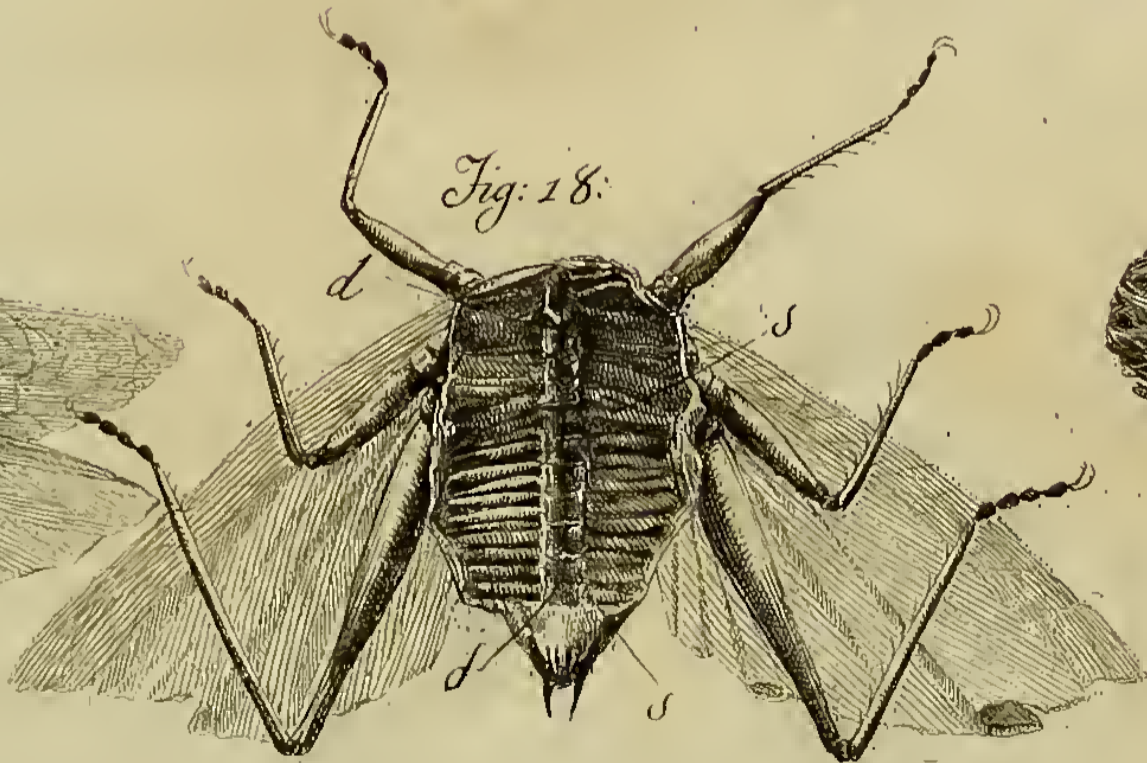


Fig. 19.

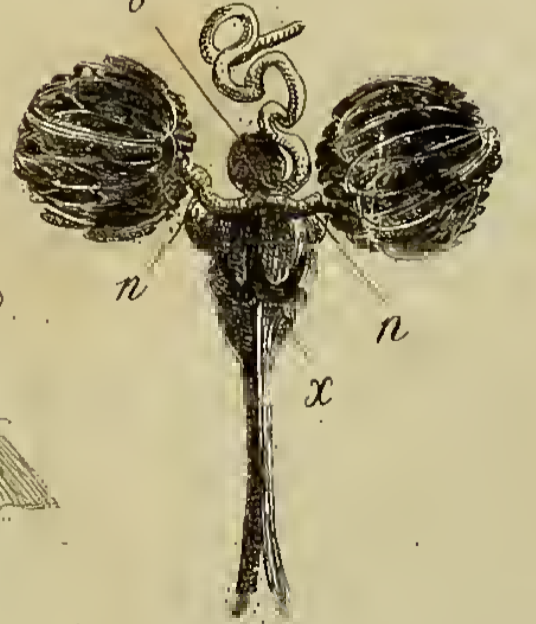


Fig. 20.



PETRONII MATHEUCII

De Mercurii sub Sole transitu in Astronomica Specula Bononiensis Scientiarum Institutii observato die tertiamensis Maii Anni 1786.

Mercurius breviori circuitu ac quivis alius in Planetario systemate Planeta circa Solem sese convertens, si forte in inferiori sua cum Sole conjunctione prope nodos versetur, sitque tunc temporis geocentrica ejus latitudo sat modica, sic ut Solari semidiametro sit minor; tunc Solem incurrit & veluti exilis macula conspicitur, quæ in Solari disco chordam in antecedentia percurrit. Oportet igitur, ut Solem subeat Mercurius, ex quo in inferiore cum Sole conjunctione versetur, & ea sit latitudo geocentrica, quæ solari semidiametro sit minor. Forte hujusce latitudinis protransactis temporibus non bene cognitæ defectus in causa fuit cur præfinitus ab Astronomis congressus aliquis a diligentissimis observatoribus frustra sit conquisitus. Est enim res ista in subtilitate quadam posita sic ut gratulandum potius sit sequentibus, ac de antecedentibus Astronomis conquerendum, si deficientibus horum phænomenorum observationibus tantum nihilominus in Mercurii theoria profecerint, ut vix ultra proficere posteris concesserint.

Porro Mercurii transitus sub Sole plurimi ab Astronomis æstimantur, ex quo ipsius locus, latitudo, orbitæ inclinatio & nodi tutissime statuuntur; terrestri namque observatori tunc solum Mercurii phænomena eodem modo observare datum est ac si in Sole foret constitutus. Etenim sive ad orientem, seu ad occidentem a Sole digrediatur Mercurius, attendita locorum diversitate Telluris, Mercurii, & Solis, minime proclive est aliquali præcisione elementa statuere ipsius Theoriæ. Utinam minori temporis intervallo celebrarentur isti Mercurii transitus per Solem: sex annorum, dierum octo
&

& ultra periodo ad nodum ascendentem consistens Mercurius in Sole conspici potest; in nodo autem descendente recursus Mercurii in Sole tresdecim saltem annos requirit. Facit phaenomenorum raritas, ut non nisi longiori tempore possit ab observatoribus Astronomis perfici Planetæ istius theoria. Quid igitur mirum si, quando Mercurius in descendente nodo Solarem discum trajicit, dissidium aliquod ab observatione in præunciatis phasibus reperiatur?

Anno 1786. die 3.^a mensis Maii in antedictis circumstantiis Mercurius versatus est. Ad nodum descendentem constitutus Solem trajecit. Quartus est hic transitus ad hunc nodum; & si tertium & quartum excipias, reliqui duo paucissimos habuere observatores. Quare venia danda est, si anno 1753 ecliptica Mercurii cum Sole conjunctio, pariterque conjunctio anno 1786 observata parum consenserit cum numeris tabularum: retrogradus namque apparens Mercurii motus admodum exiguus, quique ad horam in longitudine adæquat minutum unum & triginta duo circiter secunda circuli, directus item horarius Solis motus duo minuta & viginti quinque circuli scrupula adæquans, & hinc compositus Solis & Mercurii in longitudine horarius motus minuta quatuor non attingens satis patefacit errorem unius vel alterius minuti in Mercurii loco, per horæ quadrantem, aut semissem posse observatas phases a deductis ex tabulis discriminari. Ad habendam vero Planetæ cujusvis theoriam, quæ præcise ejus loca designet, parum sufficiunt perpauca observationes habitæ in aliquibus ipsius orbitæ punctis; plura orbitæ puncta observationibus bene definita requiruntur, & quo multiplicia erunt orbitæ loca observata, eo firmior erit theoria.

Die itaque tertia mensis Maii anni 1786 cum ex tabulis incurfus Mercurii in Solem esset præunciatus, & ab iisdem admoniti essemus quod Mercurii in Solem ingressus apud nos sub ortivo horizonte haberetur; ante ortum Solis Speculam conscendimus, ut statim ac Sol ortus esset, Mercurium in Solem jam ingressum conspiceremus. Favebat cælum, neque ulla ad horizontem hærebat nebula sic ut ortus Solis fuit faustissimus. Nonnullis maculis diversæ magnitudinis Solis discus conspersus apparuit, sed Mercurium facile distinximus attenda ejus forma circulari, & sui perimetri præcisione. Erat ipse nigerrimus, neque corona ulla subnigra ambie-

biebatur. Hinc verticaliter constituto quadrante, cujus horizontale filum pridie fuit diligentissime expensum, præcedentis apparentis Solis limbi appulsum ad verticale quadrantis filum, post inferioris apparentis Solis limbi appulsum ad horizontale quadrantis filum adnotavimus; Mercurii appulsum ad utrumque filum, sicuti ad utrumque filum consequentes Solis limbi fuerunt adnotati. Hæc observandi ratio perpetuo adhibita fuit usque dum Mercurius ad exitum properavit. Sacchetus diligens Sodalis meus, si quando ab observando cessarem, ad quadrantem præsto erat, neque vacuum ullum observandi intervallum reliquit. Hanc observandi methodum consilio selegimus, ut refractionum irregularitates & tricas, quæ prope horizontem maximæ sunt, evitarem. Ad exitum Mercurii a Sole observandum summa diligentia præerat celebris Canterzanus, qui teloscopio pedum undecim a solerti Josepho Campani elaborato internum Mercurii cum Sole contactum, pariterque externum adnotavit; temporis lapsus ab altero ad alterum contactum fuit minorum trium & secundorum quatuor temporis: animadvertere autem juvat quod circa hoc tempus Sol nebula non tam rara septus apparuit, quod facile Mercurii a Sole exitum aliquantisper turbare potuisset.

Observationibus expeditis ad calculos me converti, ut ad singulas institutas observationes respondentem Mercurii in Sole locum assignarem. Undecim fuere Mercurii loca signata in schemate Solem referente, & quanquam hæc loca in unam rectam præcise non fuerint disposita, tamen sic paullulum ultro, citroque locata invenimus, ut perfacile chordam noverimus a Mercurio in Sole descriptam; apparens Mercurii orbita hæc est, quam in Sole conspicit observator ad Telluris superficiem constitutus. Calculorum progressu differentias longitudinis inter Solem & Mercurium, pro unaquaque observatione deduxi, sicuti respondentes Mercurii latitudines. Diversimode ad invicem combinatis hisce deductionibus mediam erui apparentis Mercurii orbitæ inclinationem graduum decem cum Ecliptica. Et quoniam, (quod potissimum est in transitu Planetarum sub Sole), fit observatio ingressus & egressus Planetæ a Sole; fit determinatio temporis conjunctionis, & medii transitus; itemque latitudinis conjunctionis momento, & minimæ distantie inter centra Solis & Planetæ; ideo ad hæc definienda præcedentium calculorum præsidio me converti.

Et primum quod spectat ingressum Mercurii in Solem, sub nostro horizonte, uti supra adnotavimus, habitus fuit; neque difficile foret a post factis observationibus ingressus tempus statuere; verum esset ipsum deductum, at minime observatum. Egressus autem Mercurii a Sole est diligentissime observatus. Hinc si oculorum acies, telescopiorum valor, atmosphæræ status, & quidquid observationem complectitur, complecteretur similiter observationem cujusvis alterius sub diverso meridiano degentis, meridianorum distantia, longitudinis scilicet differentia inter observatorum loca proxime haberi posset. Obstat enim ad præcise habendam hanc longitudinis locorum differentiam quod observationes in diversis superficiæ Terræ locis habitæ diversam quoque pro parallaxi subire debeant correctionem. Differentia namque parallaxium Mercurii & Solis cum varia sit pro unoquoque observatore, diversimode quoque afficit respectiva egressus tempora; neque mederi huic incommodo datum est, nisi observationes in Telluris superficie factæ ad ejusdem centrum traducantur.

Ad apparentem Mercuri cum Sole conjunctionem statuendam plures factarum observationum combinationes institutæ eam conjiciunt in $1^{\text{h}}: 13^{\text{m}}: 50^{\text{s}}: 5$ tempore vero $17^{\text{h}}: 59^{\text{m}}: 13^{\text{s}}$, aut medio $17^{\text{h}}: 55^{\text{m}}: 42^{\text{s}}$, pro quo instanti geocentrica Mercurii latitudo borealis fuit minorum circuli $11^{\circ}: 26'$, sicuti minima centrorum distantia $11^{\circ}: 16'$, posita Solis semidiámetro minorum $15^{\circ}: 52^{\frac{1}{2}'}$. Medius Mercurii transitus tempore vero $18^{\text{h}}: 28^{\text{m}}: 51^{\text{s}}$ habitus est, & chorda ab ipso in Sole percursa minuta circuli $22^{\circ}: 22'$ æquare visa est.

Quod si non apparentem, sed veram conjunctionem inquirere placeat, de effectu differentiarum parallaxium Mercurii & Solis, deque effectu aberrationis utriusque erit inquirendum. Hinc attenda parallaxium Mercurii & Solis differentia in ipsorum altitudine circa tempus conjunctionis, quæ septem circiter secunda circuli adæquat, deducitur Mercurii longitudinem minui per tria circiter cum semisse circuli scrupula. Aberratio autem Solis est secundorum viginti circuli in conse-

sequentia signorum, Mercurii vero secundorum septem in antecedentia. Quare in conjunctione apparente vera conjunctio erat habita, & jam ad invicem, conjunctionis apparentis tempore, Mercurius & Sol per triginta cum semisse secunda circuli distabant. Hæc secundorum differentia importat in tempore

minuta $7:44$. Vera igitur conjunctio accidit in $1:13:50:6$

tempore vero 3 Maii: $17:51:29$, aut tempore medio 3 Maii

$17:47:58$ cum latitudine boreali $11:32$ parallaxi latitudinis comprehensa.

Ex temporum differentia inter extremas observationes & respondentem Mercurii in Sole motum ad Eclipticam, aut apparentem orbitam relatum, eruitur horarius geocentricus apperens Mercurii motus in ecliptica minutorum $3:56:25$,

& in orbita $4:0:4$; sicuti horarius apperens motus in latitudine

minutorum $0:40:22$. Sed hi Mercurii motus sunt tantum apparentes, & cum Solis motu sociati, suntque a Tellure non a Sole observati. Oportet igitur hos geocentricos apparentes motus ad Solem traducere, & heliocentricos in longitudine, pariterque in latitudine Mercurii motus definire.

Notum est Opticis parvi objecti magnitudinem reciproce apparere in distantiarum ratione, sic ut duplo aut triplo minor appareat observatori duplo vel triplo ab objecto remotiori. Hinc posita distantia Solis a Terra partium 100935, distantia Mercurii a Sole partium 45090, erit distantia Mercurii a Terra earumdem partium 55845. Harum distantiarum ope facile ad Solem traducemus geocentricos apparentes Mercurii motus. Sufficit namque proportionem hanc instituire; ut distantia Mercurii a Sole ad distantiam Mercurii a Tellure, ita parvus quicumque apperens motus ad relativum motum heliocentricum. Institutis hujusmodi proportionibus pro apparente geocentrico motu tam in longitudine quam in latitudine relativus heliocentricus uterque motus deductus est. Scilicet in longitudine heliocentricus horarius motus relativus

minutorum $4:52:49$, in latitudine vero minutorum $0:50:40$

inventus est. Motus iste relativus heliocentricus Mercurii in longitudine est differentia veri motus Mercurii & Solis aut Terræ, ex quo Planetæ omnes a Sole conspecti in consequentia signorum semper moveantur. Motus autem horarius Solis erat minutorum $2:25:8$, & proinde verus horarius Mercurii motus minuta $7:17:57$ æquabit.

Et quoniam planetarum transitus ante Solem maxime conducit ad eorundem nodos statuendos, hinc cum ex apparenti geocentrica latitudine conjunctionis tempore observatione habita $11:26$, & apparenti orbitæ inclinatione graduum $10:0:0$ eliciatur descendentis nodi a loco conjunctionis distantia a Tellure visa $1:4:50:30$, aut $1:20:18:26$ a Sole visa; cumque alterutrum spatium emetiatur a Mercurio geocentrico vel heliocentrico relativo motu intervallo horarum $16:27:21$; sitque intra hoc tempus Solis motus graduum $0:39:48$, si motus iste Solis distantia nodi a conjunctione a Sole visa addatur, resultabit descendentis Mercurii nodi distantia a Sole tempore conjunctionis graduum $2:0:6$. Locus autem Solis tempore conjunctionis fuit in $1:13:50:6$, qui si addatur proxime repertæ nodi distantia, summa dabit locum nodi descendentis Mercurii a Sole visi in $15:50:12$.

Cum Vir celebris de la Lande suis edoctus observationibus tribuat huic nodo motum annum quadraginta quinque secundorum, ejusdem locus tempore hujus transitus debuisset esse in $15:48:15$, aut juxta Dominum Gentil in $15:48:59$. Nos parum ab utroque dissentimus, sed propius Dominum Gentil sequimur, quam la Lande.

Porro data vera distantia nodi a loco conjunctionis, & heliocentrica latitudine huic loco respondente $14:16.58$ vera

ra haberi potest orbitæ Mercurii inclinatio, quæ deducitur

graduum $6:46:55$. At vero inclinationis deductio ex transitibus habita vix absque errore potest obtineri; idoneæ observationes eæ sunt cum Planeta non prope nodos, sed ad nonaginta gradus ab iis distat; tunc inclinatio certiore observatione stabilitur.

Si Mercurii diameter in media a Sole distantia ponatur æqualis $18\frac{1}{2}$ circuli scrupulis, erit diameter tempore sui tran-

situs per Solem secundorum circuli $12\frac{3}{4}$. Contendunt vero Astronomi & jure videntur contendere quod in Planetarum ante Solem transitibus horum diametri tutius habentur ex ipsorum mora in ingressu aut egressu e Sole. Quodlibet namque Mercurii diametri scrupulum duodecim, aut quindecim, aut plura temporis scrupula potest importare. A contactu interiori limborum Mercurii & Solis ad exteriorem minuta temporis

3 & 4 per nos insumpta sunt; hinc facta analogia uti radius ad sinum anguli semitæ cum tangente, ita motus in semita, ad diametrum; deducitur Mercurii diameter scrupulorum cir-

culi 8.6 . Videtur equidem diameter ista nimis parva, si cum superiore comparatur; attamen sicuti prior diametri Mercurii determinatio non est ab omni vacua exceptione, sic posterior cum pendeat a tempore egressus Mercurii a Sole, cumque tempus hoc pro atmosphæræ statu & varia circumstantiarum combinatione ab Astronomis diversimode statutum sit, poterit & ipsa errare aliquantulum; adnotavimus enim supra, Solem in Mercurii exitu nebula non tam rara septum fuisse. Et quoniam de Mercurii egressu a Sole sermo est, in quo non modica spes est pro locorum longitudinibus determinandis, attenta namque sat magna Mercurii a Tellure distantia, observationes in Terræ superficie quasi in ejusdem centro factas autumari quis posset; animadvertere juvat, differentiam parallaxium Mercurii & Solis in ea ab horizonte elevatione, in qua a nobis Mercurii egressus est observatus, quinque aut sex circuli scrupula æquare, & hinc Mercurii centrum nobis serius egressum est minuto uno cum semisse quam a centro Telluris foret observatum. Quare in taxandis longitudinum dif-

differentis aliqua habenda est ratio diversi observatorum aspectus; neque enim tanta est Mercurii a Tellure distantia, ut ad aspectus omnes sit indifferens, neque tam modica parallaxium Solis & Mercurii differentia, ut sit aspernanda. Utinam, quod memorasse iterum placet, Mercurii transitus, qui tam bene ejus theoriam valent perficere, minori annorum spatio recurrerent. Tunc repetitis observationibus certiori ratione elementa omnia decernerentur. Hoc posterorum diligentiz reservatum videtur, dum præsentis Astronomi ea pro viribus stabilire contendunt.



CAROLI LUDOVICI A MOROZZO

Vegetabilia ad aerem vitiatum repurgandum quid, & quomodo valeant.

Effluvia, quæ e vegetabilibus emittuntur, dum hæc vasis inclusa servantur, sive ea solis luce simul collustrentur, sive illa prohibeantur, iterum ac sæpius examini subjeci, multisque ac variis experimentis tentavi. Eorum, quæ observare mihi contigit, epitomam hoc vespere, Academici ornatissimi, vobiscum communicare constitui, ut antequam a vobis in patriam rediturus discedam, aliquam meæ erga vos voluntatis, gratique animi significacionem habeatis. Itaque ad rem venio.

Vegetabilia omnia, flores, fructus, rami, radices, vitreis campanis inclusa aerem emittunt mephiticum, atque phlogisticatum, qui aerem naturalem, quo sepiuntur, vitiat, & corrumpit. Proclive erat conjicere, fieri nequaquam posse, ut per ea aut repurgare aerem liceret, quem cæteræ causæ phlogisticantes contaminassent, aut reddere respirationi aptum eum, qui fixus esset. Revera Priestleyus fatetur ingenue deceptum se esse, cum putavit, aerem vitiatum salubritati restitui per mentæ, aut alius plantæ rumusculum: quem errorem deinde correxit, eumque effectum aliis causis, de quibus deinceps agemus, esse referendum docuit. Atque hunc ipsum effectum mihi in primis proposui meis experimentis illustrandum, tum modum, quo ipsum natura operatur.

Ac primo quidem cum plantarum ramuli, aut flores, quos intra vitream campanam recondebam, aquam, infra quam inversæ campanæ os mergebatur, attingebant, multo tardius vitiabatur inclusus aer, quam cum aquam non attingebant. Similiterque si ramuli, aut flores, qui in experimentum veniebant, fuissent collecti post diuturniorem pluviam, longiori mora in vitrea campana opus erat, ut hujus aer vitiatum se præberet.

Porro.

Porro veneficæ plantæ nihilo plus aerem, quocum includuntur, vitiant, quam innocuæ.

Albi flores non ita cito aerem vitiant, ut cæteri, qui aliquo colore sunt distincti.

Flores minime odori citius etiam, quam odori, aerem inficiunt; id quod probare videtur, principium, in quo odor consistit, aliud esse ab illo, quod aerem mephiticum reddit. Enimvero si vasis includuntur flores multo odore præditi, veluti sunt caryophylla, jasmina, flores citrorum, & alii hujusmodi, aer vasorum brevi vitatur: contra si includuntur olea essentialia ab iisdem floribus elicita, aer nullam contrahit labem, etiamsi diutius cum illis oleis inclusus fervetur.

Neque minus vasorum, quibus includuntur, aerem fœdant, & quidem citissime, mala sive aurea, sive medica, sive citrea; quamquam essentialia horum fructuum olea etiam ad longum tempus cum aere inclusa ne minimum quidem aeri detrimentum afferant.

Si intra vitream campanam, in quam plantarum folia, aut flores recondebam, simul vasculum immitterem alcali volatili in fluore refertum, aer ne post octo quidem dies vitiatum se præbebat. Idem tamen alcali volatile facultatem non habet aerem corrigendi, quem aut flammæ extinctio, aut sulphuris vapor, aut animalium respiratio contaminarit. Quæ me res ad credendum adduxit, vegetabilium exhalationes minus, quam modo dictos halitus, lethales esse.

Violacei coloris flores intra campanam inclusi propter mephitica, quæ emittunt, effluvia detrimentum in colore suo patiuntur, qui quidem color in rubrum vertitur.

Albi consolidæ flores, postquam aliquandiu inclusi ex more mansere, nonnihil rubescere visi sunt. Quæ res eorum Botanicorum sententiam confirmare videtur, qui putant, solam colorum varietatem non posse varia genera constituere. Quo loco notandum est, florum, de quibus hic agitur, primitivum colorem esse violaceum.

Vegetabilium quorundam siliquæ, capsulæque aerem in se recondunt pari omnes salubritate donatum, & non raro atmospherico aere præstantiorem.

Clarissimi Ingen-Houfzcius, & Senebierus quædam Priestleyi effata non satis inter se cohærentia mirifice illustrarunt. Eorum quippe experimentis constat, vegetabilia illa ipsa, quæ

quæ aerem vitiant, non solum purum aerem de se emittere, si solaribus radiis collustrentur, sed facultate etiam pollere aerem vitiatum repurgandi, efficiendique ut aptus respirationi reddatur tum fixus aer, tum ille, quem phlogiston vitiabat.

Methodus, qua ad repetenda Ingen-Houfzii experimenta sum usus, est huiusmodi. Vitreas campanas sumebam superne in tubulum desinentes, quem subereo obturamento cera molli obducto occludebam. Has pelvis aqua replebam, atque aerea fluida, quæ experimento exploranda erant, per subjectam aquam trans mittebam. Neque minus per aquam trajiciebam ramulos, & folia, quibus erat dandus in campanis locus. Postea unamquamque campanam murrhino cratere excipiebam, cujus aqua campanæ inversæ marginem circum undique superaret. Denique campanas singulas in suis crateribus solis radiis objiciebam.

Hac ratione correxi, sanitatique restitui omne vitiatæ aeris genus, aerem nempe fixum, aerem animalium respiracione contaminatum: quin etiam aerem animali putrefactione corruptum mihi contigit meliorem ipso aere atmosphærico reddere.

Plantæ omnes, quas in experimentum vocavi, aerem, cujuscumque indolis esset, repurgarunt, sic tamen ut differentias notaverim nonnullas in temporis diuturnitate, qua opus erat, ad aerem repurgandum, pro diversâ plantarum, quibus utebar, natura.

Veneficæ plantæ nihil cæteris concedunt: æquam enim habent aeris vitiatæ restituendi facultatem.

Diversa etiam aeris, cæterorumque fluidorum, quæ *gas* appellant, genera diversum requirunt tempus, ut salubritati restituantur. Aer, in quo candela extincta fuit, itemque ille, quem putrescentia vegetabilia inquinaverant, minus postulavit temporis; paulo plus ille, quem vitiaverat aut animalium respiratio, aut vapor sulphuris: adhuc longiori tempore indiget aer fixus.

Ut autem intelligerem, an huiusmodi vitiatæ aeris restitutio aquæ, quam vegetabilia in se recondunt, sit tribuenda, an vero causis aliis, nova institui experimenta, quorum hæc est summa.

Vegetabilium ramuli, qui aquam in campana degentem non attingebant, aëria fluida corrupta, in quibus versabantur, non semper correxerunt.

Porro ad occludendas inferne vitreas campanas mercurium pro aqua adhibui. Tum vero vegetabilium rami mane collecti aerem, in quo candela fuerat extincta, aliquando repurgabant; sed aerem fixum numquam: eorumdem autem vegetabilium rami e plantis circa meridiem excisi, præsertim de æstate, nullum prorsus aeris vitii genus corrigere umquam poterunt.

Mercuriali retento apparatu sub campanas vascula immisi plantulas gerentia e meridionalibus regionibus advenientes, quæ propterea minus irrigatione delectantur: atque nihil de inclusi aeris, cujuscumque naturæ esset, nocuis qualitatibus detractum deprehendi. Idipsum contigit, quotiescumque plantis usus sum nostratibus quidem, sed quæ jamdiu irrigationis beneficio carebant.

Mimosa, quam pudicam etiam, & sensitivam vocant, impurum aerem, quocum fuerat in mercuriali apparatu inclusa, ne minimum quidem correxit; phænomenon vero exhibuit memoratu dignum. Nempe rami ejus sese erexere quasi perpendiculariter, rigidique facti hunc statum retinere etiam in liberum atmosphæricum aerem translati, vi illa plane amissa, qua sit, ut eorum folia quovis tactu retrahantur. Porro folia eadem intra duodecim horarum spatium deciderunt, nec nisi duos post dies rediit vis modo dicta, cum scilicet rami nova emiserunt folia, quæ tam brevi tempore usque adeo crevere, ut eorum longitudo pollicem æquaret.

Haud his absimilia sunt, quæ eidem plantæ accidunt, si quando ea vi subjiciatur electrici vaporis. Cujus rei fidem faciunt ingeniosa Camusii experimenta in Physico Rozieri Diario exposita.

Hoc comperto, quod scilicet quæ plantæ exiguum aquearum particularum numerum recondunt, etiam si solaris lucis beneficio adjuventur, impares sunt mephitico aeri purgando, corrigendoque, cœpi quædam instituere tentamina visurus si forte possem vitiatum aerem ope solius aquæ in pristinum bonitatis statum restituere. Eo consilio poculum aqua plenum, & aptæ basi impositum in campanam immisi, & adhibitis aliquot gossipii filis in idem poculum immerfis quoddam quasi fluentum intra campanam effeci. Atque hoc quidem modo inclusus aer vitiatum partem pravæ suæ qualitatis amisit; non fuit tamen ex integro salubritati restitutus.

At.

At campana alia aere pariter vitiato repleta, quam Heronis fonticulo impositam detinui, aerem fere omnino repurgatum exhibuit.

Inter hujusmodi experimenta cum maxime cuperem questionem omnem plane absolutam videre, opportunum judicavi mutare aliquid in methodo objiciendi solaribus radiis varia sive vitiati aeris, sive ejus fluidi, quod *gas* dicitur, genera cum aqua vitreis vasis inclusa.

Idcirco vasa vitrea sumpsit figura cylindrica donata, quæ uncias aquæ capiebant circiter triginta duas. Aeria fluida per aquam inferne traducta in hæc vasa immisi alia quidem in alia, donec quintam capacitatis partem fluidum aerium in unoquoque vase occuparet, reliquum aqua teneret. Vasa hæc ita exposui, ut per diem sole illustrari possent, servavique sic exposita usque ad exactum mensem. Tum vero singula inclusa aeria fluida, accensam candelam in ea immittendo, exploravi. Sequens tabella observationum mearum exitum ostendit.

<i>Gas</i> in experimentum adductum.	Absorptiones.	Examen per candelæ accensæ introductionem institutum.
Mephiticum.	Absorptio valde insignis fuit.	Flamma valde elongata apparuit, & ita vivax ut in aere purissimo.
Hepaticum.	Absorptio duas tertias partes superavit.	Se habuit flamma ut in examine præcedenti,
Inflammabile.	Haud magna fuit absorptio.	Admotâ vix flammâ, <i>gas</i> detonuit: eadem profundius immissa pulchre splenduit.
Nitrosum.	Fuit absorptio insignis.	Cum primum flamma attigit <i>gas</i> , repente extincta est. Ipso autem momento, quo vas apertum fuit, sese obtulerunt rutilantes nitrosi acidi vapores, fuitque odor eorum teterrimus.
<i>Gas</i> a putrescente, tanguine emissum.	Fuit absorptio par ejus, quæ in <i>gas</i> hepatico obtinuit.	Perbelle se habuit flamma, duravitque fulgidissima.

Aer vitiatum in experimentum ad ductus .	Absorptiones .	Examen per candelæ accensæ introductionem institutum .
~~~~~		
Aer vitiatum ab ex tincta candelæ flamma .	Absorptio modica fuit .	Pulchrior fuit candelæ flamma , quam in atmosphærico aere fuisset .
Aer vitiatum a sulphuris vapore .	Fuit absorptio haud digna notatu .	Eodem modo se habuit flamma ac in præcedenti experimento .
Aer vitiatum ab animalali respiratio ne .	Paulo major fuit absorptio , quam in præcedentibus duobus experimentis .	Valde vivax duravit flamma .
Aer vitiatum a vegetabilium corruptione .	Insignis absorptio fuit .	Vividior fuit flamma , quam fuisset in aere atmosphærico .

## Adnotatio .

Cylindrus similis pura aqua per totum repletus .	Evolutus est aer , qui superne in vase spatium implevit tres quartas pollicis partes æquans , in quo quidem aere candelæ flamma ita vivax & elongata fuit , ut esse solet in aere dephlogisticato , qui e nitro , aut e præcipitato rubro elicitur .
--------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Experimenta hæc satis ostendunt, omne *gas*, omnemque vitiatum aerem in vasis aqua plenis, & solis luce collustratis ita corrigi, & sanari, ut aeri atmosphærico salubritate præstet, si *gas* tamen excipiatur nitrosum, quod propter aeris, & aquæ commixtionem in verum acidum nitrosum vertitur. Sed ut certior fierem, esset ne conditio melior, ad quam aëria fluida modo dicta revocata sunt, soli aquæ tribuenda, an vero etiam solaris lucis beneficio, ad sequentia me contuli experimenta, quæ mercuriali apparatu fuere instituta.

Sumpsit tubos in longitudinem pollices duodecim, in latitudinem pollicem unum patentes: eos replevi mercurio: dein in illos varia tum *gas*, tum vitiatum aeris genera introduxi, donec in unoquoque tertia cavi pars, depulso inde mercurio, fluido aërio teneretur. Denique tubos omnes hoc modo comparatos ita per mensem expositos servavi, ut solis luce irradiarentur. Sic quidem tubos eadem prorsus ratione tractavi, qua cylindros, quos nuper descripsi, ante tractaveram .

Sequens porro tabella exitum experimentorum profert.

Aer fixus.	Nihil ad superficiem mercurii apparuit præter paululum pulveris.	Candelæ flamma vix ad mota illico periit.
Gas inflammabile.	Mercurii superficies purissima erat, nativumque suum statum plane servabat.	Accedente flamma gas deflagavit, neque tamen detonavit; candelæ vero extincta eodem momento est.
Gas nitrosum.	Mercurius ad superficiem erat in calcem conversus, quæ quidem calx non modica erat.	Flamma subito periit; atque continuo apparuerunt vapores rutilantes cum spiritus nitri odore conjuncti.
Aer ab candelæ flamma extincta vitiat.	Nihil in mercurii superficie mutatum apparuit.	Sine mora extincta est flamma.
Aer vitiatum ab sulphuris vapore.	Cum mercurii, tum tibi superficies colore impense nigro suffusa est, quin tamen in subiecto mercurio ulla mutatio se proderet.	Periit flamma illico.
Aer vitiatum ab animalium respiratione.	Nihil in mercurii superficie mutatum.	Cito flamma extincta est.

In nullo sive gas, sive aeris genere ea fuit absorptio, quæ sensu satis percipi posset.

Hæc mihi experimenta evidenter probare videntur, 1. solarem lucem solam sine aquæ auxilio non posse vitiatum aerem corrigere, aut ejus conditionem meliorem facere; 2. ne vegetabilia quidem posse idem sine aquæ concursu præstare; 3. ejus propterea effectus producendi facultatem soli aquæ convenire. At quomodo illa tam mirabilis immutatio ab aqua perficitur?

A pura aqua soli exposita evolvitur aer valde purus, & tamquam aer vere dephlogisticatus habendus. Aquæ proprium est acidam partem fluidorum quorumvis aeriorum absorbere, quemadmodum absorptiones supra expositæ comprobant. Proclive ergo est credere, per aquam vitiatum aerem repurgari, & quia aqua ab aere acidum detrahit, in quo puto mephiticum

cum principium esse positum, & quia aqua aerem purissimum addit.

Jam vero demonstravi alias, quintam dephlogisticati aeris partem sufficere ad fixum recens elicatum aerem, quocum miscetur, ita corrigendum, ut commode flammam alere queat; partem vero adhuc minorem idem præstare, si aer fixus, cui adjungitur, jam bonam sui acidi partem in aquam exoneraverit.

Priestleyus quoque demonstravit, fluidum, quod relinquitur, postquam aer fixus diu fuerit aqua quassatus, esse aerem respiratori aptum, & non amplius mephiticum.

Similiter ergo ac aeri fixo evenire mihi videtur cæteris vitiatæ aeris generibus, dum in meis vasis vitreis objecta solaribus radiis detinentur. Solis quidem calor fluida aëria intus inclusa dilatat; contra premit eadem aqua atmosphæræ incumbens pondere gravata: quæ duæ vires cum altera in alteram agant, vices gerunt ejus quassationis, quam ope aquæ instituebat Priestleyus. Revera primis diebus, postquam mea vasa soli objeceram, valde insignes fuere absorptiones, quæ deinde, diebus elapsis octo aut decem, ita cessasse videbantur, ut contra depressio aliqua in aquæ superficie sensim perciperetur, quam sane depressionem efficiebat dephlogisticatus aer, qui interim evolvebatur continenter ex aqua.

Provido itaque naturæ consilio factum est, ut rore, pluviis, fluminibus, ac mari nusquam aquarum beneficio careat atmosphæra nostra, quæ illis sublatis repurgare se non posset fordibus undique ingestis, quibus magis in dies magisque contaminatus aer tandem impar omnino animalium respiratori efficieretur.

Huc conferunt etiam tot, tamque late per totam terræ superficiem diffusa vegetabilia, quæ modo quodam mechanico ad aerem repurgandum concurrunt, quippe cum renovatis tam sæpe eorum superficiebus frequentior, magisque late patens redditur aquearum particularum cum solari luce contactus.

Quod si aridæ, arenosæque regiones, quæ aquis omnino carent, atque vegetabilium penuria laborant, eo, quod diximus, aeris corrigendi beneficio uti non possunt, divina tamen providentia aëris salubritati in iis conservandæ consuluit alio modo. Dedit enim regulares ventos, qui principia illa noxia, quæ atmosphæram corrumpere possent, in longinqua maria vehentes efficiunt, ut aer purus, & naturali, optataque salubritate præditus usque servetur.

FRAN.

## FRANCISCI MARIE ZANOTTI

*De formula planetae velocitatem exprimente.*

**P**Aullus Frisius, mathematicus nobilis, quocum paucissimos sane compares, in eo, quem de gravitate universalis edidit, libro theorema quoddam memorat, quod & elegans esse ait, & meum. Quippe id ego exposueram, quamvis breviter, & quasi aliud agens, in eo libro, quem emiseram, de viribus centralibus. Theorema est huiusmodi.

Volvatur planeta (planetam cum dico, corpus quodvis intelligi volo, quod circa attrahentem massam quamlibet, tamquam circa solem, planetarum more vertatur) volvatur, inquam, planeta quispiam per ellipsim quamlibet A. B. (Fig. I.) vi centripeta tendente ad focus F, quo in foco sedeat centralis massa. Sitque iam planeta in dato quovis orbitæ suæ puncto R. Ducatur FT perpendicularis ad tangentem RT. Sitque parameter ellipseos P. Hoc affirmo. Si planeta ea gravitate, quam habet in puncto R, a quiete discedat, cadatque libere; ubi, cadendo, confecerit spatium  $\frac{P \cdot \overline{FR}^2}{4 \cdot \overline{FT}^2}$ , velocitatem obtinebit parem illi, quam se volvens per ellipsim habet in puncto R.

Qua re efficitur, ut si punctum datum R aut aphelium sit, aut perihelium, abiecta fractione  $\frac{\overline{FR}^2}{\overline{FT}^2}$ , spatium illud, quod dixi, numquam non sit  $\frac{P}{4}$ , idest quarta ipsa parametri pars.

Id quam sit elegans, videant alii: meum utique esse, dicere non audebam; nam quamvis id nusquam legissem, persuadere tamen mihi vix poteram, illos præsertim, qui astronomiæ physiciæ elementa tradiderunt, rem tam brevem, tam simplicem, tam commodam, atque, ut Frisio assensum, tam elegantem, aut non vidisse, aut, si viderint, prætermi-

fisse. Theorema itaque aliis reliqueram, ne, si id mihi vindicasset, viderer forte in possessionem alienam velle invadere. Nunc quando id Frisius mihi tribuit, homo in omnibus, quæ ad hanc rem pertinent, exercitatissimus, versatissimusque, quemque nihil eorum fugit, quæ adhuc in hoc argumento scripta fuere; theorema iam illud, quasi quoddam fortunæ donum, pro meo habere cœpi, atque (ut sua quisque amat) corollariis, si quibus possem, illustrare ipsum constitui, atque ornare.

Quod meum studium communicare vobiscum decrevi, Sodales optimi, non quod astronomis istis *πρακτικοῖσ* prodesse me posse putem, sed quia *θεωρητικὰ* ista delectant, iuvatque interdum in his ludere. Meam ergo orationem accipite, non tamquam astronomi cuiuspiam ex his, qui in cælo quotidie versantur, sed tamquam vulgaris physici, planetarum cometarumque orbes ratione sola metientis. Ac iam ad propositum veniens, unum aut alterum theorematis mei corollarium primum exsequar; deinde quæstiunculam quamdam proponam, quæ mihi forte, dum hæc mecum reputo, quasi corollarium aliud, se obtulit. His expositis finem dicendi faciam.

Dico igitur, ut a corollariis exordiar, e theoremate illo meo generalem duci formulam, quæ est, nisi longe fallor, aptissima ad velocitatem, quam planeta quivis habet in dato puncto  $R$ , exprimendam. Quam formulam tibi compones, si gravitatem planetæ in ellipseos parametrum primum duxeris, deinde radicem producti multiplicaveris per  $\frac{FR}{FT}$ . Itaque, si sit gravitas, quam planeta habet in  $R = g$ , erit formula, velocitatem planetæ exprimens,  $\frac{FR}{FT} \sqrt{g \cdot P}$ .

Non sum nescius, Sodales optimi, eos, qui astronomiæ physicæ dant operam, alias habere formulas, quibus planetarum velocitates exprimunt, atque inter se comparant; siquidem, unitatem modo, modo radicem parametri dividentes per  $FT$ , duas ponunt formulas,  $\frac{1}{FT}$ ,  $\frac{\sqrt{P}}{FT}$ ; hisque utuntur.

Verum ut formulæ hæc valeant ad multa, non satis certe sunt ad omnia. Nam prima  $\frac{1}{FT}$  valet illa quidem ad ve-



locitates eas inter se comparandas, quas planeta idem habet, per eandem ellipfim, circa eandem centralem maffam, perpetuo se volvens; ad comparandas vero velocitates illas, quas duo quivis planetæ habent, per ellipfes alias, circa alias maffas, se volventes, nihil profecto valêt. Atque in his ne formula quidem altera  $\frac{\sqrt{P}}{FT}$  quidquam valebit, niſi centrales maſſæ, circa quas planetæ duo convertuntur, æquales plane ſint; inæquales enim ſi fuerint, hæc quoque formula fallax erit. Hac ergo qui utuntur, ſi planetas primarios inter ſe conferre velint, recte utuntur; non recte utantur, ſi ſecundarii cum primariis in comparationem venerint. In his enim omnino neceſſe eſt formulam immutare. At vero formula, quam ſupra expoſui,  $\frac{FR}{FT}\sqrt{g.P}$ , e theoremate meo ducta, conditione adſtringitur nulla, ac, ſi quid iudico, in omnibus æque valet atque ad omnia.

Locus ipſe me monet, ut commoda explicem nonnulla ejuſdem formulæ  $\frac{FR}{FT}\sqrt{g.P}$ . Ea quippe pro re nata, atque, ut fert occaſio, breviorẽ interdum facilioremque ſe prabet. Si lineæ FR, FT ſint æquales (erunt autem æquales, ſi datum punctum R aut aphelium fuerit, aut perihelium) abiici ambæ poterunt; ac tum erit planetæ velocitas =  $\sqrt{g.P}$ : breviffima formula, qua uti pariter in aphelio poſſis, atque in perihelio. Quod ſi ellipfes, in quibus velocitatum comparatio fiet, parametros habuerint æquales; tum vero, abiecta etiam littera P, erit planetæ velocitas =  $\sqrt{g}$ . Nempe velocitates cum in apheliis tum in periheliis, ſic inter ſe erunt, uti radices gravitatum. Quod ſi gravitates planetarum æquales fuerint (erunt autem æquales, ſi centrales maſſæ quadratis diſtantiarum proportionales ſint) abiicietur littera g; eritque velocitas =  $\sqrt{P}$ . Nempe velocitates cum in apheliis tum in periheliis ſic inter ſe erunt, uti radices parametrorum.

Neque illud prætermittendum: ſi ponatur centralis maſſa = M, erit fane  $g = \frac{M}{FR^2}$ . Si ergo in generali illa formula  $\frac{FR}{FT}\sqrt{g.P}$  pro g valorem eius ſuppleveris, vertetur illa in hanc  $\frac{\sqrt{M.P}}{FT}$ ; quæ formula planetæ velocitatem e centralis maſſæ ma-

gnitudine exprimit; & brevitatem est commendanda. Et vero si sit  $M$  constans, id est si planetæ circa æquales massas convertantur; littera  $M$  abiecta, redibit formula ad communem illam  $\frac{\sqrt{P}}{FT}$ , de qua supra dixi.

Inquiet aliquis: Dic, obsecro, quo modo theorema illud tuum hanc tibi tam generalem velocitatis formulam pepererit,  $\frac{FR}{FT} \sqrt{gP}$ . Id ego brevissima ratione exsequar, quæ ut mihi in mentem venit, longiores alias, quamvis in promptu erant, contempsi.

Theorema illud meum, quod Frisius laudat, hoc demonstrat: velocitatem, quam planeta habet in dato puncto  $R$ , æqualem esse velocitati illi, quam acquireret, si gravitate illa, quam habet in  $R$ , cadens libere, percurreret spatium  $\frac{P \cdot FR^2}{4 \cdot FT^2}$ . Atqui constat gravia quæque, si a quiete discedant, cadentia libere, eam velocitatem acquirere, quæ æqualis est duabus radicibus gravitatis, ductæ in spatium, quod percurrerunt. Erit ergo velocitas, quam in puncto  $R$  planeta habet,  $= 2 \sqrt{\frac{g \cdot P \cdot FR^2}{4 \cdot FT^2}}$ , quæ scilicet formula ad illam redit  $\frac{FR}{FT} \sqrt{gP}$ .

Atqui ex hac formula, inquiet aliquis, proportionem quidem intelligere possumus, quam habet planetæ velocitas ad velocitatem planetæ alterius cuiuslibet; quanta vero velocitas ipsa sit, intelligere nequaquam possumus. Pulcrum esset hoc etiam cognoscere ac scire, quot pedes, quot passuum millia, quot stadia dato tempore percurrere planeta debeat, si illa velocitate perpetuo feratur, quam formula exprimit. Hoc autem cognosci qui poterit e formula isthac tua, quæ neque spatium definit ullum, neque tempus?

His etiam, qui hæc quærunt, satisfaciamus. Dico igitur & spatium & tempus in formulam manifesto invehiri per litteram  $g$ , quæ gravitatem exprimit; si eam modo recte interpretemur. Quippe constat, gravitatem quamlibet certo spatio certoque tempore definiri: id quod vel maxime ostendit communis illa, & mathematicorum sermonibus trita iam formula, qua ego sæpe usus sum in meo libro de viribus centralibus: qua in formula, cum sit  $S$  spatium, quod corpus grave, a quiete discedens, & cadens libere, percurrit;  $T$  vero tem-

tempus, quod in illo percurrendo infumit; G vero ipsa gravitas; ponitur  $S = G T T$ . Quo efficitur, ut sit  $G = \frac{S}{TT}$ . In formula ergo, qua de agimus, quaque ipse velocitatem planetæ exprimo,  $\frac{FR}{FT} \sqrt{g.P}$ , in locum litteræ g substituere semper poteris  $\frac{S}{TT}$ , quod ubi feceris, nihil iam aliud exhibebit formula illa, nisi spatium quoddam divisum per quoddam tempus; spatium, inquam,  $\frac{FR}{FT} \sqrt{P.S}$  divisum per tempus T. Ac tum demum planetæ velocitatem habebis & spatio expressam, & tempore.

Quod si planeta per ellipsim datam se volvens ad datum punctum R pervenerit, ac scire velis, ea velocitate, quam ibi habet, quot pedes dato tempore percurrere debeat; erit id quoque expeditissimum. Constat apud physicos, quam proportionem habeat terrestris lapidis gravitas ad gravitatem planetæ constituti in R; siquidem & proportio illa est cognita, quam habet massa terræ ad massam solis, & illa, quam habet semidiameter terræ, quæ distantia est centri a lapide, ad lineam F-R, quæ distantia est solis a planeta. Neque minus constat, quot pedes dato tempore T percurrat lapis, si a quiete discedens cadat libere. Cum sint ergo spatia, quæ eodem tempore percurruntur, proportionalia gravitatibus; proclive erit colligere, quot pedes percurrere planeta debeat tempore T, quamque velocitatem, tot illis percursis pedibus, sit habiturus; ex eaque quam velocitatem habiturus sit, confecto spatio  $\frac{P.FR^2}{4.FT^2}$ , quæ illa ipsa velocitas est, quam habet in puncto R; quamque si ad hunc modum constitueris, & certo tempore definitam habebis, & certo pedum numero.

Atque ut hæc etiam in formulam conferamus, sit gravitas lapidis ad gravitatem planetæ, uti k ad g; sitque S spatium, quod lapis dato tempore T percurrit. Cum sit utique gravitas lapidis =  $\frac{S}{TT}$ , erit planetæ gravitas =  $\frac{g.S}{k.TT}$ , quem valorem si in formulam  $\frac{FR}{FT} \sqrt{g.P}$  pro g invexeris, erit iam tibi planetæ velocitas =  $\frac{FR}{FT} \sqrt{\frac{g.P.S}{k.TT}}$ , idest spatium  $\frac{FR}{FT} \sqrt{\frac{g.P.S}{k}}$ , divisum

per datum tempus  $T$ . Quod spatium erit plane cognitum, cum proportiones  $FT$  ad  $FR$ , &  $k$  ad  $g$  utique sint cognitæ, sitque  $S$  spatium illud ipsum, quod lapis percurrit tempore dato  $T$ , certo pedum numero definitum.

Quod si punctum  $R$ , in quo versatur planeta, aut aphelium ipsum fuerit, aut perihelium; abiecta fractione  $\frac{FR}{FT}$ , erit planetæ velocitas  $= \sqrt{\frac{g \cdot P \cdot S}{k \cdot T T}}$ . Ac si præterea,  $g$  &  $k$ , idest planetæ gravitas, & gravitas lapidis, æquales fuerint, abiecta etiam fractione  $\frac{g}{k}$ , erit tibi planetæ velocitas  $= \frac{\sqrt{P \cdot S}}{T}$ . Quam si comparaveris cum velocitate illa, quam lapis obtinet, percurso spatio  $S$ , quæque est procul dubio  $= \frac{2S}{T}$ ; ac præterea feceris  $P = 4q$ , ut sit  $q$  quarta pars parametri, invenies velocitatem lapidis esse ad velocitatem planetæ, uti  $\sqrt{S}$  ad  $\sqrt{q}$ : quæ commodissima est proportio.

Hactenus theorematis mei corollaria sum persecutus. Reliquum est, ut, quemadmodum initio proposui, quæstiunculam quamdam in medium proferam, ad quam me illa, de quibus adhuc differui, manu quasi duxerunt. Quæstiuncula est hæc.

Data velocitate, quam planeta, sive cometa, seu tale aliquid circa solem se volvens, sive in aphelio habet, sive in perihelio: dataque distantia, quam ibi habet a sole: tria hæc invenire. Primum, parametrum sectionis illius conicæ, quam planeta circa solem describit. Deinde, sectionem ipsam conicam, ut, quæ sit, appareat, an ellipsis, an parabola, an hyperbola. Tertio demum, si sectio quidem illa conica ellipsis sit, invenire ambos axes; unde & tempus periodicum apparebit, & planetæ, sive cometæ reditus.

Quæstio facilis atque expedita, iisque, qui ad astronomiam physicam, atque adeo ad Newtoni philosophiam sint accessuri, si, quando tempus fallere, atque otium oblectare docte velint, fortasse non iniucunda: ad quam solvendam non illud tantum theoremata mihi profuit, quod Frisius commendat, sed theoremata etiam aliud ex ipso geometriæ sinu depromptum, de quo minime vos celabo; nam quamvis & breve, & simple sit, & commodissimum ad multa, & elegantia non nihil habeat, haud scio tamen, an fuerit a quopiam animad-

versum. Itaque, si quis illud mihi tribuere velit, ac pro meo habere, non admodum repugnabo. Theorema hoc est.

Sit ellipsis quævis  $AB$  (Fig. II.). Axis maior  $AB$ . Foci duo  $V$ , &  $F$ . Quoniam constat apud mathematicos, quartam partem parametri minorem esse, quam  $AV$ , quæ est distantia verticis  $A$  a foco propiore  $V$ ; sumatur in  $VA$  pars  $Vr$ , quæ sit æqualis ei, quam dixi, quartæ parti parametri. Existent nempe tres lineæ  $Ar$ ,  $AV$ ,  $AB$ , initium omnes ducentes a puncto  $A$ . Dico, tres has lineas  $Ar$ ,  $AV$ ,  $AB$  esse continue proportionales. Neque id minus tenet, si res transferatur ad alterum focum  $F$ , qui longius distat a vertice  $A$ . Quippe si sumseris in  $FA$  partem  $Fq$ , quæ æqualis & ipsa sit quartæ parti parametri, erunt similiter lineæ tres  $Aq$ ,  $AF$ ,  $AB$  continue proportionales.

Theorema iis certe, qui adhuc in geometriæ elementis versantur, non penitus contemnendum. Ego sane, dum illud sequor, ellipseos totius descriptionem persæpe faciliorem habui, denominationesque promptiores. Et vero si illud præfens in animo habueris; expeditius nihil erit, quam datis  $AV$ , & parametro, maiorem axem invenire; quo invento minor statim se prodet; & contra, datis  $AV$ , & maiori axe, invenire parametrum.

Et quoniam quæcumque ellipsum ornant, ea pene omnia, propter affinitatem nescio quam, hyperbola sibi vindicat; hoc etiam, quod dixi, theorema, si paululum modo inflectatur, traduci facile ad hyperbolam poterit. Quamquam inflectendi ratio non cuivis statim occurret; sed studium fortasse, & tempus postulabit, eritque res vel fortunæ, vel ingenii. Ego sane, cum alias iniissem vias atque alias, vix tandem in illam incidi, quam quærebam.

Multa prætereo, quæ huc spectant, neque hæc ipsa, quæ dixi, demonstrare in præfens nitari, non tantum ne longior sim (quamquam & id ipsum movere me debet) verum etiam, ut, quæ ipse proposui, quæque verissima esse comperi, demonstrando alii, eademque multis modis versando, sua faciant, nec mihi potius, si velint, quam sibi tribuant. Ego enim sic fieri oportere in litteratorum hominum cæcibus semper existimavi, ut quæ quisque proponeret, qualiacumque essent, non eius propria haberentur, qui proponeret, sed omnibus, qui ex eodem sint cætu, atque adeo universo cæ-  
tui,

tui communiter tribuerentur: id, quod cum honestissimum per se est, liberalitatemque habet ingenus hominibus dignam, tum vero nobilissimæ Florentinorum Academiæ exemplo comprobari potest; quæ morem hunc, quoad viguit perpetuo tenens, ceterarum Academiarum omnium princeps & parens fuit.



Fig. I.

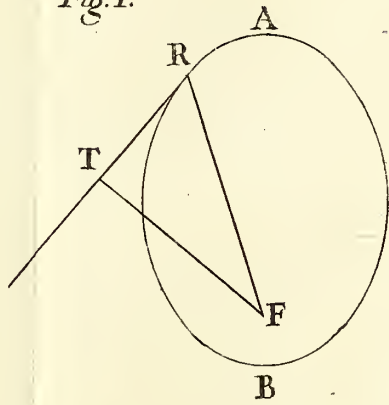
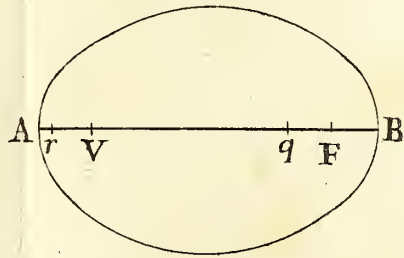


Fig. II.







## ALPHONSI BONFIOLI MALVEZZI

d Jo: Franciscum Malfatti in Universitate Ferrariensi Mathematicos Professore

## EPISTOLA.

*De Galilei Demonstratione a cl. Andres exposita.*

**S**I quando & ingenium quaecumque meum, & meas consuluissem vires, nullum unquam tempus extitisset, quo verba in hoc clarissimorum virorum cætu fecissem, atque, ut Horatianis utar phrasibus, Cælum non peterem pennis non Homini datis. Verum cum magna a magnis Viris expectanda sint, ita mediocria a mediocribus, neque semper humi hærendum cum ad altiora pertingere nequeamus. Habetis, Academici præstantissimi, voluntatem meam, quæ in eo sita maxime est, ut si quid viribus, & doctrina valeo, valeam Academiæ, de qua nostrum nemo est profecto, qui non bene mereri aliqua ratione quandoque exoptet. Vespertinæ alicujus sessionis vacuum aliquod impleturum me dixi Præsidi nostro, ut ipsi autem a me hoc requirenti morem gererem. Ea propter Epistolam hodie vestra, qua in me estis, humanitate audire dignemini, quam ut elucubratiunculam qualemcumque excipietis, quamque Francisco Malfatti doctissimo Mathematico scriptam volui. Hanc igitur statim lego.

Etsi duro certe fato tua mihi uti consuetudine vetitum sit ob loci distantiam, & raro per litteras inter nos communicemus, cum veritus semper sim, ne quidpiam gravissimo tuo muneri, tuisque perarduis disquisitionibus mathematicis, in quibus maxime excellis, temporis, & otii detraherem, attamen, si quando offerretur occasio, mea mihi jura vindicare statui, teque per litteras alloqui, quod tibi, mihi que pollicitus fui. Novi enim semper tuam erga me humanitatem, & amoris in me tui nec incertas, nec dubias omnitempore accepi significationes. Ad te igitur hodie scribere

constitui, quibusque de causis id faciam, statim aperio. Epistolam legi præterito mense in publicam lucem editam a clarissimo Viro, & Sacerdote Joanne Andres ad egregium, & ornatissimum Marchionem, & Senatorem Philippum Mariam Cafalium socium nostrum conscriptam, quæque in primo Opusculorum scientificorum Ferrariensium Tomo extat: Hanc profecto te puto legisse; esse enim quidquam potest Ferrariæ in litterariis, & mathematicis rebus præsertim, quod tibi obscurum, immo quod non tibi detectum plane perspicuumque sit? Tibi ergo essem pene injuriosus, & operam perderem, si te de hac Epistola certiore facere vellem: cur fuerit illa vestris inserta Opusculis, quidve illi occasionem dederit inquirere vanum est; quodnam de ea potius tuum fuerit judicium, & quodnam feres de meis circa hanc ipsam animadversionibus scire cupio. Nolim, præstantissime Vir, te arbitrari me, dum accuratum ad examen Epistolam hancce revoco, Critici agere partes; nomen quasi odi, quod nescio quid acerbitalis habet: sed me consideres quæso velim, non objurgantem profecto, nec aliorum spernentem cogitata, sed tecum placide, & amice colloquentem, atque tuam flagitantem sententiam. Oculos ergo patienter in meas has litteras converte. Rem aggredior.

Cum ad statuendas magisque efformandas motuum cœlestium Theorias, vicissitudinesque nonnulli legibus Galileanis uterentur, cumque viderent consuetaria ex illis deducta observationibus non respondere, minimeque cum iis congruere, ne adhibitis methodis, sibi que culpam darent, vocandas esse potius in dubium Galileanas leges putarunt, atque velocitates servare temporum rationem; & in suspensionem venerunt, utrum leges illæ applicari possent cœlestibus motibus, quod denuo viam parasset ad absurdam renovandam opinionem, qua statuebatur velocitates esse in ratione spatiorum, atque eo gravius incumberat periculum, quod multa phænomena apparenter, & primo obtutu conspecta, neque, ut fas est, optime perpensa huic legi robur, & nomen addere videbantur. Quem in errorem facile quis labi posset, si exempli causa foveas a cadentibus corporibus factas non recte, & veram, genuinamque causam, & singula ejus accessoria ad trutinam poneret, atque fecerneret. Illos ergo, qui Galileanas leges suspitione omni, & falsitatis periculo liberant, & le-

legem penitus falsam spatiorum a Mechanica exulare jubent non tantum celebratissimo Galileo jus suum tribuere credimus, verum etiam bene de Mechanica Scientia mereri autumamus. Quis ergo præstantissimi Domini d'Andres mentem non magnopere commendarit, quis ei non summam habuerit gratiam, quod conatus contulerit omnes ad tuendum Galilei, & Italici nominis decus, quæ res cum plurimum in se virtutis, ac laudis habet, tum probari ab omnibus, Italiis potissimum, debet. At vero ipsius Opusculum perlegens ego agnovi ipsum Galilei fama, & benevolentia paullo longius seductum, ingenique sui viribus nimium fidentem rectam habuisse Galileanam demonstrationem, qua ille Vir summus refellere volebat hypothesim gravium ea lege descendentium, ut velocitates essent spatiis peractis proportionales, ex qua hypothesi, quamvis ad absurdum certo certius deveniatur, non illud tamen consecrarium oritur instantanei motus, quem ipse statuit, ita ut dici possit verum esse assertum, at hoc ab ipso non fuisse demonstratum. Quidni ad oppositum potiori jure ventum sit? Fermatius enim exactiore demonstratione, atque clarissima in luce locata a Comite Vincentio Riccato Mathematico longe præstantissimo, (cui primas dare inter Italos d' Alembertus summus sane vir ultro mihimetipsum fassus est) Fermatius, inquam, ostendit in sua celeberrima Epistola ad Cassendum tempora in data hypothesi spatiorum quibus conficiuntur lineæ duæ, quarum una sit duplo major altera, in aliquo lato sensu vocari posse æqualia: verum æqualitatem hanc nihil facere ad sustinendum Galilei argumentum, nam Fermatius ex hypothesi, quæ statuit legem spatiorum, geometricè demonstrat, quod tempore opus esset infinito ad percurrendum spatium finitum, quod omnino, & toto cælo oppositum est absurdo a Galileo prolato. At quidnam esset absurdius, quam duo hæc absurda simul conciliare? Cum vero Fermatii demonstrationi fidenter, & secure acquieverim, eamque laudatam viderim a Mathematicis maximi nominis, & e contrario illam Galilei subobscuram, & inexactam præter sui morem, immo uti paralogisticam a nonnullis condennatam, & a Riccato nostro ostensam vera paralogistri labe infectam, hinc factum est, ut non ita facile auctoritati, & doctrinæ hac de re indulgerem Joannis Andres; quapropter inquirenda veritatis amore ductus sedulo pro viribus meis persequi

T. VII. G g ag-

aggressus sum laudati Auctoris vestigia, initamque viam, e-  
 jusque rationum momenta diligentius ponderare. Neque pror-  
 fus admirationem, moramque mihi ullam injiciebat, secus ac  
 sentit clarissimus Andres, quod Galileus etsi maximus Vir in  
 paralogismum incidisset, magnos etenim Viros in Scientiis a-  
 liquando peccasse nemini ignotum est, atque de illis quoque  
 dici posse, quod *quandoque bonus dormitat Homerus*: Fallaciæ  
 quædam abditæ, atque cujusdam generis errores sunt illustrium  
 ingeniorum quidam veluti morbi, ex quibus tamen agnosce-  
 re, & colligere licet eorum mentis robur, acumen, atque  
 præstantiam. Ac revera absque quantitatum nascentium, &  
 evanescentium Theoria temporibus illis ignota, si non impos-  
 sibile, perdifficile saltem fuisset hunc Galilei evolvere, ac de-  
 tegere paralogismum. Attamen Riccatus ipse noster, cui Ga-  
 lileum tueri non minus erat curæ, quam cuivis fuerit, illius  
 demonstrationem maxima, qua potuit luce perfudit, hanc  
 mutuans ab infinitesimorum Theoria, cujus ope tandem sub  
 vero posuit aspectu Galilei paralogismum, revera ostendens  
 quanta opus sit cautione, dum ab infinitesimis ad finita tran-  
 sfire volumus. Sed ut propius ad rem accedamus, præstat  
 Galilei argumentum diligenter exponere, deinde Joannis An-  
 dres novam illustrationem argumenti Galileani afferre, qua  
 putat Galileum liberare a paralogismo, quod alii celebres Ma-  
 thematici suo judicio non sunt assecuti, ut inde comparatio,  
 quæ maxime necessaria est, pro veritate instituat. En ipsa  
 Galilei demonstratio in latinum versa idioma a Riccato = *Quum*  
*velocitates eandem habent rationem, quam spatia transacta, aut*  
*transfigenda, hujusmodi spatia aequalibus conficiuntur temporibus.*  
*Itaque si velocitates, quibus mobile cadens confecit spatium qua-*  
*tuor ulnarum, dupla fuerunt velocitatum, quibus iter habuit*  
*per duas primas ulnas (quemadmodum spatium spatii duplum*  
*est) igitur horum itinerum tempora aequalia sunt. Atqui idem*  
*mobile percurrere non potest & quatuor, & duas ulnas eodem*  
*tempore præterquam in motu instantaneo. Verum videmus gra-*  
*ve decidens motum suum finito tempore persolvere, & citius duas*  
*ulnas, quam quatuor percurrere. Falsum igitur est, velocitatem*  
*crescere quemadmodum spatium =.*

Descendamus modo ad oppugnati Auctoris nostri demon-  
 strationem, qua enititur patens probare absurdum instantanei  
 motus, quod argumento suo Galileus a falsa hypothese erue-

re præsumit. Hanc similiter ex Italico sermone in Latinum transfero. Notum est, (Fig. 1.) grave accelerato motu decedens acquirere in fine sui motus velocitatem percurrendi æquali tempore & æquabiliter spatium duplum, ideoque *A* cum in *C* pervenit velocitatem habet percurrendi quatuor pedes motu uniformi tempore, quo duos *AC* accelerato motu transegit, & *B* cum pervenit in *D*, velocitatem conficiendi duos pedes tempore quo unum *BD* confecit. Si velocitates sunt ut spatia, recte colligetur *A* transegitte spatium *EC*, quin ullum prorsus intercederet tempus, hoc est instantaneo motu. En quo pacto deducitur. *A* in *C* duplam habet velocitatem quam *B* in *D*; igitur *A* velocitatem habet percurrendi motu uniformi quatuor pedes tempore quo *B* eodem ipso motu duos percurrit. Tempus, quo *B* progrediens in *D* motu uniformi conficit duos pedes, æquale est illi, quo accelerato motu confecit *BD*; tempus ergo, quo *A* perveniens in *C* quatuor pedes transegit motu uniformi, æquale est illi, quo *B* accelerato transegit *BD*. Sed tempus quo *A* in *C* æquabiliter percurrit quatuor pedes æquale est illi, quo accelerato motu transegit *AC*; ergo tempus motus corporis *A* per *AC* æquale est tempori motus corporis *B* per *BD*. At vero tempus motus corporis *B* per *BD* æquale est tempori, quo *A* confecit *AE*; ergo tempus motus corporis *A* per *AC*, quod observatum est esse uti tempus *B* per *BD*, æquale est illi motus corporis *A* per *AE*; igitur pars *EC* transacta est absque ullo temporis fluxu. En igitur quomodo verum perspicuumque apparet Galilei pronuntiatum, ab impugnata scilicet sententia sequi debere, quod tempus, quo mobile quatuor ulnas confecit, æquale esset illi, quo duas primas conficeret, ideoque duas postremas percurri non posse præterquam motu instantaneo. En demonstrationes duæ: Quis autem luculenter non videt quantum inter se discrepent? Si a me impugnatus Auctor firmam habebat voluntatem salvum faciendi Galileum a paralogismo, debebat, ut revera probaret motum instantaneum in falsa hypothese, argumento uti Galileano, idque tantummodo illustrare, uti facere enixus est Gassendus, atque ut reapse fecit Riccatus noster, qui methodo infinitesimorum tantam ei lucem, patrociniumque conciliat, ut eadem methodo Galileus ipse majori vi non potuisset suum tueri paralogismum, quamvis deinceps dubitans ille, & penitus di-

lucidationem suam in qua paralogismi periculum coepit pertimescere introspicens, ejusdem theoriæ infinitesimorum fulcramento; defensum per aliquod tempus Galilei paralogismum tandem detexerit. Si horum exempla secutus fuisset Auctor noster, ostendere insuper debuisset in Galileana qualicumque demonstratione non latere paralogismum, neque aliam prorsus diversissimam expositionem, illustrationemque afferre, quæ a demonstratione Galileana omnino dissonat. Illud itaque non agit, quod sibi propositum erat, nam si ejus argumentum vim quoque haberet veræ demonstrationis (quod deinceps inspiciemus), nullo unquam pacto prodesset ad defensionem Galilei. Sed propius duarum demonstrationum discrimina intueamur. Galileus cum examinare velit, utrum ille dici debeat motus æquabiliter acceleratus, in quo velocitas cresceret in ratione spatii, hoc idem supponens, ut postea excluderet, sicuti Geometrarum mos est, descendit ad absurdum, quod clarissimum ei videtur, ad motum scilicet instantaneum, quia sicuti in motibus gravium nil aliud habemus in natura, quam velocitatem, spatium, & tempus, nec aliud quidquam videmus, ita quando in corpore descendente velocitates habentur proportionales spatiis, concludere opus est, quod tempora quibus spatia peraguntur æqualia sint: etenim omnia necessario ad æqualitatem reducuntur. Galileus unam tantum introducit hypothesim, neque aliam ullam miscet, nec leges alias, & consecutaria geometrica ex illis derivantia, atque in hoc omnis ejus error consistit, quod inquirere volens ipse primariam legem motus accelerati, semper utitur lege, quæ ad motum æquabilem tantummodo pertinet. Non itaque mirandum est magnum hunc virum errasse, nam quamvis motus acceleratus, qui motus est variabilis juxta datam legem, geometricæ, & methodo infinitesimorum reduci queat ad motum uniformem, attamen in eodem argumento existit paralogismus, qui idcirco delitelcebat, quia temporibus illis infinitesimorum Theoria in tenebris adhuc versabatur, cujusque ignoratio satis excusationem gignit Galileo. Atque revera Riccatus noster hac ipsa Theoria accurate utens clare perspexit, quod quantumvis finita spatia in infinitesima spatiola dividerentur, & hæc, si placuisset, in alia secundi ordinis, & sic deinceps, æqualitas temporum poterat equidem demonstrari in omnibus analogis spatiolis, quod jam consecutus fuerat feliciter ad-

tuen-

tuendum, quantum poterat, Galilei argumentum, redigendo scilicet motum acceleratum ad motum æquabilem methodo infinitesimorum, at nunquam in primis spatiolis æqualitas hæc temporum constabat, siquidem in his velocitatum augmenta rationem finitam semper habent cum velocitatibus primitivis, unde oritur, minime in illis considerari posse motum tamquam uniformem, atque ita palam fecit, quomodo recte adhiberi debeat infinitesimorum methodus. Transeamus modo ad alteram demonstrationem, vel, ut ipsius Auctori placet, explicationem, & evolutionem argumenti Galileiani. Initium ducit ipse ab hoc Theoremate, nempe quod grave accelerato motu decidens in fine sui motus velocitatem acquirit percurrendi æquali tempore, & æquabili motu duplum spatium, atque Theoremate utitur, cujus ne verbum quidem fecit Galileus in suo argumento. Satis igitur patet maximum, quod intercedit inter duas demonstrationes discrimen, quod unum impediret quominus a paralogismo defenderetur Galileus, quamvis demonstratio Domini Andres foret exacta. Hinc vides, Vir clarissime, quantum ipse abfuerit ab assequenda Galilei mente. Quid si de hoc vitio Gassendum immerito redarguat? Gassendus enim si Galilei demonstrationem a paralogismo, ut contendebat, non liberavit, nihilominus facile videre est, ipsam ab eo dilucide fuisse intellectam, & ita quidem ut Galilei, & Gassendi demonstrationes non differant, nisi expositione, & methodo, etenim prædictarum demonstrationum vis in eo posita est, ut si velocitates sint ut spatia, tempora, quibus hæc percurruntur, sint æqualia vel de motu accelerato, vel de æquabili agatur. Gassendus, ut hanc illationem magis roboret, recursum habet ad puncta homologa, in quibus perpetuo etiam si motus sit acceleratus, velocitates tamen sunt in ratione spatioꝝ, quod non est certe immutare demonstrationem, sed explanare, & feliciter evolvere; & re quidem vera Riccatus ipse (de quo quin assecutus fuerit Galilei mentem laudatus Auctor non dubitat) in Galileana defendenda demonstratione Gassendi vestigia fidenter sequitur recurrendo ad partes analogas, quas perducit usque ad infinitesima spatiola, in quibus, primis exceptis, motus æquabilis absque paralogismo supponi potest. Insuper me fateor non intelligere quid Auctor objiciat Gassendo, quando illum ait commentum fuisse doctrinam motus accelerati quæ neque

a Galileo, neque a contrariæ sententiæ patronis potest recipi. Injuria etiam ei exprobrat, quod supponat per totum motum corpus, quod percurrit duplum spatium velocitatem habere duplam velocitatis corporis percurrentis spatium simplicum, nam facta hypothese, quod velocitates sint ut spatia in omnibus punctis analogis velocitates erunt ut 2 ad 1, quemadmodum sunt spatia integra: quinimmo asserere quod velocitates sint ut 2 ad 1 tantummodo in fine spatiorum, ut asserit Auctor, absurdum mihi videtur, & contra hypothese. Sed ista extremis digitis attingisse sufficiat, tibi enim sunt perspicuissima. Mitto alia contra rationem omnem notata a Domino Andres in Gassendum, & potissimum quod istius demonstratio possit adhiberi ad evertendam veram hypothese Galileanæ de velocitatibus crescentibus juxta proportionem temporum: hæc omnia vel si leviter animadvertantur injusta, & paralogistica deprehendentur. Verum progrediamur in examen demonstrationis nostri Auctoris, quam alia laborare culpa inveniemus, nam præterquamquod ipsius demonstratio ab illa Galilei longissime differt non ideo a paralogismo immunis evadit, quod statim probo. Supponit Auctor supra indicatum Theorema, hoc est, quod si grave accelerato motu decidat velocitate ea, quam in fine sui motus acquisivit, æquali tempore, & æquabiliter spatium duplum conficiat. At vero hoc Theorema est confectarium geometricum a lege temporum profluens, quod breviter ita demonstro. Supponantur (Fig II.) velocitates gravium descendentium ut tempora. In hac hypothese si abscissæ  $AM$  trianguli  $BAC$  repræsentent tempora, ordinatæ respondentes  $MN$  poterunt repræsentare celeritates respondentes temporibus ab abscissis designatis; ordinatæ siquidem in triangulo sunt abscissis proportionales. Ducatur ordinata  $OS$  infinite proxima ad  $MN$ ; hæc indicat velocitatem acquisitam a gravi tempore  $AO$ , quæ cum differat a velocitate  $MN$  quantitate infinitesima  $QS$ , hinc per tempusculum  $MO$  velocitas supponi potest constans, & motus æquabilis. Sed in motu æquabili spatia percussa habentur si tempus ducatur in celeritatem; ergo si  $MO$  ducatur in  $OS$ , rectangulum infinitesimum  $MS$ , seu trapezium  $MOSN$  repræsentabit spatiolum percursum tempore infinitesimo  $MO$ . Cum vero trapezium  $MOSN$  sit elementum trianguli  $OAS$ , ergo ex calculo integrali triangulum  $OAS$  repræsentabit spatium



tium percursum a gravi motu accelerato tempore  $AO$ . At spatium percursum motu æquabili velocitate constanti  $OS$  tempore  $AO$  representari debet per rectangulum  $AOSR$ ; ergo spatium istud erit ad spatium percursum motu accelerato tempore  $AO$ , ut rectangulum  $AOSR$  ad triangulum  $AOS$ , seu ut 2 ad 1. Igitur grave accelerato motu decidens acquirit in fine sui motus velocitatem percurrendi æquali tempore, & æquabiliter spatium duplum. Ergo ponere prædictum Theorema, & legem temporum supponere unum, & idem est. En prima suppositio, quam noster Auctor invexit. Post hanc supponit ipse statim legem aliam, quæ est illa spatiorum, atque hæ duæ hypotheses in conspectum veniunt. Ocularis experientia ostendit in gravibus cadentibus legem spatiorum non esse illam temporum, atque ideo velocitatem inservire non posse duabus legibus longe diversis. Sed independenter ab experientia, prædictarum legum conjunctio facili negotio potest demonstrari absurda brevissimo hoc calculo. Etenim si ponamus in motu accelerato gravium velocitates esse simul ut spatia, & ut tempora ab initio motus sumpta consequetur spatia esse ut tempora, atque adhibendo species analyticas, quæ a Mechanicis usurpari solent, erit  $s = t$ , ideoque differentiando  $ds = dt$ ; at velocitates in motu variabili exprimuntur per hanc formulam  $u = \frac{ds}{dt}$ , ergo substi-

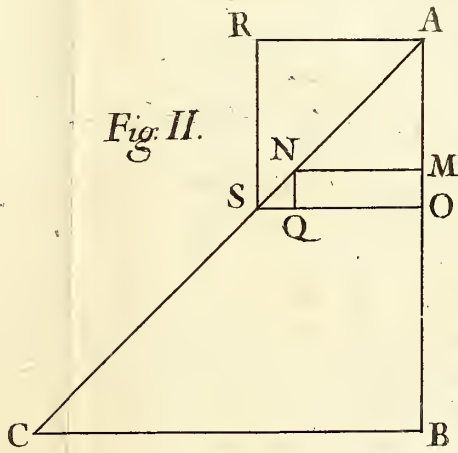
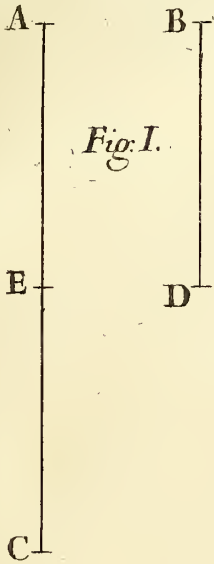
tuendo  $ds$  loco  $dt$  ex prima æquatione erit  $u = \frac{ds}{ds} = 1$ ,

quod indicat velocitatem esse constantem contra hypothesim, supponitur siquidem motus acceleratus, in quo velocitas jugiter crescit. Quid mirum igitur, quod cum simul hæ duæ leges supponantur, & involvantur, & cum commisceantur ea, quæ simul consistere nequeunt, unum vel plura absurda enascantur, quæ nihil aliud probaverint, quam hujus conjunctiois impossibilitatem; dubitandum enim semper erit, quænam ex duabus legibus excludi a natura debeat, an illa temporum, an illa spatiorum: vigore enim demonstrationis nulla sufficiens vel major ratio existit excludendi potius unam quam aliam. Quamobrem clarissimus Dominus Andres neque tueri Galileum potest, neque seipsum, quamvis de inito consilio summopere sit commendandus. Tu tamen videris. Sed antequam finem dicendi facio, nollem Clarissime Vir, te for-

te.

te credere ex postremis, quæ a me dicta sunt, me tranquillo animo ferre legem velocitatum juxta rationem spatiorum, illamque jamdiu jacentem quasi suscitare & protegere, siquidem initio dixi, quod Fermatii demonstrationi a Riccato illustratæ acquieverim, quæ tamen demonstratio cum nimis proliza, & fortasse indirecta videri possit, placet mihi sequenti calculo, & faciliori methodo illam ostendere.

Sicuti supra monuimus, in motu variabili velocitas hac formula continetur  $u = \frac{ds}{dt}$ ; erit igitur  $dt = \frac{ds}{u}$ , & in hypothefi quod motus acceleretur sic ut velocitates sint in ratione spatiorum, erit  $u = s$ ; facta igitur substitutione habemus  $dt = \frac{ds}{s}$  & integrando  $t = Ls + A$ . Ut autem determinemus quantitatem constantem  $A$  supponi debet tempus nullum, quando nullum est spatium, erit hinc  $0 = L0 + A$ , &  $A = -L0$ , sed  $L0$ , uti constat ex doctrina logarithmorum est quantitas infinita negativa, igitur  $A$  erit quantitas infinita positiva; quapropter erit  $t = Ls + \infty$ , quod significat spatium quodcumque percurri debere tempore infinito. Hæc habui, quæ ad te mitterem; in quibus fortasse diutius, quam par erat, immoratus sum, sed partim amicitix dabis, partim diligentix, quæ non raro petenda est ingenii loco. De his tuum, si tamen voles, Franciscæ optime, expecto judicium, quodque libentissimo animo subibo, sentio enim me auctoritate, & pondere ingenii, doctrinæque tuæ, quibus maxime polles, urgeri. Interea quemadmodum epistolium hoc scripsi, dum ruri essem, & otio fruerer, sic tamquam rusticum habeas velim opus; illud tamen benigne, comiterque, ut soles, apud te excipe, secumque age, & me ut semper fecisti ama, & vale.





## VINCENTII RICCATI

De quarumdam formularum exponentialium  
Integratione.

**D**um agerem de motu rectilineo corporis attracti aut repulsi a centro mobili, nonnullæ formulæ exponentialis sese mihi obtulerunt integrandæ, quæ in regulis analyseos hæctenus traditis non inveniuntur. Earum, quibus indigebam, integrationem exhibui, pollicens, me alio tempore methodum traditurum, per quam & illæ, & aliæ multo difficiliore ad integrationem perducuntur. Nunc vero præsto, quod recepi, & meum morem sequens, incipiens a facilioribus ad difficiliora progredior.

Perpetuo per species  $g, q$  rationes quascumque intelligam, vel positivas, vel negativas; species  $p, m, n$  expriment numeros integros & positivos; tam in sinibus circularibus, quam in hyperbolicis sinus totus  $= r$ , quæ litera pariter indicat protonumerum, & subtangentem systematis, in quo sumptæ sunt exponentiales; basis autem logarithmica  $= e$ . Ut calculi facilitati, & impressorum commodo serviam, faciam

quantitatem exponentialem  $\left(\frac{e}{r}\right)^{g \cdot \frac{\varphi}{r}} = y$ , ita ut sit  $dy = \frac{g}{r} y d\varphi$ .

His generatim adnotatis, ad rem propositam tractandam accedo.

I. Incipio a formulis non difficilibus  $ry d\varphi, y\varphi d\varphi$ . Accipio differentiam quantitatum  $ry, y\varphi$  hoc modo

$$\left. \begin{array}{l} gy d\varphi = r dy \\ y d\varphi + \frac{g}{r} y\varphi d\varphi = D y\varphi \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Divido primam per } g, \text{ utramque} \\ \text{multiplico per } r, \text{ \& integro} \end{array}$$

$Sry d\varphi = \frac{r^2}{g} y$ , quæ dat integrationem primæ:

$Sry d\varphi + gSy\varphi d\varphi = ry\varphi$ . Detraho primam a secunda, ut proveniat

$gSy\varphi d\varphi = y\left(r\varphi - \frac{rr}{g}\right)$ , quam divido per  $g$ , ut habeam

H h

 $Sy\varphi d\varphi$

$Sy\varphi d\varphi = y \cdot \frac{r\varphi}{g} - \frac{rr}{gg}$ , quæ dat integrationem secundæ.

II. Patet factis duabus formulis generalem aggredior, nempe  $y\varphi^p d\varphi$ . Hanc ob rem differentio formulam  $y\varphi^p$  in hunc modum  $\frac{g}{r}y\varphi^p d\varphi + p y\varphi^{p-1} d\varphi = Dy\varphi^p$ . Multiplico per  $\frac{r}{g}$ ; transfero secundum terminum, & integro  $Sy\varphi^p d\varphi = \frac{r}{g}y\varphi^p - \frac{pr}{g}Sy\varphi^{p-1} d\varphi$ . Simili ratione ostendam  $Sy\varphi^{p-1} d\varphi = \frac{r}{g}y\varphi^{p-1} - \frac{p-1 \cdot r}{g}Sy\varphi^{p-2} d\varphi$ ,  $Sy\varphi^{p-2} d\varphi = \frac{r}{g}y\varphi^{p-2} - \frac{p-2 \cdot r}{g}Sy\varphi^{p-3} d\varphi$ : atque ita deinceps, donec exponens  $\varphi$  fiat  $= 0$ , & ultima summatoria evadat  $Sy d\varphi$ , quæ ex num. I. æquat  $\frac{r}{g}y$ . Quare regrediendo obtinebimus  $Sy\varphi^p d\varphi = y \times$

$\left(\frac{r}{g}\varphi^p - \frac{pr}{gg}\varphi^{p-1} + \frac{p \cdot p-1 \cdot r^2}{g^3}\varphi^{p-2} - \frac{p \cdot p-1 \cdot p-2 \cdot r^3}{g^4}\varphi^{p-3} \text{ etc.},\right.$   
quæ producenda est donec exponens  $\varphi = 0$ .

Quoniam ex superiori analysi evidenter constat,  $Sy\varphi^p d\varphi$  æquare  $y$  ductam in plures terminos continentes  $\varphi^p$ ,  $\varphi^{p-1}$ ,  $\varphi^{p-2}$  &c., in quibus exponens continuo decrescit usque ad 0, facile erit per notam methodum eorum coefficients determinare. Supponatur itaque  $Sy\varphi^p d\varphi = y \cdot (A\varphi^p + A'\varphi^{p-1} + A''\varphi^{p-2} + A'''\varphi^{p-3} + A''''\varphi^{p-4} \text{ &c.}$  Capiatur differentia, & ita locentur termini, ut qui eisdem habent exponentes, sint in eadem columna verticali  $y\varphi^p d\varphi = y d\varphi$

$\left(\frac{g}{r}A\varphi^p + \frac{g}{r}A'\varphi^{p-1} + \frac{g}{r}A''\varphi^{p-2} + \frac{g}{r}A'''\varphi^{p-3} + \frac{g}{r}A''''\varphi^{p-4} \text{ &c.}\right.$   
 $\left.pA\varphi^{p-1} + \overline{p-1}A'\varphi^{p-2} + \overline{p-2}A''\varphi^{p-3} + \overline{p-3}A'''\varphi^{p-4} \text{ &c.}\right.$

Facta terminorum comparatione invenies  $A = \frac{r}{g}$ ,  $A' = \frac{pr}{g}A$ ,  
 $A'' = \frac{p-1 \cdot r}{g}A'$ ,  $A''' = \frac{p-2 \cdot r}{g}A''$ ,  $A'''' = \frac{p-3 \cdot r}{g}A'''$ ; at-

que ita deinceps progressu satis facili.

III. Progredior ad integrandas formulas  $y d\varphi$ . S c.  $q\varphi$ ,  
 $y d\varphi$  C c.  $q\varphi$ . Sumo differentiam duarum quantitatum  $y$  S c.  $q\varphi$ ,  
 $y$  C c.  $q\varphi$

$y C c . q \phi$  ita

$$\left. \begin{aligned} \frac{g}{r} y d \phi . S c . q \phi + y d S c . q \phi &= D y . S c . q \phi \\ y d C c . q \phi + \frac{g}{r} y d \phi C c . q \phi &= D y . C c . q \phi \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Pro } d S c . q \phi \\ d C c . q \phi \text{ substituo} \\ \text{eorum valores} \end{array}$$

$\frac{q}{r} d \phi C c . q \phi, -\frac{q}{r} d \phi S c . q \phi$ , quod deinceps semper præstabo, & reperio

$$\left. \begin{aligned} \frac{y d \phi}{r} (g S c . q \phi + q C c . q \phi &= D y . S c . q \phi \\ \frac{y d \phi}{r} (-q S c . q \phi + g C c . q \phi &= D y . C c . q \phi \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Si secundam} \\ \text{multiplica-} \\ \text{tam per } q \text{ de-} \\ \text{trahas a prima ducta in } g; \text{ deinde secundam ductam in } g \\ \text{addas primæ ductæ in } q, \text{ invenies duas} \end{array}$$

addas primæ ductæ in  $q$ , invenies duas

$$\frac{y d \phi}{r} . (g g + q q . S c . q \phi = g D y . S c . q \phi - q D y . C c . q \phi$$

$$\frac{y d \phi}{r} . (g g + q q . C c . q \phi = q D y . S c . q \phi + g D y . C c . q \phi$$

Utramque multiplico per  $r$ , divido per  $g g + q q$ , & integro

$$S y d \phi S c . q \phi = \frac{r}{g g + q q} y . (g S c . q \phi - q C c . q \phi) \quad \text{Q. E.}$$

$$S y d \phi C c . q \phi = \frac{r}{g g + q q} y . (q S c . q \phi + g C c . q \phi) \quad \text{Inven.}$$

Si ponas  $q$  esse quantitatem evanescentem, habebis  $C c . q \phi = q \phi, C c . q \phi = r$ : ergo in sequentes duæ formulæ mutabuntur

$$q S y \phi d \phi = \frac{r}{g g + q q} y . (g q \phi - q r) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Divisa prima per } q, \& \\ \text{omissis terminis, ubi a-} \end{array} \right\}$$

$$S r y d \phi = \frac{r}{g g + q q} y . (q^2 \phi + g r) \quad \left. \begin{array}{l} \text{dest } q q \text{ evanesce-} \\ \text{sequentes mutabuntur} \end{array} \right\}$$

$$S y \phi d \phi = y . \left( \frac{r \phi}{g} - \frac{r r}{g g} \right) \quad \text{quæ coincidunt cum illis, quæ in-}$$

$$S r y d \phi = \frac{r^2}{g} y \quad \left. \begin{array}{l} \text{ventæ sunt num. 1.} \\ \end{array} \right\}$$

IV. Transeo ad sinus & cosinus hyperbolicos, & eadem methodo assequor integrationem duarum formularum  $y d \phi S h . q \phi, y d \phi . C h . q \phi$ . Duarum quantitatum  $y . S h . q \phi, y . C h . q \phi$  differentiam capio

$$\left. \begin{aligned} \frac{g}{r} y d\phi \operatorname{Sh}.q\phi + y d\operatorname{Sh}.q\phi &= Dy \cdot \operatorname{Sh}.q\phi \\ y d\operatorname{Ch}.q\phi + \frac{g}{r} y d\phi \cdot \operatorname{Ch}.q\phi &= Dy \cdot \operatorname{Ch}.q\phi \end{aligned} \right\} \text{Substituto}$$

$\frac{q}{r} d\phi \cdot \operatorname{Ch}.q\phi, \frac{q}{r} d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi$  pro  $d\operatorname{Sh}.q\phi, d\operatorname{Ch}.q\phi,$   
quod in posterum ubique faciam, & sese offerunt æquationes duæ

$\frac{y d\phi}{r} \cdot (g \operatorname{Sh}.q\phi + q \operatorname{Ch}.q\phi = Dy \operatorname{Sh}.q\phi)$  Si primum de-  
 $\frac{y d\phi}{r} \cdot (q \operatorname{Sh}.q\phi + g \operatorname{Ch}.q\phi = Dy \operatorname{Ch}.q\phi)$  mas secundam  
ductam in  $q$  a  
prima multiplicata per  $g$ , deinde si primam ductam in  $q$  de-  
ducas a secunda ducta in  $g$ , obtinebis

$$\frac{y d\phi}{r} \cdot \overline{gg - qq} \cdot \operatorname{Sh}.q\phi = g Dy \operatorname{Sh}.q\phi - q Dy \operatorname{Ch}.q\phi$$

$$\frac{y d\phi}{r} \cdot \overline{gg - qq} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi = -q Dy \operatorname{Sh}.q\phi + g Dy \operatorname{Ch}.q\phi$$

Ex his facta multiplicatione per  $r$ , divisione per  $gg - qq$ , &  
integratione, exurgunt

$$Sy d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi = \frac{r}{gg - qq} y \cdot (g \operatorname{Sh}.q\phi - q \operatorname{Ch}.q\phi) \quad \text{Q. E.}$$

$$Sy d\phi \cdot \operatorname{Ch}.q\phi = \frac{r}{gg - qq} y \cdot (-q \operatorname{Sh}.q\phi + g \operatorname{Ch}.q\phi) \quad \text{Inven.}$$

Posita  $q$  quantitate evanescente, si usurpetur methodus  
adhibita in quantitatibus circularibus, resultabunt formulæ  
integratæ num. I.

V. Si  $gg = qq$ , duæ ultimæ formulæ ob divisorem  $= 0$   
evadunt infinitæ, atque adeo inutiles. Duos casus in unum

contrahens pono  $g = \pm q$ , ita ut sit  $y = \left(\frac{e}{r}\right)^{\pm q \cdot \frac{\phi}{r}}$ , &  $dy$   
 $= \pm \frac{q y d\phi}{r}$ . Ut veram integralem in his quoque casibus ob-

tineam, præmitto hanc æqualitatem valere  $\pm Dy \cdot \operatorname{Sh}.q\phi$   
 $= Dy \operatorname{Ch}.q\phi$ . Utriusque formulæ differentia separatim ca-  
piatur, & oriatur

$$\left. \begin{aligned} \frac{q y d\phi}{r} \cdot (\operatorname{Sh}.q\phi \pm \operatorname{Ch}.q\phi = \pm Dy \cdot \operatorname{Sh}.q\phi) \\ \frac{q y d\phi}{r} \cdot (\operatorname{Sh}.q\phi \pm \operatorname{Ch}.q\phi = Dy \cdot \operatorname{Ch}.q\phi) \end{aligned} \right\} \text{atqui formulæ}$$

$$\pm Dy \operatorname{Sh}.q\phi = D \cdot y \operatorname{Ch}.q\phi. \quad \text{Q. E. D.}$$

Ob



Ob oculos pono æquationes duas

$$\frac{qy d\phi}{r} \cdot (\pm \text{Sh} \cdot q\phi + \text{Ch} \cdot q\phi = Dy \text{Sh} \cdot q\phi) \left. \begin{array}{l} \text{quæ oriuntur} \\ \text{ex differentia.} \end{array} \right\}$$

$$\frac{qy d\phi}{r} \cdot (\text{Sh} \cdot q\phi \pm \text{Ch} \cdot q\phi = Dy \text{Ch} \cdot q\phi) \left. \begin{array}{l} \text{tione quantita-} \\ \text{tum } y \text{Sh} \cdot q\phi, y \text{Ch} \cdot q\phi. \end{array} \right\}$$

Cum singulis conjungo æquationem theorematis ductam in  $\frac{q d\phi}{r}$ , nimirum  $\frac{qy d\phi}{r} \cdot (\mp \text{Sh} \cdot q\phi + \text{Ch} \cdot q\phi = q d\phi$ . Ex hac demo æquationem primam  $\frac{qy d\phi}{r} \times \mp 2 \text{Sh} \cdot q\phi = -Dy \text{Sh} q\phi + q d\phi$ . Eidem addo pro signis superioribus, demo pro inferioribus secundam  $\frac{qy d\phi}{r} \cdot 2 \text{Ch} \cdot q\phi = \pm Dy \text{Ch} \cdot q\phi + q d\phi$ : tandem effectis necessariis operationibus obtinemus

$$\begin{array}{l} Sy d\phi \cdot \text{Sh} \cdot q\phi = \pm \frac{ry}{2q} \text{Sh} \cdot q\phi \mp \frac{r\phi}{2} \\ Sy d\phi \cdot \text{Ch} \cdot q\phi = \pm \frac{ry}{2q} \text{Ch} \cdot q\phi + \frac{r\phi}{2} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Itaque etiam in hypo-} \\ \text{thesi } g = \pm q \text{ detectæ} \\ \text{sunt summatoriæ.} \end{array} \right\}$$

In his formulis aut solus sinus, aut solus cosinus inest, quum in formulis num. IV. uterque reperiatur; sed facile est per æquationem theorematis introducere sinum, aut cosinum, qui deest. Nam ita disponatur

$$Sy d\phi \text{Sh} \cdot q\phi = \frac{r-s}{2q} y \text{Sh} \cdot q\phi \pm \frac{s}{2q} y \text{Sh} \cdot q\phi \mp \frac{r\phi}{2}$$

$$Sy d\phi \text{Ch} \cdot q\phi = \pm \frac{s}{2q} y \text{Ch} \cdot q\phi \pm \frac{r-s}{2q} y \text{Ch} \cdot q\phi + \frac{r\phi}{2}$$

atqui ex theoremate  $\pm y \text{Sh} \cdot q\phi = y \text{Ch} \cdot q\phi - r$ , &  $y \text{Ch} \cdot q\phi = r \pm y \text{Sh} \cdot q\phi$ : ergo facta substitutione in illis tantum terminis, ubi sola  $s$  reperitur, proveniet

$$Sy d\phi \cdot \text{Sh} \cdot q\phi = \pm \frac{r-s}{2q} y \text{Sh} \cdot q\phi + \frac{s}{2q} y \text{Ch} \cdot q\phi - \frac{sr}{2q} \mp \frac{r\phi}{2}$$

$$Sy d\phi \cdot \text{Ch} \cdot q\phi = \frac{s}{2q} y \text{Sh} \cdot q\phi \pm \frac{r-s}{2q} y \text{Ch} \cdot q\phi \pm \frac{sr}{2q} + \frac{r\phi}{2}$$

Omissis terminis constantibus  $\frac{sr}{2q}$ , qui includuntur in constante addenda in integratione, fient

$$Sy d\phi \cdot \text{Sh} \cdot q\phi = \pm y \cdot \left( \frac{r-s}{2q} \text{Sh} \cdot q\phi + \frac{s}{2q} \text{Ch} \cdot q\phi \right) \mp \frac{r\phi}{2}$$

$$Sy d\phi \cdot \text{Ch} \cdot q\phi = y \cdot \left( \frac{s}{2q} \text{Sh} \cdot q\phi \pm \frac{r-s}{2q} \text{Ch} \cdot q\phi \right) + \frac{r\phi}{2}$$

Quum

Quum  $s$  possit recipere quemcumque valorem positivum, & negativum, perspicuum est, in his formulis inesse aliquid indeterminati, quod pro libito auferri potest.

Formulæ dux  $Sy d\phi$ .  $Sh. q\phi$ ,  $Sy d\phi$ .  $Ch. q\phi$  ita conjungi possunt, ut dentur per solos sinus & cosinus, quum scilicet terminus  $\frac{r\phi}{2}$  ex contrarietate signorum eliditur; quod satis est paucis adnotasse.

VI. Spectavi hactenus formulas, in quibus sinus & cosinus linearem solum obtinent dimensionem: nunc spectans illas, in quibus dimensio est secundi gradus, inquiri integrationem formularum  $y d\phi$ .  $\overline{Sc. q\phi^2}$ ,  $y d\phi$ .  $Sc. q\phi$ .  $Cc. q\phi$ ,  $y d\phi$ .  $\overline{Cc. q\phi^2}$ . Ut eam obtineam inquiri differentiam trium quantitatum  $y$ .  $\overline{Sc. q\phi}$ ,  $y$ .  $Sc. q\phi$ .  $Cc. q\phi$ ,  $y$ .  $\overline{Cc. q\phi^2}$ , ut tres sequentes æquationes oriantur

$$1.^a \frac{g}{r} y d\phi. \overline{Sc. q\phi^2} + \frac{2q}{r} y d\phi. Sc. q\phi. Cc. q\phi \\ = Dy. \overline{Sc. q\phi}$$

$$2.^a \frac{-q}{r} y d\phi. \overline{Sc. q\phi^2} + \frac{g}{r} y d\phi. Sc. q\phi. Cc. q\phi \\ + \frac{q}{r} y d\phi. \overline{Cc. q\phi^2} = Dy. Sc. q\phi. Cc. q\phi$$

$$3.^a \quad \quad \quad - \frac{2q}{r} y d\phi. Sc. q\phi. Cc. q\phi \\ + \frac{g}{r} y d\phi. \overline{Cc. q\phi^2} = Dy. \overline{Cc. q\phi^2}$$

Secundæ multiplicatæ per  $g$  addatur prima ducta in  $q$ , & dematur tertia ducta pariter in  $q$ , & post congruas operationes prodibit

$$4.^a y d\phi. Sc. q\phi. Cc. q\phi = \frac{r}{gg+4qq} \left( \begin{array}{l} q Dy. \overline{Sc. q\phi^2} \\ +g Dy. Sc. q\phi. Cc. q\phi \\ -q Dy. \overline{Cc. q\phi^2} \end{array} \right)$$

quæ est secunda ex requisitis. Multiplicetur quarta per  $\frac{2q}{r}$ , & dematur a prima

$$5.^a y d\phi \overline{Sc. q\phi^2} = \frac{r}{g^3+4gq^2} \left( \begin{array}{l} (gg+2qq). Dy. \overline{Sc. q\phi^2} \\ -2gq. Dy. Sc. q\phi. Cc. q\phi \\ +2qq. Dy. \overline{Cc. q\phi^2} \end{array} \right)$$

quæ

quæ ex propofitis est prima. Demum quarta multiplicata per  $\frac{2q}{r}$  addatur tertiæ

$$6.^a y d\phi . \overline{Cc.q\phi}^2 = \frac{r}{g^3 + 4gqq} \cdot \begin{pmatrix} 2qq.Dy \overline{Sc.q\phi}^2 \\ + 2gq Dy.Sc.q\phi.Cc.q\phi \\ + gg + 2qq.Dy \overline{Cc.q\phi}^2 \end{pmatrix}$$

quæ quæſitarum est tertia. Quare effecta integratione quartæ, quintæ, & ſextæ obtinebimus ſummatorias

$$Sy d\phi . \overline{Sc.q\phi}^3 = \frac{r y}{g^3 + 4gqq} \begin{pmatrix} gg + 2qg.Sc.q\phi \\ - 2gq.Sc.q\phi.Cc.q\phi \\ + 2qq.Sc.q\phi^2 \end{pmatrix}$$

$$Sy d\phi . Sc.q\phi . Cc.q\phi = \frac{r y}{gg + 4qq} \cdot \begin{pmatrix} q \overline{Sc.q\phi} \\ + g.Sc.q\phi.Cc.q\phi \\ - q.Cc.q\phi^2 \end{pmatrix}$$

$$Sy d\phi . \overline{Cc.q\phi}^2 = \frac{r y}{g^3 + 4gq^2} \cdot \begin{pmatrix} 2qq \overline{Sc.q\phi} \\ + 2gq \overline{Sc.q\phi.Cc.q\phi} \\ + gg + 2qq \overline{Cc.q\phi}^2 \end{pmatrix} \text{ Q. E. Inv.}$$

VII. Quæ de circularibus ſinibus & coſinibus dicta ſunt, ad hyperbolicos ſunt transferenda, & quærenda ſummatoria trium formularum  $y d\phi . \overline{Sh.q\phi}^2$ ,  $y d\phi . Sh.q\phi . Ch.q\phi$ ,  $y d\phi . \overline{Ch.q\phi}^2$ . Differentientur de more tres formulæ  $y \overline{Sh.q\phi}^2$ ,  $y Sh.q\phi . Ch.q\phi$ ,  $y \overline{Ch.q\phi}^2$ , & tres æquationes occurrent

$$1.^a \frac{g}{r} y d\phi . \overline{Sh.q\phi}^2 + \frac{2q}{r} y d\phi . Sh.q\phi . Ch.q\phi = Dy \overline{Sh.q\phi}^2$$

$$2.^a \frac{q}{r} y d\phi . \overline{Sh.q\phi}^2 + \frac{g}{r} y d\phi . Sh.q\phi . Ch.q\phi + \frac{q}{r} y d\phi . \overline{Ch.q\phi}^2 = Dy Sh.q\phi . Ch.q\phi$$

$$3.^a \frac{2q}{r} y d\phi . Sh.q\phi . Ch.q\phi + \frac{g}{r} y d\phi . \overline{Ch.q\phi}^2 = Dy \overline{Ch.q\phi}^2$$

Prima & tertia multiplicata per  $q$  detrahatur ex ſecunda ducta in  $g$ , & orietur æquatio, quæ diviſa per  $\frac{gg - 4qq}{r}$  evadet

$$4.^2 y d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} = \frac{r}{gg-4qq} \cdot \left( \begin{array}{l} (-q Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ +g Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ -q Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{array} \right)$$

quæ est secunda ex propositis. Hæc ducta in  $\frac{2q}{r}$  dematur a prima

$$5.^2 y d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 = \frac{r}{g^3-4gq^2} \cdot \left( \begin{array}{l} (gg-2qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ -2gq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ +2qq \cdot Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{array} \right)$$

quæ prima est ex propositis. Quarta ducta in  $\frac{2q}{r}$  dematur ex tertia

$$6.^3 y d\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = \frac{r}{g^3-4gq^2} \cdot \left( \begin{array}{l} (2qq Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ -2gq Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ +gg-2qq \cdot Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{array} \right)$$

quæ ex propositis est ultima. Itaque integrantes æquationes quartam, quintam, & sextam nanciscemur summatorias

$$Sy d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 = \frac{r y}{g^3-4gq^2} \cdot \left( \begin{array}{l} (gg-2qq \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ -2gq \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ +2qq \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{array} \right)$$

$$Sy d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} = \frac{r y}{gg-4qq} \cdot \left( \begin{array}{l} (-q \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ +g \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ -q \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{array} \right)$$

$$Sy d\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = \frac{r y}{g^3-4gq^2} \cdot \left( \begin{array}{l} (2qq \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ -2gq \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ +gg-2qq \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{array} \right) \text{ Q. E. I.}$$

VIII. Manifestum est, superiores integrationes deficere,

si  $gg=4qq$ , sive  $g=\pm 2q$ , unde fit  $y = \left(\frac{e}{r}\right)^{\pm 2q \cdot \frac{\phi}{r}}$ .

Ut hos quoque casus absolvam, adverto  $Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \pm 2 Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} + Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = 0$ . Hoc certo cognoscet per actualem differentiationem. Fiat integratio cum additione constantis  $y \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \pm 2y \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} + y \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = A$ . Ut rite determinetur  $A$ , fiat  $\phi=0$ , &  $y=1$ , & proveniet

$rr =$

$rr = A$ : ergo  $y \sqrt{\text{Sh}.q\phi \pm 2y \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi + y \overline{\text{Ch}.q\phi}^2} = rr$ ,  
 seu  $y \cdot \sqrt{\text{Sh}.q\phi + \overline{\text{Ch}.q\phi}^2} = rr$ , quod theorema valet in  
 casu  $g = \pm 2q$ , de quo agimus.

Hoc supposito tres æquationes, quas præbet differentia-  
 tio trium quantitatum  $y \sqrt{\text{Sh}.q\phi}$ ,  $y \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi$ ,  $y \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$   
 sunt hujusmodi.

$$1.^2 \pm \frac{2q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 + \frac{2q}{r} y d\phi \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi = Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2$$

$$2.^2 \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \pm \frac{2q}{r} y d\phi \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi + \frac{q}{r} y d\phi \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = Dy \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi$$

$$3.^2 \pm \frac{2q}{r} y d\phi \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$$

A secunda divisa per  $\frac{q}{r}$  si deducatur æquatio theorematis du-  
 cta in  $d\phi$  orietur

$$4.^2 \frac{y d\phi \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi}{rr d\phi} = \pm \frac{r}{4q} Dy \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi \pm \frac{r}{4}$$

quæ ex propositis ad integrandum secunda est. Va-  
 lor  $y d\phi \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi$  modo inventus substituatur in pri-  
 ma & tertia, factisque necessariis operationibus nascentur

$$5.^2 y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 = \frac{r}{4q} \left( \pm 2 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 - Dy \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi + \frac{r^2 d\phi}{4} \right)$$

$$6.^2 y d\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = \frac{r}{4q} \left( - Dy \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi - 2 Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{r^2 d\phi}{4} \right)$$

Æquationes quarta, quinta, & sexta integratæ exhibent summato-  
 rias, quæ requiruntur

$$Sy d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 = \frac{r \cdot y}{4q} \left( \pm 2 \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 - \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi + \frac{r^2 \phi}{4} \right)$$

$$Sy d\phi \cdot \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi = \frac{r \cdot y}{4q} \left( \pm \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi \pm \frac{r^2 \phi}{4} \right) \text{ Q. E. I.}$$

$$Sy dy \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = \frac{r \cdot y}{4q} \left( - \text{Sh}.q\phi \cdot \text{Ch}.q\phi - 2 \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{r^2 \phi}{4} \right)$$

In his deest aut  $\overline{\text{Sh. } q\phi}^2$ , aut  $\overline{\text{Ch. } q\phi}^2$ , aut uterque, sed facile est introducere hac methodo. Summatorix ita disponantur

$$\text{Sy } d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 = \frac{y}{4q} \cdot \begin{pmatrix} \pm 2r \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ - (r-s) \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi + \frac{r^2\phi}{4} \\ - s \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi \end{pmatrix}$$

$$\text{Sy } d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi = \frac{y}{4q} \cdot \begin{pmatrix} \pm (r-s) \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi \pm \frac{r^2\phi}{4} \\ \pm s \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi \end{pmatrix}$$

$$\text{Sy } d\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = \frac{y}{4q} \cdot \begin{pmatrix} - (r-s) \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi \\ - s \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi + \frac{r^2\phi}{4} \\ \pm 2r \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{pmatrix}$$

Pro  $\text{Sy } \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi$  substituat  $\pm s y \overline{\text{Sh. } q\phi} \pm s y \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \pm \frac{s r^2}{2}$ , quem valorem æquatio theorematis suppeditat, & orientur summatorix omnibus terminis ornata, quæ neglectis terminis constantibus sunt hujusmodi

$$\text{Sy } d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 = \frac{y}{4q} \cdot \begin{pmatrix} \pm (2r - \frac{s}{2}) \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ - (r-s) \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi + \frac{r^2\phi}{4} \\ \pm \frac{s}{2} \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sy } d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi = \frac{y}{4q} \cdot \begin{pmatrix} \frac{s}{2} \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ \pm (r-s) \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi \pm \frac{r^2\phi}{4} \\ + \frac{s}{2} \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sy } d\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = \frac{y}{4q} \cdot \begin{pmatrix} \pm s \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \\ - (r-s) \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi + \frac{r^2\phi}{4} \\ \pm (2r - \frac{s}{2}) \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \end{pmatrix}$$

In his  $s$  determinari potest ex arbitratu.

IX. Si de solis finibus, & cosinibus circularibus sermo esset, methodus, & progressus calculi clare indicaret, formulam differentialem  $y d\phi \cdot \overline{\text{Sc. } q\phi}^{m-n} \cdot \overline{\text{Cc. } q\phi}^n$ , in qua  $n$  non

non est major  $m$ , gaudere summatoria hujus formæ

$y \cdot (\overline{A S c. q \phi}^m + \overline{A' S c. q \phi}^{m-1} \overline{C c. q \phi} + \overline{A'' S c. q \phi}^{m-2} \overline{C c. q \phi}^2 + \overline{A''' S c. q \phi}^{m-3} \overline{C c. q \phi}^3 \&c. \text{ usque ad } \overline{C c. q \phi}^m)$ . Hoc idem dicendum est plerumque de hyperbolicis, in quibus

$y d \phi \overline{S h. q \phi}^{m-n} \overline{C h. q \phi}^n$  hujus formæ gaudet summatoria  $y \cdot (\overline{A S h. q \phi}^m + \overline{A' S h. q \phi}^{m-1} \overline{C h. q \phi} + \overline{A'' S h. q \phi}^{m-2} \overline{C h. q \phi}^2 + \overline{A''' S h. q \phi}^{m-3} \overline{C h. q \phi}^3 \&c. \text{ usque ad } \overline{C h. q \phi}^m)$ . Verum ad-

sunt casus excipiendi, quos in posterum casus exceptos nominabo, quorum integralia formam hanc non habent, seu potius superaddunt terminum  $B r^{m-1} \phi$  prædictæ formulæ, in qua superest aliqua indeterminatio. Si sinus, & cosinus habeant dimensionem linearem, casus exceptus habetur, quum  $g = \pm q$ , ubi valet theorema  $y \cdot (\mp S h. q \phi + C h. q \phi = r)$ . Si summa exponentium sinus & cosinus = 2, casum exceptum

dat  $g = \pm 2 q$ , ubi valet theorema  $y \cdot (\mp S h. q \phi + C h. q \phi = r r)$ . Ex his non levis nascitur conjectura, posita summa exponentium = 3, casum exceptum fore  $g = \pm 3 q$ , & theore-

ma valere  $y \cdot (\mp S h. q \phi + C h. q \phi = r^3)$ , & generatim posita summa exponentium =  $m$ , casum exceptum esse  $g = \pm m q$ ,

& theorematæ æquationem  $y \cdot (\mp S h. q \phi + C h. q \phi = r^m)$ .

Sed conjectura hæc per calculum comprobanda videtur. Præterea dubitari non injuria potest, utrum casus isti excepti sint soli, an alii quoque in superioribus dimensionibus sint excipiendi. His de causis permotus agendum mihi esse judico de formulis, in quibus summa exponentium sinus & cosinus = 3. Calculum instituiam in solis sinibus & cosinibus hyperbolicis, quia in his dumtaxat habentur casus excepti. Ille poterit eandem methodum circularibus applicare, qui hoc aut utile, aut necessarium esse arbitretur.

X. Proponantur integrandæ formulæ differentiales

$y d \phi \cdot \overline{S h. q \phi}^3, y d \phi \cdot \overline{S h. q \phi}^2 \cdot \overline{C h. q \phi}, y d \phi \cdot \overline{S h. q \phi} \cdot \overline{C h. q \phi}^2, y d \phi \cdot \overline{C h. q \phi}^3$ . Quatuor æquationes efformo differentiando quatuor terminos  $y \overline{S h. q \phi}^3, y \cdot \overline{S h. q \phi}^2 \cdot \overline{C h. q \phi}, y \cdot \overline{S h. q \phi} \cdot \overline{C h. q \phi}^2, y \cdot \overline{C h. q \phi}^3$  hoc modo.

$$\begin{aligned}
 1.^2 \frac{y d\phi}{r} \cdot (g \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 + 3q \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi &= Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 \\
 2.^2 \frac{y d\phi}{r} \cdot (q \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 + g \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi &+ 2q \text{Sh. } \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \\
 &= Dy \overline{\text{Sh } q\phi} \cdot \text{Ch. } q\phi \\
 3.^2 \frac{y d\phi}{r} \cdot (2q \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi &+ g \text{Sh. } q\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 + q \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 = Dy \overline{\text{Sh } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \\
 4.^2 \frac{y d\phi}{r} \cdot (3q \text{Sh. } q\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 + g \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 &= Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3
 \end{aligned}$$

Prima ducta in  $q$  auferatur a secunda ducta in  $g$ , ut oriatur

$$\begin{aligned}
 5.^2 \frac{y d\phi}{r} \cdot (gg - 3qq \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi &+ 2gq \text{Sh. } q\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = -q Dy \overline{\text{Sh } q\phi}^3 \\
 &+ g Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \text{Ch } q\phi.
 \end{aligned}$$

Quarta ducta in  $q$  dematur a tertia ducta in  $g$ , & proveniet

$$\begin{aligned}
 6.^2 \frac{y d\phi}{r} \cdot (2gq \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi + gg - 3qq \text{Sh. } q\phi \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 &= g Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 - q Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3
 \end{aligned}$$

Sexta ducta in  $2gq$  auferatur a quinta ducta in  $gg - 3qq$ , & nascitur

$$\begin{aligned}
 7.^2 y d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi = & \frac{r}{g^4 - 10g^2q^2 + 9q^4} \cdot \left( \begin{aligned} &(-q \cdot gg - 3qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 \\ &+ g \cdot gg - 3qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch } q\phi \\ &- 2g^2q \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \\ &+ 2 \cdot gq^2 \cdot Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

quæ est secunda ex integrandis. Quarta ducta in  $2gq$  auferatur a sexta multiplicata per  $gg - 3qq$ , & fiet

$$\begin{aligned}
 8.^2 y d\phi \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi = & \frac{r}{g^4 - 10g^2q^2 + 9q^4} \cdot \left( \begin{aligned} &2gq^2 \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 \\ &- 2g^2q \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \text{Ch. } q\phi \\ &+ g \cdot gg - 3qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \\ &- q \cdot gg - 3qq \cdot Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

quæ ex integrandis tertia est. Septima multiplicata per  $\frac{3q}{r}$  auferatur a prima, & post congruas operationes invenietur



$$9.^a y d\phi. \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 = \frac{r}{g^5 - 10g^3q^2 + 9gq^4} \cdot \begin{pmatrix} (g^2 \cdot gg - 7qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 \\ - 3gq \cdot gg - 3qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ + 6g^2q^2 \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \\ - 6gq^3 \cdot Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 \end{pmatrix}$$

quæ ex integrandis est prima. Demum octava multiplicata per  $\frac{3q}{r}$  auferatur a quarta, peractisque opportunis operationibus nascetur

$$10.^a y d\phi. \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 = \frac{r}{g^5 - 10g^3q^2 + 9gq^4} \cdot \begin{pmatrix} (-6gq^3 \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 \\ + 6g^2q^2 \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \\ - 3gq \cdot gg - 3qq \cdot Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 \\ + gg \cdot gg - 7qq \cdot Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 \end{pmatrix}$$

quæ ex integrandis ultima est. Facta itaque integratione æquationum septimæ, octavæ, nonæ, & decimæ, habebimus summatorias formularum, quæ propositæ sunt.

XI. Integrationes istæ deficient, quotiescumque

$g^4 - 10g^2q^2 + 9q^4 = 0$ . Formula hæc resolvable est in duas  $gg - 9qq$ ,  $gg - qq$ : ergo tum deficient integrationes, & quum  $g = \pm 3q$ , & quum  $g = \pm q$ . Ut hos quoque casus absolvam, specto primum  $g = \pm 3q$ . In hoc casu ajo

$$\mp Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 + 3 Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \mp 3 Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 + Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 = 0.$$

Hoc tibi ex actuali differentiatione constabit :

$$\text{igitur integrando } \mp y \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 + 3y \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \mp 3y \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 + y \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 = A.$$

Facta  $\phi = 0$ , erit  $y = 1$ ,  $\text{Sh. } q\phi = 0$ ,  $\text{Ch. } q\phi = r$ ; ergo  $A = r^3$ . Igitur valet theorema  $y \cdot (\mp \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 + 3 \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \mp 3 \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 + \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 = r^3$ , sive  $y \cdot (\mp \overline{\text{Sh. } q\phi} + \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 = r^3$ .

In altero casu, ubi  $g = \pm q$ , videbis per differentiationem esse  $\pm Dy \cdot \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 - Dy \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi} \mp Dy \overline{\text{Sh. } q\phi} \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}^2 + Dy \overline{\text{Ch. } q\phi}^3 = 0$ ; unde colliges valere theorema  $y \cdot (\pm \overline{\text{Sh. } q\phi}^3 - \overline{\text{Sh. } q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } q\phi}$

$\pm \text{Sh}.q\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 = r^3$ . Formula multiplicans  $y$  coalescit ex duabus  $\pm \text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi$ ,  $-\overline{\text{Sh}.q\phi}^2 + \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$ : ergo æquatio theorematis ita exprimi potest

$y \cdot (\pm \text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi) \cdot (\overline{-\text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi}^2 = r^3$ . Notum est in finibus & cosinibus hyperbolicis valere semper

æquationem  $-\text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi = rr$ : ergo divisa per hanc superiore æquatione proveniet  $y \cdot (\pm \text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi = r$ . Hoc autem est theoremata, quod num. V diximus valere, quotiescumque  $g = \pm q$ . Quapropter in tertia dimensione duo habentur casus excepti  $g = \pm 3q$ ,  $g = \pm q$ . In primo locum

habet theoremata  $y \cdot (\pm \text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi)^3 = r^3$ , in secundo

$y \cdot (\pm \text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi) \cdot (\overline{-\text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi}^2 = r^3$ ; quod formatur, si theoremata primæ dimensionis multiplicetur per

æquationem localem  $-\text{Sh}.q\phi + \text{Ch}.q\phi = rr$ .

Nunc vero horum casuum integrationes tradendæ sunt. Pro primo casu  $g = \pm 3q$  differentiarum quatuor quantitatum

$y \overline{\text{Sh}.q\phi}^3$ ,  $y \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \text{Ch}.q\phi$ ,  $y \text{Sh}.q\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$ ,  $y \overline{\text{Ch}.q\phi}^3$  præbent æquationes quatuor

$$1.^a \pm \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 + \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \text{Ch}.q\phi = Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3$$

$$2.^a \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \pm \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \text{Ch}.q\phi + \frac{2q}{r} y d\phi \cdot \text{Sh}.q\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \text{Ch}.q\phi$$

$$3.^a \frac{2q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \text{Ch}.q\phi$$

$$\pm \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \text{Sh}.q\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 = Dy \text{Sh}.q\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$$

$$4.^a \pm \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \quad \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \text{Sh}.q\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3$$

Prima auferatur a tertia ducta in 2

$$5.^a \pm \frac{3q}{r} y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 + \frac{3q}{r} y d\phi. \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \left( \begin{array}{l} -Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ +Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \end{array} \right) \\ \pm \frac{9q}{r} y d\phi \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{3q}{r} y d\phi \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \left( \begin{array}{l} +Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \end{array} \right)$$

Quarta dematur a secunda multiplicata per 3

$$6.^a \frac{3q}{r} y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 + \frac{9q}{r} y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^2. \text{Ch}.q\phi \left( \begin{array}{l} 3Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \\ \text{Ch}.q\phi \end{array} \right) \\ + \frac{3q}{r} y d\phi \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{3q}{r} y d\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \left( \begin{array}{l} -Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{array} \right)$$

Æquatio theorematis multiplicata per  $\frac{3q d\phi}{r}$ , nimirum

$$\pm \frac{3q}{r} y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 + \frac{9q}{r} y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^2. \text{Ch}.q\phi \\ \pm \frac{9q}{r} y d\phi. \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{3q}{r} y d\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 = 3qr^2 d\phi$$

detrahatur a quinta; tum eadem pro signis superioribus addatur sextæ, pro signis inferioribus dematur, & orientur duæ

$$7.^a - \frac{6q}{r} y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^2. \text{Ch}.q\phi \left( \begin{array}{l} -Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ -3qr^2 d\phi \end{array} \right) \\ \pm \frac{18q}{r} y d\phi. \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = \left( \begin{array}{l} +3Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \end{array} \right)$$

$$8.^a \pm \frac{18q}{r} y d\phi \overline{\text{Sh}.q\phi}^2. \text{Ch}.q\phi \left( \begin{array}{l} 3Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \\ \text{Ch}.q\phi \end{array} \right) \\ - \frac{6q}{r} y d\phi \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = \left( \begin{array}{l} -Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \\ \pm 3qr^2 d\phi \end{array} \right)$$

Pro signis superioribus octava ducta in 3 addatur septimæ, pro inferioribus detrahatur, & nascetur post congruas operationes

$$9.^a y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^2. \text{Ch}.q\phi = \frac{r}{48q} \cdot \left( \begin{array}{l} -Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ \pm 9Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \\ +3Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{r^3 d\phi}{8} \\ \mp 3Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{array} \right)$$

Septima ducta in 3 addatur pro signis superioribus octavæ, detrahatur pro inferioribus, expurgataque æquatione provenit

$$10.^a y d\phi. \text{Sh}.q\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = \frac{r}{48q} \cdot \left( \begin{array}{l} \mp 3Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ +3Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \\ \pm 9Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \\ \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \\ -Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \\ + \frac{r^3 d\phi}{8} \end{array} \right)$$

Nona ducta in  $\frac{3q}{r}$  demenda est a prima

$$11.^a y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 = \frac{r}{48q} \cdot \left( \begin{array}{l} (\pm 17 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ -9 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} - \frac{r^3 d\phi}{8} \\ (\mp 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \\ + 3 Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{array} \right)$$

Demum decima ducta in  $\frac{3q}{r}$  auferatur a quarta, & prodibit

$$12.^a y d\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 = \frac{r}{48q} \cdot \left( \begin{array}{l} ( 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ (\mp 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \pm \frac{r^3 d\phi}{8} \\ (-9 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 \\ (\pm 17 Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{array} \right)$$

Æquationes nona, decima, undecima, & duodecima integræ sufficient summatorias, quæ requiruntur.

Eadem methodus accommodatur secundo casui excepto  $g = \pm q$ , ubi valet theorema

$y \cdot (\mp \overline{\text{Sh}.q\phi} + \overline{\text{Ch}.q\phi} \cdot (-\overline{\text{Sh}.q\phi}^2 + \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = r^3$ , five  
 $\pm y \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 - y \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \mp y \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$   
 $+ y \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 = r^3$ . Differentiando quatuor quantitates  $y \overline{\text{Sh}.q\phi}^3$ ,  
 $y \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}$ ,  $y \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$ ,  $y \overline{\text{Ch}.q\phi}^3$ , obtines qua-  
 tuor æquationes

$$1.^a \pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 + \frac{3q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} = Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3$$

$$2.^a \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \\ + \frac{2q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 = Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}$$

$$3.^a \frac{2q}{r} y d\phi \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \\ \pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \\ = Dy \cdot \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2$$

$$4.^{\circ} \quad \frac{3q}{r} y d\phi \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2} \pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3} = Dy \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3}$$

Prius addatur prima tertia, deinde quarta secunda, ut proveniant

$$5.^{\circ} \pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^3} + \frac{5q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi$$

$$\pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2}$$

$$+ \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3} = \left( \begin{array}{l} Dy \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^3} \\ (+ Dy \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2}) \end{array} \right)$$

$$6.^{\circ} \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^3} \pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi$$

$$+ \frac{5q}{r} y d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2}$$

$$\pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3} = \left( \begin{array}{l} Dy \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi \\ (+ Dy \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3}) \end{array} \right)$$

Multiplicetur per  $\frac{q}{r} d\phi$  æquatio theorematis, ut fit.

$$\pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^3} - \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi$$

$$\pm \frac{q}{r} y d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2} + \frac{q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3} = qr^2 d\phi.$$

Hæc dematur de quinta, deinde dematur de sexta pro signis superioribus, addatur pro inferioribus, ut resultent

$$7.^{\circ} \frac{6q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi$$

$$\pm \frac{2q}{r} y d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2} = \left( \begin{array}{l} Dy \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^3} \\ (+ Dy \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2}) - qr^2 d\phi \end{array} \right)$$

$$8.^{\circ} \pm \frac{2q}{r} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi$$

$$+ \frac{6q}{r} y d\phi \cdot \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2} = \left( \begin{array}{l} Dy \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi - qr^2 d\phi \\ (+ Dy \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3}) \end{array} \right)$$

Septimæ multiplicatæ per 3 pro signis superioribus detrahatur, pro signis inferioribus addatur octava; & octavæ multiplicatæ per 3 pro signis superioribus detrahatur, pro inferioribus addatur septima, & provenit

$$9.^{\circ} y d\phi \cdot \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi = \frac{r}{16q} \left( \begin{array}{l} 3 Dy \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^3} \\ (+ Dy \overline{\operatorname{Sh}.q\phi^2} \cdot \operatorname{Ch}.q\phi - \frac{r^3 d\phi}{8}) \\ (+ 3 Dy \operatorname{Sh}.q\phi \cdot \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^2}) \\ (- Dy \overline{\operatorname{Ch}.q\phi^3}) \end{array} \right)$$

$$10.^2 y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} = \frac{r}{16q} \cdot \begin{pmatrix} (\mp Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ + 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \\ \mp Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{r^3 d\phi}{8} \\ + 3 Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{pmatrix}$$

Si nona deducatur a prima divisa per  $\frac{3q}{r}$ , resultat

$$11.^2 y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 = \frac{r}{16q} \cdot \begin{pmatrix} (\pm 7 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ + 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \\ \mp 9 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{3r^3 d\phi}{8} \\ + 3 Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{pmatrix}$$

Si decima deducatur a quarta divisa per  $\frac{3q}{r}$ , oritur

$$12.^2 y d\phi. \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 = \frac{r}{16q} \cdot \begin{pmatrix} ( 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^3 \\ \mp 9 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} \\ + 3 Dy \overline{\text{Sh}.q\phi} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + \frac{3r^3 d\phi}{8} \\ \mp 7 Dy \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \end{pmatrix}$$

Integrentur æquationes nona, decima, undecima, & duodecima, & provenient requisitæ summatoriæ.

XII. Analysis superioris progressus nos docet, in omnibus casibus exceptis summatoriam differentialis

$$y d\phi. \overline{\text{Sh}.q\phi}^{m-n} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^n \text{ præditam esse hac forma } y. (A \overline{\text{Sh}.q\phi} + A' \overline{\text{Sh}.q\phi}^{m-1} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi} + A'' \overline{\text{Sh}.q\phi}^{m-2} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^2 + A''' \overline{\text{Sh}.q\phi}^{m-3} \cdot \overline{\text{Ch}.q\phi}^3 \text{ \&c. usque ad } \overline{\text{Ch}.q\phi}^m) + B r^{m-1} \phi,$$

in qua unus ex coefficientibus determinari potest ad libitum.

Casus autem excepti sunt  $g = \pm m q$ ,  $g = \pm (m-2) \cdot q$ ,  $g = \pm (m-4) \cdot q$ , &c. donec deveniamus aut ad 2, aut ad 1. Theoremata, quæ semper valent in casibus exceptis sunt hujusmodi

$$y. (\mp \overline{\text{Sh}.q\phi} + \overline{\text{Ch}.q\phi}^m = r^m$$

$$y. (\mp \overline{\text{Sh}.q\phi} + \overline{\text{Ch}.q\phi}^{m-2} \cdot (-\overline{\text{Sh}.q\phi} + \overline{\text{Ch}.q\phi}^2) = r^m$$

$$y. (\mp \overline{\text{Sh}.q\phi} + \overline{\text{Ch}.q\phi}^{m-4} \cdot (-\overline{\text{Sh}.q\phi} + \overline{\text{Ch}.q\phi}^2) = r^m :$$

atque

atque ita deinceps. Ut praxim adjuvem efformo tabulam, in cujus prima columna ponitur summa exponentium sinus, & cosinus, in secunda casus excepti, in tertia æquationes theorematum, quas in illis casibus exceptis valere cognoscimus.

1	$g = \pm q$	$y. (\pm \text{Sh}.q\varphi + \text{Ch}.q\varphi = r$
2	$g = \pm 2q$	$y. (\pm \text{Sh}q\varphi + \text{Ch}.q\varphi^2 = r^2, \text{ five}$ $y. (\text{Sh}.q\varphi^2 \pm 2 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi + \text{Ch}.q\varphi^2 = r^2$
3	$g = \pm 3q$	$y. (\pm \text{Sh}.q\varphi + \text{Ch}.q\varphi^3 = r^3, \text{ five}$ $y. (\pm \text{Sh}q\varphi^3 + 3 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^2 \pm$ $3 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^2 + \text{Ch}.q\varphi^3) = r^3$ $y. (\pm \text{Sh}.q\varphi + \text{Ch}.q\varphi. (-\text{Sh}q\varphi^2 +$ $\text{Ch}.q\varphi^2) = r^3, \text{ five}$ $y. (\pm \text{Sh}.q\varphi^3 - \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^2 \pm$ $\text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^2 + \text{Ch}.q\varphi^3) = r^3$
4	$g = \pm 4q$	$y. (\pm \text{Sh}.q\varphi + \text{Ch}.q\varphi^4 = r^4, \text{ five}$ $y. (\text{Sh}.q\varphi^4 \pm 4 \text{Sh}q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^3 +$ $6 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^2 \pm 4 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^3 +$ $\text{Ch}.q\varphi^4) = r^4$ $y. (\pm \text{Sh}.q\varphi + \text{Ch}.q\varphi^2. (-\text{Sh}.q\varphi^2 + \text{Ch}.q\varphi^2)$ $= r^4, \text{ five}$ $y. (-\text{Sh}.q\varphi^4 \pm 2 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^3 \pm$ $2 \text{Sh}.q\varphi. \text{Ch}.q\varphi^3 + \text{Ch}.q\varphi^4) = r^4$

$g = \pm 5q$	$y \cdot (\pm \overline{\text{Sh} \cdot q\phi + \text{Ch} \cdot q\phi}^5 = r^5, \text{ five}$ $y \cdot (\pm \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^5 + 5 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^4 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi} \pm$ $10 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^3 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^2 + 10 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^3$ $\pm 5 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^4 + \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^5) = r^5$
$g = \pm 3q$	$y \cdot (\pm \overline{\text{Sh} \cdot q\phi + \text{Ch} \cdot q\phi}^3 \cdot (\overline{-\text{Sh} \cdot q\phi + \text{Ch} \cdot q\phi}^2$ $= r^5, \text{ five}$ $y \cdot (\pm \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^5 - 3 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^4 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi} \pm$ $2 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^3 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^2 + 2 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^3 \pm$ $3 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^4 + \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^5) = r^5$
$g = \pm q$	$y \cdot (\pm \overline{\text{Sh} \cdot q\phi - \text{Ch} \cdot q\phi} \cdot (\overline{-\text{Sh} \cdot q\phi + \text{Ch} \cdot q\phi}^2$ $= r^5, \text{ five}$ $y \cdot (\pm \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^5 + \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^4 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi} \pm$ $2 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^3 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^2 - 2 \overline{\text{Sh} \cdot q\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^3 \pm$ $\overline{\text{Sh} \cdot q\phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^4 + \overline{\text{Ch} \cdot q\phi}^5) = r^5$

quæ tubula quomodo ad altiores potestates produci debeat, cuique manifestum est.

XIII. Postquam invenimus formam, qua in casibus singulis præditæ sunt summatoriæ requisitæ, ut vitetur prolixitas calculorum, ad quos nos ducit methodus hætenus usurpata, opportunum erit vocare in auxilium methodum coefficientium indeterminatorum. Loquamur prius de sinibus & cosinibus circularibus. Suppone itaque cujuscumque differentialis

$$y d\phi \cdot \overline{\text{Sc} \cdot q\phi}^{m-n} \cdot \overline{\text{Cc} \cdot q\phi}^n \text{ summatoriam esse } y \cdot (\overline{A \text{Sc} \cdot q\phi}^m$$

$$+ \overline{A \text{Sc} \cdot q\phi}^{m-1} \cdot \overline{\text{Cc} \cdot q\phi} + \overline{A'' \text{Sc} \cdot q\phi}^{m-2} \cdot \overline{\text{Cc} \cdot q\phi}^2 +$$

$$\overline{A''' \text{Sc} \cdot q\phi}^{m-3} \cdot \overline{\text{Cc} \cdot q\phi}^3 \text{ \&c. donec deveniamus ad terminum,}$$

ubi  $\text{Cc} \cdot q\phi$  præditus est exponente  $= m$ . Hujus suppositæ summæ cape differentiam; quæ resultat formula, comparata cum proposita. Tot obtinebis æquationes, quot sunt coefficientien-



ficientes, quorum valores per illas determinabis. Methodus ceteroquin non obscura duobus exemplis illustranda videtur.

Exemplum primum. Posita  $g = q = 1$ , proponatur integranda formula  $y d\phi (\overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2)$ . Suppone ejus summatoriam esse

$$y \cdot (A \cdot \overline{\text{Sc.}\phi}^3 + A' \cdot \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + A'' \cdot \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 + A''' \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^3) \text{ Cape differentiam}$$

$$\frac{y d\phi}{r} \left( \begin{aligned} & (A \overline{\text{Sc.}\phi}^3 + A' \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + A'' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 + A''' \overline{\text{Cc.}\phi}^3 \\ & + 3 A \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + 2 A' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 + A'' \overline{\text{Cc.}\phi}^3 \\ & (-A' \overline{\text{Sc.}\phi}^3 - 2 A'' \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} - 3 A''' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 \end{aligned} \right)$$

Facta collatione cum proposita, resultabunt quatuor æquationes, 1.^a  $A - A' = 0$ , 2.^a  $3A + A' - 2A'' = r$ , 3.^a  $2A' + A'' - 3A''' = r$ , 4.^a  $A'' + A''' = 0$ . Quarta ducta in 3 addatur tertiæ, ut resultet, 5.^a  $2A' + 4A'' = r$ . Quinta addatur secundæ ductæ in 2, & orietur, 6.^a  $6A + 4A' = 3r$ . Sexta addatur primæ ductæ in 4, & proveniet, 7.^a  $10A = 3r$ . Unde hujusmodi valores resultant  $A = \frac{3}{10}r$ ,  $A' = \frac{3}{10}r$ ,  $A'' = \frac{1}{10}r$ ,  $A''' = -\frac{1}{10}r$ .

Quare vera integralis erit  $ry \cdot (\frac{3}{10} \overline{\text{Sc.}\phi}^3 + \frac{3}{10} \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + \frac{1}{10} \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 - \frac{1}{10} \overline{\text{Cc.}\phi}^3)$  quod facto periculo verum deprehendes.

Exemplum secundum. Posito  $q = 1$ ,  $g = 2$ , propono integrandam formulam  $y d\phi \cdot \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2$ . Ejus summatoria fit  $y \cdot (A \cdot \overline{\text{Sc.}\phi}^4 + A' \overline{\text{Sc.}\phi}^3 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + A'' \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 + A''' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^3 + A'''' \overline{\text{Cc.}\phi}^4)$ . Hujus differentia rite capta erit

$$\frac{y d\phi}{r} \left( \begin{aligned} & (2 A \overline{\text{Sc.}\phi}^4 - 2 A' \overline{\text{Sc.}\phi}^3 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + 2 A'' \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 \\ & + 4 A \overline{\text{Sc.}\phi}^3 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + 3 A' \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 \\ & (-A' \overline{\text{Sc.}\phi}^4 - 2 A'' \overline{\text{Sc.}\phi}^3 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} - 3 A''' \overline{\text{Sc.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 \\ & + 2 A'' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^3 + 2 A'''' \overline{\text{Cc.}\phi}^4) \\ & + 2 A'' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^3 + A''' \overline{\text{Cc.}\phi}^4 \\ & - 4 A'''' \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^3 \end{aligned} \right)$$

Col.

Collatio cum proposita sufficiet quinque æquationes,

$$1.^a 2 A' - A'' = 0, \quad 2.^a 4 A + 2 A' - 2 A'' = 0, \quad 3.^a 3 A' + 2 A'' - 3 A''' = r, \quad 4.^a 2 A' + 2 A''' - 4 A'''' = 0, \quad 5.^a A'' + 2 A'''' = 0.$$

Prima dematur a secunda divisa per 2, & oriatur

6.^a  $2 A' - A'' = 0$ . Quinta addatur quartæ divisæ per 2, ut proveniat 7.^a  $A'' + 2 A''' = 0$ . Tertix ductæ in 2 dematur sexta ducta in 3, & addatur septima ducta item in 3, & resultabit 8.^a  $5 A'' = r$ , ex qua facili calculo coefficientes omnes determinantur in hunc modum  $A = \frac{1}{20} r$ ,  $A' = \frac{1}{10} r$ ,

$A'' = \frac{1}{5} r$ ,  $A''' = -\frac{1}{10} r$ ,  $A'''' = \frac{1}{20} r$ , quibus substitutis in formula supposita habebis veram integrationem  $ry \cdot (\frac{1}{20} \overline{\text{Sc.}\phi}^4 +$

$$\frac{1}{10} \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi} + \frac{1}{5} \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^2 - \frac{1}{10} \overline{\text{Sc.}\phi} \cdot \overline{\text{Cc.}\phi}^3 + \frac{1}{20} \overline{\text{Cc.}\phi}^4).$$

XIV. Quod dictum est de sinibus & cosinibus circularibus, dicendum est de hyperbolicis, dummodo non habeatur casus exceptus. Nam differentialis  $y d\phi \cdot \overline{\text{Sh.}q\phi}^{m-n} \cdot \overline{\text{Ch.}q\phi}^z$  supponatur integrale esse  $y \cdot (A \cdot \overline{\text{Sh.}q\phi}^m + A' \overline{\text{Sh.}q\phi}^{m-1} \cdot \overline{\text{Ch.}q\phi} + A'' \overline{\text{Sh.}q\phi}^{m-2} \cdot \overline{\text{Ch.}q\phi}^2 + A''' \overline{\text{Sh.}q\phi}^{m-3} \cdot \overline{\text{Ch.}q\phi}^3 \&c.$  Hæc formula differentiatâ comparetur cum proposita; per æquationes, quæ resultant, determinantur coefficientes, & habebitur summatoria quæsita. Ad praxim magis declarandam duo afferro exempla.

Exemplum primum. Posito  $q = 1$ ,  $g = 2$ , proponatur integranda  $y d\phi (-\overline{\text{Sh.}\phi}^3 + \overline{\text{Ch.}\phi}^3)$ . Supponatur ejus integrale esse  $y \cdot (A \overline{\text{Sh.}\phi}^3 + A' \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi} + A'' \overline{\text{Sh.}\phi} \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^2 + A''' \overline{\text{Ch.}\phi}^3)$ . Differentietur

$$\frac{y d\phi}{r} \cdot \left( \begin{aligned} & ( 2 A \overline{\text{Sh.}\phi}^3 + 2 A' \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi} + 2 A'' \overline{\text{Sh.}\phi} \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^2 \\ & \quad + 3 A \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi} + 2 A' \overline{\text{Sh.}\phi} \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^2 \\ & ( A' \overline{\text{Sh.}\phi}^3 + 2 A'' \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi} + 3 A''' \overline{\text{Sh.}\phi} \cdot \overline{\text{Ch.}\phi} \\ & \quad + 2 A'''' \overline{\text{Ch.}\phi}^3 ) \\ & \quad + A' \overline{\text{Ch.}\phi}^3 ) \end{aligned} \right).$$

Fiat

Fiat collatio cum proposita, & quatuor æquationes orientur  
 1.^a  $2A + A' = -r$ , 2.^a  $3A + 2A' + 2A'' = 0$ , 3.^a  $2A' + 2A'' + 3A''' = 0$ ,  
 4.^a  $A' + 2A'' = r$ . Ex quarta  $A''' = \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}A''$ ; ergo ex  
 tertia  $2A + 2A'' + \frac{3}{2}r - \frac{3}{2}A'' = 0$ , sive  $A' = -3r - 4A$ ;  
 ergo ex secunda  $3A + 2A' - 6r - 8A' = 0$ , sive  $A' = \frac{1}{2}A - r$ ;  
 ergo ex prima  $2A + \frac{1}{2}A - r = -r$ , sive  $A = 0$ : quo primo va-  
 lore invento regrediendo cæteri invenientur, nempe  $A' = -r$ ,  
 $A'' = r$ ,  $A''' = 0$ : igitur vera summatoria est  $ry. (-\overline{\text{Sh. } \varphi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}$   
 $+ \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2)$ .

Exemplum secundum. In hypothefi  $q = 1$ ,  $g = -1$  fit  
 integranda  $y d\varphi. (\overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} - 2\overline{\text{Sh. } \varphi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2 +$   
 $\overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^3)$ . Suppono integrale esse  $y. (A\overline{\text{Sh. } \varphi}^4 +$   
 $A'\overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + A''\overline{\text{Sh. } \varphi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2 + A'''\overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^3 +$   
 $A''''\overline{\text{Ch. } \varphi}^4)$ . Hujus differentiam capiens reperio

$$\frac{y d\varphi}{r} \left( \begin{array}{l} (-A\overline{\text{Sh. } \varphi}^4 - A'\overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} - A''\overline{\text{Sh. } \varphi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2 \\ + 4A\overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + 3A'\overline{\text{Sh. } \varphi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2 \\ + A'\overline{\text{Sh. } \varphi}^4 + 2A''\overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + 3A'''\overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2 \\ - A'''\overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^3 - A''''\overline{\text{Ch. } \varphi}^4) \\ + 2A''\overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^3 + A''''\overline{\text{Ch. } \varphi}^4) \\ + 4A''''\overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^3 \end{array} \right)$$

Facta comparatione cum proposita quinque nascuntur æ-  
 quationes 1.^a  $-A + A' = 0$ , 2.^a  $4A - A' + 2A'' = r$ ,  
 3.^a  $3A - A'' + 3A''' = -2r$ , 4.^a  $2A' - A''' + 4A'''' = r$ ,  
 5.^a  $A'' - A'''' = 0$ . Ex quinta  $A'''' = A''$ , ergo ex quarta  
 $A''' = \frac{1}{3}r - \frac{2}{3}A''$ ; ergo ex tertia  $A'' = r + A'$ ; ergo ex se-  
 cunda  $A' = -r - 4A$ ; ergo ex prima  $A = -\frac{1}{5}r$ : unde  
 regrediendo  $A' = -\frac{1}{5}r$ ,  $A'' = \frac{4}{5}r$ ,  $A''' = -\frac{1}{5}r$ ,  $A'''' = -\frac{1}{5}r$ .  
 Ex quibus prodit vera formula integrationis

$$ry. \left( -\frac{1}{5} \overline{\text{Sh. } \varphi}^4 - \frac{1}{5} \overline{\text{Sh. } \varphi}^3 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + \frac{4}{5} \overline{\text{Sh. } \varphi}^2 \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^2 - \frac{1}{5} \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi}^3 - \frac{1}{5} \overline{\text{Ch. } \varphi}^4 \right).$$

XV. Nihil reliquum est, nisi ut doceamus, quo pacto adhibenda sit methodus coefficientium indeterminatorum in casibus exceptis, ubi summatoria superiorem formam non admittit, seu potius ubi summatoria præter formulam præditam forma superiore includit terminum solam indeterminatam  $\varphi$  continentem. In his casibus difficilioribus suppone, quæsitam summatoriam esse

$$y. \left( A \overline{\text{Sh. } q\varphi}^m + A' \overline{\text{Sh. } q\varphi}^{m-1} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + A'' \overline{\text{Sh. } q\varphi}^{m-2} \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi}^2 + A''' \overline{\text{Sh. } q\varphi}^{m-3} \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi}^3 \text{ \&c.} \right) + B r^{m-1} \varphi.$$

Cape differentiam; tum pro termino  $B r^{m-1} \varphi$  substitue valorem, quem æquatio theorematis multiplicata per  $\frac{B d\varphi}{r}$  exhibet, & formula prodibit, quæ poterit cum proposita comparari. Per æquationes ortas a comparatione determinabis primum coefficientem  $B$ : quo determinato quum calculus desinat in duas æquationes identicas, numerus indeterminatarum unitate superabit numerum æquationum. Quocirca una pro libito determinari potest; reliquæ determinationem per æquationes recipient.

Exemplum primum. Sit  $q=1$ ,  $g=-1$ , & integranda sit æquatio  $y d\varphi. (-\text{Sh. } \varphi + 2 \text{Ch. } \varphi)$ . Quando hic habetur casus exceptus, ponatur summatoria esse

$$y. (A \cdot \text{Sh. } \varphi + A' \text{Ch. } \varphi) + B \varphi. \text{ Capiatur differentia } \frac{y d\varphi}{r} (-A \text{Sh. } \varphi - A' \text{Ch. } \varphi) \text{ Æquatio theorematis est in hoc casu } y. (\text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi = r: + B d\varphi \text{ ergo multiplicando per } \frac{B d\varphi}{r} \text{ fiet}$$

$\frac{y d\varphi}{r} (B \text{Sh. } \varphi + B \text{Ch. } \varphi = B d\varphi)$ . Facta hujus valoris substitutione summatoria evadet

$$\frac{y d\varphi}{r} (-A \text{Sh. } \varphi - A' \text{Ch. } \varphi) \text{ Comparetur hæc cum proposita } (+A \text{Sh. } \varphi + A' \text{Ch. } \varphi) \text{ sita, \& orientur æquationes } (+B \text{Sh. } \varphi + B \text{Ch. } \varphi) \text{ dux } 1.^\circ - A + A' + B = -r,$$

1.^a  $A - A' + B = 2r$ . Addatur secunda primæ, & prodibit  
 $2B = r$ , seu  $B = \frac{1}{2}r$ . Quo valore substituto duæ æquatio-  
 nes fient 1.^a  $-A + A' = -\frac{3}{2}r$ , 2.^a  $A - A' = \frac{3}{2}r$ , quæ sunt  
 omnino idemticæ. Quare una ex duabus  $A, A'$  ex libito  
 determinetur, & valor alterius prodibit. Si fiat  $A = 0$ , erit  
 $A' = -\frac{3}{2}r$ ; si  $A' = 0$ , erit  $A = \frac{3}{2}r$ ; si fiat  $A = r$ , erit  
 $A' = -\frac{1}{2}r$ ; si  $A' = r$ , erit  $A = \frac{5}{2}r$ . Summatorix autem,  
 quæ ex diversis determinationibus prodeunt, nimirum

$$ry. - \frac{3}{2} \text{Ch. } \varphi, ry. \frac{3}{2} \text{Sh. } \varphi, ry. \text{Sh. } \varphi - \frac{1}{2} \text{Ch. } \varphi,$$

$$+ \frac{1}{2} r \varphi \quad + \frac{1}{2} r \varphi \quad + \frac{1}{2} r \varphi$$

$$ry. \frac{5}{2} \text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi \text{ non differunt inter se nisi per quan-}$$

$$+ \frac{1}{2} r \varphi$$

titates constantes. Ita dempta prima a secunda fiet

$\frac{3}{2} ry. \text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi$ , quæ ex theoremate æquat  $\frac{3}{2} r r$  :  
 si demas primam a tertia, fit  $ry. \text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi = r r$ ; si  
 demas tertiam ex quarta, fit  $\frac{3}{2} ry. \text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi = \frac{3}{2} r r$ ;  
 atque ita de reliquis.

Si proposita fuisset ad integrandum  $y d\varphi. (-\text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi)$ ,  
 comparatio duas æquationes præberet, 1.^a  $-A + A' + B = -r$ ,  
 2.^a  $A - A' + B = r$ , quæ facta additione æquationum prove-  
 niret  $2B = 0$ , seu  $B = 0$ . Igitur in hoc casu summatoria  
 non contineret terminum continentem  $\varphi$ , tametsi habeatur  
 casus exceptus. Attamen quum æquationes duæ sint idem-  
 ticæ, una ex duabus  $A, A'$  determinari poterit, prout li-  
 buerit.

Si formula integranda fuisset  $y d\varphi. \text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi$ , col-  
 latio duas æquationes sufficeret, 1.^a  $-A + A' + B = r$ ,  
 2.^a  $A - A' + B = r$ , & facta additione  $2B = 2r$ , seu  $B = r$ ;  
 unde æquationes 1.^a  $-A + A' = 0$ , 2.^a  $A - A' = 0$ , quæ sunt

identicz, & præbent  $A' = A$ : ergo si  $A = 0$ , etiam  $A' = 0$ , & summatoria erit  $= r\phi$ , quod verissimum est. Nam ex theoremate  $y \cdot \frac{Sh.\phi + Ch.\phi}{r} = r$ ; ergo  $y d\phi \cdot \frac{Sh.\phi + Ch.\phi}{r} = r d\phi$ , & integrando  $Sy d\phi \cdot \frac{Sh.\phi + Ch.\phi}{r} = r\phi$ . Si poneretur  $A = A' = r$ , summatoria foret  $ry \cdot \frac{Sh.\phi + Ch.\phi}{r}$ , quæ ex

theoremate  $= r r + r\phi$ , & non differt a superiore nisi per quantitatem  $rr$ .

Exemplum secundum. In hypothesi  $q = \frac{1}{2}$ ,  $g = 1$  inte-

granda fit differentialis  $y d\phi \cdot (Sh.\frac{1}{2}\phi - Sh.\frac{1}{2}\phi$ .

$Ch.\frac{1}{2}\phi + Ch.\frac{1}{2}\phi$ . Quando casus est exceptus statuatur

summatoria  $y \cdot (A Sh.\frac{1}{2}\phi + A' Sh.\frac{1}{2}\phi \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi$

$+ A'' \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi)$ . Capiatur de more differentia

$$\frac{y d\phi}{r} \left( \begin{aligned} & A Sh.\frac{1}{2}\phi + A' Sh.\frac{1}{2}\phi \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi + A'' Ch.\frac{1}{2}\phi \\ & + A Sh.\frac{1}{2}\phi \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi + \frac{1}{2} A' Ch.\frac{1}{2}\phi \\ & + \frac{1}{2} A' Sh.\frac{1}{2}\phi + A'' Sh.\frac{1}{2}\phi \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi \\ & + B r d\phi \end{aligned} \right)$$

In hoc casu excepto theorema ita se habet

$$y \cdot (Sh.\frac{1}{2}\phi - 2 Sh.\frac{1}{2}\phi \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi + Ch.\frac{1}{2}\phi = r r,$$

ergo multiplicando per  $\frac{B d\phi}{r}$

$$\frac{y d\phi}{r} \cdot (B Sh.\frac{1}{2}\phi - 2 B \cdot Sh.\frac{1}{2}\phi \cdot Ch.\frac{1}{2}\phi + B Ch.\frac{1}{2}\phi = B r d\phi.$$

Ejiciatur ex formula superiore  $B r d\phi$ , & proveniet

$$\frac{y d\phi}{r} \left( \begin{array}{l} A \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi + A' \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi \cdot \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi + A'' \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi \\ + A \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi \cdot \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi + \frac{1}{2} A' \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi \\ + \frac{1}{2} A' \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi + A'' \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi \cdot \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi \\ + B \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi - 2 B \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi \cdot \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi + B \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi \end{array} \right)$$

Comparetur cum proposita, & nascentur tres æquationes

1.^a  $A + \frac{1}{2} A' + B = r$ , 2.^a  $A + A' + A'' - 2 B = -r$ ,

3.^a  $\frac{1}{2} A' + A'' + B = r$ . Auferatur tertia a secunda & oritur

4.^a  $A + \frac{1}{2} A' - 3 B = -2r$ . Auferatur quarta a prima, &

fit 5.^a  $4 B = 3r$ , seu  $B = \frac{3}{4} r$ .

Si valor  $B$  substituatur in prima, & quarta, evadunt idem-  
tice, unde colligitur, unam ex tribus  $A, A', A''$  determinari  
posse ex arbitratu. Fiat  $A' = 0$ , proveniet  $A = \frac{1}{4} r$ ,  $A'' = \frac{1}{4} r$ .

Hinc summatoria proposita  $\frac{r y}{4} \cdot \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi + \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi$   
 $+ \frac{3}{4} r^2 \phi$

Si proposita differentialis esset  $y d\phi \cdot (\text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi$   
 $+ 2 \text{Sh} \cdot \frac{1}{2} \phi \cdot \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi + \text{Ch} \cdot \frac{1}{2} \phi$ , secunda æquatio fieret  
 $A + A' + A'' - 2 B = 2r$ , a qua si dematur tertia, fiet quar-  
ta  $A + \frac{1}{2} A' - 3 B = 2r$ , quæ detracta a prima dat  $B = 0$ .

Itaque in hoc casu summatoria caret termino continente  $\phi$ .  
Exemplum tertium. Sit  $q = 1, g = -1$ , & integranda  
proponatur formula  $\frac{y d\phi}{r} \cdot (-\text{Sh} \cdot \phi^3 + 2 \text{Sh} \cdot \phi^2 \cdot \text{Ch} \cdot \phi$ . Sup-  
ponamus summatoriam esse

$$y. (\overline{A^3 Sh. \varphi} + A' \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi + A'' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} + A''' \overline{Ch. \varphi^3});$$

$$+ B r^2 \varphi$$

est enim casus exceptus. Capiatur, ut fieri solet, differentia

$$\frac{y d \varphi}{r} \left( \begin{array}{l} - A \overline{Sh. \varphi^3} - A' \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi - A'' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ + 3 A' \overline{Sh. \varphi^2} Ch. \varphi + 2 A' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ + A' \overline{Sh. \varphi^3} + 2 A'' \overline{Sh. \varphi^2} Ch. \varphi + 3 A''' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ + B r^2 d \varphi \\ + A'' \overline{Ch. \varphi^3} \\ + A' \overline{Ch. \varphi^3} \end{array} \right)$$

Æquatio theorematis in hoc casu hæc inventa est

$$y. (-\overline{Sh. \varphi^3} - \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi + Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} + \overline{Ch. \varphi^3} = r^3,$$

& facta multiplicatione per  $\frac{B y d \varphi}{r}$

$$\frac{y d \varphi}{r} \cdot (-B \overline{Sh. \varphi^3} - B \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi + B Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} + B \overline{Ch. \varphi^3} = B r^2 d \varphi.$$

Quare ejecta  $B r^2 d \varphi$ , formula sum-  
matorix fiet

$$\frac{y d \varphi}{r} \left( \begin{array}{l} - A \overline{Sh. \varphi^3} - A' \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi - A' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ + 3 A' \overline{Sh. \varphi^2} Ch. \varphi + 2 A' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ + A' \overline{Sh. \varphi^3} + 2 A'' \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi + 3 A'' Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ (- B \overline{Sh. \varphi^3} - B \overline{Sh. \varphi^2} \cdot Ch. \varphi + B Sh. \varphi \cdot \overline{Ch. \varphi^2} \\ - A'' \overline{Ch. \varphi^3} \\ + A' \overline{Ch. \varphi^3} \\ + B \overline{Ch. \varphi^3} \end{array} \right)$$

Quatuor ex comparatione nascuntur æquationes, nimirum

$$1.^a - A + A' - B = -r, \quad 2.^a 3A - A' + 2A'' - B = 2r,$$

$$3.^a 2A' - A'' + 3A''' + B = 0, \quad 4.^a A'' - A''' + B = 0.$$

Quarta ducta in 3 addatur tertiæ, & orietur  $5.^a 2A' + 2A'' + 4B = 0$ ;  
quæ dematur de secunda, & fit  $6.^a 3A - 3A' - 5B = 2r$ ;  
quæ divisa per 3 addatur primæ, & fit  $7.^a - \frac{8}{3}B = -\frac{1}{3}$ ,

five



five  $B = \frac{1}{8}r$ . Valor iste positus in prima & sexta sufficit æquationes idemticas; quare una ex quatuor  $A, A', A'', A'''$  pro libito est definienda. Ponamus  $A = \frac{1}{8}r$ , fiet  $A' = -\frac{3}{4}r$ ,  $A'' = -\frac{1}{2}r$ ,  $A''' = \frac{5}{8}r$ . Igitur vera summatoria

$$ry \cdot \left( \frac{1}{8} \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} - \frac{3}{4} \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + \frac{1}{2} \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} + \frac{5}{8} \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} \right) + \frac{1}{8} r^2 \varphi$$

Exemplum quartum. Posito  $q = 1, g = 4$ , integranda fit  $y d\varphi \cdot \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4}$ , qui casus inter exceptos numeratur. Itaque summatoria fiat  $y \cdot (A \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4} + A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + A'' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} + A''' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + A'''' \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4}) + B r^3 \varphi$

In hoc casu valet theorema  $y \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4} - 4 \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + 6 \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} - 4 \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4}) = r^4$ .

Multiplicetur æquatio theorematidis per  $\frac{B d\varphi}{r}$ , & proveniet  $\frac{y d\varphi}{r} \cdot (B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4} - 4 B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + 6 B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} - 4 B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + B \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4}) = B r^2 d\varphi$ . Iam vero summatoriæ suppositæ capiatur differentia, in qua pro  $B r^3 d\varphi$  scribatur formula ei æqualis, & proveniet

$$\frac{y d\varphi}{r} \cdot \left( \begin{aligned} & ( 4 A \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4} + 4 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + 4 A'' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} \\ & \quad + 4 A''' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + 3 A'''' \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4} ) \\ & ( + A \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4} + 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + 3 A'' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} \\ & \quad + 4 A''' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} ) \\ & ( B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^4} - 4 B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^3} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi} + 6 B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi^2} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^2} \\ & \quad + 4 A'''' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + 4 A'''''' \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4} ) \\ & \quad + 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + A'' \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4} ) \\ & \quad + 4 A'''' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} ) \\ & \quad - 4 B \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^3} + B \overline{\text{Ch} \cdot \varphi^4} . ) \end{aligned} \right)$$

Hæc comparari debet cum proposita, & sequentes quinque æquationes nascentur, 1.^a  $4A + A + B = r$ , 2.^a  $4A + 4A'$

$+ 2 A'' - 4 B = 0$ ,  $3.^{\circ} 3 A' + 4 A'' + 3 A''' + 6 B = 0$ ,  $4.^{\circ} 2 A'' + 4 A''' + 4 A^{(4)} - 4 B = 0$ ,  $5.^{\circ} A'' + 4 A''' + B = 0$ . Dematur quinta ex quarta, & oriatur  $6.^{\circ} 2 A'' + 3 A''' - 5 B = 0$ ; hzc dematur a tertia, & proveniet  $7.^{\circ} 3 A' + 2 A'' + 11 B = 0$ , quæ subducatur a secunda ut fiat  $8.^{\circ} 4 A + A' - 15 B = 0$ , quæ deducta a prima dat  $9.^{\text{am}} 16 B = r$ , sive  $B = \frac{1}{16} r$ . In ultima operatione dum subtrahitur octava a prima, abeunt dux  $A, A'$ , quod indicat aliquid inesse indeterminati. Igitur una ex speciebus  $A, A', A'', A''', A^{(4)}$  pro libito determinari potest. Fiat  $A'' = 0$ , & proveniet  $A = \frac{1}{4} B$ ,  $A' = -\frac{1}{3} B$ ,  $A'' = 0$ ,  $A''' = \frac{5}{3} B$ ,  $A^{(4)} = -\frac{2}{3} B$ , sive substituto valore  $B$ ,  $A = \frac{7}{24} r$ ,  $A' = -\frac{11}{48} r$ ,  $A'' = 0$ ,  $A''' = \frac{5}{48} r$ ,  $A^{(4)} = -\frac{r}{24}$ . His autem valoribus substitutis in formula supposita, obtinebis summatoriam quæsitam.

XVI. Satis de formulis  $y d\varphi \cdot \overline{\text{S c. } q\varphi}^{m-n} \cdot \overline{\text{C c. } q\varphi}^n$ ,  
 $y d\varphi \cdot \overline{\text{S h. } q\varphi}^{m-n} \cdot \overline{\text{C h. } q\varphi}^n$ , ad quas reducam formulas magis late patentis  $y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{S c. } q\varphi}^{m-n} \cdot \overline{\text{C c. } q\varphi}^n$ ,  $y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{S h. } q\varphi}^{m-n} \cdot \overline{\text{C h. } q\varphi}^n$ . Paullatim procedens incipiam a formulis circularibus  $y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{S c. } q\varphi} \cdot \overline{\text{C c. } q\varphi}$ ,  $y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{C c. } q\varphi}$ . Quamobrem accipio differentiam duarum formularum  $y \varphi^p \overline{\text{S c. } q\varphi}$ ,  $y d\varphi^p \overline{\text{C c. } q\varphi}$ , & translatis opportune terminis invenio  $\frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi} + \frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{C c. } q\varphi} = D y \varphi^p \overline{\text{S c. } q\varphi} - \frac{p}{r} y \varphi^{p-1} d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi}$ , &  $-\frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi} + \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{C c. } q\varphi} = D y \varphi^p \overline{\text{C c. } q\varphi} - \frac{p}{r} y \varphi^{p-1} d\varphi \overline{\text{C c. } q\varphi}$ . Secundam multiplicatam per  $y$  demere a prima ducta in  $g$ ; tum secundam multiplicatam per  $g$  adde primæ ductæ in  $q$ , & orientur dux

$$\begin{aligned}
 \frac{g^2 + qg}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi} &= g D y \varphi^p \overline{\text{S c. } q\varphi} - p g y \varphi^{p-1} d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi} \\
 &\quad - q D y \varphi^p \overline{\text{C c. } q\varphi} + p q y \varphi^{p-1} d\varphi \overline{\text{C c. } q\varphi} \\
 \frac{g^2 + qg}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{C c. } q\varphi} &= q D y \varphi^p \overline{\text{S c. } q\varphi} - p q y \varphi^{p-1} d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi} \\
 &\quad + g D y \varphi^p \overline{\text{C c. } q\varphi} - p g y \varphi^{p-1} d\varphi \overline{\text{S c. } q\varphi}
 \end{aligned}$$

Facta

Facta divisione per  $\frac{gg+qq}{r}$ , & integratione

$$S y \varphi^p d\varphi . S c . q \varphi = \frac{r}{gg+qq} \cdot ( g y \varphi^p S c . q \varphi - q y \varphi^p C c . q \varphi ) + \frac{p r}{gg+qq} \cdot ( - S g y \varphi^{p-1} d\varphi . S c . q \varphi + S g y \varphi^{p-1} d\varphi . C c . q \varphi )$$

$$S y \varphi^p d\varphi . C c . q \varphi = \frac{r}{gg+qq} \cdot ( q y \varphi^p S c . q \varphi + g y \varphi^p C c . q \varphi ) + \frac{p r}{gg+qq} \cdot ( - S y \varphi^{p-1} d\varphi . S c . q \varphi - S y \varphi^{p-1} d\varphi . C c . q \varphi )$$

Q. E. Fac.

Apparet ex his formulis, summatorias quæritas constare tum quantitibus finitis  $y \varphi^p S c . q \varphi$ ,  $y \varphi^p C c . q \varphi$ , tum summatoriis differentialium  $y \varphi^{p-1} d\varphi . S c . q \varphi$ ,  $y \varphi^{p-1} d\varphi . C c . q \varphi$ , in quibus exponens  $p$  unitate minutum est. Hoc autem advertendum est diligenter, coefficientes summatoriarum non differre a coefficientibus quantitatum finitarum nisi per hoc, quod habeant signa contraria, & sint multiplicati per  $p$ . Eadem methodo summatoriarum differentialium  $y \varphi^{p-1} S c . q \varphi$ ,  $y \varphi^{p-1} C c . q \varphi$  reducentur ad summatorias  $y \varphi^{p-2} d\varphi . S c . q \varphi$ ,  $y \varphi^{p-2} d\varphi . C c . q \varphi$ ; atque ita deinceps donec deveniamus ad formulas, in quibus exponens  $\varphi$  sit = 0, quæ formulæ antea integratæ sunt num. III.

XVII. Quando in finibus & cosinibus hyperbolicis similima est methodus, calculum potius indicabo quam exponam. Acceptis differentiis duarum quantitatum  $y \varphi^p S h . q \varphi$ ,  $y \varphi^p C h . q \varphi$  perveniamus ad æquationes

$$\frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi . S h . q \varphi + \frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi . C h . q \varphi = D y \varphi^p S h . q \varphi - p y \varphi^{p-1} d\varphi . S h . q \varphi$$

$$\frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi . S h . q \varphi + \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi . C h . q \varphi = D y \varphi^p C h . q \varphi - p y \varphi^{p-1} d\varphi . C h . q \varphi .$$

Si a prima ducta in  $g$  detrahas secundam ductam in  $q$ ; tum a secunda multiplicata per  $g$  demas primam ductam in  $q$ , demum facta divisione per  $\frac{gg-qq}{r}$  integres, habebis

$$S y \varphi^p d\varphi :$$

$$S y \varphi^p d\varphi \cdot S h . q \varphi = \frac{r}{g g - q q} \cdot \left( \begin{array}{l} g y \varphi^p S h . q \varphi \\ - q y \varphi^p C h . q \varphi \end{array} \right) \\ + \frac{p r}{g g - q q} \cdot \left( \begin{array}{l} - g S y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot S h . q \varphi \\ + q S y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot C h . q \varphi \end{array} \right)$$

$$S y \varphi^p d\varphi \cdot C h . q \varphi = \frac{r}{g g - q q} \cdot \left( \begin{array}{l} - q y \varphi^p S h . q \varphi \\ + g y \varphi^p C h . q \varphi \end{array} \right) \\ + \frac{p r}{g g - q q} \cdot \left( \begin{array}{l} + q S y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot S h . q \varphi \\ - g S y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot C h . q \varphi \end{array} \right)$$

Q. E. Inv.

Si coefficientes terminorum  $y \varphi^p S h . q \varphi$ ,  $y \varphi^p C h . q \varphi$  multiplices per  $-p$ , habebis coefficientes summatoriarum  $y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot S h . q \varphi$ ,  $y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot C h . q \varphi$ , quæ summatoriæ per eandem methodum probabuntur dependere a summatoriis  $y \varphi^{p-2} d\varphi \cdot S h . q \varphi$ ,  $y \varphi^{p-2} d\varphi \cdot C h . q \varphi$ , atque ita deinceps, donec devenias ad formulas  $y d\varphi \cdot S h . q \varphi$ ,  $y d\varphi \cdot C h . q \varphi$ , quæ integratæ sunt num. IV.

XVIII. Quandoquidem posito  $g g = q q$ , sive  $g = \pm q$ , æquationes inventæ evadunt inutiles, patet, hic quoque excipi casum, qui exceptus est in hypothese  $p = 0$ . In hoc casu valet theorema  $y \cdot (\pm S h . q \varphi + C h . q \varphi) = r$ : ergo multiplicando per  $\frac{q \varphi^p d\varphi}{r}$  fiet  $\frac{q y \varphi^p d\varphi}{r} \cdot (\pm S h . q \varphi + C h . q \varphi)$

$= q \varphi^p d\varphi$ . Differentiando quantitates  $y \varphi^p S h . q \varphi$ ,  $y \varphi^p C h . q \varphi$  oriuntur æquationes duæ

$$\frac{q y \varphi^p d\varphi}{r} \cdot (\pm S h . q \varphi + C h . q \varphi) = D y \varphi^p S h . q \varphi$$

$$- p y \varphi^{p-1} d\varphi S h . q \varphi$$

$$\frac{q y \varphi^p d\varphi}{r} \cdot (S h . q \varphi \pm C h . q \varphi) = D y \varphi^p C h . q \varphi$$

$- p y \varphi^{p-1} d\varphi S h . q \varphi$ . Æquationi theorematice detraho primam, & addo secundam, & invenio

$$\frac{q y \varphi^p d\varphi}{r} \cdot \pm 2 S h . q \varphi = - D y \varphi^p S h . q \varphi$$

$$+ p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot S h . q \varphi + q \varphi^p d\varphi$$

$$\frac{q y \varphi^p d\varphi}{r} \cdot 2 C h . q \varphi = \pm D y \varphi^p C h . q \varphi$$

$\pm p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot C h . q \varphi + q \varphi^p d\varphi$ ; hoc est peractis opportunis operationibus

$S y \varphi^p d\varphi$ .

$$S y \varphi^p d\varphi . S h . q \varphi = \pm \frac{r}{2q} y \varphi^p S h . q \varphi \pm \frac{p r}{2q} S y \varphi^{p-1} d\varphi . S h . q \varphi$$

$$\pm \frac{r \varphi^{p+1}}{2 . p+1}$$

$$S y \varphi^p d\varphi . C h . q \varphi = \pm \frac{r}{2q} y \varphi^p C h . q \varphi \pm \frac{p r}{2q} S y \varphi^{p-1} d\varphi . S h . q \varphi$$

$$+ \frac{r \varphi^{p+1}}{2 . p+1}$$

Si coefficientes quantitatum, quæ integratæ sunt, multiplices per  $-p$ , obtinebis coefficientes earum, quarum summatoria sunt accipiendæ. In his soli sinus, aut cosinus continentur; sed per artificium usurpatum num. V ita transformari possunt, ut utraque sinum & cosinum contineat, atque ita, ut prædicta conditio conservetur in coefficientibus.

XIX. Transeo ad secundam dimensionem, & inquirō integrationem formularum  $y \varphi^p d\varphi . \overline{S c . q \varphi}^2$ ,  $y \varphi^p d\varphi . S c . q \varphi . C c . q \varphi$ ,  $y \varphi^p d\varphi . \overline{C c . q \varphi}^2$ . Tres æquationes efformo differentiatas tribus formulis  $y \varphi^p . \overline{S c . q \varphi}^2$ ,  $y \varphi^p . S c . q \varphi . C c . q \varphi$ ,  $y \varphi^p . \overline{C c . q \varphi}^2$ .

$$1.^a \quad \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi . \overline{S c . q \varphi}^2 + \frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi . S c . q \varphi . C c . q \varphi =$$

$$D y \varphi^p . \overline{S c . q \varphi}^2 - p y \varphi^{p-1} d\varphi . \overline{S c . q \varphi}^2$$

$$2.^a \quad -\frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi . \overline{S c . q \varphi}^2 + \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi S c . q \varphi . C c . q \varphi +$$

$$\frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi . \overline{C c . q \varphi}^2 = D y \varphi^p . S c . q \varphi . C c . q \varphi -$$

$$p y \varphi^{p-1} d\varphi . S c . q \varphi . C c . q \varphi$$

$$3.^a \quad -\frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi . S c . q \varphi . C c . q \varphi + \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi . \overline{C c . q \varphi}^2 =$$

$$D y \varphi^p . \overline{C c . q \varphi}^2 - p y \varphi^{p-1} d\varphi . \overline{C c . q \varphi}^2$$

Secundæ ductæ in  $g$  addatur prima ducta in  $q$ , & dematur tertia ducta item in  $q$ , & peractis operationibus necessariis, proveniet

$$4.^{\circ} y \varphi^p d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} = \frac{r}{gg+4qq} \cdot \left( \begin{array}{l} q Dy \varphi^p \overline{\text{Sc.} q \varphi} \\ + g Dy \varphi^p \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} \\ - q Dy \varphi^p \overline{\text{Cc.} q \varphi} \end{array} \right) \\ + \frac{pr}{gg+4qq} \cdot \left( \begin{array}{l} - q y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi} \\ - g y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} \\ + q y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Cc.} q \varphi} \end{array} \right)$$

Hæc una est ex integrandis. Multiplicetur quarta per  $\frac{2q}{r}$ , & auferatur a prima

$$5.^{\circ} y \varphi^p d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi} = \frac{r}{g^3+4gqq} \cdot \left( \begin{array}{l} gg+2qq. Dy \varphi^p \overline{\text{Sc.} q \varphi} \\ - 2gq Dy \varphi^p \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} \\ + 2qq Dy \varphi^p \overline{\text{Cc.} q \varphi} \end{array} \right) \\ + \frac{pr}{g^3+4gqq} \cdot \left( \begin{array}{l} -(gg+2qq. y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi} \\ + 2gq y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} \\ - 2qq y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Cc.} q \varphi} \end{array} \right)$$

Demum quarta multiplicata per  $\frac{2q}{r}$  addatur tertix

$$6.^{\circ} y \varphi^p d\varphi. \overline{\text{Cc.} q \varphi} = \frac{r}{g^3+4gqq} \cdot \left( \begin{array}{l} 2qq Dy \varphi^p \overline{\text{Sc.} q \varphi} \\ + 2gq Dy \varphi^p. \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} \\ + gg+2qq. Dy \varphi^p \overline{\text{Cc.} q \varphi} \end{array} \right) \\ + \frac{pr}{g^3+4gqq} \cdot \left( \begin{array}{l} - 2qq y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi} \\ - 2gq y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Sc.} q \varphi. \text{Cc.} q \varphi} \\ - (gg+2qq. y \varphi^{p-1} d\varphi. \overline{\text{Cc.} q \varphi} \end{array} \right)$$

Æquationes quarta, quinta, & sexta integratæ præbent sumatorias quæsitas.

In his si coefficientis primi termini homogenei comparationis multiplicetur per  $-p$ , habebitur coefficientis secundi. Superfluum est advertere, integrale formularum, ubi adest  $\varphi^{p-1}$ , dependere ab illis, ubi est  $\varphi^{p-2}$ , atque ita deinceps, donec deveniamus ad formulas continentés  $\varphi^0$ , quæ num. V integratæ sunt.

XX. De finibus & cosinibus hyperbolicis eadem fere valent. Differentientur tres formulæ  $y \varphi^p \overline{\text{Sh.} q \varphi}$ ,

$y \varphi^p \overline{\text{Sh.} q \varphi. \text{Ch.} q \varphi}$ ,  $y \varphi^p \overline{\text{Ch.} q \varphi}$ , & sese offerent tres æquationes

$$1.^a \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} + \frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi =$$

$$Dy \varphi^p \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} - p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q\varphi^2}$$

$$2.^a \frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} + \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi +$$

$$\frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} = Dy \varphi^p \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi -$$

$$p y \varphi^{p-1} d\varphi \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi$$

$$3.^a \frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi + \frac{g}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} =$$

$$Dy \varphi^p \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} - p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi^2}$$

Prima & tertia multiplicetur per  $q$ , detrahantur ex secunda ducta in  $g$ , & orietur æquatio, quæ divisa per  $gg - 4qq$  evadit

$$4.^a y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi = \frac{r}{gg - 4qq} \left( \begin{array}{l} -q Dy \varphi^p \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} \\ + g Dy \varphi^p \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \\ - q Dy \varphi^p \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} \end{array} \right)$$

$$+ \frac{pr}{gg - 4qq} \left( \begin{array}{l} qy \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} \\ - gy \varphi^{p-1} d\varphi \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \\ + qy \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} \end{array} \right)$$

Si hæc ducta in  $\frac{2q}{r}$  primum subducatur a prima, deinde a tertia orientur æquationes duæ

$$5.^a y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} = \frac{r}{g^3 - 4gqq} \left( \begin{array}{l} gg - 2qq \cdot Dy \varphi^p \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} \\ - 2gq \cdot Dy \varphi^p \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \\ + 2qq Dy \varphi^p \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} \end{array} \right)$$

$$+ \frac{pr}{g^3 - 4gqq} \left( \begin{array}{l} -(gg - 2qq) \cdot y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} \\ + 2gq y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \\ - 2qq y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} \end{array} \right)$$

$$6.^a y \varphi^p d\varphi \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} = \frac{r}{g^3 - 4gqq} \left( \begin{array}{l} 2qq Dy \varphi^p \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} \\ - 2gq Dy \varphi^p \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \\ + gg - 2qq Dy \varphi^p \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} \end{array} \right)$$

$$+ \frac{pr}{g^3 - 4gqq} \left( \begin{array}{l} - 2qq y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q\varphi^2} \\ + 2gq y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \\ - (gg - 2qq) \cdot y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi^2} \end{array} \right)$$

in quibus coefficientis secundi termini homogenei comparationis divisus per  $-p$  idem est ac coefficientis primi. Fiat integratio, & provenient summatorix quaxitæ.

XXI. Hic quoque casus exceptus habetur, quum  $g g = 4 q q$ , five  $g = \pm 2 q$ , ubi valet theorema  $y \cdot (\overline{\text{Sh. } q \varphi} \mp 2 \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi + \overline{\text{Ch. } q \varphi}^2 = r r$ . Differentiatio trium quantitatum  $y \varphi^p \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2$ ,  $y \varphi^p \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi$ ,  $y \varphi^p \overline{\text{Ch. } q \varphi}^2$  sufficit tres æquationes

$$1.^a \pm \frac{2q}{r} \cdot y \varphi^p d\varphi \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2 + \frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi =$$

$$D y \varphi^p \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2 - p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2$$

$$2.^a \frac{q}{r} \cdot y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2 \pm \frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi +$$

$$\frac{q}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi}^2 = D y \varphi^p \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi -$$

$$p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi$$

$$3.^a + \frac{2q}{r} \cdot y \varphi^p d\varphi \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi \pm \frac{2q}{r} y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi}^2 =$$

$$D y \varphi^p \overline{\text{Ch. } q \varphi}^2 - p y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi}^2$$

A secunda divisa per  $\frac{q}{r}$  auferatur æquatio theorematis ducta in  $\varphi^p d\varphi$ .

$$4.^a y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi = \frac{\pm r}{4q} \cdot D y \varphi^p \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi + \frac{r^2 \varphi^p d\varphi}{4} - \frac{p r}{4q} y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi$$

Valor  $y \varphi^p d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi$  modo inventus substituatur in prima & tertia, completisque opportunis operationibus nascentur

$$5.^a y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2 = \frac{r}{4q} \cdot \left( \begin{array}{l} D y \varphi^p \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2 \\ - D y \varphi^p \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi \end{array} \right) + \frac{p r}{4} \cdot \left( \begin{array}{l} \mp 2 y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi}^2 \\ + y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \text{Sh. } q \varphi \cdot \text{Ch. } q \varphi \end{array} \right) + \frac{r^2 \varphi^p d\varphi}{4}$$



$$6.^a y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Ch. } q\varphi}^2 = \frac{r}{4q} \cdot \left( -Dy \varphi^p \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } q\varphi \right. \\ \left. + \frac{pr}{4q} \cdot \left( +y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot \text{Sh. } q\varphi \cdot \text{Ch. } \varphi \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{r^2 \varphi^p d\varphi}{4} \right) \right.$$

Tres ultimæ æquationes integratæ dabunt summatorias quæ-  
fitas . Conditio in coefficientibus eadem est ac antea . In for-  
mulis deest aut  $\overline{\text{Ch. } q\varphi}^2$ , aut  $\overline{\text{Sh. } q\varphi}^2$ , aut uterque, sed arti-  
ficiū usurpatum num. VIII eos introducet servata coeffi-  
cientium conditione .

XXII. Hæc sufficiunt ad cognoscendam formam, quam  
habent summatoriæ quæsitæ . Quapropter advocemus statim  
methodum coefficientium indeterminatorum . Supponamus,  
formulæ differentialis  $y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-n} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi}^n$  summa-  
toriam esse  $y \varphi^p \cdot (A \overline{\text{Sc. } q\varphi}^m + A' \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-1} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi} +$   
 $A'' \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-2} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi}^2 + A''' \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-3} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi}^3 \&c.$   
 $- Sp y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot (A \overline{\text{Sc. } q\varphi}^m + A' \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-1} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi} +$   
 $A' \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-2} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi}^2 + A'' \overline{\text{Sc. } q\varphi}^{m-3} \cdot \overline{\text{Cc. } q\varphi}^3 \&c.,$   
hanc enim debet habere formam . Si hujus sumas differentiam,  
& negligas terminos, qui ex contrarietate signorum elidun-  
tur, invenies formulam, quæ comparari poterit, cum pro-  
posita . Comparatio tot præbebit æquationes, quot sunt co-  
efficientes  $A, A', A'' \&c.$ , per quas ipsi determinabuntur .  
Exemplis praxis licet non difficilis declaranda .

Exemplum primum. Positis  $p = 1, q = 1, g = -1$ , pro-  
ponatur integranda formula  $y \varphi d\varphi \cdot (2 \text{Sc. } \varphi - \text{Cc. } \varphi)$ . Po-  
mus ejus summatoriam esse  
 $y \varphi \cdot (A \text{Sc. } \varphi + A' \text{Cc. } \varphi) - Sy d\varphi \cdot (A \text{Sc. } \varphi + A' \text{Cc. } \varphi)$   
Capiatur differentia

$$\frac{y \varphi d\varphi}{r} \cdot (-A \text{Sc. } \varphi - A' \text{Cc. } \varphi + y d\varphi \cdot (A \text{Sc. } \varphi + A' \text{Cc. } \varphi$$

Neglectis terminis, qui ex contrarietate signorum destruun-  
tur, remanet  $\frac{y \varphi d\varphi}{r} \cdot (-A \text{Sc. } \varphi - A' \text{Cc. } \varphi)$  Comparatio  
præbet duas æquationes  $-A - A' = 2r, A - A' = -r$ .  
Ex his facta detractione & additione, proveniunt valores

$$A =$$

$A = -\frac{3}{2}r$ ,  $A' = -\frac{1}{2}r$ : ergo summa est

$ry\phi \cdot \left(-\frac{3}{2}Sc.\phi - \frac{1}{2}Cc.\phi\right)$  Quomodo invenienda sit  
 $+ rSyd\phi \cdot \left(\frac{3}{2}Sc.\phi + \frac{1}{2}Cc.\phi\right)$   $Syd\phi \cdot \left(\frac{3}{2}Sc.\phi + \frac{1}{2}Cc.\phi\right)$   
 traditum est num. XIII. Supponamus eam esse  $y \cdot (ASc.\phi + A'Cc.\phi)$ . Capiatur differentia  
 $\frac{yd\phi}{r} \cdot (-ASc.\phi - A'Cc.\phi)$  Comparatio dat duas æquationes

$-A - A' = \frac{3}{2}r$ ,  $A - A' = \frac{1}{2}r$ , ex quibus  $A = -\frac{1}{2}r$ ,  $A' = -r$ .

Igitur  $Syd\phi \cdot \left(\frac{3}{2}Sc.\phi + \frac{1}{2}Cc.\phi\right) = ry \cdot \left(-\frac{1}{2}Sc.\phi - Cc.\phi\right)$ .

Quapropter formulæ propositæ integralis ita se habet

$$ry\phi \cdot \left(-\frac{3}{2}Sc.\phi - \frac{1}{2}Cc.\phi\right) \\ + r^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}Sc.\phi - Cc.\phi\right).$$

Exemplum secundum. Posita  $p=2$ ,  $q=1$ ,  $g=2$  proponatur integranda formula  $y\phi^2 d\phi \cdot \left(\overline{Sc.\phi}^2 \cdot Cc.\phi + Sc.\phi \cdot \overline{Cc.\phi}^2\right)$ . Ejus summatoriam suppose esse

$$y\phi^2 \cdot \left(\overline{ASc.\phi}^3 + A'\overline{Sc.\phi}^2 \cdot Cc.\phi + A''Sc.\phi \cdot \overline{Cc.\phi}^2 + A'''\overline{Cc.\phi}^3\right) \\ - 2Sy\phi d\phi \cdot \left(\overline{ASc.\phi}^3 + A'\overline{Sc.\phi}^2 \cdot Cc.\phi + A''Sc.\phi \cdot \overline{Cc.\phi}^2 + A'''\overline{Cc.\phi}^3\right).$$

Differentietur omissis terminis, qui ex contrarietate signorum

$$\text{eliduntur } \frac{y\phi^2 d\phi}{r} \cdot \left( \begin{array}{l} 2A\overline{Sc.\phi}^3 + 2A'\overline{Sc.\phi}^2 \cdot Cc.\phi \\ + 3A\overline{Sc.\phi}^2 \cdot Cc.\phi \\ (-A'\overline{Sc.\phi}^3 - 2A''\overline{Sc.\phi}^2 \cdot Cc.\phi \\ + 2A''Sc.\phi \cdot \overline{Cc.\phi}^2 + 2A'''\overline{Cc.\phi}^3 \\ + 2A'Sc.\phi \cdot \overline{Cc.\phi}^2 + A''\overline{Cc.\phi}^3 \\ - 3A''Sc.\phi \cdot \overline{Cc.\phi}^2 \end{array} \right)$$

Comparetur cum proposita, & quatuor æquationes orientur  
 $1.^a$   $2A - A = 0$ ,  $2.^a$   $3A + 2A' - 2A = r$ ,  $3.^a$   $2A' + 2A' - 3A'' = r$ ,  
 $4.^a$   $A' + 2A'' = 0$ . Quarta ducta in 3 addatur tertiæ ductæ  
 in 2, & oriatur  $5.^a$   $4A' + 7A'' = 2r$ . Quinta ducta in 2 ad-  
 datur secundæ ductæ in 7, & fiet  $6.^a$   $21A + 22A' = 11r$ .

Huic

Huic addatur prima ducta in 22, & proveniet 7.^a 65 A=11 r:

Ex hac hujusmodi valores eruuntur  $A = \frac{11}{65} r$ ,  $A' = \frac{22}{65} r$ ,

$A'' = \frac{6}{65} r$ ,  $A''' = -\frac{3}{65} r$ : ergo integralis erit

$$r y \varphi^2 . \left( \frac{11}{65} \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 + \frac{22}{65} \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi} + \frac{6}{65} \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 - \frac{3}{65} \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 \right) \\ - 2 r . S y \varphi d \varphi . \left( \frac{11}{65} \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 + \frac{22}{65} \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi} \right. \\ \left. + \frac{6}{65} \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 - \frac{3}{65} \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 \right) .$$

Ultimæ summatorix, & reliquæ, quæ proveniunt, eadem methode tractentur: resultabit tandem formula nullum signum summatorium involvens.

Exemplum tertium. Supposito  $p = 5$ ,  $q = 1$ ,  $g = 2$ , integranda sit formula  $y \varphi^5 d \varphi . \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2$ . Supponamus

$$\text{summam esse } y \varphi^5 . \left( A \overline{\text{Sc. } \varphi}^4 + A' \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 . \overline{\text{Cc. } \varphi} \right. \\ \left. + A'' \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 + A''' \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 + A'''' \overline{\text{Cc. } \varphi}^4 \right) \\ - 5 . S y \varphi^4 d \varphi . \left( A \overline{\text{Sc. } \varphi}^4 + A' \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 . \overline{\text{Cc. } \varphi} \right. \\ \left. + A'' \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 + A''' \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 + A'''' \overline{\text{Cc. } \varphi}^4 \right) .$$

Hujus formulæ capiatur differentia omiſſis terminis illis, qui a signis contrariis destruuntur

$$\frac{y \varphi^5 d \varphi}{r} \left( \begin{array}{l} \left( 2 A \overline{\text{Sc. } \varphi}^4 + 2 A' \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 . \overline{\text{Cc. } \varphi} + 2 A'' \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 \right. \\ \left. + 4 A \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 . \overline{\text{Cc. } \varphi} + 3 A' \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 \right. \\ \left. - A' \overline{\text{Sc. } \varphi}^4 - 2 A'' \overline{\text{Sc. } \varphi}^3 . \overline{\text{Cc. } \varphi} - 3 A''' \overline{\text{Sc. } \varphi}^2 . \overline{\text{Cc. } \varphi}^2 \right. \\ \left. + 2 A'' \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 + 2 A'''' \overline{\text{Cc. } \varphi}^4 \right) \\ \left. + 2 A'' \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 + A'''' \overline{\text{Cc. } \varphi}^4 \right) \\ - 4 A'''' \overline{\text{Sc. } \varphi} . \overline{\text{Cc. } \varphi}^3 . \end{array} \right)$$

Comparatio hujus cum proposita præbet æquationes quinque,

$$1.^a \ 2 A - A' = 0, \ 2.^a \ 4 A + 2 A' - 2 A'' = 0, \ 3.^a \ 3 A' + 2 A'' - 3 A''' = r, \ 4.^a \ 2 A'' + 2 A''' - 4 A'''' = 0, \ 5.^a \ A'' + 2 A'''' = 0.$$

Quinta addatur quartæ diviſæ per 2, & prodit 6.^a  $A'' + 2 A'''' = 0$ .

Sexta ducta in 3 addatur tertix ductæ in 2, & oritur 7.^a  $6 A''$

$$+ 7 A'' = 2 r . \text{Ex septima addita secundæ ductæ in } \frac{7}{2} \text{ descen-}$$

dit

dit  $8.^a$   $14 A + 13 A' = 2 r$ . Ex octava addita primæ multiplicatæ per 13 fluit  $9.^a$   $40 A = 2 r$ , ex qua regrediendo hujusmodi valores eruuntur.  $A = \frac{1}{20} r$ ,  $A = \frac{1}{10} r$ ,  $A' = \frac{1}{5} r$ ,  $A'' = -\frac{1}{10} r$ ,  $A''' = \frac{1}{20} r$ , quibus valoribus substitutis obtinetur summa quæsitæ.

XXIII. Nihil diversa est methodus in sinibus & cosinibus hyperbolicis, ubi non habeantur casus excepti. Etenim supponatur differentialis  $y \varphi^p d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-n}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi^n}$  summatoria esse

$$y \varphi^p \cdot (A \overline{\text{Sh. } q \varphi^m} + A' \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-1}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi} \\ + A'' \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-2}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi} + A''' \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-3}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi^3} \&c. \\ - p S y \varphi^{p-1} d\varphi \cdot (A \overline{\text{Sh. } q \varphi^m} + A' \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-1}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi} \\ + A'' \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-2}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi} + A''' \overline{\text{Sh. } q \varphi^{m-3}} \cdot \overline{\text{Ch. } q \varphi^3} \&c.$$

Hujus sumatur differentia, & deletis terminis, qui a contrarietate signorum destruantur, comparetur cum proposita, & per æquationes, quæ obtinentur, determinentur valores  $A$ ,  $A'$ ,  $A''$ ,  $A'''$  &c. Exempla proxim clariorem efficient.

Exemplum primum. Posita  $p = 1$ ,  $q = 1$ ,  $g = \frac{1}{2}$ , inve-

nienda sit summatoria differentialis  $y \varphi d\varphi \cdot \overline{\text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi^2}$ , five  $y \varphi d\varphi \cdot (\overline{\text{Sh. } \varphi} + 2 \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + \overline{\text{Ch. } \varphi^2})$ . Quoniam hic non habetur casus exceptus, supponamus ejus summatoriam esse

$$y \varphi \cdot (A \overline{\text{Sh. } \varphi} + A' \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + A'' \overline{\text{Ch. } \varphi^2} \\ - S y d\varphi \cdot (A \overline{\text{Sh. } \varphi} + A' \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + A'' \overline{\text{Ch. } \varphi^2})$$

Capiatur differentia, & termini, qui eliduntur ex contrarietate signorum, negligentur

$$\frac{y \varphi y \varphi}{2r} \cdot \left( \frac{1}{2} A \overline{\text{Sh. } \varphi} + \frac{1}{2} A' \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + \frac{1}{2} A'' \overline{\text{Ch. } \varphi^2} \right. \\ \left. + 2 A \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} + A' \overline{\text{Ch. } \varphi^2} \right. \\ \left. + A' \overline{\text{Sh. } \varphi} + 2 A' \overline{\text{Sh. } \varphi} \cdot \overline{\text{Ch. } \varphi} \right)$$

Comparatio cum proposita tres æquationes præbet, nimirum  $\frac{1}{2} A + A' = r$ ,  $2.^a$   $2 A + \frac{1}{2} A' + 2 A'' = 2 r$ ,  $3.^a$   $A' + \frac{1}{2} A'' = r$ .

Ducatur tertia in 4, & auferatur a secunda, ut fiat

$4^2 2 A - \frac{7}{2} A' = -2r$ . Hæc multiplicata per 2 addatur primæ multiplicatæ per 7, & fit  $5^2 \frac{15}{2} A = 3r$ , ex qua hujusmodi valores consequuntur  $A = \frac{2}{5} r$ ,  $A' = \frac{4}{5} r$ ,  $A'' = \frac{2}{5} r$ .

Quare summatoria invenitur

$\frac{2}{5} r y \varphi \cdot \overline{\text{Sh} \cdot \varphi + \text{Ch} \cdot \varphi}^2$  (Summatoria differentialis  
 $-\frac{2}{5} r \cdot \overline{\text{Sy} d\varphi \cdot \text{Sh} \cdot \varphi + \text{Ch} \cdot \varphi}^2$  ( $y d\varphi \cdot \overline{\text{Sh} \cdot \varphi + \text{Ch} \cdot \varphi}^2$ , five  
 $y d\varphi \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \varphi + 2 \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi + \text{Ch} \cdot \varphi}^2)$  ex num. XIV ita  
 invenitur. Ponatur esse  $y \cdot (\overline{A \text{Sh} \cdot \varphi}^2 + \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} +$   
 $\overline{A'' \text{Ch} \cdot \varphi}^2)$ . Capiatur differentia, quæ comparata cum inte-  
 granda dabit easdem æquationes, quæ supra, unde summa-  
 toria prodibit  $\frac{2}{5} r y \cdot \overline{\text{Sh} \cdot \varphi + \text{Ch} \cdot \varphi}^2$  : ergo integralis pro-

positæ erit  $\frac{2}{5} r y \varphi + \frac{4}{25} r^2 y \cdot \overline{\text{Sh} \cdot \varphi + \text{Ch} \cdot \varphi}^2$ .

Exemplum secundum. Posito  $p=3, q=1, g=-2$ , oportet  
 at integrare formulam  $y \varphi^3 d\varphi \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \varphi}^3 + 3 \cdot \overline{\text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi})$ .  
 Summatoria de more ponatur esse  $y \varphi^3 \cdot (\overline{A \text{Sh} \cdot \varphi}^3 +$   
 $\overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi}^2 + \overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A''' \text{Ch} \cdot \varphi}^3)$   
 $- 3 \text{Sy} \varphi^2 d\varphi \cdot (\overline{A \text{Sh} \cdot \varphi}^3 + \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi}^2 \cdot \text{Ch} \cdot \varphi +$   
 $\overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi}^2 + \overline{A''' \text{Ch} \cdot \varphi}^3)$ . Hujus differentia omiffis  
 terminis, qui destruuntur, est

$$\frac{y \varphi^3 d\varphi}{r} \cdot \left( \begin{array}{l} (-2 A \overline{\text{Sh} \cdot \varphi}^3 - 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi}^2 \text{Ch} \cdot \varphi \\ + 3 A \overline{\text{Sh} \cdot \varphi}^2 \text{Ch} \cdot \varphi \\ + A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi}^3 + 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \text{Ch} \cdot \varphi \\ - 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \text{Ch} \cdot \varphi - 2 A'' \overline{\text{Ch} \cdot \varphi}^3) \\ + 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \text{Ch} \cdot \varphi + A'' \overline{\text{Ch} \cdot \varphi}^3) \\ + 3 A''' \overline{\text{Sh} \cdot \varphi} \cdot \text{Ch} \cdot \varphi \end{array} \right)$$

Ex comparatione cum proposita oriuntur quatuor æquationes

nes  $1.^a - 2A + A = r$ ,  $2.^a 3A - 2A' + 2A'' = 3r$ ,  $3.^a 2A' - 2A'' + 3A''' = 0$ ,  $4.^a A'' - 2A''' = 0$ . Ducatur quarta in 3, tertia in 2, & addantur,  $5.^a 4A' - A'' = 0$ . Hæc ducatur in 2, & addatur secundæ  $6.^a 3A + 6A' = 3r$ , five  $A + 2A' = r$ . Ab hac dematur prima ducta in 2,  $7.^a 5A = -r$ .

Hi itaque valores provenient  $A = -\frac{1}{5}r$ ,  $A' = \frac{3}{5}r$ ,  $A'' = \frac{12}{5}r$ ,  $A''' = \frac{6}{5}r$ , quibus cognitis summatoria cognoscitur.

Exemplum tertium. Existente  $p = 2$ ,  $q = 1$ ,  $g = -3$ , oporteat integrare differentialem  $y\varphi^2 d\varphi \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \varphi} + \overline{\text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi})$ . Summatoria supponatur

$$y\varphi^2 \cdot (\overline{A \text{Sh} \cdot \varphi} + \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A''' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A'''' \text{Ch} \cdot \varphi})$$

$$- 2S y \varphi d\varphi \cdot (\overline{A \text{Sh} \cdot \varphi} + \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A''' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A'''' \text{Ch} \cdot \varphi})$$

Hujus differentiale omittis terminis, qui eliduntur, erit

$$\frac{y\varphi^2 d\varphi}{r} \cdot \left( \begin{array}{l} -3 \overline{A \text{Sh} \cdot \varphi} - 3 \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi \text{Ch} \cdot \varphi} - 3 \overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} \\ + 4 \overline{A \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + 3 \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} \\ + \overline{A' \text{Sh} \cdot \varphi} + 2 \overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + 3 \overline{A''' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} \\ - 3 \overline{A'''' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} - 3 \overline{A'''' \text{Ch} \cdot \varphi} \\ + 2 \overline{A'' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} + \overline{A' \text{Ch} \cdot \varphi} \\ + 4 \overline{A'''' \text{Sh} \cdot \varphi \cdot \text{Ch} \cdot \varphi} \end{array} \right)$$

Si hæc comparetur cum proposita, quinque æquationes nascentur, nempe  $1.^a - 3A + A' = r$ ,  $2.^a 4A - 3A' + 2A'' = 0$ ,  $3.^a 3A' - 3A'' + 3A''' = r$ ,  $4.^a 2A'' - 3A''' + 4A'''' = 0$ ,  $5.^a A'' - 3A'''' = 0$ . Quintæ ductæ in 4 addatur quarta ducta in 3, & oritur  $6.^a A'' - 5A'''' = 0$ , quæ ducta in 3 addatur tertiæ in 5, & fit  $7.^a 15A' + 3A'' = 5r$ . Hæc ducta in 2 detrahatur a secunda ducta in 3, & povenit  $8.^a 12A - 39A' = -10r$ , quæ addatur primæ ductæ in 39, ut fiat  $9.^a -105A = 29r$ .

Unde regrediendo inveniemus  $A = -\frac{29}{105}r$ ,  $A' = \frac{6}{35}r$ ,  $A'' = \frac{85}{105}r$ ,

$$A''' =$$

$A''' = \frac{101}{105} r, A'''' = \frac{101}{315} r$ . His autem valoribus cognitis fit nota summatoria proposita .

XXIV. Forma superiore prædita sunt nostræ summatorix, quotiescumque non habeantur casus excepti. Verum in casibus exceptis ad habendam integrationem differentialis

$y \varphi^p d\varphi . \overline{\text{Sh. } q \varphi}^{m-n} . \overline{\text{Ch. } q \varphi}^n$ , formulæ numeri superioris addendus est terminus  $B r^{m-1} \varphi^{p+1}$ , tum sumenda differentialis, tum neglectis terminis, qui eliduntur, pro  $\overline{p+1} . B r^{m-1} \varphi^p d\varphi$  substituatur ejus valor, quem sufficit æquatio theorematis casui excepto convenientis multiplicata per  $\frac{\overline{p+1} . B \varphi^p d\varphi}{r}$ . His

effectis occurrit formula, quæ comparari potest cum proposita. Per æquationes ortas a comparatione determinabitur coefficientis  $B$ ; tum ex aliis  $A, A', A''$  &c. determinato uno ad libitum, reliqui definientur. Necessè est, praxim hanc exemplis aliquot illustrare.

Exemplum primum. Proponatur integranda formula  $y \varphi^2 d\varphi . (-\text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi)$ , in qua  $p = 2, q = 1, g = -1$ . Hic habetur casus exceptus, & huic convenit theoremata  $y . (\text{Sh. } \varphi + \text{Ch. } \varphi) = r$ : igitur facta multiplicatione per  $\frac{3 B \varphi^2 d\varphi}{r}$  provenit  $\frac{y \varphi^2 d\varphi}{r} . (3 B \text{Sh. } \varphi + 3 B \text{Ch. } \varphi = 3 B \varphi^2 d\varphi$ .

Supponamus differentialis summatoriam esse

$y \varphi^2 . (A \text{Sh. } \varphi = A' \text{Ch. } \varphi)$  (Capiatur hujus  
 $- 2 S y \varphi d\varphi . (A \text{Sh. } \varphi + A' \text{Ch. } \varphi + B \varphi^3$  (differentia, neglectis terminis, qui a signis contrariis destruuntur, & pro  $3 B \varphi^2 d\varphi$  substituatur hujus valor supra inventus, & prodibit  $\frac{y \varphi^2 d\varphi}{r} . (-A \text{Sh. } \varphi - A' \text{Ch. } \varphi)$  Facta comparatione nã  
 $(+ A' \text{Sh. } \varphi + A \text{Ch. } \varphi)$  scentur æquationes duæ  
 $(+ 3 B \text{Sh. } \varphi + 3 B \text{Ch. } \varphi) - A + A' + 3 B = -r,$   
 $+ A - A' + 3 B = r,$  quibus additis fit  $3 B = 0$ , seu  $B = 0$ .  
 Posito hoc valore æquationes duæ fiunt idemticæ: quocirca una ex duabus  $A, A'$  ex libito est determinanda. Si fiat  $A = 0$ , erit  $A = r$ , & integralis  $r y \varphi^2 \text{Sh. } \varphi$   
 $- 2 r S y \varphi d\varphi . \text{Sh. } \varphi$ ; si fiat  $A = 0$ , erit  $A' = -r$ , & integralis  $-r y \varphi^2 \text{Ch. } \varphi$   
 $+ 2 r S y \varphi d\varphi . \text{Ch. } \varphi$ . Si ea-

dem methodo tractemus formulas  $y \varphi d\varphi . \text{Sh. } \varphi, y d\varphi . \text{Sh. } \varphi,$   
 N n 2 vel

vel  $y\phi d\phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi$ ,  $y d\phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi$ , ad ultimam integrationem pervenimus.

Exemplum secundum. Facto  $p = 1$ ,  $q = 1$ ,  $g = 2$ , affumo integrandam  $y\phi d\phi \cdot (\text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi)$ . In presenti casu, qui exceptus est, valet theorema  $y \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 - 2 \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2) = r r$ : ergo facta multiplicatione per  $\frac{2 B \phi d\phi}{r}$  fiet  $\frac{y\phi d\phi}{r} \cdot (2 \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 - 4 \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + 2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2) = 2 B r \phi d\phi$ .

Supponamus summatoriam quaesitam esse

$y\phi \cdot (A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 + A' \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + A'' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 - S y d\phi \cdot (A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 + A' \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + A'' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + B r \phi^2)$ . Capiatur hujus differentia, neglectis terminis, quos contraria signa destruunt, & pro  $2 B \phi d\phi$  collocetur valor paullo ante inventus

$$\frac{y\phi d\phi}{r} \cdot \left( \begin{array}{l} 2 A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 + 2 A' \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + 2 A'' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 \\ + 2 A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 + 2 A' \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + A'' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 \\ + A' \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 + 2 A' \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi \\ + 2 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 - 4 B \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi + 2 B \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 \end{array} \right)$$

Comparatio cum proposita exhibet æquationes tres, scilicet  
 $1.^a$   $2 A + A' + 2 B = 0$ ,  $2.^a$   $2 A + 2 A' + 2 A'' - 4 B = r$ ,  
 $3.^a$   $A' + 2 A'' + 2 B = 0$ . Tertia dematur a secunda, & provenit  $4.^a$   $2 A + A'' - 6 B = r$ , quæ dematur a prima, & fit  $8 B = -r$ , seu  $B = -\frac{1}{8} r$ . Hoc valore substituto prima æquatio, & quarta fiunt idemticæ, ergo ex tribus  $A$ ,  $A'$ ,  $A''$  una determinari potest ad libitum. Fiat  $A'' = 0$ , proveniet

$$A' = \frac{1}{4} r, A = 0: \text{ ergo formula integrationis erit } \frac{1}{4} r y\phi \cdot \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi - \frac{1}{4} r S y d\phi \cdot \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi - \frac{1}{8} r^2 \phi^2.$$

Nulla negotio ex superioribus invenies  $S y d\phi \cdot \text{Sh} \cdot \phi \cdot \text{Ch} \cdot \phi$ .

Exemplum tertium. Existente  $p = 2$ ,  $q = 1$ ,  $g = 3$  integranda occurrat formula  $y\phi^2 d\phi \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \text{Ch} \cdot \phi - \text{Sh} \cdot \phi \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2)$ . Casus exceptus est, in eoque valet theorema  $y \cdot (\overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 + 3 \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \text{Ch} \cdot \phi - 3 \text{Sh} \cdot \phi \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3) = r^3$ :



=  $r^3$  : ergo multiplicando per  $\frac{r B \varphi^2 d\varphi}{r}$  resultabit

$$\frac{y \varphi^2 d\varphi}{r} \cdot \left( -3 \overline{B S h. \varphi^3} + 9 \overline{B S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi - 9 \overline{B S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 \right) + 3 \overline{B C h. \varphi^3} = 3 B r^2 \varphi^2 d\varphi.$$

Jam vero supponamus, summatoriam quaesitam esse

$$y \varphi^2 \cdot \left( \overline{A S h. \varphi^3} + \overline{A' S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi + \overline{A'' S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 + \overline{A''' C h. \varphi^3} \right) - 2 S y \varphi d\varphi \cdot \left( \overline{A S h. \varphi^3} + \overline{A' S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi + \overline{A'' S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 + \overline{A''' C h. \varphi^3} + B r^2 \varphi^3 \right).$$

Hujus differentia capiatur, & neglectis terminis sese destruentibus, pro  $3 B r^2 \varphi^3 d\varphi$  inventus valor substituitur

$$\frac{y \varphi^2 d\varphi}{r} \cdot \left( \begin{aligned} & \left( 3 \overline{A S h. \varphi^3} + 3 \overline{A' S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi \right. \\ & \left. + 3 \overline{A' S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi \right. \\ & \left. + \overline{A' S h. \varphi^3} + 2 \overline{A' S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi \right. \\ & \left. \left( -3 \overline{B S h. \varphi^3} + 9 \overline{B S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi \right. \right. \\ & \left. \left. + 3 \overline{A'' S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 + 3 \overline{A''' C h. \varphi^3} \right) \right. \\ & \left. + 2 \overline{A' S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 + \overline{A' C h. \varphi^3} \right) \\ & \left. + 3 \overline{A''' S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 \right) \\ & \left. - 9 \overline{B S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 + 3 \overline{B C h. \varphi^3} \right) \end{aligned}$$

Ex comparatione cum proposita nascuntur æquationes quatuor  
 $1.^a$   $3 A + A' - 3 B = 0$ ,  $2.^a$   $3 A + 3 A' + 2 A'' + 9 B = r$ ,  $3.^a$   $2 A' + 3 A'' + 3 A''' - 9 B = -r$ ,  $4.^a$   $A' + A''' + 3 B = 0$ . Dematur quarta ex tertia, & oritur  $5.^a$   $2 A' + 2 A'' - 12 B = -r$ . Hæc subtrahatur a secunda, & provenit  $6.^a$   $3 A + A' + 21 B = 2 r$ . Ex hac prima auferatur, & nascitur  $7.^a$   $24 B = 2 r$ ; ergo  $B = \frac{1}{12} r$ .

Posito hæc valore prima & sexta fiunt idemticæ; ergo ex quatuor  $A, A', A'', A'''$  una determinari potest, prout libet. Fiat

$$A = 0, \text{ erit } A' = \frac{1}{4} r, A'' = -\frac{1}{4} r, A''' = 0.$$

Itaque summatoria provenit

$$\frac{1}{4} r y \varphi^2 \cdot \left( \overline{S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi - \overline{S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 \right) - \frac{1}{2} r S y \varphi d\varphi \cdot \left( \overline{S h. \varphi^2} \text{Ch. } \varphi - \overline{S h. \varphi} \text{Ch. } \varphi^2 \right) + \frac{1}{12} r^3 \varphi^3.$$

Exem-

Exemplum quartum. Statuto  $p=4, q=1, g=-1$ , integranda fit  $y \phi^4 d\phi \cdot (-\overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 + \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3)$ . Casus exceptus est, in quo locum habet theorema  $y \cdot (-\overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 - \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} + \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3 = r^3$ , quæ æquatio multiplicetur per  $\frac{5 B \cdot \phi^4 d\phi}{r}$ , ut nascatur  $\frac{y \phi^4 d\phi}{r} \cdot (-5 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 - 5 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} + 5 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + 5 B \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3 = 5 B r^2 \phi^4 d\phi$ . Ponamus summatoriam quæsitam esse  $y \phi^4 \cdot (A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 + A' \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} + A'' \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + A''' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3) - 4 S y \phi^3 d\phi \cdot (A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 + A' \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} + A'' \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + A''' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3) + B r^2 \phi^5$ . Non curatis terminis, qui eliduntur, accipiantur differentiæ, & pro  $5 B r^2 \phi^4 d\phi$  valor inventus collocetur

$$\frac{y \phi^4 d\phi}{r} \cdot \left( \begin{array}{l} - A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 - A' \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} \\ + 3 A \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} \\ + A' \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 + 2 A'' \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} \\ - 5 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^3 - 5 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi}^2 \overline{\text{Ch} \cdot \phi} \\ - A'' \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 - A''' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3 \\ + 2 A' \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + A'' \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3 \\ + 3 A'' \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 \\ + 5 B \overline{\text{Sh} \cdot \phi} \cdot \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^2 + 5 B \overline{\text{Ch} \cdot \phi}^3 \end{array} \right)$$

Hanc si conferamus cum proposita, quatuor æquationes inveniemus 1.^a  $-A + A' - 5B = -r$ , 2.^a  $3A - A' + 2A'' - 5B = 0$  3.^a  $2A' - A'' + 3A''' + 5B = 0$ , 4.^a  $A' - A'' + 5B = r$ . Quarta ducta in 3 addatur tertiæ, 5.^a  $2A' + 2A'' + 20B = 3r$ . Ab hac dematur secunda, & fit 6.^a  $-3A + 3A'' + 25B = 3r$ , a qua dematur prima ducta in 3, ut fit 7.^a  $40B = 6r$  sive  $B = \frac{3}{20} r$ , qui valor reddit identicas æquationes primam & sextam. Igitur ex quæsitis  $A, A', A'', A'''$  unam determina, ut commodum videtur. Sit  $A'=0$ , erit  $A = \frac{1}{4} r, A''=0, A''' = -\frac{1}{4} r$ , qui valores positi in formula supposita exhibent summatoriam quæsitam.

Exem-

Exemplum quintum & ultimum. Posito  $p=1, q=1, g=2$ ,  
 quærat integræ  $y\phi d\phi Sh.\phi.\overline{Ch.\phi^3}$ . Theorema casui huius  
 excepto conveniens est  $y.(-\overline{Sh.\phi^4} + 2\overline{Sh.\phi^3} Ch.\phi$   
 $- 2 Sh.\phi.\overline{Ch.\phi^3} + \overline{Ch.\phi^4} = r^4$ . Multiplicetur per  $\frac{2B\phi d\phi}{r}$ ,  
 ut proveniat  $\frac{y\phi d\phi}{r}.(-2B\overline{Sh.\phi^4} + 4B\overline{Sh.\phi^3} Ch.\phi$   
 $- 4B Sh.\phi.\overline{Ch.\phi^3} + 2B\overline{Ch.\phi^4} = 2Br^3\phi d\phi$ .  
 Hoc præmissis quæsitæ summatoria supponatur esse

$$y\phi.(A\overline{Sh.\phi^4} + A'\overline{Sh.\phi^3} Ch.\phi + A''\overline{Sh.\phi^2} \overline{Ch.\phi^2}$$

$$+ A'''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} + A''''\overline{Ch.\phi^4}$$

$$- Sy d\phi.(A\overline{Sh.\phi^4} + A'\overline{Sh.\phi^3} Ch.\phi + A''\overline{Sh.\phi^2} \overline{Ch.\phi^2}$$

$$+ A'''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} + A''''\overline{Ch.\phi^4}) + Br^3\phi^2.$$

Hæc differentietur, omissis terminis sese ex contrarietate si-  
 gnorum elidentibus, tum pro  $2Br^3\phi d\phi$  ejus valor inventus  
 substituatur

$$\frac{y\phi d\phi}{r} \left( \begin{aligned} & 2A\overline{Sh.\phi^4} + 2A'\overline{Sh.\phi^3} Ch.\phi + 2A''\overline{Sh.\phi^2} \overline{Ch.\phi^2} \\ & + 4A'''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} + 3A''''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^2} \\ & + A'''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} + 2A''''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^2} + 3A'''''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi} \\ & (-2B\overline{Sh.\phi^4} + 4B\overline{Sh.\phi^3} Ch.\phi \\ & + 2A'''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} + 2A''''\overline{Ch.\phi^4}) \\ & + 2A''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} + A'''''\overline{Ch.\phi^4} \\ & + 4A'''''\overline{Sh.\phi} \overline{Ch.\phi^3} \\ & - 4B Sh.\phi.\overline{Ch.\phi^3} + 2B\overline{Ch.\phi^4} \end{aligned} \right).$$

Comparatio cum proposita dat quinque æquationes sequentes  
 1.^a  $2A + A' - 2B = 0$ , 2.^a  $4A + 2A' + 2A'' + 4B = 0$ , 3.^a  $3A'$   
 $+ 2A'' + 3A''' = 0$ , 4.^a  $2A'' + 2A''' + 4A'''' - 4B = r$ , 5.^a  $A'' + 2A'''$   
 $+ 2B = 0$ . A quarta auferatur quinta multiplicata per 2, & oritur  
 6.^a  $2A'' - 8B = r$ . Prima ducta in 2 auferatur a secunda, &  
 oritur 7.^a  $2A' + 8B = 0$ . Ex sexta, & septima colliguntur va-  
 lores  $B = -\frac{1}{16}r$ ,  $A' = \frac{1}{4}r$ . Satis est ponere hos valores in pri-  
 ma, tertia, & quinta, quia positi in secunda, & quarta  
 dant æquationes easdem. Prodibunt itaque æquationes tres

$$8.^a 2A + A' = -\frac{1}{8}r, 9.^a 3A + 3A'' = -\frac{1}{2}r, 10.^a A'' + 2A''' = \frac{1}{8}r.$$

Habemus quatuor determinandas, & tres æquationes; ergo una pro libito determinari potest. Fiat itaque  $A' = -\frac{1}{12}r$ : erit ex nona  $A''' = -\frac{1}{12}r$ , & ex octava  $A = -\frac{1}{48}r$ , & ex decima  $A'' = \frac{5}{48}r$ . Quapropter summatoria quaesita proveniet

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}ry\phi \cdot \left( -\frac{1}{12} \overline{\text{Sh.}\phi}^4 - \frac{1}{3} \overline{\text{Sh.}\phi}^3 \cdot \text{Ch.}\phi + \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^2 \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{3} \text{Sh.}\phi \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^3 + \frac{5}{12} \overline{\text{Ch.}\phi}^4 \right) \\ & - \frac{1}{4}rSy d\phi \cdot \left( -\frac{1}{12} \overline{\text{Sh.}\phi}^4 - \frac{1}{3} \overline{\text{Sh.}\phi}^3 \cdot \text{Ch.}\phi + \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^2 \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{3} \text{Sh.}\phi \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^3 + \frac{5}{12} \overline{\text{Ch.}\phi}^4 \right) - \frac{1}{16}r^4\phi^2. \end{aligned}$$

Si in eisdem positionibus quaereretur integratio formulæ  $y\phi d\phi \cdot \overline{\text{Sh.}\phi}^2 \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^2$ , quinque hæ æquationes prodirent 1.^a  $2A + A' - 2B = 0$ , 2.^a  $4A + 2A'' + 2A''' + 4B = 0$ , 3.^a  $3A' + 2A'' + 3A''' = r$ , 4.^a  $2A'' + 2A''' + 4A'''' - 4B = 0$ , 5.^a  $A'''' + 2A'''' + 2B = 0$ . Quinta ducta in 2 dematur a quarta, & fit 6.^a  $2A'' - 8B = 0$ . Prima ducta in 2 dematur a secunda, & fit 7.^a  $2A' + 8B = 0$ . Quæ duæ æquationes sexta, & septima dant  $B = 0$ ,  $A' = 0$ : ergo tres prima, tertia, & quinta fient 8.^a  $2A + A' = 0$ , 9.^a  $3A + 3A'' = r$ , 10.^a  $A'' + 2A''' = 0$ . Ponatur  $A = \frac{1}{6}r$ , erit ex nona  $A''' = \frac{1}{6}r$ ; ergo ex octava, & decima  $A = -\frac{1}{12}r$ ,  $A'' = -\frac{1}{12}r$ . Quare summatoria erit

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6}ry\phi \left( -\frac{1}{2} \overline{\text{Sh.}\phi}^4 + \overline{\text{Sh.}\phi}^3 \cdot \text{Ch.}\phi + \text{Sh.}\phi \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^3 - \frac{1}{2} \overline{\text{Ch.}\phi}^4 \right) \\ & - \frac{1}{6}rSy d\phi \cdot \left( -\frac{1}{2} \overline{\text{Sh.}\phi}^4 + \overline{\text{Sh.}\phi}^3 \cdot \text{Ch.}\phi + \text{Sh.}\phi \cdot \overline{\text{Ch.}\phi}^3 - \frac{1}{2} \overline{\text{Ch.}\phi}^4 \right). \end{aligned}$$

Exempla exposita satis esse videntur praxi illustrandæ: ostendunt enim, quomodo methodus coefficientium indeterminatorum inserviat integrandis nostris formulis exponentiâlibus, postquam summatoriarum formam per aliam methodum in casibus singulis demonstravimus.



ejus indole, & omnibus ejusdem proprietatibus. Itaque liceat in præfens nobis statuere lapidem Bononiensem constare ex terra quadam ponderosa sui generis, & acido vitriolico, ut idem lapis intus propter pondus metallum gestare diceres: idcirco spath ponderosum appellare possumus.

Cum porro in tractandis phosphoris, qui ex nostro lapide calcinato, uti omnibus innotescit, conficiuntur, hepatis sulphuris notas semper recognoverim, exorta est suspicio an in eodem hepate unice virtus phosphorica resideret. Huic vero suspitioni maxime adhærens propter phænomeni constantiam, decrevi iteratis experimentis rem in apertum ponere, quod quidem meo judicio, ut constabit, votis omnino cessit. Tanta autem fuit hujus inventi voluptas, ut ad omnes hepatis sulphuris species salinam, terream, atque mineralem experiundo me converterem spe ductus, ut res hac ratione omnibus fere numeris absolveretur. Utrum autem desiderium meum tentamina expleverint, vestrum erit, qui doctissimi estis, judicium ferre. Sed primum de Bononiensis lapidis examine sit sermo, deinde de aliis phosphoris, quos a diversis substantiis nobis comparavimus.

Lapidem hunc puriorem analysi subjecimus, & primum ebullitione, deinde distillatione, atque sublimatione, tandem calcinatione, lixiviatione, atque evaporatione, majori qua fieri potuit diligentia, ejusdem principia, & proprietates investigare curavimus. Primum igitur lapidem in subtilissimum polinem redactum in aquæ copia satis magna ad ignem ebullire fecimus, & vidimus aquam spumescere, ipsamque hanc albidam spumam a liquore diligenter separavimus. Post ebullitionem ad aliquod tempus decantato fluido, atque ad siccitatem evaporato cinereum remansit sedimentum, & tum spuma, tum sedimentum cum acidis effervescebat, lapis vero in fundo vasis insolutus remanserit. Sedimentum autem acri donatum sapore violarum succum mutat in viridem, & si vini alkool supra eodem instilletur, deinde evaporetur, remanet tartarea quadam materies ad instar terræ foliatæ tartari, quæ aeri exposita facile deliquescit, & cæruleis vegetabilium succis viridem colorem conciliat.

Lapidem eundem cum aqua pluries ebullire curavimus; ast eadem producta, minori tamen dosi, resularunt. Pastillos ex ipsis productis composuimus, quos exsiccatos in furnulo expressit

presse fabrefacto igni calcinandos subjecimus: nullum conceperunt lumen, signum evidentissimum, quod erant nostro lapidi admixta heterogenea, quæ ad tartari aquarum naturam accedebant. Pastillis vero ex lapide in aqua ebullito efformatis, & calcinatis, pulcherrimos ex ipsis phosphoros nobis comparavimus nullimode maculis deturpatos, quia ebullitio ab ipso quicquid erat heterogeneum omnino separavit.

Per plures dies lapidem in pulverem contritum in acidis omnibus, vitriolico nempe, nitroso, marino, vegetabili infudimus: nulla secuta est effervescentia; deinde decantato liquore cum alkalis eundem tentavimus tum fixo, tum volatili. Albidii flosculi, sed pauci, præcipitarunt, qui a nobis explorati eandem naturam patefaciebant, quam in supra memoratis productis observavimus, quæ a lapidis ebullitione obtinuimus. Infusionem pariter hujus pulveris in alkalinis fecimus: postea liquor acidis tentatus nihil sedimenti in fundo deposuit.

In figulinam retortam libras duas hujus pulveris immisimus, & in furnulo reverberii per octo horarum spatium locavimus. Ignis per gradus adauctus est, ita ut tractu temporis esset vehementissimus. Adaptato collo retortæ vitreo excipulo, clausisque juncturis nihil præter paucas phlegmatis guttulas obtinere potuimus, quæ gutturæ vitriolicum acidum redolebant, & aliquam cum alkalinis effervescentiam manifestabant. Adaucto igne nullus ascendit vapor; quapropter refrigeratis vasis apparatus solvimus. Intacta erat retorta omnino, & extracto nostro lapide nihil ei mutationis obvenerat, nisi quod ejus color ex albido rubescebat, & colchotar vitriolicum colore æmulabatur.

In tenebras pulverem hunc igne cruciatum, postquam frigidatus fuit, atque luci expositus, adsportavimus: nullam concepit lucem. Fumdem lapidem intra crucibulum coniectum per idem temporis spatium furnulo reliquimus, auctoque qua fieri potuit igne, ruber color factus est intensior; luci vero expositus nullum in terebris lumen præbuit: pastilli autem ex ipso efformati, & supra carbones calcinati vividissimum splendorem emisissent. Per 48 horarum spatium tandem in ardenti fornace pulverisatum lapidem intra figulinum vas constituimus; ast omnia evenerunt uti antea notavimus. Ut constaret, an in nostro lapide metalla delitescerent, ipsius pulverem cum æquali salis ammoniaci portione conjunximus, & in

sublimatorio vase igni commisimus. Ad superiorem testam nivi flores ascenderunt, ad inferiores vero non tam puri apparebant. Caput vero mortuum in fundo relictum acutum saporem præferebat, coloris erat atro-cinerei, atque in virentem violarum syrupum immutabat. Solutis floribus omnibus separatim in aqua, filtratoque liquore supra ipsum sublimati corrosivi solutionem instillavimus. Sed solutionis nulla facta est mutatio, & magnes cum his productis prius phlogistofaturis nullam attractionem demonstravit; quod confirmat ferum in nostro lapide non contineri. Calcinatiis vero supra prunas tum capite mortuo, tum productis argentei phosphori nobis præsto sunt.

Intra crucibulum quoque pulverisatum lapidem cum decima alkalini tartari parte, & tertia carbonum pulveris per horæ spatium ad ignem cremavimus, deinde quartam nitri partem massæ adjunximus. Agitata materie deflagravit nitrum. Peracta deflagratione, atque refrigerata massa, & lixiviata liquor limpidus emerfit sulphur olens, qui neque cum acidis effervescebat, neque cum alkalinis, & sublimati corrosivi solutionem in rutilantem colorem vertit, at paulo post nigra substantia præcipitatur ad instar æthiopsis, & magnete adhibito nulla secuta est attractio. Si vero hic liquor ad siccitatem evaporetur, sal foliaceum superest deliquescent, mutans in viridem violarum syrupum, & cum acidis effervescent. Ex hoc sale phosphori non emergunt, sed funduntur pastilli, ex residuo vero, quod supra filtrum remansit, phosphoros habuimus.

Tutior vero methodus ad habendos phosphoros est vulgaris, nempe calcinandæ sunt placentulæ supra accensos carbones per binas horas; si vero diutius protrahatur calcinatio, debiliorem lucem concipiunt, & lux, quæ hac methodo prodit, ardentis prunæ splendorem æmularur. Aliquando vero pastilli jam calcinati flavis, cæruleis, & viridibus maculis conspersi apparent, quod clare patefacit heterogeneousorum præsentiam. In calcinatione autem libræ unius lapidis uncia dux ejusdem perduntur.

Pulverisatis placentulis prius calcinatis, & aqua lixiviatas flavus obtinetur liquor, ad cujus superficiem pellicula apparet ad instar solutionis vivæ calcis. Liquor iste decantatus & evaporatus usque ad duas ipsius tertias partes, relictusque per 24 horas in loco frigido in vasis fundo deponit concretionem  
quan-



quandam salinam foliaceam. Tunc decantato fluido superfluite vas exponitur solis radiis, ut prædictæ laminæ exsiccentur. Hæ cum acidis effervescent, atque in virides mutant cæruleos succos, & supra ignem nec funduntur, neque accenduntur, factisque ex ipsis pastillis, & calcinatis flavam lucem demandant.

Evaporato autem prædicto liquore ad siccitatem vigesima circiter pars hepatis sulphuris remanet flavi coloris, odoris ovorum putridorum, saporis acris, mordacis, & caustici, cutim nigro colore inficit, & est insigne depilatorium. Hepar istud intra paucos dies, si aeri præsertim exponatur, decomponitur, & quasi vitriolum ad albedinem calcinatum æmulatur. Avolat enim subtilissimum principium, & acidum vitriolicum superest cum terra lapidem constituyente. Idem hepar cum acidis effervescent, tincturas cæruleas mutat in virides, supra accensos carbones non comburitur, & si, antequam decomponatur, pastilli ex eodem efficiantur, atque per pauca minuta calcinentur, igneum splendidissimum lumen concipiunt.

Pellicula, quam diximus supra lixivium innatare, nullatenus phosphorica est; si enim calcinetur nullum manifestat splendorem. Cum hepar de vase educitur, in fundo substantia quædam albida invenitur, quæ si in aqua distillata soluta, deinde post evaporationem in frigido loco per aliquod tempus in quiete maneat, ad vasis latera crystalisatur sal quoddam spiculis compositum radiatis, quod in aqua præsertim frigida minime solvitur, nec cum acidis effervescent, neque cum alkalinis. Ex hoc sale phosphori non comparantur, sed si supra candentem laminam sal hocce statuatur, comburitur, & talcosam superficiem supra laminam relinquit.

Liquor, in quo solutum est hepar sulphuris, cum variis mensuris conjunctum sequentia manifestavit.

Cum alkali fixo quasi coagulum efformat, quod fundum petit ad instar flosculorum albicantium, quod ostendit contineri terram calcariam.

Cum alkali volatili album præcipitat sedimentum, quod clare manifestat cuprum non adesse, præcipitatum enim esset viride.

Cum solutione sacchari saturni lactescit.

Cum acido vitriolico album deponit sedimentum.

Cum acido nitroso magna excitatur effervescencia, ele-

vantur rubei vapores, odoris sulphurei, & præcipitat substantia albo flavescens, quæ supra carbones accenditur, & cærulea flamma sulphur redolet.

Cum acido marino pulvis albicans fundum petit.

Cum solutione argenti, & mercurii in spiritu nitri effervescit quam maxime, vapores avolant, & striæ ponderosæ præcipitant partim albidæ, partim virides, quæ statim nigrum colorem adipiscuntur.

Cum solutione sublimati corrosivi flavescit, deinde nigrescit.

Cum extracto saturni pulvis niger deponitur, qui nihil aliud est nisi ipsum plumbum; namque pulvis iste ad ignem funditur, & in verum plumbum convertitur.

Cum gallarum infusione liquor flavedinem contrahit, syrupum violarum mutat in viridem, & cum oleo olivarum obscurum coagulum efformat.

Singula præcipitata, quæ per acida ab hoc liquore emergunt, sunt verum sulphur; namque accenditur, & sublimatur, in aqua minime solvitur, & sulphuris characteribus donatur.

Hepar e lapide Bononiensi extractum in sublimatorio vase supra ignem locavimus; nulla secuta est sublimatio, & solum colorem intensius flavum adeptum est. In crucibulo vero per multas horas igne vexavimus; verum neque funditur, neque sublimatur, sed obscurum nactum est colorem, & vapores quidam færentes aeriformes extricati sunt. Si vero cum tertia parte carbonum pulveris in crucibulo misceatur super ignem, fumus adaucto igne elevatur gratum redolens, et accenditur cærulea flamma omnino sulphurea, in fundo vero remanet pulvis obscurus cum acidis effervescens, factisque pastillis & calcinatis, hi nitentem præbent lucem phosphoricam.

Silentio hic relinquam centena experimenta in hoc hepate capta ad obtinendos phosphoros diversimode coloratos; namque modo cum alkalinis conjunximus, modo cum acidis, cum salibus omnibus mediis, cum vegetabilibus, cum substantiis animalibus, cum mineralibus tandem, præsertim metallis, & vidimus alkalina salia pene omnia aliquo pacto hepar decomponere, & lumen infirmare; quod præstant magis acida. Salia vero media etiam metallica sæpe colorem mutant, nonnulla vero penitus abripiunt, & tandem quædam animalia he-

par hocce diversimode colorare valent. Sed per horas protraheretur sermo; tot enim sunt experimenta, ut uno vel altero sermone vix queant enumerari.

Ex hactenus dictis constat virtutem phosphoricam nostri lapidis in hepate sulphuris residere; cætera enim producta non splendent, & terra ipsa ponderosa, quæ una cum acido vitriolico nostrum lapidem constituit, terra, inquam, a qua extractum est hepar, non valet amplius lucem concipere, nisi iterum acido vitriolico saturetur, & calcinetur. Quod fit verum sulphuris hepar jam satis, superque comprobatum est; notas enim omnes & characteres hepatis ostendit. Sed de lapide Bononiensi satis, & fortasse nimis. Ad alios progrediamur phosphoros, qui sine ullo lapidis nostri interventu ex quovis sulphuris hepate elici possunt.

Sumpsimus ergo ovorum putamina, & prius pulverifata acido vitriolico saturavimus. Ex hac materie compositæ sunt placentulæ, & calcinatæ hepar redolebant, & pulcherrimum cæruleum lumen ostendebant. Pari ratione tractavimus cornucervi, animalium ossa, madreporas, ostreas, coralia, ossa sepix, limaces, album græcum: ex hisce omnibus constanter cæruleos phosphoros obtinuimus, & si post calcinationem fiat lixivium, hepar sulphuris emergit, quod calcinatum per modicum tempus vividius splendet, & intensius. Ergo hepar sulphuris terra animali conflatum est phosphoricum. Sumpsimus deinde terram nucerianam, argillam, saxa, gypsum ipsum, quod certe notatu est dignum, bollares, & calcarias terras, osteocollam, alabastrum, marmora, & frustula ipsius crucibuli in pulverem redacta; singula vero antedicta, & alia multa acido vitriolico perfecte satura calcinavimus. Phosphori ex hisce omnibus terris facti sunt, & eodem processu hepar ex ipsis habuimus, quod pari ratione calcinatum & ipsum vividius splendet. Ergo hepar terrea basi compositum coruscanti virtute est præditum.

Ex salibus quoque mediis, tartaro nempe vitriolato, ex nitro stybiato, ex sale de duobus, ex sale mirabili Glauberi, ex borace, ex vitriolis romano, cyprio, & albo ex alumine phosphoros comparavimus. Illa vero, quæ acidum vitriolicum continebant, saturatione minime indigebant; & ex omnibus componuntur phosphori, & obtinetur hepar pariter lucem præbens. Ergo a salibus omnibus mediis extractum hepar est phosphoricum.

Ex

Ex vegetabilium cineribus, ex tartaro alkalino, ex quampluribus vegetabilis familiarum productis acido vitriolico saturatis, & calcinatis idem nacti sumus. Hepar ergo basibus vegetabilibus constructum lucem concipit.

Tentandæ erant quoque metallicæ calces. Cum autem ab omnibus, qui in manus nostras inciderunt, auctoribus phosphorica illis potestas denegetur omnino, ita curiositate potius, quam spe experimenta suscepimus. Verum insperatus eventus majorem in nobis voluptatem excitavit. Ex ferri enim, plumbi, cupri, zinci, stybii calcibus primum acido vitriolico imbutis, & violento igne calcinatis phosphoros, deinde lixiviationis ope, & evaporationis hepar obtinuimus. Ergo hepar metallica basi conflatum phosphoros efficit.

Ex aliis quoque substantiis cum sulphure conjunctis communi methodo hepar nobis comparavimus eodem processu. Eventus semper fuit idem, neque phosphori ex ipsis parati incerti sunt luminis, vel ambigui coloris, neque necessariæ sunt tot diligentia, videlicet summæ obscuritatis conclavis, in quo explorantur, vel similium: ipsi enim modo smaragdi viridem colorem, vel chrysoliti flavedinem, vel saphiri caruleum, vel pyropi purpureum clare, eleganter, perspicue æmulantur, ut gemmarum nitorem quasi infirmare eos diceres.

Sed inter cæteros phosphoros, qui post lapidem Bononiensem alios duratione antecellunt, ille est, qui e vulgari calce erumpit. Calcem nos selegimus puriorem, & recentem e fornaceeductam, & floribus sulphuris cum ipsa commixtis hepar sulphuris methodo ante indicata obtinuimus. Ex placentulis vero ex ipso efformatis & calcinatis lux vividissima erumpebat caruleum aquæ marinæ referens colorem. Ast, inquiet fortasse aliquis, cur statuis hepar sulphuris, & phosphoros a solo acido vitriolico haberi? Clarissimus enim du Fay testatur, se ex acidis omnibus phosphoros sibi comparasse. Experimenta etiam aliis acidis erant tentanda. Recte sane. Verum a nostra consideratione memorata pericula non effugerunt. Acidis ergo omnibus diversas bases saturavimus, & præ ceteris calcem, varie calcinavimus, modo parum, modo ad longum tempus, semper vero incassum. Terra ipsa Bononiensis lapidis omni hepate expoliata, deinde acidis nitroso, marino, & vegetabili infusa, postea calcinata nullum lucis vestigium præbuit, & Maquerus suspicatur, du Fay in terris,  
aci-

acidis, & vasis seligendis illam non adhibuisse diligentiam adeo necessariam ad acidum vitriolicum omnino excludendum.

Sed contra me pugnat quoque Balduini phosphorus. Quamquam enim Balduinus non reliquerit methodum ipsum componendi, attamen gravissimi viri, & inter cæteros Boyleus repetitis experimentis eundem sibi compararunt. Nonne asserunt ex nitro quoque sulphur efformari. Hæc omnia gravissima sunt profecto; sed ut aliquo pacto quæ mihi hætenus videre contigit, tueri possim, animadvertendum est primo Balduini phosphorum difficillime obtineri; & ipse asserit Boyleus se iisdem semper usum fuisse methodo, & diligentis, & raro ipsum vidisse. Nonne suspicari possumus etiam ex difficultate illum conficiendi, pendere phosphoricam facultatem ab admixto acido vitriolico, aut terris, quibus utimur, aut acido nitroso? difficillime enim nitrosus acidus purissimus est, ut ajunt etiam moderniores, & aliquod semper habet cum acido vitriolico consortium: ulterius idem phosphorus in figulino vase semper conficitur. Ast in argillis nonne latet acidum vitriolicum? Nonne argilla nitrum decomponit? & revera ad latera figulini vasis, in quo calcinatur Balduini phosphorus, adhæret materies quædam flavescens in aqua insolubilis, quæ veris sulphuris characteribus scatet, atque in ipsa residet virtus phosphorica. Illi vero, qui sulphur ex nitro progigni affirmant, testantur, eodem tempore sulphur hocce decomponi & comburi, quo efformatur. Quomodo igitur in Balduini phosphoro lucem concipiet, & ad dies perdurabit? Quare videtur acidi vitriolici præsentiam ab hoc phosphoro penitus non excludi.

Ergo concludendum, phosphoricam proprietatem in solo sulphuris hepate consistere. At quomodo id demonstrabis? maxima enim ex notis hujus hepatis est nimirum quod non accendatur; statim enim ac sulphur ad hepatis statum transitum fecit, flammam amplius non concipit. Huc vero adductus finite, Academici sapientissimi, ut mentem meam vobis libere aperiam, & nonnulla experimenta in medium afferam, quæ quidem pro meis viribus numquam tentassem nisi humanitate fretus, & liberalitate Senatoris amplissimi, & Academici doctissimi Alamanni Insulani, qui præter libros, & machinamenta operam suam benigne præstitit, quique in experiundo cautus, in inferendo prudens, in repetendo patiens me ad moder-

niorum sententias addiscendas impulit, & fere manu duxit. Si justis laudibus irascitur modestia ejus, non impediatur humanitas hoc publicum grati animi mei testimonium.

Ex quovis sulphuris hepate secundum Priestley, Schéele, Sennebier, Blak, Lavoisier, Keir, Bergman, de la Meterie, Macquerum, et Furchrois gas quoddam obtinetur, quod aerem hepaticum, gas hepaticum, aerem fixentem sulphuris appellant. Hoc extricatur instillando supra hepar quodcumque acidum; ingratus enim odor ovorum putrescentium extricatur, & vapor ascendit. In extricatione vero hujus gas acidum nitrosum solummodo est excludendum: cum enim ipsum sit maxime vorax phlogisti, ita potius mephitim nitrosam quam gas hepaticum progignit.

Gas hocce vulgari methodo, ut notum est, obtineri nequit, scilicet idem trajiciendo per aquam, sed sub mercurio transire debet; aqua enim ipsi unitur, illudque decomponit. Idem gas mephiticum est summopere, & quasi fulmen animalia interimat. Hujus portionem tum a lapide Bononiensi calcinato, tum a quovis hepate sulphuris habemus, & marino acido usi sumus ad idem evolendum in phiala, cujus collo adaptata est vesica. Elevata est non parva quantitas hujus gas, deinde per machinam pneumatocamicam sub mercurio trajectum, & in vasa hermetice clausa introductum ad nostra servavimus experimenta.

Insecta, mures, aves ictu oculi in eodem immersa moriuntur.

Teterrimum redolet odorem ovorum putridorum. Si cum atmosphaerico aere idem misceatur, facillime cum explosione admota candela accenditur.

Cum aere vitali si uniatum partem ipsius absorbet & reddit ipsum aerem phlogisticatum, eodem pene modo quo accidit si gas inflammabile misceatur cum aere vitali. Gas hepaticum supra metallum prompte vim suam exercet: argentum enim tingit in obscure caeruleum, ferrum, lithargyrium, bismuthi magisterium, uno verbo metallicæ calces nigrescunt. Cum aqua consociatur, fatidumque illi suum odorem communicat, & aqua ipsa turbatur, & si in quiete maneat pulvisculus albidus deponitur, & levis, qui nil aliud est nisi sulphur. Hoc comprobatur, aerem in aqua existentem ipsum decomponere, namque post ejusdem cum aqua quassa-

tionem amplius non accenditur. Gas denique hocce calcis solutionem minime præcipitat.

Aqua gas hepatico imbuta sublimati corrosivi solutionem in albam præcipitat. Saturni extractum, & ejusdem sacchari solutionem in nigram. Heliotropii tincturam rubentem reddit, ferri limaturam perfecte dissolvit, & hæc solutio, si cum gallarum infusione uniatur, purpureum colorem adipiscitur. Aqua hæc eadem cuprum & mercurium facit nigrescere. Si vero eadem aqua cum olivarum oleo misceatur & agitetur, nigrans exoritur coagulum, & aqua ab oleo deinceps separata gas omne oleo reliquit, nullimode enim amplius fætet, & cum supra indicatis menstruis nulla phænomena manifestat. Si pastilli ex capite mortuo superstite ab hujus gas extractione, si pastilli, inquam, componantur & calcinentur, phosphori non emergunt; obtinetur vero debile aliquod lumen, si acido vitriolico utamur ad ipsum evolvendum.

Ex his omnibus mihi videtur jure conjectari posse, phosphori lucem pendere ab accensione gas hepatici, quod cum justa proportione misceatur cum aere atmosphærico intra phosphori poros, & per calcinationem excludatur acidum aereum, quod semper accensioni obstat, facile atmosphærici caloris vi, & lucis appulsu accenditur, & intra calcinatos pustillos detinetur ita, ut per gradus evolvatur & ad aliquot minuta perduret. Cum vero dissipatum est gas omne, phosphori amplius non accenduntur, & tunc repetita calcinatione extricatur iterum hoc subtile principium, minori tamen dosi, ita ut lux, qua coruscat, deinceps tam vivida non sit & intensa. Phænomena id comprobant ulterius: phosphori enim in aqua submersi splendent, quod patefacit summe esse activum, & inflammabile quod accenditur. Quibusnam constet principiis hepaticum gas nihil statuam: diversimode enim opinantur auctores. Quæstio nulla nostris temporibus remanet super phosphori accensione, & nos cum iisdem phosphoris themometrum explorantes sensibiliber vidimus mercurium gradu uno & ultra ascendere. Calor ergo phosphori confirmat ulterius ejusdem accensionem, quæ magis comprobatur, si phosphori jam accensi subtus campanam vitali aere repletam statuuntur; vividus enim tunc splendent, & lux ex ipsis emanans magis perdurat.

Verum, Academici sapientissimi, diutius vos detinerem,

si cuncta experimenta per integrum annum capta exponerem. Si autem ea probaveritis, quæ attulimus, tunc nova alia pericula a me capta super Kunkelii phosphoro afferre curabo, quæ meo iudicio & ipsa confirmare videntur, & hujus phosphori naturam ad enunciata principia, uno verbo ad verum sulphuris hepar esse referendam, & acidum phosphoricum nil tandem esse nisi ipsum acidum vitriolicum, quod præcipue a peculiari ejusdem a me facta decompositione, nec non ab artificiali quadam compositione deducendum esse arbitror.





## GABRIELIS BRUNELLII

*De Reptilium organo auditus.*

**Q**uamquam sensus omnes, quibus universa a natura animantia aucta sunt, & ornata, plurimum decoris habeant, & præstantiæ; auditus tamen videtur omnibus dignitate, utilitate, ac necessitate antecere. Hoc enim uno inter se societates jungunt suas, hoc se mutuo sequuntur, hoc admonentur ut violentas robustiorum incursiones effugiant, eludantque callidiorum insidias. Unus hic e sensibus omnibus semper in promptu est, nec, ut objecta attingat, aut lucem desiderat, velut oculus, qua illustrentur, aut eorum requirit applicationem, uti tactus, gustusve. Quæ cum ita sint, incredibile prorsus videtur, naturam, quæ omnium perfectioni, conservationique in primis studet, aliquod condidisse animantium genus, cui non præclarum hoc, maximeque necessarium munus concesserit. Quid enim? Negabimus ne, hoc a natura beneficium quædam bruta obtinuisse, quod nullum in conspectum veniat earum partium vestigium, quibus soleat auditio in cæteris absolvi? At vero cur non ita tenuibus iisdem organis prædita sint, ut observatorum diligentiam dexteritatemque eludant? Cur non tam diversa ratione conformatis, ut cum eorum ope audiant optime, auditus tamen structura carere videantur? Quid si eadem audire certum, exploratumque sit? In locustis certe auditus sensoria nemo detexit. Audiunt tamen. Id nos superiori anno experti, maxime gaudemus, ad eadem experimenta gravissimum testimonium vestrum, ad nostram vero opinionem consensum vestram accessisse. Quæ vero tunc de locustis præstitimus, id mox de universo testudinum genere, de ranis, de lacertis, de serpentibus tandem ostendemus. Hæc autem haud molesta vobis fore, id facit ut speremus, quod non tantum conjecturas, quas proferamus, habemus, sed certissimas observationes, quibus horum animalium illustretur historia.

Quo

Quo loco me clarissimi Mondini doctrina, dexteritate, ac diligentia plurimum adjutum fuisse ultro libenterque fateor. Neque tamen nobis succensere quis debet, quod cum a Joanne Caldesio testudinum anatomes confecta fuerit, ab Olygerio autem ranarum, actum agere ipsi videamur. Tam enim exigua illa sunt, quæ de auditus organo detecta ab ipsis fuerunt, & tam parum apte observata, ac descripta, ut nemo harum bestiarum genuinam, absolutamque ejusdem organi fabricam ediscere ab his auctoribus possit. Jure igitur in his secandis, observandisque animantibus operam, ac tempus insumpsimus. Quo autem nostra cesserit industria, penes vos, Academici Præclarissimi, judicium esto. Nos certe nec labori pepercimus, nec diligentæ, ut aliquid dignum vestris auribus in medium adduceremus. Quo sin minus sapientiæ vestræ, certe muneri nostro satisfecisse videbimur.

Testudines itaque, sive maritimæ, sive fluviatiles, sive terrestres num habeant externum foramen, quod cum meatu auditorio comparari possit, nos observationes instituimus in duabus testudinibus maritimis, quarum utraque libras quinquagintaquatuor vel 55 pondo æquabat; atque qua parte capitis solet in cæteris animalibus auditus organum occurrere, levem quamdam & vix sensibilem foveolam invenimus, quæ digito compressa nonnihil cedebat, & mollis perentiebatur. Sublata ergo squamosa cute, apparuit membrana quadam ligamentosa, sat crassa, ovalis figuræ, transversim sita, atque circummundique temporali ossi adhærens. Huic membranæ respondet cavitas lata magis, quam profunda, in ipso osse insculpta, quæ tamen in parte posteriori circa apophysim mastoideam altius excavatur; atque hæc cavitas illa est, quam tympanum vocamus; hinc membrana, quam diximus, tympani membrana est. Unicum est in hoc animali tympani ossiculum, conicum, longissimum illud, atque superius versus interiora incurvatum, cujus apex seu extremum, quod exteriora respicit, cartilagini adnectitur rotundæ, exterius convexæ, concavæ interius, ut fungi formam perbelle exprimat. Idem ossiculum in extremitate altera, seu basi, quo magis incurvatur, eo crassius fit, & in superficiem desinit non nihil excavatam ovalis figuræ, quæ stapedis aliorum animalium vicem gerit. Ea vero extremitate, quam cartilagini affixam esse diximus, foramini aptatur, eique, ope subtilissimæ membranulæ, adjungitur, quod

quod in tympani membrana aperitur, & squamosæ cuti respondet, ut nihil cutim inter, & cartilaginem hanc rotundam intercipiatur, nisi cellulosa quædam mucilago; qua mucilagine linitur etiam tympani cavitas, quæ valde insignis est, atque aere omnino plena. In parte tympani inferiore foraminulum rotundæ cartilagini opponitur, unde canalis quidam prodit omni ex parte membranofus, qui introrsum descendens latior efficitur, atque in palati fundum sub rotundo ostio tandem aperitur, quique propterea ad eustachianam tubam referendus videtur. Nihil autem musculosæ substantiæ ad ipsum canallem pertinens observare datum fuit; quinimo facillime ab adjacentibus partibus integer separatur; quod profecto illorum opinionem confirmare potest, qui tubam eustachianam nullis gaudere musculis pro certo habent. Ossiculum porro tympani, quod modo diximus longissimum esse, & incurvum, in latiori qui tem, sed minus profunda tympani cavitate contineri non potest: per incisuram igitur quamdam e tympano egrediens, per aliam contiguam, & oblongam cavitatem in eodem temporali osse exculptam excurrit usque dum ad superius positum labyrinthum appellat. Toto vero hoc tractu multiplicibus, ac validis membranis circumambitur, quibus vagina quasi quædam eidem officulo efficitur, intra quam tamen pronoveri, ac retrahi pro opportunitate potest, ejusdemque officuli tota longitudo ita distribuitur, ut quarta tantummodo ejusdem pars intra cavum tympani, reliqua vero extra ipsum collocetur. Labyrinthus ergo non, ut in cæteris animalibus, contiguus est tympano, neque totus ex ossea substantia conflatus; qua enim parte cerebri medullam oblongatam respicit, est cartilagineus. Duæ sphaeroidales concamerationes satis insignes componere videntur cameram vestibuli, quarum una inferior est, atque posterior, superior altera, & anterior. Ducit ad vestibulum foramen ovale, seu ovalis fenestra, respondens scilicet basi officuli tympani, cujus circumferentiæ, ope membranulæ admodum laxæ, alligatur, ut, vel levi pressione facta in cartilagine rotunda, ire atque redire facillime possit. Supra foramen ovale in parte interiori vestibuli aliud minus foramen observatur, unde canales duo procedunt in oppositas partes inflexi, alter scilicet versus capitis anteriora, versus posteriora alter, qui aliis atque aliis flexibus descendentes oppositis osculis in vestibulum iterum desinunt. Duo itaque tan-

tu-

tummodo canales semicirculares invenire usque adhuc concessum nobis fuit, cochleæ vero vestigium ullum, vel quod cochleæ vices gerere posset, nusquam apparuit vel omni diligentia adhibita, pluribusque peractis observationibus in testudinibus præsertim fluviatilibus, quarum major copia nobis aderat. Labyrinthum interea adeunt nervi a cerebri basi provenientes, qui in duos quasi ramos dividuntur molles ambos, secus ac in septimo hominis, & quadrupedum pari, cujus pars una mollis, altera, propterea quod duriuscula est, dura appellatur. Portiones ergo hæc duæ ad labyrinthum pertingunt, in eumque se se insinuant per foraminula quædam haud manifesta, qua parte labyrinthus cartilagineus est. Et quoniam de nervis incidit sermo, prætereundum non est, nos in testudinis maritimæ cerebro decem observasse nervorum paria ab ipsius basi provenientia. Hoc etiam observavimus, par illud, quod septimum dicitur, labyrintho respondere, ut in homine, ac quadrupedibus. In labyrintho horum animalium aquam quamdam offendimus totum vestibulum, & canales semicirculares duos, quos descripsi, omnino replentem, quod Cotunii observationem satis superque confirmat, qui aquam in hominis & multorum quadrupedum labyrintho detexit. Intra labyrinthi cavitatem in aqua, quam dixi, vidimus natantia quædam albissima ac mucosa filamenta, quæ tamen nondum ita examini subjecimus, ut de eorum textura, atque distributione aliquid tuto affirmare in præsens possimus. Hoc tantum monebo hujusmodi filamenta, exsiccata cum fuerint, in corpusculum quoddam abire albissimum, amyloque simillimum, quodque facillime in pulverem redigitur. Id quod argumento esse posset, lapillos eos, qui in capite piscium quorundam occurrunt, ad auditus organum referendos esse, quam conjecturam vix proposuissem, nisi Kleinium legens in ea loca incidissem, quæ conjecturæ huic non parum favere videntur. Refert enim, Wilughbeium in rax lævis undulata cerebro invenisse præter nervos olfactorios aliud par nervorum, quos auditorios putat, qui in duo corpora glandulosa gelatina aut amylo similia innumeris ramis sparguntur. Addit præterea in ea se opinione esse, ut lapilli, qui in capite piscium occurrunt, ad auditus organum pertineant. Invenit etiam, lapillos istos ejus esse naturæ, ut contrectati pedetentim inter digitos solvantur, in quo profecto lapilli isti cum materia illa conveniunt,

niunt, quam paulo ante descripsimus, post quam exsiccata est. Ut propterea in piscibus omnibus ad auditus organum pertinere videatur materia quædam terrea in labyrintho degens, conditione varia, ut varia est pro specierum varietate auditorii organi structura, & substantia, quemadmodum diligenter notat idem Kleinius. Quod si ad auditus organum pertinet terrestris aliqua substantia in piscibus, cur non etiam in animalibus cæteris? Id quidem non auferim affirmare; sufficiat in præsens suspicionem hanc indicasse. Poterunt enim imposterum observationes aliæ institui, quibus in lucem prodeat utrum reliqua animantia in labyrintho materiam aliquam habeant terrestrem, qua sensus ipse auditus juvari possit. Ad rem redeamus. Quæ in testudinibus maritimis observantur, jam habetis. In fluviatilibus, & terrestribus sunt fere eadem. Eo enim solum differunt, quod tympani membrana rotunda est, nec foramen habet ullum, quo rotunda cartilago excipiatur, quippe cum tympani ossiculum extremitate sua exteriori centro membranæ ejusdem adhæreat. Præterea testudines fluviatiles, ac terrestres nullas exterius habent squamas, sed cutim non nihil tensam, & circumferentiæ membranæ tympani alligatam; ex quo facillime locus, cui auditus organum respondet, manifestatur. Tympani cavitas profundior est, apophisis vero mastoidea magis ampla, & oblonga, atque in altum spectans; quare in his testudinibus posterior tympani cavitas concamerationem habet majorem, quam in maritimis. Ossiculum etiam brevius est, & quasi rectum in basim densinens latiore, rotundam, & non nihil intus tubæ instar concavam. Verum de testudinibus in præsens non plura. Quæ autem in ranarum auditus organo observare datum fuerit accipite.

Ut in testudinibus, sic in ranis, quæ universum corpus tegit cutis, eadem tympani etiam membranam operit, ibique eidem osseo circulo adhæret, cui membrana illa alligatur. Ranarum caput exterius intuentibus locus manifeste se prodit, cui auditus organum respondet, quippe cum ibi spatia duo circularia hinc inde appareant, in quibus cutis magis quam alibi tensa est. Infra tympani membranam, tympani ipsius cavitas in conspectum venit, in qua ossicula duo occurrunt, quorum unum cartilagineum est, & malleo analogum, cuius caput ossiculo alteri innectitur oblongo, quod non nul-

li columellam vocant, quodque in basim definit oblique positam tres prominentes angulos efficientem totidem apophyses imitantes. Malleus quasi perpendiculariter situs est, & tympani membranæ adhæret; columella horizontaliter jacet, & oblique ad cranium dirigitur, angulumque fere rectum cum malleo efficit. Habet tympani cavitas in parte inferiori insigne quoddam foramen ad posteriorem palati partem pertingens, cujus parietibus non nihil diductis, commode tympani cavitas, & ossicula perspiciuntur: hujus amplitudo foraminis major est, quam canalis membranosi, quem diximus in testudinibus tubas eustachianas referre.

Sed ad labyrinthum veniamus. Quamquam præstat cranii conformationem breviter præmittere. Habent ranæ cranium oblongum, quod prope occiput in duas prominentias insignes, irregularesque ampliatur. Has autem prominentias efficiunt ossa petrosa, in quibus latet labyrinthus, atque hisce debetur amplitudo illa capitis, quam habent ranæ. Definit utraque in cartilagineam quamdam, in qua foramen ovale, seu fenestra ovalis aperitur. Triangularis insuper columellæ basis tegitur cartilagine & ipsa triangulari, quæ est velut ovalis fenestræ operculum, ut propterea columella non in fenestram ipsam ovalem infigatur, sed eam solum tegat. Porro fenestra ovalis in cavitatem satis amplam prospicit, quæ in tres quasi concamerationes tribuitur. Quatuor mihi obigit observare foramina, quæ bina ac bina conjunguntur ope canalium semicircularium duorum, quorum alter interior est, ac longior, a parte anteriori ad posteriorem procedens, alter exterior breviorque, atque alteri fere parallelus. Cranio exsiccato in vestibuli cavitate nobis se se obtulit materies illa alba & friabilis, cujus mentionem fecimus, cum de testudinibus ageremus. In recenti autem cranio non exsiccato materiem vidimus filamentosam nervæ probabiliter naturæ in lympa innatantem: sed de hac materia alias erit agendum.

Venio nunc ad lacertos præsertim virides. Quemadmodum testudines, ac ranæ auricula, & meatu auditorio destitutas esse vidimus; ita quoque lacertos similibus carere partibus vel primo aspectu intuenti manifestum redditur. Non procul enim ab oris angulis definit cutis in subrotundam quamdam plicam, cui subtenditur membrana tympani exilissima, quæ utpote pellucida, a transparente interioris auris  
ni-

nigredine atrii coloris apparet. Exterius autem non nihil est convexa, & levi maceratione in duas laminas facillime separatur, quarum altera communis est totius corporis superficiem, nec aliud quidpiam est nisi ipsius epidermidis continuatio; altera vero est propria. Pone membranam hanc occurrit tympani cavitas oblongæ figuræ, & si molem capitis spectes, ampla, quæ excurrens juxta posteriorem inferioris mandibulæ partem, ubi ejusdem mandibulæ musculi globositatem quamdam efficiunt, ad partes usque laterales, & posteriores cranii protenditur. Cavitas hæc ubi primum incipit superius anteriusque amplior est, & os quoddam habet aliquantulum excavatum, quod quibusdam cranii apophisibus unitur, sicque osseum fornicem reliquæ cavitati efficit. Verum non ita in inferiori parte parietibus munitur, sed omnino aperta est, quippe quæ a palati fauciumque cavitatibus non sejungitur, nisi partium adjacentium vicinitate; si enim aperias inferius fauces, atque non nihil prædictas musculares mandibulæ protuberantias diducas, statim tota tympani cavitas, ossicula, & ipsamet membrana in conspectum venient, & parentius quidem quam in ranis. Duo autem sunt ossicula tympani exiguissima, quorum primum placet malleum appellare & ob ejus positum, & propter similitudinem, quam cum malleo habet cæterorum animalium. Distinguitur enim in caput, & apophyses. Caput superiori, posteriorique tympani parti adhæret. Apophyses sunt omnino duæ, longior altera acutiorque, altera brevior, & crassior, & capitata. Prior oblique, & anterius descendit, ejusque extremum, quod acutum est, definit ad centrum circiter membranæ tympani, cui fortiter adhæret. Altera ad internam partem dirigitur fere ad mallei longitudinem perpendicularis. Ossiculum alterum oblongum subrotundum juxta tympani longitudinem jacet, atque extremitate altera capitata, ope cartilaginis, connectitur cum brevi mallei processu; tum vero recta procedit, ejusque extremitas altera majori etiam capitulo instructa, atque tubæ instar concava, cranio ipsi infigitur. Sua habet malleus ligamenta, quorum duo, ut vere dicam, propter colorem subobscurum, videntur pro muscalis haberi posse. Veri ligamenti speciem habet subtilissimum quoddam filum albidum, imo argentei fere coloris, valde consistens, quod a cranio descendens, & ossiculo oblongo, seu columellæ parallelum ad mal-

lei caput alligatur. Reliqua, quæ pro musculis haberi posse paulo ante dixi, sunt duo fibrarum processus, quorum unus a posteriori membranæ tympani circumferentia originem habens in malleum inferitur infra ejusdem caput, alter vero crassior est, & a superioris mandibulæ ossibus ortus ascendit, & cartilagini, quæ columellam, & processum mallei breviorē jungit, affigitur. Horum postremus pro membranæ tympani tensore posset haberi, quatenus scilicet processum mallei longiorē foras urgere potest; cum alter ipsam fortassis membranam relaxet. Sed ad labyrinthum ipsum properemus. Statim in conspectum venit vestibulum cum sua fenestra ovali, idemque amplum, & humore repletum, in quo materia quædam apparet albida, pulposa, ac nervæ naturæ. Occurrunt pariter in hac cavitate foraminula quædam, quæ oscula sunt canalium semicircularium, qui oculo microscopio armato se se produnt. Materia illa albida, atque pulposa, capite efficcato, abit in corpusculum albissimum, atque materix illi omnino simile, cujus mentionem fecimus, cum de testudinibus, atque ranis sermonem haberemus.

Supereſt, ut, quæ in serpentibus quibusdam ad auditum pertinentia deprehendimus, breviter exponamus. In examen viperas vocavimus, atque serpentes nostrates vulgares, qui innocui sunt, quosque Aldrovandius Pareas appellat. Capitis structuram in utrisque eandem fere observavimus. Et sane in eo potissimum conveniunt, ut cum maxillæ tam superiores, quam inferiores, quæ nihil aliud sunt nisi ossa quædam oblonga, in quibus dentes inferuntur, posterius, & pone angulos oris invicem uniantur, ad ipsum unionis locum etiam concurrat os aliud oblongum posteriori, & laterali cranii parti articulatam, quod ligulæ cujusdam, seu claviculæ munere fungitur, quatenus scilicet maxillas ipsas posterius capiti quidem connectit, at finit tamen ut quosdam exerceant motus, & præcipue eos, quorum ope attolluntur, & deprimuntur, seu potius ad cranii latera accedunt, ab eoque pro opportunitate recedunt. Motus hic apertissime se prodit. Efficit enim, ut ad oris angulum utrumque statim appareat eminentia quædam, quæ valde conspicua est. Jam vero dissecto per longum gutture, diductisque mandibulis, atque palati, & faucium membrana detracta, in conspectum veniunt utrinque quatuor nervosæ ramificationes a basi cranii provenientes, nec non officula duo,



duo, hinc unum, illinc alterum, aliquanto profundius latentia intra cavitatem quasi quamdam, seu interstitium, quod adest inter ultimum, & tertium nervorum par. Habent officula hæc figuram cylindricam, atque eorum utrique adnectitur per longum subtilissima, atque tenuissima membrana inter officulum ipsum, & claviculam extensa; cujus quidem officuli extremum unum in lateralem cranii partem infigitur, alterum vero, quod cartilagosum est, adjungitur, ope ligamenti, prominentiæ cuidam acuti, seu apophysi, quæ circa medium claviculæ exurgit, cui est officulum ipsum fere parallelum. Facile crediderim officulum hujusmodi, sive situs ipsius, sive connexio, sive forma consideretur, auditui servire. Ad situm enim quod attinet, ei locus respondet, ubi in animalibus omnibus auditus organum situm est. Connexio autem ea est, ut cum cranio communicet, imo intra ipsum se se immittat, ope cavitatum quarundam, quæ cum labyrintho comparari possint. Figura denique convenit cum secundo lacertorum officulo, nec non cum officulo volatilium, cum non aliud sit, nisi cylindrus subtilissimus, qui, qua parte in cranium se immittit, desinit in expansionem quamdam subrotundam & exilissimam instar tubæ concavam. Expansio hæc respondet stapedis basi quadrupedum. Hoc tantum viperas inter & pareas discrimen intercedit, quod auditus officula in illis & crassiora sunt, & firmiora, quam in his; quodque basis illa, quam dixi intra cranium se se insinuare, in viperis perpendicularis est ad columellam, in pareis vero obliqua. Nunc ad labyrinthum quod spectat, vestibulo fenestra respondet ovalis, ut in animalibus cæteris; est sinuosus & capax, atque humiditate, seu Cotuniana aqua repletus, idemque pulpa quadam nervosa refertus. In eo foraminula quædam conspiciuntur, quæ canalibus semicircularibus probabiliter respondent, quorum tamen canalium vestigia tantum apparent. Denique totus labyrinthus ex tribus ossibus portionibus constat, in quas facile scinditur. Hæc de organo auditorio in frigidis quibusdam animalibus habebam, quæ dicerem; ex quibus non me latet plura physicos eruere posse ad soni theoriam, ac auditus sensationem magis declarandam, quæ tamen libenter prætereo, tutiora sperans me corollaria deducturum, cum & has ipsas observationes uberiores effecerim, novasque etiam in aliis viventibus instituerim.

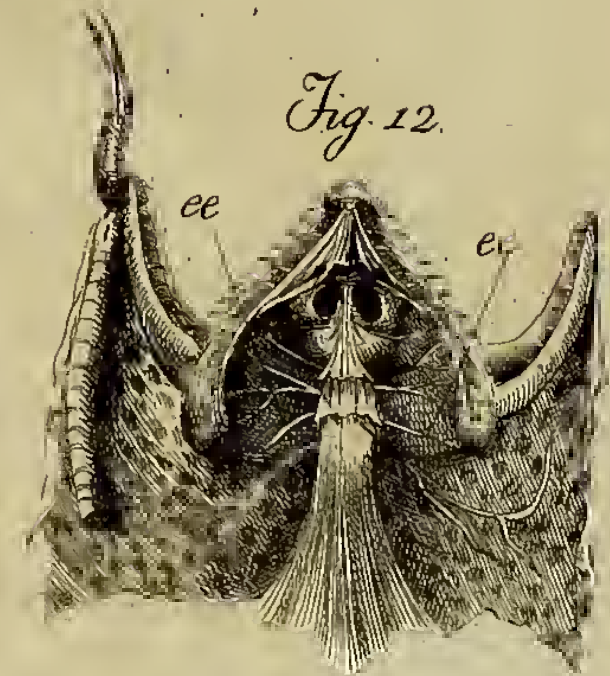
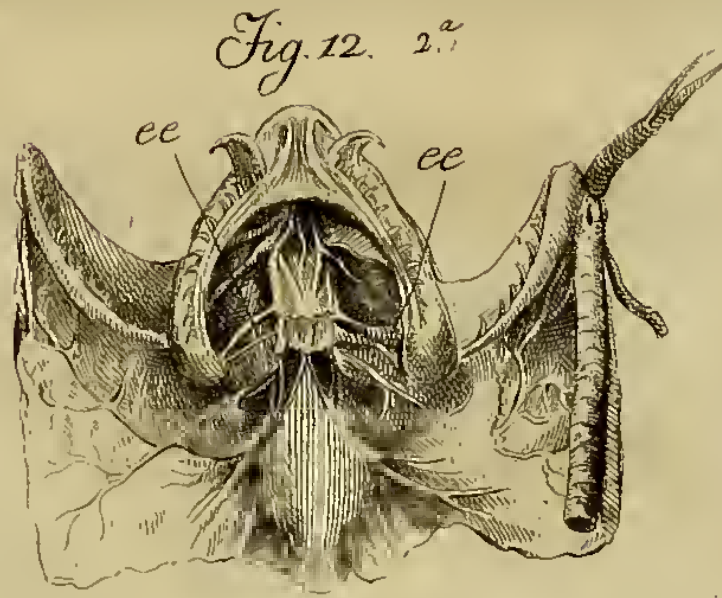
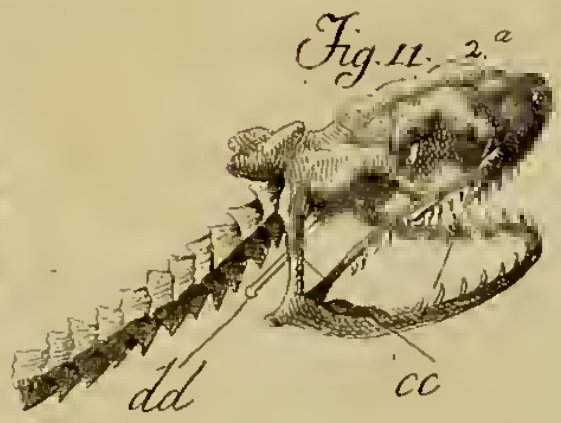
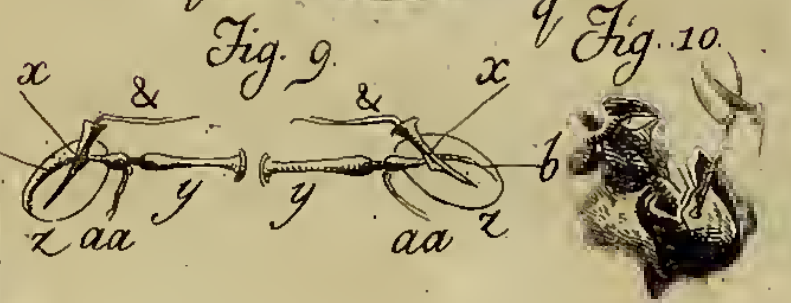
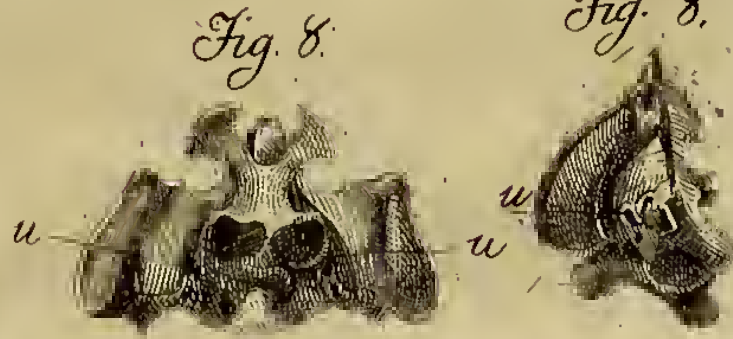
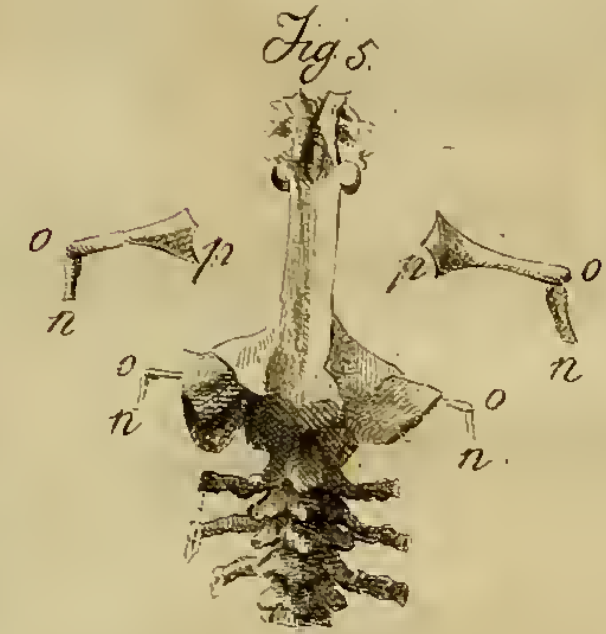
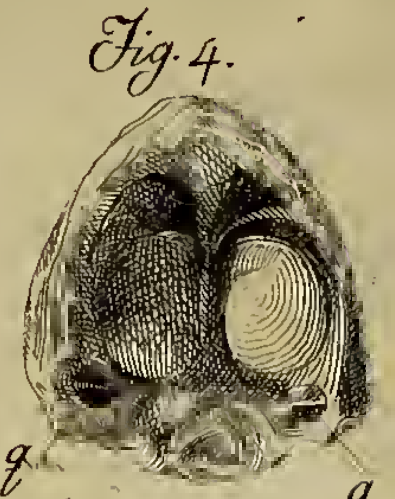
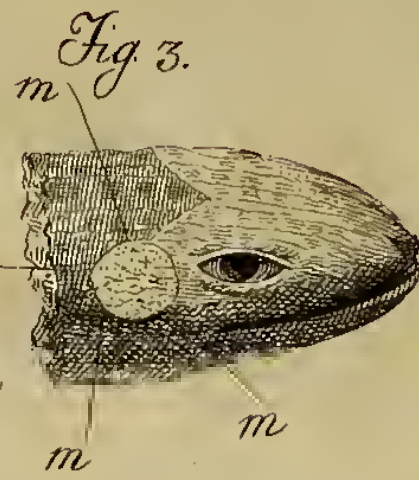
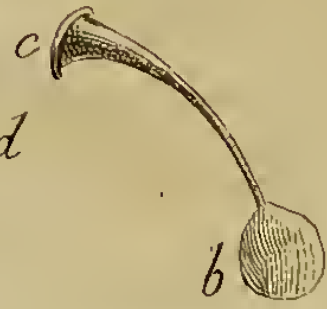
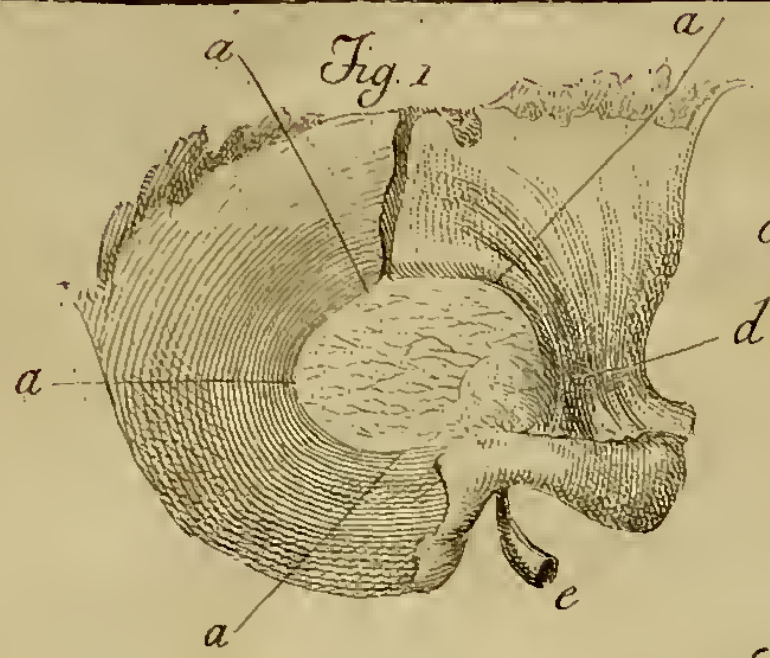
Sed

Sed antequam tamen sermoni huic finem impono, non possum, quin hic animadvertam dubitari scilicet minime posse audiant ne animalia hæc, an non. Quid enim est, cui servire structura illa possit, quam supra descripsi, nisi serviat auditui? Viperis tamen, atque serpentibus est ab aliquibus audiendi facultas denegata. Inter quos valde miror etiam numerari clarissimum Linnæum, cujus hæc sunt verba, *Serpentes apodes, absque auribus surdos*. Quamquam si Linnæus, cæterique, qui auditum serpentibus aut omnino negant, aut dubitanter concedunt, officula a nobis observata, reliquamque structuram vidissent, facile auditum his etiam animalibus, sine ulla dubitatione, concessissent. Sed hæc Anatomæ pars mirum quam fuit & obscura usque adhuc & neglecta. Et sane Gesnerus, Plinii verba referens, sic de viperarum auditu habet, *hæc cavernas tantum habent aurium loco*; Blasius vero, & Weslingius sentiunt in hunc modum; *Mirum quoniam modo tam exacte viperæ audiant, cum vestigia ipsis aurium obscurissima sint*. Ex eodem Weslingio, Blasio referente, licet colligere quam esset apud veteres obscura interior capitis structura viperarum; Poros (sunt ipsa Blasii verba) *tantum eas habere, auditusque cavernas traditum a veteribus forsitan conjectura magis, quam sensu persuasis*. Alii communem odori sonoque viam, ut in piscibus, assignant; sed quæ tenuiori ductu in specus cranii auditui proprios vocalem undam pervehat. Postremam hanc sententiam videtur tenuisse Bomarius in suo dictionario historico naturali Parisiis Anno 1765 edito, nam pagina 657 tomi quarti de viperis agens sic ait: *il n'y a point d'ouverture dans la peau pour donner passage à l'ouïe, la nature y employant les ouvertures des narines, & paulo infra; il y a de chaque côté deux conduits qui forment les narines, les quelles ont chacune une petite ouverture ronde & leur nerf propre qui leur communique l'odorat: les memes conduits servent aussi à recevoir deux petits nerfs, qui sortent chacun de la partie laterale du crane pour porter aux narines la faculté de l'ouïe*. Quo ex loco satis perspicitur, quam longe a veritate aberraret auctor hic: nam primum naribus nulla est cum auditu communicatio; deinde nervuli illi duo, quos describit, omnino desiderantur, qui si adessent, nos certe fugere non potuissent, quos non fugit ullum ex illis officulis, quæ supra descripsimus, quamquam perexigua sint. Verum quidquid sive

veteres, five recentiores de serpentium auditu sentiant, affirmare cogimur, eos utique audire, neque enim structuram solum in iis invenimus, quæ, ut supra diximus, sit ad audiendum aptissima, sed etiam experimentum hac de re cepimus, ut ego quidem arbitror, certissimum. Sumpsi enim serpentes quosdam nostrates omnino cæcos, quos in arculam reposui, quam in horto servabam; identidem vero ad arculam accedebam levem vocem, sed continuatam, emittens, atque statim videbam serpentes inflare buccas, atque illas efficere ad oris angulos prominentias, quas supra dixi, simulque caput elevare, quasi attentos se præberent. Accedebam deinde propius & voce elatiori; atque tum quidem magis, magisque serpentes elevabantur, vimque parabant, & post certum quemdam modulatum, sed tenuem, sibilum vibrabant se se rabie perciti, illam partem impetentes, unde vox proveniebat, quamquam interea eisdem bacillo irritarem a parte opposita. Tandem de lassati se se multiplici gyro componebant, caput infra spiras occultantes. Deinde irritati majori rabie excitabantur, ac versus eam partem efferebantur, unde vox deveniebat. Dubium ergo non est, quin serpentes audiant. Quod si meatu auditorio carent, nec non tympani membrana, & eustachianis tubis, non ideo tamen difficile esse putaverim intelligere nos posse, quo modo in iis auditio perficiatur. Certum enim est aereas vibrationes cutim commovere; cum cute autem communicant mandibulæ, cum communicat clavicula; quare commota cute, etiam mandibulæ, & clavicula commoventur; sed cum clavicula communicant etiam auditus ossicula; consequitur igitur, ut ossicula ipsa auditus commoveantur; ergo ad hæc usque ossicula sonoræ impressiones propagari debent, & ad labyrinthum deferri, idque tum vel maxime, cum, inflatis buccis, illæ eminentiæ ad oris angulos efficiuntur, de quibus supra diximus; tunc enim cutis magis tenditur membranæ tympani vices gerens, aptiorque efficitur sonoræ vibrationibus excipiendis, simulque interior cavitas, seu interstitium illud, in quo ossicula jacent, amplificatur, ut propterea ossicula liberius tremere queant, & advenientibus aeris impressionibus obtemperare. Sed vestrum sit, Sodales optimi, de hac quæstione iudicium ferre.

## FIGURARUM DECLARATIO.

- F**ig. I. Testudinis maritimæ os temporale.  
*aaaa* Membrana tympani.  
*b* Cartilago rotunda officuli tympani.  
*c* Extremum alterum officuli tympani labyrinthum ingre-  
 diens.  
*d* Cartilago rotunda in membranz tympani foramine na-  
 turaliter collocata.  
*e* Tuba eustachiana.
- Fig. II.** Sceleton capitis testudinis fluviatilis.  
*f* Cavitas tympani, in cujus fundo foraminulum conspi-  
 citur, per quod transit officulum.  
*g* Apophisis mastoidea.  
*h* Membrana tympani.  
*i* Tympani officulum.  
*l* Basis officuli.
- Fig. III.** Ranæ caput.  
*mm* Circumferentia membranz tympani.
- Fig. IV.** Ranæ palatum.  
*qq* Hiatus in cavitatem tympani.
- Fig. V.** Cranium ranæ cum vertebra quibusdam, atque ossi-  
 culis tympani suo loco positis.  
*n* Malleus.  
*o* Columella malleo juncta.  
*p* Basis triangularis columellæ.
- Fig. VI.** Caput lacerti viridis.  
*r* Membrana tympani.
- Fig. VII.** Caput supinum ejusdem lacerti inferius apertum.  
*s* Protuberantiæ musculorum inferioris mandibulæ.  
*t* Tympani cavitates cum membranis atque officulis.
- Fig. VIII.** Ossa temporalia.  
*uu* Cavitas tympani, longitudo, atque officulorum dire-  
 ctio ad fenestram ovalem.
- Fig. IX.** Officula tympani amplificata, & situ naturali dispo-  
 sita.  
*xx* Mallei.  
*yy* Columellæ.  
*zz* Membranz tympani.  
 && Ligamenta in mallei caput desinentia.





*aa* Musculi tensores seu interni .

*bb* Musculi externi .

*Fig. X.* In qua tympani ossicula conspiciuntur fenestram ovalem ingredientia .

*Vig. XI.* Sceleton capitis viperæ .

*cc* Ligula, seu clavicula .

*dd* Officulum tympani, seu columella .

*Fig. XII.* Caput viperæ in inferiori parte, ac per totam longitudinem sectum .

*ee* Tympani ossicula .

*Fig. XIII.* Officulum tympani e labyrintho eductum .

*Fig. XIV.* Cranium viperæ cum vertebra nonnullis .

*ff* Ossicula tympani labyrintho implantata .

*Fig. XI. 2.^a* Sceleton capitis Pæræ .

*cc* Ligula, seu clavicula .

*dd* Officulum tympani .

*Fig. XII. 2.^a* Caput Pæræ in inferiori parte per totam longitudinem apertum .

*ee* Tympani ossicula .

*Fig. XIII. 2.^a* Officulum tympani e labyrintho eductum .

*Fig. XIV. 2.^a* Cranium Pæræ cum vertebra nonnullis .

*ff* Ossicula tympani labyrintho implantata .

*Fig. XV.* Galli Pavonis, & Aquilæ ossicula .



## HIERONYMI SALADINI

Ad Eustachium Zanottum Instituti Astronomum

## EPISTOLA.

*De Cometarum Theoria.*

**C**ometa superioris anni a te, Eustachi præstantissime, summa, qua polles, doctrina & elegantia descriptus, consilium iniecit, ut celebratissimi Problematis solutionem aggrederer; determinandi scilicet Orbitam a Cometa designatam, ejusque respectu Eclipticæ positionem. Non equidem ignorabam, viros in mathematicis scientiis versatissimos, id incassum perquisisse, eoque tandem devenisse omnes, ut longa, & incerta tentamina, vel mechanica adhibuerint præsidia. Sed inutiles usque adhuc Mathematicorum conatus minime ab incepto deterrere homines, qui imposteorum essent futuri, arbitrabar; hæc siquidem si vigeat opinio, de Astronomia perficienda esset desperandum. Igitur sine hæsitatione opus aggressus Cometam non per Ellipsim, ut Newtoniana fert Theoria, sed per Parabolam, exemplo illustrium virorum fretus, circa Solem progredi assumpsi; sic algebraica supputatio laboris, & fastidii plena aliquantum fit levior; nec a vero sensibiliber aberramus; cum Ellipses Cometarum propter immensam, ut ita dicam, excentricitatem a parabolis sensibiliber non discrepent. Verum neque hoc, neque alio artificio unquam calculos supra quam credibile est longissimos, radicalibus implicatos, incognitisque permixtos vitare, aut ex tantis exire latebris contigit; quapropter experimento cognovi prudenter Geometras sapere, qui semitas Cometarum tentando inquirunt, exitumque quasi fortunæ committunt. Hæc cum animo volverem, succurrit quod in Academia Scientiarum ex te audivi, non modicum scilicet nec contemnendum commodum allaturam solutionem Problematis in hypothesi, qua duo elementa nota fiuntur, angulus, quem planum Parabolæ cum Eclipticæ pla-



no continet, & is, qui continetur linea nodorum, & recta determinatæ positionis in ipso plano Eclipticæ existente; si tamen in calculum nec longum, nec difficile incidamus. Id num sim adsequutus tuum est judicare, Vir doctissime, quoniam in Astronomica facultate haud es ulli secundus.

P R O B L E M A.

**S**It in  $S$  Sol; Tellus vero successive fit (*Fig. I.*) in tribus locis  $T, T', T''$ , ejusque a Sole distantia  $ST, ST', ST''$  cognitæ supponuntur; sicut & anguli  $TS T', T' ST''$  ab ipsis comprehensi. Rectæ  $TC, T' C', T'' C''$  Tellurem & Cometam in  $C$  existentem jungentes determinatam habent positionem, observationibus erutam, respectu ad planum Eclipticæ: ac tandem data supponimus tempora elapsa, dum Cometa processit ex  $C$  in  $C'$ , & ex  $C'$  in  $C''$ ; hisce positis Parabolam quaerimus, cujus focus sit in  $S$ , perimeter transeat per tres rectas  $TC, T' C', T'' C''$ , & ductis radiis vectoribus  $SC, SC', SC''$  sint areæ  $CSC' C' SC''$  temporibus prædictis proportionales.

Ut propositi Problematis solutionem adsequamur, quæ sequuntur Lemmata præmittere operæ pretium duximus.

L E M M A I.

**R**adiis  $SP, SQ$  Parabolæ  $PQ$  (*Fig. II.*) cujus focus  $S$ , & chorda  $PQ$  datis, fiat  $PQ$  ad differentiam radiorum, ut sinus totus ad quartam, cui, pro cosinu habitæ, reperiatür angulus respondens in tabulis, qui addatur angulo  $SPQ$  radio minori  $SP$  opposito; tum fiat sinus totus ad cosinum istius summæ, ut  $SQ$  ad quartam, quam voco  $g$ ; dico  $SQ + g$  æquare dimidium parametri Parabolæ propositæ.

*Demonstratio.*

Ex foco  $S$  ducatur  $SA$  transiens per verticem  $A$ , & producatür in  $M$ , ut sit  $AM = AS$ , & ex  $M$  erecta ad  $MS$  normali  $MN$ , ex Conicis constat  $MS$  æquare dimidium parametri, atque  $MN$  esse *directricem*, cui ex  $P, Q$  normales  $PG, QR$  adæquant radios respectivos  $SP, SQ$ ; hinc ducta  $PH$  parallela  $GR$ , erit  $QH$  differentia radiorum  $SP, SQ$ , & angulus  $PQH$  habet pro cosinu differentiam istam, posita chorda  $PQ$  pro sinu toto. Demittatur modo  $QY$  nor-

malis ad SA; erit sinus totus ad cosinum summæ angulorum PQR + SQP ut SQ: SY; est itaque SY recta g, cui addita YM = QR = SQ habetur SM = g + SQ; cujus duplum cum sit parameter, erit similiter dupla SY, & dupla SQ parameter. Q. erat D.

## SCHOLIION.

**M**anifestum est angulorum SPG, SQR differentiam æqualem esse angulo PSQ. Nam producta GP, donec occurrat SQ in X, erit angulus GPS æqualis angulo PXS, five angulo SQR + PSQ.

## LEMMA II.

**S**it  $4p$  parameter Parabolæ AQR, (Fig. III.) &  $y, z, u$  sint radii vectores SO, SQ, SR: dico areas OSQ, QSR esse, ut  $\frac{2p+z}{3} \sqrt{z-p} - (\frac{2p+y}{3} \sqrt{y-p} : \frac{2p+u}{3} \sqrt{u-p} - (\frac{2p+z}{3} \sqrt{z-p} - (\frac{2p+y}{3} \sqrt{y-p} :$

## Demonstratio.

Quoniam SO =  $y$ , ex Conicis erit SM =  $2p - y$ , & MA =  $y - p$ , MO =  $2 \times \sqrt{py - pp}$ . Ergo segmentum parabolicum AMO erit  $\frac{4}{3} y - p \times \sqrt{py - pp}$ ; triangulum vero MOS =  $\frac{SM \times MO}{2} = \frac{2p - y \times \sqrt{py - pp}}{2}$ ; quibus conjunctis exurgit sector ASO =  $(\frac{4y - 4p}{3} + 2p - y) \sqrt{py - pp} = \frac{2p + y}{3} \sqrt{py - pp}$ ; eodem modo reperiuntur areæ ASQ, ASR expressæ per  $\frac{2p+z}{3} \sqrt{pz - pp}$ ,  $\frac{2p+u}{3} \sqrt{pu - pp}$ . Ab area ASQ si subtrahatur ASO, exurgit OSQ =  $\frac{2p+z}{3} \sqrt{pz - pp} - \left[ \frac{2p+y}{3} \sqrt{py - pp} \right]$ . Similiter deducta QSA ex RSA oritur QSR =  $\frac{2p+u}{3} \sqrt{pu - pp} - \left[ \frac{2p+z}{3} \sqrt{pz - pp} \right]$ . Igitur areæ OSQ, QSR sunt inter se, ut  $\frac{2p+z}{3} \sqrt{pz - pp} - \left[ \frac{2p+y}{3} \sqrt{py - pp} : \frac{2p+u}{3} \sqrt{pu - pp} - \left[ \frac{2p+z}{3} \sqrt{pz - pp} - \left[ \frac{2p+y}{3} \sqrt{py - pp} \right] :$

$$\frac{2p+u}{3} \sqrt{pu-pp} - \left[ \frac{2p+z}{3} \sqrt{pz-pp}, \text{ seu ut} \right. \\ \left. \frac{2p+z}{3} \sqrt{z-p} - \left[ \frac{2p+y}{3} \sqrt{y-p} : \frac{2p+u}{3} \sqrt{u-p} - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{2p+z}{3} \sqrt{z-p}, \text{ quod erat demonstrandum.} \right. \right.$$

Si  $SO$  æquet  $2p$ ,  $SM$  evadit  $=0$ ; si superet,  $SM$  evadit negativa  $=y-2p$ , &  $AM' = y-p$ ; unde segmentum

$AM'O$  erit  $= \frac{2}{3} y-p \sqrt{4yp-4pp}$ ; triangulum vero

$M'SO$  erit  $= \frac{y-2p}{2} \sqrt{4yp-4pp}$ . Quapropter si ex segmento majori  $AM'O$  deducatur in hoc casu triangulum  $M'SO$

resultat sector  $ASO = \frac{y+2p}{3} \sqrt{yp-pp}$  ut supra. Itaque

formula sectorem  $ASO$  exprimens, cujuscumque magnitudinis sit radius  $SO$ , non variatur.

Ad obtinendum sectorem parabolicum  $OSQ$  subtrahimus ex majori  $ASQ$  minorem  $ASO$ ; sed hoc tantum valet in casu, quo ipsi existant in eadem parte respectu ad axem  $AS$ , si vero axis mediet inter utrumque, tunc facienda est eorum summa. Ex comparatione chordæ  $QO$ , cum  $QA$ , quæ per formulam  $\sqrt{p+y^2-4pp}$  exprimitur, cognoscimus si agatur de summa, vel de subtractione. Etenim si sit  $QO$  major  $QA$  in casu sumus summæ; si minor, subtractionis.

Hicse præmissis en praxis, qua Problema propositum expeditur, si cogniti supponantur anguli facti a distantia inter Tellurem, & Solem cum linea nodorum, & a plano Parabolæ cum plano Eclipticæ. Sit itaque Parabola (*Fig. I.*)  $NCN'$  quæ sita, in cujus foco  $S$  sit Sol,  $NN'$  sit linea nodorum, seu communis intersectio planorum Parabolæ, & Eclipticæ, cui ex  $C$  normalis sit  $CD$  in  $D$  existens in plano parabolæ; ex  $D$  ad  $NN'$  erigatur normalis  $DL$  in plano Eclipticæ, erit  $CDL$  angulus inclinationis planorum Parabolæ, & Eclipticæ; angulus vero  $TSN$  comprehenditur ab  $ST$ , distantia scilicet inter Tellurem & Solem, cum linea nodorum; istiusmodi vero anguli dati supponuntur, & per eos determinatam habemus positionem plani Parabolæ relate ad planum Eclipticæ; huic normalis sit  $CL$  occurrens rectæ  $DL$  in puncto  $L$ ; junganturque  $T, L$  per rectam  $TL$ .  
usque:

usque ad nodorum lineam productam, in O; tandem ducatur TD.

Quoniam positio rectæ TC respectu ad planum Eclipticæ data est, cogniti erunt anguli STL, CTL; in triangulo itaque SOT noti sunt anguli OTS complementum anguli STL, & OST adsumptus; hinc in triangulo rectangulo ODL cognitus erit angulus DOL, proindeque etiam DLO.

Præterea in triangulis rectangulis TLC, DLC cum dati sint anguli LTC, LDC adsumptus, cogniti itidem erunt TCL, DCL; hinc si CL accipiatur pro sinu toto, TL, DL erunt eorum tangentes; quapropter TL, DL proportionales sunt tangentibus angulorum TCL, DCL; cognita itaque erit illarum proportio. Hinc in triangulo TLD cognitis angulo TLD, & laterum proportione TL, DL, cognitus etiam erit angulus TDL, quo deducto a recto SDL habebimus angulum SDT. Ergo in triangulo SDT cum tria sint data, nempe latus ST, & anguli TSD, SDT, innotescunt latera SD, TD. In trigono etiam TLD quoniam noti sunt anguli TLD, TDL, & latus TD, habetur DL, & per consequens DC, quia in triangulo rectangulo CDL præter latus DL notus est angulus CDL. Ergo tandem in trigono SDC cognita erit hypotenusa, seu radius vector, SC, cum noti sint catheti SD, DC. Simili methodo deteguntur radii vectores C'S, C''S. Chordæ autem CC' C'' facile supputantur; etenim subducta SD' ab SD, quas habemus notas, innotescet D'D = CF, & ab C'D' subtracta CD exurget C'F; ergo in triangulo rectangulo C'FC nota erit hypotenusa C'C; eodem modo detegitur C''C'. Hisce positis fiat C'C ad differentiam radiorum vectorum C'S, CS, ita sinus totus ad quartam, qua pro cosinu habita, respondens angulus in tabulis reperitur, qui addatur angulo SCC'; eadem operentur relate ad radios vectores C''S, C'S; si dux modo reperiæ angulorum summæ minime differant per angulum C'SC; radii vectores SC, SC', SC'' haud pertinent ad eandem Parabolam. Opus igitur est ita corrigere angulos adsumptos TSN, CDL, ut talis differentia angulo C'SC evadat æqualis.

Fiat modo sinus totus ad cosinum unius ex supra indicatis angulorum summis, ut duplum correspondentis radii SC ad quartam, cui addatur duplum radii SC, erit hæc sum-

summa parameter Parabolæ, ut constat ex Lemmate primo.

Ponantur tandem in formulis experimentibus proportionem arearum  $CSC'$ ,  $C'SC''$ , quæ habentur Lemmate secundo, parameter, & tres radii vectores  $SC$ ,  $SC'$ ,  $SC''$  supra determinati, si qui exurgent numeri sint proportionales temporibus, quibus Cometa processit ex  $C$  in  $C'$ , & ex  $C'$  in  $C''$ , Parabola inventa revera est semita Cometæ; si fecus oportet denuo sagaciter corrigere angulos adsumptos, usque dum præfatam proportionem obtineamus.

Artificio possumus hypotheses inter limites satis proximos continere. Ex puncto  $S$  plani  $LSL'$  (*Fig. I.*) ducantur rectæ  $ST$ ,  $ST'$ ,  $ST''$  in plano ipso jacentes, atque eam inter se habentes proportionem, quam servant tres distantix Telluris a Sole, & quos istæ continent angulos facientes; ex punctis  $T$ ,  $T'$ ,  $T''$  eleventur supra planum tres virgæ congruæ longitudinis  $TC$ ,  $TC'$ ,  $TC''$ , quæ eandem positionem habeant relate ad planum  $LSL'$ , quam obrinent tres distantix Cometæ a Tellure respectu ad planum Eclipticæ. Sumatur aliud planum  $NCN'$ , quod traducatur per punctum  $S$ , & inclinetur pro lubitu ad planum  $LSL'$ , itemque pro lubitu determinatur angulus  $TSN$  factus a recta  $ST$  cum communi planorum sectione. Planum  $NCN'$  secabit tres virgæ  $TC$ ,  $TC'$ ,  $TC''$  in punctis,  $C$ ,  $C'$ ,  $C''$ ; instrumentorum ope dimetiendi sunt radii vectores,  $SC$ ,  $SC'$ ,  $SC''$ , & chordæ  $CC'$ ,  $C'C''$ , quibus per lemmata nostra determinatur parameter parabolæ, quæ si careat conditionibus necessariis, mutandæ sunt hypotheses, donec optatum finem consequamur.

Ut radii vectores  $CS$ ,  $C'S$ ,  $C''S$  ad eandem Parabolam pertineant, necesse est circulos centris  $C$ ,  $C'$ ,  $C''$  radiis  $CS$ ,  $C'S$ ,  $C''S$  descriptos in plano  $NCN'$  ab eadem recta tangi; quæ erit parabolæ directrix; id constat ex Conicis sectionibus. Nil facilius quam examinare, num rectæ  $CS$ ,  $C'S$ ,  $C''S$  hanc habeant conditionem, qua si careant, tentando facile quod quærimus obtinebimus. Normalis ex foco  $S$  supra directricem est semiparameter parabolæ. Ergo mensura rectarum  $CS$ ,  $C'S$ ,  $C''S$ , & parametri in promptu erit; eorum valoribus in formulis Lemmatis secundi suffectis eruitur arearum proportio, quæ si observationibus consentiat, res bene cessit, aliter nova instituenda sunt tentamina, donec voti compotes efficiamur.

Cognita Parabola, & ejus positione respectu ad planum Eclipticæ, cognitæ erunt etiam positiones rectarum  $CS$ ,  $C'S$ ,  $C''S$  respectu axis; ergo faciliori via poterunt supputari areæ. Sic (*Fig. III.*) ex  $O$  ducta normali supra axem  $ASM$ , atque instrumento capta dimensione rectarum  $AM$ ,  $MO$ ,  $MS$ , erit area  $ASO = \underline{2AM \cdot MO} + \underline{MO \cdot SM}$ ; eodem

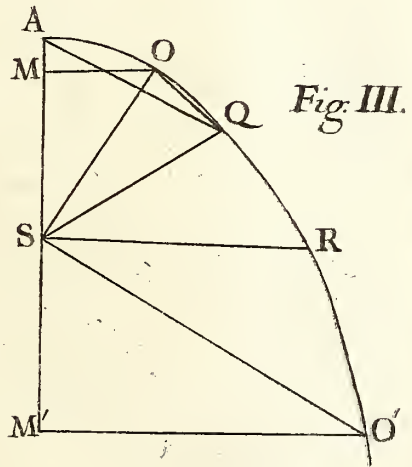
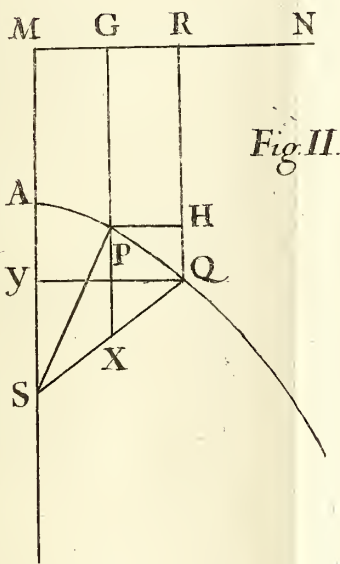
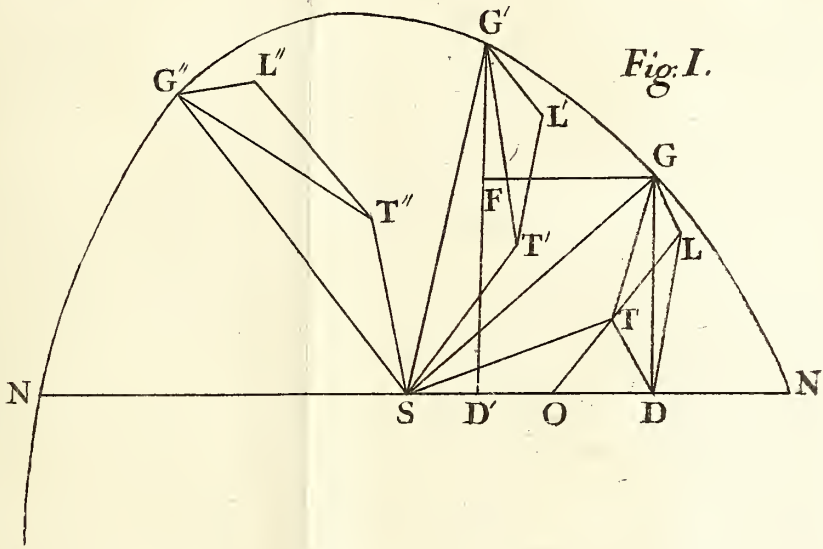
modo dimetiuntur areæ  $ASQ$ ,  $ASR$  &c., & sumptis earum differentiis, ut res postulat, habebimus numeros quæsitos areas experimentes. Hisce aliisque compendiosis viis, quæ sagaci & experto Astronomo facile occurrunt, calculorum molestiam possumus non parum imminuere.

Restat ut solvamus difficultatem, quæ ceteroquin adversus omnes methodos æque militat. Si per analysim exacte problema fuisset resolutum, quoniam non ad primum gradum, sed ad altiores adsurgit æquatio, plures forsan essent valores reales incognitæ, puta parametri Parabolæ, adeoque Problema plures solutiones reciperet, scilicet plures possent esse Parabolæ iisdem conditionibus satisfaciennes. At una tantum est & determinata Cometæ orbita: quænam igitur esset seligenda?

Huic difficultati Astronomi obviam eunt, quando non contenti tribus observationibus perquirunt, num quam iis tribus determinarunt semitam, aliis observationibus respondeat.

Desiderio te consulendi, Vir doctissime, abreptus epistolæ limites prætergredi videor. Hinc ne tua humanitate abutar, finem faciam, unum tantum exoptulans, ut scilicet corrigas, & respuas quæ aut a veritate, aut ab utilitate, saltem aliqua, aliena judicabis.









## CAJETANI MONTII

*De antiquo Bononiensi Aqueductu, eiusque exstruendi causa.*

**Q**ui fontanas aquas medicamentosis viribus insignes, thermales videlicet, acidulas, aliasque minerales vulgo appellatas, exquisita diligentia, ac multiplici experimentorum apparatu examinandas susceperint, plures cum alibi, tum apud nos, atque adeo ex Academicorum nostrorum numero, extiterunt. Nec vero defuere qui in aquarum etiam putealium, quibus non tam ad medicinam, quam ad potum, & ad reliquas vitæ opportunitates quotidie utimur, qualitatibus investigandis curam adhiberent, ut, si quæ aliis salubritate antecellerent, probabilibus argumentis posset dijudicari. Quid in hoc disquisitionis genere effecerint Viri olim ex nostro hoc cœtu longe præstantissimi, Laurentus, Beccarius, Galeatus, Menghinus, Gallus, Bassius, neminem vestrum latet, Sodales, & sunt eorum conatus, & inventa ad publicam utilitatem eruditissimis scriptis in vulgus editis consignata. Fluviales aquas, & eas, quæ per torrentes ac rivos labuntur, nescio an quisquam explorandas assumpserit; qui labor fortasse inutilis est visus, quod propter casuum aquis ejusmodi intervenientium miram varietatem, vix fieri possit, ut in eodem statu diu permaneant. Si enim, ut peritissimus hac nostra ætate Chemiæ artifex nos monet Baumeus, experientia comprobatum est, perraro accideret, ut accuratissime perpensa, ac per analysim resoluta medicamentosi cujusvis fontis aqua, temporis deinde spatio aliquo inrerjecto, si ad similem rursus explorationem revocetur, eadem principia iterum exhibeat, & non vel natura ipsa interdum, vel certe proportione variata; quod præter alias vicissitudines, quas in subterraneis meatibus per influxus aquarum diversi generis cogitare possumus, & quæ re ipsa haud raro accidunt, vel sola pluvialis aquæ modo uberior, modo par-

cior mistio notabiliter eas immutet, quanto id magis in fluviis evenire necesse est, qui per spatiosos terrarum tractus excurrentes, innumeris aucti diversissimæ originis torrentibus ac rivis, identidem per copiosos imbres, liquatasque nives mirum in modum intumescunt & exundant, alias vehementer attenuantur, ac propemodum deficiunt; nemo ut possit in tanta rerum, casu etiam, ut sit, admistarum varietate, certam constantemque in eorum aquis principiorum & qualitatum rationem se se inventurum merito confidere. Mirum igitur vobis arbitror visum iri, quod qui hæc omnia probe nossent, in duorum agri nostri fluviorum aquis perpendendis, atque inter se comparandis operam consumpserim. Sed nimirum ea tum causa ad hunc laborem suscipiendum impulsus, quæ & mihi alicujus momenti visa est, & quam me vobis existimo facile probaturum.

Extant in montibus nostris subterranei Aquæductus ingentis reliquæ, qui olim Romanis temporibus constructus, flumineas aquas decem & amplius milliarium cursu ad urbem deferebat. Haud longe a duorum amnium, Rheni, ac Septæ confluentibus situm erat caput & ostium hujus ductus, e regione ferme Sacræ Ædiculæ, intra rupem insculptæ & excavatæ, quam S. Mariæ de Saxo appellant: isque deinde secundum dextram Septæ prius, mox Rheni Septam excipientis ripam, aut non longe ab ea, ad milliaria aliquot producebatur, unde digressus, suffossis montibus & collibus non paucis, meatu occultiore urbi appropinquabat; in quam receptus publicis Balneis seu Thermis aquæ partem suppeditabat, partem aliam, fistularum plumbearum ope, quarum nunc etiam variis ex locis eruta spectantur fragmenta, per diversas regiones ipsius urbis dispergebat. Opus tam præclarum quinam moliti fuerint, quo tempore aqua illa in urbem sit arcessita, & an iidem Aquæductus, & Balnearum auctores censendi sint, erit paullo post inquirendi locus; nunc illud commemorasse satis fuerit, tanti impendii faciendi non aliam fuisse, nec vero esse potuisse causam, nisi ut puriori aqua, & salubriori, quam quæ vulgare puteorum esset, cives uterentur. Veteres enim perennium fontium ac fluviorum aquas ad potum maxime constat probasse, ab illis, quæ suis in alveis ac receptaculis immotæ consistunt, quales fere puteorum sunt, abhorruisse. *Quæritur inter Medicos, inquit Plinius, cujus*

generis aqua sint utilissima. Stagnantes pigrasque merito damnant, utiliores qua profluunt existimantes; cursu enim percursuque ipso extenuari atque proficere; eoque miror cisternarum a quibusdam maxime probari (a). Nec vero ab eo admodum dissensisse apparet Cornelium Celsum, præter quam quod pluvias aquas fontanis ac fluvialibus visus est anteposere. *Aqua levissima, inquit, pluvia est, deinde fontana, tum ex flumine, tum ex puteo: post hæc ex nive & glacie, gravior his ex lacu, gravissima ex paludibus* (b). Estet profecto aqua pluvia omnium purissima, si in regione eam nubium altissima colligi liceret. At enim in atmosphæram hanc inferiorem delapsa, urbanis præsertim in locis, ubi magna hominum, ac diversi generis animantium multitudo vitam degit, ubi innumeri exstant ardentes, fumumque emittentes foci, halitibus multis ac fordibus inquinetur necesse est; hinc vitia illius non pauca, quæ recenset Plinius, in primis, quod limi in ea plurimum insit, quod celerrime putrescat, quodque animalculis tædium facientibus abundet. Vitia hæc sane avertere, purioresque id generis aquas reddere student, qui in cisternas apte constructas per canaliculos & euripos eas deducunt; interposito scilicet sabulo, fragmentisque silicum, ac spongiis, quæ sordes retineant; sed non tanroperè proficiunt, ut sic defæcatæ laudem earum adæquent, quæ in montibus & collibus arenosis, per loca trajectæ purissimis silicibus repleta, perenni cursu fluunt, suavissimæ omnium, ac limpidissimæ.

De aquis sermonem hic non esse unusquisque intelligit, quæ a solo ipso, ac latebris subterraneis, quibus excipiuntur, sales diversi generis aliasque solubiles proluunt materies, quæ sulphureis ac metallicis imbuuntur particulis, quæ subtiliora etiam ac mobilia imbibunt corpuscula, per aerem libere volitantia, vel cum aereo elemento tam arcto nexu copulata, ut aeris ipsius speciem, & quasi naturam induisse videantur: aerem fixum nunc appellant. Ex quamvis ad varios profligandos morbos, magna sæpe cum utilitate adhiberi soleant, quemadmodum acidulæ ac thermæles multæ, & aliæ minerales dictæ, medicamentosis viribus insignes, ad communem tamen potum, ad rem coquinariam, & alios humanæ vitæ usus, minus idoneæ censentur. Sed nos de illa nunc

(a) Lib. XXXi. cap. 111.

(b) Lib. II. cap. xviii-

loquimur salubritate, quæ magis ad tuendam & conservandam, quam ad restituendam valetudinem refertur; quo quidem salubritatis genere ex cum primis excellunt, quæ ab extranea ejusmodi principiorum mistione omnium sunt maxime solutæ ac liberæ, quales sunt e purioribus, de quibus diximus, fontibus erumpentes, merito propterea cæteris omnium consensu antepositæ. Fluminæ secundum quasi locum post eas tenere antiquitus existimatæ sunt; nec tamen fluminum peræque omnium, quorum videlicet, cum ex ipsa scaturiginum, ex quibus profluunt, & augentur diversitate, tum aliis plurimis ex causis varietas magna existit. *Quædam hujus generis, inquit Plinius, aptissima, alia alibi. Parthorum Reges ex Choaspe, & Eulao tantum bibunt. Ea quamvis in longinqua comitantur; & horum placere potum, non quia sunt amnes apparet, quoniam nec e Tigri, nec Euphrate, nec e multis aliis bibunt* (a), hætenus ille.

Romani olim, cum per annos amplius quadringentos sola aqua ex puteis, ex Tiberi, ex paucis vicinis fontibus hausta contenti fuissent, de salubrioribus aliis in urbem adducendis cogitarunt, exstructis eum in finem mirandis Aquæductuum operibus, quorum plerique ex fontibus eas & lacubus longissime distantibus, duo etiam ex Anienis fluvii superiori alveo excipiebant. Eorum operum, quæ partim subterraneis cuniculis ac specubus constabant, partim supra terram edificatis arcubus sustinebantur, rationem omnem exposuit Julius Frontinus, qui Trajano imperante totius rei aquarum Romæ fuit Præfectus. Urbis principis exemplo, in municipiorum, & coloniarum validiorum oppida, per Aquæductus similiter constructos, aquæ salubritate præstantes trahebantur; id quod in urbe hac nostra factum fuisse is, quem supra memoravimus, antiquissimus docet Aquæductus. Cum autem in propinquis ac finitimis montibus non facile fontes reperirentur, qui satis largam aquarum laudabilium effunderent copiam, ex flumine eas aliquo derivare opus fuit.

Leander Albertus, & qui eum sequuti sunt Historici nostri plerique, non satis exploratis vetusti illius operis, quæ adhuc supersunt, reliquiis, conceptas ab eo fuisse Rheni aquas, & ad loca urbi propinqua deductas arbitrati sunt; quæ

res

---

(a) Plin. loco cit.

res sane admirationem aliquam movebat; propterea quod nemo non intelligeret, si vel maxime opportuna visa esset Rheni aquarum superiori e loco ad urbem derivatio, longe eam breviori cursu, minorique impendio obtineri potuisse. At enim rem se habuisse aliter, Leandrumque, ac cæteros scriptores in errorem lapsos novissime comperit Vir apprime doctus, rerumque plurimarum cognitione & usu insigniter peritus, Seraphinus Calindrius, qui agrum nostrum universum proximis annis diligentissime obivit, eumque per partes singulas eruditissimis voluminibus, quorum jam aliquot prodierunt, describere est ingressus. Inspecta scilicet, accurateque metata locorum positione, Aquæductus caput ad decempedas fere septuaginta, supra Rheni ac Septæ confluentes, in Septæ ipsius ripa collocatum invenit; ut non alias, nisi ejus amnis aquas, prius quam cum Rheno commiscerentur, excipere potuerit. Ex quo intelligi potest, quanti eas fecerint, quicumque ii demum fuerunt, qui ut earum beneficio urbs nostra frui posset, tam longe productum opus essent moliti. Sed duo erant, quæ ab illis videbam in delectu aquarum potuisse spectari; & ut potiores eas haberent, quæ minus ab imbribus turbari consuessent, & ut illas præoptarent, quæ suapte natura leviores purioresque salubritate præstare existimarentur. Eas, quæ sæpe & facile turbantur, minus fuisse recipiendas, res est plane manifesta. Quamvis enim ad fauces ejusmodi ductuum, qui aquas ex fluminibus hauriebant, perampla construi mos esset receptacula, *Piscinas limarias* appellat Frontinus, quorum ope nimirum, retardato, sive, ut ait ipse, respirante fluentis rivi cursu, aqua depuraretur, quodcumque tamen magnam ea limi copiam veheret, vix prohiberi potuisset, quin aliquantulum turbida aquæductus ostium intraret. An vero solam hanc ob causam aquam ad urbem adducendam e Septa potius derivari placuerit, quam ex Rheno, qui re vera, sive propter longiorem a suis fontibus decursum, sive propter solutiores multis in locis ripas, turbidior fere labi solet; an etiam propterea quod inter aquas eorum amnium, vel cum maxime limpidæ essent ac depuratæ, discrimen aliquod animadversum fuerit, res erat non satis perspecta, vifaque mihi idcirco non parum digna, in qua perscrutanda operæ aliquid ac studii ponerem; eas videlicet aquas non modo inter se conferendo, verum etiam cum putealibus,

qui

quibus quotidie utimur, & cum iis, quæ ad potum in affecta potissimum valetudine optimæ & commodissimæ habentur. Neque tamen subtiliori examine opus esse existimavi, quale ad medicamentosas aquas, tenuibus ac volatilibus principiis imbutas, adhibendum fuisset. Hic enim vix ulla elementorum ejusmodi suspicio, quorum si forte nonnulla fluviales aquæ e suis fontibus traxissent, quod in illis potissimum, quas Rhe-nus devehit, propter thermalium Porreëtanarum influxum, haud profus incredibile videbatur, longo tamen ea cursu & attritu evanescere ac dissipari oportuisset; sic certe minui, ut constans eorum ratio iniri nullo modo posset. Id vero, quod crudiores fere minusque ad potum salubres reddit puteorum nostrorum aquas, ut nihil de inquinamentis dicam, quibus ex cloacarum propinquitate nonnullæ earum inficiuntur, mistio est fere omnibus communis salum quorundam neutrorum, terream, ut Chemici loquuntur, habentium basim; in primis salis selenitici, qui ex vitriolico acido, ac terra calcaria coagmentatur. Satis igitur visum est inquirere, quænam ex recensitis aquis plus eorum salium contineant, sive etiam calcariæ terræ, quam vel sine ulla salium copula perfecte in aqua dissolutam manere posse, portione quantumvis minima, consentiunt plerique. In hunc finem lagenas aliquot Rheni pariter ac Septæ aqua repletas ad me afferri curavi, Septembris mensis initio anni MDCCCLXXXII, quum maxime, diuturnam, ac fere insolitam per siccitatem, amnis uterque anguste & exiliter, ac nullo modo turbidus fluebat. Nihilo tamen minus per dies aliquot quiescere eas aquas sivi, ut, si quid etiam tum limi tenuioris adhæresceret, paullatim subsideret. Limpidæ omnino erant ac perspicuæ, cum ad earum specificam gravitatem per hydrometrum explorandam accessi, quibus experimentis capiendis perhumaniter interfuit Collega noster præstantissimus, Physicarum rerum, quas in hoc Instituto summa cum laude proficitur, cognitione præclare instructus, Joseph Veratus. Comparationem instituire placuit cum aqua chemicis organis distillata, cumque Nucarina, & una vel altera ex putealibus, communi scilicet, & nobiliori illa suburbana Augustinianorum, Clarissimi Merghini observationibus atque experimentis jamdiu celebrata. Mersum est in singulis hydrometrum, quod ita erat constructum, ut in summo tubulo aut collo agglutinatum haberet vitream parvulam quasi lancem,

cem, quæ ponduscula pro re nata adjungenda sustinere posset. Notatus est locus diligenter, ad quem in aqua stillatitia, cui scilicet nihil terreni aut concreti admistum esset, descende-  
 debat. Accurate deinceps animadversum, quot in singulis aquis ad examen propositis orichalceas lamellulas, grani unius pondere, superaddere oportuerit, ut ad eandem altitudinem instrumentum deprimeretur. Ne minuta narratione vos detineam, Sodales, quæ observare contigit paucis accipite. Grano uno aut altero hydrometrum onerare necesse fuit in aqua Nucarina, ibi ut consisteret, ubi in stillatitia; totidem aut paullo amplius in Septana, ternis in Rhenana, in puteali suburbana quinis, in communi propemodum septenis. Cum igitur constet ex hydrostaticis volumen fluidi depulsi ab infidente corpore specificè leviori ex partemerso, æquare pondus totius corporis, cumque in experimentis nostris volumina cuiusque aquæ prorsus æqualia loco cessissent, quandoquidem ad eandem notam collo seu tubulo impressam confederat hydrometrum, consequens erat, differentiam ponderum inter paria illa aquarum volumina a numero granorum, quibus augeri, prout res ferebat, hydrometri pondus oportuit, dimittendam fuisse. Atqui pondus hydrometri, quo usi sumus, drachmarum quinque erat & granorum quinquaginta, aut quod idem est, granorum quadringentorum & decem; eadem igitur ratio statuenda fuit aquæ stillatitiæ ad Nucerinam, ac propemodum etiam ad Septanam, quæ numeri 410 ad 412, Septanæ ad Rhenanam quæ numeri 412 ad 414, Rhenanæ ad puteales, quæ numeri 414 ad numeros 415, & 417. Neque mirum tam exiguo momento constare discrimen ponderis inter hujusmodi aquas; quandoquidem vel ipse, ætatis illius, qua vixit, præstantissimus Physicus & Chemicus Robertus Boyleus in libro, qui Medicina hydrostatica inscribitur, memoriæ prodidit, exploratum sæpe a se fuisse pondus diversarum aquarum, quæ ex locis admodum distantibus sumptæ fuerant, compertamque differentiam omni expectatione minorem; etiam earum, quam quis notabilem fore credidisset, vix millesimam partem fuisse totius ponderis: nec magnum discrimen observatum inter fontanam, pluviam, ac nivalem; quin vectam ex ulteriore India fluvii Gangis aquam, de qua peregrinatorum nescio quæ narratio circumferebatur, quinta parte vulgaribus levio-  
 rem esse, prope ejusdem ponderis cum Anglicis commu-

nibus esse inventam (a). Neque tamen non iusta subest causa, ab effectibus earum ducta, cur tantillum leviores aquas paullo gravioribus & crudioribus, quotiescumque fieri possit, cum ad cæteros usus, tum maxime ad valetudinis rationes præstet antepone; de qua re dicemus postea: nunc ad reliqua pergendum experimenta, & ad ea in primis, quibus liquores varii aquis singulis sunt affusi. Orsi sumus ab alcalino fixo, quem Oleum Tartari vulgo appellant; is neque Septanæ aquæ, neque Rhenanæ, neque Nucerinæ perspicuitatem turbavit, quod quidem sensu percipi posset; turbavit vero ambarum putealium, quæ illico albescentes candidum paullo post sedimentum posuerunt; idque affluenter ea, quæ ex urbano, quam quæ ex Augustinianorum suburbano puteo hausta fuerat. Notum est, aquas selenitico seu gypseo sale inquinatas, ab immixtis alcalinis sic immutari & affici; quod cum ex vitriolico acido, ac terra calcaria arctissime simul copulatis constet sal seleniticus, tali soluto nexu, salem ipsum, ut aiunt, decomponi necesse sit. Vitriolicum scilicet acidum, ut alcali salino sibi magis congruenti adhæreat, calcariam terram, cui prius erat junctum, liberam dimittit; inde opacatur pelluciditas aquæ, & qui statim se prodit albidus existit color. Non dispar fuit eventus Spiritus Nitri Hydrargyro saturati, & singulis aquis affusi: neque enim vel in fluvialibus, vel in Nucarina quidquam observatum est, quo perspicuitas aquæ minueretur: obnubilatæ sunt nonnihil puteales, ea in primis, quam urbanus pureus suppeditavit, brevique flavescens materiæ in utraque apparuit subsidencia, quæ novum attulit salis selenitici in iis aquis latentis argumentum. Quamvis enim Nitri Spiritus purus a selenitico sale vitriolicum acidum non avellat, quemadmodum Chemicis peritissimi animadverterunt, avellit tamen si hydrargyrum aut argentum, aliudve metallum antea dissolverit: fit enim tum in ipsa concursione quædam reciproca compositorum ejusmodi resolutio, & nova coagmentatio; dum scilicet cum acido Nitri salem efficit neutrum ea, quæ in selenite prius erat terra calcaria, Vitriolicum acidum vicissim metallicam sibi adjungit materiem, quam brevi derelinquit, multa aquæ copia dilutum. Fuit igitur sedimen illud subflavum, quod in proposito experimento  
aqua-

---

(a) Medic. Hydrost. cap. xiv.



aquarum putealium fundum petiit, nihil aliud nisi hydrargyrum phlogisto suo spoliatum, & in calcem versum, ei similem, quam Turpethum Minerale Chemicum appellant. Idem fere eventurum arbitrabamur, Spiritu Nitri, in quo Argentum, Aceto stillatitio, in quo Plumbum dissolutum fuerat, aquis singulis admisto; at res paullo aliter cecidit; nam & fluviales ambæ, & Nucarina ipsa colore aliquo sunt infectæ; quin ad Rhenanæ fundum nonnihil metallicæ calcis secessit, parcius tamen, quam in putealibus; ex quo facile orta suspicio esset aquas illas puriores, minus quidem participes selenitici, sive alterius vitriolicum acidum continentis mediæ naturæ salis, non tamen expertes omnino esse habendas; nisi opportune monuisset Chemicus nostræ ætatis longe præstantissimus Macquerius, dissolutiones omnes metallorum, per quodcumque acidum factas, re ad veritatem strictius exacta, sola ad extremum & simplici aqua posse decomponi (a).

Solutionem quoque veneti Saponis per singulas aquas tentavimus, quæ in Nucarina ac Septana, perinde fere ac in pluvia, ex toto est facta; in Rhenana minutissimi apparuerunt natantes grumuli, iidemque multo majores ac distinctiores in putealibus: manifesto hic etiam selenitici salis prævalentis indicio; quod videlicet acidum vitriolicum in selenite latens fixum alcali saponis avidè arripiens, disjunctum ab eo oleum grumulorum forma coegerit secedere.

Extremum fuit opus, admotis ad lenem ignis calorem aquis, & in vaporem lente abeuntibus, quid inspissatæ ac solidæ materiæ superesset notare. Quæ observare contigit paucis expediam. Aquæ Nucarinæ libræ octonæ concrementi albidæ grana decem præbuerunt, totidem libræ aquæ Septanæ grana novem, Rhenanæ grana undecim, putealis suburbanæ Augustinianorum grana viginti, putealis urbanæ grana sexaginta. Ex his concrementis ablutionis ope eductus est, non æqua tamen in omnibus portione, sal quidam medius sive neuter, ad Glauberiani indolem proxime accedens; quod & crystallorum figura, & sapor, & proprietates aliæ demonstrarunt. Sedimen relictum est terreum, aut verius in putealibus cumprimis seleniticum, tale omnino, quod vel nullo modo amplius, vel maxima tantum aquæ copia adhibita, dissolvi posset.

T. VII.

T t

Ac

---

(a) Dictionn. de Chym. artic. Eaux Minerales.

Ac mihi quidem res animadversione digna est visa, quod puteales aquæ, non in nostra tantum hac urbe, sed & in aliis pluribus selenitico sale abundant, ac propterea crudiores fere haberi soleant; id quod de Parisiensibus suis laudatus antea affirmat Baumeus (a), & Romano etiam vigente Imperio, vel in ipsa principe urbe, vel in coloniis etiam ac municipiis, quibus aquam putei affatim præbere poterant, compertum fuisse, hæc ipsa, de quibus loquimur, Aquæductuum opera, tanto cum impendio comparata, abunde declarant. Cujus rei hæc mihi præter cæteras videtur afferri posse causa, quod cum puteorum stagnantium venas constituent, certe augeant, aquæ pluvix venas permeantes; urbes autem & oppida continentibus ædificiis consent, lateribus, calce, arena, gypso, cæmentoque vario coagmentatis, vix fieri possit, quin delapsi imbres super istiusmodi structurarum moles, aut gypsi, aut calcarix terræ particulas abradant, sibi que adjungant: ex calcarix autem terræ concursu cum acido vitriolico, quod nusquam fere in natura non habetur, sale fieri seleniticum, res est nostris temporibus exploratissima. Nec vero negligendum est, aut pro nihilo putandum vitium, quod aquis affert seleniticus seu gypseus sal, quantumcumque parvi momenti tantillum, quod ex ipsis elicitur, videri possit: nam & ad saponem resque alias rite diluendas, & ad legumina percoquenda, & ad densiorum quorundam corporum meatus penetrandos minus aptas eas reddit; hisque ipsis ex causis, quod ad potum, aliasque humani corporis opportunitates attingit, deteriores. Merito igitur prisca illa ætate, ut habitatorum commodis, & valetudini prospiceretur, fluvialis aquæ e superioribus locis in urbem nostram perducendæ consilium est initum; nec sine justa causa e Septa eam potius, quam ex Rheno derivari placuit; quandoquidem eo ex amne profluentem experimentis omnibus reapse leviorē, puriorē, selenitici salis minus participem esse cognovimus. Et quamvis subtilioris chemicæ explorationis ratio tota Veteres illos lateret, argumenta tamen non deerant a sapore, & aliis qualitatibus ducta, quibus ejus aquæ præstantia, & major præ aliis utilitas non obscuris indicis posset significari.

Sed quinam auctor existimandus tanti operis, aut quo  
illud

---

(a) Chym. experim. & raisonn. T. I. pag. 270.

illud tempore exstructum censerī debet? Vetus est opinio; eruditorum hominum proximi sæculi, in primis Caroli Malvafix, iudicio probata, Marium fuisse illum septies Consulem, bellica virtute, ac rerum gestarum gloria præstantem, neque minus fortunæ varietate clarum, qui Bononiensem coloniam beneficio tali auxerit & ornamento. Credibilis res visa est, propter antiquas locorum quorundam nomenclationes; nam & mons ille, cujus ad radices extat Aquæductus initium, nunc Mons Marianus appellatur, & vicus est hoc tempore intra urbem Balneum Marinum, ad eam partem, qua antiquissima mœnia ipse Aquæductus subibat; quibus tertium addere licet, quod adhuc latuit ejusdem rei testimonium, ex Diplomate sumptum, Henrici III. cognomento nigri Germaniæ Regis nomen præferente, antiquissima certe manu scripto, quod in insigni tabulario Canonorum principis Bononiensis Ecclesiæ servatum, Amplissimus nostræ Civitatis Senator Ludovicus Saviolus, in ea, quam accuratissime ac disertissime scripsit, communis patriæ Historia brevi vulgabit; in quo nimirum Diplomate leguntur hæc verba: *de Basilica autem S. Christophori que est posita extra murum civitatis Bononie a porta Mariana.* Constat vero S. Christophori ædem e regione fuisse Balnei Marini, intra religiosissimum domicilium sacrarum Virginum Corporis Christi postea receptam. Tot sunt in unum conspirantia indicia atque argumenta, quibus ea, quæ de Mario traduntur, verisimilia omnino videri possint. At vero Joannes Baptista Capponius, & qui eum docti Viri sequuti sunt, in aliam longe diversam abierunt sententiam. Cum enim haud procul ab eodem illo Balnei Marini vico antiqua inscriptio marmorī incisa olim fuerit effossa, quæ nunc etiam in patritiæ Albergatorum gentis atrio spectari potest, quæ inscriptio aperte docet, Balneas publicas ab Augusto Cæsare datas, a Nerone, post funestum videlicet incendium, quod Claudio imperante urbem nostram consumpserat (a) resectas in ea vicinia fuisse; ex eo satis liquere existimarunt, Aquæductus etiam auctorem non Marium, sed Augustum ipsum esse habendum; perinde ac si vel unica ex causa Balnearum, vel certe præcipua, tanto molimine aquam tam longe petitam e re civitatis fuerit adducere; quæ tamen res

T t 2

nulla

---

(a) Tac. Ann. lib. xii.

nulla probabili ratione nititur; utilitates enim longe multas, & quidem potiores, quam quæ ad Balneas pertinerent, spectasse eos video, qui id generis opera, vel Romæ, vel alibi contrui curaverunt. Inter cætera vitia, quæ in urbe Imperii fede rei aquariæ obrepserant, quo tempore officium illius Frontino est injunctum, hoc etiam numerat, quod præstantiores aquæ præter jus fasque in Balnearum usum fuerint derivatæ, *Marciam*, inquit, *ipsam splendore & rigore gratissimam, balneis, & fullonibus, & relatu quoque fædis ministeriis vidimus servientem* (a). Neque injuria id consequitur; quid enim ad lavationes, eluendarum fere e corporibus sordium causa comparatas, exquisito aquarum delectu opus erat? Balneis, quæ publice lavarent, id unice concessum idem ait Frontinus, ut aqua Principis munere semel data perpetuo maneret, cum in re privata, possessoribus aliis in aliorum locum succedentibus beneficium instaurari oporteret. Hic etiam Bononiæ ad alios usus a balneis diversos adhibitam fuisse aquam e Septa deductam fistulæ plumbæ declarant, multis locis erutz, & paucis abhinc annis intra ædes nobilis gentis Fabiæ detecti canales marmoris insculpti, qui pluribus sæculis bruti latuerant, una cum aliis vetusti ædificii reliquiis, quæ Lacum ibi fuisse aliquem, aut Salientem, aut Nymphæum, aut aliud simile opus non obscure significabant. Non igitur constructionem Aquæductus cum Balnearum exædificatione conjungere oportuit. Potuit enim Marius in usus varios aquam adducere, adductæ partem multis post annis Augustus in Balneas seu Thermas, quæ suæ munificentiæ ac liberalitatis essent, derivare.

At enim, dicit aliquis, quid rei cum Bononiensi colonia Mario esse potuit, aut qua opportunitate temporis credibile est de hoc eum beneficio ad nostræ urbis decus & commodum deferendo cogitasse? Sinite, Academici humanissimi, paullulum me etiam in argumento commorari, a loci hujus fortasse, ac studiorum, quæ hic celebrari solent, consuetudine alieno, ad patriæ nostræ antiquitates explicandas accommodato. Romæ, salubribus aquis ducendis ac tuendis, civium incolumitati prospicere munus proprium Censorum fuit, nisi si quando magistratibus aliis ea cura est demandata. Cen-

fo-

---

(a) Edit. Patav. 1722. artic. 91.

fores, inquit antiqua lex a Tullio producta, populi aruitates, soboles, familias, pecuniasque censento, urbis templa, vias, **AQUAS**, ararium tuentor (a). In coloniis quoque ac municipiis intra Italiam proprie dictam, quæ ad mare hadrianum Rubicone amne finiebatur, suam ad publica ejus generis opera auctoritatem Romanos Censores interposuisse ex Livio cognoscimus, res enarrante, a Postumio Albino, & Fulvio Flacco in censura gestas, annis ante quam Marius Consul fieret prope septuaginta. *Censores*, inquit, *Calatiam, & Oximi- muros faciendos locaverunt, et alter ex iis Fulvius Flaccus Jovis adem Pisauri, et Pollentiam etiam AQUAM ADDUCENDAM, et Pisauri viam siliçe sternendam; nam Postumius, nisi Senatus Romani Populique jussu, se locaturum eorum pecunia* (b). Provinciarum alia erat ratio, in quibus hæc omnia eorum nutu expediebantur, qui provincias ipsas cum imperio administra- bant: sic in Italia Flaminiam viam a Roma ad Ariminum munivit Flaminius Censor, Æmiliam multis post annis, ab Arimino ad Placentiam, is qui Galliam Cisalpinam cum exercitu tenebat, Consul Æmilius Lepidus. Non igitur a veri similitudine alienum, susceptam a Mario curam aquæ Bononiam adducendæ, quandocumque rationes probabiles non desint, cur existimari possit, eum aliquando Provinciæ huic nostræ, Galliæ Cisalpinæ præfuisse. Ac præfuisse utrique Galliæ haud dubie existimandus est toto illo quadriennio, quo per occasionem Cimbrici belli continuos quatuor, a secundo orsus, gessit consulatus; sed & in Gallia Transalpina tum plerumque versatus est, neque in tanto Italiæ metu ac discrimine Aquæductuum constructioni vacare potuit. Sequutus est annus, quo, deletis Cimbrorum copiis, actoque post finitum bellum triumpho, sextum consulatum obtinuit, sive ambitiosius quasitum, ut est a Livio ac Plutarcho scriptis traditum, sive, ut Vellejus maluit, datum ei velut meritorum præmium. Per id tempus nullas res magnopere a Romanis bello gestas memorant Historici; sed urbanos tantum motus, qui & initio illius anni, & sub finem gravissimi fuerunt; retentum tamen a Mario exercitum ex Cicerone cognoscimus. Locus est in Orat. one pro Sextio, ubi suum exilium cum Metelli Numidici comparans casu, quem Saturninus seditiosus Tribunus plebis,

Mario

(a) De Leg. lib. III. (b) Lib. XXXXI.

Mario tum sextum Consule adjuvante, per vim ex urbe expulerat, de Metello ipso loquens sic ait: *Erat ei res cum exercitu C. Marii invicta, habebat inimicum C. Marium servatorem patriæ, sextum jam illum consulatum gerentem; & rursus in Pisonem. Alia causa præstantissimi Viri Q. Metelli, qui C. illi Mario fortissimo Viro, et Consuli, et sextum Consuli, et ejus invictis legionibus, ne armis contenderet, cedendum esse duxit. Quod si exercitum tunc habuit Marius, provinciæ alicujus nomine, aut fortuito obtentæ, aut alia ratione sibi decretæ habuerit necesse est; vix autem de alia cogitare possumus, quam de propinqua urbi Gallia Cisalpina, in quam videlicet, silentibus gravioribus bellis, Consules illorum temporum, vel ambo, vel alter eorum, legiones ducere consueverunt; sive ne in otio essent, sive ut a Ligurum incurfionibus provinciam tutarentur; id quod de aliis pluribus accepimus, in primisque de L. Crasso nobili Oratore, qui Consul annis quinque post sextum Marii consulatum fuit. L. Licinius Crassus Consul (itidem Cicero) quosdam in citeriori Gallia, nullo illustri neque certo duce, neque eo nomine, neque numero præditos, ut digni essent, qui hostes Populi Romani dicerentur: quod tamen excursionibus et latrociniis infestam provinciam redderent, consecratus est, et confecit. Romam redit, et triumphum postulat (a). Facile igitur potuit in sexto consulatu provinciam hanc obtinens Marius, dum eam certo anni tempore, ut moris erat, conventuum agendorum causa obibat, Aquæductui, qui ex usu coloniarum amplæ & copiosæ futurus esset, exædificando suam auctoritatem præstare: quin etiam legionum suarum, quæ a bello otiosæ erant & vacuæ, manus fortasse impertiri, quo minori colonorum impendio opus perficeretur. Et quoniam Romæ usitatus fere erat mos, ut a quibus aquæ perductæ essent, ab iis nomen acciperent, quemadmodum a Censore Appio Claudio Aqua Appia, a Q. Martio cognomento Rege Aqua Martia, ab Imperatore Claudio Aqua Claudia, idem accidisse putaverim aquæ in urbem nostram, Mario auctore derivatæ, ut scilicet Aqua Maria nuncuparetur; ex quo proclive est intelligere, qui factum fuerit, ut Mons Marianus is postea appellari cœperit, cujus ad radices situm erat Aquæ Mariæ caput, Porta Mariana, ad eum*

lo-

---

(a) De invent. Lib. II.

locum pertinens, quo Aqua Maria urbem intrabat, Balneum Marinum, quod etsi ab Augusto Cæsare conditum, Aquæ tamen Mariæ beneficio & commodo utebatur. Quod quidem Balnei Marini nomen, sæculo XIII, cum antiquæ eruditionis nulli ostentatores essent, certissime usurpatum, totique ei solo commune, in quo nobile Asceterium sacrarum S. Agnetis Virginum eodem ipso sæculo exstructum est, si etymon hoc aspernamur, unde sit ductum, ne divinando quidem possumus conjicere.

Aquæductus reliquias singulari studio et cura exploravit, accurateque descripsit, is quem supra laudavimus doctissimus Calindrius; qui etiam spiramenta plura a conditoribus magno consilio certis intervallis relicta perdiligenter notavit. Emissaria nimirum a latere ipsius ductus, qua parte secundum Rheni cursum, montium quasi radicibus applicitus, producebatur; puteos autem desuper effossos, scalisque instructos eo tractu, quo subterranei specus instar montes perforabat. Erant hæc omnia eum in finem comparata, ut & quo tempore opus struebatur, reciprocatis aeris beneficio uti possent fossores, aliique opifices, & ut effossam terram commodius a vehi, lateresque & calcem, ac reliqua cæmenta importari liceret. Perfecto opere, aditus illi manebant, ad interiorum ductum expurgandum necessariis, & ad ipsius ductus substructionem, si qua parte vitium fecisset, instaurandam, ut pluries reapse instauratam fuisse post Marii & Augusti tempora, lateres declarant, ex diruta ejus parte evulsi, quos in supellectile hujus Instituti asservatos nobis ostendit Collega eruditione ac doctrina præstantissimus, Jacobus Blancanus, Hadriani, Antonini, ac Severi Imperatorum nomina ex typo habentes inscripta.

Neglecta postmodum per aliquot sæcula ejusmodi cura, quod per Barbarorum irruptiones in Italiam, ac Romani Imperii illius veteris occasum fieri necesse erat, consequens fuit ut obstructus alibi, alibi quassatus Aquæductus multis modis labefactaretur; quin partem illius non modicam, haud ita longe a capite, per duorum fere milliarium spatium, impetus fluminis subterlabentis prorsus abrumperet. Accidit tamen, ut jamdiu intercepto, sine ulla restitutionis spe, aquæ Septanæ cursu, in reliquum truncum montes permeantem e proximis scatebris, per dehiscens structuræ rimas aliquantulum aquæ

aquæ illaberetur, indeque per emissarium efflueret, quod, emerfo jam fere ex montibus ductu, in suburbano Vallis viridis clivo erat constitutum. Non contemnenda ea res visa est Majoribus nostris, postea quam in adverso colle S. Michaelis in nemore, quem *Remundatum* olim appellabant (a), non inopem nacti scaturiginem, de illius aqua in urbem arcescenda consilium inierunt. *Remunda* illa aqua, seu *Remundi fontis* est dicta, jam inde ab anno 1433, quo perducta esse fertur (b), in monumentis nostræ civitatis crebro memorata, cui pauca illa, quam veteris Romani Aquæductus residuum suppeditare poterat, quasi in supplementum est addita; nec satis liquet, utrum eo tempore, quo *Remunda* ipsa in urbem est recepta, an, quod verisimilius arbitror, longe postea; quum scilicet anno 1563, post vicissitudines multas atque instaurationes, nobilem ex ea præclareque ornatum Salientem, quem in foro spectamus, Thomæ Lauretti Panormitani ingenio & opera duci placuit. Tum certe in ipso Vallis viridis colle, & in viciniis aliæ venæ quæsitæ, quibus aquæ in urbem adducendæ modus adaugeretur: eodemque tempore conceptaculum ingens octogonum ad collis radices sub terra constitutum, quod aquas ex venis illis manantes colligeret, ac defæcatas in subjectum antiqui Aquæductus emissarium, ejusdem Lauretti consilio expurgatum, transfunderet; inde nimirum in commune castellum derivandas, aliisque adjungendas, quibus publici Salientis, quoad fieri posset, confunderetur perennitati. Ædificium hoc Vallis viridis adjacens ac substratum clivo *Balneum Marii* vulgo habetur nunc & appellatur; sed nulla probabili ratione: opus videlicet ducentis paulo amplius ab hinc annis vel conditum vel perfectum, quod neque Balnei usum unquam præstitit, neque præstare potuit: nimirum Piscina limaria artificiose constructa verius quam Balneum. Erroris causam præbuit veteris Romani Aquæductus propinquitas, cujus aquæ partem in publicas Balneas seu Thermas, non ita longe ab eo loco distantes, erogatam fuisse constabat. Liquido tamen affirmare possum, in opinionem tam absurdam vix quemquam ex nostris scriptoribus, ne illis quidem

---

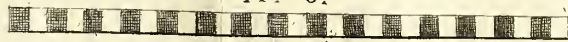
(a) Ex chartis multis Archivi Monast. S. Michaelis Olivetanorum ad ann. 1217, & 1218.

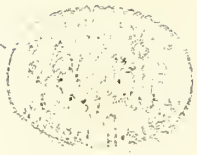
(b) Hist. Misc. Bonon. ad eum annum: apud Murat. Rer. Ital. Script. T. xviii.





M. 6.





dem exceptis, quorum cæteroque levior habetur auctoritas, delapsum esse: sed, uno fortasse dempto, omnes Aquæductus tantum illius vetustissimi reliquias, neque aliud præterea, quod nunc extet, sive ad Marii, sive ad Augusti tempora retulisse.

Qui autem nostra memoria vixit Pictor idem & Architectus egregius, Marcus Antonius Clarinus, cum publici Fontis sive Salientis fabricam, ornatam, structionesque reliquas ad eum pertinentes, quin venarum etiam, ex quibus aquæ ad ipsum fluunt, initia & capita accuratissime delineasset, quæ tabulæ æri incisæ, brevi adjuncta descriptione, tricesimo fere anno post ejus mortem sunt editæ, octogonum illud hypogeum, ex falsa imperitorum opinione *Balneum Marii* vulgo appellatum, ichnographia ejus, ac interiori orthographia proposita, nihil esse aliud nisi receptaculum, ad depurandas aquas constitutum, ac recens Thomæ Lauretti opus, satis aperte significavit.

### TABULÆ EXPLICATIO.

- A A A A Rhenus fluv.  
 B B B B Fossa Rheni partem ad urbem Bononiam ducens.  
 C C C Septa fluv. in Rhenum influens.  
 D D D D Sapina fluv.  
 E E E Idex fluv.  
 F F F Labinus fluv.  
 G G G G Aquæductus antiqui tractus.

GREGORII PHILIPPI MARIE CASALII BENTIVOLI  
PALEOTTI.

*De polygonoidum area.*

**S**I polygonum regulare  $ABCDE$  &c. (*Fig. I.*) in plano juxta lineam rectam  $AX$  ita rotetur, ut incidente in lineam hanc  $AX$  primum latere polygoni  $AB$  fiat revolutio circa angulum  $B$  donec incidat in lineam  $AX$  latus sequens  $BC$  translatum in  $B\Gamma$ , tum fiat revolutio circa angulum  $\Gamma$ , qui erat  $C$ , donec incidat in lineam  $AX$  latus tertium  $CD$  translatum in  $\Gamma\Delta$ , & ita porro; interim vero dum hic motus perficitur, angulus polygoni  $A$  sui vestigia relinquat in plano; nemo est, quin videat, redeunte tandem angulo  $A$  ad lineam  $AX$  in  $X$  descriptam fore in plano figuram linea recta  $AX$ , & circularibus arcibus aliis secundum alios positis terminatam, quorum quidem arcuum primus  $A$  a centrum habet punctum  $B$ , radius latus polygoni  $AB$ , alter a  $\alpha$  centrum habet punctum  $\Gamma$ , radius chordam polygoni  $AC = a\Gamma$ , tertius centrum habet punctum  $\Delta$ , radius alteram polygoni chordam  $AD = \alpha\Delta$ , & sic deinceps. Figuram hoc modo descriptam placuit polygonoidem appellare, quippe quæ a polygono sic prorsus gignitur, quemadmodum cyclois a circulo.

Jam vero superioribus annis theoremata demonstravi, quæ sequuntur. Si regularis figura, quæ polygonoidem generat, fuerit triangulum, atque ejus area littera  $T$  denotetur, littera vero  $C$  denotetur area circuli, cujus radius est trianguli latus, area polygonoidis est  $= T + \frac{2}{3}C$ .

Si regularis figura, quæ polygonoidem generat, fuerit quadrilaterum, ejusque area littera  $Q$  denotetur,  $C$  vero area circuli pro radio figuræ latus habentis, area polygonoidis est  $= Q + C$ .

Si denique regularis figura, quæ polygonoidem generat, fue-

fuerit hexagonum, cujus aream indicet littera  $H$ , aream vero circuli, cujus radius est ipsum hexagoni latus, littera  $C$ , polygonoidis area est  $= H + 2 C$ .

Harmonicam contemplatus sum trium numerorum  $\frac{2}{3}$ ,  $1$ ,  $2$  proportionalitatem, qui in tribus expositis formulis litteram  $C$  afficiunt. Quam quidem harmonicam proportionalitatem si prorrahere velimus hinc atque illinc, statim in numeros incidimus  $\frac{2}{4}$ , &  $\frac{2}{6}$ , quorum alter primum terminum  $\frac{2}{3}$  præcedit, alter tertium  $2$  subsequitur. Sed quantitas  $\frac{2}{4} C$  pertinere non potest nisi ad ejus polygonoidis aream, quam linea recta gignat circa alterum sui extremum in puncto lineæ  $AX$  constitutum revoluta. At linea recta nec aream habet ullam, nec in figuris numerari potest. Ex quo sequitur, proportionalitatem illam harmonicam  $\frac{2}{3}$ ,  $1$ ,  $2$  tres polygonoides a triangulo æquilatere, a quadrato, ab hexagono regulari genitas complectentem non posse infra terminum  $\frac{2}{3}$  ita produci, ut novas polygonoides complectatur. Revera nullum rectilineum lineis comprehendere potest paucioribus, quam tribus. Verum quantitas altera  $\frac{2}{6} C$ , quæ infinitos per  $C$  designatos circulos indicat, nos ad cycloidem ducit, cujus aream vere affirmare possumus æqualem esse figuræ, a qua generatur, auctæ infinito circulorum numero, quorum radius cujusque sit latus figuræ ejusdem; circulus enim cycloidem generans, si tamquam polygonum consideretur, latus habet infinite parvum. Videtur ergo harmonica illa, quam adnotavi, proportionalitas tres supra memoratas polygonoides cum cycloide conjungere, polygonoidibus cæteris omnibus prætermisissis inter hexagonoidem interjacentibus & cycloidem, quæ est polygonoidum omnium extrema, ut & extremum polygonorum regularium omnium est circulus.

Sed ut cætera, quæ alias demonstravi, persequar, meminertis, Sodales optimi, illud me etiam confecisse, nempe si per  $c$  circulus designetur figuræ regulari, quæ polygonoidem generat, circumscriptus, aream polygonoidis esse  $= T + 2c$ , ubi generans figura est triangulum æquilaterum; esse  $= Q + 2c$ , ubi figura generans est quadratum; esse  $= H + 2c$ , ubi generans figura est regulare hexagonum, denotantibus quidem  $T$ ,  $Q$ ,  $H$ , uti antea, trianguli, quadrati, hexagoni areas. Quæ sane proprietas rursus polygonoides has tres cum cycloide mirifice conjungit; est enim area etiam cy-

cloidis  $= c + 2e$ , quippe cum in cycloide circulus per  $c$  designatus a polygono ipso genitore non distinguatur.

Cum vero ad pentagonum me retuliffem, fingulari demonstratione vobis ostendi, polygonoidem ab ipso generatam eadem præditam esse proprietate; ut si pentagonum generans per  $P$ , circulus ei circumscriptus per  $c$  denotetur, fit polygonoidis area  $= P + 2c$ .

Quis est, qui hanc proprietatis in quatuor polygonoidibus perpetuitatem, & cum cycloide communionem videns non statim in suspicionem veniat, proprietatem eandem latissime patere, atque ad polygonoides omnes, cujuscumque naturæ fuerit regularis figura generans, æque pertinere? Sed tamen res, etsi maxima in probabilitate posita, erat mathematicorum more evolvenda, atque demonstrationis luce illustranda. Id ut assequerer, generalius in naturam polygonoidum inquirere, atque ea, quæ in omnes convenire debeant, persequi institui: neque vero tam mihi laborandum fuit, ut theorema extra omne dubium ponerem, quam ut demonstrationem concinnarem, quæ & simplicitate commendaretur, & elegantia. Eam, qualiscumque tandem fit, vobiscum hodie communicare constitui; & ne pluribus vos morer, statim ad rem venio.

Theorema, quod mihi ad demonstrandum propono, est hujusmodi. Si  $F$  aream regularis figuræ denotet, quæ polygonoidem generat,  $c$  vero aream circuli eidem figuræ circumscripti, dico aream polygonoidis esse  $= F + 2c$ .

Demonstrationem sic aggredior. Primum dubium non est, quin circulares arcus  $Aa$ ,  $a\alpha$  &c., quibus polygonoidis continetur, tot sint, quot sunt polygones genitoris anguli, uno dempto. Discedens enim polygonum a prima positione  $ABCDE$  &c. non ante eo pervenit, ut angulus  $A$  rursus in lineam  $AX$  incidat, quam circa singulos suos angulos  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ , &c. se se volverit; nec est angulus ullus, præter  $A$ , circa quem volvente se polygono punctum  $A$  non aliquem in plano designet circuli arcum.

Deinde clarum est, ductis radiis, qui cujusque arcus extrema puncta cum ejus centro jungant, polygonoidis aream in sectores circulares  $ABa$ ,  $aF\alpha$ , &c., atque in triangula  $aBF$ ,  $\alpha F\Delta$ , &c. illis sectoribus interjecta resolvi; ita quidem, ut tota polygonoidis area summæ illorum sectorum, atque horum triangulorum sit æqualis.

Jam

Jam vero ex ipsa polygonoidis genesi, quam ab initio adumbravi, nemo non videt, triangulum  $aB\Gamma$  nihil esse aliud, quam triangulum  $ABC$  alio translatum; similiterque triangulum  $\alpha\Gamma\Delta$  nihil aliud, quam triangulum  $ACD$  alio deductum; & ita porro: ut propterea nullum dubium superesse possit, quin triangulorum  $aB\Gamma$ ,  $\alpha\Gamma\Delta$ , &c. summa  $\alpha$ -qualis sit summæ triangulorum  $ABC$ ,  $ACD$ , &c., idest toti polygono genitori, cujus area est  $F$ .

Ad theorematis igitur demonstrationem absolvendam illud unum reliquum est, ut scilicet ostendam, summam sectorum  $ABa$ ,  $a\Gamma\alpha$ , &c. duplam esse circuli polygono genitorum  $ABCDE$  &c. circumscripti, cujus area est  $c$ .

Ad hoc autem ostendendum animadverto in primis, sectores hos omnes  $ABa$ ,  $a\Gamma\alpha$ , &c. esse inter se similes, quippe cum anguli singuli  $ABa$ ,  $a\Gamma\alpha$ , &c.  $\alpha$ -quales sint angulo polygones genitoris externo. Facile enim est intelligere, tantum esse oportere sectoris cujusque angulum, quantus est motus angularis polygones deinceps se se circa puncta  $B, \Gamma, \Delta$ , &c. revolventis; motum autem hunc angularem habere promensura angulos deinceps  $CBX$ ,  $D\Gamma X$ ,  $E\Delta X$ , &c., quorum unusquisque est angulus polygones externus.

Animadverto deinde, sectorem quemque  $ABa$ ,  $a\Gamma\alpha$ , &c. esse tantam sui integri circuli partem, quanta pars est quatuor rectorum angulus sectoris ipsius, seu angulus polygones externus. Quare si angulorum, seu laterum polygones numerus fuerit  $n$ , quoniam constat angulum figuræ regularis externum esse partem quatuor rectorum tantam, quantus est laterum numerus, idcirco sector circuli polygono circumscripti similis sectoribus  $ABa$ ,  $a\Gamma\alpha$ , &c. erit  $\frac{c}{n}$ ; denotamus enim per  $a$  hujus circuli aream.

His prænotatis, cum similes sectores sint inter se, ut radiorum quadrata, si radius circuli polygono genitorum circumscripti ponatur  $= r$ , & fiat  $r : \overline{AB}^2 :: \frac{c}{n} : \frac{c}{n} \cdot \overline{AB}^2$ , erit quidem  $\frac{c}{n} \cdot \overline{AB}^2$  valor sectoris  $ABa$ ; itemque si fiat  $r : \overline{a\Gamma}^2$ , seu  $r : \overline{AC}^2 :: \frac{c}{n} : \frac{c}{n} \cdot \overline{AC}^2$ , erit  $\frac{c}{n} \cdot \overline{AC}^2$  valor sectoris  $a\Gamma\alpha$ ; eademque ratione aliorum deinceps sectorum valores erunt  $\frac{c}{n} \cdot \overline{AD}^2$ ,  $\frac{c}{n} \cdot \overline{AE}^2$ , &c.

Ex quo apparet, summam sectorum omnium  $ABa$ ,

a  $\Gamma \alpha$ , &c. fore summam quadratorum chordarum  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ ,  $AE$ , &c. in quantitatem  $\frac{c}{n}$  ductam. Huc ergo res omnis contrahitur, ut scilicet demonstrarem, summam quadratorum harum chordarum, posito circuli, cujus sunt chordæ, radio = 1, esse =  $2n$ : sic enim confectum erit quod conficiendum restabat, nempe sectorum summam esse =  $\frac{c}{n} \times 2n$ , id est =  $2c$ . Id ut absolvam, sequens præmittam oportet

Lemma. Sit semiperipheria  $AMSL$  (*Fig II.*) in partes æquales quotvis divisa in punctis  $M$ ,  $B$ ,  $N$  .....  $S$ ,  $X$ ,  $T$ , quarum tamen numerus sit impar; atque a divisionum punctis sint ductæ ad diametrum  $AL$  normales  $Mo$ ,  $Bp$ ,  $Nq$  .....  $Sf$ ,  $Xg$ ,  $Th$ , quæ diametrum ipsam  $AL$  in totidem partes tribuent  $Ao$ ,  $op$ ,  $pq$  .....  $fg$ ,  $gh$ ,  $hL$ . Dico, has partes alternatim sumptas, atque in unam summam collectas radium æquare.

Quoniam partium numerus impar ponitur, clarum est, si alternarum partium initium sumatur a prima  $Ao$ , summam earum complecti ultimam  $hL$ ; sin autem initium sumatur a secunda  $op$ , summam complecti penultimam  $gh$ . Clarum etiam est, si normales  $Mo$ ,  $Bp$ ,  $Nq$  .....  $Sf$ ,  $Xg$ ,  $Th$  producantur, donec occurrant alteri semiperipheriæ  $Am$   $sL$  in punctis  $m$ ,  $b$ ,  $n$  .....  $s$ ,  $x$ ,  $t$ , hanc quoque semiperipheriam eodem prorsus modo divisam fore in his punctis, ac primam  $AMSL$  in punctis  $M$ ,  $B$ ,  $N$  .....  $S$ ,  $X$ ,  $T$ .

His positis jungatur extremum diametri  $A$  cum primo alterius semiperipheriæ divisionis puncto  $m$  recta  $Am$ ; tum primum divisionis punctum  $M$  semiperipheriæ primæ cum secundo  $b$  alterius recta  $Mb$ ; porro secundum  $B$  primæ cum tertio  $n$  secundæ recta  $Bn$ , & sic deinceps eodem ordine, donec ad ultimum punctum  $T$  deveniatur primæ semiperipheriæ, quod ordo ipse postulat, ut cum altero diametri extremo  $L$  jungatur recta  $TL$ . Evidens est, obliquas has lineas  $Am$ ,  $Mb$ ,  $Bn$  .....  $Sx$ ,  $Xt$ ,  $TL$ , diametro  $AL$  occurrentes in punctis  $A$ ,  $v$ ,  $e$  .....  $y$ ,  $z$ ,  $L$ , ita diametrum eandem dividere, ut partes  $Av$ ,  $ve$  ...  $yz$ ,  $zL$  inter duas quasque proximas obliquas interceptæ a normali, quæ inter duas easdem obliquas interjecta est, bifariam secentur. Et sane triangula  $Aom$ ,  $voM$  rectangula in  $o$  habentia angulos in  $m$ , &  $M$  ad peripheriam æquales, quippe qui ar-



cubus æqualibus  $AM$ ,  $bm$  insunt, & præterea latera homologa  $om$ ,  $oM$  æqualia, ita sunt æqualia, ut latera quoque  $oA$ ,  $ov$ , quæ homologa item sunt, habeant æqualia: quod idem & de triangulis  $vpb$ ,  $epB$  valet, & de binis quibuslibet aliis eodem modo comparatis. Quare ut summa integrarum partium  $Av$ ,  $ve$  . . . . .  $yz$ ,  $zL$  integram circuli diametrum exæquat, ita summa dimidiarum  $AO$ ,  $pe$ ,  $eq$  . . . . .  $fy$ ,  $yg$ ,  $hL$  debet femidiametrum, seu radium æquare. Facile autem apparet, summam harum dimidiarum  $AO$ ,  $pe$ ,  $eq$  . . . . .  $fy$ ,  $yg$ ,  $hL$  esse ipsam summam partium  $AO$ ,  $pq$  . . . . .  $fg$ ,  $hL$  alternatim sumptarum, quas in diametro  $AL$  normales abscindunt a punctis  $M$ ,  $B$ ,  $N$  . . . . .  $S$ ,  $X$ ,  $T$  ductæ. Ergo &c.

Nunc ad theorematis postremo loco propositi demonstrationem accedo. Sit  $ACL$  (*Fig. III. & IV.*) circulus polygono circumscriptus, atque in  $A$  incidat polygones angulus, qui sui vestigia in plano relinquens polygonoidem describit. Ducta per  $A$  diametro  $AL$ , sint  $B$ ,  $C$  . . . . .  $S$ ,  $T$  puncta unius semiperipheriæ, in quæ polygones ejusdem incidunt anguli deinceps cæteri. Ducantur etiam chordæ  $AB$ ,  $AC$  . . . . .  $AS$ ,  $AT$ . Si numerus laterum polygones par fuerit, angulus polygones unus incidet in diametri extremum  $L$  [*Fig. III.*], eritque diameter ipsa  $AL$  una ex chordis, arcus vero postremus  $TL$  erit æqualis cæteris  $AB$ ,  $BC$  . . . . .  $ST$ : quod si polygones numerus laterum fuerit impar, nec diameter  $AL$  [*Fig. IV.*] in chordarum numero reperietur, & erit postremus semiperipheriæ arcus  $TL$  dimidia pars cæterorum  $AB$ ,  $BC$  . . . . .  $ST$ . Quæ quidem omnia clara per se sunt. Clarum quoque est, quæ de semiperipheria  $ACL$  [*Fig. III. & IV.*] dicta sunt, eadem ad semiperipheriam alteram transferenda esse, quæ eodem prorsus modo a polygones angulis dividatur oportet, ac semiperipheria ipsa  $ACL$ .

His ita se habentibus ad centrum circuli  $Q$  [*Fig. III., & IV.*] ducantur a punctis  $B$ ,  $C$  . . . . .  $S$ ,  $T$  radii  $BQ$ ,  $CQ$  . . . . .  $SQ$ ,  $TQ$ ; ad diametrum vero  $AL$  ab iisdem punctis ducantur normales  $Bp$ ,  $Cr$  . . . . .  $Sf$ ,  $Th$ . Per prop. 12. lib. II. Eucl. erit  $AT^2 = AQ^2 + QT^2 + 2AQ \cdot Qh = 2 \cdot AQ^2 + 2AQ \cdot Qh$ , similiterque  $AS^2 = AQ^2 + QS^2 + 2 \cdot AQ \cdot Qf = 2 \cdot AQ^2 + 2AQ \cdot Qf$ ; idemque valebit in chordis omni-

mnibus, quæ arcus subtendunt quadrante majores. Chordas quod attinet, quæ subtendunt arcus quadrante minores, erit quidem per prop. 13. lib. II. Eucl.  $\overline{AC^2} = \overline{AQ^2} + \overline{QC^2} - 2 \overline{AQ} \cdot \overline{QR} = 2 \cdot \overline{AQ^2} - 2 \overline{AQ} \cdot \overline{QR}$ , &  $\overline{AB^2} = \overline{AQ^2} + \overline{QB^2} - 2 \overline{AQ} \cdot \overline{QP} = 2 \cdot \overline{AQ^2} - 2 \overline{AQ} \cdot \overline{QP}$ ; & similiter de cæteris, quæ ipsam AC præcedunt. Ex quo sequitur, si fuerit  $m$  numerus arcuum æqualium AB, BC.....ST, seu chordarum AB, AC.....AS, AT, summam quadratorum harum chordarum fore  $= 2m \cdot \overline{AQ^2} + 2 \overline{AQ} \cdot \overline{Qh} + \overline{Qf} \dots - \overline{QR} - \overline{QP}$ . Quare in computum vocatis etiam chordis, quæ ad semiperipheriam alteram pertinent, erit summa quadratorum chordarum in utroque semicirculo existentium  $= 4m \cdot \overline{AQ^2} + 4 \overline{AQ} \cdot \overline{Qh} + \overline{Qf} \dots - \overline{QR} - \overline{QP}$ .

Sit jam polygони genitoris laterum numerus  $n$  par, ut arcus postremus TL [Fi. III.] sit æqualis cæteris AB, BC, &c. Atque manifestum est nullum fore ex arcibus LT, LS, &c. a puncto L acceptis, cui non respondeat unus prorsus ei æqualis ex arcibus AB, AC, &c. acceptis a puncto A. Quare singulis abscissis Qh, Qf &c. acceptis a centro Q ad unam partem singulæ respondebunt abscissæ æquales Qp, Qr, &c. acceptæ ab eodem centro Q ad partem alteram. Quo apparet, summam  $\overline{Qh} + \overline{Qf} \dots - \overline{QR} - \overline{QP}$  nihilo æqualem fore. Quando igitur  $n$  est par, summa modo inventa quadratorum chordarum est  $4m \cdot \overline{AQ^2}$ . Sed in hac summa non continetur quadratum diametri AL, quæ, posito  $n$  pari, est una ex polygони chordis. Quadratum autem diametri AL est  $= 4 \cdot \overline{AQ^2}$ . Ergo posito  $n$  pari, est summa quadratorum chordarum omnium  $= 4m \cdot \overline{AQ^2} + 4 \cdot \overline{AQ^2}$ , idest  $= 4[m+1] \overline{AQ^2}$ . Sed ex hypothese est  $m$  numerus arcuum AB, BC.....ST, omisso postremo TL. Ergo numerus arcuum omnium unius semiperipheriæ est  $m+1$ . Sed clarum per se est, numerum horum arcuum eundem esse ac dimidium numeri laterum polygони. Ergo pro  $m+1$  ponendo  $\frac{n}{2}$  erit summa quadratorum chordarum omnium  $= \frac{4n}{2} \cdot \overline{AQ^2} = 2n \cdot \overline{AQ^2}$ . At ponimus  $AQ = 1$ . Ergo denique est summa quadratorum chordarum omnium  $= 2n$ . Ergo patet theore-  
matis

matis veritas, quando polygones est laterum numerus par.  
 Sit nunc polygones laterum numerus  $n$  impar, ideoque  
 fit postremus arcus TL [Fig. IV.] dimidia pars ceterorum  
 AB, BC.....ST. Ceteri hi arcus omnes intelligantur  
 bifariam divisi in M, N.....V, X; atque ab his etiam  
 punctis ductæ normales ad diametrum Mo, Nq.....VI,  
 Xg. Cum arcus omnes AM, MB, BN.....SX, XT,  
 TL, in quos tributa est semiperipheria ACL, sint inter  
 se æquales, & eorum numerus, quod clare patet, impar, e-  
 rit per lemma supra expositum summa partium alternarum op  
 + qr.....+ lf+ gh æqualis radio AQ. Sed perspicuum  
 est, æquari inter se Qo, Qh, tum Qp, Qg, tum Qq,  
 Qf, tum Qr, Ql, & ita porro. Ergo  $2 Qh = oh$ , &  $2 Qp = pg$ ,  
 &  $2 Qf = qf$ , &  $2 Qr = rl$ , & sic deinceps.  
 Quare summa quadratorum chordarum AB, AC.....AS,  
 AT, & earum, quæ his respondent in semiperipheria alte-  
 ra, quam summam vidimus esse  $= 4 m . \overline{AQ^2} + 4 A Q$ .  
 $\overline{Qh + Qf..... - Qr - Qp}$ , seu  $= 4 m . \overline{AQ^2} + 2 A Q$ .  
 $\overline{2 Qh + 2 Qf..... - 2 Qr - 2 Qp}$ , mutabitur in hanc  
 $4 m . \overline{AQ^2} + 2 A Q . oh + qf... - rl - pg$ ; neque ulla est  
 circuli polygono circumscripti chorda, cujus quadratum hac  
 summa non contineatur, ponimus enim nunc esse  $n$  nume-  
 rum imparem. Sed  $oh - pg = op + gh$ , &  $qf - rl =$   
 $qr + lf$ , & ita porro. Ergo summa quadratorum chordarum  
 omnium, quando polygones laterum numerus  $n$  est impar, fit  
 $4 m . \overline{AQ^2} + 2 A Q . op + qr..... + lf + gh$ , idest  
 $4 m . \overline{AQ^2} + 2 A Q . A Q$ , seu  $[4 m + 2] \overline{AQ^2}$ . At  $m$  est  
 numerus arcuum AB, BC.....ST unius semiperipheriæ, i-  
 deoque  $2 m$  numerus arcuum similium utriusque semiperiphe-  
 riæ, cui si addatur 1, nempe arcus, cujus dimidia pars LT  
 pertinet ad unam semiperipheriam, altera ad alteram, existet  
 $2 m + 1$  numerus arcuum omnium, quos in toto circulo subtendunt  
 polygones latera, cui quidem numero æqualis est numerus  
 laterum polygones. Ergo erit  $2 m + 1 = n$ , ideoque  $4 m + 2$   
 $= 2 n$ , ut propterea suffecto  $2 n$  pro  $4 m + 2$  fiat summa qua-  
 dratorum chordarum omnium  $= 2 n . \overline{AQ^2}$ , idest  $= 2 n$ , quan-  
 doquidem ponimus  $A Q = 1$ . Ergo patet theorematis veri-  
 tas, etiam quando numerus laterum polygones  $n$  est impar.

Cum igitur ante demonstraverim, aream polygonoidis in triangula, & in sectores circulares ita tribui, ut summa triangulorum æquet figuram  $F$ , quæ polygonoidem generat, summa vero sectorum æquet summam quadratorum chordarum circuli eidem figuræ circumscripti in quantitatem  $\frac{c}{n}$  ductam, denotante quidem  $c$  hujus ejusdem circuli aream, &  $n$  numerum laterum figuræ  $F$ ; quoniam modo ostendi, summam horum quadratorum numquam non esse  $2n$ , illud jam conficitur, quod in generali theoremate posueram, aream nempe polygonoidis esse  $= F + \frac{c}{n} \times 2n$ , idest  $= F + 2c$ .

Atque meam jam habetis, Sodales optimi, nobilissimi theorematis demonstrationem. A qua quidem vobiscum communicanda non me deterruit, quod in Parisiensis Academix Actis ad annum 1727 nuper a præclarissimo Mattheuccio nostro monitus, postquam mea hæc scripseram, legi theoremata omnes polygonoides complectentia a celeberrimo Maupertuisio elegantissime demonstrata. Neque enim maupertuisianæ polygonoides congruunt cum meis, quippe quæ non arcubus circularibus, uti meæ, terminantur, sed eorum chordis: demonstrationum vero maupertuisianarum ratio longe alia est ac mearum. Quare si quid est, quo hæc mea vobis commendentur; quod ut vehementer opto, sperare tamen non audeo; nihil certe iis per maupertuisiana detractum iri confido. Quod si fallor, non tam in me culpam conferatis velim, quam vel in Mattheucium ipsum, præceptorem meum amantissimum, vel in singulari mecum consuetudine conjunctos homines, de mathematicis disciplinis optime meritos, Saladinum, & Canterzanum; quorum omnium plurimum apud me valet auctoritas: hi siquidem mihi, ut hæc nihilo minus ad Academiam afferrem, animos addidere, vel potius auctores fuere.

Fig. 1.

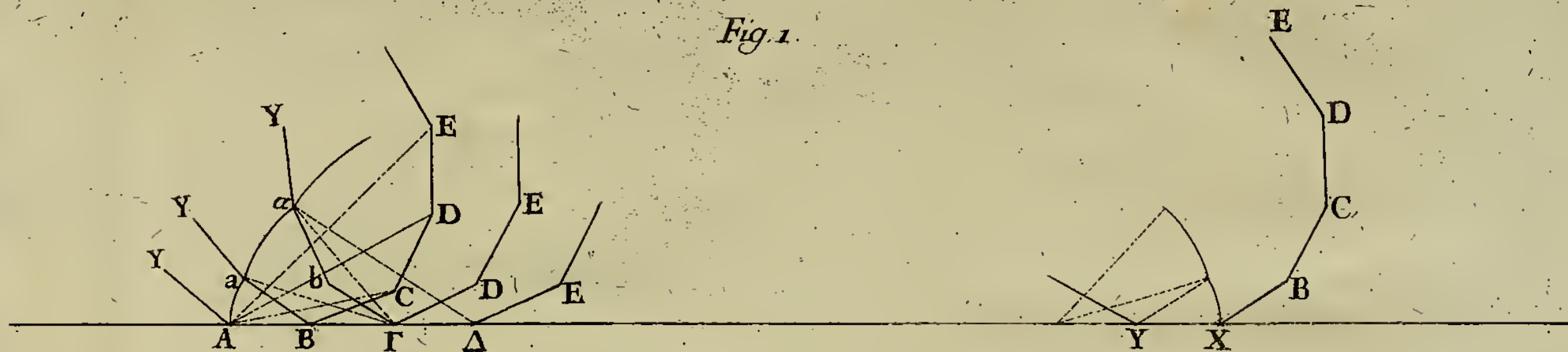


Fig. 2.

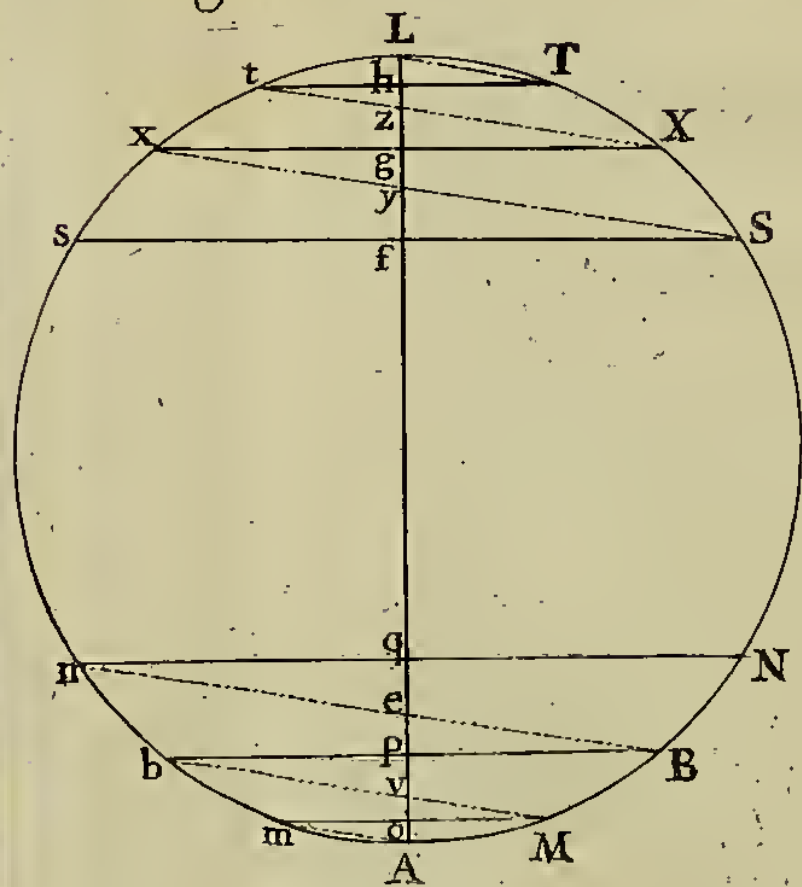


Fig. 3.

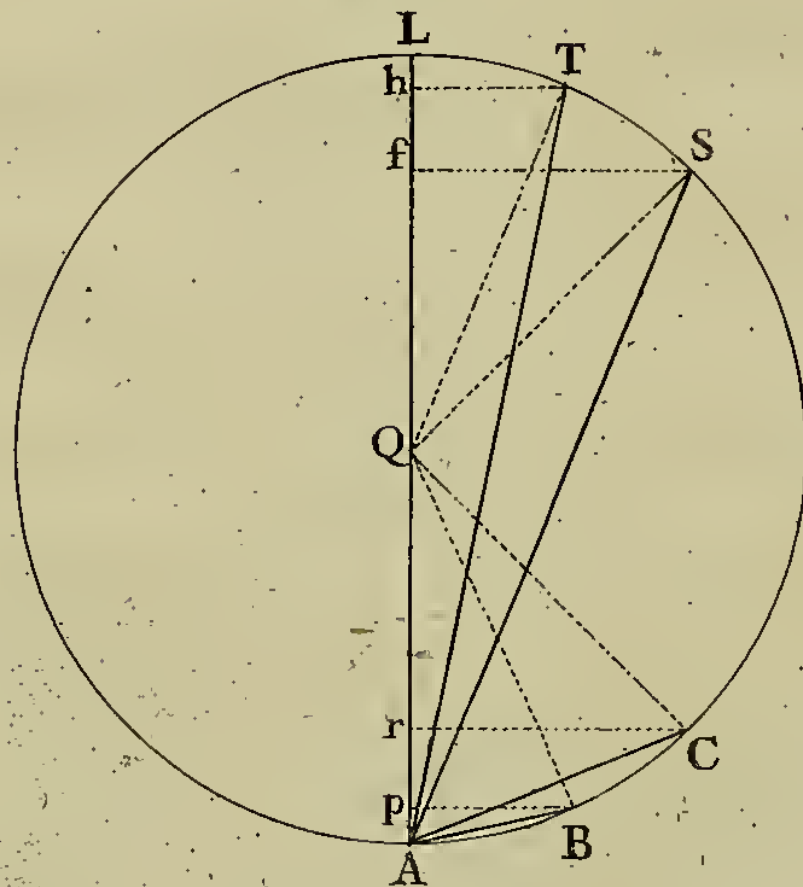
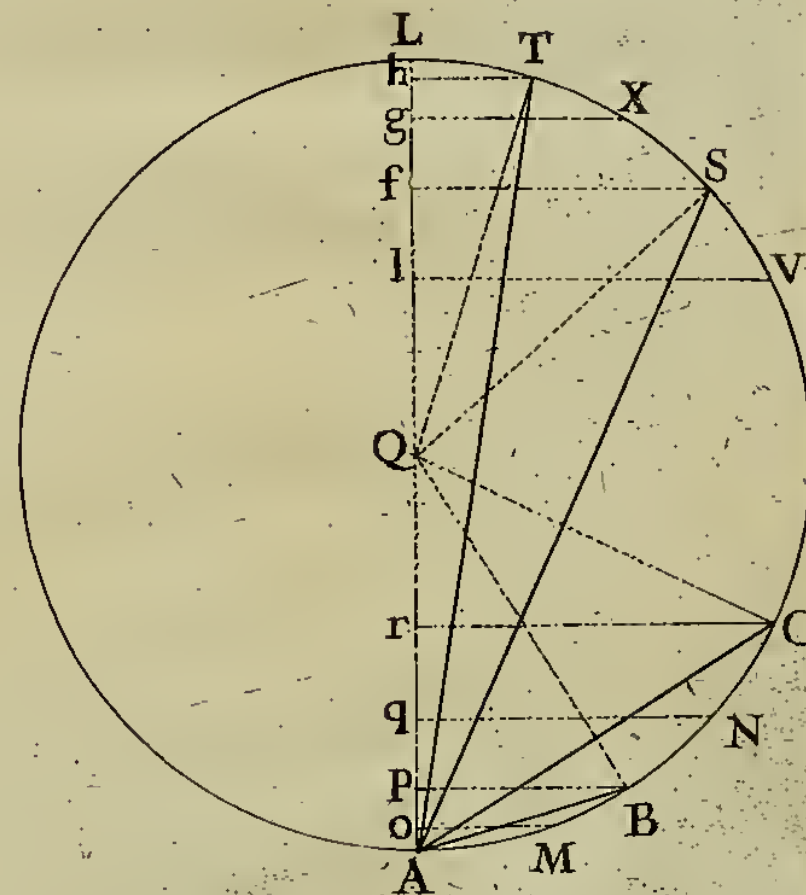


Fig. 4.





## FRANCISCI PETII

*Specimen Theoriæ æquationum hujus formæ*  $Ay + A_1 \frac{dy}{dx} + A_2 \frac{d^2y}{dx^2} + A_3 \frac{d^3y}{dx^3} + \dots + A(m-1) \frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}} + \dots + A(n) \frac{d^n y}{dx^n} = P$   
*sumpto elemento dx constante, & significantibus P, A₁, A₂, &c functiones quascumque ipsius x, & quantitatum constantium.*

**E**t si de hujusmodi æquationibus, quæ lineares vocantur, summi ætatis nostræ Viri in clarissimarum Academia-rum actis adeo feliciter egerint, ut eximia hæc calculi integralis pars, profusque philosophiæ naturalis progres-sui necessaria, non mediocriter elaborata videatur; tamen quod optandum maxime erat, ut quisquam ejusdem funda-menta, eaque firmissima atque universalia colligere, altiuf-que injicere inciperet, id assequi, quoad potero, mihi pro-positum est. Exordiar igitur ab istarum æquationum integra-tione, hocque facere ita conabor, ut nemo adhuc, nisi fal-lor, tam generaliter consecutus sit. Deinde a formulis ge-neralibus inventis problematum particularium solutionem e-liciam, & varios casus, qui vel sponte occurrunt, vel in hoc deducuntur, quique enucleandi videntur, non prætermittam; in diversis præterea methodis, quibus Geometriæ in hac tra-ctatione huc usque usi sunt, verlabor, & quidquid optimum erit diligenter inquiram. Hoc enim pacto sperandum est, theo-riam æquationum *linearium* ex principiis generalibus hauriri, earumque leges a priori demonstrari posse. Itaque opus hoc, qualecumque sit, quod in addicti animi obsequium ad cele-berrimam Scientiarum Instituti Academiam Bononiensem conscripsi, nonnullius fortasse utilitatis, neque ingratum Geo-metris fore confido.

1. Vocantur æquationes lineares ex, quæ in hac forma continentur  $Ay + A_1 \frac{dy}{dx} + A_2 \frac{d^2y}{dx^2} + \dots + A(m-1) \frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}} + \dots + A(n) \frac{d^n y}{dx^n} = P \dots$  (1) In qua 1^o variabilis *y* ad primam

dumtaxat dimensionem ascendit; 2°  $P, A, A_1, A_2$ , &c denotant functiones quascumque ipsius  $x$ , & quantitatum constantium; 3° nullum aliud differentiale variabile præter  $dy$ , nullæque aliæ differentialium dimensiones præter illius, quod constans assumitur, potestates deprehenduntur.

Deinceps videbimus quomodo æquationes lineares, quæ plures variables involvunt, ad formulam præcedentem revocari possint.

2. Theorema. *Integrale finitum atque completum cujuscunque æquationis linearis ordinis indefiniti  $n$ , est hujus formæ  $y X - X_1 = K$ ;  $X$  &  $X_1$  expriment functiones quascunque  $x$  & quantitatum constantium, attamen  $K$  est quantitas arbitraria constans.*

Nam differentiando hanc æquationem  $n$  vicibus, sumpto elemento  $dx$  constante, ac ponendo brevitatis gratia

$$dX = X^{(1)} dx$$

$$dX^{(1)} = X^{(2)} dx$$

$$dX^{(2)} = X^{(3)} dx$$

&c.

et

$$dX_1 = X_1^{(1)} dx$$

&c.

invenitur

$$\begin{aligned} X^{(n)} y + \frac{n}{1} X^{(n-1)} \frac{dy}{dx} + \frac{n(n-1)}{1.2} X^{(n-2)} \frac{d^2 y}{dx^2} + \dots + \\ \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+2)}{1.2.3\dots m-1} X^{(n-m+1)} \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \dots + X \frac{d^n y}{dx^n} \\ = X_1^{(n)} \dots \dots (2) \end{aligned}$$

Perspicuum est, coefficientes esse terminos binomii  $1+x$  ad potestatem  $n$  evecti, cujus terminus generalis indicis  $m$ , primo excepto, quippe qui est unitati equalis, est

$$\frac{n(n-1)\dots(n-m+2)}{1.2\dots m-1}$$

Mox ostendam quam ratione formula (2) comparare possit formulam (1)

3. Integrale completum ordinis *immediate* inferioris æquationis (2) ordinis  $n$ , est differentiale ordinis  $n-1$  æquationis fundamentalis  $y X - X_1 = K$ . Igitur ponendo in formula (2)

$n-1$



$n - 1$  loco  $n$ , atque addendo constantem arbitrariam, habebitur  $X^{(n-1)} y + \frac{n-1}{1} X^{(n-2)} \frac{dy}{dx} + \dots + \frac{(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}{1.2\dots m-1} X^{(n-m)} \frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}} + \dots + X \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = X I^{(n-1)} + \text{Const.} \dots (3)$

4. Nunc æquatio quæcumque *linearis* integranda proponatur. Si æquatio data per se integrabilis est, eam cum formula generali (2) comparando, statim integrale completum ordinis *immediate* inferioris ope formulæ (3) obtinebitur. Sed in hoc casu problema nullam difficultatem involvit. Verum si æquatio proposita per se integrabilis non esset, uti exempli gratia formulam generalem (1) fingere licet, tunc illa multiplicaretur juxta calculi integralis principia per factorem  $\delta$  ad id consequendum idoneum; posteaque comparatione cum formula (2) instituta, haberetur

$$A\delta = X^{(n)} \text{ Hinc ad ordinem } n \text{ reducendo erit } A\delta = X^{(n)}$$

$A_1 \delta = \frac{n}{1} X^{(n-1)}$	$\frac{d \cdot A_1 \delta}{dx} = \frac{n}{1} X^{(n)}$
$A_2 \delta = \frac{n(n-1)}{1.2} X^{(n-2)}$	$\frac{d^2 \cdot A_2 \delta}{dx^2} = \frac{n(n-1)}{1.2} X^{(n)}$
$A_3 \delta = \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} X^{(n-3)}$	$\frac{d^3 \cdot A_3 \delta}{dx^3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} X^{(n)}$
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
$A(n-2) \delta = \frac{n(n-1)}{1.2} X^{(2)}$	$\frac{d^{n-2} \cdot A(n-2) \delta}{dx^{n-2}} = \frac{n(n-1)}{1.2} X^{(n)}$
$A(n-1) \delta = \frac{n}{1} X^{(1)}$	$\frac{d^{n-1} \cdot A(n-1) \delta}{dx^{n-1}} = \frac{n}{1} X^{(n)}$
$A(n) \delta = X$	$\frac{d^n \cdot A(n) \delta}{dx^n} = X^{(n)}$

---


$$P \delta = X I^{(n)}$$

Atqui æquationes istæ, quæ evolutionem potestatis  $(1+1)^n$  per  $X^{(n)}$  multiplicatæ præbent, omnes eodem tempore veræ esse debent. Ergo loco binomii  $1+1$  istud  $1-1$  sumendo, ha-

habebitur  $X^{(n)} (1-1)^{(n)} = 0$ , seu  $X^{(n)} \left( 1 - \frac{n}{1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} - \dots \dots \dots \right. \\ \left. + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} + \frac{n}{1} + 1 \right) = 0$ , vel ponendo loco  $X^{(n)}$ ,  $\frac{n}{1} X^{(n)}$ , &c. valores supra inventos  $A \delta$ ,  $\frac{d \cdot A_1 \delta}{d x}$ , &c.  $A \delta - \frac{d \cdot A_1 \delta}{d x} + \frac{d^2 A_2 \delta}{d x^2} - \frac{d^3 A_3 \delta}{d x^3} + \dots \dots \dots + \frac{d^n \cdot A(n) \delta}{d x^n} = 0 \dots (4)$ . Signa in hac serie al-

ternant, & terminorum numerus est  $= n + 1$ . Atque hæc est conditionis æquatio, a qua valor  $\delta$  pendet; quapropter valorem hunc, nisi functionem convenientem solius variabilis  $x$ , & quantitatum constantium esse non posse, clare intelligitur.

Hoc enim pacto æquatio generalis (1) ad formulam generalem (2) reducitur; ex quo veritas Theorematis consequitur.

5. Ex iis, quæ clarissimi Viri Eulerus, & Condorcet de æquationibus conditionis tradiderunt, edocemur, si  $Z$  talem denotat functionem variabilium  $x, y, u$ , &c; &  $p = \frac{d y}{d x}$ ,  $q = \frac{d p}{d x}$ ,  $\dots \dots r = \frac{d s}{d x}$ ; &  $p' = \frac{d u}{d x}$ ,  $\dots \dots t' = \frac{d s'}{d x}$ , &c, ut  $Z d x$  sit functionis ordinis immediate inferioris differentiale, nimirum  $Z d x = d z$ ,  $z$  non involvente variables  $t, t'$ , &c; esse, sumpto elemento  $d x$  constante,

$$Z = \frac{d z}{d x} + \frac{d z}{d y} p + \frac{d z}{d p} p' + \dots \dots \dots + \frac{d z}{d s} r. \\ + \frac{d z}{d u} p' + \frac{d z}{d p'} p'' + \dots \dots \dots + \frac{d z}{d s'} t'. \\ \&c.$$

ita ut æquationes conditionis, quibus hic necessario locus esse debet, ad hoc ut differentiale  $Z$  verum sit, nanciscantur istæ

$$N - \frac{d P}{d x} + \frac{d^2 Q}{d x^2} - \frac{d^3 R}{d x^3} + \dots \dots \dots = 0 \\ N' - \frac{d P'}{d x} + \dots \dots \dots = 0$$

&c. totque habebuntur istiusmodi æquationes, quot variables, dempta una, in functione  $Z$  inerunt;

et

$$N = \frac{1}{dx} d. \frac{dz}{dy}$$

$$P = \frac{dz}{dy} + \frac{1}{dx} d. \frac{dz}{dp}$$

$$Q = \frac{dz}{dp} + \frac{1}{dx} d. \frac{dz}{dq}$$

&c.

et

$$N' = \frac{1}{dx} d. \frac{dz}{du}$$

$$P' = \frac{dz}{du} + \frac{1}{dx} d. \frac{dz}{dp}$$

&c.

At æquatio proposita (1) multiplicata per  $\delta$ , atque in formam convenientem conversa  $dz = Z dx = A \delta y dx + A_1 \delta p dx + A_2 \delta q dx + \dots + A(n) \delta t dx = P \delta dx$  duas tantum variables involvit: non dabitur ergo nisi unica conditionis æquatio. Igitur  $u, \dots \&c = 0; p, \dots \&c = 0$ . Quamobrem statim eruitur  $N = A \delta; P = A_1 \delta; Q = A_2 \delta; R = A_3 \delta; \&c$ . Ergo æquatio conditionis erit  $A \delta - \frac{d. A_1 \delta}{dx} + \frac{d^2. A_2 \delta}{dx^2} - \dots + \frac{d^n. A(n) \delta}{dx^n} = 0$ , quæ eadem est ac illa, quam supra nostra methodo adepti sumus.

6. Investigemus nunc integrale æquationis propositæ (1). Hanc ad formulam (3) reducere necesse est. Igitur valores  $X, (n-1) X^{(1)}, \frac{(n-1)(n-2)}{1.2} X^{(2)}, \&c$ . ope æquationum num. 4 sumantur, ut sequitur,  $(n-1) X^{(1)} = A(n-1) \delta - \frac{d. A(n) \delta}{dx}$ ,  $\frac{(n-1)(n-2)}{1.2} X^{(2)} = X^{(2)} \left( \frac{n(n-1)}{1.2} - (n-1) \right) = A(n-2) \delta - \frac{d. A(n-1) \delta}{dx} + \frac{d^2. A(n) \delta}{dx^2}$ ,  $\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3} X^{(3)} = X^{(3)} \left( \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} - \frac{n(n-1)}{1.2} + n-1 \right) = A(n-3) \delta - \frac{d. A(n-2) \delta}{dx} + \frac{d^2. A(n-1) \delta}{dx^2} - \frac{d^3. A(n) \delta}{dx^3}$ , &c.

His, quorum lex patet, valoribus substitutis in formula (3) habebitur integrale completum ordinis immediate inferioris æqua-

æquationis propositæ (1) sequens

$$A(n) \delta \frac{d^{n-1} y}{d x^{n-1}} + \left( A(n-1) \delta - \frac{d \cdot A(n) \delta}{d x} \right) \frac{d^{n-2} y}{d x^{n-2}} +$$

$$\left( A(n-2) \delta - \frac{d \cdot A(n-1) \delta}{d x} + \frac{d^2 \cdot A(n) \delta}{d x^2} \right) \frac{d^{n-3} y}{d x^{n-3}} + \dots +$$

$$\left( A_1 \delta - \frac{d \cdot A_2 \delta}{d x} + \frac{d^2 \cdot A_3 \delta}{d x^2} - \dots + \frac{d^{n-1} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-1}} \right) y = K + \int P \delta d x$$

... (5)

7. Tota ergo difficultas in eo posita est ut æquationi (4) satisfieri possit; quocirca tam grave argumentum infra diligentissime perpendemus, sed  $\delta$  invento, quænam erunt integralia successiva æquationis propositæ (1)? Hinc oritur quaestio latissime patens, maximique momenti, quæ huc usque a nemine, ut opinor, unquam excogitata fuit; quam sic propono.

*Determinare formam, atque valorem integralis completi ordinis cujuscumque n - m æquationis propositæ ordinis n; hincque integrale completum, atque finitum ejusdem æquationis.*

8. Solutio. Ponatur brevitatis gratia in æquatione (5)

Numerus terminorum est

$$A_1 \delta - \frac{d \cdot A_2 \delta}{d x} + \frac{d^2 \cdot A_3 \delta}{d x^2} - \dots + \frac{d^{n-1} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-1}} = A_1 \cdot 1 \dots \left. \vphantom{\frac{d^{n-1} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-1}}} \right\} = n$$

$$A_2 \delta - \frac{d \cdot A_3 \delta}{d x} + \dots + \frac{d^{n-2} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-2}} = A_2 \cdot 1 \dots \left. \vphantom{\frac{d^{n-2} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-2}}} \right\} = n - 1$$

$$A_3 \delta - \frac{d \cdot A_4 \delta}{d x} + \dots + \frac{d^{n-3} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-3}} = A_3 \cdot 1 \dots \left. \vphantom{\frac{d^{n-3} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-3}}} \right\} = n - 2$$

⋮

$$A(n-3) \delta - \frac{d \cdot A(n-2) \delta}{d x} + \frac{d^2 \cdot A(n-1) \delta}{d x^2} - \frac{d^3 \cdot A(n) \delta}{d x^3} = A(n-3) \cdot 1 \dots \left. \vphantom{\frac{d^3 \cdot A(n) \delta}{d x^3}} \right\} = 4$$

$$A(n-2) \delta - \frac{d \cdot A(n-1) \delta}{d x} + \frac{d^2 \cdot A(n) \delta}{d x^2} = A(n-2) \cdot 1 \dots \left. \vphantom{\frac{d^2 \cdot A(n) \delta}{d x^2}} \right\} = 3$$

$$A(n-1) \delta - \frac{d \cdot A(n) \delta}{d x} = A(n-1) \cdot 1 \dots \left. \vphantom{\frac{d \cdot A(n) \delta}{d x}} \right\} = 2$$

---


$$K + \int P \delta d x = P_1$$

9. Atqui ex calculi integralis doctrina discimus, nullum su-

sumi posse integrale alicujus æquationis differentialis propositæ, quin illa prius per factorem, qui eam integrabilem reddat, multiplicetur; ergo substitutis in æquatione præcedente (5) valoribus  $A_{1.1}$ ,  $A_{2.1}$ , &c ipsam per factorem  $\delta_1$

idoneum multiplico, ac habeo  $A_{1.1} \cdot \delta_1 y + A_{2.1} \cdot \delta_1 \frac{dy}{dx} + A_{3.1} \cdot \delta_1 \frac{d^2 y}{dx^2} + \dots + A(n) \delta \delta_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} = P_1 \delta_1$ . Atque ipsius  $\delta_1$  valorem dabit (N^o 4) æquatio  $A_{1.1} \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A_{2.1} \cdot \delta_1}{dx} + \dots + \frac{d^{n-1} \cdot A(n) \delta \delta_1}{dx^{n-1}} = 0$ .

Comparando nunc primam harum duarum æquationum cum formula (3), in qua  $n$  abit in  $n-1$ , obtinetur ejusdem integrale completum ordinis *immediate* inferioris, nimirum

$$A(n) \delta \delta_1 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \left( A(n-1) \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A(n) \delta \delta_1}{dx} \right) \frac{d^{n-3} y}{dx^{n-3}} + \dots + \left( A_{2.1} \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A_{3.1} \cdot \delta_1}{dx} + \dots + \frac{d^{n-2} A(n) \delta \delta_1}{dx^{n-2}} \right) y = K_1 + \int P_1 \delta_1 dx.$$

Fingo brevitatis gratia

$A_{2.1} \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A_{3.1} \cdot \delta_1}{dx} + \dots + \frac{d^{n-2} \cdot A(n) \delta \delta_1}{dx^{n-2}} = A_{2.2}$	} = n-1	} = n-2
$A_{3.1} \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A_{4.1} \cdot \delta_1}{dx} + \dots + \frac{d^{n-3} \cdot A(n) \delta \delta_1}{dx^{n-3}} = A_{3.2}$		
⋮		
$A(n-2) \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A(n-1) \cdot \delta_1}{dx} + \frac{d^2 \cdot A(n) \delta \delta_1}{dx^2} = A(n-2) \cdot 2$	} = 3	} = 2.
$A(n-1) \cdot \delta_1 - \frac{d \cdot A(n) \delta \delta_1}{dx} = A(n-1) \cdot 2$		

---


$$K_1 + \int P_1 \delta_1 dx = P_2$$

Substitutis valoribus hisce in æquatione præcedente, jam per novum factorem  $\delta_2$  multiplicata, ejusdemque integrali sumpto, invenitur

$$A(n) \delta \delta_1 \delta_2 \frac{d^{n-3} y}{dx^{n-3}} + \left( A(n-1) \cdot 2 \cdot \delta_2 - \frac{d \cdot A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{dx} \right) \frac{d^{n-4} y}{dx^{n-4}} + \dots + \left( A_{3.2} \cdot \delta_2 - \frac{d \cdot A_{4.2} \cdot \delta_2}{dx} + \dots + \frac{d^{n-3} \cdot A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{dx^{n-3}} \right) y = K_2 + \int P_2 \delta_2 dx$$

Atque valor  $\delta z$  per hanc æquationem  $A z . z . \delta z - \frac{d . A z . z . \delta z}{d x} + \dots + \frac{d^{n-2} . A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{d x^{n-2}} = 0$  definietur .

Itaque descendendo hoc pacto ab integrali 4^o ad integralia 5^m, 6^m, . . . .  $m^m$ , obtinebitur ope hujus notationis integrale  $m$  completum æquationis propositæ (1), quod erit idcirco æquatio differentialis ordinis  $n - m$ , nimirum

$$\begin{aligned} & A(n) \delta \dots \delta(m-1) \frac{d^{n-m} y}{d x^{n-m}} + \left( A(n-1)(m-1) \delta(m-1) - \right. \\ & \left. \frac{d . A(n) \delta \dots \delta(m-1)}{d x} \right) \frac{d^{n-m-1} y}{d x^{n-m-1}} + \left( A(n-2)(m-1) \delta(m-1) - \right. \\ & \left. \frac{d . A(n-1)(m-1) \delta(m-1)}{d x} + \frac{d^2 A(n) \delta \dots \delta(m-1)}{d x^2} \right) \frac{d^{n-m-2} y}{d x^{n-m-2}} + \\ & \dots + \left( A(m)(m-1) \delta(m-1) - \frac{d . A(m+1)(m-1) \delta(m-1)}{d x} + \right. \\ & \left. \frac{d^2 . A(m+2)(m-1) \delta(m-1)}{d x^2} + \dots + \frac{d^{n-m} . A(n) \delta \dots \delta(m-1)}{d x^{n-m}} \right) y \\ & = K(m-1) + \int P(m-1) \delta(m-1) d x \quad (6) \end{aligned}$$

in qua numerus terminorum primi membri est  $= n - m + 1$ ; terminusque generalis indicis  $m'$  erit =

$$\begin{aligned} & \left( A(n - (m' - 1))(m-1) \delta(m-1) - \frac{d . A(n - (m' - 2))(m-1) \delta(m-1)}{d x} + \right. \\ & \left. \frac{d^2 . A(n - (m' - 3))(m-1) \delta(m-1)}{d x^2} + \dots + \frac{d^{m'-1} . A(n) \delta \dots \delta(m-1)}{d x^{m'-1}} \right) \frac{d^{n-m-m'+1} y}{d x^{n-m-m'+1}}, \text{cujus coëfficiens tot con-} \\ & \text{stabit terminis, quot in } m' \text{ inerunt unitates. Et conditionis æ-} \\ & \text{quatio, in qua valorem factoris } \delta(m-1) \text{ exhibere licet, ita se} \\ & \text{habet } A(m-1)(m-1) \delta(m-1) - \frac{d . A(m)(m-1) \delta(m-1)}{d x} + \\ & \frac{d^2 . A(m+1)(m-1) \delta(m-1)}{d x^2} - \frac{d^3 . A(m+2)(m-1) \delta(m-1)}{d x^3} + \dots \\ & + \frac{d^{n-m+1} . A(n) \delta \dots \delta(m-1)}{d x^{n-m+1}} = 0 \quad (7), \text{cujus numerus ter-} \end{aligned}$$

minorum est  $= n - m + 2$ .

10. Nunc ad integrale finitum atque completum æquationis propositæ indefiniti ordinis  $n$ , æque ac æquationem conditionis, quam huic integrali respondere necesse est, consequendam, nihil aliud remanet, nisi ut in æquationibus generalibus (6)

(6) & (7) ponatur  $m=n$ ; ac primo quidem æquatio (6), cujus primum membrum terminorum numero  $n-m+1=1$  constat, dabit  $A(n) \delta \dots \delta(n-1) y = K(n-1) + \int P(n-1) \delta(n-1) dx$ .

Igitur  $y = \frac{1}{A(n) \delta \dots \delta(n-1)} (K(n-1) + \int P(n-1) \delta(n-1) dx)$ .

Sed æquatio (7), cujus terminorum numerus est  $=n-m+2=2$ ,

evadit  $A(n-1)(n-1)\delta(n-1) - \frac{d. A(n)(n-1) \delta(n-1)}{dx} = 0$ , ex

qua, differentiale secundi termini actu evolvendo, elicitur

$$\int \frac{A(n-1)(n-1) dx}{A(n)(n-1)}$$

sequens integrale  $\delta(n-1) = \frac{e}{A(n)(n-1)}$  (8)

denotante  $e$ , uti patet, basim logarithmorum naturalium.

Ergo factor idoneus ad æquationem primi ordinis linearem quamcumque duas variables involventem, integrabilem efficiendam semper datur per æquationem præcedentem (8).

Quamobrem in æquatione superiori pro  $\delta(n-1)$  valorem supra inventum substituendo, atque animadvertendo, vi receptæ notationis esse  $A(n)(n-1) = A(n) \delta \delta_1 \dots \delta(n-2)$ , habebitur

$$y = \frac{e}{A(n) \delta \dots \delta(n-2)} \left( K(n-1) + \int \frac{A(n-1)(n-1) dx}{A(n) \delta \dots \delta(n-2)} + \int \frac{P(n-1) dx}{A(n) \delta \dots \delta(n-2)} \right) \quad (9)$$

11. Sed ad hanc solutionem perficiendam necesse est, ut valor  $A(n-(m-1))(m-1)$  seu  $A(m)(m-1)$ , significante  $m$  numerum vel notationem quamcumque, in functionibus ipsarum  $A, A_1, A_2$ , &c statim exhiberi posset; videamus ergo quomodo id assequi liceat; in primis terminos serierum, quæ sequuntur, generales inquiri

$A_{1.1}, A_{2.1}, A_{3.1}, A_{4.1}, \&c$

$A_{2.2}, A_{3.2}, A_{4.2}, A_{5.2}, \&c$

$A_{3.3}, A_{4.3}, A_{5.3}, A_{6.3}, \&c$

&c

Invenio

$$A(m'')._1 = A(m'') \delta - \frac{d. A(m''+1) \delta}{d x} + \frac{d^2. A(m''+2) \delta}{d x^2} - \dots$$

$$\pm \frac{d^{n-m''}. A(n) \delta}{d x^{n-m''}}$$

$$A(m'')._2 = A(m'')._1. \delta_1 - \frac{d. A(m''+1). 1. \delta_1}{d x} + \dots$$

$$\pm \frac{A^{n-m''}. A(n) \delta \delta_1}{d x^{n-m''}}$$

$$A(m'')._3 = A(m'')._2. \delta_2 - \frac{d. A(m''+1). 2. \delta_2}{d x} + \dots$$

$$\pm \frac{d^{n-m''}. A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{d x^{n-m''}}$$

&c.

Et generaliter  $A(m'')(m-1) = A(m'')(m-2) \delta (m-2) -$   
 $\frac{d. A(m''+1)(m-2) \delta (m-2)}{d x} + \frac{d^2. A(m''+2)(m-2) \delta (m-2)}{d x^2} -$   
 $\dots \pm \frac{d^{n-m''}. A(n) \delta \dots \delta (m-2)}{d x^{n-m''}} \quad (10)$

Numeri  $m''$  &  $m$  possunt esse quicumque, dummodo tamen nunquam assumatur  $m-1 > m''$ .

Numerus terminorum hujusce seriei est  $= n - m'' + 1$ ; minimus  $n - m'' + 1$  valor est  $= 2$ ; ergo maximus  $m''$  erit  $m'' = n - 1$ . Fingo

$$S(m-3) = - \frac{d. A(m''+1)(m-2) \delta (m-2)}{d x} +$$

$$\frac{d^2. A(m''+2)(m-2) \delta (m-2)}{d x^2} - \dots \pm \frac{d^{n-m''}. A(n) \delta \delta (m-2)}{d x^{n-m''}}, \quad (11)$$

cujus numerus terminorum est  $= n - m''$ .

12. Ergo substituendo in hac formula  $m''+1, m''+2, \&c$  pro  $m''$ , numerus terminorum erit  $n - m'' - 1, n - m'' - 2, \&c$ .

13. Quapropter valor  $A(m'')(m-1)$  erit  $A(m'')(m-1) = A(m'')(m-2) \delta (m-2) + S(m-3)$ : ergo ponendo  $m = 3, 4, 5, \&c$ ; & in  $A(m'')._2, A(m'')._3, \&c$  substituendo valores  $A(m'')._1, A(m'')._2, \&c$ ; habebitur  $A(m'')(m-1) = A(m'') \delta \dots \delta (m-2) -$

$$\delta_1 \dots \delta (m-2) \frac{d. A(m''+1) \delta}{d x} + \delta_1 \dots \delta (m-2) \frac{d^2. A(m''+2) \delta}{d x^2} + \dots$$

$$\pm \delta_1 \dots \delta (m-2) \frac{d^{n-m''}. A(n) \delta}{d x^{n-m''}} + \delta_2 \dots \delta (m-2) S + \delta_3 \dots \delta (m-2) S_1$$

$$+ \delta_4 \dots \delta (m-2) S_2 + \dots + \delta (m-2) S(m-4) + S(m-3) \quad (12)$$



in qua terminorum numerus est =  $n + m - m'' - 1$ .

Sit

$$S^{[m-2]} = \frac{d^2 \cdot A(m''+2) (m-2) \delta (m-2)}{d x^2} + \dots + \frac{d^{n-m''} \cdot A(n) \delta \dots \delta (m-2)}{d x^{n-m''}} \quad (13)$$

ubi numerus terminorum est =  $n - m'' - 1$ .

Igitur

$$S^{(m-3)} = - \frac{d \cdot A(m''+1) (m-2) \delta (m-2)}{d x} + S^{[m-2]}$$

Ergo si in hac expressione pro  $A(m''+1) (m-2)$  ponitur ejus valor ex formula (12), in qua  $m''$  abit in  $m''+1$ , &  $m$  in  $m-1$ , excerptus; & si  $S^{m''+1}$ ,  $S_1^{m''+1}$ ,  $S_2^{m''+1}$ , &c denotant functiones  $S$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ , &c, in quibus  $m''$  abiit in  $m''+1$ , habebitur

$$S^{(m-3)} = - \frac{1}{d x} d \cdot (A(m''+1) \delta \dots \delta (m-2) - \delta_1 \dots \delta (m-2)) \frac{d \cdot A(m''+1) \delta}{d x} + \delta_1 \dots \delta (m-2) \frac{d^2 \cdot A(m''+2) \delta}{d x^2} - \dots \pm \delta_1 \dots \delta (m-2) \frac{d^{n-m''-1} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-m''-1}} + \delta_2 \dots \delta (m-2) S^{m''+1} + \delta_3 \dots \delta (m-2) S_1^{m''+1} + \delta_4 \dots \delta (m-2) S_2^{m''+1} + \dots + \delta (m-2) S^{(m-4)^{m''+1}} + S^{[m-2]} \quad (14)$$

ubi terminorum numerus est =  $m + n - m'' - 2$ .

Sit

$$S^{((m-2))} = - \frac{d^3 \cdot A(m''+3) (m-2) \delta (m-2)}{d x^3} + \dots \pm \frac{d^{n-m''} \cdot A(n) \delta \dots \delta (m-2)}{d x^{n-m''}} \quad (15)$$

ubi terminorum numerus est =  $n - m'' - 2$

Itaque

$$S^{[m-2]} = \frac{d^2 \cdot A(m''+2) (m-2) \delta (m-2)}{d x^2} + S^{((m-2))}$$

cujus seriei terminorum numerus est =  $n - m'' - 1$ .

Substituto in hac expressione pro  $A(m''+2) (m-2)$  ejusdem valore, qui in formula (12), ubi  $m''$  mutatur in  $m''+2$ , &  $m$  in  $m-1$ , continetur; & denotantibus  $S^{m''+2}$ ,  $S_1^{m''+2}$ , &c. functiones  $S$ ,  $S_1$ , &c, in quibus  $m''$  in  $m''+2$  abiit; habebitur

$$S^{[m-2]} = \frac{1}{d x^2} d^2 \cdot (A(m''+2) \delta \dots \delta (m-2) - \delta_1 \dots \delta (m-2)) \frac{d \cdot A(m''+1) \delta}{d x} + \delta \dots \delta (m-1) \frac{d^2 \cdot A(m''+4) \delta}{d x^2} - \dots \pm \delta_1 \dots \delta (m-2) \frac{d^{n-m''-2} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-m''-2}} +$$

+

$$+ \delta 2 \dots \delta (m-2) S^{2+m''} + \delta 3 \dots \delta (m-2) S_1^{2+m''} + \delta 4 \dots \delta (m-2) S_2^{2+m''} + \dots + \delta (m-2) S^{(m-4)^{2+m''}} + S^{(m-2)} \quad (16)$$

ubi numerus terminorum est =  $n + m - m'' - 3$ .

Hoc enim pacto seriebus  $S^{(1)}$ ,  $S^{(2)}$ , ...,  $S^{(m-1)}$  continue exhaustis, factoque brevitatis gratia

$$S^{(1)} = \frac{d^4 \cdot A(m''+4) \cdot 1 \cdot \delta 1}{d x^4} \dots \pm \frac{d^{n-m''} \cdot A(n) \delta \delta 1}{d x^{n-m''}}$$

$$S^{(2)} = \&c.$$

&c

habebitur

$$S^{(1)} = - \frac{d^3 \cdot A(m''+3) \cdot 1 \cdot \delta 1}{d x^3} + S^{(1)}$$

$$S^{(2)} = - \&c$$

&c

Et generaliter

$$S^{(m-2)} = - \frac{1}{d x^3} d^3 \cdot \left( A(m''+3) \delta \dots \delta (m-2) - \delta 1 \dots \delta (m-2) \frac{d \cdot A(m''+4) \delta}{d x} + \delta 1 \dots \delta (m-2) \frac{d^2 \cdot A(m''+5) \delta}{d x^2} \dots \pm \delta 1 \dots \delta (m-2) \frac{d^{n-m''-3} \cdot A(n) \delta}{d x^{n-m''-3}} + \delta 2 \dots \delta (m-2) S^{3+m''} + \right.$$

$$\left. \delta 3 \dots \delta (m-2) S_1^{3+m''} + \dots + \delta (m-2) S^{(m-4)^{3+m''}} \right) + S^{(m-2)} \quad (17)$$

ubi terminorum numerus est =  $n + m - m'' - 4$ .

14. Formula generalis (12) complectitur terminorum seriem in functionibus coefficientium datorum  $A(m''+1)$ ,  $A(m''+2)$ , &c æquationis propositæ (1) actu expressam; atque series, quas per  $S$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ , &c. in illa representavimus, formula generalis (14) exhibet, quæ eodem modo terminorum seriem cognitorum comprehendit; deinde expressio  $S^{(m-2)}$ , quam illa involvit, etiam per formulam (12) datur, quæ similiter ac præcedentes comparata est: tandem functio  $S^{(m-2)}$  in hac ultima contenta per formulam (14) habetur: assumptis ergo tot hujusmodi seriebus, quot necesse est, quarum lex patet, quarumve forma jam in promptu est, in valoris formulæ generalissimæ (12) actu evolutæ cognitionem pervenietur.

15. Igitur per formulam (12) habebuntur omnes termini primi membri æquationis integralis (6) ordinis  $n-m$  propositæ formulæ (1), æque ac termini æquationis conditionis (7).

16. Sed ad hoc ut valor hujusce seriei facile obtineatur, danda in primis est opera, ut pro quocunque valore dato  $m''$ , numerus  $n-m''$  terminorum expressionis (11) seriei  $S(m-3)$ , statim cognoscatur; & quoniam numerus terminorum serierum  $S^{(m-2)}$ ,  $S^{((m-2))}$ , &c est successive  $n-m''-1$ ,  $n-m''-2$ , &c, inveniatur postrema series, quæ unico termino constabit; eruntque ceteræ series nullæ, vel  $=0$ : detecto eodem modo terminorum numero  $n-m''-1$  serierum  $S^{1+m''}$ ,  $S_1^{1+m''}$ , &c. habebitur valor generalis  $S(m-3)$  formulæ (14), æque ac ille serierum  $S^{(m-2)}$ ,  $S^{((m-2))}$ , &c. quarum numerus est  $=n-m''$ .

17. Sed ut clare de harum formularum utilitate sentiantur, operæ pretium erit, eas perspicuis exemplis breviter illustrare.

Ac primo quidem queratur primus terminus coefficientis secundi termini integralis generalis (6).

Oportet ergo valorem  $A(n-1)(m-1)$  exhibere; habebitur  $m''=n-1$  qui maximus est ipsius  $m''$  valor (Nº 12): hoc in formula (12) substituto, erit

$$A(n-1)(m-1) = A(n-1)\delta \cdot \delta(m-2) - \delta_1 \cdot \delta(m-2) \frac{d.A(n)\delta}{dx} + \delta_2 \cdot \delta(m-2)S + \delta_3 \cdot \delta(m-2)S_1 + \dots + \delta(m-2)S(m-4) + S(m-3).$$

Sed numerus terminorum formulæ (11) est  $n-m''=n-(n-1)=1$ ; ergo (Nº 12 & 13)  $S^{1+m''}$ ,  $S_1^{1+m''}$ , &c  $=0$ ; &  $S^{(1)}$ ,  $S^{(2)}$ , &c  $=0$ ; igitur  $S^{(1)}=0=S^{(2)}=\dots$

Itaque substitutis loco  $m$  in formula (14) valoribus 3, 4, 5, . . . .  $m$ , habebitur, evanescentibus postremis  $m-2$  terminis

$$S = - \frac{d.A(n)\delta\delta_1}{dx}$$

$$S_1 = - \frac{d.A(n)\delta\delta_1\delta_2}{dx}$$

$$S_2 = - \frac{d.A(n)\delta\delta_1\delta_2\delta_3}{dx}$$

&c

$$S(m-4)$$

$$S(m-4) = - \frac{d \cdot A(n) \delta \dots \delta(m-3)}{d x}$$

$$S(m-3) = - \frac{d \cdot A(n) \delta \dots \delta(m-2)}{d x}$$

Ergo

$$A(n-1)(m-1) = A(n-1) \delta \dots \delta(m-2) - \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d \cdot A(n) \delta}{d x} - \\ \delta_2 \dots \delta(m-2) \frac{d \cdot A(n) \delta \delta_1}{d x} - \delta_3 \dots \delta(m-2) \frac{d \cdot A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{d x} - \dots - \\ - \delta(m-2) \frac{d \cdot A(n) \delta \dots \delta(m-3)}{d x} - \frac{d \cdot A(n) \delta \dots \delta(m-2)}{d x}$$

ubi terminorum numerus est  $= m$ .

18. Quæraturo secundo loco primus terminus coefficientis tertii termini ejusdem integralis (6); alii duo enim cognoscuntur: erit  $m'' = n - 2$ , atque æquatio (12) dabit

$$A(n-2)(m-1) = A(n-2) \delta \dots \delta(m-2) - \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d \cdot A(n-1) \delta}{d x} \\ + \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d \cdot A(n) \delta}{d x} + \delta_2 \dots \delta(m-2) S + \delta_3 \dots \delta(m-2) S_1 + \dots \\ + \delta(m-2) S(m-4) + S(m-3)$$

in qua terminorum numerus est  $= m + 1$

Numerus terminorum formulæ (11) cum sit  $n - m'' = 2$ , numerus terminorum, qui in  $S^{m''+1}$ ,  $S_1^{m''+1}$ , &c ingrediuntur, erit  $n - m'' - 1 = 1$ ; ergo  $S^{m''+2}$ ,  $S_1^{m''+2}$ , &c  $= 0$ ; numerus terminorum formulæ (13) est  $n - m' - 1 = 1$ ; & numerus illorum formulæ (15) est  $n - m'' - 2 = 0$ ; ergo  $S^{(m-2)} = 0$ ; &c.

Igitur substituendo in formula (16) loco  $m$  hos valores successivos 3, 4, 5, ...  $m$ , habebitur

$$S^{[1]} = \frac{d^2 \cdot A(n) \delta \delta_1}{d x^2}, S^{[2]} = \frac{d^2 \cdot A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{d x^2}, \&c; S^{[m-2]} = \\ \frac{d^2 \cdot A(n) \delta \dots \delta(m-2)}{d x^2}.$$

Ergo factis substitutionibus necessariis, formula (14) mutabitur successive in

$$S = - \frac{1}{d x} d \cdot \left( A(n-1) \delta \delta_1 - \delta_1 \frac{d \cdot A(n) \delta}{d x} \right) + \frac{d^2 \cdot A(n) \delta \delta_1}{d x^2} \\ S_1 = - \frac{1}{d x} d \cdot \left( A(n-1) \delta \delta_1 \delta_2 - \delta_1 \delta_2 \frac{d \cdot A(n) \delta}{d x} - \right. \\ \left. \delta_2 \frac{d \cdot A(n) \delta \delta_1}{d x} \right) + \frac{d^2 \cdot A(n) \delta \delta_1 \delta_2}{d x^2}$$

$S_2 =$

$$S_2 = -\frac{1}{dx} d. \left( A(n-1)\delta \dots \delta_3 - \delta_1 \dots \delta_3 \frac{d.A(n)\delta}{dx} - \delta_2 \delta_3 \frac{d.A(n)\delta \delta_1}{dx} - \delta_3 \frac{d.A(n)\delta \delta_1 \delta_2}{dx} \right) + \frac{d^2.A(n)\delta \cdot \delta_3}{dx^2}$$

&c

Et generaliter

$$S(m-3) = -\frac{1}{dx} d. \left( A(n-1)\delta \dots \delta(m-2) - \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d.A(n)\delta}{dx} - \delta_2 \dots \delta(m-2) \frac{d.A(n)\delta \delta_1}{dx} - \dots - \delta(m-2) \frac{d.A(n)\delta \dots \delta(m-3)}{dx} \right) + \frac{d^2.A(n)\delta \dots \delta(m-2)}{dx^2}$$

Itaque substitutis valoribus istis in expressione  $A(n-2)(m-1)$ , habebitur

$$\begin{aligned} A(n-2)(m-1) &= A(n-2)\delta \dots \delta(m-2) - \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d.A(n-1)\delta}{dx} \\ &+ \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d^2.A(n)\delta}{dx^2} + \delta_2 \dots \delta(m-2) \frac{d^2.A(n)\delta \delta_1}{dx^2} + \delta_3 \dots \delta(m-2) \frac{d^2.A(n)\delta \delta_1 \delta_2}{dx^2} + \dots + \frac{d^2.A(n)\delta \dots \delta(m-2)}{dx^2} - \delta_2 \dots \delta(m-2) \frac{1}{dx} d. \\ &\left( A(n-1)\delta \delta_1 - \delta_1 \frac{d.A(n)\delta}{dx} \right) - \delta_3 \dots \delta(m-2) \frac{1}{dx} d. \left( A(n-1)\delta \delta_1 \delta_2 - \delta_1 \delta_2 \frac{d.A(n)\delta}{dx} - \delta_2 \frac{d.A(n)\delta \delta_1}{dx} \right) - \delta_4 \dots \delta(m-2) \frac{1}{dx} d. \\ &\left( A(n-1)\delta \dots \delta_3 - \delta_1 \delta_2 \delta_3 \frac{d.A(n)\delta}{dx} - \dots - \delta_3 \frac{d.A(n)\delta \delta_1 \delta_2}{dx} \right) - \&c. \\ &- \frac{1}{dx} d. \left( A(n-1)\delta \dots \delta(m-2) - \delta_1 \dots \delta(m-2) \frac{d.A(n)\delta}{dx} - \dots - \delta(m-2) \frac{d.A(n)\delta \dots \delta(m-2)}{dx} \right). \end{aligned}$$

Eodem quidem pacto, eademque facilitate inveniuntur termini, qui sequuntur, æquationis integralis (6).

19. Unum nobis adhuc restat, nimirum ut valorem  $P(m-1)$  generalem exhibeamus. Consideremus ergo sequentes expressiones

$$\begin{aligned} P_1 &= K + \int P dx \\ P_2 &= K_1 + \int P_1 \delta_1 dx \\ P_3 &= K_2 + \int P_2 \delta_2 dx \\ &\&c \end{aligned}$$

Et generaliter

$$P(m-1) = K(m-2) + \int P(m-2) \delta(m-2) dx$$

T. VII.

Z z

Ita.

Itaque substituendo successive in  $P_1, P_3, P_4, \text{etc}$  valores  $P_1, P_2, P_3, \text{\&c.}$  inuenietur

$$P_{(m-1)} = K(m-2) + K(m-3) \int \delta^{(m-2)} dx + K(m-4) \int \delta^{(m-2)} dx \int \delta^{(m-3)} dx + K(m-5) \int \delta^{(m-2)} dx \int \delta^{(m-3)} dx \int \delta^{(m-4)} dx + \dots + K \int \delta^{(m-2)} dx \int \delta^{(m-3)} dx \dots \int \delta_1 dx + \int \delta_0^{(m-2)} dx \int \delta^{(m-3)} dx \dots \int \delta_1 dx \int \delta P dx, \quad (18)$$

ubi numerus terminorum est  $= m$ .

20. Habebitur nunc valor evolutus terminorum, qui in integrali finito atque completo (9) propositæ æquationis (1) ingrediuntur. Supponatur in formula (12)  $m'' = n-1$ , &  $m = n$ ; quoniam numerus terminorum expressionis (1.)  $S(m-3)$  est  $= n-m'' = 1$ , valor  $A(n-1)(n-1)$ , erit

$$A(n-1)(n-2) = A(n-1) \delta \dots \delta(n-2) - \delta_1 \dots \delta(n-2) \frac{d.A(n)\delta}{dx} - \delta_2 \dots \delta(n-2) \frac{d.A(n)\delta \delta_1}{dx} - \delta_3 \dots \delta(n-2) \frac{d.A(n)\delta \delta_1 \delta_2}{dx} - \dots - \frac{d.A(n)\delta \delta^{(n-2)}}{dx} \text{ ubi terminorum numerus est } = n.$$

21.  $m-1$  constantes in expressione (18) ingrediuntur; sed æquatio (6) hanc  $K(m-1)$  etiam continet; ergo numerus constantium, quæ in integrali generali (6) intunt, est  $= m$ ; ergo illa est æquationis propositæ (1) ordinis  $n$  integrale completum ordinis  $n-m$ .

22. Si in expressione  $P_{m-1}$  (18) loco  $m$  ponitur  $n$ , & substituitur deinde ejus valor in æquatione (9), habebitur tandem integrale finitum, idque completum ac evolutum formulæ generalis (1).

*Continuantur in sequentibus libris.*

*Genæ die 25 Julii 1789.*

ALOYSII GALVANI

DE VIRIBUS ELECTRICITATIS  
IN MOTU MUSCULARI

COMMENTARIUS

PARS PRIMA

*De viribus electricitatis artificialis in motu musculari.*

**O**ptanti mihi, quæ laboribus non levibus post multa experimenta detegere in nervis, ac musculis contingit, ad eam utilitatem perducere, ut & occultæ eorum facultates in apertum, si fieri posset, ponerentur, & eorundem morbis tutius mederi possemus, nihil ad hujusmodi desiderium explendum idoneum magis visum est, quam si hæc ipsa qualiacumque inventa publici tandem juris facerem. Docti enim præstantesque viri poterunt infra legendo, suis meditationibus suisque experimentis non solum hæc ipsa majora efficere, sed etiam illa assequi, quæ nos conati quidem sumus, sed fortasse minime consecuti.

Equidem in votis erat, sin minus perfectum, & absolutum, quod numquam forte potuissem, non rude saltem, atque vix inchoatum opus in publicam lucem proferre; ac cum neque tempus, neque otium, neque ingenii vires ita mihi suppetere intelligerem, ut illud absolverem, malui sane æquissimo huic desiderio meo deesse, quam rei utilitati.

Operæ itaque pretium facturum me esse existimavi, si brevem, & accuratam inventorum historiam afferrem eo ordine, & ratione, qua mihi illa partim casus, & fortuna obtulit, partim industria, & diligentia detexit; non tantum, ne plus mihi, quam fortunæ, aut plus fortunæ, quam mihi tribuatur, sed ut vel iis, qui hanc ipsam experiendi viam inire voluissent, facem præferremus aliquam, vel saltem honesto doctorum hominum desiderio satisfaceremus, qui solent rerum, quæ novitatem in se recondunt aliquam, vel origine ipsa principioque delectari.

Experimentorum vero narrationi corollaria nonnulla, nonnullasque conjecturas, & hypotheses adjungam eo maxi-

me consilio, ut novis capiendis experimentis viam sternamus aliquam, qua sin minus ad veritatem pervenire possimus, novus saltem ad eandem aditus aperiatur.

Res autem ab hujusmodi profecta initio est. Ranam dissectui, atque præparavi ut in *Fig. 2. Tab. 1.*, eamque in tabula, omnia mihi alia proponens, in qua erat machina electrica *Fig. 1. Tab. 1.*, collocavi ab ejus conductore penitus sejunctam, atque haud brevi intervallo distitam; dum scalpelli cuspidem unus ex iis, qui mihi operam dabant, cruralibus hujus ranæ internis nervis DD casu vel leviter admove-  
ret, continuo omnes artuum muscoli ita contrahi visi sunt, ut in vehementiores incidisse tonicas convulsiones viderentur. Eorum vero alter, qui nobis electricitatem tentantibus præsto erat, animadvertere sibi visus est, rem contingere dum ex conductore machinæ scintilla extorqueretur *Fig. 1. B.* Rei novitatem ille admiratus de eadem statim me alia omnino molientem, ac mecum ipso cogitantem admonuit. Hic ego incredibili sum studio, & cupiditate incensus idem experiundi, & quod occultum in re esset in lucem proferendi. Admovi propterea & ipse scalpelli cuspidem uni vel alteri crurali nervo, quo tempore unus aliquis ex iis, qui aderant, scintillam eliceret. Phænomenon eadem omnino ratione contigit; vehementes nimirum contractiones in singulos artuum musculos, perinde ac si tetano præparatum animal esset correptum, eodem ipso temporis momento inducebantur, quo educebantur scintillæ.

At metuens, ne ii ipsi motus a cuspidis potius contactu, qui pro stimulo forte esset, quam a scintilla orirentur, eosdem nervos iterum eadem ratione in aliis ranis cuspide tentavi, & quidem gravius, quin ulla tamen scintilla tunc temporis ab aliquo eliceretur; at nulli omnino visi sunt motus. Hinc mecum ipse putavi, forte ad phænomenon inducendum & contactum alicujus corporis, & scintillæ jactum una requiri. Quamobrem scalpelli aciem iterum nervis apposui immotamque detinui, tum quo tempore scintilla extraheretur, tum quo tempore machina perfecte quiesceret. At phænomenon educta dumtaxat scintilla prodiiit.

Experimentum iteravimus eodem semper scalpello adhibito: verum non sine nostra admiratione interdum educta scintilla recensiti motus contingebant, interdum deficiebant.

Rei



Rei novitate permoti aliis, atque aliis rationibus rem tentare, & experiri instituimus idem tamen scalpellum adhibentes, ut inopinati discriminis causas, si fieri posset, assequeremur; neque inanis novus hic extitit labor; comperimus enim rem omnem variæ scalpelli parti, qua illud digitis detineremus, esse tribuendam: siquidem cum osseum manubrium scalpellum haberet, dum idem manubrium manu comprehenderetur, educta scintilla nulli prodibant motus, prodibant vero digitis appositis aut laminæ metallicæ, aut ferreis clavulis scalpelli laminam firmantibus.

Itaque cum aridiora ossa idioelectricam, lamina vero metallica, & clavi ferrei deferentem, seu anelectricam, ut ajunt, præferant naturam, in eam suspicionem venimus, forte contingere, ut cum digitis osseum manubrium detineremus, tum electrico fluido, quacumque ratione in ranam agenti, omnis cohiberetur aditus, concederetur vero, cum laminam, aut clavos cum eadem communicantes apprehenderemus.

Hinc ut rem extra omnem poneremus dubitationem, scalpelli vice tenui cylindro modo vitreo H *Fig. 2.* ab omni humiditate, & pulvisculo perpolito, modo ferreo G usi fuimus; vitreo non tangebamus modo, sed veluti perfricabamus cruales nervos, quo tempore scintilla eliceretur, at omni irrita industria numquam phænomenon prodiit, licet & innumeræ, & vehementiores scintillæ a machinæ conductore, & exigua ab animali distantia extorquerentur; prodiit vero vel leviter appposito iisdem nervis ferreo cylindro, exiguisque eductis scintillis.

Hinc plane nobis constitit, quæ suspicati fuimus, vera esse, & deferentis corporis contactum cum nervis requiri, ut phænomenon contingeret. Verum cum & corpus, quo attingerentur nervi, & homo, qui eosdem tangeret, adhiberetur, ferreum cylindrum G iisdem nervis apposimus, quin tamen illum manibus detineremus, ut ea ratione constaret, utrum homini, & ferreo cylindro, an huic tantum phænomenon esset adscribendum. Rebus sic dispositis nullus contigit, educta scintilla, musculorum motus. Filum propterea K K cylindri loco valde longum *Fig. 2.* adhibuimus visuri, utrum illud hominis defectum quodammodo repararet, nec ne; en iterum scintillæ jactu musculorum contractiones.

His observatis perspicuum nobis fuit, non solum defere-

rens

rens corpus nervis applicitum, sed certam quoque ejusdem magnitudinem, atque extensionem ad habendum phænomenon requiri. Hujusmodi deferens liceat nobis impotterum peripicuitatis, & brevitatis causa, nervorum appellare conductorem.

Hujus autem conductoris extremitati ranam per exiguum uncum ejusdem spinali medullæ infixum *Fig. 2.* nectebamus, atque modo ranam versus machinam collocabamus, modo collocabamus ejusdem conductorem, ita ut rana nunc prope machinam esset, nunc longe ab eadem distaret, & propterea nunc pedes, nunc præparati nervi machinæ obverterentur, nunc ante, nunc post se conductorem haberet; nihilominus contractiones æque semper obtinebantur.

Perquisivimus præterea num phænomenon in præparatis animalibus obtineretur loco etiam a machina valde distito, idque longissimis nervorum conductoribus adhibitis. Res autem eo deducta fuit, ut ferreo filo centum, & ultra ulnas longo adhibito, contractiones tamen musculorum, educta scintilla, tanto a machina intervallo oborirentur. Periculum hac ratione instituimus. Ferreum filum *EE*, *Fig. 3.* filis sericis suspendimus, atque, ut ajunt Physici, insulavimus. Extremitatem unam per fila pariter serica clavo muro infixo *F* alligavimus, alteram longe a machina pro fili longitudine in alia, atque alia cubacula produximus; huic filum aliud ferreum *B*, cujus extremitati erat rana appensa, conjunximus loco *C*; atque commodi causa in vitreo vase *A* ranam conclusimus, cujus vasis fundum materia quædam deferens replevisset, ut aqua, ex: causis, aut minimi globuli plumbei venatorii, quibus melius experimentum cedebat. Educta autem e conductore machinæ scintilla, mi um sane, detruncata rana in tanta distantia movebatur, & ferre e subsiliebat. Idem contingebat, si rana extra vitreum vas educta eadem ratione conductori *EE* appenderetur, ac longe promptius, si ejusdem pedibus deferens aliquod corpus adjungeretur, quod cum tellure communicaret.

Re in conductore insulato comperta, quid non insulato contingeret exploravimus.

Idem propterea ferreum filum *EE* aliis atque aliis cardinibus januarum alligavimus cubaculum nostræ domus, quæ sex numero erant, cæteris rebus, ut antea, comparatis; mi-

minores quidem, ac aliquæ in præparata rana, dum elicere-  
tur scintilla, contractiones prodibant.

His perspectis placuit etiam experiri, an juxta omnes di-  
rectiones, atque in orbem, ut par erat credere, hujusmodi ele-  
ctricitatis v s ageret, seseque diffunderet. Aliis itaque atque  
aliis nervorum conductoribus in orbem circa machinæ condu-  
ctorem dispositis, non exigua ab eadem distantia, eorumque  
singulis præparata rana appensa, atque scintillaeducta, jucun-  
do sane spectaculo, uno eodemque tempore ranæ singulæ  
haud raro movebantur, maxime dum corpus deferens, ut in  
superiori experimento, singularum pedibus apponeretur, at-  
que potissimum dum illud ad tellurem usque produceretur,  
quod facile perficiebatur, vel singulis ranarum pedibus longo  
filo metallico affixo, vel si digitis eadem apprehenderentur.

At vero deferentium corporum, quæ pedibus addantur,  
vel utilitas, vel necessitas comperta cupiditatem nobis inje-  
cit alia de hac re capiendi pericula; quibus peractis con-  
stitit, deferentia corpora musculis adita ad contractiones  
obtinendas, vel interdum absque nervorum conductoribus  
sola sufficere, vel certe haud parum conducere; eoque  
magis, quo majora eadem fuerant, majorique excelluerint  
deferendi potestate, potissimum vero si cum tellure eadem  
communicaverint, at minime tantum posse, quantum illa,  
quæ ne vis ad lere consuevimus.

Hæc deferentia musculorum conductores impostero app-  
pellabimus, ut a conductoribus, quos diximus, nervorum  
commode distinguantur.

Jam vero nullas subsequi educta scintilla contractiones  
vidimus, licet musculis suum adderemus conductorem, si ner-  
vorum conductor longe a machina productus cohibenti ali-  
quo corpore interciperetur, ut si partim deferenti substantia  
ex. gr. metallica, partim cohibenti, ut vitrea, aut resinosa,  
aut serica de in ultria conficiatur, quemadmodum si condu-  
ctor B *Fig. 3.* conductori EE non in puncto C nectatur,  
sed laqueo serico D suspendatur; novum sane, nec dubium  
de electricitate per hujusmodi conductores excurrente argu-  
mentum.

At non intercepto solum, sed omnino etiam interrupto  
conductore rem tentavimus, interruptique conductoris extre-  
mitatibus ad minimam etiam ab invicem distantiam cullocatis.

Phænomenon nullum omnino fuit.

Sed

Sed alia præterea ratione liberum electricitatis iter per conductorem interciperere studuimus, præparatum scilicet animal in cohibente plano posuimus, ejus vero nervorum conductorem minime, ut antea, aut cum nervis, aut cum spinali medulla conjunximus, sed ita in eodem plano disposuimus, ut ejus extremitas aliquot lineas, interdum etiam pollicem, ab iisdem distaret; contractiones elicitæ scintilla prodierunt, prodierunt quoque artubus deferenti plano, nervis vero cohibenti eadem distantia superpositis, vel his ipsis nervis inter digitos in altum suspensis, brevi demum vel longo nervorum conductore adhibito, proptereaque animali vel prope machinam, vel longe ab eadem existente: penitus autem deficiebant, si nervi eorumque conductor ab iisdem, ut supra sejunctus, in deferenti plano consisterent.

Neque explorare prætermisimus, an hæc eadem, quæcumque fuerit electricitas, conductorum non superficiem, sed substantiam tantum libere pervadens contractiones nihilominus, de quibus sæpius diximus, excitaret. Hinc filum ferreum, quod nervorum conductorem efficiebat, totum cohibenti materia, cera nempe vulgari, aut obsignatoria, vel pice, ejusdem exceptis extremitatibus, teximus, & obduximus. At, scintillaeducta, contractiones ut in libero conductore prodierunt.

His autem singulis longa experimentorum serie exploratis confirmatisque, licuit non modo hujusmodi contractionum phænomenon electricitati adscribere, sed condiciones etiam, ac veluti leges quasdam animadvertere, quibus obfringeretur.

Hujusmodi itaque contractiones musculares visæ nobis sunt ad certos usque limites rationem sequi directam cum virium scintillæ, & animalis, tum extensionis conductorum maxime nervorum; inversam autem distantiarum a machinæ conductore. Item plerumque majores nobis eadem contractiones apparuerunt, cum animal in eadem tabula, in qua erat machina, esset collocatum, atque tabula oleoso pigmento esset obucta, vel cum animal a tabula remotum in cohibenti potius, quam in deferenti substantia sternere-tur.

Dixi rationem quidem directam visam mihi fuisse in contractionibus servari, sed certis dumtaxat limitibus. In-  
 venta

venta enim, puta, certa conductoris nervorum extensione, quæ ad effectum satis sit, hanc si imminuas, contractiones non minuuntur, sed deficient; si vero augeas, contractiones quidem invalescunt, at usque dum ad certam extensionem pervenias, ultra quam nervorum conductorem quantumvis protrahas, vix ac ne vix quidem illæ adaugentur: idemque de cæteris expositæ rationis elementis dici potest.

At vero tanta scintillæ a machinæ conductore extortæ ad excitandos musculares motus facultas observata, majores longe contractiones ab electrica illa flamma, quæ dum quadratum magicum exoneratur erumpit, videbatur nobis polliceri. At res secus omnino cessit; nulli enim non sine nostra admiratione in præparato de more animali prodierunt motus.

At vero his in positiva, ut ajunt, electricitate tentatis, reliquum nobis visum fuit, similia quoque in negativa periclitari. Primo itaque electricam machinam, & eum, qui illam versabat, insulavimus. Hic manu tenebat ferreum cylindrum, cui ranas suis conductoribus instructas, ut opus erat, appropinquabamus; ranæ in plano vitreo erant collocatæ, ne quid vicina corpora illis tribuerent electricitatis. Tunc qui machinam volvebat ferreo, quem diximus, cylindro scintillas e propinquis de industria corporibus eliciebat: perinde contractiones in præparatis ranis haberi vidimus, atque scintillis e machinæ non insulatæ conductore extortis haberentur.

Altera præterea ratione negativam electricitatem tentavimus, quæ fuit hujusmodi. Ad certam distantiam a negativa superficie leidentis phialæ nervorum conductorem *C Fig. 4* collocavimus, tum ab onerata, ut ajunt Physici, superficie, seu ab illa, quæ positiva erat electricitate donata, scintillas eliciebamus *Fig. 5*. Ranæ movebantur pari ratione, atque adhibita electricitate positiva; movebantur etiam, licet ferreum filum, quod nervorum conductorem constituebat, nonnihil ab externa phialæ superficie distaret, & licet totum longo vitreo tubo fuisset inclusum, & ipsa quoque rana in vitreo vase servata, si hujus tubi aperta extremitas jam dictæ externæ phialæ superficiem aptaretur. Obtinebantur porro eadem contractiones, sive educeretur scintilla ab unco leidentis phialæ eo ipso tempore, quo electricitate eadam phiala, ut ajunt, oneraretur, sive paulo post, sive educeretur eo

ipso in loco, in quo illa onerabatur, sive alibi, & longe a machina asportata.

Hæc porro conspicienda occurrebant non solum nervorum, sed musculorum dumtaxat conductore ranis instructis: uno verbo cuncta in hoc phialæ experimento cedebant, ut in illo machinæ, licet præparatum animal neque ab externa ejusdem phialæ superficie, neque a vicinis corporibus, neque ab idoneo alio fonte posset electricitatem recipere.

Sed placuit etiam alia ratione negative electricas superficies tentare, atque ab iisdem scintillas eliciendo, in hujusmodi contractiones inquirere; præparatam nempe ranam in superficie superiori quadrati magici, ad quam de industria confluebat machinæ electricitas, collocavi, scintillam ex inferiori superficie eliciebam tum quiescente, tum rotante machina. Quiescente raro, aliquando tamen, sed illico tantum a machinæ quiete; rotante vero numquam consuetæ musculorum contractiones non præsto fuerunt.

His vero electricæ machinæ ope tentatis, electrophori quoque electricitatem ad experimentum vocavimus, ne ullum electricitatis genus scintillam exhibens prætermitteremus. Ab electrophori propterea clypeo scintillam eduximus, & consuetum muscularium contractionum se se obtulit phænomenon, at non ad magnas illud distantias, ut dum e machinæ conductore scintilla extorqueretur, sed ad exiguas admodum: contractiones autem ipsæ exiguæ valde extiterunt. Quamquam vero tot habitis de electricitatis viribus periculis dubitare vix, ac ne vix quidem de phænomeni causa nobis licere videretur, tamen ad rem magis magisque comprobendam aptius nihil occurrebat, quam animalis conductoribus exquisitissima electrometra admovere.

Hic itaque exiguum electrometrum more clarissimi Voltæ constructum aptavimus, cujus paleas, quo essent ad experimentum aptiores, tenuissimo stamni folio una parte obduximus: capto periculo cum essent conductores insulati in rotatione machinæ, paleæ haud raro ab invicem diducebantur, concidebant vero sæpe in scintillæ jactu; cum vero essent liberi ne minimum quidem in rotatione machinæ a se mutuo paleæ recedebant, in scintillæ autem extorsione exiguos subtilus, minimasque edebant vibrationes, quæ sane aliquem electricitatis per conductores animalis excursus videntur indi-

care, quo tempore extorta scintilla contractiones excitantur.

Jam vero ut res extra omnem dubitationem poneretur, variis rationibus aditum omnem electrico machinæ fluido quacumque ratione agenti cum in animal, tum in ejus conductores cohibere moliti fuimus. Primo itaque animal vitreo vase inclusi, deinde perforato pariete, prope quem erat machina electrica, & huic foramini, quod totam muri crassitiem pervadebat, vitreo tubo inserto, orificium vasis ita glutinis ope perforato muro aptavi, ut nervorum conductor per insertum tubum transiens ex opposita muri facie in proximum cubiculum propenderet. Scintilla e machinæ conductore educta en musculares motus.

Inversa quoque ratione animal, & ejus conductorem collocavi: conductorem scilicet in vase ubi primo erat animal, animal ubi primo propendebat conductor, tum iisdem, ac antea artificiis cuncta disposui, scintillamque extorssi, iidemque prodierunt motus.

At quamquam hoc experimenti genere via omnis electrico machinæ fluido videretur interclusa, nihilominus machinulam excogitavi, atque construxi *Fig. 6.* quæ longe simplicior, atque commodior erat hactenus descripto apparatu, quæque ad varias e machina distantias facile collocari, & intra quam non modo animal, sed cum nervorum, tum musculorum poterat conductor apte recondi, & claudi.

Est autem machinula hujusmodi. E duobus vitreis vasis componitur, quorum unum alteri superincumbit. In superiori nervorum conductor adest, quem commodi causa plumbei minutique globuli venatorii possunt efficere; in inferiori animal una cum similibus globulis, qui vices gerere conductoris musculorum queunt, cum in his animal pedibus veluti insistendo habeat eosdem quasi musculis adjunctos.

Animal & in eo situ facile detinetur, & communicationem habet cum conductore superioris vasis ope ferrei fili, cui per spinalem medullam appenoitur, quod & ejusdem vasis obturamento ex subero confecto infixum est, & in ipsius cavo eminet; plumbe sive globulis circumducitur, & tegitur.

Hujusmodi porro obturamento præcavetur, ne dum vas superius invertitur, ut alteri superimponatur, globuli plumbei ab eodem exeant; ne vero idem vas facile ab inferiori disjungatur, neve electricum fluidum per rimas, quæ facile

inter vasis utriusque orificia superesse possunt, viam sibi aliquam queat sternere, peculiari quodam glutine ex cera, & terebinthina composito vasorum ora nectuntur, & conglutinantur firmiter quidem, sed ita tamen, ut pro lubitu, & opportunitate separari, iterumque jungi vasa possint.

Hac autem machinula in ea tabula collocata, in qua est electrica machina, ad certam ab ejsdem machinæ conductore distantiam, eductaque scintilla non iidem modo, sed vehementiores visis sunt motus, quam dum libero aeri animal ejusque conductores paterent, & leges, quas supra indicavimus, in ipsis motibus muscularibus data proportione servabantur. His visis facile a prima sententia discessissem, qua excitatam electricitatem conductoris machinæ quacumque ratione ac via in scintillæ extorsione agentem horum muscularium motuum originem, & causam existimabam, nisi ad eandem me revocassent & habita superius pericula, & oborta potissimum mihi quædam suspicio, ne interioris vitreæ superficiei electricitati in animal ejusque conductores tempore ejaculationis scintillæ agenti phænomenon esset maxime adscribendum; in qua quidem suspicione cum alia deinceps instituta pericula, tum in primis conspecti motus electrometri in eadem machinula collocati omnino me confirmarunt. Levissimi enim globuli, filaque, quibus erat electrometrum compositum, dum versabatur machina, situm confestim mutabant, atque ab invicem diducebantur, dum vero eliciebantur scintillæ, in pristinum situm atque contactum restituebantur.

Jam vero his atque aliis peractis atque compertis illud demum ad majorem e nostris periculis utilitatem depromendam reliquum videbatur, ut ea in viventibus quoque animalibus instituerentur.

Id autem fecimus crurali nervo non intra ventrem, ne facile animalia occiderent, sed in femore dissecto, & a contiguis partibus sejuncto, atque extra musculos deducto, eique conductore appposito; contractiones per scintillæ jactum in respondente crure utique prodierunt, minores dumtaxat, ut visum nobis fuit, quam in mortuo animali.

At cum in singulis hætenus expositis experimentis per interjectum aerem animal, & machina, ejusque conductor inter se communicarent, placuit etiam experiri, quid contin-



tingeret hac ipsa communicatione primo interrupta, deinde penitus sublata.

Primum sic perfeci; machinulam una cum preparato animali, suisque conductoribus instructo, ut in *Fig. 6* sub vitreo vase collocavi, loco ab electrica machina parum distito; scintillam tum eduxi, motus de more prodierunt.

Hoc ipsum vas una cum inclusa machinula sub altero longe majori, atque hoc sub alio adhuc majori posui: iterum scintilla elicitæ similes contigerunt motus, languidiores quidem, quo major erat recipientium numerus, eorumque parietum crassities.

Post hæc omnem aeris communicationem intra animal, & electricam machinam cohibui. Posita nempe machinula, in qua erat animal, sub recipiente machinæ pneumaticæ loco ab electricæ machinæ conductore nonnihil distito, & superiori machinulæ vase perforato, quo posset aer per repetitas exantlationes ab eadem educi: aere autem modo ducto, modo non, scintillam extorquebam: habitæ sunt contractiones in utroque casu, neque, ut visum est, admodum dissimiles.

Age vero tam variis tentata rationibus electricitate per scintillam agente, non sine diligentia & labore perquisivimus num eadem aliis quoque viribus ac rationibus in musculari motu imperium exerceret suum. Licuit vero interdum musculares contractiones observare, si nervorum conductor *B Fig. 3* electricæ machinæ conductori *C Fig. 1* quam proxime collocaretur, tum clypeus electrophori a resinoso plano attolleretur, vel si idem clypeus proxime ad eundem conductorem transferretur, ubi electrophorum fuerit ab eodem conductore valde distitum, quin tamen scintilla eliceretur ulla.

Hæc in animalibus, quæ frigida appellantur. Quibus tentatis atque inventis nihil magis fuit in votis, quam vel eadem, vel similia in calidis quoque experiri, ut ex. gr. in pullis, in ovibus. Facto periculo idem prorsus in his fuit, ac in illis exitus. Sed alia opus in istis fuit præparatione; oportuit scilicet cruralem nervum non intra ventrem, sed extra, atque in femore ipso primum refecare, & a cæteris partibus sejungere, atque educere, tum eidem conductorem addere, scintillamque deinde e machinæ conductore elicere, crure vel viventi animali conjuncto, vel ab eodem quam primum refecto; secus enim consueta adhibita præparanda-

rum

rum ranarum ratione phænomenon omnino deficiebat, forte se contrahendorum musculorum facultate prius deficiente, quam absolvi longa illa, & multiplex præparatio queat.

At vero nonnulla in hoc experimentorum genere sive in calidis, sive in frigidis animalibus sunt postremo loco, eaque peculiaria, neque, ut arbitror, inutilia animadvertenda, quæ se se nobis numquam non obtulerunt. Alterum scilicet, præparata animalia eo esse ad phænomena aptiora quo provectori essent ætate, item quo magis albi eorum musculi essent, & sanguine deficerent, atque hinc forte musculares contractiones promptius & facilius, & longe diu excitari posse in frigidis, quam in calidis animalibus; habent enim illa præ istis sanguinem dilutiorem, difficilius concrefcentem, atque a musculis propterea longe facilius defluentem: alterum vero præparata animalia, in quibus hæc electricitatis pericula capta fuerunt, longe citius corrumpi & putrescere, quam illa, quæ nullam electricitatis vim passa fuerint; postremo, enarrata hæc phænomena contingere quidem, si fuerint, qua diximus ratione, animalia ad experimentum præparata, secus vero deficere. Si enim conductores non dissectæ spinali medullæ, aut nervis, ut consuevimus, sed vel cerebro, vel musculis apponantur, aut etiam infigantur, vel si nervorum conductores ad musculos usque protrahantur, vel si nervi de more a circumpositis partibus minime se jungantur, contractiones vel nullæ, vel admodum exiguæ sunt. Pleraque certe, quæ ex his periculis deteximus, accepta maxime referimus huic præparandi, & se jungendi nervos artificio.

#### PARS SECUNDA

##### *De viribus electricitatis atmospherica in motu musculari.*

**D**Erectis, quæ hæcenus exposuimus de viribus electricitatis artificialis in muscularibus contractionibus, nihil fuit nobis potius, quam explorare utrum eadem phænomena præstaret electricitas atmospherica quæ dicitur, nec ne: an scilicet, iisdem adhibitis artificijs, ut scintillarum sic fulgurum jaçus musculares excitarent contractiones.

Longum itaque aptumque in libero aere conductorem, ferreum nempe filum in editiori domus loco ereximus, atque infulavimus *Fig. 7. Tab. 2.*, eique, tempestate in cælo coorta, vel præparatas ranas, vel præparata calidorum animalium crura, ut in *Fig. 20., 21. Tab. 4.* per suos nervos appendimus. Alium etiam conductorem, ferreum scilicet aliud filum eorundem pedibus addidimus, illudque longissimum, quod ad indicati in figura putei aquas usque pertingeret. Res autem ex voto, perinde ac in artificiali electricitate omnino cessit; quoties nempe erumpebant fulgura, toties eodem temporis momento musculi omnes in vehementes multiplicesque incidebant contractiones, ita ut quemadmodum fulgurum splendor, & lux solent, sic musculares eorum animalium motus contractionesque tonitruis præirent, atque de eisdem veluti commonefacerent; quin immo tantus fuit phænomenorum consensus, ut contractiones contingerent, tum nullo etiam addito musculorum conductore, tum illo nervorum minime infulato, quin immo præter spem, atque opinionem eadem licuit observare, conductore in humilioribus quoque locis collocato *Fig. 8. Tab. 2.*, potissimum si aut magna fuissent fulgura, aut e nubibus experimentorum loco propioribus erumperent, aut si quis ferreum filum F manibus tenuisset, quo tempore eadem fulgura jacerentur.

Phænomenon autem contingebat sive animal libero aeri pateret, sive commodi causa fuisset in apto vase inclusum, ut in *Fig. 7.*, aut intra cubiculum detentum. Contingebat etiam, etsi nervorum conductor nonnihil a nervis ipsis distaret, fulguribus potissimum aut vehementioribus, aut propinquioribus, quemadmodum evenire diximus in artificiali electricitate scintillis aut fortioribus aut propius animal extortis. Demum illud animadversione dignum occurrebat, quod non una tantum musculorum contractione res in fulgure, ut in scintilla, absolveretur omnis, sed pluribus sibi mutuo uno veluti temporis momento succedentibus, quarum numerus fragorum quasi numero, quos edere tonitruum consuevit, respondere videbatur.

Jam vero non fulguribus tantum tales prodibant contractiones, sed sæviente cælo, nubibusque prope elatos nervorum conductores transeuntibus, sponte ferme oboriebantur, quod cum contigisset, & electrometra haud levia dabant

ele-

electricitatis indicia, & scintillæ non raro poterant extorqueri ab ipsis in altum erectis conductoribus, secus ac ubi per ejaculata fulgura contractiones obtinerentur; tunc enim sæpius scintillæ eliciebantur nullæ, & exquisitiora electrometra vix ullam movebant de electricitate suspensionem.

Hujusmodi autem pericula non modo in extinctis animalibus, sed vel in viventibus fuerunt capta, & in utrisque apparuit phænomenon, nihilque eorum prætermisum fuit, quæ in artificiali electricitate experti fuimus, at cuncta eadem ferme contigerunt ratione. Illud quidem haud leve interesse discrimen primo aspectu visum fuit, quod præparata ranæ, quæ cum apto conductore in vitrea machinula *Fig. 6. Tab. 1.* concludebantur certo ab electricæ machinæ conductore intervallo disjunctæ scintillæ jactu vehementer, ut diximus, commoverentur, fulgure autem e nubibus erumpente omnino quiescerent; forte quia vel si quæ ab electrica nube conductoris ope ad machinulam deferretur electricitas, ea exigua nimis esset, nimisque exiguam externæ ipsius superficiæ partem occuparet, ut proinde ad contractiones inducendas non valeret, vel quia nulla forte ad eandem machinulam deferretur; quemadmodum eadem ferme de causa eadem deficient in scintillæ jactu contractiones, si machinula non prope electricam machinam, sed prope illam conductoris *E E Fig. 3. Tab. 1.* extremitatem collocetur, quæ longe ab eadem machina distet.

Re propterea diligenter animadversa similis apparet inter artificialem, & atmosphæricam electricitatem agendi ratio; forte ad eas obtinendas intra machinulam vitream contractiones, oportet, ut electrica atmosphæra vel tota, vel maxima sui parte eandem machinulam circumdet, quod ab hactenus exposito machinulæ situ, & experimento longe abesse videtur.

Verum non tantum phænomeno explorato, sed legibus quoque ad examen vocatis comperimus, easdem non dissimili ratione in atmosphærica electricitate servari ac in artificiali ferventur.

Jam vero viribus perquisitis procellosæ, ut ajunt, electricitatis, nec non fulgurum, fulminumque, in mentem venit experiri etiam, quid æstivæ, ac ferotinæ coruscationes præstarent in preparatis de more animalibus: hinc eadem animalia nostro conductori atmosphærico aptavimus, non solum

lum fulgurante, sed etiam coruscante celo. At contractiones tunc nullæ habitæ umquam sunt, forte quia, aut huiusmodi coruscationes ab electricitate non pendeant, aut si pendeant, vel loco nimis distito, vel alia longe ratione contingant, quam fulgura solent. Sed hæc Physici maxime viderint.

## P A R S T E R T I A

*De viribus electricitatis animalis in motu musculari.*

**V**iribus procellosæ atmosphæricæ electricitatis tentatis exarsit animus cupiditate diurnæ, & placidæ quoque electricitatis potestatem experiundi.

Qua de causa cum interdum vidissem præparatas ranas in ferreis cancellis, qui hortum quemdam pensilem nostræ domus circumdabant, collocatas uncis quoque æreis in spinali medulla instructas in consuetas contractiones incidisse, non solum fulgurante celo, sed interdum etiam quiescente, ac sereno, putavi eas contractiones a mutationibus, quæ interdum in atmosphærica electricitate contingunt, ortum ducere. Hinc non sine spe cœpi harum mutationum effectus in muscularibus hisce motibus diligenter perquirere, & aliis atque aliis rationibus experiri. Quapropter diversis horis, idque per multos dies, animalia ad rem apposite accommodata inspiciebam; at vix ullus in eorum musculis motus. Vana tandem expectatione defatigatus cœpi æreos uncas, quibus spinæ medullæ infigebantur, adversus ferreos cancellos urgere, & comprimere, visurus an hoc artificii genere contractiones musculares excitarentur, & pro vario atmosphæricæ, & electricitatis statu an quidquam varietatis, & mutationis præferrent; contractiones quidem haud raro observavi, sed nulla ad varium atmosphæricæ, atque electricitatis statum ratione habita.

Has tamen ego contractiones, cum non nisi in libero aere inspexissem, nondum enim rem aliis in locis tentaveram, parum absuit, quin ab atmosphæricæ electricitate in animal irrepta, atque in eo cumulata, & in unci cum cancellis ferreis contactu ab eodem rapide exeunte, tales contractiones repe-

terem; facile enim est in experiundo decipi, & quod videre, & invenire optamus, & vidisse, & invenisse arbitrari.

At cum in clausum cubiculum animal transtuliffem, & super planum ferreum collocaffem, infixumque spinali medullæ unicum aduersus illud urgere cœpiffem, en eadẽm contractiones, iidem motus. Idem continuo aliis usus metallis, aliis in locis, aliisque horis, ac diebus præstiti; atque idem eventus; nisi quod contractiones pro metallorum diversitate essent diversæ, vehementiores scilicet in aliis, in aliis languidiores. Alia deinde corpora, sed quæ parum, aut nihil electricitatis deferrent, vitrea scilicet, gummosa, resinosa, lapidea, lignea, eaque arida, ad idem experimentum adhibere continuo in mentem venit; nihil simile contigit, nullas licuit musculares contractiones, motionesque inspicere. Huiusmodi sane eventus & admirationem attulit nobis haud levem, & cœpit de electricitate ipsi animali inhærente suspicionem movere aliquam. Utramque autem auxit tenuissimi fluidi nervei circuitus veluti quidam, quem a nervis ad musculos, dum phenomenon contingeret, fieri, atque ad electricum circuitum, qui in leidensi phiala absolvitur, accedere, casu animadvertimus.

Nam dum ipse una manu præparatam ranam per unicum spinali medullæ infixum tenerem, idque agerem, ut pedibus in argentea insisteret capsula, altera vero manu ejusdem capsulæ planum, cui pedibus rana incumbabat, aut ejusdem latera, corpore aliquo metallico percuterem, præter spem ranam vidi in contractiones haud leves incidere, & quidem toties, quoties eodem uterer artificii genere.

His conspectis Rialpum rogavi Hispanum virum doctissimum olim Societatis Jesu socium, qui tunc mecum in villa optimi, ac nobilissimi Viri Jacobi Zambeccari rusticabatur, rogavi, inquam, ut ipse quemadmodum in aliis experimentis perhumaniter consuevit, ita in hoc operam, atque adjutricem manum præberet, ranamque, ut ipse antea feci, teneret, dum ego capsulam iterum percuterem, idque tum commodi causa, tum ut experiundi rationem paulisper immutarem. At præter expectationem contractiones defecerunt; experimentum continuo ut antea, atque solus institui; statim redierunt.

Hoc sane me movit, ut ipse una manu animal, ut antea

tea tenerem, altera Rialpi manum, eumque rogarem, ut ipse altera manu capsulam vel attingeret, vel percuteret, quo electricæ catenæ species veluti quædam constitueretur: idem statim contractionum phænomenon non sine nostra voluptate, atque admiratione contigit, quod iterum deficiebat, si manus disjungeremus, apparebat iterum si manus denuo conjungeremus.

Quamquam vero hæc ad fluidi nervei electricum veluti excursum per hominum catenam demonstrandum satis esse posse viderentur, nihilominus ut rem tantam, tantamque recondentem novitatem magis, magisque confirmarem, voluimus, ut non manuum complexu, sed per intermedium aliquod corpus modo cohibens, cylindrum nempe vitreum, modo deferens, cylindrum scilicet metallicum, Rialpus, & ipse catenam constitueremus; periculo autem facto non sine voluptate vidimus phænomenon adhibito metallico cylindro prodire, adhibito autem vitreo omnino desinere, frustra aut attingi, aut gravioribus ictibus deferentis corporis capsulam percuti; ut compertum propterea nos habere putarem, electricitatem hujusmodi contractiones excitare, quacumque demum id efficeret ratione.

Verum, ut rem in aperto magis ponerem, opportunissimum mihi fuit ranam super cohibens planum, vitreum scilicet, aut resinofum collocare; tum arcum modo deferentem, modo vel totum, vel aliqua saltem ex parte cohibentem adhibere, ejusque extremitatem unam unco spinæ infixio, alteram aut crurum musculis, aut pedibus apponere. Periculo autem facto vidimus deferenti adhibito arcu *Fig. 9. Tab. 3.* contractiones perfici, deficere vero penitus adhibito arcu partim deferenti, partim cohibenti, ut in *Fig. 10.* Arcus deferens ex ferreo filo erat, uncus vero ex filo æreo.

His porro detectis visum nobis fuit contractiones, quas ranis in plano metallico collocatis fieri diximus, dum uncus spinalis medullæ adversus idem planum urgeretur, a simili arcu repetendas esse, cujus quidem vices planum metallicum quodammodo gereret, atque hinc fieri, ut illæ non excitarentur ranis supra cohibens aliquod planum positis, adhibitis licet in eodem omnino artificis.

Hanc nostram opinionem casu observatum non injucundum phænomenon plane, si quid iudico, confirmavit: si enim rana ita uno crure suspensa digitis teneatur, ut uncus spinali nex-

dullæ infixus planum aliquod argenteum attingat, alterum crus libere in idem planum labatur *Fig. 11. Tab. 3.* statim ac hoc idem crus ipsum planum attingit, continuo muscoli contrahuntur, unde crus assurgit, attolliturque, mox autem sponte relaxatum, atque iterum in planum relapsum, simul ac ad ejusdem contactum pervenit, iterum in altum eadem fertur de causa, sicque alterne attolli, & labi pergit deinceps, ita ut electricum veluti pendulum idem crus æmulari non sine aliqua observatoris admiratione, & voluptate videatur.

Hoc sane phænomenon facile est videre, quam commode & apte repeti possit a plano vices gerente cujusdam arcus prædicto circuitui aptissimi dum liberum crus ad idem planum appellit, eidem vero circuitui omnino imparis simul atque crus ab eodem recesserit. Hæc de metallico plano arcus vices gerente, neque dubia, neque obscura inditia sunt.

Dici autem vix potest, quæ sit hujus plani ad excitandas musculares contractiones facultas, & aptitudo, ea scilicet, qua contractiones obtineantur & magnæ, & frequentes, interdum etiam aliquandiu constantes, non modo si uncus spinali medullæ infixus, aut contra ipsum planum metallicum urgeatur, aut supra idem perfriceretur, verum etiam simul atque ipse uncus idem planum attingat, atque si postquam attigerit, non nihil ejusdem cum plano contactus immutentur, ut si leviter vel planum percutias, supra quod est animal, vel corpora, in quæ idem planum incumbit. Sed de arcus veluti specie, quam metallicum planum refert, hætenus.

Antequam vero ab arcus usu, atque viribus sermo hic noster recedat, illud nolumus prætermittere ad ejusdem facultatem, ac pene dixerim necessitatem in hujusmodi muscularibus contractionibus demonstrandam quam maxime accommodatum, easdem scilicet obtineri, & haud raro clarius, promptiusque non uno tantum, sed duobus quoque arcibus, ea ratione dispositis, atque adhibitis, ut unius arcus extremitas una musculus, alterius arcus extremitas pariter una nervis admoveatur, duæ reliquæ ad mutuos contactus adducantur, aut si opus est invicem perfricentur *Fig. 12.* In quo sane id peculiare v. detur, electricitatem hujusmodi contractiones inducentem, neque per manuum cum utroque arcu contactum, neque per repetitos contactus arcuam cum partibus animalis diffundi admodum, ac dissipari. Sed.



Sed illud præterea peculiare, atque animadversione dignum, languentibus potissimum præparatorum animalium viribus, circa conductores arcus, aut deferentia plana contigit nobis sæpissime observare, variam nempe eorum, ac multiplicem metallicam substantiam cum ad obtinendas, tum ad adaugendas contractiones musculares multum posse, & quidem longe magis, quam una eademque metallica substantia. Ita ex. gr. si arcus totus ferreus fuerit, aut ferreus uncus, & ferreum item planum deferens, sæpe sæpius aut deficient contractiones, aut erunt perexiguæ. Si vero eorum alterum ferreum ex. gr. fuerit, æreum alterum, multo magis si argenteum [argentum enim præ cæteris metallis ad deferendam animalelem electricitatem visum est nobis idoneum] contractiones continuo, & longe majores, & longe diutius prodibunt. Idem contigit una eademque cohibentis plani superficie, duobus ab invicem disjunctis locis, folio pariter metallico sed dissimili obducta, ut scilicet si uno in loco stamni folium adhibeas, in altero aurichalci, contractiones ut plurimum longe majores contingant, quam si uno eodemque metallo, ac folio, argenteo licet, fuerit uterque locus obductus, seu ut inquirunt armatus.

At vero hujusmodi circuitu fluidi nervei, quasi electrici ignis, detecto illud sane consequens videbatur, duplicem, eamque aut dissimilem, aut potius contrariam electricitatem hoc phænomenon producere, quemadmodum duplex, vel in leidentis phiala, vel in quadrato magico electricitas illa est, per quam electricum fluidum suum in iis veluti circulum absolvit; nequit enim electricitatis excursus, atque circuitus demonstrantibus Physicis haberi, nisi in æquilibrii reparatone, atque vel solum, vel potissimum inter contrarias electricitates. In uno autem eodemque metallo latere illas omnino a natura alienum, & observationibus contrarium videbatur: reliquum igitur erat, ut in animali utraque insideret. Ne qua vero suspicio esset me in experiundo electricitatis quidpiam potuisse animalibus tribuere, æreum arcum folio obductum argenteo vitreo cylindro affixi, quem manibus tenerem, dum arcum ipsum animalibus apponerem; hac adhibita cautione contractiones nihilo minus præstiti fuerunt.

His in libero aere peractis subiit animum cogitatio quid electricitati animalis contingeret, si animal ipsum sub aqua demergerem: id itaque præstiti, ac de more eidem arcus extre-

mi.

mitates admovi, unam scilicet unco ferreo spinalis medullæ, pedibus alteram: contractiones perinde ac in libero aere contigerunt.

At illud peculiare in hoc experimento se se mihi obtulit, quod si aut eodem arcu, aut alio quovis deferente corpore uncum dumtaxat spinalis medullæ animalis sub aqua latentis attigissem, continuo contractiones oborirentur; quod sane ad aquam arcus vices gerentem ipse retuli. Hinc animal non sub aqua ut antea, sed sub oleo demersi, visurus utrum contractiones perinde ac sub aqua contingerent, an omnino deficerent. Idem itaque deferens corpus unco spinalis medullæ ut antea apposui; contractiones omnino defecerunt, oleo scilicet deferentis arcus vicibus gerendis omnino impari, id quod sane me in præconcepta opinione haud parum confirmavit.

His compertis atque animadversis duplicem illam contrariamque electricitatem in ipso preparato animali reperiri visus sum mihi posse sine ulla cunctatione inferre, atque vel unam in musculo, alteram in nervo, vel utramque in alterutro sedem habere, ut in Turmalino lapide affirmant Physici. Omni idcirco studio cœpi hujusmodi sedem perquirere, & investigare; atque primum cujus indolis electricitatem nervi præferrent. Itaque detruncatæ spinali medullæ ranarum, quas quantum fieri posset recenter necatas ad experimentum paraveram, cylindrum prope admovi, nunc vitreum, nunc ex obsignatoria cera confectum; at nunquam primo adhibito musculares contigerunt motus, observabantur vero tibi alter adhibebatur, immo plerumque ad quattuor, aut plurium linearum distantiam, dummodo vertebralis tubus itamni folio fuisset, ut infra dicemus, obductus. Loco vitrei cylindri electricæ machinæ disco pluribus ac pluribus circumvolutionibus acto sæpe usi fuimus, ut compertum haberemus an major electricitatis copia, quæ erat in disco collecta, eas excitaret musculares contractiones, quas cylindrus non poterat, sed eundem exitum habuit experimentum; ne minimi quidem motus in musculis contigerunt.

Erit itaque electricitas nervorum juxta experimenta positiva, cum demonstrent Physici inter contrarias solum electricitates notos effectus, & motus posse obtineri.

Ad musculorum deinde electricitatem perquirendam ani-

num convertimus: hinc eadem in his atque illis pericula cepimus; at nullos neque positiva, neque negativa adhibita electricitate licuit in musculis motus observare.

Iterum itaque ad nervorum electricitatem nostris obtemperantem experimentis redivimus; eandemque obsignatoria cera explorando iisdem usi sumus artificiis, quibus utebamur, dum per scintillæ extorsionem illam ipsam tentabamus. Eadem fere prodierunt contractionum phænomena, nisi quod erant illæ longe minores, quæ obsignatoria cera habebantur, quam quæ scintilla, electricitatis viribus nempe respondentes. Eadem quoque fuit conductorum utilitas, eademque lex, atque eadem plane ratione motus musculares prodierunt.

At quoniam nihil aptius ad tam abditam, difficilemque rem, sedem nempe utriusque electricitatis, detegendam esse videbatur, quam electricitatem adaugere, atque intendere, hinc de ratione id perficiendi mecum ipse sedulo cogitare coepi, atque analogia duce ea se se mihi primo ratio obtulit, ut nervos in quibus eminere electricitas videbatur, & cujus naturam compertam habuimus, folio aliquo metallico obducerem potissimum ex stamno, non secus ac Physici in suo quadrato magico, atque leidensi phiala efficere consueverunt *Fig. 9. Tab. 3.*

Hujusmodi artificio mirum quantum musculares contractiones invaluerint, tantum scilicet, ut etiam sine arcu, sed uno corporis cujuscumque naturæ vel deferentis, vel etiam cohibentis cum armatis nervis contactu contractiones prodirent, dummodo animalia essent recenter præparata, & viribus constarent; ut arcus aliorumque artificiorum vis, & utilitas longe major evaderet; ut demum contractiones fierent vehementissimæ, & diuturnæ, ac ferme constantes in vegetis ante sectionem animalibus, semoto etiam vel arcu, vel corpore, quocum armati nervi attingerentur.

Quid plura? Ea fuit hujus artificii in adaugendis viribus hujusmodi electricitatis virtus, atque facultas, ut qui circuitus vix ac ne vix quidem uncis, atque arcu adhibito appareret, tam felix promptusque evaderet, ut non per duos modo, sed vel per tres interdum, & plures homines electricam veluti catenam constituentes in ranula abfiveretur, muscularesque de more excitarentur contractiones, ætivo præ-

fertim tempore, provectoribus animalibus, pallentibus musculis, atque cali tempestate imminente. Eodem autem metallico folio denudatum cerebrum in præparatis animalibus, & denudata spinalis medulla aliqua parte si obduceretur, contractiones arcu de more adhibito, & vehementes, & promptæ prodire tunc cœperunt, quas tamen sine hujus generis artificio, arcu, aut alia quavis ratione frustra excitare molitus antea fuisssem.

Tanta autem stamnei folii nervis appliciti in adaugenda animali electricitate vi comperta statui etiam experiri, quid idem folium posset in musculis; at non multum ex eo incrementi contractiones sumere visæ sunt, quin immo re sæpius tentata illud demum animadvertimus, contractionum incrementum contingere aliquod si tantum musculi, maximum si tantum nervi, aut spinalis medulla, aut cerebrum, vix vero ullum si cum hæ partes, tum musculi eadem stamni lamina simul obducerentur, atque armatis locis arcus aptaretur.

Non tantum porro intendebantur contractiones per metallicum folium denudatæ spinali medullæ superadditum, sed eodem etiam obducta spina vertebrali cum extus in dorso suis adhuc musculis instructo, tum intus in ventre, maxime vero eo in loco, e quo nervi egrediuntur. Neque referebat si magno folio, aut ex-guo eas partes, atque nervos in primis obtegisses, sat enim erat si aliquo, atque eidem unam arcus extremitatem apponeres, alteram musculis. Loco autem folii metallici adhibuimus pari cum utilitate amalgama electricum vel adspergentes nervum ejus pulvere, vel nervo pastillum aptantes ex eodem pulvere una cum oleo confectum. Quod si alio metallico pulvere, ferreo ex gr., aut æreo uteremur eadem etiam ratione, vix ullum erat muscularium motuum incrementum.

Jam vero ratione inventa, qua hujusmodi electricitas tantum lumeret incrementi, ejusdem deinde sedem alacrius, atque fidentius perquisivimus. Hinc eodem folio nunc nervo, nunc musculo obducto, primo musculum cum respondente nervo ab animali eduximus, & supra cohibens aliquod planum collocavimus, eique arcum de more apposuimus; idem præstitimus in musculo cum integro, tum secto, unam scilicet ejus partem metallico folio sepsimus, tum arcus extremitatem unam armatæ musculi parti, alteram nudo musculo

apposuimus; sed vix, ac ne vix quidem licuit nobis hisce tentaminibus ad ea, quæ quærebamus quidquam proficere.

Illud tantum animadvertimus, in musculo cum nervo extra animal educto contractiones longe minores prodire, quam si illi in animali suis naturaliter locis constitissent; in musculo autem integro exiguas adhuc magis levioresque, quin ægre omnino contingere; sed tamen haud raro aliquas, si una arcus extremitas armato musculi loco accommodaretur, altera adjacenti ac nudæ ipsius musculi superficiei; secus vero tentato experimento nullas prodire: idem quoque evenire, sed longe difficilius in interna musculi substantia; sed facilius longe, & promptius contractiones oboriri, si eadem ratione armato nervo arcus adhiberetur, immo si arcus loco deferentis alicujus corporis exigua licet extremitas in usum vocaretur, atque partim limbus metallici folii, partim nudus nervus eadem attingeretur.

Hæc circa perquisitam animalis electricitatis sedem tentavimus, quibus constat rem, quæ experimentis satis illustrari non potuerat, fuisse conjecturis maxime committendam. Sed de his paulo infra.

Nonnulla nunc prosequemur, quæ nobis in hujusmodi electricitatem diligentius inquirentibus animadversione digna se se obtulerunt; inter quæ illud in primis fuit, eam a communi excitatam electricitate agere quidem, ut monuimus, ad aliquot linearum distantiam, at per se solam ne ad minimam quidem distantiam, sed vel ipsum semper contactum postulare, ut vim exerceat suam; veruntamen contractiones certius, promptius, majoresque sæpe obtineri vidimus, si arcus extremitas extremæ oræ metallicæ laminæ nervos, aut musculos obducenti apponeretur, quam si ejusdem planæ superficiei; item si unci extremitati, quam si reliquis ejusdem partibus: quibus sane apparet animalem electricitatem communem quodammodo ac vulgarem haud parum æmulari, cujus peculiare ingenium est angulos, cuspidisque deligere ac sequi.

Hæc sane tam perspicua, atque aperta, si quid judico, de electricitate in musculis, ac nervis indicia, animum nobis addiderunt, ut alia etiam atque alia studiosius de eadem exquireremus. Hinc primum loco metallici jam dicti folii, cohibente materia cum nervos, tum musculos aliqua parte obteximus, serica scilicet tela, oleo, in quo pix erat soluta,

omnino imbuta, visuri utrum contractiones adhibito arcu penitus deficerent, nec ne. Defecerunt utique omnino. Oportuit vero & sericam telam adhibere, & ea ratione pręparare, ut contractiones cohiberentur; neque enim unica serica tela ad cohibendas contractiones sat erat, quippe quę facile deferenti animali lymphę imbuebatur, & humectabatur, neque solum oleum, quippe quod arcus extremitati ita locum concedebat, ut ad ipsum cum subiecta parte contactum omnino veniret.

Investigavimus deinde, an communis electricitatis rationem, & ingenium hujusmodi electricitas sequeretur vel in eo, ut faciliorem per quędam deferentia corpora, per alia difficiliorem sibi met stereret viam: sequi autem adamussum fere vidimus, atque primum ut illam, sic istam feliciter per metalla, quam per ligna iter suum conficere; inter metalla vero feliciter potissimum per aurum, & argentum, ægrius per plumbum, ferrum, potissimum si rubigine infectum, ita ut si vel arcus, vel plana arcus vices gerentia ex metallis fuerint confata, atque potissimum ex argento, vel, quod commodius cedit, ex ejusdem tenuissimis foliis obducta, contractionum phænomena, & clarius longe, & longe promptius prodirent, quam si eadem fuissent vel ex plumbō ex. gr., aut etiam ex ferro constructa. At deferendi facultate in solidis corporibus explorata, & in fluidis quoque eandem perquisivimus, & eodem ferme rediit res; per aquosa nempe felicissime iter suum expedire hujusmodi electricitatem comperimus, detineri autem omnino, & impediri ab oleosis. Hoc autem ut experiremur usi fuimus tubis vitreis exiguis, quos una extremitate aliqua materia occludebamus, per quam metallicum filum, argenteum nempe, aut æreum & stanni folio obtectum ita trajiciebamus, ut altera sui parte intra tubi cavitatem liberum esset, altera longe ab eo produceretur; tubos autem, accommodata ad experimentum materie, modo aquosa scilicet, modo oleosa replebamus, & simili artificio altera extremitate claudebamus, similique metallico filo eadem ratione instruebamus. Rebus sic dispositis hujusmodi tubis ita utebamus, ut vel integrum arcum flexis nempe filis metallicis, vel arcus partem constituerent, cujus extremitates de more animali aptarentur.

His autem tubis adhibitis *Fig. 14. Tab. 1.* nullę fiebant contractiones ubi oleo, utique vero ubi fuissent illi aqua repleti.

Verum

Verum nihil ad depromendam ex hujusmodi periculis utilitatem conducere magis videbatur, quam vel cohibendi, vel deferendi facultatem in diversis quoque animalium partibus diligenter investigare. Periculo autem facto compertum habuimus omnes omnino dissectorum animalium partes utique libere deferre, & commode traducere hujusmodi electricitatem, ob humiditatem forte, qua vel natura, vel in sectionibus, & preparationibus alluuntur; nam si varix & recenter dissectæ solidæ partes, ut musculorum fibræ, cartilaginee, nervi, ossa, membranæ; vel fluidæ, ut sanguis, lymphæ, serum, urina, exceptæ vitreo plano, aut in dictis tubis conclusæ apponantur aptenturque præparatis, & armatis maxime nervis, tum iisdem partibus una arcus extremitas accommodetur, altera musculi attingantur, perinde ferme contractiones contingunt, ac si nervis ipsis fuisset eadem arcus extremitas applicita. Idem autem fieri comperimus, si inversa veluti ratione res disponantur, experimentumque capiatur, dictis nempe partibus, non nervis, sed musculis aptatis, arcus vero extremitate altera iisdem partibus accommodata, altera armatis nervis. Secus vero rem se habere vidimus, si solidæ illæ partes potissimum non recenter sectæ sint, sed vel natura vel arte aruerint. Neque vero solum prodit phænomenon partibus hisce arte dispositis, verum etiam iisdem vel natura in animali adhuc collocatis, vel ratione certe parum a naturali recedente; nam si una arcus extremitas insulatis nervis potissimum armatis apponatur, altera quamcumque aliam corporis partem integre & naturaliter constitutam, quæ musculis a eisdem nervos spectantibus tandem utcumque respondeat, attingat, phænomenon fere contingit perinde ac si ipsis musculis eadem arcus extremitas admoveatur; sed idem porro fieri non sine aliqua admiratione vidimus cum nervis, tum musculis primo quidem ab invicem sectis, atque sejunctis, tum iterum artificiali quadam ratione conjunctis. Si enim ranis de more paratis, earumque tubo vertebrali stamini folio obducto, artus ab invicem ita cultro dividantur, ut quilibet artus respondentis dumtaxat suo nervo conjunctus superfit, tum unus artus ab altero longe removeatur *Fig 15. Tab. 3.*, arcus deinde extremitas una eidem vertebrali tubo innitatur, altera musculis, vel pedi unius tantum cruris, moventur tunc, ac contrahuntur musculi ejusdem dumtaxat cru-

ris. Si vero iidem artus de industria iterum jungantur ita, ut in mutuam contactum veniant, tum arcus eadem adhibeatur ratione, eidemque omnino cruri applicetur, moventur tunc, & contrahuntur musculi omnes utriusque cruris. Idem autem omnino evenit bifariam juxta axem secto vertebrali tubo cum spinali medulla, sectique deinde tubi partibus cum suis respondentibus nervis ab invicem diductis, artubus vero, ut natura sunt, conjunctis; in contractiones nempe unius tantum artus musculi incidunt, ubi una arcus extremitas uni tantum ex dictis tubi vertebralis partibus apponitur, altera respondententi cruri; incidunt vero utriusque cruris musculi, ubi disjunctæ spinalis medullæ partes fuerint iterum arte conjunctæ, & arcus una sui extremitate cuilibet artui, altera fuerit iisdem conjunctis partibus admotus: eadem demum omnino contingunt phænomena sive integro præparati animalis trunco, sive per medium a summo ad inum dissecto, dummodo divisæ partes iterum arte, & industria jungantur, atque ad mutuos contactus adducantur *Fig. 16. Tab. 3.*

Hæc sane phænomena non satis apte explicari posse videntur, nisi per interjectam partium humiditatem aditum ac transitum excurrenti animali electricitati ultro concedentem. An aliquod hæc lumen obscuræ adhuc consensuum nervorum causæ & rationi poterunt afferre? Utinam sapientiores Physiologi id videant aliquando. Sed nihil ad consensuum vires demonstrandas forte aptius, quam si crurales nervi de more in ranis parentur, integraque relinquatur spinalis medulla, in egrumque caput, atque integræ natura & sicut artus superiores; armato enim tunc vel nervo crurali, vel vertebrali tubo, atque arcu partim cruralis nervi armato loco, partim respondententi artui admoto, non modo inferiores artus contrahuntur, sed superiores quoque moventur, moventur palpebræ, aliæque moventur capitis partes, ut propterea arcus contactu commotum nerveo electricum fluidum maxima quidem parte ab indicato nervorum loco ad musculos confluere, sed partim etiam superiora per nervos perire, & ad cerebrum usque deferri, eamque in ipsum vim ficere videatur, ut aliorum inde musculorum quacumque de causa motus excitentur.

At vero quamquam de confirmata & experimentis, & analogiæ, & rationum momentis animali electricitate dubitaret



tare vix, ac ne vix quidem licere videretur, aut de ejusdem in nervis, ac musculis præsentia ac motu, aut de ipsius sive ab illis, sive ab istis, sive ab utrisque exitu, atque per apposita deferentia corpora libero excursu; & quamquam non exiguum nobis experimentorum fructum fortunam, & industriam tribuisse intelligeremus, dum modum nobis forte primis aperuisset, quo eandem electricitatem & sub oculis ferme ponere, & ex animali educere, & manibus veluti pertractare liceret, nihilominus, verum ut fateamur, nec penitus res demonstrata, omnibusque numeris absoluta, nec satis nobis ex sententia contigisse videbatur, nisi modum & rationem etiam comperire licuisset, qua eadem contractionum phænomena obtinerentur, quin ulla ratione, ulloque corpore aut nervi, aut musculi attingerentur. Verebatur scilicet ne forte aut arcus, aut aliorum instrumentorum mechanicæ cuidam irritationi ea phænomena aliqua possent ratione adscribi, neque idcirco his ipsis periculis satis constaret de tenuissimo fluido, eoque electrico per nervos excurrente, muscularesque contractiones inducente. Subiit autem animus experiri utrum nervis uni quadrati magici superficie, ut superiori ex. gr., musculis vero inferiori aptatis *Fig. 20. Tab. 4.*, vel contra, ut in *Fig. 13. Tab. 3.*, atque una arcus extremitate illi, altera huic superficie apposita loco a dispositis animalis partibus valde distito contractiones contingerent, nec ne. Hoc enim experimenti genere facile intelligebam, si excurrente per nervos fluido fuisset electricum, atque ab ejus excursu a nervis ad musculos contractiones proficilcerentur, perinde esse, ac si cum musculis, tum nervis ipsis arcum apponerem, quin tamen ulla de mechanico stimulo eisdem adhibito posset oboriri suspitio. Periculo autem facto, haberi non sine aliqua delectatione contractiones vidimus, quin haberi etiam eadem methodo, si vitreæ aut resinose superficies Physicorum more armatæ in uno eodemque plano fuissent dispositæ, dummodo aliquo fuissent ab invicem spatio disjunctæ, ita ut nervi in una ex illis superficiebus, in altera musculi consistèrent, nullaque inter ipsos fuisset per intermedium deferens corpus communicat. *Fig. 18. Tab. 4.*

Haberi præterea hoc artificio contractiones observavimus, quin aut nervi, aut musculi essent consueta metodo metallico folio obiecti, & haberi etiam demuta animadver-

tamus

timus, si intra aquam in uno vitreo vase ex. gr. spinalis medulla, aut nervi, in altero pedes collocarentur, tum de more arcus extremitatibus utriusque aquæ superficies attingeretur *Fig. 19 Tab. 4.*

Id autem occasionem nobis præbuit investigandi quid esset si muscoli in plano vitreo armato, spinalis vero medulla suo inclusa tubo, suisque conjuncta nervis in plano deferente, vel unco instructa, vel de more armata collocarentur; quod deinde contingeret, si secus institueretur experimentum, spinali nempe medulla in vitreo plano disposita, in deferente musculis, atque arcus, ut in superiori experimento, ductibus oppositis locis apponeretur, quorum unus spinalem medullam, alter musculos respiceret; quid demum, si cum illa, tum muscoli in uno eodemque vitreo plano armato extenderentur. At vero contractiones languidiores fuerunt, difficiliusque excitabantur, ubi muscoli in plano vitreo, spinalis vero medulla in plano deferente jacerent; contra vero vehementes prodierunt, cum spinalis medulla in plano vitreo, muscoli in deferente essent collocati; sed longe vehementiores, diuturnioresque, sponte interdum, ac sine ullo arcus usu prodeuntes, ac veluti renascentes, si cum muscoli, tum nervi in eodem armato vitreo plano constitissent, maxime si vel levis percussio, aut motus in armato vitreo plano fieret, ut in animalium trunci in gravissimum ferme tetanum incidisse viderentur. Quod si quis hæc cum iis conferat, quæ initio contingere diximus, cum scilicet muscoli, & spinalis medulla in eodem deferente plano collocarentur, atque vel pressione unci adversus idem planum, vel aliis indicatis rationibus contractiones excitarentur, facile intelliget, eas longe minores tunc extitisse, quam dum in plano vitreo armato similia peragerentur: haud leve sane argumentum animale electricitatem minus quidem per differentia corpora disperdi, quam communis & vulgaris; disperdi tamen, & cohibentibus corporibus non secus ac illam coerceri, atque cumulari, id quod in iis, quæ subsequuntur, periculis longe adhuc clarius, si quid judico, apparebit. Nam antequam manus, & operam ab his periculis removerem, periclitari volui, an eadem contractionum phenomena evenirent, non tantum vitreis aut resinosis planis, sed marmoreis etiam iisque probe levigatis adhibitis, ut eam scilicet mihi demerem dubitationem, quæ sæpe animo obversabatur,

ne contractiones, quas ipse ab animali electricitate repetere, a vitrei potius aut resinosi armati plani electricitate proficerentur. Armatis itaque marmoreis planis, cunctisque periculis in his, ut in vitreis & resinosis, susceptis cuncta ferme eadem contigerunt ratione, sed languidiores extiterunt contractiones, ita ut ea artificia essent adhibenda, quibus vires animalis electricitatis contractiones excitantis adaugentur. Hinc sæpe unam superficiem unius plani marmorei, aut ejusdem superficiem partem [idem enim est, sive duo plana adhibeas, sive unum per armaturas in partes divisum] uno metallo, stamno ex. gr. aut argento, ære alteram aut aurichalco munire oportuit, ut contractiones prodirent, forte quia animalis electricitas, ut communis ac vulgaris, minus apte a marmoreis, quam a vitreis aut resinosis substantiis soleat coerceri.

Illud vero silentio prætereundum non est, quod si arcus unam extremitatem ex cohibenti materia habuerit, tunc ille admotus, ut supra, armatis planis nullas omnino excitat contractiones; excitantur vero istæ, si vel eadem extremitas, vel aliud quodcumque cohibens corpus armatis nervis, aut spinali medullæ, ut jam monuimus, admoveatur.

At rem in mortuis ranis, dissectisque nervis admirati solliciti fuimus eandem in viventibus quoque, ac nervis cum integris tum dissectis experiri. Hinc separatis integumentis, detectoque, & armato cruris nervo, ubi nudus ille ferme incedit, sub eo nempe cruris loco, qui cum poplite comparari potest, arcum de more cum eidem nervo, tum cruris musculis admovimus; contractiones haud raro contigerunt; contigerunt autem semper dissecto nervo, atque armato, in vitreu nque planum armatum deducto, tum arcu sive nervo, sive eidem dumtaxat plano, & musculis eadem ac antea ratione admoto; deficiebant vero vel penitus, vel magna ex parte, si planum, supra quod nervus extenderetur, & deferens, & nulla fuisset ratione insulatum; ut constare inde videatur, eandem ferme esse animalis electricitatis agendi rationem cum in viventibus, tum in mortuis animalibus.

Tot habitis, neque, ut opinor, obscuris virium electricitatis animalis indiciis, experiri volui, num ad ejus vires colligendas, patefaciendasque quidquam, ut in extrinseca, & vulgari electricitate contingere monuimus, conferret consuetudine.

sueta nervorum præparatio, & diligens a cæteris partibus se-  
 junctio. Inveni autem conferre plurimum. Nam si cranio  
 dumtaxat, vel tubo vertebrali aperto, reliquo animali inte-  
 gro, cerebrum, aut spinalis medulla suo stamni folio obdu-  
 ceretur, tum una arcus extremitas armatz parti, altera cru-  
 ri apponeretur, contractiones aliquæ quidem in superioribus,  
 at nullæ, aut vix ullæ in inferioribus artubus contingebant,  
 sensim autem, atque gradatim aliquæ prodibant, prout de-  
 nudato, atque exenterato animali, nervi, magis, magisque  
 a vicinis partibus sejungerentur, donec tandem nervis omni-  
 no ab iissem sejunctis, ac liberis, & aere tantum circum-  
 datis magnæ illæ, ac vehementes eodem arcu, eademque  
 adhibita ratione prodirent, ut constare inde videatur vias,  
 atque aditum animali electricitati a nervis ad contiguas  
 partes patere forte aliquem, sive per humiditatem, sive  
 per vasa aut lymphatica, aut sanguinea nervis inserta,  
 quibus dissectis liberi nervi, atque insulated cum supersint,  
 parata ad motum electricitas ad armatum locum aut tota,  
 aut magna parte confluens, suumque arcu ope per muscu-  
 los ac nervos circuitum absolvens contractiones edit, easque  
 longe majores, quam ante hujusmodi præparationem.

Hujusmodi autem phænomenon novum suppeditare, ne-  
 que leve animalis electricitatis argumentum videtur: & ali-  
 qua forte inde potest oboriri suspicio, accelerationem sangui-  
 nis, & humorum circuitum in musculari motu vel potissimum,  
 vel aliqua parte ab ipsa electricitate pendere a nervis ad  
 vasa affluente, in eorumque humores impetum faciente: cui  
 sane conjecturæ si locus fuerit, aliqua fortasse inde emanaret  
 explicatio, cur in senibus, in quibus vasa multa coalescunt,  
 uberius per nervos ad cerebrum recta contendens electricitas  
 illud haud raro graviter lædat, reddatque senilem ætatem hac  
 etiam de causa & paralyfi, & apoplexiæ, aliisque hujus-  
 modi morbis magis obnoxiam. Sed de his alibi.

Verum nihil ad aliquam e nostris periculis depromen-  
 dam utilitatem conducere magis visum nobis fuit, quam ha-  
 ctenus in frigidis tentata animalibus ad calida quoque sedulo  
 transferre.

Facile enim intelligebam, si quæ inveneram, ea ad fri-  
 gida tantum pertinuissent, horum dumtaxat proprietates quas-  
 dam me invenisse vix forte aliqua cum utilitate conjunctas;

eadem vero si in calidis quoque reperiri licuisset, magna mihi spes ostendebatur fore, ut ad muscularium nervearumque vim indolem, & naturam sin minus enodate explanandam, at paulo magis aperiendam, non parum proficerem; quod forte sine aliquo cum Physiologiæ incremento, tum medicinæ utilitate esse non poterat. Periculis autem factis in volatilibus, quadrupedibusque nec semel, sed pluries, ac pluries, non modo præcipua phænomena ex voto, ut in frigidis animalibus, ranis nempe, testudinibus cesserunt, sed & facilius prodierunt, & longe fuerunt illustriora. Licuit etiam peculiare illud animadvertere, in viventi animali, puta in agno, dissecto nervo crurali, & metallico folio obducto, & supra planum vitreum armatum extenso obtineri contractiones sine arcus artificio, sed solo contactu corporis alicujus deferentis cum eodem plano; nervo autem supra metallicum planum producto, numquam, nisi arcus de mœre animali adhiberetur, easdem excitari.

Quo sane quid aptius, quid firmiter, ut demonstraretur animale electricitatem a nervis ad contigua corpora diffundi, & non secus ac communis, atque vulgaris electricitas consueverit, cohibentibus colligi, & dispergi deferentibus substantiis? Hæc ea sunt quæ experiundo comperimus.

Monitum autem postremo loco lectorem volumus, animale electricitatem a nobis detectam, quemadmodum multis aliis proprietatibus, sic maxime inconstantia, varietate, & sui post certum tempus quadam veluti instauratione cum communi electricitate haud parum consentire. Differunt enim valde contractiones maxime in postrema hac periculis parte habitæ non solum pro vario animalium genere, sed pro varia cujusque eorum natura, ætate, varioque statu, & robore; ita ut in quibusdam promptissime & magnæ contingant, ægre in aliis, ac vix sensibiles: differunt item pro varia anni tempestate, & vel ipsius cæli constitutione.

Æstivo namque tempore, & fulgura minante cælo majores, promptioresque esse contractiones consueverunt, quam hieme, & placido cælo, quamquam tunc citius in animali extingui vim illam observavimus, qua excitantur; majores item promptioresque in seniori, quam in juniori; in vegetiori, quam in hebetiori animali; exanguibus demum, ac pallidis, quam sanguine oppletis, & rubris musculis.

Sunt præterea contractiones in uno eodemque præparato animali nunc exiguæ, nunc magnæ, interdum etiam nullæ; quandoque primis tentaminibus contingunt, interdum post alia atque alia.

Hæc porro tanta effectuum, seu contractionum varietas non magnis tantum, sed brevibus etiam temporis intervallis se prodit.

Tandem imminute post certum tempus, certamque quietem contractiones iterum augentur interdum quasi sponte, & invalescunt, quin deficientes quoque veluti sponte instaurantur, cæteris externis causis & rerum adjunctis vix, ac ne vix quidem, ut apparet, immutatis, non secus ac refici, & instaurari quasi per quietem, & otium ad certum tempus videtur quadrati magici, aut leidentis phialæ dissipata per repetita experimenta electricitas.

Quo vero melius qui huic experimentorum generi operam dederint arcus usum & utilitatem agnoscant, illud notare expedit, quod deficientibus contractionibus, quæ armatis potissimum nervis interdum solo corporis cujuslibet in primis deferentis tactu excitantur, si ad arcus tunc usum confugiant, easdem denuo instaurari videbunt; quod si vero eundem arcum armatis plani superficiebus aptare velint, tunc vel continuo, vel paulo post animalis præparationem in usum advocent.

Hæc autem eo consilio monemus, ne quis hæc nostra iterando pericula, in æstimandis contractionum, & electricitatis viribus, aut ipse se decipiat, aut fuisse nos deceptos arbitretur; si enim pluries hæc eadem instituat pericula, pluries etiam, quæ nos attulimus phænomena usu, & experientia comperiet.

#### PARS QUARTA.

##### *Conjectura, & consuetudina nonnulla.*

**E**X hætenus cognitis, exploratisque satis constare arbitror, electricitatem animalibus inesse, quam liceat nobis cum Bartolonio, aliisque generali quodam nomine animale appellare. Hæc, sin minus omnibus, plerisque tamen

men animalium partibus continetur; sed in musculis, ac nervis luculentissime se exhibet. Hujus peculiare nec antea cognitum ingenium esse videtur, ut a musculis ad nervos, vel ab his potius ad illos tendat vehementer, subeatque illico vel arcum, vel hominum catenam, vel quæcumque alia deferentia corpora, quæ a nervis ad musculos breviori, & expeditiori ducant itinere, celerrimeque per eadem ab illis ad hos excurrat.

Ex hoc autem duo maxime profluere videntur, duplicem scilicet in his partibus electricitatem esse, positivam aliam, ut credere est; aliam negativam, atque alteram ab altera penitus esse natura sejunctam; secus enim æquilibrio habito, nullus motus, excursus electricitatis nullus, nullum muscularis contractionis phænomenon.

Cuinam vero ex dictis partibus insideat una electricitas, cuinam altera; utrum scilicet alia in musculo, in nervo alia, an utraque in uno eodemque musculo, & ex qua parte fluat, difficile sane est definire. In hac tamen rerum obscuritate si opinari liceat, inclinatur animus ad utriusque electricitatis sedem in musculo collocandam.

Licet enim ad musculares contractiones obtinendas necesse plerumque sit arcus extremitatem unam nervis extra musculos apponere, alteram ut diximus musculis; non inde tamen sequi videtur, nervos propria pollere electricitate, ut proinde una in his, in musculis altera sedem habeat; quemadmodum in leidensi phiala, etsi una arcus extremitas externæ ejusdem phialæ superficiæ, altera ejusdem conductori soleat applicari, ut electricitatis excursus ab una ad alteram fiat superficiem, minime tamen inferre licet electricitatem, quæ in conductore se prodit, peculiarem esse, & ab ea, quæ intra phialæ fundum fuerit collecta, dissimilem; quin immo constat eam ad intimam oneratamque superficiem omnino spectare, ambasque electricitates, etsi contrarias, in eadem ipsa phiala contineri.

Quo circa si magnus contractionum, quæ in præparato animali obtinentur, numerus spectetur, cui sane non inime respondere posse videtur exigua illa electricitatis quantitas, quæ in exigua nervi parte post sectionem in præparatis musculis superstitè contineretur; si præterea ea multa a functionibus animalibus petita argumenta considerentur, quæ nerveum

fluidum jam a nobis electricum demonstratum libere per nervos celerrimeque excurrere aperte declarant; si demum non obscura, neque difficilis attendatur phænomenorum ex utraque electricitate in ipso musculo insidente explicatio, ut postea ostendemus, non abs re esse videbitur conjicere, musculum propriam esse exploratæ a nobis electricitatis sedem, nervum autem conductoris munere fungi.

His admissis non inepta forte, neque a veritate omnino abludens hypothesis, atque conjectura illa esset, quæ muscularem fibram ad exiguam veluti quamdam leidsensem phialam, aut ad simile aliud electricum corpus referret duplici, eaque contraria electricitate instructum; nervum autem phialæ conductori quodammodo compararet, atque totum propterea musculum cum leidsensium phialarum congerie quasi componeret. Duplicem autem, atque contrariam electricitatem posse in uno eodemque musculo insidere a veritate non alienum ille facile concedet, qui consideraverit, muscularem fibram, quamvis primo aspectu simplicissimam, diversis tamen cum solidis, tum fluidis partibus componi, quæ substantiæ in ea varietatem haud levem inducent: nerveam certe substantiam in ea reperiri a musculari omnino dissimilem haud obscure sensus monet, qui in quocumque fibræ puncto præsto est. Quæ quidem nervea in quocumque fibræ puncto substantia cum neque nervum referat, neque oculis pateat, sed sensu tantum dignoscatur, quid prohibet quin eam a substantia visibilis nervi aliqua saltem ex parte dissimilem, aut varia ratione dispositam conjiciamus, atque propterea electricam forte naturam habere; deferentem vero nervum extra muscularem fibram productum? Verum id clarius forte ex iis, quæ de nervis paulo infra dicemus, prodibit.

Multo autem difficilius, duplicem electricitatem in una eademque fibra musculari ille negare poterit, qui eandem fibram oppositas inter se superficies externam scilicet & internam habere neque difficile, neque sine aliqua veri specie esse viderit, sive spectata cavitate, quam nonnulli eidem tribuunt, sive substantiarum diversitate, qua componi diximus, quæ nequit esse sine variis muscularis substantiæ foveolis veluti, ac superficiebus.

Demum, si quis animum vel parumper *Thermalino* lapidi adjecerit, in quo duplicem contrariamque electricitatem re-



periri recentiorum inventa videntur suadere, novam ille ab analogia desumptam rationem prospexerit, qua non inanis omnino hujusmodi reddatur hypothesis. At quacumque ratione se se res habeat, tantum sane causarum, phænomenorumque consensum inter electrici fluidi e leidensi phiala eruptionem, & nostras contractiones animadvertere visi sumus, ut ab hac hypothesi, & comparatione vix, ac ne vix quidem potuerimus animum remove, ac nos cohibere, quin a simili causa cum illam, tum istas repeteremus.

Nam tribus potissimum adhibitis artificijs erumpit ab interna leidensis phialæ superficie electricitas; contactu nempe ejusdem conductoris cum deferente maxime aliquo corpore, arcus appositione, atque scintillæ ab electricæ machinæ conductore, ut nuperrime observavimus, educatione.

His autem ipsis tribus artificijs musculorum contractiones jam obtineri vidimus, contactu nempe armati nervi, quem muscoli conductorem fecimus, arcu cum eidem nervo, tum musculo suis extremitatibus appposito, scintillæ demum jactu.

Inter artificia vero illa ut omnibus aptius, & validius ad promovendam electricitatis e leidensi phiala eruptionem est arcus, sic eundem omnibus esse magis ad musculares excitandas contractiones idoneum jam vidimus; item quemadmodum nisi conductor extra phialæ orificium, ac maxime extra illam sedem emineat, ab eaque distet, in qua deferens materia intra phialam continetur, arcus usus vix quidquam ad eam promovendam eruptionem potest, sic vix quidquam posse ad eas inducendas musculares contractiones eundem arcum, si nervi prope musculos fuerint resecti, jam demonstravimus.

Jam vero ad scintillæ educationem quod attinet, longius etiam quam hætenus exposuimus procedit similitudo; quod ut recte intelligatur animadvertimus, casu nos observasse tenebris facris lucidum penicillum jugiter in acuminato leidensis *onerata phiala* conductore micare, & post aliquod inde tempus sponte deficere. Postquam autem illud defecerit, si fuerit phiala ad certam e machinæ conductore distantiam collocata, atque ab eodem conductore scintilla eliciatur, iterum idem pro sit penicillum eo ipso temporis momento, quo scintilla educitur, mox evanescit, sicque educta scintilla oritur

alterne, & extinguitur. Hujusmodi penicillum illud est, quod variis modis a nobis tentatum exploratumque novum nec leve obtulit analogiæ jam propositæ argumentum; nam ut scintillæ jactu se prodit hujusmodi penicillum, sic excitantur, ut monuimus, contractiones; præterea, quemadmodum si deferens corpus maxime cum tellure communicans externæ phialæ superficiem addatur, quo tempore idem penicillum scintillæ jactu vel deficit, vel languescit, continuo elicitæ iterum scintilla reviviscit, & instauratur; sic eodem deferente musculis appposito vel instaurari deficientes, vel adaugeri languentes, dum scintillæ elicerentur, musculorum contractiones jam monuimus. Item, ut educta scintilla illud penicillum apparet, sive conductor phialæ machinam respexerit, sive in opposita fuerit regione; sic perinde contractiones, ut diximus, contingunt, sive e regione machinæ fuerint nervi, eorumque conductores, sive in opposita. Tubo autem, vel vitreo, vel resinoso, si ea conductoris pars concludatur, quæ extra phialæ orificium eminent, deficit scintillæ jactu penicillum, non secus ac eodem tubo inclusis nervis deficient contractiones, etsi reliquum animal aeri libere pateat.

Quemadmodum præterea si phiala intra vitreum aliud vas collocetur metallico folio extus obductum, solo contactu exterioris hujus vasis, dum scintilla elicitur, languens instauratur, & reviviscit deficiens penicillum; sic phiala, in qua est animal, ut in *Fig. 3. Tab. 1.* intra idem vas collocata, ejusdem vasis contactu, reviviscunt in scintillæ jactu languentes contractiones, & desinentes iterum insurgunt.

Ut omnis vero electrici ejus penicilli in scintillæ jactu conspectus evanescat, si aut conductor internæ superficiem ultra phialæ orificium non emineat, aut licet emineat, si conductor alter eidem addatur, isque ad externam usque phialæ superficiem protrahatur; sic cessant in scintillæ jactu, ut narravimus, contractiones, si aut nervus extra respondentes sibi musculos, contiguasque partes non emineat, aut licet emineat, si alius conductor eidem aptetur, qui ad musculos usque, vel ad eorum conductores dirigatur.

At vero licet non levem veri speciem hæc præferat hypothesis & comparatio, nonnulla tamen sunt, quæ eidem haud leviter videntur adversari. Nam vel nervi idioelectrici sunt indolis, ut nonnulli autumant, atque conductorum tunc

munere fungi minime poterunt, vel sunt anelectrici; & qui fieri tunc poterit, ut intra eos electricum contineatur animale fluidum, neque vagari eidem, atque ad vicinas partes se diffundere liceat, non sine magno sane contractionum muscularium detrimento? Huic autem incommodo ac difficultati haud difficile occurret ille, qui nervos ita comparatos sibi fingat, ut intus cavi sint, aut aliqua saltem materie compositi ad electricum vehendum fluidum apta, extus vero vel oleosa, vel alia coalescant substantia, quæ electrici ejusdem fluidi per eos excurrentis dissipationem, effusionemque cohibeat. Talis quidem nervorum structura, atque compages illud efficiet, utroque ut munere possint fungi, deferendi scilicet nerveo-electrici fluidi, & una ejusdem præcavendi effusionem, eritque & animali œconomix, & experimentis admodum accommodata; animalis siquidem œconomia semper spiritus animales intra nervos coercitos postulare videtur; experimenta autem demonstrant, oleosa maxime substantia nervos conflari; nam non ingens modo a nervis per distillationem obtinetur olei quantitas, & longe major, quam a musculis, sed major fuit a nobis recentiorum methodo educta ab iis inflammabilis aeris copia, quam ab ulla alia animalis parte elicere umquam licuit, ejusque fuit hic aer indolis, ut accensus vividior, puriorque flammam, & longe permanentem emisit, quam soleat inflammabilis ipse aer a reliquis partibus eductus; uberius sane oleosa in nervis substantiæ haud leve indicium.

Neque vero idioelectricæ hæc in nervis substantia, quæ præsidio esse videtur, ne electricum nerveum fluidum non sine gravi detrimento disperdatur, impedimento erit, quominus idem fluidum per deferentem nervorum intimam substantiam excurrentis ab iisdem nervis, ubi opus fuerit, ad contractiones perficiendas exeat, atque per arcum ad musculos suo more & ingenio velocissime transferatur.

Quemadmodum enim etsi cera obductus leidentis phialæ conductor, nihilominus eidem appposito arcu explosio obtinetur, si vel tenue fuerit ceræ stratum, vel etsi crassius, tenui tamen metallica folio fuerit obductum, dummodo certos crassitie non prætereant limites, ut nos sæpius experti fuimus; sic a nervo simili forte ratione a natura fabricato, maximeque arte armato, poterit electricum fluidum effluere, contractionesque perficere.

Liceat itaque nobis haud forte improbabilem sequi hujusmodi hypothesim, quam tamen continuo abjiciemus, simul ac aut docti homines ab ea dissenserint, aut aptiorem aliam Physicorum inventa, vel nova hac de re suscepta pericula demonstraverint.

Pauca nunc de animalis hujus electricitatis indole ab iis desumpta, quæ ex enarratis periculis licuit inferre. Sunt itaque huic electricitati alia cum artificiali, & vulgari, alia cum Torpedinis, aliorumque hujus census animalium electricitate communia.

Communia cum vulgari electricitate sunt; primo liberum ac facile iter per eadem corpora, per quæ communis illa excurrere consuevit, per metalla scilicet in primis, atque inter hæc per perfectiora, & nobiliora, ut sunt aurum, & argentum, deinde per minus nobilia, æs nempe, ferrum, stannum, plumbum, præterea per imperfecta, cujusmodi sunt antimonium, ac postremo per *mineras*; facilis item ac libera via per aquam, per humida corpora; difficilior per lapides, terras, ligna; interrupta demum, ac penitus interclusa per vitrea, resinosa, oleosaque corpora, quo fit ut si metalla cohibenti plano fuerint superstrata, non secus ac communis, & artificialis cumulari in iisdem, & longe majores edere effectus consueverit, contractiones scilicet vehementiores, diuturnioresque excitare, quam si eadem metalla cum deferentibus aliis corporibus libere communicarent.

Secundo delectus in excursu brevioris, expeditiorisque viæ, arcus nempe, angulorum, cuspidum.

Tertio duplex ejus, atque contraria indoles, alia scilicet positiva, negativa alia.

Quarto diuturna ejusdem, & per horas constans musculis adhæsiō, non secus ac communis electricis natura corporibus adhærere diu consuevit.

Quinto spontanea, neque ad exiguum temporis spatium producta ejusdem veluti instaurationis.

Sexto insigne ipsius virium incrementum armaturæ, ut ajunt, artificio adhibito, eoque ipso metallo confectæ, quo resinosa, & vitrea corpora sepire Physici in more habent.

Communes vero cum Torpedinis, aliorumque hujus census animalium electricitate proprietates hæc maxime sunt. Circuitus nempe veluti quidam electricitatis ab una animalis parte

parte ad alteram,isque vel per arcum, vel per ipsam aquam arcus vices gerentem, ut physici animadverterunt. Quo sane constat, talem circuitum non torpedinis solum, aut similibium, sed plerorumque forte animalium nostris adhibitis artificiis esse proprium. Præterea ut in illa, sic in ista desunt & levioris quasi auræ sensatio, & attractio, aut repulsio levissimorum corporum, & minimi demum motus in electrometris hactenus inventis indicia.

Id vero etiam commune habet animalis nostra electricitas cum hujusmodi electricitate, ut nullo prævio artificio, frictione nempe, calore, aut hujusmodi aliis indigeat, quibus excitetur, sed parata veluti a natura ac prompta jugiter sit, soloque contactu se prodat. Immo tanta est ad agendum promptitudo in ea animalium electricitate, quam experti fuimus, ut si corpore licet cohibente attingatur vertebralis tubus quo loco est armatus, nihilominus haud raro contractiones se prodant, animali potissimum recenter mactato, & præparato, sæpe autem contingant si idem cohibens corpus adversus metallicum folium ita urgeatur, ut folii contactus cum nervo e tubo egredienti aut augeatur, aut immutetur, quod nescio an de torpedinis electricitate possit affirmari.

Id porro unum torpedinis maxime, atque affinium animalium proprium, ac peculiare videtur, ut pro arbitrio, ac voluntate extra cutim valeant electricitatem dirigere, atque expellere ita, ut suum illa extra corpus circuitum conficiat, & tanta copia, & vi, ut scintillam, si Physicos audiamus, exhibeat, ut concussionem, vehementemque sensationem inducat, eumque interdum impetum in animalcula, quæ in ipsius circuitus semitam incidunt, faciat, ut eadem vel necet, vel stupida reddat, & consternata. Verum hæc uberiolem forte in hujus census animalibus electricitatis copiam, & vim designant, non vero dissimilem naturam; & forte aliquando inveniri poterunt artificia, quibus hujusmodi effectus in aliis etiam animalibus obtineantur.

Inventæ autem a nobis atque indicatæ ejusmodi electrici circuitus in cæteris animalibus cum vires, & rationes, tum viæ, & instrumenta aliquam forte lucem circa eundem in torpedine, affinisque animalibus circuitum poterunt afferre, & rursus ab horum animalium organorum, quæ ad id muneris apta sint, diligentiori disquisitione, & observatione

poterunt hæc nostra lucem recipere. Instrumenta forte erunt similia, iidem electrici circuitus termini, muscoli nempe, & nervi.

Hæc de indole, atque ingenio animalis electricitatis. Pauca nunc de ejusdem fonte. Hunc non dissimilem ab eo esse putarem, quem Physiologi ad hæc usque tempora pro spiritibus animalibus indicarunt, cerebrum nempe. Licet enim electricitatem musculis inhærentem indicaverimus, non in ea tamen versamur opinione, ut ab iis quoque tamquam a proprio, & naturali fonte emanet.

Nam cum omnes nervi, tum qui ad musculos, tum qui ad cæteras feruntur corporis partes, ut specie, sic natura iidem videantur omnino esse; quis jure negabit ejusdem indolis fluidum omnes vehere? Sed jam supra ostendimus, per musculorum nervos electricum ferri fluidum; feretur igitur per universos: ab uno itaque, & communi fonte, cerebro nempe, omnium principio & origine idem haurient: secus enim tot essent fontes, quot sunt partes, in quas nervi desinunt; quæ cum natura, & constructione sint admodum dissimiles, non unius ejusdemque, ut oportet, fluidi elaborationi, & secretioni aptæ esse videntur.

Electricum igitur fluidum cerebri vi præparari, atque e sanguine extricari simile veri credimus, illudque nervos ingredi, atque intus per eos excurrere sive cavi & liberi sint, sive, ut probabilius videtur, tenuissimam lympham, vel simile aliud peculiare tenuissimum fluidum vehant a corticali cerebri substantia, ut plerique opinantur, secretum. Quod si erit, recondita, ac diu frustra perquisita spirituum animalium natura haud obscure forte tandem prodibit. At, ut res sit, eorum certe electricitatem in posterum post hæc nostra tentamina in dubium, ut opinor, revocabit nemo. Quam etsi ratione, & nonnullis tantum ducti observationibus in publicum nostrum Anatomicum Theatrum primi forte attulimus, celeberrimique viri quamplures jam pridem indicassent, numquam tamen amicam adeo nobis fortunam arbitrati essemus, ut eandem in nervis latentem, & manibus veluti pertractare, & extra nervos deducere, ac pene sub oculos ponere nobis forte primis concederet.

His præmissis atque indicatis ad ea nunc primum me confero, quæ ad explicationem pertinent aliquam muscularium

rium maxime contractionum, quæ nostris experimentis obtinentur, ea deinde prolaturus, quæ cum ad naturales, ac voluntarios motus, tum ad invitos, morbososque spectant, ut nostrarum observationum utilitati aditus aperiatur aliquis, si quidem ab animalibus, atque maxime a calidis ad hominem hæc nostra, ut non sine causa arbitramur, liceat transferre.

Ex captis itaque experimentis illud haud difficile eruitur, celerem vehementemque nerveo-electrici fluidi excursus per musculum ad nervum illum esse, quo maxime musculares contractiones, ac motus excitantur.

Qua vero ratione hujusmodi electricitatis excursus contractiones inducat, utrum ex. gr. mechanica quadam irritatione, ac stimulo, aut nervos, aut muscularem fibram percellendo, ejusdemque, ut ajunt, irritabilitatem excitando, an more, & ingenio communis vaporis electrici peculiarem vehementemque attractionem inter particulas ex. gr. muscularem fibram componentes celerrimo suo per eandem excursu inducendo, ut propius illis ad se mutuo accedentibus reddatur fibra brevior, an alia, ut proclivius est credere, nondum cognita ratione agat, scitu perdifficilis nimis res est, atque tenebris nimis obvoluta. Alia forte, atque alia hac de re instituta pericula aliquod forte lumen aliquando afferent. Sed nunc illud primum quærendum venit, qua scilicet ratione, quibus de causis talis a musculis ad nervos electricitatis excursus in enarratis periculis contingat, quod in allata supra hypothesi haud difficile erit invenire.

Diligenter itaque velim in primis animadversum, duo vel maxime requiri, vel certe summopere conducere ad musculares excitandas contractiones, de quibus hæcenus differuimus.

Primo nempe aliquid, quod fluidum nerveo-electricum a musculo ad nervum advocet, atque ad exitum sollicitet; aliquid deinde, quod idem e nervo exiens in se recipiat, atque vel ad musculos deferat, ac veluti restituat, vel alio deducat, ac distrahat. Una siquidem, vel altera ex his conditionibus deficiente contractionum phænomenon quoque deficit.

Quæ autem nerveo-electricum fluidum a musculo ad nervum invitant, ac veluti compellunt hæc maxime videntur; sublatum scilicet repente æquilibrium inter internam musculorum, nervorumque electricitatem, & externam corporum

cum nervis maxime communicantium; irritatio præterea eorundem nervorum; contactus corporis alicujus, maxime deferentis, aut cum iisdem ipsis nervis, aut cum corporibus deferentibus cum iisdem nervis communicantibus; nervæ demum substantiæ commotio veluti aliqua, aut levissimi affrictus species, ut dum simplici percussione plani, in quo præparatum animal jacet, contractiones excitantur.

Patet autem hujusmodi incitamenta partim ad sublatum æquilibrium, partim ad genus quoddam impulsus in nervos, etsi minimi, referri demum posse.

Electricum vero fluidum ad nervum his de causis accurrens excipietur corpore quocumque deferenti, quod illud a nervis ad musculos transferet, si ab illis ad hos fuerit electrici arcus more productum; alio autem deducet, si cum nervis tantum, aut cum corporibus nervos contingentibus idem communicaverit, ac certam habuerit magnitudinem.

Jam vero his adnotatis, atque statutis venio nunc ad explicationem muscularium motuum, quos observavimus, atque eorum primo, qui scintillæ jactu obtinentur.

Jactu enim scintillæ eripitur electricitas, cum ex aeris stratis machinæ conductorem circumambientibus, tum ex nervorum conductoribus cum iisdem stratis communicantibus; fitque propterea eorum electricitas negativa. Hinc intima musculorum positiva electricitas viribus cum propriis, tum ab extrinseca electricitate sive artificiali, sive naturali mutuatis uberius ad nervos accurret, ut ab eorum conductoribus excepta, atque per eos se se diffundens deficientem cum in iis, tum in paulo ante dictis aereis stratis electricitatem instauret, seseque cum eadem ad æquilibrium componat; non secus ac in leidensi phiala internæ superficiei positiva electricitas in scintillæ educatione uberius ad illius conductorem iisdem de causis affluit, & ab eodem exit, quemadmodum lucidi electrici penicilli forma aperte declarat.

Hinc sane haud difficile intelligitur conductorum in nervis ad excipiendam, & transferendam electricitatem sive utilitas, sive necessitas, eorumque constans cum muscularibus contractionibus ratio, & proportio.

Similis causa, & ratio esse videtur contractionum muscularium, quæ scintillæ jactu in animali obtinentur vitrea nostra machinula incluso: interna enim musculorum electri-



citās ad internam vitri superficiem per nervos, eorumque conductores ab eadem æquilibrii legem videtur affluere, ut tantum scilicet electricitatis ad internam vitri superficiem confluat, quantum per scintillæ jactum ab exteriori fuerit abreptum.

Eadem quoque videtur phænomeni ratio, & causa in contractionibus, quæ contingunt conductoribus præparatorum animalium ad externam leidentis phialæ superficiem, aut prope eandem appositis, dum scintilla e conductore internæ superficiæ elicitur.

Immo tam apte, & perspicue hac superficiærum, & æquilibrii lege phænomenon explicatur, ut eum non facile reprehenderem, qui ab eadem lege contractiones quoque illas explicaret, quæ obtinentur in scintillæ a conductore electricæ machinæ extorsione, duplicemque ille in aereis stratis eundem conductorem circumambientibus veluti superficiem consideraret, internam alteram conductorem, externam alteram animal respicientem.

At siue hac, siue illa ratione, aut alia nondum cognita res contingat, dubitabit nemo, quin eadem sint phænomeni causæ, & rationes in contractionibus illis, quas fulgurante cælo fieri diximus; idem enim in fulgurum jactu aereis stratis electricam nubem circumambientibus contingere videtur, ac illis contingat, quæ electricam machinam circumdant.

Tandem ex eadem æquilibrii lege inter positivam musculorum, & negativam obsignatorix ceræ electricitatem nemo non videt, facile contractiones illas ortum ducere, quas ex admota nervis eadem cera perfricata contingere diximus, deficere vero admoto perfricato vitro; item ex eadem æquilibrii lege illas quoque contractiones derivare, quas dum clypeus electrophori e suo resinoso plano attollitur, contingere jam monuimus.

Sed venio nunc ad eas, quæ siue arcu, siue corporum deferentium cum nervis contactu, siue eorundem nervorum irritatione, siue aliis, quos supra indicavimus, modis excitantur; ad quas quidem quod attinet nemo animalis electricitatis, quam artulinius indolem, atque ingenium vel parumper animadvertet, quin facile intelligat, quam illa sint artificia ad internam positivam musculorum electricitatem ad nervos advocandam, eamque excipiendam, atque ad externam

musculorum partem negative, ut posuimus, electricam transferendam apta, & accommodata.

Verum his semel admissis queri potest, quid sit, quod si corpore aliquo cohibente nervus vel tangatur dumtaxat, quemadmodum interdum contingit si fuerit ille armatus, vel eodem, vel si mavis artificiali electricitate irritetur, nihilominus prodeant contractiones.

Nam adest tunc quidem & contactus, & impulsus, qui etsi levis forte poterit nerveo electricum fluidum ad nervi exteriora revocare: at corpus, quod idem fluidum excipiat, atque vel alio æquilibrii causa ducat, vel multo magis ad musculos restituat, deesse omnino videtur.

Verum expositis phænomenis accurate perpensis, atque nerveo-electrici fluidi indole, & ingenio considerato, quo per differentia dumtaxat corpora liberum aditum, ac paratam sibi viam invenire consuevit, & a nervis ad musculos vehementer contendere, ne tum quidem deferens corpus arcus quasi vices gerens deesse forte videbitur, fluidæ scilicet humidæque extrinsecæ nervorum partes, vel crassæ potissimum, & duræ eorum membranæ, vel utraq; id muneris poterunt præstare. Hinc forte cranio aperto, ac nudo cerebro, item spinali medulla e suo vertebrali tubo edueta, ac nuda, musculorum contractiones, ut diximus, excitantur nullæ, licet arcus eidem admoveatur; excitantur vero si metallico folio eadem instruat, quod deficientis membranæ vices longe expleat; secus vero, ut monuimus, in nervis contingit, quos crassis membranis extra cerebrum cum obduxerit natura, sic metallico folio munire perutile quidem semper est, at minime necessarium. Quod si metallicum folium, quo nervos obducere consuevimus, veluti ad partem arcus referas, atque in mentem revoces, quæ de multiplicis arcus substantiæ utilitate in adaugendis contractionibus attulimus, forte contractionum, quæ solo contactu contingere, ut jam diximus, videbantur, plerasque ab arcu etiam repetes, quem partim metallicum folium, partim deferentes jam dictæ nervorum substantiæ veluti conficient.

Hæc autem si concedantur, aditus forte aperietur aliquis ad explicandos musculares motus, qui in vivente animali fiunt, quosque considerare nunc aggredimur. Nam ad voluntarios quod attinet, poterit forte animus mira sua vi,  
aut

aut in cerebrum, ut proclivius est credere, aut extra idem, in eum, quem sibi libuerit, nervum impetum quasi quemdam facere, quo fiet ut nerveo-electricum fluidum a respondente musculo confestim ad eam nervi partem confluat, ad quam fuerit per impulsum revocatum, quo cum perventum erit, cohibenti nervæ substantiæ parte per auctas tunc vires superata, ab eaque exiens excipietur, aut ab extrinseca nervi humiditate, aut a membranis, aut a contiguis aliis deferentibus partibus, per easque ceu per arcum ad musculum, a quo discessit, restituetur, ut nempe juxta æquilibrii legem ad negative muscularium fibrarum electricam partem ea copia tandem confluat, qua a positive electrica earundem parte per impulsum in nervo, ut op nari placuit, antea effluerit. Non dissimili forte, immo minus difficili, si quid judico, ratione expediri res poterit in invitis, & præternaturalibus motibus, acris scilicet, & stimulantibus principiis nervos, vel spinalem medullam, vel cerebrum irritantibus, nerveumque simul fluidum advocantibus, ut a deferentibus partibus exceptum ad musculos tandem tamquam per arcum restituantur.

Pro diversa autem acrium humorum stimulandi, & deferendi vi, ac facultate contractiones quoque erunt dissimiles, item pro vario situ, quem iidem in nerveis partibus occupabunt.

Facile enim est intelligere, ubi hujusmodi humores extravasa effusi inter nervosæ substantiæ superficiem, & ipsius involucria subsideant, contractiones tunc vehementiores, diuturnioresque fieri debere, quod effusi tunc scilicet, & stagnantes acres humores non vehementius modo nervum irritabunt, sed aptiorem quoque armaturæ & arcus quasi speciem nerveo electrico fluido exhibebunt.

Hinc in gravioribus rheumaticis affectionibus, atque potissimum in ischiade nervosa, in qua stagnat monente Coturnio humor inter involucrum, & superficiem nervi, non acerbiores modo dolores, sed graves adeo, & adeo constantes contractiones musculorum male affecti artus esse consueverunt, ut sæpe idem artus vel diu, vel semper contractus maneat.

Hinc forte etiam tam vehementes, tam diuturnæ, tam facile, & brevibus intervallis redeunt, & lethales plerumque musculorum contractiones, seu convulsiones insurgunt,  
ubi

ubi acres, ac pravi humores vel intra cerebrum, & piam, vel intra piam, & duram matrem, vel intra cerebri ventriculos, vel intra spinalis medullæ, aut nervorum superficiem, & involucra stagnant, ut plerumque in tetano contingit, in quo sane morbo illud maxime mirandum venit, primum universos fere musculos in gravissimas tonicas contractiones incidere, licet unus dumtaxat nervus interdum sit affectus, ut in tetano, qui nervi puncturæ aliquando supervenit; deinde musculos in easdem contractiones & sponte, & sæpe relabi solo quandoque vel levi tremore, aut percussione lecti, aut plani, cui ægrotantis lectulus innititur. Verum simile quidpiam contingere jam vidimus in præparatis, armatisque animalibus, in quibus licet arcus uni dumtaxat crurali nervo applicaretur, tamen omnes muscoli non unius tantum, sed utriusque artus in tonicas veluti contractiones incidebant, in easque, aut solo tremore, aut percussione plani, in quo jacebant animalia, sponte interdum recidebant, ut propterea pericula hæc nostra videantur hujus morbi, ejusque peculiarium symptomatum sin minus causam, & rationem detexisse, suspicionem saltem aliquam medicis injecisse,

Jam vero his de musculorum contractionibus cum blandis, ac naturalibus, tum vehementioribus, & morbofis positis, ac perpenfis, facile erat ut contrariorum vitiorum, paralysis nempe &c., nova veluti causa, & ratio animo objiceretur, cohibitus nempe nerveo-electrici fluidi expositus jam circuitus vel a musculo ad nervum, vel a nervo ad musculum.

Primum forte contigerit, si oleosa, aut alterius cohibentis indolis substantia intumam nervi partem obsideat; alterum si similis materia aut extumam nervi humiditatem, aut membranas ipsas infecerit, aut alias quascumque partes, per quas nerveo-electricum fluidum indicatum jam circuitum absolvit; utrumque autem, si ab acris, & corrodentibus maxime principiis ejusdem materiei effusio, congestioque promoveatur, & nervorum, vel cerebri substantia texturaque lædatur. Verum hæc etsi forte speciem aliquam veri habere posse videantur in iis potissimum paralysis, atque apoplexiis, quæ lente, & pederentim ægros invadunt, in illis tamen, quæ momento temporis miseros aggrediuntur, longe alia phænomeni causa videbatur excogitanda.

Hæc atque similia dum animoolvebam, non apoplexiæ  
mo-

modo, sed epilepsiæ nova quasi causa mihi obversabatur ab iis maxime desumpta, quæ artificiali in animalibus adhibita electricitate sæpe occurrunt observanda.

Quemadmodum enim artificialis electricitas dum de industria vel contra cerebrum, vel contra nervos, vel contra spinalem medullam leidentis phialæ ex. gr. conductoris ope dirigitur, eadem si certa copia, ac vi in eas partes irruat, easdem irritat, & animalia in vehementes quasi convulsiones impellit; si vero copia longe majori earum substantiam lædit, ac vehementer labefactat, paralytica, aut apoplectica eadem animalia reddit, aut, si vehementior fuerit, interimit: sic eadem, aut similia posse animalem electricitatem in homine præstare quasi divinabam, maxime si, ut communis electricitas solet, sic illa tenuissima principia raperet, promptissimeque sibimet adungeret, quibus vis eidem longe major adderetur; cujusmodi essent, quæ sub acrium principiorum nomine veniunt, quæcumque demum ea fuerint; itaque sic coinquinatam animalem electricitatem vel a musculis, vel ab aliis partibus ad cerebrum per nervos contendentem, in illudque irruentem nunc epilepsiam, nunc apoplexiam inducere posse arbitrabar, prout scilicet major, vel minor esset ejusdem in cerebri, aut nervorum substantiam vis, atque impetus, ejusdemque gravius, vel levius coinquinamentum. Advocari enim vehemens ad cerebrum electricitatis animalis per nervos excursus, & impetus posse videbatur a pravorum copia, ac qualitate in eodem cerebro stagnantium humorum, idemque cerebrum, vel nervos stimulantium, ac laceffentium, aut demum, ut alia præteream, ab ingenti aliqua, & subitanea atmosphæricæ electricitatis mutatione, maxime si subita fiat ejusdem a positiva ad negativam conversio illi forte haud absimilis, quam in stratis aereis tum electricæ machinæ conductorem, tum electricam nubem circumdantibus fieri concipimus vel scintillæ extorsione, vel fulminis jactu.

Hactenus autem recensitæ causæ neminem non videre putabam quam vehementius, promptius, faciliusque vires possent exercere suas, si acres, stimulantisque materies in cerebro inhæserint, quam si in nervis; idiopathicos enim in illo, sympathicos in his poterunt eos morbos forte designare: sed erunt præterea longe etiam graviores, & facilius contingent hujusmodi morbi, si animalis electricitas, eaque vitata

in corpore, atque in muscularibus, & nervosis maxime partibus redundarit. Hinc forte mecum ipse reputabam hujusmodi morbos maxime in senibus sævire, quod in iis tum ob intermissos labores, atque exercitia, tum ob inductam a senectute partium ariditatem, oleosæque in primis nervorum substantiæ densitatem, tum demum ob imminutam insensibilem perspirationem, a qua tanta extra corpus & electricitatis, & acrium, tenuissimorumque principiorum copia asportatur, uberior vitiatæ animalis electricitatis copia cumulari videretur; sic etiam sævire eadem de causa fatales hæc morbos conjiciebam, gravioribus maxime iis cæli tempestatibus, & mutationibus imminentibus, quibus major in atmosphæra electricitatis copia esse consuevit, aut paulo post; major enim tunc temporis reperitur in animalibus electricitas, ut sæpius dictæ contractiones & promptius, & vehementius tunc contingentes haud obscure significare videntur. His porro aliisque de causis præter modum aucta, ac vitiata electricitas animalis videbatur tali vi, atque impetu in cerebri substantiam posse momento temporis irruere, ut ejus structuram eodem temporis momento læderet vehementer, vasaque disrumperet, unde & paralytes continuo facile consequerentur, & humores effunderentur, effusique, ac stagnantes, ut sæpe contingit, in cadaverum sectionibus reperirentur. Hæc porro, atque alia in mentem veniebant circa horum morborum causam, & invadendi rationem; sed simul intelligebam hujusmodi hypotheses in multas, & gravissimas apud doctos homines difficultates, in eorumque forte reprehensionem posse multis de causis offendere, atque potissimum quod communi, & in scholis receptæ opinioni adversantur, musculares scilicet motus nervei fluidi excursu a cerebro ad musculares partes perfici, non ab his ad illud.

Verum si quis inter cætera ad mentem revocaverit illam quasi auram, quam vel ab inferioribus artubus, vel a stomacho, vel ab imo ventre ad cerebrum ascendente facile, ac per sæpe sentiunt epileptici, & accusant momento, quo convulsionibus corripiuntur; si consideraverit deinde, interdum ejusdem morbi progressum arceri, si laqueus cruri injiciatur, qui ascendente auræ iter quasi impediatur, atque intercipiatur; si quis, inquam, ad hæc omnia, atque ad nostra pericula animum advertat, is facile ignoscet nobis, si in  
has

has conjecturas descenderimus. Sed hæc, ut aiebam, animo quasi fingebam, eo maxime consilio, ut a doctissimis viris ad trutinam revocarentur.

Proposita non naturalium modo, sed morbosarum contractionum, & paralyfis causa ex comperto animalis electricitatis ingenio maxime petita, nonnulla superesse videntur de eorundem vitiorum curatione attingenda.

Atque in primis illud e nostris periculis erui posse videtur, quod quæcumque ad eos tollendos morbos adhibeantur remedia, atque vel ipsa extrinsecus administrata electricitas, hæc omnia, si quid boni afferre debent, in animalem maxime electricitatem vim exerceant suam oporteat, atque eam, ejusque circuitum vel augeant, vel imminuant, vel alia ratione immutent. Quam propterea electricitatem, ejusque statum præ oculis in curatione maxime habeat medicus necesse est.

Itaque cæteris remediis omissis, quorum vim in animalium electricitatem diligens maxime perquisitio, & usus in dies patefaciet, me statim confero ad externæ electricitatis administrationem: & quo clarius res procedat, eam primo in convulsivis, & rheumaticis musculorum contractionibus, mox in paralyfi considerabo.

Sed ante omnia triplex in artificiali electricitate humano corpori adhibita facultas venit meo quidem judicio consideranda; ea scilicet, quæ extemporalis quasi dici potest, & continuo in sibi objectas humani corporis partes vim facit, ut dum per scintillam agit, & maxime per electricum veluti fulmen, quando leidentis phiala exoneratur; altera, qua electricitas non continue, sed successive, & tractu temporis actionem edit suam, conjuncta forte, & fere, dixerim cum Chemicis, combinata cum fluidis maxime partibus animalis corporis, ut electricitas illa, quam per balneum recentiores appellant Physici; postrema demum, quæ electricitatem ex animali eripit, ut dum negativa, quam appellant iidem Physici, electricitas adhibetur.

Has nunc singulas facultates in recensitis morbis breviter consideremus. Ad convulsivas autem quod attinet musculorum contractiones, facile quisque videt eas in nostra hypothesi pendere plerumque vel ab exuberante, ac vitiata in musculis animali electricitate, quæ levissimis de causis a

musculis ad nervos, atque ad cerebrum advocetur, vel ab acribus maxime, ac stimulantibus principiis sive cerebrum, sive nervos percipientibus, vel, ut sæpe fit, ab utraque causa.

Si primum, positiva, ut ajunt, electricitas vix, ac ne vix quidquam utilitatis, immo damni plurimum afferre posse videtur quacumque administrata ratione; poterit quidem negativa, ut patet, haud leviter prodesse.

Si vero fuerit alterum, a positiva electricitate aliquid licebit medico utilitatis sibi polliceri, si hæc per artificium ad affectos nervos dirigatur; ea enim poterit acria principia a nervis sua vi repellere, atque remove.

Hæc propterea convulsionum, earumque causarum discrimina erunt a medico diligenter attendenda, & perquirenda: & quamquam utraque sæpe adsit forte causa, sedulo tamen videndum, quæ fuerit earum potior, quod etsi difficile, non omnis tamen abjicienda spes est, quin id aliquando tandem assequi possimus. Nam exuberantis electricitatis aliqua ex. gr. nec forte levia esse poterunt indicia, præsens, vel paulo ante prægressa in atmosphæra electricitatis copia, quæ quantum animalis electricitatis vires adaugeat vel nostra comprobant experimenta. Hujusmodi autem copia electrometrorum atmosphæricorum artificio explorari, & dignosci potest, nec non nubium conspectu, anni tempore, cæli tempestatibus, ventorum qualitatibus, lunæ phasibus, aliisque traditis a clarissimis Physicis signis, atque a Bartolonia in primis, & Gardinio. Præter hæc electricitatis in nobis copiam indicare etiam poterunt insueta quædam motuum, ac maxime oculorum alacritas, & celeritas a nulla alia manifesta causa pendens summa cum varietate, & inconstantia conjuncta.

Item suspicionem movere poterunt forte illæ ipsæ mutationes, quas gignere in nobis artificialis consuevit electricitas; internus nempe insuerus calor, auctæ secretionis excretionisque, ut alvi, urinarum, salivæ, sudoris, insensibilis perspirationis, pulsuum celeritas, magnitudo, vibratio, usus præterea alimentorum, in quibus principia idiœlectrica contineantur, ut aromatum, oleosorum, spirituosorumque liquorum, præcipue si harum mutationum causæ non aliæ forte appareant. Certe præire hæc pleraque solent gravioribus

ma-



maxime convulsionibus, aliisque nervorum affectionibus, ut epilepsia, mania, aliisque similibus.

Contraria autem monere nos de negativa, vel deficiente electricitate haud obscure poterunt. At vero pravæ, ac coinquinatæ electricitatis, si quæ fuerint, indicia præbebunt forte aliqua ea ipsa ægotantium incommoda, ac morborum symptomata, quæ significare medicis consueverunt acrium principiorum vim, atque imperium.

Sed hæc attigisse sufficiat, ut aliqua ad varium animalis electricitatis statum investigandum, & dignoscendum pateat via.

Ad rheumaticas vero musculorum contractiones quod atinet, cum illæ plerumque ab acri, ac stimulante materie in nervis subsidente originem potissimum ducant, facile est conjicere, in iis singulas fere administrandæ positivæ electricitatis methodos usui esse posse, eo tamen ordine, ac ratione adhibitas, ut primo illa methodus adhibeatur, quæ per balneum appellatur ad uberiolem in musculis colligendam electricitatem; tum ea, quæ per scintillas; postremo quæ per concussionem administratur; ut primo scilicet mechanica, ac repellente electricitatis vi stagnantes humores attenuentur, indeque facilius ab affecta parte aucto impulsu removeantur.

Neque minus eadem de causa prodesse quoque poterit electricitas negativa in affecta parte nostra potissimum methodo adhibita, extorsione scilicet scintillæ sive a machinæ conductore, sive a leidensi phiala, potissimum si suis conductoribus affecta pars instruat, quorum nempe alii machinam respiciant, alii cum tellure communicent; quæ quidem methodus poterit forte utilior reddi, si aut magnæ leidenses phialæ, aut earum multæ uni eidemque communi conductori conjunctæ, aut grandiores electricæ machinæ adhibeantur, quales nostris temporibus haud difficile construuntur; aut multo magis si ratio inveniatur, qua animalelem electricitatem a certis musculis ad certos nervos dirigere, ac impellere liceat. Neminem enim fugit, ex iis, quæ protulimus, vehementiorem hac methodo per affectos maxime nervos excursus electricitatis animalis promoveri, aptissimum, ut videtur, præ cæteris adjumentum ad stagnantia, & impacta in nervis principia disjicienda, solvenda, atque ab ipsismet ner-

vis

vis expellenda. Hinc forte musculares motus, qui ab electricitatis e musculo ad nervos excursu, ut diximus, forte proficiuntur, haud parum boni, atque levaminis in rheumaticis affectionibus afferre consueverunt, atque eo magis, quo affectæ partes, licet cum aliquo incommodo, ac dolore, vehementius moveantur.

Quod si nova hæc negativæ administrandæ electricitatis methodus aut in his morbis fuerit aliqua cum utilitate conjuncta, aut in aliis, quanto majora adjumenta licebit nobis ex atmosphærica electricitate polliceri, si sævientibus ex. gr. tonitruis, ac fulguribus affectæ partes suis conductoribus, ut in artificiali monuimus, caute prudenterque instruantur: an forte hæc fuit causa, cur aut contracta a prima ætate, aut paralytica per morbos membra naturalem flexibilitatem, robur, & se movendi facultatem, ut narrat Bartolonius, recuperarint post fulmina non longe ab ægrotantibus jacta?

Ad paralysis vero curationem quod spectat, rem plenam difficultatis, & periculi video; difficile enim dignoscere est, utrum a vitiata nervorum, vel cerebri structura morbus oriatur, an a cohibenti materie vel intimas nervi partes, vel alias, quibus electricitatis absolvi in nobis opinamur circuitum, obsidente. Si primum, parum prodesse, multum forte obesse artificialis electricitas poterit quacumque ratione administrata; si alterum, utilitatis quidem aliquid aut cohibentem materiam discutiendo, aut animalis electricitatis vires adaugendo, afferre posse videtur.

Sed rem omnem usus aliquando, & experientia forte aperiet.

Jam vero nonnulla nec levia, neque inutilia ex nostris periculis confectaria postremo loco attingamus.

Ex his itaque constare videtur, cum artificialem, tum atmosphæricam electricitatem imperium in musculos, ac nervos habere longe majus, quam ante hæc tempora cognitum fuerit; tantamque facultatem ab earum maxime viribus in animale electricitatem proficisci, quanta scilicet visa est in nostris periculis posse eandem animale electricitatem ad motum, ejusque e musculis exitum, velocioremque per nervos excursum promovere, vehementesque musculorum contractiones excitare.

His autem cognitis aditus forte major, quam antea patere

tere posse videtur vel ad novas inveniendas administrandæ electricitatis, utilioresque præ hætenus compertis methodos, vel ad consensus causas detegendas inter atmosphæricæ electricitatis, & nostræ valetudinis vicissitudines, interque subitas illius mutationes, & quosdam morbos.

Monere videntur præterea hujusmodi pericula, in fulgurum scintillarumque jactu non atmosphæricam tantum electricitatem, sed forte etiam terrestrem cælum versus refluerè. An vero ex hoc refluxu fit, ut magnis coortis in cælo tempestatibus in atmosphærico aere mutationes, vicissitudinesque contingant non modo propter diversi generis principia, quæ a variis cæli regionibus, verum etiam propter ea, quæ a tellure in aerem secum transferet, si id habeat electricum fluidum sibi proprium, quod Physici bene multi illi concedunt, ut corporum nempe, per quæ transit, subtiliorum principiorum alia quidem expellat, dissipetque, sed alia quoque rapiat, sibi quemet adjungat? Verum hæc Physici maxime videant.

Talis autem terrestris electricitatis in atmosphæram refluxus ubi contingat, vel magnam, vel non mediocrem certe sibi vindicare poterit partem in celerioribus illis, ac magnis plantarum incrementis, quæ clarissimus Gardinius post fulgura, & tonitrua animadvertit, & atmosphæricæ potissimum electricitati vaporibus conjunctæ adscripsit.

Tandem cum hujusmodi musculorum contractiones, quas sub cæli tempestatibus haberi diximus, novum veluti, atque non dubium atmosphæricæ electricitatis, ejusque virium in animalem œconomiam signum præbeant, ex ad terræmotus non tam causas, quam in eadem œconomia effectus patefaciendos poterunt forte haud leviter conducere; ut propterea non inutile videatur, hæc eadem ipsa, ubi terræmotus sæviant, experiri.

Sed conjecturis fit modus, atque adeo finis. Hæc maxime erant, quæ doctissimis viris circa vires cum artificialis, tum atmosphæricæ, & procellosæ, tum naturalis electricitatis in motu musculari, qui animi imperio subsit, comperta communicarem, ut eam afferre aliquando utilitatem possent, quæ nobis maxime fuit in votis.

Quæ autem pertinent ad earum electricitatum vires in naturalibus motibus, in sanguinis circuitu, & humorum secretionem, ea quamprimum altero commentario, ubi paulo plus otii nacti erimus, in lucem afferemus.

**F**ig.  $\Omega$  Rana ad experimentum præparata.

C C Crura.

D D Nervi sacri, qui in crurales nervos abeunt, quos crurales internos placet appellare.

F Filum metallicum, quod per foramina spinæ dorsæ trajectum spinalem medullam perforat.

G Cylindrus ferreus.

M Spina dorsæ.

**F**ig. 1. Machina electrica.

A Discus.

B Cylindrus ferreus, quo scintilla extorquetur.

C Conductor.

**F**ig. 2.

C C Crura.

D D Crurales nervi interni.

E Filum ferreum per medullam F trajectum.

G Ferreus cylindrus, quo tangitur filum ferreum, dum scintilla e conductore machinæ extorquetur.

H Cylindrus vitreus, quo tangitur filum ferreum E, dum scintilla elicitur.

K K Nervorum conductor.

**F**ig. 3.

A Phiala vitrea, intra quam præparata rana est conclusa.

B Filum ferreum cum unco ranæ conjunctum.

C Extremitas suspensi fili ferrei, cui adnectitur filum ferreum B.

D Laqueus sericus.

E E E Filum ferreum, quod conjunctum cum filo ferreo B efficit nervorum conductorem, eumque longissimum.

F Uncus ferreus, cui adnectitur filum ferreum E.

**F**ig. 4.

C Nervorum conductor.

D Musculorum conductor.

**F**ig. 5. Leidensis phiala.

A Minuti globuli venatorii intra phialam contenti.

B Conductor phialæ.

C Manus ejus, qui scintillam e conductore B extorquet.

*Fig.*

## Fig. 6.

- A Phiala inversa, intra quam continentur globuli venatorii.  
 B Similis phiala, intra quam est cum animal, tum globuli venatorii conductoris musculorum vices gerentes.

## Tab. 2. Fig. 7.

- A A Filum ferreum insulatum, seu nervorum conductor.  
 B B B Tubi vitrei, quibus filum ferreum est inclusum, ut insuletur.  
 C Vitreum vas, intra quod rana de more præparata continetur.  
 D Filum ferreum, seu conductor musculorum, cujus extremitas una artus attingit, altera ad putei aquas est producta.

## Fig. 8.

- E Rana de more parata supra tabulam oleoso pigmento obductam strata.  
 F Nervorum conductor non insulatus, qui una sui extremitate spinali medullæ infigitur, altera ferreo unco muro infixio adnectitur.

## Tab. 3. Fig. 9.

- A Folium metallicum ex stamno tubo vertebrali præparatæ ranæ appositum.  
 B B Crura.  
 C Folium alterum metallicum ex aurichalco.  
 D Arcus æneus argenteo folio obductus.  
 F Planum vitreum, supra quod animal est positum.

## Fig. 10.

- A A Arcus duo, qui vitreo, vel resinoso cylindro B sunt inserti.  
 C Uncus spinali medullæ infixus.

Fig. 11. Præparata rana, cujus crus alterum suspensum detinetur, alterum vero cum vertebrali tubo suo unco instructo planum argentæ capsulæ E attingit.

## Fig. 12.

- F F Arcus duo metallici, quorum unus æreus est, alter ex argento confectus.

## Fig. 13.

- G G Metallici conductores, quorum unus superiori, alter

inferiori armatae superficiei quadrati magici est appositus.

H Nervi ita ad oram quadrati magici inflexi, ut inferiorem superficiem attingant, una cum spinali medulla.

Fig. 14.

K Vitreus tubus, qui diversis fluidis repletur.

Fig. 15.

Crura ab invicem sejuncta.

Fig. 16.

Crura ab invicem sejuncta, & vertebralis tubus bifariam sectus.

Tab. 4. Fig. 17.

Rana supra planum vitreum collocata, ejusque spinalis medulla metallico folio E armata.

Fig. 18.

Rana supra planum vitreum duobus locis foliis metallicis diversis armatum.

F Folium argenteum.

G Folium aureum.

Fig. 19.

A A Arcus metallicus.

B B Vasa vitrea aqua repleta, in quorum uno sunt immersa ranae crura C, in altero nervi D.

Fig. 20.

A Conductor metallicus appositus inferiori quadrati magici armatae superficiei, quae super denudatos cruris musculos est posita.

B Alter conductor metallicus, quo superior ejusdem quadrati magici armata superficies attingitur, supra quam armatus cruralis nervus est extensus.

C C Libera superficies quadrati magici.

Fig. 21.

Crus pulli.

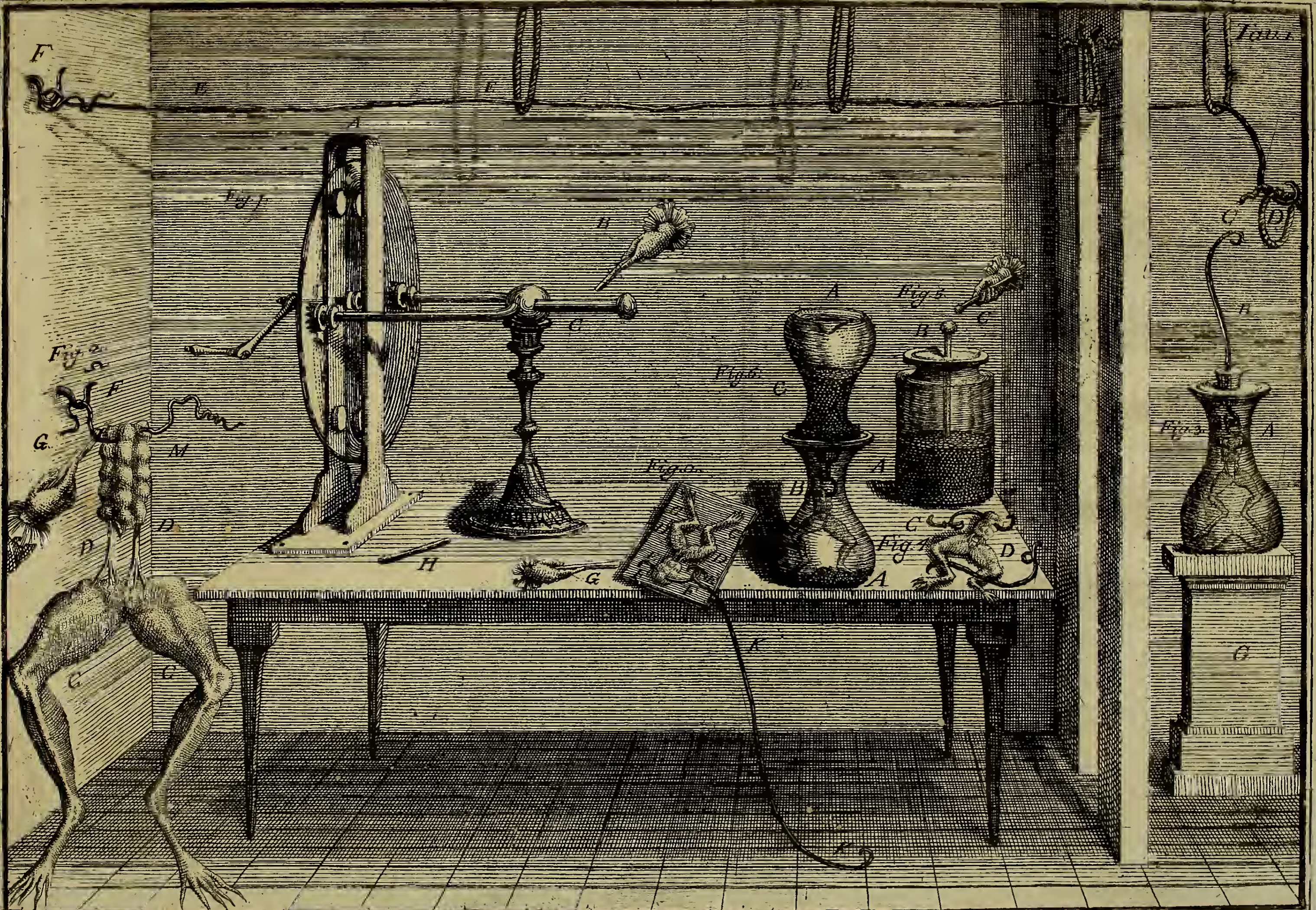
A A Arcus metallicus.

B Nervus cruralis.

C Folium stamni.

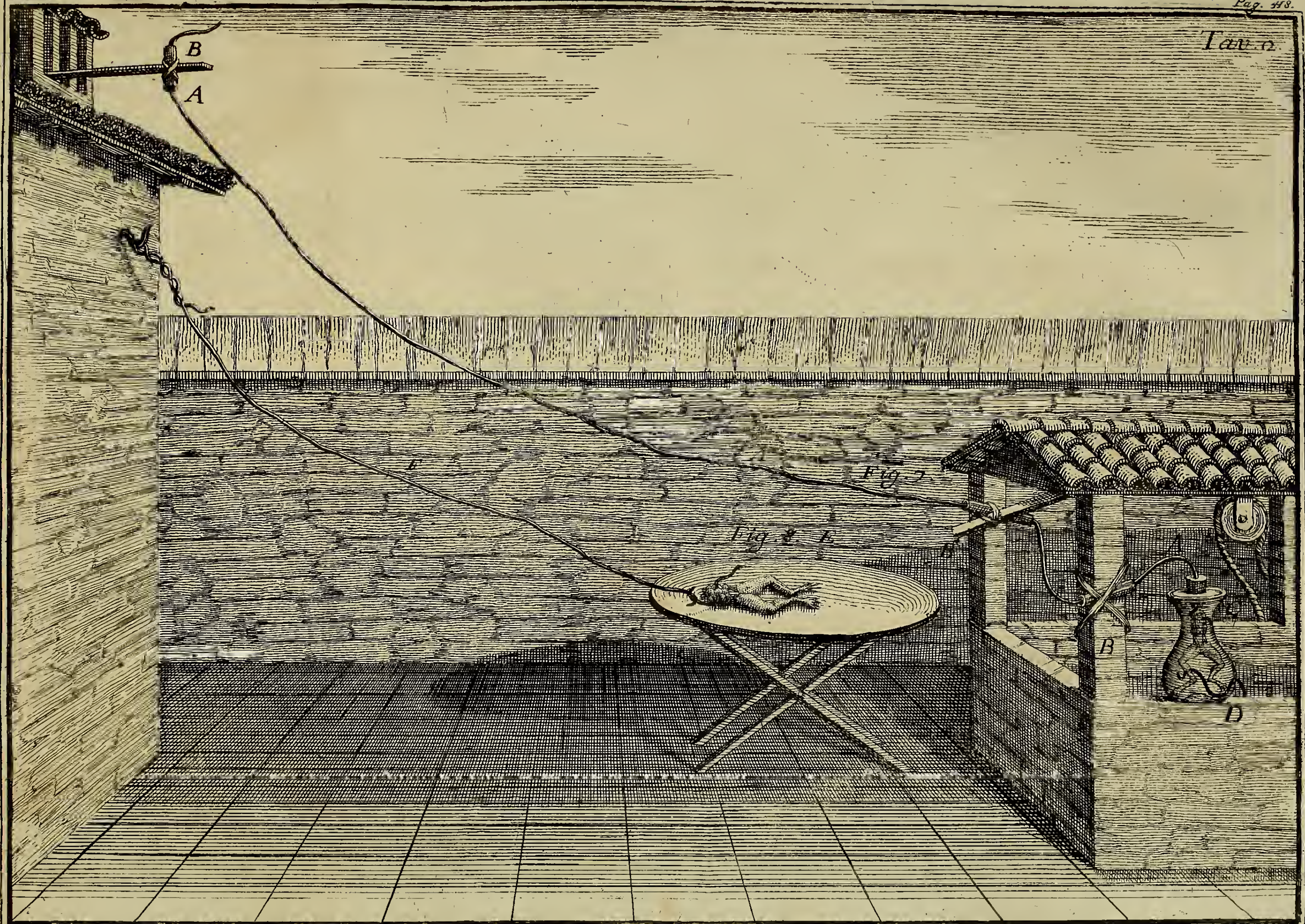
D Femoris dissecti musculus.

Tabl.









B  
A

Fig. 3.

Fig. 2.

B

D



Fig. 15

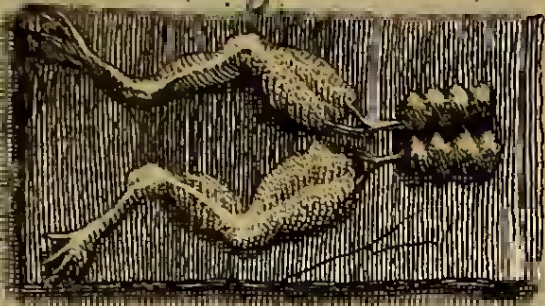


Fig. 16

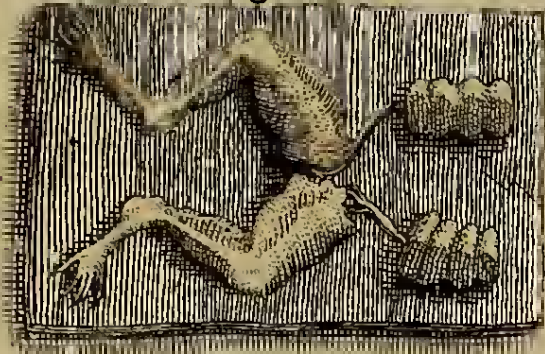


Fig. 17

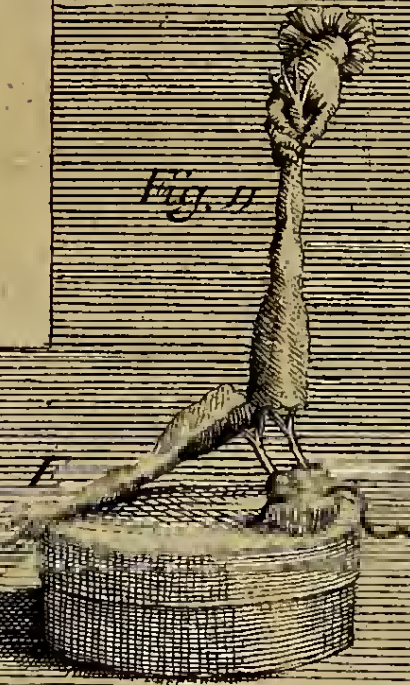


Fig. 12



Fig. 11

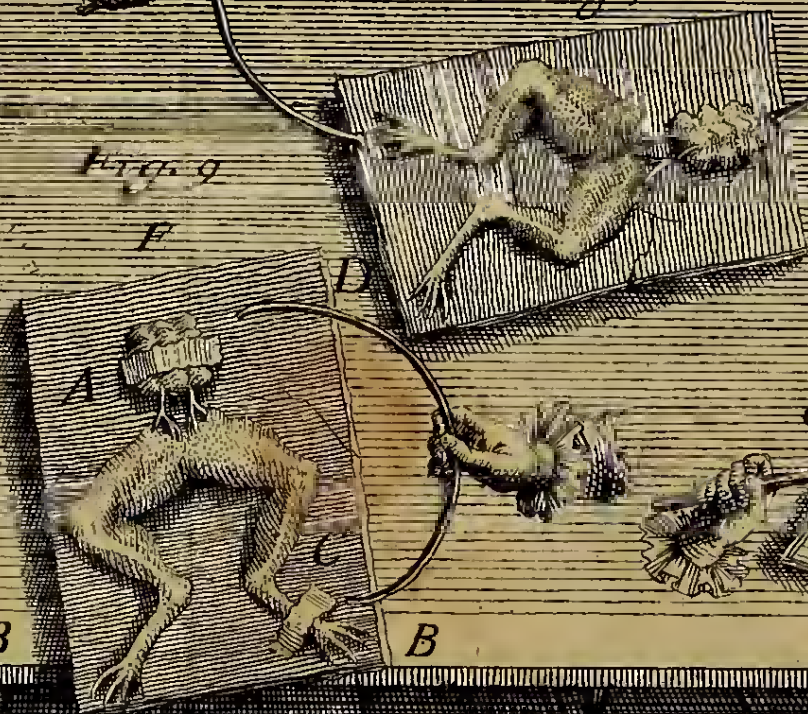


Fig. 14

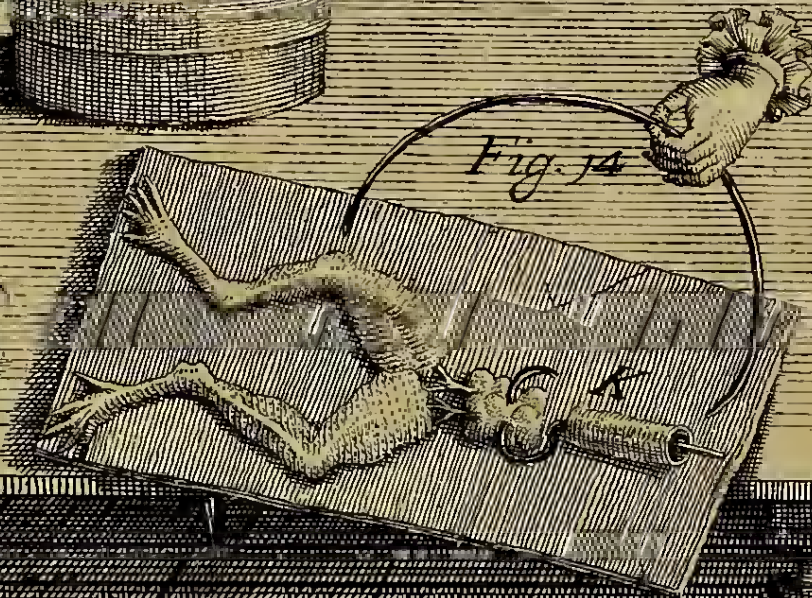


Fig. 13

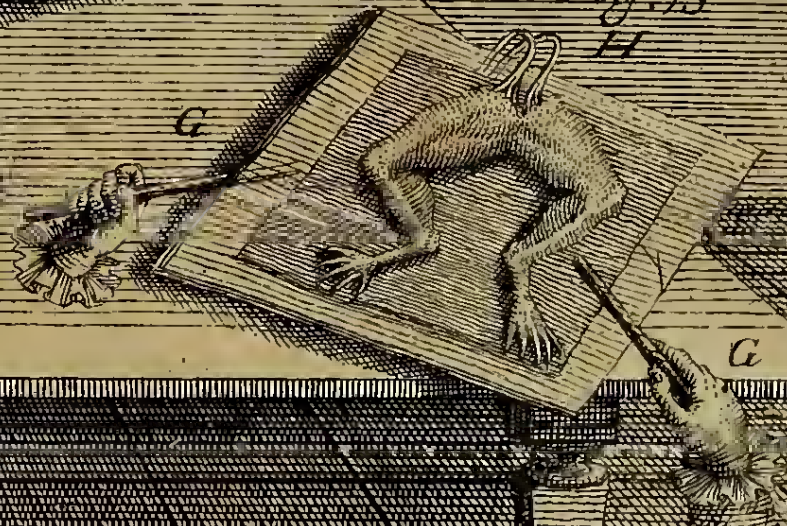
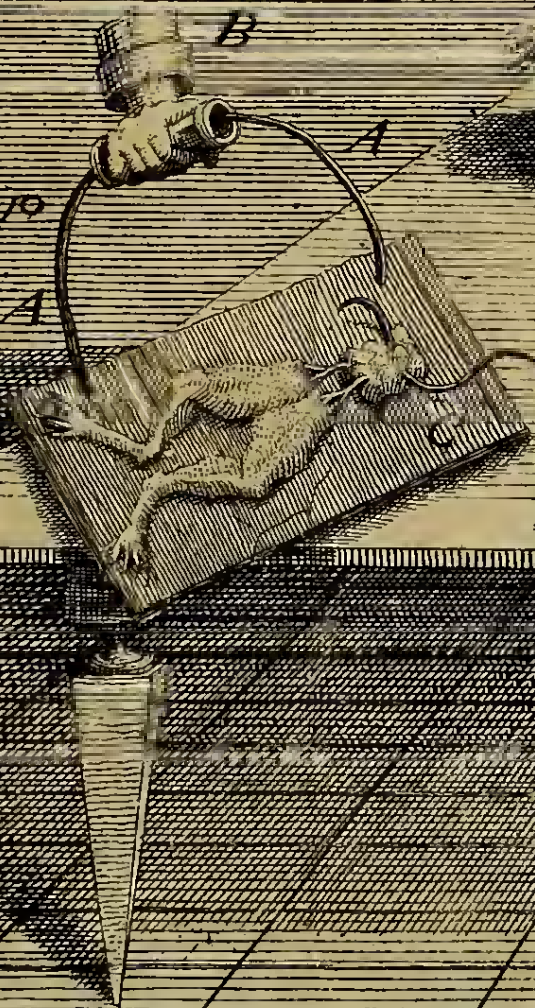
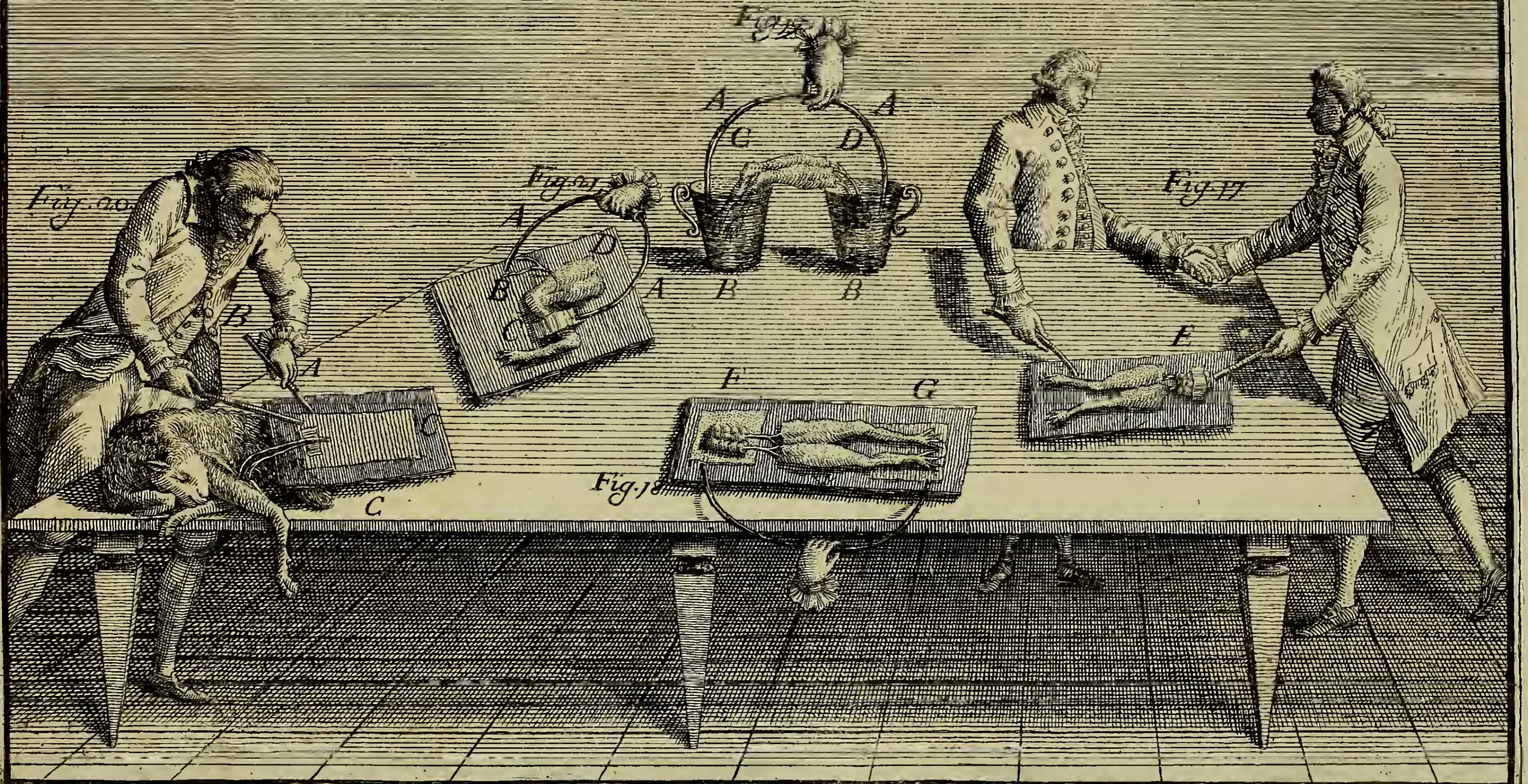


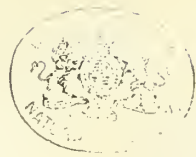
Fig. 10





Tab. 4.





## CAROLI MUNDINI

*Anatomica surdi nati sectio.*

**Q**uemadmodum inter omnium animantium organa sensibus destinata illud, quod auditui a natura præficitur, implicatius, in tantoque multarum partium numero, ac exiguitate magis compositum, & in durissimo osse variis cuniculis maxima, ac potiori sua fabrica excavatum, absconditumque ab Auctore Naturæ fuit, ut præstantissimus Le Catus (1) pronunciare non dubitaverit, infinitum pene artificium fuisse necessarium ut auditus sensu perfrueremur; ita & ejus anatome multo difficilior extitit, ac omnium postrema est, quæ ad quemdam perfectionis gradum pervenerit. Ad hunc autem attingendum sane plurimum virorum doctorum industriam ac incredibilem laborem impendere fuit opus.

Hiscæ enim expertis doctisque viris quodam veluti ordine sibi succedentibus alter alteri viam sternens ad hujuscæ pulcherrimi organi fabricam detegendam præbuit adjumentum. Et revera omittendo Ingrassiam, Achillinum, Carpum, & alios quosdam, qui in auris interiora penetrando nonnulla detegere, ac indicare incæperant, post observationes Gabrielis Fallopii inaudita proposuit Eustachius: nova post hunc Casserius, Folius, nec non Schelhammerus (2): meliora concinno libello una cum pulcherrimis

G g g 2

ico-

(1) La Theorie de l'ouïe pag. 135.

(2) Schelhammerus in comparata anatome auris magis versatus quam in humana is certe fuit, qui in avibus veram cochleam deesse observavit; siquidem de Auditu cap. v. §. 1v. hæc scribit: *in avibus hoc buccinatorium antrum desideratur; in quibusdam tamen satis ampla est cavitas ad latus camera communis labyrinthi, ex qua etiam ingressus in illam patet cæci intestini figuram prorsus referens, sed leviter tantum flexa, qua fortassis cochlea vicem gerit. Sicut est (prosequitur ipse) introrsum versus & antorsum; & in corvo optime potest conspici.* Schelhammerus transcripsit Duverneyus. Aviumque cochleam illustravit primus omnium Clar. noster Galvanus Acad. Bon. T. vi., deinde Illust. Scarpa. De Fen. Rotunda & Tym. secund. cap. v. §. xxiv Tandem Celebr. M. Vicq-d'Azir Mercur. de Franc. Janu. 1779. 2. §. pag. 10.

iconibus Duverneyus; illustriora Valsalva, & Cassebohmius: pluraque post tot tantosque viros definivit Morgagnus, pluraque alia illustranda, & definienda indicavit. Celebris tandem Cotunnus non parum ab ipsius Morgagni, Duverneyi, ac Cassebohmi observationibus adjutus, & quasi dicerem admonitus canales novos detexit in labyrintho, septum vestibuli aliasque nerveas propagines illustravit, atque in omnibus labyrinthi cavitatibus aquam inundare, & easdem exactissime implere summa omnium physicorum admiratione docuit ac demonstravit. Quæ dum faceret, partium ordinem, situm, constructionemque labyrinthi ita declaravit, ut nihil amplius in auditus organo quatenus ad ejus structuram desiderari posse videatur. Quapropter omne id, quod ab Anatomes cultoribus in posterum expectari potest, in partium jam detectarum officio vel inveniendo, vel confirmando repositum omnino est. Id porro non melius obtinebitur, quam si omnis anatomica adhibeatur industria in perlustrandis auribus eorum, qui auditus vitio, vel connato, vel adventitio laborarunt; cognita enim organi læsione facile parvum munus innotescet. Atque revera in hoc observationum genere Historia anatomica admodum ægena est, & imperfecta: perpaucæ quidem extant apud Auctores observationes in surdis institutæ, & si quæ sunt, ex vel in meatu auditorio, vel in tympano versantur, nullaque hucusque nobis traditur, quod sciam, quæ surditatis causam in labyrintho existentem ostendat. Sic a cerumine meatus auditorii densato, petrificato: ab excrescentia carnea: a tympani membrana nimis crassa, rupta, exesa, laxa: ab humoribus tympani cavum inundantibus: ab incudis, vel stapedis defectu, aliorumque ossiculorum gracilitate: a nervo acustico vel compresso, vel obstructo surdos factos fuisse in Boneti (3) sepulchro anatomico, & in Mangeti additamentis legimus. Neque hisce dissimiles sunt observationes Valsalvæ (4), ac Morgagni (5), si quidem ossicula læsa, eorumque musculos, ac membranam tympani labefactatam ostendunt, nec non tubam Eustachianam obstructam, seu per materiam inhzrentem, seu per coalitum parietum. Quæ postrema surditatis species a lue venerea præ-

fer-

---

(3) Anat. Pract. lib. I. sect. XIX.

(4) De Aure Hum. cap. II. §. X. &c.

(5) Epist. Anat. v. VII. XLII. De sed. & Caus. Epist. XIV. &c.



fertim provenit, ut putat Boerhaavius [6], ex eo quod ulcera faucium consequatur. Quapropter cum *multa hic medicina pars* ut ait Hallerus (7) *incognita sit, cumque surditatis morborum omnium senilium vulgatissimi sedes, & causa ignoretur, subtilemque anatomen hac inquisitione requirat*, hodierna die, Præstantissimi sodales, anatomicam sectionem nonnullis ante annis in auribus pueri surdi a nativitate institutam vobis describere constitui, quæ cum nonnulla circa auris structuram declaret, atque confirmet, ac insuper prima sit (8), quæ in labyrintho hæere vitium ostendat, vestra doctrina, atque eruditione non indignam reputavi.

Octennis puer surdus natus vivacissimi ingenii, habitusque corporis gracilioris a procurrentis carpenti rota contunditur in pede: ad Nosocomium defertur, ibique post pedis inflammationem suppurationemque, eidem accedit gangræna, quæ paucorum dierum spatio puerum e vivis eripuit. Statim ad auditus organa examinanda me contuli, curavique quantum in me fuit ne minima pars diligens examen effugeret.

Cum autem puer iste surdus esset omnino, quod certa fide possum asserere, sæpius enim occasionem habui, dum adhuc sanitate gauderet, de ejus surditate capere experimentum, cum inquam omnino surdus esset, ac proinde non modo dextram sinistramque aurem, sed Valsalvæ noniti (9) memor decentis si aliquid *in una aure ab ortu peccet, idem in compari aure similiter peccare*, utramque eodem plane vitio male affectam me invenire putassem, ad sinistram aurem incidendam, explorandamque primum me contuli, ut postmodum in dextra facilius, & tutius fabricæ præternaturalem conformationem perciperem.

Atque ab exterioribus partibus incipiens aurículas externas una cum suis musculis naturaliter omnino esse constitutas vidi, quod & de auditoris meatibus est intelligendum. Ulterius procedens neque in tympani membranæ, aut cavitate quidquam aderat informe sive in foraminibus tubæ Eustachianæ, processus mestoidæ, rotundæ, atque ovalis fenestræ, sive in ossiculis tympani. Hæc enim præter suam propriam

na-

(6) Prælect. ad §. 85.

(7) Haller. Elem. Physiol. sect. III. §. XII.

(8) Nisi forte admittere velis eam, quam Cassebohmius affert Monstri Humani in Tract. VI. de Aure, & Tab. 6. delinæ.

(9) Tract. de Aure cap. VI. IX.

naturalem formam, magnitudinemque aptissime suis locis collocata, suisque donata erant musculis, quos de industria omnes perquisivi: uno verbo omnia, quæ ad tympani cavitatem spectabant, ita erant fabricata & disposita, ut in ipsis nihil amplius posset desiderari.

Ad labyrinthum ergo progressus in basi cranii intra calvariam primum meas institui observationes, atque dura matre resecta eo in loco, ubi subest aquæductus vestibuli, vitiosa structura inaudito hactenus spectaculo se prodidit. Solito lacius tumebat ibi dura mater, quæ scalpello aperta cum fuerit, in amplam caveam circularem (10) incidi septem lineas latam, & hanc nihil aliud esse comperi, nisi aquæductum ipsum vestibuli totum ex membrana duræ matris confectum.

Hujus autem sacculi supremo loco, eo nempe ubi paulatim contractus, atque curvus aquæductus in vestibulo exiguo foramine hiat, amplum foramen (11) aderat ovalis figuræ, cujus diameter lineam integram superabat, quod tamen nonnihil majus erat in dextro quam in sinistro labyrintho. Egrediebatur ab ipso venosum vasculum [12] exiguam ejus luminis partem, & quidem inferiorem occupans: nec dubium esse debet, ipsum non fuisse venam illam alteram a Cotunnio descriptam, quæ ex ramulis per vestibulum & canales semicirculares dispersis conflatur.

Descendebat hæc libere per aquæductus caveam, nisi quod inferius exteriori duræ matris laminæ mediante tenuissima cellulari membrana colligata videbatur, quæ ultro progrediens versus proximum lateralem duræ matris sinum [13] definebat. Deerat igitur lamina illa ossea, quæ tamquam squama aquæductum vestibuli protegit, cujus limbus inæqualis rimam illam efformat in posteriori petrosæ pyramidis facie satis conspicuam: ejusque loco supponebatur duræ matris lamella sacculum quemdam subrotundum, compressum tamen, efficiens: etenim prope foramen vestibuli non angustabatur membrana in conicum curvumque canaliculum, ut semper solet, & constantissime observatur in naturali statu, & quando osseus adest aquæductus.

Repletus erat hic sacculus humore viscidiusculo, limpidissimo,

(10) Fig. 1. f. g. h. & Fig. 11. a a a.

(11) Fig. 1. f & Fig. 11. b a

(12) Fig. 1. g.

(13) Fig. 10. b b b a

do, & subflavo, cujus scaturigo erat a vestibulo manifesta. Causa autem hujus flavedinis in putrida humorum dissolutione gangrænosæ febris reponenda videtur; quemadmodum ex eadem quoque causa repetenda est sanguinis atri effusio, quam in cavitatibus tympani, cellulisque mastoideis inveni.

Hiscæ interea in exteriori ossis petrosi facie animadversis ad labyrinthi caveas examinandas accessi, & vestibulum quod spectat in ejusdem figura nihil quidquam aderat, quod vitiosum aliquid præferret, nisi quod solito majorem amplitudinem acquisiverat.

Non sic porro se res habebat ad ejusdem vestibuli foramina. Etenim etiamsi quinque canalium semicircularium oscula amplitudine, neque situ a naturali statu differrent, non solum aquæductus ostium jam indicatum amplius erat, sed cavitas eidem respondens sulciformis a Morgagno dicta amplitudinem & ipsa adepta fuerat sine ulla, aut saltem magna figuræ suæ mutatione.

Sulciformis hæc cavitas ad jam enunciatum aquæductus ostium (14) viam faciebat, quod osculo canalis communis non sine admiratione amplius esse conspexi, lineamque integram in dextra aure æquabat, in sinistra vero paulo minus erat ipsa linea; atque hæc duo ostia canalis nempe communis, & aquæductus ita proxime ad se invicem accedebant, ut nonnisi subtilissima ossea lamina (15) intercederet.

Canales vero semicirculares quod spectat nihil in ipsis insoliti porui animadvertere; quare ad cochleam me convertens eam summopere vitiatam observavi. Complet illa juxta naturam suam tuis scalis duos gyros cum dimidio, & in nostro surdo nato unum tantummodo cum dimidio conficiebat (16) ultimo ad apicem deficiente gyro, ac definebat in amplam caveam cavitati ultimi gyri respondentem. Ipsi vero cochleæ septum præter gyrum integrum cum dimidio nonnihil ulterius producebatur, ac circa quoddam filamentum (17) convolutum finem faciebat. Erat hoc filamentum hasta quædam partim ossea partim cartilaginea ab apice modioli perpen-

(14) Fig. III. c. Fig. IV. d.

(15) Fig. III. c. Fig. IV. d.

(16) Fig. v. c.

(17) Fig. v. a.

pendiculariter per axem spiralis cochleæ usque ad summum fornitem producta, ibidemque firmabatur.

Sed missis iis, quæ ad solidiorem osseamque auris structuram pertinent, ad molliores ejusdem partes nempe nervos, vasa sanguifera, atque membranas procedam.

Nervo acustico in sua origine ac productione ad suas in labyrinthum usque expansiones, nec non vasis membranisque diligenter observatis, omnia hæc adamussim cum naturali humanæ auris fabrica congruere vidi. Utinam vero ejusdem nervi mollis productiones in membranaceum septum nervosum, in cochleam, & maculam hemisphæricæ vestibuli cavitatis æque mihi patefieri potuissent. De his enim nihil quidquam certius asserere possum. Mollissima cum omnia interius essent, ac fere dissoluta, cumque præterea mihi opus esset omnia tum ad tympanum, tum ad labyrinthum singillatim perlustrare, ac plus temporis ob hujus operis difficultatem impendissem, excidit forte particula hæc organi auditus minima, ac mollissima, ad quam unicam observandam singularis etiam in statu naturali apparatus requiritur, multaque alia prius sunt destruenda, ut inde appareat: vel etiam calore tempestivo corrupta quamquam spiritus vini immersionibus semper uterer, vel vi instrumentorum in auribus non recens naturorum præparandis inevitabili evanuit.

Quapropter etiamsi nervi molles in eorum tum origine, tum in labyrinthum ingressu nullum ostendissent vitium, atque sua foraminula in ossibus adessent, rationi consonum est credere, nervea filamenta septi nervosi vestibuli præsertim, & ultimi cochleæ gyri & ipsa non levem læsionem contraxisse.

Jam igitur vitium vobis exposui, quod in hujus pueri auribus inveni, quod sane idem omnino erat in utraque aure, defectum scilicet gyri superioris cochleæ, & ampliacionem foraminis, nec non aquæductus vestibuli complectens; cum præterea hujusmodi aquæductus non ex parte, ut natura sua semper est, osseus, sed membranofus, nec coniformis compressi formam habens, sed amplus, atque rotundus existisset. Quibus ut potui clariori sermone descriptis liceat mihi brevissime nonnulla animadvertere, quæ ad auris physiologiam illustrandam non nihil facere arbitratus sum.

Ac primum quidem animadverto, etsi harum a naturali statu aberrationum causam assignare difficile semper fuerit, at-

tamen

tamen, si quid judico, hoc structuræ vitium consistere in deficiente a primis usque mensibus ossificatione, eo scilicet tempore, quo hic puer adhuc fœtus erat; idque quoad cochleam probari posse videtur observationibus accuratissimi Cassebohmi [18] qui cochleæ ossificationem a rotundo foramine sive extremo latiore incipere, & ad extremitatem angustiorē, seu apicem cochleæ progredi vidit. Nam fœtus (19) trium mensium cochleam ad fenestram rotundam osseam habebat, cartilagineam vero ad apicem, & in alio fœtu quatuor mensium totam cochleam osseam factam observavit; quam ossificationis methodum atque progressionem præterea in ipsa quoque spirali lamina contingere fatetur.

At vero quo ad aquæductum certior factus fui ex observatione petrosorum ossium fœtus, fossam illam eandem cum foraminulo interiori aquæductus vestibuli, & elevatione portionis canalis posterioris in petroso fœtus osse conspici, totumque aquæductum [20] proinde membranosum esse, deficiente tunc, imo ne incipiente quidem squama ossea, quæ aquæductum ipsum protegit, cujusque vestigium ante fœtum nonimestrem ut plurimum non apparere mihi apertissime constat. Restitit ergo, ut ita dicam, tum in cochleæ extremitate, tum in aquæductu ossificatio, cui alia quoque accessit causa non tam facile assignabilis foramen aquæductus vestibuli dilatans.

Surditatis quoque causam jam satis patere arbitror. Indubium enim videtur, sonoros radios mediis ossiculis tympani per ovalem fenestram, & aere tympani per rotundam ad labyrinthum deferri, humorique Cotunniano communicari, qui tamquam ultimus ductor eisdem radios postremis nervi mollis filamentis imprimat: quotiescumque non apte in labyrintho hic humor inclusus, & in suo motu ac circulo perturbatus fuerit, recipiendis, communicandisque tremoribus sonoris ineptus omnino erit: nam in tanta ostii aquæductus dilatatione, parietumque mollitie vel nimis facile a quovis impulsu, ac tremore basis stapedis, aut membranæ fenestræ rotundæ, aut alterius cujuscunque motus elabebatur humor Cotunnianus, radiique sonori dispersi ac suffocati perire de-

T. VII. H h h be.

(18) De Aure Hum. Tract. III. §. 109.

(19) De Aure Hum. Tract. v. §. 207.

(20) Vide Fig. VIII. & IX.

bebant, ac proinde nulla in sensorio impressio excitabatur.

Quod si aliquos tremores recipere hunc humorem potuisse credimus, ideoque perfectissimam hujus pueri surditatem non satis esse explicatam, præter dimidiæ quasi cochleæ defectum, quod nos in suspensionem inducere debet in ipsis ultimis quoque sensoriis fibrillis labem aliquam inhæsisse, iidem tremores non refracti, non collecti in unum languide admodum, atque inutiliter extrema nervea filamenta percutere debebant.

Apertissime quoque patet hunc eundem apicis cochleæ defectum in hoc puero observatum nihil facere ad comprobendam Brendelii [21] opinionem, qui clarissimus Auctor auditus sensorium in eodem apice cochleæ constituerat. Mala enim organi conformatio non in cochlea sola constiterat.

Deinde hanc observationem clarissimi Corunnii celebre inventum, ductuum scilicet revehentium (22) aquam in labyrintho existentem ad sinus laterales duræ matris quam maxime confirmare arbitror, omneque dubium de iis tollere, secus ac scribunt non ignobiles Physiologi, atque Anatomici aquam ab inhalantibus vasis sorberi, minime vero ab aquæductibus ob horum angustiam pronunciantes, ita ut contenta aqua nequeat per eos sibi viam aperire. Hoc etenim vitium cum in sola foraminis & aquæductus ampliacione, osseique parietis mollitie, & in membranaceæ substantiæ permanentiâ consisteret, nihil quidpiam novi inorganici exortum esse quis non videt? Quod alterationis fabricæ genus simplicissimum cum sit, illud quoque est, quod maxime ad subtiliores & intimas partium structuras detegendas aptissimum censetur, quodque exoptant, imo artificiosis præparationibus anatomicis in partes explorandas inducere conantur; nam tunc subtilior partium structura patet, & quæ invisibilia antea fuerunt, aut incerta, oculis se manifestare clarissime solent.

Nec profecto minus hac observatione comprobari arbitror aquæ in labyrintho præsentiam utpote quia ex ampliato aquæductus foramine ipsam exire viderim apertissime, adeoque

(21) De Auditu in Apice Cochleæ Progr. & in Collect. Halle: T. IV.

(22) Mirum profecto est quod in hisce aquæductibus differentia pro subje-  
ctorum diversitate adsint, & quam clare aquæductus vestibuli in humana spe-  
cie pateat, ut de illius existentia nulla enasci potest dubitatio. Inter millena  
quasi dicerem ossa petrosa humana, quæ sub oculis habeo, hæc duo tantum de-  
lineare placuit sub numeris VII. IX.

que miror, doctos cæteroque viros etiam nunc eandem in dubium revocare: quando hæc non modo clarissimo Cotunio, plurimisque recentioribus Professoribus, sed & aliis etiam prioris ævi gravissimis viris innotuerit, Vieuffenio (23) puta, Valsalvæ (24), Morgagno [25], ac Cassebohmi (26), quorum prior se vidisse hunc humorem asserit, existimans ipsum esse tenuissimam lympham spiritibus plenam, eo quod facile diffatur in auras, ac dissipatur: alterum vero, qui primus hunc humorem conspexisse putaverat, habemus a Morgagno [27] ipsum animo agitare quidpiam non levis momenti de viis, per quas influeret, ac vicissim reflueret hic humor, quo recentem labyrinthum madidum semper invenerat; Morgagnus (28) in octo labyrinthis, quos in hunc finem secuit, eundem plane vidit humorem: ac tandem Cassebohmius cum de tympani cavo, cum de cochlea, (29) cum de vestibulo, (30) atque de canalibus semicircularibus (31) agit, in singulis harum partium descriptionibus humorem in iis contineri affirmat, qui impedit quo minus membranas interiores nerveaque filamenta potuerit recte observare.

Ego certissime in humanis non modo, sed brutorum quoque auribus semper, & quoties mihi placuit, prædictam aquam [32] conspexi. Quin imo, & in minimis labyrinthis anfra-

H h h 2

cti.

(23) Traité de l'Oreille. P. 2. ch. 6.

(24) De Aure hum. cap. III. § XIII. XVII. Valsalva se primum fuisse credidit, qui hunc humorem in labyrintho vidisset, cum librum Vieuffenii omnino ignoraret. Hujus autem humoris copiam ostendit, atque originem exitumque variis rationibus admodum docte inquirit, & de ulteriori ipsius indagine instituenda cogitasse videtur, cum multiplices observationes ac experimenta requiri scribit, & integrum tractatum exoptulare.

(25) Epist. Anat. XII. §. 54. 64.

(26) Traët. de Aure hum. Traët. v.

(27) loc. cit.

(28) loc. cit.

(29) Tr. v. §. 234.

(30) Tr. v. §. 235.

(31) Tr. v. §. 238.

(32) Hanc aquam rubicundam in fætu vidit Vieuffenius atque Morgagnus, l. c. nec non Valsalva Cap. III. §. XVII. Tabaranus quoque lect. III pag. 49. & ego rubellam vidimus. Sequitur ergo hæc aqua conditiones aliorum fætu humorum, siquidem scimus humorem vitreum fætu rubicundum esse consentiente Zinnio ipso. qui pag. 118 asserit vitreum humorem roseo ac dilute sanguineo colore gaudere. Idem dicunt de humore pericardii. aliisque, de quibus tamen mihi id plane verissimum esse non constat, quemadmodum de vitreo humore, qui semper rubellus est. Magna ergo inter vitreum, & labyrinthum humorem adest analogia, quæ probat ejusdem existentiam.

etibus imperfectiorum animalium, viperarum scilicet, aliorumque serpentum, testudinum plurium specierum, lacertiarum majorum, minorumque, atque ranarum pluries jamdiu una cum egregio sodali nostro Brunellio aquam delitescere, & exactissime cavernulas illas implere observavi. Quæ cum ita sint, insignem, ac plane felicem Cotunnii diligentiam plurimi facio, eamque merito admirantur, qui rerum anatomicarum peritiam longo labore sibi acquisiverunt, ab iis sane, qui in diversæ indolis studiis versantur, non satis intelligendam.

Notanda quoque est vitii æqualitas in utraque aure integerrima inventa, quæ vitiorum similitudo in organo adeo composito admirationem quidem facilem, difficilem vero explicationem admittit.

Valsalva (33) ipse jam notaverat hanc aurium inter se congruentiam semper adesse, *adeo ut si quid in altera aure aliquid illorum* [nempe partium labyrinthi, & tympani] *ab ortu peccare viderit, & in compari aure similiter peccare invenisset.* Cujus phænomeni explicationem cum & ipse difficilem, ac forte impossibilem esse cognovisset, ad naturæ ingenium ac providentiam confugit, quæ in utraque compari aure perfectam fabricæ similitudinem adesse voluit, ne homo uno, eodemque tempore ideas inter se pugnantes conciperet... *quasi natura* (prosequitur ipse) *illarum discordiam plus timeat, quam pravitatem.*

Præstat insuper animadvertere ex detectis in hoc surdo nato auditus organi læsionibus semper magis infirmari Mangeti propositionem, quam in additamentis ad Boneti (34) anatomen practicam ponit, causam scilicet nativæ surditatis ut plurimum in origine nervorum septimi paris vitiata hære, ex eo quod nervi mollis portio per Varolii pontem, sive per annularem protuberantiam ex cerebello pronascatur, unde ex brevitate itineris facile nervus mucosis oppleatur excrementis, atque hinc etiam fieri ut semper a nativitate ambæ aures afficiantur: constat enim ex observatis, causam surditatis in labyrintho, non in origine nervorum, esse statuendam.

Nec vero negare audeam, posse nativam surditatem in utraque aure a nervis male affectis, aut non bene constructis in ipsa origine, atque progressu proficisci, cum præter ad

(33) Cap. vi. §. ix.

(34) Bonet. Anat. Pract. lib. 1. sect. xix. obs. vi. Sed vide Morgagnum de sed. & caus. morb. Epist. xiv. n. 14.



adductam hujus pueri surditatem forte sensorii vitio ex parte tribuendam, alia quædam adfit surditatis nativæ species aliquibus in quadrupedibus haud quidem rara, cujus causam in nervis insidere opinor, quamque sectionibus anatomicis olim perquirere tentavi.

Notum, vulgareque est, feles, & canes albis obductos pilis furdos plerumque nasci, quorum plurimos videre mihi contigit. Avens igitur pernoscere causam hujus surditatis duas feles, & unam catulam perfectissime furdas examini anatomico subjeci: facta propterea diligenti sectione, ac observatione instituta, imo, ut errorem omnem quoad possem declinarem, inita cum auribus felium, & canum perfecte audientium comparatione, nihil quidpiam mihi in iis conspiciendum se præbuit, quod præternaturale aliquid in ipsis indicaret.

Quare reliquum mihi fuit, ut causam hanc tam constantem surditatis nervis acusticis tribuerem, qui vel debiliores, vel crassioribus, & inertibus succis infarcti inepti omnino essent ad recipiendos tremores sonoros, atque transmittendos: præsertim cum jam constet, animalia ejusdem speciei variam temperiem, ac robur fortiri pro vario colore pilorum: quod quidem & in ipsa humana specie observatur, cognitumque ipsi Hippocrati fuit, atque Galeno, quorum alter expresse pluribus in locis fatetur album colorem justo frigidius temperamentum indicare: neque, ut alios omitam, inter recentiores Physiologos Hallerus (35) alienus est a credendo *phlegmaticos, viscidosque succos albos pilos facere*; cui quidem opinioni non parum favere puto Morgagnii (36) observationem de nonnullis hominibus acquisitam quorum capilli ab ortu albi erant, iidemque omnes cæcutiebant; imo visus imbecillitatem fieri majorem audivit, si capillos tondebant: argumento ut credo satis valido in eorum oculis id accidisse, quod in prædictorum animalium auribus contingit, nervorum nempe debilitatem, humorumque in iisdem infarctum.

Atque hæc, Sodales Doctissimi, tum de peracta sectione, tum de meis etiam animadversionibus differuisse satis erit. Si minus aliquid vestra attentione dignum protulissem, in summa cujusque vestrum humanitate me excusandum esse confido.

EX-

(35) Haller. Phys. T. v. lib. XII. S. XIX.

(36) De sed. & caus. Epist. XLIX. N. 29.

## EXPLICATIO FIGURARUM.

- F**ig. I. Basis cranii pars dextra dura matre adhuc vestita  
*a* auricula dextra a parte posteriori visa  
*bbb* Sinus lateralis dexter sub dura matre latens, perque ipsam translucens.  
*c* Septimum nervorum par  
*d* Octavi paris duæ portiones cum nervo recurrente.  
*e* Sacculus membranofus apertus ad naturalem magnitudinem delineatus, qui cavitatem totam membranofam, ac rotundam aquæductus vestibuli efformabat, quique partim osseus partim membranofus est in auribus non vitiatis.  
*f* Foramen monstrose amplum aquæductus vestibuli, ex quo egrediebatur  
*g* Venula.  
*h* Portio canalis posterioris prominens.

- Fig. II.** Os ipsum dextrum temporale ostendit membranis denudatum.  
*aaa* Cavitates omnino novæ, ac monstrosæ eo in loco apparentes, ubi esse semper solet canalis aquæductus vestibuli, deficiente squama illa ossea, quæ aquæductum complet osseum, quæque in statu naturali definit posterius, efformando rimam fossæ sigmoideæ proximam.  
*b* Foramen aquæductus in vestibulum monstrose amplificatum.  
*c* Portio canalis posterioris & ipsa vitio fabricæ denudata, & apparens.  
*d* Foramen septimi paris nervorum cerebri.  
*e* Fossa sigmoidea.

- Fig. III.** Denotat labyrinthum sinistrum rupto isthmo osseo inter utramque fenestram.  
*a* Canalis semicircularis superior.  
*b* Canalis semicircularis exterior magna sui parte apertus.  
*c* Vestibulum, in cujus fundo pellucet duo orificia, quorum superius est orificium canalis communis, inferius vero est orificium aquæductus vestibuli, quod

Fig. 1.



Fig. 2.

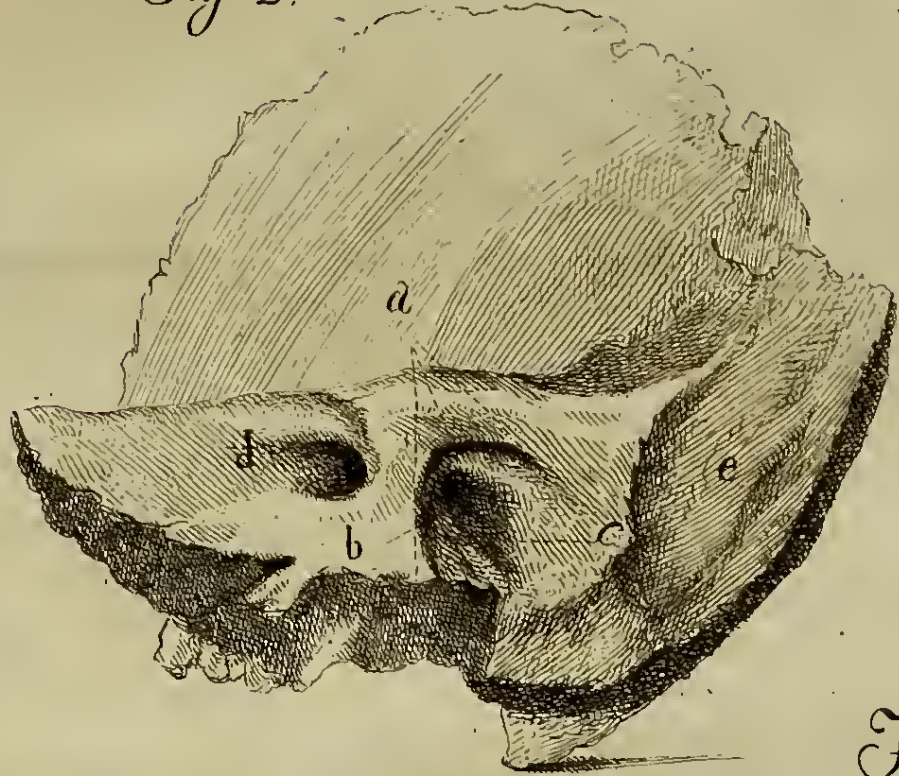


Fig. 3.



Fig. 7.



Fig. 4.



Fig. 6.

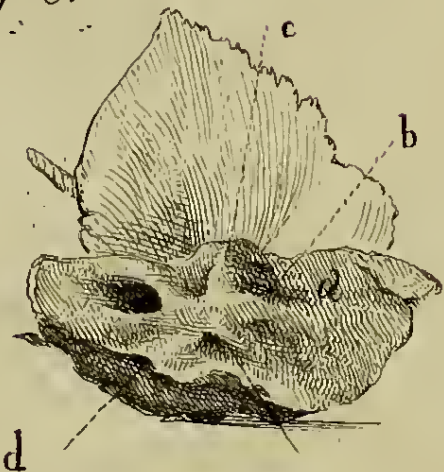


Fig. 8.

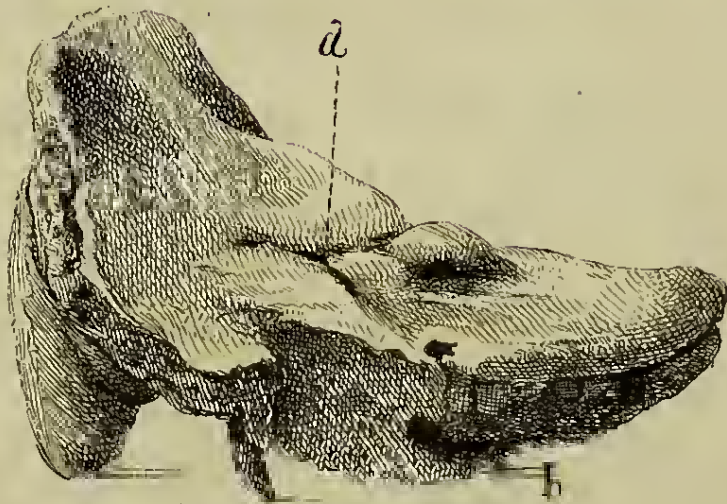


Fig. 5.

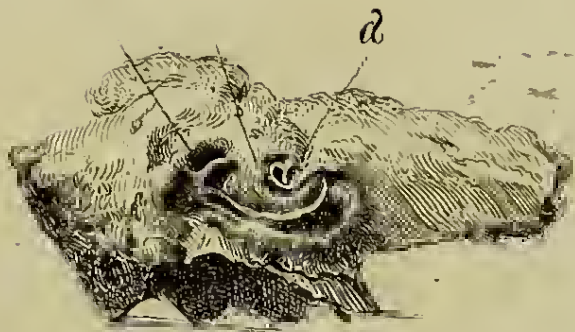
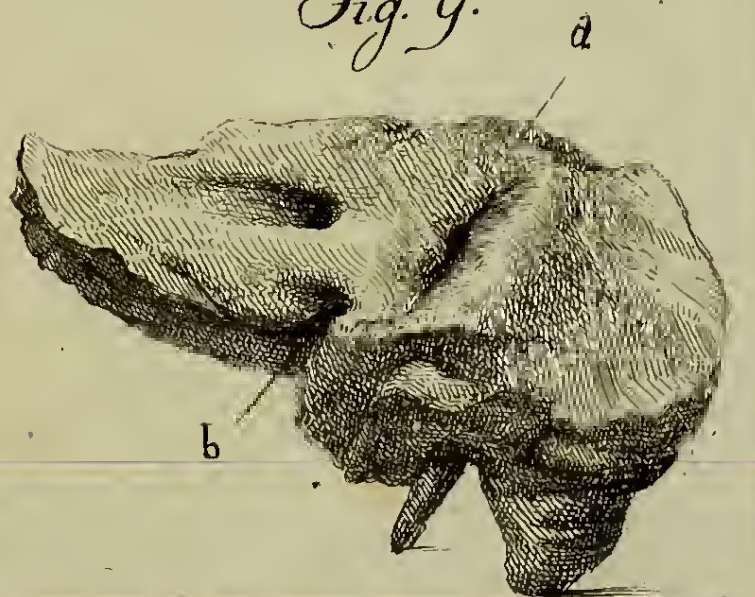


Fig. 9.





majus erat orificio canalis communis.

*d* Primus cochleæ gyrus.

*Fig. IV.* Idem os repræsentat, sed in postica parte visum.

*a* Foramen septimi paris nervorum.

*b* Canalis superior

*c* Canalis posterior, qui in unum coeunt canalem communem dictum.

*d* Orificia duo *fig. III.* indicata, nempe superius canalis communis, inferius aquæductus vestibuli.

*Fig. V.* Demonstrat cochleam dextram gyrum unum cum dimidio tantummodo conficientem.

*a* Filamentum, seu hasta partim ossea, partim superius cartilaginea, desinens in fornicem cochleæ.

*Fig. VI.* Exponit os temporale dextrum fætus nonimestris paucos post dies a nativitate mortui, prout in naturali statu observatur.

*a* Foramen aquæductus vestibuli, ad quod cavea viam facit, unde deficiente squama ossea totus aquæductus membranosus est, vixque principium squamæ apparet.

*b* Canalis posterior.

*c* Canalis superior.

*d* Fossa triangularis, in qua apertissime conspiciuntur foramina duo venæ nempe cochleæ, & ejusdem aquæductus.

*Fig. VII.* Os petrosum fætus septimestris.

*a* Foramen aquæductus vestibuli externe omnino apparens.

*b* Canalis posterior.

*c* Canalis superior.

*d* Fossa triangularis, ubi foramen venæ cochleæ, & alterum aquæductus cochleæ conspiciuntur.

*Fig. VIII.* Os temporale sinistrum adulti, in quo magna aderat fissura ad ostium exterius aquæductus vestibuli.

*a* Fissura ampla cum squama scissa, ac quasi divisa, in qua aperte conspicitur ostiolum aquæductus in vestibulum.

*b* Fossa triangularis.

*Fig. IX.* Os temporale dextrum magnam exhibens aperturam fissuræ aquæductus.

*a* Fissura aquæductus, intra quam conspicitur ostiolum in vestibulum hians.

*b* Fossa triangularis admodum ab altera diversa.

## FLORIANI MALVETII

*De Chorographia antiqui agri Bononiensis, & Claternatis  
ut eum primis Romani Imperii seculis  
fuisse conjicitur.*

**S**uperiore anno, Academici præstantissimi, cum de iis in publicam lucem edendis cogitaretur, quæ jam pridem vobis retuleram de antiquo agro Bononiensi, fuerunt qui tabulam chorographicam prolati conjecturis, & opinionibus accommodatam confici postularent, ut quæ rationibus suadere curavi, oculorum testimonio probarentur. Rem a prudentissimis & amicissimis viris propositam alacri animo suscepi, multoque libentius persecutus sum, quandoquidem universo agro penitus cognoscendo operam impendens quamplurima loca antiquitati, & Romanis temporibus insperato restituere visus sum conjectura duce. Confecta tabula, & quæcumque ad eam confirmandam litteris tradidi penes me latebant, dissertationi addenda appendicis loco, si modo viris gravissimis, ad quos pertinet judicium rerum Academicarum, placuisset. Accidit interea ut Academicus, cui hodie differendi fors obtigerat, rei domesticæ cura impeditus mihi proponeret ultroque peteret, ut sua hac die aliquid vobis referrem. Quid magis expetendum, quam indulgere amicissimo homini, meoque simul honori, atque utilitati consulere? Etenim id mihi hodie datum intelligo, dum conceditis, me differere apud vos, atque emendationibus vestris proficere. Chorographiam igitur antiqui agri Bononiensis, & termini agri Claternensium ab aliis hætenus intentatam oculis, & judicio vestro subjicio, tumque ea, quæ ad antiquitatem locorum conjiciendam collegimus. Conjiciendam utique, non enim plus momenti opinionibus in hac re meis tribuendum intelligo, quam quod silentibus aliis argumentis exhibet conjectura. Agri Bononiensis, & Claternatis fines de-  
di-

dimus altera dissertatione [1]; nunc loca intra fines posita explorare instituimus. Inquisitionis methodus hujusmodi est. Primo locorum nomina ad examen vocavi, ut eorum seu manifestam antiquitatem agnoscerem, seu quæ late- rent antiquitatis vestigia detegerem. Non omnia itaque nomina amplexus sum. Minime pertinent ad rem nostram loca, quæ alicujus Sancti nomine nuncupantur, cum fero impositum sit Religione Christiana jam diu inventa, neque ea, quorum nomen latinobarbarum a temporibus Romanis abhorrens clarissimus Muratorius inter vocabula mediæ ævi recepit (2). Tum rejectis nominibus, quorum sensus, & significatio in italica lingua vernacula tantummodo invenitur, non in latina, illa respicio, quæ latinitatem habent, vel redolent. Hæc in plures classes dividi possunt pro vario, quo desinunt, modo. Quæ in *ianus* seu *nus*, vel *ianum* seu *num* desinunt, plurima sunt, & notanda præ cæteris. Neque enim hodiernæ ætatis est, neque seculi barbarici hujusmodi nominibus loca appellare, ut moris erat Romani. Bis centum, & ultra prædiorum nomina in *nus* desinentia legimus in ænea tabula Placentina, quæ ad Trajani tempora pertinet. Præterea fundum *Fulcinianum* memorat Tullius pro Cluentio, fundos vero *Cornelianum*, *Sempronianum*, *Sejanum*, *Julianum*, *Ebutianum*, & quindecim alios in Digesto [3] invenies, inter quos nonnulla sunt nomina, quæ adhuc extant in agro Bononiensi, quæ suo loco referam. Animadvertite nunc significationes, & originem, unde profecta omnia ea nomina tum externa, tum nostra. Si eam quærimus in hodierna lingua vernacula italica, seu etrusca, seu cispadana, si etiam scruteris longobardicæ, seu gothicæ linguæ vestigia, nulla significatio, nulla origo; si in latina quæramus, præstest: scilicet nomina familiarum, seu cognomina, ex quibus locorum appellationes, ut monuimus, sumebantur. Antiquos historiographos, Fastosque Consulares Gruteri, Muratorii, Fabretti, Renesii, aliorumque indices epigrammaticos excurrite, atque ipsa epigrammata, ibique nomina fere omnium gentium, & cognomina familiarum invenietis, ad quæ scripti in Digesto fundi, atque agri

T. VII. I i i Bo-

(1) Vide in hoc tomo pag. 106.

(2) Vide dissertationem xxxi. i. ejusdem Muratorii de antiquitatibus Italiæ.

(3) Hæc Digesti monumenta collegit Briffonius de formulis libro quinto, sexto, & septimo.

Bononiensis, & Claternatis, & Placentini loca referantur. Quod ad nos attinet, in ipsa Trajana tabula quædam locorum nomina leguntur agnatio, quæ & initio, & terminatione, omnibusque fere litteris, & syllabis, quibus constant, ea ipsa sunt nomina locorum agri Bononiensis; quod nihil mirandum, si attendatur frequentia nominum Romanorum, quæ una sæpe cum familiis universam Italiam pervagata sunt. *Calventianum, Campianum, Granianum, Mucianum, Vitianum, Venecianum* loca sunt tum agri nostri, tum antiqui agri Placentini; quæ Trajana tabula refert a gentibus Calventia, Campia, Grania, Mucia, Vicia, Venecia nuncupata, quas Fasti Consulares, & Gruterus, alique epigrammatici protulere. Parcite quæso, Academici humanissimi, verborum homophonix, quibus laborat sermo hic meus, ut multa locorum nomina referam, quæ congruunt nominibus familiarum. Qua in re minime puto, vos esse præmonendos, nonnullas litterarum varietates minime verborum differentias inducere. Cui enim obscurum est, apud veteres litteras O, & V sæpe usurpatas promiscue, D autem pro T, & T pro C aliquando scriptas inveniri, atque similiter C pro Q, & G, & nihilo minus B pro V & P [1] promiscue, & aliquando A pro E, atque E pro I? quæ omnia Norisius, Manutius, Cellarius, Dausquius, alique orthographicæ rei scriptores monumentorum exemplis prodidere. Nos autem in primis nomina similia proferemus. Habemus in Fastis Consularibus gentes Titiam, Fanniam, Caciam. Gruterus, qui fuit ex primis epigrammatum collectoribus, ideoque nominum uberior præ cæteris, tres easdem exhibet, & præterea Barbiam, Catiam, Gorgoniam, Cutiam, Petiliam, Rheniam, Tiniam, Galliciam. Quis non videt ex iisdem plane ortum *Tizzanum* nostrum, præsertim cum adsit etiam in Digesto, & tabula Placentina fundus *Titianus*; itemque antiquum, & Romanum esse *Fagnanum, Catianum*, sive *Cacianum, Barbianum, Gorgonianum, Guzzanum, Petilianum, Rignanum, Tignanum, & Gallisanum*, quod nihilo minus ex Gallicano (2) cognomine, & fundo in Trajana tabula relato  
eli-

(1) Litteras dentales, ac propterea analogas esse D, T, C movent grammatici, itemque analogas C, Q, G, si vocalibus junctæ sint, tunc eam gutturales sunt omnes. B vero, V, & P clausis fere labiis similiter pronuntiantur.

(2) Galicanus cognomen gentis Grandulix, Messix, Milvix, Ovinix, Volcaci & ex Glandorpio *Onomast. histor. Rom.*



elicitur? Has appellationum origines ex Fastis, atque ex epigrammaticis petitas magnopere confirmare videntur marmora Felsinea (1), quibus inscripta sunt latina nomina gentium indigenarum, vel earum, quæ possidebant fundos agri nostri, ad quas nonnulla locorum nomina liquido referuntur. Quæ gentes cum in Grutero etiam sint, inde patet, loca alia nuncupata fuisse ex cæteris, quas non continent marmora Felsinea, quorum monumenta, si olim extiterint, postea vero temporis injuria collapsa sint. Ad nos referunt marmora nostra gentes Gavianam, Lolliam, Muniam, Sabiniam, Sossiam, Viciam, Vibiam, quarum nomina nonnulla sunt in Fastis Consularibus, in Grutero omnia, ex iisque manifesto oritur *Gabianum* nostrum, & *Lojanum* (2), tumque *Magnanum*, *Savignanum*, *Sossianum*, *Vizzanum*, atque *Panzanum*, quod ex quocumque *Pansa* inferri potest, nisi locus fuerit castrorum *Pansa* Consulis, ut alii putarunt. *Pansa* cognomen erat non Consulis tantummodo, sed aliorum virorum gentis *Vibia* ad nos pertinentis, tumque præterea gentis *Apulejæ*, *Genutiæ*, *Serviliæ*, & *Sestis*, ut *Glandorpius* ostendit. Cæterum non semel ex cognominibus locorum nomina video fluxisse. Ex *Bibulo* cognomine gentis *Calpurniæ*, & *Publiciæ* *Bibulanum* fit, nisi petas ex *Vibullus*, quem sæpe ferunt *Fasti* Consulares, & marmora *Salonitana*, ex eoque *Vibullianus* tabulæ *Placentinæ* ortus. Ex *Crispillo*, vel *Crispilla*, qui in *Grutero* sunt, & *Muratorio*, fit *Crispillanum*. Ex *Rudio* *Rudianum*, vel ex *Rutilia* *Rutilianum*, ut fundus *Rutilianus* tabulæ *Placentinæ*, vel *Herodianus* ex cognomine gentis *Clodiæ* in *Glandorpio*, *Siranum* ex *Sira*, *Maranum* ex *Marano* aut *Marana*, sin mavis *Marianum* fuisse, ut extat fundus *Marianus* in prædicta tabula. Hæc omnia cognomina ex *Grutero*, quibus addenda ex eodem epigrammatico *Lite*, & *Licianus*, unde *Lizzanum* petas. Similiter ex *Vatria* cognomine gentis *Martiæ*, & *Serviliæ*, *Vattianum* nuncupatum fuisse videtur, nunc apud vulgum *Bazzano*, nisi idem ex gente *Baudia* *Gruteri*, vel ex *Baucia* *Muratorii* inferas. De hisce dubitationibus minime dolendum, secundis scilicet, utpote quæ nobis aperiunt duplicem

(1) Edita a Comite Carolo Malvasia.

(2) Olim certe *Lolianum* ut ostendit latina diphthongus AV, qua nomen scribebatur annis 1223 scilicet *Lauliano*. Vide in Archivio publico Bonon. librum inscriptum *Registro grosso pag. 538*.

cem fontem originis, & opinionem antiquitatis amplificant. Libenter igitur dubitemus num *Garvinianum* sit ex Cavina cognomine, quod nobis servarunt marmora nostra, vel ex gente *Gavinia* Gruteri, vel *Gabinia*; & num *Janum* nostrum sit ex *Hius*, vel ex *Hianus* cognomine, quorum alterum *Muratorius*, alterum *Gruterus* refert. Cumque *Jnnium* quemdam ferat *Gruterus*, *Ingium* *Reinesius*, *Ignanum* ab alterutro desumitur. Cæteræ gentes *Gruterianæ*, quæ ad hoc caput pertinent, sunt *Utia*, *Pitia*, *Veteria*. *Uzzanum* nostrum inferri potest ex prima, verum adest etiam *Occia* gens in *Muratorio*, & *Occianus* cognomen in ipso *Grutero*; apud nos autem erat gens *Uscia* (1) ut patet marmoribus *Felsineis*. *Pizzanum* nostrum, si nolumus ex *Pitia*, est in tabula *Trajana Piciana Sylva* ex gente *Picia*, ut puto, nuncupata. *Vedrianum* manare videtur ex *Veteria*. Quæ in aliis epigrammaticis præter *Gruterum* inveni, pauca sunt nomina ad nos pertinentia. Vicus *Flania* est in *Trajana* tabula, ex quo nomine *Flanianum* nostrum nuncupatum fuisse patet. Gens *Carvia* est in *Gudio*, unde *Carvianum*, nisi sit *Carvenianum*, vel *Calvianum*, quorum utrumque fert ipsa tabula. *Fabrettus* protulit gentem *Runciam*, ex qua *Runzanum* nostrum, nisi *Roncianum* sit ex gente *Roncica*, vel *Arruntianum*, ut fundus *Arruntianus* tabulæ *Placentinæ* ex gentibus *Arruntia*, vel *Arruncia*, quas utrasque *Gruterus* affert, alteram vero ex iis tribuunt nobis marmora nostra. Hactenus locorum etymon collegimus ex integris & incorruptis nominibus gentium, vel cognominibus familiarum. Sequuntur vocabula, quæ vix aliqua elisa, vel addita littera, vel dempta metathesi ad nomen agnaticum, vel cognomen revocantur. Hujusmodi sunt *Pilianum*, nunc *Piano*, ex gente *Pilia*, quam *historici*, & *Gruterus* proferunt, vel ex gente *Epia*, ad quam *Epianus* fundus tabulæ *Placentinæ*. *Alianum* inveni in ænea tabula *Januensi* (2) ex gente *Allia* *Consulari* appellatum. Hoc puto fuisse nomen *Ajani* nostri, vel erat *Annianum* ex gente *Annia*, quam nostram fuisse o-

sten-

(1) *Utianum*, probabilis vero *Occianum*, vel *Uscianum* cum annis 1223. *Ogiano* scriberetur, ut fert *Registro grosso* pag. 558. in *Archivio publico Bononiensi*. Qui vero *Olgianum* in aliis antiquis monumentis nostris scriptum inveniunt, habent in *Fabretti* inscriptionibus gentem *Olgiam*, ad quam loci nomen referant.

(2) Tabulam æneam gentis *Minutiæ* ad porcisferam inventam ediderunt *Folettus*, & *P. Jo. Stephan. Remondinus*, tum *P. Zacaria* in itinere *Italico*.

stendunt marmora Felsinea, vel erat *Anneianus*, ex gente Anneia Gruteri, ut fundus Anneianus tabulæ Placentinæ, in qua sunt etiam fundi Acilianus, & Lucilianus, quorum alter fortasse verum nomen fuit *Ciliani* nostri. Atque ibidem legitur fundus Acutianus, unde elisa A aliquis inferat nomen *Guzzani* hodierni. Aconianum facit gens Aconia Gruteri, ex qua fundus Aconianus tabulæ Placentinæ. Inde videtur addita littera N, *Anconianum* nostrum, nisi sit ex aliquo Anco, quod nomen in gente Antonia Gruterus affert, vel *Antonianum* ex eadem Antonia nostra. *Bisanum* ex Bisiano gentis Bisix, elisa littera I; *Capugnanum* ex Caponiano, vel Coponiano, quo vocabulo utitur Tullius ad Atticum lib. 12. ep. 3., vel Cauponianum ex gente Cauponia, cujus monumentum edidit Kircherus in Latio, vel Calpurnianum ex Calpurniis, quorum erat fundus Calpurnianus antedictæ tabulæ. *Camugnanum* nostrum olim Camnianum fuisse suspicor ex gente Camnia Muratorii, qui obrulit etiam gentem Camuliam, ex qua nihilo minus ortum esse potuisset *Camuniano* ex Camuliano factum, vix mutata littera L in N, quæ ambæ dentales sunt, ac propterea affines. Pro *Cadriano* hodierno antiquæ appellationi, & origini restituendo multa se offerunt. Præcipue vero nomen gentis Hateriæ, cujus prima littera aspirata, ut solet, conversa fuerit in C, vel cognomen Hadrianus, quod erat gentis Eliæ, Cassiæ, Fabiæ, Clodæ, ut Glandorpius ostendit in Onomastico Historiæ Romanæ; præterea gentes Caturia Gruteri, & Satria nostra marmoribus Felsineis cognita, cujus prima littera S barbaro stylo, vel temporis injuria inferiori parte truncata desciverit in C (1). Ad Satriam profecto pertinuit fundus Satrianus tabulæ Placentinæ, ut ad Cassiam fundus Cassianus in eadem, ex quo vocabulo elisa I fortasse prodit *Cassanum* nostrum. Gens Lilia Gruteri Lilianum facit, quod antiquum nomen est hodierni *Liani*. Cæterum Ælianum etiam esse potuerit ex Ælia, vel Lælianum ex Lælia. *Rubixzanum* etiam nostrum antiquum nomen habebat *Urbicianum*, scilicet ex Gruteri gente Urbicia. *Livergnanum* habet Leveriam gentem in Grutero, & Livinejam, ad quas pertineat restituto nomine, prætereaque Livillam. Quod ad *Medesatum* attinet, multo minus profecto du-

bi-

(1) Erat igitur vel Haterianum, vel Caturianum, vel Satrianum.

bitandum de antiquitate, quam de origine. Extabat seculis superioribus, & fortasse nunc etiam extat in agro Corrigiano (1) locus antiquus, qui *Medexanus* vocabatur. Conjici potest tum illum, tum nostrum ab aliquo Mede, vel Methe ortum, quæ virilia cognomina inscriptiones Muratorii ferunt. A *Metheciano* parum differt *Metacianum*, quo nomine *Medesanus* noster nuncupabatur seculo IX, ut monumentis constat. Minus fortasse distat restituta metathesi *Meticanus*, quod nomen agnaticum est in Grutero. Si E pro A scriptum fuerit nomen nostrum, fundum *Maticianum* haberes in Trajana tabula, qui exemplum daret. Cæterum in Grutero inscriptio est A. Claudii A. F. Medici, in qua verbum *Medicus* minime nomen artis medicæ, sed cognomen fuisse videtur. Cætera loca hujus generis expedio. *Muxillianum*, cujus mentio est etiam in Ghirardacio, ex gente *Muffidia* fortasse dictum, vel ex *Homusia*, cujus erat fundus *Homusianus* prædictæ tabulæ, in qua præterea scriptus est fundus *Mucianus* fortasse ex *Mutiano* cognomine gentis *Licinæ*, & *Noniæ*. *Migarantum* (2) fere congruit cum *Miceriano* Gruteri cognomine, *Postmanum* vero, & *Merlanum* ex *Postumo*, & *Merula* (3) deducuntur cognominibus latinis frequentissimis, ut *Sperzicanum* ex *Pertica*, in hoc scilicet dempta unica littera, in duobus aliis addita. Sic *Ciagnanum* ex *Chianus* cognomine Gruteri neglecta littera aspirata (4), & *Sartoranum* nostrum appellatum videtur ex *Sartoriano* cognomine, vel ex aliqua *Sartoria* (5). *Stanzanum* autem dempta N ex gente *Statia*, a qua *fundus Statianus* tabulæ *Placentinæ*. Non multo magis corruptum nomen esset *Rustignanum* nostrum, si ex *Latina* gente Gruteri inferas, cum *Lastinianum* antiquitus nuncuparetur. Tabula etiam *Placentina* exhibet fundum *Latinianum*. Maxime depravatam mihi videbatur *Superzanum* nostrum. Verum præter cognomen *Superstes*, ex quo *Supersta-*

(1) Vide investituram Principatus Corrigiensis datam Comiti Joanni de Corrigio ab Imperatore Matthia anno 1615. 30. Martii.

(2) Locum fuisse perhibent inter *Mezzollara*, & *Butrium* mille circiter passibus ab eodem Oppido. At fortasse vicus *Varianus* erat, ut alius locus *Antonini* itinerarii.

(3) *Merula* cognomen gentis *Corneliæ*, *Postumus* gentis *Acciæ Ceionæ*, *Junæ*, *Liviæ*, *Pontiæ*, *Rabiriæ*, *Sejæ*, ut ex *Glandorpio*, qui amplissime refert de gente *Postumia*.

(4) Scilicet *Chiananum*.

(5) Ut *Sartorianum* propterea appellaretur.

*stanum* fieri posset, Aureliam Exuperiam in Grutero inveni, & Tulliam Superianam, Publiumque Antonium Super, & Lucium Caninium Super, ex quibus adjectivum aliquod appellationi aptum excogitari potest. Tabula Placentina Coloniā Gentianam affert, & Gruterus Q. Gentianum. Hujusmodi cognomen, vel agnatitium adjectivum etymon puto *Gergbinzani*, seu *Gherghenzani* nostri, quod scilicet ager Gentianus esset. Quippe initio verborum litteram A sæpissime a vulgo elisam invenimus, ut in Agrigento, quod hodie *Girgento* appellatur (1). Nunc quoniam locorum omnium nomina agnatitia, vel cognomina, quæ nobis adhuc cognita fuerint, in *ianum*, & *num* desinentia recensuimus, [2] quæretur fortasse quid significant, & qua grammatica ratione usurpata fuerint, quidque essent loca sic appellata. Profecto nomen agnatitium adjectiva forma substantivo aliquo appositum dabatur aliquando agris, ut ager Fontejanus in Fabretti inscriptionibus, dabatur Pagis admodum rarissime, ut Pagus Domitius in tabula Placentina, in qua saltibus datum sæpius legimus, ut Saltus Volumnianus, Betutianus, Celianus; sæpissime vero fundis, quorum, ut initio monuimus, bis centum & ultra adjectivo agnatitio appellatos exhibet tabula eadem præter eos, qui sunt in Digesto. Hinc opinor omnia, vel pleraque loca agri nostri, quæ adhuc exposuimus, fundos fuisse ab earum gentium nomine appellatos, ad quas primum jure domini pertinebant. At quamvis idem appellationis nomen agnatitium masculino genere primum usurpatum fuisset, adjecto substantivo *fundus*, videtur substantivum postea retinentia neglectum excidisse, & solum adjectivum substantiva for-

(1) Cætera vocabula in *anum*, si quæ hic desunt, vide in elenchis ad finem dissertationis.

(2) In papyro Ravennatensi Bibliothecæ Electoralis Bavaricæ, qui ad seculum aeræ Christianæ X. pertinet, leguntur Fund. Anniano, Fund. Aliano, Fund. Aquiliano, Fund. Barbiano, Pratum Caciani, Fund. Faniano, Fund. Gabianū, Fund. Gallianus, Fund. Gaviano, Fund. Graniano, Fund. Lilianū, Fund. Mariano, Fund. Muciani, Fund. Musano, Fund. Organiano, Fund. Pompiano, Fund. Rotulanū, Fund. Rubianū, Fund. Saturiano, Fund. Saviniano, Fund. Staciano, Fund. Sirianū, Fund. Ticiano, Fund. Tiniano, Fund. Vaciano, Fund. Ucianus, Fund. Ponciano. Hi fundi, qui in Provincia Æmilia & in Piceno erant, iisdemque nominibus Romanis agnatitiis antiquis nuncupabantur. quibus totidem fundi ex nostris, quos hic retulimus, ob id ipsum ostendunt nomina Romanorum in Italia longe usurpata. fundisque inhærentia, & confirmant descripta nomina locorum agri Bononiensis & Claternatis revera esse Romana.

forma, & neutro genere loci nomen per synecdochen factum. Hujus generis reticentix exemplum non deest. Cum enim Romani suas quique villas commemorant, quas Urbium, Municipiorum, & Coloniarum nomine appellabant, quibus prope erant, tunc unicum verbum adjectivum neutra, & substantiva forma usurpatum legitur. Sic Puteolanum Tullii, Tusculanum, Formianum, Cumanum. Sic Laurentinum Plinii, & Ocriculatum, Narniense, Carsulanum, Perusinum Pompejæ socrus Plinii, qui eas villas commemorat in epistolis. Ita igitur puto, fundos, & agros Romanorum unico neutri generis adjectivo agnatio appellatos, quod locis usque ad hæc tempora inhæserit. Excogitari etiam potest, substantivum, quod omittitur, non *fundum* fuisse, sed *latifundium*, quæ res, etiam si nondum satis probata sit, neque archeologiæ, neque latinitati repugnat. Cæterum in eadem tabula Trajana sæpe occurrunt nomina locorum agnatio plurali neutro, aut feminino genere in *ana* terminata, ut sylva Castriciana, & Piciana, tum colonia Munatiana, Vetiana, Corneliana, Gentiana. Digestum præterea exhibet sylvam, & pascua Semproniana, prædia Sejana, Gabiniana, Titiana, Corneliana, Semproniana, quibus similiter desinunt nomina quædam nostra. Ea igitur nunc referam. *Aquilianam* ex notissima gente Aquilia dictam fuisse patet. *Bombiana* profecto Pompejana erat ob gentem Pompejam, quam referunt ad nostras gentes marmora Felsinea, ut gentem Metellam, a qua *Meddelana* agri nostri. Gentiles similiter fuerunt fundus Pompejanus in Muratorii inscriptionibus, & fundus Metilianus ex Metiliis in tabula Placentina. Sic fortasse *Mezzana* nostra a gente Metia nuncupata, & *Vedrana* a gente Veterania marmorum Felsineorum, vel a Veteria Gruteri, nisi potius ab aliqua legione Veterana ex colonis deductis, quæ ibi constitit. Gruterus exhibet præterea gentes Verniam, & Variniam, a quibus *Verniana* seu *Variniana* nostra, idemque etymon acceperunt fortasse *le Verniane* in via, qua Bononia Florentiam iur, ubi magna saxi, seu tofi moles incisa antiquum opus præsert. At vero gens Leveria, quam affert Gruterus ipse, suspicionem facit *Leverianam* fortasse eundem locum fuisse. Similiter possumus de *Gajana* dubitare utrum ex gente Gallia marmorum Felsineorum, an ex Gaja Gruteri. Quidquid sit, antiquum fuisse nomen intelligimus etiam ex simili appellatione fundi Galiani

in tabula Placentina: præterea legimus saltus, vel saltus Gal-  
 lianos in Plinio, & vicum Gajanarum, qui Romæ erat in re-  
 gione XIV. Minimeque dubitandum videtur de nomine *Vil-  
 liana*, siquidem gens Villia in nummis, & Fastis Consularibus,  
 & Villianus in Maffei Verona illustrata. Ad *Grizzana*, olim  
*Gritianum*, pertinet gens Gritia in Fabretti inscriptionibus,  
 ut ad gentem Greciam vel Greceiam fundus Grecianus in Di-  
 gestis ex Briffonio. Gens Subicia in Grutero, vel gens Suvia  
 in Fabretti, vel fundus Suigianus tabulæ Placentinæ *Suviana*  
 nostræ appellationem, & originem explicare possunt. *Parvana*  
 ex gente Papia dictam suspicor, & *Cortesanum* ex Coteia,  
 quæ in Fabretti invenitur, nisi demptis litteris Otesana fue-  
 rit, cum fundum Otesanum habeamus in Plinio. Ex Barba  
 cognomine Cassiorum addita littera a *Barabana* nomen effi-  
 citur. Nunc sequitur inquirere quid significant nomina præ-  
 dicto modo in a desinentia. At pronum est id intelligere.  
 Erant videlicet hujusmodi appellationum loca vel sylvæ, vel  
 pascua, vel prædia, vel colonix seu villæ. Etenim in epi-  
 stolis Tullii ad Atticum legimus Villas Silianam, & Capo-  
 nianam. Sylvas, & prædia rustica memorat tabula Placenti-  
 na. Coloniarum exempla ibidem invenimus, ubi scriptæ sunt  
 colonix Munatiana, Vettiana, Cornelliana, & Gentiana in  
 Velleiate, quibus verbis confirmatur interpretatio Murato-  
 rii, qui suo commentario ad Trajanam tabulam monet, hu-  
 jusmodi colonias sedes servorum, & villicorum fuisse ad a-  
 gros seu latifundia colenda simul commorantium, quorum do-  
 micilia alterum prope alterum ædificata idem erant, quod no-  
 stra ætate, & lingua *Terra, Borgo, Villaggio* appellatur.

Venio nunc ad cætera loca nomine aliter desinente ap-  
 pellata, quod nihil minus agnatitium esse videtur. Hæc ve-  
 ro multa sunt, atque in plura genera dividenda. Maxima  
 pars eorum est, quæ hodie vernacula lingua ita appellantur  
 ut in *jus*, vel *jum* omnia desinisse appareat cum latina lin-  
 gua vigeret, quæ desinendi ratio nominibus agnatitiis fere  
 omnibus, & solis communis erat [1]. Hujusmodi sunt *Ba-  
 didium, Cerellium, Magium, Munium* nunc *Mogne*. Præterea  
 T.VII. K k k. Ca.

(1) Nomina locorum agnatitia in *jus* terminata plurima invenies in latinis scriptori-  
 bus. in S. Rufo, P. Victore, & Varrone ex Panvinio exempli gratia = Campus Fla-  
 minius, Mons Cælius, Mons Oppius, Mons Septimius, Petilius lucus, lacus Cur-  
 tius, Publicius clivus.

*Casum*, *Grulium*, *Malium*, *Savignium*, *Vadium*, *Vedium* seu *Vecium*. Quibus locorum nominibus tot gentium nomina integris litteris, & integro litterarum ordine ita similia in Grutero reperies, ut inde inferendum videatur, eadem etymon dedisse. Hæ sunt gentes tum Badia, Cerelia, Magia, Munia, quas nostras fuisse constat marmoribus Felsineis, tum Casia, Grulia, Mulia, Sabinia, Vadia, Vedia, Vecia, cujus erat saltus Vecius tabulæ Placentinæ. Ex gente Alitia, quam afferunt nummi Consulares, Alizzum prodit. Iisque addenda Campe-tia, ex qua *Campegii* nomen ortum videtur, & fortasse *Rasfinia*, a qua vix mutata n. *Rasfilium* deducitur. Tum in *jus* vel *jum* terminatum olim fuisse credendum *Carvigno* idest *Caprilium* a gente, vel gentis cognonime Caprilia, ut *Castinasium* a Castina, & *Musolium*, qui nunc *Musolo* est, a Musolia gente. Omnia hæc in Grutero, quibus addendus Castinus, qui Consul apparet in Fastis. Ex aliis epigrammaticis latinitati restituumus *Cassinium*, qui nunc *Casigno* appellatur, & *Veduro*, olim *Veturium*, vel *Veturius* ex gentibus nostris Cassinia scilicet, & Veturia, quas præter Muratorium, Gruterum, atque historicos proferunt marmora nostra. Ea item exhibent gentem Trebbiam, unde *Treppium* nostrum in montibus petitur [1], & gentem Alfeniam, ad quam pertinuisse *Roffenium* putabit fortasse aliquis, nisi ad Fabretti gentem *Ruffeniam* commodius referatur [2]. Omnino autem latinum, & insigne nomen est *Triarium* nostrum, quod nomen tulerunt nonnulli Consules, sive agnatum esset, ut ex Muratorio videtur, sive cognomen, quod Glandorpius genti Valerix tribuit. Idem nomen tulisse videtur locus Romæ in regione XII, qui *Triarii vicus*, ut ferunt *Publius Victor*, & *Sextus Rufus*, appellabatur. Tam magna nominum manifesto gentilium copia suspicionem fecit, in aliis similiter terminatis vestigia antiquitatis inesse, quæ prodirent, si aliqua littera dempta, vel addita, vel translata, cum nominibus agnatis, vel cognominibus nomina locorum conferrentur. Hujus census sunt hodiernum *Luminasium*, quod *Lucum Minatium* ex Minatia gente appellatum suspicor, & *Altedo* anterioribus seculis *Altitum*, & *Altitium* dictum, fortasse ex gente Altia (3), quam Mu-

(1) Quod propterea Trebbium diceretur.

(2) Igitur Alfenium, vel Ruffenium erat.

(3) Ut proinde Altium diceretur.



Muratorius protulit; nisi potius aliqua loci eminentia nomen dederit. Si quis hujusmodi emendationes ex nominibus gentium vel cognominibus liberius sequatur, *Cenacchio* olim *Senasium* fortasse dictum putabit ex gente Senatia Muratorii inscriptionibus cognita. Nihilominus a Calamus cognomine, quod Gruterus protulit, *Calamufium* peti potest, quod nunc est *Calamosco*. *Cenacchio* vero ex *Cænaculo* potius appellatum fortasse est, quippe cænis sacris, quæ Deorum cultu celebrabantur, *Cænacula* constructa fuisse inscriptio nuper inventa (1) monere videtur. Cæterum nihil est quod miremur, si aliqua mutatione litterarum depravata sunt nomina locorum. Neminem latet quanta offusa caligo esset quinque seculis, quæ decimumquintum antecesserunt, & quam magna tunc esset ignoratio, & negligentia scriptionis, atque lectionis, tum quam multa monumenta perierint ferentia locorum nomina, quæ proinde vulgi ori, & scriptis commissa jacturam paterentur. Multo magis quam nostra corrupta nomina sunt *Turdertum*, quod nunc *Todi* appellatur, & *Forum Domitianum*, nunc *Frontignan*, & *Forum Druentinarum*, nunc *Bertinoro* dictum, & *Forum Popilii*, nunc *Forlimpopoli*, & *Forum Sempromii*, quod nunc est *Fossombrone*. Verum de his nominibus satis. Nunc quoniam vocabula nostra a quam re sint imposita scrutati sumus, in quam re? audio abs me peti, qui eandem quæstionem de locis in *num* appellatis proposui. Quid igitur erant hæc loca, quæ vocabulis in *jus* vel *jum* terminatis nominabantur? Trajana tabula præ cæteris monumentis responsum indicat. Siquidem legimus in eadem fundum *Villum*, *Rondilium*, *Vicum*, *Granisium*, & undecim alios vocabulis in *jus* appellatos. Legimus in ea *Saltum Turpelium*, *Rubacotium*, *Vecium*; *Pagos Valerium*, *Salvium*, *Domitium*, & undecim alios in *jus* terminatos; præterea *Vicum Nitelium*, & *Ivanelium*. *Vicum* etiam, & *clivum Publicium* legimus in *Panvinii P. Victore*, & *S. Rufo*, in quibus item montem *Opium*. Igitur *Bononiensis*, & *Claternatis* agri loca, quæ adhuc recensuimus simili terminatione appellata, aut *vici*, aut *pagi* erant, aut *fundi*, *saltus*, *luci*, *montes*, cum his locis nomina in *jus*, vel *jum* terminata conveniant. Verum quod ad *pagos* attinet, ut intelligamus quid essent, præstat opinionem Muratorii accipere, qui ex Trajana tabula rectissime infert, *pagos non*

K k k 2

ca.

(1) Inscriptio Q. Publicii Modestini, de qua in Academia disserui.

castella vel loca exigua fuisse, sed agri partem non modicam; Pagos enim Placentinos ostendit tabula fundos plures, & vicos continuasse; quæ res maxime memoranda, cum de *Misnerbio* nostro sermo erit.

Sequitur nunc ut de aliis nominum terminationibus agamus. Etenim tabula Trajana præter locorum nomina in *jus* alia habet vel agnatio, vel cognomina in *us*, in *o*, in *i*, vel in *is* terminata, præcipue vero in *a*, quibus similiter desinunt hodierna nomina nostra. Quis igitur *Paternum* nostrum, *Rus*, *Badalo* antiqua, & latina nomina fuisse tuto neget, cum Paternus cognomen notissimum, & frequentissimum sit (1) apud antiquos, ex quo appellatus fundus Paternus Trajanæ tabulæ; gensque Erusia occurrat in marmoribus Felsineis; *Ruffius* vero, & *Rus* in Grutero, & *Ruso* cognomen gentis *Crenutiæ*, & *Octaviæ* ut refert Glandorpius? In Grutero *Pannychus* cognomen est, ex quo *Panicum* nostrum inferatur, nisi suspicemur de Pane Sylvestri Deo, qui eidem monti nomen dederit? In Muratorio *Bathulum* cognomen invenies, ex quo vix mutato, *Badolo* nostrum in montibus repetas. Quod si hujusmodi litterarum depravationibus aliquanto indulgeas, *Zappulino*, quod vernacula lingua nihil significat, ex Cappulino nomine seu cognomine Gruteriano mutuandum, & restituendum; tumque fortasse ejusdem Gruteri inditio *Salvaro* ex *Salviaris*. Huc spectare videntur *Brintum*, & *Pianorum*. *Brinius* est in Grutero, & mons *Prenicus* in tabula Januensi; et præterea *Brintus* mons in *Agnello* historico, qui scripsit sæculo IX. *Bianorum* nomen viri exhibent *Virgilius* in *Eglogis*, & *Muratorius* in suo nominum indice, & in inscriptionibus, itemque epistolæ græcicæ. At his nondum satis acquiesco, præsertim cum *Pianoro* nomen vernaculum videatur, ex eo, quod *Hetruria* Bononiam venientibus planities ibidem primum se offert. Manifestam utique antiquitatem præsert *Pradalbino* *Pratus Albinus* ex *Albi* cognomine, vel *Pratus Albini* ex *Albino* cognomine gentis *Cejoniæ*, *Claudix*, *Lucejæ*, *Postumix*, ut monet Glandorpius, cui addi possunt hæc verba *Numatiani Itinerarii* = *Albini patuis proxima villa mei* = *Catulus* item cognomen est, ut in gente *Lucretia* invenitur. Quamobrem nonnihil suspicor, *Pragatto* *Pratum Catuli* fuisse, cui

VO-

(1) Glandorpius ostendit, *Paternum* cognomen fuisse gentis *Aspasiæ*, *Ovinæ*, *Tarusiæ*.

vocabulo postremam syllabam abstulerit vulgus; Zenerigolo olim Sinerilium appellatum fortasse ex Syneria gente Gruteri, nisi fuerit rivulus Zenæ, etenim Zena libertum fert Fabretus, Gruterus vero Zena cognomen gentis Calpurniæ, ut etiam ex Glandorpio constat. Nullum vero dubium de antiquitate, atque origine pati videtur nomen Bargi nostri cum Prædia Bargæ legamus in tabula Placentina. Eadem sæpius, in exemplum adducta ostendit quibus locis hujusmodi adjectiva nomina variis modis terminata imponerentur. Fundus Maternus, Tudinus, Hortus Neviodonus, Pagus Valentinus ibidem legitur. Igitur terminatio in *us*, vel *um* ad fundos etiam, ad hortos, ad pagos pertinet. Præterea ibidem Fundus Bocelis, Pagus Albenfis, unde patent in *is* aliquando terminata nomina fundi, & pagi; præterea Saltus Boratiolæ, Vicus Saceniæ, quibus monemur pagis, & vicis nomina in *a* imposita; tandem Pagus Bagienco, Saltus Solicelo, unde in *o* pagus, & saltus. In *a* vero varii generis nomina. Saltum Bittunia, Eborelia, Caricia, Fundos Mettunia, Spenelia, aliosque, Vicum Flania, Coloniam Artefigiam exhibet tabula Trajana, & neutro genere numero plurali legimus in Varrone Nevia Nemora, & Prædia Sejana in Digesto. Trebellius autem Pollio de Zenobia refert, vixisse eam cum liberis matronæ jam more Romanæ, data sibi possessione in Tiburti, quæ hodie Zenobia dicitur. Unde excogitari potest, aliqua locorum nomina in *a* fuisse nomina ipsa integra foeminarum, quæ locum aliquem possiderent. Agri nostri vel Claternatis loca, quæ cognominibus in *a* terminatis respondent, sunt hæc *Asia*, *Venola*, *Calcara*, *Caprara*, *Crovara*. *Asia* enim est in Grutero, gens *Afilia* in Gudio, unde oritur denominatio *Afilia*, quam locus ferebat anterioribus seculis. *Venula* cognomen gentis *Fulviæ*, *Calca* cognomen gentis *Trebelliæ*, *Caprarius* gentis *Metellæ*, *Corbio Ortensiæ*, & *Corvo Aquiliæ* exhibent *Glandorpius*, *Pighius*, & *Fasti*. Nescio an *Accubaria*, quam affert *Zosimus*, sit ipsa *Crovara*, quam ex *Corbio*, aut *Corvo* deduximus. At nos minime eos contemnimus, qui malint ex corvorum frequentia nomen deducere, neque eos qui *Caprariam* suspicentur a capris ibidem pascentibus dædam (1), & *Calcariam* calcis officinam fuisse; verumtamen *Colegaria* seculis superioribus appellabatur, &

Col-

(1) Quicquid sit de origine nominis, idem antiquum fuisse apparet ex antiquo nomine duarum insularum, alteram Italiæ, alteram Hispaniæ.

Collegiam gentem invenimus in Grutero. Vix aliqua mutata, aut dempta littera aliis locorum nominibus cognomina respondent. Greceja & Greca cognomen mulieris est in Grutero ex quo *Greccia* nostrum. Barica cognomen in Grutero hodiernum nomen *Barigazza*, vel *Baragazza* genuisse videtur. Varicillus, & Baro cognomina gentis Villix sunt in eodem Grutero, & Pighio, ex quibus cognominibus diminutis Varicilla, & Barocilla deducamus, quæ nunc est *Barigella*, ad quam restituendam nihil minus pertinere videntur Barisia, & Varicia nomina agnatitia vel cognomina ex Muratorio petita, ad quæ referuntur prædia Varisio tabulæ Placentinæ. Diminutiva nomina ex familiis Gruteri videntur etiam *Unciola* ex gente Unitia, seu potius Vinitia nostra ex marmoribus Felsineis, nunc *Anzola*: *Lognola* item ex gente Longia *Longiola*, & *Anconella*, quæ dicta fuerit ex Aconia gente Aconilla. Gens Longia & Aconia in Grutero sunt. At vero *Ancus* cognomen erat gentis Antonix, ad quod ex eo etiam pertinuisse locum conjicimus, quod *Aconellam* anterioribus seculis nuncupabatur. Ex cæteris epigrammaticis *Majola* ex gente Maja Rheinesii, & *Gabiola*, quam vulgus methatesi inducta *Gaibola* appellat, ex gente Gavia nostra restituimus. Præter hæc alia agnatitia loca ex familiis inveni. Paucis mutatis litteris *Oreglia*, *Liserna*, & *Orsegna* interpretari possemus. Primam, quæ *curtis Aurelia* nominabatur in scriptis, ex Aurelia gente; alteram ex gente Ligeria Fabretti; tertiam ex Orcinia Gruteri, in quo præterea Caniniam inveni, ex qua fundus Caninianus tabulæ Placentinæ, unde profecto est nomen *Casula Canina* nostræ: inditium fert casula nomen domunculæ villicorum. *Fundos meos* legimus in Digesto [1] *illum & illum cum casulis & custodibus omnibus horum fundorum*. Neque is unicus locus est, qui duplici vocabulo ex familiis appellatus videatur. *Vidagula*, & *Mezzolara* sic fortasse restitui possunt. *Vidagulam* constat *Vitaliaculam* olim dictam fuisse (2). At Bittalia in Grutero est; ex quo nomine puto *Bittaliaquulam* nuncupatam ex quodam aquæ rivo. Gens Metia, vel Mecia ubique notissima, ad quam spectabant prædia Mettix tabulæ Placentinæ. Gens Ollia in Grutero; at ollaria erant loculi, ubi ponebantur ollæ cinerariæ mortuorum,

(1) L. si mihi ff. tit. de Legatis 3.

(2) Superioribus seculis ut ex tabulis Archivi Publici.

rum, eoque nomine interdum appellata sunt sepulcra integra; ita ut Columbaria, atque Ollaria synonyma sint, quemadmodum testantibus inscriptionibus docet Rabrettus capite primo [1]. Suspiciandum igitur *Metia Ollaria* fuisse sepulcra gentis *Metiæ*, vel *Meciæ*; nec mirum in eadem appellatione adjectivum nomen agnativum substantivo antepositum, cum *Nervia Sylva* legatur in Pompeio Festo, & *Petilius lucus*, & *Almo fluvius* in P. Victore, & S. Rufo, quem edidit & illustravit Panvinius (2). Ollæ, ut notissimum est, figlinæ erant, exque aliquando pertinebant ad fundos, & tanquam proventus eorum memorabantur. Quamobrem in tabula Placentina legimus *Saltus Veccius cum figlinis*. Inde aliquis, cui suspicio antedicta sepulcri non arriserit, non temere fortasse conjiciet, ollaria gentis *Metiæ* fuisse officinas vasorum fistilium. Ex aliis monumentis præter Gruterianos *Raveda* & *Malacapa* inferenda proponimus *Ravia*, & *Malapacia* legentes. *Rabia* cognomen est gentis *Martiæ*, ut *Glandorpius* tradit; at de quibusdam campis *Raudiis* mentio est in *Velleio Paterculo*, & *Floro*. *Ravia* Romanorum gens est notissima; in *Trajana* tabula fundus est *Malapacius*, cui facta methatesi, & mutato genere simile nomen videtur *Malacapa*. Atque hic finem habent, quæ adhuc conjicere potui locis Romanorum imposita gentium cognomina, & nomina agnativa. His porro agrum nostrum plenum fuisse nihil mirum est. Ejus magnam partem in jugeribus divisam tenere tria familiarum millia, quæ primum C. Manlio Volsono, & M. Fulvio Nobiliore Consulibus in *Coloniam* huc deductæ sunt, ex quibus Romana soboles latissime propagata. Centum circiter, & quinquaginta annis inde elapsis *Antonius Triumvir* suos milites in *Coloniam* invexit, neque multo post *Augustus* suis adductis *Coloniam* tertio constituit (3). Plurimis hisce prædiorum *Bononiensium* conditoribus, seu occupantibus addendi sunt divites, qui Romæ manentes prædia nostra emerant, & aliquando donabant libertis, qui eorum nomina ferebant, iisdemque nominibus appellatæ sunt familiæ libertinæ ex libertis ortæ. Neque enim, cum præclarissima nomina occurrunt gentis *Lollæ*, *Pompejæ*, *Métellæ*, *Vibiæ*, *Vetturæ*, *Faniæ*, *Metiæ*, putandum est eas Consula-

ri

(1) In libro inscriptionum.

(2) Vide Panvini in imagine antiquæ Urbis.

(3) De prima *Coloniæ* deductione *Livius* lib. 37. c. 37. De *Antonio*, & *Augusto* *Dion Cassius* lib. 30.

ribus honoribus assuetas, reique publicæ gerendæ intentas, Urbem deserentes, quam regebant imperio, in coloniis, & oppidis domicilium constituisse. Erant hujusmodi gentes, atque aliæ plurimæ minus claræ Patronatus causa indigenis nostris devinctæ, qui illorum præsidio, atque in rebus publicis auctoritate indigebant. Eratque in more positum clientibus, ut suis nominibus dimissis nomina ferrent Patroni; eoque exemplo primum, deinde paulatim ubique invalescentibus moribus romanis quicquid erat indigenarum, universaque plebs latinis nominibus appellata est. Locis ipsis latina vocabula non agnata, sed eorum conditiones significantia, inducta sunt, quorum vestigia apud nos adhuc supersunt. De *Casola* jam diximus. *Casalis* latinam vocem esse patet ex rei agrariæ scriptoribus, præsertim vero Innocentio, in quo legitur *Casalis in limite positus*. In iisdem legitur *Multa Casalia fundum constituunt*, quibus verbis explicatur quid esset locus in collibus Bononiæ proximis, qui nunc dicitur *Casalia*. Item *Cellula*, quæ proximis seculis *Gleula*, nunc magis depravato nomine *Jula* vocatur, & *Tabernula* ut olim appellabatur vicus Romæ in regione quinta. Duo item loca Romæ erant, quorum nomina duorum locorum agri nostri antiquitatem testantur. Vicus *Affricus* in regione quinta (1), & *Doliolum* in regione decimatertia. *Affricam* habemus in montibus, *Duliolum* [2] in paludibus. Eiusdem sunt generis *La Guisa*, quod olim erat *Podisum*, nomen corruptum ex *Podisnus* latina voce agrimenforum, qui mensuram jugeri, aliisque areæ pedibus definiabant, nempe mensuram loci aliquo pedum numero colligentes, ut in scriptoribus rei agrariæ videre est. *La Guisa* anterioribus seculis vocabatur etiam *Massa canosa*, quod latine valet locus plenus cæno. *Ancisa* nomen corruptum ex *Incisa*, quod indicat saxa incisa, ut loca quædam alpina hujusmodi nomen ferentia habemus in antiquis itinerariis. Pætere dubium non est, quin latinæ voces sint *Villula*, *Lamula*, *Fossula*, *Ponticulus*, *Septifontium* (3), *Lacuna*, quæ totidem sunt locorum nomina agri nostri. Itemque *Flexum*, cujus latinitas

tas

(1) Vide Onuphrii Pamini antiquæ Urbis imaginem.

(2) De doliis infossis, quæ in fundis essent, vide ex Digestis Brissonium de formulis lib. 6.

(3) Vox latina ut Septimontium. In lib. 4. epist. 15. ad Atticum locus memoratur, qui vocabatur *Septem aquæ*.

ras patet etiam ex itinerario Hierosolymitano, ubi legitur *ad Flexum* locus ejusdem itineris. Locis hætenus relatis addenda, quæ ex mensuris itinerariis, & distantis appellantur. Neminem latet, Romanos posuisse lapides, seu columnas in viis publicis ad quoscumque mille passus, quæ propterea Columnæ milliariæ vocabantur. Idemque mos a Coloniis constitutis usurpatus, quæ ad Urbis similitudinem regebantur, & postea toto Orbe Romano invaluit. Propterea de Vitellio in Tacito legimus lib. 5. Historiarum: *ipse octavum a Bedriaco progressus*, scilicet ad octavum lapidem a Bedriaco (1). Loca, ubi positi erant hujusmodi lapides, sæpe ab inscripto in iisdem numero accipiebant nomen. Ut apud nos *Quartum* a quarto a Bononia lapide dicebatur, ut patet, si distantiam ab ea antiquo pede metiamur, idque viam antiquam ostendit ad *Minerbiium* fortasse perductam; similiter *Sextum*, sexto nempe a Bononia lapide, quod antiquam viam indicat ad Etruriam, eandem, ut puto, quæ adhuc extat; præterea locus viæ *Æmilix*, qui in topographia Peutingeriana *ad Medias*, hodie autem *Samoggia* vocatur, medio fere itinere Bononiam, & Mutinam interpositus est. De eo plura addemus, cum sermo erit de *Samoggia* flumine, quod ab eodem loco certe nomen accepit.

Notanda item loca, quæ ex plantis, & arboribus appellantur, quæ non pauca sunt. Quis enim *Quercetum*, *Olivetum*, quod nunc dimissa littera initiali *Livè* dicitur, *Scopetum*, *Nucaretum*, a plantis non deducat? Similiter *Laurum* Romæ locus a Rufo, & *Victore* memoratus a lauris nuncupabatur, & *Esculetum* ab esculis. Quercubus plena erat Gallia, ut Strabo refert. *Olearum*, & *nucum* sationem atque culturam hortantur docentque scriptores rei agrariæ, qui præterea scoparum & scopularum usum referunt, ex iisque patet malorum nomine plures arbores fructiferas appellatas fuisse, quas colebant Romani, & habebant in deliciis, ut inde aliquis nonnihil suspicetur *Malè*, ubi nunc est *Malalbergum*, *Maletum* fuisse a malis latine dictum, præsertim cum alibi *Maletum*, & *Maledo* sint nomina antiqua locorum, quorum primum in Euganeis refert Cluverius, alterum Var-  
T. VII. LII ro-

(1) Ob id in Antonini itinerario invenitur *ad vigesimum*, *ad septemdecimum*, & in Hierosolymitano *ad nonum*, *ad decimum*, *ad undecimum*, *ad trigesimum*.

ro in Epiro, ubi morabantur celebres pecuarii. Salices vel ad supellectilem villaticam texendam, vel ad vineas perticis jugandas, vel ad sepimenta sic erant in pretio, ut Cato in æstimatione prædiorum pospositis ulivetis, & pratis, agrisque frumentariis tertium locum tribuat salicto, ex quo *Saletto* corrupta voce ortum monet Ducangius. Huc pertinent hæc verba Digesti: (1) „ *Sempronio fratri meo hoc amplius; fundos meos, ita ut instructi sunt, Cassianum, Flomianum cum suis salictis, & sylvis* „. Salicerum etiam, quod nunc *Salsè* dicitur, manifesto est a salicibus, sicut a fraxino *Fraxinetum*, nunc *Frasinedo*, & *Frasnè*. Fraxinus bubus in alimentum præbebatur, in eamque pyrus inferebatur, eratque catenis utilis ad ædificandum [2]. Ædificiis *Farno* etiam utebantur Romani, quam laudant Vitruvius, & Columella, ex quarum arborum frequentia *Farnè* nostrum dictum existimo. Eiusque loci antiqua denominatio conjecturam eorum solvere videtur, qui vocem *farno* a Palladio, & Vitruvio usurpatam abbreviatione, correptione, aut mendo librarii in eorundem auctorum libros intrusam putant. Hactenus nomina locorum ex plantis integra. Nunc locum expendite, qui dicitur *Volè*. Hunc Muratorius ex monumentis medii xvi *Lupoletto* olim fuisse dictum tradit, alii *Lopolitum*. Oletum ex oleis antiquitus fuisse crediderim, multo autem probabilius Opuletum ex opulo aceris specie, vel Lupoletum ex satione, & cultura lupi salictarii. Hanc plantam meminit Plinius, opulum Columella, oletum Cato. Nonnulli scriptores Bononienses ferunt, locum quemdam ad lævam Idicis uno fere lapide distantem a Cœnobio Ricardinæ Olivetanorum *Flabetum* ab antiquis nuncupatum fuisse. Si id nomen extitit, suspicor corruptum a fabeto, idque ex cultura fabarum nuncupatum; & si Dei Panis, ut multi putant, non habenda sit ratio, simile etymon a frugibustribuendum existimo loco in Æmilia via posito, qui nunc *Panigale*, seu *Borgo Panigale* dicitur, quique fuisset olim ager *Panicarius* ex panici satione & cultura dictus, ut agrum furcularium a furculis appellatum in Varrone legitur. Panici sationem, & usum tradit Columella, quam frugem Romani pinsebant, & in pulterem cum lacte redigebant ad cibum. Pomarium etiam meminit Varro, explicatque

Co-

(1) In lege prædia §. ultim.

(2) Vide scriptores rei agrariæ.



Columella, qui & Vitiarium, vitium scilicet feminarium, exhibet. Ut poma in pomario, & vites in vitiario alebantur, sic pruna, ut puto, in prunario, ut inde *Prunarius* noster dictus sit. Desinentias in *etum* persequamur, a quibus sermonem distraximus. Tauletum, quod hodie *Tolè*, etsi a quibusnam rebus dictum sit ignoremus, antiquum, & latinum nomen fuisse præsefert ex diphthongo *au*, quæ littera vocali *o* pronuntiabatur. Argiletum ex argilla dictum fuisse censeo locum, qui hodie *Argile* est; Romæ item Argiletum erat. Ut ad plantas redeamus, nomina quædam diminutiva forma usurpata invenio, quæ ad eas referuntur, *Cerretulum* scilicet parvus lucus ex certis, quarum usus erat ad tabulata ædificiorum, & ad carnem porcinam reddendam glandibus solidiorem, ut refert Nigidius. *Prunarolo* prunariolum fuisse suspicor ex prunario. Inter masculina verba diminutiva forma usurpata *Macaretulum* invenio locum agri nostri, qui antiquitatis argumentum certissimum protulit, idest puteum sacrum latine inscriptum, qui ibidem defossus est. Loci vero etymon maxime obscurum. *Macareticum* olim nuncupatum fuisse constat, quod fortasse Macereticum erat nescio an ob antiquam maceriem (1), quæ ibi extiterit, an ex aliquibus fossis aquæ, quæ ibi ad macerandum exciperetur. Quippe Columella lib. 1. cap. 6. villarum pertinentia referens circa, inquit, *villas deinceps hæc esse oportebit. Furnum &c. piscinas minimum duas, alteram quæ anseribus, & pecoribus serviat, alteram in qua lupinum, vimina, & virgas, atque alia, quæ sunt usibus nostris apta, maceremus.* Idem auctor quemdam fodiendi agri modum ad vineas præcipue colendas refert, quem pastinationem appellabant latini, eamque Palladius de re rustica pastinum vocat, eodemque pastini nomine terram ipsam pastinatam appellat. Inde patet antiquum, & romanum fuisse *Pastinum* nostrum, qui a vulgo vocatur etiam *Pasto*, locum in montibus extantem vineis colendis aptissimum, in quo antiquitatis reliquæ nonnullæ eruræ sunt, ut in marmoribus Felsineis refert Malvasia noster. Hactenus de neutris vocabulis singulari numero usurpatis, quæ ad plantas attinent, quibus nihil addendum memini, nisi fortasse locum, qui *Duno*,

L I I 2

vel

(1) De Maceriis, quæ aliquando in fundis erant, atque in actis publicis memorabantur, vide in Brissonio de Formulis libro 6. ex Digestis: maceriam Eucarpianam, maceriam caluminam.

vel *Sancta Maria in Duno* vocatur, ubi dumos suspicor, si-  
 ve dumeta crevisse plurima, ubi postea Christianis temporibus  
 ædes, *S. Mariæ in Dumis* appellata, condita fuerit. At  
 non temere agunt qui locorum nomina in *dunum* desinentia  
 ab antiquo idiomate gallico petenda censent, in quo, ut tra-  
 dit Clitophon Rodianus *dunum collem*, seu locum eminentem  
 significat; unde *Lugdunum*, *Alcinodunum*, *Falcodunum*,  
 & alia similia nomina orta sunt: nonnihil vero Græci idiomatis  
 in eo subesse videtur, cum *Doynos* dorice idem sit ac *Boynos*  
*collis*, *tumulus*, *clivus*, quemadmodum Menagius in antiquita-  
 tibus adnotavit. Sequitur ut de fæmininis vocabulis agamus,  
 & de neutris pluralis numeri. Cæteris quidem præponendus  
 esse videtur locus, qui nunc *la Selva* vocatur, quippe no-  
 men minime recens, neque idiomatis nostri Bononiensis,  
 neque Gothicum, latinitatem præferens *Litana Silva* vesti-  
 gium innuere videtur, quam Livius non semel, & Frontinus  
 referunt in agro Bojorum extitisse. Seculo quidem XV. im-  
 manem sylvam ibidem fuisse testatur bulla Calisti III. Papæ,  
 qui eundem locum in Feudum, & Comitatum dedit atavis  
 meis, cum ii excisis nemoribus, & structis ædibus, addu-  
 ctisque colonis populosum, & cultum reddiderint. Nomen  
 neutrum plurale habere videtur *Arboreta*, quam ex multis ar-  
 boribus dictam fuisse patet, ut *Carpineta* ex carpinorum fre-  
 quentia, arborum scilicet fabricis utilium, ut eas laudat Pa-  
 ladii carmen. Ex malis persicis *Persiceta* fuisse proclive est cre-  
 dere, quam anno etiam æræ vulgaris DCCLXX sic appellatam esse  
 constat ex Paulo Diacono, cui proximum *pagum Persicetum* iis-  
 dem barbaris seculis extitisse videmus in Muratorii dissertatio-  
 nibus. Neque difficile est appellationem, & universum locum  
 referre ad secula multo antiquiora, cum malos persicas cul-  
 tas fuisse in Italia Romanorum ætate Palladius referat, ea-  
 rumque sationem, & culturam doceant cæteri rei agrariæ scri-  
 ptores. Corrupta nomina ad hoc caput pertinentia pauca  
 sunt. Quæ nunc in ore vulgi *Medola* est, ab ulmis *ulmetu-  
 la* appellabatur, ut nunc etiam in scriptis voce plane lati-  
 na; neque multo aliter *Argellata* hodierna mutuata est no-  
 men ab *Argilleta* ex argillis.

Referam nunc loca, quæ ex nominum vestigiis, aliisve  
 conjecturis Vicos, vel Pagos fuisse aliquis fortasse inferat.  
 Non satis bene profecto arguet qui Triarium nostrum, &

Affricum vicos fuisse affirmet, ex quo Romæ duo vici ejusdem nominis erant. Syllabarum vestigiis libentius fidem adhiberem, quibus vici fuisse videntur apertissime *Vigorso*, scilicet Vicus Urbi ex cognomine apud Romanos frequentissimo, & *Vigo Verzone*, Vicus Vertumni, ut fere appellabatur Romæ Vicus Laureti Majoris, ubi erat Vortumnus. *Forum Gallorum* inter vicos profecto referendum, cum vicus appelleretur in Galbæ epistolis ad Tullium. Idem forum meminere Frontinus in libro stratagematum, atque auctor tabulæ Peutingerianæ, qui in via Æmilia octo millia passuum a Mutina ejus distantiam constituit. Quod ad Pagos attinet Trajanam tabulam inspiciens animadverto, Pagis sæpe imposita Deorum nomina. Pagus Apollinaris, Pagus Junonius, Pagus Venerius, Pagus Cerealis, Pagus Martius, Pagus Dianius, Pagus Mercurialis, Pagus Herculanius ibidem sunt; imo Pagus Minervius, unde conjicio *Minerbiium* nostrum Pagum fuisse, præsertim cum Deorum nomina non ita imposita fundis videam, qui partes erant Pagorum, ut ex eadem tabula patet, cui congruit explicatio glossarum, quæ Pagum Toparchiam, Nomion, Regionem, Præfecturam interpretantur. At nomina etiam agnativa Pagis data video in Trajana tabula, ut minime mirandum videretur, si *Batidizzo* nostrum olim Pagum Titium ex Titia gente fuisset. Castella aliqua, vel Oppida antiqua agri Bononiensis, & Claternatis scriptorum traditione nota sunt. Ad decem passuum millia a Bononia orientem versus Hierosolymitanum, atque Antonini itinerarium statuunt *Claternam* Oppidum a Plinio appellatum, atque a Tullio memoratum in Philippicis, & epistolis. Hujus abdita origo. Ab Hetruscis conditam fuisse non satis fidenter conjicerem ex hetrusco vocabulo Claverniur tabulæ Eugubianæ, quod viri alicujus nomen fuisse autumant rerum hetruscarum interpretes. Vero proximiores videntur qui ab antiquo gallico verbo cladd etymon petunt, quod fossam, & murum significat; id enim aptissime Oppido convenit, loco mœnibus, vel fossis cincto. Ut hisce obscuris, & remotissimis originibus aliquid latinum addamus, Acula antiquitus latina vox fuit; latina item vox Derua, quæ valet deorsum ruens; unde Aquila Derua, quod nomen montani fluminis esset, cui adjacet Oppidum; idque nomen, vel mutilatum, vel Hetrusco more sine litteris vocalibus scriptum, *Claterna* fuerit.

At

At de Claterna nimis multa. *Butrii* antiquitas satis constat nomine suo, quod alii Oppido, seu Vico ab antiquis positum videmus in Plinio, & Strabone, & tabula Peutingeriana. *Galeriæ* perhibent scriptores rerum nostrarum triumphalem arcum conditum a Romanis extitisse, cujus pulcherrimæ reliquiæ ibidem compertæ, trophæa anaglyptico opere marmore sculpta, atque inscriptio Lucii Aurelii Commodi Imperatoris; quæ omnia vulgavit Malvasia in marmoribus nostris. Ex his nobilibus monumentis, tum ex antiquis parietinis, & macerie ibidem effossis, tum ex castello, quod ibi multis seculis jam pridem perstitisse perhibent, tum ex eo quod antiquissima via e Bononia illuc porrecta *Galeria* nuncupatur, suspicamur eum locum Castellum, vel Oppidum fuisse Romanorum, vel potius Villam, aut Vicum insignem gentis *Galeriæ*, vel *Aureliæ*, ad quam Commodus Imperator pertinet, cui arcus dedicatus fuit. In Aureliam gentem *Galerii* nomen illatum ostendunt Imperatoris M. Aurelii filius M. Galerius Antoninus, & præcipue mater ejus *Galeria Faustina* M. Aurelii uxor, cui tamquam Divæ delubra dicata inveniuntur. Antiquitatem, & positionem *Galeriæ Romanorum* ætate ædibus, incolisque refertæ, simulque incolatum aliorum locorum, quæ in universa planitie agri Bononiensis posita antiquitati restituere suscepi, velim, Academici doctissimi, conferatis cum iis, quæ alias (1) hic disseruimus de agro nostro, dum eum ab inundationis, immanisque paludis infamia vindicare instituimus. Novam scilicet illationem ad eandem rem confirmandam ex huc usque dictis, si quid valent, proponam. Excurrite vias omnes, quæ a Bononiæ portis per septentrionalem, planamque agri regionem pergunt versus *Padi* alveum, quem finem agri posuimus. Invenietis profecto usque ad infimam partem hinc inde latina nomina, quæ propterea, ut conjecimus, Romanos fundos indicant, vel *Pagos*, vel *Vicos*, aut *Sylvas*, aut villicorum colonias, incolasque, quæ agrum cultum, aut saltem incolumem ostendunt. Si viam ineas, quæ nunc etiam *Galeria* appellatur, post *Arcovegio*, quem arcum antiquum habuisse inquit ipsa appellatio, ad novem passuum millia occurrit *Dumi*, vel *Dunum*, deinde ager *Gentianus* ad passuum millia duodecim, & inde non multo post *Senatium*, *Casale*, *Macereticum*, deinde vero *Urbicianum*, ultra quod *Galeria*, & inferius ad mille

---

(1) Vide Opusculum in hoc Tomo pag. 106.

le passus *Rabia*, vel *Raudia*. Si abeas a porta, quæ dicitur le Lamme, ad tria millia passuum, & ultra *Trivium* occurrit, & *Argilleta* ad decem millia, & ad undecim *Argilletum*, *Asia* vero ad quatuordecim. Via, quæ dicitur la Mascarella, habet *Opuletum*, vel *Lupoletum* ad septem passuum millia, & *Salictum* ad decem, *Altium* ad undecim, & ad septemdecim *Maletum*, ubi nunc est *Malalbergo*. Via Sancti Donati frequentiora habet latina nomina. Post secundum milliarium *Villulam*, & *Calamufum* invenies ad occidentem; tertioque milliario *Haterianum*, sive *Caturianum*, vel *Satrianum*; neque multo inde in ipsa via *Quartum* a quarto lapide dictum romano more; ad quinque millia passuum a Bononia ad viam orientem *Maranum*, ultraque *Veturium*, & inde ad ortum *Bittaliaquulam*. In ipsa via *Catianum*, & *Triarium*, & post eum *Superstanum* ad decem millia passuum circiter a Bononia, & *Minerbiium* ad occidentem, *Doliolum* tandem ad ortum ad duodecim millia passuum, & ultra. Via Sancti Vitalis nihilo minus abundat latinis nominibus. *Russius*, vel *Erufus* ad tria millia passuum, *Castinasum* ad quinque, *Vicus Ursi* ad octo, *Metia Ollaria* ad duodecim sunt citra Idicem: ultra vero ea loca in agro, quem Claternæ dedimus, sunt *Prunarium*, *Flexus*, deinde *Butrium* ad novem millia passuum, & ad decem *Veterania*, ad tredecim *Sylva*, *Barbana* ad decem & quatuor. *Medefanus*, qui sexdecim millia circiter passuum a Bononia est, non ultra quinque millia abest ab Æmilia. Plurimum vero ab eadem divergit via Sancti Felicis, quæ ad *Perficetam* flectit. Prope eam sunt *Tibur*, & *Synerilium*, ultra autem *Lamula* ad duodecim millia passuum a Bononia, & plus ultra *Podismus*. Hæc sunt loca, quorum latina nomina ideo nunc repetere, atque simul exponere institui, ut cum eorum positionem indicarem, satis pateret, illam agri Bononiensis & Claternatis partem, quæ supra Æmiliam est ad septemtriones, romanis seculis cultam, & ædificiis, incolisque instructam fuisse. Quibus locis illa addenda sunt in planitie posita, quæ non latina appellatione, sed tantum monumentis ibidem effossis antiqua fuisse patet, eaque in tabula nostra signavimus non nomine, cum antiquum ignoremus, sed numero, qui hodiernis nominibus in tabula extra chorographiam scriptis respondet. Hæc etiam in illa agri regione sunt, quæ palustris nuper fuit, sed cum monumenta ibidem re-

per-

perta antiquitatem romanam præferant, opinioni, quam altera Dissertatione (1) proposuimus de incolumitate agri, fidem augent. Etenim monumenta Statix Marcellæ loco, qui nunc appellatur *Cinquanta*, undecim passuum millibus a Bononia, non longe a *Salisto*, reperta sunt. Atque non multo inde abest *Sanctus Albertus*, ubi erat monumentum C. Vat., ut Malvasia noster testatur, & fere ibidem monumentum Quintii Sorani, & Ceciliæ Maximinæ. Aliquanto procul ab eodem loco quindecim circiter passuum millibus a Bononia extabat insignis inscriptio Q. Manillii Cordi, atque uno fere milliario ab eodem loco distant *Sanctus Vincentius*, & *Garvassetum*, in quorum altero inscriptio Flaviæ Flacillæ reperta est, altero autem nobilissimum anaglyphon nominibus Cornelii, & Fulloniæ inscriptum. Ad orientem vero hujusmodi locorum jacet *Castellum Sanctæ Agatæ* tredecim passuum millibus a Bononia, ibidemque inventa est inscriptio Lucii Atii, & Annæ Statix.

Postquam de universa planitie egimus, quidquid restat in montibus, quod nondum attigimus, proferam: montes scilicet, qui latinum adjectivum ferunt substantivo non dimisso. Ex his paucos novi, qui nominibus Deorum appellentur. *Montorolo*, qui olim dicebatur *mons Palensis*, a Pale est pastorum Dea; a Cerere *monte Cerere*; a Mariæ, qui etiam *Mavors* latine dicebatur, unde adjectivum *Mavortius*, *Monte Mavore*, qui tamen ex Mauro Gruteri cognomine *Mons Mauri* fortasse fuit, ut anterioribus seculis appellabatur. *Monte Viniero* latine *Mons Venerius* dubium est num a Venere, an a gente Veneria dictus fuerit, quam Gruterus refert. Tabula tamen Trajana, quæ Pagum Venerium habet, plures alios Pagos Diis refert. Vicum etiam Venerium proferunt inscriptiones Muratorii. Cæterum a gentibus romanis plerique nostri appellantur. A Maria, Terentia, Cartinia *Monte Mariano*, *Monterenzio*, *Mongardino*. A Cronia, & Acuvia *Monte Corone*, & *Monte Acuto*, nisi hic a forma appellatus fuerit. A Cejonia, Potellia, & Pellia, seu Bellia, *Monzone*, *Montebudello*, & *Monte Vellio*, montes scilicet *Cejonius*, *Potellius*, & *Vellius*, etenim jam inde ab anno dccclxx ex Paulo Diacono *monte Vellio montem Pellium*, seu *Bellium* dictum fuisse compertum est. Fundum Veccium habet tabula Trajana, qua propterea latinam originem *montis Veccii* nostri conjici-

us,

(1) Vide Opusculum in hoc Tomo pag. 106.

mus. Hæ gentes omnes ex Grutero, qui præterea exhibet gentes Mundiciam, & Severiam, ex quibus *Montefio*, & *monte Severo* crediderim. Hic tamen a Severo (1) cognomine etiam inferri potest, præsertim cum a cognominibus alii montes agri nostri appellati videantur. Quandoquidem *mons Donatus*, *mons Pastor*, *mons Calvus*, & *Calvuli* cognomina antiqua ferunt; quorum primus est gentis Æliæ Claudæ Julæ, ejusdemque Julæ secundum, tertium, & quartum Licinæ. Clarus etiam cognomen frequens est in Grutero, idemque gentis Eruciæ, & Septiciæ affert Glandorpus. Inde *mons Clarus* fortasse *dicitur*, nisi ab Apolline Clario sit, quem refert Vibius Sequester montem Collophonæ habuisse. Gruterus præterea *Armatum* cognomen protulit, unde *mons Armatum* noster peti posset. Secianus est etiam in Grutero, cognomen gentis Favoniæ, ex eoque *mons* quidam *Seccianus* a Ghirardacio memoratus inferri potest, vel si mavis ex gente Seccia, quæ in epigrammatibus patet. *Montiloro* *mons* laurus fuisse videtur. *Monte Biancano* Plancanum ex Plancis dicerem, nisi quædam terræ albæ venæ, quæ in superficie ejusdem montis se offerunt, præferrent nominis causam physicam. *Monte Calderaro* anterioribus seculis *Calderius* dicebatur, ut quidam locus Galliæ Transpadanæ ex Cluverii Italia, ubi caldæ erant aquæ. Ob id suspicor, montem nostrum, a quo non longe caldæ scatebant aquæ (2), earum causa *Caldarii* nomen latinum sumpsisse. Cæterum *Caldus* cognomen erat Cæliorum.

Postquam de montibus diximus, de fluviis agere consentaneum videtur, qui fere omnes montibus oriuntur. At non omnium fluviorum agri nostri, & Claternatis apud Latinos scriptores mentio est. De Claterna jam differuimus. De *Scoltemna* Plinius, & Livius, idemque *Rhenum* afferunt, cui vetus opinio est, Gallos nomen dedisse a Rheno acceptum, qui Gallias transalpinas præterlabitur; fortasse ex eo quod in græco verbo *reo*, latine *fluo*, aliquid affinitatis, vel causæ latere videatur. *Lavinium* Appianus commemorat, & *Labinium* appellat, cui vocabulo aliquid latini subesse videtur, vel a gente Lavinia, vel a Lavinio Oppido Lat. Ifex, & Silarus tabula Peu-  
T. VII. M m m tin-

(1) Severus cognomen gentis Aciliæ. Antistia. Aquiliæ. Arriæ, Ceciniæ, Cassiæ, Catiliæ, Cinciiæ, Corneliæ, Julæ, Septimiæ ex Glandorpio.

(2) Septifontium, & Saxunum montes Calderio adjacentes alter petroleo, alter quibusdam humoribus ebullientibus scatent.

tingeriana inscripti, & picti sunt, quorum hic nomen habet Silaro simile, qui Lucaniam adluit. *Sapina* satis dubium est num dicta sit a Tribu Sapinia Umbriæ, per quam tradit Livius Cajum Appium transisse, cum agrum Bojorum invadere jussus fuit. *Avena* aliquid simile habet nominibus Audena, & Aventia, qui fluvii sunt in Liguribus a Livio, aliisque memorati; itemque nomini Avens fluvii in Sabinis, cujus meminit Varro. Simile habemus in Plinio; cui simile nomen fert *Sila*, qui fluit inter montes nostros. Latine originis aliquid subindicant *Setta*, & *Venula*, etenim epistolæ ad Atticum quemdam locum referunt, qui septem aquæ appellabatur, & præterea Septa, Secta, & Sexta latine voces sunt. Venula latinum diminutivum venæ. In itinerariis Armenia nomen est fluvii Italici, nosque *Armentiam* habemus in montibus, qui fluvius *Iumentia* (1) item vocatur. Ille vero, quem nos hodie *Samoggia* appellamus, a scriptoribus negligitur. Is locum adluit Mutinam, & Bononiam medio fere spatio interpositum, qui in tabula Peutingeriana *ad medias* inscribitur. Mediæ stationes, seu mansiones erant inter duos loca publicarum viarum aliquando constitutæ, ubi ob nimis longa eorum intervalla manebant viatores, vel mutabant equos itinerarios, quæ obrem mutationes etiam dicebantur. In scriptis inveniuntur interdum neutro genere usurpatæ ut in Trajano Victor scribit *admota media publici cursus*. A mediâ igitur statione inter Mutinam, & Bononiam corruptis syllabis nomen ortum *Samodia* fluminis, quod eum locum præterlabitur. Præter hujusmodi vel integras, vel corruptas latinas voces fluviorum nostrorum quædam nomina agnativa, vel cognomina nonnullis aliis vel fluviis, vel fossis inhære videntur. Hujusmodi sunt Zena cognomen, ut monuimus gentis Calpurniæ ex Grutero, & Lentula, ex quibus antiquitas, & origo nominis utriusque *Zena* fluvii, & *Lentula* constituitur. Centonium cognomen adest in Muratorio, & Centones vocabantur familia quædam gentis Claudie Glandorpio teste. Inde *Centonaria* nuncupata credi potest, nisi a Centonariis artificibus, qui fortasse ad ripas fluvii habitarent, ejusdemque aqua uterentur. Gentem Organiam ad nos pertinere

---

(1) Glandorpius exhibet Alimentius cognomen gentis Cincie.



nerē monet marmor paucis ab hinc annis effossum (1) in agro Bononiensi, ut ex ea quamdam fossam *l'Organa* nuncupatam suspicemur, ut fossam *Castrizzaram* ex gente Castricia, cujus erat fundus Castricianus, & sylva Castricana tabulæ Placentinæ. Orcinæ gentis nomini *Orsegna* fluvius fortasse tribuetur, & Gallix, vel Gajæ *Gajana*. Quamvis enim ea nomina agnatiua, & cognomina haud in more positum sit fluviis imponere, fortasse imposita aliquando ubi per longum spatium fluvii adluerent multa, vel aliqua latifundia alicujus Romanæ vel familiæ, vel gentis, vel cum haberent originem in iisdem. At non ego audeo id statuere, quod non exploratum habet exemplum. Neque magis facile est decernere Sambri etymon, quamvis Sambræ, & Sambri nomen inveniamus in geographicis elenchis alterum oppidi, alterum fluvii.

Cum fluviorum nomina antiqua proferre mihi proposui, non item alveos eorum antiquos, & cursum definire posse arbitratus sum, quem non ignoro mutationibus perpetuo obnoxium fuisse. Propterea non mihi vitio detis, si postquam agrum antiquum Bononiensem una cum Claternensi diœcesis Bononiensis amplitudini æqualem, & quasi ejusdem finibus terminatum constitui (2), nonnulla loca Claternensi agro in sermone, & tabula tribui, quæ nunc ultra Silarum sunt, cum tamen intra fines diœcesis contineantur. Fluviorum ingenio, & mutationibus id referendum, qui citra fines diœcesis cursum flectentes antiquum alveum alicubi deteruerint. At nostrorum cursum, atque in Padum, seu Primarium ingressum pinximus in tabula prout fere esset, si alveis quique suis continerentur, & paludes non efficerent. Non usque adeo deliramus, ut nos antiqua confluentiæ loca affecutos fuisse credamus. Illud maneat quod altera dissertatione argumentis, & indicis certis constitui, Padusam, seu Primarium ante seculum XII. Padi maximi propaginem fuisse, atque ideo continuisse aquas ex fontibus alpium ingentes, perennes, rapidissimas; eas alveum perpetuo fodere, atque expellere sedimenta; eumque alveum propterea receptaculum aptissimum, & emissarium aquis nostris datum a natura, ut ejus gratia

M m m 2

an

(1) Monumentum *L. Orgagnii*, quod in Ædibus instituti extat, apud viam Æmiliam septem mille passibus a Bononia erutum fuit.

(2) Vide Opusculum in hoc Tomo pag. 108. 109.

antiquus ager Bononiensis incolumis culturam sustineret, & pabulum daret incolis, quos universam fere planitiem tenuisse conjecimus. Vos interim, auditores humanissimi, feratis æquo animo, si non omnia loca, quæ antiquitati restituere differendo curavi, in tabula picta habebitis. Illa, quorum positio non satis mihi perspecta est, adhuc omisi, ut deinceps addam cæteris, cum certissime constet. Quæ autem in tabulam retulimus, ea non geometriæ, aut astronomiæ usu a nobis ipsis definita, seu veræ positioni accommodata sunt. Tabulis tum antiquis Maginii nostri, tum recentioribus Casulæ, Chiefæ, Barufaldi, & Vandellii inhæsimus, aliorumque agrimenforum observationibus, qui novissime montanam regionem lustrarunt. Historicum in hac re, non physicum, neque geometram agere profiteor: historicum autem non eum qui res certas præsumat, sed verisimiles, propterea fortasse admittendas, dum latent monumenta, & usque donec ætas, & fors proferant meliora. Vos interim, Academici præstantissimi, quidquid in hac re paulo liber us statutum est, aut negligenter inquisitum, aut festinanter expositum, emendationibus vestris corrigite.



<i>Hierna nomina locorum agri Bononiensis, &amp; Claternata.</i>	<i>Nomina eorundem medio, ut vocant, ævo.</i>	<i>Latina nomina locorum a Romanis usurpata.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina unde latinae appellationes ortæ videntur.</i>
Adriano			Gens Atria, & Gens Hateria in Gruter. inscript.
Agno		Fundus Anneianus in Tab. Placentina, & Anneianum in Itinerario Antonini.	Gens Annia in Marmorib. Felsineis, & in Gruter. inscript., & Gens Anneia Grut.
Aiao	Castrum Alliani	Alianus Castellum in ænea Tab. Januensi.	Gens Allia in Gruter. inscript.
Anagnano		Fundus Aconianus in Tab. Placent.	Gens Aconia, & Anco cognomen in Gruter. inscript.
Argliano			Gens Arvinia in Gruter. inscript.
Batiano			Gens Barbia in Gruter. inscript.
Bazano	Bazzano anno 1255 ex Murator. dif. M. Æ. & Badianum	Vacciana officina in dissert. Corton. l. 2. p. 184. Fundus Bactianus in Tab. Placent.	Gens Badia in Murator. inscript., & Baudia, Vatia, & Pacia in Gruter. inscript. Vaccia cognomen in Seneca.
Bilano		Fundus Vibullianus in Tab. Placent.	Gens Vibullia in Gruter. inscript. Bbulus cognomen notissimum.
Bilno			Gens Bifia in Gruter. inscript.
Cariano		Fundus Caturnianus, & Fundus Satrianus in Tab. Placent. & in Digestis	Gens Caturia in Gruter. inscript. & Gens Hateria ibidem. Gens Satria in Marm. Felsin.
Carenzano		Saltus Calventianus in Tab. Placent.	Gens Calventia in Gruter. inscript.
Capiano		Fundus Campianus in Tab. Placent.	Gens Campia in Gruter. inscript.
Caugnano			Gens Camnia in Murator. inscript. Gens Camulia ibidem, & Gruter.
Cougnano		Fundus Caponianus in Digestis. Villa Coponiana in Tul. ad Artic. 12. 31. Fund. Calpurnianus in Morcel. inscription. 340.	Gens Coponia in nummis. Gens Cauponia in Kirker Latio. Gens Calpurnia in Marmor. Felsin.
Coviano	Carvilliano	Fundus Carvinianus, & Calvinianus in Tab. Placent.	Gens Carvia in Gudii inscript.
Cifano		Fundus Cassianus in Tab. Placent. & in Digest.	Gens Cassia in Marm. Felsin.
Cizzano			Gens Cacia in Fast. Consular. & in Gruter. inscript. Gens Cacia in Maffei antiqu. gall.
Cagnano	Clanianus		Gens Clania in Murator. inscript. Gens Clanidia in Gruter.
Cliano		Saltus Celianus in Tab. Placent. Fundus Acilianus in Tab. Placent. Calianum in Itinerar. Antonini.	Gens Celia, & Gens Acilia in Marm. Felsin. & Gruter. inscript. & Celia in Grut.
Criano	Cornelliano ex Murator. Med. Æv. Tom. 3. dif. 36.		Gens Coria in Gruter. inscript. Gens Cornelia in Gruter., & ubique notissima.
Crespellano	Crespellianum	Fundus Crispiniani in Fabretti inscript. p. 111.	Crespilla, & Crespius in Gruter. inscript.
Cugnano	Fanianum	Vicus Flania in Tab. Placent.	Gens Fannia in nummis Consular.
Cugnano			Gens Flaminia in Fast. Consul.
Camignano		Fundus Gabinianus in Digestis.	Gens Gavia in Marm. Felsin. Gens Gabunia notissima.
Cabbiano			Gens Gaia in Gruter. inscript. Gallæcus, & Gallicanus in Gruter. inscript.
Caggiano	Galixano	Galicanus in Tab. Placent.	Gens Gabinia in Gruter. inscript.
Callifano		Prædia Gabiniana in Digest.	Gens Gentia in Gruter. inscript.
Cavignano	Gargenzanum	Colonia Gentiana in Tab. Placent.	Gens Gorgonia in Gruter. inscript.
Cerghenzano, o Gerghenzano		Fundus Granianus in Tab. Placent.	Gens Grania in num. Consular.
Corgognano	Gorgonianus		
Criagnano			

*Hodierna nomina locorum agri Bononiensis, & Claternatis.*

*Nomina eorumdem medio, ut vocant, ævo.*

*Latina nomina locorum a Romanis usurpata.*

*Gentes, & cognomina unde latinae appellationes ortæ videntur.*

<i>Hodierna nomina locorum agri Bononiensis, &amp; Claternatis.</i>	<i>Nomina eorumdem medio, ut vocant, ævo.</i>	<i>Latina nomina locorum a Romanis usurpata.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina unde latinae appellationes ortæ videntur.</i>
Juzzano	Auguzzano, & Gouzzano	Fundus Acutianus in Tab. Placent.	Gens Acutia, & Acutianus cognomen in Gruter. inscript. Gens Cutia ibid.
Jano	Agnano, & Hagnano		Gens Annia in Marm. Felsin.
Ignano			Gens Ignia in Gruter. inscript.
Liano	Lilliano		Gens Lillia, Gens Lelia, & Gens Ælia in Murator. inscript.
Livergnano			Gens Liberia in Murator. inscript. Gens Leveria in Gruter. inscript.
Lizzano			Licianus cognomen, & Lite in Gruter. inscript. Gens Alitia in nummis Consular. Gens Licia in Murator. inscript.
Lojano	Lauliano		Gens Lolliia in nummis Consular.
Marano		Fundus Marianus in Tab. Placent.	Maranus, & Marana in Gruter. inscript.
Medefano	Metacianum	Fundus Maticianus in Tab. Placent.	Methe, & Mede cognomina. Medicus cognomen. Gens Meticania in Gruter. inscript.
Merlano			Merula cognomen in Gruter. inscript. & alibi.
Migarano			Micerianus cognomen in Gruter. inscript.
Mugnano	Munianum		Gens Munia in Marm. Felsin.
Muffano	Muffiliano, & Muxiliano.	Fundus Mucianus in Tab. Placent.	Gens Muscilia in Fabretti inscript. Gens Mussidia in nummis Consular.
Qzzano	Auzano, Uzzianum, Ulgianum, Ulcianum, Ogiano		Gens Autia in Gruter. inscript. Gens Occia in Murator. inscript. Occianus cognomen, & Gens Uria in Gruter. inscript. Utianus in Maffei Diplom.
Panzano	Pancianum, Castrum Panciani		Gens Pantia, & Gens Panthia in Gruter. inscript. Panfa cognomen notissimum.
Piano	Pilianum	Fundus Apianus. Fundus Albianus. Fundus Planianus in Tab. Placent.	Gens Filia in Gruter. inscript. & alibi.
Pitigliano	Rocca Pitigliana	Petilianus in Itinerario Antonini	Gens Petilia in Gruter. inscript.
Pizzano		Piciana Sylva in Tab. Placent.	Gens Pizia in Gruter. inscript.
Ponzano	Pontianum		Gens Pontia in Gruter. inscript. Postumus cognomen notissimum.
Postmano			Gens Posthumia in G. ut inscript.
Raffignano	Lassignano		Gens Latina in Gruter. inscript.
Rignano			Gens Rhenia in Gruter. inscript.
Ronzano		Fundus Arruntianus in Tab. Placent.	Gentes Arruntia & Arruntia in Gruter. inscript.
Rubizzano	Urbiciano, Urbicianum		Gens Urbicia in Gruter. inscript.
Rudiano	Rudilianum	Fundus Rutilianus in Tab. Placent. & in Digestis.	Gens Rutilia, & Rutilianus cognomen in Gruter. inscript.
Sartorano			Sartorianus cognomen in Gruter. inscript. Gens Sertoria notissima.
Savignano			Gens Sabinia in Marm. Felsin. & in Gruter. inscript.
Simiano			Simia, Siminianus, & Simini: cognomina in Gruter. inscript.
Sirano			Gens Sira, & Sira cognomen in Gruter. inscript.
Soiano		Fundus Suigianus in Tab. Placent.	Gens Soa in Gruter. inscript.
Sossano			Gens Sosa in Marm. Felsin.
Sottobiano			Pertica cognomen.
Stanzano		Fundus Statianus in Tab. Placent.	Gens Statia in Murator. inscript. Suver-

<i>Horum nomina locorum agri Bononiensis &amp; Claternis</i>	<i>Nomina eorumdem medio, ut vocant, ævo.</i>	<i>Latina nomina locorum a Romanis usurpata.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina unde latine appellationes ortæ videntur.</i>
Subvegano		Fundus Præstianus in Tab. Placent.	Superiana, Super, Superstes, Exuperia cognomina in Gruter inscript.
Sufano			Gens Sofia in Marm. Felsin. & in Gruter. inscript. Suesfanus cognomen ibidem.
Tigino		Fundus Titianus in Tab. Placent.	Gens Tina in Gruter inscript.
Tizzano			Gens Titia in Fast. Consularib.
Tortiano			Gens Tutilia in Murator. & Gruter. inscript.
Varo		Vicus Varianus in Itinerario Antonini	Varus cognomen in Gruter. inscript. & alibi.
Varino			Gens Varia in Gruter. inscript.
Vedano			Gens Viteria in Gruter. & Gens Viticia in Murat. inscript.
Verzzano		Fundus Venecianus in Tab. Placent.	Gens Venecia in Murator. inscript. Gens Vinicia in nummis Consularib.
Verziano	Virgillianum	Alianus in ænea Tab. Ianuensi	Gens Virgilia.
Vil d' Ajano			Gens Allia in Gruter. inscript. Aneiaum in Targioni viagg. Tom. 9. p. 283. ex Anneo.
Vignano	Viminianum, & Liminianum		Gens Viminia, & Liminia in Murator inscript. Gens Vibennia in Gruter. inscript.
Vizano		Fundus Vetianus in Tab. Placent.	Gens Vicia in Marm. Felsin.

<i>Moderna nomina locorum agri Bononiensis &amp; Claternis.</i>	<i>Nomina eorumdem medio, ut vocant, ævo.</i>	<i>Latina nomina locorum a Romanis usurpata.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina unde latine appellationes ortæ videntur.</i>
Auliana		Fundus Pompejanus in Murator. inscript. T. 4. pag. 1367.	Gens Aquilia in Gruter. inscript.
Bubiana		Fundus Oresanus in Plin.	Gens Pompeja, & Pomponia in Marm. Felsin.
Cresfana		Vicus Galanum Roma in Regione 14. Fundus Gallianus in Tab. Placent.	Gens Coteia in Fabrett. inscript.
Giana, aut Galliana			Gens Gaia in Gruter. inscript.
Gizzana	Grittianum	Fundus Græcianus in Degeff. ex Brissonio	Gens Gallia in Marmor. Felsin.
Medellana		Fundus Metilianus in Tab. Placent.	Gens Grittia in Fabrett. inscript. Critias cognomen in Gruter. inscript.
Mezzana		Fundus Messianus in Tab. Placent.	Gens Metella in Marmor. Felsin.
Movana			Gens Metilia in Gruter. & Reines inscript.
Moviana	Subidiana	Fundus Suigianus in Tab. Placent.	Gens Metia, & Gens Mezea in Marmor. Felsin.
Medrana			Gens Papia notissima.
Mergnana, aut Verriana, aut Varrigiana, aut Verguane	Castrum Vregnani		Gens Subidia in Gruter. Gens Suvia in Fabrett. inscript.
Milliana		Fundus Villius in Tab. Placent.	Gens Veterania in Marm. Felsin.
			Gens Vetria in Gruter. inscript.
			Gens Vernia & Gens Varrinia in Gruter. Gens Orenia, & Urnia in Murator. inscript.
			Gens Leveria, & Gens Vernia, & Varrinia in Gruter. inscript.
			Q. Gellius Villianus in M. Bei Verona. Gens Vilia in Gruter. inscript.

*Hodierna nomina  
locorum agr. Bono-  
mensis & Clater-  
natis .*

*Nomina eorundem  
medio , ut vocant ,  
avo .*

*Latina nomina locorum a Ro-  
manis usurpata .*

*Gentes , & cognomina unde la-  
tinae appellationes ortæ viden-  
tur .*

Alizzo

Altedo  
Badi

Baigno

Batidizzo  
Calamosco

Campeggio  
Casigno

Casio

Castenaso

Cavrigno  
Cenacchio  
Cerelio

Grulio  
Luminasio  
Magio

Minerbio  
Mogne , & le Mo-  
gne

Mulio

Musolo  
Rasilio  
Roffeno

Savigno  
Trebbo

Triario

Vado  
Veduro

Veggio

Altium . & Altitium .  
Bati , & Bathum

Calamuscum

Casignanum

Cenaclum  
Cerighum , & Cerilium

Limonium , & Limo-  
gnum

Mulium , & Mons A-  
mulius

Sabinium

Viduri

Fundus Cerelianus in Tab. Placent

Pagus Minerbius in Tab. Placent.

Triarius Romæ vicus , ut ex Pub.  
Victore , & Sexto Rufo

Fundus Veturianus in Tab. Pla-  
cent.

Saltus Vecius in Tab. Placent.

Gens Alitia in nummis Consul.  
& Gens Halicia in Fabretti in-  
script.

Gens Altia in Murator. in script.  
Gens Badia in Gruter. & Murator.  
in script.

Phainus nomen , vel cognomen  
in Gruter. in script.

Gens Titia in Gruter. in script.  
Calamus cognomen in Gruter. in-  
script.

Gens Campetia in Gruter. in script.  
Gens Cassinia in Marmor. Felsin.

Gens Casinia in Murat. in script.  
Gens Casia in Gruter. in script.

Gens Cassia in Marmor. Felsin.  
Castina in Gruter. in script. Ca-  
stinus in Fastis Consular.

Gens Caprilia in Gruter. in script.  
Gens Senatia in Murator. in script.

Gens Cerelia in Marmor. Felsin. &  
in Gruter. in script.

Gens Giulia in Gruter. in script.  
Gens Minatia in Gruter. in script.

Gens Magia in Marmor. Felsin.  
& in Gruter. in script. Gens Ma-  
tia in Gruter. in script.

Gens Lemonia in Gruter. in script.  
Gens Munia in Marmor. Felsin.

& in Gruter. in script.  
Gens Mulias in Gruter. in script.

& Amulius nomen notissimum .  
Gens Musolia in Gruter. in script.

Gens Rasinia in Gruter. in script.  
Gens Ruffenia in Fabrett. in script.

Gens Alfenia in Marmor. Felsin.  
Gens Sabinia in Gruter. in script.

Gens Trebia in Gruter. in script.  
Gens Trebbia in Marmor. Fel-  
sin.

Gens Triaria in Murat. in script.  
Triarius cognomen Gentis Va-  
leria.

Gens Vadia in Gruter. in script.  
Gens Veturia in Marmor. Felsin.

in Murat. & Gruter. in script.  
Gens Vedia , & Vecia in Gruter.  
in script.

*Hodierna nomina  
locorum agr. Bono-  
mensis , & Clater-  
natis .*

*Nomina eorundem  
medio , ut vocant ,  
avo .*

*Latina nomina locorum a Ro-  
manis usurpata .*

*Gentes & cognomina unde la-  
tinae appellationes ortæ viden-  
tur .*

Anconella

Antonella

Anzola

Unzola , & Unciola .

Ancus cognomen Gens Antonia .  
& Gens Antonia in Gruter. in-  
script. Gens Antonia not. Bura .

Gens Unicia in Gruter. in script.  
Gens Vinicia in Marmor. Felsin.

<i>Ædierna nomina locorum agri Bononiensis, &amp; Claternas.</i>	<i>Nomina eorundem medio, ut vocant, a vo.</i>	<i>Latina nomina locorum a Romanis usurpata.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina unde latinae appellationes ortæ videntur.</i>
Af	Afilia		Afia cognomen, & Gens Afilia in Gruter. inscript. Gens Afilia in Gudii inscript.
Baolo	Bathulum		Bathulus cognomen in Gruter. inscript.
Bagi		Prædia Bargæ in Tab. Placent.	
Balgazza	Barigazza		Barica cognomen in Gruter. inscript.
Bagella		Prædia Varisio in Tab. Placent.	Gens Barisia, & Varicia in Gruter. inscript. Baro, & Varicillus cognomina in Gruter. & Pighio.
Binto		Mons Prenicus in Tab. Januen.	
Cacara	Colegaria	Calcaria in Itinerario Antonini	Gens Collegia in Gruter. inscript. Calca cognomen Gentis Trebelliæ.
Cadarara	Calderium	Calderius vox latina. Vide Calderium in Gallia Transpadana ex Cluverii Italia	Caleid in Gruter. inscript. Caldus cognomena Celiorum.
Corara		Capraria Insula Italiæ	Caprarius cognomen Gentis Metellæ.
Cola Canina		Fundus Caninianus in Tab. Placent.	Gens Caninia in Gruter. inscript.
Cotel Franco	Prope Forum Gallorum	Forum Gallorum. Vicus a Galba memoratus in Epistolis ad Ciceronem. Cic. I. 10. 30	
Cstrizzara		Sylvas Castricianas in Tab. Placent.	Castricius Nepos in Tab. Placent.
Covara, & Corvara	Corvaria, & Corbaria		Corvo cognomen Gentis Atiliæ. Corbio cognomen Gentis Hortensii.
Clliera	Galleria		Galerius cognomen Gentis Aureliæ, & Faustina Galeria nuncupata, & Antoninus Galerius.
Ceccia		Fundus Grecianus Tabulæ Placent.	Greceia, & Greca cognomina, vel nomina in Gruter. inscript.
Cignola	Lugnola		Gens Longia in Gruter. inscript.
Caiola		Fundus Malapacius in Tab. Placent.	Gens Maia in Keines. inscript.
Calacapa		Saltus Veccius cum figlinis in Tab. Placent.	Gens Metia, & Mecia in Gruter. inscript. & alibi. Ollia cognomen, & Gens Ollia in Gruter. inscript.
Calazzolara			Gens Aurelia notissima.
Cagliano	Curtis Aurelia	Fundus Paternus in Tab. Placent.	Paternus nomen, vel cognomen in Gruter. inscript.
Calderno		Paternum in Itinerario Antonini.	
Caldriolo	Peritulum		Peribleptus cognomen in Gruter. inscript.
Caldanoro	Planorus		Bianorus nomen viri in Murator. inscript. & in epist. græcancis, & in Virgil. Eglog. Pianoro.
Caldzocalvo	Podium Calbuli, & Castrum Calbuli.		Galba cognomen notissimum.
Caldara d' Albine		Albini patuit proxima villa mei. in Numatiani Itinerario.	Albinus cognomen notissimum.
Claderna		Claterna in Plin. & Tull. in Philipp. & Epist. Clavernius vox etrusca in Tab. Eugubinis. Cladd vox gallica. Aqua, vel aquula derua voces latinæ.	
Caldaveda		Rauda in Itinerario Antonini	Gens Ravia, & Raus cognomen in Gruter. inscript.

*Hodierna nomina  
locorum agri Bono-  
niensis, & Clater-  
natis.*

*Nomina eorundem  
medio, ut vocant,  
ævo.*

*Latina nomina locorum a Ro-  
manis usurpata.*

*Gentes, & cognomina unde la-  
tinae appellationes ortæ videntur.*

Rus

Ruffi

Gens Ruffia, Rus, & Ruso cognomina in Gruter. inscript. Gens Erusia in Marmor. Felsin.

Salvare

Pagus Salvius, &amp; Fundus Salvianus in Tab. Placent.

Vedure

Fundus Veturianus in Tab. Placent.

Gens Veturia in Gruter. inscript. &amp; alibi.

Venola

Venula cognomen in Gruter. inscript.

Vidagola, & Viadagola  
Zappolino

Vitaliacula

Fundus Bitellum in Tab. Placent. Aquila vox latina

Bitalia cognomen in Gruter. inscript.

Zenerigolo

Sinerilium

Capulinus nomen, & cognomen in Gruter. inscript. Sinerus cognomen, & Syneria in Gruter. inscript.

*Hodierna nomina  
locorum agri Bono-  
niensis, & Clater-  
natis.*

*Nomina eorundem  
medio, ut vocant,  
ævo.*

*Latina vocabula.*

Affrico

Abricum

Affricus vicus Romæ in quinta Regione. Vide Panvin.

Ancisa

Ad intercisa, vel saxa intercisa in antiq. itinerariis.

Argile

Romæ locus quidam erat, qui Argiletum vocabatur. Argiletum ex Varone ab argilla dictum, quod ibi id genus terræ abundaret.

S. Pier in Cafale

Cafalis vox latina in rei agrar. scriptor = *Cafalis in limite positus*. Innocent. de casis litterarum.

Cafaglia

Cafalia vox latina in rei agrar. scriptoribus = *Multa Cafalia fundum continent, fundum constituunt*.

Casola Canina

Casula vox latina. Fundus Caninianus in Tab. Placent.

Castel de' Britti  
Dugliolo

Castrum Gypfarium

A gypso ibidem existente.

S. Maria in Duno

Doholum nomen loci, vel vici, qui erat Romæ in Regione 13. Vide Panvin. in Urbi imagine.

Fiesfo

Dounos dorice idem quod Bonos collis tumulus clivus. Ceterum Dounus nomen viri in Gruter, & Muratorio.

Fossolo  
La Guifa

Podisium, &amp; Massa cænoa

Flexus vox latina. Flexum in Itinerario Antonini.

Jola, & Jula  
Lamola  
Le Lag ne  
Pietra mala

Gleula, &amp; Cellula

Fossula vox latina.

Podisium vox latina in rei agraria scriptor. Cænosus, sive plenus cæno vox latina.

Cellula vox latina.

Lamula vox latina.

Lacuna vox latina.

Petra mala vox latina.



*Hodierna nomina  
locorum agri Bono-  
niensis, & Clater-  
natis.*

*Nomina eorundem  
medio, ut vocant,  
ævo.*

Pontecchio  
Poretta  
Prada  
Quarto

Ponticulus  
Poretta

Saffomolare  
Samoggia

Sesto

Stifonte

Tavernola

Tolè

Tauletum

Trebbo

Triplum, Tribulum,  
Tribblum

Villola

Verzone, & Vigo-  
Verzone.

Verznum, & de Ver-  
zuno. Virzuni.

Ponticulus vox latina.

Porretta vox latina.

Prata vox latina.

Quarto lapide. & quartum sim-  
pliciter, ut *ostium a Bedria-  
co progressum* in Tacit. lib. 3.  
Vide loca aliis numeris simili-  
ter appellata in Itinerariis.

Saxum molare vox latina.

Ad medias, videlicet stationes,  
mansiones, vel mutationes.

Vide ad medias in antiq. Iti-  
nerariis.

Sextum, videlicet sexto a Bono-  
nia lapide. Vide sup. in Quarto.

Ad sextum milliare in Itinerario  
Hierosolymitano.

Sept. fontium vox latina, ut septi-  
montium, septem aqua in Full.  
ad Atticum lib. 4. ep. 15.

Tabernula nomen vici Romæ in  
Regione quinta.

Diphthongus au pro o est latina,  
& antiqua.

Triplus, & Triplum voces latinæ.

Villula vox latina.

Romæ erat vicus dictus *Lauretæ  
majoris ubi erat Vertumnus.*

Vertumnus Deus Romanorum.

*Hodierna nomina  
locorum agri Bono-  
niensis, & Clater-  
natis.*

*Nomina eorundem  
medio, ut vocant,  
ævo.*

Arboreda  
Carpineda  
Ceretolo  
Farnè

Frasinetto, aut Fra-  
snè, aut Frasne-  
da.

Laureto

Livè, aut Oliveto  
Maccaredolo

Macareticum

Malè, aut Maledo

Medola, & Olme-  
tola

Ulmotola

Nugareto, & Nu-  
garè  
Panico

*Ex plantis, arboribus, & re  
rustica.*

Arboretum, vel Arboreta.

Carpinetum, vel Carpineta.

Ceretulum. De cerris Nigidius.

Farnetum a farnis, ut Lauretum  
a Lauris. De farnis Vitruvius,  
& Columella.

Fraxinetum, & Fraxineta a fra-  
xinis, de quibus Columella.

Lauretum Romæ locus a Rufo, &  
Vioflore commemoratus.

Olivetum.

Videtur esse Macareticum a ma-  
cerie, vel a maceratione.

Maletum in Euganeis ex Cluvé-  
rio, Maledo in Varrone.

Ulmotula ab ulmis.

Nucaretum a nucibus.

De Panici satione, & cultura Co-  
lumella.

*Hodierna nomina locorum agri Bononiensis, & Claternatis.*

*Nomina eorundem medio, ut vocant, ævo.*

*Ex plantis, arboribus, & re rustica.*

Borgo Panigale

Pasto, & Pastino

Perficeto, vel Sanctus Joannes in Perficeto

Perficeta

Prunaro  
Prunarolo  
Querceto, &  
Querzè  
Saletto

Salsè  
La Selva

Pabulum Sylvæ

Scopetto, & Scopet-  
to.  
Volè, & Luvolet-  
to.

Lupoletum, & Lopoli-  
tum

Videtur esse Panicarium ex panici satione.

Pastinus a pastino, & pastinatione Palladius de re rustica.

De persicis pomis, & arboribus, earumque cultura, vide Columellam, & alios auctores rei rusticæ.

Videtur Prunarium ex prunis.

Prunariolum a prunis  
Quercetum a quercibus ex Varro.

Salictum ex Digest. in l. prædia.  
§ ultim. fundos &c. cum suo Salictis, & Sylvis.

Salictum a salicibus.

Sylva vox latina, non vero Bononiensis.

Scopetum a scopis, & scopulis.

Opuletum ex opulis. vel Lupoletum ex lupis salictariis, nisi fuerit Oletum de quo in Gudio II. 7 Fundum trinum & tricennum cum Oletis.

*Hodierna nomina locorum agri Bononiensis, & Claternatis.*

*Nomina eorundem medio, ut vocant, ævo.*

*Latina nomina locorum a Romanis usurpata.*

*Gentes, & cognomina unde latine appellationes ortæ videntur.*

Monte Acuto Ragazza

Monte Budello

Mons Corianus

Monte Calderaro

Calderius

Monte Calvo

Mons Calvus, & Mons Calvuli.

Fundus Calvianus in Tab. Placent.

Monte Cerere, vel Celere

Mons Sillaris

Silarus flumen montis radices adluit

Monte Chiaro

Apollo Clarus in Vibio Sequestre unde mons in Colophonia Clarus appellatus

Calvus, & Calvulus, & Galba cognomina notissima.

Clarus cognomen in Gruter. inscript.

Monte Donato

Donatus cognomen Gentis Æliæ, Claudiæ, Juliæ.

Monte Donico

Mons Adonis

Adonis Fanum in Cypro, & Alexandria

Monte Ferone

Feronia Urbs in Strabone. Feroniæ vicus in Virgilio

Gens Feronia in Gruter. inscript.

Monte Maggiore

Mons Mauri

Fundus Mauri

Monte Mariano

Una ex Bononiæ portis Porta erat Mariana

Fundus Marianus in Tab. Placent.

Gens Maria notissima.

Monte Mavore

Mons Maurus

Monte Morello

Mons Maurellus

Diphthongus au pro vocali o latina est

<i>Hodierna nomina montium agri Bononiensis, &amp; Claternatis.</i>	<i>Nomina eorundem medio, ut vocant, ævo.</i>	<i>Latina nomina locorum a Romanis usurpata.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina unde latinæ appellationes ortæ videntur.</i>
Monte Ovolo	Mons Palensis	A Dea Pale dictus, Dea Pastorum a Romanis culta Videtur dictus a Lauris	Seccianus cognomen Gentis Favonia in Gruter. inscript. Gens Severia in Gruter. inscript. Terentilla in Gruter. inscript. unde videtur fuisse mons Terentulli. Gens Terentia notissima. Gens Vecia in Gruter. inscript.
Montiloro Monte Secciano	Mons Laurum		
Monte Severo Monte Renzio	Mons Renzuli, & Mons Terenzuri.		
Monte Vecchio		Saltus Vecius, & Fundus Vicius in Tab. Placent.	
Monte Veglio	Mons Bellius, & Mons Pellius		Gens Bellia, & Pellia in Gruter. inscript. Gens Hateria, & Gens Atria in Gruter. inscript. Hadrianus cognomen notissimum.
Monte Villa Hadriano.			Gens Veneria in Gruter. inscript. Gens Ceionia in Gruter. inscript.
Monte Viniero	Mons Venerius	Pagus Venerius in Tab. Placent.	
Monzone Vrenno		Mons Prenicus in Tab. Januensi	

<i>Hodierna nomina fluminum agri Bononiensis, &amp; Claternatis.</i>	<i>Nomina eorundem seculis latinis.</i>	<i>Latina nomina, &amp; vocabula unde etymon confici possit.</i>	<i>Gentes, &amp; cognomina.</i>
Armenzia aut Limentzia Avena		Armenia nomen fluvii italici in Itinerariis ex Cluverii Italia. Audena nomen fluvii in Liguribus ex Liv. Avens nomen fluvii in Sabinis a Varrone memorati. Aventia nomen fluvii in Liguribus ex Cluverio ut supra. Lavinus nomen oppidi.	Gens Lavinia notissima.
Lavino	Labinius in Appiano Alexandrino.		
Quaderna	Claterna in Itinerariis, & historicis	Aquila latina vox. Derua latina vox, quæ valet deorsum ruens. Inde ortum videtur nomen Aquila derua, postea vero corrupto nomine Claterna, In agro Bononiensi ad arcem Patilianam extat hodie rivus, qui antiqua voce appellatur Aquila.	
Reno		Rhenus nomen fluvii in Galliis Transalp. unde Galli nostri manarunt.	
Samoggia	Ad medias in Itinerar.	In Victore, ubi agitur de Trajano habemus <i>admota media publici cursus</i> . Media valet mutationes, mansiones, stationes. Vide Pitisc. lex. & Nicolini delle Poste.	
Savenna	Sapina in historicis, aliisque monumentis	Tribus Sapinia Regio Umbriae per quam C. Appius transivit cum Boios invasit	Gens Sabina, & Sabinia in Gruter. inscript.
Scoltenna	Scultenna in Plinio, & Livio		

Hodierna nomina  
fluminum agri Bo-  
noniensiſ, & Cla-  
ternatiſ.

Nomina eorundem  
ſeculis latinis.

Latina nomina, & vocabula  
unde etymon conjici poſſit.

Gentes, & cognomina.

Setta		Septem aquæ, Nomen memora- tum a Cicerone ad Atticum qui etiam me ad ſeptem aquas du- xit. Idem nomen vide in Dionyſio Alicarnaſ.
Sila, aut Sela		Silis nomen fluvii Italici in Pli- nio
Sillaro	Silarus in Tabula Peu- tingeriana.	Silarus nomen fluvii qui Lucaniam irrigat
Venola, aut Vi- gnola		Venula latinum diminutivum Ve- næ. Vineola latinum diminutiv. vineæ. Vinium flumen italic, a Varrone memorat.
Vergatello		Vergellus nomen fluvii Italici a- pud Valerium Maxim.
Zena, & Gena		

Gena cognomen Gentis Calpurniæ  
in Gruter. item nomen liberti  
in Fabretti inſcript.

Ex montanis locis in hoc elencho, & in diſſertatione ſcriptis, ea quæ paucis ab hinc annis Diæceſibus  
Etruriæ, vel Florentina, vel Pistorienſi conſeſſa ſunt, ut v. g. Petra mala, Treppium, Pavana,  
antiquo agro Bononiēſi ipſa etiam tribuimus ob id quod uſque a primis temporibus ad Bononiēſem  
Diæceſim pertinuerant. De inferenda antiqui agri chorographia ex Diæceſis poſitione, & men-  
ſura vide in hoc tomo diſſertationem aliam noſtram pag. 107.

AGER BONONIENSIS  
 ET  
 AGER CLATERNAS  
 ut primis Romani Imperii  
 Saeculis eos fuisse  
 conicitur.



Loca ubi monumenta quaedam  
 inventa sunt in planities.

2. Monumentum M. Aurelii.
3. Monumentum Lati Atii, et Annee Statae.
4. Monumentum Flaviae Flacillae.
5. Monumentum C. Vat.
6. Monumentum Quinti Sorani.
7. Monumentum Statae Marcellae.
8. Monumentum Q. Manili Cordi.
9. Monumentum Corneli, et Fulloniae.
10. Monumentum T. Marci Paullini.
11. Monumentum Claudiae.



## JOSEPHI TOALDI

*Ad Commentariolum de calore Lunari Appendicula,  
in qua color idem alio modo  
exploratur.*

**C**Um æstus marini vices in proximo mari Hadriatico ex observationibus accuratissimis ad oram Fossæ Clodix a Cl. Vianello peractis, conferrem cum ætate Lunæ, ut ordinem earum perspicerem; quoniam atmosphæram impressiones analogas cum marinis aquis a Luna pati extra controversiam est; subiit, periculum simile in incessu menstruo instrumentorum meteorologicorum experiri; cumque vicissitudines analogas in Barometro deprehendissem [de quo alibi] contuli me ad explorandum etiam Thermometrum. Sic enim mecum diserebam: quæ Lunæ vis Oceani aquas pedes aliquot attollere valet, quin cætera terrena corpora eodem tempore afficere, commovere, sollicitare saltem, & quodammodo attentare debeat, dubitare non licet: hinc commotio quædam in solidis, tumefactio in fluidis, & generalis quædam evaporatio, expiratio, subtiliorum denique particularum eductio necessario consequetur; in primis vero fluidorum illorum aeræ naturæ, quæ hoc tempore a Chymicis detecta sunt, generatio, vel evolutio, inter quæ fluida principem locum vindicare sibi debet materia caloris; & quidem in confesso est apud omnes, vapores, ignis progeniem esse, vel comites. Si ergo, ajebam, circa Syzигias augetur terræ evaporatio, ex qua deinde pluvia, venti, aliaque meteora oriuntur frequentiora circa ea tempora observata, consequens etiam est, circa Syzигias, calorem atmosphæræ augeri debere. Cogitatio hæc me impulit ad experimentum capiendum.

Dispo-

Disposui ergo per triginta dies Lunæ, pro ut feceram de æstu marino, ac de Barometro, etiam Thermometri gradus, plurium annorum spatio notatos; idque per centenas, & amplius lunationes; omnium porro, ac singulorum dierum, ex tot observationibus, media eduxi, quæ cernuntur in apposito laterculo.

Sunt hi gradus medii thermometri, pertinentes ad dies ætatis Lunæ; in quibus manifesta sese offert vicissitudo incrementi circa Syzigias, decrementi vero circa quadraturas, prioris similis æstui marino.

Id magis fit manifestum sumptis mediis ex octo diebus tam circa Syzigias, quam circa quadraturas. Ecce ipsa hæc media.

Medium N. L. 10, 160 — I. Quadr. 10, 045  
P. L. 10, 233 — II. Quadr. 10, 190

Medium Syzigiæ — Medium Quadraturarum  
10, 197 ————— 10, 117

Excessus quidem circa Syzigias non est magnus, quippe qui duodecimam gradus unius partem vix æquat; sed cogitandum est, agi de re tenuissima, in qua proinde magna differentia expectari nequit. Interim res certa videtur, cum ex tam magno numero observationum elicatur; & rem ita se habere deprehendet quicumque experiri volet, dummodo monitus sit, injustum esse, id exigere in singulis lunationibus; offendet enim non raro aliquas a lege, atque ordine aberrare, cum, ut ajebam, res tenuissima sit; ac præterea tam multa interveniant apta ad incessum Thermometri turbandum cum intima cursui lunari, quæ quadrantes inæquales reddunt, tum externa, ut pluviam, venti, insolæ exhalationes terræ, quæ ipsum calorem solarem, tanto validiorem, ab ordine naturali per dies, per menses, per annos deturbant. Quare tam menses, quam anni extravagantes merito excludendi sunt, & quamplurimi conferendi, ut numero perturbationes extraneæ exhaustantur. Eandem ob

Dies Lunæ.	Therm.
1	10, 27
2	10, 10
3	9, 68
4	9, 88
5	9, 93
6	9, 89
7	9, 91
8	10, 10
9	10, 26
10	9, 98
11	10, 29
12	10, 32
13	10, 41
14	10, 28
15	10, 26
16	10, 03
17	10, 33
18	9, 94
19	10, 37
20	9, 89
21	10, 24
22	10, 28
23	9, 95
24	10, 35
25	10, 15
26	10, 29
27	10, 27
28	10, 18
29	10, 32
30	10, 38

cau-



causam in successione numerorum saltus quidam observantur; quæ anomalia evanesceret, si anni plures, aut potius sæcula conferrentur. Anni ad hoc examen a me sumpti, fuerunt postremi novem ab anno 1781 ad annum 1789 ex meis ipsis observationibus; tum ex Polenianis, ab an. 1753 ad annum 1760, cum anno 1718 cl. Muschembroechii, 1771 cl. P. Cotte: res est proluxa, ac tædii plena. Interim vices propositas Thermometri satis certas mihi videor reddidisse, indicata simul earundem ratione, & causa.

Hujusmodi caloris lunaris opinio aliqua semper obtinuit apud physicos, non modo veteres, qui hunc calorem observatum circa conjugationes luminarium, *calorem celestem* appellabant; sed etiam apud recentiores, Good, Ramazzinum, & ipsum Muschembroechium cum alibi, tum præcipue in Adnotationibus ad *observationes meteorologicas ultrajectinas* an. 1728. Juvat hujus egregii physici verba referre: *Observamus, inquit, gelu, quod sub aliqua lunæ quadratura incipit, non perdurasse ad aliam quadraturam absque remissione. Ex. gr. gelu capit post diem 4 Dec., regelavit d. 16: Quadratura ultima contigit Dec. 23, & gelare iterum capit vespere d. 24. Eiusmodi vicissitudines congelationis, & regelationis solent fere semper in hac terra plaga observari simul cum lunæ phasibus incidere: hæ sunt actiones luna in atmosphæram insignes in hyeme: an non igitur aliquid præstabunt etiam æstate, etiamsi multo minus? . . . Hæc etiam ratio est, quare semper crediderim, ad lunæ phasés etiam esse attendendum, quoties nonnulla capientur experimenta, præcipue quæ ab aeris varia conditione, ac temperie multum pendent. Patet, conclusionem meam cum egregii hujusce physici sententia omnino consentire.*

Supereft, ut difficultati occurram, quæ mihi objici potest; facile enim quispiam quæret: in commentario tuo cum calorem quendam Plenilunio decerneres, frigiditatem quandam reliquisti Novilunio: modo æstum quendam profers tam Plenilunio, quam Novilunio communem: quomodo tu hæc concilias?

Optime, ni fallor. Primum enim alia est comparatio: illa versatur inter dimidias lunationes, quarum una completitur Plenilunium, altera Novilunium: secunda vero hæc considerat Syzigias ex una parte, ex altera quadraturas. Deinde vero, collatis omnibus, revera conclusio una confirmat

firmat alteram: licet enim gradus quidam caloris deprehendatur in Novilunio supra quadraturam proximam, temperies tamen Plenilunii exsuperat temperiem Novilunii, qui excessus haud temere tribuendus est luci lunari in illo dominanti.

Eandem ob causam, gradus quadraturæ secundæ non solum excedit gradum primæ, sed ipsius Novilunii calori æquiparatur; quod non nisi a vi collecta lucis lunaris per dies præcedentes repeti posse videtur; quæ vis lucis causam alteram caloris, ab evaporatione pendentem, adjuvat:

*Alterius sic*  
*Altera jungit operam res, & conjurat amice.*

Patavii IV. Idus Febr. CIOIÖCCXC.

# I N D E X

## TITULORUM,

Quibus Commentarii divisi sunt.

<b>D</b> E Senatoribus Instituti Praefectis.	<i>pag.</i> 8
De Professoribus Instituti.	9
De iis, quæ Instituto ad facultates varias amplificandas accesserunt.	14
De Scientiarum Academia.	21

### AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De flumine Amazonum.	23
De Hirudine.	24
De locustarum anatome, deque reptilium organo auditus.	24

### CHYMICA.

De phosphoris quibusdam.	25
--------------------------	----

### ANATOMICA.

De glandulæ thyroideæ usu.	27
De auris surdi nati anatome.	28
De oculi pigmento.	29

### CHIRURGICA.

De instrumento ad tonsillas extirpandas aptissimo.	32
----------------------------------------------------	----

### PHYSICA.

Vegetabilia ad aëria fluida immutanda quid valeant.	33
De calore lunari.	34

O O O 2

De

De terræmotibus, qui Bononiæ fiebant annis 1779, & 1780.	pag. 36
De muscutorum motu ab electricitate.	37
De animalibus electrico ictu percussis.	41
De immixto fluidis aere.	44

### GEOMETRICA.

De conï sectionum organica descriptione.	47
De polygonoidum area.	48
De polygonoidum perimetro curvilinea.	48
De figuris angulos introeuntes habentibus.	50

### MECHANICA.

De quadam Galilei demonstratione.	53
De formula planetæ velocitatem exprimente.	54

### ANALYTICA.

De quarumdam formularum exponentialium integratione.	54
De linearibus æquationibus integrandis.	55
De æquatione, cujus radices sunt binarum alterius æqua- tionis radicum summæ.	56

### ASTRONOMICA.

De cometæ theoria ex tribus observationibus.	60
De refractionibus astronomicis.	60
De mercurio in sole observato anno 1786.	61

### AD REM MUSICAM SPECTANTIA.

De novo theoriæ musicæ specimine.	62
-----------------------------------	----

## INDEX

## OPUSCULORUM.

<b>B</b> ibienæ Francisci. De Hirudine. SERMO PRIMUS. De alimentorum canali, deque spinali medulla. pag. 55	55
SERMO SECUNDUS. De sanguifero quodam va- sculo, de tracheis, deque partibus genitalibus.	68
SERMO TERTIUS. De hirudine marina.	77
SERMO QUARTUS. De iis, quæ hirudinibus ac- cidunt in liquores varios coniectis, deque remediis adhibendis, si quando hirudo in humani corporis cavum <del>inducitur</del> <del>introducitur</del>	84
SERMO QUINTUS. De hirudinibus in duas, tres- ve distinctas partes resectis, nec non de earumdem respiratione.	96
Brunelli Gabrielis. De locustarum anatome.	198
De reptilium organo auditus.	301
Brunellii Jo. Angeli. De flumine Amazonum.	39
Casalii Bentivoli Paleotti Gregorii Philippi Mariæ. De polygonoidum area.	338
Galvani Aloysii. De viribus electricitatis in motu mu- sculari.	363
Lorgnæ Antonii Marii. De conic sectionum organica de- scriptione.	23
Malvetii Bonfioli Alphonsi. De Galilei demonstratione a cl. Andres exposita.	231
Malvetii Floriani. De antiquo agro Bononiensi. De chorographia antiqui agri Bononiensis, & Cla- ternatis, ut eum primis romani imperii seculis fuis- se conjicitur.	106
Marchetti Joannis. De phosphoris quibusdam, ac præser- tim de bononiensi.	432
Matheucci Petronii. De mercurii sub sole transitu in astronomica specula bononiensi observato die 3 Maii anno 1780.	289
Montii Cajetani. De antiquo bononiensi aqueductu, e jusque	207

<i>jusque exstruendi causa.</i>	321
a Morozzo Caroli Ludovici. <i>Vegetabilia ad aerem vitiatum repurgandum quid, &amp; quomodo valeant.</i>	215
Mundini Caroli. <i>Anatomica surdi nati sectio.</i>	419
Petii Francisci. <i>Specimen theoriae aequationum hujus formae</i> $Ay + A_1 \frac{dy}{dx} + A_2 \frac{d^2y}{dx^2} \dots + A(m-1) \frac{d^{m-2}y}{dx^{m-2}} \dots + A(n) \frac{d^ny}{dx^n} = P.$	347
Riccati Vincentii. <i>De quarundam formularum exponentialium integratione.</i>	241
Riverii Bartholomæi. <i>De novo ad tonsillas feliciter extirpandas instructio.</i>	130
Sacci Juvencialis. <i>Specimen theoriae musicae.</i>	139
Saladini Hieronymi. <i>De cometarum theoria.</i>	314
Toaldi Josephi. <i>Nova methodus experimenti lunarem.</i>	9
<i>Ad commentariolum de calore lunari appendicula, in qua calor idem alio modo exploratur.</i>	471
Voglii Josephi. <i>De terramotu, qui cal. jun. anno 1779 Bononiam vexare cepit.</i>	27
Uttini Cajetani. <i>De glandula thyroidea usu.</i>	15
Zanotti Eustachii. <i>De refractionibus astronomicis.</i>	1
Zanotti Francisci Mariae. <i>De formula planetae velocitatem exprimente.</i>	223



## IN OPUSCULIS

### *Errata*

### *corrigere*

- p. 21. l. 13. prostrata - - - - - prostata  
p. 23. l. 9. concisque - - - - - conicisque  
p. 60. l. penult. prosectio - - - - - profectio  
p. 113. in not. l. 5. flavius - - - - - fluvius  
p. 121. not. (a) l. 4. ingerorum - - - - - jugerorum  
p. 222. l. 32. redditur - - - - - reddatur  
p. 420. l. 6. vebi - - - - - vesti-  
l. 21. xgena - - - - - egena  
p. 433. l. 33. Consulares Gruteri - - - - - Consulares, Gruteri

VIDIT

D. Philippus Maria Toselli Clericus Regul. S. Pauli,  
& in Ecclesia Metropolitana Bononia Pœnitentiarius pro E-  
minentissimo, & Reverendissimo Domino D. Andrea Cardi-  
nali Joannetto Ordinis S. Benedicti Congregationis Camal-  
dulensis, Archiepiscopo Bononia, & Sacri Romani Imperii  
Principe.

Die 27. Martii 1791.

IMPRIMATUR.

Fr. Aloysius Maria Ceruti Vic. Gen. S. Officii Bononia.





