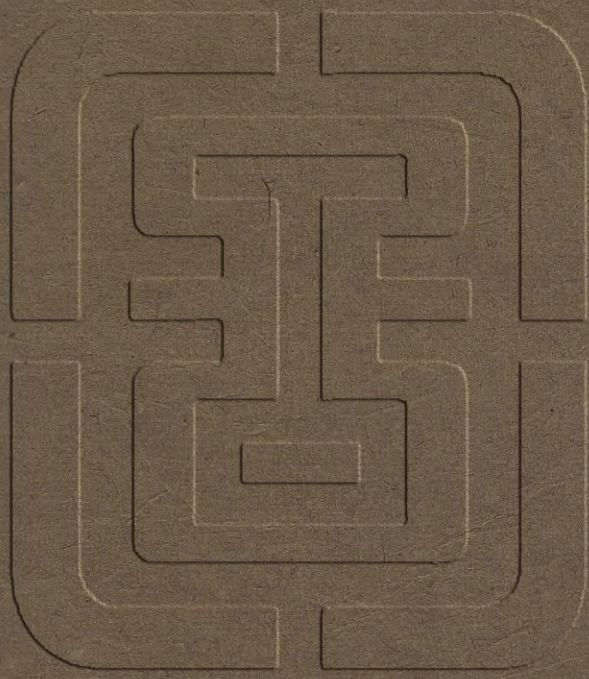


5
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44

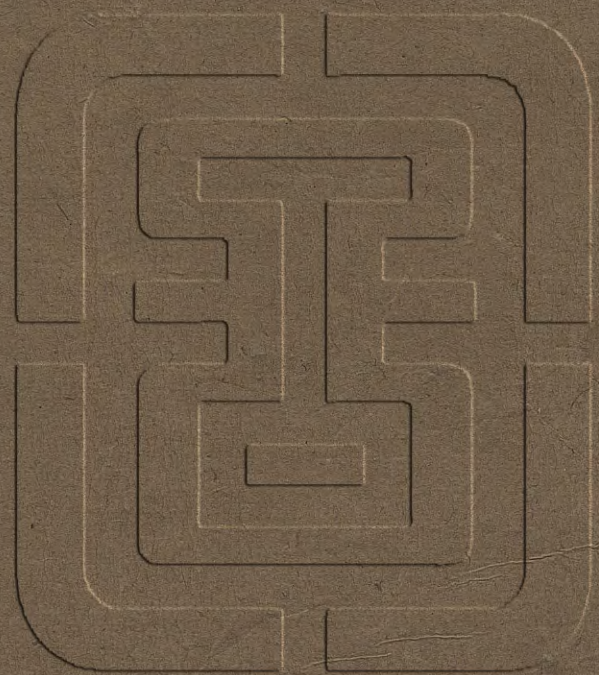
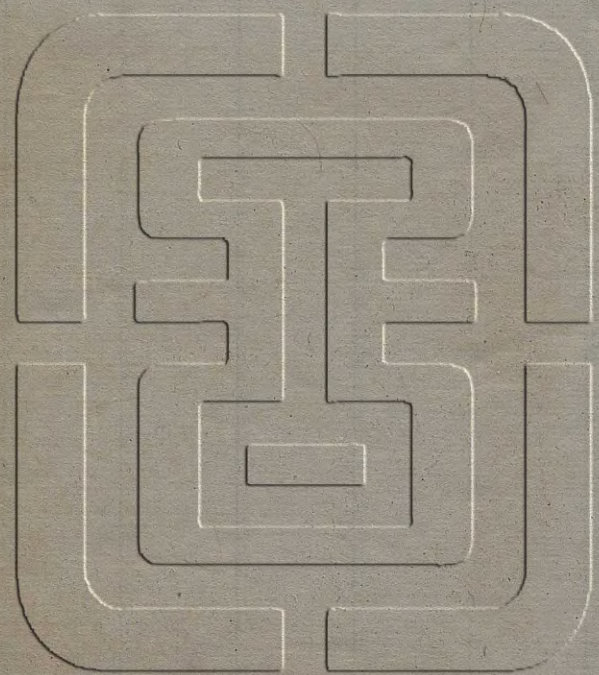
1100
822

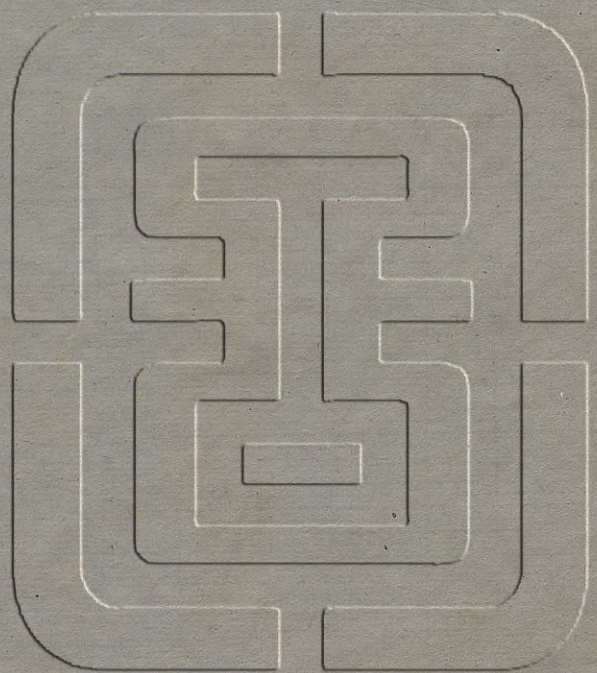
100
307.6

213



昭代





御製數理精蘊下編卷十六

面部六

割圓

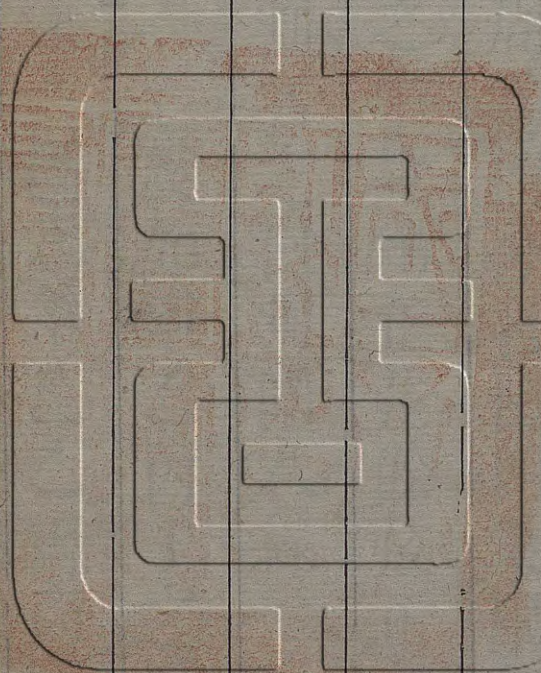
割圓八線
八線相求

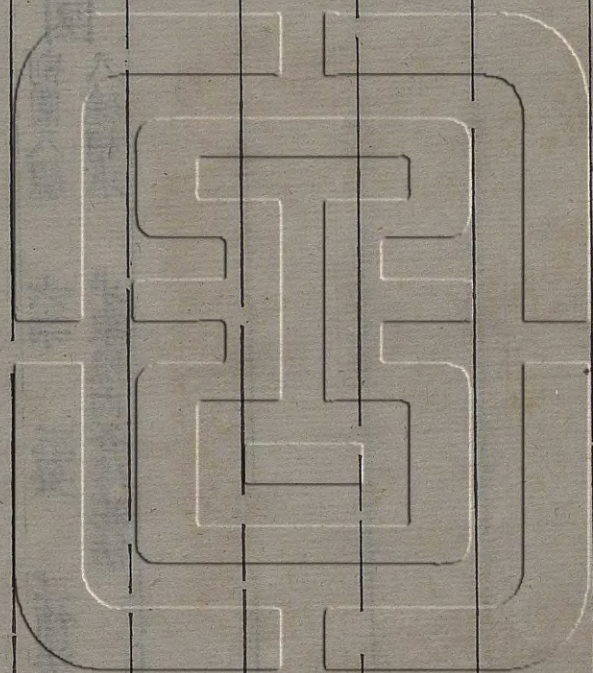
六宗

三要

二簡法

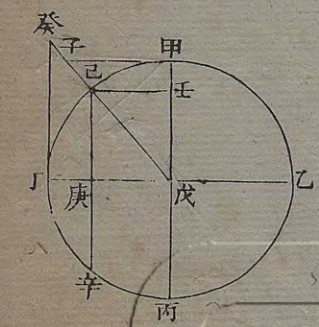
求象限內各線總法



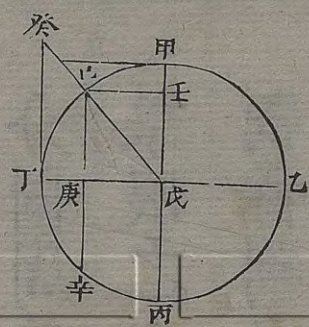


割圓八線

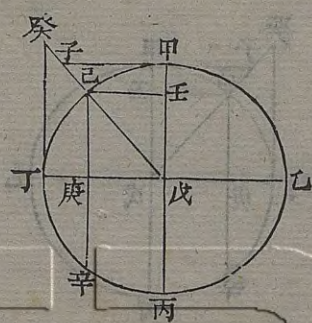
圓周定為三百六十度。大而周天。小而寸許。皆如之。蓋圓有大小。而度分隨之。其為數則同。自圓心平分圓周為四分。名曰四象限。每一象限九十度。一象限之中。設為正弦餘弦正矢餘矢正切餘切正割餘割。名之曰割圓八線。



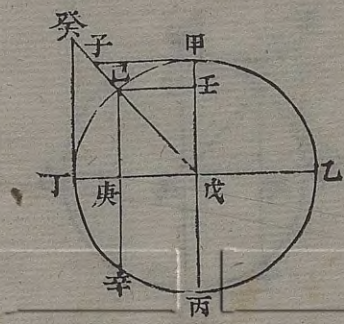
設如甲乙丙丁之圓。自圓心戊。平分全圓為甲乙乙丙丙丁丁甲四象限。其每一象限皆九十度。乃自圓心戊。任作一



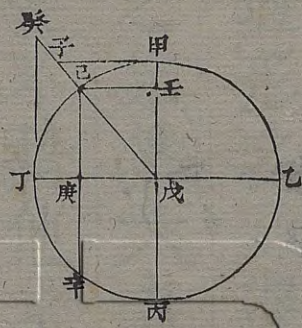
戊己半徑。則將甲丁九十度之弧。分爲
 甲己。己丁二段。己丁爲己戊丁角所對
 之弧。甲己爲甲戊己角所對之弧。如命
 己戊丁爲正角。則甲戊己爲餘角。甲戊
 己爲正角。則己戊丁爲餘角。正角所對
 爲正弧。餘角所對爲餘弧。今以己丁爲
 正弧。故甲己爲餘弧。又自己與甲丙全
 徑平行。作己辛線。謂之通弦。其對己丁
 正弧。而立於戊丁半徑者。曰正弦。又與



戊丁半徑平行。作壬己線。謂之餘弦。以
 其爲甲己餘弧之所對也。於戊丁半徑
 內。減戊庚。餘庚丁。謂之正矢。於甲戊半
 徑內。減壬戊。餘甲壬。謂之餘矢。自圓界
 與甲戊半徑平行。立於戊丁半徑之末。
 作垂線。仍與己戊丁角相對者。曰正切。
 將己戊半徑引長。與正切相遇於癸。成
 戊癸線。謂之正割。又自圓界與戊丁半
 徑平行。作甲子線。謂之餘切。戊癸正割。



被甲子餘切截於子。所分戊子謂之餘
 割。每一角一弧。卽有正弦餘弦。正矢餘
 矢。已成四線於圓界之內。復引出半徑
 於圓界之外。而成正切餘切。正割餘割
 之四線。內外共爲八線。故曰割圓八線。
 逐度逐分。正弧之餘。卽爲餘弧之正。餘
 弧之正。卽爲正弧之餘。是以前四十五
 度之八線。正餘互相對待爲用。不必復
 求後四十五度之八線也。凡此八線皆



九十度以內。銳角之所成。若直角九十
 度者。則不能成八線。蓋因半徑卽九十
 度之正弦。甲戊半徑。卽甲丁弧之弦。而
 切線割線爲平行。終無相遇之處也。若
 鈍角過九十度以外者。則於半周一百
 八十度內。減其角度。用其餘度之八線。
 卽如已庚爲已丁弧之正弦。亦卽乙己
 弧之正弦也。要之八線以正弦爲本。有
 正弦則諸線皆由此生。故六宗三要皆

係正弦之法。

六宗三要

二簡法附

西洋曆算家作割圓八線表。始自圓內容六邊。四邊。十邊。三邊。五邊。十五邊。名曰六宗。蓋用圓徑求各等邊形之一邊。爲相當弧之通弦。以爲立表之原。故謂之宗。然六者實本於三。如六邊形之一邊。卽圓之半徑。不藉他求。數無零餘。而理最易見。此其一也。四邊形之一邊。則爲半徑所作正方形之對角斜弦。此又其一也。十邊形之一邊。則爲半徑所作連比例三率之中率。西法謂之理分中末線。此又其一也。至於三

邊形則出於六邊。五邊形則出於十邊。十五邊形則
又出於三邊及五邊。非別自立一法也。既得此六種
形之一邊各半之。即得六種弧之各正弦。爰命此六
種弧爲本弧。按法可求本弧之餘弦。可求倍本弧之
正弦餘弦。亦可求半本弧之正弦餘弦。是爲三要。又
以不等兩弧之正弦餘弦。求相加相減弧之正弦。又
兩弧距六十度前後之度等。得其兩正弦之較。即得
距弧之正弦。是又名爲二簡法。由此錯綜之。可得正
弦一百二十。其中最下者爲四十五分之弦。其次一

度三十分。又次爲二度十五分。又次爲三度。如此每
越四十五分而得一弦。其自一分至四十四分之弦。
則以比例求之。因弧分甚微。與直線所差無幾。故以
弦求弦而得之。此西法立割圓八線表之大綱也。爾
來西法對數表內。有設連比例四率。以求圓內容七
邊九邊二法。因推廣其理。於六宗之外。增求圓內容
十八邊形十四邊形之法。俱以半徑爲首率。求連比
例四率之第二率。即十八邊形十四邊形之每一邊。
而九邊七邊。又因之以生。亦猶三邊之出於六邊。五

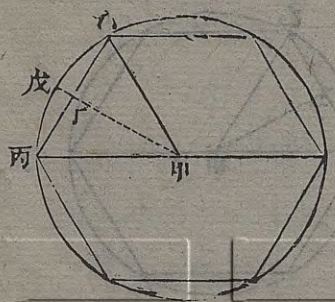
邊之出於十邊也有此二形與六宗相參伍可得正
 弦三百六十。其中最下者為十五分之正弦。又增一
 法。求十五分之三分之一。五分之正弦。所少者止一
 分至四分之正弦。較之四十五分為尤密可知矣。今
 以六宗三要二簡法。理分中末線并新增數法。皆按
 類具例於左。

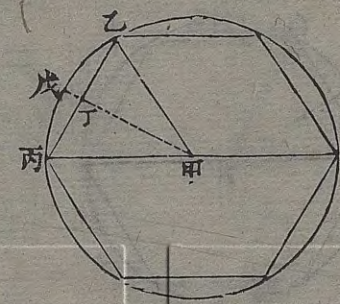
六宗

圓內容六邊形。四邊形。三邊形。十邊形。五邊形。十五邊形。

設如圓徑二十萬。求內容六邊形之一邊幾何。

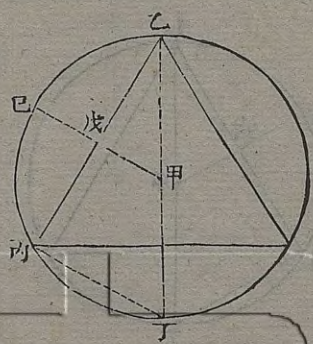
法以圓徑二十萬折半得半徑十萬。即
 圓內容六邊形之每一邊也。如甲圓內
 容六邊形。每邊之弧得圓周六分之一。
 皆六十度。試自圓心甲至圓界乙丙二
 處。作甲乙甲丙二半徑線。成甲乙丙三
 角形。則甲角所對之弧為六十度。而甲
 乙甲丙兩腰俱為半徑。既相等。則乙角



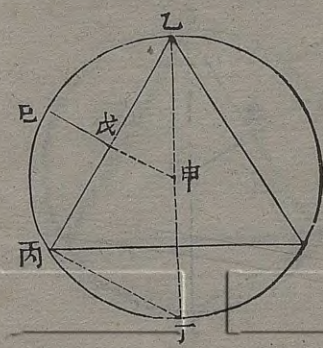


丙角亦必相等。而各為六十度矣。三角既等。則三邊亦必相等。故乙丙邊即與甲乙甲丙半徑相等也。乙丙弧既為六十度。則乙丙邊十萬為六十度之通弦。折半得乙丁五萬。即乙戊弧三十度之正弦也。此即六邊起算之理。前設圓徑為二兆者。所以求其密合。今設圓徑為二十萬。所以取其便於用也。

設如圓徑二十萬。求內容三邊形之一邊幾何。

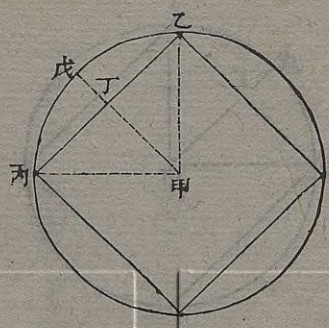


法以圓徑二十萬為弦。自乘得四百億。又以半徑十萬為勾。自乘得一百億。相減餘三百億。開方得股一十七萬三千二百零五。小餘八。七五六八。即圓內容三邊形之每一邊也。如甲圓內容三邊形。每邊之弧。得圓周三分之一。皆一百二十度。為六邊形每邊弧之一倍。試自乙角過圓心至對界。作乙丁全徑線。又自丁依半徑度至丙。作丁丙線。則成六邊形。

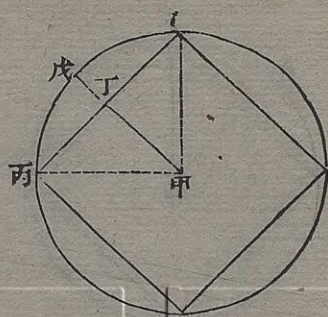


之每一邊。其丙丁弧即為三邊形之每邊弧之一半。而丙角立於圓界之一半。必為直角。故半徑為勾。全徑為弦。求得股即三邊形之每一邊也。乙丙弧既為一百二十度。則乙丙邊一十七萬三千二百零五。小餘八。七五六八。為一百二十度之通弦。折半得乙戊八萬六千六百零二。小餘五四。三七八四。即乙己弧六十度之正弦也。

設如圓徑二十萬。求內容四邊形之一邊幾何。



法以圓徑二十萬。折半得半徑十萬。自乘得一百億。倍之得二百億。開方得一十四萬一千四百二十一。小餘三五六二。三三七三。即圓內容四邊形之每一邊也。如甲圓內容四邊形每邊之弧。得圓周四分之一。皆九十度。試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙甲丙二半徑線。成甲乙丙勾股形。若命甲乙半徑為股。則甲丙半



徑為勾。若命甲丙半徑為股。則甲乙半
 徑為勾。因勾股皆為半徑。故以半徑自
 乘。倍之開方而得弦。即如勾股各自乘。
 併之開方而得弦也。乙丙弧既為九十
 度。則乙丙邊一十四萬一千四百二十
 一。小餘三五六。為九十度之通弦。折半
 得乙丁七萬零七百一十。小餘六七八
 一。八六。
 即乙戊弧四十五度之正弦也。

理分中末線

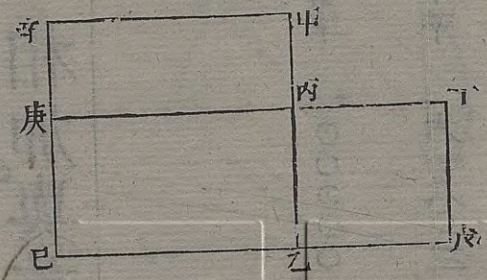
此西法名也。因命一線為首率。將
 此首率分為大小兩分。大分為中

率。小分為末率。與原線共為相連
 比例三率。故謂之理分中末線也。

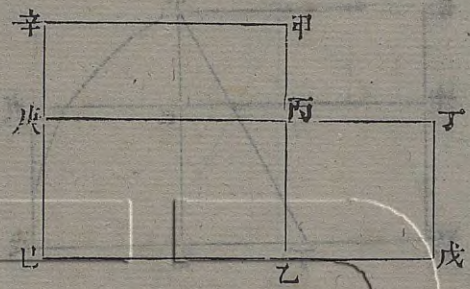
設如以十萬為首率。作相連比例三率。使中率末率
 相加。與首率等。求中率末率各幾何。

首率 一〇〇〇〇
 中率 六一八〇三
 末率 三八一九七

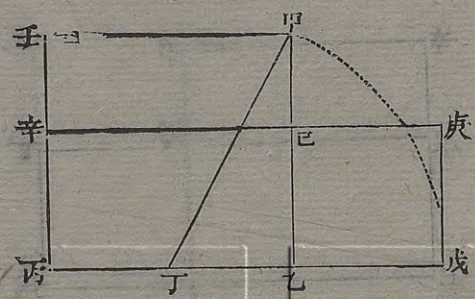
法以十萬自乘。得一百億為長方積。以
 十萬為長。闊之較。用帶縱較數開方法
 算之。得闊六萬一千八百零三。即相連
 比例之中率。以中率與首率十萬相減。
 餘三萬八千一百九十七。即相連比例
 之末率也。此法蓋因連比例三率之首



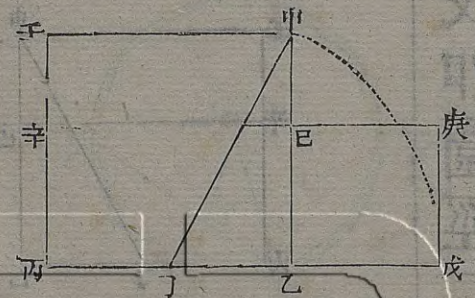
率末率相乘之長方積。與中率自乘之
 正方積等。而首率之中。有一中率一末
 率之數。故首率自乘之一正方積中。有
 首率中率相乘之一長方。又有首率末
 率相乘之一長方。即如甲乙為首率。丙
 乙為中率。甲丙為末率。丙乙中率自乘
 之正方。為丁戊乙丙。甲丙末率與甲乙
 首率相乘之長方。為甲丙庚辛。甲辛與
甲乙等
 此一正方一長方之積等。而甲乙首率



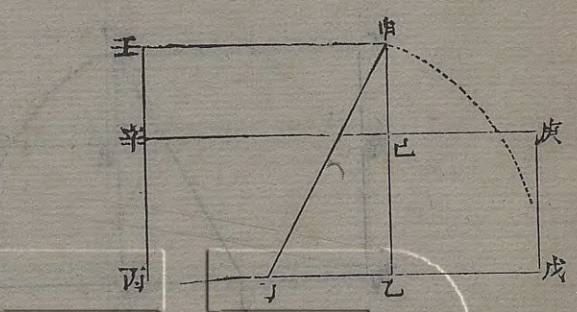
自乘之正方。為甲乙己辛。丙乙中率與
 甲乙首率相乘之長方。為丙乙己庚。丙
庚
與甲
乙等。夫甲丙庚辛之長方。既與丁戊乙
 丙之正方等。則甲乙己辛之正方。亦必
 與丁戊己庚之長方等。是以丁戊己庚
 長方形之闊。即中率。其長比闊之較。即
 首率。故以首率自乘為長方積。仍以首
 率為長比闊之較。用帶縱平方法開之。
 得闊為中率也。



又法以首率十萬為股。首率十萬折半得五萬為勾。求得弦一十一萬一千八百零三。內減勾五萬。餘六萬一千八百零三。為相連比例之中率。以中率與首率相減。餘三萬八千一百九十七。即為相連比例之末率也。如圖甲乙與乙丙皆為首率。今以甲乙為股。乙丙折半得乙丁為勾。甲丁弦。試依甲丁弦度。將丁乙勾。至戊。作丁乙戊線。仍自

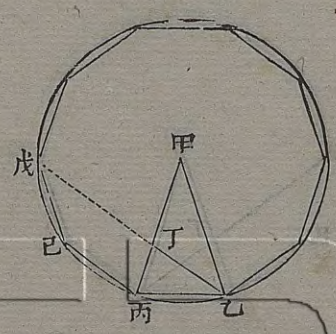


甲至戊作一圓界。則甲丁戊同為半徑。且皆為弦。於戊丁弦內減乙丁勾。所餘乙戊與己乙等。即中率。於甲乙首率內減去與乙戊相等之己乙中率。所餘甲己即末率也。此法與前法理實相同。帶縱較數開方法。有以半較自乘。與原積相加。開方得半和。於半和內減半較得闊者。今此法以首率為股。自乘得甲乙丙壬正方形。即與庚戊丙辛長方形

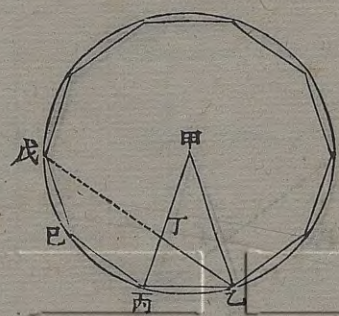


設如圓徑二十萬。求內容十邊形之一邊幾何。

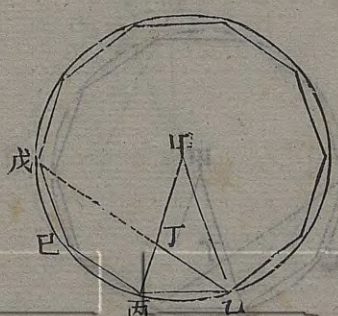
積等。乙丙即長闊之較。乙丁即半較。戊丁即半和。今以乙丁為勾自乘。甲乙為股自乘。相加開方得甲丁弦。即如乙丁半較自乘。與甲乙自乘原積相加開方而得甲丁。與戊丁等。戊丁內減乙丁。餘戊乙。即半和內減半較。得闊為中率也。法用連比例三率。有首率求中率末率。使中率末率相加與首率等之法。以圓



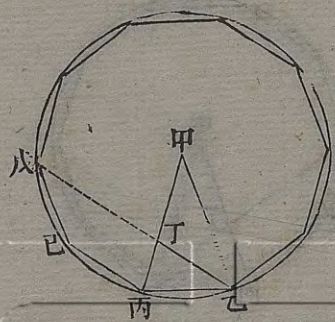
徑二十萬折半得十萬為首率。自乘得一百億為長方積。以十萬為長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得六萬一千八百零三。小餘三九八為連比例之中率。即圓內容十邊形之每一邊也。如甲圓內容十邊形。每邊之弧。得圓周十分之一。皆三十六度。其通弦即圓內十邊形之一邊。試自圓心甲至圓界乙。丙三處。作甲乙。甲丙二半徑線。遂成甲乙丙



三角形。復自園界乙至園界戊。作一乙
 戊線。則截甲丙線於丁。又成乙丙丁三
 角形。而乙戊遂為一百零八度之通弦。
 此乙丙丁三角形。與甲乙丙三角形為
 同式形。乙丙丁三角形之乙角當戊丙
 弧。為乙丙弧之倍。則乙丙丁三
 角形之乙角。與甲乙丙三角形之甲角
 等。又同用丙角。其餘一角亦必等。故為
 同式形。其相當各邊。俱成相連比例。故甲
 乙與乙丙之比。同於乙丙與丙丁之比。
 為相連比例三率。而甲乙為首率。乙丙
 為中率。丙丁為末率也。又甲乙丙三角
 形。其甲角既居全園十分之一。為三十
 六度。則乙角必比甲角大一倍。為七十
 二度。三角形之三角。共一百八十度。甲
 角既為三十六度。則乙丙兩角必
 為一百四十四度。乎分之。各得
 七十二度。比甲角為大一倍也。而乙丙
 丁三角形之乙角。與甲乙丙三角形之
 甲角等。則甲丁乙三角形之乙角。亦必
 與甲角等。是則甲丁乙三角形。為兩邊
 相等之三角形。而乙丙丁三角形。亦為



相等之三角形。而乙丙丁三角形。亦為



兩邊相等之三角形也。夫甲丁既與丁乙等。而丁乙又與乙丙中率等。則甲丁亦必與中率等矣。是以甲丁中率與丁丙末率相加。與甲丙首率等。故用連比例三率有首率求中率法算之。得中率為十邊形之一邊也。

又法以圓徑二十萬。折半得半徑十萬為股。自乘得一百億。又以半徑十萬。折半得五萬為勾。自乘得二十五億。相加

得一百二十五億。開方得弦一十一萬

一千八百零三。小餘三九九八於弦數內

減去勾數。餘六萬一千八百零三。小餘三九九

八八七四九。即圓內容十邊形之每一邊也。

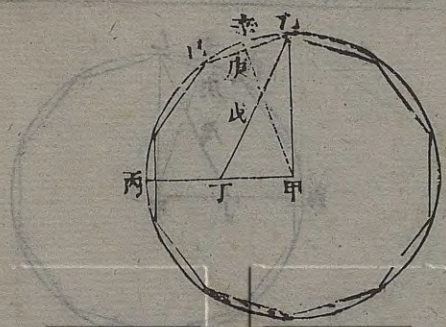
如甲圓內容十邊形。每邊之弧。得圓周

十分之一。皆三十六度。試自圓心甲至

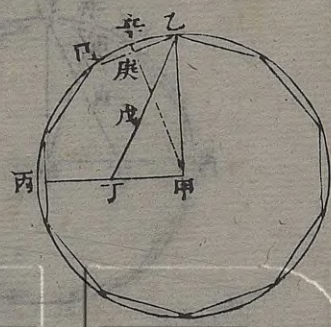
圓界乙。作甲乙半徑線為股。又自圓心

甲取直角。作甲丙半徑線。折半得甲丁

為勾。求得乙丁弦。丙減與甲丁相等之



始收圓徑



戊丁。餘乙戊。即與乙己等。為圓內容十
 邊形之每一邊也。乙己弧既為三十六
 度。則乙己邊六萬一千八百零二。小餘三九
 八八七。為三十六度之通弦。折半得乙
 四九。小餘六九九。即乙
 庚三萬零九百零一。小餘六九九。即乙
 辛弧十八度之正弦也。

設如圓徑二十萬。求內容五邊形之一邊幾何。

法以半徑十萬為底。仍以半徑十萬與
 圓內容十邊形之一邊六萬一千八百

零二。小餘三九九。八。小餘八七四九。為兩腰。用三角形求

中垂線法算之。得中垂線五萬八千七
 百七十八。小餘五二五。倍之得一十一

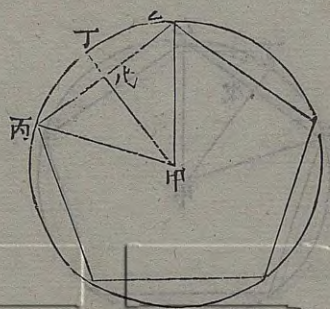
萬七千五百五十七。小餘五〇五。即圓

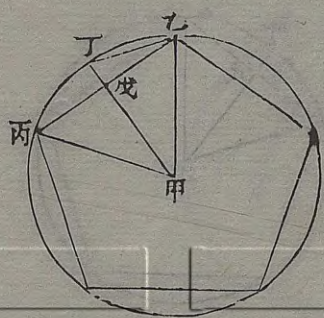
內容五邊形之每一邊也。如甲圓內容
 五邊形。每邊之弧。得圓周五分之一。皆

七十二度。試自圓心甲至圓界乙。丙二

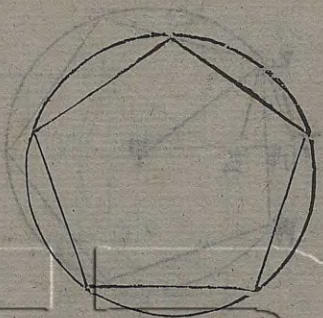
處。作甲乙。甲丙二半徑線。遂成甲乙丙

三角形。其乙丙邊為七十二度之通弦。

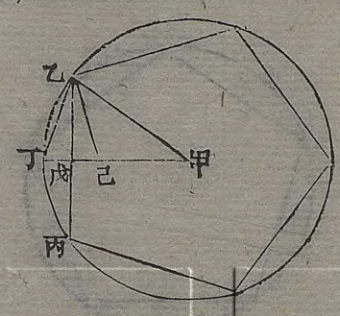




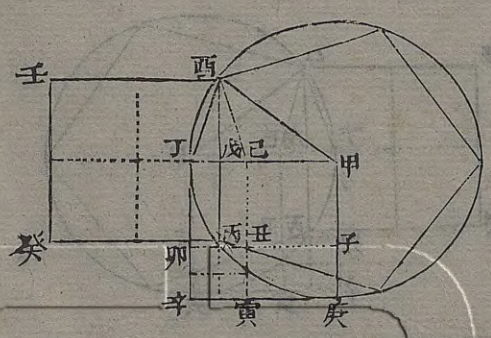
如以乙丙弧七十二度折半於丁。作乙丁線。即園內容十邊形之一邊。仍自園心甲至園界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。此乙戊線為甲乙丁三角形之中垂線。即五邊形每邊之一半。故以甲丁半徑為底。甲乙半徑為大腰。乙丁十邊形之一邊為小腰。求得乙戊中垂線。倍之為五邊形之每一邊也。



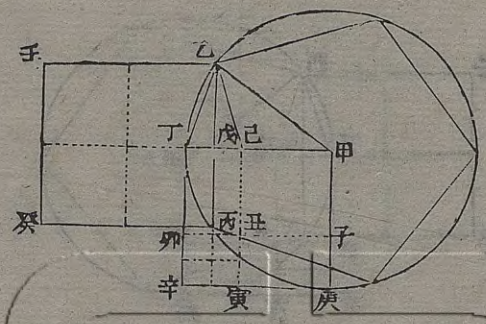
又法以半徑十萬為股。自乘得一百億。園內容十邊形之一邊六萬一千八百零三。小餘三九九八為勾。自乘得三十八億一千九百六十六萬零一百一十二。小餘四八九九九。相加得一百三十五八五八五〇〇二。開方得弦一十一萬七千五百五十七。小餘五〇四。即園內容五邊形之每一邊也。此法蓋因



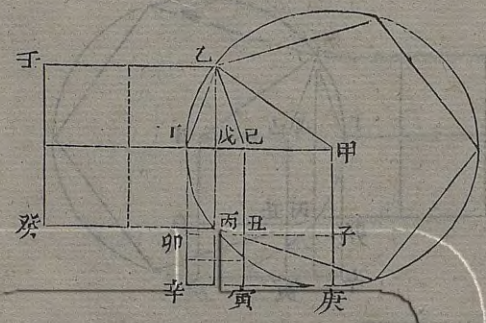
半徑自乘十邊形之一邊自乘兩自乘
 方積相併。卽與五邊形之一邊自乘之
 方積等。故用勾股求弦之法算之。如甲
 圓內容五邊形。將乙丙弧折半於丁。作
 乙丁線。卽圓內容十邊形之一邊。仍自
 圓心甲至丁。作甲丁半徑線。遂成甲乙
 丁三角形。又依乙丁線度。截甲丁半徑
 於己。作乙己線。成乙己丁三角形。與甲
 乙丁三角形爲同式形。故甲乙爲首率。



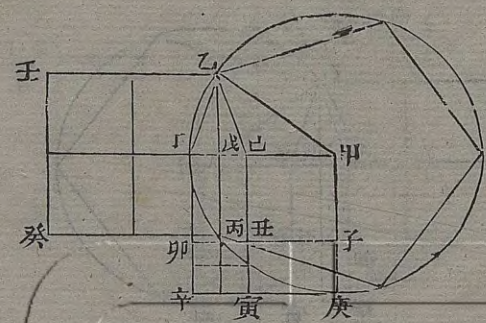
乙丁爲中率。己丁爲末率。甲己亦與乙
 丁等。爲中率。而乙丙邊平分己丁末率
 於戊。又成乙戊丁勾股形。乙戊五邊形
 每邊之半爲股。丁戊末率之半爲勾。乙
 丁中率爲弦。試依甲丁半徑度。作甲庚
 辛丁正方形。又依乙丙五邊形之一邊
 度。作乙丙癸壬正方形。其甲庚辛丁正
 方形內甲子丑己。爲乙丁弦自乘之一
 正方形。甲己既與乙丁弦等。故甲子丑己爲弦自乘之正方形。己寅辛



丁長方形亦與乙丁弦自乘之一正方形等。丁辛原與甲丁首率等。已丁末率與丁辛首率相乘。自與乙丁中率自乘之正。而子庚寅丑長方形為乙丁弦自乘之一正方形內少勾自乘之四正方形。蓋庚辛卯長方形為首率與末率相乘之長方。與乙丁中率自乘之正方形等。內却少丑寅辛卯正方形。而丑寅辛卯正方形實為戊丁勾自乘之四正方形。故子庚寅丑長方形為乙丁弦自乘之一正方形。少勾自乘之四正方形也。是則甲丁半徑自乘之甲庚辛丁正方形內有弦自乘之三正方形。而少勾自乘之四正



方。再加乙丁弦自乘之一正方形。共得弦自乘之四正方形。而少勾自乘之四正方形。大凡弦自乘之正方形內。原有勾自乘之一正方形。股自乘之一正方形。今弦自乘之四正方形內。少勾自乘之四正方形。即與股自乘之四正方形等。而乙丙一邊自乘之乙丙癸壬正方形。實為乙戊股自乘之四正方形。然則甲丁半徑自乘方。與乙丁十邊形之一邊自乘方相併。既與乙戊



股自乘之四正方等。而乙丙一邊自乘之正方形。豈不與甲丁半徑自乘乙丁十邊形之一邊自乘之兩正方形等乎。故以甲丁半徑為股。乙丁十邊形之一邊為勾。求得弦而為五邊形之一邊也。

又法以半徑十萬自乘。得一百億為長方積。仍以半徑十萬為長闊之較。用帶縱較數開方法算之。得長一十六萬一千八百零三。小餘三九八八七四九。折半得八萬

零九百零一。小餘六九九四三七四。為自圓心至

五邊形每邊之垂線。乃以半徑十萬為

弦。圓心至五邊形每邊之垂線為股。求

得勾五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九九

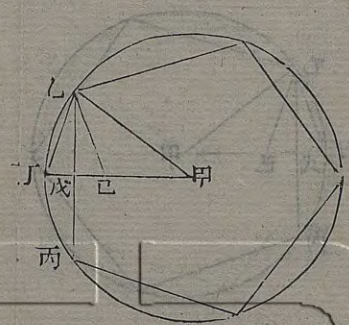
倍之得十一萬七千五百五十七。

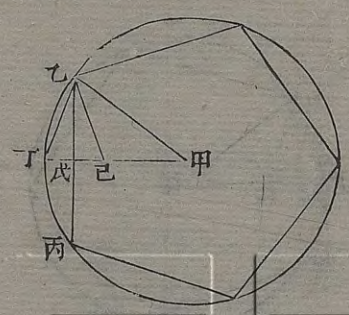
小餘五二五二二九九即圓內容五邊形之每一

邊也。如甲圓內容五邊形。將乙丙弧折

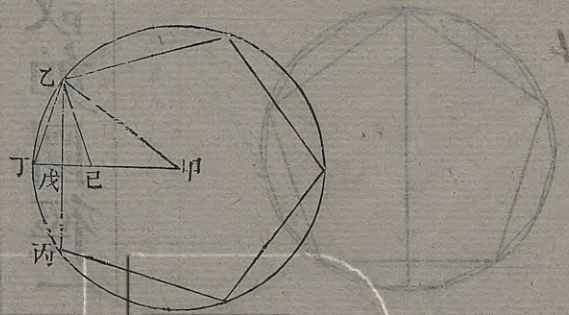
半於丁。作乙丁線。即圓內容十邊形之

一邊。仍自圓心甲至丁。作甲丁半徑線。

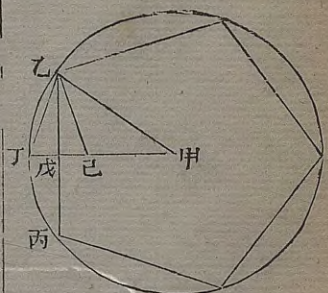




成甲乙丁三角形。又依乙丁線度截甲
 丁半徑於己。作乙己線。成乙己丁三角
 形。與甲乙丁三角形為同式形。故甲乙
 為首率。乙丁為中率。己丁為末率。甲己
 亦與乙丁等。為中率。而乙丙邊平分己
 丁。末率於戊。是以己戊與戊丁俱為半
 末率。而甲戊自圓心至邊之垂線。則為
 一中率。半末率之共數。今以半徑首率
 自乘為長方積。開帶縱平方得長。乃首

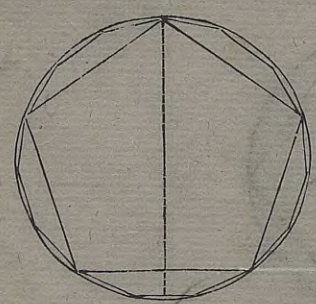


率與中率之和。其內有兩中率一末率。
 折半得一中率半末率。即甲戊自圓心
 至邊之垂線。既得甲戊垂線。乃以甲乙
 半徑為弦。甲戊垂線為股。求得乙戊勾。
 倍之得乙丙。即圓內容五邊形之一邊
 也。或以乙丁中率為弦。戊丁半末率為
 勾。求得乙戊股。倍之亦即圓內容五邊
 形之一邊也。乙丙弧既為七十二度。則
 乙丙邊一十一萬七千五百五十七。小餘

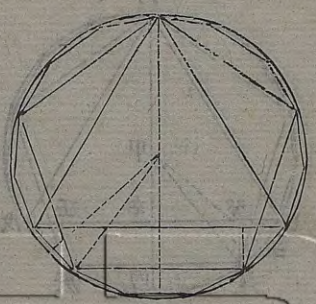


設如圓徑二十萬

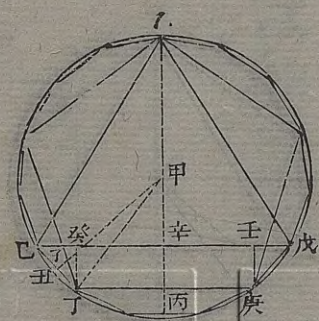
求內容十五邊形之一邊幾何。
○五○四 為七十二度之通弦。折半得
五八四。乙戊五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九
二。即乙丁弧三十六度之正弦也。



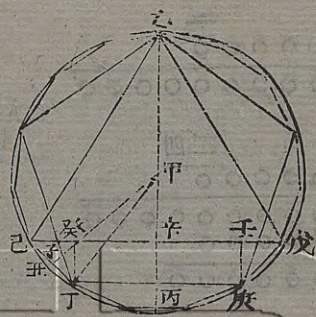
法以半徑十萬為弦。圓內容五邊形之
半五萬八千七百七十八。小餘五二五二二九
為勾。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四
三七五。內減半徑之半五萬。餘三萬零九
百零一。小餘六九九四為股。次以圓內容



三邊形之一邊一十七萬三千二百零
五。小餘八〇八〇內減圓內容五邊形之
一邊一十一萬七千五百五十七。小餘五〇四五
八四。餘五萬五千六百四十八。小餘三〇三四
八四。折半得二萬七千八百二十四。
小餘一五。為勾。求得弦四萬一千五
百八十二。小餘三三三八即圓內容十五
邊形之每一邊也。如甲圓內容十五邊
形。每邊之弧得圓周十五分之一。皆二



十四度。試從圓界乙作圓內容三邊形。又作圓內容五邊形。將三邊形之每一邊弧分五段。五邊形之每一邊弧分三段。即得十五邊形之每一邊弧。如戊庚與己丁二段皆為十五邊形之弧。故以甲丁半徑為弦。丁丙五邊之半為勾。求得甲丙股。內減甲辛自圓心至三角底邊之垂線。為半徑之半。餘辛丙。與癸丁或壬庚等。復於三邊形之戊己邊內。減



五邊形之庚丁邊。即如戊己線內。減壬癸。餘戊壬與癸己二段。折半得癸己或戊壬。今任以癸丁或壬庚為股。癸己或戊壬為勾。求得己丁弦或戊庚弦。即圓內容十五邊形之每一邊也。己丁弧既為二十四度。則己丁邊四萬一千五百八十二。小餘三三八為二十四度之通弦。折半得己丁二萬零七百九十一。小餘一六九。即己丑弧十二度之正弦也。八一七。

新增按分作相連比例四率法

設如以十萬為一率。作相連比例四率。使一率與四

率相加。與二率三倍等。問二率三率四率各幾何。

法以一率十萬自乘再乘得一千兆成

立方為實。又以一率十萬自乘三因之。

得三百億成三平面積為法。以除原實一千

兆得三萬。乃以三萬自乘再乘得二十

七兆。益於原實一千兆內得一千零二

十七兆為共實。按除法。以所得三萬與

法三百億相因。得九百兆。與共實相減

餘一百二十七兆。為第二位實。以法之

三百億除之。得四千。乃以首位所得三

萬。合次位所得四千共三萬四千。自乘

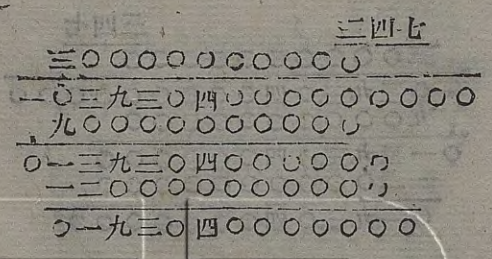
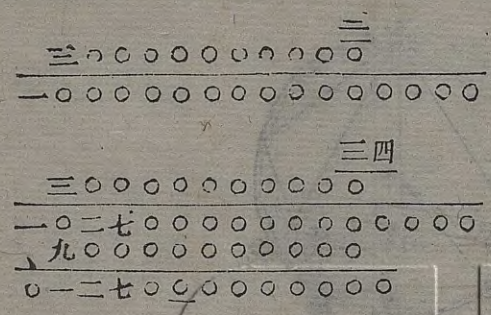
再乘。得三十九兆三千零四十億。仍益

於原實一千兆內。得一千零三十九兆

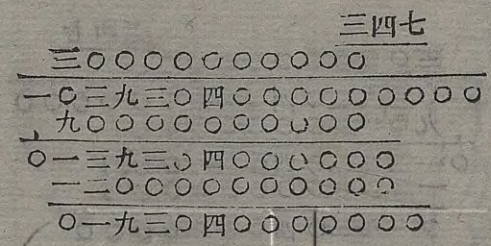
三千零四十億為共實。按除法。減首位

所得三萬與法三百億相因之九百兆。

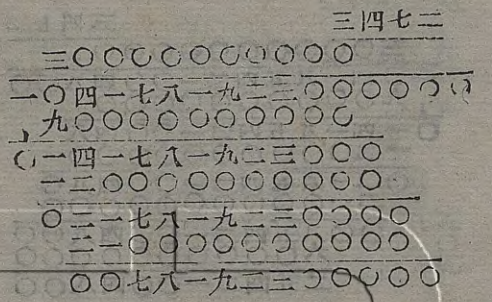
又減次位所得四千與法三百億相因



御製數理精蘊 卷下 六宗 五



之一百二十兆。餘一十九兆三千零四十億。為第三位實。以法之三百億除之。得六百。所餘太多。因益積。故取畧大之數。為七百。合前兩位所得三萬四千。共三萬四千七百。自乘再乘。得四十一兆七千八百一十九億二千三百萬。仍益於原實一千兆內。得一千零四十一兆七千八百一十九億二千三百萬。為其實。按除法。減首位所得三萬與法三百



億相因之九百兆。又減次位所得四千與法三百億相因之一百二十兆。又減三位所得七百與法三百億相因之二十一兆。餘七千八百一十九億二千三百萬。為第四位實。以法之三百億除之。得二十。合前三位所得三萬四千七百。共三萬四千七百二十。自乘再乘。得四十一兆八千五百四十二億一千零四萬八千。仍益於原實一千兆內。得一千

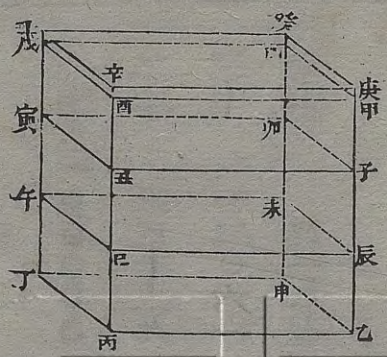
御製數理精蘊 卷下 六宗 五 面

三四七二九
 三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 一〇四一八五四二一〇〇〇〇〇〇
 九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇一四一八五四二一〇〇〇〇〇〇〇
 〇一三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇二一八五四二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇六五四二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 二五四二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

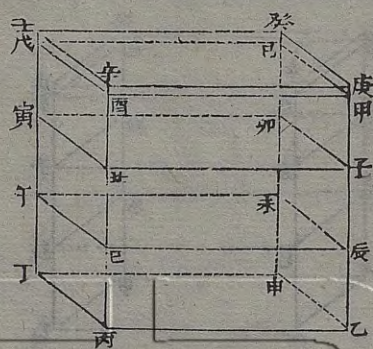
零四十一兆八千五百四十二億一千
 零四萬八千為共實。按除法減首位所
 得三萬與法三百億相因之九百兆。又
 減次位所得四千與法三百億相因之
 一百二十兆。又減三位所得七百與法
 三百億相因之二十一兆。又減四位所
 得二十與法三百億相因之六千億。餘
 二千五百四十二億一千零四萬八千
 為末位實。以法之三百億除之得八。所
 餘亦太多。因益積。仍取畧大之數為九。
 合前四位所得三萬四千七百二十。共
 三萬四千七百二十九。自乘再乘。得四
 十一兆八千八百六十七億六千六百
 四十萬零二千四百八十九。仍益於原
 實一千兆內。得一千零四十一兆八千
 八百六十七億六千六百四十萬二千
 四百八十九為共實。按除法。以五次所
 得之數與法相因之數遞減之。仍餘一

三四七二九
 三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 一〇四一八五四二一〇〇〇〇〇〇〇
 九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇一四一八五四二一〇〇〇〇〇〇〇
 〇一三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇二一八五四二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇六五四二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 二五四二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

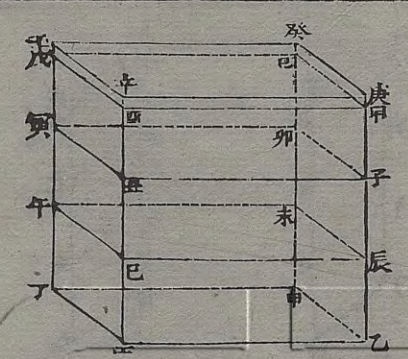
得之數與法相因之數遞減之。仍餘一



與一率自乘之面積相乘之數。却少一
 二率自乘再乘之數。故以累除所得之
 數。屢次自乘再乘。益八原實。然後按法
 除之。始足二率三倍之數也。如圖甲乙
 為一率。庚子。子辰。辰乙皆為二率。庚甲
 為四率。庚乙為一率。四率之共數。又為
 二率之三倍。甲乙丙丁戊己為一率自
 乘再乘之正方體。庚乙丙丁壬癸為三
 倍二率與一率自乘面積相乘之長方



體。一率自乘。三因之。得三平面。如以二
 率乘之。成三扁方體。合之。即成三倍
 二率乘一率自乘
 面積之一長方體。比一率自乘再乘之
 正方體。多一庚甲西戊壬癸扁方體。此
 扁方體。即一率自乘用四率再乘之數。
 與二率自乘再乘之積等。若於一率自
 乘再乘之正方體內。加入二率自乘再
 乘之正方體。即如於甲乙丙丁戊己正
 方體上。加一庚甲西戊壬癸之扁方體。
 成庚乙丙丁壬癸之長方體。而以一率

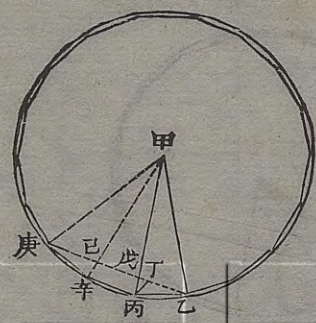


自未之乙丙丁申方面除之。必得庚乙
 爲二率之三倍。苟合乙丙丁申與辰巳
 午未及子丑寅卯三方面除之。必得庚
 子或子辰。或辰乙。爲二率。若不加積。止
 以三方面除之。則所得仍爲一率之三
 分之七。比二率數必小。故以屢除所得
 之數。屢次自乘再乘。益入原積。則積漸
 增而得數亦漸大。遞及末位。則所少之
 積已足。而除得之數。卽爲二率之全數
 焉。

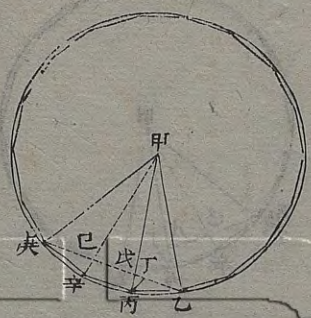
設如圓徑二十萬。求內容十八邊形之一邊幾何。



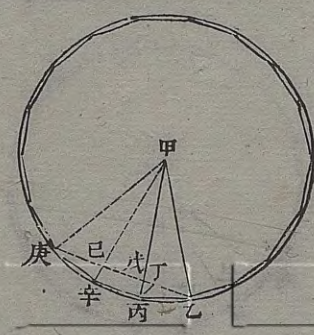
法用連比例四率有一率求二率使一
 率與四率相加與二率三倍等之法。以
 圓徑二十萬折半得十萬爲一率。自乘
 再乘。得一千兆爲實。又以半徑十萬自
 乘。三因之。得三百億爲法。按益實歸除
 之法。除實得三萬四千七百二十九餘
 六三五五五。爲二率。卽圓內十八邊形之
 三三四。



每一邊也。如甲園內容十八邊形。每邊之弧得園周十八分之一。皆二十度。其通弦即園內十八邊形之一邊。試自園心至園界乙丙作甲乙甲丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自園界乙至園界庚作一乙庚線。則截甲丙線於戊。又成乙丙戊三角形。而乙庚為六十度之通弦。復自園界丙按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁線。則又成丙丁戊三



角形。此三三角形皆為同式形。乙丙戊之乙角當庚丙弧。為乙丙弧之倍。則乙丙戊三角形之乙角。與甲乙丙三角形之甲角等。又與甲乙丙三角形同用丙角。丙丁戊三角形之丁丙線。與甲辛半徑平行。則丙丁戊三角形之丙角與甲丙辛三角形之甲角。為相對錯角。亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。是此三三角形之各角互相等而為同式形也。其相當各邊。俱成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又同於丙戊與戊丁之比。為相連比例四率。而甲乙為一率。乙



丙爲二率。丙戊爲三率。戊丁爲四率也。
 又乙庚爲六十度之通弦。與甲乙一率
 等。而乙戊丁己己庚三段皆與乙丙二
 率等。是乙庚一率中。有乙丙二率之三
 倍。而少一丁戊四率也。必以乙庚一率。
 與丁戊四率相加。方與乙丙二率之三
 倍等。故用連比例。四率有一率求二率
 法算之。得二率爲十八邊形之一邊也。
 乙丙弧既爲二十度。乙丙邊三萬四千

七百二十九。小餘六三五爲二十度之

通弦。折半得一萬七千三百六十四。小

八一七七即十度之正弦也。

十萬。求內容九邊形之一邊幾何。

法以半徑十萬爲底。仍以半徑十萬與

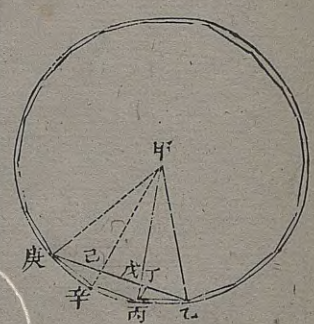
圓內容十八邊形之一邊三萬四千七

百二十九。小餘六三五爲兩腰。用三角

形求中垂線法算之。得中垂線三萬四

千二百零二。小餘〇一四倍之得六萬

設如圓徑一



八千四百零四

小餘〇二八
六六五二

即圓內容

九邊形之每一邊也。如甲圓容九邊形。

每邊之弧得圓周九分之一。皆四十度。

試自圓心甲至圓界乙丙二處。作甲乙

丙二半徑線。遂成甲乙丙三角形。其

乙丙邊為四十度之通弦。如以乙丙弧

四十度折半於丁。作乙丁線。即圓內容

十八邊形之一邊。仍自圓心甲至圓界

丁。作甲丁半徑線。又成甲乙丁三角形。

而甲丁線平分乙丙線於戊。此乙戊線

為甲乙丁三角形之中垂線。即九邊形

每邊之一半。故以甲丁半徑為底。甲乙

半徑為大腰。乙丁十八邊形之一邊為

小腰。求得中垂線倍之為九邊形之每

一邊也。乙丙弧既為四十度。乙丙邊為

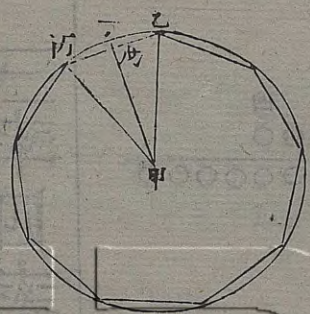
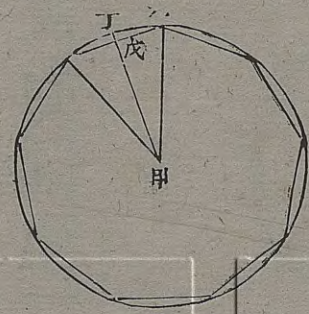
四十度之通弦。其乙戊中垂線三萬四

千二百零二

小餘〇一四
三三二六

即乙丁弧二

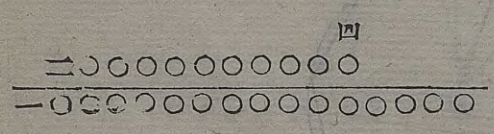
十度之正弦也。



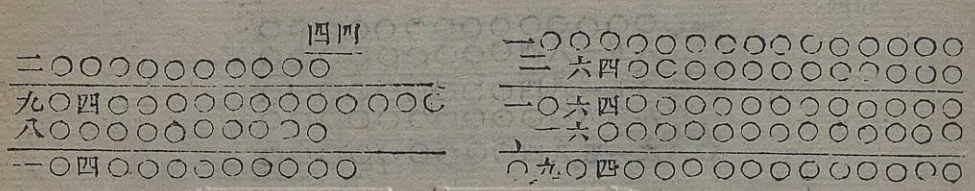
按分作相連比例四率又法

設如以十萬為一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與二率兩倍再加一三率之數等。問二率三率四率各幾何。

法以一率十萬自乘再乘得一千兆。成立方體。為實。又以一率十萬自乘二因之得二百億。成二平方面積。為法。以除原實一千兆得五萬為盡數。因減實大於益實。故取畧小之數為四萬。乃以四萬自乘再



乘得六十四兆。益於原實一千兆內得一千零六十四兆為益實。復以所得四萬自乘得一十六億。以一率十萬再乘得一百六十兆。於益實內減之。餘九百零四兆為正實。按除法。以所得四萬與法二百億相因得八百兆。與正實相減。餘一百零四兆為第二位實。以法之二百億除之。得五千。仍取畧小之數為四千。乃以首位所得四萬。合次位所得四



四四五〇四

二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

八九〇〇八四三八八五三六〇六四
八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇九〇〇〇〇八四二八八五三六
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇八四三八八五三六〇六四
八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇四二八八五三六〇六四

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇八八一四四八九〇一三六〇六四

一〇八八一四四八九〇一三六〇六四
一九八〇六〇六〇一六〇〇〇〇〇

〇八九〇〇八四二八八五三六〇六四

零六十萬六千零一十六。以十萬再乘，得一百九十八兆零六百零六億零一百六十萬。於益實內減之。餘八百九十九兆零八百四十二億八千八百五十三萬六千零六十四。為正實。按除法。以五次所得之數。與法相因之數遞減之。仍餘四十二億八千八百五十三萬六千零六十四。不盡。是共除得四萬四千五百零四。為相連比例之二率也。以二率

一率 〇〇〇〇〇

二率 四四五〇四

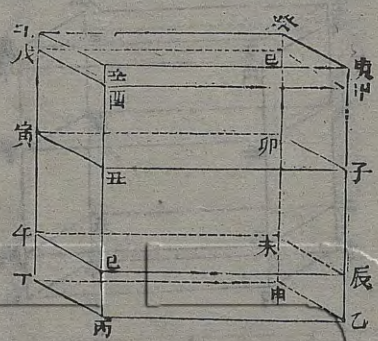
三率 一九八〇六

四率 八八一四

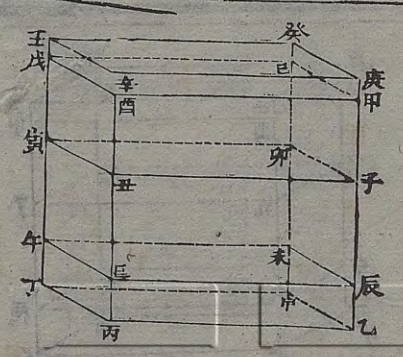
之四萬四千五百零四自乘。得一十九億八千零六十六萬六千零一十六。以一率之十萬除之。得一萬九千八百零六。為三率。以二率之四萬四千五百零四。因之。與三率之一萬九千八百零六。相加。得十萬八千八百一十四。減去一率之十萬餘八千八百一十四。為四率。如以三率之一萬九千八百零六自乘。以二率之四萬四千五百零四除之。亦

一率	一〇〇〇〇
二率	四四五〇四
三率	一九八〇六
四率	八八一四

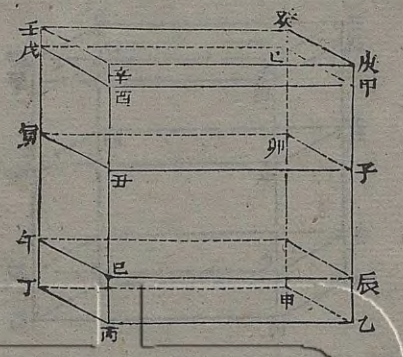
得八千八百一十四為四率也。此為益實兼減實歸除之法。蓋因此法止有一率之數。作相連比例四率。使一率與四率之共數。與二率兩倍再加一三率之數等。而相連比例四率之理。一率自乘。用四率再乘。與二率自乘再乘之數等。又一率自乘。用三率再乘。與二率自乘。用一率再乘之數等。今立法以一率自乘再乘為原實。較之二率加倍與一率



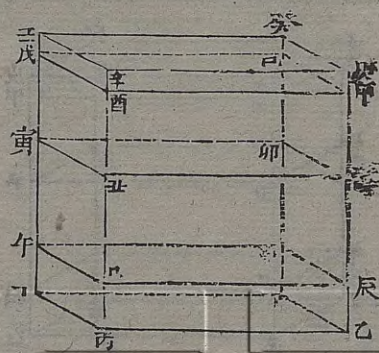
自乘之面積相乘之數。却少一一率自乘四率再乘之數。又多一一率自乘三率再乘之數。故以屢除所得之數。屢次自乘再乘。益入原實。又以屢除所得之數。屢次自乘。以一率再乘。與益實相減。然後按法除之。始足二率兩倍之數也。如圖甲乙為一率。庚子。子辰皆為二率。辰乙為三率。庚甲為四率。庚乙為一率。四率之共數。又為二率兩倍再加一三



率之共數。甲乙丙丁戊己爲一率自乘
再乘之。正方體。庚乙丙丁壬癸爲兩倍
二率併一三率與一率自乘面積相乘
之。長方體。比一率自乘再乘之。正方體
多一。庚甲酉戌壬癸扁方體。此扁方體
卽一率自乘四率再乘之。扁方體。與二
率自乘再乘之。積等。比兩倍二率與一
率自乘面積相乘之。扁方體。多一。辰乙
丙丁午未扁方體。此扁方體卽一率自
乘三率再乘之。扁方體。與一率自乘一
率再乘之。積等。若於一率自乘再乘之
正方體內。加入二率自乘再乘之數。再
減去二率自乘一率再乘之數。卽如於
甲乙丙丁戊己正方體內。加入庚甲酉
戌壬癸之扁方體。減去辰乙丙丁午未
之扁方體。成一庚辰巳午壬癸之扁方
體。而以一率自乘之。辰巳午未方面除
之。必得庚辰爲二率之兩倍。苟合辰巳



之。必得庚辰爲二率之兩倍。苟合辰巳



午未子丑寅卯二方面除之。必得庚子或子辰為二率。若不益少減多。而以二方面除之。則所得仍為一率之二分之。一比二率數必大。故以屢除所得之數。屢次自乘再乘。益入原積。復以屢除所得之數自乘。用一率再乘。逐層與原積相減。遞及末位。則所少之積漸足。所多之積漸消。而除得之數。即為二率之全數焉。

設如圓徑二十萬。求內容十四邊形之一邊幾何。

法用連比例四率有一率求第二率。使一率與四率相加與二率兩倍再加一三率等之法。以圓徑二十萬折半得十萬為一率。自乘再乘。得一千兆為實。又以半徑十萬自乘。倍之得二百億為法。按益實兼減實歸除之法。除實得四萬

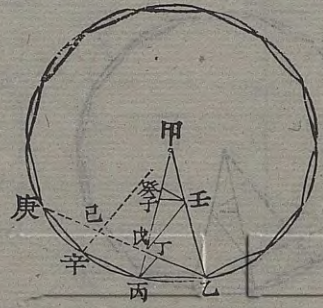


四千五百零四

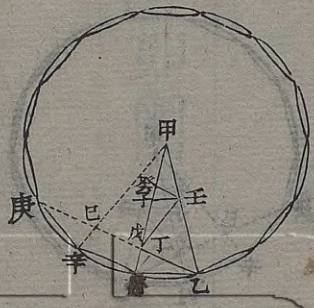
小餘一八六

七九一三 為二率。即

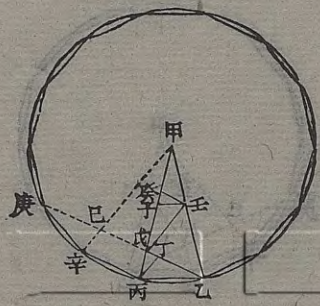
圓內十四邊形之每一邊也。如甲圓內



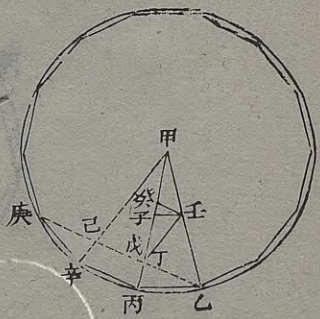
容十四邊形每邊之弧得圓周十四分
 之一。皆二十五度四十二分五十一秒
 有餘。其通弦即圓內十四邊形之一邊。
 試自圓心至圓界乙丙。作甲乙甲丙二
 半徑線。遂成甲乙丙三角形。復自圓界
 乙至圓界庚。作一乙庚線。則截甲丙線
 於戊。又成乙丙戊三角形。復自圓界丙
 按丙戊線度。至乙庚線之丁。作一丙丁
 線。則又成丙丁戊三角形。此三三角形
 皆為同式形。乙戊丙三角形之乙角當
 丙庚弧。為乙丙弧之倍。則
 乙戊丙三角形之乙角。與乙甲丙三角
 形之甲角等。又與乙甲丙三角形同用
 丙角。而丙丁戊三角形之丁丙線。與甲
 辛半徑平行。即丙丁戊三角形之丙角。
 與甲丙辛三角形之甲角。為相對錯角。
 亦必等。又與乙丙戊三角形同用戊角。
 是此三三角形之各角。其相當各邊。俱
 互相等。而為同式形也。成相連比例。故甲乙與乙丙之比。同於
 乙丙與丙戊之比。乙丙與丙戊之比。又
 同於丙戊與戊丁之比。為相連比例。四
 率。而甲乙為一率。乙丙為二率。丙戊為



率。而甲乙為一率。乙丙為二率。丙戊為

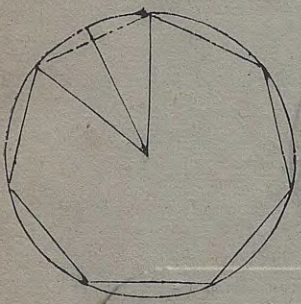


三率。戊丁為四率也。又按乙戊度作壬
 戊線。與丁丙平行。則截甲乙線於壬。乃
 自壬與乙丙平行。作壬子線。復自壬與
 乙戊平行。作壬癸線。則又成甲壬子與
 壬戊癸丙三角形。與乙丙戊三角形等。
 成壬癸子一三角形。與丙丁戊三角形
 等。其甲子。癸戊皆與乙丙二率等。而癸
 子與丁戊四率等。是甲丙一率內。有兩
 二率。一三率。而少一四率也。若以甲丙

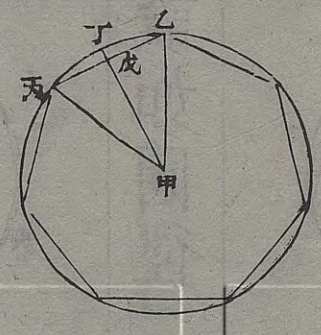


設如圓徑二

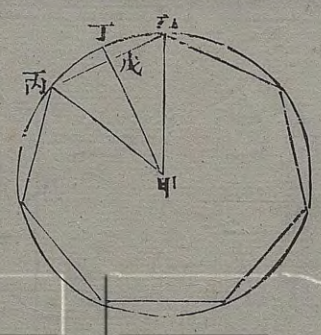
十萬。求內容七邊形之一邊幾何。
 法以半徑十萬為底。仍以半徑十萬與
 圓內容十四邊形之一邊四萬四千五
 百零四小餘一八六為兩腰。用三角形
 求中垂線法算之。得中垂線四萬三千



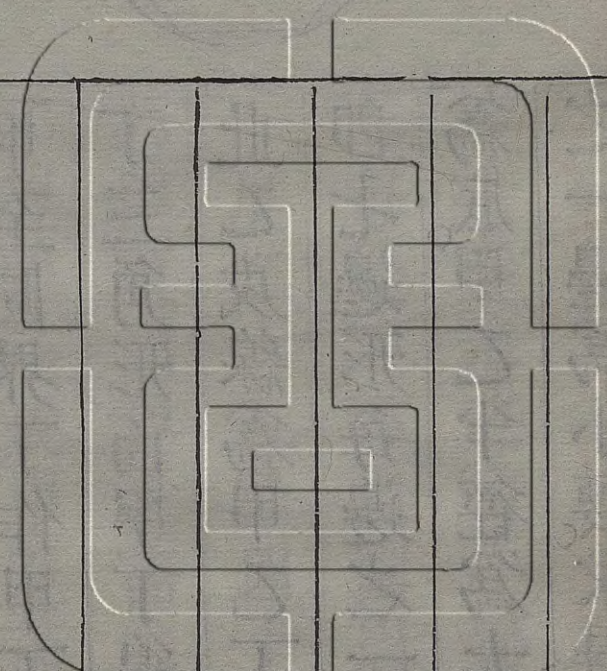
百零四小餘一八六為兩腰。用三角形
 求中垂線法算之。得中垂線四萬三千



三百八十八。小餘三七三 倍之得八萬
九一一八 六千七百七十六。小餘七四七 即園內
容七邊形之每一邊也。如甲園容七邊
形。每邊之弧得園周七分之一。皆五十
一度二十五分四十二秒有餘。試自園
心甲至園界乙。丙二處。作甲乙。甲丙二
半徑線。遂成甲乙丙三角形。其乙丙邊
為五十一度二十五分四十二秒有餘
之通弦。如以乙丙弧五十一度二十五



分四十二秒有餘。折半於丁。作乙丁線
即園內容十四邊形之一邊。仍自園心
甲至園界丁。作甲丁半徑線。又成甲乙
丁三角形。而甲丁線平分乙丙線於戊。
此乙戊線為甲乙丁三角形之中垂線。
即七邊形每邊之一半。故以甲丁半徑
為底。甲乙半徑為大腰。乙丁十四邊形
之一邊為小腰。求得乙戊中垂線。倍之
為七邊形之每一邊也。



三要

有本弧之正弦。求本弧之餘弦。有本弧之
正弦餘弦。求倍弧之正弦餘弦。有本弧之
弧之正弦餘弦。求半
弧之正弦餘弦。

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八

小餘五二二五
二二九二

求餘弧五十四度之正弦幾何。

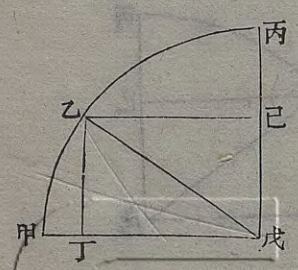
法以三十六度之正弦五萬八千七百

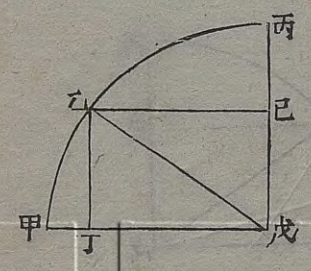
七十八小餘五二二五為勾。半徑十萬為

弦。求得股八萬零九百零一。小餘六九九四三七

五。為五十四度之正弦。即三十六度之

餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限其



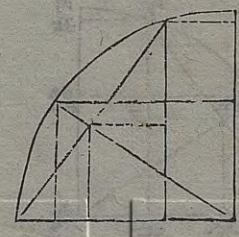


甲乙正弧三十六度。乙丙餘弧五十四度。乙丁為三十六度之正弦。試自乙至象限中心戊。作乙戊半徑線。遂成乙丁戊勾股形。乙戊為弦。乙丁為勾。求得丁戊股。與乙己等。為乙丙餘弧五十四度之正弦。即甲乙正弧三十六度之餘弦也。

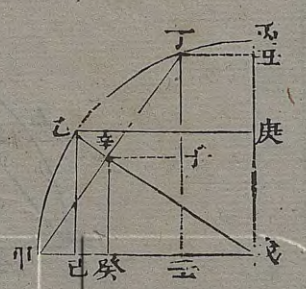
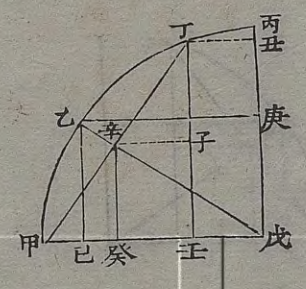
設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八。

小餘五二二五
二二九二 餘弦八萬零九百零一。小餘六九九
四三七五

求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何。



法以半徑十萬為一率。本弧之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二二五 為二率。本弧之餘弦八萬零九百零一。小餘六九九 為三率。求得四率四萬七千五百七十五。九四三 為三率。求得四率四萬七千五百七十五。七五 為三率。求得四率四萬七千五百七十五。八 小餘八二二五。倍之得九萬五千一百零五。六一四七 即倍弧七十二度之正弦也。求餘弦。則以三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二二五



二九 自乘。以半徑十萬除之。得三萬四千五百四十九。小餘一五。二八一一。倍之得六

萬九千零九十八。小餘三〇。五六二四。與半徑

十萬相減。餘三萬零九百零一。小餘六九九四。

三七 卽倍弧七十二度之餘弦也。如甲

乙丙九十度之一象限。其甲乙弧三十

六度。倍之為甲丁弧七十二度。乙己為

三十六度之正弦。庚乙為三十六度之

餘弦。與戊辛等。蓋辛甲與乙己等。則戊辛必與戊己等。戊己卽

也。庚乙丁壬為七十二度之正弦。試與乙

己平行。作辛癸線。遂成戊乙己。戊辛癸

同式兩勾股形。其戊乙己勾股形之戊

乙弦。與乙己勾之比。同於戊辛癸勾股

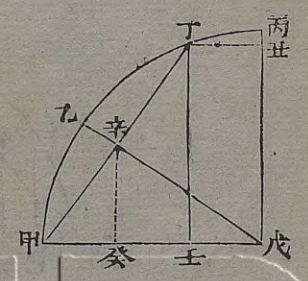
形之戊辛弦。與辛癸勾之比。為相當比

例四率。而辛癸與壬子等。為丁壬之半。

蓋辛甲為丁甲之半。則辛癸亦為丁壬之半。故倍之得丁壬。

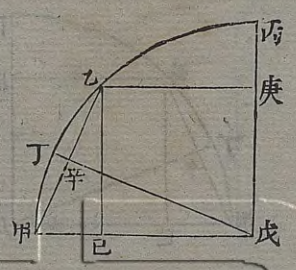
為甲丁七十二度之正弦也。又如求餘

弦。其甲辛戊。甲癸辛。為同式兩勾股形。

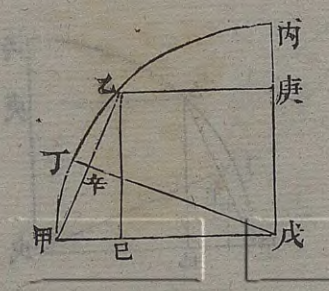


其甲辛戊勾股形之甲戊弦與甲辛勾
 之比同於甲癸辛勾股形之甲辛弦與
 甲癸勾之比為相連比例三率既得甲
 癸倍之得甲壬蓋甲丁為甲辛之倍則
 甲壬亦為甲癸之倍
 與甲戊半徑相減餘壬戊與丁丑等即
 甲丁七十二度之餘弦也

設如本弧四十五度之正弦七萬零七百一十小餘六十七
 八六一一餘弦亦七萬零七百一十小餘六十七求
 八六一一半弧二十二度三十分之正弦幾何

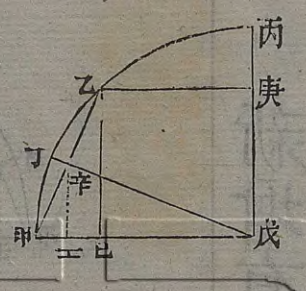


法以本弧之正弦七萬零七百一十小餘六十七
 一八六一一為股本弧之餘弦七萬零七
 百一十小餘六十七與半徑十萬相減
 餘二萬九千二百八十九小餘三二一
 為勾求得弦七萬六千五百三十六小餘
 六八六四折半得三萬八千二百六十
 八小餘三四三即半弧二十二度三十
 分之正弦也如甲乙丙九十度之一象
 限其甲乙弧四十五度折半為丁乙弧



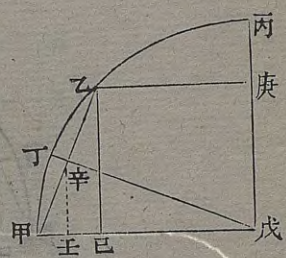
二十二度三十分。乙巳為四十五度之
 正弦。戊巳與庚乙等為四十五度之餘
 弦。於戊甲半徑內減去戊巳。餘巳甲為
 勾。乙巳為股。求弦得乙甲。為四十五度
 之通弦。折半得乙辛。即丁乙二十二度
 三十分之正弦也。

又捷法以本弧四十五度之餘弦七萬
 零七百一十。小餘六七八與半徑十萬
 相減。餘二萬九千二百八十九。小餘二



八一折半得一萬四千六百四十四。小
 四。六六。九與半徑十萬相乘。開方得三
 四。七。萬八千二百六十八。小餘三四三即半
 弧二十二度三十分之正弦也。蓋乙巳
 為四十五度之正弦。甲巳為四十五度
 之正矢。乙辛。辛甲皆二十二度三十分
 之正弦。如與乙巳平行。作一辛壬線。平

分甲巳於壬。成甲辛戊。甲壬辛。同式兩
 勾股形。其甲辛戊勾股形之甲戊弦。與



甲辛勾之比。同於甲壬辛勾股形之甲辛弦與甲壬勾之比。為連比例三率。故首率甲戊與末率甲壬相乘。首率甲戊與末率甲壬相乘。與中率甲辛自乘之積相等。開方得甲辛。為二十二度三十分之正弦也。

新增有本弧之餘弦求倍弧之餘弦及半弧之餘弦

設如本弧三十六度之餘弦八萬零九百零一。小餘六九

九四三七五 求倍弧七十二度之餘弦幾何。

法以本弧三十六度之餘弦八萬零九

百零一。小餘六九九 自乘。以半徑十萬

除之得六萬五千四百五十。小餘八四

七。與半徑十萬相減。餘三萬四千五百

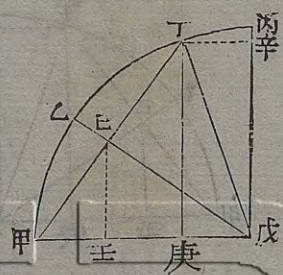
四十九。小餘一三五 倍之得六萬九千

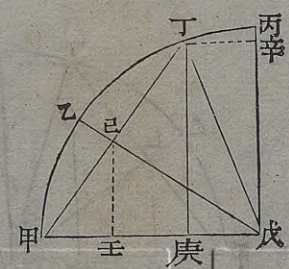
零九十八。小餘三〇六 仍與半徑十萬

相減。餘三萬零九百零一。小餘六九九

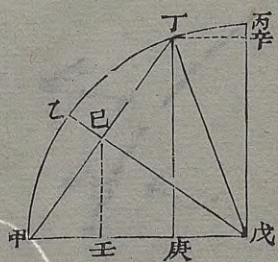
即倍弧七十二度之餘弦也。如甲乙丙

九十度之一象限。其甲乙弧三十六度。





倍之為甲丁弧七十二度丁已為三十
 六度之正弦戊已為三十六度之餘弦
 丁庚為七十二度之正弦辛丁為七十
 二度之餘弦與戊庚等試自己至壬作
 已壬垂線遂成甲己戊己壬戊同式兩
 勾股形其甲己戊勾股形之戊甲弦與
 戊己股之比同於己壬戊勾股形之戊
 己弦與戊壬股之比為連比例三率故
 中率戊己自乘以首率戊甲除之得末

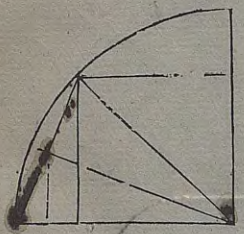


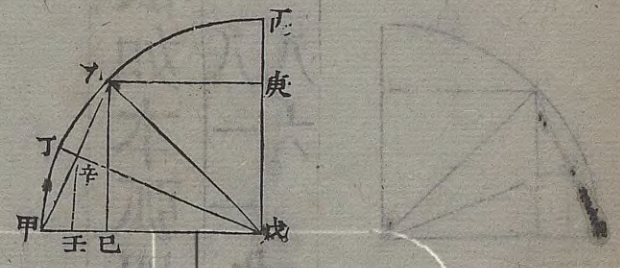
率戊壬既得戊壬與戊甲半徑相減餘
 壬甲倍之得庚甲仍與戊甲半徑相減
 餘戊庚與辛丁等即甲丁弧七十二度
 之餘弦也

設如本弧四十五度之餘弦七萬零七百一十小餘六七

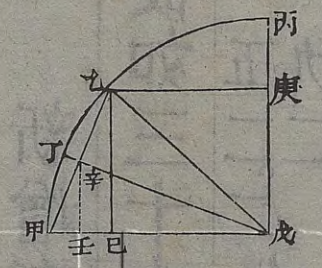
八六一一
 八六
 求半弧二十二度三十分之餘弦幾何

法以本弧四十五度之餘弦七萬零七
 百一十小餘六七八與半徑十萬相減
 餘二萬九千二百八十九小餘三二一

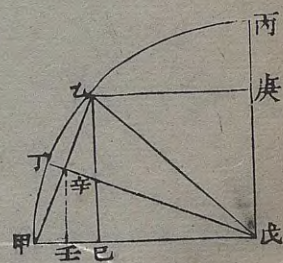




折半得一萬四千六百四十四。小餘六
 四。與本弧四十五度之餘弦七萬零
 七百一十一。小餘六七八 相加得八萬五
 千三百五十五。小餘三三九 與半徑十
 萬相乘開方得九萬二千三百八十七。
 小餘九五三。即半弧二十二度三十分
 二五十一。之餘弦也。如甲乙丙九十度之一象限。
 其甲乙弧四十五度。折半為丁乙弧二
 十二度三十分。乙己為四十五度之正



弦戊己與庚乙等。為四十五度之餘弦。
 乙辛為二十二度三十分之正弦。戊辛
 為二十二度三十分之餘弦。戊己四十
 五度之餘弦。與戊甲半徑相減。餘己甲。
 折半得己壬。再與戊己相加。得戊壬。試
 自辛至壬作辛壬垂線。遂成甲辛戊。辛
 壬戊。同式兩勾股形。其甲辛戊勾股形
 之戊甲弦。與戊辛股之比。同於辛壬戊
 勾股形之戊辛弦。與戊壬股之比。為連



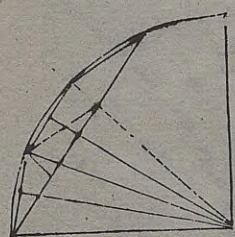
比例三率。故首率戊甲與末率戊壬相乘。開方得戊辛。為二十二度三十分之餘弦也。

新增有本弧之正弦。求其三分之一弧之正弦。

設如三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二

五二。二求其三分之一十二度之正弦幾何。

法用連比例四率。有一率求二率。使一率與四率相加。與二率三倍等之法。以三十六度之正弦五萬八千七百七十



八。小餘五二五倍之得十一萬七千

五百五十七。小餘〇五〇為七十二度

之通弦。乃以半徑十萬自乘。得一百億。

用七十二度之通弦再乘。得一千一百

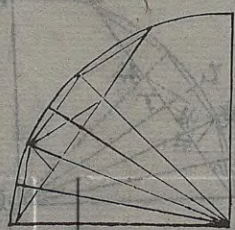
七十五兆五千七百零五億零四百五

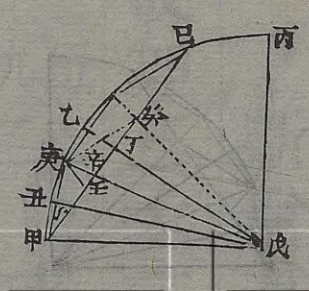
十八萬四千為實。又以半徑十萬自乘。

三因之。得三百億為法。按益實歸除之

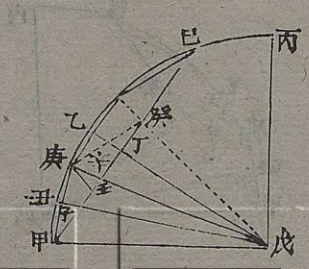
法。除實得四萬一千五百八十二。小餘三三

八一六為二十四度之通弦。折半得二

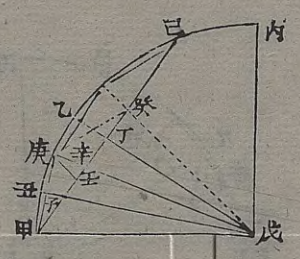




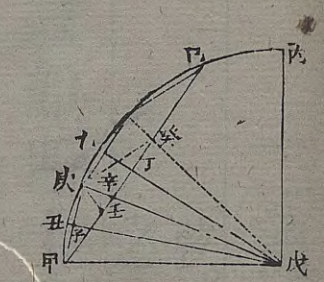
萬零七百九十一。小餘一六九。即十二度之正弦也。如甲乙丙九十度之一象限。其甲乙弧三十六度。甲丁為其正弦。倍之得甲己。即甲乙己七十二度弧之通弦。試以七十二度。取其三分之一二十四度為甲庚弧。其通弦甲庚。與甲戊庚戊兩半徑。成一戊甲庚三角形。又庚戊半徑。截甲己通弦於辛。成一庚甲辛三角形。又依庚辛度。向辛甲邊作庚壬線。成一庚辛壬三角形。此兩三角形。俱與戊甲庚三角形為同式形。其相當各邊。俱成相連比例。故戊甲為一率。甲庚為二率。庚辛為三率。辛壬為四率也。今甲己七十二度之通弦。內有甲庚二率之三倍。而少一辛壬四率。蓋己癸。癸壬。辛甲。三段。皆與甲庚二率等。而癸壬。辛甲。二段內。却重辛壬一小段。是甲己通弦內。有己癸。癸壬。辛甲。三二率。而少一辛壬四率也。若以甲己通弦為高。與一率半徑自乘之。方面相乘所成



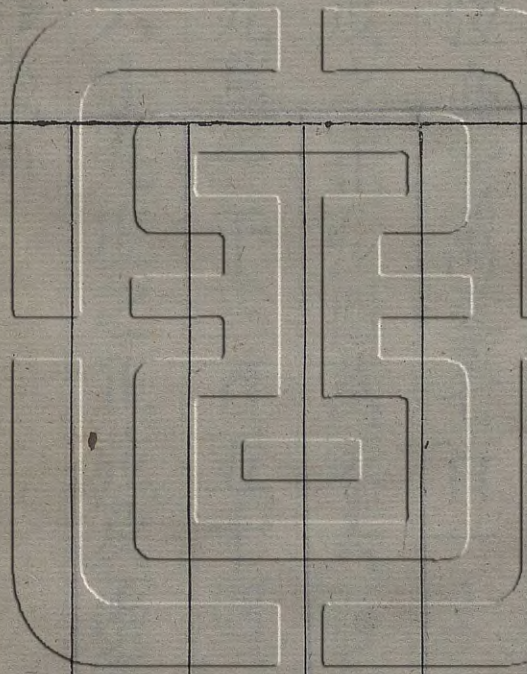
線。成一庚辛壬三角形。此兩三角形。俱與戊甲庚三角形為同式形。其相當各邊。俱成相連比例。故戊甲為一率。甲庚為二率。庚辛為三率。辛壬為四率也。今甲己七十二度之通弦。內有甲庚二率之三倍。而少一辛壬四率。蓋己癸。癸壬。辛甲。三段。皆與甲庚二率等。而癸壬。辛甲。二段內。却重辛壬一小段。是甲己通弦內。有己癸。癸壬。辛甲。三二率。而少一辛壬四率也。若以甲己通弦為高。與一率半徑自乘之。方面相乘所成

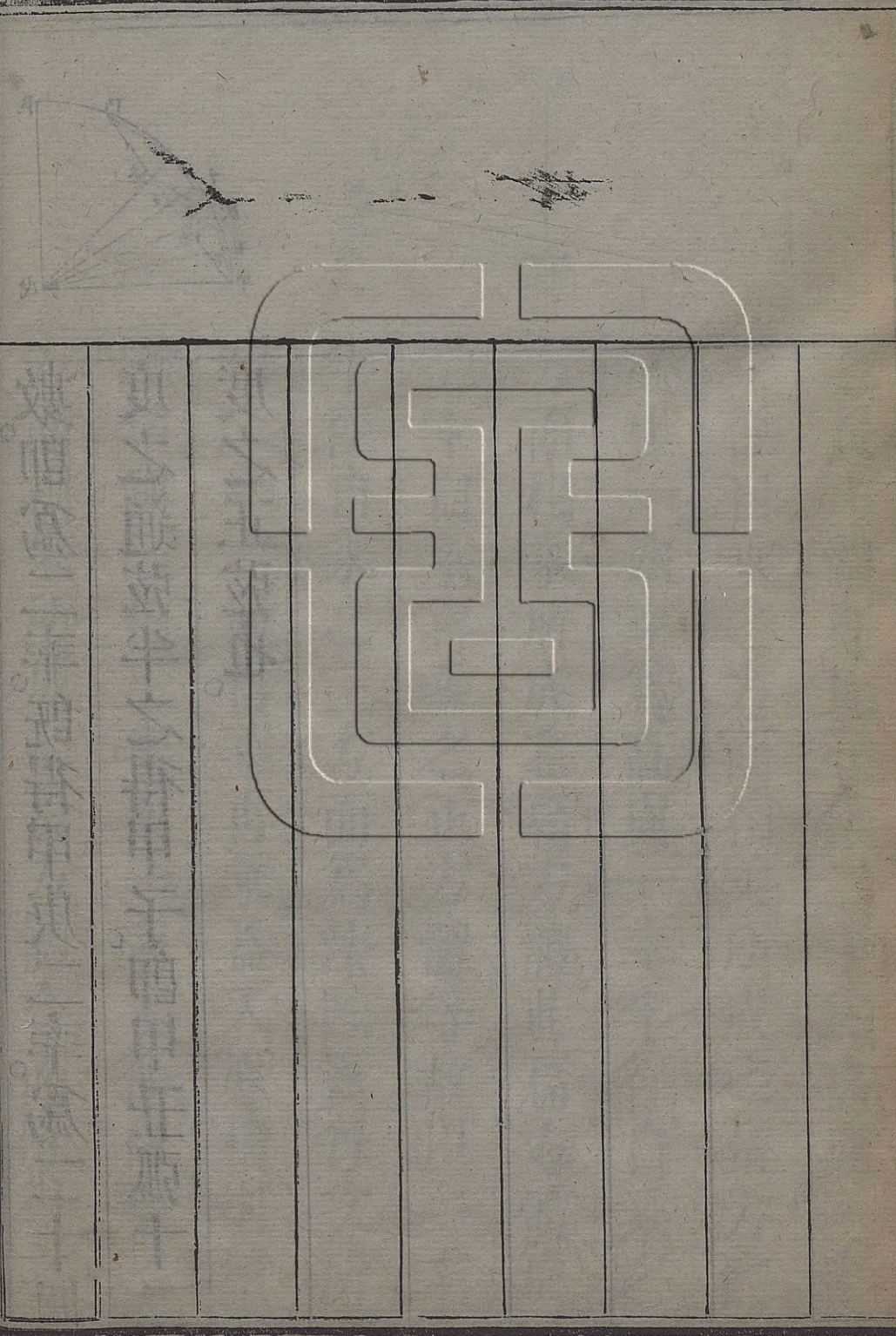


之長方體。則比三倍二率為高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體。必少一四率為高。與一率半徑自乘之方面相乘所成之扁方體。此扁方體與二率自乘再乘之正方體等。故以一率半徑自乘之三方面為法除實。每次所得二率之數自乘再乘。益入原積。則積漸增。與三倍二率與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體合。而除得之



數。即為二率。既得甲庚二率。為二十四度之通弦半之得甲子。即甲丑弧十二度之正弦也。





二簡法 有兩弧之正弦餘弦求兩弧相加相減之正弦有距六十度前後相等弧之正

弦求距弧之正弦

設如四十五度之正弦七萬零七百一十。小餘六七八一

六。餘弦亦七萬零七百一十。小餘六七八一又有二

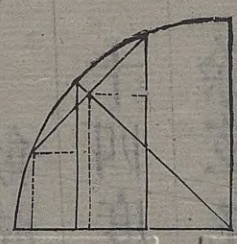
十四度之正弦四萬零六百七十三。小餘六六四三〇七五

餘弦九萬一千三百五十四。小餘五四五七六四二求兩弧

相加六十九度之正弦及兩弧相減二十一度之

正弦各幾何。

法以半徑十萬為一率。四十五度之正



弦七萬零七百一十一小餘六七八為二
率。二十四度之餘弦九萬一千三百五

十四小餘五四五為三率。求得四率六
萬四千五百九十七。小餘四一八又以

半徑十萬為一率。四十五度之餘弦七
萬零七百一十一。小餘六七八為二率。二

十四度之正弦四萬零六百七十三小
六六四三。為三率。求得四率二萬八千

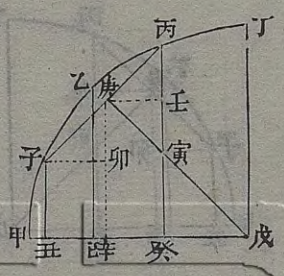
七百六十。小餘六二二三乃以兩四率相
加。得九萬三千三百五十八。小餘〇四

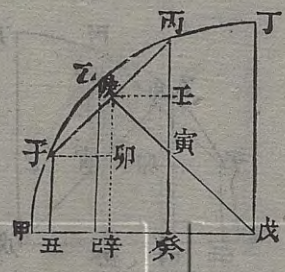
六。即兩弧相加所得六十九度之正弦。
如以兩四率相減。餘三萬五千八百三

十六。小餘七九四即兩弧相減所餘二
十一度之正弦也。如甲乙丙丁九十度

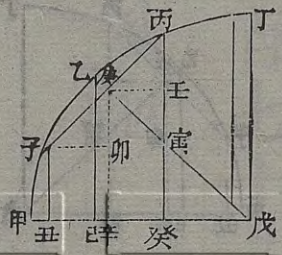
之一象限。其乙甲弧四十五度。乙己為
四十五度之正弦。己戊為四十五度之

餘弦。於乙甲弧四十五度。加丙乙弧二
十四度。得丙甲弧六十九度。又於乙甲

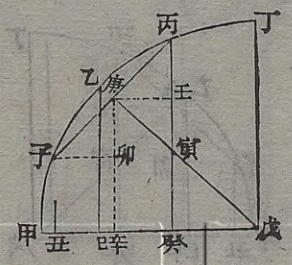




弧四十五度。減乙子弧二十四度。餘子
 甲弧二十一度。試自丙至子作丙子線。
 則丙乙弧乙子弧皆為二十四度。丙庚
 與庚子皆為二十四度之正弦。庚戊則
 為二十四度之餘弦。今以乙戊半徑為
 一率。乙己四十五度之正弦為二率。庚
 戊二十四度之餘弦為三率。求得四率
 庚辛。與壬癸等。又以乙戊半徑為一率。
 己戊四十五度之餘弦為二率。丙庚二

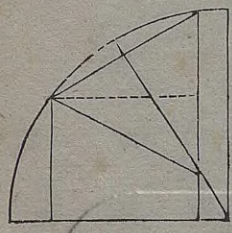


十四度之正弦為三率。求得四率丙壬。
 故以丙壬加於庚辛。庚辛原與壬癸等。共得丙
 癸即丙甲弧六十九度之正弦。如於庚
 辛內減與丙壬相等之庚卯。餘卯辛。與
 子丑等。即子甲弧二十一度之正弦也。
 蓋乙己戊與庚辛戊為同式勾股形。故
 乙戊與乙己之比。同於庚戊與庚辛之
 比。為相當比例四率。又寅癸戊與乙己
 戊亦為同式勾股形。而寅癸戊勾股形

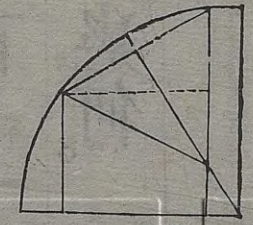


之寅角。與丙庚寅勾股形之寅角。為兩
 尖相對角。其度等。癸角與庚角俱為直
 角。其度又等。則戌角必與丙角等。如作
 庚壬線。成丙壬庚勾股形。則此形之丙
 角。既與乙己戌勾股形之戌角等。而壬
 角又為直角。與乙己戌勾股形之己角
 等。故亦為同式勾股形。而乙戌與己戌
 之比。同於丙庚與丙壬之比。為相當比
 例四率也。

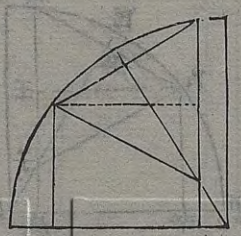
設如八十四度之弧。距六十度二十四度。其正弦九
 萬九千四百五十二。小餘一八九 又有三十六度
 之弧。距六十度亦二十四度。其正弦五萬八千七
 百七十八。小餘五二五 求距弧二十四度之正弦
 幾何。



法以八十四度之正弦九萬九千四百
 五十七。小餘一八九 內減三十六度之
 正弦五萬八千七百七十八。小餘五二
 二。小餘六六四 餘四萬零六百七十三。小餘七六



即距弧二十四度之正弦也。如有距六十度前二十四度為三十六度。其正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五距弧二十四度之正弦四萬零六百七十二。小餘六六四求距六十度後二十四度為八十四度之正弦。則以三十六度之正弦五萬八千七百七十八。小餘五二五與距弧二十四度之正弦四萬零六百七十二。小餘六六四相加。得九萬九千四百五十二。小餘一八九即八十四度之正弦也。又有距六十度後二十四度為八十四度。其正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九距弧二十四度之正弦四萬零六百七十二。小餘六六四求距六十度前二十四度為三十六度之正弦。則以八十四度之正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九與距弧二十四度之正弦四萬零六百七十二。小餘六六四



九千四百五十二。小餘一八九即八十四度之正弦也。又有距六十度後二十四度為八十四度。其正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九距弧二十四度之正弦四萬零六百七十二。小餘六六四求距六十度前二十四度為三十六度之正弦。則以八十四度之正弦九萬九千四百五十二。小餘一八九與距弧二十四度之正弦四萬零六百七十二。小餘六六四

三小餘六六四相減餘五萬八千七百

七十八。小餘五二五即三十六度之正

弦也。如甲乙丙丁九十度之一象限。其

已甲弧六十度。丙甲弧八十四度。丙距

已二十四度。乙甲弧三十六度。乙距已

亦二十四度。丙庚為八十四度之正弦。

乙辛為三十六度之正弦。與壬庚等。丙

壬為兩正弦之較。試自己至象限中心

戊。作已戊線。又自丙至乙作丙乙線。則

丙癸癸乙皆為距弧二十四度之正弦。

與丙壬兩正弦之較相等。蓋已戊甲角

六十度。則已戊丁角為三十度。丙庚與

丁戊平行。則丙子已角。與丁戊已角。為

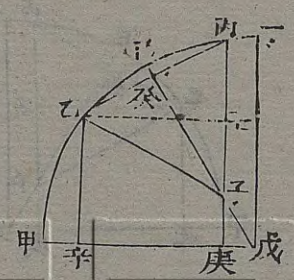
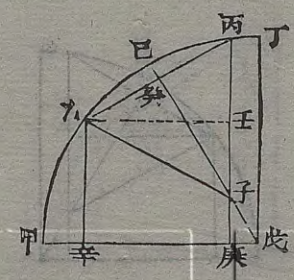
二平行線上所成之內外角必相等。皆

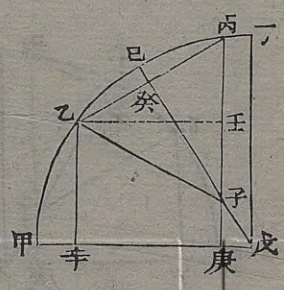
為三十度。丙癸子角為直角。則子丙癸

角必為六十度矣。又自乙至子作乙子

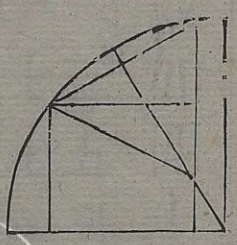
線。則乙癸子與丙癸子為同式勾股形。

癸乙子角亦必為六十度。癸子乙角亦

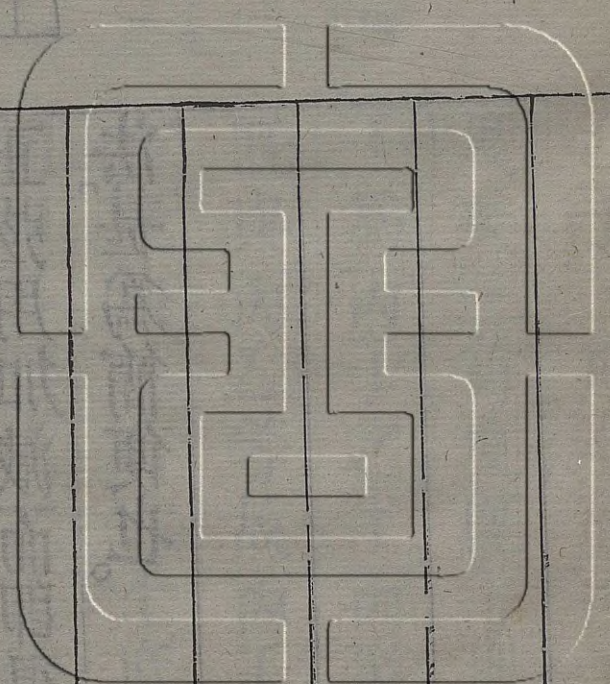




必為二十度。兩勾股形合之共成一丙
 乙子三角形。而丙子乙角亦必為六十
 度矣。三角度既等。則三邊必相等。今丙
 壬為丙子之半。丙癸為丙乙之半。丙子
 既與丙乙等。故丙壬亦必與丙癸等也。
 有此法。凡有六十度以前各弧之正弦。
 則以各距弧之正弦。與之相加。可得六
 十度以後三十度各弧之正弦。若有六
 十度以後各弧之正弦。則以各距弧之
 正弦。與之相減。可得六十度以前三十
 度各弧之正弦。六十度前後三十度之
 正弦。用加減而即得較之勾股比例諸
 法。甚為簡便也。



法。甚為簡便也。



八線相求

設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四。小餘四八

二五四餘弦六萬六千九百一十三。小餘六〇

七七。求正矢正切正割各幾何。

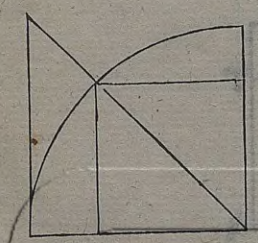
法以半徑十萬內減四十八度之餘弦

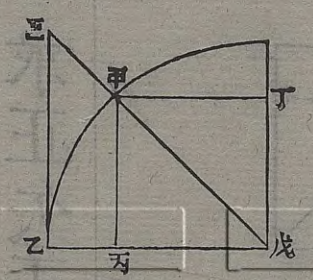
六萬六千九百一十三。小餘六〇餘

三萬三千零八十六。小餘九三九為正

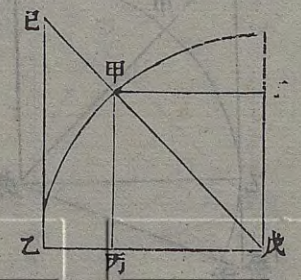
矢。以餘弦六萬六千九百一十三。小餘六

六三。五八。為一率。正弦七萬四千三百一

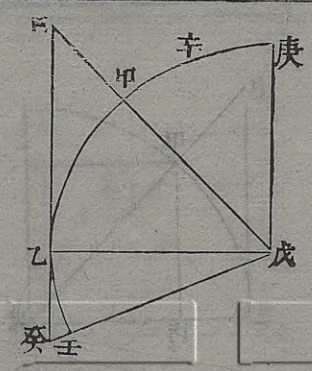




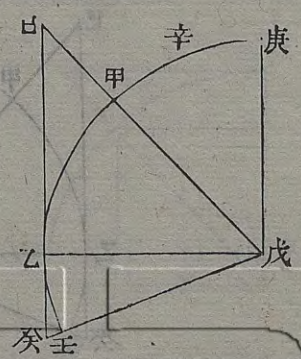
十四 小餘四八二 為二率。半徑十萬為
五四七七 三率。求得四率一十一萬一千零六十
一四八三〇 為正切。以餘弦六萬六
千九百一十三 為一率。半
六三五八 徑十萬為二率。仍以半徑十萬為三率。
求得四率一十四萬九千四百四十七
小餘六五四 為正割也。如圖甲乙弧四
九八六六 十八度。甲丙為正弦。甲丁為餘弦。與丙
戊等。乙丙為正矢。故乙戊半徑內。減與
甲丁餘弦相等之丙戊。餘乙丙。即為正
矢。己乙為正切。己戊為正割。甲丙戊。己
乙戊。兩勾股形為同式形。故丙戊餘弦。
與甲丙正弦之比。同於乙戊半徑。與己
乙正切之比。為相當比例四率。又丙戊
餘弦。與甲戊半徑之比。同於乙戊半徑。
與己乙正割之比。亦為相當比例四率
也。



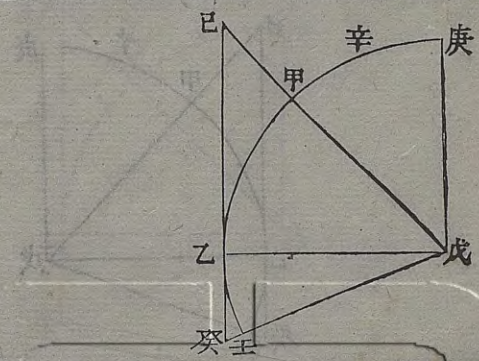
又正切求正割捷法。以餘弧折半得二



十一度。乃以二十一度之正切三萬八千三百八十六。小餘四〇三三五〇三六。與本弧之正切一十一萬一千零六十一。小餘二五一一四八三。相加得一十四萬九千四百四十七。小餘六五四八三三三。即為本弧之正割也。如圖甲乙弧四十八度。己乙為正切。己戊為正割。試將甲庚餘弧四十二度折半得庚辛二十一度。移於乙壬。又作乙癸。為乙壬弧二十一度之正切。與己乙相

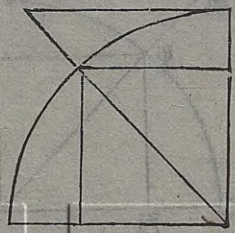


加。得己癸。與己戊正割相等。蓋甲戊乙角四十八度。己乙戊角為直角九十度。二角併之為一百三十八度。於一百八十度內減之。餘四十二度為戊己乙角。今於甲戊乙角四十八度。加乙戊壬角二十一度。遂成己戊癸角。為六十九度。仍與戊己乙角四十二度相加。於一百八十度內減之。所餘亦六十九度。即為戊癸己角。戊癸己角既與己戊癸角相

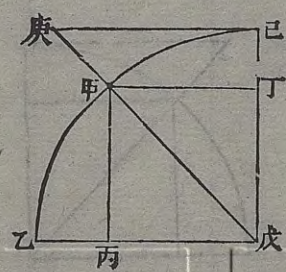


等。則已戊與已癸邊亦必相等也。有此
 法。則凡有逐度逐分之切線。求割線。可
 止用加法。不用四率矣。又凡有本弧之
 正切正割。相減即得半餘弧之正切。若
 有本弧之正割。及半餘弧之正切。相減
 即得本弧之正切也。

設如四十八度之正弦七萬四千三百一十四。小餘四八
 二五四。小餘六〇 餘弦六萬六千九百一十二。小餘六〇
 七七。小餘六三 餘矢餘切餘割各幾何。



法以半徑十萬內減四十八度之正弦
 七萬四千三百一十四。小餘四八 餘
 二萬五千六百八十五。小餘五二 為
 餘矢。以正弦七萬四千三百一十四。小餘四
 四八二五。小餘六〇 為一率。餘弦六萬六千九百
 四七七。小餘六三 為二率。半徑十萬
 一十三。小餘六〇 為三率。求得四率九萬零四十。小餘四
 為三率。求得四率九萬零四十。小餘四
 二九。為餘切。以正弦七萬四千三百一
 十四。小餘四八 為一率。半徑十萬為



二率。仍以半徑十萬為三率。求得四率

一十三萬四千五百六十三。小餘二七二九六。

七。為餘割也。如圖甲乙弧四十八度。甲

丙為正弦。與丁戊等。甲丁為餘弦。己丁

為餘矢。故己戊半徑丙減與甲丙正弦

相等之丁戊。餘己丁。即為餘矢。庚己為

餘切。庚戊為餘割。甲丁戊庚己戊。兩勾

股形為同式形。故丁戊正弦。與甲丁餘

弦之比。同於己戊半徑。與庚己餘切之

比。為相當比例四率。又丁戊正弦與甲

戊半徑之比。同於己戊半徑。與庚戊餘

割之比。亦為相當比例四率也。

又餘切求餘割捷法。以本弧折半得二

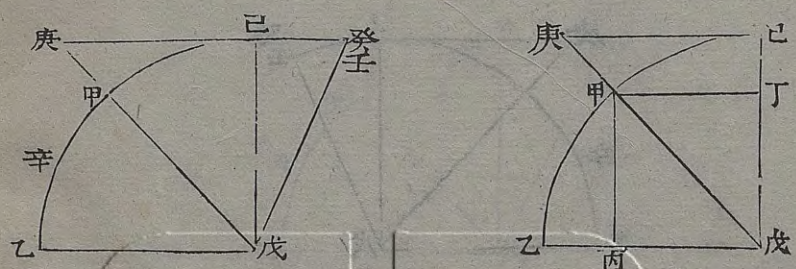
十四度。乃以二十四度之正切四萬四

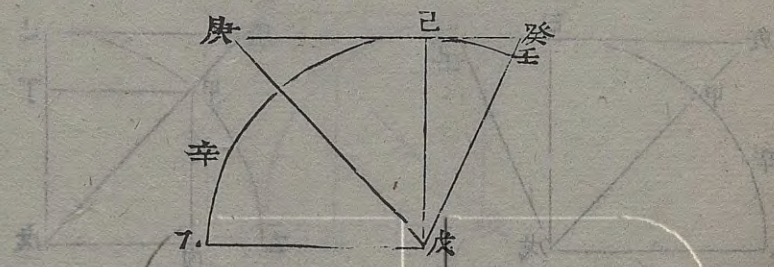
千五百二十二。小餘八六八五三一。與本弧之

餘切九萬零四十四。小餘四〇四二九七。相加。得

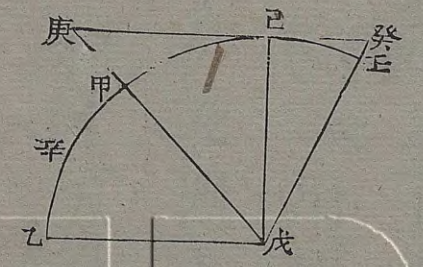
一十三萬四千五百六十三。小餘二七二九六。

七。即為本弧之餘割也。如圖甲乙弧四





十八度。庚己為其餘切。庚戊為其餘割。
 試將甲乙正弧四十八度。折半得辛乙
 二十四度。移於壬己。又作癸己。為壬己
 弧二十四度之正切。與庚己相加。得庚
 癸。與庚戊餘割相等。蓋甲戊己角四十
 二度。庚己戊角為直角九十度。二角相
 併為一百三十二度。於一百八十度內
 減之。餘四十八度。為戊庚己角。今於甲
 戊己角四十二度。加己戊壬角二十四



度。遂成庚戊癸角。為六十六度。仍與戊
 庚己角四十八度相加於一百八十度
 內減之。所餘亦為六十六度。即為戊癸
 庚角。戊癸庚角既與庚戊癸角相等。則
 庚戊與庚癸邊亦必相等也。有此法。則
 凡有逐度逐分之切線。求餘割。亦可止
 用加法。不用四率矣。又凡有本弧之餘
 切餘割。相減即得半本弧之正切。若有
 本弧之餘割。及半本弧之正切。相減即

得本弧之餘切矣。

求象限內各線總法

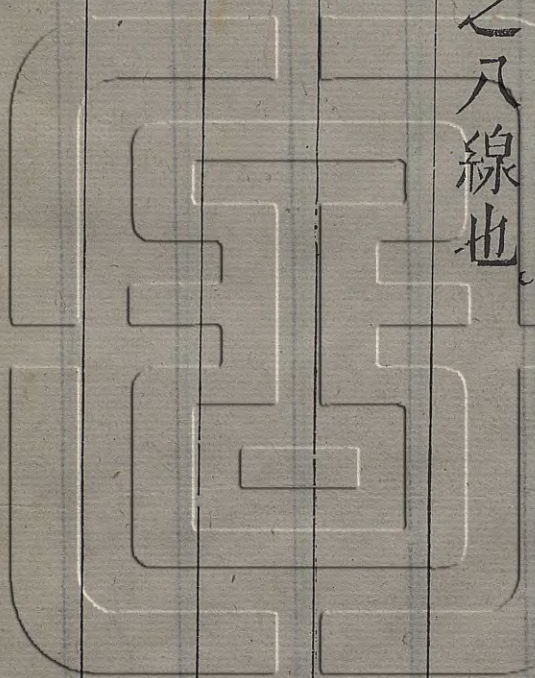
六宗併新增十八邊形。及九邊形之每邊。各半之得
八弧之正弦。用要法之一。各求其餘弦。次取十二度。
十五邊用要法之三。折半四次。得六度。三度。一度。
之半。十分。及四十五分之正弦。復用新增法求其三分之
一。得十五分之正弦。復求其三分之一。即得五分之
正弦。既得五分之正弦。乃用簡法之一。求六十度以
內之正弦。每越五分而得一弦。可得七百二十。又用
簡法之二。求六十度以外之正弦。亦越五分而得一

弦又得三百六十。如以一度之弦與五十九度之弦相加。即六十一度之弦。以二度之弦與五十八度之弦相加。即六十二度之弦。以至二十九度之弦與三十一度之弦相加。即得八十九度之弦。總而計之。一象限中共得正弦一千零八十九。

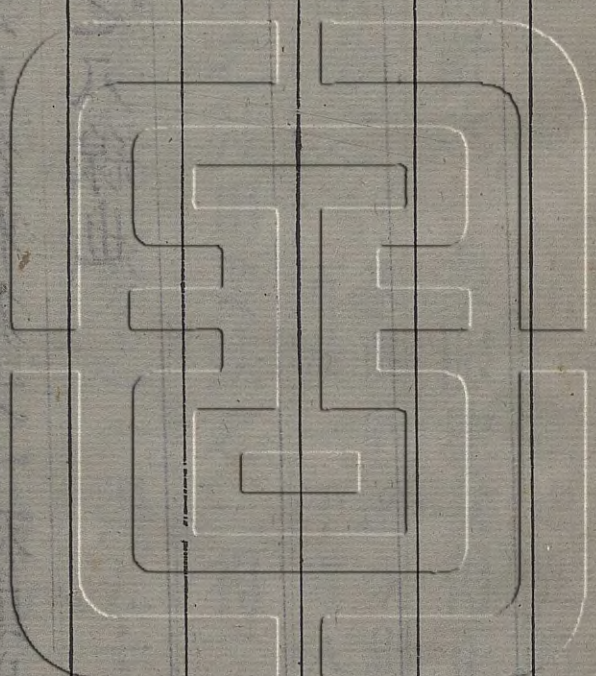
居全表五分之一。象限中逐分計之。共正弦五千四百。故一千零八十九為五分之一也。

再以五分之弦。用要法之三。得二分三十秒之弦。復用新增法。求其三分之一。得五十秒之弦。乃以五十秒之弧為一率。五十秒之弦為二率。一分之弧化六十秒為三率。得四率為一分之弦。既得一分之弦。即用簡法之一。簡法之二。錯綜加減之。則一象限中每

度每分之正弦悉得矣。既得每度每分之正弦。則用前八線相求之法。即得每度每分之切割諸線矣。如於一分之中。欲析為六十秒。則以比例四率求之。即得每秒之八線也。



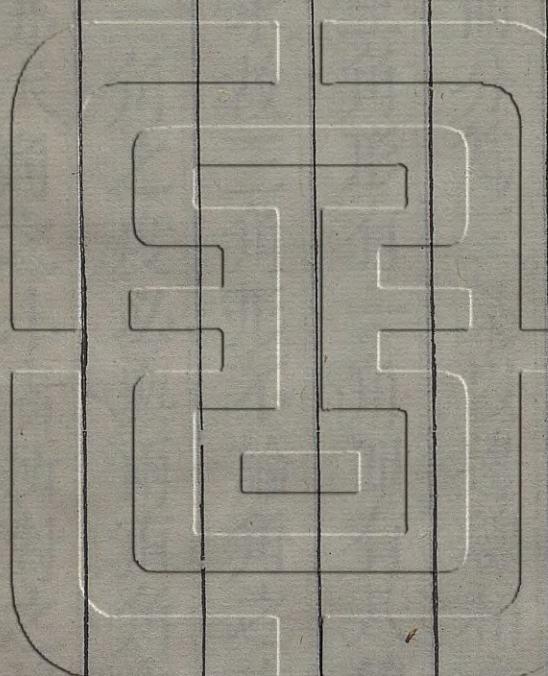
御製數理精蘊 編卷十七 三



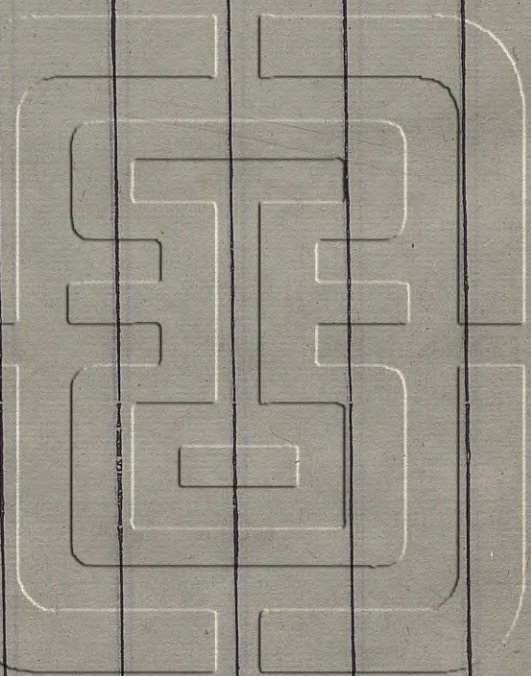
御製數理精蘊下編卷十七

面部七

三角形邊線角度相求



御製數理精蘊 下 卷十七 目錄 一 面部

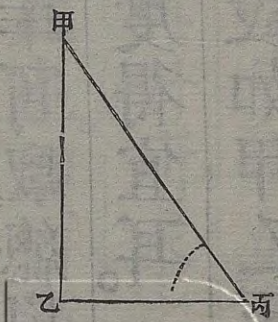


與三角形邊線角度相求

三角形有直角者為勾股。無直角者作中垂線。分為兩直角形。則亦成兩勾股。是皆有其二而得其一。或有三而分為二。槩以邊線相求者也。至於割圓之法。則凡三角形。有一角即有八線。皆成勾股。而可比例以相求。故三角形不論角之直與銳鈍。要以角度為準。而三角之度。必與兩直角之度等。角之大者。所對之邊亦大。角之小者。所對之邊亦小。凡三角三邊。但知其三而其餘者悉可得。若直角。則惟知其二而

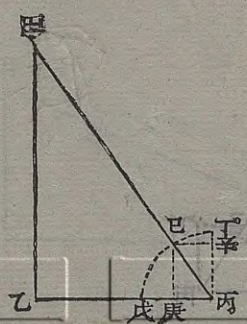
其餘者亦可得。此三角之法所由立。而測量之用所由廣也。如知兩角一邊求又一邊者。以對所知之角與對所求之角爲比。卽如所知之邊與所求之邊爲比也。知兩邊一角求又一角者。以對所知之邊與對所求之邊爲比。卽如所知之角與所求之角爲比也。或所知之一角。在所知兩邊之間。而求又一角者。則角無所對之邊。而邊亦無所對之角。必用兩邊之和較。與所知角之外角半弧之切線爲比。而得所求兩角與所知角之外角半弧之較。旣得較。而角度亦得矣。又如知三邊而求三角者。則以三角形求中垂線法。分爲兩直角形。而三角自隨之。而得或用三邊之方面。按法比例。而得兩直角形之各一角。旣得一角。而三角亦可得矣。若止有三角則三邊無所約束。故不成法。蓋角度爲虛率。而邊線爲實數。有實數而虛率可馭。總以比例四率。展轉用之。惟在分合有法。相度得宜耳。

設如甲乙丙直角三角形。乙角爲直角九十度。知丙角五十七度。丙乙邊五丈。求甲乙邊幾何。



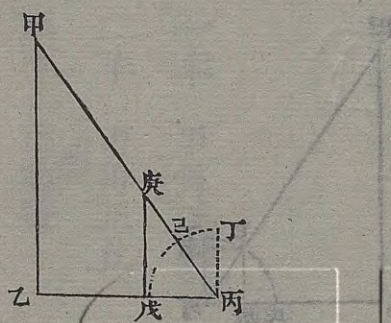
- 一率 甲角正弦
- 二率 丙角正弦
- 三率 丙乙邊
- 四率 甲乙邊

法以丙角五十七度與象限九十度相減。餘三十三度為甲角。乃以甲角為對所知之角。其正弦五萬四千四百六十四為一率。丙角為對所求之角。其正弦八萬三千八百六十七為二率。丙乙邊為所知之邊。其數五丈為三率。求得四率七丈六尺九寸九分三釐有餘。即甲乙為所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧為丙角之正弦。己庚線為丙角之



正弦。丁己弧為丙角之餘弧。即甲角之正弦。辛己線為丙角之餘弦。即甲角之正弦。是故丙角五十七度之餘弧。為三十三度。丙角五十七度之餘弦。為三十三度之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形為同式形。故甲角正弦丙庚。即辛與丙角正弦己庚之比。同於丙乙邊與甲乙邊之比。為相當比例四率也。又法以半徑十萬為一率。丙角五十七

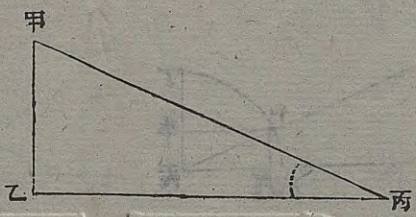
- 一率 半徑
- 二率 丙角正切
- 三率 丙乙邊
- 四率 甲乙邊



度之正切一十五萬三千九百八十六
 為二率。丙乙邊五丈為三率。求得四率
 七丈六尺九寸九分三釐。即甲乙邊也。
 如丙丁戊一象限。切已戊弧作庚戊線。
 為丙角之正切。則丙戊為半徑。庚戊丙
 與甲乙丙兩勾股形為同式形。故丙戊
 半徑與庚戊正切之比。同於丙乙邊與
 甲乙邊之比。為相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角。九十度。知丙

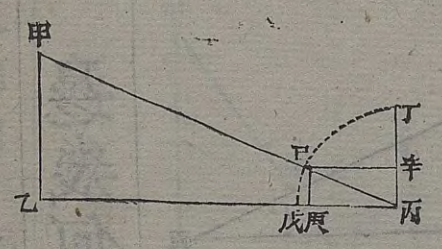
角二十三度三十五分。甲乙邊三十二丈。求丙乙
 邊幾何。



- 一率 丙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 丙乙邊

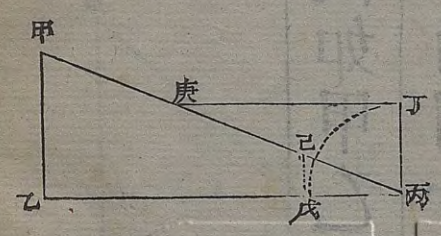
法以丙角二十三度三十五分與九十
 度相減。餘六十六度二十五分為甲角。
 乃以丙角為對所知之角。其正弦四萬
 零八為一率。以甲角為對所求之角。其
 正弦九萬一千六百四十八為二率。甲
 乙邊為所知之邊。其數三十二丈為三
 率。求得四率七十三丈三尺零三分有

- 一率 丙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 丙乙邊



餘卽丙乙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弧。己庚線爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽甲角之正弧。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。故丙角二十三度三十五分之餘弧。爲六十六度二十五分。丙角二十三度三十五分之餘弦。爲六十六度二十五分之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故丙角正弦己庚

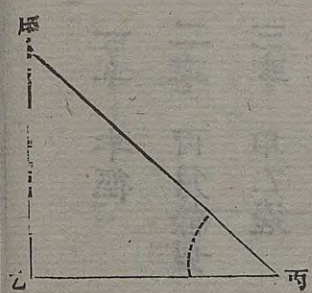
- 一率 半徑
- 二率 丙角餘切
- 三率 甲乙邊
- 四率 丙乙邊



與甲角正弦丙庚之比。同於甲乙邊與丙乙邊之比。爲相當比例四率也。又法以半徑十萬爲一率。丙角二十三度三十五分之餘切線二十二萬九千零七十三爲二率。甲乙邊三十二丈爲三率。求得四率七十三丈三尺零三分有餘。卽丙乙邊也。如丙丁戊一象限。切丁己弧作丁庚線。爲丙角之餘切。卽甲角之正切。則丁丙爲半徑。丙丁庚與甲

乙丙兩勾股形為同式形。故丁丙半徑與丁庚餘切之比。同於甲乙邊與丙乙邊之比。為相當比例四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知丙角四十三度三十七分。丙乙邊二十一尺。求甲丙邊幾何。



法以丙角四十三度三十七分與九十九度相減。餘四十六度二十三分為甲角。乃以甲角為對所知之角。其正弦七萬

二千三百九十七為一率。甲角正弦即丙角餘弦。或

直用丙角餘弦亦可。以乙角為對所求之角。其正

弦即半徑十萬為二率。丙乙邊為所知

之邊。其數二十一尺為三率。求得四率

二十九尺零六釐有餘。即甲丙為所求

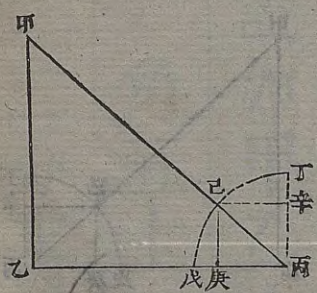
之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧為丙

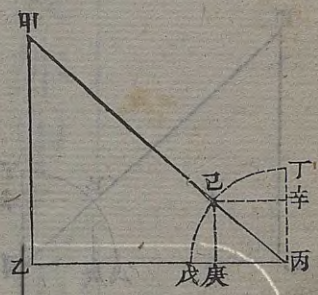
角之正弧。丁己弧為丙角之餘弧。即甲

角之正弧。辛己線為丙角之餘弦。即甲

角之正弦。與丙庚等。己丙線為半徑。即九十

- 一率 甲角正弦
- 二率 半徑
- 三率 丙乙邊
- 四率 甲丙邊

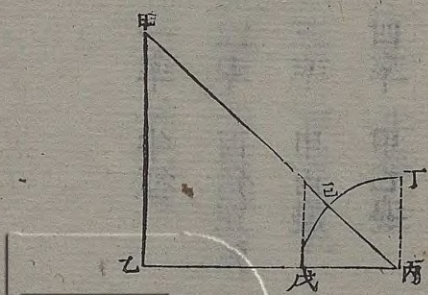




一率 半徑
 二率 丙角正割
 三率 丙乙邊
 四率 甲丙邊

度之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形。為同式形。故甲角正弦丙庚與半徑己丙之比。同於丙乙邊與甲丙邊之比。為相當比例四率也。

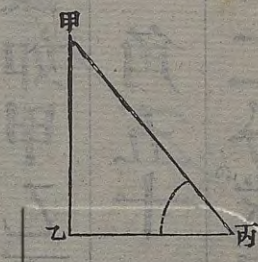
又法以半徑十萬為一率。丙角四十三度三十七分之正割一十三萬八千一百二十七為二率。丙乙邊二十一尺為三率。求得四率二十九尺零六釐有餘。即甲丙邊也。如丙丁戊一象限。切己戊



弧作庚戊線。為丙角之正切。則丙戊為半徑。庚丙為正割。庚戊丙與甲乙丙兩勾股形為同式形。故丙戊半徑與庚丙正割之比。同於丙乙邊與甲丙邊之比。為相當比例四率也。

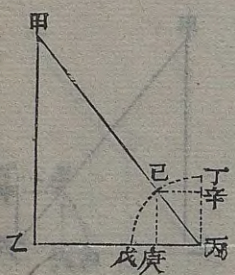
設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知丙角五十一度五十一分。甲丙邊八十九丈零二寸二分。求甲乙邊丙乙邊各幾何。

法以丙角五十一度五十一分與九十



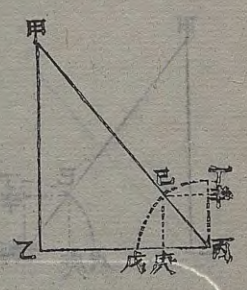
- 一率 半徑
- 二率 丙角正弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 甲乙邊

度相減。餘三十八度零九分爲甲角。求甲乙邊。則以乙角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。以丙角爲對所求之角。其正弦七萬八千六百四十爲二率。甲丙邊爲所知之邊。其數八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率七十丈零六分有餘。卽甲乙爲所求之邊也。求丙乙邊。亦以乙角爲對所知之角。其正弦卽半徑十萬爲一率。而以甲角爲對所求之角。其正弦六萬一千七百七十二爲二率。甲丙邊爲所知之邊。其數八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率五十四丈九尺九寸有餘。卽丙乙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弧。己庚線爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽甲角之正弧。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。



- 一率 半徑
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 丙乙邊

對所求之角。其正弦六萬一千七百七十二爲二率。甲丙邊爲所知之邊。其數八十九丈零二寸二分爲三率。求得四率五十四丈九尺九寸有餘。卽丙乙爲所求之邊也。如丙丁戊一象限。己戊弧爲丙角之正弧。己庚線爲丙角之正弦。丁己弧爲丙角之餘弧。卽甲角之正弧。辛己線爲丙角之餘弦。卽甲角之正弦。己庚丙與甲乙丙兩勾股形爲同式形。

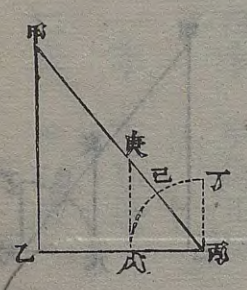


- 一率 丙角正割
- 二率 丙角正切
- 三率 甲丙邊
- 四率 甲乙邊

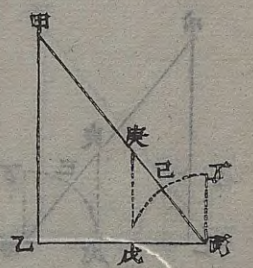
故半徑已丙與丙角正割已庚之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。為相當比例。四率又半徑已丙與甲角正割丙庚之比。同於甲丙邊與丙乙邊之比。為相當比例。四率也。

又法求甲乙邊。以丙角五十一度五十分之一分之正割一十六萬一千八百八十五為一率。其正切一十二萬七千三百零六為二率。甲丙邊八十九丈零二寸

- 一率 丙角正割
- 二率 半徑
- 三率 甲丙邊
- 四率 丙乙邊



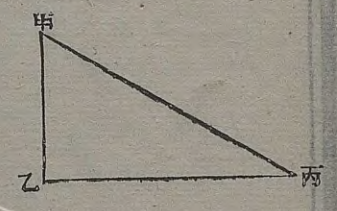
二分為三率。求得四率七十丈零六分有餘。即甲乙邊也。求丙乙邊。則仍以丙角正割一十六萬一千八百八十五為一率。而以半徑十萬為二率。仍以甲丙邊八十九丈零二寸二分為三率。求得四率五十四丈九尺九寸有餘。即丙乙邊也。如丙丁戊一象限。已戊弧為丙角之正弧。庚戊線為丙角之正切。庚丙線為丙角之正割。庚戊丙與甲乙丙兩勾



股形為同式形。故丙角正割庚丙與正切庚戊之比。同於甲丙邊與甲乙邊之比。又丙角正割庚丙與半徑丙戊之比。同於甲丙邊與丙乙邊之比。皆為相當比例四率也。

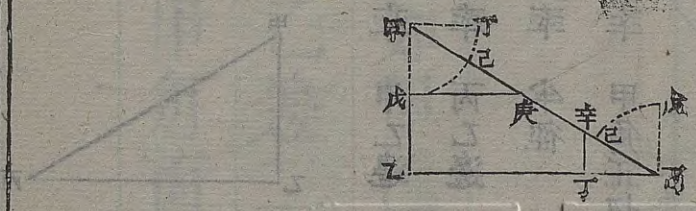
設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知甲乙邊二十丈。丙乙邊三十四丈六尺四寸一分。求甲角丙角各幾何。

法以甲乙邊二十丈為一率。丙乙邊三

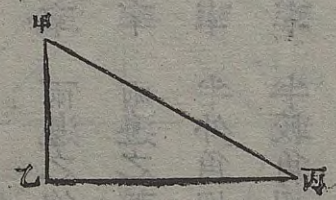


- 一率 甲乙邊
- 二率 丙乙邊
- 三率 半徑
- 四率 甲角正切
- 一率 丙乙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 半徑
- 四率 丙角正切

十四丈六尺四寸一分為二率。半徑十萬為三率。求得四率一十七萬三千二百零五。為甲角之正切。檢八線表得六十度。即甲角之度。與九十度相減。餘三十度。即丙角之度也。如先求丙角。則以丙乙邊三十四丈六尺四寸一分為一率。甲乙邊二十丈為二率。半徑十萬為三率。求得四率五萬七千七百三十五。為丙角之正切。檢八線表得三十度。即



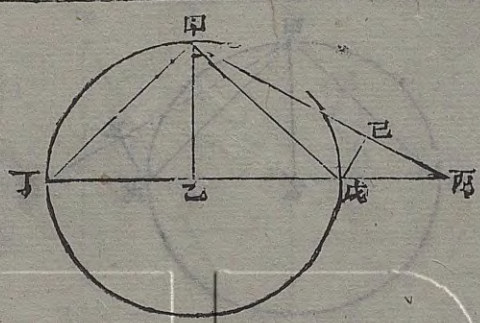
丙角之度。與九十度相減。餘六十度。卽
 甲角之度也。如圖先求甲角。則如甲丁
 戊一象限。己戊弧爲甲角六十度之弧。
 庚戊爲甲角之正切。甲戊爲半徑。甲戊
 庚與甲乙丙兩勾股形爲同式形。故甲
 乙邊與丙乙邊之比。同於甲戊半徑與
 庚戊正切之比。爲相當比例四率。先求
 丙角。則如丙丁戊一象限。己丁弧爲丙
 角三十度之弧。辛丁爲丙角之正切。丙



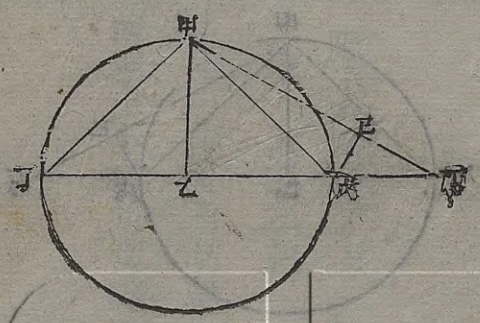
丁爲半徑。丙丁辛與丙乙甲兩勾股形
 爲同式形。故丙乙邊與甲乙邊之比。同
 於丙丁半徑與辛丁正切之比。爲相當
 比例四率也。
 又法以甲乙邊二十丈。與丙乙邊三十
 四丈六尺四寸一分相加。得五十四丈
 六尺四寸一分。爲兩邊之和。爲一率。又
 以甲乙邊二十丈。與丙乙邊三十四丈
 六尺四寸一分相減。餘一十四丈六尺

- 一率 兩邊之總
- 二率 兩邊之較
- 三率 半外角切線
- 四率 半較角切線

四寸一分為兩邊之較。為二率。以乙角之外角九十度。折半得四十五度。為半外角。其正切十萬。為三率。四十五度之正切。與半徑十萬。求得四率二十六萬七千九百四十八。為半較角之正切。檢八線表得十五度為半較角。與半外角四十五度相減。餘三十度。即丙角之度。如以半較角十五度與半外角四十五度相加。得六十度。即甲角之度也。如圖甲乙丙直角

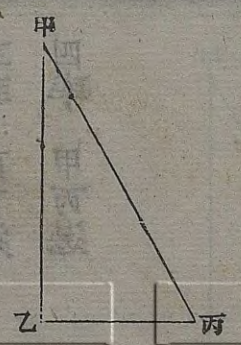


三角形。以乙直角為心。甲乙小邊為半徑。作一甲戊丁圓。截丙乙大邊於戊。將丙乙引長至圓界丁。則丁乙。戊乙俱為半徑。與甲乙等。自丁至丙。即兩邊之和。自戊至丙。即兩邊之較。甲乙丁角。即乙角之外角。試自甲至戊。作一甲戊線。則成甲乙戊直角三角形。其乙甲戊與乙戊甲二角相併。與甲乙丁外角度等。今折半用其正切。即如用甲戊乙角之正



切。又心角與邊角度等。其切線亦等。故
 自甲至丁作一丁甲線。即甲戊丁角之
 正切。又戊甲丙角。即甲角大於甲戊乙
 角之較。又即丙角小於甲戊乙角之較。
 故於圓界戊至甲丙邊已作已戊線。與
 甲丁線平行。即戊甲己角之正切。且丙
 丁甲三角形與丙戊己三角形為同式
 形。故兩邊之和丙丁與甲戊丁半外角
 切線甲丁之比。即同於兩邊之較丙戊
 與半較角切線已戊之比。為相當比例
 四率也。

設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知甲
 乙邊六十尺。丙乙邊三十二尺。求甲丙邊幾何。



- 一率 甲乙邊
- 二率 丙乙邊
- 三率 半徑
- 四率 甲角正切

法以甲乙邊六十尺為一率。丙乙邊三
 十二尺為二率。半徑十萬為三率求得
 四率五萬三千三百三十三。為甲角之
 正切。檢八線表得二十八度零四分。即
 甲角之度。如用丙乙邊作一率。甲乙
 邊作二率。即先得丙角度。乃

一率 甲角正弦

二率 半徑

三率 丙乙邊

四率 甲丙邊

一率 半徑

二率 甲角正割

三率 甲乙邊

四率 甲丙邊

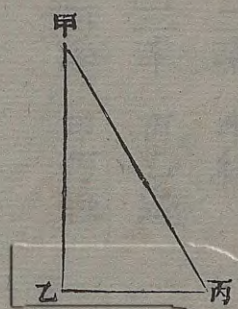
以甲角為對所知之角。其正弦四萬七千零五十為一率。乙角為對所求之角。其正弦即半徑十萬為二率。丙乙邊為所知之邊。其數三十二尺為三率。求得四率六十八尺零一分二釐有餘。即甲丙為所求之邊也。又既得甲角之後。用割線法。則以半徑為一率。甲角之正割為二率。甲乙邊為三率。求得四率。即甲丙為所求之邊也。或得丙角。則用丙角

之正割為二率。丙乙邊為三率。亦得甲丙邊若得丙角。仍用甲乙邊為三率。則用丙角餘割之。即甲角之正割。為二率。而亦得甲丙邊也。

又法用勾股求弦。以甲乙為股。丙乙為勾。求得弦。即甲丙邊也。法已載於勾股集中。

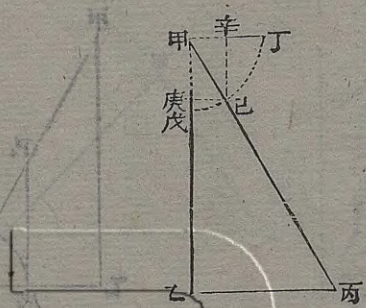
設如甲乙丙直角三角形。乙角為直角九十度。知甲丙邊一百零二丈二尺。丙乙邊四十八丈。求甲角

丙角各幾何。



一率 甲丙邊
 二率 丙乙邊
 三率 半徑
 四率 甲角正弦

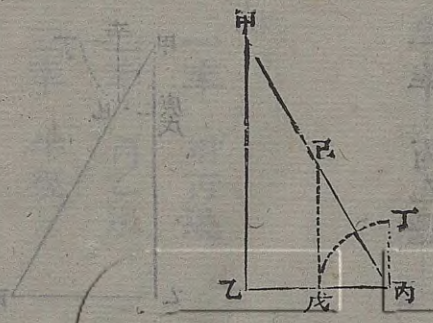
法以甲丙邊為對所知之邊。其數一百零二丈二尺為一率。丙乙邊為對所求之邊。其數四十八丈為二率。乙角為所知之角。其正弦即半徑十萬為三率。求得四率四萬六千九百六十六。為甲角之正弦。檢八線表得二十八度零一分。即甲角之度也。甲角之餘弦。即丙角之正弦。如檢八線表餘弦數得六十一度



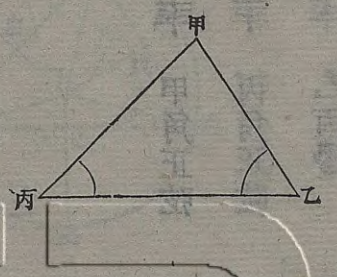
一率 丙乙邊
 二率 甲丙邊
 三率 半徑
 四率 丙角正弦

五十九分。即丙角之度也。如甲丁戊一象限。已庚為甲角正弦。辛已與甲庚等。為甲角之餘弦。即丙角之正弦。甲庚已與甲乙丙兩勾股形。為同式形。故甲丙邊與丙乙邊之比。同於甲已半徑與已庚正弦之比。為相當比例四率也。又法以丙乙邊四十八丈為一率。甲丙邊一百零二丈二尺為二率。半徑十萬為三率。求得四率二十一萬二千九百

一十六。為丙角之正割。檢八線表得六十一度五十九分。即丙角之度也。其丙角之餘割。即甲角之正割。如檢餘割數得二十八度零一分。即甲角之度也。如丙丁戊一象限。丙戊為半徑。己戊為丙角之正切。己丙為丙角之正割。甲乙丙與己戊丙兩勾股形。為同式形。故丙乙邊與甲丙邊之比。同於丙戊半徑與己丙正割之比。為相當比例四率也。



設如甲乙丙銳角三角形。知乙丙邊三十二丈。乙角六十度。丙角四十六度。求甲乙邊甲丙邊各幾何。法以乙角六十度與丙角四十六度相加。得一百零六度。與半圓一百八十度相減。餘七十四度。為甲角。求甲丙邊。則以甲角為對所知之角。其正弦九萬六千一百二十六為一率。以乙角為對所求之角。其正弦八萬六千六百零三為二率。乙丙邊為所知之邊。其數三十二



- 一率 甲角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

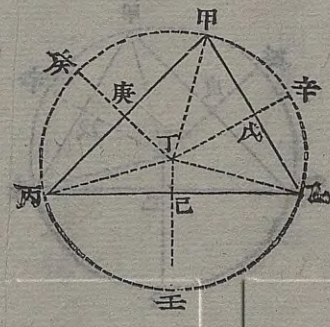
一率 甲角正弦
 二率 乙角正弦
 三率 乙丙邊
 四率 甲丙邊

一率 甲角正弦
 二率 丙角正弦
 三率 乙丙邊
 四率 甲乙邊

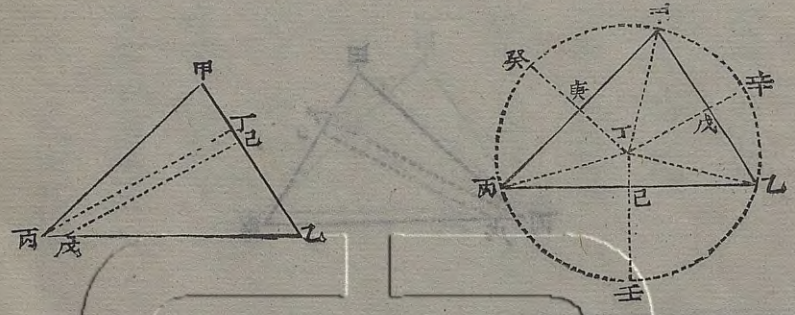
丈為三率。求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。即甲丙為所求之一邊也。求甲乙邊。則仍以甲角為對所知之角。其正弦九萬六千一百二十六為一率。而以丙角為對所求之角。其正弦七萬一千九百三十四為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數三十二丈為三率。求得四率二十三丈九尺四寸六分有餘。即甲乙為所求之又一邊也。如圖甲乙



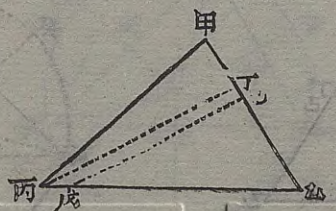
丙三角形。作含三角形之圓。則每界角各對一弧。試自圓心丁作三角形各邊之垂線。即將每角所對之弧。平分一半。各成兩心角。其每一心角。與相當各界角之度等。見幾何原本四卷第十三節。是以乙角所對甲丙弧。原係一百二十度。今為丁庚癸垂線所平分。各為六十度。一為甲丁癸。一為癸丁丙。皆與乙角原度等。丙角所對甲乙弧。原係九十二度。今為丁戊



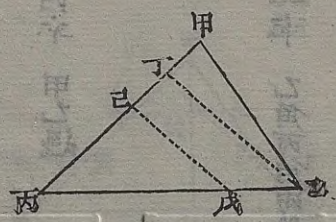
辛垂線所平分。各為四十六度。一為甲
 丁辛。一為辛丁乙。皆與丙角原度等。甲
 角所對乙丙弧。原係一百四十八度。今
 為丁己壬垂線所平分。各為七十四度。
 一為乙丁壬。一為壬丁丙。皆與甲角原
 度等。乙己為乙丁壬角之正弦。己丙為
 壬丁丙角之正弦。亦即甲角之正弦。甲
 庚為甲丁癸角之正弦。庚丙為癸丁丙
 角之正弦。亦即乙角之正弦。甲戊為甲



丁辛角之正弦。戊乙為辛丁乙角之正
 弦。亦即丙角之正弦。故求甲丙邊者。以
 乙己與甲庚之比。或己丙與庚丙之比。
 皆同於乙丙與甲丙之比。又如求甲乙
 邊者。以己丙與甲戊之比。或乙己與戊
 乙之比。皆同於乙丙與甲乙之比。俱是
 半與半全與全之比例。而各為相當比
 例四率也。又圖求甲丙邊者。則用甲丙
 為半徑。自丙角至甲乙界作丙丁垂線。



為甲角正弦。又依甲丙度截丙乙於戊。使戊乙與甲丙等。凡用正弦比例。因在圓內。皆同半徑。今使戊乙與甲丙相同。而後正弦之大小乃見。乃自戊至甲乙界。又作戊己垂線。為乙角正弦。觀戊己小於丙丁。則知甲丙同戊亦小於乙丙。故甲角正弦丙丁與乙角正弦戊己之比。同於乙丙邊與甲丙邊之比。為相當比例。四率也。又如求甲乙邊者。則用甲乙為半徑。自乙角至甲丙界作乙丁垂線。



為甲角正弦。又依甲乙度截乙丙於戊。使戊丙與甲乙等。乃自戊至甲丙界又作戊己垂線。為丙角正弦。觀戊己小於乙丁。則知甲乙同戊亦小於乙丙。故甲角正弦乙丁與丙角正弦戊己之比。同於乙丙邊與甲乙邊之比。為相當比例。四率也。

又法求甲乙邊。以乙角六十度之餘切五萬七千七百三十五。與丙角四十六

一率 乙角丙角兩餘切

二率 乙角餘割

三率 乙丙邊

四率 甲乙邊

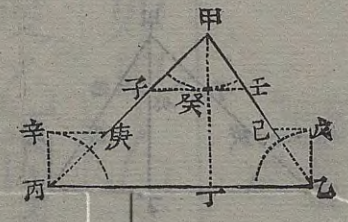
一率 乙角丙角兩餘切

二率 丙角餘割

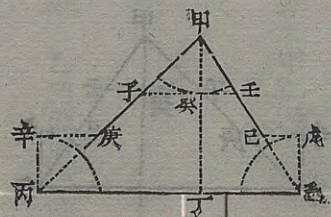
三率 乙丙邊

四率 甲丙邊

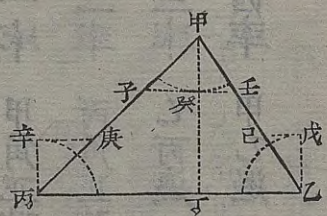
度之餘切九萬六千五百六十九相加。得一十五萬四千三百零四為一率。乙角之餘割一十一萬五千四百七十為二率。乙丙邊三十二丈為三率。求得四率二十三丈九尺四寸六分有餘。即甲乙邊。求甲丙邊。則仍以兩角餘切相加。之一十五萬四千三百零四為一率。而以丙角餘割一十三萬九千零一十六為二率。仍以乙丙邊三十二丈為三率。求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。即甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一銳角三角形。分為甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。即如乙角六十度。與象限九十度相減。餘三十度。為甲丁乙三角形之甲角。又丙角四十六度。與象限九十度相減。餘四十四度。為甲丁丙三角形之甲角。乙角之餘切戊己。即甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬癸。乙角之餘割



求得四率二十八丈八尺二寸九分有餘。即甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一銳角三角形。分為甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。即如乙角六十度。與象限九十度相減。餘三十度。為甲丁乙三角形之甲角。又丙角四十六度。與象限九十度相減。餘四十四度。為甲丁丙三角形之甲角。乙角之餘切戊己。即甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬癸。乙角之餘割



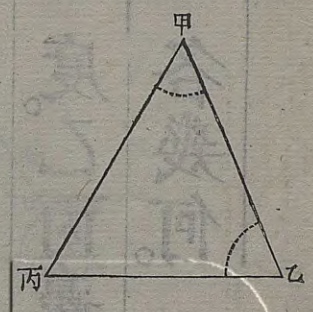
己乙。卽甲丁乙三角形之甲角之正割。
 如甲壬。而丙角之餘切庚辛。卽甲丁丙
 三角形之甲角之正切。如癸子。丙角之
 餘割庚丙。卽甲丁丙三角形之甲角之
 正割。如甲子。若乙角丙角兩餘切相加。
 卽兩甲角正切相加之和。如壬子。甲癸
 壬與甲丁乙兩三角形。爲同式形。甲癸
 子與甲丁丙兩三角形。爲同式形。故甲
 壬子與甲乙丙兩三角形。亦爲同式形。



是故求甲乙邊者。以壬子與甲壬之比。
 同於乙丙與甲乙之比。求甲丙邊者。以
 壬子與甲子之比。同於乙丙與甲丙之
 比。皆爲相當比例四率也。

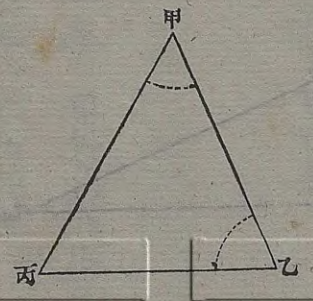
設如甲乙丙銳角三角形。知甲角五十度。乙角七十
 度。乙丙邊九丈七尺八寸。求丙角甲乙邊甲丙邊
 各幾何。

法以甲角五十度與乙角七十度相加。
 得一百二十度。與半圓一百八十度相



一率 甲角正弦
二率 丙角正弦
三率 乙丙邊
四率 甲乙邊

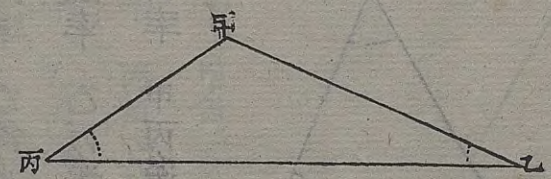
減餘六十度為丙角。求甲乙邊。則以甲角為對所知之角。其正弦七萬六千六百零四為一率。以丙角為對所求之角。其正弦八萬六千六百零三為二率。乙丙邊為所知之邊。其數九丈七尺八寸為三率。求得四率一十一丈零五寸六分有餘。即甲乙為所求之一邊也。求甲丙邊。則仍以甲角為對所知之角。其正弦七萬六千六百零四為一率。而以乙角為對所求之角。其正弦九萬三千九百六十九為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數九丈七尺八寸為三率。求得四率一十一丈九尺九寸六分有餘。即甲丙為所求之又一邊也。此法所知之角與邊。雖與前法少異。然總是有兩角一邊。得其所餘一角。則仍與前法同矣。



一率 甲角正弦
二率 乙角正弦
三率 乙丙邊
四率 甲丙邊

設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角二十四度。丙角三十六度三十分。乙丙邊七十九丈零一吋。求甲乙

邊甲丙邊各幾何



法以乙角二十四度與丙角三十六度三十分相加得六十度三十分與半圓一百八十度相減餘一百一十九度三十分為甲鈍角求甲乙邊則以甲鈍角為對所知之角夫甲角既為鈍角過九十度乃用其外角將甲角一百一十九度三十分與半圓一百八十度相減餘六十度三十分為甲角之外角其正弦

八萬七千零三十六為一率凡鈍角之外角其正

弦即鈍角之正弦丙角為對所求之角

其正弦五萬九千四百八十二為二率

乙丙邊為所知之邊其數七十九丈零

一寸為三率求得四率五十三丈九尺

九寸七分即甲乙為所求之一邊也如

求甲丙邊則仍以甲角為對所知之角

用其外角正弦八萬七千零三十六為

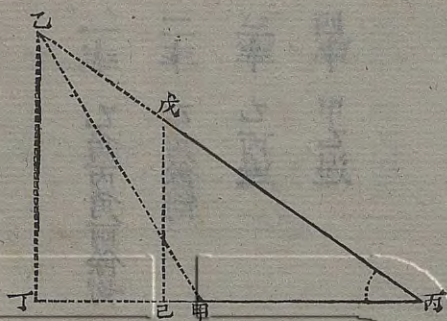
一率而以乙角為對所求之角其正弦

- 一率 甲外角正弦
- 二率 丙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲乙邊

- 一率 甲外角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

- 一率 甲外角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

四萬零六百七十四為二率。仍以乙丙邊七十九丈零一寸為三率。求得四率三十六丈九尺二寸三分有餘。如既得甲乙邊而以前角為對所知之角。其正弦為一率。甲乙邊為所知之邊。其數為三率。所得亦即甲丙為所求之又一邊也。此法亦有兩角一邊。但甲為鈍角。故用外角正弦。求法畧異。試以求甲乙邊言之。則甲乙邊為半徑。於甲角之外。作乙丁垂線。則成乙甲丁之外角。其乙丁垂線即

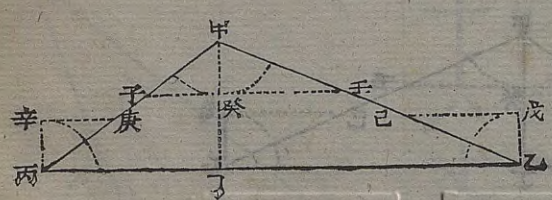


乙甲丁外角之正弦。又按甲乙邊度截乙丙邊於戊。使戊丙與甲乙半徑等。作戊己垂線。即丙角之正弦。夫戊己丙與乙丁丙兩勾股形。為同式形。故乙甲丁外角之正弦乙丁與丙角之正弦戊己之比。即同於乙丙邊與等甲乙邊之戊丙之比。為相當比例四率也。其求甲丙邊用外角正弦。其理亦同。又法求甲乙邊。以乙角二十四度之餘

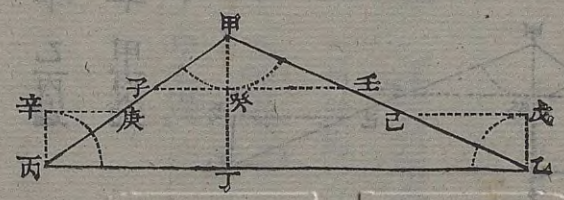
- 一率 乙角丙角兩餘切
- 二率 乙角餘割
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲乙邊

切二十二萬四千六百零四。與丙角三十六度三十分之餘切一十三萬五千一百四十二相加。得三十五萬九千七百四十六為一率。乙角之餘割二十四萬五千八百五十九為二率。乙丙邊七十九丈零一寸為三率。求得四率五十三丈九尺九寸七分有餘。即甲乙邊求甲丙邊則仍以兩角餘切相加之三十五萬九千七百四十六為一率。而以丙

- 一率 乙角丙角兩餘切
- 二率 丙角餘割
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊



角之餘割一十六萬八千一百一十七為二率。乙丙邊七十九丈零一寸為三率。求得四率三十六丈九尺二寸三分有餘。即甲丙邊也。此法蓋以甲乙丙一鈍角三角形。分為甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。其乙角之餘切戊己。即甲丁乙三角形之甲角之正切。如壬癸乙角之餘割己乙。即甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲壬。而丙角之餘切庚辛。即

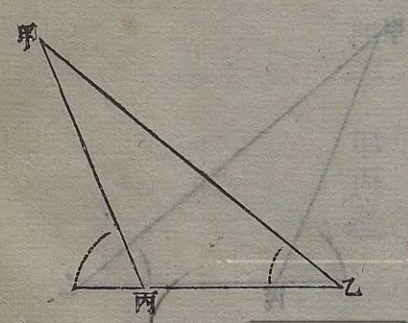


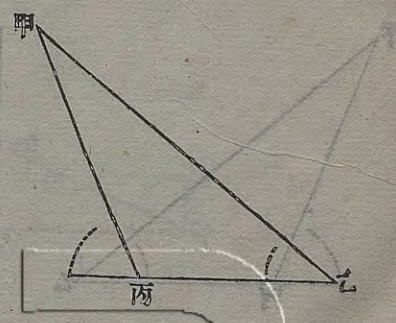
甲丁丙三角形之甲角之正切。如癸子。丙角之餘割庚丙。即甲丁丙三角形之甲角之正割。如甲子。乙角丙角兩餘切相加之數。即兩甲角正切相加之和。如壬子。甲癸壬與甲丁乙兩三角形為同式形。甲癸子與甲丁丙兩三角形為同式形。故甲壬子與甲乙丙兩三角形亦為同式形。是以求甲乙邊者。以壬子與甲壬之比。同於乙丙與甲乙之比。求甲丙邊者。以壬子與甲子之比。同於乙丙與甲丙之比。皆為相當比例四率也。

設如甲乙丙鈍角三角形。知乙角三十三度三十八分四十秒。丙外角五十五度五十三分。乙丙邊一十六丈。求甲角。甲乙邊。甲丙邊。各幾何。

法以乙角三十三度三十八分四十秒。與丙外角五十五度五十三分相減。餘二十二度一十四分二十秒。即甲角。

取甲角。當以丙外角與半圓一百八十度相減。餘為丙鈍角。仍以丙鈍角與乙角相





- 一率 甲角正弦
- 二率 丙外角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲乙邊

加。又與半圓一百八十度相減。餘為甲角。今止以丙外角內減乙角。即得甲角者。蓋因丙外角與乙甲二內角相併之度等。又三角形三角相併共為一百八十度。與半圓等。今於半圓內減去丙鈍角。所餘為丙外角。而一百八十度內減丙鈍角。則餘乙甲二角共度。是甲乙二角共度與丙外角之度等。故於丙外角內減去乙角。求甲乙邊。則以甲角為對所知之角。其正弦三萬七千八百四十七為一率。以丙外角為對所求之角。其正弦八萬二千七百九十為二率。乙丙邊為所知之邊。其數一十六丈為三率。

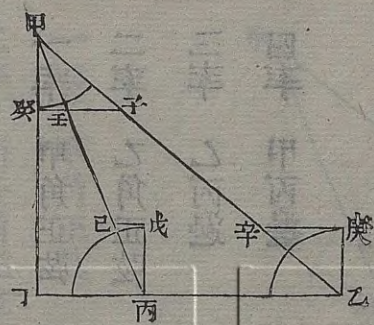
- 一率 甲角正弦
- 二率 乙角正弦
- 三率 乙丙邊
- 四率 甲丙邊

求得四率三十五丈。即甲乙為所求之一邊。求甲丙邊。則仍以甲角為對所知之角。其正弦三萬七千八百四十七為一率。而以乙角為對所求之角。其正弦五萬五千四百零四為二率。仍以乙丙邊為所知之邊。其數一十六丈為三率。求得四率二十三丈四尺二寸二分有

餘。如既得甲乙邊。而以丙外角為對所知之角。其正弦為一率。甲乙邊為所知之邊。其數為三率。所得亦同。即甲丙為所求之又一

邊也。此法亦有兩角一邊與前法同。但先有外角少異耳。

又法求甲乙邊。以乙角三十三度三十八分四十秒之餘切一十五萬零二百五十九。與丙外角五十五度五十三分之餘切六萬七千七百四十八相減。餘八萬二千五百一十一為一率。乙角之餘割一十八萬零四百九十三為二率。乙丙邊一十六丈為三率。求得四率三



一率 乙角丙角兩餘切較

二率 乙角餘割

三率 乙丙邊

四率 甲乙邊

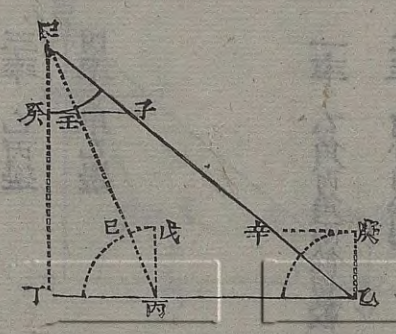
一率 乙角丙角兩餘切較

二率 丙外角餘割

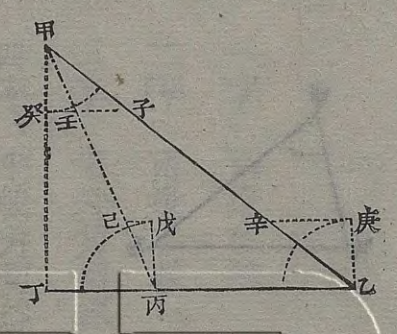
三率 乙丙邊

四率 甲丙邊

十五丈。即甲乙邊。求甲丙邊。則仍以兩角餘切相減之。八萬二千五百一十一為一率。而以丙外角之餘割一十二萬零七百八十八為二率。仍以乙丙邊一十六丈為三率。求得四率二十三丈四尺二寸二分有餘。即甲丙邊也。此法蓋以乙丙邊引長。自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁乙。甲丁丙兩直角三角形。甲丁丙三角形之丙角。即甲乙丙三角形之



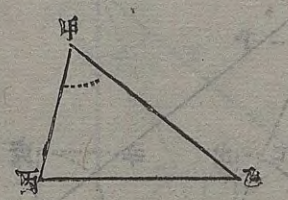
丙角之外角。其餘切戊己。即甲丁丙三
 角形之甲角之正切。如壬癸。丙外角之
 餘割己丙。即甲丁丙三角形之甲角之
 正割。如甲壬。甲乙丙三角形之乙角之
 餘切庚辛。即甲丁乙三角形之甲角之
 正切。如子癸。甲乙丙三角形之乙角之
 餘割辛乙。即甲丁乙三角形之甲角之
 正割。如甲子。甲丁丙三角形之丙角餘
 切。與甲丁乙三角形之乙角餘切相減



之數。即兩甲角之正切相減之較。如子
 壬。甲癸壬三角形與甲丁丙三角形。為
 同式形。甲癸子三角形與甲丁乙三角
 形。為同式形。故甲子壬三角形與甲乙
 丙三角形。亦為同式形。是以子壬與甲
 子之比。同於乙丙與甲乙之比。又子壬
 與甲壬之比。同於乙丙與甲丙之比。皆
 為相當比例四率也。

設如甲乙丙銳角三角形。知甲角六十度。甲乙邊四

十丈。甲丙邊二十六丈一尺零八分。求乙角丙角及乙丙邊各幾何。

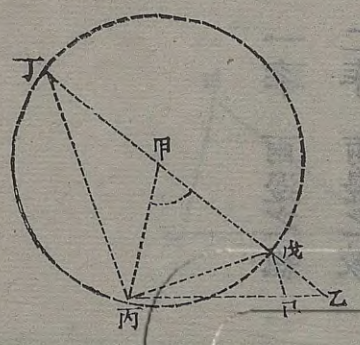


法以甲乙邊四十丈與甲丙邊二十六丈一尺零八分相加得六十六丈一尺零八分。為兩邊之和。為一率。又以甲乙邊四十丈與甲丙邊二十六丈一尺零八分相減。餘一十三丈八尺九寸二分。為兩邊之較。為二率。以甲角六十度與半圓一百八十度相減。餘一百二十度

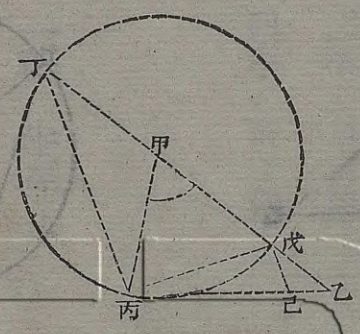
- 一率 兩邊之總
- 二率 兩邊之較
- 三率 半外角切線
- 四率 半較角切線

為外角。折半得六十度為半外角。其正切一十七萬三千二百零五。為三率。求得四率三萬六千三百九十七為半較角之正切。檢八線表得二十度為半較角。與半外角六十度相減。餘四十度。即乙角之度。如以半較角二十度與半外角六十度相加。得八十度。即丙角之度也。既得乙丙兩角。即以丙角為對所知之角。其正弦九萬八千四百八十一為

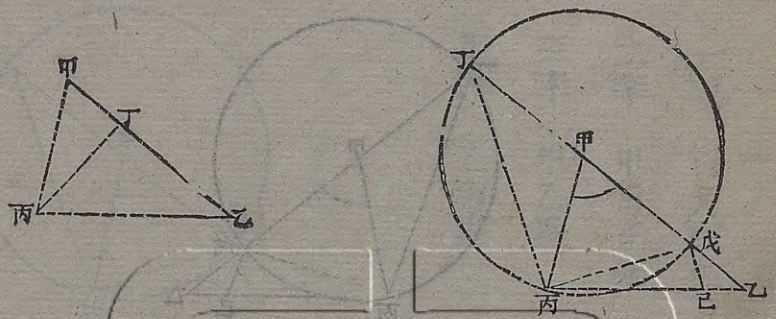
- 一率 丙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 乙丙邊



一率以甲角為對所求之角其正弦八萬六千六百零三為二率甲乙邊為所知之邊其數四十丈為三率求得四率三十五丈一尺七寸五分有餘即乙丙為所求之邊也如圖甲乙丙銳角三角形以甲角為心甲丙小邊為半徑作一丙丁戊圓截甲乙大邊於戊將甲乙引長至圓界丁則甲丁甲戊俱為半徑與甲丙等自丁至乙即兩邊之和自戊至



乙即兩邊之較丁甲丙角即甲角之外角試自丙至戊作一丙戊線則成甲丙戊三角形其甲丙戊與甲戊丙二角併之與丁甲丙外角度等今折半用其正切即如用丁戊丙角之正切又心角與邊角度等其切線亦等故自丙至丁作一丙丁線即丁戊丙角之正切又戊丙乙角即丙角大於甲戊丙角之較亦即乙角小於甲戊丙角之較故自圓甲戊



至乙丙邊已作已戊線與丙丁平行。即
 戊丙已角之正切。且乙丁丙三角形與
 乙戊已三角形為同式形。故兩邊之和
 丁乙與丁戊丙半外角切線丁丙之比
 即同於兩邊之較戊乙與半較角切線
 戊已之比。為相當比例四率也。

又法自丙角作丙丁垂線。分為丙丁甲
 丙丁乙兩直角形算之。先用丙丁甲直
 角形求丙丁垂線。及甲丁分邊。以丁角

- 一率 半徑
 - 二率 甲角正弦
 - 三率 甲丙邊
 - 四率 丙丁邊
-
- 一率 半徑
 - 二率 丙分角正弦
 - 三率 甲丙邊
 - 四率 甲丁邊

為對所知之角。其正弦即半徑十萬為
 一率。以甲角為對所求之角。其正弦八
 萬六千六百零三為二率。甲丙邊為所
 知之邊。其數二十六丈一尺零八分為
 三率。求得四率二十二丈六尺一寸有
 餘為丙丁垂線。又以丁角為對所知之
 角。其正弦即半徑十萬為一率。以甲角
 六十度與九十度相減。餘三十度。即甲
 丙丁角。即丙之分角。為對所求之角。其正弦

一率 半徑

二率 丙分角正弦

三率 甲丙邊

四率 甲丁邊

一率 丁乙分邊

二率 丙丁垂線

三率 半徑

四率 乙角正切

五萬為二率。直用甲角餘弦亦可。甲丙邊為所知

之邊。其數二十六丈一尺零八分為三

率。求得四率十三丈零五寸四分為甲

丁分邊。既得甲丁分邊。乃與甲乙邊四

十丈相減。餘二十六丈九尺四寸六分。

為丁乙分邊。於是用丙丁乙直角形。求

乙角及乙丙邊。以丁乙二十六丈九尺

四寸六分為一率。丙丁二十二丈六尺

一寸有餘為二率。半徑十萬為三率。求

得四率八萬三千九百零八。為乙角正

切。檢八線表得四十度為乙角。以乙角

四十度與甲角六十度相加。得一百度。

與一百八十度相減。餘八十度為丙角。

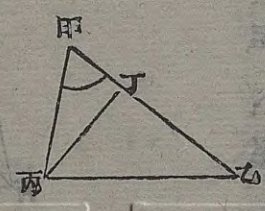
既得乙丙兩角。則用兩角一邊求又一

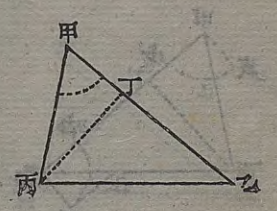
邊之法算之。即得乙丙邊矣。或先求乙

丙邊。則以丁乙二十六丈九尺四寸六

分為勾。丙丁二十二丈六尺一寸為股。

求得弦三十五丈一尺七寸五分有餘。





一率 甲丙邊

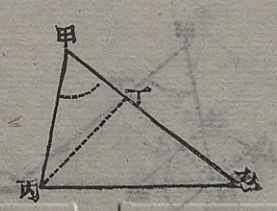
二率 甲乙邊

三率 甲角餘割

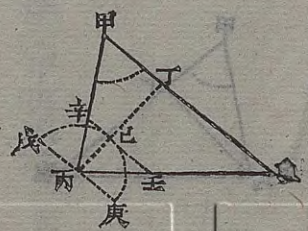
四率 丙兩分角正切

比也。

又法用甲角餘割餘切。求乙角丙角。以甲丙邊二十六丈一尺零八分爲一率。甲乙邊四十丈爲二率。甲角六十度餘割一十一萬五千四百七十爲三率。求得四率一十七萬六千九百一十一。爲甲角餘切與乙角餘切之共數。卽甲丙丁與乙丙丁兩分角之共切。又將甲角六十度。與象限九十度相減。餘三十度。



卽甲丙丁之分角。檢其正切五萬七千七百三十五。與兩分角之共切一十七萬六千九百一十一相減。餘一十一萬九千一百七十六。爲丁丙乙分角之正切。卽乙角之餘切。檢表得四十度。卽乙角之度也。以乙角四十度。與甲角六十度相加。得一百度。又與半圓一百八十九度相減。餘八十九度。卽丙甲之度也。如甲乙丙銳角三角形。作丙丁垂線。分爲甲



丁丙與乙丁丙兩直角形。以丙角為心。作一戊己庚半圓。則丙丁垂線。平分於己。兩邊各成一象限。試與甲乙邊平行。作一辛壬線。則辛己一段為甲丙丁分角之正切。即甲角之餘切。己壬一段為乙丙丁分角之正切。又即乙角之餘切。而辛丙為甲丙丁分角之正割。亦即甲角之餘割。辛壬丙與甲乙丙兩三角形為同式形。故甲丙邊與甲乙邊之比。即

同於甲角餘割辛丙

即甲丙丁分角之正割

與甲

丙丁。乙丙丁兩分角之正切相合之辛

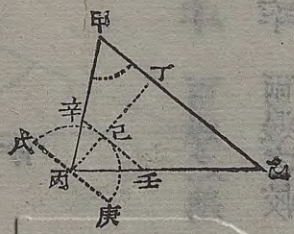
壬之比。為相當比例四率也。既得辛壬

兩分角之共切。內減去甲丙丁分角三

十度之正切辛己。所餘己壬為乙丙丁

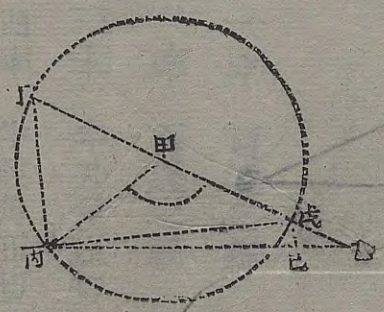
分角之正切。即為乙角之餘切。檢表即

得乙角也。

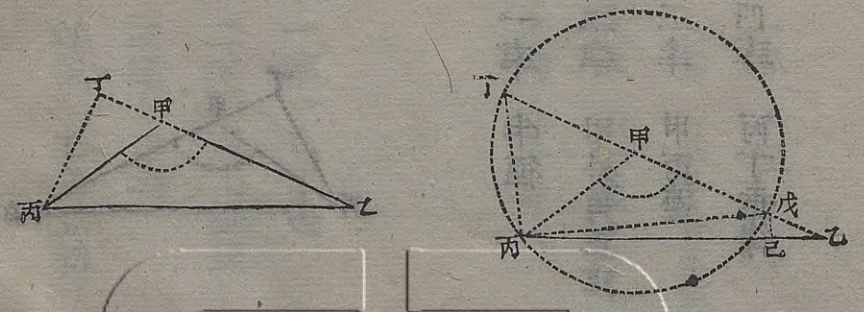


設如甲乙丙鈍角三角形。知甲角一百一十九度三十四分。甲乙邊五十四尺。甲丙邊三十六尺九寸。

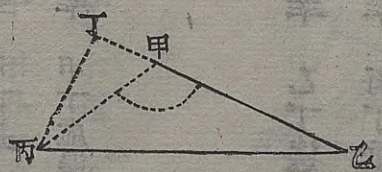
- 一率 丙角正弦
- 二率 甲外角正弦
- 三率 甲乙邊
- 四率 乙丙邊



爲一率。甲外角爲對所求之角。甲角爲鈍角。故
 用外角。其正弦八萬六千九百七十八爲
 二率。甲乙邊爲所知之邊。其數五十四
 尺爲三率。求得四率七十九尺零二分
 四釐有餘。卽乙丙邊也。如圖甲乙丙鈍
 角三角形。以甲角爲心。甲丙爲半徑。作
 一丙丁戊圓。其乙丁爲兩邊之和。乙戊
 爲兩邊之較。丙丁爲半外角之正切。己
 戊爲半較角之正切。乙丁丙三角形與



乙戊己三角形爲同式形。故以兩邊之
 和乙丁。與丁戊丙半外角切線丙丁之
 比。卽同於兩邊之較乙戊。與半較角切
 線己戊之比。爲相當比例四率也。
 又法自丙角作丙丁垂線於形外。成丙
 丁乙與丙丁甲兩直角形。先用丙丁乙
 直角形。求丙丁垂線及甲丁虛邊。以丁
 直角爲對所知之角。其正弦卽半徑十
 萬爲一率。以甲角一百一十九度三十



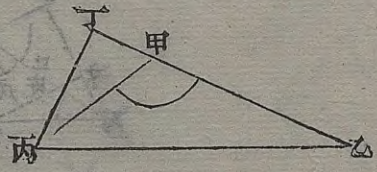
四率 丙丙邊

三率 甲乙邊

二率 甲外邊

一率 甲丙邊

得四率四萬四千四百四十八爲乙角
 正切。檢八線表得二十三度五十八分。
 爲乙角之度。與甲外角六十度二十六
 分相減。餘三十六度二十八分。卽丙角
 之度。甲外角與乙丙二內角等。故減去乙角。餘卽丙角。既得乙
 丙二角。則用兩角一邊求又一邊之法
 算之。卽得乙丙邊。或先求乙丙邊。則以
 乙丁全邊七十二尺二寸零八釐爲股。
 丙丁垂線三十二尺零九分五釐爲勾。



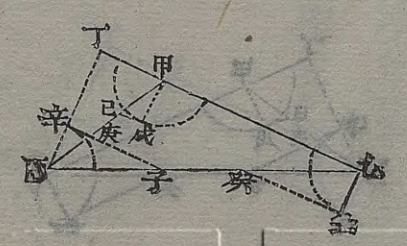
一率 甲丙邊

二率 甲乙邊

三率 甲外角餘割

四率 甲外角乙角兩餘切較

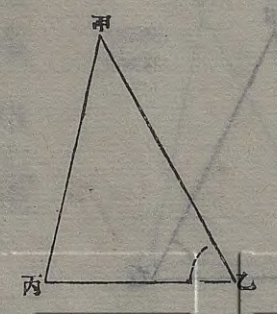
求得弦七十九尺零二分。卽乙丙邊也。
 又法用甲角餘割餘切。求乙角丙角。以
 甲丙邊三十六尺九寸爲一率。甲乙邊
 五十四尺爲二率。以甲外角六十度二
 十六分之餘割一十一萬四千九百七
 十一爲三率。求得四率一十六萬八千
 二百五十。爲甲外角餘切與乙角餘切
 之較數。乃以甲外角六十度二十六分
 之餘切五萬六千七百三十一。與兩餘



角形為同式形。丙辛子三角形與丙丁乙三角形為同式形。故丙庚子三角形與丙甲乙三角形亦為同式形。是以甲丙邊與甲乙邊之比。同於甲外角餘割庚丙^{即甲}與兩餘切之較子庚之比。為相當比例四率也。既得子庚兩餘切之較。與甲外角之餘切庚辛^{即戊}相加。得子辛。即乙角之餘切。檢表得乙角度。既得乙角。則以乙角與甲角相併。與半圓

相減。餘即丙角矣。

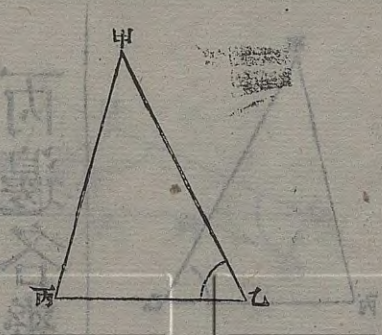
設如甲乙丙銳角三角形。知乙角六十度。甲乙邊八十丈。甲丙邊七十丈。三尺四寸。求甲角丙角及乙丙邊各幾何。



- 一率 甲丙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 乙角正弦
- 四率 丙角正弦

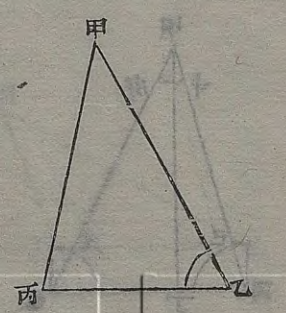
法以甲丙邊為對所知之邊。其數七十丈。三尺四寸為一率。甲乙邊為對所求之邊。其數八十丈為二率。乙角為所知之角。其正弦八萬六千六百零三為三率。求得四率九萬八千四百九十六為

四率 丙角正弦
三率 乙角正弦
二率 甲角正弦
一率 甲丙邊



丙角正弦。檢表得八十度零三分。即丙
角度也。既得丙角度。則以乙角六十度。
與丙角八十度零三分相加。得一百四
十度零三分。與一百八十度相減。餘三
十九度五十七分。即甲角度也。既得甲
角。求乙丙邊。則以乙角為對所知之角。
其正弦八萬六千六百零三為一率。甲
角為對所求之角。其正弦六萬四千二
百一十二為二率。甲丙邊為所知之邊。

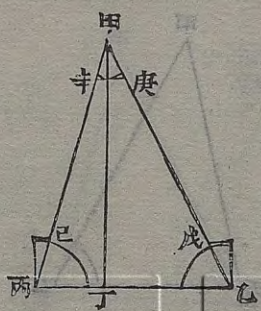
一率 乙角正弦
二率 甲角正弦
三率 甲丙邊
四率 乙丙邊



一率 甲乙邊
二率 甲丙邊
三率 乙角餘割
四率 丙角餘割

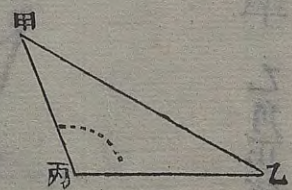
其數七十丈三尺四寸為三率。求得四
率五十二丈一尺五寸三分有餘。即乙
丙為所求之邊也。

又法用餘割求丙角。以甲乙邊八十丈
為一率。甲丙邊七十丈三尺四寸為二
率。乙角六十度之餘割十一萬五千四
百七十為三率。求得四率十萬一千五
百二十六。為丙角餘割。檢表得八十度
零三分。即丙角度也。如甲乙丙銳角三



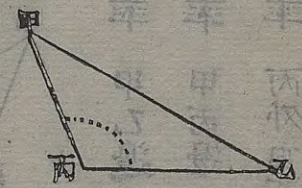
角形。作甲丁垂線。分爲甲丁乙。甲丁丙
 兩直角三角形。其乙角之餘割戊乙。卽
 甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲庚。
 丙角之餘割己丙。卽甲丁丙三角形之
 甲角之正割。如甲辛。甲庚辛與甲乙丙
 兩三角形爲同式形。故甲乙邊與甲丙
 邊之比。同於乙角餘割甲庚_乙。與丙
 角餘割甲辛_丙。之比。爲相當比例四
 率也。

設如甲乙丙鈍角三角形。知丙角一百一十度。甲乙
 邊二十二丈五尺五寸。甲丙邊十二丈。求甲角乙
 角及乙丙邊各幾何



- 一率 甲乙邊
- 二率 甲丙邊
- 三率 丙外角正弦
- 四率 乙角正弦

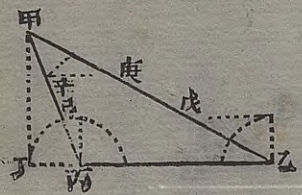
法以甲乙邊爲對所知之邊。其數二十
 二丈五尺五寸爲一率。甲丙邊爲對所
 求之邊。其數十二丈爲二率。丙角爲所
 知之角。其外角七十度之正弦九萬三
 千九百六十九爲三率。求得四率五萬
 爲乙角正弦。檢表得三十度卽乙角度



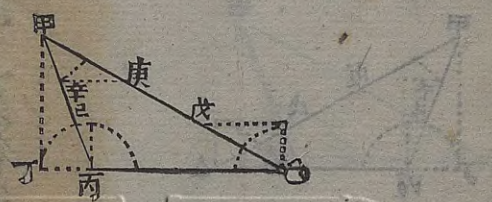
- 一率 乙角正弦
- 二率 甲角正弦
- 三率 甲丙邊
- 四率 乙丙邊

也。既得乙角度。則以乙角三十度。與丙角一百一十度相加。得一百四十度。與一百八十度相減。餘四十度。即甲角度也。既得甲角。求乙丙邊。則以乙角為對所知之角。其正弦五萬為一率。甲角為對所求之角。其正弦六萬四千二百七十九為二率。甲丙邊為所知之邊。其數十二丈為三率。求得四率十五丈四尺二寸七分。即乙丙為所求之邊也。

- 一率 甲丙邊
- 二率 甲乙邊
- 三率 丙外角餘割
- 四率 乙角餘割



又法用餘割求乙角。以甲丙邊十二丈為一率。甲乙邊二十二丈五尺五寸為二率。丙外角七十度之餘割十萬六千四百一十八為三率。求得四率一十九萬九千九百七十七。為乙角之餘割。檢表得三十度。即乙角度也。如甲乙丙鈍角三角形。將乙丙邊引長。自甲角作甲丁垂線。遂成甲丁丙。甲丁乙兩直角三角形。甲丁丙三角形之丙角。即甲乙丙

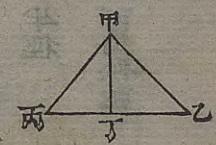


三角形之丙角之外角。其餘割己丙。即
 甲丁丙三角形之甲角之正割。如甲辛。
 甲丁乙三角形之乙角之餘割。戊乙。即
 甲丁乙三角形之甲角之正割。如甲庚。
 甲庚辛與甲乙丙兩三角形。為同式形。
 故甲丙邊與甲乙邊之比。同於丙外角
 餘割甲辛。即己與乙角餘割甲庚。即戊
 之比。為相當比例四率也。

設如甲乙丙銳角三角形。知甲乙邊一百二十二尺。

甲丙邊一百一十二尺。乙丙邊一百五十尺。求甲

乙丙三角各幾何。



法求丙角。以甲丙邊一百一十二尺。與
 乙丙邊一百五十尺相乘。得一萬六千
 八百尺。倍之。得三萬三千六百尺。為一
 率。以甲丙邊一百一十二尺自乘。得一

一率 三萬三千六百尺

萬二千五百四十四尺。乙丙邊一百五

二率 二萬零一百六十尺

十尺自乘。得二萬二千五百尺。以兩邊

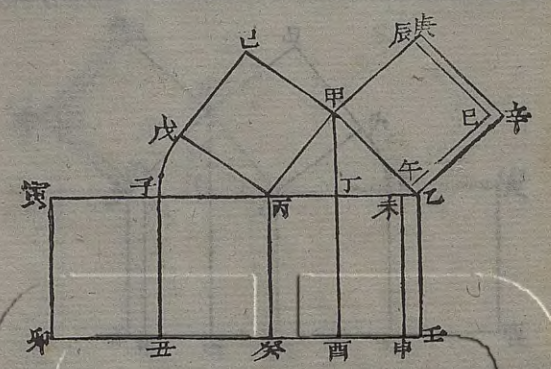
三率 半徑

各自乘數相加。得三萬五千零四十四

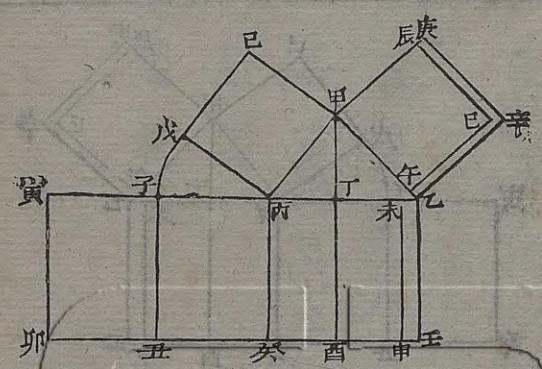
四率 丙角餘弦

一率 三萬三千六百
二率 二萬零二百六十
三率 半徑
四率 丙角餘弦

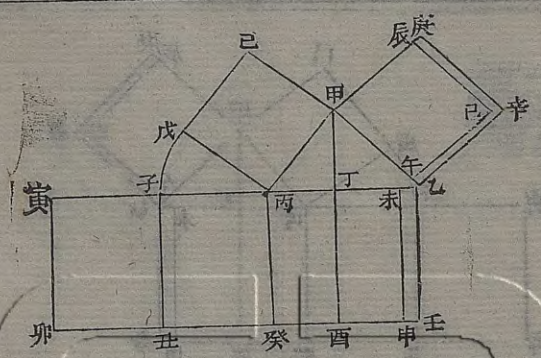
尺。又以甲乙邊一百二十二尺自乘。得一萬四千八百八十四尺。與兩邊各自乘相加數三萬五千零四十四尺相減。餘二萬零一百六十尺為二率。半徑十萬為三率。求得四率六萬。為甲分角之正弦。即丙角之餘弦。檢表得五十三度零八分。即丙角之度也。求乙角。則以甲乙邊與乙丙邊相乘。得數倍之為一率。以甲乙邊乙丙邊各自自乘相加。內減去



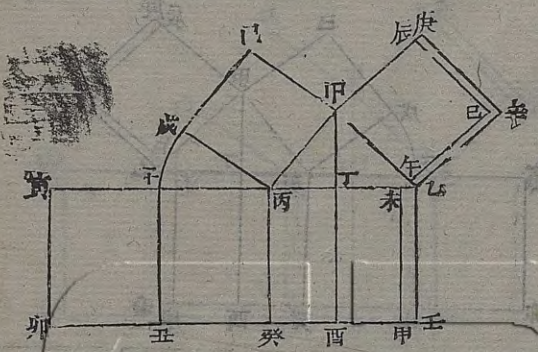
甲丙邊自乘之數。餘為二率。半徑十萬為三率。求得四率。為甲分角之正弦。即乙角之餘弦。檢表即得乙角之度也。或既得丙角。用兩邊一角比例之法。即得甲乙二角矣。此法蓋以三邊之面積互相加減。使面與面比。而得線與線之比也。如甲乙丙三角形。自甲角至乙丙邊。作一甲丁垂線。分為甲丁丙。甲丁乙兩勾股形。又作三邊之各正方。復作兩邊



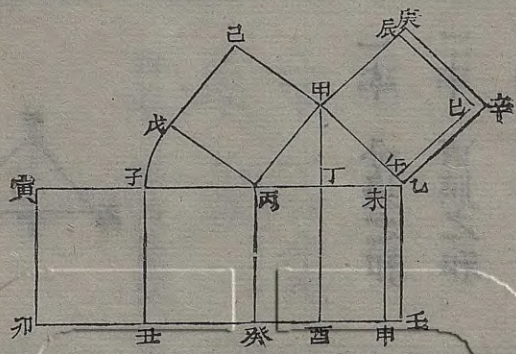
相乘之長方。其甲丙戊己為甲丙邊自乘之一正方形。乙壬癸丙為乙丙邊自乘之一正方形。丙癸丑子為甲丙邊與乙丙邊相乘之一長方。倍之為丙癸卯寅一大長方。今於甲丙戊己與乙壬癸丙兩正方形相併數內。減庚辛乙甲一正方形。則是減去辰巳午甲一正方形。即如甲丙戊己之一正方形。又減去庚辛乙午巳辰一磬折形。即如庚辛乙甲之正方形。比甲丙戊己之正方形所多之較。其積與乙壬申未一長方等。



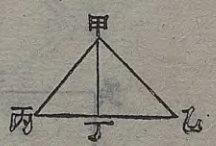
內有甲丁一股方。丁丙一勾方。而甲乙弦方內有甲丁一股方。乙丁一勾方。因兩三角形同用一股。故其兩弦較與兩弦和相乘之數。兩勾較與兩勾和相乘之數。必然相等。午乙即兩弦之較。辰巳與辛乙相併即兩弦之和。庚辛乙午巳辰磬折形。即兩弦較與兩弦和相乘之積。而乙未為兩勾之較。乙丙為兩勾之和。乙壬申未即兩勾較與兩勾和相乘之積。所以知其相等也。所餘為未申癸丙一長方。試以甲丁垂線引長



則平分未申癸丙一長方。為未申酉丁與丁酉癸丙二長方。此二長方與丙癸丑子。子丑卯寅二長方同用一邊。為二平行線內所有二方面互相為比。同於其底互相為比之例。故丙癸卯寅之長方。與未申癸丙之長方之比。即同於丙寅邊與未丙邊之比也。又比例之理。全與全半與半之比例相同。故丙癸卯寅之長方。為甲丙邊與乙丙邊相乘又加一倍之積與未申癸



丙之長方。即甲丙邊乙丙邊兩正方形相併內。減甲乙邊一正方形所餘之積。相比。同於丙子邊。與甲丙邊同與丁丙邊之比也。又甲丙邊即如甲丁垂線所分之丁直角之正弦。而甲丁垂線所分之丙邊即如甲分角之正弦。是以甲丙邊與乙丙邊相乘加倍之丙癸卯寅長方積為一率。甲丙邊乙丙邊兩正方形相併積內。減甲乙邊一正方形所餘未申癸丙長方積為二率。對丁直角之正弦半徑



一率 分邊之和
 二率 兩腰之和
 三率 兩腰之較
 四率 分邊之較

十萬為三率。求得四率。為甲分角之正

弦。即丙角之餘弦也。

又求分邊得角法。以乙丙邊為底。其數

一百五十尺。為一率。甲乙邊大腰一百

二十二尺。與甲丙邊小腰一百一十二

尺相加。得二百三十四尺。為二率。兩邊

相減。餘一十尺。為三率。求得四率。一十

五尺六寸。為分邊之較。與乙丙邊一百

五十二尺。為一率。丁丙分邊為對所求

之邊。其數六十七尺二寸。為二率。丁角

為所知之角。其正弦半徑十萬。為三率。

求得四率六萬。為甲丁丙三角形之甲

角正弦。又即丙角之餘弦。檢表得五十

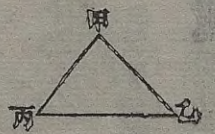
三度零八分。為丙角之度。既得丙角。則

用兩邊一角比例之法。遂得甲乙二角

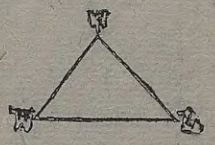
一率 甲丙邊
 二率 丁丙分邊
 三率 半徑
 四率 丙角餘弦



矣。如圖以甲角為心。甲丙小邊為半徑。作一戊丙己庚圓。截甲乙邊於庚。截丙乙邊於戊。將甲乙引長至圓界己。則甲己與甲丙等。自己至乙。即兩邊之和。自庚至乙。即兩邊之較。乙戊即乙丁。丁丙兩分邊之較。是故分邊之和乙丙。與兩邊之和己乙之比。即同於兩邊之較庚乙。與分邊之較乙戊之比。為轉比例四率也。六十八八二十七為丁丙之數。



又法以甲乙邊一百二十三尺。乙丙邊一百五十尺。甲丙邊一百一十二尺。三數相加。得三百八十四尺。為三邊之總。折半得一百九十二尺。為半總。以甲乙邊一百一十二尺。與半總一百九十二尺相減。餘七十尺。為甲乙邊與半總之較。以乙丙邊一百五十尺。與半總一百九十二尺相減。餘四十二尺。為乙丙邊與半總之較。以甲丙邊一百一十二尺。



一率 半總

二率 甲丙邊與半總之較

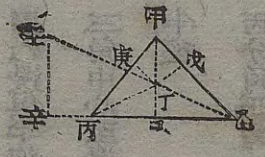
三率 甲乙邊與半總之較與乙丙邊與半總之較相乘之數

四率 三角中心至邊垂線自乘之數

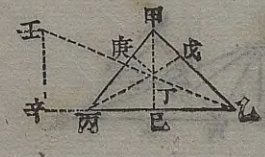
與半總一百九十二尺相減。餘八十尺。為甲丙邊與半總之較。乃以半總一百九十二尺為一率。甲丙邊與半總之較八十尺為二率。甲乙邊與半總之較七十尺。與乙丙邊與半總之較四十二尺相乘。得二千九百四十尺。為三率。求得四率一千二百二十五尺。開方得三十五尺。為三角形自中心至三邊之垂線。先求丙角。則用甲乙邊與半總之較七

一率 甲乙邊與半總之較
 二率 三角中心至邊垂線
 三率 半徑
 四率 丙分角正切

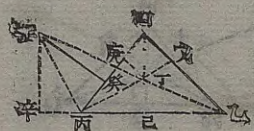
十尺為一率。三角形自中心至三邊之垂線三十五尺為二率。半徑十萬為三率。求得四率五萬。為丙半角之正切。檢表得二十六度三十四分。倍之得五十三度零八分。即丙角之度也。如先求乙角。則用甲丙邊與半總之較八十尺為一率。先求甲角。則用乙丙邊與半總之較四十二尺為一率。俱用三角形自中心至三邊之垂線三十五尺為二率。半



徑十萬為三率。即各得各半角之正切焉。此法蓋一率二率以線與線為比。三率四率以面與面為比也。如甲乙丙三角形。自中心丁至三邊。各作一垂線。又自中心丁至三角。各作一分角線。即成六直角三角形。俱兩兩相等。丁己丙與丁庚丙等。丁乙與丁戊乙等。丁戊甲與丁庚甲等。又按甲戊度引乙丙線至辛。則乙辛為三邊之半總。即三較之和。乙己與乙戊等。即甲丙邊與半總之較。己丙與丙庚等。即甲乙



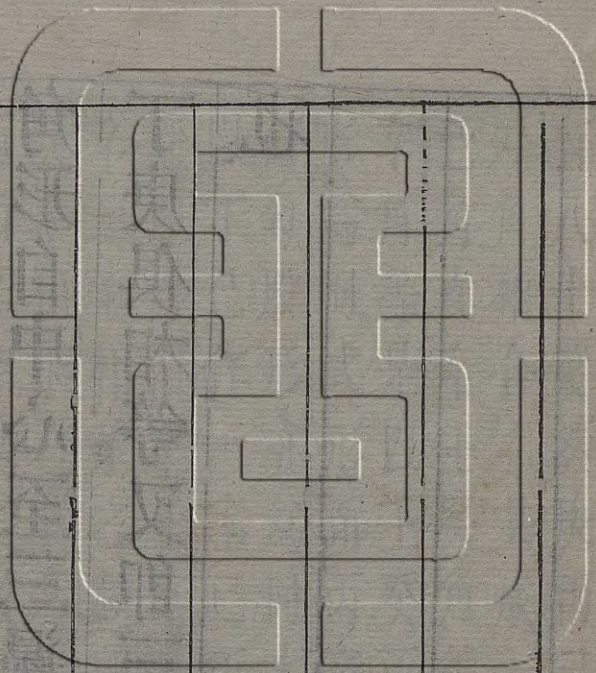
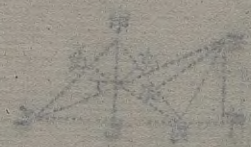
邊與半總之較。丙辛與甲戊。甲庚等。即乙丙邊與半總之較。試自辛作直角。將乙丁線引長。作一乙辛壬直角形。則壬辛與丁己平行。乙辛壬形與乙己丁形。遂為同式形。其乙辛與乙己之比。即同於壬辛與丁己之比。然乙辛一率乙己二率之數雖有。而壬辛之數却無。又但知己丙與丙辛相乘之數。即丁己與壬辛相乘之數。故以己丙與丙辛相乘之數為三率。何以知己丙與丙辛相乘之數。即丁



已與壬辛相乘之數。試作壬丙線壬癸線。使丙癸與丙辛等。癸角辛角皆為直角。癸丙辛角與辛壬癸角相合。共成一百八十度。然庚丙己角。為癸丙辛角之外角。相合亦共成一百八十度。是庚丙己角與辛壬癸角等。庚丁己角與癸丙辛角等。是以壬癸丙辛形與丙庚丁己形。為同式形。而丙辛壬勾股形與丁己丙勾股形。亦為同式形。可互相比例矣。以丁己作一率。己丙作二率。丙辛作三率。即得四率壬辛。是以己丙二率與丙辛三率相乘之數。即與丁己一率壬辛四率相乘之數等。故直以己丙。其所得四丙。丙辛相乘之數作三率也。是故乙辛與乙己率。即丁己自乘之數。是故乙辛與乙己之比。同於丁己與壬辛相乘之面。即己丙與



丙辛相乘之面。與丁己自乘之面之比也。既得丁己自乘之面。故開方而得丁己。為三角形自中心至三邊之垂線。與丁戊與丁庚俱相等。又即三形容容圍之半徑也。



丁巳自來之西...
 丁巳自來之西...
 丁巳自來之西...

